MARCELO MENEGATTI

**A PROTENSÃO COMO UM CONJUNTO
DE CARGAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

São Paulo
2004

MARCELO MENEGATTI

**A PROTENSÃO COMO UM CONJUNTO
DE CARGAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador:
Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi

São Paulo

2004

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 22 de março de 2005

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Menegatti, Marcelo

A protensão como um conjunto de cargas concentradas equivalentes / M. Menegatti. -- São Paulo, 2004.
126 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações.

1.Estruturas de concreto protendido 2.Cálculo de estruturas
3.Cargas equivalentes de protensão 4.Algoritmo computacional de cálculo I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações II.t.

*"To engineers who, rather than blindly
following the codes of practice, seek to
apply the laws of nature" (LIN-BURNS)*

*À Daniela que esteve ao meu lado durante
todo o tempo, participando de cada uma das
batalhas travadas desde o início desse trabalho,
até o último dia, dando seu apoio incondicional.*

Agradecimentos

Aos meus pais e à minha família que sempre me incentivaram e torceram pelo meu sucesso.

Ao Professor Fernando R. Stucchi pela credibilidade depositada em mim no início desse trabalho e pela grande oportunidade proporcionada.

Aos Professores do PEF: Hideki Ishitani, João Carlos Della Bella, Ricardo Leopoldo e Silva França, Edgar Sant Anna de Almeida Neto, João Cyro André, Nelson Achcar, Miguel Luiz Bucalem, Paulo de Mattos Pimenta e Carlos Eduardo Nigro Mazzilli pelo excelente trabalho que desenvolvem na Poli, proporcionando-nos acesso a um conteúdo realmente fantástico.

À Marly pela constante disposição e atenção aos alunos do PEF.

Aos colegas Armando José Pastorelli com quem muito aprendi ao longo dos anos e Hélio Mazzilli Xavier de Mendonça pelo companheirismo demonstrado ao longo do curso.

Ao Professores Lauro Modesto Santos e Antranig Muradian pelas recomendações e pelo conhecimento proporcionado e ao Professor Mário Franco pela atenção dedicada.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

RESUMO

ABSTRACT

CAPÍTULO 11

1. INTRODUÇÃO1

1.1. Estados Limites de Serviço (ou de utilização)3

1.2. Forças de desvio ou forças de mudança de direção.....5

CAPÍTULO 29

2. PERDAS DE PROTENSÃO9

2.1. Perdas Imediatas.....10

2.1.1. Perdas por atrito cabo-bainha10

2.1.2. Perdas por cravação (ou encunhamento)19

2.1.3. Perdas por encurtamento elástico do concreto22

2.2. Perdas progressivas24

CAPÍTULO 326

3. REPRESENTAÇÕES DA PROTENSÃO26

3.1. Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes (ESIE).....27

3.2. Carregamentos Externos Equivalentes30

3.2.1. Carregamento Externo Uniformemente Distribuído30

3.2.2. Carregamento Externo Uniformemente Distribuído por Partes35

3.2.3. Carregamento Externo Linearmente Distribuído por Partes.....39

CAPÍTULO 443

4. CONJUNTO DE CARGAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES (CCCE) 43

- 4.1. Considerações a respeito dos métodos de carregamentos equivalentes distribuídos para cabos curvos.....44
- 4.2. Situação real de um cabo de protensão curvo45
- 4.3. Discretização do cabo46
 - 4.3.1. Raio de curvatura.....50
- 4.4. Cálculo das forças de desvio nos vértices da poligonal.....52
 - 4.4.1. Estudo de um vértice genérico no espaço53
 - 4.4.2. Cálculo das componentes da força de desvio54
 - 4.4.3. Orientações dos eixos e momentos aplicados55

CAPÍTULO 558

5. MODELAGEM DAS ESTRUTURAS DE BARRAS PARA APLICAÇÃO DO CCCE58

- 5.1. Esforços e deslocamentos nas extremidades das barras59
- 5.2. Esforços internos nas seções transversais61
- 5.3. Modelagem através da retificação da estrutura - Modelo Retificado.....63
- 5.4. Modelagem sem a retificação da estrutura63
- 5.5. Discretização da estrutura X discretização do cabo68
 - 5.5.1. Correspondência total entre vértices do cabo e nós da estrutura.....68
 - 5.5.2. Correspondência parcial entre vértices do cabo e nós da estrutura, com cargas nas barras através de uma interpolação69
 - 5.5.3. Nenhuma correspondência entre vértices do cabo e nós da estrutura 71

CAPÍTULO 672

6. Estudo de Casos72

- 6.1. Exemplo 1 - Viga Isostática Protendida73
 - 6.1.1. Características da estrutura - Geometria73
 - 6.1.2. Características dos materiais e da protensão75
 - 6.1.3. Cálculo das perdas de protensão no cabo, através de planilha.....76

6.1.4.	Cálculo através dos Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE	78
6.1.5.	Cálculo através do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE	79
6.1.6.	Diagramas de Esforços	82
6.1.7.	Comparação dos resultados – ESIE x CCCE	85
6.1.8.	Deslocamentos Nodais	87
6.1.9.	Observações finais	88
6.1.10.	Conclusões	88
6.2.	Exemplo 2 - Protensão Externa em viga hiperestática	89
6.2.1.	Características da estrutura - Geometria	89
6.2.2.	Características dos materiais e da protensão	91
6.2.3.	Cálculo através dos Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE	92
6.2.4.	Cálculo através do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE	95
6.2.5.	Comparação dos resultados – ESIE X CCCE	98
6.2.6.	Deslocamentos Nodais	99
6.2.7.	Conclusões	99
6.3.	Exemplo 3 - Viga Hiperestática Protendida (não prismática)	100
6.3.1.	Características da estrutura - Geometria	100
6.3.2.	Características dos materiais e da protensão	103
6.3.3.	Fase Isostática (Cabo 35)	103
6.3.4.	Comparação dos resultados – ESIE x CCCE - Fase Isostática	108
6.3.5.	Fase Hiperestática (Cabo 48)	110
6.3.6.	Comparação dos resultados – ESIE x CCCE	118
6.3.7.	Conclusões	120

CAPÍTULO 7 ***121***

CONCLUSÕES FINAIS..... ***121***

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ***125***

Lista de símbolos

f_{tc}	força transversal de curvatura
P	força de protensão no cabo
f_{la}	forças longitudinais de atrito
θ	ângulo central, ângulo de incidência do cabo nas extremidades
α	ângulo central, ângulo entre vetores no espaço, somatório dos ângulos de deflexão previstos ao longo do cabo, ângulo de incidência do cabo na seção considerada
ds	trecho infinitesimal de cabo
r	raio de curvatura do cabo
$\vec{v}, \vec{w}$	vetores no R^3
P_o	Força de protensão junto à ancoragem, antes da cravação
e	base de logaritmos neperianos, excentricidade do cabo em relação ao CG da seção
μ	coeficiente de atrito entre cordoalha e bainha
k	coeficiente que fornece o efeito dos desvios parasitários ao longo do cabo
P_n, P_i	Força de protensão no ponto / seção n
α_n	Ângulo de desvio no vértice n
P_{atrito}	Conjunto de forças de protensão ao longo do cabo, após as perdas por atrito
ϵ	Deformação específica
σ_p	Tensão no cabo de protensão

PM_x, PM_y, PM_z Componentes de vetores Segundo os eixos x, y e z respectivamente

E_p	Módulo de elasticidade da armadura de protensão
A_p	Área da seção transversal da armadura de protensão
ℓ	Comprimento de cabo, distância
Δw	recoo admitido das cunhas na ocasião do encunhamento
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
α_p	coeficiente de equivalência entre os módulos E_p e E_c
M_g	Momento fletor devido às cargas permanentes
e_p, e_i	Excentricidade do cabo em relação ao CG da seção
I_c	Momento de inércia à flexão da seção transversal de concreto
A_c	Área da seção transversal de concreto
$N(x)$	Força Normal na seção de concreto (da barra)
$V(x)$	Força Cortante na seção de concreto (da barra)
$M(x)$	Momento fletor na seção de concreto (da barra)
M_p	Momento total de protensão
M_{iso}	Momento isostático de protensão
M_{hip}	Momento hiperestático de protensão
f	flecha do cabo
P_y	Componente segundo ‘y’ da força de protensão na seção de concreto
P_x	Componente segundo ‘x’ da força de protensão na seção de concreto
P_z	Componente segundo ‘z’ da força de protensão na seção de concreto
F_{tc}	Resultante da força transversal de curvatura
F_{la}	ângulo de deflexão

Fv_n	Força de desvio no vértice n
R_i	Raio de curvatura no ponto i
L	Vão da viga
$F_{dv,i}$	Força de desvio no vértice i do cabo, resultante de $F_{tc,i}$ e $F_{la,i}$
$F_{xdv,i}$	Componente segundo o eixo global X da força de desvio no vértice i do cabo
$F_{ydv,i}$	Componente segundo o eixo global Y da força de desvio no vértice i do cabo
$F_{zdv,i}$	Componente segundo o eixo global Z da força de desvio no vértice i do cabo
CG	Centro de gravidade da seção transversal
CC	Centro de cisalhamento da seção transversal
X, Y, Z	Eixos globais
D_x, D_y, D_z	Distâncias, segundo os eixos globais, entre o nó da estrutura e o vértice do cabo
$Mx_{dv,i}$	Momento atuante no nó ou concentrado na barra, em torno do eixo global X, provocado pelo vértice i do cabo
$My_{dv,i}$	Momento atuante no nó ou concentrado na barra, em torno do eixo global Y, provocado pelo vértice i do cabo
$Mz_{dv,i}$	Momento atuante no nó ou concentrado na barra, em torno do eixo global Z, provocado pelo vértice i do cabo
u_x, u_y, u_z	Deslocamentos dos nós nas extremidades das barras, segundo os eixos locais das barras
r_x, r_y, r_z	Rotações dos nós nas extremidades das barras, segundo os eixos locais

N_x, V_y, V_z Esforços Axial e Cortantes segundo os eixos locais das barras

M_x, M_y, M_z Momentos fletores segundo os eixos locais das barras

e_x, e_y, e_z Excentricidades do cabo em relação ao CG da seção

N_c Esforço normal na seção da barra (força axial)

$V_{c,y}$ Esforço cortante na seção da barra, segundo o eixo local y

$V_{c,z}$ Esforço normal na seção da barra, segundo o eixo local z

$M_{c,y}$ Momento fletor na seção da barra, em torno do eixo local y

$M_{c,z}$ Momento fletor na seção da barra, em torno do eixo local z

T_c Momento torçor na seção da barra

vp,i numeração dos vértices do cabo

U_x, U_y, U_z Deslocamentos nodais segundo os eixos globais

Lista de figuras

Figura 1.1 - Linn Cove Viaduct (Carolina do Norte - EUA). Projeto: Jean Muller International.

Figura 1.2 - Curva Carregamento x Deslocamento para carga crescente

Figura 1.3 - Cabo sendo tracionado no interior de uma bainha

Figura 1.4 - Esquema de esforços no cabo

Figura 1.5 - Esquema de forças em um trecho pequeno de cabo

Figura 1.6 - Esquema genérico de forças que agem sobre um cabo no espaço

Figura 2.1 - Analogia da polia e correia para cálculo do atrito

Figura 2.2 - Ângulo entre vetores no espaço

Figura 2.3 - Ângulos de desvio num cabo poligonal no plano

Figura 2.4 – Sugestão de discretização do cabo [AALAMI, 1993]

Figura 2.5 - Diagrama de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito

Figura 2.6 - Variação da força de protensão em um trecho infinitesimal de cabo

Figura 2.7 - Cálculo da força média de protensão

Figura 2.8 - Diagrama de força de protensão idealizado, próximo à ancoragem ativa

Figura 2.9 - Diagramas de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito e perdas por cravação

Figura 2.10 - Processo iterativo de busca do ponto de influência do encunhamento

Figura 2.11 - Diagramas de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito, perdas por cravação e perdas por encurtamento elástico do concreto

Figura 2.12 - Diagramas esquemáticos de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito, perdas por cravação, perdas por encurtamento elástico do concreto e perdas progressivas

Figura 3.1 - Viga protendida e cabo de protensão separados

Figura 3.2 - Equilíbrio da metade esquerda da viga

Figura 3.3 - Força equivalente à protensão na seção $S(x)$

Figura 3.4 - Esquema de esforços aplicados numa viga bi-apoiada através da protensão com $f_{la}=0$

Figura 3.5 - Trecho de cabo parabólico

Figura 3.6 - Cargas externas equivalentes à protensão

Figura 3.7 - Viga contínua protendida

Figura 3.8 - Diagrama de força normal de protensão

Figura 3.9 - Equilíbrio das cargas externas equivalentes em cada trecho

Figura 3.10 - Cargas externas equivalentes na viga contínua

Figura 3.11 - Trecho infinitesimal de cabo parabólico

Figura 3.12 - Viga contínua protendida e diagrama de variação da força P

Figura 3.13 - Cargas externas equivalentes variáveis na viga contínua

Figura 4.1 - Esquema de esforços na viga de concreto (a) e no cabo (b)

Figura 4.2 - Esquema de esforços num trecho de cabo discretizado

Figura 4.3 - Esquema de esforços no concreto

Figura 4.4 - a) Situação real, cabo curvo – b) Situação idealizada, cabo poligonal

Figura 4.5 - Parábola definida por três pontos

Figura 4.6 - Detalhe das forças de desvio, eixo baricêntrico da viga, vértices (V_i) e segmentos (S_i) do cabo idealizado

Figura 4.7 - Força de desvio $F_{dv,i}$ no espaço e suas componentes

Figura 4.8 - Orientação das componentes da força de desvio $F_{dv,i}$ segundo os eixos globais

Figura 5.1 - Deslocamentos nodais segundo os eixos locais da barra

Figura 5.2 - Esforços nas extremidades da barra, segundo os eixos locais

Figura 5.3 - Componentes da força de protensão na seção referente ao sistema de coordenadas centroidal

Figura 5.4 - Modelagem de viga não-prismática através da retificação do eixo centroidal

Figura 5.5 - Viga com seção celular de altura variável e curva em planta

Figura 5.6 - Seção transversal genérica da viga da figura 5.5

Figura 5.7 - Definições geométricas do modelo

Figura 5.8 - Modelo de barras da estrutura e cargas aplicadas nos nós

Figura 5.9 - Sugestão de Cargas nas barras por interpolação

Figura 6.1 - Seção transversal da viga no meio do vão

Figura 6.2 - Viga protendida isostática

Figura 6.3 - Desenho em 3d dos cabos de um trecho da viga

Figura 6.4 - Componentes da força de protensão na seção 4, segundo o sistema de coordenadas centroidal

Figura 6.5 - Componentes da força de desvio, gerada pelo vértice do cabo situado no plano da seção 4, segundo o sistema de coordenadas globais

Figura 6.6 - Diagrama de esforço axial N_c

Figura 6.7 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$

Figura 6.8 - Diagrama de esforço cortante (vertical) $V_{c,z}$

Figura 6.9 - Diagrama de momento torçor T_c

Figura 6.10 - Diagrama de momento fletor (horizontal) $M_{c,z}$

Figura 6.11 - Diagrama de momento fletor (vertical) $M_{c,y}$

Figura 6.12 - Elevação da viga (medidas em centímetros)

Figura 6.13 - Trecho típico de estrutura em viga celular, com o desviador

Figura 6.14 - Seção transversal (medidas em centímetros)

Figura 6.15 - Diagramas de $M_{y,iso}$ e $\overline{M}_y$ (medidas em metros, momentos em KNm)

Figura 6.16 - Diagrama de esforço axial N_c no concreto

Figura 6.17 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$ no concreto

Figura 6.18 - Diagrama de momento fletor (vertical) $M_{c,y}$ no concreto

Figura 6.19 - Foto da execução da ponte sobre o rio Piracicaba.

Figura 6.20 - Sequência executiva da ponte

Figura 6.21 - Seções transversais - Vão central (S37) e Apoios intermediários (S22 e S52)

Figura 6.22 - Esquema longitudinal de 1/2 ponte (planta e elevação distorcida) e dos cabos 35 e 48

Figura 6.23 - Diagrama de esforço axial N_c

Figura 6.24 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$

Figura 6.25 - Diagrama de esforço cortante (vertical) $V_{c,z}$

Figura 6.26 - Diagrama de momento torçor T_c

Figura 6.27 - Diagrama de momento fletor (horizontal) $M_{c,z}$

Figura 6.28 - Diagrama de momento fletor (vertical) $M_{c,y}$

Figura 6.29 - Modelo de barras da estrutura completa

Figura 6.30 - Diagrama de esforço axial N_c

Figura 6.31 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$

Figura 6.32 - Diagrama de esforço cortante (vertical) $V_{c,z}$

Figura 6.33 - Diagrama de momento torçor T_c

Figura 6.34 - Diagrama de momento fletor (horizontal) $M_{c,z}$

Figura 6.35 - Diagrama de momento fletor (vertical) $M_{c,y}$

Lista de tabelas

Tabela 6.1 - Cálculo da força efetiva de protensão no cabo, após as perdas

Tabela 6.2 - Cálculo das forças de desvio nos vértices do cabo discretizado, segundo o sistema de eixos globais

Tabela 6.3 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Tabela 6.4 - Tabela comparativa de erro percentual : ESIE x CCCE

Tabela 6.5 - Deslocamentos Nodais

Tabela 6.6 - Esforços nas seções, de acordo com o ESIE

Tabela 6.7 - Cálculo das forças de desvio nos vértices do cabo discretizado, segundo o sistema de eixos globais

Tabela 6.8 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Tabela 6.9 - Tabela comparativa percentual : ESIE x CCCE

Tabela 6.10 - Deslocamentos Nodais

Tabela 6.11 - Cálculo das forças de desvio nos vértices do cabo discretizado, segundo o sistema de eixos globais

Tabela 6.12 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Tabela 6.13 - Tabela comparativa percentual : ESIE x CCCE

Tabela 6.14 - Cálculo das forças de desvio

Tabela 6.15 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Tabela 6.16 - Tabela comparativa percentual : ESIE x CCCE

Lista de gráficos

Gráfico 6.1 - Diagrama de força efetiva de protensão ao longo do cabo

Gráfico 6.2 - Diagramas de momentos fletores

Gráfico 6.3 - Diagramas de forças cortantes

RESUMO

O presente trabalho faz um estudo da representação da protensão em estruturas de barras através de um Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes para determinação dos esforços solicitantes e dos deslocamentos, gerados pela protensão.

O trabalho aborda a conceituação de protensão, forças de desvio e perdas imediatas de protensão. Na sequência discute-se alguns métodos para determinação de esforços de protensão, inclusive para o caso de peças hiperestáticas, como por exemplo o método dos esforços solicitantes iniciais e o da carga distribuída equivalente.

A seguir discute-se o algoritmo em estudo - Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes, CCCE (também conhecido como Método da Força Variável), suas vantagens e aplicações.

Na parte final compara-se, através de exemplos, a aplicabilidade e precisão do CCCE com alguns dos métodos mais tradicionais citados anteriormente assim como as vantagens e desvantagens de cada um deles.

ABSTRACT

This work is a study about the representation of the prestressing through a CELG (Concentrated Equivalent Loads Group) in order to determine the internal forces and displacements in prestressed structures, due to prestressing.

This study considers the concept of prestressing, deviation forces and immediate loss of prestressing. Furthermore some alternative methods to determine forces of prestressing are discussed including the case of hiperstatic structures e.g. initial forces and equivalent distributed loads.

Next, the studied algorithm is discussed - CELG, (also known as Variable Force Method), its advantages and uses.

Finally the use and precision of CELG is compared to some of the most traditional methods quoted beforehand and also its advantages and disadvantages.

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO

O projeto de estruturas cada vez mais complexas, em atendimento aos projetos arquitetônicos modernos e mais arrojados, demanda estudos aprofundados, principalmente em se tratando de estruturas protendidas hiperestáticas. Por exemplo, a consideração da protensão em peças cuja geometria foge das vigas retas tradicionais, exige um grande trabalho e envolve um grande número de variáveis que não podem ser desprezadas.

Curvas em planta, hiperestaticidade, estruturas de seções variáveis (não prismáticas), perdas de protensão, fluência e retração são apenas algumas dessas variáveis. A idéia de estudar alternativas de representação da protensão com implementação relativamente fácil e fiel ao seu efeito real é bem-vinda não apenas pela maior precisão nos resultados mas também para que se consiga uma interação melhor com as demais variáveis do problema, algumas delas citadas acima.

Figura 1.1 - Linn Cove Viaduct (Carolina do Norte - EUA). Projeto: Jean Muller International.

(As drásticas restrições impostas pela proteção do meio ambiente não permitiram estradas de acesso para execução das fundações, além de nenhum corte de árvores que não interferiam com a ponte em si, culminaram nessa solução: pilares e superestrutura em aduelas pré-moldadas)

Apesar desse estudo não ter aplicação exclusiva em estruturas pós-tracionadas, vamos nos concentrar basicamente nesse tipo de estrutura, por ele normalmente apresentar maior número de variáveis envolvidas não apenas em função do processo construtivo, mas também em função da liberdade geométrica, tanto da estrutura como dos traçados dos cabos de protensão.

Assim como discretizamos as estruturas pelo método dos elementos finitos, por exemplo, a idéia de discretizar os cabos de protensão através de um processo qualquer tem como principal objetivo eliminar as dificuldades de equacionar o comportamento do contínuo de tal forma que as aproximações numéricas obtidas fiquem suficientemente próximas da solução analítica dita exata.

