UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

CAROLINA RIBEIRO DA SILVA

**Punção em lajes de concreto armado com furo e transferência de
momento – comparação de normas**

SÃO PAULO

2018

CAROLINA RIBEIRO DA SILVA

**Punção em lajes de concreto armado com furo e transferência de
momento – comparação de normas**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título
de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Ph.D. Fernando Rebouças
Stucchi

SÃO PAULO

2018

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Silva, Carolina R.

Punção em lajes de concreto armado com furo e transferência de momento – comparação de normas / C. R. Silva -- versão corr. -- São Paulo, 2018.

220 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.punção 2.critérios normativos 3.lajes lisas I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

Folha de Avaliação

Nome: SILVA, Carolina Ribeiro da

Título: Punção em lajes de concreto armado com furo e transferência de momento –
comparação de normas

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências.

Aprovado em:

Banca Examinadora:

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Agradecimentos

Agradeço a Deus por me dar forças nos momentos difíceis e me ajudar a seguir em frente apesar das dificuldades.

Agradeço a minha família que sempre me apoiou e incentivou em todas as etapas do trabalho, sempre pacientes eles me deram forças para concluí-lo.

Agradeço muito ao Professor Dr. Fernando Stucchi que aceitou orientar-me e com isso me proporcionou essa oportunidade única de conhecimento que contribuiu com meu desenvolvimento. Agradeço pela paciência, ensinamento e toda a dedicação.

Agradeço a Escola Politécnica pela formação e por prover todo o conhecimento e ferramentas para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao meu amigo Matheus, que dividiu comigo todas as dificuldades durante as fases de desenvolvimento do mestrado, sempre me ajudando e me ensinando muito.

Agradeço muito aos professores Guilherme Sales e José Luiz Pinheiro Melges que participaram de minha banca de defesa e me ajudaram a melhorar o trabalho com comentários muito relevantes, além de fornecer os dados para comparação dos resultados e esclarecer dúvidas de interpretação das normas estudadas.

Resumo

SILVA, Carolina Ribeiro da. **Punção em lajes de concreto armado com furo e transferência de momento – comparação de normas**. 2018. 220p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

O crescente uso de lajes sem vigas (lisa com ou sem capitel) como solução estrutural de edificações, justificado por questões econômicas e construtivas, têm destacado a importância do estudo desses elementos estruturais. Já as desvantagens desse sistema estrutural estão associadas às altas tensões geradas na região próxima dos pilares, originando o fenômeno de punção. As normas atuais especificam uma seção íntegra resistente para dimensionamento à punção, entretanto, devido principalmente à passagem de instalações hidráulicas e elétricas através dos pavimentos, é necessária a execução de furações, em alguns casos muito próximas ao contorno dos pilares, o que implica diretamente na redução dessa seção e da resistência das lajes. Portanto, são necessários modelos de cálculo específicos para isso. A NBR 6118 tem critérios para esse problema, mas são antigos e precisam ser modernizados. Assim, comparando os dados experimentais de algumas pesquisas com as cargas últimas estimadas para normas vigentes (*fib* MC2010:2013, EC2:2004, ACI-318:2014 e NBR 6118:2014), este trabalho teve como objetivo identificar limitações das normas estudadas e verificar a eventual possibilidade de melhorias. Com base nos resultados observados foi proposta uma alteração para a NBR 6118: 2014 no cálculo da punção para lajes lisas com furo(s) na região do pilar, de modo que seja considerado no dimensionamento o momento gerado pela excentricidade do perímetro crítico devido à presença de furo(s) na laje.

Palavras-chave: Punção. Lajes lisas. Furos. Critérios normativos.

Abstract

The increasing use of flat slabs (slabs without beams with or without drop panel) as a structural solution of buildings, justified by economic and constructive issues, has highlighted the importance of the study of these structural elements. The disadvantages of this structural system are associated with high stresses generated in the region near of the columns, causing the punching shear phenomenon. The current standards specify a resistant section for punching shear design, however, due mainly to the passage of hydraulic and electric installations through the floors, it is necessary to execute holes, in some cases very close to the boundaries of the columns, which reduces this section and the slab strength. Therefore, it is necessary to specify calculation models for that. The NBR 6118 has criteria for this problem, nonetheless it is old and needs to be modernized. Comparing experimental data from some researches, with the estimated ultimate loads for current standards (*fib* MC2010: 2013, EC2: 2004, ACI-318: 2014 and NBR 6118: 2014), this work had as objective to identify limitations of the standards studied and verify possible improvements. Based on the observed results, it was proposed a modification for NBR 6118: 2014 in the design of the punching shear of flat slabs with hole(s) near of the column, considering the moment caused by the eccentricity of the critical perimeter due to the presence of hole(s) in the slab.

Key words: Punching shear. Flat Slabs. Holes. Code Standards.

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Ruptura por punção de pilares internos.....	27
Figura 2.2 - Exemplo de comportamento das fissuras na ruptura a punção.....	28
Figura 2.3 - Comportamento das fissuras observadas nas lajes ensaiadas a punção.....	29
Figura 2.4 - Eficiência e comportamento das barras inferiores após a ruptura da ligação entre a laje e o pilar.....	31
Figura 2.5 - Diagrama Carga x deformação de lajes sem (1) e com (2) armadura inferior passando pelo pilar.....	32
Figura 2.6 - Ação da armação inferior na fase de pós puncionamento.....	32
Figura 2.7 - Armadura de cisalhamento utilizada por Gomes e Andrade (1995).....	33
Figura 2.8 - Posicionamento dos furos em relação ao pilar nas lajes ensaiadas por Gomes e Andrade (1995).....	34
Figura 2.9 - Características das lajes ensaiadas por Gomes e Andrade (1995).....	35
Figura 2.10 - Armadura de cisalhamento utilizada por Silva (2003).....	37
Figura 2.11 - Sistema de ensaio utilizado por Silva (2003).....	38
Figura 2.12 - Características das lajes ensaiadas por Silva (2003).....	40
Figura 2.13 - Características das lajes ensaiadas por Souza (2004).....	42
Figura 2.14 - Características das lajes ensaiadas por Borges (2004).....	45
Figura 2.15 - Esquema do sistema de ensaio adotado por Borges (2004).....	46
Figura 2.16 - Perímetro efetivo de controle proposto por Borges (2004) para atualização da NBR6118: 2003.....	47
Figura 2.17 - Modelos de lajes ensaiadas por Mowrer & Vanderbilt (1967).....	50
Figura 2.18 - Dimensões das lajes ensaiadas por Roll <i>et al.</i> (1971).....	52

Figura 2.19 - Características principais e cargas últimas das lajes de Teng <i>et al.</i> (1999).....	59
Figura 2.20 - Perímetro crítico proposto por Teng <i>et al.</i> (1999) para lajes sem furos e sem armadura de cisalhamento.....	61
Figura 2.21 - Perímetro de controle proposto por Teng <i>et al.</i> (1999) para lajes com furos e sem armadura de cisalhamento.....	62
Figura 2.22 - Perímetro de controle proposto por Regan (1974) para o Handbook to BS8110 (1987)	63
Figura 2.23 - Esquema de aplicação das cargas e posição dos furos nas lajes ensaiadas por Regan (1974)	64
Figura 2.24 - Armadura de cisalhamento adotada nas lajes ensaiadas por Regan (1999)	65
Figura 2.25 - Esquema de lajes ensaiadas por Ioannou (2001).....	67
Figura 2.26 - Distribuição da armadura de cisalhamento adotada nas lajes ensaiadas por Ioannou (2001).....	68
Figura 2.27 - Armadura de cisalhamento “shearbands” utilizada por Ioannou (2001).....	68
Figura 2.28 - Perímetros de controle adotados por Ioannou (2001).....	69
Figura 2.29 - Armadura de cisalhamento utilizada por Cordovil (1995)	71
Figura 2.30 - Sistema de aplicação de carga, detalhe do “trans-moment” e dimensões das lajes ensaiadas por Cordovil (1995).....	72
Figura 2.31 - Perímetro de controle sugerido por Cordovil (1995).....	74
Figura 2.32 - Armadura de cisalhamento utilizada por Souza (2008).....	75
Figura 2.33 - Geometria das lajes ensaiadas por Ferreira (2010).....	79
Figura 2.34 - Sistema de aplicação de cargas utilizado por Ferreira (2010).....	81
Figura 2.35 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LC1 a LC4 ensaiadas por Ferreira (2010)	82
Figura 2.36 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LC5 a LC8 ensaiadas por Ferreira (2010)	83
Figura 2.37 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LS01 a LS08 ensaiadas por Ferreira (2010)	84

Figura 2.38 - Superfícies de ruptura práticas dentro da região das armaduras de cisalhamento – Ferreira (2010)	86
Figura 2.39 - Esquema do sistema de ensaio utilizado por Oliveira (2012).....	88
Figura 2.40 - Modelo e dimensões das lajes ensaiadas por Oliveira (2013).....	92
Figura 2.41 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LN e LS ensaiadas por Oliveira (2013)	94
Figura 2.42 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LW ensaiadas por Oliveira (2013).....	95
Figura 2.43 - Esquema de ensaio de pórtico de reação metálico utilizado por Oliveira (2013)	96
Figura 2.44 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LN.....	97
Figura 2.45 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LS e LW.....	97
Figura 2.46 – Esquema das lajes analisadas por Moe (1961, apud SOUZA (2008)).....	101
Figura 2.47 - Dimensões e linha de carga das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)	102
Figura 2.48 - Configuração das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968).....	103
Figura 2.49 - Configuração dos furos das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968).....	103
Figura 2.50 - Dimensões e carregamento das lajes ensaiadas por Islam & Park (1976)	108
Figura 2.51 - Sistema de aplicação de cargas e dimensões das lajes ensaiadas Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)	111
Figura 2.52 - Características das armaduras das lajes ensaiadas Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)	112
Figura 3.1 - Seção de ruptura em função da armadura de punção – NBR6118:2014.....	116

Figura 3.2 - Perímetro crítico externo a armadura de cisalhamento de acordo com a NBR6118: 2014.....	120
Figura 3.3 - Disposição da armadura de punção em corte recomendada pela NBR6118: 2014.....	120
Figura 3.4 - Perímetro crítico para aberturas na laje- NBR 6118:2014.....	121
Figura 3.5 - Perímetros críticos em torno de pilares ou área carregada – <i>fib</i> MC2010:2013.....	121
Figura 3.6 - Posição da força resultante V_{Ed} de acordo com <i>fib</i> MC2010:2013.....	124
Figura 3.7 - Armadura de cisalhamento – <i>fib</i> MC2010: 2013.....	125
Figura 3.8 - Rotação (ψ) da laje.....	126
Figura 3.9 - Dimensões da área carregada ou analisada de acordo com <i>fib</i> MC2010: 2013.....	128
Figura 3.10 - Perímetro crítico fora da região armada conforme <i>fib</i> MC 2010: 2013.....	129
Figura 3.11 - Redução do perímetro crítico b_0 na presença de furos e tubos.....	129
Figura 3.12 - Perímetro de controle conforme EC 2: 2004.....	130
Figura 3.13 - Perímetro de controle localizado a “1,5d” da última camada de armação de cisalhamento - EC2: 2004.....	134
Figura 3.14 - Perímetro crítico considerando furos conforme EC2: 2004.....	134
Figura 3.15 - Perímetros efetivos conforme ACI-318: 2014.....	135
Figura 3.16 - Suposta distribuição de esforços cortantes ACI-318: 2014.....	137
Figura 3.17 - Perímetro crítico a “0,5d” da última camada de armadura - ACI-318: 2014.....	139
Figura 3.18 - Perímetro crítico para lajes com furos conforme ACI-318: 2014.....	140
Figura 6.1 - Perímetros crítico u e crítico reduzido u^* para ligações entre laje e pilar de borda conforme NBR 6118:2014.....	163

Figura 6.2 - Perímetros crítico reduzido u e excentricidade e sugeridos para a NBR 6118:2014 para lajes com furo.....	165
Figura 6.3 – Esquema de divisão do perímetro crítico reduzido u para cálculo do módulo de resistência W_p	166
Figura 6.4 – Perímetros crítico reduzido u e excentricidade e sugeridos para a NBR 6118:2014 para lajes com furo e transferência de momento.....	173
Figura A.1 – Perímetro crítico reduzido para a laje L03.....	215
Figura A.2 – Perímetro crítico reduzido para a laje L04.....	218

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Resultados das lajes ensaiadas por Gomes e Andrade (1995).....	36
Tabela 2.2 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Silva (2003).....	39
Tabela 2.3 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Souza (2004).....	43
Tabela 2.4 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Borges (2004)....	44
Tabela 2.5 - Características e cargas de ruptura das lajes ensaiadas por Mowrer & Vanderbilt (1967).....	51
Tabela 2.6 - Parâmetros de furação adotados nas lajes ensaiadas por Roll <i>et al.</i> (1971)	53
Tabela 2.7 - Características e cargas de ruptura das ensaiadas por Roll <i>et al.</i> (1971).....	54
Tabela 2.8 - Posição dos furos considerados por Roll <i>et al.</i> (1971).....	55
Tabela 2.9 - Características e cargas de ruptura das lajes de Teng <i>et al.</i> (1999).....	60
Tabela 2.10 - Características, cargas e tipo de ruptura das lajes ensaiadas por Regan (1999)	66
Tabela 2.11 - Cargas e modo de ruptura das lajes ensaiadas por Ioannou (2001).....	69
Tabela 2.12 - Resultados das cargas experimentais e estimadas por Ioannou (2001).....	70
Tabela 2.13 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Cordovil (1995).....	73
Tabela 2.14 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Souza (2008)...	76
Tabela 2.15 - Principais características das lajes ensaiadas por Ferreira (2010).....	80
Tabela 2.16 - Características e resultados das lajes de Oliveira (2012).....	89

Tabela 2.17 - Principais características, cargas e momentos últimos das lajes ensaiadas por Oliveira (2013).....	93
Tabela 2.18 - Principais características das lajes ensaiadas por Moe (1961, <i>apud</i> SOUZA (2008))	99
Tabela 2.19 - Principais características das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)	105
Tabela 2.20 - Principais características das lajes ensaiadas por Islam & Park (1976).....	109
Tabela 2.21 - Principais características das lajes ensaiadas por Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)	113
Tabela 3.1 - Valores do coeficiente K – NBR6118: 2014.....	117
Tabela 3.2 - Diferentes níveis de aproximação para o cálculo de ψ	126
Tabela 3.3 - Valores do coeficiente K - Eurocode 2: 2004.....	132
Tabela 4.1 - Principais características da Série 1: lajes sem transferência de momento fletor.....	142
Tabela 4.2 - Principais características da Série 2: lajes com transferência de momento fletor.....;	143
Tabela 4.3 - Principais características da Série 3: lajes com furos e sem transferência de momento fletor.....	144
Tabela 4.4 - Principais características da Série 4: lajes com furos e transferência de momento fletor.....	145
Tabela 5.1 - Previsão da carga de ruptura pelo <i>fib</i> Model Code 2010: 2013 – Série 1.....	147
Tabela 5.2 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2: 2004 – Série 1.....	148
Tabela 5.3 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 1.....	148
Tabela 5.4 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 1.....	149

Tabela 5.5 - Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 1.....	150
Tabela 5.6 - Previsão da carga de ruptura pelo <i>fib</i> Model Code 2010: 2013 - Série 2.....	152
Tabela 5.7 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2: 2004 – Série 2.....	152
Tabela 5.8 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 2.....	153
Tabela 5.9 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 2.....	153
Tabela 5.10 - Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 2.....	154
Tabela 5.11 - Previsão da carga de ruptura pelo <i>fib</i> Model Code 2010: 2013 – Série 3.....	156
Tabela 5.12 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2:2004 – Série 3.....	156
Tabela 5.13 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 3.....	157
Tabela 5.14 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 3.....	157
Tabela 5.15. Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 3.....	158
Tabela 5.16 – Previsão da carga de ruptura pelo <i>fib</i> Model Code 2010: 2013 – Série 4.....	159
Tabela 5.17 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2:2004 – Série 4.....	160
Tabela 5.18 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 4.....	160
Tabela 5.19 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 4.....	161
Tabela 5.20 – Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 4.....	161
Tabela 6.1 - Previsão da carga de ruptura adotando proposta de alteração da NBR 6118: 2014 para lajes com furos e carregamento simétrico.....	168

Tabela 6.2 - Previsão da carga de ruptura adotando proposta de alteração da NBR 6118: 2014 para lajes com furos, carregamento simétrico e com limitação da taxa de ($\rho \leq 0,5\%$).....	169
Tabela 6.3 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica obtidas pelas normas apresentadas e proposta de alteração para as lajes com furo e carregamento simétrico.....	171
Tabela 6.4 - Previsão da carga de ruptura adotando proposta de alteração da NBR 6118: 2014 para lajes com furo e carregamento excêntrico.....	176
Tabela 6.5 - Previsão da carga de ruptura adotando proposta de alteração da NBR 6118: 2014 para lajes com furo, carregamento excêntrico e com limitação da taxa de armadura ($\rho \leq 0,5\%$).....	176
Tabela 6.6 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica obtidas pelas normas apresentadas e proposta de alteração para as lajes com furo e carregamento excêntrico.....	178
Tabela 7.1 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica – resumo dos resultados.....	179
Tabela 7.2 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica – resumo dos resultados incluindo proposta de alteração para NBR 6118.....	180
Tabela A.1 – Características das lajes L01 a L04.....	192

Lista de Símbolos

A_c - Área de concreto

A_s - Área de armadura

A_{sw} - Área de armadura de punção

b_0 - Perímetro de controle ou perímetro crítico

b_1 - Largura da seção crítica medida na direção do vão para o qual os momentos são definidos

$b_{1,red}$ - Perímetro crítico reduzido

b_2 - Largura da seção crítica medida na direção perpendicular a b_1

b_{out} - Perímetro crítico fora da região com armadura de cisalhamento

b_s - Largura da faixa carregada ou analisada para o cálculo de m_{sd}

b_{sr} - Largura da faixa carregada ou analisada na região das bordas da laje

b_u - Diâmetro de um círculo com a mesma superfície da região dentro do perímetro crítico

C - Perímetro do pilar ou da área carregada

C', C'' - Perímetro de controle ou perímetro crítico

C_1 - Dimensão do pilar paralela a direção do momento transferido

C_2 - Dimensão do pilar perpendicular a direção do momento transferido

C_{AB}, C_{CD} - Distâncias entre os lados e o centroide da seção crítica considerada.

