PATRÍCIA MURAD QUINTERO

**ANÁLISE SÍSMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO *VERSUS* NO
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA UMA PONTE EM SEÇÃO
CELULAR**

**São Paulo
2017**

PATRÍCIA MURAD QUINTERO

**ANÁLISE SÍSMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO *VERSUS* NO
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA UMA PONTE EM SEÇÃO
CELULAR**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do
título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Engenharia
de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Carlos
Eduardo Nigro Mazzilli

**São Paulo
2017**

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original,
sob
responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Quintero, Patrícia

Análise sísmica no domínio do tempo versus no domínio da
frequência para uma ponte em seção celular / P. Quintero -- versão corr. --
São Paulo, 2017.

117 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Terremotos 2.Pontes 3.Java 4.Tempo I.Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica
II.t.

PATRÍCIA MURAD QUINTERO

**ANÁLISE SÍSMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO *VERSUS* NO
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA PARA UMA PONTE EM SEÇÃO
CELULAR**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do
título de Mestre em Ciências.

**São Paulo
2017**

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à minha família, que me apoiou em todas as etapas do meu trabalho e me deu forças para conseguir concluí-lo.

Agradeço à Escola Politécnica da USP por ter me formado como pessoa, como profissional e como estudante capaz de enfrentar os diversos desafios que apareceram ao longo desse período de desenvolvimento do mestrado. Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Eduardo de Nigro Mazzilli, que sempre esteve pronto para me ajudar, ensinar e, principalmente, me guiar, com paciência e disposição, nesse processo em que muitas vezes me vi sem saber qual rumo seguir.

Ao professor Sérgio Hampshire por ter sido tão solícito e disposto a me ajudar, tendo sido de fundamental importância para que eu conseguisse concluir meus estudos. Ao professor Guilherme Franzini, que me ajudou bastante em minha qualificação e análise de resultados.

Agradeço à Promon Engenharia Ltda., por ter me disponibilizado o tempo e a compreensão necessários para a conclusão deste trabalho. Aos meus colegas e amigos de trabalho que me ouviram falar do mestrado por tanto tempo, me dando apoio, incentivo e fornecendo alguns materiais bibliográficos.

Ao Sander Cardoso, que me ajudou muito no desenvolvimento da programação em JAVA, disponibilizando seu tempo e paciência para ajudar alguém que não conhecia. À Pollyana, que foi um verdadeiro anjinho que encontrei nessa caminhada, por toda a ajuda, a paciência, o tempo que deixou de fazer seu trabalho para me ajudar e, além de tudo, por toda a amizade e os sábios conselhos de alguém que já trilhou esse caminho antes.

Agradeço às meninas e aos técnicos do time de vôlei da Poli, que muitas vezes me viram chegar aos treinos e jogos cansada e estressada, mas me fizeram sair bem mais disposta a enfrentar as dificuldades próprias de quem trabalha, estuda e joga.

Aos meus amigos, que sempre acreditaram em mim, até quando nem eu mesma acreditava que ia conseguir concluir o mestrado, que me ouviram tantas vezes e me deram forças para chegar ao fim dessa jornada. Pela compreensão de algumas ausências e de alguns momentos de impaciência e por sempre estarem ao meu lado, do começo ao fim. Agradeço por tê-los em minha vida. Em especial ao Américo, à Bárbara, à Cássia, ao Cauê, ao Daniel, à Denise, à Fer, à Giovana, à Julia, à Kamila, à Sara e à Sol.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre análises no domínio do tempo e análises espectrais, como forma de sugerir uma abordagem alternativa para o projeto de pontes de seção celular submetidas à ação de terremotos. Com esse propósito, desenvolveu-se um programa em linguagem JAVA para a geração de sismos artificiais, usando como base o Eurocode 8. A saída do programa foi utilizada para o desenvolvimento de um estudo de caso, que consiste em uma modelagem simplificada no software ADINA, de um vão de 21 m da Ponte Alverca, em Portugal. Após a extração e comparação de resultados dos dois métodos, é possível perceber que o método alternativo proposto - no domínio do tempo, que consiste na aplicação de acelerogramas artificiais ao modelo - possui resultados bastante coerentes com a análise espectral, além de ser mais recomendado se efeitos geométricos ou fisicamente não lineares forem considerados na modelagem.

Palavras-chave: pontes, terremotos, acelerogramas, ADINA, domínio do tempo, análise espectral.

ABSTRACT

This work presents a comparative study between time-domain analysis and spectral analysis, as a way of suggesting an alternative approach for treating cell section bridges subjected to earthquakes. To reach this goal, it was developed a program in JAVA language for the artificial earthquakes generation, using the Eurocode 8 as a basis. The program output was used for a case study that consists in a simplified modeling using ADINA software, of a twenty-one-meter-long span of Alverca Bridge, in Portugal. After the results extraction of both methods, it is possible to notice that the alternative method - in the time-domain, which consists of the application of artificial accelerograms to the model - has fairly consistent results with spectral analysis, not to mention that it is the most suitable one, in case geometrical or physical non-linearities are considered in the modelling.

Keywords: *bridges, earthquakes, accelerograms, ADINA, time-domain, spectral analysis.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. 1 – Colapso da Ponte “Showa Bridge”, durante o terremoto Niigata, em 1964, no Japão. Fonte: CHEN et Al. (2003).	17
Figura 1. 2 – Colapso do Viaduto de “Cypress”, durante o sismo de Loma Prieta, em 1989, na Califórnia. Fonte: GUERREIRO (2011).	17
Figura 2. 1 – Ilustração dos diferentes tipos de movimentos entre placas tectônicas. Fonte: SOARES (2015).	20
Figura 2. 2 – Mapa de sismicidade brasileira. Fonte: http://www.obsis.unb.br/sismologia/sismicidade-natural-e-antropogenica/sismicidade-brasileira	22
Figura 2. 3 – Território brasileiro dividido em zonas sísmicas. Fonte: ABNT NBR 15421: 2006.	24
Figura 3. 1 – Exemplo de um processo estocástico estacionário. Fonte: AZEVEDO (1996).	26
Figura 3. 2 – Exemplo de um acelerograma. Fonte: AZEVEDO (1996).	26
Figura 3. 3 – Exemplo de valores não correlacionados (a) e valores correlacionados (b). Fonte: AZEVEDO (1996).	29
Figura 4. 1 – Históricos no tempo (s) das acelerações, velocidades e deslocamentos. Fonte: RASHIDI et al. (1997).	33
Figura 4. 2 – Excitação de um sistema ilustrativo de um grau de liberdade. Fonte: CLOUGH et PENZIEN (1955).	33
Figura 4. 3 – Sistema massa-mola não amortecido (a) e com amortecimento (b). Fonte: CLOUGH et PENZIEN. (1995).	34
Figura 4. 4 – Representação gráfica de um movimento harmônico. Fonte: CHEN et Al. (2003).	35
Figura 4. 5 – Representação da força na base em um SGL. Fonte: Autor.	41
Figura 4. 6 – Representação dos deslocamentos total, relativo e da base. Fonte: CHEN et al. (2003).	42
Figura 5. 1 – Espectro de resposta elástica. Fonte: EN-1998-1.	54
Figura 5. 2 – Espectro de resposta elástica do Tipo 2 para os diferentes tipos de solo. Fonte: EN 1998-1.	55
Figura 6. 1 – Espectro de resposta elástica para $\zeta = 5\%$. Fonte: AASHTO.	59

Figura 6. 2 – Espectro de projeto elástico para solo perfil B e magnitude $6,5 \pm 0,25$, $\zeta = 5\%$. Fonte: SOARES (2015).....	63
Figura 6. 3 – Espectro de resposta elástica. Fonte: NCSE-02.....	64
Figura 7. 1 – Função envoltória trapezoidal. Fonte: Autor.	67
Figura 7. 2 – Síntese do processo adotado para a geração de acelerogramas artificiais. Fonte: Autor.	71
Figura 7. 3 – Gráfico da correção da aceleração, de 0 a t_f . Fonte: Autor.....	74
Figura 8. 1 – Zoneamento sísmico do território português. Fonte: GUERREIRO (1998).	75
Figura 8. 2 – Exemplo de 10 acelerogramas gerados no programa desenvolvido. Fonte: Autor.....	78
Figura 8. 3 – Dados de entrada do programa: Zonas Sísmicas. Fonte: Autor.....	79
Figura 8. 4 – Dados de entrada do programa: Classificação do terreno. Fonte: Autor.	79
Figura 8. 5 – Tela de saída do programa desenvolvido. Fonte: Autor.	80
Figura 8. 6 – Comparação entre o Espectro de Projeto do Eurocode 8 e o Espectro de Resposta recuperado a partir de um dos acelerogramas artificiais gerados pelo programa. Fonte: Autor.	81
Figura 9. 1 – Parte do Flyover de Alverca, viaduto Norte. Fonte: MALVEIRO et Al. (2013).	82
Figura 9. 2 – Seção transversal do tabuleiro. Fonte: MALVEIRO et Al. (2013).	83
Figura 9. 3 – Modelo de alta hierarquia de um vão de 21 m no ADINA. Fonte: Autor.	84
Figura 9. 4 – Espessuras adotadas na modelagem no ADINA. Fonte: MALVEIRO et Al. (2013).	85
Figura 9. 5 – Modelo unifilar do vão de 21 m no ADINA. Fonte: Autor.	85
Figura 9. 6 – Exemplo de um espectro de projeto de excitação do modelo. Fonte: Autor.	86
Figura 9. 7 – Espectro aplicado ao modelo. Fonte: Autor.....	86
Figura 9. 8 – Exemplo de um acelerograma de excitação do modelo. Fonte: Autor.	87
Figura 9. 9 – Aplicação da excitação ao modelo. Fonte: Autor.	87
Figura 9. 10 – Modos e frequências de vibração. Fonte: Autor.	89
Figura 9. 11 – Identificação dos nós do modelo unifilar. Fonte: Autor.	90
Figura 9. 12 – Espectro de Projeto 1: Classe do Terreno A e Zona Sísmica A . Fonte: Autor.....	91
Figura 9. 13 – Espectro de Projeto 2: Classe do Terreno A e Zona Sísmica B . Fonte: Autor.....	91

Figura 9. 14 – Espectro de Projeto 3: Classe do Terreno B e Zona Sísmica C . Fonte:	
Autor.....	91
Figura 9. 15 – Espectro de Projeto 4: Classe do Terreno C e Zona Sísmica A . Fonte:	
Autor.....	92
Figura 9. 16 – Espectro de Projeto 5: Classe do Terreno C e Zona Sísmica C. Fonte: Autor.	
.....	92
Figura 9. 17 – Deslocamento no topo do pilar, para um acelerograma gerado a partir do espectro 1. Fonte: Autor.	94
Figura 9. 18 – Cortante na base do pilar, para um acelerograma gerado a partir do espectro 1. Fonte: Autor.	94
Figura 9. 19 – Amplitude em função da frequência, em termos de deslocamentos no topo do pilar. Fonte: Autor.	95
Figura 9. 20 – Amplitude da força cortante na base do pilar em função da frequência. Fonte: Autor.	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1 – Escala de Mercalli modificada.	23
Tabela 5. 1 – Classificação do Terreno. Fonte: EN-1998-1.....	51
Tabela 5. 2 – Valores recomendados dos parâmetros que descrevem o Tipo 2 do espectro de resposta elástica horizontal. Fonte: EN-1998-1.....	54
Tabela 5. 3 – Valores recomendados para descrever o espectro de resposta elástica vertical. Fonte: EN-1998-1.....	56
Tabela 5. 4 – Valores do fator de comportamento q , segundo o Eurocode 8. Fonte: Soares (2015).	57
Tabela 6. 1 – Classificação do solo local. Fonte: Adaptado por SOARES (2015).	60
Tabela 6. 2 – Valores de F_a . Fonte: Adaptado por SOARES (2015).	61
Tabela 6. 3 – Valores de F_v . Fonte: Adaptado por SOARES (2015).	61
Tabela 6. 4 – Valores de F_{pga} . Fonte: Adaptado por SOARES (2015).	61
Tabela 6. 5 – Classificação do terreno. Fonte: Adaptado por SOARES (2015).	62
Tabela 6. 6 – Coeficientes do terreno. Fonte: NCSE-02.	64
Tabela 8. 1 – Valores da aceleração de solo de projeto para Portugal. Fonte: GUERREIRO (1998).	76
Tabela 9. 1 – Síntese dos resultados da análise espectral. Fonte: Autor.	92
Tabela 9. 2 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 1. Fonte: Autor	93
Tabela 9. 3 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 2. Fonte: Autor	93
Tabela 9. 4 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 3. Fonte: Autor	93
Tabela 9. 5 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 4. Fonte: Autor	93
Tabela 9. 6 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 5. Fonte: Autor	93
Tabela 9. 7 – Comparação dos resultados obtidos pelas diferentes análises na direção longitudinal.....	96
Tabela 9. 8 – Comparação dos resultados obtidos pelas diferentes análises, na direção transversal.....	96
Tabela 9. 9 – Resumo dos esforços de cálculo na seção da base do pilar.	99

Tabela 9. 10 – Armadura longitudinal necessária.	99
Tabela 9. 11 – Armaduras transversais necessárias.	100

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS	16
1.2. METODOLOGIA.....	18
2. TERREMOTOS.....	19
3. PROCESSOS ESTOCÁSTICOS – FUNDAMENTOS.....	25
4. TÓPICOS SOBRE DINÂMICA LINEAR DETERMINÍSTICA	32
4.1. SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE (SGL)	34
4.2. VIBRAÇÃO LIVRE NÃO AMORTECIDA	35
4.3. VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA	36
4.4. VIBRAÇÃO FORÇADA	39
4.5. RESPOSTA PARA MOVIMENTAÇÃO DA BASE	42
4.6. ESPECTROS DE RESPOSTA.....	44
4.7. SISTEMAS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE.....	46
4.7.1. Vibração livre e modos de vibração.....	47
4.8. ANÁLISE POR ESPECTROS DE RESPOSTA.....	49
5. EUROCODE 8.....	51
5.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE O SOLO	51
5.2. ZONAS SÍSMICAS	52
5.3. ESPECTRO DE RESPOSTA ELÁSTICA	53
5.4. DESLOCAMENTO DO SOLO DE PROJETO	56
5.5. ESPECTRO DE PROJETO PARA ANÁLISE ELÁSTICA.....	56
5.6. REPRESENTAÇÃO PELO HISTÓRICO DE ACELERAÇÕES NO TEMPO..	58
6. ESPECTROS DE OUTRAS NORMAS	59
6.1. AASHTO (2009,2010)	59

6.2.	CALTRANS (2006)	62
6.3.	NCSE-02 (2009).....	63
7.	GERAÇÃO DE ACELEROGRAMAS ARTIFICIAIS	65
7.1.	Correção por mínimos quadrados para base não nula	73
8.	PROGRAMA EM JAVA.....	75
9.	ESTUDO DE CASO.....	82
9.1.	Modelagem.....	83
9.2.	Resultados.....	88
10.	CONCLUSÕES.....	101
11.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	104
	ANEXO	108

1. INTRODUÇÃO

Os carregamentos dinâmicos têm sido bastante estudados por conta de seus efeitos sobre as estruturas. Dentre eles, as forças sísmicas estão entre as mais destrutivas da natureza e é por isso que são uma grande preocupação para a engenharia civil. Cabe aos engenheiros um constante estudo de dinâmica das estruturas para que estas se comportem da melhor forma possível perante ações tão intensas como essa. O objetivo é tentar amenizar e minimizar os riscos de danos materiais e perdas humanas.

No Brasil, a engenharia sísmica ainda é pouco desenvolvida. Apesar de a maior parte do território brasileiro estar em uma zona de baixa atividade sísmica, existem porções do mesmo que não estão.

A norma brasileira NBR 15421, de 2006, mostra procedimentos para o projeto de estruturas resistentes a sismos, mas ainda é bastante recente. Além disso, essa norma não se aplica a estruturas especiais, tais como pontes, viadutos, obras hidráulicas, arcos, silos, tanques, torres e estruturas *offshore* ou em que são utilizadas técnicas construtivas não convencionais. A elaboração dessa norma evidencia a importância e a busca do aprimoramento desses estudos em território nacional, mas, ainda assim, faz-se necessário o uso de normas internacionais para o projeto dessas estruturas especiais.

Ainda não é possível fazerem-se previsões firmes de terremotos futuros quanto ao local afetado, momento de sua ocorrência e sua intensidade, mas, com a análise crítica das zonas sísmicas e de seus eventos históricos, pode-se fazê-las em termos probabilísticos e utilizar esses dados para compor espectros de projeto com a finalidade de dimensionar as estruturas para resistir aos efeitos causados por tremores naturais de diferentes intensidades.

1.1. OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS

Os terremotos podem afetar a segurança das estruturas, o funcionamento de máquinas e instalações e a integridade e o conforto das pessoas que habitam ou frequentam uma construção. É por isso que a engenharia busca continuamente aprimorar-se no estudo de suas ações sobre as estruturas. Cabe aos engenheiros de estruturas sísmo-resistentes um constante estudo de dinâmica das estruturas para que estas se comportem da melhor forma possível perante ações tão intensas como essa e para amenizar e minimizar os riscos de danos materiais e humanos.

Apesar de, no Brasil, a engenharia sísmica ainda ser pouco desenvolvida, a NBR 15421 - Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento - teve sua primeira edição em 2006, mostrando a importância e a busca do aprimoramento desses estudos em território nacional. Embora a maior parte do território brasileiro esteja em uma zona de baixa atividade sísmica, existem porções do mesmo que não estão. Além disso, em um mundo globalizado, é de fundamental importância que os engenheiros civis estejam aptos a lidar com situações do tipo, dimensionando suas estruturas em outros países de forma a considerar possíveis eventos sísmicos.

Nem sempre é possível o uso de registros reais de acelerações na análise temporal porque é improvável que exista um vasto conjunto deles disponível para serem aplicados em um local específico e porque não se pode garantir que o registro escolhido excite adequadamente a estrutura em análise, considerando suas frequências naturais de vibração. Uma solução possível é a geração de acelerogramas artificiais que sejam adequados ao local de implantação do projeto, garantindo a coerência com as características dos sismos reais e sua conformidade com um espectro de projeto padrão.

A quantidade de projetos de pontes no Brasil e no mundo é bastante elevada. As pontes com seção celular possuem grande rigidez à torção e, por essa vantagem em relação ao comportamento estrutural, têm sido muito empregadas atualmente. Os efeitos sísmicos sobre pontes podem comprometer sua estrutura ou até mesmo causar seu colapso, levar a grandes perdas materiais e, eventualmente, ocasionar a morte de pessoas. Torna-se, então, ainda mais importante a análise dinâmica de pontes em situações de abalos sísmicos e, para isso, deve ser feito um estudo mais detalhado dos processos estocásticos.

Em um passado recente, foram observados diversos danos sofridos em pontes e viadutos causados por sismos de elevadas magnitudes, o que reforça a vulnerabilidade dessas estruturas em relação a ações sísmicas e torna ainda mais evidente a importância do dimensionamento e do estudo do comportamento das mesmas em situações como essa. As figuras 1.1 e 1.2 abaixo ilustram exemplos de danos a pontes causados por terremotos históricos.

**Figura 1. 1 – Colapso da Ponte “Showa Bridge”, durante o terremoto Niigata, em 1964, no Japão.
Fonte: CHEN et Al. (2003).**

Figura 1. 2 – Colapso do Viaduto de “Cypress”, durante o sismo de Loma Prieta, em 1989, na Califórnia. Fonte: GUERREIRO (2011).