Nesse texto, quando do estudo do método do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes (CCCE), ficaremos focados no estudo de estruturas de barras, mais precisamente vigas. Porém, é importante que se comente que o raciocínio permanece válido para pórticos, grelhas e mesmo estruturas modeladas através de outros tipos de elementos finitos como cascas ou placas por exemplo, bastando apenas um tratamento específico para cada caso.

1.1. Estados Limites de Serviço (ou de utilização)

"Estados limite de serviço são aqueles relacionados à durabilidade das estruturas, aparência, conforto do usuário e à boa utilização funcional das mesmas, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e aos equipamentos utilizados" (NBR 6118, 2004).

O gráfico da Figura 1.2 mostra, de forma esquemática, a evolução dos deslocamentos δ em uma viga isostática simplesmente apoiada quando sujeita a um carregamento crescente, representado aqui pela variável P e protendida por um cabo excêntrico próximo à borda inferior da seção. Ao longo da curva, representamos os principais estados limites e ao lado deles um diagrama esquemático das tensões atuante na seção transversal.

Figura 1.2 - Curva Carregamento x Deslocamento para carga crescente

O carregamento ***Pr*** representa a carga de fissuração, a partir da qual o concreto não mais suporta a tração e então a seção começa a fissurar. O carregamento ***Pu*** representa a carga última, na qual a seção esgota sua capacidade resistente.

Estado Limite de Descompressão (ELS-D)

"Estado no qual em um ou mais pontos da seção transversal a tensão normal é nula, não havendo tração no restante da seção" (NBR 6118, 2004). Esse cálculo de tensões pode ser realizado no Estádio I.

Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)

"Estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que esse estado limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$ " (NBR 6118, 2004). O cálculo das tensões ainda pode ser realizado no Estádio I.

Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W)

“Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados na NBR 6118, item 13.4.2” (NBR 6118:2004). Como já ultrapassamos o limite do comportamento admitido da peça sem fissuração (ELS-F, Estádio I), o cálculo das tensões deve ser feito no Estádio II.

Estado Limite Último (ELU)

"Estado Limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura" (NBR6118, 2004).

A diferença básica entre o concreto armado e o concreto protendido é a existência do pré-alongamento da armadura de protensão, seja nos ELS, seja nos ELU.

Assim como no caso de estruturas em concreto armado, *"O cálculo no regime elástico respeita as condições de equilíbrio e, segundo o Teorema Estático da Teoria da Plasticidade, garante a segurança à ruptura, desde que a estrutura tenha, como é usual, ductilidade adequada"*.

1.2. Forças de desvio ou forças de mudança de direção

Quando um cabo é posicionado no interior de uma bainha ou de um tubo qualquer no interior de uma peça e então é tracionado, a tendência à retificação desse cabo faz com que ele entre em contato com as paredes do tubo gerando assim as chamadas *forças de desvio* ou *forças de mudança de direção* na estrutura, representadas na Figura 1.3 por f_{tc} , *força transversal de curvatura*.

Figura 1.3 - Cabo sendo tracionado no interior de uma bainha

Analisando um pouco mais a fundo o caso ilustrado na Figura 1.3, podemos identificar outros fenômenos que ocorrem quando um cabo desses é tracionado. A Figura 1.4 ilustra os esforços atuantes num trecho curvo de um cabo protendido no interior de uma bainha. O cabo está sujeito a uma força de tração P , aplicada apenas na extremidade **A**. Essa força é equilibrada pelas demais forças representadas.

Figura 1.4 - Esquema de esforços no cabo

A força de tração ao longo do cabo é variável em função do atrito cabo-bainha e os esforços $f_{tc}(s)$ e $f_{la}(s)$ são respectivamente as forças transversais de curvatura (reação transversal sobre as paredes internas da bainha) e forças longitudinais de atrito (atrito longitudinal entre o cabo e as paredes da bainha).

Considerando esse trecho de cabo com raio variável (situação genérica), temos que os esforços $f_{tc}(s)$ e $f_{la}(s)$ também serão variáveis em módulo, direção e sentido.

No entanto, apesar de todas essas variações, o sistema de forças associado ao trecho de cabo em estudo é auto-equilibrado. A somatória de forças em qualquer direção ou a somatória de momentos em torno de qualquer ponto arbitrário é sempre igual a zero.

Para determinarmos o valor da força distribuída $f_{tc}(s)$ vamos considerar um trecho pequeno de cabo, de raio constante r , conforme a Figura 1.5.

Figura 1.5 - Esquema de forças em um trecho pequeno de cabo

Desprezando a força de atrito entre o cabo e a bainha, as forças nas duas extremidades do trecho são iguais. Nesse caso, sabemos que f_{tc} exerce uma pressão uniformemente distribuída sobre o cabo, necessária para mantê-lo na sua posição, de tal forma que observando o polígono de forças da Figura 1.5 temos:

$$f_{tc} \cdot \Delta s = 2P \sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) \quad (1.1)$$

Para ângulos pequenos, $\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) = \frac{\Delta\theta}{2}$ e então: (1.2)

$$f_{tc} = P \cdot \frac{d\theta}{ds} \quad (1.3)$$

Sabendo que: $\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{r}$, onde r é o raio de curvatura, temos finalmente:

$$f_{tc} = \frac{P}{r} \quad (1.4)$$

A Figura 1.6 mostra, de forma esquemática, um cabo de geometria espacial, retirado de dentro de uma peça de concreto e as forças que atuam sobre ele ao ser tracionado nas duas extremidades, desprezando-se as forças longitudinais de atrito, $f_{la}(s)$.

Figura 1.6 - Esquema genérico de forças que agem sobre um cabo no espaço, desprezando-se forças longitudinais de atrito

Essas forças $f_{tc}(s)$ podem ter seus módulos calculados pela equação (1.4) considerando $r(s)$ variável e suas direções definidas pela direção radial em cada ponto.

CAPÍTULO 2

2. PERDAS DE PROTENSÃO

Como nosso trabalho tem o intuito de representar a protensão através de forças concentradas equivalentes, não estamos interessados em estudar os fenômenos das perdas o que seria um estudo extremamente trabalhoso, principalmente quanto às perdas progressivas. Para nosso estudo, basta conhecermos a variação da força de tração no cabo ao longo de seu desenvolvimento. Portanto mostraremos as recomendações da NBR-6118 quanto às perdas imediatas com algumas

particularidades que interessam ao nosso estudo e citaremos brevemente as perdas progressivas.

Conforme comentado na introdução desse trabalho, normalmente a força de tração não é constante ao longo do cabo, variando de ponto a ponto ao longo de seu desenvolvimento, conforme descreveremos a seguir. Entendemos ser importante estudarmos rapidamente alguns desses fenômenos porque a discretização do cabo em forma de uma poligonal (para aplicação do CCCE) nos permite visualizar o processo de cálculo dessas perdas de uma forma mais sistemática, o que é bom quando se pretende elaborar algoritmos de cálculo

As perdas de protensão podem ser agrupadas em dois grupos:

- **Perdas Imediatas:** as que ocorrem no ato da protensão dos cabos
- **Perdas Progressivas:** as que ocorrem ao longo do tempo

2.1. Perdas Imediatas

Essas perdas ocorrem no ato da protensão e podem ser subdivididas basicamente em:

- Perdas por atrito cabo-bainha
- Perdas por cravação (encunhamento ou acomodação das ancoragens)
- Perdas por encurtamento elástico (devida ao escalonamento da operação de protensão)

2.1.1. Perdas por atrito cabo-bainha

Esse é o fenômeno que faz com que a força de tração no cabo seja variável ao longo do mesmo. Na ocasião do estiramento do cabo, o contato dele com as paredes do duto por onde ele passa, geralmente uma bainha, produz forças transversais e

longitudinais nessas paredes. As forças longitudinais acarretam a diminuição da força de tração ao longo do cabo.

Figura 2.1 - Analogia da polia e correia para cálculo do atrito

Em projetos de vigas em que temos cabos fazendo curvas em planta e também em elevação, normalmente estuda-se o caminhamento dos mesmos em separado até mesmo por uma questão de representação gráfica e interpretação do projeto além da facilidade de definição das equações do traçado em duas dimensões. Em consequência disso o cálculo das perdas por atrito, que é função dessas curvas, (mais precisamente função dos ângulos de desvio entre dois pontos ao longo do traçado) também acaba sendo tratado através da composição dos dois traçados, em planta e em elevação.

Uma das principais hipóteses ou premissas que utilizaremos ao longo desse trabalho será a idealização dos cabos curvos através de cabos poligonais, com um número suficiente de segmentos de forma a representar o cabo sem causar prejuízos ao cálculo.

O fato de discretizarmos os cabos como poligonais no espaço, facilita bastante o cálculo dos ângulos de desvio, já que em um determinado vértice, temos que calcular apenas o ângulo de deflexão entre dois segmentos de reta no espaço, cujas coordenadas dos pontos iniciais e finais são conhecidas.

O cálculo dessa deflexão pode ser feito de uma maneira muito eficiente através do Produto Escalar (ou Produto Interno) considerando os dois segmentos sucessivos como vetores. Como resultado, teremos o ângulo no espaço entre esses dois segmentos.

A seguir mostraremos o equacionamento do Produto Escalar para dois vetores no espaço.

Sejam os vetores v e w abaixo

Figura 2.2 - Ângulo entre vetores no espaço

$$v = (x_1, y_1, z_1) \text{ e } w = (x_2, y_2, z_2)$$

O produto escalar de dois vetores no $\mathbf{R}^3$ é:

$$\langle v, w \rangle = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

O ângulo α entre dois vetores não nulos no $\mathbf{R}^3$ pode ser encontrado através da relação:

$$\cos \alpha = \frac{\langle v, w \rangle}{\|v\| \cdot \|w\|} \quad (2.1)$$

onde $\|v\|$ e $\|w\|$ são os módulos de v e w , dados por:

$$\|v\| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \text{ e } \|w\| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$$

Dessa forma, lidamos o mínimo possível com cálculos trigonométricos e não precisamos trabalhar com projeções e composições para encontrarmos o ângulo de desvio α .

A perda de protensão referente ao atrito cabo-bainha pode ser calculada de acordo com a expressão abaixo (NBR-6118, 2004):

$$\Delta P = P_i \left[1 - e^{-(\mu \Sigma \alpha + kx)} \right]$$

Portanto, num ponto do cabo à distância “ x ” da ancoragem, a força de protensão no cabo é dada por:

$$P = P_0 \cdot e^{-(\mu \Sigma \alpha + kx)}, \text{ onde:} \quad (2.2)$$

P é a força de tração no cabo à distância “ x ” da ancoragem

P_0 é a força de tração máxima no cabo junto à ancoragem, antes do encunhamento

e é a base de logaritmos Neperianos

μ é o coeficiente de atrito aparente entre cabo e bainha

$\Sigma \alpha$ é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa “ x ”, em radianos

k é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo. Na falta de dados experimentais pode ser adotado o valor 0.01μ (1/m).

Consideremos um cabo discretizado em segmentos retos, todos no mesmo plano, conforme a Figura 2.3.

Figura 2.3 - Ângulos de desvio num cabo poligonal no plano

De acordo com a Figura 2.3, a força de tração no cabo no vértice n , assumindo uma força de tração aplicada em 1 será calculada da seguinte forma:

$$P_n = P_1 \cdot e^{-\mu \left(\sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i + \frac{\alpha_n}{2} + k \sum_{j=1}^{n-1} \ell_j \right)} \quad (2.3)$$

De acordo com essa formulação, acreditamos que uma boa forma de computar a força P_n é considerar a somatória dos ângulos de desvio ocorridos entre cada par de segmentos consecutivos e ainda computar a metade do ângulo de desvio no vértice n . Observando que de acordo com a numeração do nosso exemplo, α_n é o ângulo de desvio no vértice n .

Uma outra questão interessante quanto à discretização dos cabos, que pode levar a uma melhoria significativa na aplicação desse conceito é a introdução de vértices da poligonal nos pontos notáveis dos cabos, ou seja, nos pontos iniciais e finais de cada trecho curvo, normalmente parabólicos. No Capítulo 6 – Estudo de Casos, estudaremos uma viga protendida onde, por praticidade, não adotaremos esse conceito, o que causará uma certa imprecisão no nosso cálculo.

A Figura 2.4 mostra um cabo discretizado, com os diagramas de força de protensão ao longo desse cabo.

Figura 2.4 - Sugestão de discretização do cabo (AALAMI, 1993)

Então, a força média de protensão no segmento entre os vértices subsequentes i e j pode ser dada por:

$$\bar{P}_{i,j} = \frac{P_i + P_j}{2} \quad (2.4)$$

Utilizando a Equação (2.3) no exemplo da Figura 2.3 e aplicando-a nos vértices da poligonal obtemos o diagrama de força efetiva de protensão após as perdas por atrito (**P_{atrito}**), conforme Figura 2.5. Notemos que o gráfico tem o aspecto poligonal pois

calculamos a força efetiva apenas nos vértices ligando então esses pontos através de segmentos de reta.

Figura 2.5 - Diagrama de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito

2.1.1.1. Alongamento Teórico dos Cabos

Em cabos pós-tencionados, o cálculo do alongamento teórico pode tornar-se uma ferramenta muito útil para avaliarmos se as perdas por atrito foram consideradas de forma apropriada. Considerando que o processo de produção do aço de protensão é um processo altamente industrializado e que as características desse produto sofrem pequenos desvios em relação às suas especificações, podemos então tirar algum proveito desse conhecimento para nossa avaliação. Lembramos ainda que existe a possibilidade de ensaiarmos amostras para obtermos com segurança as características do material que estamos utilizando, principalmente a área da seção e seu módulo de elasticidade. A dedução do alongamento teórico do cabo pode ser feita através da aplicação da lei de Hooke, conforme mostramos a seguir:

Figura 2.6 - Variação da força de protensão em um trecho infinitesimal de cabo

Admitindo cabos com curvas abatidas, a deformação específica é dada por:

$$\varepsilon = \frac{d\Delta\ell}{dx} \quad (2.5)$$

Sabendo que:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_p(x)}{E_p} \quad (2.6)$$

temos:

$$\Delta\ell = \frac{1}{E_p A_p} \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx \quad (2.7)$$

Notemos que a integral $\int_{x_1}^{x_2} P(x) dx$ representa a área do diagrama da força efetiva de protensão entre os pontos x_1 e x_2 que, em se tratando do trecho compreendido entre os pontos 1 e 2, temos:

$$\Delta\ell = \frac{\overline{P}_{12} \cdot \ell}{E_p \cdot A_p} \quad (2.8)$$

onde $\overline{P}_{12}$ pode ser interpretado com a força média de protensão do cabo no trecho entre x_1 e x_2 .

A aplicação da expressão 2.7 no caso de diagramas poligonais da força efetiva de protensão é muito simples, sendo necessário apenas computar a soma das áreas dos trapézios referentes a cada segmento de cabo.

Figura 2.7 - Cálculo da força média de protensão

$$\overline{P}_0 = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{P_i + P_{i+1}}{2} (x_{i+1} - x_i) \quad (2.9)$$

Notemos que na prática o comprimento total considerado do cabo é medido desde o ponto de aplicação da protensão de fato, o que significa conhecer a distância entre a ancoragem e o ponto onde o macaco de protensão aplica a força no cabo, no caso de ancoragens ativas. Essa distância, normalmente, não ultrapassa um metro. Portanto essa distância deve ser considerada no cálculo do $\Delta\ell$.

De posse desse alongamento teórico temos alguns subsídios para avaliar, a partir da comparação com o alongamento real medido durante a operação de protensão, o comportamento do cabo em questão com relação ao atrito cabo-bainha, assim como tomar as devidas providências no caso de uma discrepância mais acentuada.

Nesses casos pode-se optar por exemplo por ensaiar o aço, aumentar até um determinado limite a força de protensão ou mesmo reconsiderar os coeficientes de atrito adotados no cálculo para que se tenha o conhecimento da razão dessa discrepância.

2.1.2. Perdas por cravação (ou encunhamento)

Na ocasião da cravação das cunhas de ancoragem, um certo encurtamento Δw do cabo e conseqüentemente uma perda de tensão é inevitável. Se estivermos considerando um cabo ao ar livre, sem nenhum tipo de atrito, a perda de tensão se daria no cabo como um todo. O mesmo não ocorre quando temos atrito entre o cabo e a bainha, por exemplo, uma vez que o mesmo fenômeno do atrito que causou perdas na ocasião do estiramento do cabo, irá impor resistência agora no sentido contrário. Então, a perda de tensão ocorrerá desde a ancoragem onde estamos efetuando o estiramento até um determinado ponto do cabo, o qual queremos determinar. A partir desse ponto, a tensão no cabo não é alterada, permanecendo aquela calculada segundo as perdas por atrito apenas. O valor da acomodação varia de acordo com o sistema de protensão e também com os cuidados durante a operação, mas normalmente fica entre 6mm e 12mm.

O procedimento de cálculo da perda por encunhamento pode ser encarado de uma forma bastante sistemática, em se tratando de cabos supostos poligonais e com uma boa discretização.

Na Figura 2.8, onde se considera apenas um trecho retilíneo do diagrama, **A**, **B** e **C** representam pontos nesse diagrama de força de protensão após as perdas por atrito e o segmento **DB** representa o diagrama de força de protensão após o encunhamento.

Figura 2.8 - Diagrama de força de protensão idealizado, próximo à ancoragem ativa, envolvendo apenas um trecho retilíneo

Como a resistência no recuo da ancoragem segue a mesma função da resistência que causou as perdas por atrito, agora no sentido contrário, sabemos que o trecho do diagrama onde a cravação tem influência, terá a forma rebatida do diagrama após as perdas por atrito, na hipótese de termos os mesmos μ e k da expressão (2.2).

Aplicando a expressão (2.7), substituindo o então $\Delta \ell$ pelo agora conhecido Δw temos:

$$\Delta w \cdot E_p \cdot A_p = \int_0^x P(x) dx \quad (2.12)$$

A Figura 2.9 mostra os diagramas de força efetiva de protensão após a ocorrência dos dois tipos de perdas estudados até então: Atrito e Encunhamento.

Figura 2.9 - Diagramas de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito e perdas por cravação

No caso estudado, verificamos que o diagrama que representa as forças após a Cravação intercepta o diagrama das forças após o Atrito exatamente na seção 3, o que é uma coincidência, pois esse ponto poderia ter ocorrido no trecho entre seções.

A sistematização do cálculo é muito simples e trata-se de um problema iterativo, onde queremos encontrar um polígono, conforme mostrado na Figura 2.10, cuja área seja numericamente igual a $\Delta w \cdot E_p \cdot A_p$.

De acordo com a Figura 2.10, podemos simplificar o cálculo das áreas dos polígonos considerando apenas a parte superior dos mesmos. Dessa forma, a área procurada

através da iteração é:
$$\frac{\Delta w \cdot E_p \cdot A_p}{2}$$

Quando após duas iterações sucessivas, ultrapassarmos o valor da área procurada, sabemos que a ordenada x que define o ponto exato da influência da cravação estará entre os dois últimos valores podendo portanto ser encontrada por interpolação.

Figura 2.10 - Processo iterativo de busca do ponto de influência do encunhamento

Notemos que no exemplo na Figura 2.10 consideramos trechos retos entre os diversos pontos do diagrama de perdas por atrito.

2.1.3. Perdas por encurtamento elástico do concreto

Perda que ocorre devida ao escalonamento das operações de protensão. Os cabos protendidos subsequentemente atuam comprimindo a seção de concreto e encurtando a peça. Conseqüentemente os cabos protendidos e já encunhados anteriormente sofrem um afrouxamento.

Para esse tipo de perda, a discretização do cabo não oferece nenhuma vantagem quanto à sistematização e portanto será tomada conforme recomenda a NBR-6118 no caso de n cabos iguais protendidos seqüencialmente.

$$\Delta\sigma_p \text{ médio} = \alpha_p (\sigma_g + \sigma_{cp}) \cdot \frac{n-1}{2n} \quad (2.13)$$

onde:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} \rightarrow \text{coeficiente de equivalência entre os módulos de elasticidade da}$$

armadura de protensão e do concreto;

$$\sigma_g = \frac{M_g}{I_c} e_p \rightarrow \text{tensão no concreto no nível da resultante de protensão, devida}$$

à carga permanente mobilizada pela protensão;

$$\sigma_{cp} = -P \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p^2}{I_c} \right) \rightarrow \text{tensão no concreto no nível da resultante de}$$

protensão, devida à protensão simultânea de todos os cabos;

$A_c, I_c \rightarrow$ área e momento de inércia da seção transversal;

$e_p \rightarrow$ excentricidade da resultante de protensão;

Figura 2.11 - Diagramas de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito, perdas por cravação e perdas por encurtamento elástico do concreto

Cuidados especiais devem ser tomados em se tratando de estruturas hiperestáticas, principalmente pórticos, onde as rigidezes dos outros membros acabam oferecendo resistência aos deslocamentos do trecho protendido e então tornando essa análise muito mais complexa.

2.2. Perdas progressivas

As perdas progressivas (ou lentas) são devidas à Fluência e Retração do concreto e à Relaxação do aço e ocorrem ao longo do tempo sob a ação dos agentes climáticos (umidade relativa do ar, temperatura, tipo de cimento, histórico construtivo) e das ações permanentes aplicadas (protensão e carga externa permanente). Essas perdas tendem assintoticamente para um limite, a ser determinado.