CG_U - Centro de gravidade do perímetro crítico (u)

d, d_v - Altura útil da laje

d_g - Diâmetro máximo do agregado

d_x - Altura efetiva da laje na direção x

d_y - Altura efetiva da laje na direção y

e, e_u, e_{ext} - Excentricidade da carga

e^* - Excentricidade do perímetro crítico reduzido devido a furo adjacente ao pilar

E_s - Módulo de elasticidade do aço das armaduras longitudinais.

f_{bd} - Tensão de flexão para barras nervuradas

f_c - Resistência do concreto à compressão

f_c' - Resistência do concreto à compressão

f_{cd} - Resistência de cálculo do concreto à compressão

f_{ck} - Resistência característica do concreto à compressão

f_y - Tensão de escoamento do aço

f_{ywd} - Tensão de escoamento da armadura de cisalhamento de cálculo

f_{yw} - Tensão de escoamento da armadura de cisalhamento

$f_{ywd,ef}$ - Tensão de escoamento da armadura de cisalhamento efetiva de cálculo.

F_{Sd} - Força concentrada na laje de cálculo

F_S - Força concentrada na laje

h - Espessura da laje

J_c - Momento polar de inércia da seção crítica considerada

K - Coeficiente determinado em função das dimensões do pilar

k - Coeficiente determinado em função da altura útil da laje (*size effect*)

k_{dg} - Parâmetro que varia em função do diâmetro máximo do agregado

K_e - Coeficiente de excentricidade ou fator de redução do perímetro

k_{sys} - Coeficiente relacionado ao tipo de armadura de cisalhamento adotada na laje

k_{ψ} - Coeficiente cujo valor depende de deformações (rotações) da laje

M – Momento fletor

M_{Ed} - Momento atuante de cálculo

M_u - Momento fletor último transferido da laje ao pilar

M_{Sd} - Momento fletor atuante de cálculo

m_{Rd} - Momento médio resistente de uma laje por unidade de comprimento da armadura de flexão em uma faixa

m_{Sd} - Momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa

P - Força aplicada por um atuador hidráulico (“macaco hidráulico”)

$r_{s,x}, r_{s,y}$ - Distância do centro do pilar até ao raio onde o momento fletor é nulo, nos eixos x e y

s - Espaçamento entre os componentes da armadura de cisalhamento

s_r - Espaçamento radial entre linhas de armaduras de cisalhamento

u, u_1 - Perímetro de controle ou perímetro crítico

u_0 - Perímetro do pilar ou área carregada

u_{out} - Perímetro crítico fora da região com armadura de cisalhamento

V_{Ed} , V_{Sd} – Força concentrada na laje de cálculo

V_{out} - Carga de ruptura prevista para o perímetro externo a região com armadura de cisalhamento

$V_{R,c}$ - Valor da resistência à punção de uma laje sem armadura cisalhamento ao longo da seção de controle considerada

$V_{Rd,c}$ - Valor de cálculo da resistência à punção de uma laje sem armadura cisalhamento ao longo da seção de controle considerada

$V_{R,cs}$ - Valor da resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento ao longo da seção de controle considerada

$V_{R,máx}$ - Valor máximo da força resistente ao cisalhamento ao longo da seção de controle considerada para uma ruptura por compressão diagonal

$V_{R,s}$ - Força resistente ao cisalhamento fornecida pela armadura de cisalhamento

$V_{R,sd}$ - Valor de cálculo da força resistente fornecida pela armadura de cisalhamento

V_u - Carga resistente última obtida em ensaio

W , W_0 , W_1 , W_P , W_{out} - Momento plástico resistente

α - Inclinação da superfície de ruptura da laje

α - Ângulo formado entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje

α_s - Constante que varia em função da posição do pilar na laje

β - Coeficiente que considera os efeitos da excentricidade da carga

β_c - razão da maior sobre a menor dimensão do pilar

γ_c - Coeficiente de minoração do concreto para o estado limite último

γ_s - Coeficiente de minoração do aço para o estado limite último

γ_v - Coeficiente que considera a transferência do momento fletor pela excentricidade da força cortante

φ, ϕ - Diâmetro da barra de aço

ϕ - Fator de redução da resistência nominal

V_n - Tensão nominal de cisalhamento

$V_{u(AB)}, V_{u(CD)}$ - Tensão de cisalhamento atuante

ψ - Rotação da laje em torno do pilar na região de ruptura

ρ, ρ_1 - Taxa de armadura geométrica

ρ_x, ρ_{1x} - Taxa de armadura na direção x

ρ_y, ρ_{1y} - Taxa de armadura na direção y

σ_{cp} - Tensão de compressão no concreto no plano da laje

σ_{swd} - Tensão ativada pela armadura de cisalhamento

τ_c - Tensão de cisalhamento resistente do concreto

τ_n - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo

τ_s - Tensão de cisalhamento resistente do aço

τ_{Mu} - Tensão atuante provocada pelo momento de ruptura

τ_{Vu} - Tensão atuante provocada pela carga de ruptura

$\tau_{Rd}, \tau_{Rd,1}, \tau_{Rd,2}, \tau_{Rd,3}$ - Tensão resistente ao cisalhamento de cálculo

$\tau_{R,c}, \tau_R, \tau_{R1}, \tau_{R2}$ - Tensão resistente ao cisalhamento

τ_{Sd} - Tensão de cisalhamento atuante de cálculo

τ_u - Tensão atuante última

Sumário

1. Introdução.....	23
1.1 Introdução.....	23
1.2 Justificativa.....	24
1.3 Objetivos.....	25
1.4 Metodologia.....	25
1.5 Estrutura do trabalho.....	26
2. Revisão bibliográfica.....	27
2.1 Conceitos de punção.....	27
2.2 Colapso Progressivo.....	30
2.3 Histórico dos estudos sobre a utilização de furos.....	33
2.3.1 Trabalhos desenvolvidos no Brasil.....	33
2.3.2 Trabalhos internacionais.....	48
2.4 Histórico dos estudos sobre lajes com transferência de momento para o pilar.....	71
2.4.1 Trabalhos desenvolvidos no Brasil.....	71
2.4.2 Trabalhos internacionais.....	99
3. Prescrições normativas.....	116
3.1 NBR 6118:2014.....	116
3.2 <i>fib</i> Model Code 2010: 2013.....	121
3.3 EUCODODE 2: 2004.....	130
3.4 ACI-318:2014.....	135
4. Apresentação dos dados experimentais utilizados nas comparações.....	141
4.1 Série 1: Lajes com carregamento simétrico.....	142
4.2 Série 2: Lajes com carregamento excêntrico.....	143
4.3 Série 3: Lajes com furos e carregamento simétrico.....	144
4.4 Série 4: Lajes com furos e carregamento excêntrico.....	145
5. Análise dos resultados.....	146
5.1 Série 1: Análise de lajes com carregamento simétrico.....	146
5.2 Série 2: Análise de lajes com carregamento excêntrico.....	151
5.3 Série 3: Análise de lajes com furos e carregamento simétrico.....	155
5.4 Série 4: Análise de lajes com furos e carregamento excêntrico.....	159

6.	Sugestão para a NBR 6118:2003 para o cálculo de lajes com furo(s)	163
6.1	Sugestão para a NBR 6118:2014 para o cálculo de lajes com furo(s) e carregamento simétrico.....	163
6.2	Comparação entre as normas estudadas e as propostas apresentadas para lajes com furo(s) e carregamento simétrico.....	170
6.3	Sugestão para a NBR 6118:2014 para o cálculo de lajes com furo(s) e carregamento excêntrico.....	172
6.4	Comparação entre as normas estudadas e as propostas apresentadas para lajes com furo(s) e carregamento excêntrico.....	174
7.	Conclusões e Recomendações para trabalhos futuro.....	179
7.1	Série 1: Lajes com carregamento simétrico.....	181
7.2	Série 2: Lajes com carregamento excêntrico.....	182
7.3	Série 3: Lajes com furos e carregamento simétrico.....	183
7.4	Série 4: Lajes com furos e carregamento excêntrico.....	184
7.5	Proposta de Alteração da NBR6118: 2014.....	185
7.6	Conclusões gerais.....	186
7.7	Recomendações para trabalhos futuros.....	187
8.	Referências Bibliográficas.....	188
	APÊNDICE A.....	192

1. Introdução

1.1 Introdução Preliminar

De acordo com a NBR 6118:2014, lajes lisas são sistemas estruturais isentos de vigas onde as lajes se apóiam diretamente nos pilares, ou por intermédio de capitéis.

Atualmente tais soluções construtivas vêm sendo frequentemente utilizadas, devido às vantagens apresentadas abaixo:

- Diminuição de mão-de-obra e simplificação das fôrmas e armaduras, gerando a redução dos prazos de execução e às vezes de custos.
- Redução do piso a piso, e consequente redução da altura total do edifício, além de fácil passagem de dutos sob a laje.
- Aumento da ventilação e iluminação, como consequência da ausência de vigas.

Apesar dos benefícios apresentados, este tipo de sistema estrutural também oferece desvantagens, como a redução da rigidez global e o aumento da fissuração, em função de pórticos deficientes, o que geralmente requer modelagem mais refinada.

Além disso, um dos principais problemas é a possível ruptura devido ao fenômeno conhecido como punção, o qual decorre da concentração de forças aplicadas em pequenas áreas das lajes, causando sua perfuração, geralmente na ligação entre a laje e o pilar. A ruptura por punção está associada a resistência de uma seção crítica ao cisalhamento, além de se caracterizar como frágil, ou seja, ocorre com pequenos deslocamentos, quase subitamente, com pouco aviso prévio.

Apesar da existência de muitas pesquisas voltadas ao fenômeno de punção, as normas nacionais e internacionais vigentes divergem nos critérios de dimensionamento e não são totalmente claras teoricamente. Isso provavelmente decorre da complexidade do problema, que tem dificultado a formulação de uma solução teórica convincente, dando lugar a muitas soluções mais ou menos empíricas.

1.2 Justificativa

O emprego de lajes lisas e cogumelo como solução estrutural têm sido cada vez mais constantes nos projetos de edifícios em consequência das vantagens econômicas, estéticas e práticas que foram citadas.

Mas um problema frequentemente verificado neste sistema é a existência de furos nas lajes para passagem de tubulações de água, esgoto, energia, entre outros.

Muitas vezes os furos são locados contíguos aos pilares, gerando dificuldades no dimensionamento dessa região aos efeitos de punção.

Alguns estudos realizados sobre este assunto, como os trabalhos de Souza (2008) e Oliveira (2012), resultaram em importantes resultados que confirmam o uso de armadura de cisalhamento para minimizar a perda de resistência a ruptura por puncionamento, além da influência de furos no comportamento da ligação entre a laje e o pilar, os quais geram carregamento assimétrico e consequente transferência de momento fletor da laje ao pilar.

Apesar dos diversos trabalhos realizados sobre o assunto, ainda existem algumas questões quanto aos modelos de dimensionamento à punção.

Dentre esses vários questionamentos, encontra-se o problema a ser estudado neste trabalho: a dificuldade de calcular a punção em lajes lisas com furos localizados próximos a pilares e com transferência de momento fletor para o pilar.

A falta de consenso e os processos de verificação que não garantem a segurança desejável justificam o trabalho proposto, além da comparação entre várias recomendações de dimensionamento existentes.

1.3 Objetivos

Essa dissertação tem como objetivo analisar o comportamento das ligações entre pilar e lajes lisas de concreto armado com pilares internos, variando a presença ou não de furos adjacentes e a transferência de momento fletor da laje para o pilar. Além disso, analisando dados experimentais disponíveis, obtidos de outros trabalhos, e através da comparação experiência-modelo teórico, pretende-se avaliar os modelos de cálculo existentes para punção, bem como o dimensionamento proposto pelas normas *fib* MC2010: 2013, EC2: 2004, ACI-318:2014 e NBR 6118:2014 e sugerir recomendações de alterações a partir da análise dos resultados obtidos.

1.4 Metodologia

A metodologia deste trabalho se baseia na comparação experiência-modelo teórico, ou seja, foram separados dados experimentais de cinco pesquisas (Teng *et al.* (1999), Ferreira (2010), Oliveira (2012), Oliveira (2013) e Souza (2008)) cujas cargas de ruptura dos ensaios foram comparadas as cargas últimas teóricas estimadas para as normas vigentes (*fib* MC2010: 2013, EC2: 2004, ACI-318:2014 e NBR 6118:2014).

Quatro situações foram analisadas variando a presença de furos na laje e a transferência de momento, possibilitando assim a divisão dos dados em quatro séries (1,2, 3 e 4).

Após a definição dos valores de V_u / V_{NORMA} (Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica) e de realizar uma análise estatística dos resultados, foi proposta para a NBR 6118: 2014 uma alteração no dimensionamento da punção para lajes com furos, e adotando essa sugestão foram recalculadas as cargas últimas teóricas (V_{NORMA}) para as Séries 3 e 4.

1.5 Estrutura do trabalho

O presente trabalho é composto de sete capítulos, cujos conteúdos são apresentados sucintamente a seguir:

No Capítulo 2 são abordados os conceitos e definições importantes para compreensão do tema, além de apresentar um histórico do que já foi estudado sobre o assunto no Brasil e em outros países.

No Capítulo 3 são comentadas as recomendações e normas nacionais e internacionais quanto ao dimensionamento e detalhamento dos fenômenos de punção em lajes lisas.

O Capítulo 4 apresenta os dados experimentais dos trabalhos que serão utilizados nas comparações.

No Capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados das comparações teórico-experimental realizadas.

O Capítulo 6 apresenta as recomendações de alteração sugeridas para NBR6118: 2014 para punção de lajes com furos.

No Capítulo 7 são abordadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

São apresentados ainda as Referências Bibliográficas e um apêndice com o cálculo das cargas últimas teóricas segundo as normas abordadas no trabalho.

2. Revisão Bibliográfica

2.1 Conceitos de punção

Punção pode ser definida como o fenômeno que ocorre em um elemento plano, como as lajes, quando são aplicadas neste forças concentradas ou que atuam em pequenas áreas as quais motivarão elevadas tensões cisalhantes podendo ocasionar a ruptura.

A ruína por punção é frágil e se caracteriza pela separação completa entre a laje e o pilar e depende da posição do pilar na laje:

- Para pilares internos com lajes e carregamento simétrico, a superfície de ruína é da forma troncônica ou tronco-piramidal, com inclinação entre 30° e 35° em relação ao plano médio da laje, como pode ser visto na Figura 2.1.
- Para casos assimétricos com pilares de borda e de canto, a superfície de ruína permanece semelhante ao caso de pilares internos somente no trecho junto ao canto interno dos pilares de canto e junto a face interna dos pilares de borda, mas devido a presença de momentos de torção e flexão, as bordas livres se alteram.

Figura 2.1 - Ruptura por punção de pilares internos

Fonte: Instituto Brasileiro do Concreto. Comentários Técnicos da NB1 (2006)

Para reduzir as tensões atuantes na área contígua ao pilar costuma-se aumentar a espessura da laje ou de uma região da laje, onde efetivamente ocorre a punção, utilizando engrossamentos conhecidos como capitéis ou drop panels.

Todavia estas soluções são indesejáveis do ponto de vista prático e estético, por isso é recomendável substituí-las por armaduras transversais para combate da punção, já que estas não só aumentam a resistência da ligação entre a laje e o pilar, mas também adicionam ductilidade a ligação reduzindo a possibilidade de ruptura frágil.

Como exemplo é apresentado na Figura 2.2 o comportamento das fissuras na ruptura à punção de lajes com armadura de cisalhamento ensaiadas por Ferreira (2010).

Figura 2.2 - Exemplo de comportamento das fissuras na ruptura à punção

Fonte: Ferreira (2010)

Segundo Shehata (1985, apud STUCCHI e KNAPP (1993), p. 212), pode-se descrever o comportamento das lajes nos ensaios da seguinte maneira:

Os danos típicos visíveis nas lajes ensaiadas, anteriormente à ruptura, foram fissurações radiais, as quais começaram quase que no centro das lajes e se estenderam na direção do perímetro das mesmas, dividindo assim as lajes em segmentos radiais. (Figura 2.3 (a)).

Momentos antes da ruptura, algumas fissuras tangenciais na região da punção apareceram, indicando a formação de uma fissuração inclinada interna causada pela tração diagonal. (Figura 2.3 (b)).

Figura 2.3 - Comportamento das fissuras observadas nas lajes ensaiadas à punção

(a) Para carga de utilização

(b) Para a carga de ruína

Fonte: Stucchi e Knapp (1993)

O fenômeno de punção ocorre geralmente na ligação entre a laje e o pilar, região onde se concentram tensões elevadas nas lajes, e tem uma complexa distribuição de esforços, o que dificulta o equacionamento e a resolução analítica. Por isso as normas para dimensionamento são baseadas em soluções empíricas que verificam a resistência de uma seção crítica da laje em relação à tensão cisalhante, e que são ajustadas por coeficientes obtidos experimentalmente.

A resistência da laje é sensível a fatores como:

- A existência de furos próximos ao contorno dos pilares, que reduzem a área de concreto da laje e consequentemente a área da seção crítica considerada

no dimensionamento.