Neste trabalho, será feita uma apresentação do Eurocode 8, especialmente na parte relacionada a projetos de pontes. Além disso, será realizado um estudo dos processos estocásticos, para sua posterior aplicação em um estudo de caso, que tratará da aplicação

de acelerogramas gerados artificialmente às fundações de uma ponte em Portugal, utilizando como base o Eurocode 8 (EN1998-1/2). A princípio, a análise será feita no domínio do tempo, mas um dos objetivos do estudo de caso é a comparação dos resultados obtidos desta forma com os obtidos em análises espectrais. A propósito, embora o título da dissertação refira-se à comparação entre a análise no domínio do tempo e no domínio da frequência, o mais apropriado seria contrapor a análise no domínio do tempo com a espectral, já que a análise no domínio da frequência é discutida apenas marginalmente no texto. O título da dissertação, na edição revista, só não foi alterado por exigências regimentais.

1.2. METODOLOGIA

Uma abordagem bastante frequente para o estudo da atuação das forças sísmicas nas estruturas de pontes é a feita com a análise espectral. Este trabalho propõe um que sejam feitas análises no domínio do tempo.

Com esse objetivo, foi desenvolvido um programa em linguagem JAVA que trata da geração de acelerogramas artificiais a partir de um espectro de resposta de acelerações, passando pelo cálculo de um espectro de potências. Foi utilizado como referência o espectro de projeto definido pelo Eurocode 8 (EN1998-1). De posse desses históricos no tempo, foi feita a recuperação de espectros de resposta de acelerações, como forma de verificar a adequação dos mesmos em relação ao espectro de projeto da norma europeia. A definição de cada um desses espectros será dada mais adiante nesse trabalho.

O impacto causado pelas forças sísmicas será avaliado em um estudo de caso que consistirá em um problema de excitação de suportes para uma ponte em Portugal de seção celular e eixo reto, que será modelada no programa ADINA – *Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis*, disponibilizado no Laboratório de Mecânica Computacional da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Primeiramente, para a análise modal da ponte, será feito um modelo de alta hierarquia, com utilização de um modelo de casca. A seguir, para a análise da resposta dinâmica em situação de sismo, será feito um modelo mais simples, que consiste em um sistema reticulado, definido apenas pelos eixos, usando elementos de barra 3D, suficiente para simular efeitos de flexão oblíqua e torção. Este modelo será aqui referido apenas

como “modelo unifilar”. Uma gama de diferentes acelerogramas artificiais gerados será, então, aplicada aos apoios para a excitação da ponte.

Os resultados serão extraídos do programa e analisados. Será feita uma posterior comparação desta resposta obtida no domínio do tempo com a resposta clássica na análise espectral.

2. TERREMOTOS

A Terra é formada por três camadas principais: a crosta (ou litosfera), o manto e o núcleo. Segundo a Teoria das Placas Tectônicas, a superfície da Terra é composta por placas que flutuam sobre um fluido viscoso sob alta temperatura e com maior densidade que aquelas, o magma. Ao movimentar-se devido às correntes de convecção, o magma possibilita o movimento e choque entre as placas, originando as montanhas (ou dobramentos modernos), cordilheiras, fossas oceânicas e criando as atividades sísmicas e vulcânicas.

A figura 2.1 mostra os diversos movimentos possíveis entre as placas tectônicas. Podem ser convergentes, com as placas movendo-se uma em direção à outra (4), divergentes (3), com a movimentação das placas em direções opostas, de subducção (2), no qual uma placa afunda sob outra, ou transformantes, nos quais as placas deslizam umas em relação às outras, sem que haja convergência ou divergência (1).

Figura 2. 1 – Ilustração dos diferentes tipos de movimentos entre placas tectônicas. Fonte: SOARES (2015).

As placas, movimentando-se lentamente, geram um processo contínuo de deformação nas massas rochosas. Quando o esforço é grande e supera o limite de resistência da rocha, ocorre a ruptura. Parte da energia acumulada é então liberada sob a forma de ondas elásticas, podendo propagar-se em todas as direções e fazendo o terreno vibrar intensamente, originando, assim, o sismo.

Portanto, o sismo pode ser definido como um movimento brusco e repentino de ruptura na crosta, que causa a liberação de uma grande quantidade de energia em um curto espaço de tempo, gerando ondas elásticas que se propagam em todas as direções.

Hipocentro ou foco é o nome que se dá ao ponto em que o terremoto se origina, localização da radiação inicial das ondas sísmicas, situando-se normalmente em camadas profundas da crosta terrestre. A projeção na superfície terrestre diretamente acima do foco é chamada de epicentro.

Geralmente, os terremotos são concentrados nas vizinhanças das falhas geológicas. Aquelas que se movem mais rapidamente estão mais propensas a ter maiores atividades sísmicas, assim como aquelas que são maiores estão mais propensas a produzir eventos de grandes proporções.

Sismos “intraplaca” podem ocorrer internamente às placas tectônicas em decorrência da propagação das tensões geradas em suas bordas. Esses são os terremotos de magnitudes consideradas baixas a moderadas se comparados aos relacionados à sismicidade interplacas, podendo ocorrer exceções, com a ocorrência de terremotos intraplacas bastante significativos.

A *magnitude* de um sismo está relacionada à quantidade de energia que este libera. Foi apresentada, em 1935, a famosa Escala Richter de Magnitude, na qual Charles F. Richter considerava o logaritmo decimal da amplitude máxima do registro sísmico, em micron (10^{-6} m), registrada por sismógrafo do tipo Wood-Anderson, a uma distância de 100 km do epicentro do sismo. Na maioria dos casos não há sismógrafos a essa distância do epicentro, portanto deve ser feita uma correção, tendo-se para a magnitude M:

$$M = \log_{10}A - \log_{10}A_0, \quad (2.1)$$

onde A é a amplitude máxima do registro sísmico e A_0 é um fator de correção que corresponde a uma leitura do sismógrafo produzida por um sismo padrão ou de calibração, geralmente tomado como 0,001 mm. A partir da magnitude M na escala Richter, é calculada a energia E liberada pelo sismo, em Joules:

$$\log_{10}E = 11,4 - 1,5M \quad (2.2)$$

Os terremotos que possuem uma magnitude maior do que cinco são aqueles considerados potencialmente muito destrutivos. Além disso, a localização do hipocentro também influencia: para uma mesma magnitude, um terremoto com o hipocentro mais próximo da superfície é mais destrutivo do que aquele com hipocentro mais distante.

O Brasil está localizado na região central da placa tectônica Sul-Americana. Por não estar na região de encontro entre placas ou de grandes falhas geológicas, ele é considerado um território estável, de baixa atividade sísmica. Apesar disso, não se pode descartar a probabilidade de ocorrência de terremotos em território brasileiro. Estações sismológicas distribuídas ao longo do território nacional registram abalos sísmicos de pequena a média magnitude.

A Figura 2.2, obtida no Banco de Dados do OBSIS/UnB (2015), mostra o mapa de sismicidade brasileira, no qual se verifica que já foram registrados (entre 1811 e 2008)

sismos de mais de cinco graus na escala Richter. Dependendo da profundidade desses sismos e do tipo de terreno, esses tremores podem sofrer grandes amplificações e se tornarem catastróficos.

Figura 2. 2 – Mapa de sismicidade brasileira. Fonte: <http://www.obsis.unb.br/sismologia/sismicidade-natural-e-antropogenica/sismicidade-brasileira>.

Para medir os danos causados pelos terremotos, é feita uma classificação de *intensidade*. Os piores efeitos dos sismos são sentidos mais próximo ao epicentro dos mesmos. A escala mais comumente utilizada atualmente é a apresentada em 1931 por Newmann e Wood: *Escala Modificada de Mercalli (MMI)*, apresentada na tabela 2.1.

Tabela 2. 1 – Escala de Mercalli modificada.

Classificação	Descrição
I	O sismo passa despercebido à maioria das pessoas.
II	O Sismo é sentido por pessoas em repouso, especialmente nos pisos superiores dos edifícios altos.
III	As oscilações são claramente perceptíveis no interior das habitações, mas muitas pessoas não as identificam como sísmicas. Não há estragos materiais.
IV	O sismo é claramente perceptível como tal no interior das habitações, movendo louças, vidros e portas. No exterior, passa despercebido à maioria das pessoas.
V	O sismo é claramente perceptível como tal, tanto no exterior como no interior das habitações, onde se partem louças; vidros e portas batem fortemente.
VI	O sismo é imediatamente identificado; os móveis das habitações deslocam-se, há quedas de estuques e danos nas chaminés e elementos afins.
VII	O sismo produz danos ligeiros em estruturas de boas características antissísmicas, danos consideráveis nas construções de alvenaria corrente e colapso em grande número de construções afins.
VIII	Produzem-se danos leves em estruturas de boas características antissísmicas, danos consideráveis nas construções de alvenaria corrente e colapso em grande número de construções menos resistentes.
IX	Produzem-se danos médios nas estruturas especiais e danos consideráveis na maioria dos edifícios correntes.
X	O sismo destrói a maior parte dos edifícios de alvenaria, uma grande parte dos edifícios de estrutura resistente e alguns edifícios leves de madeira.
XI	Colapso generalizado dos edifícios de alvenaria.
XII	Colapso total.

No âmbito da engenharia, a característica mais importante de um sismo é o histórico no tempo de suas acelerações, medidas nas componentes NS (Norte-Sul), LO (Leste-Oeste) e vertical.

O território nacional é dividido nas chamadas Zonas Sísmicas. A recente norma brasileira da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), a NBR 15421 – Norma Brasileira de Estruturas Resistentes a Sismos - propõe o zoneamento sísmico, para definição das ações sísmicas a serem consideradas no projeto estrutural, conforme mostra a figura 2.3.

Figura 2. 3 – Território brasileiro dividido em zonas sísmicas. Fonte: ABNT NBR 15421: 2006.

3. PROCESSOS ESTOCÁSTICOS – FUNDAMENTOS

Podemos chamar de experimento aleatório todo experimento, tentativa ou observação que, quando repetido sob as mesmas condições, pode ter resultados diferentes. Exemplos de experimentos aleatórios são: jogar um dado, uma moeda ou, até mesmo, largar uma folha de papel sempre do mesmo ponto e ver que ela cairá ou não sempre no mesmo lugar.

O conceito de *processo estocástico* foi adotado para descrever um fenômeno aleatório e, no âmbito da engenharia civil, é muito utilizado para caracterizar as ações sísmicas, cuja consideração é extremamente importante para o dimensionamento estrutural. Os registros sísmicos em um determinado local serão todos diferentes entre si, não sendo possível sua previsão. Um processo estocástico se contrapõe a um processo determinístico, que a partir de um conjunto de entradas conhecido, resulta em um único conjunto de saídas.

Um conjunto de valores que não se pode descrever por meio de uma relação matemática explícita é um conjunto que pode ser considerado como estocástico. É possível a obtenção de propriedades estatísticas de um processo estocástico fazendo-se médias e outras características do conjunto considerando-se todos os registros.

Os processos estocásticos podem ser classificados como *estacionários* ou *não estacionários*. Os primeiros são aqueles nos quais as propriedades estatísticas não variam com o tempo, já os não estacionários possuem propriedades estatísticas dependentes do tempo. No caso dos processos estacionários, as propriedades estatísticas conjuntas para dois instantes diferentes são função da diferença temporal, e não dos próprios instantes, como ocorre nos processos não estacionários. Assim, fica muito mais fácil a determinação das propriedades estatísticas dos primeiros em relação aos não estacionários. As vibrações em estruturas induzidas por sismos são exemplos de processos não estacionários.

Figura 3. 1 – Exemplo de um processo estocástico estacionário. Fonte: AZEVEDO (1996).

A figura 3.1 mostra um processo estocástico estacionário. Esse processo se constitui de valores aleatórios uniformemente distribuídos em um intervalo centrado em zero. Assim, é possível mostrar que, nesse caso, o valor médio e outras características estatísticas são constantes ao longo do tempo, ou seja, independem dele.

Figura 3. 2 – Exemplo de um acelerograma. Fonte: AZEVEDO (1996).

A figura 3.2 mostra um histórico de acelerações geradas por terremotos, os acelerogramas, que serão bastante estudados nesse trabalho. Pode-se mostrar que o processo é não estacionário, já que não há um padrão para as propriedades estatísticas, ou seja, elas variam com o tempo, apesar de o valor médio do sinal se mostrar constante. A função envoltória, responsável por definir os valores máximos e mínimos e a variância do sinal, assume diferentes valores a cada instante em que é determinada.

Processos estacionários podem, ainda, ser divididos em subclasses. Processos estacionários *ergódicos* são caracterizados por terem médias iguais em qualquer uma de

suas realizações. Assim, as médias temporais de todas as realizações são iguais às médias de qualquer uma das realizações. Necessariamente, um processo ergódico é um processo estacionário, mas a recíproca pode nem sempre ser verdadeira. Lidar com processos ergódicos é bastante vantajoso pelo fato de que basta uma realização do processo para que as propriedades estatísticas de todo o processo sejam inferidas.

Os processos estocásticos também podem ser definidos como *discretos* ou *contínuos*, já que o conjunto de valores de uma dada realização pode ser finito ou não. Pode-se exemplificar um processo contínuo tomando-se a variação de temperatura ao longo de um dia. Nesse caso, cada realização do processo corresponde a um registro contínuo de temperaturas durante o dia e o processo é dado pela conjugação da informação relativa a todos os dias em que exista um registro contínuo. A precipitação diária ao longo de um ano, por sua vez, é um processo discreto no qual cada realização é um conjunto de 365 valores referentes às precipitações diárias durante um ano. O processo, assim, é o conjunto de realizações para todos os anos em que essa informação esteja disponível.

Como mostrado anteriormente, os valores de aceleração medidos em um acelerógrafo podem ser tomados como um exemplo de um processo estocástico $x(t)$. A aceleração assume um valor aleatório, com dada probabilidade de ocorrência, em um instante qualquer, t_1 . A probabilidade mencionada pode ser expressa em termos de uma *função densidade de probabilidade* ou de uma *função cumulativa*.

A função densidade de probabilidade define a probabilidade de o valor registrado estar compreendido no intervalo Δx , dada pela razão entre o período de tempo em que $x(t)$ está situado entre x e $x + \Delta x$ e o período de tempo em que se procedeu ao registro do acelerograma.

$$P[x < x(t_1) \leq x + \Delta x] = p_x(x; t_1) \Delta x \quad (3.1)$$

Já a função cumulativa expressa a probabilidade de o valor registrado ser inferior a um dado valor x , dada pela razão entre o período de tempo em que $x(t) < x$ e o período de tempo em que se procedeu ao registro do acelerograma.

$$P[x(t_1) \leq x] = F_x(x; t_1) = \int_{-\infty}^x p_x(x; t_1) dx \quad (3.2)$$

A probabilidade de $x(t)$ assumir um valor compreendido entre x_0 e x_1 é

$$P[x_0 < x(t_1) \leq x_1] = F_x(x_1; t_1) - F_x(x_0; t_1) = \int_{x_0}^{x_1} p_x(x; t_1) dx. \quad (3.3)$$

O *valor esperado* de um dado processo em um dado instante e a *média temporal* de uma dada realização desse processo são dois dos valores estatísticos mais relevantes de uma função. Eles podem ser definidos, respectivamente, pelas expressões 3.4 e 3.5, mostradas abaixo. Vale reforçar que, no caso dos processos ergódicos, esses dois valores serão coincidentes.

$$E[x(t')] = \int_{-\infty}^{+\infty} x p_x(x; t') dx \quad (3.4)$$

$$E[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^{+\infty} x(t) dt \quad (3.5)$$

Além desses valores, serão definidos a seguir alguns outros parâmetros estatísticos importantes:

- *Valor quadrático médio* – valor médio ou esperado de x^2 .

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p_x(x) dx \quad (3.6)$$

- *Variância* – valor médio do quadrado do desvio de x em relação a seu valor médio.

$$\sigma^2 = E[(x - E[x])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[x])^2 p_x(x) dx = E[x^2] - (E[x])^2 \quad (3.7)$$

- *Desvio padrão* (σ) – valor da raiz quadrada da variância.
- *Momento de ordem n* :

$$E[x^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n p_x(x) dx. \quad (3.8)$$

A função densidade de probabilidade que corresponde a uma distribuição normal ou Gaussiana é uma das mais utilizadas na caracterização dos fenômenos e é mostrada na expressão 3.9, onde m e σ são a média e o desvio padrão do processo, respectivamente.

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.9)$$

Figura 3. 3 – Exemplo de valores não correlacionados (a) e valores correlacionados (b). Fonte: AZEVEDO (1996).

Na figura 3.3 acima são apresentadas duas séries de pontos com coordenadas x e y . No gráfico a, pode-se notar que não há correlação alguma entre os valores de x e de y , diferentemente do mostrado em b.

Vamos supor que as médias dos valores de x e de y sejam nulas e tentar relacionar os valores mediante uma reta $\bar{y}$ que passe pela origem e que forneça uma estimativa para y .

$$\bar{y} = ax \quad (3.10)$$

Calculando os desvios de qualquer ponto a essa reta e o erro quadrático médio cometido ao considerar a reta interpoladora, teríamos, respectivamente, o mostrado em 3.11 e 3.12.

$$e = y - \bar{y} = y - ax \quad (3.11)$$

$$E[e^2] = E[(y - ax)^2] = E[y^2] - 2aE[xy] + a^2E[x^2] \quad (3.12)$$

O valor de “ a ” que minimiza o erro quadrático médio é

$$a = \frac{E[xy]}{E[x^2]}. \quad (3.13)$$

Então $\bar{y}$ pode ser estimado com maior precisão a partir de

$$\bar{y} = \frac{E[xy]}{E[x^2]} x. \quad (3.14)$$

Considerando-se, agora, que os valores médios de x e de y não sejam nulos, chega-se a

$$\frac{(\bar{y}-m_y)}{\sigma_y} = \left\{ \frac{E[(x-m_x)(y-m_y)]}{\sigma_x \sigma_y} \right\} \frac{(x-m_x)}{\sigma_x}, \quad (3.15)$$

onde m_x e m_y são os valores esperados de x e de y , respectivamente. O desvio de y em relação à sua média, normalizado pelo seu desvio padrão, pode, então, ser relacionado a um valor similar de x , por meio do *coeficiente de correlação*, dado por:

$$\rho = \frac{E[(x-m_x)(y-m_y)]}{\sigma_x \sigma_y}. \quad (3.16)$$

Pode-se definir a *função de autocorrelação* de um processo estocástico como sendo o valor esperado do produto $\{x(t).x(t+\tau)\}$. Essa função é gerada obtendo-se o valor de cada registro em um dado instante t e novamente em um instante $t+\tau$. Prossegue-se com o cálculo do produto desses dois valores para cada uma das realizações desse processo e, posteriormente, obtém-se a média desses produtos para todas as realizações do processo.

$$R_x(\tau) = E[x(t).x(t+\tau)] \quad (3.17)$$

Como se pode perceber, a função de autocorrelação é uma forma de descrição dos processos, já que ela contém toda a informação estatística relevante sobre eles e mostra como os valores variam com o tempo e como os mesmos se relacionam entre si.

Se um processo tem média nula, então a função de autocorrelação tende para zero para $t \rightarrow \infty$. Assim, se o processo estocástico é estacionário e tem média nula é possível afirmar que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |R_x(\tau)| d\tau < \infty. \quad (3.18)$$

A transformada de Fourier da função de autocorrelação é dada por:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (3.19)$$

e a transformada inversa dada pela expressão 3.20.