Por não haver nenhuma particularidade no cálculo dessas perdas em relação à discretização dos cabos, não vamos explorar esse assunto nesse trabalho. O estudo desses fenômenos através de modelos reológicos e da Equação de Dischinger Generalizada, por exemplo, são bastante complexos e frequentemente objeto de trabalhos específicos.

Para nossa aplicação, basta supormos que o diagrama da força efetiva de protensão após as perdas lentas é na verdade um deslocamento, não paralelo, do diagrama das perdas imediatas estudadas no item anterior.

Figura 2.12 – Diagramas esquemáticos de força efetiva de protensão, após as perdas por atrito, perdas por cravação, perdas por encurtamento elástico do concreto e perdas progressivas

É importante citar apenas que em determinados casos os cabos são protendidos enquanto a estrutura tem uma certa configuração e as perdas progressivas acabam ocorrendo, em grande parte, quando a estrutura tem outra configuração. É o caso de pontes em balanços sucessivos ou de vigas isostáticas com segunda etapa de concretagem, para confecção do tabuleiro de pontes, por exemplo. Nesses casos, determinadas etapas de protensão ocorrem, normalmente, enquanto a estrutura é isostática.

Por questões de concepção ou construtivas, no decorrer do tempo certas estruturas podem assumir a configuração hiperestática e portanto, todas as perdas de protensão que eventualmente forem ocorrer após esse momento, certamente causarão reflexos em toda a estrutura, de acordo com sua nova configuração.

Nesses casos, a variação da força de protensão entre a fase em que consideramos o encurtamento elástico e as perdas progressivas pode ser considerada também como um carregamento externo equivalente, agora atuante não mais no modelo original, mas sim na nova configuração da estrutura.

Esse carregamento equivalente possuiria então, sentido contrário ao anteriormente aplicado na estrutura, já que trata-se de uma perda de protensão, e seus reflexos com relação aos eventuais esforços hiperestáticos seriam automaticamente considerados, caso a nova configuração assim exigir.

A idéia de trabalharmos com os incrementos de cargas pode ser útil inclusive para a elaboração de métodos iterativos de cálculo que contemplariam algumas das não-linearidades envolvidas nesses casos.

CAPÍTULO 3

3. REPRESENTAÇÕES DA PROTENSÃO

Nesse capítulo estudaremos algumas formas de considerar a protensão para o cálculo de esforços em estruturas.

- Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes
- Carregamentos Externos Equivalentes
 - Carregamento externo uniformemente distribuído
 - Carregamento externo uniformemente distribuído por partes
 - Carregamento externo linearmente distribuído por partes

3.1. Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes (ESIE)

Consideremos a viga isostática da figura 3.1 da qual separamos a viga de concreto do cabo de protensão simétrico, onde:

P = força de protensão nas extremidades (ancoragens)

f_{la} = força longitudinal de atrito, por unidade de comprimento

f_{tc} = força transversal de curvatura, por unidade de comprimento

Figura 3.1 - Viga protendida e cabo de protensão separados

Como a viga não recebe carga externa, as reações de apoio são nulas e ao separarmos a viga de concreto do cabo de protensão devemos considerar os esforços oriundos da interação entre eles que são (SKAF e STUCCHI, 1995):

- A força de protensão P em cada ancoragem
- As forças longitudinais de atrito f_{la}
- As forças transversais de curvatura f_{tc}

Como esses esforços correspondem a ação e reação, ao reunirmos o cabo de protensão e a viga de concreto, esses esforços se anulam.

O mesmo pode ser dito da viga de concreto. Consideremos agora a metade esquerda de cada um dos elementos:

Figura 3.2 - Equilíbrio da metade esquerda da viga

De acordo com o princípio da ação e reação podemos afirmar que, na viga de concreto, a resultante dos esforços à direita de A é a força de protensão $P - \Delta P$ excentricamente aplicada na seção.

Figura 3.3 - Força equivalente à protensão na seção $S(x)$

De forma análoga, o efeito da protensão (momento fletor) pode ser representado, em qualquer seção, pela força no cabo aplicada no sentido inverso, multiplicada pela excentricidade na seção do corte (Figura 3.3), o que dá origem aos três esforços solicitantes:

$$N_{c(x)} = -P_{(x)} \cdot \cos \alpha_{(x)} \quad (3.1)$$

$$V_{c(x)} = -P_{(x)} \cdot \sin \alpha_{(x)} \quad (3.2)$$

$$M_{c(x)} = N_{(x)} \cdot e_{(x)} \quad (3.3)$$

Esse conjunto de esforços representam corretamente a protensão na seção $S(x)$ considerada. Em se tratando de estruturas hiperestáticas a aplicação direta desse processo deixa de ser válida pois estaríamos ignorando os esforços de coação impostos pelos vínculos (esforços hiperestáticos). Uma boa alternativa é a utilização desse método em conjunto com o Teorema dos Esforços Virtuais (TEV) (ou Método da Carga Unitária), para a obtenção dos esforços hiperestáticos e dos esforços totais.

No caso dos momentos devidos à protensão, por exemplo, temos:

$$M_p = M_{iso} + M_{hip} \quad (3.4)$$

onde: M_p = Momento total devido à protensão

M_{iso} = Parcela isostática do momento de protensão

M_{hip} = Parcela hiperestática do momento de protensão

3.2. Carregamentos Externos Equivalentes

A segunda forma de representar a protensão discutida por nós será subdividida nas três alternativas já citadas no início desse capítulo e que são baseadas em Carregamentos Externos Equivalentes.

Diferente do método anterior, os esforços obtidos através da aplicação de carregamentos externos equivalentes já fornecem os esforços totais (isostáticos + hiperestáticos), no caso de estruturas hiperestáticas.

Nesses métodos são aplicadas forças concentradas nos pontos de introdução de protensão, forças distribuídas nos trechos curvos e forças concentradas nos pontos de mudança brusca de direção.

3.2.1. Carregamento Externo Uniformemente Distribuído

Esse método, inicialmente sugerido por T.Y.LIN (LIN, 1955) é bastante prático e eficiente. A consideração da força de protensão constante não compromete a análise em casos usuais e é amplamente utilizada, principalmente nos Estados Unidos, onde é denominada "Load-Balancing Method".

Essa denominação decorre do conceito inicial do método que propunha balancear ou contrapor parte do carregamento vertical distribuído através de um carregamento também distribuído em sentido contrário, acrescido da força normal de compressão.

Por essa razão, o método é fundamentalmente baseado em cabos parabólicos. Outros autores citam que essa terminologia teria sido adotada em função do fato de que o conjunto de cargas que compõem o carregamento é auto-equilibrado.

Figura 3.4 - Esquema de esforços aplicados numa viga bi-apoiada através da protensão com $f_{ia} = 0$

Consideremos um cabo com desenvolvimento parabólico. A equação da parábola do segundo grau é:

$$y = ax^2 + bx + c \quad (3.5)$$

Para $x = 0$, temos:

$$y = 0 \rightarrow c = 0$$

Figura 3.5 - Trecho de cabo parabólico

Para $x = \ell/2$ temos:

$$y = -f \rightarrow -f = \frac{a\ell^2}{4} + \frac{b\ell}{2} \quad (3.6)$$

Para $x = \ell$ temos:

$$y = 0 \rightarrow a\ell^2 + b\ell = 0$$

Portanto a equação da excentricidade do cabo, conforme a referência da Figura 3.5 é:

$$y(x) = \frac{4fx^2}{\ell^2} - \frac{4fx}{\ell} \quad (3.7)$$

Assumindo que P é a força de protensão constante ao longo do cabo e que a curva é abatida o suficiente para que possamos considerar $P_x \approx P$ ou seja, que a componente horizontal da força de protensão é aproximadamente igual à força de tração no cabo, temos:

$$M(x) = P \cdot \left(\frac{4fx^2}{\ell^2} - \frac{4fx}{\ell} \right) \quad (3.8)$$

Sabendo que $\frac{d^2M}{dx^2} = q$ (3.9), onde q é uma carga qualquer uniformemente distribuída, temos:

$$f_{ic} = \frac{8Pf}{\ell^2} \quad (3.10)$$

onde f_{ic} é a carga distribuída equivalente, atuando na direção vertical.

É Interessante notar na Figura 3.4 que a componente vertical P_y , das forças P que atuam nas extremidades seria, normalmente, dada por:

$$P_y = P \sen \theta \quad (3.11)$$

Mas se analisarmos o equilíbrio das cargas na viga temos:

$$P_y = \frac{f_{tc} \cdot \ell}{2} = \frac{8Pf}{\ell^2} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{4Pf}{\ell} \quad (3.12)$$

Observando a parábola da Figura 3.5, temos:

$$\text{Para } x = \ell: \frac{dy}{dx} = tg \theta, \text{ então } tg \theta = \frac{4f}{\ell} \quad (3.13)$$

O que nos leva à seguinte igualdade:

$$P_y = P tg \theta \quad (3.14)$$

A explicação para termos chegado em dois valores diferentes de P_y (em 3.11 e 3.14) está na aproximação que fizemos quando calculamos a carga distribuída f_{tc} supondo-a vertical e não perpendicular à trajetória do cabo como de fato ela é (ver Figura 3.4).

Como esse processo é indicado para casos em que a trajetória do cabo é abatida, o ângulo θ é pequeno e então $tg \theta \cong \sen \theta$. Porém, para haver o equilíbrio exato das cargas, devemos sempre utilizar $P_y = P tg \theta$, conforme (3.14).

Alternativamente, utilizando a equação (1.4) do cálculo da pressão radial, temos:

$$f_{tc} = \frac{P}{r} \quad (3.15)$$

onde $r = \frac{1}{2a}$ que no nosso caso, utilizando a equação (3.6):

$$r = \frac{l^2}{8f} \quad (3.16)$$

e portanto:

$$f_{tc} = \frac{8Pf}{l^2} \text{ que é idêntica à equação (3.10)}$$

Figura 3.6 - Cargas externas equivalentes à protensão

3.2.2. Carregamento Externo Uniformemente Distribuído por Partes

SKAF e STUCCHI (1995) apresentaram uma proposta baseada no método de LIN (LIN, 1955), porém com a subdivisão do cabo em trechos de força de protensão constante. Essa consideração visa corrigir a aproximação da proposta de LIN que ignora a variação da tensão no cabo ao longo de seu desenvolvimento em função do atrito cabo-bainha.

Figura 3.7 - Viga contínua protendida

Observando a viga contínua simétrica da Figura 3.7, vamos considerar então cinco trechos, onde em cada um deles a força de protensão será admitida constante (Figura 3.8). A viga analisada é simétrica. A variação da força de protensão entre os trechos um e dois é dada por $\Delta_1 = P_1 - P_2$ e a variação da força de protensão entre os trechos dois e três é dada por $\Delta_2 = P_2 - P_3$.

Figura 3.8 - Diagrama de força normal de protensão

Vamos agora analisar cada um dos trechos em detalhe, e aplicar os conceitos do método da carga distribuída a cada um deles, conforme indicado na Figura 3.9.

Figura 3.9 - Equilíbrio das cargas externas equivalentes em cada trecho

A partir da análise isolada do equilíbrio do Trecho 1, Figura 3.9 concluímos que:

$$f_{tc1} = \frac{P_1 \tan \alpha}{l_1} \quad (3.17)$$

Podemos comprovar essa relação novamente através do cálculo da pressão radial, equação (1.4). Dessa forma temos:

$$f_{tc1} = \frac{P}{r_1} \quad (3.18)$$

onde, para parábolas abatidas:

$$r_1 = \frac{1}{2a_1} \quad (3.19)$$

que para uma parábola do tipo $y = a_1 x^2$ temos:

$$a_1 = \frac{e_1}{l_1^2} \quad \text{e} \quad r_1 = \frac{l_1^2}{2e_1} \quad (3.20) \text{ e } (3.21)$$

portanto:

$$f_{ct1} = \frac{2P_1 e_1}{l_1^2} \quad (3.22)$$

sabendo que:

$$tg \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{2e_1}{l_1} \quad (3.23)$$

concluimos que, de fato, $f_{tc1} = \frac{P_1 tg \alpha}{l_1}$ (3.24), conforme o equilíbrio nos havia mostrado.

Dessa forma tem-se, para os demais trechos:

$$f_{tc2} = \frac{P_2 tg \beta}{l_2} \quad (3.25)$$

$$f_{ct3} = \frac{2P_3 tg \beta}{l_3} \quad (3.26)$$

Observemos agora que ao reagruparmos os três trechos mostrados isoladamente na Figura 3.9, como $P_1 \neq P_2$ e $P_2 \neq P_3$ surgirão necessariamente as cargas axiais corretivas Δ_i juntamente com os momentos $\Delta_i e_i$ e eventualmente as cargas transversais $\Delta_i tg \beta_i$.

Os momentos $M_i = \Delta_i e_i$ aparecerão sempre que a trajetória do cabo, no ponto de aplicação de Δ_i não for coincidente com o eixo baricêntrico da viga. Eles são os chamados "momentos de transporte". Nos casos usuais, onde consideramos P constante, essas forças horizontais e consequentemente esses momentos inexistem.

A Figura 3.10 ilustra o esquema final de cargas externas equivalentes na viga estudada.

Figura 3.10 - Cargas externas equivalentes na viga contínua

3.2.3. Carregamento Externo Linearmente Distribuído por Partes

No Simpósio Ibero-Lantino Americano de Engenharia Estrutural em 1994, o professor Dr. Mário Franco apresentou um trabalho (FRANCO, 1994) a respeito de alguns problemas particulares com relação à protensão. Parte desse trabalho abordou uma outra alternativa de representação da protensão, para o caso de cabos com trechos parabólicos. Nesse estudo, ele propõe um carregamento distribuído variável linearmente ao longo da cada trecho parabólico, de forma a contemplar, em parte, a variação da força de protensão ao longo do cabo.

Figura 3.11 - Trecho infinitesimal de cabo parabólico

Analisando o equilíbrio dos esforços atuantes no cabo da Figura 3.11 temos:

$$P \sin \alpha + f_{tc} dx = P \sin(\alpha + d\alpha) \quad (3.27)$$

e considerando ângulos pequenos ($\sin \alpha \cong \tan \alpha \cong \alpha$ e $\cos \alpha \cong 1$)

$$f_{tc} \cong P \cdot \frac{d\alpha}{dx} \quad (3.28)$$

Para o caso de cabo parabólico, de equação $y = ax^2$, tem-se:

$$\alpha \cong \frac{dy}{dx} = 2ax \quad (3.29)$$

$$\frac{d\alpha}{dx} = 2a = \text{constante} \quad (3.30)$$

$$f_{tc} = 2a \cdot P \quad (3.31)$$

Tomando-se um trecho genérico i tem-se a carga distribuída $f_{tci}(x)$ variável linearmente com x , dada por:

$$f_{tci}(x) = 2a \cdot P(x) \quad (3.32)$$

Sendo a variação da carga linear, para um determinado trecho basta calcularmos f_{tci} nos pontos iniciais e finais do trecho, obtendo assim um carregamento trapezoidal distribuído.

Se observarmos novamente o cálculo da pressão radial, equação (1.4), podemos concluir que para trajetórias de cabos abatidas, o equacionamento desse método nos leva exatamente à mesma solução que chegamos através da relação $f_{tc} = \frac{P}{r}$, lembrando que tanto P quanto r podem variar de ponto a ponto, o que nos levaria a uma força f_{tc} variável ao longo do cabo.

Vamos considerar a viga da Figura 3.7, agora com o diagrama de força de protensão conforme indicado na Figura 3.12, variando linearmente e protendido apenas em uma das extremidades. Dessa forma, apesar da simetria geométrica da viga em relação ao apoio central teremos uma assimetria quanto ao carregamento equivalente.

Figura 3.12 - Viga contínua protendida e diagrama de variação da força P

Sabendo que para uma curva do tipo $y = ax^2$, $a = \frac{e_i}{l^2}$ temos as seguintes expressões:

a) Trecho 1:

$$f_{tc1, inicial} = \frac{2P_1 e_1}{l_1^2} \quad \text{e} \quad f_{tc1, final} = \frac{2P_2 e_1}{l_1^2}$$

b) Trecho 2:

$$f_{tc2, inicial} = \frac{2P_2 (e_1 + e_2)}{l_2^2} \quad \text{e} \quad f_{tc2, final} = \frac{2P_3 (e_1 + e_2)}{l_2^2}$$

c) Trecho 3:

$$f_{tc3, inicial} = \frac{8P_3 (e_3 - e_2)}{l_3^2} \quad \text{e} \quad f_{tc3, final} = \frac{8P_4 (e_3 - e_2)}{l_3^2}$$

Os subscritos "*inicial*" e "*final*" indicam a extremidade, no trecho em questão, onde a carga é calculada.

A Figura 3.13 ilustra o carregamento gerado. Os trechos 4 e 5 têm carregamentos semelhantes aos trechos 1 e 2, com exceção das forças de protensão nos inícios e fins de trechos que variam conforme a Figura 3.12.

Figura 3.13 - Cargas externas equivalentes variáveis na viga contínua

Notemos que esse método, conforme apresentado, não garante o equilíbrio das cargas equivalentes de protensão na viga, conforme havíamos feito nos métodos estudados anteriormente.

Também notemos que, conforme explicitado na Figura 3.13, apesar de termos considerado a variação da força de protensão para o cálculo das cargas transversais, ignoramos essa variação quanto às cargas longitudinais, assumindo que ambas as extremidades da viga estão sujeitas à força P_1 , garantindo assim pelo menos o equilíbrio horizontal.

Uma forma de melhorar esse processo seria a consideração das cargas axiais corretivas e seus respectivos momentos, conforme estudado anteriormente e presente em (SKAF e STUCCHI, 1995).

CAPÍTULO 4

4. CONJUNTO DE CARGAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES (CCCE)

A representação da protensão através de cargas concentradas equivalentes pode ser feita de diversas maneiras. A seguir estudaremos uma delas, sempre visando a facilidade de aplicação do método em conjunto com programas de elementos finitos de barras.

4.1. Considerações a respeito dos métodos de carregamentos equivalentes distribuídos para cabos curvos

Conforme estudamos no capítulo anterior, os métodos de cálculo dos esforços devidos à protensão através de carregamentos equivalentes distribuídos associados à programas de elementos de barras (elementos finitos ou análise matricial) têm algumas vantagens de ordem prática sobre outros métodos. Além do cálculo dos esforços em si a utilização desses métodos nos fornece também, sem nenhum esforço adicional, os deslocamentos da estrutura, o que é extremamente conveniente principalmente em se tratando de estruturas com maior grau de complexidade onde um estudo aprofundado dos deslocamentos devidos ao efeito da protensão se faz necessário, como no caso de pontes em balanços sucessivos.

Apesar da grande praticidade dos métodos de carregamentos equivalentes distribuídos, estudados no capítulo anterior, e de sua capacidade de solucionar de forma relativamente simples e com bons resultados um grande número de estruturas, determinados aspectos ainda poderiam ser melhorados.

- **Casos de cabos com curvas em planta e em elevação**

No caso dos esforços oriundos das curvaturas em planta serem importantes para o cálculo da estrutura, devemos elaborar um carregamento distribuído agindo horizontalmente na viga e eventualmente um modelo específico para sua determinação.

- **Cabos com curvas pequenas**

Conforme estudamos, quase todos os métodos supõem que as curvas dos cabos são abatidas suficientemente para permitirem algumas simplificações.

- **Discretização do contínuo**

No caso de se procurar sistematizar o processo de cálculo com o intuito de elaborar um algoritmo computacional, os métodos estudados podem apresentar algumas dificuldades a mais como, por exemplo, o próprio tratamento geométrico das curvas no espaço e a necessidade de considerá-los

subdivididos convenientemente em um certo número de trechos. A necessidade de lidarmos com esses cabos com traçados complexos no espaço também pode gerar dificuldades para os cálculos das perdas de protensão.

Portanto, o que se procura através do método que vamos introduzir agora é um melhor tratamento dos pontos acima enumerados, mas de forma a não complicar demasiadamente o processo, deixando-o tão prático quanto os métodos estudados anteriormente, principalmente no que tange à sistematização.

4.2. Situação real de um cabo de protensão curvo

A Figura 4.1 mostra um cabo genérico, que parte de uma curvatura um pouco mais acentuada (a partir da extremidade esquerda) que diminui à medida em que se aproxima da extremidade direita, terminando num trecho linear. Sabendo que o referido cabo é protendido apenas pela extremidade esquerda e que as forças de atrito cabo-bainha não são desprezíveis representamos na figura as forças transversais de curvatura e as forças longitudinais de atrito por forças variáveis ao longo do desenvolvimento do cabo.

Figura 4.1 - Esquema de esforços na viga de concreto (a) e no cabo (b)

A transformação do esquema de esforços mostrado na Figura 4.1(a) em um carregamento numa estrutura de barras pode ser bastante trabalhosa ou até mesmo inviável para seu uso em programas comerciais de elementos finitos.

4.3. Discretização do cabo

Em (AALAMI, 1993) o autor comenta que quando as perdas de protensão ao longo do cabo são significativas, como no caso de vigas extensas e de pontes em balanços sucessivos por exemplo, o método do carregamento uniformemente distribuído não é o mais adequado já que a variação da força de protensão ao longo de cabos extensos é relativamente grande e pode afetar consideravelmente o cálculo. Acrescentamos que, conforme estudamos no capítulo anterior, existem outras alternativas para tentarmos contornar esse problema, mas também de uma forma restrita.