- A distribuição assimétrica de cargas nas lajes para pilares internos que geram transferência de momento fletor da laje para o pilar, transmitida pela excentricidade da força cortante que implicam no aumento das tensões cisalhantes na seção crítica.
- Posição do pilar (interno, de borda ou de canto).
- Existência de armadura transversal.
- Existência de protensão.
- Existência de capitel.
- Entre outras.

2.2 Colapso Progressivo

Outra desvantagem observada nas lajes lisas é a possibilidade de ocorrência de colapso progressivo.

De acordo Macgregor (1992, apud LIMA NETO (2003)) o colapso progressivo pode ser definido como uma reação em cadeia, ou como a propagação de uma ruptura inicialmente localizada, em parte relativamente pequena da estrutura, resultando em uma ruptura desproporcional, em relação ao colapso inicial.

Alguns acidentes envolvendo colapsos foram iniciados por puncionamento da laje na ligação com o pilar, por isso a resistência pós-puncionamento dessas ligações é fundamental para a ocorrência (ou não) de um colapso generalizado. Caso a ligação resista pouca ou nenhuma carga após o puncionamento, uma grande parcela ou toda a carga será transmitida para os pilares vizinhos, com os vãos das lajes sendo dobrados, é provável a ocorrência de novas rupturas (MELO (2000)). Assim, após uma ruptura por punção a armadura negativa da laje pode ser facilmente arrancada, como mostrado na Figura 2.4, consequentemente reduzindo ou até extinguindo a resistência da ligação entre a laje e o pilar.

Figura 2.4 - Eficiência e comportamento das barras inferiores após a ruptura da ligação entre a laje e o pilar

Fonte: Melo (1990) apud LIMA NETO (2003)

De acordo Rankin e Long (1987, apud LIMA NETO (2003)), no caso de uma ruptura localizada, uma forma de se evitar o colapso progressivo é prover a estrutura de caminhos alternativos de carga e torná-la mais dúctil. Também é possível preveni-lo ou minimizá-lo com o correto detalhamento estrutural, de modo que seja garantido que os elementos estruturais tenham um funcionamento solidário.

A NBR6118: 2014 recomenda a utilização de uma armadura posicionada junto ao bordo inferior (armadura positiva), que deve ser totalmente envolvida pelo concreto e ancorada adequadamente na laje.

A Figura 2.5 apresenta curvas carga x deslocamentos para duas lajes, com mesma armadura superior de flexão, mas sem (laje 1) e com (laje 2) armações posicionadas no bordo inferior, atravessadas no pilar e ancoradas na laje fora da região de punção. É possível observar a melhoria no comportamento e no aumento da resistência residual das lajes na fase de pós puncionamento.

Essa armadura inferior não aumenta a resistência inicial da laje à punção, no entanto, ela é efetiva para minimizar a perda de resistência na ligação entre a laje o pilar, reduzindo a transferência de carga para os outros pilares da laje, no caso de uma ruptura por punção.

Figura 2.5 - Diagrama Carga x deformação de lajes sem (1) e com (2) armadura inferior passando pelo pilar

Fonte: Lima Neto (2003)

Como ilustrado na Figura 2.6, na fase de pós-puncionamento as armações situadas no bordo inferior vão destruindo gradativamente o concreto situado acima delas na região da laje sem contato com o pilar e são submetidas a altas tensões (maiores que a tensão de escoamento) e a uma grande inclinação.

Figura 2.6 - Ação da armadura inferior na fase de pós puncionamento

Fonte: Lima Neto (2003)

2.3 Histórico dos estudos sobre a utilização de furos

2.3.1 Trabalhos desenvolvidos no Brasil

No Brasil as pesquisas sobre a influência de furos na região próxima aos pilares foram iniciadas por Gomes e Andrade (1995) em Furnas Centrais Elétricas S.A., onde foi analisada a variação da resistência de lajes lisas a punção quando utilizada armadura de cisalhamento tipo “stud”, a qual é mostrada em detalhes na Figura 2.7. As lajes analisadas possuíam furos circulares próximos a um pilar interno, os quais simulavam a passagem de tubulações na região.

Figura 2.7 - Armadura de cisalhamento utilizada por Gomes e Andrade (1995)

Fonte: Gomes e Andrade (1995)

Foram ensaiadas dezesseis lajes de concreto armado, quadradas com 300 cm de lado e 20 cm de espessura, das quais cinco delas não possuíam armadura de cisalhamento e duas não possuíam furos. Para todas as lajes foi considerado um pilar quadrado com 20 cm de lado, e armadura de flexão composta por uma malha ortogonal de 31 barras de aço com 16 mm de diâmetro em cada direção, ou seja, uma armação $\phi 16$ c/10.

Os furos existentes em algumas lajes consistiam em três quantidades (1, 2 e 4) e três diâmetros diferentes (90 mm, 151 mm e 166 mm). A Figura 2.8 mostra a configuração de furos ao redor do pilar adotada por Gomes e Andrade (1995).

Figura 2.8 - Posicionamento dos furos em relação ao pilar nas lajes ensaiadas por Gomes e Andrade (1995)

Fonte: Gomes e Andrade (1995)

Conforme mostrado na Figura 2.9, as lajes ensaiadas romperam por punção, com cargas variando entre 650 kN e 1140 kN. Além disso, elas possuíam armadura de cisalhamento distribuída de forma radial com 8 e 16 linhas. As pesquisas de Gomes e Andrade (1995) mostraram que a redução da resistência à punção de uma laje lisa de concreto armado devido a presença de furos próximos ao pilar pode ser combatida com a utilização de armadura de cisalhamento na região. Isso é demonstrado com o aumento significativo da carga última a punção para as lajes com armadura de cisalhamento (lajes 16 a 22, por exemplo) comparado a uma laje sem armadura e sem furos (laje 12A). Deste modo, os resultados observados na Tabela 2.1 revelam que existe uma relação entre a redução de resistência devido à presença de furos e a capacidade de controlar essa perda utilizando armadura de cisalhamento nas lajes, especificamente em torno do pilar.

Figura 2.9 - Características das lajes ensaiadas por Gomes e Andrade (1995)

Fonte: Gomes e Andrade (1995)

Tabela 2.1 - Resultados das lajes ensaiadas por Gomes e Andrade (1995)

Laje	d (mm)	f_c (MPa)	Furos		Armadura de cisalhamento		V_u (kN)	Modo de ruptura
			Qt.	ϕ (mm)	Qt. de camadas	Barras / camada		
12A	163	36,5	-	-	-	-	650	Punção
13	153	31,4	1	90	-	-	600	Punção
14	155	31,4	1	151	-	-	556	Punção
15	148	27,8	2	166	-	-	554	Punção
16	156	34,6	-	-	4	8 ϕ 10mm	1140	Externa
17	166	34,1	1	90	4	8 ϕ 10mm	1096	Externa
18	165	36,8	1	166	4	8 ϕ 10mm	992	Externa
19	165	36,6	2	166	4	8 ϕ 10mm	1010	Externa
20	159	33,8	4	166	4	8 ϕ 10mm	780	Interna
21	165	36,3	2	166	6	8 ϕ 8mm	896	Interna
22	164	34,5	2	166	6	8 ϕ 6mm	832	Interna
23	160	36,4	4	166	-	-	550	Punção
24	161	35,0	4	166	4	8 ϕ 10mm	890	Externa
25	160	34,2	4	166	6/3	2x8 ϕ 10mm	900	Interna
26	169	36,7	4	166	6/3	2x8 ϕ 10mm	985	Externa
27	169	30,7	4	166	10/5	2x8 ϕ 10mm	985	Flexão

Interna: superfície de ruptura à punção interna à região de AC;
Externa: superfície de ruptura à punção externa à região de AC;
 V_u é a carga de ruptura

Fonte: Gomes e Andrade (1995)

A influência da presença de furos, da armadura de cisalhamento e de pilares retangulares na resistência à punção de lajes lisas foi estudada por Silva (2003) na Universidade Federal de Goiás (UFG).

Seu programa experimental contemplava doze lajes quadradas com lados de 180 cm e 13 cm de espessura, das quais duas possuíam armaduras de cisalhamento tipo “stud”, diferentes geometrias de pilar, além da presença de furos. Já outras três

possuíam as mesmas considerações de armação e variação de geometria do pilar, mas sem a utilização de furos.

As outras sete lajes não apresentaram armadura de cisalhamento, tinham variação de geometria do pilar e dentre essas apenas duas apresentaram furos.

Na Figura 2.10 pode-se observar a armadura de cisalhamento tipo “stud” utilizada por Silva (2003). Ela é composta por vergalhões de aço de diâmetro igual a 8 mm e comprimento de 105 mm, os quais foram soldados a duas chapas de aço de 30 mm de largura e 10 mm de espessura em suas extremidades, formando assim as linhas de armadura.

Figura 2.10 - Armadura de cisalhamento utilizada por Silva (2003)

Fonte: Silva (2003)

Na Figura 2.11 é mostrado o sistema de ensaio adotado por Silva (2003), já na Tabela 2.2 e na Figura 2.12 podem ser vistas as principais características e resultados alcançados pelo mesmo.

Tabela 2.2 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Silva (2003)

GRUPO	LAJE	f_c (MPa)	ρ (%)	PILAR	FURO	A.C.	V_u (kN)
1	L1	39,6	1,45	150x150	-	-	273
	L2	40,4	1,45	150x300	-	-	401
	L3	40,8	1,45	150x450	-	-	469
2	L4	39,4	1,57	150x150	2	-	225
	L5	39,6	1,57	150x300	2	-	350
	L6	39,1	1,57	150x450	2	-	375
3	L7	49,0	1,45	150x150	-	sim	420
	L8	49,4	1,45	150x300	-	sim	452
	L9	50,2	1,45	150x450	-	sim	452
4	L10	40,0	1,57	150x150	2	sim	325
	L11	40,8	1,57	150x300	2	sim	350
1	L12	42,3	1,45	402*	-	-	525

Obs: A altura útil (d) para todas as lajes foi de 90 mm;

* dimensão do diâmetro do pilar circular

Fonte: Silva (2003)

Figura 2.12 - Características das lajes ensaiadas por Silva (2003)

Medidas em milímetros

Fonte: Silva (2003)

Baseado em seus ensaios Silva (2003) chegou a conclusão de que a carga de ruptura aumenta em função da variação de uma das dimensões do pilar, mas esse aumento observado é menor conforme aumenta-se a relação entre os lados do pilar.

Em relação à presença de furos adjacentes a menor dimensão do pilar, foi verificada uma redução de até 20% na carga última à punção da laje quando comparada a uma laje sem furos. Além disso, verificou-se que a armadura de cisalhamento pode ser uma alternativa eficaz para aumentar a resistência a punção das lajes com furos.

Souza (2004) analisou o efeito causado pela presença de furos adjacentes ou distantes de um pilar interno em lajes lisas de concreto armado. Seu programa experimental, iniciado na Faculdade de Tecnologia na Universidade de Brasília (FT/UnB), contou com oito lajes de 180 cm de lado e 13 cm de espessura, sem armadura de cisalhamento, com um pilar interno quadrado de 15 cm. Cada laje possuía dois furos, com variadas dimensões e posições em relação ao pilar, conforme mostrado na Figura 2.13.

Figura 2.13 - Características das lajes ensaiadas por Souza (2004)

Fonte: Souza (2004)

Utilizando o mesmo sistema de ensaio adotado por Silva (2003), podem ser verificadas na Tabela 2.3 as principais características e as cargas de rupturas das lajes ensaiadas por Souza (2004).

Tabela 2.3 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Souza (2004)

Laje	f_c (MPa)	ρ_x (%)	ρ_y (%)	ρ (%)	d (mm)	Furos (mm)	$s^{(1)}$ (mm)	V_u (kN)
L1	35,5	1,27	1,46	1,36	91	-	-	274
L2	35,7	2,29	1,27	1,71	90	150x150	0	205
L3	36,0	1,77	1,52	1,64	89	150x150	180	275
L4	36,2	1,63	1,46	1,54	91	150x150	360	300
L5	31,9	2,23	0,83	1,36	91	150x300	0	140
L6	32,0	2,23	0,42	0,96	91	150x450	0	101
L7	32,1	1,71	1,43	1,56	92	150x300	180	225
L8	32,2	1,71	1,43	1,56	92	150x450	180	210

(1) – distância entre os furos e as faces do pilar.

Fonte: Souza (2004)

Os resultados observados mostram que as lajes com furos adjacentes ao pilar (L2, L5 e L6) exibiram respectivamente cargas de ruptura inferiores em 25%, 48% e 63%, comparadas à laje sem furos (L1). Já as lajes com furos posicionados a uma distância “ $2d$ ” da face do pilar e com dimensões maiores que o lado do pilar (L7 e L8) apresentaram cargas inferiores em 18% e 23% em relação à laje de referência (L1). No entanto a superfície crítica de ruptura na laje com furos posicionados a “ $4d$ ” da face do pilar (L4) não alcançou as aberturas, sugerindo assim que furos situados a essa distância poderiam ser desconsiderados.

Deste modo Souza (2004) concluiu que a presença de furos em lajes lisas, independente de sua dimensão, mas situados adjacentes ao perímetro do pilar, diminuem a resistência da laje à punção de maneira significativa.

Com o intuito de investigar o comportamento das lajes lisas de concreto armado em função da variação da relação entre as dimensões do pilar retangular, além de furos e armadura de cisalhamento, Borges (2004) considerou em seus experimentos, também realizados na Faculdade de Tecnologia na Universidade de Brasília

(FT/UnB), vinte lajes lisas quadradas de concreto armado, com lados de 300 cm e 20 cm de espessura.

Além da influência dos furos adjacentes a um pilar interno retangular e da contribuição da armadura de cisalhamento tipo “stud” na resistência à punção de lajes, Borges (2004) também estudou o detalhamento da armadura de flexão das lajes na região do furo, adicionando barras no trecho e, em algumas lajes, inserindo ganchos para ancoragem nas barras interceptadas pelos furos. As principais características das lajes testadas por Borges (2004) podem ser vistas na Figura 2.14 e na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Borges (2004)

Laje	Pilar (mm)		d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Qt. furo	Gancho Ancorag.	Armadura cisalhamento		V_u (kN)
	c_1	c_2						Qt Cam	ϕ (mm)	
L45	200	600	154	40,5	1,28	0	Não	(b)	(b)	798
L45FS_CG	200	600	154	40,5	1,14	1	Sim	(b)	(b)	742
L45FD	200	600	154	41,4	1,38	1	Não	(b)	(b)	726
L45FD_CG	200	600	154	39,0	1,38	1	Sim	(b)	(b)	700
L45FFS_CG	200	600	154	41,6	1,00	2	Sim	(b)	(b)	700
L45FFD	200	600	144	37,0	1,38	2	Não	(b)	(b)	635
L45FFD_CG	200	600	164	40,6	1,24	2	Sim	(b)	(b)	800
L45FFD_AC2	200	600	154	43,8	1,38	2	Não	4	10,0	1180
L45FFD_AC3	200	600	154	39,6	1,38	2	Não	3	8,0	1000
L45FFD_AC4	200	600	154	43,2	1,38	2	Não	3	8,0	835
L45FFD_AC5	200	600	154	40,7	1,38	2	Não	2	8,0	787

(a) laje sem furo – sem gancho de ancoragem

(b) laje sem armadura de cisalhamento

F – um furo; FF – dois furos; S – sem acréscimo de barra, D – com acréscimo de barra;

CG – com gancho de ancoragem; ACi – armadura de cisalhamento do tipo “i”.

Fonte: Borges (2004)

Figura 2.14 - Características das lajes ensaiadas por Borges (2004)

Medidas em milímetros

Fonte: Borges (2004)

A Figura 2.15 apresenta o esquema de ensaio utilizado por Borges (2004), formado por 16 tirantes de aço com diâmetro de 25 mm que fixam as bordas das lajes, sendo

4 (quatro) tirantes em cada borda, ancorados em uma laje de reação, através de um sistema composto de vigas metálicas. Utilizando um macaco hidráulico alimentado por uma bomba manual a carga foi aplicada no centro da face inferior da laje

Figura 2.15 - Esquema do sistema de ensaio adotado por Borges (2004)

Medidas em milímetros

Fonte: Borges (2004)

Com seus ensaios Borges (2004) concluiu que a utilização da armadura de cisalhamento tipo "studs", posicionada de modo a envolver a armadura de flexão das lajes, levou a formação de uma superfície de ruptura externa à região com armadura.

Outro fato observado foi que a presença da armação de cisalhamento nas lajes com furos permitiu que fosse atingida a resistência à punção mínima igual a da laje similar sem furo, chegando até um aumento de 86%.

Quanto a utilização de ganchos para ancoragem da armadura principal de flexão, que foi interceptada pelos furos, esses não modificaram as cargas de ruptura das lajes com furos. A utilização de barras adicionais de armadura de flexão na região próxima aos furos também não provocou aumento de resistência à punção das lajes, no entanto foram observados deslocamentos verticais similares à laje de referência sem furo.

Além de seus estudos, Borges (2004) também propôs uma atualização da norma NBR6118: 2003, sugerindo alteração do cálculo do perímetro efetivo de controle utilizando o método proposto por Regan (1974), que consiste em manter o perímetro posicionado a uma distância de " $2d$ " da face do pilar, entretanto esse passa a ser subtraído por projeções paralelas às faces do furo a partir do pilar, conforme mostrado na Figura 2.16.

Figura 2.16 - Perímetro efetivo de controle proposto por Borges (2004) para atualização da NBR6118: 2003

Fonte: Borges (2004)

2.3.2 Trabalhos Internacionais

Moe (1961, apud MOWRER & VANDERBILT (1967)), foi um dos primeiros a estudar as ligações entre laje e pilar. Ele ensaiou 186 lajes, das quais 15 possuíam furos, e a partir dos resultados obtidos experimentalmente e de seus estudos teóricos foi proposta que a carga última de lajes lisas, com e sem furos, fosse determinada pela equação (1):

$$P_u = \frac{(15bd\sqrt{f'_c})(1-0,075r/d)}{1 + (5,25bd\sqrt{f'_c})/P_{flex}} \quad (1)$$

Onde:

P_u é a carga de ruptura devido ao cisalhamento (em lb);

b é o perímetro do pilar, sendo que para lajes com furos o perímetro deve ser reduzido da parte interna à área formada por linhas radiais que partem do centro do pilar até as extremidades do furo;

d é a altura efetiva da laje (em in);

f'_c é a tensão de compressão do concreto (em psi);

r é o comprimento do lado da área carregada (em in);

P_{flex} é a carga de ruptura considerando a laje sem furo (em lb).