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (3.20)$$

$S_x(\omega)$, definida acima, é chamada de *densidade espectral do processo $x(t)$* . Ela é a transposição da função de autocorrelação para o domínio da frequência.

Como $R_x(0) = E[x^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) d\omega$, então $\int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) d\omega = E[x^2]$, o que significa que a área sob a curva que representa a função densidade espectral nada mais é que o valor quadrático médio do processo.

No caso de o sinal analisado ser um registro de acelerações, a densidade espectral é chamada *densidade espectral de potência* ou, simplesmente, *espectro de potência*, com unidade igual ao quadrado das unidades do sinal, por unidade de frequência.

Para certo intervalo de frequência $\Delta\omega$, a área sob a função $S(\omega)$ representa a potência associada à frequência central desse intervalo. Assim, se for possível admitir a estacionariedade do processo, a partir da função densidade espectral, pode-se reconstituir um dado sinal, do ponto de vista estatístico. Esse é exatamente um dos métodos adotados para a geração de acelerogramas artificiais a partir de espectros de potência.

4. TÓPICOS SOBRE DINÂMICA LINEAR DETERMINÍSTICA

Para se caracterizar a excitação sísmica atuante em um sistema estrutural recorre-se à variação ao longo do tempo da aceleração provocada pelo sismo na base da estrutura. Isso porque, do ponto de vista da engenharia, as características mais importantes de um terremoto são suas acelerações de pico no solo, duração e conteúdo de frequência. A aceleração de pico é a máxima aceleração e representa a intensidade do movimento causado no solo. A duração é o período de tempo entre o primeiro e o último pico e, quanto maior, mais energia é imposta à estrutura.

Os gráficos que mostram os históricos de aceleração ao longo do tempo contêm uma informação completa sobre o terremoto nas três direções ortogonais (duas horizontais e uma vertical).

O acelerógrafo sísmico é um instrumento utilizado para a monitoração da aceleração do terreno. Ele é acionado pelo movimento causado pela chegada das primeiras ondas sísmicas no solo. Com a medição feita, é possível a obtenção das velocidades e dos deslocamentos a partir de uma integração das curvas de aceleração, como mostrado na figura 4.1.

As acelerações medidas em locais aproximadamente equidistantes do epicentro podem diferir significativamente em termos de duração, conteúdo de frequência e amplitude devido às condições locais do solo.

Figura 4. 1 – Históricos no tempo (s) das acelerações, velocidades e deslocamentos. Fonte: RASHIDI et al. (1997).

A Figura 4.2 representa um sistema de um grau de liberdade sob excitação sísmica, evidenciando os deslocamentos $u(t)$.

Figura 4. 2 – Excitação de um sistema ilustrativo de um grau de liberdade. Fonte: CLOUGH et PENZIEN (1955).

4.1. SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE (SGL)

Para o embasamento do exposto nessa primeira etapa do trabalho, será suficiente a apresentação da teoria aplicada a sistemas de um grau de liberdade apenas. Posteriormente, será estudada e exposta a extensão dessa teoria para sistemas de múltiplos graus de liberdade.

O modelo dinâmico mais simples é representado pelo sistema massa-mola mostrado na figura 4.3.

Figura 4.3 – Sistema massa-mola não amortecido (a) e com amortecimento (b). Fonte: CLOUGH et PENZIEN. (1995).

Nas análises dinâmicas, o número de coordenadas independentes necessárias para definir as posições deformadas de todas as massas do sistema em relação às suas posições originais, em qualquer instante t , é chamado número de graus de liberdade. A figura 4.3 acima representa um sistema de um grau de liberdade, com uma massa concentrada se movendo horizontalmente apenas. Nela é possível a identificação das características determinantes da resposta da estrutura: massa, coeficiente de rigidez, coeficiente de amortecimento, deslocamento e carga externa aplicada.

Segundo o Princípio de d'Alembert, pode-se obter o equilíbrio dinâmico de um oscilador de um grau de liberdade a partir da resultante das forças nele aplicadas ou deslocamento na base, com uma força fictícia, a *força de inércia*, que é proporcional à aceleração e possui sentido contrário a ela, com constante de proporcionalidade igual à massa do sistema. Escrevendo-se a equação de equilíbrio para a massa m , obtém-se a equação diferencial do movimento:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = p(t) \quad (4.1)$$

4.2. VIBRAÇÃO LIVRE NÃO AMORTECIDA

Vibração livre não amortecida é o nome dado ao movimento do sistema que ocorre sem nenhuma excitação dinâmica externa e para o qual se desconsidera qualquer amortecimento, ou seja, aquele para o qual a equação de movimento pode ser reduzida a:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (4.2)$$

Para as condições iniciais $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, a solução da equação anterior é dada por:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin(\omega_n t) \quad (4.3)$$

em que ω_n é a chamada *frequência circular* do sistema, em radianos por segundo, dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.4)$$

Figura 4. 4 – Representação gráfica de um movimento harmônico. Fonte: CHEN et Al. (2003).

A solução dada pela equação 4.3 caracteriza um movimento harmônico, que é repetido regularmente e mostrado na figura 4.4. O intervalo de tempo que o movimento leva para ser repetido é chamado de *período natural não amortecido* e é dado por:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (4.5)$$

A *frequência natural cíclica* é aquela dada pelo inverso do período natural, em ciclos por segundo ou hertz (Hz):

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (4.6)$$

Conforme mostrado na figura, a amplitude do movimento para o caso de vibrações não amortecidas tem valor constante. Ela corresponde aos valores máximos e mínimos de deslocamento, nos pontos onde a velocidade é nula.

4.3. VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA

Quando se admite a existência de amortecimento no sistema, o mesmo passa a ser não conservativo, já que há perda de energia no movimento.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (4.7)$$

A solução geral para a equação do movimento passa a ser da forma

$$x(t) = Se^{pt} \quad (4.8)$$

onde S é uma constante.

Substituindo-se a solução acima na equação do movimento, chega-se à

$$(mp^2 + cp + k)Se^{pt} = 0 \quad (4.9)$$

Excluindo-se a solução trivial, a igualdade é verificada se

$$mp^2 + cp + k = 0 \quad (4.10)$$

A equação 4.10 é chamada *equação característica* do sistema e suas raízes são dadas por:

$$p = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (4.11)$$

A solução da equação do movimento é, então, escrita utilizando-se as constantes S_1 e S_2 , que podem ser determinadas a partir das condições iniciais do movimento:

$$x(t) = S_1e^{p_1t} + S_2e^{p_2t} \quad (4.12)$$

Chamamos de *coeficiente de amortecimento crítico* o valor do coeficiente de amortecimento para o qual

$$\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \quad (4.13)$$

ou seja,

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} \quad (4.14)$$

No caso de o amortecimento do sistema ser igual ao amortecimento crítico definido acima (*movimento criticamente amortecido*), então as raízes da equação característica são reais e idênticas:

$$p_1 = p_2 = -\frac{c_{cr}}{2m} \quad (4.15)$$

Substituindo-se esses valores na equação 4.12, obtém-se a equação do movimento criticamente amortecido:

$$x(t) = S_1 e^{-\frac{c_{cr}}{2m}t} \quad (4.16)$$

Como, neste caso, de acordo com 4.15, a raiz tem multiplicidade dois, pode-se demonstrar que existe, também, outra solução, com a seguinte forma:

$$x(t) = S_2 t e^{pt} \quad (4.17)$$

Assim, a solução geral para o movimento criticamente amortecido é dada por:

$$x(t) = (S_1 + S_2 t) e^{pt} \quad (4.18)$$

que caracteriza um movimento não oscilatório tendendo à zero à medida que o tempo cresce.

No caso de o amortecimento ser maior que o amortecimento crítico, o movimento é chamado de *superamortecido*, e também não possui caráter vibratório. Este caso não será aprofundado aqui, por não ser típico de estruturas da engenharia civil.

Se, ao contrário, o amortecimento for menor que o amortecimento crítico, o movimento é dito *sub-amortecido*. Nesse caso, sendo i a unidade imaginária ($i = \sqrt{-1}$), as raízes da equação característica são dadas por:

$$p = -\frac{c}{2m} \pm i\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (4.19)$$

Dadas as equações de Euler

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad (4.20)$$

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \quad (4.21)$$

e, substituindo as raízes de 4.19 na solução dada por 4.12, obtém-se:

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} [C_1 \cdot \cos(\omega_D t) + C_2 \cdot \sin(\omega_D t)] \quad (4.22)$$

onde C_1 e C_2 são constantes determinadas a partir das condições iniciais. Em 4.22 ω_D é a *frequência circular amortecida*, dada por:

$$\omega_D = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \quad (4.23)$$

É usual trabalhar-se com um fator adimensional, chamado taxa de amortecimento ou amortecimento relativo, que correlaciona o amortecimento do sistema com o coeficiente de amortecimento crítico, dado por:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \quad (4.24)$$

Assim, é possível reescrever as equações 4.22 e 4.23 como

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [C_1 \cdot \cos(\omega_D t) + C_2 \cdot \sin(\omega_D t)] \quad (4.25)$$

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (4.26)$$

Tomando-se como condições iniciais $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, a solução é dada por:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[x_0 \cdot \cos(\omega_D t) + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_D} \cdot \sin(\omega_D t) \right] \quad (4.27)$$

O movimento, de caráter vibratório, tem máximos e mínimos que se repetem em intervalos regulares de tempo, chamado de *período amortecido* e dado por:

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} \quad (4.28)$$

4.4. VIBRAÇÃO FORÇADA

Chama-se de *vibração forçada* o movimento excitado por uma força externa aplicada, ou com imposição de aceleração ou deslocamentos. Nesse trabalho será apresentada a teoria para *excitações harmônicas*, ou seja, aquelas que possuem variação em seno ou cosseno, mesmo porque, tirando partido da hipótese de validade da superposição de efeitos para sistemas lineares, um carregamento geral pode ser expresso na forma de série de Fourier, em que cada termo é harmônico.

Para o caso de ser desprezado o amortecimento e considerando-se a excitação do sistema como sendo provocada pela atuação de uma força harmônica, representada pela função seno, pode-se escrever a equação do movimento como:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F_0 \text{sen}(\omega t) \quad (4.29)$$

onde F_0 é o máximo valor da força harmônica considerada e ω é a frequência circular da excitação, dada em radianos por segundo.

Para a equação 4.29, a solução pode ser dada pela seguinte expressão:

$$x(t) = x_c(t) + x_p(t) \quad (4.30)$$

As funções $x_c(t)$ e $x_p(t)$ são, respectivamente, chamadas de *solução complementar* e *solução particular*. A primeira atende à equação homogênea, ou seja, corresponde à solução do problema de vibração livre sem amortecimento, que pode ser escrita como:

$$x_c(t) = A \cos(\omega_n t) + B \text{sen}(\omega_n t) \quad (4.31)$$

sendo A e B constantes determinadas a partir da imposição das condições iniciais do movimento.

A solução particular, por sua vez, pode ser escrita na forma:

$$x_p(t) = X \text{sen}(\omega t) \quad (4.32)$$

onde X é o valor máximo da solução. Pode-se substituir a solução particular 4.32 na equação de movimento dada em 4.29 e obter-se:

$$X = \frac{F_0}{k(1-r^2)} \quad (4.33)$$

sendo $r_n = \frac{\omega}{\omega_n}$.

A fim de se obter a equação para a vibração não amortecida com excitação harmônica, obtemos uma solução particular a partir da substituição de 4.33 em 4.32 e substituímos a mesma e a 4.31 na equação 4.30, juntamente com a imposição das condições iniciais do movimento $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} - \frac{rF_0}{k(1-r^2)} \right) \sin(\omega_n t) + \frac{F_0}{k(1-r^2)} \sin(\omega t) \quad (4.34)$$

Os dois primeiros termos do lado direito da equação constituem a *resposta transiente*, que tende ao desaparecimento quando se considera o amortecimento. O terceiro termo, por sua vez, é chamado de *resposta permanente*, com frequência igual à da força excitadora. Este permanece mesmo quando é considerado o amortecimento.

Levando-se, portanto, em consideração a existência de forças amortecedoras, a equação diferencial do movimento pode ser escrita como:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \sin(\omega t) \quad (4.35)$$

Nesse caso, a solução complementar é a mesma apresentada anteriormente para o movimento amortecido em vibração livre, na equação 4.25. Já a solução particular pode ser escrita na forma:

$$x_p(t) = S_1 \sin(\omega t) + S_2 \cos(\omega t) \quad (4.36)$$

Substituindo a solução particular na equação do movimento dada por 4.35, determinam-se os valores das constantes S_1 e S_2 :

$$S_1 = \frac{(1-r^2)F_0}{k[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]} \quad (4.37)$$

$$S_2 = -\frac{2\xi r F_0}{k[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]} \quad (4.38)$$

Em procedimento semelhante ao feito para a obtenção de 4.34, chegamos à equação do movimento amortecido sob carga harmônica:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [A \cos(\omega_D t) + B \sin(\omega_D t)] + \frac{(1-r^2)F_0}{k[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]} \sin(\omega t) - \frac{2\xi r F_0}{k[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]} \cos(\omega t) \quad (4.39)$$

sendo, novamente, A e B constantes a serem determinadas a partir das condições iniciais.

A partir de transformações trigonométricas e definindo-se o *ângulo de fase* ϕ , dado por

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\xi r}{1-r^2}\right) \quad (4.40)$$

podemos reescrever a equação 4.39 como

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [A \cos(\omega_D t) + B \sin(\omega_D t)] + \frac{F_0}{k\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \sin(\omega t - \phi) \quad (4.41)$$

Chama-se de *deslocamento estático* a relação entre a amplitude F_0 da força e a rigidez k do sistema:

$$x_{est} = \frac{F_0}{k} \quad (4.42)$$

Pode-se definir um *fator de amplificação dinâmica*, dividindo-se a amplitude da componente permanente da equação 4.41 pela deformação estática, dado por:

$$A_D = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (4.43)$$

A multiplicação do fator de amplificação dinâmica pela deformação estática resulta no deslocamento máximo para a resposta permanente do sistema excitado pela carga harmônica.

Figura 4. 5 – Representação da força na base em um SGL. Fonte: Autor.

A força que um SGL transmite à fundação – força na base ($f_B(t)$), mostrada na figura 4.5 - é dada pela soma da força no amortecedor à força da mola, ou seja:

$$f_B(t) = kx(t) + c\dot{x}(t) \quad (4.44)$$

Substituindo a resposta permanente da equação 4.41 em 4.44, tem-se:

$$f_B(t) = \frac{F_0}{k} A_D [k \sin(\omega t - \phi) + 2\xi m \omega_n \omega \cos(\omega t - \phi)] \quad (4.45)$$

O valor máximo de $f_B(t)$, f_{B_0} , é dado por:

$$f_{B_0} = F_0 A_D \sqrt{1 + (2\xi r)^2} \quad (4.46)$$

Define-se o *fator de transmissibilidade* como sendo a relação entre a amplitude da força transmitida à base e a amplitude da força aplicada, ou seja:

$$T_r = \frac{f_{B_0}}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (4.47)$$

4.5. RESPOSTA PARA MOVIMENTAÇÃO DA BASE

As estruturas podem ser excitadas pela aplicação de um carregamento externo, $p(t)$, ou pelo deslocamento do solo em sua base. Esta última forma de excitação é a que interessa para o estudo da engenharia sísmica.

Figura 4. 6 – Representação dos deslocamentos total, relativo e da base. Fonte: CHEN et al. (2003).

O deslocamento total da massa concentrada, u_t , é dado pela soma entre o deslocamento da base, u_g , e o deslocamento relativo entre a massa e o solo, u , conforme mostrado na figura 4.5.

$$u_t = u + u_g \quad (4.48)$$

Pode-se, então, reescrever a equação diferencial do movimento, sendo $\ddot{u}$, $\dot{u}$ e u , respectivamente, a aceleração, a velocidade e o deslocamento relativos e $\ddot{u}_g$ é a aceleração absoluta da base.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (4.49)$$

As soluções para a equação 4.49 podem ser obtidas da mesma forma que as obtidas para a equação 4.1, mas substituindo-se a força externa pelo termo $-m\ddot{u}_g(t)$ e lembrando que as soluções serão expressas em termos dos deslocamentos relativos $u(t)$.

No caso de o deslocamento da base ser dado por uma função harmônica, tem-se:

$$u_g(t) = u_{g0} \text{sen}(\omega t) \quad (4.50)$$

Substituindo $u_g(t)$ na equação 4.49, temos:

$$u_t(t) = \frac{u_{g0} \sqrt{1+(2\xi r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}} \text{sen}(\omega t + \alpha - \phi) \quad (4.51)$$

sendo ϕ o ângulo de fase definido anteriormente e

$$\alpha = \arctan(2\xi r) \quad (4.52)$$

O fator de transmissibilidade é obtido pela divisão do valor máximo da resposta por $\frac{u_{g0}}{k}$ e relaciona o deslocamento da base com o deslocamento relativo da massa m :

$$T_r = \sqrt{\frac{1+(2\xi r)^2}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}} \quad (4.53)$$

Pode-se perceber que ele é idêntico ao fator que relaciona a força aplicada com a força transmitida à base. O mesmo também ocorre com a relação entre as acelerações da base e da massa.

4.6. ESPECTROS DE RESPOSTA

Chama-se de *espectro de resposta* um gráfico que mostre o valor da resposta máxima (medida em termos de deslocamentos, velocidades, acelerações, esforços ou outra grandeza qualquer) de um conjunto de osciladores de um grau de liberdade em função do seu período ou frequência natural e do valor do coeficiente de amortecimento considerado, quando submetido a uma excitação. Ou seja, particularmente na análise sísmica, ele representa a resposta máxima de todos os possíveis sistemas de um grau de liberdade para uma particular excitação do solo.

Se conhecido o período natural (T_n) do sistema de um grau de liberdade, o espectro de resposta permite a determinação da resposta máxima do sistema para a excitação em questão. Porém, há o inconveniente de que ele não permite determinar o instante em que ocorre a resposta máxima.

Para análises sísmicas, espectros de resposta em termos de acelerações na base são de grande utilidade, já que as acelerações que um sismo produz são as grandezas mais diretas para caracterizar seus efeitos sobre as estruturas. Além disso, também se torna possível uma análise da sensibilidade dos espectros de resposta em relação à distância ao hipocentro, às condições geológicas e do solo, entre outros.

É importante ressaltar que os espectros determinados não são específicos da estrutura em questão, mas sim de todos os sistemas com frequência própria f e amortecimento relativo ξ , independentemente da sua massa ou rigidez. Assim, em termos de dimensionamento das estruturas, basta conhecer estes parâmetros e consultar o espectro de resposta respectivo. A determinação do valor máximo de resposta dessa estrutura a um sismo caracterizado pelo acelerograma em questão é, então, imediata.

Dividindo-se todos os termos da equação do movimento 4.49 pela massa obtemos:

$$\ddot{u}(t) + 2\omega_n\xi\dot{u}(t) + \omega_n^2u(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (4.54)$$

onde ξ é o coeficiente de amortecimento crítico do sistema, definido por:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (4.55)$$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ é a frequência natural de vibração livre do sistema.

Como se pode notar, para uma dada aceleração na base, $\ddot{u}_g(t)$, a resposta em termos de deslocamentos relativos, $u(t)$, do sistema fica dependente somente da frequência ou período natural de vibração do mesmo e do coeficiente de amortecimento, como mencionado anteriormente. Assim, se dois sistemas tiverem essas características idênticas, então os mesmos terão a mesma resposta em termos de deslocamentos.