No mesmo trabalho, AALAMI sugere um método que ele denomina "Método da Força Variável" no qual discretizamos o cabo em segmentos retos, normalmente vinte segmentos por vão, e então trabalhamos com esse cabo idealizado em forma de uma poligonal. Desse modo, imaginado que efetuemos a protensão desse cabo através de uma de suas ancoragens (Figura 2.3), em cada vértice da poligonal surge uma força de desvio concentrada que pode ser calculada em função das forças de tração nos segmentos imediatamente anterior e imediatamente posterior a esse vértice. É claro que no caso de uma discretização em segmentos muito pequenos, a poligonal se aproximaria da curva real e então as cargas concentradas se aproximariam do carregamento real exercido pelo cabo sobre a estrutura.

Figura 4.2 - Esquema de esforços num trecho de cabo discretizado

A Figura 4.2 mostra o mesmo trecho de cabo da Figura 1.4, agora discretizado em dois segmentos. As resultantes F_{tc} e F_{la} referem-se às forças transversais de curvatura e longitudinais de atrito respectivamente. A maior ou menor precisão do método é função do grau de discretização adotado.

De acordo com a Figura 4.3, as forças de desvio que aparecem nos vértices da poligonal e que atuam sobre a estrutura de concreto, podem ser facilmente calculadas a partir do ângulo de deflexão β e das forças nos pontos A e B .

Figura 4.3 - Esquema de esforços no concreto

Notemos que no caso de estarmos considerando cabos que realizam curvas tanto em planta quanto em elevação, as poligonais que representam esses cabos também estão no espaço e então seguimos o mesmo raciocínio apresentado. As forças de desvio no espaço atuam como vetores nas três dimensões e podem ser facilmente calculadas seja em planilhas eletrônicas ou em programas específicos.

A partir da aplicação desses esforços equivalentes (forças de desvio) e da resolução da estrutura através do método dos elementos finitos ou da análise matricial, obtemos a solução da estrutura não apenas para o campo de esforços com também de deslocamentos.

Em consequência da consideração das curvaturas dos cabos no espaço, esforços como momentos laterais e momentos torçores devidos à protensão, além dos deslocamentos nessas direções são naturalmente computados.

Esse modelo baseia-se num raciocínio puramente físico e intuitivo. O comportamento físico de um cabo protendido no interior de uma bainha é a sua tendência à retificação e a consequente introdução de forças de contato cabo-bainha que ocorrem ao longo do mesmo e que podem ser interpretadas como as forças transversais de curvatura, f_{tc} e longitudinais de atrito, f_{la} além das forças nas extremidades - ou ancoragens - do mesmo.

Em se tratando de trechos de cabos curvos, sabemos que essas forças são distribuídas ao longo do trecho em análise e não uniformes, apesar de poderem ser admitidas com tal, por partes, ou discretas em um número suficiente de pontos. São exatamente esses efeitos que caracterizam a protensão e geram os esforços internos na peça.

De acordo com o método e com o que foi estudado no capítulo 2, consideramos as perdas de protensão ao longo do cabo, o que faz com que a força efetiva de tração do cabo seja variável ao longo de seu comprimento.

A imprecisão inserida no processo devida à discretização é função da curvatura do cabo. Sabemos que cabos com curvaturas acentuadas exigem uma melhor discretização e portanto o grau de discretização não é função do comprimento do cabo mas sim de sua curvatura.

Para ilustrar esse conceito, podemos citar o exemplo de um cabo reto que pode ser discretizado com apenas um segmento, tendo em cada uma de suas extremidades as forças nos pontos de introdução de carga.

E por outro lado, cabos com diversas curvaturas necessitam de uma quantidade suficiente de pontos para que cada uma de suas curvas fique bem representada pela poligonal que passa por esses pontos.

Consideremos o desenho esquemático da viga protendida simétrica da Figura 4.4 onde se despreza a força longitudinal de atrito f_{la} :

Figura 4.4 - a) Situação real, cabo curvo – b) Situação idealizada, cabo poligonal

Observando a Figura 4.4(a) podemos imaginar a dificuldade de se montar um modelo de elementos finitos de barras sujeito a um carregamento contínuo, de intensidade variável e perpendicular ao eixo do cabo de forma a representar o efeito da protensão da forma exata como ele realmente solicita a viga.

Em cada ponto do cabo teríamos um “vetor força de desvio” específico, variando em módulo, direção e sentido nas três direções do espaço. Essa hipótese na prática torna-se inviável e até mesmo desnecessária, uma vez que com algumas aproximações podemos chegar em esforços suficientemente próximos dos reais. Notemos que, por simplicidade, na representação dos cabos da Figura 4.4, não consideramos o atrito cabo-bainha e portanto a força de tração ao longo do cabo é constante.

4.3.1. Raio de curvatura

Num cabo cujo traçado descreve uma curva qualquer, sabendo que f_{tc} é função do raio local da curva, e é dado conforme a expressão deduzida no capítulo 1, podemos então calcular $f_{tc}(x)$ em qualquer ponto da curva, conhecendo-se o raio r no ponto considerado.

No caso de um cabo originalmente curvo e discretizado em forma de poligonal, pode ser importante verificarmos o raio de curvatura local, de forma aproximada, baseado apenas nas coordenadas dos vértices da poligonal. Esse parâmetro pode ser útil para que se consiga, após sucessivas análises, verificar qual é a relação entre as curvaturas do cabo em determinados pontos e a precisão do método.

Para tanto, podemos considerar, desde que a discretização do cabo tenha sido relativamente boa, que o cabo desenvolve uma curva do segundo grau a cada três pontos. De acordo com essa hipótese estaremos trabalhando com uma curva plana que pode ser definida conforme a formulação a seguir.

Figura 4.5 - Parábola definida por três pontos

$$y = ax^2 + bx \quad (4.1)$$

$$a = \frac{\text{sen } \alpha}{BC \cdot \cos^2 \alpha + AB \cdot \cos \alpha} \quad (4.2)$$

Nas proximidades da origem, a equação do raio pode ser definida da seguinte forma:

$$R = \sqrt{\frac{1}{4a^2} + x^2} \quad (4.3)$$

Em se tratando de casos usuais de cabos protendidos onde as curvas são abatidas, a é um número pequeno em comparação a x o que pode nos levar à seguinte simplificação:

$$R = \frac{1}{2a} \quad (4.4)$$

Sabendo que a pressão radial p exercida por um cabo sobre uma superfície circular é

$$p = \frac{P}{r} \quad \text{onde } P \text{ é a força de tração no cabo e } r \text{ é o raio de curvatura da superfície,}$$

conforme (1.4) temos que a força transversal no ponto B é dada por:

$$f_{tc}(B) = \frac{P_B}{r_B} \quad (4.5)$$

onde P_B é a força de tração no cabo no ponto B e r_B é o raio da parábola no mesmo ponto, dado pela equação (4.4).

4.4. Cálculo das forças de desvio nos vértices da poligonal

Para o cálculo da força efetiva de protensão (após as perdas), usualmente nos referimos às seções consideradas no cálculo, chamadas “Seções de Controle” ou “Seções de Análise” e então teremos os valores da força de tração no cabo nessas seções, conforme estudado no capítulo 2 (o espaçamento entre as seções normalmente é $L/10$ ou $L/20$, sendo L o vão em estudo). Com isso cada segmento de cabo, agora linearizado, está compreendido entre 2 vértices que têm forças de tração pontuais diferentes entre si. Como calcularemos a força de desvio num determinado vértice a partir de 2 forças concorrentes nesse ponto, torna-se importante considerar que cada segmento possui força de tração constante. Isso poderia ser feito de 2 formas:

- Calculando-se a força efetiva de protensão no ponto médio do segmento
- Calculado-se a média da força de protensão entre os 2 vértices de um segmento

Achamos a opção “b” a mais adequada já que são nessas seções de controle que realizamos os cálculos das forças efetivas nos cabos.

Figura 4.6 - Detalhe das forças de desvio, eixo baricêntrico da viga, vértices (V_i) e segmentos (S_i) do cabo idealizado

Conforme explicitado acima, vemos na figura os nós da viga, coincidentes com as seções de controle. Os pontos $V1$ a $V4$ representam os vértices da poligonal que representa o cabo e os segmentos $S1$ a $S3$ representam os segmentos de cabo cujas

forças de tração serão admitidas constantes em cada um deles e de acordo com a opção b) acima, igual à média das forças nos dois vértices subseqüentes.

4.4.1. Estudo de um vértice genérico no espaço

No espaço, a análise de um vértice pode ser feita conforme a Figura 4.7. Nesse vértice i concorrem dois segmentos retos de cabo, cujas forças médias de protensão são dadas por $\bar{P}_{i-1,i}$ e $\bar{P}_{i,i+1}$. As forças F_{tc} e F_{la} definidas anteriormente como forças transversais de curvatura e longitudinais de atrito respectivamente serão aqui tratadas como uma só resultante, $\vec{F}_{dv,i}$.

$$\vec{F}_{dv,i} = \vec{F}_{tc,i} + \vec{F}_{la,i} = \vec{P}_{i-1,i} + \vec{P}_{i,i+1} \quad (4.6)$$

Figura 4.7 - Força de desvio $F_{dv,i}$ no espaço e suas componentes

Observando a Figura 4.7, podemos definir:

$F_{dv,i}$ = Força de desvio atuante na estrutura de concreto, provocada pelo vértice i ,

$Fx_{dv,i}$, $Fy_{dv,i}$, $Fz_{dv,i}$ = Componentes de $\vec{F}_{dv,i}$ nos eixos x , y e z respectivamente.

$\bar{P}_{i-1,i}$ = força média de protensão no segmento entre os vértices $i-1$ e i

$\bar{P}_{i,i+1}$ = força média de protensão no segmento entre os vértices i e $i+1$

4.4.2. Cálculo das componentes da força de desvio

Conhecidas as forças médias dos dois segmentos concorrentes no vértice i , $\bar{P}_{i-1,i}$ e $\bar{P}_{i,i+1}$, conforme (2.4), e a geometria dos segmentos no espaço, procedemos o cálculo das componentes da força de desvio. Esse cálculo pode ser feito facilmente efetuando a multiplicação dessas forças médias pelos cossenos diretores em cada uma das três direções. As diferenças entre as componentes dos dois segmentos concorrentes no vértice i são as componentes da força de desvio.

$$Fx_{dv,i} = \bar{P}_{i,i+1} \frac{(x_{i+1} - x_i)}{l_i} - \bar{P}_{i-1,i} \frac{(x_i - x_{i-1})}{l_{i-1}} \quad (4.7)$$

ou

$$Fx_{dv,i} = \frac{P_i + P_{i+1}}{2l_i} (x_{i+1} - x_i) - \frac{P_{i-1} + P_i}{2l_{i-1}} (x_i - x_{i-1}) \quad (4.8)$$

$$Fy_{dv,i} = \bar{P}_{i,i+1} \frac{(y_{i+1} - y_i)}{l_i} - \bar{P}_{i-1,i} \frac{(y_i - y_{i-1})}{l_{i-1}} \quad (4.9)$$

ou

$$Fy_{dv,i} = \frac{P_i + P_{i+1}}{2l_i} (y_{i+1} - y_i) - \frac{P_{i-1} + P_i}{2l_{i-1}} (y_i - y_{i-1}) \quad (4.10)$$

$$Fz_{dv,i} = \bar{P}_{i,i+1} \frac{(z_{i+1} - z_i)}{l_i} - \bar{P}_{i-1,i} \frac{(z_i - z_{i-1})}{l_{i-1}} \quad (4.11)$$

ou

$$Fz_{dv,i} = \frac{P_i + P_{i+1}}{2l_i} (z_{i+1} - z_i) - \frac{P_{i-1} + P_i}{2l_{i-1}} (z_i - z_{i-1}) \quad (4.12)$$

onde:

P_{i-1} , P_i e P_{i+1} são as forças de protensão nos vértices $i-1$, i e $i+1$ respectivamente.

Esse processo acaba sendo mais simples do que se calculássemos diretamente a resultante $\vec{F}_{dv,i}$ além do que o que nos interessa de fato são as componentes já que essas nos facilitam o cálculo dos momentos, que estudaremos a seguir.

Notemos também que esse cálculo das componentes de $\vec{F}_{dv,i}$ e consequentemente a própria força resultante de desvio contempla não apenas a parcela transversal de curvatura como também a parcela longitudinal de atrito.

No início dos nossos estudos a esse respeito, havíamos elaborado uma metodologia na qual tratávamos em separado os dois casos e também havíamos optado por calcular a resultante $\vec{F}_{dv,i}$ e depois decompô-la. Essa metodologia foi então substituída pela apresentada acima, muito mais clara e concisa além de apresentar uma economia razoável em termos esforço computacional.

4.4.3. Orientações dos eixos e momentos aplicados

Em se tratando de uma estrutura de barras, além da aplicação das componentes das forças de desvio é necessário considerar os momentos devidos à translação em relação ao centro de gravidade da seção.

Quanto aos eixos, adotamos o sistema global, que sempre vale para qualquer que seja o modelo espacial em estudo. Sistemas locais assim como o sistema centroidal não é indicado para nosso estudo porque não estamos procedendo um estudo da seção transversal e sim calculando um conjunto de forças que serão aplicadas a um modelo de elementos de barra.

Figura 4.8 - Orientação das componentes da força de desvio $F_{dv,i}$ segundo os eixos globais

De acordo com a Figura 4.8, podemos definir os momentos (binários) oriundos da translação das componentes de $F_{dv,i}$ desde o vértice i até o **CG** da seção que está associado a um nó (ou mesmo uma barra) correspondente no modelo estrutural que chamamos de nó j . Os momentos, em torno de cada um dos eixos globais são dados por:

$$M_{x_{dv,i}} = F_{z_{dv,i}} \cdot D_y - F_{y_{dv,i}} \cdot D_z \quad (4.13)$$

$$M_{y_{dv,i}} = F_{x_{dv,i}} \cdot D_z - F_{z_{dv,i}} \cdot D_x \quad (4.14)$$

$$M_{z_{dv,i}} = F_{y_{dv,i}} \cdot D_x - F_{x_{dv,i}} \cdot D_y \quad (4.15)$$

Onde D_x , D_y e D_z são as distâncias, segundo os eixos globais, entre o vértice do cabo onde a força de desvio $\vec{F}_{dv,i}$ atua até o nó da estrutura, posicionado no CG da seção transversal. Essas excentricidades são dadas por:

$$D_x = x_i - x_j \quad (4.16)$$

$$D_y = y_i - y_j \quad (4.17)$$

$$D_z = z_i - z_j \quad (4.18)$$

As três componentes da força de desvio $Fx_{dv,i}$, $Fy_{dv,i}$, $Fz_{dv,i}$ assim como os três momentos $Mx_{dv,i}$, $My_{dv,i}$, $Mz_{dv,i}$ representam o conjunto de ações que cada vértice aplica sobre um determinado nó da estrutura.

Essa translação poderia ser substituída por uma barra rígida ligando o vértice i ao nó j mas acreditamos que essa alternativa se tornaria contraproducente quando tivermos um grande número de cabos.

CAPÍTULO 5

5. MODELAGEM DAS ESTRUTURAS DE BARRAS PARA APLICAÇÃO DO CCCE

A aplicação do CCCE, de acordo com seu conceito fundamental, não está restrita exclusivamente às estruturas de barras. Modelagens através de elementos finitos de cascas, por exemplo, também poderiam ser utilizados com algumas adaptações.

No entanto, sabemos que para um grande número de estruturas, a modelagem através de elementos finitos de barras é suficiente. As hipóteses de Bernoulli-Euler e de

Timoshenko são aceitáveis para estudos de estruturas usuais, principalmente no caso de estrutura protendidas que, via de regra, trabalham em regime elástico, Estádio I, em situações de serviço.

Então, apesar dos métodos estudados nesse trabalho não terem aplicação exclusiva a modelos de barras, vamos nos concentrar neles por serem mais simples, didáticos e funcionais.

É bom lembrar que as condições de contorno devem ser estudadas cuidadosamente para que a análise não fique prejudicada. Restrições de vínculo ligeiramente incorretas que, numa análise convencional dos esforços externos poderiam não acarretar problemas, podem assumir consequências desastrosas em nossa análise.

É o caso de uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento distribuído vertical. Nessa análise nada aconteceria se considerássemos os dois nós correspondentes aos apoios como tendo deslocamentos restringidos na direção longitudinal da barra. Já no caso de um carregamento equivalente simulando a protensão, essa hipótese nos levaria a pelo menos um erro extremamente grosseiro: a perda do esforço normal de compressão na barra, absorvida totalmente pelos vínculos.

5.1. Esforços e deslocamentos nas extremidades das barras

A Figura 5.1 mostra os 12 deslocamentos possíveis (graus de liberdade) nas extremidades de uma barra de pórtico espacial, segundo os eixos locais. De acordo com as hipóteses da teoria de barra, conhecido o campo de deslocamentos nas extremidades de uma barra além do carregamento nela atuante, ficam determinados todos os esforços na barra, aqui representados também segundo os eixos locais.

Figura 5.1 - Deslocamentos nodais segundo os eixos locais da barra

Figura 5.2 - Esforços nas extremidades da barra, segundo os eixos locais

5.2. Esforços internos nas seções transversais

O conjunto das forças de desvio representando a protensão e definidos anteriormente, aplicado em um modelo de elementos finitos de barras, resulta nos esforços internos totais, devidos à protensão. Para cada barra do modelo, o resultado da análise nos fornece os deslocamentos nodais e os esforços nas extremidades das barras.

De posse desses esforços totais de protensão assim como os demais esforços atuantes na estrutura, procedemos todas as verificações usuais e exigidas por norma de estruturas protendidas, como o Estado Limite de Serviço (ELS), Estado Limite Último (ELU), e Estado Limite de Deformações Excessivas, etc.

No caso do ELU-Flexão, por exemplo, sabemos que não são os momentos fletores totais de protensão que nos interessam para a verificação da segurança da peça, mas sim a parcela dos hiperestáticos apenas, além dos carregamentos externos. Isso porque os momentos isostáticos de protensão se anulam quando consideramos a superposição do cabo de protensão e da viga de concreto, restando assim a parcela dos hiperestáticos, gerada pelos vínculos hiperestáticos, a ser considerada na verificação (SKAF e STUCCHI, 1995).

Portanto, o fato de estarmos trabalhando com a protensão através de carregamentos equivalentes, o que resultará nos esforços totais na peça, não nos desobriga de procedermos o cálculo dos esforços isostáticos de protensão nas seções em que verificaremos o ELU.

A Figura 5.3 mostra uma seção celular, pertencente a uma ponte com curva em planta. Nela indicamos as componentes da força de protensão relativas ao sistema de coordenadas centroidal. Observa-se que não estamos tratando das componentes da força de desvio gerada pelo cabo, mas sim das componentes da força de protensão na seção, introduzidas de forma a equilibrar a parcela relativa aos esforços isostáticos da estrutura agora seccionada, conforme estudado em 3.1 sobre os esforços solicitantes iniciais.

A orientação escolhida dos eixos faz com que os esforços internos sejam representados conforme a prática usual.

Figura 5.3 - Componentes da força de protensão na seção referente ao sistema de coordenadas centroidal

Cada uma dessas componentes corresponde a um esforço igual em módulo e em sentido oposto, no concreto (LUCHI, 2001).

$$N_c = -P_x \quad (5.1)$$

$$V_{c,y} = -P_y = -P_x \frac{de_y}{dx} = N_c \frac{de_y}{dx} \quad (5.2)$$

$$V_{c,z} = -P_z = -P_x \frac{de_z}{dx} = N_c \frac{de_z}{dx} \quad (5.3)$$

$$M_{c,y} = -P_x e_z = N_c e_z \quad (5.4)$$

$$M_{c,z} = -P_x e_y = N_c e_y \quad (5.5)$$

$$T_c = P_u e_z - P_z e_y = V_{c,z} e_y - V_{c,y} e_z \quad (5.6)$$

5.3. Modelagem através da retificação da estrutura - Modelo Retificado

Em vigas não-prismáticas podemos efetuar a modelagem através de elementos de barras da viga retificada. Essa simplificação é possível desde que tomemos os devidos cuidados para que as excentricidades não deixem de ser consideradas. Uma forma de contemplar esses efeitos é através da translação das ordenadas do cabo, mantendo-se as mesmas excentricidades da viga original.

Figura 5.4 - Modelagem de viga não-prismática através da retificação do eixo centroidal

5.4. Modelagem sem a retificação da estrutura

O caso da modelagem de vigas de altura variável e com curvas em planta, acaba sendo um bom exemplo para nós uma vez que reúne diversas propriedades importantes para o desenvolvimento de um estudo um pouco mais abrangente e que portanto pode satisfazer diversos outros tipos de estruturas mais simples.

Nesse caso, tratamos o problema sem a retificação da viga, considerando a linha de eixo centroidal como sendo a estrutura de barra. Essa forma nos parece a mais adequada quando trabalhamos com estruturas mais complexas. Essa consideração

isenta a modelagem dos vários ajustes necessários no modelo retificado, tornando assim a própria visualização do modelo mais próxima da estrutura real. Em compensação essa modelagem não é possível ser realizada através de grelhas e nem de pórticos planos, sendo necessário sempre um modelo espacial, o que não chega a ser um inconveniente já que estamos lidando com uma estrutura relativamente complexa e portanto digna de um modelo hierarquicamente superior.