Sendo a carga P_{flex} determinada com a equação (2), obtida por Elstner & Hognestad (1956), utilizando a teoria das linhas de escoamento.

$$P_{flex} = 8m \left(\frac{2}{1-r/a} - 3 + 2\sqrt{2} \right) \quad (2)$$

Sendo:

$$m = \rho f_y d^2 \left(1 - 0,59 \rho \frac{f_y}{f'_c} \right) \quad (3)$$

Onde:

a é o comprimento da laje quadrada;

m é o momento fletor último por unidade de largura da laje sem furo.

Baseado nas pesquisas desenvolvidas por Moe (1961, apud SOUZA (2008)), o ACI-ASCE Committee 326 (1962) recomendou um método simplificado para o cálculo de lajes com e sem furos, adotando a equação (4):

$$P_u = 4 b d \frac{r + d}{r} \sqrt{f'_c} \quad (4)$$

Onde:

b é o perímetro do pilar, considerando a presença de furos sendo que para pilares quadrados $b = 4r$.

Foi verificado que o mesmo valor de P_u poderia ser obtido pela equação (5):

$$P_u = 4 b_0 d \sqrt{f'_c} \quad (5)$$

Onde:

b_0 é o perímetro efetivo da seção “pseudocrítica” localizado a “ $d/2$ ” do perímetro do pilar (em in).

As pesquisas de Mowrer & Vanderbilt (1967) tiveram como objetivo investigar lajes lisas com furos compostas de concreto de agregado de massa leve. Adotando os mesmos modelos de ensaios realizados anteriormente por Moe (1961), foram ensaiadas dezessete lajes com concreto de agregado de massa leve e oito lajes com concreto de agregado de massa normal, sendo variadas nesta série forma, quantidade de furos, taxa de armadura além da resistência do concreto.

As lajes ensaiadas eram quadradas com 91,5 cm de lado e 7,6 cm de espessura, simplesmente apoiadas nas quatro bordas e ligadas monoliticamente com um pilar quadrado com lado de 15,2 cm, localizado na superfície superior da laje.

Os modelos das lajes podem ser observados na Figura 2.17.

Figura 2.17 - Modelos de lajes ensaiadas por Mowrer & Vanderbilt (1967)

Fonte: Mowrer & Vanderbilt (1967)

A Tabela 2.5 apresenta as principais características das lajes ensaiadas e as cargas de ruptura.

Na nomenclatura das lajes, a letra “J” indica a série de testes, já as letras “L” e “N” indicam que a laje é de concreto de agregado de massa leve ou de concreto de agregado de massa normal, respectivamente. O primeiro número após as letras se refere ao modelo da laje, mostrado na Figura 2.17, e o último número indica a taxa de armadura utilizada. E por fim a última letra “a” ou “b” indica que as peças que possuem a mesma letra foram concretadas de uma só vez.

Tabela 2.5 - Características e cargas de ruptura das lajes ensaiadas por Mowrer & Vanderbilt (1967)

LAJE	f_c (MPa)	f_y (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_u (kN)
JL - 0 - 1,7a	15,0	352	51	1,67	81
JL - 1 - 1,7a	18,1	352	51	1,67	66
JL - 2 - 1,7a	17,8	352	51	1,67	65
JL - 3 - 1,7a	15,6	352	51	1,67	93
JL - 0 - 2,2a	13,0	352	51	2,20	85
JL - 1 - 2,2a	17,4	352	51	2,20	80
JL - 2 - 2,2a	16,8	352	51	2,20	66
JL - 3 - 2,2a	14,6	352	51	2,20	80
JL - 0 - 1,7b	28,4	352	51	1,67	96
JL - 1 - 1,7b	23,1	352	51	1,67	86
JL - 2 - 1,7b	26,2	352	51	1,67	90
JL - 3 - 1,7b	24,9	352	51	1,67	111
JL - 0 - 2,2a	20,0	352	51	2,20	80
JL - 1 - 2,2a	22,8	352	51	2,20	86
JL - 2 - 2,2a	28,1	352	51	2,20	86
JL - 3 - 2,2a	23,9	352	51	2,20	115
JL - 0 - 1,1	41,2	352	51	1,10	103
JN - 0 - 1,7	12,4	352	51	1,67	113
JN - 1 - 1,7	16,5	352	51	1,67	83
JN - 2 - 1,7	16,0	352	51	1,67	86
JN - 3 - 1,7	14,6	352	51	1,67	106
JN - 0 - 2,2	15,2	352	51	2,20	123
JN - 1 - 2,2	14,0	352	51	2,20	77
JN - 2 - 2,2	10,4	352	51	2,20	73
JN - 3 - 2,2	14,6	352	51	2,20	113

Fonte: Mowrer & Vanderbilt (1967)

Baseados nos resultados de seus ensaios e na equação proposta por Moe (1961, apud SOUZA (2008)), Mowrer & Vanderbilt (1967) sugeriram que para lajes com concreto de agregado de massa leve fosse utilizada a seguinte equação:

$$V_u = \frac{9,7(1 + d/r)bd\sqrt{f'_c}}{1 + (5,25bd\sqrt{f'_c})/V_{flex}} \quad (6)$$

Onde:

V_u é a carga de ruptura (em lb);

b é o perímetro da área carregada (em in);

d é a altura efetiva da laje (em in);

f'_c é a resistência do concreto em corpos de prova cilíndricos (em psi);

r é o comprimento do lado da área quadrada carregada (em in);

V_{flex} é a carga correspondente a ruptura por flexão de uma laje monolítica (em lb).

Roll, Zaidi, Sabnis & Chuang (1971) ensaiaram 158 lajes variando em suas análises tamanho, forma, localização e número de furos, e com o objetivo de desenvolver uma expressão que previsse a resistência ao cisalhamento de lajes lisas, com furos em torno do pilar, considerando a resistência à flexão da laje sem furo.

As lajes eram quadradas com lados de 73,7 cm de lado e apoiadas nas bordas. O carregamento foi aplicado de baixo para cima em troncos de pilares, com seção transversal quadrada com 10,2 cm de lado, ligados monoliticamente, como mostrado na Figura 2.18.

Figura 2.18 - Dimensões das lajes ensaiadas por Roll *et al.* (1971)

Medidas em milímetros

Fonte: Roll, Zaidi, Sabnis & Chuang (1971)

Os ensaios foram divididos em três séries A, B e H:

- A Série A abrangeu 124 ensaios e foi subdividida em outras duas séries, A-1 e A-2. Na Série A-1, as lajes foram ensaiadas variando as combinações de

furos, mas mantendo constantes a altura efetiva $d=45,7\text{mm}$, a taxa de armadura $\rho=1,15\%$ além da utilização de malha ortogonal de armadura de flexão negativa composta por barras de $6,35\text{mm}$ de diâmetro. Já na Série A-2, os mesmos parâmetros da Série A-1 foram conservados, mas alterando os valores, ou seja, a altura efetiva foi reduzida para $d=39,4\text{mm}$, e a taxa de armadura acrescida para $\rho=1,34\%$.

- A Série B foi composta de 20 ensaios. A altura efetiva foi igual à adotada na Série A-1, $d=45,7\text{mm}$, mas as principais diferenças foram a taxa de armadura elevada para $\rho=2,53\%$ e a utilização de barras na armadura de flexão com $9,52\text{mm}$ de diâmetro.
- A Série H englobou 14 lajes, mantendo em todas quatro furos nas extremidades do pilar, e variando o tamanho dos furos e a taxa de armadura. A altura efetiva foi a mesma da Série A-1, ou seja, $d=45,7\text{mm}$.

As descrições das lajes quanto aos furos são representadas nas Tabelas 2.6 e 2.7.

Tabela 2.6 - Parâmetros de furação adotados nas lajes ensaiadas por ROLL *et al.* (1971)

Tipo	Tipo de furo (Tab. 2.5)	Forma do furo	Tamanho (mm)	Nº de furos	Distância do pilar
A	0		Laje sem furo		
	1	S ; C	50,8	1 a 4	Variável
	2	S	50,8 102,0	1 a 4	0
	3	S	50,8	1 a 4	Variável
	4	C	50,8 102,0	1 a 4	0 Variável
	5	S	50,8	1 ou 2	0
	6	L	50,8 x 102,0	1	0
	7	S	50,8	2	0
B	0		Laje sem furo		
	1	S	50,8	1 a 4	0
	2	S	50,8 102,0	1 a 4	0
H	2	S	25,4	4	0
			76,2		
			127,0		
			152,0		
			318,8		

S – quadrado; C – circular; L – forma de L.

Tabela 2.7 - Características e cargas de ruptura das ensaiadas por ROLL *et al.* (1971)

Identificação: a - bcd - e - f - g

a – forma do furo; b – tipo de disposição de furo (Tab. 2.5); c – tamanho do furo (in); d – n° de furos; e – tipo de configuração de armadura (0 é a configuração da lajes sem furo que também foi usada em lajes com furo); f – distância do furo para até o pilar; g – número do ensaio

LAJE Série A-1	f_c (MPa)	f_y (MPa)	ρ (%)	V_u (kN)	LAJE Série H	f_c (MPa)	f_y (MPa)	ρ (%)	V_u (kN)
S-121-0-0-1	28,5	359	1,15	65	S-214-9-0-1	30,3	387	1,15	61
S-121-0-0-2	27,0	359	1,15	57	S-234-9-0-1	29,0	379	1,15	45
S-122-0-0-1 ^b	28,5	359	1,15	60	S-254-9-0-1	29,0	392	1,15	42
S-122-0-0-2 ^b	27,0	359	1,15	54	S-264-9-0-1	30,1	388	1,15	40
S-122-0-0-1a ^c	28,1	359	1,15	41	S-214-9-0-1	29,6	455	2,53	88
S-122-0-0-2a ^c	26,0	359	1,15	53	S-234-9-0-1	29,0	442	2,53	64
S-123-0-0-1	28,0	359	1,15	45	S-254-9-0-1	29,6	454	2,53	53
S-123-0-0-2	30,5	359	1,15	52	S-264-9-0-1	30,1	464	2,53	51
S-124-0-0-1	28,0	359	1,15	40	d = 46mm, para todas as lajes (das 3 séries)				
S-124-0-0-2	30,5	359	1,15	46					
S-224-9-0-1	28,3	359	1,15	45					

^bfuros em faces opostas^cfuros em faces adjacentes

LAJE Série B	f_c (MPa)	f_y (MPa)	ρ (%)	V_u (kN)
S-121-0-0-1	31,4	367	2,53	70
S-121-0-0-2	29,2	374	2,53	79
S-122-0-0-1 ^b	29,8	436	2,53	76
S-122-0-0-1a ^c	30,2	358	2,53	75
S-123-0-0-1	29,2	373	2,53	73
S-124-0-0-1	30,2	372	2,53	68
S-221-0-0-1	34,6	458	2,53	89
S-222-0-0-1 ^b	30,7	457	2,53	80
S-222-0-0-1a ^c	34,6	463	2,53	85
S-223-0-0-1	30,7	454	2,53	78
S-224-0-0-1	33,8	448	2,53	71
S-241-9-0-1	29,8	463	2,53	71
S-242-9-0-1 ^b	32,8	463	2,53	66
S-242-9-0-2 ^b	29,6	467	2,53	66
S-242-9-0-1a ^c	32,8	443	2,53	73
S-243-9-0-1	24,8	436	2,53	56
S-244-9-0-1	24,8	361	2,53	57
S-244-9-0-2	33,8	442	2,53	60

^bfuros em faces ou extremidades opostas^cfuros em faces ou extremidades adjacentes

Fonte: Roll, Zaidi, Sabnis & Chuang (1971)

Na Tabela 2.8 são apresentadas as características e as cargas de ruptura das lajes com furos da Série A-1, com furo tipo 1 adjacente ao pilar, da Série B e da Série H.

Tabela 2.8 - Posição dos furos considerados por Roll *et al.* (1971)

Tipo	Forma e localização	Tipo	Forma e localização
0	Sem furo	4
1		5
2		6
3		7

Fonte: Roll, Zaidi, Sabnis & Chuang (1971)

Com seus ensaios Roll, Zaidi, Sabnis & Chuang (1971) constataram que o termo $P_{flex} / b d \sqrt{f'_c}$, parâmetro utilizado em sua formulação, alcançou valor máximo 23 para as lajes da Série A (A-1 e A-2), e assim para aumentar esse valor decidiram por majorar o termo P_{flex} através do acréscimo de taxa de armadura, criando a Série B e atingindo o valor máximo de 50, valor superior ao utilizado em projetos, de acordo com suas pesquisas.

Com base na pesquisa desenvolvida anteriormente por Moe (1961, apud SOUZA (2008)) e na análise estatística das 124 lajes das Séries A-1 e A-2, Roll, Zaidi, Sabnis & Chuang (1971) chegaram a uma complexa expressão exponencial que foi simplificada adotando novos parâmetros, como a relação dimensão do pilar/altura efetiva (r/d), a relação excentricidade/altura efetiva (e/d), a área carregada ($b.d$) e a carga de flexão da laje sem furo P_{flex} , resultando nas seguintes equações:

$$\frac{P_u}{b d \sqrt{f'_c}} = \frac{14(1+0,15 r/d - 0,425 e/d)}{1 + (10 b d \sqrt{f'_c}) / P_{flex}} \quad (7)$$

$$\frac{P_u}{P_{flex}} = \frac{14(1+0,15 r/d - 0,425 e/d)}{P_{flex} / (b d \sqrt{f'_c}) + 10} \quad (8)$$

Onde:

P_u é a carga de ruptura por cisalhamento (em lb);

b é o perímetro do pilar (para casos de lajes com furo, o perímetro deve ser reduzido da parte interna à área formada por linhas radiais que partem do centro do pilar até as extremidades do furo);

d é a altura efetiva da laje (em in);

f'_c é a tensão de compressão do concreto (em psi);

r é o comprimento do lado da área quadrada carregada (em in);

e é a distância entre o centróide da área efetiva ($b.d$) e o centro do pilar;

P_{flex} é a carga de ruptura considerando a laje sem furo (em lb).

Aplicando as Equações (7) e (8) para as lajes da Série A, com quatro furos nas extremidades, foi verificado que houve conservadorismo. Já para as lajes da série B, as equações previram cargas próximas das experimentais para valores de $P_{flex} / b d \sqrt{f'_c}$ até 27, mostrando-se levemente conservadoras dentro do intervalo de 28 a 35; e, muito conservadoras no intervalo entre 46 e 50, para casos de lajes com quatro grandes furos nas extremidades.

Com essas informações e com o objetivo de averiguar o efeito do tamanho dos furos, ao se utilizar 4 furos nas extremidades, foi criada a Série H, a qual mostrou que uma grande redução do perímetro b resultou em altos valores do parâmetro $P_{flex} / b d \sqrt{f'_c}$.

Para os casos de lajes com furos de 318 mm foi considerado que a parcela $b d \sqrt{f'_c}$ era tão pequena que o parâmetro $P_{flex} / b d \sqrt{f'_c}$ tendia ao infinito.

Assim foram observadas que as parcelas com r/d e e/d nas equações (7) e (8) tendiam a se cancelar para variações usuais dos termos, variavam muito pouco na resistência ao cisalhamento das lajes lisas, assim decidiram por desprezar esses termos, gerando duas novas expressões simplificadas, no entanto ligeiramente mais conservadoras que as anteriores.

As equações (9) e (10) foram desenvolvidas apenas em função de $P_{flex} / b d \sqrt{f'_c}$ e limitam o valor de $P_u / P_{flex} = 0,23$ (relação aproximada para duas vigas se cruzando) quando o parâmetro $P_{flex} / b d \sqrt{f'_c}$ tender ao infinito.

$$\frac{P_u}{P_{flex}} = \frac{6,1}{5,2 + P_{flex} / (b d \sqrt{f'_c})} + 0,23 \quad (9)$$

$$\frac{P_u}{b d \sqrt{f'_c}} = \frac{6,1}{1 + 5,2 (b d \sqrt{f'_c}) / P_{flex}} + 0,23 \left[\left(P_{flex} / b d \sqrt{f'_c} \right) P_{flex} \right] \quad (10)$$

O trabalho experimental desenvolvido por Teng, Kuang, & Cheong (1999) tinha como objetivo analisar o comportamento de lajes lisas de concreto com a variação de três fatores: furos adjacentes ao pilar com diferentes localidades, retangularidade do pilar a e carregamento diferenciado nas direções “x” e “y” da laje.

Assim foram ensaiadas 20 lajes quadradas com 220 cm de lado e 15 cm de espessura, apoiadas em pilares dimensões de 20x20 cm, 20x60 cm e 20x100 cm, ou seja, com relações entre os lados de 1, 3 e 5 respectivamente. Dentre as lajes ensaiadas, 15 apresentaram furos retangulares com dimensões de 20x40 cm.

Um carregamento de valor único foi aplicado em 8 pontos distribuídos nas bordas das lajes para as séries OC11, OC13 e OC15, já para as lajes das séries OC13- α e OC13- β as cargas não eram iguais em todos os pontos.

Na direção “y” o carregamento aplicado era equivalente a 1,6 (α) vezes ou 0,63 (β) vezes o aplicado na direção “x”, assim os momentos em “y” eram 1,6 vezes maiores que os momentos em “x” para as lajes com o fator α e 0,63 vezes menores para as lajes com o fator β . Não houve transferência de momentos da laje ao pilar.