A resposta da estrutura, modelada momentaneamente com um único grau de liberdade, às acelerações geradas pelo terremoto, em termos da grandeza física desejada, pode ser determinada a partir da equação 4.54. O valor máximo dessa resposta ao longo do tempo corresponde ao máximo valor desta grandeza ao qual a estrutura, com determinada frequência natural de vibração e amortecimento, estará sujeita quando submetida à ação dinâmica considerada.

Se esse procedimento for repetido para diversos valores de frequências naturais de vibração, é possível obter uma curva que mostre a variação dessa grandeza em função da frequência ou período de vibração.

A parcela $\omega_n^2 u(t)$ é chamada de pseudo-aceleração (S_a) e, para sistemas fracamente amortecidos, é uma boa aproximação para a aceleração absoluta máxima. O deslocamento relativo máximo do sistema é chamado de deslocamento espectral (S_d). Usualmente, os espectros de aceleração são apresentados em termos da pseudo-aceleração espectral e não da aceleração relativa de pico, já que ela é facilmente determinada por meio dos deslocamentos de pico da estrutura, conforme mostra a expressão 4.56, e porque ela é associada diretamente ao valor de pico de força horizontal na base (quando multiplicada pela massa do sistema).

Também é possível se obter a pseudo-velocidade espectral (S_v), mediante a expressão 4.57. Ela é uma velocidade fictícia que, para sistemas levemente amortecidos e pequenos períodos naturais, fornece uma boa aproximação para velocidade relativa da massa. Este valor se relaciona diretamente com a quantidade de energia mobilizada pelo terremoto e também é comum encontrar espectros de respostas em termos da pseudo-velocidade.

$$S_a(\omega_n) = \omega_n^2 S_d(\omega_n) \quad (4.56)$$

$$S_v(\omega_n) = \omega_n S_d(\omega_n) \quad (4.57)$$

O espectro de resposta condensa os picos de resposta para qualquer SGL para uma particular componente de movimento. Porém, ele é específico de um determinado sismo, acontecido em um determinado local, não apresentando, assim, utilidade para a aplicação direta em projetos estruturais, que visa a resistir a terremotos futuros. Como forma de se contornar esse inconveniente, surgiu o conceito dos espectros de projeto, espectros de resposta idealizados e suavizados, desenvolvidos para representar um conjunto de acelerações no solo registradas em um determinado lugar durante terremotos passados. O desenvolvimento de um espectro de resposta elástica de projeto é baseado na análise estatística de espectros de resposta para um conjunto de sismos.

É importante ressaltar as diferenças conceituais entre um espectro de resposta e um espectro de projeto. Um espectro de resposta é somente a resposta máxima de todos os possíveis sistemas de um grau de liberdade devida a um sismo particular, enquanto um espectro de projeto é um nível especificado de forças de projeto sísmicas ou deformações e é a envoltória de espectros. O espectro de resposta elástica de projeto fornece uma base para determinar a força de projeto e a deformação para sistemas de um grau de liberdade.

4.7. SISTEMAS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Dado que a modelagem da grande maioria das estruturas requer um sistema de múltiplos graus de liberdade, é necessária a extensão da teoria apresentada para os SGL's. Esse é o caso, por exemplo, das estruturas de pontes, que serão o objeto de estudo deste trabalho.

A estrutura poderá ser tratada pelo método da superposição modal, que se baseia na propriedade de ortogonalidade dos modos de vibração. Os deslocamentos do sistema poderão ser obtidos pela combinação linear dos modos de vibração (princípio da superposição dos efeitos).

O sistema de equações de movimento de sistemas de múltiplos graus de liberdade submetidos a acelerações na base pode ser escrita como:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{B\}\ddot{u}_g \quad (4.58)$$

sendo $[K]$, $[M]$ e $[C]$ as matrizes de rigidez, de massa e de amortecimento, respectivamente. O vetor $\{B\}$ é um vetor de transformação de deslocamentos, com valores 0 e 1 para definir os graus de liberdade aos quais as forças sísmicas são aplicadas.

4.7.1. Vibração livre e modos de vibração

Vibração livre não amortecida

Igualando-se $[C]$ e $\ddot{u}_g$ à zero, para um sistema de N graus de Liberdade, tem-se:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]u = 0 \quad (4.59)$$

onde $[M]$ e $[K]$ são matrizes quadradas $n \times n$.

Podemos escrever a equação 4.59 como

$$[[K] - \omega_n^2[M]]\{\phi_n\} = 0 \quad (4.60)$$

onde $\{\phi_n\}$ são os autovetores conhecidos como modos de vibração. Os N autovetores podem constituir uma matriz quadrada $n \times n$, $[\phi]$ chamada de matriz modal. Uma propriedade importante dos modos de vibração é a sua ortogonalidade com relação às matrizes de rigidez e amortecimento, ou seja:

Sendo $\omega_n \neq \omega_r$, $\{\phi_n\}^T [K] \{\phi_r\} = 0$ e $\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_r\} = 0$,

$$[K^*] = [\phi]^T [K] [\phi] \quad (4.61)$$

$$[M^*] = [\phi]^T [M] [\phi] \quad (4.62)$$

onde $[K^*]$ e $[M^*]$ são matrizes diagonais.

Vibração livre amortecida

No caso da vibração livre amortecida, podemos escrever o sistema de equações de movimento para sistemas de múltiplos graus de liberdade como:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{u}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{u}\} + [\mathbf{K}]\{u\} = 0 \quad (4.63)$$

Os deslocamentos são expressos em termos dos modos de vibração natural e, posteriormente, multiplicados pela matriz modal transformada para obter a equação 4.64.

$$[\mathbf{M}^*]\{\ddot{Y}\} + [\mathbf{C}^*]\{\dot{Y}\} + [\mathbf{K}^*]\{Y\} = 0 \quad (4.64)$$

$$[\mathbf{C}^*] = [\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{C}] [\boldsymbol{\phi}] \quad (4.65)$$

Ao contrário de $[\mathbf{K}^*]$ e $[\mathbf{M}^*]$, $[\mathbf{C}^*]$ pode não ser uma matriz diagonal. Quando $[\mathbf{C}^*]$ é diagonal, ela é chamada de matriz de amortecimento clássica ou proporcional.

A maioria das pontes pode ser idealizada como um sistema estrutural de amortecimento clássico. Assim, a matriz de amortecimento da equação 4.64 será diagonal nesses casos. A equação do n - ésimo modo de vibração é dada por:

$$\ddot{Y}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = 0 \quad (4.66)$$

Análise Modal

A equação do movimento básica dos sistemas de múltiplos graus de liberdade para acelerações na base devidas a terremotos é dada por 4.58.

Primeiramente se expressa o deslocamento em termos dos modos de vibração e depois ele é multiplicado pela matriz modal transformada a fim de se obter a equação 4.67 abaixo:

$$[\mathbf{M}^*]\{\ddot{Y}\} + [\mathbf{C}^*]\{\dot{Y}\} + [\mathbf{K}^*]\{Y\} = - [\boldsymbol{\phi}]^T [\mathbf{M}] \{B\} \ddot{u}_g \quad (4.67)$$

A equação do n - ésimo modo é, então, dada por:

$$\mathbf{M}_n^* \ddot{Y}_n + 2\xi_n \omega_n \mathbf{M}_n^* \dot{Y}_n + \omega_n^2 \mathbf{M}_n^* Y_n = L_n \ddot{u}_g \quad (4.68)$$

onde

$$\mathbf{M}_n^* = \{\phi_n\}^T [\mathbf{M}] \{\phi_n\} \quad (4.69)$$

$$L_n = -\{\phi_n\}^T [\mathbf{M}] [\mathbf{B}] \quad (4.70)$$

L_n é chamado de fator de participação modal do n - ésimo modo. Dividindo-se a equação 4.68 por $\mathbf{M}_n^*$, a equação modal generalizada para o n - ésimo modo fica dada por:

$$\ddot{Y}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = \left(\frac{L_n}{\mathbf{M}_n^*} \right) \ddot{u}_g \quad (4.71)$$

Uma vez obtido Y_n , o deslocamento devido ao n - ésimo modo é dado por

$$u_n(t) = \phi_n Y_n(t) \quad (4.72)$$

e o deslocamento total devido à combinação de todos os modos de vibração pode ser determinado pelo somatório 4.73 abaixo.

$$u(t) = \sum \phi_n Y_n(t) \quad (4.73)$$

4.8. ANÁLISE POR ESPECTROS DE RESPOSTA

Os modelos estruturais com n graus de liberdade podem ser tratados como n sistemas de um grau de liberdade. Assim, é possível a aplicação dos princípios dos espectros de respostas a sistemas com vários graus de liberdade.

Na maioria das vezes, as respostas modais atingem seus picos em diferentes instantes de tempo. Assim, a máxima resposta não pode ser obtida pela adição da máxima resposta de cada modo. Para contornar esse problema, existem critérios para combinação

das contribuições modais máximas. Os dois métodos mais comumente usados são o da *raiz quadrada da soma dos quadrados* - *SRSS* (“square-root-of-sum-of-squares”) e o *critério da combinação-quadrática-completa* – *CQC* (“quadratic-complete-combination”).

O critério *SRSS* obedece à expressão 4.74. Este método fornece estimativas adequadas de pico de resposta para estruturas com frequências modais de valores bastante espaçados. Já para frequências muito próximas, ele pode fornecer resultados contra a segurança, dado que seus máximos podem ocorrer em instantes de tempo muito próximos.

$$Z = [\sum_{i=1}^N Z_i^2]^{1/2} \quad (4.74)$$

onde

Z é o valor máximo da soma da resposta da grandeza considerada;

Z_i é o valor de pico da grandeza no i ésimo modo;

N é o número total de modos contribuintes.

O critério *CQC* obedece à expressão 4.75, onde ξ_i e ξ_j são os fatores de amortecimento dos modos correspondentes e ρ_{ij} é o coeficiente de correlação, dado por 4.76.

$$Z = [\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Z_i \rho_{ij} Z_j]^{1/2} \quad (4.75)$$

$$\rho_{ij} = \frac{8r_{i,j}^{3/2}(\xi_i + r_{i,j}\xi_j)\sqrt{\xi_i\xi_j}}{(1-r_{i,j}^2)^2 + 4\xi_i\xi_j r_{i,j}(1+r_{i,j}^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2)r_{i,j}^2} \quad (4.76)$$

$$r_{i,j} = \frac{\omega_j}{\omega_i} \quad (4.77)$$

5. EUROCODE 8

Como a norma brasileira NBR 15421, de 2006, não se aplica ao caso deste trabalho, que trata do estudo do efeito das forças sísmicas na estrutura de pontes, optou-se pela utilização da norma europeia EN1998-1/2, o Eurocode 8. A seguir são transcritos desta os principais pontos levados em consideração para os estudos desenvolvidos.

5.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE O SOLO

Os tipos de solo descritos na tabela 5.1 devem ser usados na consideração da influência das condições locais na ação sísmica. A classificação do terreno considerando profundamente a geologia do local deve ser especificada em sua norma nacional.

Tabela 5.1 – Classificação do Terreno. Fonte: EN-1998-1.

Classe do terreno	Descrição	Parâmetros	
		$V_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT}
A	Rocha ou formação geológica que inclua, no máximo, 5 m de material mais fraco à superfície.	> 800	-
B	Depósitos rijos de areia, cascalho ou areia muito dura com uma espessura de, pelo menos, várias dezenas de metros, caracterizada por um aumento gradual das propriedades mecânicas com a profundidade.	360 - 800	>50
C	Depósitos profundos de areia de média a alta densidade, cascalho ou argila dura com espessura entre várias dezenas a muitas centenas de metros.	180 - 360	15 - 50
D	Depósitos soltos de solos não coesivos (com ou sem ocorrência de algumas camadas coesivas brandas) ou depósitos predominantemente coesivos, de fraca a média consistência.	< 180	< 15
E	Perfil de solo consistindo em uma superfície aluvionar, com valores de V_s do tipo C ou D e espessura variando entre 5 m e 20 m, situada sobre um material mais rígido, com $V_s > 800$ m/s.		
S_1	Depósitos de (ou contendo uma camada de pelo menos 10m de espessura) argilas ou siltes brandos com elevado índice de plasticidade ($IP > 40$) e elevado teor de água.	< 100 (indicativo)	-
S_2	Depósitos de solos com potencial de liquefação, argilas sensíveis ou outros perfis de solo que não se encaixem nos itens anteriores		

O terreno deve ser classificado de acordo com a velocidade média da onda de cisalhamento, $V_{s,30}$, calculada conforme a expressão 5.1, se disponível. Caso contrário, o valor de N_{SPT} , número de golpes no *Standard Penetration Test*, deve ser utilizado para tal:

$$V_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{v_i}} \quad (5.1)$$

onde h_i é a espessura, em metros, e v_i a velocidade da onda de cisalhamento da i -ésima formação ou camada, em um total de N existentes nos primeiros 30 m.

Os solos do tipo S_1 e S_2 requerem estudos especiais e não serão aqui tratados.

5.2. ZONAS SÍSMICAS

Os territórios nacionais devem ser subdivididos nas chamadas *zonas sísmicas*, dependendo do risco local. Por definição, o risco intrínseco a cada zona é considerado constante.

Para a maioria das aplicações da EN-1998, o risco é descrito em termos de um único parâmetro: o valor da aceleração de pico no solo característica para o tipo de solo A , a_{gR} . Esse parâmetro é obtido nos mapas de zoneamento sísmico, encontrados nas normas nacionais. Pode-se tomar como exemplo o mapa definido pela NBR 15421 para o zoneamento sísmico brasileiro dado na figura 2.3.

A aceleração de pico característica escolhida pelas autoridades nacionais para cada zona sísmica corresponde a um dado período de retorno de referência, T_{NCR} , da ação sísmica para os requisitos de não colapso (ou, equivalentemente, a probabilidade de excedência de referência em 50 anos, P_{NCR}). Um fator de importância de 1,0 é atribuído a esse período de retorno de referência. Para outros períodos de retorno, a aceleração de projeto na base para o solo do tipo A , a_g , é igual a a_{gR} multiplicada pelo fator de importância, γ_1 .

5.3. ESPECTRO DE RESPOSTA ELÁSTICA

Segundo o Eurocode 8, o movimento sísmico em um determinado ponto da superfície pode ser representado por um espectro de resposta das acelerações provocadas no solo, chamado de *espectro de resposta elástica*. Sua forma é admitida como sendo igual para requisitos de estados limites últimos e de serviço, e a seleção da mesma a ser usada em cada país pode ser encontrada em sua norma nacional, levando em consideração a magnitude dos terremotos principais que contribuem para a definição do risco sísmico do local.

Para as componentes horizontais da ação sísmica, o espectro de resposta elástica, $S_e(T)$ é dado pelas seguintes expressões:

$$0 \leq T \leq T_B : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2,5 - 1) \right] \quad (5.2)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \quad (5.3)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C}{T} \right] \quad (5.4)$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \quad (5.5)$$

onde:

$S_e(T)$ é o espectro de resposta elástica;

T é o período de vibração de um sistema de um grau de liberdade;

a_g é a aceleração na base para o tipo de solo A ($a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR}$);

T_B é o limite inferior do período do trecho de aceleração espectral constante;

T_C é o limite superior do período do trecho de aceleração espectral constante;

T_D é o valor que define o começo do trecho constante de deslocamento da resposta do espectro;

S é o fator do solo;

η é o fator de correção do amortecimento, com valor de referência de $\eta = 1$ para o amortecimento viscoso de 5%.

A figura 5.1 mostra a forma do espectro de resposta elástica definido pela EN-1998.

Figura 5. 1 – Espectro de resposta elástica. Fonte: EN-1998-1.

Os valores de T_B , T_C , T_D e S que descrevem o espectro de resposta elástica dependem do tipo de solo e devem ser definidos, para cada país, por suas normas nacionais. Caso não se considere profundamente as características sismológicas do local, a EN-1998 recomenda a utilização de dois tipos de espectro: Tipo 1 e Tipo 2. O Tipo 2 é definido para locais cujo terremoto de projeto tem uma magnitude preponderante para a definição do sismo de projeto menor ou igual a 5,5 na escala Richter e será utilizado no âmbito deste trabalho.

Tabela 5. 2 – Valores recomendados dos parâmetros que descrevem o Tipo 2 do espectro de resposta elástica horizontal. Fonte: EN-1998-1.

Tipo de solo	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,05	0,25	1,2
B	1,35	0,05	0,25	1,2
C	1,5	0,1	0,25	1,2
D	1,8	0,1	0,3	1,2
E	1,6	0,05	0,25	1,2

A figura 5.2 mostra a forma dos espectros de resposta elástica recomendados para o Tipo 2, normalizados por a_g , para um amortecimento de 5%.

Figura 5. 2 – Espectro de resposta elástica do Tipo 2 para os diferentes tipos de solo. Fonte: EN 1998-1.

O espectro de resposta elástica para deslocamentos, $S_{De}(T)$, pode ser obtido diretamente a partir do espectro de resposta elástica de acelerações, utilizando a expressão 5.6 abaixo, para períodos de vibração de até 4 s:

$$S_{De}(T) = S_e(T) \left[\frac{T}{2\pi} \right]^2 \quad (5.6)$$

Para a componente vertical da ação sísmica, o espectro de resposta elástica, $S_{Ve}(T)$ é dado pelas seguintes expressões:

$$0 \leq T \leq T_B : S_{Ve}(T) = a_{vg} \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 3,0 - 1) \right] \quad (5.7)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_{Ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0 \quad (5.8)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_{Ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0 \left[\frac{T_C}{T} \right] \quad (5.9)$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_e(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3,0 \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \quad (5.10)$$

Tabela 5.3 – Valores recomendados para descrever o espectro de resposta elástica vertical. Fonte: EN-1998-1.

Espectro	a_{vg}/a_g	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
Tipo 2	0,45	0,05	0,15	1,0

5.4. DESLOCAMENTO DO SOLO DE PROJETO

O deslocamento do solo de projeto correspondente à aceleração do solo de projeto pode ser estimado pela expressão 5.11, exceto em casos de informações disponíveis que indiquem outra forma:

$$d_g = 0,0625 \cdot a_g \cdot S \cdot T_C \cdot T_D \quad (5.11)$$

com a_g , S , T_C e T_D definidos anteriormente.

5.5. ESPECTRO DE PROJETO PARA ANÁLISE ELÁSTICA

Para evitar uma explícita análise estrutural inelástica no projeto, a capacidade da estrutura de dissipar energia (através, principalmente, do comportamento dúctil de seus elementos ou outros mecanismos) é levada em consideração, procedendo-se a uma análise elástica baseada em um espectro de resposta reduzido em relação ao espectro de resposta elástica apresentado anteriormente. Esse espectro é chamado de *espectro de projeto* e essa redução é feita através da introdução do fator de comportamento q .

O fator q é uma aproximação da relação das forças sísmicas às quais a estrutura seria submetida se a resposta fosse totalmente elástica com 5% de amortecimento viscoso, com as forças sísmicas que devem ser usadas no projeto, para um modelo convencional de análise elástica, garantindo uma resposta satisfatória da estrutura. Os valores de q são dados para vários materiais e sistemas estruturais, de acordo com a classe relevante de ductilidade, como mostrado na tabela 5.4. Ele pode ser diferente nas direções horizontais da estrutura, embora a classificação de ductilidade seja a mesma em todas as direções.