Examinemos a viga da Figura 5.5, com seção celular, representada na Figura 5.6. As seções de controle foram definidas sempre perpendicularmente ao eixo da estrutura em planta (Figura 5.5 b) e todas elas admitidas paralelas ao eixo vertical (Figura 5.5 a).

Figura 5.5 - Viga com seção celular de altura variável e curva em planta

O cabo representado desenvolve tanto curvas verticais como horizontais. Notemos que o traçado horizontal do cabo não é paralelo ao eixo da estrutura, o que é muito comum em pontes com seções celulares. Esse tipo de traçado em planta, no qual o cabo "trafega" na lajes inferior ou superior é geralmente necessário para que se consiga a acomodação de todos os cabos da viga, conseguindo assim as máximas excentricidades nas regiões dos momentos máximos, tanto positivos quanto negativos.

Figura 5.6 - Seção transversal genérica da viga da figura 5.5

Na figura 5.7, mostramos a discretização da viga da figura 5.5 em seis elementos de barras e sete nós. As distâncias entre os vértices do cabo e os nós, segundo os eixos globais, são dadas por $D_{x,i}$, $D_{y,i}$ e $D_{z,i}$. O cabo também é discretizado em sete segmentos e seus vértices estão numerados com a variável $v_{p,i}$.

Figura 5.7 - Definições geométricas do modelo

De acordo com essa formulação e a adoção do sistema global de eixos, não há restrições quanto à escolha dos sentidos longitudinal e transversal da estrutura e o modelo pode ser elaborado com uma maior liberdade dentro dos programas de elementos de barras. Uma outra vantagem em manter os esforços de acordo com os eixos globais é possibilidade de checar o equilíbrio das forças que podem então ser

somadas diretamente. Lembramos que essas somatórias devem ser nulas, já que o cabo é um carregamento equilibrado e interno à peça.

Na Figura 5.8, aplicamos o conjunto dos seis esforços externos gerado por cada um dos vértices do cabo no modelo de barras. Para facilidade de visualização, algumas cargas aparecem na representação em planta do modelo e outras na representação em elevação.

Figura 5.8 - Modelo de barras da estrutura e cargas aplicadas nos nós

No exemplo estudado, vinculamos os vértices da poligonal do cabo com os nós mais próximos da estrutura de barras. Essa correspondência, de ordem prática simplifica bastante nosso modelo, já que não teremos cargas aplicadas nas barras.

5.5. Discretização da estrutura X discretização do cabo

Notemos que a discretização do cabo do exemplo na Figura 5.5 é relativamente grosseira. Em certos casos, poderemos ter algumas dificuldades em determinar a correspondência entre os vértices do cabo e os nós da estrutura de tal forma que as forças de desvio originadas nos vértices possam ser aplicadas na estrutura de barras. Além disso, existirão casos em que será interessante trabalharmos com forças nas barras além das forças nos nós, principalmente quando pretendermos refinar a discretização dos cabos mas sem a ter que refinar o modelo de barras.

No caso de uma viga reta de seção constante, por exemplo, pouco refinamento pode ser necessário no modelo de barras enquanto o cabo pode necessitar de uma discretização melhor, caso desenvolva curvaturas que assim exijam. Já no caso de estruturas curvas em planta e seção transversal variável, podemos encontrar algumas dificuldades em sistematizar o procedimento. Consideraremos a seguir algumas sugestões para modelagem de alguns casos mais comuns.

5.5.1. Correspondência total entre vértices do cabo e nós da estrutura

Através dessa hipótese, admitimos cargas apenas nos nós e todos os vértices do cabo, inclusive aqueles correspondentes às ancoragens, estão vinculados a determinados nós, ou seja, têm suas forças de desvio aplicadas nos nós correspondentes e previamente determinados, conforme fizemos no modelo da Figura 5.7. Dessa forma, não teremos nenhuma carga aplicada diretamente nos elementos de barra.

A menos de um efeito local, a translação da força de desvio, proveniente de um vértice, até um determinado nó da estrutura não interfere no cálculo estático como um todo. No entanto entendemos que o melhor modelo é aquele em que definimos as seções transversais da estrutura perpendicularmente ao seu eixo baricêntrico e então

realizamos uma tal discretização no cabo de forma que seus vértices sempre coincidam com essas seções.

A idéia de definirmos as seções transversais sempre perpendiculares ao eixo baricêntrico da estrutura pode dificultar a elaboração e a análise do modelo sem trazer grandes benefícios em termos de precisão. O que se faz normalmente em vigas de altura variável é considerar as seções transversais sempre nos planos verticais.

Entendemos que a aproximação exemplificada no modelo da Figura 5.5, onde as seções transversais foram consideradas sempre verticais mas perpendiculares à projeção em planta do eixo baricêntrico pode ser um bom modelo para esse tipo de estrutura.

5.5.2. Correspondência parcial entre vértices do cabo e nós da estrutura, com cargas nas barras através de uma interpolação

Nesse caso, continuamos com a correspondência entre vértices e nós, conforme a hipótese anterior, mas admitimos cargas intermediárias, aplicadas nas barras da estrutura. Essa hipótese permite um refinamento na discretização do cabo, sem a necessidade de refazer o modelo de barras, o que é extremamente vantajoso para o uso na prática.

As forças de desvio dos vértices intermediários do cabo entre dois vértices principais e já associados aos nós são aplicadas nas barras em pontos interpolados linearmente, por exemplo, conforme indicado na Figura 5.9. Essa figura mostra, esquematicamente, uma estrutura composta por um trecho prismático (barra 4) e um trecho não prismático (barra 5) e um cabo de protensão no espaço.

Figura 5.9 - Sugestão de Cargas nas barras por interpolação

Essa interpolação pode ser feita de diversas formas sem comprometer a análise, desde que a discretização da estrutura seja adequada. Além disso, ela é relativamente prática, lembrando que o modelo de barras adotado é um modelo espacial e os traçados dos cabos também efetuam curvas nas três direções, o que poderia vir a ser um complicador em termos de geometria, caso tentássemos partir para uma solução mais precisa.

Alguns fatores colaboram para concluirmos que essa é uma boa aproximação. Um deles é que se a barra possuir um comprimento pequeno, as distâncias entre as cargas intermediárias aplicadas nela, pouco podem variar em função da interpolação adotada. Se a barra em questão possuir um comprimento relativamente grande e ainda assim a modelagem atender às necessidades do cálculo, isso significa que a geometria da seção transversal não varia muito ao longo de um trecho relativamente grande e que portanto a interpolação entre os nós extremos da barra também não introduzirá um erro significativo no modelo.

Um desses casos pode ser constituído pelas ancoragens do cabo, eliminando assim a necessidade de haver nós nesses pontos através da possibilidade dessa carga ser aplicada diretamente em algum ponto da barra correspondente.

Observemos novamente a Figura 5.9. Consideremos que as forças geradas pelo vértice **4** do cabo, $v_{p,4}$ sejam aplicadas no nó **4** da estrutura e as forças geradas pelo vértice **5** do cabo, $v_{p,5}$ sejam aplicadas no nó **5** da estrutura. No caso de uma subdivisão desse trecho de cabo compreendido entre os vértices **4** e **5** em quatro subtrechos, podemos aplicar essas novas cargas na barra **4**, projetando os três vértices novos até a barra.

5.5.3. Nenhuma correspondência entre vértices do cabo e nós da estrutura

Nesse caso, a solução seria elaborar um algoritmo capaz de analisar a geometria dos vértices do cabo e da estrutura de barras e então definir a melhor representação possível das forças de desvio do cabo atuando na estrutura, seja nos nós ou nas barras. Essa solução, embora mais sofisticada, poderia deixar a desejar caso não permitisse uma interação do engenheiro no processo.

CAPÍTULO 6

6. Estudo de Casos

Nesse capítulo estudaremos algumas estruturas pretendidas utilizando o CCCE e comparando com o ESIE, com o intuito de avaliar as possíveis divergências nos resultados.

6.1. Exemplo 1 - Viga Isostática Protendida

Nesse exemplo estudaremos uma viga isostática protendida de ponte rodoviária considerando a representação da protensão através de dois métodos:

- Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE
- Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE

6.1.1. Características da estrutura - Geometria

Trata-se de uma viga em seção I com vão, entre aparelhos de apoio, de 30.3 metros. Nas proximidades dos apoios a alma da viga sofre um alargamento, passando de 20cm para 50cm que foi desprezado para efeito da modelagem, considerando portanto a viga como uma barra prismática.

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

$Y_{Sup} \text{ (cm)} = 57.6$
 $Y_{Inf} \text{ (cm)} = 82.4$
 $X_{esq} \text{ (cm)} = 60$
 $X_{dir} \text{ (cm)} = 60$

Área (cm²) = 5700

$W_{xSup} \text{ (cm}^3\text{)} = 237331$
 $W_{xInf} \text{ (cm}^3\text{)} = 165984$
 $W_{yEsq} \text{ (cm}^3\text{)} = 48910$
 $W_{yDir} \text{ (cm}^3\text{)} = 48910$

$I_x \text{ (cm}^4\text{)} = 13674297$
 $I_y \text{ (cm}^4\text{)} = 2934583$

Figura 6.1 - Seção transversal da viga no meio do vão (medidas em centímetros)

A viga é protendida através de cinco cabos, dos quais quatro deles são ancorados nas extremidades (cabos 2 a 5) e um deles (cabo 1) é ancorado na mesa superior, comumente denominado cabo "relevé".

A Figura 6.2 mostra a planta e a elevação da viga, assim como as coordenadas dos cabos, a numeração das seções de controle e demais dados geométricos. A viga foi subdividida em 20 segmentos, e as seções de controle numeradas de 1 a 21.

Figura 6.2 - Viga protendida isostática (medidas em centímetros)

Figura 6.3 - Desenho em 3d dos cabos de um trecho da viga

6.1.2. Características dos materiais e da protensão

Para nossa análise, vamos nos concentrar apenas no Cabo 4, que possui curvas em elevação e em planta.

Concreto:

$$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$$

$$\text{Módulo de Elasticidade (E}_c\text{)} = 30 \text{ GPa}$$

$$\text{Coeficiente de Poisson} = 0.20$$

$$\text{Peso específico} = 25 \text{ KN / m}^3$$

Aço de protensão:

CP-190-RB

$$\text{Resistência característica à ruptura (f}_{ptk}\text{)} = 1900 \text{ MPa}$$

$$\text{Módulo de Elasticidade (E}_p\text{)} = 195 \text{ GPa}$$

$$\text{Cordoalha utilizada: diâmetro} = 15.2 \text{ mm; Área nominal} = 1.40 \text{ cm}^2$$

Composição do Cabo 4:

8 cordoalhas de 15.2mm

$$\text{Área total do cabo (cm}^2\text{): } 1.40 \times 8 = 11.20 \text{ cm}^2$$

$$P_0 = \text{força de protensão aplicada nas ancoragens: } 190 \times 0.74 \times 11.2 = 1575 \text{ KN}$$

Recuo considerado no encunhamento = 6 mm

$$\mu = 0.20 \text{ (1/rad)}$$

$$k = 0.010\mu = 0.002 \text{ (1/m)}$$

A protensão foi executada em apenas uma das extremidades, sendo assim temos uma ancoragem ativa numa extremidade e passiva na outra.

6.1.3. Cálculo das perdas de protensão no cabo, através de planilha

A Tabela 6.1 contém os dados geométricos do traçado do cabo assim como os valores da força de protensão em cada seção.

Tabela 6.1 - Cálculo da força efetiva de protensão no cabo, após as perdas

Seções	Coordenadas dos vértices			Deflexão (rad)	L Segm. (m)	L Acum. (m)	P Atrito (KN)	P crava (KN)	P Encurt (KN)
	x (m)	y (m)	z (m)						
1	0.150	0.000	0.550	0.000		0.000	1575	1374	1347
					1.522				
2	1.665	0.000	0.402	0.021		1.522	1567	1382	1358
					1.520				
3	3.180	-0.019	0.279	0.048		3.042	1551	1398	1377
					1.520				
4	4.695	-0.103	0.189	0.038		4.562	1533	1416	1392
					1.517				
5	6.210	-0.140	0.132	0.032		6.079	1518	1431	1412
					1.515				
6	7.725	-0.140	0.106	0.016		7.594	1506	1443	1427
					1.515				
7	9.240	-0.140	0.105	0.001		9.109	1499	1450	1435
					1.515				
8	10.755	-0.140	0.105	0.000		10.624	1494	1455	1441
					1.515				
9	12.270	-0.140	0.105	0.000		12.139	1490	1459	1447
					1.515				
10	13.785	-0.140	0.105	0.000		13.654	1485	1464	1452
					1.515				
11	15.300	-0.140	0.105	0.000		15.169	1481	1468	1457
					1.515				
12	16.815	-0.140	0.105	0.000		16.684	1476	1473	1461
					1.515				
13	18.330	-0.140	0.105	0.000		18.199	1472	1472	1460
					1.515				
14	19.845	-0.140	0.105	0.000		19.714	1467	1467	1454
					1.515				
15	21.360	-0.140	0.105	0.001		21.229	1463	1463	1448
					1.515				
16	22.875	-0.140	0.106	0.016		22.744	1456	1456	1440
					1.515				
17	24.390	-0.140	0.132	0.032		24.259	1445	1445	1426
					1.517				
18	25.905	-0.103	0.189	0.038		25.776	1430	1430	1408
					1.520				
19	27.420	-0.019	0.279	0.048		27.296	1414	1414	1394
					1.520				
20	28.935	0.000	0.402	0.021		28.816	1400	1400	1375
					1.522				
21	30.450	0.000	0.550	0.000		30.338	1392	1392	1365

Na Tabela 6.1, as colunas **Deflexão**, **L Segm** e **L Acum** representam:

Deflexão: Ângulo, no espaço, de deflexão entre dois segmentos sucessivos

L Segm: Comprimento do segmento, no espaço, entre dois vértices (ou seções)

L Acum: Somatória acumulada de **L Segm**

As últimas três colunas: **P Atrito**, **P Crava** e **P Encurt** contém os valores da força efetiva de protensão no cabo, após a consideração das perdas por **Atrito**, **Cravação** e **Encurtamento Elástico**, respectivamente.

Em nosso estudo, deste ponto em diante, consideraremos como força de protensão os valores da coluna **P Encurt**.

Notemos a numeração indicada na coluna **Seções** que representa as seções de controle, coincide com a numeração dos vértices do cabo que por sua vez coincide com a numeração dos nós na estrutura de barras, utilizada no modelo **CCCE**.

Gráfico 6.1 - Diagrama de força efetiva de protensão ao longo do cabo

6.1.4. Cálculo através dos Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE

Conforme estudado no item 3.1, determinamos os esforços na seção diretamente a partir das equações (3.1) a (3.3) que são melhor representadas nas equações (5.1) a (5.6). Por se tratar de uma estrutura isostática, nenhum cálculo adicional se faz necessário.

Figura 6.4 - Componentes da força de protensão na seção 4, segundo o sistema de coordenadas centroidal

Ressaltamos que a Figura 6.4 ilustra as componentes da força de protensão na seção de corte, e não as forças de desvio. A partir dessas componentes e das equações (5.1) a (5.6) calculamos os esforços solicitantes na seção.

6.1.5. Cálculo através do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE

A determinação das cargas concentradas de desvio segue o esquema da Figura 6.5. De acordo com o sistema de eixos globais adotado, alinhamos o eixo longitudinal da viga com o eixo global **X** passando pela borda inferior da viga.

Figura 6.5 - Componentes da força de desvio, gerada pelo vértice do cabo situado no plano da seção 4, segundo o sistema de coordenadas globais

6.1.5.1. Cálculo das forças de desvio concentradas nos nós

A Tabela 6.2 mostra todo o processo de cálculo das forças de desvio. Notar que as somatórias das forças $F_{x_{dv,i}}$, $F_{y_{dv,i}}$ e $F_{z_{dv,i}}$ resultam nulas, conforme esperado.

Tabela 6.2 - Cálculo das forças de desvio nos vértices do cabo discretizado, segundo o sistema de eixos globais.

Vértices	P Encurt (KN)	P Média (KN)	Componentes da P média (KN)			D_x (m)	D_y (m)	D_z (m)
			X	Y	Z			
1	-1347.5					0.000	0.000	-0.274
		-1352.8	-1346.4	0.0	131.5			
2	-1358.1					0.000	0.000	-0.422
		-1367.4	-1362.8	16.7	110.3			
3	-1376.6					0.000	-0.019	-0.545
		-1384.5	-1380.0	76.9	82.1			
4	-1392.4					0.000	-0.103	-0.635
		-1402.2	-1400.8	34.3	53.4			
5	-1411.9					0.000	-0.140	-0.692
		-1419.3	-1419.1	0.0	23.7			
6	-1426.7					0.000	-0.140	-0.718
		-1431.0	-1431.0	0.0	1.2			
7	-1435.3					0.000	-0.140	-0.719
		-1438.4	-1438.4	0.0	0.0			
8	-1441.5					0.000	-0.140	-0.719
		-1444.3	-1444.3	0.0	0.0			
9	-1447.1					0.000	-0.140	-0.719
		-1449.6	-1449.6	0.0	0.0			
10	-1452.2					0.000	-0.140	-0.719
		-1454.5	-1454.5	0.0	0.0			
11	-1456.7					0.000	-0.140	-0.719
		-1458.9	-1458.9	0.0	0.0			
12	-1461.0					0.000	-0.140	-0.719
		-1460.3	-1460.3	0.0	0.0			
13	-1459.6					0.000	-0.140	-0.719
		-1456.8	-1456.8	0.0	0.0			
14	-1454.1					0.000	-0.140	-0.719
		-1451.1	-1451.1	0.0	0.0			
15	-1448.1					0.000	-0.140	-0.719
		-1443.9	-1443.9	0.0	-1.2			
16	-1439.7					0.000	-0.140	-0.718
		-1432.8	-1432.6	0.0	-23.9			
17	-1425.9					0.000	-0.140	-0.692
		-1417.1	-1415.7	-34.6	-53.9			
18	-1408.4					0.000	-0.103	-0.635
		-1401.0	-1396.4	-77.8	-83.1			
19	-1393.6					0.000	-0.019	-0.545
		-1384.5	-1379.9	-16.9	-111.6			
20	-1375.4					0.000	0.000	-0.422
		-1370.4	-1364.0	0.0	-133.2			
21	-1365.5					0.000	0.000	-0.274

Tabela 6.2 - Continuação

<i>Forças e Momentos aplicados nos nós (KN e KNm)</i>						
Vértices	$Fx_{dv,i}$	$Fy_{dv,i}$	$Fz_{dv,i}$	$Mx_{dv,i}$	$My_{dv,i}$	$Mz_{dv,i}$
1	1346.4	0.0	-131.5	0.0	-368.9	0.0
2	16.4	-16.7	21.2	-7.0	-6.9	0.0
3	17.2	-60.2	28.1	-33.3	-9.3	0.3
4	20.8	42.6	28.7	24.1	-13.2	2.1
5	18.3	34.3	29.7	19.6	-12.7	2.6
6	11.9	0.0	22.5	-3.2	-8.5	1.7
7	7.4	0.0	1.2	-0.2	-5.3	1.0
8	5.9	0.0	0.0	0.0	-4.2	0.8
9	5.3	0.0	0.0	0.0	-3.8	0.7
10	4.8	0.0	0.0	0.0	-3.5	0.7
11	4.4	0.0	0.0	0.0	-3.2	0.6
12	1.4	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.2
13	-3.5	0.0	0.0	0.0	2.5	-0.5
14	-5.7	0.0	0.0	0.0	4.1	-0.8
15	-7.2	0.0	1.2	-0.2	5.2	-1.0
16	-11.3	0.0	22.7	-3.2	8.1	-1.6
17	-16.9	34.6	30.0	19.8	11.7	-2.4
18	-19.3	43.2	29.1	24.4	12.3	-2.0
19	-16.5	-60.9	28.6	-33.7	9.0	-0.3
20	-15.9	-16.9	21.5	-7.1	6.7	0.0
21	-1364.0	0.0	-133.2	0.0	373.7	0.0
Somatória :	0.000000	0.000000	0.000000			

6.1.6. Diagramas de Esforços

A seguir mostraremos os diagramas de esforços calculados através do programa STRAP. Nesses diagramas, os eixos X1, X2 e X3 correspondem respectivamente aos nossos eixos X, Y e Z.

Figura 6.6 - Diagrama de esforço axial N_c

Figura 6.7 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$

Figura 6.8 - Diagrama de esforço cortante (vertical) $V_{c,z}$

Figura 6.9 - Diagrama de momento torçor T_c

Figura 6.10 - Diagrama de momento fletor (horizontal) M_{cz}

Figura 6.11 - Diagrama de momento fletor (vertical) M_{cy}

6.1.7. Comparação dos resultados – ESIE x CCCE

A Tabela 6.3 mostra, para ambos os métodos, os seis esforços calculados em cada uma das seções.