Na Figura 2.19 são ilustradas as dimensões das lajes e pilares além do posicionamento dos furos e cargas últimas obtidas.

Figura 2.19 - Características principais e cargas últimas das lajes de Teng *et al.* (1999)

Medidas em milímetros

Fonte: Teng, Kuang, & Cheong (1999)

Na Tabela 2.9 são apresentadas as características e as cargas de ruptura das lajes ensaiadas.

Tabela 2.9 - Características e cargas de ruptura das lajes de Teng *et al.* (1999)

LAJE	B (mm)	H (mm)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	d (mm)	ρ (%)	V_u (kN)
OC11	200	200	36,0	452,5	105	1,81	423
OC11H30	200	200	33,9	452,5	108	1,70	349
OC11V23	200	200	34,1	452,5	109	1,69	373
OC11V20	200	200	38,6	452,5	105	1,74	207
OC13	200	600	35,8	452,5	107	1,71	568
OC13H50	200	600	36,3	452,5	110	1,67	443
OC13V43	200	600	36,6	452,5	114	1,61	467
OC13V23	200	600	36,9	452,5	108	1,70	484
OC13V40	200	600	43,0	452,5	109	1,69	340
OC13H02	200	600	43,1	452,5	112	1,64	512
OC15	200	1000	40,1	452,5	103	1,76	649
OC15H70	200	1000	37,9	470,2	108	1,67	529
OC15V43	200	1000	36,0	470,2	109	1,66	612
OC13, $\alpha=1,6$	200	600	33,0	470,2	110	1,67	508
OC13H50, $\alpha=1,6$	200	600	33,1	470,2	115	1,60	428
OC13V43, $\alpha=1,6$	200	600	33,2	470,2	111	1,65	383
OC13H02, $\alpha=1,6$	200	600	37,5	470,2	114	1,61	420
OC13, $\beta=0,63$	200	600	39,7	470,2	111	1,65	455
OC13H50, $\beta=0,63$	200	600	39,8	470,2	110	1,67	511
OC13V23, $\beta=0,63$	200	600	35,7	470,2	110	1,67	488

Fonte: Teng, Kuang, & Cheong (1999)

Foi observada uma perda significativa de 51% e 40% na carga de ruptura das lajes OC11V20 e OC13V40, as quais possuíam furo localizado adjacente ao menor lado do pilar, quando comparadas com as lajes similares OC11 e OC13 respectivamente. Deste modo Teng, Kuang, & Cheong (1999) verificaram que grande parte da tensão de cisalhamento se concentra nas extremidades do pilar alongado, assim a resistência à punção de lajes apoiadas em pilares retangulares provavelmente é determinada pela região das extremidades do pilar.

Figura 2.20 - Perímetro crítico proposto por TENG *et al.* (1999) para lajes sem furos e sem armadura de cisalhamento

Fonte: Teng, Kuang, & Cheong (1999)

Baseados nos resultados das lajes ensaiadas foram sugeridas algumas recomendações para o cálculo da resistência à punção no código britânico S8110/1985:

- A resistência de lajes sem furos e sem armadura de cisalhamento deveria ser verificada em um perímetro situado a “ $1,5d$ ” da face do pilar, e para pilares retangulares deve-se considerar uma parte do perímetro de controle inefetiva (localizado no trecho central do maior lado do pilar), conforme ilustrado na Figura 2.20.
- Para lajes com furos localizados a uma distância inferior a “ $6d$ ” da face do pilar, a resistência à punção deve ser determinada adotando um perímetro crítico reduzido, o qual considera inefetiva a região entre as linhas de projeção de um ponto, adotado pela interseção entre as bissetrizes da extremidade ao furo, como mostrado na Figura 2.21.

Figura 2.21 - Perímetro de controle proposto por TENG *et al.* (1999) para lajes com furos e sem armadura de cisalhamento

Fonte: Teng, Kuang, & Cheong (1999)

Os estudos de Regan (1999) tinham como objetivo analisar a influência de furos posicionados adjacentes a pilares na diminuição da resistência à punção de lajes lisas e minimizar esse efeito com o uso de armadura de cisalhamento.

Com base em dados obtidos em seus ensaios, Regan (1999) avaliou as prescrições do BS8110/85 e Handbook do BS8110/85 (1987), já que de acordo com ele as recomendações para cálculo de tensão de lajes com furos adjacentes a pilares são muito conservadoras, e embora recomendem uma armadura mínima de cisalhamento, não indicam prescrições específicas para o uso da mesma.

Regan (1999) sugeriu que as recomendações de cálculo do perímetro de controle para lajes lisas propostas pelo Handbook to BS8110/85 (1987) fossem alteradas e

que a influência do furo na resistência à punção fosse estimada utilizando projeções paralelas ao invés de radiais para subtrair o perímetro de controle, como mostrado na Figura 2.22 e conforme sugerido em suas pesquisas anteriores (REGAN (1974))

Figura 2.22 - Perímetro de controle proposto por Regan (1974) para o Handbook to BS8110 (1987)

Fonte: Regan (1974)

Em seus estudos foram ensaiadas oito lajes quadradas com 200 cm de lado 16 cm de espessura, apoiadas em pilares retangulares de dimensões de 25x15 cm.

O carregamento foi aplicado em oito pontos da laje, sendo dois em cada extremidade. As características geométricas das lajes e o sistema de ensaio adotado estão representados na Figura 2.23.

Figura 2.23 - Esquema de aplicação das cargas e posição dos furos nas lajes ensaiadas por Regan (1974)

Fonte: Regan (1999)

A lajes 1 (sem furos) e 2 (com dois furos adjacentes aos maiores lados do pilar), não apresentaram armadura de cisalhamento, já as lajes 3 e 4, com a mesma geometria das lajes 1 e 2, respectivamente, possuíam armadura de cisalhamento mínima determinada de acordo com as prescrições da BS8110 (1985), posicionada em duas camadas em torno do pilar, ajustadas aos furos.

Na laje 5 a armadura de cisalhamento foi colocada apenas adjacente aos furos, de modo que a resistência no escoamento fosse suficiente para repor a perda de resistência devido aos furos.

A laje 6 possui 4 furos e não tiveram armadura de cisalhamento, já as lajes 7 e 8, também com quatro furos, apresentaram armadura de cisalhamento composta por barras dobradas posicionadas ao lado dos furos adjacentes aos maiores lados do pilar. Na Figura 2.24 são ilustradas as armaduras de cisalhamento consideradas nas lajes 3, 4, 5 e 8.

Figura 2.24 - Armadura de cisalhamento adotada nas lajes ensaiadas por REGAN (1999)

Medidase em milímetros

Fonte: Regan (1999)

Na Tabela 2.10 são apresentadas as características, as cargas e os modos de ruptura das lajes ensaiadas.

Tabela 2.10 - Características, cargas e tipo de ruptura das lajes ensaiadas por Regan (1999)

LAJE	Furo	Armadura de cisalhamento	$\Sigma A_s f_y \sin \alpha$ (kN)	V_u (kN)	Modo de Ruptura	Superfície de Ruptura
1	-	-	-	456	Punção	A partir do pilar
2	2	-	-	396	Punção	A partir do pilar
3	-	Tiras de perfil I	201	516	Punção	Cruzando a armadura de cisalhamento
4	2	Tiras de perfil I	201 ⁽¹⁾	476	Punção	Cruzando a armadura de cisalhamento
5	2	Tiras de perfil I	80	496	Punção	Cruzando a armadura de cisalhamento
6	4	-	-	296	Punção	A partir do pilar
7	4	-	-	296	Punção	A partir do pilar
8	4	Barra dobrada	-	336	Punção	Cruzando a armadura de cisalhamento

⁽¹⁾excluindo os dois elementos imediatamente externos aos furos;
d=124mm ; $\rho = 1,30\%$

Fonte: Regan (1999)

Com seus estudos Regan (1999) verificou que a proposta recomendada pelo Handbook to BS8110/85 forneceu resultados razoáveis, enquanto as prescrições do BS8110 (1985) se mostraram muito conservadoras.

Além disso, foi observada a efetividade da armadura de cisalhamento posicionada adjacente na restauração da perda de resistência devido aos furos.

Assim, foi verificado que para lajes com furos de largura total igual a 3/8 do perímetro do pilar, o posicionamento da armadura de cisalhamento local complementada pela armadura mínima recomendada pela norma resultou em resistências levemente superiores comparada as lajes sem furos e sem armadura de cisalhamento.

O uso de barras dobradas gerou um acréscimo de resistência da laje com furo e com uma interface entre laje e pilar reduzida a 3/8. Assim ele sugere que devido a transferência direta ao pilar de parte do carregamento pela barra inclinada, houve alteração das condições da face do pilar quanto ao carregamento total transferido

pela laje, desse modo os códigos normativos poderiam considerar uma majoração do limite de resistência à punção.

Ioannou (2001) testou experimentalmente cinco lajes circulares com 200 cm de diâmetro e 17 cm de espessura, apoiadas no centro de um pilar quadrado com lados de 20 cm. Todas as lajes possuíam furos posicionados próximo ao pilar e em apenas uma não foi utilizada armadura de cisalhamento tipo “shearband”.

Conforme ilustrado na Figura 2.25, o carregamento foi aplicado em oito pontos, localizados equidistantes entre si, em uma circunferência com diâmetro de 170 cm. Com o auxílio de uma bomba foram ativados os atuadores hidráulicos posicionados em cada ponto de aplicação de carga.

Medidas em milímetros

Fonte: Ioannou (2001)

Nas Figuras 2.26 e 2.37 são mostradas a distribuição da armadura de cisalhamento adotada nos ensaios e seu detalhamento, respectivamente.

Figura 2.26 - Distribuição da armadura de cisalhamento adotada nas lajes ensaiadas por Ioannou (2001)

Fonte: Ioannou (2001)

Figura 2.27 - Armadura de cisalhamento “shearbands” utilizada por IOANNOU (2001)

Fonte: Ioannou (2001)

Em seus estudos Ioannou (2001) avaliou as cargas de ruptura com base no CEB-FIP MC90, no entanto adotando perímetros de controle diferenciados para tratar o efeito de furos.

Para as lajes com furos percorrendo todo o lado do pilar (PSSCH 4 e 4b) o perímetro é reduzido adotando uma projeção que se inicia no canto do pilar, com um ângulo de $22,5^\circ$.

Assim Ioannou (2001) considerou duas possibilidades no cálculo do perímetro para a laje com apenas um furo (PSSCH1): a primeira adotando um furo fictício para restabelecer a simetria, e a segunda considerando o pilar como se fosse de borda. Os perímetros adotados por Ioannou (2001) são mostrados na Figura 2.28.

Figura 2.28 - Perímetros de controle adotados por Ioannou (2001)

Medidas em milímetros

Fonte: Ioannou (2001)

Comparando as lajes PSSCH4 e sua similar sem armadura de cisalhamento PSSCH4b, verificou-se um aumento de 22% na carga de ruptura da laje, como mostrado na Tabela 2.11.

Tabela 2.11 - Cargas e modo de ruptura das lajes ensaiadas por Ioannou (2001)

Laje	f_c (MPa)	V_u (kN)	Modo de Ruptura
PSSCH1	48,0	492	esmagamento do concreto ao redor do pilar
PSSCH2	39,2	433	punção / flexão
PSSCH3	41,6	386	punção
PSSCH4	41,6	415	punção depois do esmagamento do concreto
PSSCH4b	32,8	313	punção

* Altura útil de 134mm;

* Taxa de armadura de flexão de 0,75%;

* A laje PSSCH4b foi sem armadura de cisalhamento.

Fonte: Ioannou (2001)

Na Tabela 2.12 são apresentados os resultados das cargas de ruptura obtidas experimentalmente e as estimativas calculadas a partir das considerações de Ioannou (2001).

Tabela 2.12 - Resultados das cargas experimentais e estimadas por Ioannou (2001)

Laje	$f_{cu}^{(1)}$ (MPa)	N ⁽²⁾	V_c	V_s	V_{c+s} ($0,75V_c+V_s$)	V_u (kN)	$V_u / V_{c+s}^{(3)}$
PSSCH1	60	22	158	231	350	492	1,41
		26	229	273	445		1,11
PSSCH2	49	26	289	273	490	433	0,88
PSSCH3	52	20	151	210	323	386	1,20
PSSCH4	52	20	281	210	421	415	0,99
PSSCH4b	41	-	259	-	259	313	1,21

(1) Resistência cúbica à compressão do concreto;

(2) Número de elementos da armadura de cisalhamento considerados efetivos na contribuição da resistência à punção (cada contribuição 10,5kN);

(3) Relação entre a carga última experimental e a calculada;

Fonte: Ioannou (2001)

Ioannou (2001) concluiu que a consideração do perímetro reduzido adotando o pilar como borda apresentou um melhor resultado comparado a opção do perímetro simétrico com o furo fictício, embora essa segunda forneceu resultados razoáveis para furos menores.

Além disso, ela descreveu que apesar da dificuldade para estimar o somatório da área de armadura de cisalhamento a ser adotada como efetiva, os resultados foram satisfatórios para as lajes PSSCH3, PSSCH4 e PSSCH4b.

2.4 Histórico dos estudos sobre lajes com transferência de momento para o pilar

2.4.1 Trabalhos desenvolvidos no Brasil

Para estudar a transferência de momento na punção Cordovil (1995) ensaiou, na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), dez lajes de concreto quadradas com lados de 154 cm, variando em suas análises o uso de armadura de cisalhamento além da transferência de momento.

As lajes estudadas foram divididas em duas séries nomeadas como “carga centrada” e “cargas excêntricas”. Na série de “carga centrada”, foram ensaiadas três lajes com espessura de 15 cm, sendo que apenas duas delas possuíam armadura de cisalhamento tipo pino conforme mostrado na Figura 2.29.

No ensaio com a utilização de um macaco hidráulico e uma chapa metálica quadrada com 10 cm de lado que simulava o pilar, a carga foi aplicada no centro da laje, no sentido de baixo para cima.

Figura 2.29 - Armadura de cisalhamento utilizada por Cordovil (1995)

Medidas em milímetros

Fonte: Cordovil (1995)

Na série de “cargas excêntricas” foram ensaiadas sete lajes com 12 cm de espessura, das quais duas a carga foi aplicada de maneira centrada e cinco tiveram cargas aplicadas com excentricidades de 20 cm ou 40 cm. A armadura de cisalhamento, tipo pino como mostrado na Figura 2.29, foi utilizada em apenas três lajes desta série. Para as lajes com excentricidade, a aplicação da carga contou com a utilização de um dispositivo, inventado por Cordovil (1995) e nomeado de “trans-moment”, que transmitia o momento para a laje, como mostrado na Figura 2.30. Além disso, o sistema de ensaio contava com um macaco hidráulico para aplicar a carga de baixo para cima, o qual formava um binário em contato com a laje. Já para as lajes com carregamento centrado foi utilizada uma chapa metálica retangular com lados de 25x15 cm, simulando o pilar.

Figura 2.30 - Sistema de aplicação de carga, detalhe do “trans-moment” e dimensões das lajes ensaiadas por Cordovil (1995)

Medidas em milímetros

Fonte: Cordovil (1995)

As principais características das lajes ensaiadas são apresentadas na Tabela 2.13.

Tabela 2.13 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Cordovil (1995)

Laje	d (mm)	Arm. De cis.	e (mm)	Pilar (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	μ_u (kN.m)	V_u (kN)	Modo de ruptura ⁽²⁾
7	131	Não	0	100x100	0,85	33,8	0	169	Simétrico, adjacente ao pilar
8	131	Sim	0	100x100	0,85	34,3	0	187	Simétrico, adjacente ao pilar
11	131	Sim	0	100x100	0,85	33,5	0	205	Simétrico, adjacente ao pilar
9	104	Não	400	250x150	0,88	32,7	42,4	106	adjacente, irregular
13	104	Não	400	250x150	0,88	30,1	40,4	101	adjacente, irregular
16	104	Sim	400	250x150	0,88	31,1	62,4	156	adjacente, irregular
12	104	Não	200	250x150	0,88	30,8	32,2	161	adjacente, irregular
10	104	Sim	200	250x150	0,88	33,1	43,8	219	adjacente, simétrica
15	104	Não	0	250x150	0,88	29,9	0	258	adjacente, irregular
14	104	Sim	0	250x150	0,88	29,8	0	302	adjacente, irregular

⁽¹⁾ simétrico, adjacente ao pilar – indica que romperam adjacentes à área carregada, deslocando um sólido quase simétrico;

adjacente irregular – indica que a ruptura foi adjacente à área carregada com o deslocamento de um sólido irregular;

adjacente simétrico – indica que a ruptura foi adjacente à área carregada com o deslocamento de um sólido quase simétrico.

Fonte: Cordovil (1995)

A partir dos resultados obtidos em seus ensaios Cordovil (1995) sugeriu uma alteração do CEB-FIP/MC1990 a qual consiste na modificação da distância do perímetro crítico em relação ao perímetro do pilar, passando de “ $2d$ ” para “ $1,25d$ ”, conforme mostrado na Figura 2.31.

Além disso, ele também propôs que para as lajes com armadura de cisalhamento a verificação do perímetro de controle externo seja feita a uma distância de “ $2,5d$ ” das

faces da área carregada, alterando a especificação do o CEB-FIP/ MC1990 onde o perímetro de controle externo se localiza a “ $2d$ ” da última camada de armadura de cisalhamento.

Figura 2.31 - Perímetro de controle sugerido por Cordovil (1995)

Fonte: Cordovil (1995)

Outra sugestão feita por Cordovil (1995) em relação às prescrições do CEB-FIP/MC1990, foi considerar a armadura de cisalhamento com uma extensão mínima de “ $2d$ ” das bordas do pilar e a distribuição da armadura de cisalhamento com o espaçamento circunferencial no máximo “ $1,5d$ ” na primeira camada.