Tabela 5. 4 – Valores do fator de comportamento q , segundo o Eurocode 8. Fonte: Soares (2015).

Descrição do Elemento	Comportamento Sísmico (q)	
	Ductilidade Limitada	Dúctil
Pilares de concreto armado:		
Pilares verticais sob flexão	1,5	$3,5 \lambda(\alpha_s)$
Escoras inclinadas sob flexão	1,25	$2,1 \lambda(\alpha_s)$
Pilares em aço:		
Pilares verticais sob flexão	1,5	3,5
Escoras inclinadas sob flexão	1,2	2,0
Pilares com contraventamento	1,5	2,5
Pilares com contraventamento excêntrico	-	3,5
Encontros conectados rigidamente ao tabuleiro:		
Em geral	1,5	1,5
Encontros enterrados de forma que toda a ponte acompanha o movimento horizontal do terreno ("locked-in structures")	1,5	1,0
Arcos:		
Em geral	1,2	2,0
$\alpha_s = L_s/h$ é a razão de cisalhamento de vão do pilar, onde L_s é a distância entre a rótula plástica e o ponto de momento zero e h é a altura da seção transversal na direção de flexão da rótula plástica, Para $\alpha_s \geq 3,0$, $\lambda(\alpha_s) = 1,0$ Para $3,0 > \alpha_s \geq 1,0$, $\lambda(\alpha_s) = \sqrt{\alpha_s/3,0}$		

Para as componentes horizontais da ação sísmica, o espectro de projeto, $S_d(T)$, é definido pelas seguintes expressões:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (5.12)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (5.13)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) = \begin{cases} a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (5.14)$$

$$T_D \leq T : S_d(T) = \begin{cases} a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (5.15)$$

onde:

a_g , S , T_C e T_D são os definidos anteriormente;

$S_d(T)$ é o espectro de projeto;

q é o fator de comportamento;

β é o fator limite inferior para o espectro de projeto horizontal, definido nas normas nacionais para cada país. Seu valor recomendado é de 0,2.

5.6. REPRESENTAÇÃO PELO HISTÓRICO DE ACELERAÇÕES NO TEMPO

O movimento sísmico também pode ser representado em termos do histórico no tempo de acelerações no solo, os chamados *acelerogramas*, e por outras quantidades relacionadas (velocidade e deslocamento). No caso de modelos estruturais espaciais, o mesmo acelerograma não pode ser usado simultaneamente para as duas direções horizontais.

Para algumas aplicações, a descrição do movimento sísmico pode ser feita utilizando acelerogramas artificiais, que devem ser gerados de forma a cobrir o espectro de projeto do solo para um amortecimento viscoso de 5%. Sua duração deve ser consistente com a magnitude e outras características relevantes do terremoto.

Quando dados específicos do terreno não estiverem disponíveis, a duração mínima, T_s , da parte estacionária do acelerograma, deve ser igual a 10 s. Devem ser utilizados no mínimo três acelerogramas. Na gama de períodos entre $0,2 T_1$ e $2 T_1$, onde T_1 é o período fundamental da estrutura na direção na qual o acelerograma será aplicado, nenhum valor médio do espectro de resposta elástica de 5% de amortecimento, calculado a partir de todos os acelerogramas, deve ser menor que 90% do valor correspondente ao espectro de projeto com 5% de amortecimento.

6. ESPECTROS DE OUTRAS NORMAS

6.1. AASHTO (2009,2010)

O espectro elástico recomendado pela AASHTO - *American Association of State Highway And Transportation Officials* - tem a forma da figura 6.1 abaixo.

Figura 6. 1 – Espectro de resposta elástica para $\zeta = 5\%$. Fonte: AASHTO.

F_a é o coeficiente de influência do terreno local para períodos pequenos, F_v para períodos longos e F_{pga} para período zero, determinados a partir da classificação geotécnica do local, conforme especificado na Tabela 6.1, onde

$$\bar{v}_s = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{v_{si}}} \quad (6.1)$$

$$\bar{N} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{N_i}} \quad (6.2)$$

Sendo h_i e N_i a profundidade e o SPT de cada camada considerada, respectivamente.

Tabela 6. 1 – Classificação do solo local. Fonte: Adaptado por SOARES (2015).

Classe	Tipo de Solo e Perfil Geotécnico				Observações
	Tipo	$\bar{v}_s$	$\bar{s}_u$	$\bar{N}$	
A	Rocha sã	$v_s > 1525 \text{ m/s}$	-	-	
B	Rocha	$760 \text{ m/s} < v_s < 1525 \text{ m/s}$	-	-	
C	Solo muito rígido e rocha alterada	$365 \text{ m/s} < v_s < 760 \text{ m/s}$	-	$N > 50$	
D	Solo rígido	$180 \text{ m/s} < v_s < 365 \text{ m/s}$	$50 \text{ kN/m}^2 < s_u < 100 \text{ kN/m}^2$	$15 < N < 50$	
E	Solo mole	$v_s < 180 \text{ m/s}$	$s_u < 50 \text{ kN/m}^2$	$N < 15$	ou qualquer perfil com mais que 3m de argila mole com índice de plasticidade superior a 20, umidade superior a 40% e $s_u < 25 \text{ kN/m}^2$
F	Solos que necessitam avaliação específica, como turfas ou argilas muito orgânicas com $H > 3\text{m}$, argilas muito plásticas com $H > 7,6\text{m}$ e índice de plasticidade superior a 75 ou camadas argilosas muito espessas com $H > 36\text{m}$				

No caso da presença simultânea de solos não coesivos e coesivos nos três primeiros metros do solo, deve-se utilizar as expressões 6.3 e 6.4, onde h_s é a camada total de solo não coesivo, N_{chi} é o SPT da camada considerada, h_c é a camada total de solo coesivo e s_{ui} é o valor da resistência não drenada da camada considerada.

$$\overline{N_{ch}} = \frac{h_s}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{N_{chi}}} \quad (6.3)$$

$$\overline{s_u} = \frac{h_c}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{s_{ui}}} \quad (6.4)$$

Tabela 6. 2 – Valores de F_a . Fonte: Adaptado por SOARES (2015).

Classe do Terreno	Coeficiente de Aceleração Espectral para período de 0,2 s (S_s)				
	$S_s<0,25$	$S_s=0,5$	$S_s=0,75$	$S_s=1,00$	$S_s>1,25$
A	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
B	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
C	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0
D	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0
E	2,5	1,7	1,2	0,9	0,9
F	Necessária análise específica das condições locais				
Interpolar para obter valores intermediários de S_s					

Tabela 6. 3 – Valores de F_v . Fonte: Adaptado por SOARES (2015).

Classe do Terreno	Coeficiente de Aceleração Espectral para período de 1 s (S ₁)				
	S ₁ <0,1	S ₁ =0,2	S ₁ =0,3	S ₁ =0,4	S ₁ >0,5
A	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
B	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
C	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3
D	2,4	2,0	1,8	1,6	1,5
E	3,5	3,2	2,8	2,4	2,4
F	Necessária análise específica das condições locais				
Interpolar para obter valores intermediários de S ₁					

Tabela 6. 4 – Valores de F_{pga} . Fonte: Adaptado por SOARES (2015).

Classe do Terreno	Aceleração Horizontal de Pico (PGA)				
	PGA<0,1	PGA=0,2	PGA=0,3	PGA=0,4	PGA>0,5
A	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
B	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
C	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0
D	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0
E	2,5	1,7	1,2	0,9	0,9
F	Necessária análise específica das condições locais				
Interpolar para obter valores intermediários de PGA					

O espectro elástico de projeto é construído a partir do coeficiente sísmico, C_{sm} :

$$T \leq T_0 : C_{sm} = A_s + (S_{DS} - A_s)(T_m/T_0)$$

$$A_s = F_{pga}PGA$$

$$S_{DS} = F_a S_s \quad (6.5)$$

$$T_0 = 0,2 T_s$$

$$T_s = S_{D1}/S_{DS}$$

$$T_0 \leq T \leq T_s: C_{sm} = S_{DS} \quad (6.6)$$

$$T > T_s: C_{sm} = S_{D1}/T_m \quad (6.7)$$

onde T_m é o período de vibração do modo de ordem m , T_0 é o período de referência utilizado para definir a forma do espectro e T_s é o período em que o espectro passa a ser inversamente proporcional ao período.

6.2. CALTRANS (2006)

A CALTRANS (2006) - *California Department of Transportation* - possui algumas curvas padrão de espectro de resposta de aceleração em seu anexo. Essa curva deve ser utilizada em conjunto com a aceleração de pico na rocha (PGA). A curva deve ser escolhida com base na classificação do terreno, como mostra a tabela 6.5.

Tabela 6. 5 – Classificação do terreno. Fonte: Adaptado por SOARES (2015).

Classe	Tipo de Solo e Perfil Geotécnico				Observações
	Tipo	$\bar{v}_s$	$\bar{s}_u$	$\bar{N}$	
A	Rocha sã	$v_s > 1525 \text{ m/s}$	-	-	
B	Rocha	$760 \text{ m/s} < v_s < 1500 \text{ m/s}$	-	-	
C	Solo muito rígido e rocha alterada	$360 \text{ m/s} < v_s < 760 \text{ m/s}$	$s_u \geq 100 \text{ kN/m}^2$	$N > 50$	
D	Solo rígido	$180 \text{ m/s} < v_s < 360 \text{ m/s}$	$50 \text{ kN/m}^2 < s_u < 100 \text{ kN/m}^2$	$15 < N < 50$	
E	Solo mole	$v_s < 180 \text{ m/s}$	$s_u < 50 \text{ kN/m}^2$	$N < 15$	ou qualquer perfil com mais que 3m de argila mole com índice de plasticidade superior a 20, umidade superior a 40% e $s_u < 25 \text{ kN/m}^2$
F	Solos que necessitam avaliação específica, como turfas ou argilas muito orgânicas com $H > 3 \text{ m}$, argilas muito plásticas com $H > 7,6 \text{ m}$ e índice de plasticidade superior a 75 ou camadas argilosas muito espessas com $H > 36 \text{ m}$

Figura 6.2 – Espectro de projeto elástico para solo perfil B e magnitude $6,5 \pm 0,25$, $\zeta = 5\%$. Fonte: SOARES (2015).

6.3. NCSE-02 (2009)

A *Norma de Construcción Sismorresistente*, NCSE-02 (2009), da Espanha, estabelece um espectro normalizado de resposta elástica, para acelerações horizontais, com amortecimento crítico de $\zeta = 5\%$, definido por:

$$T \leq T_A : \alpha(T) = 1 + 1,5(T/T_A) \quad (6.8)$$

$$T_A \leq T \leq T_B : \alpha(T) = 2,5 \quad (6.9)$$

$$T > T_B : \alpha(T) = K C / T \quad (6.10)$$

sendo:

$\alpha(T)$ o valor do espectro normalizado de resposta elástica;

T o período de vibração, em segundos;

K o coeficiente de contribuição;

C o coeficiente do terreno, que leva em conta as características geotécnicas do local, definido na tabela 6.6;

T_A e T_B são períodos característicos do espectro de resposta, dados por:

$$T_A = KC/10 \quad (6.11)$$

$$T_B = KC/2,5 \quad (6.12)$$

Figura 6. 3 – Espectro de resposta elástica. Fonte: NCSE-02.

A classificação do terreno, segundo esta norma, é feita da seguinte forma:

- Terreno tipo I: Rocha compacta, solo cimentado ou granular muito denso. Velocidade de propagação das ondas elásticas ou de cisalhamento, $v_s > 750 \text{ m/s}$.
- Terreno tipo II: Rocha muito fraturada, solos granulares densos ou coesivos duros. $750 \text{ m/s} \geq v_s > 400 \text{ m/s}$.
- Terreno tipo III: Solo granular de compactidade média, solo coesivo de consistência firme a muito firme. $400 \text{ m/s} \geq v_s > 200 \text{ m/s}$.
- Terreno tipo IV: Solo granular de baixa compactidade ou solo coesivo de consistência mole. $v_s \leq 200 \text{ m/s}$.

Tabela 6. 6 – Coeficientes do terreno. Fonte: NCSE-02.

Tipo de terreno	Coeficiente C
I	1,0
II	1,3
III	1,6
IV	2,0

7. GERAÇÃO DE ACELEROGRAMAS ARTIFICIAIS

Considerando o caráter estocástico dos terremotos e a fim de se garantir a segurança de estruturas com diferentes frequências naturais, a análise no domínio do tempo requer conjuntos estatisticamente independentes de acelerogramas para as direções horizontais e verticais que se ajustem ao espectro de resposta de projeto.

Não é recomendado o uso indiscriminado de registros reais de acelerações na análise temporal, já que é pouco provável que exista um conjunto suficiente de registros de terremotos disponível para ser aplicado a um local específico. Além disso, valores irregulares sobre pequenos intervalos exigiriam uma precisão que não seria razoável na determinação do período fundamental da estrutura.

Uma possível solução é a geração de registros artificiais que se adequem ao local de implantação do projeto, de forma que fiquem consistentes com as características de sismos reais e estejam de acordo com o espectro de norma. Chamam-se de *terremotos artificiais* os acelerogramas que são compatíveis com um espectro de projeto, ou seja, os espectros de resposta que serão obtidos a partir deles devem ser aproximadamente iguais ao espectro regulamentar em questão.

No presente trabalho será apresentada uma metodologia para a obtenção de acelerogramas artificiais a partir de um espectro de projeto definido pelo EUROCODE 8 (EN-1998-1). Foi desenvolvido um programa em linguagem computacional JAVA para a geração dos mesmos, cuja rotina de cálculo é mostrada em anexo.

O espectro de potência pode ser utilizado para definir grandezas relacionadas com a resposta da estrutura. Um dos passos fundamentais da análise estocástica consiste em relacionar o espectro de potência da excitação com o espectro de potência da resposta.

A expressão 7.1 permite relacionar o espectro de potência da excitação com o espectro de potência da resposta:

$$S_Y(\omega) = H(\omega)H^*(\omega)S_X(\omega) = |H(\omega)|^2S_X(\omega) \quad (7.1)$$

$$H(\omega) = \frac{\omega_n^2 + i2\zeta\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + i2\zeta\omega\omega_n} \quad (7.2)$$

onde:

$H(\omega)$ é a função de transferência entre a variável que define a excitação e a variável escolhida para medir a resposta;

$H^*(\omega)$ é a função conjugada $H(\omega)$;

ζ é o coeficiente de amortecimento;

ω_n é a frequência natural de vibração;

$S_X(\omega)$ é o espectro de potência da excitação;

$S_Y(\omega)$ é o espectro de potência da resposta.

Dado que um processo estacionário pode ser expandido em uma série harmônica, admite-se que um acelerograma sísmico (processo estocástico) pode ser representado por meio da superposição de componentes harmônicas, em uma faixa de frequências típica de sismos reais.

A expressão 7.3 para a geração de acelerogramas artificiais foi proposta por LEVY e WILKINSON (1976), em forma ligeiramente diferente:

$$\ddot{u}_g(t) = F(t) \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (7.3)$$

onde:

$\ddot{u}_g(t)$ é o histórico no tempo de acelerações no solo para o sismo artificial gerado;

N é o número de termos considerados na série harmônica;

A_i é a amplitude de cada termo da série harmônica, determinada por meio de um processo iterativo;

ω_i são as frequências consideradas na série harmônica;

φ_i são os ângulos de fase de cada série harmônica, gerados aleatoriamente;

$F(t)$ é a função envoltória responsável por imprimir um caráter não estacionário ao acelerograma, definida a seguir.

Algumas características de terremotos de grande intensidade podem ser bem representadas, para sistemas elásticos amortecidos, por um modelo de *ruído branco*, apesar de o conteúdo de frequência se tornar impreciso. AZEVEDO (2011) define teoricamente o ruído branco (*White Noise*) como sendo um processo estacionário de banda larga que tem igual contribuição em todas as frequências. Esse

conceito pode ser utilizado para inferir características da resposta de sistemas quando submetidos a processos de banda larga.

É possível se obter um processo gaussiano estacionário, filtrando-se o conteúdo de frequências de um sinal de ruído branco, aplicando uma função densidade de espectro de potência que lhe proporcione características específicas de frequências. Uma forma de se modelar a porção central dos acelerogramas é utilizar para isso um trecho desse processo com densidade espectral derivada do espectro de velocidades, não sendo satisfatório, porém, para o caso de movimentos que possuam longa duração e baixa intensidade. Para isso seria necessário um modelo de processo não estacionário.

Pode-se recorrer a um método mais simples de simulação de um processo não estacionário que consiste na multiplicação de um processo estacionário por uma função envoltória, função do tempo, responsável por levar em consideração os trechos de crescimento e de atenuação da amplitude do movimento.

A função envoltória empregada na modelação do acelerograma deve ser temporal e representar as fases características dos sismos reais no tempo: início crescente a partir do repouso; região de movimento intenso na qual se atinge a intensidade máxima do movimento; e intensidade decrescente até o repouso novamente.

Para efeito deste trabalho será utilizado um modelo simples, trapezoidal, conforme mostra a figura 7.1.

Figura 7. 1 – Função envoltória trapezoidal. Fonte: Autor.

$$F(t) = \begin{cases} a_{\max} \frac{t}{t_I}, & 0 \leq t \leq t_I \\ a_{\max}, & t_I \leq t \leq t_{II} \\ a_{\max} \frac{(t-t_f)}{(t_{II}-t_f)}, & t_{II} \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (7.4)$$

onde:

$a_{\text{máx}}$ é a amplitude máxima de aceleração, que normaliza a função envoltória;

t_I é o instante de tempo que corresponde ao final do trecho crescente;

t_{II} é o instante de tempo que corresponde ao início do trecho decrescente.

Estima-se a amplitude máxima do acelerograma a partir da aceleração característica de projeto no local de interesse. Os instantes de tempo t_I e t_{II} podem variar com a magnitude do sismo, com a proximidade da falha, com a duração do evento e com o local onde será aplicado o acelerograma gerado.

Segundo SÓLNES (1997), é possível demonstrar-se que

$$E[x^2] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N A_i^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(\omega) d\omega \quad (7.5)$$

Assim, o processo aleatório (acelerograma) pode ser representado pela sobreposição de um grande número de componentes harmônicas com amplitudes obtidas a partir da discretização da integral 7.5. A amplitude de cada harmônico pode ser obtida por meio da seguinte expressão:

$$A_i = \sqrt{2S_X(\omega_i)\delta\omega_i} \quad (7.6)$$

onde,

A_i é a amplitude inicial do termo i da série harmônica;

$\delta\omega_i$ é a banda de influência da frequência ω_i , em rad/s, dada por:

$$\delta\omega_i = \omega_i - \omega_{i-1} \quad (7.7)$$

Assim, para se gerar um sinal artificial, estacionário, basta dividir-se o espectro de potência em um número elevado de bandas de largura $\delta\omega$. A cada uma das bandas associa-se um valor do espectro de potência definido por meio do valor espectral para a frequência central da banda $S_X(\omega_i)$, que será definido adiante.

Com esta informação é possível calcular a amplitude associada à harmônica de frequência ω_i . A série final é obtida pela sobreposição das N harmônicos, associando a

cada harmônico um ângulo de fase φ_i , gerado aleatoriamente, obedecendo a uma distribuição uniforme de probabilidade entre 0 e 2π .