Tabela 6.3 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Nós / Seções	ESIE						CCCE					
	N_c (KN)	$V_{c,y}$ (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	T_c (KNm)	$M_{c,y}$ (KNm)	$M_{c,z}$ (KNm)	N_c (KN)	$V_{c,y}$ (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	T_c (KNm)	$M_{c,y}$ (KNm)	$M_{c,z}$ (KNm)
1	-1341.1	0.0	-131.0	0.0	-367.5	0.0	-1346.4	0.0	-131.5	0.0	-368.9	0.0
2	-1352.7	-8.3	-120.8	-3.5	-570.8	0.0	-1354.6	-8.4	-120.9	-3.5	-571.6	0.0
3	-1373.3	-46.7	-96.4	-23.7	-747.8	25.5	-1371.4	-46.8	-96.2	-23.7	-746.7	25.5
4	-1390.8	-55.7	-67.9	-28.4	-882.7	143.2	-1390.4	-55.6	-67.8	-28.3	-882.4	143.1
5	-1411.4	-17.3	-38.7	-6.5	-977.3	197.6	-1409.9	-17.1	-38.5	-6.5	-976.3	197.4
6	-1426.6	0.0	-12.5	1.8	-1023.9	199.7	-1425.0	0.0	-12.5	1.7	-1022.8	199.5
7	-1435.3	0.0	-0.6	0.1	-1032.0	200.9	-1434.7	0.0	-0.6	0.1	-1031.5	200.9
8	-1441.5	0.0	0.0	0.0	-1036.4	201.8	-1441.3	0.0	0.0	0.0	-1036.3	201.8
9	-1447.1	0.0	0.0	0.0	-1040.4	202.6	-1447.0	0.0	0.0	0.0	-1040.4	202.6
10	-1452.2	0.0	0.0	0.0	-1044.1	203.3	-1452.0	0.0	0.0	0.0	-1044.0	203.3
11	-1456.7	0.0	0.0	0.0	-1047.4	203.9	-1456.7	0.0	0.0	0.0	-1047.3	203.9
12	-1461.0	0.0	0.0	0.0	-1050.5	204.5	-1459.6	0.0	0.0	0.0	-1049.4	204.3
13	-1459.6	0.0	0.0	0.0	-1049.4	204.3	-1458.6	0.0	0.0	0.0	-1048.7	204.2
14	-1454.1	0.0	0.0	0.0	-1045.5	203.6	-1454.0	0.0	0.0	0.0	-1045.4	203.6
15	-1448.1	0.0	0.6	-0.1	-1041.2	202.7	-1447.5	0.0	0.6	-0.1	-1040.8	202.7
16	-1439.6	0.0	12.6	-1.8	-1033.3	201.5	-1438.2	0.0	12.6	-1.8	-1032.3	201.4
17	-1425.3	17.4	39.1	6.6	-986.9	199.5	-1424.1	17.3	38.9	6.5	-986.1	199.4
18	-1406.7	56.4	68.7	28.7	-892.8	144.8	-1406.0	56.2	68.5	28.6	-892.4	144.8
19	-1390.2	47.3	97.6	23.9	-757.0	25.8	-1388.1	47.3	97.4	24.0	-755.9	25.8
20	-1369.9	8.4	122.3	3.6	-578.0	0.0	-1371.9	8.5	122.4	3.6	-578.9	0.0
21	-1359.0	0.0	132.7	0.0	-372.4	0.0	-1364.0	0.0	133.2	0.0	-373.7	0.0

A Tabela 6.4 mostra a diferença para os seis esforços e para cada seção, a diferença percentual entre os dois métodos estudados.

Tabela 6.4 - Tabela comparativa de erro percentual : ESIE x CCCE

Nós / Seções	Comparação : ESIE x CCCE						1000 / R (m ⁻¹)
	N_c	$V_{c,y}$	$V_{c,z}$	T_c	$M_{c,y}$	$M_{c,z}$	
1	-0.4%	0.0%	-0.4%	0.0%	-0.4%	0.0%	-
2	-0.1%	-0.4%	-0.1%	-0.4%	-0.1%	0.0%	13.5
3	0.1%	-0.1%	0.2%	-0.1%	0.1%	0.1%	31.7
4	0.0%	0.3%	0.2%	0.4%	0.0%	0.0%	24.8
5	0.1%	0.8%	0.3%	1.1%	0.1%	0.1%	21.4
6	0.1%	0.0%	0.5%	0.5%	0.1%	0.1%	10.5
7	0.0%	0.0%	1.6%	0.1%	0.0%	0.0%	0.6
8	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0
9	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0
10	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0
11	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0
12	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	0.0
13	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	0.0
14	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0
15	0.0%	0.0%	0.2%	0.4%	0.0%	0.0%	0.6
16	0.1%	0.0%	0.4%	0.5%	0.1%	0.1%	10.5
17	0.1%	0.7%	0.3%	1.0%	0.1%	0.1%	21.4
18	0.0%	0.3%	0.2%	0.4%	0.1%	0.1%	24.8
19	0.1%	-0.1%	0.2%	-0.1%	0.1%	0.1%	31.7
20	-0.1%	-0.3%	-0.1%	-0.3%	-0.1%	0.0%	13.5
21	-0.4%	0.0%	-0.4%	0.0%	-0.4%	0.0%	-

6.1.8. Deslocamentos Nodais

A Tabela 6.5 apresenta os deslocamentos dos nós da estrutura de barras. Aproveitamos para esclarecer quais foram as condições de contorno admitidas no modelo, o que é facilitado através da observação da tabela.

O nó *1* teve os deslocamentos restringidos nas três direções *UX*, *UY* e *UZ* assim como sua rotação *RX*. O nó *21* teve apenas os deslocamentos *UY* e *UZ* restringidos.

Tabela 6.5 - Deslocamentos Nodais

Nós	UX (cm)	UY (cm)	UZ (cm)	RX (rad)	RY (rad)	RZ (rad)
1	0.00	0.00	0.00	0.0000	-0.0017	0.0003
2	-0.01	0.05	0.25	0.0000	-0.0016	0.0003
3	-0.01	0.10	0.49	0.0001	-0.0015	0.0003
4	-0.02	0.15	0.71	0.0009	-0.0014	0.0003
5	-0.02	0.20	0.91	0.0011	-0.0012	0.0003
6	-0.03	0.24	1.07	0.0011	-0.0010	0.0002
7	-0.04	0.27	1.21	0.0011	-0.0008	0.0002
8	-0.05	0.29	1.31	0.0011	-0.0006	0.0001
9	-0.05	0.31	1.39	0.0011	-0.0004	0.0001
10	-0.06	0.32	1.44	0.0011	-0.0002	0.0000
11	-0.07	0.32	1.45	0.0011	0.0000	0.0000
12	-0.07	0.32	1.44	0.0011	0.0002	0.0000
13	-0.08	0.31	1.39	0.0011	0.0004	-0.0001
14	-0.09	0.29	1.32	0.0011	0.0006	-0.0001
15	-0.10	0.27	1.21	0.0011	0.0008	-0.0002
16	-0.10	0.24	1.08	0.0011	0.0010	-0.0002
17	-0.11	0.20	0.91	0.0012	0.0012	-0.0003
18	-0.12	0.15	0.71	0.0009	0.0014	-0.0003
19	-0.12	0.10	0.49	0.0001	0.0015	-0.0003
20	-0.13	0.05	0.25	0.0000	0.0016	-0.0003
21	-0.13	0.00	0.00	0.0000	0.0017	-0.0003

Interpretação física dos deslocamentos:

UX: representa o encurtamento elástico na viga.

UY: representa o campo de deslocamento lateral na viga.

UZ: representa o campo de deslocamento vertical na viga.

RX: representa as rotações nodais oriundas da torção da viga.

RY: representa as rotações nodais oriundas da flexão vertical da viga.

RZ: representa as rotações nodais oriundas da flexão lateral da viga.

6.1.9. Observações finais

No modelo de barras, aplicamos cargas nodais concentradas e seus respectivos momentos de transporte. Isso implica que nesses nós ocorram descontinuidades nos diagramas, o que obviamente não ocorre de fato quando tratamos o problema de forma contínua. Na elaboração das tabelas acima, tomamos como esforço numa determinada seção, a média dos dois esforços oriundos das duas barras concorrentes no nó, eliminando assim a descontinuidade.

6.1.10. Conclusões

Observamos que para a discretização adotada (1/20 do vão) a convergência entre os dois modelos é muito boa. No caso das seções 5, 7, 15 e 17 onde o erro ficou entre 1% e 2%, cabe ressaltar que os valores dos esforços nessas seções são relativamente baixos. Essa pequena divergência pode ser atribuída, em sua grande parte, às aproximações realizadas no cálculo através do ESIE e em menor parte ao grau de discretização da estrutura. Isso porque os ângulos de incidência do cabo nas seções foram determinados a partir do cabo discretizado, o que resulta num pequeno erro, principalmente quando os pontos notáveis das curvas não coincidem com as seções de controle que foi o nosso caso.

Apresentamos na última coluna da Tabela 6.4, o cálculo aproximado da curvatura do cabo, conforme (4.2) e (4.4), apenas com o intuito de visualizarmos a relação entre o erro e a curvatura local do cabo.

Tanto o conjunto de esforços como o campo de deslocamentos denotam claramente a solicitação oblíqua causada por esse cabo em particular assim como a torção na viga. Acreditamos que a obtenção de tais esforços, a um custo relativamente baixo, pode ser útil no dimensionamento mais preciso da estrutura. Também acreditamos que o fato de obtermos tanto os esforços como os deslocamentos através de um só processamento pode significar um ganho de produtividade que compense o esforço adicional de aplicação do CCCE mesmo para o caso de estruturas isostáticas.

6.2. Exemplo 2 - Protensão Externa em viga hiperestática

Nesse exemplo será estudada uma viga de ponte rodoviária hiperestática sujeita à protensão externa. Podemos enxergar as estruturas com protensão externa como mais um caso de aplicação do CCCE, inclusive com algumas facilidades. O cabo já tem normalmente a geometria poligonal imposta pelos desviadores.

A representação da protensão será abordada novamente através dos dois métodos:

- a) Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE
- b) Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE

6.2.1. Características da estrutura - Geometria

Trata-se de uma viga em seção celular de almas inclinadas, com 2 vãos de 24 metros. Os alargamentos das almas nas proximidades dos apoios, típico desse tipo de estrutura, foram desprezados na modelagem, considerando portanto a viga como uma barra prismática.

Consideraremos a protensão de 2 cabos simultâneos e dispostos simetricamente nas seções transversais, de tal forma que podemos considerá-los como um cabo único, centrado na direção horizontal das seções transversais.

Figura 6.12 - Elevação da viga (medidas em centímetros)

A Figura 6.12 mostra a elevação da viga, o traçado dos cabos, a numeração das seções de controle e demais dados geométricos. A viga foi subdividida em 6 segmentos, e as seções de controle numeradas de 1 a 7. Convém observar que no caso de um projeto real, o correto seria prever dois desviadores, um antes e um após a seção 4. Nesse caso teríamos um trecho horizontal de cabo que então seria mais apropriado para o dimensionamento no ELU com a decalagem do diagrama de momentos.

Figura 6.13 - Trecho típico de estrutura em viga celular, com o desviador

Figura 6.14 - Seção transversal (medidas em centímetros)

6.2.2. Características dos materiais e da protensão

Concreto:

$$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$$

$$\text{Módulo de Elasticidade (E}_c\text{)} = 30 \text{ GPa}$$

$$\text{Coeficiente de Poisson} = 0.20$$

$$\text{Peso específico} = 25 \text{ KN / m}^3$$

Aço de protensão:

CP-190-RB

$$\text{Resistência característica à ruptura (f}_{ptk}\text{)} = 1900 \text{ MPa}$$

$$\text{Módulo de Elasticidade (E}_p\text{)} = 195 \text{ GPa}$$

$$\text{Cordoalha utilizada: diâmetro} = 15.2\text{mm; Área nominal} = 1.40 \text{ cm}^2$$

Composição do cabos :

8 cordoalhas de 15.2mm

$$\text{Área total do cabo (cm}^2\text{): } 1.4 \times 8 = 11.20 \text{ cm}^2$$

$$P_0 = \text{força de protensão aplicada nas ancoragens: } 190 \times 0.74 \times 11.2 = 1575 \text{ KN}$$

$$\text{Para o par de cabos considerado, adotaremos: } P_0 = 3150 \text{ KN}$$

$$\text{Recuo considerado no encunhamento} = 6 \text{ mm}$$

$$\mu = \text{coeficiente de atrito nos desviadores} = 0.3$$

A protensão será executada em apenas uma das extremidades, sendo assim teremos uma ancoragem ativa numa extremidade e passiva na outra. Consideraremos como força efetiva de protensão ***P Crava***, ou seja, após a ocorrência da cravação.

6.2.3. Cálculo através dos Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE

Em se tratando de estrutura hiperestática, conforme citamos em 3.1, o momento total de protensão é composto das parcelas isostática e hiperestática. Quanto à parcela isostática continuamos determinando-a através dos **ESIE**. Já a parcela hiperestática é determinada com a ajuda do Teorema dos Esforços Virtuais (TEV) ou Método da Carga Unitária.

Por esse processo, definimos a isostática fundamental e então aplicamos o TEV obtendo assim a parcela hiperestática do momento no apoio central. Sabendo que os hiperestáticos sempre ocorrem em função dos esforços de coação nos apoios, determinamos assim seu diagrama, sempre linear, e consequentemente a parcela do hiperestático em qualquer seção.

Figura 6.15 - Diagramas de $M_{y,iso}$ e $\bar{M}_y$ (medidas em metros, momentos em KNm)

$$M_{y,hip} = \frac{\int_0^l M_{y,iso}(x) \cdot \bar{M}_y(x) dx}{\int_0^l [\bar{M}_y(x)]^2 dx} \quad (6.1)$$

$$M_{y,hip} = \frac{31784.32}{16} = 1986.52 \text{ KNm} \quad (6.2)$$

O Momento total M_y , na seção 4 (seção do apoio central) é, portanto :

$$M_{c,y} = M_{y,iso} + M_{y,hip} \quad (6.3)$$

Imediatamente à esquerda da seção 4: $M_{c,y} = 3757.8 \text{ KNm}$

Imediatamente à direita da seção 4: $M_{c,y} = 3659.0 \text{ KNm}$

Os demais valores serão interpolados linearmente, até zero, nos apoios extremos.

A Tabela 6.6 apresenta os esforços em todas as seções. Denominamos "**Trecho**" o segmento entre duas seções e então apresentamos os esforços nos nós inicial e final do trecho em questão. Entendemos ser essa forma a mais apropriada para esse exemplo já que temos de fato uma variação brusca da força de protensão no cabo após um determinado desviador, além da força concentrada agindo no próprio desviador o que normalmente resulta em descontinuidades no diagrama de momentos.

Tabela 6.6 - Esforços nas seções, de acordo com o ESIE

Trecho	Nós / Seções	Isostáticos			Hiperestáticos			Totais		
		N_c (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	$M_{c,y}$ (KNm)	N_c (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	$M_{c,y}$ (KNm)	N_c (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	$M_{c,y}$ (KNm)
1	1	-3018.1	358.4	0.0	0.0	-82.8	0.0	-3018.1	275.6	0.0
	2	-3018.1	358.4	-2867.2	0.0	-82.8	662.2	-3018.1	275.6	-2205.0
2	2	-3094.6	0.0	-2939.9	0.0	-82.8	662.2	-3094.6	-82.8	-2277.7
	3	-3094.6	0.0	-2939.9	0.0	-82.8	1324.3	-3094.6	-82.8	-1615.6
3	3	-2952.2	-572.0	-2804.6	0.0	-82.8	1324.3	-2952.2	-654.8	-1480.2
	4	-2952.2	-572.0	1771.3	0.0	-82.8	1986.5	-2952.2	-654.8	3757.8
4	4	-2787.4	540.1	1672.5	0.0	82.8	1986.5	-2787.4	622.8	3659.0
	5	-2787.4	540.1	-2648.1	0.0	82.8	1324.3	-2787.4	622.8	-1323.7
5	5	-2758.9	0.0	-2621.0	0.0	82.8	1324.3	-2758.9	82.8	-1296.6
	6	-2758.9	0.0	-2621.0	0.0	82.8	662.2	-2758.9	82.8	-1958.8
6	6	-2691.5	-319.6	-2557.0	0.0	82.8	662.2	-2691.5	-236.8	-1894.8
	7	-2691.5	-319.6	0.0	0.0	82.8	0.0	-2691.5	-236.8	0.0

6.2.3.1. Diagramas de Esforços (Fletor e Cortante)

Os Gráfico 6.2 e 6.3 representam os diagramas de momentos $M_{c,y}$ e $V_{c,z}$ respectivamente, conforme valores contidos na Tabela 6.6.

Gráfico 6.2 - Diagramas de momentos fletores

Gráfico 6.3 - Diagramas de esforços cortantes

6.2.4. Cálculo através do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE

De acordo com o sistema de eixos globais adotado, alinhamos o eixo longitudinal da viga com o eixo global X passando pela borda inferior da viga.

6.2.4.1. Cálculo das forças de desvio concentradas

Uma pequena alteração no algoritmo se fez necessária para a correta utilização do processo já apresentado no exemplo anterior. Nesse caso, a força em cada trecho de cabo é constante, sendo desnecessária a consideração da força média entre duas seções consecutivas.

Tabela 6.7 - Cálculo das forças de desvio nos vértices do cabo discretizado, segundo o sistema de eixos globais

Vértices	P Encurt (KN)	P Trecho (KN)	Componentes da P média (KN)			D _x (m)	D _y (m)	D _z (m)
			X	Y	Z			
1	-3039.29					0.000	0.000	0.000
		-3039.29	-3018.08	0.00	358.40			
2	-3039.29					0.000	0.000	-0.950
		-3094.64	-3094.64	0.00	0.00			
3	-3094.64					0.000	0.000	-0.950
		-3007.07	-2952.17	0.00	-571.98			
4	-3007.07					0.000	0.000	0.600
		-2839.29	-2787.45	0.00	540.07			
5	-2839.29					0.000	0.000	-0.950
		-2758.94	-2758.94	0.00	0.00			
6	-2758.94					0.000	0.000	-0.950
		-2710.45	-2691.54	0.00	-319.62			
7	-2710.45					0.000	0.000	0.000

Tabela 6.7 - Continuação

Vértices	<i>Forças e Momentos aplicados nos nós (KN e KNm)</i>					
	$Fx_{dv,i}$	$Fy_{dv,i}$	$Fz_{dv,i}$	$Mx_{dv,i}$	$My_{dv,i}$	$Mz_{dv,i}$
1	3018.1	0.0	-358.4	0.0	0.0	0.0
2	76.6	0.0	358.4	0.0	-72.7	0.0
3	-142.5	0.0	572.0	0.0	135.4	0.0
4	-164.7	0.0	-1112.1	0.0	-98.8	0.0
5	-28.5	0.0	540.1	0.0	27.1	0.0
6	-67.4	0.0	319.6	0.0	64.0	0.0
7	-2691.5	0.0	-319.6	0.0	0.0	0.0
Somatória :	0.000000	0.000000	0.000000			

6.2.4.2. Diagramas de Esforços

A seguir mostraremos os diagramas de esforços calculados através do CCCE.

Figura 6.16 - Diagrama de esforço axial N_c no concreto

Figura 6.17 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$ no concreto

Figura 6.18 - Diagrama de momento fletor (vertical) $M_{c,y}$ no concreto

6.2.5. Comparação dos resultados – ESIE X CCCE

As Tabelas 6.8 e 6.9 mostram os esforços na viga, calculados pelos dois processos e uma comparação do erro percentual entre eles.

Tabela 6.8 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Trecho	Nós / Seções	ESIE			CCCE		
		N_c (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	$M_{c,y}$ (KNm)	N_c (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	$M_{c,y}$ (KNm)
1	1	-3018.1	275.6	0.0	-3018.1	275.6	0.0
	2	-3018.1	275.6	-2205.0	-3018.1	275.6	-2205.0
2	2	-3094.6	-82.8	-2277.7	-3094.6	-82.8	-2277.7
	3	-3094.6	-82.8	-1615.6	-3094.6	-82.8	-1615.6
3	3	-2952.2	-654.8	-1480.2	-2952.2	-654.8	-1480.2
	4	-2952.2	-654.8	3757.8	-2952.2	-654.8	3757.8
4	4	-2787.4	622.8	3659.0	-2787.4	622.8	3659.0
	5	-2787.4	622.8	-1323.7	-2787.4	622.8	-1323.7
5	5	-2758.9	82.8	-1296.6	-2758.9	82.8	-1296.6
	6	-2758.9	82.8	-1958.8	-2758.9	82.8	-1958.8
6	6	-2691.5	-236.8	-1894.8	-2691.5	-236.8	-1894.8
	7	-2691.5	-236.8	0.0	-2691.5	-236.8	0.0

Tabela 6.9 - Tabela comparativa percentual : EISE x CCCE

Trecho	Nós / Seções	Comparação : ESIE x CCCE		
		N_c	$V_{c,z}$	$M_{c,y}$
1	1	0.00%	0.00%	0.00%
	2	0.00%	0.00%	0.00%
2	2	0.00%	0.00%	0.00%
	3	0.00%	0.00%	0.00%
3	3	0.00%	0.00%	0.00%
	4	0.00%	0.00%	0.00%
4	4	0.00%	0.00%	0.00%
	5	0.00%	0.00%	0.00%
5	5	0.00%	0.00%	0.00%
	6	0.00%	0.00%	0.00%
6	6	0.00%	0.00%	0.00%
	7	0.00%	0.00%	0.00%

6.2.6. Deslocamentos Nodais

A Tabela 6.10 apresenta os deslocamentos dos nós da estrutura de barras.