Souza (2008) investigou o comportamento estrutural e a resistência última à punção de ligações entre laje e pilar de regiões internas das lajes lisas, com um ou dois furos adjacentes ao pilar, e com ou sem transferência de momento fletor da laje ao pilar. Na Faculdade de Tecnologia na Universidade de Brasília (FT/UnB), Souza (2008) ensaiou 19 lajes onde as principais variáveis consideradas foram o posicionamento e as dimensões dos furos, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, a armadura de cisalhamento e a excentricidade da carga (a razão entre o momento transferido ao pilar e a força cortante).

As lajes lisas ensaiadas eram quadradas, possuindo 240 cm de lado e 15 cm de espessura, e ligadas monoliticamente a um pilar retangular com lados de 50 cm x 20 cm e 85 cm de altura.

As lajes foram divididas em duas séries, a primeira com 10 lajes sem a aplicação de momento (Série 1) e a segunda com 9 lajes com a aplicação de momento (Série 2). A armadura de cisalhamento foi considerada em apenas duas lajes, as quais possuíam furos maiores. A armadura adotada era constituída de duas barras dobradas, conhecida como “bent bar”, com uma inclinação de 45° , iniciando na altura da malha de flexão, como mostrado na Figura 2.32.

Figura 2.32 - Armadura de cisalhamento utilizada por Souza (2008)

Fonte: Souza (2008)

As principais características das lajes podem ser observadas na Tabela 2.14.

Tabela 2.14 - Características e resultados das lajes ensaiadas por Souza (2008)

SEM FURO		COM 1 FURO					COM 2 FUROS					
Unidades: $V_u \rightarrow \text{kN}$ $M_u \rightarrow \text{kN.m}$ $f_c \rightarrow \text{MPa}$ $d \rightarrow \text{mm}$ $\rho \rightarrow \%$		Com armadura de cisalhamento (2 barras dobradas $\phi 12,5\text{mm}$)										
L14	P	L1	L2	L3	L4	L7	L16	L9	L19	L10	L13	L18
0	2P									0	2P	P
$V_u = 274$ $M_u = 125,9$ $f_c = 42,4$ $d = 121$ $\rho = 0,93$	$V_u = 364$ $M_u = 66,5$ $f_c = 43,2$ $d = 123$ $\rho = 0,91$	$V_u = 240$ $M_u = 0$ $f_c = 32,3$ $d = 123$ $\rho = 0,97$	$V_u = 250$ $M_u = 0$ $f_c = 39,5$ $d = 125$ $\rho = 1,17$	$V_u = 237$ $M_u = 0$ $f_c = 39,1$ $d = 124$ $\rho = 0,52$	$V_u = 455$ $M_u = 0$ $f_c = 37,2$ $d = 123$ $\rho = 1,48$	$V_u = 474$ $M_u = 0$ $f_c = 44,0$ $d = 125$ $\rho = 1,01$	$V_u = 375$ $M_u = 0$ $f_c = 34,2$ $d = 123$ $\rho = 1,48$	$V_u = 411$ $M_u = 0$ $f_c = 39,0$ $d = 126$ $\rho = 1,05$	$V_u = 189$ $M_u = 83,0$ $f_c = 34,2$ $d = 123$ $\rho = 1,48$	$V_u = 277$ $M_u = 61,9$ $f_c = 36,4$ $d = 124$ $\rho = 1,46$	$V_u = 322$ $M_u = 53,1$ $f_c = 37,3$ $d = 126$ $\rho = 1,05$	
		L15	L8	L11	L12	L17	L18	L10	L13	L18		
0	P	P	2P	2P	0	P	1,5P	0	0,5P	2P	0,5P	P
$V_u = 274$ $M_u = 125,9$ $f_c = 42,4$ $d = 121$ $\rho = 0,93$	$V_u = 364$ $M_u = 66,5$ $f_c = 43,2$ $d = 123$ $\rho = 0,91$	$V_u = 192$ $M_u = 86,3$ $f_c = 34,2$ $d = 123$ $\rho = 1,48$	$V_u = 299$ $M_u = 139,1$ $f_c = 36,7$ $d = 125$ $\rho = 1,44$	$V_u = 319$ $M_u = 74,4$ $f_c = 37,8$ $d = 123$ $\rho = 1,48$	$V_u = 279$ $M_u = 59,3$ $f_c = 35,8$ $d = 125$ $\rho = 1,01$	$V_u = 425$ $M_u = 0$ $f_c = 36,7$ $d = 121$ $\rho = 1,14$	$V_u = 416$ $M_u = 0$ $f_c = 36,7$ $d = 122$ $\rho = 1,22$	$V_u = 375$ $M_u = 0$ $f_c = 34,2$ $d = 123$ $\rho = 1,48$	$V_u = 411$ $M_u = 0$ $f_c = 39,0$ $d = 126$ $\rho = 1,05$	$V_u = 189$ $M_u = 83,0$ $f_c = 34,2$ $d = 123$ $\rho = 1,48$	$V_u = 277$ $M_u = 61,9$ $f_c = 36,4$ $d = 124$ $\rho = 1,46$	$V_u = 322$ $M_u = 53,1$ $f_c = 37,3$ $d = 126$ $\rho = 1,05$

Medidas em milímetros
 Fonte: Souza (2008)

Baseado nos resultados obtidos em seus ensaios, Souza (2008) verificou que as lajes apresentaram duas maneiras de ruptura por punção: “adjacente”, com a superfície de ruptura se iniciando na face superior da laje, e terminando na face inferior da ligação entre laje e pilar, e “adjacente e afastada”, com parte da superfície de ruptura adjacente, e o remanescente da superfície de ruptura afastada em torno do pilar, principalmente para as lajes com um furo, o que as torna assimétricas.

A existência de furos adjacentes ao pilar nas lajes diminuiu consideravelmente a resistência à punção chegando a uma redução de 50%, para a laje L4 com um furo grande adjacente ao menor lado do pilar e baixa taxa de armadura, em comparação a laje de referência, sem furo. Ou seja, as maiores perdas ocorreram para as lajes com um furo adjacente ao menor lado do pilar e com a dimensão adjacente do furo maior que o pilar.

A armadura de cisalhamento utilizada para lajes com furo grande adjacente ao menor lado do pilar e com a dimensão adjacente do furo maior que a dimensão do pilar, possibilitou um aumento de até 70% na carga de ruptura, em relação à laje semelhante com furo e taxa de armadura, mas sem armadura de cisalhamento.

Para as lajes com transferência de momento houve uma redução entre 23% e 42% da carga destas em relação à laje de referência sem transferência e sem furos. Nas lajes com furos, a transferência de momento para o pilar levou a uma diminuição de resistência entre 32% e 60% em relação à laje de referência sem furo e sem transferência de momento.

Assim comparando as lajes com furos e com transferência de momento e as lajes sem furo e com transferência de momento, Souza (2008) verificou que a redução do perímetro da ligação entre laje e pilar devido a um furo adjacente não resulta em perda de carga quando o momento não estiver no sentido da região da laje com furo, e mesmo para os casos onde o momento foi aplicado no sentido da região com o furo, a carga de ruptura da laje pode ser superior, dependendo da excentricidade de carga aplicada.

Com o objetivo de avaliar o comportamento das ligações com momentos desbalanceados, Ferreira (2010) ensaiou dezesseis lajes quadradas com lados de 250 cm e espessura com 18 cm, possuindo armadura de cisalhamento do tipo “stud” e submetidas a carregamento simétrico e excêntrico. Os experimentos foram divididos em duas séries de oito lajes cada.

Na primeira série, as lajes ensaiadas foram apoiadas em pilares de seção transversal circular com diâmetros de 27, 36 e 45 cm, variando a taxa de armadura de flexão e quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento, com o objetivo principal analisar o modo de ruptura das lajes.

A segunda série era formada por lajes apoiadas em pilares de seção transversal quadrada com 30 cm de lado. Variando as taxas de armadura de flexão e de cisalhamento, o número de camadas da armadura de cisalhamento, e a aplicação de carregamento excêntrico, o objetivo desses experimentos foi verificar o efeito da transferência de momento fletor na resistência à punção das ligações entre a laje e o pilar interno.

A Figura 2.33 mostra o programa de ensaios e a Tabela 2.15 as principais características das lajes ensaiadas.

Figura 2.33 - Geometria das lajes ensaiadas por Ferreira (2010)

a) Lajes da 1ª série de ensaios

b) Lajes da 2ª série de ensaios

Fonte: Ferreira (2010)

Tabela 2.15 - Principais características das lajes ensaiadas por Ferreira (2010)

Série de Ensaio	Laje	Pilar (mm)	d (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	Armaduras de Cisalhamento			e (mm)
						No. Camadas	No. Linhas	$A_{sw} / Cam.$ (mm ²)	
1ª Série	LC01*	270	143	1,50	48	6	10	785,4	0
	LC02*	360	140	1,55	47	6	10	785,4	0
	LC03*	450	142	1,41	49	6	10	785,4	0
	LC04*	360	140	1,55	48	6	12	942,5	0
	LC05*	360	140	2,05	50	6	10	785,4	0
	LC06○	360	143	1,45	49	6	10	785,4	0
	LC07†	360	144	1,60	49	7	10	785,4	0
	LC08*	360	144	1,62	48	6	12	942,5	0
2ª Série	LS01*	300	145	1,54	48	2	12	942,5	0
	LS02*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	0
	LS03*	300	145	1,54	50	2	12	942,5	315
	LS04*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	315
	LS05	300	143	1,58	50	--	--	--	0
	LS06	300	144	1,56	50	--	--	--	315
	LS07#	300	143	1,70	49	4	12	1.472,7	0
	LS08#	300	144	1,68	48	4	12	1.472,7	315

Obs.:

$f_{ys,\phi 16.0} = 557 \text{ MPa}$ $f_{ys,\phi 20.0} = 541 \text{ MPa}$

* $s_0 = 70 \text{ mm}$ $s_r = 100 \text{ mm}$ $\phi_w = 10.0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$

† $s_0 = 55 \text{ mm}$ $s_r = 80 \text{ mm}$ $\phi_w = 10.0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$

$s_0 = 70 \text{ mm}$ $s_r = 100 \text{ mm}$ $\phi_w = 12.5 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 530 \text{ MPa}$

○ $s_0 = 70 \text{ mm}$ $s_r = 100 \text{ mm}$ $\phi_w = 10.0 \text{ mm}$ $f_{ys,w} = 573 \text{ MPa}$ $\rho' = 1,14 \text{ ‰}$

Fonte: Ferreira (2010)

Para o ensaio experimental das lajes foi utilizado um pórtico de reação adaptado, composto por cilindros hidráulicos, conjuntos de células de carga, tirantes, bombas e vigas metálicas. A Figura 2.34 apresenta o sistema de aplicação de cargas.

Figura 2.34 - Sistema de aplicação de cargas utilizado por Ferreira (2010)

Fonte: Ferreira (2010)

Figura 2.36 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LC5 a LC8 ensaiadas por Ferreira (2010)

Fonte: Ferreira (2010)

Figura 2.37 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LS01 a LS08 ensaiadas por Ferreira (2010)

Fonte: Ferreira (2010)

Com bases nos resultados obtidos, Ferreira (2010) um método que sugeriu ser uma boa aproximação para analisar ligações entre pilar e laje com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento simétrico.

Segundo Ferreira (2010) o denominado Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento-MSRM (*Surface of Minimum Shear Resistance - SMSR*) tem como base a consideração de que a resistência à punção deve ser tomada como o somatório da parcela de resistência atribuída ao concreto, que cresce proporcionalmente com o aumento da inclinação da superfície de ruptura, e da parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento, que reduz com o aumento da inclinação da superfície de ruptura.

Ferreira (2010) apresentou então uma equação para correlacionar o incremento da contribuição do concreto com a inclinação da superfície de ruptura, baseada em algumas análises já testadas para vigas. A equação proposta por Ferreira (2010) é descrita a seguir.

$$V_{Rd,cs} = \eta_c V_{Rd,c} \left(\frac{2d}{a_i} \right) + V_{Rd,s} \quad (11)$$

Onde:

$$V_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \xi (100 \rho f_c)^{1/3} u_1 d \quad (12)$$

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw, cam} \cdot f_{ysd,w} \quad (13)$$

Onde:

η_c é um coeficiente aqui assumido como igual a 0,75;

$V_{Rd,c}$ é a parcela de resistência do concreto;

d é a altura útil da laje;

a_i é a projeção horizontal da superfície de ruptura investigada;

$V_{Rd,s}$ é a parcela de resistência das armaduras de cisalhamento efetivamente ancoradas e cortadas pela superfície de ruptura;

ξ é o *size effect* determinado como $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$ com d em mm;

ρ é a taxa de armadura de flexão tracionada, definida como $\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02$;

u_1 é o perímetro crítico com geometria igual a do Eurocode 2, porém definido a uma distância da face do pilar ou do ponto inferior da superfície de ruptura investigada;

f_c é a resistência à compressão do concreto;

$A_{sw, cam}$ é a área de aço por camada de armaduras de cisalhamento;

$f_{yds, w}$ é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

Ferreira (2010) enfatizou que a resistência à punção deve ser calculada por meio da investigação de todas as possíveis superfícies de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento, partindo do pilar e investigando também superfícies iniciando nas camadas de armadura.

Com o objetivo de simplificar o método, tornar possível sua aplicação nos escritórios de projeto e permitir principalmente maior sensibilidade dos projetistas quanto à resistência à punção, foi proposto que a verificação da capacidade resistente considerasse a investigação de um número de superfícies de ruptura igual ao número de camadas de armaduras utilizado, apresentando alguns critérios para definição destas superfícies críticas.

A Figura 2.38 apresenta as superfícies de ruptura proposta para a verificação do método MSRM.

Figura 2.38 - Superfícies de ruptura práticas dentro da região das armaduras de cisalhamento – Ferreira (2010)

Fonte: Ferreira (2010)

Na Universidade Federal de Goiás (UFG), Oliveira (2012) também investigou a influência da transferência de momento fletor da laje ao pilar e a presença de furos adjacentes ao pilar no comportamento estrutural e na resistência última à punção de ligações entre laje e pilar.

Foram ensaiadas sete lajes quadradas com 240 cm de lado e 15 cm de espessura, ligadas monoliticamente a um pilar central retangular, com 50x20 cm de lados e 85 cm de altura.

As principais variáveis analisadas foram a presença de furo quadrado com 40x40 cm posicionado adjacente ao pilar, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, e o carregamento com distintas transferências de momento fletor da laje para o pilar.

No sistema de ensaio as lajes foram carregadas de cima para baixo utilizando atuadores hidráulicos vazados, os quais foram posicionados em cima de vigas de distribuição metálicas, dispostas nas bordas da laje, conforme mostrado na Figura 2.39. Cada viga foi apoiada em duas placas metálicas de distribuição, assentadas na laje, por onde o carregamento foi transmitido. Como a reação ao carregamento ocorreu no pilar central, ligado monoliticamente a laje, o mesmo foi apoiado sobre um bloco de concreto armado cúbico, com arestas de 60 cm, o qual teve a função de facilitar o deslocamento embaixo da laje além de transmitir a reação da peça de ensaio à laje de reação.

Figura 2.39 - Esquema do sistema de ensaio utilizado por Oliveira (2012)

Medidas em milímetros

Fonte: Oliveira (2012)

As principais características das lajes ensaiadas são apresentadas na Tabela 2.16.

Tabela 2.16 - Características e resultados das lajes de Oliveira (2012)

Laje	f_c (MPa)	Furo (mm)	d (mm)	ρ (%)	Geometria e carregam.	V_u (kN)	M_u (kN.m)	V_u/V_{uL1}
L1	44,7	-	120	1,22	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> P P □ P P </div>	426	0,0	1,00
L2	44,1	-	122	1,19	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> P 0 □ 2P P </div>	266	116,8	0,62
L3	42,8	1 400x400	125	1,17	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> P 2P □ ⊗ 0 P </div>	250	113,7	0,59
L4	44,6	1 400x400	123	1,20	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> P 0 □ ⊗ 2P P </div>	137	59,0	0,32
L5	44,5	1 400x400	122	1,22	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> P 0,5P □ ⊗ 1,5P P </div>	213	27,0	0,50
L6	45,6	1 400x400	124	1,19	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> P 1,5P □ ⊗ 0,5P P </div>	305	65,8	0,72
L7	46,8	1 400x400	121	1,24	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> 1,5P P □ ⊗ P 0,5P </div>	257	41,0	0,60

f_c = Resistência a compressão do concreto no dia do ensaio;
d = Altura útil da laje em mm;
 ρ = Taxa da armadura da laje;
 V_u = Carga de ruptura da laje em kN;
 M_u = Momento aplicado à laje em kN.m;

Fonte: Oliveira (2012)

Usando a mesma definição estabelecida por Souza (2008), Oliveira (2012) verificou que todas as lajes ensaiadas apresentaram uma ruptura por punção “adjacente”, ou seja, a superfície de ruptura teve início na face superior da laje e terminou na ligação entre a laje e o pilar, face inferior da laje.

Oliveira (2012) observou que lajes sem furos, mas com transferência de momento apresentaram carga de ruptura reduzida em 38%, em relação à laje de referência. Já nas lajes com furos, a transferência de momento para o pilar gerou um decréscimo de resistência entre 28% e 68%, em relação à laje de referência sem furo e sem transferência de momento.

Assim como Souza (2008), Oliveira (2012) conclui que as piores situações com relação à perda de resistência nas lajes com furo adjacente ao pilar e com transferência de momento ocorrem quando o momento está no sentido da região com furo, que é mais frágil e não tem concreto para resistir às compressões presentes na camada inferior da placa, que são aumentadas devido ao momento. Além disso, foi observado que a resistência à punção nas lajes com furo e com transferência de momento diminuiu de maneira diretamente proporcional ao aumento da excentricidade de carga.