Não existe nenhum processo que permita calcular diretamente as funções de densidade espectral de potência (espectros de potência) a partir dos espectros de resposta. Porém, como existem processos que permitem obter os espectros de resposta a partir dos espectros de potência, é possível determinar o espectro de potência pretendido mediante um processo iterativo, resumido na figura 7.2. Este processo consiste na sucessiva correção de um espectro de potência inicialmente estimado, sendo as correções baseadas na comparação do espectro de resposta associado ao espectro de potência obtido em cada iteração, com o espectro de projeto representativo da ação sísmica que se pretende reproduzir.

Os acelerogramas devem cobrir os espectros de projeto em uma larga gama de frequências, o que deixa a análise mais conservadora. Para isso, deve-se modificar o sinal sísmico obtido anteriormente, no domínio da frequência, de forma que seu espectro de resposta seja ajustado ao espectro de projeto. É necessário obterem-se os valores no tempo de um processo gaussiano já modificado por uma função envoltória e, a partir de um processo iterativo, corrigir o conteúdo de amplitudes do sinal até que esteja ajustado ao espectro de projeto. O caráter aleatório se dá pela geração dos ângulos de fase a partir de uma distribuição uniforme de probabilidade entre 0 e 2π , como já mencionado anteriormente. Na metodologia adotada para a geração de acelerogramas artificiais, foi utilizada a expressão 7.3 definida anteriormente.

Estima-se um valor inicial para as amplitudes das séries harmônicas (A_i da expressão 7.3), mediante a expressão 7.8, como forma de se atingir a convergência mais rapidamente no processo de iteração e também para se garantir ao sismo gerado características mais fiéis às desejadas, submetendo-o a uma menor alteração das suas características iniciais durante o processo de ajuste.

A estimativa inicial do conteúdo de frequências deve procurar ser a mais próxima possível daquela desejada após o processo de ajuste ao espectro de norma. Assim, aplica-se sobre o ruído branco um filtro de frequências que lhe imponha, de partida, características próximas às dos sismos reais previstos para a localidade de interesse. Este filtro pode ser um espectro de potência estimado para a região, já considerando as propriedades do terreno local e de amortecimento da estrutura a ser analisada.

$$A_{i,0} = \sqrt{2S(\omega_i)\delta\omega_i} \quad (7.8)$$

onde,

$A_{i,0}$ é a amplitude inicial do termo i da série harmônica;

$S(\omega_i)$ é o espectro de potência da aceleração de um processo gaussiano estacionário, dado por:

$$S(\omega_i) = \frac{\xi}{\pi\omega_i} [S_a^T(\omega_i)]^2 \frac{1}{\ln\left[-\frac{\pi}{\omega_i t_f} \ln[1-P]\right]} \quad (7.9)$$

onde:

$S_a^T(\omega_i)$ é a pseudo-aceleração espectral de projeto para a frequência ω_i ;

P é a probabilidade de excedência admitida.

A partir da estimativa inicial, LEVY e WILKINSON (1976) propõem um processo iterativo a fim de se obter uma boa concordância entre o espectro de resposta da ação sísmica e o espectro de projeto. Ele consiste na determinação dos coeficientes A_i a partir da expressão 7.10:

$$A_{i,k+1} = A_{i,k} \frac{S_a^T(\omega_i)}{S_{a,k}(\omega_i)} \quad (7.10)$$

onde:

$A_{i,k}$ é a amplitude do termo i da série harmônica, na iteração k ;

$S_{a,k}(\omega_i)$ é a pseudo-aceleração espectral para a frequência natural ω_i , obtida no cálculo da resposta dinâmica ao sinal sísmico resultante da iteração k .

Figura 7. 2 – Síntese do processo adotado para a geração de acelerogramas artificiais. Fonte: Autor.

O Eurocode 8 e a NBR 15421:2006 não estabelecem nenhum requisito para a duração dos acelerogramas que serão aplicados ao projeto. A norma canadense CSA N289.3, por sua vez, estabelece uma duração total mínima de 15 s, que será respeitada no presente trabalho.

Como sugerido por RODRIGUES (2012), foi utilizada uma função linear para definir os incrementos de frequência de maneira não uniforme, que depende somente dos limites do intervalo de frequência considerado.

$$f_i = f_{i-1} + \delta f_i \quad (7.11)$$

onde:

f_i é a i ésima frequência do conjunto;

δf_i é o i ésimo incremento de frequência.

Dado um intervalo de frequências Δf , este será dividido em $N-1$ trechos determinados pela função de incremento, no intervalo de 1 até N , do qual se conhecem apenas os valores extremos de frequência. Assim:

$$\delta f_i = \frac{2\Delta f}{N(N-1)} \cdot i \quad (7.12)$$

com:

$$\Delta f = f_N - f_1 \quad (7.13)$$

Essa função é adotada como forma de tentar minimizar o problema de discretização dos resultados em termos de períodos e de frequências das estruturas. Caso, visando a uma facilidade nos cálculos, se tivesse discretizado a faixa das frequências a fim de se obterem intervalos iguais, não se obteria um conjunto de períodos equivalentes cujo espaçamento fosse adequado, pois, como o período é o inverso da frequência, seria obtida uma concentração de pontos para períodos baixos e uma escassez para altos.

A seleção do incremento de tempo utilizado nos processos de integração numérica no domínio do tempo é feita baseando-se no conteúdo de frequências da ação sísmica e na frequência limite superior de interesse (ou menor período, T_{min}). Adota-se, no geral:

$$\delta t \leq \frac{T_{min}}{10} \quad (7.14)$$

Além disso, certas normas exigem um limite mínimo de 50 Hz para a frequência dada pela expressão 7.15, a frequência de Nyquist, o que corresponde a um intervalo mínimo de tempo de 0,01 s.

$$f_{nyq} = \frac{1}{2\delta t} \quad (7.15)$$

7.1. Correção por mínimos quadrados para base não nula

Os históricos de velocidades e deslocamentos obtidos a partir dos acelerogramas, podem se distanciar bastante do esperado, como mostrado em RODRIGUES (2012). O principal problema é que os valores finais desses históricos são diferentes de zero, o que permite concluir que há um desvio na linha de base dos mesmos. O deslocamento final deve ser imposto como zero, já que se admitiu uma resposta elástica do sistema, ou seja, que após o sismo ele voltaria à condição indeformada.

No presente trabalho essa correção foi feita pelo método dos mínimos quadrados com base não nula, conforme as equações (7.16) e (7.17) abaixo.

$$\ddot{u}_g^C = \ddot{u}_g(t) + \bar{a}(t) \quad (7.16)$$

$$\bar{a}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (7.17)$$

sendo a_n o coeficiente de ordem n do polinômio.

Foram utilizados os resultados obtidos no trabalho de RODRIGUES (2012), mostrados abaixo:

$$a_0 = \frac{-g_0(S_2 S_4 - S_3^2) + g_1(S_1 S_4 - S_2 S_3) - g_2(S_1 S_3 - S_2^2)}{S_0(S_2 S_4 - S_3^2) - S_1^2 S_4 + 2S_1 S_2 S_3 - S_2^3} \quad (7.18)$$

$$a_1 = \frac{g_0(S_1 S_4 - S_2 S_3) - g_1(S_0 S_4 - S_2^2) + g_2(S_0 S_3 - S_1 S_2)}{S_0(S_2 S_4 - S_3^2) - S_1^2 S_4 + 2S_1 S_2 S_3 - S_2^3} \quad (7.19)$$

$$a_2 = \frac{-g_0(S_1 S_3 - S_2^2) - g_1(S_0 S_3 - S_1 S_2) - g_2(S_0 S_2 - S_1^2)}{S_0(S_2 S_4 - S_3^2) - S_1^2 S_4 + 2S_1 S_2 S_3 - S_2^3} \quad (7.20)$$

onde:

$$S_k = \sum_{i=1}^n t_i^k, \quad (k = 0, 1, 2, 3, 4) \quad (7.21)$$

$$g_j = \sum_{i=1}^n t_i^j \ddot{u}_g(t_i), \quad (j = 0, 1, 2) \quad (7.22)$$

sendo t_i o instante de tempo, que varia de 0 à t_f .

Figura 7. 3 – Gráfico da correção da aceleração, de 0 a t_f . Fonte: Autor.

8. PROGRAMA EM JAVA

A partir do que já foi exposto anteriormente, será apresentada aqui uma aplicação do programa desenvolvido em linguagem computacional JAVA para a geração de acelerogramas artificiais a partir de um espectro de projeto definido no Eurocode (EN-1998-1), conforme mostrado no capítulo 5 e cuja rotina de cálculo está apresentada em anexo. Posteriormente, será recuperado o espectro de resposta a partir dos gráficos de aceleração gerados, com o objetivo de compará-lo com o espectro de projeto usado como referência.

Neste exemplo, será considerado um terremoto de magnitude moderada. Isso implica que a forma a ser considerada para o espectro usado na análise será a do Tipo 2 definida no Eurocode 8. O Tipo 2 é recomendado para lugares onde os sismos que mais contribuem para o risco definido no local tenham uma magnitude máxima de 5.5 na escala Richter.

Foi gerado um sismo artificial, chamado de sismo 1, que simula um terremoto adequado para o dimensionamento sísmico no território de Portugal. A simulação foi feita para um terreno classe A e para a Zona Sísmica A, sendo, portanto, adotada uma aceleração de projeto de $1,6 \text{ m/s}^2$, como mostrado na tabela 8.1.

Figura 8. 1 – Zoneamento sísmico do território português. Fonte: GUERREIRO (1998).

Tabela 8. 1 – Valores da aceleração de solo de projeto para Portugal. Fonte: GUERREIRO (1998).

Zona Sísmica	Ação sísmica Tipo 2
	a_g (m/s ²)
A	1,6
B	1,1
C	0,8
D	0,5

No programa, foram utilizados como dados de entrada o valor de $t_f = 15$ s para a duração total, $t_I = 2,5$ s e $t_{II} = 5$ s, conforme definidos anteriormente. As componentes de frequência utilizadas para gerar e ajustar os acelerogramas são aquelas contidas entre $f_1 = 0,2$ Hz e $f_N = 33$ Hz. Foi estipulado um total de 400 valores de frequência distribuídos no domínio de maneira não uniforme.

O incremento de tempo adotado foi de $\delta t = 0,01$ s, sendo o sismo 1 discretizado no tempo com 1500 pontos no total. O espectro de potência foi calculado com uma probabilidade de excedência de $P=10\%$, correspondente a um período de retorno de 475 anos, valor recomendado pelo Eurocode 8, e um fator de comportamento $q = 1,5$, considerando-se um comportamento limitadamente dúctil, conforme mostra a tabela 5.4. Foram gerados 10 acelerogramas diferentes para estes dados de entrada, conforme mostrado na figura 8.2.

Figura 8. 2 – Exemplo de 10 acelerogramas gerados no programa desenvolvido. Fonte: Autor.

Figura 8.3 – Dados de entrada do programa: Zonas Sísmicas. Fonte: Autor.

Classificação do terreno

Classe do terreno: A

Classe do terreno	Descrição	Parâmetros	
		$V_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT}
A	Rocha ou formação geológica que inclua, no máximo, 5 m de material mais fraco à superfície.	> 800	-
B	Depósitos rijos de areia, cascalho ou areia muito dura com uma espessura de, pelo menos, várias dezenas de metros, caracterizada por um aumento gradual das propriedades mecânicas com a profundidade.	360 - 800	>50
C	Depósitos profundos de areia de média a alta densidade, cascalho ou argila dura com espessura entre várias dezenas a muitas centenas de metros.	180 - 360	15 - 50
D	Depósitos soltos de solos não coesivos (com ou sem ocorrência de algumas camadas coesivas brandas) ou depósitos predominantemente coesivos, de fraca a média consistência.	< 180	< 15
E	Perfil de solo consistindo em uma superfície aluvionar, com valores de V_s do tipo C ou D e espessura variando entre 5 m e 20 m, situada sobre um material mais rígido, com $V_s > 800$ m/s.		
S ₁	Depósitos de (ou contendo uma camada de pelo menos 10m de espessura) argilas ou siltes brandos com elevado índice de plasticidade (IP>40) e elevado teor de água.	< 100 (indicativo)	-
S ₂	Depósitos de solos com potencial de liquefação, argilas sensíveis ou outros perfis de solo que não se encaixem nos itens anteriores		

Ok Cancelar

Figura 8.4 – Dados de entrada do programa: Classificação do terreno. Fonte: Autor.

Figura 8. 5 – Tela de saída do programa desenvolvido. Fonte: Autor.

Figura 8. 6 – Comparação entre o Espectro de Projeto do Eurocode 8 e o Espectro de Resposta recuperado a partir de um dos acelerogramas artificiais gerados pelo programa. Fonte: Autor.

A figura 8.6 mostra a comparação do espectro de resposta calculado a partir de um acelerograma gerado na aplicação do programa desenvolvido e o espectro de projeto do Eurocode 8. Vale notar que a recuperação de espectros a partir de acelerogramas não será gerar um espectro idêntico ao de projeto, utilizado como dado de entrada, mas se deseja obter um que seja tão próximo quanto possível deste.

O espectro calculado atende ao critério regulamentar que impõe que nenhum valor do espectro de resposta elástica médio com 5% de amortecimento, calculado a partir de todos os registros no tempo, pode ser inferior a 90% do valor correspondente do espectro de resposta elástica regulamentar com 5% de amortecimento.

9. ESTUDO DE CASO

Adotou-se como estudo de caso uma estrutura baseada no viaduto de Alverca, do tipo *flyover*, que pertence à Linha do Norte da Rede Ferroviária Portuguesa, mostrado na figura 9.1.

Figura 9. 1 – Parte do Flyover de Alverca, viaduto Norte. Fonte: MALVEIRO et Al. (2013).

O viaduto é composto por uma série de vãos simplesmente apoiados, variando entre 16,5 m, 17,5 m e 21 m, apoiados por pilares com alturas variáveis entre 5 m e 15 m.

O tabuleiro é constituído de perfis pré-moldados “U” e de placas também pré-moldadas, formando uma seção caixão. As placas servem de forma para o concreto moldado “in loco” que compõe o tabuleiro, sendo a placa e o concreto monoliticamente ligados por meio de treliças de aço. Sobre os pilares, de seção 2 m x 1 m, são utilizados aparelhos de apoio de neoprene, nos quais se apoia o tabuleiro da ponte. A seção transversal é mostrada na figura 9.2.

No caso deste estudo, foram adotadas as seguintes propriedades mecânicas e geométricas referentes às seções do tabuleiro e pilares:

Viga pré-fabricada e pilares

Adotou-se um concreto com resistência característica à compressão, f_{ck} , de 45 MPa que corresponde a um módulo de elasticidade médio de 36 GPa.

Laje moldada in loco e guarda-lastro

Tanto para a pré-laje quanto para a laje, foi adotado um concreto de $f_{ck} = 30$ MPa que possui um módulo de elasticidade médio de 33 GPa.

9.1. Modelagem

Os apoios de cada vão são fixos na direção transversal, enquanto na direção longitudinal os apoios são alternadamente fixos. Como todos os vãos são simplesmente apoiados e desconectados um dos outros, para simplificação das análises, foi modelado, no “software” de elementos finitos ADINA – *Automatic Dynamic Incremental Nonlinear*

Analysis, apenas um vão, de 21 m, apoiado em pilares com 10 m de altura. Os pilares foram considerados tendo como fundação sapatas isoladas de grandes dimensões, sendo modelados como engastados em sua base. Isso foi feito já que não se considerou a interação entre solo e fundação neste trabalho.

Para a análise modal da ponte, foi elaborado um modelo de alta hierarquia, com utilização de elementos de casca (exceto pelos pilares, que foram modelados com elementos de barras), mostrado na figura 9.3. As espessuras adotadas na modelagem são mostradas na figura 9.4. A massa total do vão modelado foi de 706 t.

Figura 9. 3 – Modelo de alta hierarquia de um vão de 21 m no ADINA. Fonte: Autor.

Figura 9. 4 – Espessuras adotadas na modelagem no ADINA. Fonte: MALVEIRO et Al. (2013).

A seguir, para a análise da resposta dinâmica da ponte submetida a uma excitação provocada por um terremoto, foi feito um modelo unifilar, no qual os elementos foram modelados como barras, com as propriedades de massa e inércia atribuídas de forma a representar a estrutura original, conforme mostrado na figura 9.5.

Figura 9. 5 – Modelo unifilar do vão de 21 m no ADINA. Fonte: Autor.

A análise espectral foi feita com a aplicação de um espectro de projeto do Eurocode, conforme apresentado anteriormente, ao modelo unifilar previamente processado com seu peso próprio, conforme mostram as figuras 9.6 e 9.7.

Figura 9. 6 – Exemplo de um espectro de projeto de excitação do modelo. Fonte: Autor.

Figura 9. 7 – Espectro aplicado ao modelo. Fonte: Autor.

Para a análise no domínio do tempo foi utilizada a saída do programa desenvolvido em JAVA. Para um mesmo espectro, foram gerados 10 acelerogramas e cada um deles foi aplicado ao modelo como uma função temporal, com passo de tempo de 0,01 s, tratada como uma excitação de suporte pelo ADINA, conforme mostram as figuras 9.8 e 9.9 a seguir. Os resultados de cada análise foram, então, extraídos do modelo processado e a média dos mesmos foi comparada aos resultados obtidos pela análise com espectro de projeto.

Figura 9. 8 – Exemplo de um acelerograma de excitação do modelo. Fonte: Autor.

Figura 9. 9 – Aplicação da excitação ao modelo. Fonte: Autor.

9.2. Resultados

Como mencionado anteriormente, um vão da ponte foi modelado tridimensionalmente no programa *Adina*, utilizando-se elementos de casca para a análise modal. A figura 9.10 mostra as dez primeiras frequências e modos de vibração obtidos para o modelo de alta hierarquia. Ainda, pela análise efetuada, foi possível obter que o primeiro modo, com frequência de 1,235 Hz, é o que condiciona a participação modal.

1° modo de vibração – modo de deslocamento horizontal no sentido longitudinal

$f = 1,235 \text{ Hz}$

2° modo de vibração – modo de deslocamento horizontal no sentido transversal

$f = 2,402 \text{ Hz}$

3° modo de vibração – modo de flexão no plano vertical

$f = 4,275 \text{ Hz}$

4° modo de vibração – modo de rotação em torno do eixo vertical

$f = 4,632 \text{ Hz}$

5º modo de vibração – modo de rotação em torno do eixo longitudinal

$$f = 12,986 \text{ Hz}$$

6º modo de vibração – modo de flexão no plano vertical

$$f = 16,424 \text{ Hz}$$

7º modo de vibração – modo de flexão dos pilares em sentidos contrários

$$f = 19,379 \text{ Hz}$$

8º modo de vibração – modo de torção

$$f = 19,819 \text{ Hz}$$

9º modo de vibração – modo de flexão no plano vertical do tabuleiro e de flexão dos pilares no mesmo sentido

$$f = 23,381 \text{ Hz}$$

10º modo de vibração – modo de flexão no plano horizontal e sentido transversal

$$f = 25,246 \text{ Hz}$$

Figura 9. 10 – Modos e frequências de vibração. Fonte: Autor.

Foram extraídos, das análises no domínio do tempo e espectral, os deslocamentos obtidos no topo do pilar (nós 1 e 23, mostrados na figura 9.11) e os esforços cortantes e momentos fletores na base dos mesmos (nós 21 e 43).

Figura 9. 11 – Identificação dos nós do modelo unifilar. Fonte: Autor.

Análise Espectral

Foram utilizados cinco espectros diferentes (figuras 9.12 a 9.16) e cada um deles foi aplicado ao modelo, obtendo-se os resultados tabelados abaixo. Os parâmetros para a construção dos espectros a partir da zona sísmica e da classe do terreno foram extraídos das tabelas 5.2 e 8.1 apresentadas anteriormente.