Tabela 6.10 - Deslocamentos Nodais

Nós	UX (cm)	UZ (cm)	RY (rad)
1	0.00	0.00	-0.0121
2	-0.20	7.68	-0.0047
3	-0.41	5.94	0.0083
4	-0.61	0.00	0.0007
5	-0.80	4.77	-0.0071
6	-0.98	6.40	0.0038
7	-1.17	0.00	0.0101

6.2.7. Conclusões

Observamos nesse exemplo que convergência entre os dois modelos foi perfeita, devido ao fato de não ter havido nenhuma aproximação ou discretização no modelo CCCE, uma vez que o estudo envolveu um cabo já discretizado pela própria natureza do tipo de estrutura. Apesar de não termos trabalhado com um modelo com curvas em planta ou com um arranjo assimétrico dos cabos de protensão nas seções transversais, ou até mesmo com uma viga de seção variável, ressaltamos que o processo seria praticamente igual ao apresentado.

Novamente, o fato de termos utilizado um processamento de elementos de barras no modelo CCCE, obtivemos não apenas os esforços como também os deslocamentos da estrutura o que pode acabar minimizando o volume de trabalho necessário para a análise completa desse tipo de estrutura.

6.3. Exemplo 3 - Viga Hiperestática Protendida (não prismática)

Nesse exemplo estudamos uma outra viga de ponte rodoviária agora hiperestática e com geometria um pouco mais complexa. Ele foi baseado no projeto da Ponte sobre o rio Piracicaba (projeto: Eng. Antranig Muradian), construída no prolongamento da Rodovia dos Bandeirantes em 2001. Trata-se de uma ponte mista em que temos um trecho em vigas pré-moldadas e outro em balanços sucessivos, no qual nos concentraremos.

Considerando a representação da protensão através de dois métodos:

- a) Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE
- b) Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE

6.3.1. Características da estrutura - Geometria

O trecho executado em balanços sucessivos é composto de uma viga em seção celular e tem vãos laterais de 65 metros e vão central de 90 metros. Nas proximidades dos apoios das extremidades a altura da viga é de 2.20 metros, assim como no meio do vão central. Nos apoios internos a altura da viga é de 5.50 metros.

Figura 6.19 - Foto da execução da ponte sobre o rio Piracicaba. (fonte: autor, 2001)

Figura 6.20 - Sequência executiva da ponte

Figura 6.21 - Seções transversais - Vão central (S37) e Apoios intermediários (S22 e S52)

Em nosso estudo, nos concentramos nos cabos 35, protendido na fase de execução dos balanços e 48, protendido após a conclusão dos balanços e concretagem do fecho central (medidas em centímetros).

Figura 6.22 - Esquema longitudinal de 1/2 ponte (planta e elevação distorcida) e dos cabos 35 e 48

A ponte em questão possui uma pequena curvatura em planta (cerca de 1200m de raio e ângulo central total de 10 graus) que foi desprezada nesse exercício. O vão lateral foi executado sobre cimbramento, que fora retirado durante a execução das aduelas do balanço.

O presente estudo foi dividido em duas fases:

Na primeira fase, durante a execução dos balanços, a estrutura segue a configuração isostática. Nessa fase procedemos o estudo dos esforços na estrutura, relativos ao cabo 35.

Na segunda fase, após a execução do fecho central, a estrutura toma a configuração hiperestática e então procedemos o estudo dos esforços na estrutura relativos ao cabo 48.

6.3.2. Características dos materiais e da protensão

Utilizamos os mesmos dados do Exemplo 1, exceto quanto às composições dos cabos:

Cabos 35 e 48:

12 cordoalhas de 15.2mm

Área total do cabo (cm^2): $1.4 \times 12 = 16.8 \text{ cm}^2$

P_0 = força de protensão aplicada nas ancoragens: 2460 KN

A protensão foi executada em ambas as extremidades dos cabos, o que é conveniente em se tratando de cabos longos.

6.3.3. Fase Isostática (Cabo 35)

Nessa fase, estão sendo executadas as aduelas do balanço e então a estrutura tem a configuração isostática.

6.3.3.1. Cálculo através dos Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE

Diferente dos exemplos anteriores, o fato da viga possuir altura variável e seu eixo centroidal não desenvolver uma trajetória linear, alguns cuidados foram tomados para procedermos a correta comparação com os resultados da análise dos elementos finitos de barras no CCCE.

Esses cuidados referem-se, principalmente à retificação da estrutura e consequentemente o reposicionamento dos cabos, mantendo-se as excentricidades.

A Tabela 6.11 mostra o resultado do cálculo realizado através de uma planilha, para a determinação do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes – CCCE.

Tabela 6.11 - Cálculo das forças de desvio nos vértices do cabo discretizado, segundo o sistema de eixos globais

Nós / Seções	Vértices	<i>Forças e Momentos aplicados nos nós (KN e KNm)</i>					
		$Fx_{dv,i}$	$Fy_{dv,i}$	$Fz_{dv,i}$	$Mx_{dv,i}$	$My_{dv,i}$	$Mz_{dv,i}$
7	1	2044.9	-73.1	428.7	-1000.5	-46.3	4764.6
8	2	102.6	-318.8	-409.1	1300.5	92.9	253.6
9	3	75.8	276.9	-19.6	-226.4	79.2	242.9
10	4	-21.2	115.1	0.0	-133.5	-24.6	-72.2
11	5	-23.2	0.0	0.0	0.0	-30.0	-79.2
12	6	-17.4	0.0	0.0	0.0	-24.9	-59.2
13	7	-15.1	0.0	0.0	0.0	-24.1	-51.4
14	8	-12.8	0.0	0.0	0.0	-22.2	-43.8
15	9	-12.8	0.0	0.0	0.0	-23.8	-43.5
16	10	-7.3	0.0	0.0	0.0	-14.8	-25.0
17	11	5.4	0.0	0.0	0.0	11.7	18.4
18	12	12.8	0.0	0.0	0.0	29.9	43.5
19	13	12.8	0.0	0.0	0.0	31.9	43.7
20	14	10.7	0.0	0.0	0.0	28.2	36.6
21	15	6.5	0.0	0.0	0.0	17.6	22.1
22	16	4.3	0.0	0.0	0.0	11.8	14.8
23	17	6.5	0.0	0.0	0.0	17.8	22.2
24	18	10.9	0.0	0.0	0.0	28.1	37.2
25	19	13.1	0.0	0.0	0.0	31.1	44.8
26	20	13.2	0.0	0.0	0.0	28.6	45.1
27	21	13.3	0.0	0.0	0.0	25.8	45.3
28	22	13.4	0.0	0.0	0.0	23.3	45.6
29	23	12.4	0.0	0.0	0.0	19.3	42.2
30	24	-5.8	0.0	0.0	0.0	-8.1	-19.9
31	25	-35.9	91.0	0.0	-114.1	-45.0	-122.5
32	26	-71.8	131.6	-87.6	141.3	-78.0	-233.0
33	27	-86.5	-203.1	-276.6	941.3	-67.7	-244.5
34	28	-2048.8	-19.5	364.1	-1016.7	78.1	-5716.3
Somatória :		0.00000	0.00000	0.00000			

6.3.3.2. Diagramas de Esforços

A seguir apresentaremos os diagramas de esforços na estrutura, calculados através do CCCE.

Figura 6.23 - Diagrama de esforço axial N_c

Figura 6.24 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$

Figura 6.25 - Diagrama de esforço cortante (vertical) $V_{c,z}$

Figura 6.27 - Diagrama de momento fletor (horizontal) $M_{c,z}$

Figura 6.28 - Diagrama de momento fletor (vertical) $M_{c,y}$

6.3.4. Comparação dos resultados – ESIE x CCCE - Fase Isostática

A Tabela 6.12 mostra os esforços nas barras da estrutura, para os dois métodos.

Tabela 6.12 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Nós / Seções	ESIE						CCCE					
	N_c (KN)	V_{cy} (KN)	V_{cz} (KN)	T_c (KNm)	M_{cy} (KNm)	M_{cz} (KNm)	N_c (KN)	V_{cy} (KN)	V_{cz} (KN)	T_c (KNm)	M_{cy} (KNm)	M_{cz} (KNm)
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.1
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.1	0.1
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.1	0.1
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.2	0.2
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.2	0.2
7	-1998.1	-73.3	463.8	-1082.2	-45.2	4655.5	-2034.8	-73.1	474.6	-1107.3	-46.5	4740.8
8	-2111.8	-229.9	279.0	-481.6	1912.8	5222.4	-2090.5	232.5	-274.4	468.1	-1898.6	-5174.9
9	-2234.8	-259.0	71.2	42.4	2333.7	7158.1	-2184.3	253.5	-69.6	-41.6	-2282.0	-7003.1
10	-2215.6	-57.3	68.4	-166.7	2571.7	7555.1	-2211.7	57.5	-68.3	165.9	-2569.3	-7543.4
11	-2186.3	0.0	75.5	-257.4	2822.9	7455.4	-2189.2	0.0	-75.5	257.3	-2828.3	-7464.9
12	-2168.6	0.0	83.0	-283.0	3116.2	7395.0	-2168.6	0.0	-82.9	282.7	-3118.9	-7394.7
13	-2151.0	0.0	90.1	-307.2	3435.9	7335.0	-2152.1	0.0	-90.0	306.8	-3440.1	-7338.4
14	-2137.8	0.0	96.7	-329.6	3695.0	7290.0	-2137.8	0.0	-96.9	330.3	-3698.1	-7289.6
15	-2124.7	0.0	102.8	-350.7	3970.3	7245.4	-2124.7	0.0	-103.0	351.2	-3975.9	-7245.0
16	-2111.7	0.0	108.8	-371.2	4263.1	7200.9	-2114.4	0.0	-108.9	371.1	-4274.6	-7209.5
17	-2109.4	0.0	115.2	-392.9	4594.0	7193.1	-2113.1	0.0	-115.5	393.8	-4609.1	-7205.0
18	-2122.5	0.0	108.6	-370.5	4980.5	7237.7	-2122.5	0.0	-108.5	370.0	-4987.9	-7237.2
19	-2135.7	0.0	100.3	-342.1	5307.3	7282.7	-2135.7	0.0	-100.0	340.9	-5313.0	-7282.4
20	-2148.4	0.0	104.0	-354.6	5646.8	7326.1	-2147.4	0.0	-103.8	353.8	-5649.7	-7322.1
21	-2158.9	0.0	52.9	-180.4	5886.1	7361.8	-2157.2	0.0	-52.7	179.7	-5883.9	-7355.5
22	-2163.9	0.0	0.0	0.0	5899.7	7378.8	-2163.9	0.0	0.1	-0.1	-5898.5	-7378.7
23	-2166.7	0.0	-80.0	273.0	5907.4	7388.5	-2166.3	0.0	80.2	-273.5	-5913.1	-7387.3
24	-2171.2	0.0	-157.6	537.5	5598.3	7403.7	-2172.3	0.0	157.5	-537.2	-5614.7	-7407.7
25	-2184.7	0.0	-151.6	517.0	5166.6	7449.9	-2184.8	0.0	151.5	-516.7	-5179.2	-7450.2
26	-2197.7	0.0	-154.8	528.0	4751.7	7494.2	-2197.7	0.0	155.0	-528.6	-4763.0	-7494.3
27	-2211.0	0.0	-154.7	527.5	4294.2	7539.6	-2211.0	0.0	154.8	-527.8	-4304.1	-7539.7
28	-2225.3	0.0	-141.4	482.1	3877.0	7588.2	-2225.3	0.0	141.3	-481.9	-3884.0	-7588.4
29	-2239.5	0.0	-128.6	438.4	3495.8	7636.7	-2239.0	0.0	128.4	-437.8	-3500.5	-7635.0
30	-2251.5	0.0	-115.5	393.7	3147.3	7677.8	-2243.0	0.0	115.2	-392.8	-3139.6	-7648.6
31	-2229.3	46.0	-100.3	284.2	2793.9	7601.9	-2222.8	-45.5	100.2	-284.8	-2787.7	-7582.3
32	-2182.7	158.5	-128.1	243.6	2370.9	7082.7	-2168.1	-156.8	126.6	-240.8	-2357.6	-7041.7
33	-2090.5	119.6	-292.6	733.8	1637.9	5912.0	-2084.5	-121.0	291.0	-728.2	-1639.8	-5898.2
34	-2009.2	19.5	-412.7	1152.2	-76.6	5605.8	-2038.0	-19.5	420.8	-1174.9	78.1	-5685.8

A Tabela 6.13 mostra a comparação percentual entre os dois métodos estudados.

Tabela 6.13 - Tabela comparativa percentual : ESIE x CCCE

Nós / Seções	Comparação : ESIE x CCCE						1000 / R (m ⁻¹)
	N_c	$V_{c,y}$	$V_{c,z}$	T_c	$M_{c,y}$	$M_{c,z}$ (tfm)	
1	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-
2	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-
3	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-
4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-
5	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-
6	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	-
7	-1.8%	0.3%	-2.3%	-2.3%	-2.8%	-1.8%	-
8	1.0%	-1.1%	1.6%	2.9%	0.7%	0.9%	56
9	2.3%	2.2%	2.3%	1.9%	2.3%	2.2%	31
10	0.2%	-0.4%	0.2%	0.5%	0.1%	0.2%	13
11	-0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	-0.2%	-0.1%	0
12	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	-0.1%	0.0%	0
13	-0.1%	0.0%	0.1%	0.1%	-0.1%	0.0%	0
14	0.0%	0.0%	-0.2%	-0.2%	-0.1%	0.0%	0
15	0.0%	0.0%	-0.2%	-0.1%	-0.1%	0.0%	0
16	-0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	-0.3%	-0.1%	0
17	-0.2%	0.0%	-0.2%	-0.2%	-0.3%	-0.2%	0
18	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	-0.1%	0.0%	0
19	0.0%	0.0%	0.3%	0.3%	-0.1%	0.0%	0
20	0.0%	0.0%	0.2%	0.2%	-0.1%	0.1%	0
21	0.1%	0.0%	0.3%	0.4%	0.0%	0.1%	0
22	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0
23	0.0%	0.0%	-0.2%	-0.2%	-0.1%	0.0%	0
24	-0.1%	0.0%	0.1%	0.1%	-0.3%	-0.1%	0
25	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	-0.2%	0.0%	0
26	0.0%	0.0%	-0.1%	-0.1%	-0.2%	0.0%	0
27	0.0%	0.0%	0.0%	-0.1%	-0.2%	0.0%	0
28	0.0%	0.0%	0.1%	0.0%	-0.2%	0.0%	0
29	0.0%	0.0%	0.2%	0.1%	-0.1%	0.0%	0
30	0.4%	0.0%	0.3%	0.2%	0.2%	0.4%	0
31	0.3%	1.1%	0.1%	-0.2%	0.2%	0.3%	12
32	0.7%	1.1%	1.2%	1.2%	0.6%	0.6%	18
33	0.3%	-1.2%	0.6%	0.8%	-0.1%	0.2%	39
34	-1.4%	0.0%	-1.9%	-1.9%	-1.9%	-1.4%	-

6.3.5. Fase Hiperestática (Cabo 48)

Nessa fase, estamos considerando que o fecho central já está executado, e o comportamento que a estrutura assume é o de viga hiperestática.

6.3.5.1. Cálculo através dos Esforços Solicitantes Iniciais Equivalentes - ESIE

- Segundo as nossas premissas (vinculação adotada para os apoios), não há esforços Normais hiperestáticos
- Momentos $M_{c,y}$ e Cortantes $V_{c,z}$

Através do Teorema dos Esforços Virtuais, resolvemos o sistema de equações abaixo, sendo X_1 e X_2 nossos momentos hiperestáticos nos apoios. Os esforços cortantes são consequência desses momentos.

$$F_{10} + F_{11}X_1 + F_{12}X_2 = 0 \quad (6.4)$$

$$F_{20} + F_{21}X_1 + F_{22}X_2 = 0$$

Sendo:

$$F_{10} = \int_0^l \frac{M_{c,y,iso}(x) \cdot \overline{M1}_y(x)}{EI_y(x)} dx \quad (6.5)$$

$$F_{11} = \int_0^l \frac{[\overline{M1}_y(x)]^2}{EI_y(x)} dx \quad (6.6)$$

$$F_{12} = \int_0^l \frac{\overline{M1}_y(x) \cdot \overline{M2}_y(x)}{EI_y(x)} dx \quad (6.7)$$

$$F_{20} = \int_0^l \frac{M_{c,y,iso}(x) \cdot \overline{M2_y}(x)}{EI_y(x)} dx \quad (6.8)$$

$$F_{21} = \int_0^l \frac{\overline{M2_y}(x) \cdot \overline{M1_y}(x)}{EI_y(x)} dx \quad (6.9)$$

$$F_{22} = \int_0^l \frac{[\overline{M2_y}(x)]^2}{EI_y(x)} dx \quad (6.10)$$

- Momentos $M_{c,z}$ e Cortantes V_{cy}

Esses esforços são determinados de forma análoga à do item anterior.

- Momento Torçor $M_{c,x}$

Esses esforços também são determinados de forma análoga à do item anterior, com seus devidos ajustes, já que estamos tratando agora de esforços de torção e não mais de flexão.

6.3.5.2. Cálculo através do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes - CCCE

Figura 6.29 - Modelo de barras da estrutura completa

Os vínculos nos apoios foram definidos da seguinte forma:

Restrição de deslocamento em X: Nó 1

Restrição de deslocamento em Y: Nós 1, 22, 52 e 73

Restrição de deslocamento em Z: Nós 1, 22, 52 e 73

Restrição de rotação em torno de X: Nós 1, 22, 52 e 73

A modelagem do cabo nessa estrutura mostra uma certa particularidade. O trecho nas proximidades das ancoragens, entre as seções 26 e 28, descreve curvas acentuadas e a discretização, inicialmente adotada, fazia com que houvesse uma divergência em torno de 15% em relação ao ESIE. Optamos então por uma melhor discretização desse cabo em segmentos de um metro (contra segmentos de 3 metros adotado anteriormente), melhorando bastante nossos resultados, conforme apresentados na tabela mais adiante.

A Tabela 6.14 mostra o resultado do cálculo realizado através de uma planilha, para a determinação do Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes – CCCE.

Tabela 6.14 - Cálculo das forças de desvio

Nós / Seções	Vértices	Forças e Momentos aplicados nos nós / barras (KN e KNm)					
		$Fx_{dv,i}$	$Fy_{dv,i}$	$Fz_{dv,i}$	$Mx_{dv,i}$	$My_{dv,i}$	$Mz_{dv,i}$
26	1	1864.6	395.3	-508.5	-842.5	-1103.6	-3947.3
26+1	2	48.3	-54.8	55.1	77.0	-45.3	-112.5
26+2	3	60.5	-58.3	73.6	111.6	-75.5	-151.6
27	4	76.7	-56.7	167.9	359.0	-116.2	-203.3
27+1	5	65.2	-64.7	181.7	392.4	-109.8	-179.9
27+2	6	40.9	-65.9	191.5	426.8	-72.2	-116.1
28	7	24.1	-94.9	58.0	0.5	-42.3	-69.3
28+1	8	11.9	0.0	-6.3	-18.1	-20.5	-34.4
28+2	9	6.6	0.0	-6.9	-19.7	-11.2	-19.1
29	10	1.5	0.0	-7.4	-21.2	-2.5	-4.4
29+1	11	-4.4	0.0	-7.9	-22.7	7.1	12.7
29.2	12	-5.3	0.0	-7.9	-22.8	8.3	15.1
30	13	-5.3	0.0	-7.9	-22.7	8.2	15.2
30+1	14	-5.3	0.0	-7.9	-22.6	8.0	15.2
30+2	15	-5.3	0.0	-7.8	-22.5	7.9	15.2
31	16	-5.3	0.0	-7.8	-22.4	7.8	15.3
31+1	17	-5.3	0.0	-7.7	-22.3	7.6	15.3
31.2	18	-5.3	0.0	-7.7	-22.2	7.5	15.3
31+3	19	-5.3	0.0	-7.7	-22.1	7.4	15.4
32	20	-5.3	0.0	-7.6	-22.0	7.3	15.4
32+1	21	-5.4	0.0	-7.6	-21.9	7.2	15.4
32+2	22	-5.4	0.0	-7.6	-21.8	7.1	15.5
32+3	23	-5.4	0.0	-7.5	-21.7	7.1	15.5
33	24	-5.4	0.0	-7.5	-21.6	7.0	15.5
33+1	25	-5.4	0.0	-7.5	-21.5	7.0	15.6
33+2	26	-5.4	0.0	-7.4	-21.4	6.9	15.6
33+3	27	-5.4	0.0	-7.4	-21.3	6.9	15.6
34	28	-5.4	0.0	-7.4	-21.2	6.9	15.6
34+1	29	-5.4	0.0	-7.3	-21.1	6.9	15.7
34+2	30	-5.5	0.0	-7.3	-21.0	6.8	15.7
34+3	31	-5.5	0.0	-7.2	-20.9	6.9	15.7
35	32	-5.5	0.0	-7.2	-20.8	6.9	15.8
35+1	33	-5.5	0.0	-7.2	-20.6	6.9	15.8
35+2	34	-5.5	0.0	-7.1	-20.5	6.9	15.8
35+3	35	-5.5	0.0	-7.1	-20.4	7.0	15.8
36	36	-5.5	0.0	-7.1	-20.3	7.1	15.9
37	37	0.0	0.0	-7.0	-20.2	0.0	0.0
38	38	5.5	0.0	-7.1	-20.3	-7.1	-15.9
38+1	39	5.5	0.0	-7.1	-20.4	-7.0	-15.8
38+2	40	5.5	0.0	-7.1	-20.5	-6.9	-15.8
38+3	41	5.5	0.0	-7.2	-20.6	-6.9	-15.8