A presença de furos conduziu a um aumento dos deslocamentos verticais nas regiões dos furos, para um mesmo carregamento. E nas lajes com furo e com momento aplicado paralelo ao menor lado do pilar foram observados os maiores deslocamentos na borda mais carregada. A provável causa seria a inércia reduzida da ligação entre laje e pilar na direção paralela ao menor lado do pilar.

Com o intuito de simular o fenômeno de punção na região adjacente a um pilar interno representando partes de um pavimento real, Oliveira (2013) analisou experimentalmente dezesseis lajes lisas quadradas com 250 cm de lado e 18 cm de espessura, apoiadas sobre um pilar retangular interno com dimensões de 20 x 40 cm.

As lajes ensaiadas foram moldadas em concreto, armadas ao cisalhamento com armadura do tipo “*double-headed stud*” e submetidas à carregamento simétrico e

excêntrico. As principais variáveis de ensaio foram a utilização ou não de armadura de cisalhamento, a taxa de armadura de cisalhamento, o número de camadas da armadura de cisalhamento, o tipo de carregamento (simétrico ou excêntrico) e o eixo de flexão dos modelos submetidos ao carregamento excêntrico.

Os ensaios foram divididos em três séries:

- Na primeira série foi composta pelas lajes LN01, LN02, LN03, LN04 e LN05, o carregamento foi aplicado de forma simétrica, não havendo, portanto, transferência de momento, adotando então a letra L para Laje e a letra N para *No moment*.
- Na segunda série, composta pelas lajes LS01, LS02, LS03, LS04, LS05 e LS06, o carregamento foi aplicado de forma excêntrica, com transferência de momento na direção de maior inércia da seção transversal do pilar, adotando assim a letra L para Laje e a letra S para *Strong axis*.
- Na terceira e última série, composta pelas lajes LW01, LW02, LW03, LW04 e LW05, o carregamento também foi aplicado de forma excêntrica, porém com transferência de momento na direção de menor inércia da seção transversal do pilar, o que levou a usar a letra L para Laje e a letra W para *Weak axis*.

A Figura 2.40 mostra as dimensões das lajes ensaiadas, bem como suas principais características são apresentadas na Tabela 2.17.

Figura 2.40 - Modelo e dimensões das lajes ensaiadas por Oliveira (2013)

Fonte: Oliveira (2013)

Tabela 2.17 - Principais características, cargas e momentos últimos das lajes ensaiadas por Oliveira (2013).

Lajes	d (mm)	Pilar C1 e C2 (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	f_{yk} (MPa)	O_w (mm)	Armadura de Cisalhamento		e_a (mm)	M_u (kN.m)	V_u (kN)	P_{flex} (kN)
							Nº de Camadas	$A_{sw} /$ Camada (mm ²)				
LN01	143	400/200	1,58	55,1	573	8,0	3	704	0	0	1.084	1.371
LN02	143	400/200	1,58	53,8	573	8,0	6	704	0	0	1.144	1.369
LN03	143	400/200	1,58	51,2	—	—	—	—	0	0	786	1.364
LN04	143	400/200	1,58	55,5	651	6,3	4	436	0	0	966	1.547
LN05	142	400/200	1,60	54,8	602	12,5	5	1718	0	0	1.143	1.425
LS01	143	400/200	1,58	53,6	—	—	—	—	268	114	425	931
LS02	144	400/200	1,56	53,9	573	8,0	3	704	286	218	763	938
LS03	142	400/200	1,60	54,4	573	8,0	6	704	302	234	775	925
LS04	143	400/200	1,58	51,3	651	6,3	4	436	257	183	712	1.046
LS05	142	400/200	1,60	51,0	602	12,5	5	1718	294	272	926	964
LS06	143	400/200	1,58	53,0	597	10,0	6	1100	278	252	904	967
LW01	141	200/400	1,62	50,2	—	—	—	—	278	124	446	816
LW02	143	200/400	1,58	52,2	573	8,0	3	704	266	189	711	831
LW03	142	200/400	1,60	51,5	573	8,0	6	704	267	195	733	824
LW04	142	200/400	1,60	51,5	651	6,3	4	436	211	131	617	929
LW05	142	200/400	1,60	50,6	602	12,5	5	1718	295	241	815	862

Obs.:

 $s_0 = 70$ mm $s_t = 100$ mm (para todas as lajes) $f_{yk} = 577$ MPa (tensão de escoamento da armadura de flexão - $\phi_f = 16,0$ mm) C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força; C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Fonte: Oliveira (2013)

Todas as lajes ensaiadas continham armadura de flexão, compostas por barras com diâmetro de 16,0 mm de aço CA-50 distribuídas a cada 90 mm em uma direção e a cada 100 mm na outra direção, dispostas na parte superior das lajes.

A armadura tipo “stud”, utilizada em todas as lajes, foi distribuída de forma radial e composta de quatorze linhas, variando de três a seis o número de camadas adotado. Nas Figuras 2.41 e 2.42 é possível observar a distribuição dos *studs* em planta para cada laje.

Figura 2.41 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LN e LS ensaiadas por Oliveira (2013)

(a) Lajes LN01 e LS02

(b) Lajes LN02, LS03 e LS06

(c) Laje LN04

(d) Lajes LN05 e LS05

Fonte: Oliveira (2013)

Figura 2.42 - Distribuição da armadura de cisalhamento das lajes LW ensaiadas por Oliveira (2013)

Fonte: Oliveira (2013)

O sistema de ensaio utilizado por Oliveira (2013) para aplicação das cargas era composto pelo pórtico de reação, quatro cilindros hidráulicos, quatro conjuntos de células de carga e indicadores digitais, três bombas hidráulicas e quatro vigas metálicas rígidas para distribuir o carregamento aplicado pelos cilindros em duas chapas de aço, totalizando oito pontos de aplicação de cargas. A Figura 2.43 ilustra o esquema de ensaio adotado.

Figura 2.43 - Esquema de ensaio de pórtico de reação metálico utilizado por Oliveira (2013)

Fonte: Oliveira (2013)

Quanto à locação das cargas nas lajes, os pontos de aplicação e as placas de distribuição de carga são ilustrados em planta nas Figuras 2.44 e 2.45. Também é possível ver nas imagens que cada ponto de aplicação de carga é dividido em dois, ou seja, as cargas aplicadas à laje, na verdade, foram distribuídas em oito pontos de aplicação de carga.

Figura 2.44 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LN.

Fonte: Oliveira (2013)

Figura 2.45 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LS e LW.

Fonte: Oliveira (2013)

Com suas pesquisas, Oliveira (2013) verificou que a formulação da NBR 6118 apresentou 63% de seus resultados contra a segurança para as lajes submetidas apenas a carga centrada, com relação V_u / V_{NBR} média geral de 0,93 e um coeficiente de variação de 0,17. Para esses mesmos ensaios os resultados obtidos através das estimativas da norma Eurocode 2: 2004, dentre as normas aqui analisadas foram os mais precisos, apresentando para a relação V_u / V_{EC2} um valor médio de 1,09 e coeficiente de variação de 0,18. A norma ACI-318M-2008, apresentou as previsões mais conservadoras, tendo para a relação V_u / V_{ACI} um valor médio de 1,43 e coeficiente de variação com valor bastante alto de 0,24, isso reflete a subestimação das parcelas de resistência à punção adotada por essa norma.

Para as lajes submetidas à carregamento excêntrico, a NBR 6118 apresentou novamente resultados contra a segurança com valor médio de 0,87 para a relação V_u / V_{NBR} e um coeficiente de variação de 0,19. Quanto ao EC2, o foi verificado que apenas as lajes armadas com armadura de cisalhamento do tipo *studs* obtiveram relação V_u / V_{EC2} acima da unidade, ou seja, nenhuma das lajes armadas ao cisalhamento com estribos abertos ou fechados apresentou resultados a favor da segurança. Segundo Oliveira (2013), isso demonstra que embora não haja diferenciação sobre o tipo de armadura empregada nas recomendações desta norma, há indícios de que a norma está mais insegura quando não são usadas armaduras de cisalhamento tipo *double-headed stud*. Já o ACI apresentou para a relação V_u / V_{ACI} um valor médio de 1,39 e coeficiente de variação com valor relativamente alto de 0,22, e, portanto o melhor desempenho dentre os métodos teóricos avaliados para as lajes ensaiadas.

2.4.2 Trabalhos internacionais

Um dos pioneiros em pesquisas experimentais envolvendo transferência de momento fletor da laje para o pilar foi Moe (1961, apud SOUZA (2008)).

Dentre seus estudos, foram ensaiadas doze lajes de concreto armado quadradas, com lados de 182,9 cm, espessura de 15,2 cm e um pilar quadrado, variando as excentricidades dos momentos aplicados.

Os resultados das lajes ensaiadas são exibidos na Tabela 2.18, a qual só apresenta 10 valores, pois dois ensaios foram desconsiderados já que apresentaram ruptura devido a flexão e não por punção.

Tabela 2.18 - Principais características das lajes ensaiadas por Moe (1961, apud SOUZA (2008))

Laje	d (mm)	Pilar (mm)	Fc (MPa)	ρ (%)	Mu (kN.m)	Vu (kN)
M1A	124	305 x 305	20,8	1,29	0	433
M2A	124	305 x 305	15,5	1,29	39,4	213
M4A	124	305 x 305	17,7	1,29	62,5	144
M2	124	305 x 305	25,7	1,29	57,2	292
M3	124	305 x 305	22,7	1,29	70,2	207
M6	122	254 x 254	26,5	1,17	40,2	239
M7	122	254 x 254	25,0	1,17	19,0	311
M8	122	254 x 254	24,6	1,17	65,3	150
M9	122	254 x 254	23,2	1,17	33,9	267

Fonte: Souza (2008)

Baseado em seus experimentos, Moe (1961, apud SOUZA (2008)) concluiu que a seção crítica para o cisalhamento estava situada diretamente contígua ao perímetro do pilar, e que para as ligações entre laje e pilar submetidas ao cisalhamento e a

transferência de momento, poderia ser calculada a tensão vertical de cisalhamento, v_1 , utilizando a equação (14).

$$v_1 = \frac{V}{A_c} + K \frac{M_c}{J_c} \quad (14)$$

Onde:

V é a carga de cisalhamento aplicada;

M_c é o momento aplicado;

A_c é a área da seção crítica;

c é distância do centróide do pilar até a seção crítica, na direção paralela a aplicação do momento. Assim, para um pilar interno, quadrado, com lado igual r , temos

$$A_c = 4rd \text{ e } J_c = \frac{2r^3 d}{3}.$$

K é o fator de redução do momento o qual considera a parte de momento resistida por flexão nas faces perpendiculares a direção de aplicação do momento, e a parte resistida por momentos de torção devido a tensões horizontais, atuando nas faces paralelas ao momento.

O coeficiente K foi determinado experimentalmente por Moe (1961, apud SOUZA (2008)) admitindo que a máxima tensão vertical na ruptura fosse igual à tensão vertical de ruptura se a laje fosse carregada concentricamente. Assim ele verificou que para todas as suas lajes a tensão última de ruptura poderia ser determinada pela equação (14), com desvio padrão de 0,103, utilizando um coeficiente K com valor de 1/3.

Figura 2.46 – Esquema das lajes analisadas por Moe (1961, apud SOUZA (2008))

Fonte: Próprio autor

Hanson & Hanson (1968) ensaiaram experimentalmente dezessete lajes com 76 mm de espessura, das quais dezesseis tinham lados de 2134x1219 mm e um pilar interno retangular, e uma laje com dimensões de 1007x1219 mm simulou uma ligação com pilar de borda.

Todas as lajes apresentaram um pilar concretado monoliticamente e apoiado nas suas extremidades por sistemas articulados, a uma distância de 762 mm para cima e para baixo da laje, gerando apoios e permitindo o giro na direção da aplicação de momento. Além disso, antes da concretagem, pinos de aço foram soldados à armadura do pilar na parte de cima da laje.

Conforme mostrado na Figura 2.47, o carregamento foi aplicado nas bordas das lajes a uma distância de 914 mm do centro do pilar.

Figura 2.47 - Dimensões e linha de carga das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)

Medidas em milímetros

Fonte: Hanson & Hanson (1968)

As lajes ensaiadas foram divididas em quatro configurações de geometria, denominadas como A, B, C e D, como mostrado na Figura 2.48. As lajes das configurações A, B e C tiveram um pilar centrado e na configuração D o pilar foi posicionado na borda do lado de 1219 mm.

O conjunto da configuração tipo A era formado por doze lajes com pilar quadrado com lados de 152 mm, das quais oito tinham dois furos de 25x152 mm adjacentes ao pilar, (quatro com os furos paralelos ao maior lado da laje, tipo L, e quatro com os furos paralelos aos menores lados da laje, tipo C) conforme ilustrado nas Figuras 2.48 e 2.49.

Figura 2.48 - Configuração das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)

Medidas em milímetros

Fonte: Hanson & Hanson (1968)

Figura 2.49 - Configuração dos furos das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)

Medidas em milímetros

Fonte: Hanson & Hanson (1968)

As configurações do tipo B e C eram compostas por duas lajes cada com um pilar retangular de 152x305 mm e 305x152mm, respectivamente. Já a configuração D foi testada apenas para uma laje.

As lajes ensaiadas possuíam apenas armadura de flexão composta por uma malha ortogonal com barras de 10 mm de diâmetro, espaçadas a cada 76 mm em cada direção.

Foram utilizados três métodos de carregamento nos ensaios nomeados como tipos I, II e III. O primeiro método, tipo I, consistia em aplicar cargas inversas iguais de maneira que apenas momento fosse transferido ao pilar, não havendo transferência de carga vertical.

O objetivo era simular casos de carregamentos laterais atuando em um edifício, causados por vento ou terremoto.

O segundo método, tipo II, aplicava as cargas iguais nos dois lados da laje produzindo momento e cisalhamento na laje sem transferência de momento ao pilar (apenas com transferência de carga vertical), simulando assim a carga gravitacional.

O terceiro método, tipo III, representava o carregamento combinado de cargas laterais e gravitacionais. Para isso a carga foi aplicada em apenas um lado da laje, gerando momento e cisalhamento combinado na ligação da laje com o pilar.

Na Tabela 2.19 podem ser vistas as características, cargas e momentos de ruptura das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968), onde a primeira letra indica a configuração geométrica, e a última letra indica os tipos de furos da laje.

Tabela 2.19 - Principais características das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)

Laje ^a	Carregamento Método	Pilar (mm)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	M_u (kN.m)	V_u (kN)
A1	I	152 x 152	30,3	365,4	22,3	5,7
A2	I ^c	152 x 152	31,3	375,8	24,3	4,8
A3L	I	152 x 152	37,0	364,0	24,1	4,1
A4L	I ^c	152 x 152	33,4	373,7	23,8	4,8
A5C	I	152 x 152	35,0	371,6	15,8	5,1
A6C	I ^c	152 x 152	34,9	368,2	17,0	4,6
B7	I	152 x 305	33,0	354,4	35,7	4,9
C8	I	305 x 152	32,8	410,9	31,4	5,6
A9	II	152 x 152	34,7	368,9	0,7	62,9
A10L	II	152 x 152	30,9	354,4	0,6	57,5
A11C	II	152 x 152	33,4	348,2	0,4	57,7
A12	III	152 x 152	33,2	372,3	20,5	26,9
A13L	III	152 x 152	32,8	370,3	19,9	26,2
A14C	III	152 x 152	35,6	372,3	13,4	19,1
D15	III	152 x 152	31,1	365,4	9,9	12,1
B16	III	152 x 305	30,4	340,6	27,3	34,4
C17	III	305 x 152	36,0	341,3	24,7	31,5

$d=57$ mm, $\rho = 1,71\%$ para todas as lajes;

^a primeira letra indica a configuração geométrica mostrada na Figura 2.47 e a última letra, quando usada, indica que a laje possui furo como indicado na Figura 2.48;

^c Sentido do carregamento invertido depois de 25%, 50% e 75% da carga última estimada.

Fonte: Hanson & Hanson (1968)

A partir de seus ensaios Hanson & Hanson (1968) descreveram que, após uma revisão de trabalho proposta por Moe (1961, apud SOUZA (2008)), o Committee 326, ASCE-ACI, adotou um limite para a tensão de cisalhamento equivalente $4(d/r + 1)\sqrt{f'_c}$ para uma seção localizada no perímetro do pilar.

Deste modo essa alteração acarretou a uma equivalente recomendação do ACI Building Code (1963), que adotou um limite para a tensão de cisalhamento igual a $4\sqrt{f'_c}$ para uma seção crítica distante “ $d/2$ ” do perímetro do pilar.

O Committee 326 utilizou a seguinte expressão para avaliar o resultado de 25 ensaios:

$$v_1 = \frac{V}{A_c} + \frac{K M_c}{J_c} \quad (15)$$

Sendo que para um pilar interno:

$$A_c = 2d(x + y) \quad (16)$$

Onde:

$$J_c = \frac{x^3 d}{6} + \frac{x d^3}{6} + \frac{x^3 y d}{2} \quad (17)$$

$$x = (r_1 + d) \text{ e } y = (r_2 + 3t) \quad (18)$$

Onde t é a espessura da laje, r_1 e r_2 correspondem respectivamente aos lados do pilar paralelo e perpendicular à direção do momento.

Baseados em seus resultados e nos obtidos por Moe (1961), Hanson & Hanson (1968) concluíram que o método para determinação da tensão resistente última proposto por Moe (1961) é de simples aplicação e gerou resultados satisfatórios. Além disso, verificaram que o método recomendado pelo ACI-ASCE Committee 316 forneceu boas previsões da tensão de ruptura das ligações entre laje e pilar apenas quando o fator de redução de momento K foi alterado de 0,2 para 0,4.