Figura 9. 12 – Espectro de Projeto 1: Classe do Terreno A e Zona Sísmica A . Fonte: Autor.

Figura 9. 13 – Espectro de Projeto 2: Classe do Terreno A e Zona Sísmica B . Fonte: Autor.

Figura 9. 14 – Espectro de Projeto 3: Classe do Terreno B e Zona Sísmica C . Fonte: Autor.

Figura 9.15 – Espectro de Projeto 4: Classe do Terreno C e Zona Sísmica A. Fonte: Autor.

Figura 9.16 – Espectro de Projeto 5: Classe do Terreno C e Zona Sísmica C. Fonte: Autor.

Tabela 9.1 – Síntese dos resultados da análise espectral. Fonte: Autor.

	Espectro 1	Espectro 2	Espectro 3	Espectro 4	Espectro 5
a_g (m/s²)	1,6	1,1	0,8	1,6	0,8
Desloc. Topo (mm)	21,412	14,7208	14,4532	32,1181	16,0591
Cortante (kN)	393,735	270,694	265,772	582,611	291,305
Momento Fletor (kN.m)	3722,62	2559,31	2512,77	5578,57	2789,29

Análise Temporal

Como já detalhado anteriormente, para cada um dos cinco espectros, foram gerados, aleatoriamente, dez acelerogramas diferentes no programa desenvolvido. Os resultados foram tabelados e mostrados abaixo.

Tabela 9. 2 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 1.**Fonte: Autor**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	MÉDIA
Desloc. Topo (mm)	22,4148	23,5440	24,8651	25,5270	24,3168	21,1662	24,5795	26,1706	28,8364	24,6374	24,6058
Cortante (kN)	447,552	488,147	495,122	450,911	559,717	463,124	488,741	539,069	590,331	569,051	509,177
Momento Fletor (kN.m)	3973,49	4203,67	4362,95	4454,50	4400,67	3658,54	4379,73	4709,04	5084,12	4432,60	4365,93

Tabela 9. 3 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 2.**Fonte: Autor**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Desloc. Topo (mm)	16,0365	17,0805	15,2847	17,6749	16,1411	16,3938	15,8600	17,9287	14,9883	17,0122	16,4401
Cortante (kN)	361,081	332,383	290,929	379,946	327,494	361,961	347,085	404,955	322,616	331,977	346,043
Momento Fletor (kN.m)	2851,85	2968,36	2605,13	3236,45	2891,84	2990,40	2906,48	3187,35	2740,11	2973,50	2935,15

Tabela 9. 4 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 3.**Fonte: Autor**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Desloc. Topo (mm)	15,9489	16,3882	15,6664	14,9906	16,4688	14,9909	16,4968	17,6126	16,1322	15,9330	16,0628
Cortante (kN)	340,091	315,669	303,937	279,776	303,813	297,865	342,462	346,231	317,806	338,210	318,586
Momento Fletor (kN.m)	2870,64	2837,56	2699,09	2603,99	2909,94	2588,08	2906,30	3047,17	2821,89	2823,42	2810,81

Tabela 9. 5 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 4.**Fonte: Autor**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Desloc. Topo (mm)	41,5329	39,6911	38,2533	36,4818	38,2636	34,1948	38,1098	39,4204	29,0111	34,2867	36,9246
Cortante (kN)	770,619	759,659	721,189	733,714	731,583	661,701	702,499	737,369	595,932	626,053	704,032
Momento Fletor (kN.m)	7228,23	6936,78	6747,07	6454,21	6658,24	6001,77	6669,21	6833,23	5198,04	5957,69	6468,45

Tabela 9. 6 – Resultados absolutos da aplicação dos acelerogramas gerados a partir do Espectro 5.**Fonte: Autor**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
Desloc. Topo (mm)	19,2729	18,9368	18,9429	16,9667	19,6346	18,6608	18,2064	15,8126	17,9240	17,9240	18,2282
Cortante (kN)	374,452	339,110	363,089	332,462	340,961	381,863	350,107	293,561	337,429	337,429	345,046
Momento Fletor (kN.m)	3390,07	3289,52	3337,99	2950,52	3392,62	3335,16	3192,06	2747,33	3110,28	3110,28	3185,58

As figuras 9.17 e 9.18 mostram exemplos de históricos no tempo de deslocamento no topo e cortante na base do pilar, extraídos do ADINA, para o caso da aplicação de um dos acelerogramas obtidos a partir do espectro 1.

Figura 9. 17 – Deslocamento no topo do pilar, para um acelerograma gerado a partir do espectro 1.
Fonte: Autor.

Figura 9. 18 – Cortante na base do pilar, para um acelerograma gerado a partir do espectro 1. **Fonte: Autor.**

A partir da figura 9.17, é possível extrair que dois picos sucessivos de resposta ocorrem com uma defasagem de 0,81 segundos. Assim, pode-se obter que a frequência de modulação da amplitude é de 1,235 Hz, que é o valor de frequência do primeiro modo, conforme mostrado anteriormente. Também se percebe o fenômeno da modulação da amplitude, que será discutido oportunamente.

As respostas mostradas nas figuras 9.17 e 9.18 são em função do tempo. A fim de se passar para o domínio da frequência, aplicou-se a transformada de Fourier a estes mesmos sinais. Assim, foram obtidas as amplitudes em função da frequência, conforme mostram as figuras 9.19 e 9.20.

Figura 9. 19 – Amplitude em função da frequência, em termos de deslocamentos no topo do pilar. Fonte: Autor.

Figura 9. 20 – Amplitude da força cortante na base do pilar em função da frequência. Fonte: Autor.

A partir das figuras 19 e 20, obtém-se que os máximos de amplitude são obtidos para frequências de 1,24 Hz, ou seja, é possível perceber que a frequência dominante coincide com a frequência do primeiro modo mostrado anteriormente. Nota-se, na figura 9.20, a contribuição de uma frequência correspondente ao décimo modo, o que não é notado na análise dos deslocamentos. Esta constatação provocou certa estranheza, já que era esperado que ambas tivessem um comportamento semelhante.

Comparação dos Resultados

Abaixo é mostrada uma comparação entre os resultados obtidos pela análise temporal proposta e os obtidos através da análise espectral. Para cada um dos espectros, foram calculados os desvios das respostas da análise no domínio do tempo em relação à análise espectral.

Tabela 9. 7 – Comparação dos resultados obtidos pelas diferentes análises na direção longitudinal.

	Espectro 1			Espectro 2			Espectro 3		
	Temporal	Espectral	% desvio	Temporal	Espectral	% desvio	Temporal	Espectral	% desvio
Desloc. Topo (mm)	24,6058	21,4120	14,92	16,4401	14,7208	11,68	16,0628	14,4532	11,14
Cortante (kN)	509,177	393,735	29,32	346,043	270,694	27,84	318,586	265,772	19,87
Momento Fletor (kN.m)	4365,93	3722,62	17,28	2935,15	2559,31	14,69	2810,81	2512,77	11,86
	Espectro 4			Espectro 5					
	Temporal	Espectral	% desvio	Temporal	Espectral	% desvio			
Desloc. Topo (mm)	36,9246	32,1181	14,96	18,2282	16,0591	13,51			
Cortante (kN)	704,032	582,611	20,84	345,046	291,305	18,45			
Momento Fletor (kN.m)	6468,45	5578,57	15,95	3185,58	2789,29	14,21			

O mesmo procedimento detalhado acima foi repetido para a aplicação dos acelerogramas gerados na direção transversal. Estes resultados encontram-se tabelados abaixo.

Tabela 9. 8 – Comparação dos resultados obtidos pelas diferentes análises, na direção transversal.

	Espectro 1			Espectro 2			Espectro 3		
	Temporal	Espectral	% desvio	Temporal	Espectral	% desvio	Temporal	Espectral	% desvio
Desloc. Topo (mm)	12,4200	10,3470	20,03	9,4053	8,11353	15,92	8,9082	7,98419	11,57
Cortante (kN)	885,270	717,492	23,38	607,120	493,272	23,08	568,433	484,303	17,37
Momento Fletor (kN.m)	8352,27	7102,77	17,59	5858,00	4883,11	19,96	6291,47	4994,33	25,97
	Espectro 4			Espectro 5					
	Temporal	Espectral	% desvio	Temporal	Espectral	% desvio			
Desloc. Topo (mm)	19,4203	16,5204	17,55	12,2014	9,7601	25,01			
Cortante (kN)	1717,380	1375,46	24,86	843,727	677,728	24,49			
Momento Fletor (kN.m)	16603,30	13653,2	21,61	8239,50	6726,61	22,49			

Como é possível notar, os resultados mostrados evidenciam que as análises no domínio do tempo, com a aplicação de acelerogramas ao modelo, resultam em deslocamentos e esforços relativamente maiores do que os da análise espectral. Uma das hipóteses que ajudam a explicar as diferenças encontradas é a de que o espectro recuperado do acelerograma gerado é da ordem de 10% maior que o espectro de projeto,

como mostrado na figura 8.6, devido ao conservadorismo na geração artificial de acelerogramas.

A análise no tempo, para uma largura de banda de frequências de excitação, evidencia a existência do fenômeno de batimento. O batimento observado na resposta no domínio do tempo pode ser explicado pelo fato de que o carregamento aplicado tem uma distribuição de frequências no entorno da frequência natural do primeiro modo que excita respostas forçadas próximas.

Esforços de cálculo

Levando-se em conta que somente as ações sísmicas estão sendo consideradas nesse estudo de caso, a força normal para os cálculos que serão aqui mostrados se deve apenas ao peso próprio da estrutura, ou seja, por pilar, temos:

$$N_{Ed} = \frac{m \cdot g}{2} \cong 3530 \text{ kN} \quad (9.1)$$

Os momentos fletores máximos na base dos pilares, para as duas direções, obtidos no ADINA, foram combinados conforme estabelecido na norma europeia. O valor a ser considerado para cálculo é o maior valor entre as duas seguintes combinações:

$$M_R^{E_1} = M_{EDX} + 0,3 * M_{EDY} \cong 11450 \text{ kN.m} \quad (9.2)$$

$$M_R^{E_2} = 0,3 * M_{EDX} + M_{EDY} \cong 18544 \text{ kN.m} \quad (9.3)$$

Para se levar em consideração eventuais efeitos de segunda ordem em zonas críticas, é necessária a aplicação de um incremento, ΔM , aos momentos obtidos do cálculo anterior. Esse incremento é dado por:

$$\Delta M = \frac{1+q}{2} d_{Ed} N_{Ed} \quad (9.4)$$

onde

N_{Ed} é o valor de cálculo da força normal;

q é o coeficiente de comportamento;

d_{Ed} é o deslocamento de cálculo no topo do pilar, calculado pela expressão 9.5.

$$d_{Ed} = \pm \eta \mu_d d_{Ee} \quad (9.5)$$

onde

d_{Ee} é o deslocamento elástico obtido no cálculo efetuado no ADINA;

η é o fator de correção do amortecimento, com valor de referência de $\eta = 1$ para o amortecimento viscoso de 5%;

μ_d é a ductilidade em deslocamento, definida por:

$$\begin{cases} \mu_d = q & \text{se } T \geq T_0 = 1,25T_C \\ \mu_d = (q - 1) \frac{T_0}{T} + 1 \leq 5Q - 4 & \text{se } T < T_0 \end{cases} \quad (9.6)$$

No caso em estudo temos $T_C = 0,25$ s, conforme a tabela 5.2. Assim, $T_0 = 1,25 \times 0,25 = 0,31$ s, sendo inferior a $T = 1/1,24 = 0,81$ s, ou seja, $\mu_d = 1,5$ para um comportamento limitadamente dúctil, segundo mostra a tabela 5.4.

Tomando $d_{Ee} = 19,42$ mm, temos que $d_{Ed} = 1 \times 1,5 \times 19,42 = 29,13$ mm e $\Delta M \cong 86$ kNm. Portanto:

$$M_{Ed} = 18544 + 86 = 18630 \text{ kNm} \quad (9.7)$$

De forma similar ao mostrado para os momentos fletores, as forças cortantes máximas na base dos pilares, para as duas direções, obtidas no ADINA, também foram combinadas conforme estabelecido na norma europeia, de forma que o valor a ser considerado para cálculo é o maior valor entre as combinações:

$$V_R^{E1} = V_{EDX} + 0,3 * V_{EDY} \cong 1219 \text{ kN} \quad (9.8)$$

$$V_R^{E2} = 0,3 * V_{EDX} + V_{EDY} \cong 1929 \text{ kN} \quad (9.9)$$

Os esforços de cálculo na seção da base do pilar foram resumidos na tabela 9.9.

Tabela 9. 9 – Resumo dos esforços de cálculo na seção da base do pilar.

M_{ed} (kN.m)	18630
N_{ed} (kN)	3530
V_{ed} (kN)	1929

Dimensionamento à flexão composta

A partir da força normal e do momento fletor mostrados na tabela 9.9, procedeu-se ao cálculo da armadura longitudinal necessária, resumido na tabela 9.10.

Tabela 9. 10 – Armadura longitudinal necessária.

v	μ	A_s (cm²)	ρ_l (%)
0,06	0,31	800	4

A taxa de armadura, ρ_l, é a relação entre a área de armadura necessária, A_s, e a área de concreto, A_c, da seção transversal. Os parâmetros v e μ podem ser calculados pelas expressões 9.10 e 9.11 abaixo.

$$v = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} \quad (9.10)$$

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{A_c h f_{cd}} \quad (9.11)$$

Dimensionamento aos esforços cortantes

Considerando o esforço cortante mostrado na tabela 9.9 e bielas com uma inclinação de 26,67°, como sugerido por SOARES (2008), foram calculadas as armaduras transversais necessárias e o esforço cortante resistente máximo, mostrados na tabela 9.11. O detalhamento das fórmulas utilizadas para os cálculos não será aqui explicitado, mas estes foram feitos seguindo o item 6.2 do Eurocode 2. É possível

verificar que o valor de V_{Rdmax} é superior a V_{Ed} , garantindo, assim que não haverá esmagamento das bielas comprimidas.

Tabela 9. 11 – Armaduras transversais necessárias.

$(A_{sw}/s)_{min}$ (cm ² /m)	(A_{sw}/s) (cm ² /m)	V_{Rdmax} (kN)
12,65	20,40	9356,78

10. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para geração de históricos temporais de acelerações, compatíveis com um espectro de projeto. Foi desenvolvido um programa computacional em linguagem JAVA a fim de se obter os acelerogramas artificiais que seriam utilizados para um posterior estudo de caso de uma ponte real, em Portugal.

Como a única norma brasileira que trata da análise sísmica, NBR 15421 (2006), é específica para estruturas de edificações, foi necessário buscar outra norma para se estabelecer critérios específicos para o projeto de pontes. Levando isso em consideração, somado ao fato de o estudo de caso apresentado tratar-se de uma ponte localizada em Portugal, os históricos temporais de aceleração foram obtidos a partir de um espectro de projeto definido pelo Eurocode 8. Apesar dessa escolha, espectros de outras normas foram apresentados e discutidos.

Como mostrado na figura 8.6, a recuperação dos espectros a partir dos acelerogramas gerados pelo programa mostrou que ele funciona satisfatoriamente. Foi possível chegar a essa conclusão dado que os espectros recuperados cumprem com os requisitos do Eurocode 8 (EN1998-1), utilizado como base para os estudos aqui mostrados.

A avaliação do comportamento estrutural de uma ponte quando sujeita a terremotos usualmente é feita mediante a aplicação de espectros de projeto aos modelos desenvolvidos em diferentes *softwares* de elementos finitos.

O presente trabalho utilizou, particularmente, o *software* estrutural ADINA – *Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis*. No próprio tutorial do programa há a referência a análises estruturais de pontes em situações de sismos, mas sempre com a aplicação de espectros de projeto ao modelo, após este ter sido processado previamente, somente com seu peso próprio.

O estudo aqui realizado mostrou uma abordagem alternativa para a avaliação dos resultados, utilizando como excitação acelerogramas artificiais gerados pelo programa desenvolvido e fazendo, assim, uma análise no domínio do tempo. Foram processados dez modelos idênticos para cada espectro avaliado com o Eurocode 8 para o território de Portugal, cada um com a aplicação de um acelerograma diferente, e foi feita uma média

dos resultados assim obtidos, que é o procedimento sugerido pela norma europeia. O procedimento foi repetido também para a direção transversal.

Como já esperado, as respostas obtidas pelas análises com aplicação de acelerogramas artificiais ao modelo da ponte são ligeiramente diferentes daquelas obtidas pela análise com a aplicação dos espectros de projeto, já que um acelerograma, tanto artificial como real, não é capaz de excitar a estrutura exatamente da mesma forma que o espectro de projeto, que procura, com base em estudos estatísticos, envolver o efeito de todos os terremotos com uma dada probabilidade de ocorrência em uma determinada zona sísmica, classe de terreno e fator de amortecimento crítico. O fato de as análises no domínio do tempo, no estudo de caso aqui discutido, terem resultado em esforços e deslocamentos maiores que os obtidos pelo procedimento SRSS do programa ADINA, se deve ao conservadorismo na geração de acelerogramas artificiais.

Apesar das diferenças encontradas, os resultados possuem a mesma ordem de grandeza, como desejado para mostrar que a alternativa sugerida excita a estrutura de forma parecida e fornece resultados coerentes, a favor da segurança, além de ser conceitualmente mais adequada caso efeitos não lineares devam ser considerados.

Como o trabalho tratou especificamente da análise sísmica, com excitação horizontal da base dos pilares da ponte, os esforços e deslocamentos relevantes se apresentam nos pilares em si. Assim, foi feita uma combinação dos esforços obtidos pela aplicação dos acelerogramas nas duas direções e foi feito um dimensionamento simples das armaduras necessárias para resistir à flexo-compressão e ao cisalhamento provocados pelo terremoto.

O dimensionamento aqui apresentado foi baseado no Eurocode-8, que, assim como a AASHTO (2010) e a NCSE-02 (2009), estabelece um critério baseado em forças, no qual são utilizados coeficientes para reduzir os esforços sísmicos e, assim, levar em consideração os efeitos de plastificação na estrutura. A CALTRANS (2006), por sua vez, sugere um método de verificação baseado em deslocamentos, introduzindo o conceito de capacidade de ductilidade, que é a capacidade que a estrutura tem de se deformar plasticamente antes de sua total ruína.

A partir dos resultados de armaduras expostos no capítulo 10, pode-se notar que a porcentagem de armadura necessária é alta. Isso pode ser justificado pela intensidade das forças sísmicas, mas também se deve levar em conta que, para se evitar um superdimensionamento dos pilares da ponte, deveria ter sido considerada a aplicação de

acelerogramas compatíveis com as características de solo e região em que a ponte está localizada. O apresentado neste estudo considerou apenas os esforços máximos obtidos entre os diferentes casos de geração de acelerogramas apresentados.

Como sugestão para trabalhos futuros, análises complementares de pontes submetidas a terremotos podem ser feitas por meio da aplicação direta de acelerogramas de movimentação do solo a seus modelos estruturais, incluindo-se o estudo da interação solo estrutura.

A análise temporal é a mais indicada para as análises sísmicas não lineares. Assim, os acelerogramas artificiais gerados são recomendados sempre que algum efeito de não linearidade geométrica ou física deva ser considerado.