Tabela 6.14 - Continuação

Nós / Seções	Vértices	Forças e Momentos aplicados nos nós / barras (KN e KNm)					
		$Fx_{dv,i}$	$Fy_{dv,i}$	$Fz_{dv,i}$	$Mx_{dv,i}$	$My_{dv,i}$	$Mz_{dv,i}$
39	42	5.5	0.0	-7.2	-20.8	-6.9	-15.8
39+1	43	5.5	0.0	-7.2	-20.9	-6.9	-15.7
39+2	44	5.5	0.0	-7.3	-21.0	-6.8	-15.7
39+3	45	5.4	0.0	-7.3	-21.1	-6.9	-15.7
40	46	5.4	0.0	-7.4	-21.2	-6.9	-15.6
40+1	47	5.4	0.0	-7.4	-21.3	-6.9	-15.6
40+2	48	5.4	0.0	-7.4	-21.4	-6.9	-15.6
40+3	49	5.4	0.0	-7.5	-21.5	-7.0	-15.6
41	50	5.4	0.0	-7.5	-21.6	-7.0	-15.5
41+1	51	5.4	0.0	-7.5	-21.7	-7.1	-15.5
41+2	52	5.4	0.0	-7.6	-21.8	-7.1	-15.5
41+3	53	5.4	0.0	-7.6	-21.9	-7.2	-15.4
42	54	5.3	0.0	-7.6	-22.0	-7.3	-15.4
42+1	55	5.3	0.0	-7.7	-22.1	-7.4	-15.4
42+2	56	5.3	0.0	-7.7	-22.2	-7.5	-15.3
42+3	57	5.3	0.0	-7.7	-22.3	-7.6	-15.3
43	58	5.3	0.0	-7.8	-22.4	-7.8	-15.3
43+1	59	5.3	0.0	-7.8	-22.5	-7.9	-15.2
43+2	60	5.3	0.0	-7.9	-22.6	-8.0	-15.2
44	61	5.3	0.0	-7.9	-22.7	-8.2	-15.2
44+1	62	5.3	0.0	-7.9	-22.8	-8.3	-15.1
44+2	63	4.4	0.0	-7.9	-22.7	-7.1	-12.7
45	64	-1.5	0.0	-7.4	-21.2	2.5	4.4
45+1	65	-6.6	0.0	-6.9	-19.7	11.2	19.1
45+2	66	-11.9	0.0	-6.3	-18.1	20.5	34.4
46	67	-24.1	-94.9	58.0	0.5	42.3	69.3
46+1	68	-40.9	-65.9	191.5	426.8	72.2	116.1
46+2	69	-65.2	-64.7	181.7	392.4	109.8	179.9
47	70	-76.7	-56.7	167.9	359.0	116.2	203.3
47+1	71	-60.5	-58.3	73.6	111.6	75.5	151.6
47+2	72	-48.3	-54.8	55.1	77.0	45.3	112.5
48	73	-1864.6	395.3	-508.5	-842.5	1103.6	3947.3
Somatória :		0.0000	0.0000	0.0000			

6.3.5.3. Diagramas de Esforços

A seguir apresentaremos os diagramas de esforços calculados a partir do método CCCE.

Figura 6.30 - Diagrama de esforço axial N_c

Figura 6.31 - Diagrama de esforço cortante (horizontal) $V_{c,y}$

Figura 6.32 - Diagrama de esforço cortante (vertical) $V_{c,z}$

Figura 6.33 - Diagrama de momento torção T_c

Figura 6.34 - Diagrama de momento fletor (horizontal) $M_{c,z}$

Figura 6.35 - Diagrama de momento fletor (vertical) $M_{c,y}$

6.3.6. Comparação dos resultados – ESIE x CCCE

Nas Tabelas 6.15 e 6.16 nos limitamos a mostrar os valores apenas até a seção 37, que corresponde à seção do fecho no meio do vão central, já que a estrutura é simétrica.

Tabela 6.15 - Esforços solicitantes segundo os modelos ESIE e CCCE

Nós /	ESIE						CCCE					
Seções	N_c (KN)	$V_{c,y}$ (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	T_c (KNm)	$M_{c,y}$ (KNm)	$M_{c,z}$ (KNm)	N_c (KN)	$V_{c,y}$ (KN)	$V_{c,z}$ (KN)	T_c (KNm)	$M_{c,y}$ (KNm)	$M_{c,z}$ (KNm)
1	0.0	-55.6	34.3	0.0	0.0	0.0	0.4	-55.1	34.2	14.5	0.0	-0.2
2	0.0	-55.6	34.3	0.0	34.3	55.6	0.4	-55.1	34.2	14.4	34.3	54.9
3	0.0	-55.6	34.3	0.0	137.1	222.5	0.3	-55.1	34.2	13.8	137.0	220.1
4	0.0	-55.6	34.3	0.0	240.0	389.3	-0.2	-55.1	34.2	9.3	239.7	385.4
5	0.0	-55.6	34.3	0.0	342.8	556.2	-0.5	-55.1	34.2	4.9	342.5	550.7
6	0.0	-55.6	34.3	0.0	445.7	723.0	-0.6	-55.1	34.2	3.5	445.2	715.9
7	0.0	-55.6	34.3	0.0	582.8	945.5	-0.7	-55.1	34.2	1.2	582.2	936.1
8	0.0	-55.6	34.3	0.0	719.9	1167.9	-0.8	-55.1	34.2	-2.1	719.2	1156.4
9	0.0	-55.6	34.3	0.0	857.0	1390.4	-0.9	-55.1	34.2	-6.4	856.2	1376.7
10	0.0	-55.6	34.3	0.0	994.1	1612.9	-1.1	-55.1	34.2	-11.5	993.1	1597.0
11	0.0	-55.6	34.3	0.0	1131.3	1835.3	-1.2	-55.1	34.2	-17.8	1130.1	1817.2
12	0.0	-55.6	34.3	0.0	1268.4	2057.8	-1.3	-55.1	34.2	-25.0	1267.1	2037.5
13	0.0	-55.6	34.3	0.0	1405.5	2280.3	-1.4	-55.1	34.2	-32.7	1404.1	2257.8
14	0.0	-55.6	34.3	0.0	1508.4	2447.1	-1.6	-55.1	34.2	-40.8	1506.8	2423.0
15	0.0	-55.6	34.3	0.0	1611.2	2614.0	-1.7	-55.1	34.2	-48.7	1609.6	2588.2
16	0.0	-55.6	34.3	0.0	1714.0	2780.8	-1.8	-55.1	34.2	-56.7	1712.3	2753.4
17	0.0	-55.6	34.3	0.0	1816.9	2947.7	-1.9	-55.1	34.2	-65.7	1815.0	2918.6
18	0.0	-55.6	34.3	0.0	1919.7	3114.5	-1.7	-55.1	34.2	-54.6	1917.8	3084.2
19	0.0	-55.6	34.3	0.0	2022.6	3281.4	-1.6	-55.1	34.2	-41.4	2020.5	3249.8
20	0.0	-55.6	34.3	0.0	2125.4	3448.2	-1.7	-55.1	34.2	-46.4	2123.3	3415.1
21	0.0	-55.6	34.3	0.0	2194.0	3559.4	-0.8	-55.1	34.2	37.6	2191.8	3524.4
22	0.0	0.0	0.0	0.0	2228.3	3615.1	0.0	0.0	0.0	61.9	2226.0	3578.7
23	0.0	0.0	0.0	0.0	2228.3	3615.1	0.0	0.0	0.0	132.0	2225.9	3573.9
24	0.0	0.0	0.0	0.0	2228.3	3615.1	0.0	0.0	0.0	258.7	2226.0	3569.4
25	0.0	0.0	0.0	0.0	2228.3	3615.1	0.0	0.0	0.0	247.4	2226.0	3570.2
26 esq	0.0	0.0	0.0	0.0	2228.3	3615.1	0.0	0.0	0.0	241.5	2226.0	3570.6
26 dir	1856.6	407.4	-642.4	-1118.8	1129.3	-315.3	1822.4	395.5	-643.4	-867.3	1122.3	-305.9
27	2002.3	257.1	-435.3	-764.4	-803.2	-1691.0	1985.9	253.9	-435.4	-520.8	-820.1	-1719.9
28	2182.3	48.0	52.7	236.0	-1605.7	-2670.0	2175.8	47.5	52.6	461.1	-1583.6	-2700.9
29	2210.1	0.0	76.6	220.5	-1411.0	-2750.1	2207.6	-0.3	76.2	424.3	-1395.6	-2785.4
30	2194.4	0.0	67.0	193.0	-1170.8	-2704.7	2194.4	0.3	66.5	375.3	-1162.8	-2746.2
31	2177.0	0.0	57.9	166.9	-957.6	-2654.7	2177.0	-0.2	57.6	326.9	-953.3	-2695.5
32	2154.1	0.0	42.5	122.5	-725.8	-2588.8	2154.1	0.5	42.7	259.0	-724.2	-2628.5
33	2131.3	0.0	28.0	80.7	-554.2	-2523.2	2131.4	-0.2	28.2	192.2	-553.0	-2562.2
34	2108.7	0.0	12.5	36.0	-441.8	-2458.1	2108.8	-0.5	12.3	124.2	-442.6	-2496.4
35	2086.3	0.0	-4.8	-13.8	-396.6	-2393.4	2086.3	0.1	-4.9	55.3	-399.4	-2431.6
36	2063.9	0.0	-24.8	-71.3	-422.9	-2328.9	2063.9	-0.1	-24.7	-16.1	-425.6	-2366.6
37	2058.5	0.0	0.0	0.0	-441.2	-2313.4	2061.1	-0.3	-0.1	0.0	-447.4	-2358.5

Tabela 6.16 - Tabela comparativa percentual : ESIE x CCCE (NC = não calculado)

Nós / Seções	Comparação : ESIE x CCCE						1000 / R (m ⁻¹)
	N_c (tf)	$V_{c,y}$ (tf)	$V_{c,z}$ (tf)	T_c (tfm)	$M_{c,y}$ (tfm)	$M_{c,z}$ (tfm)	
1	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.0%	0.0%	-
2	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.4%	-
3	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.1%	-
4	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
5	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
6	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
7	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
8	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
9	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
10	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
11	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
12	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
13	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
14	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
15	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
16	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
17	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
18	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
19	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
20	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
21	0.0%	1.0%	0.1%	NC	0.1%	1.0%	-
22	0.0%	0.0%	0.0%	NC	0.1%	1.0%	-
23	0.0%	0.0%	0.0%	NC	0.1%	1.2%	-
24	0.0%	0.0%	0.0%	NC	0.1%	1.3%	-
25	0.0%	0.0%	0.0%	NC	0.1%	1.3%	-
26 esq	0.0%	0.0%	0.0%	NC	0.1%	1.2%	-
26 dir	1.9%	3.0%	-0.2%	29%	0.6%	3.1%	42.4
27	0.8%	1.3%	0.0%	47%	-2.1%	-1.7%	88.8
28	0.3%	1.1%	0.2%	-49%	1.4%	-1.1%	50.4
29	0.1%	0.0%	0.5%	-48%	1.1%	-1.3%	3.4
30	0.0%	0.0%	0.7%	-49%	0.7%	-1.5%	3.4
31	0.0%	0.0%	0.6%	-49%	0.5%	-1.5%	3.4
32	0.0%	0.0%	-0.3%	-53%	0.2%	-1.5%	3.4
33	0.0%	0.0%	-0.5%	-58%	0.2%	-1.5%	3.4
34	0.0%	0.0%	1.7%	-71%	-0.2%	-1.5%	3.4
35	0.0%	0.0%	-1.4%	-75%	-0.7%	-1.6%	3.4
36	0.0%	0.0%	0.2%	342%	-0.6%	-1.6%	3.4
37	-0.1%	0.0%	0.0%	0%	-1.4%	-1.9%	3.4

Notemos na Tabela 6.16 que nas seções referentes ao tramo lateral, não efetuamos a comparação percentual dos momentos torçores uma vez que os valores através do ESIE são sempre zero.

A partir da seção **26 dir**, onde o cabo é ancorado, os valores de T_c apresentam grandes divergências, em função das aproximações adotadas no cálculo dos ESIE, que comentaremos a seguir, nas conclusões.

6.3.7. Conclusões

Novamente observamos uma boa convergência entre os resultados dos dois modelos, exceto no cálculo dos momentos torçores T_c .

Notemos que, em função da complexa geometria desse estudo, o modelo calculado através do ESIE apresenta algumas simplificações importantes como a própria retificação da estrutura que afeta diretamente o cálculo dos esforços de torção T_c .

Além da retificação em si da estrutura, notamos que alguns efeitos, que aparecem corretamente no modelo CCCE, acabam sendo negligenciados no modelo ESIE. Um deles é o caso da torção que ocorre em função de uma força de desvio lateral (horizontal) por exemplo. Imaginemos uma força aplicada no vão central, agindo segundo o eixo Y, transversal ao caixão. Essa força, existente nas componentes de desvio dos que descrevem curva em planta, geram torçores no modelo, por não se tratar de um modelo retificado.

O cálculo de T_c através dos ESIE não considerou esse efeito, já que foi realizado com base numa estrutura retificada e portanto, uma viga reta. Além disso, cada vão da viga foi assumido como sendo engastado à torção em suas extremidades, já que trata-se de uma ponte em seção celular apoiada sobre dois aparelhos de apoio em cada um dos apoios nos nós 1, 22, 52 e 73.

Um outro aspecto importante verificado nesse estudo, conforme já comentado, foi o refinamento da discretização do cabo, melhorando assim significativamente a convergência entre os dois modelos, exceto para os esforços de torção, acima justificados.

Finalmente podemos concluir que o cálculo através do CCCE é significativamente superior ao ESIE uma vez que com um modelo de cálculo mais simples, obtemos uma análise mais completa da estrutura.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES FINAIS

Nesse trabalho pudemos discorrer sobre algumas das representações da protensão mais utilizadas no projeto de estruturas protendidas e também pudemos discutir com um pouco mais de foco, a possibilidade de representação da protensão através de cargas concentradas, assunto esse que não foi encontrado na literatura além de algumas breves citações.

A idéia fundamental por trás desse estudo tem como principal objetivo fornecer subsídios para a elaboração de algoritmos computacionais que trabalhando juntamente com programas de elementos de barras possam tornar o cálculo de estruturas protendidas complexas mais palpável sem perda significativa de precisão, ao contrário, trazendo vantagens que os outros processos ignoram ou demandam trabalho em demasia para sua consideração de forma apropriada.

A utilização do CCCE não se restringe apenas às estruturas de barras, estudadas nesse trabalho. O conceito fundamental do processo é a discretização do cabo em uma poligonal no espaço e então a aplicação das forças concentradas, originadas nos vértices, num modelo estrutural que pode ser o de elementos de barras ou mesmo elementos finitos. Conseqüentemente abre-se a possibilidade de aplicação do processo em modelos diferentes de estruturas como reservatórios protendidos e estruturas com pilares protendidos, por exemplo.

Os exemplos estudados não apenas nos dão uma boa noção da precisão do CCCE, mas também ilustram a aplicação do método em três diferentes tipos de estruturas, bem diferentes umas das outras, desde um modelo mais simples, até o caso mais complexo. Percebemos que mesmo em modelos isostáticos simples, onde a aplicação do ESIE é imediata e exata, a utilização do CCCE pode ser útil por contemplar num só modelo os diversos esforços e deslocamentos na estrutura.

Durante a confecção dos exemplos, nossa maior dificuldade acabou sendo o cálculo através do ESIE, que serviu de base de comparação e não o método em estudo, já que, uma vez discretizado o cabo e a estrutura de barras, o processo torna-se mecânico.

Prova disso foi o cálculo dos momentos torçores no terceiro exemplo. A consideração de todos os efeitos que apareciam naturalmente e sem nenhuma consideração especial no método CCCE demandariam muito tempo e estudo no caso do ESIE e então acabaram sendo desprezados nesse segundo método.

É importante salientar também que houve a necessidade de uma melhor discretização do cabo 48 no terceiro exemplo, fazendo assim com que os esforços ficassem próximos do cálculo dos ESIE. Notar também que apesar de termos discretizado o cabo todo, percebemos que a necessidade de fato era apenas nas regiões próximas das ancoragens onde o cabo descreve uma curva muito acentuada para a discretização inicialmente adotada, o que podia ser observado visualmente.

A idéia de calcular a curvatura (ou o raio) local em alguns pontos do cabo para então termos alguma orientação sobre a discretização necessária naquele trecho de cabo, necessita de estudos mais específicos e de uma quantidade maior de exemplos para que se chegue a uma conclusão.

A melhor discretização do cabo 48 do exemplo 3 veio acompanhada de uma outra questão importante que fora estudada no trabalho: o carregamento intermediário atuando nas barras. O resultado apresentado foi muito bom, de forma que o efeito acabou ficando diluído entre as aproximações de ambos os métodos.

Embora não apresentado nesse trabalho, uma das grandes aplicações que imaginamos para o processo CCCE é no caso de pontes curvas em planta. A consideração de todas as ações que um cabo pode aplicar em uma estrutura dessas a partir de um único caso de carregamento gerado de forma automática por um algoritmo especialmente elaborado para esse fim pode ser muito útil para esse tipo de projeto.

Além disso, diversas aplicações podem ser estudadas e realizadas em pontes em balanços sucessivos, por exemplo. Esse trabalho em conjunto com estudos a respeito da adaptação por fluência em obras executadas em fases poder originar uma ferramenta extremamente poderosa para análises mais precisas dessas estruturas

Nos nossos exemplos e estudos, trabalhamos com planilhas em conjunto com programas comerciais de elementos de barras. Nas planilhas, efetuamos o cálculo das forças de desvio e geramos o arquivo de carregamento. Nos programas de elementos de barras, importamos o arquivo de carregamentos e processamos a estrutura para obtenção dos esforços. Essa forma, semi-automática, pode sem dúvida

alguma, ser melhorada a partir da elaboração de um programa específico que não apenas elimine essa operação de importação de dados mas também forneça facilidades na discretização dos cabos, por exemplo, permitindo que se altere rapidamente a discretização do mesmo, para então encontrar a convergência e consequentemente a discretização adequada para cada tipo de estrutura e de curvatura dos cabos.

Para futuros trabalhos que porventura venham dar continuidade a esse estudo, sugerimos um estudo mais aprofundado da discretização mínima necessária em função da curvatura do cabo, embora tenhamos em mente que diante do baixo custo computacional exigido para uma discretização bem mais refinada, esse estudo pode ser desnecessário.

Também sugerimos um melhor detalhamento da questão quanto às cargas atuantes nas barras e suas interpolações além de um estudo de estruturas modeladas com elementos finitos de cascas, placas ou sólidos.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AALAMI, B.O. Load Balancing: A Comprehensive Solution to Post-Tensioning.

ACI Structural Journal. November / December, 1990.

AALAMI, B.O. **Developments in Post-Tensioned Building Design**. CONCET-93, International Conference on Concrete Engineering and Technology, Kuala Lumpur, Malaysia, 1993.

ANDRÉ, J.C. **Lições Introdutórias à Mecânica das Estruturas**. São Paulo, 2002. (Notas de Aula - Escola Politécnica da USP - Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações).

FRANÇA, R.L.S. ; ISHITANI, H. **Concreto Protendido: Conceitos Fundamentais**. São Paulo, 2002. (Notas de aula - Escola Politécnica da USP - Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações).

FRANCO, M. **Concreto Protendido em Edifícios: Problemas Particulares**. In: SIMPÓSIO IBERO-LATINO AMERICANO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, São Paulo, 1994. **Anais**. São Paulo, 1994.

HURST, M.K. **Prestressed Concrete Design**. London: Chapman and Hall, 1988.

KOERICH, R.B. ; LORIGGIO, D. D. Florianópolis: **Estudo de Estruturas Hiperestáticas de Concreto Protendido com a Representação da Protensão por Carregamentos Equivalentes**. 2004. 192p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2004.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto: concreto protendido**. Rio de Janeiro: Interciência, 1983. v.5.

- LEONHARDT, F. **Construções de Concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1979. v.6.
- LIN, T.Y. **Prestressed Concrete Structures**. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1955.
- LIN, T.Y.; BURNS, N.H. **Design of Prestressed Concrete Structures**. 3.ed. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1981.
- LUCHI, L.A.R. **Protensão em Pontes Celulares Curvas**. 2001. 115p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2001.
- MURADIAN, A. **Concreto Protendido**. São Paulo, 2002. (Notas de aula - Escola de Engenharia Mackenzie, 1987).
- NAWY, E.G. **Prestressed Concret – A Fundamental Approach**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de Estruturas de concreto** - NBR 6118:2003. Rio de Janeiro, 2003.
- PFEIL, W. **Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos, 1988. v.1.
- RAMASWAMY, G.S. **Modern Prestressed Concrete Design**. London: Pitman International, 1976.
- SKAF, K. ; STUCCHI, F.R. **Alternativas de Representação da Protensão no Projeto de Estruturas de Concreto**. São Paulo: EPUSP, 1995. (Boletim Técnico do Departamento da Universidade de São Paulo - BT/PEF/9512).