Outro estudo que também seria bastante relevante é o da avaliação da segurança da estrutura da ponte, levando em consideração seus estados limites últimos e de serviço. No caso particular de pontes submetidas a esforços sísmicos representados por seu histórico de acelerações no tempo, uma análise interessante a ser feita seria a do comportamento das juntas de dilatação e dos aparelhos de apoio.

11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ADINA - Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis Software: versão 8.9.1. Desenvolvido pela ADINA R&D, Inc. Massachusetts, 2013. Disponível em: <http://www.adina.com>. Acesso em 12/11/2015.
- [2] AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO), *AASHTO Guide Specifications for LRFD Seismic Bridge Design*. Washington DC: AASHTO, 2011.
- [3] AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO), *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*. Washington DC: AASHTO, 2014.
- [4] ABNT NBR 15421: Projeto de estruturas resistentes a sismos - Procedimento. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2006.
- [5] AZEVEDO, J.J.R.T., *Vibrações Aleatórias – Dinâmica Estocástica*. 1996. Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- [6] CALIFORNIA DEPARTMENT OF TRANSPORTATION (CALTRANS), *CALTRANS Seismic Design Criteria*. California: CALTRANS, 2013.
- [7] CALIFORNIA DEPARTMENT OF TRANSPORTATION (CALTRANS), *CALTRANS Seismic Hazard Map*. California: CALTRANS, 1996.
- [8] CHEN, WAI-FAH, DUAN LIAN, *Bridge Engineering – Seismic Desing*. CRC Press, 2003.
- [9] CHOPRA, ANIL K., *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 4th ed., California: Pearson- Prentice Hall, 2012.
- [10] CLOUGH, R.W. & PENZIEN, J., *Dynamics of Structures*. Berkeley, CA: McGraw-Hill, Ed. 3, 1995.
- [11] COSTA, A.P.N.C., *Acção dos Sismos e o Comportamento das Estruturas*. 1993. 227 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto, Lisboa.
- [12] CSA N289.3-M81 – *Design procedures for seismic qualification of nuclear power plants*. 2nd ed. Canadian Standards Association, Ottawa, 2010
- [13] DEBS, M.K.E., TAKEYA, T. *Introdução às pontes de concreto*. 2009. 110 f. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos.

- [14] DELGADO, R. & CALÇADA, R., 2012, Dynamic Effects Induced by High Speed Traffic on Rail Bridges, *International Journal of Railway Technology*, Volume 1, Issue 1, Pages 87-104.
- [15] DICLELI, M. & BRUNEAU, M. 1993. Seismic performance of simply supported slab-on-girder steel highway bridges. *Engineering Structures*, vol. 17, number 1.
- [16] DICLELI, M. & BRUNEAU, M. 1995. Seismic performance of single-span simply supported and continuous slab-on-girder steel highway bridges. *Journal of Structural Engineering*: pp.1497-1506.
- [17] EUROCODE 8. EN 1998-1: Design of structures for earthquake resistance – General rules, seismic actions and rules for buildings. Commission of the European Community, 2005.
- [18] EUROCODE 2. EN 1992-1-1: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Commission of the European Community, 2004.
- [19] FERNANDES, C.A., *Análise Sísmica de Edifícios de Betão Armado segundo o Eurocódigo 8 – Análises Lineares e Não Lineares*. Dissertação de mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2007.
- [20] GUERREIRO, L. M. C. *Acção sísmica – Engenharia sísmica de pontes*. Texto didático, Mestrado em Engenharia de Estruturas, Instituto Superior Técnico. Lisboa. 2011.
- [21] GUERREIRO, L., *Espectros de Resposta Lineares*. 1998. Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- [22] GUERREIRO, L., *Revisões de análise modal e análise sísmica por espectros de resposta*. 1999. Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- [23] JENNINGS, P. C. & HOUSNER, G. W. & TSAI, N. C.. 1968. *Simulated Earthquake Motions*. Report of Earthquake Engineering Research Laboratory.
- [24] LEVY, S. & WILKSON, J. P. D. 1976. Generation of artificial time histories, rich in all frequencies, for given response spectra. *Nuclear Engineering and Design*. Vol. 38, pp.241-251.
- [25] LIMA, S.S, SANTOS, S.H.C., *Análise Dinâmica das Estruturas*. 1 ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda. 2008.
- [26] MALVEIRO, J., RIBEIRO, D., CALÇADA, R., DELGADO, R. 2013. Updating and validation of the dynamic model of a railway viaduct with precast deck, *Structure and Infrastructure Engineering: Maintenance, Management, Life-Cycle Design and Performance*.

- [27] MENDES, P.A.M., VIRTUOSO, F.B.E., Geração e Seleção de Acelerogramas. 1995. Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- [28] NIELSON, B. G. & DESROCHES, R. 2006. Influence of modeling assumptions on the seismic response of multi-span simply supported steel girder bridges in moderate seismic zones. *Engineering Structures*: pp.1083-1092.
- [29] NORMA DE CONSTRUCCIÓN SISMORRESISTENTE: Parte general y edificación (NCSE-02). Gobierno de Espana, 2009.
- [30] RASHIDI, S. & SAADEGHVAZIRI, M.A. 1997. Seismic modeling of muti-span simply supported bridges using ADINA. *Computer & Structures* Vol. 64: pp.1025-1039.
- [31] RODRIGUES, R.M.R., Geração de acelerogramas sísmicos artificiais compatíveis com um espectro de resposta. 2012. 80 f. Monografia (Projeto de Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- [32] RÔLO, R. A. G. 2009. Geração de pares de sismos compatíveis com um espectro de resposta. Dissertação de mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.
- [33] SAADEGHVAZIRI, M.A. & YAZDANI-MOTLAGH, A.R. 2007. Seismic behavior and capacity/demand analyses of three multi-span simply supported bridges. *Engineering Structures*: pp.54-66.
- [34] SANTOS S. H. C.; LIMA S. S., Estimativa do Impacto no Projeto de Edificações da Proposta de Norma Brasileira de Sismos - *Revista IBRACON*, n.48. 2006.
- [35] SANTOS S. H. C.; LIMA S. S., Subsídios para uma futura normalização brasileira para resistência anti-Sísmica das estruturas de concreto de edifícios - *IBRACON*, n.1, vol.1.2005.
- [36] SANTOS S. H. C.; LIMA S. S.; SILVA F. C. M., Risco Sísmico na Região Nordeste do Brasil, *Revista Concreto – IBRACON*, n.3, vol.3. 2010.
- [37] SANTOS S. H. C.; LIMA S. S.; JUDICE F. M. S.; GOMES R. R. S., Impacto Econômico da Consideração das Forças Sísmicas no Projeto de uma Ponte no Nordeste Brasileiro, II Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas – CBPE 2007.
- [38] SANTOS, S. H. 2004. An engineering approach for evaluating the seismic risk in Brazilian southeast region. 13th World Conference on Earthquake Engineering. Paper No. 61.

- [39] SOARES, R.W., Análise e avaliação do desempenho sísmico de pontes a partir de métodos baseados em deslocamentos. 2015. 139 f. Dissertação de mestrado – Faculdade de engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- [38] SOARES, I.C.S., Dimensionamento sísmico de pilares de pontes segundo o eurocódigo 8 e avaliação do seu comportamento. 2008. 113 f. Dissertação de mestrado – Faculdade de engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- [40] SÓLNES, J., Stochastic Processes and Random Vibrations. Chichester: John Wiley & Sons. 1997.
- [41] VARPASUO, P. & VAN GELDER, P.H.A.J.M. Generation of design ground motion time histories for the Lianyungang Nuclear Power Plant.
- [42] ZHIGUO, N. & TONGCHUN, L. & SHAOWEI, H. 2008. The Synthesis and Correction of Simulated Earthquake Wave. The 14th World Conference on Earthquake Engineering.
- [43] <http://www.obsis.unb.br/sismologia/sismicidade-natural-e-antropogenica/sismicidade-brasileira>

ANEXO

Rotina de Cálculo do programa desenvolvido:

Inicialização dos dados

```
public class Dados {  
    private double ti = 2.5;  
    private double tii = 5;  
    private double tf = 15;  
    private double f1 = 0.2;  
    private double fn = 33;  
    private double p = 0.10;  
    private double q = 1.5;  
    private int zona = 1;  
    private double ag = 1.6;  
    public Dados() {  
    }  
}  
  
public class JFrameConfig extends javax.swing.JDialog {  
    private double S_o;  
    private double T_b;  
    private double T_c;  
    private double T_d;  
    private double a_g;  
    private Sismo sismo;  
}
```

Definição das zonas sísmicas

```
if(s.equals("A"))
```

```

{
    jlZonaSismica.setText("a_g = 1,6");
    a_g = 1.6;
}
else if(s.equals("B"))
{
    jlZonaSismica.setText("a_g = 1,1");
    a_g = 1.1;
}
else if(s.equals("C"))
{
    jlZonaSismica.setText("a_g = 0,8");
    a_g = 0.8;
}
else if(s.equals("D"))
{
    jlZonaSismica.setText("a_g = 0,5");
    a_g = 0.5;
}
}

```

Definição da classe do terreno

```

if(s.equals("A"))
{
    S_o = 1.0;
    T_b = 0.05;
    T_c = 0.25;
    T_d = 1.2;
}

```

```

    }

    else if(s.equals("B"))
    {
        S_o = 1.35;
        T_b = 0.05;
        T_c = 0.25;
        T_d = 1.2;
    }

    else if(s.equals("C"))
    {
        S_o = 1.5;
        T_b = 0.10;
        T_c = 0.25;
        T_d = 1.2;
    }

    else if(s.equals("D"))
    {
        S_o = 1.8;
        T_b = 0.10;
        T_c = 0.30;
        T_d = 1.2;
    }

    else if(s.equals("E"))
    {
        S_o = 1.6;
        T_b = 0.05;
        T_c = 0.25;
        T_d = 1.2;
    }

```

```
}
```

Sismo

```
public class Sismo
{
    private Double a_g = 1.6;
    private Double T_b = 0.05;
    private Double T_c = 0.25;
    private Double T_d = 1.2;
    private Double S_o = 1.0;
    private Double a_max = 1.6;
    private Double t_I = 2.5;
    private Double t_II = 5.0;
    private Double t_f = 15.0;
    private Double f_N = 33.0;
    private Double f_1 = 0.2;
    private Double P = 0.10;
    private Double q = 1.5;
    private String Zona = "A";
    private String ClasseTerreno = "A";

    public Sismo()
    {
    }

    public List<Ponto> geraAceleracao() {
        List<Ponto> listAceleracao = new ArrayList<Ponto>();
        Double a_g_t = 0.0;
        Double t = 0.0;
        while (t < t_f) {
            a_g_t = envoltoria(t) * somaHarmonica(t);
            listAceleracao.add(new Ponto(t, a_g_t));
            t += 0.01;
        }
    }
}
```

```

    }

    return listAceleracao;
}

public List<Ponto> geraAceleracaocorrigida() {
    List<Ponto> listAceleracaocorrigida = new ArrayList<Ponto>();
    Double a_g_tcor = 0.0;
    Double s_0 = 0.0;
    Double s_1 = 0.0;
    Double s_2 = 0.0;
    Double s_3 = 0.0;
    Double s_4 = 0.0;
    Double g_0 = 0.0;
    Double g_1 = 0.0;
    Double g_2 = 0.0;
    Double a_0 = 0.0;
    Double a_1 = 0.0;
    Double a_2 = 0.0;
    Double t = 0.0;

    while (t < t_f) {
        s_o = s_o + 1;
        s_1 = s_1 + t;
        s_2 = s_1 + t * t;
        s_3 = s_1 + t * t * t;
        s_4 = s_1 + t * t * t * t;
        g_o = g_o + a_g_t(t);
        g_1 = g_1 + t * a_g_t(t);
        g_1 = g_1 + t * t * a_g_t(t);
        a_0 = (-g_0 * (s_2 * s_4 - s_3 * s_3) + g_1 * (s_1 * s_4 - s_2 * s_3) - g_2 * (s_1
        * s_3 - s_2 * s_2)) / (s_0 * (s_2 * s_4 - s_3 * s_3) - s_1 * s_1 * s_4 + 2 * s_1 * s_2 * s_3
        - s_2 * s_2 * s_2);
    }
}

```



```

        a_1 = (g_0 * (s_1 * s_4 - s_2 * s_3) - g_1 * (s_0 * s_4 - s_2 * s_2) + g_2 * (s_0
* s_3 - s_1 * s_2)) / (s_0 * (s_2 * s_4 - s_3 * s_3) - s_1 * s_1 * s_4 + 2 * s_1 * s_2 * s_3
- s_2 * s_2 * s_2);

```

```

        a_2 = (-g_0 * (s_1 * s_3 - s_2 * s_2) - g_1 * (s_0 * s_3 - s_1 * s_2) + g_2 * (s_0
* s_2 - s_1 * s_1)) / (s_0 * (s_2 * s_4 - s_3 * s_3) - s_1 * s_1 * s_4 + 2 * s_1 * s_2 * s_3
- s_2 * s_2 * s_2);

```

```

        a_g_tcor = a_g_t(t) + a_0 + a_1 * t + a_2 * t * t;

```

```

        listAceleracaocorrigida.add(new Ponto(t, a_g_tcor));

```

```

        t += 0.01;

```

```

    }

```

```

    return listAceleracaocorrigida;

```

```

}

```

```

public List geraEnvoltoriaPositiva()

```

```

{

```

```

    List listEnvoltoria = new ArrayList();

```

```

    for (Double t = 0.; t < t_f; t += 0.01)

```

```

    {

```

```

        listEnvoltoria.add(new Ponto(t, envoltoria(t)));

```

```

    }

```

```

    return listEnvoltoria;

```

```

}

```

```

public List geraEnvoltoriaNegativa()

```

```

{

```

```

    List listEnvoltoria = new ArrayList();

```

```

    for (Double t = 0.; t < t_f; t += 0.01)

```

```

    {

```

```

        listEnvoltoria.add(new Ponto(t, Double.valueOf(-envoltoria(t).doubleValue())));

```

```

    }

```

```

    return listEnvoltoria;

```

```

}

```

```

public List<Ponto> geraEspectroProjeto() {

```

```

    List<Ponto> listEspectroProjeto = new ArrayList<Ponto>();

```

```

List<Double> listFrequencia = populaListaFrequencia();

for (Double frequencia : listFrequencia) {
    listEspectroProjeto.add(new Ponto(1 / frequencia, espectroProjeto(2 * Math.PI *
frequencia)));
}

return listEspectroProjeto;
}

public List<Ponto> geraEspectroPotencia() {
    List<Ponto> listEspectroPotencia = new ArrayList<Ponto>();
    List<Double> listFrequencia = populaListaFrequencia();
    for (Double frequencia : listFrequencia) {
        listEspectroPotencia.add(new Ponto(1 / frequencia, espectroPotencia(2 * Math.PI *
frequencia)));
    }

    return listEspectroPotencia;
}

public Double envoltoria(Double t) {
    Double F_t = 0.0;
    if (t >= 0 && t < t_I) {
        F_t = a_max * (t / t_I);
    }
    else if (t >= t_I && t < t_II) {
        F_t = a_max;
    }
    else if (t >= t_II && t < t_f) {
        F_t = a_max * ((t - t_f) / (t_II - t_f));
    }
    return F_t;
}

public Double somaHarmonica(Double t) {
    Double soma = 0.0;

```

```

Integer N = 400;
List<Double> listFrequencia = populaListaFrequencia();
Double OMEGA_i = 0.0;
Double OMEGA_iMais1 = 0.0;
Double DELTA_OMEGA_i = 0.0;
Random PHI = new Random();
for (int i = 0; i < N - 1; i++) {
    OMEGA_i = listFrequencia.get(i) * (2 * Math.PI);
    OMEGA_iMais1 = listFrequencia.get(i + 1) * (2 * Math.PI);
    DELTA_OMEGA_i = (OMEGA_iMais1 - OMEGA_i) / 2;
    soma      +=      amplitudeHarmonica(OMEGA_i,      OMEGA_iMais1,
DELTA_OMEGA_i) * Math.sin(OMEGA_i * t + PHI.nextDouble() * 2 * Math.PI);
}
    return soma;
}

```

```

public List<Double> populaListaFrequencia() {
    Integer N = 400;
    List<Double> listFrequencia = new ArrayList<Double>();
    Double f_i = f_1;
    Double DELTA_f_i;
    for (int i = 0; i <= N; i++) {
        listFrequencia.add(f_i);
        DELTA_f_i = ((2 * (f_N - f_1)) / (N * (N - 1))) * i;
        f_i += DELTA_f_i;
    }
    return listFrequencia;
}

```

```

public Double amplitudeHarmonica(Double OMEGA_i, Double OMEGA_iMais1,
Double DELTA_OMEGA_i) {
    Double k = 0.0;
    Double c = 0.0;
    Double k_a = 0.0;

```

```

Double x_i = 0.0;
Double x_j = 0.0;
Double v_i = 0.0;
Double v_j = 0.0;
Double a_i = 0.0;
Double a_j = 0.0;
Double XSI = 0.05;
Double P = 0.0;
Double a_g_t = 0.0;
Double A_i_k = Math.sqrt(4 * espectroPotencia(OMEGA_i) * DELTA_OMEGA_i);
Integer n = 400;
for (int i=0; i < n; i++){
    k = OMEGA_i * OMEGA_i;
    c = 2 * OMEGA_i * XSI;
    k_a = (6 / (0.01 * 0.01)) + (3 * c / 0.01) + k;
    a_g_t = listAceleracao.get(i);
    P = - a_g_t + c * (3 * x_i / 0.01 + 2 * v_i + a_i * 0.01 / 2) + 6 * x_i / (0.01 * 0.01)
+ 6 * v_i / 0.01 + 2 * a_i;
    x_j = P / k_a;
    v_j = (3 * x_j / 0.01) - ((3 * x_i / 0.01) + (2 * v_i) + (a_i * 0.01 / 2));
    a_j = (6 * x_j / (0.01 * 0.01)) - ((6 * x_i / (0.01 * 0.01)) + (6 * v_i / 0.01) + (2 *
a_i));
    A_i_k *= (espectroProjeto(OMEGA_iMais1) / a_j);
    x_i = x_j;
    v_i = v_j;
    a_i = a_j;
}
    return A_i_k;
}

```

```

public Double espectroProjeto(Double OMEGA_i) {
    Double S_a_T = 0.0;
    Integer N = 1;
    Double T = 0.0;

```

```

Double q = 1.5;
T = 2 * Math.PI/OMEGA_i;
if (T >= 0 && T < T_b) {
    S_a_T = a_g * S_o * (2/3 + (T/T_b)*(2.5/q - 2/3));
}
else if (T >= T_b && T < T_c) {
    S_a_T = 2.5/q * a_g * S_o;
}
else if (T >= T_c && T < T_d) {
    S_a_T = a_g * S_o * 2.5/q * (T_c/T);
    if (S_a_T < 0.2 * a_g){
        S_a_T = 0.2 * a_g;
    }
}
else {
    S_a_T = a_g * S_o * 2.5/q * T_c * T_d/(T*T);
    if (S_a_T < 0.2 * a_g){
        S_a_T = 0.2 * a_g;
    }
}

    return S_a_T;
}

public Double espectroPotencia(Double OMEGA_i) {
    Double S = 0.0;
    Double XSI = 0.05;
    S = (XSI / (Math.PI * OMEGA_i)) * Math.pow(espectroProjeto(OMEGA_i), 2.0) *
    (1 / Math.log(-(Math.PI / (OMEGA_i * t_f)) * Math.log(1 - P)));
    return Math.abs(S);
}
}

```