E também concluíram que a investigação elaborada poderia ser utilizada em conjunto com a Seção 1707 do ACI Building Code (1963), descrita da seguinte forma:

Quando cargas gravitacionais desbalanceadas, vento ou terremoto causar transferência de momento entre a coluna e a laje, 60% do momento pode ser considerado transferido por flexão através do perímetro crítico, localizado a “ $d/2$ ” do perímetro do pilar, e 40% por excentricidade do cisalhamento ao redor do centróide da seção crítica. A variação das tensões de cisalhamento pode ser considerada linear ao longo da seção crítica e, a tensão de cisalhamento máxima não pode exceder $4\sqrt{f'_c}$.

De acordo com Islam & Park (1976), durante um terremoto a estrutura é submetida à sucessivos momentos desbalanceados e reversos os quais degradam a resistência ao cisalhamento e assim podem ocasionar a ruptura de uma laje lisa devido ao cisalhamento ao redor do pilar. Assim, apesar dos códigos de projeto analisados em seu trabalho considerarem que as estruturas possuíam ductilidade suficiente para absorver e dissipar a energia sem colapso durante um evento de terreno, ainda faltam informações sobre o comportamento das ligações entre laje e pilar submetidas à carregamentos sísmicos.

Assim com o objetivo de analisar as questões citadas, Islam & Park (1976) ensaiaram experimentalmente oito lajes com dimensões reduzidas em 50% comparadas as grandezas reais, as quais foram submetidas à um carregamento característico de abalo sísmico associado ao gravitacional.

As lajes ensaiadas eram retangulares com dimensões de 3050x2288 mm e 89 mm de espessura com um pilar central quadrado com lados de 229 mm, ligado monoliticamente à laje, como ilustrado na Figura 2.50.

O carregamento gravitacional aplicado era constituído por 24 blocos de concreto com peso de 0,89 kN pendurados na laje nos pontos indicado com x na Figura 2.50, além do peso próprio da laje totalizando 35,8 kN.

Figura 2.50 - Dimensões e carregamento das lajes ensaiadas por Islam & Park (1976)

Medidas em milímetros

Fonte: Islam & Park (1976)

Com a utilização de atuadores hidráulicos foi aplicado um carregamento axial de 500 kN sobre o pilar, além de carregamentos inversos nos quatro pontos indicados com um círculo na Figura 2.50, gerando uma transferência de momento da laje para o pilar. Islam & Park (1976), variaram a presença de armadura de cisalhamento para investigar o comportamento das ligações entre laje e pilar quanto à ductilidade e a carga de ruptura.

As lajes 1, 2 e 3C não possuíram armadura de cisalhamento, já a laje 4S apresentou armadura de cisalhamento composta de quatro barras dobradas em cada direção. Na laje 5S a armadura de cisalhamento era formada por dois perfis U em cada direção. Nas lajes 6CS, 7CS e 8CS foram adotados 28 estribos espaçados entre si 38 mm em cada direção, em formato de cruz. A mesma configuração foi adotada para a laje 6CS diferenciando apenas a duplicação dos estribos com 6,3 mm de diâmetro. Nas lajes 7CS e 8CS os estribos foram simples com 6,3mm e 4,8mm de diâmetro, respectivamente.

Os carregamentos estáticos cíclicos, os quais geram momentos desbalanceados e simulam efeitos de terremoto, foram aplicados nas lajes com a letra C após os números. Já para as lajes sem a letra C o carregamento foi aplicado monoliticamente com acréscimo de momento desbalanceado. A letra S simboliza que a laje possui armadura de cisalhamento.

Na Tabela 2.20 são apresentados os dados experimentais das lajes ensaiadas

Tabela 2.20 - Principais características das lajes ensaiadas por Islam & Park (1976)

Laje	Arm. de Cisalham.	f_c (Mpa)	f_y (Mpa)	f_y^* (Mpa)	M_u (kN.m)	V_u (kN)
1	não	27,3	356	-	30,5	35,8
2	não	31,9	374	-	37,7	35,8
3C	não	29,7	316	-	35,8	35,8
4S	sim	31,9	329	329	41,4	35,8
5S	sim	30,5	284	293	39,5	35,8
6CS	sim	28,2	290	378	38,4	35,8
7CS	sim	29,7	304	365	41,7	35,8
8CS	sim	22,1	293	388	34,9	35,8

$d = 70\text{mm}$, $\rho = 1,72\%$ para todas as lajes;
 *tensão de escoamento da armadura de cisalhamento

Fonte: Islam & Park (1976)

Após seus ensaios Islam & Park (1976) concluíram que as ligações entre laje e pilar cujas lajes não possuíam armadura de cisalhamento apresentaram ductilidade pequena e a ruptura sucedeu de modo repentino por uma tensão diagonal de ruptura, ocorrendo o fendilhamento do concreto ao longo das barras na parte superior da laje. Já para as lajes com barras dobradas como armadura de cisalhamento foi observado apenas acréscimo de resistência da ligação, mas não de ductilidade.

Para os casos com uso de perfis “U” laminados verificou-se o aumento de resistência da ligação e acréscimo limitado da ductilidade.

E por fim, tanto as lajes com estribos simples quanto duplos, foram observadas ampliações da resistência e da ductilidade da conexão, quando submetidas à momentos desbalanceados cíclicos.

Hawkins, Bao & Yamasaki (1989) ensaiaram 36 lajes quadradas com lados de 210 cm, das quais a maioria foi ligada monoliticamente a um pilar também quadrado com 30,5 cm de lados.

Para gerar o momento foram aplicados carregamentos em 12 pontos das bordas da laje, espaçados a cada 610 mm.

O pilar foi protendido contra a laje de reação com um tirante que atravessava pelo seu centro, e a reação ao momento foi realizada por uma força horizontal aplicada com um atuador hidráulico entre a face superior do pilar e uma estrutura de reação independente. Assim, o sistema de aplicação de carga e as dimensões são ilustrados na Figura 2.51.

Figura 2.51 - Sistema de aplicação de cargas e dimensões das lajes ensaiadas por Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)

Carregamento L: $AV = 0,107$; $BV = 0,072$; $M/V = 130\text{mm}$

Carregamento H: $AV = 0,188$; $BV = 0,031$; $M/V = 577\text{mm}$

Medidas em milímetros

Fonte: Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)

Hawkins, Bao & Yamasaki (1989) separaram as lajes ensaiadas em sete séries, nomeadas de A a G. A série A era formada por 6 lajes, as quais foram utilizadas como referência nos experimentos. Nas demais séries foram analisadas a variação de uma determinada variável no comportamento das lajes: na série B (6 lajes) a altura das lajes, na série C (5 lajes) a resistência do concreto, na série D (4 lajes) a utilização de concreto estrutural leve, na série E (6 lajes) o uso de estribos como armadura de cisalhamento, na série F (6 lajes) os padrões de distribuição da armadura de flexão e na série G (6 lajes) foi mantido constante o perímetro do pilar

(com 121,9 cm) e variada de 0,5 a 0,3 a taxa de retangularidade. Na Figura 2.52 podem ser verificadas as variações adotadas nas séries E e F.

Figura 2.52 - Características das armaduras das lajes ensaiadas Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)

(a) Armadura de flexão e cisalhamento

(b) Armadura de flexão - Lajes da Série F, mesma armação nas duas direções

Todas as lajes ensaiadas tinham um cobrimento da armadura superior de flexão de 19 mm, e quase todas possuíam espessura de 152 mm, exceto as lajes da série B que apresentavam altura de 114 mm.

Além disso, houve variação das taxas de armadura de todas as séries, exceto na série G.

As características das lajes, as cargas e momentos de ruptura podem ser vistos na Tabela 2.21.

Tabela 2.21 - Principais características das lajes ensaiadas por Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)

Laje ^(a)	d (mm)	Pilar $c_1 \times c_2$ (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	M_u (kN.m)	V_u (kN)
6AH	120	305 x 305	0,60	31,3	472	90,4	169
9,6AH	117	305 x 305	0,96	30,7	415	97,7	187
14AH	113	305 x 305	1,40	30,3	420	100,2	205
6AL	120	305 x 305	0,60	22,7	472	32,7	244
9,6AL	117	305 x 305	0,96	28,9	415	34,6	257
14AL	113	305 x 305	1,40	27,0	420	43,4	319
7,3BH	82	305 x 305	0,73	22,2	472	39,0	80
9,5BH	82	305 x 305	0,95	19,8	472	45,4	94
14,2BH	79	305 x 305	1,42	29,5	415	51,0	102
7,3BL	82	305 x 305	0,73	18,1	472	12,8	130
9,5BL	82	305 x 305	0,95	20,0	472	16,6	142
14,2BL	79	305 x 305	1,42	20,5	415	20,9	162
6CH	120	305 x 305	0,60	52,4	472	95,1	186
9,6CH	117	305 x 305	0,96	57,2	415	113,1	218

Continua

Conclusão

Laje ⁽¹⁾	d (mm)	Pilar $c_1 \times c_2$ (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	M_u (kN.m)	V_u (kN)
14CH	113	305 x 305	1,40	54,7	420	133,3	252
6CL	120	305 x 305	0,60	49,5	472	36,8	273
14CL	113	305 x 305	1,40	47,7	420	49,4	362
6DH	120	305 x 305	0,60	30,0	472	65,8	134
14DH	113	305 x 305	1,40	31,7	420	98,8	195
6DL	120	305 x 305	0,60	28,7	472	24,4	232
14DL	113	305 x 305	1,40	24,3	420	34,8	282
14EH-0,49	113	305 x 305	1,40	25,1	420	117,9	226
9,6EH-0,34	117	305 x 305	0,96	25,5	472	99,8	199
9,6EH-0,48	117	305 x 305	0,96	25,8	472	86,2	226
14EL-0,49	113	305 x 305	1,40	26,9	420	44,4	354
9,6EL-0,34	117	305 x 305	0,96	23,4	472	33,3	290
9,6EL-0,56	117	305 x 305	0,96	28,5	472	43,1	345
10,2FHI	121	305 x 305	1,02	25,9	472/420	74,0	153
10,2FHO	121	305 x 305	1,02	33,8	472/420	89,9	183
14FHI	113	305 x 305	1,40	31,2	420	102,5	206
6FLI	120	305 x 305	0,60	25,9	472	27,1	227
10,2FLI	121	305 x 305	1,02	18,1	472/420	26,9	240
10,2FLO	121	305 x 305	1,02	26,5	472/420	35,0	290
9,6GH-2	117	203 x 406	0,96	24,7	472	82,3	165
9,6GH-0,5	117	406 x 203	0,96	26,3	472	89,6	182
9,6GH-3	117	457 x 152	0,96	27,0	472	83,4	165

⁽¹⁾ Os numerais indicam a taxa de armadura da laje multiplicada por 1000. A primeira letra indica a série, a segunda indica o carregamento. Os numerais e letras adicionais indicam: para a série E, a porcentagem de armadura de cisalhamento em uma seção com 305 mm de largura; para a série F, se a posição da concentração de armadura de flexão se encontra dentro (letra I) ou fora (letra O) do pilar; para a série G, a taxa de retangularidade (C_1/C_2).

Fonte: Hawkins, Bao & Yamasaki (1989)

Hawkins, Bao & Yamasaki (1989) compararam as recomendações do ACI318-83 aos seus resultados de carga última e deslocamento das lajes ensaiadas obtidos experimentalmente, e concluíram que:

- As recomendações de cálculo da resistência da ligação da laje com o pilar interno com transferência de momento prescritas pelo ACI318-83 podem ser consideradas razoáveis. Verificou-se que o conservadorismo da norma cresce proporcional ao aumento da taxa de armadura, no entanto para lajes com taxas de armadura menores que 0,7% as previsões não se apresentaram conservadoras;
- Verificaram que capacidade de transferência de momento pode ser reduzida devido ao fendilhamento do concreto e ao efeito de pino das lajes com armadura de flexão passando dentro do pilar;
- A rigidez rotacional das ligações entre laje e pilar é reduzida proporcionalmente ao aumento da carga, e para as lajes não fissuradas as previsões de rigidez rotacional verificadas pelo ACI 318-83 foram próximas ao real. Assim para as lajes fissuradas ensaiadas foi determinada a seguinte equação para determinação da rigidez rotacional:

$$(K_{ec})_{test} = (17\rho + 0,085)(K_{ec})_{calc} \quad (19)$$

Onde

$(K_{ec})_{test}$ é a rigidez rotacional da laje fissurada ensaiada

$(K_{ec})_{calc}$ é a rigidez de cálculo determinada pelo ACI318-83

3 Prescrições normativas

Neste capítulo serão apresentadas as recomendações normativas nacional (NBR6118:2014) e internacionais (*fib* MC2010: 2013, EC2:2004, e ACI-318:2014) sobre o fenômeno de punção.

3.1 NBR6118: 2014

A NBR 6118:2014 prevê a verificação das lajes sem armadura de cisalhamento em pelo menos duas superfícies críticas, onde se localizam as forças concentradas.

- A primeira superfície, denominada como contorno C , é o próprio perímetro do pilar onde é verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto utilizando a tensão de cisalhamento.
- Já a segunda, conhecida como contorno C' , é um perímetro crítico situado a “ $2d$ ” da superfície do pilar, como mostrado na Figura 3.1, onde utilizando novamente a tensão de cisalhamento do contorno verifica-se a capacidade da ligação entre laje e pilar à punção, associada a resistência à tração diagonal.

Essas verificações exigem que a tensão solicitante de cálculo seja menor ou igual tensão resistente de cálculo.

Figura 3.1 - Seção de ruptura em função da armadura de punção – NBR6118: 2014

Fonte: ABNT (2014)

Em uma laje com pilar interno e carregamento simétrico, a tensão solicitante de cálculo para os contornos C e C' pode ser calculada pela equação (20):

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} \quad (20)$$

Sendo:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (21)$$

Vale ressaltar que é possível descontar da força de punção F_{sd} a parcela da força distribuída aplicada na face oposta da laje dentro do contorno verificado.

Já nos casos de carregamentos assimétricos, em que além da força vertical também existe transferência de momento para o pilar, deve ser utilizada a equação (22):

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{KM_{sd}}{W_p d} \quad (22)$$

Os valores do coeficiente K , o qual define a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento, dependem da relação entre as dimensões do pilar (para pilares retangulares) e estão indicados na Tabela 3.1. Para pilar circular a norma considera $K = 0,6$.

Tabela 3.1 - Valores do coeficiente K – NBR6118: 2014

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Onde:

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força

Fonte: ABNT (2014)

W_p é módulo resistente da seção crítica e seu valor é dado pelas equações (23) e (24), para pilares retangulares e circulares respectivamente:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (23)$$

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad (24)$$

Com a expressão (25) também é possível calcular W_p , desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico.

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad (25)$$

Onde:

dl é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico u ;

e é a distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua M_{sd} ;

As tensões solicitantes de cálculo definidas pela expressão (22) devem ser comparadas as tensões resistentes de cálculo para cada contorno.

No contorno C a verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto exige que:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \quad (26)$$

Onde $\alpha_v = (1 - f_{ck} / 250)$, com f_{ck} em Megapascal.

A norma também prevê que o valor de τ_{Rd2} pode ser ampliado em 20% devido ao efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, desde que não haja aberturas junto ao pilar e que os vãos que chegam a ele não diferem mais que 50%.

A verificação do contorno C' exige que:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp} \quad (27)$$

Sendo:

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$, que é a taxa geométrica de armadura.

d a altura útil da laje em centímetros.

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais calculadas em uma largura igual a dimensão ou área carregada do pilar acrescida de “ $3d$ ” para cada lado do pilar.

Nos casos em que foi necessária a utilização de armadura de cisalhamento as tensões devem ser verificadas utilizando a equação (28):

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{20/d}\right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u d} \quad (28)$$

Onde:

s_r é o espaçamento radial entre linhas de armaduras de punção, não podendo ser maior que “ $0,75d$ ”;

A_{sw} é a área da armadura de punção de uma camada;

α é o ângulo formado entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje;

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, devendo ser menor que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, os valores podem ser aumentados conforme indicado abaixo:

- 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;
- 435 MPa (f_{ywd}) para lajes com espessura maior que 35 cm;

Quando se faz necessária a utilização de armadura transversal na laje, ela deve ser constituída por no mínimo três linhas de conectores tipo pino com extremidade alargada, posicionadas radialmente ou em cruz em camadas paralelas a partir das faces do pilar até um contorno “ C ” localizado a uma distância “ $2d$ ” da última camada de armaduras, conforme mostrado nas Figuras 3.2 e 3.3, onde não é mais constatada a necessidade de armadura.

Figura 3.2 - Perímetro crítico externo a armadura de cisalhamento de acordo com a NBR6118: 2014

Fonte: ABNT (2014)

Figura 3.3 - Disposição da armadura de punção em corte recomendada pela NBR6118: 2014

Fonte: ABNT (2014)

Para os casos de furos distanciados a menos de " $8d$ " do contorno do pilar, a norma NBR6118: 2014 prevê uma alteração dos perímetros críticos C e C' a ser considerado, como ilustrado na Figura 3.4. Caso a laje tenha armadura, o contorno C'' também deve ser verificado considerando a redução devido à presença de furo.

Figura 3.4 - Perímetro crítico para aberturas na laje- NBR 6118:2014

Fonte: ABNT (2014)

3.2 *fib* Model Code 2010:2013

O *fib* MC 2010 apresenta uma série de mudanças significativas com relação à sua versão anterior CEB/FIP-MC90, principalmente com relação ao dimensionamento à punção. As alterações foram baseadas na proposta de Muttoni (2008), conhecida como Teoria da Fissura Crítica por Cisalhamento (CSCT).

A nova versão normativa do *fib* MC2010:2013 recomenda a verificação da capacidade resistente da laje à punção no perímetro crítico localizado a uma distância equivalente a metade da altura útil efetiva ($0,5d_v$) do pilar como mostrado na Figura 3.5.

Figura 3.5 - Perímetros críticos em torno de pilares ou área carregada – *fib* MC2010: 2013

Fonte: International Federation for Structural Concrete – *fib* MC2010 (2013)

A resistência à punção V_{Rd} para lajes com armadura de cisalhamento é calculada como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (29)$$

Onde:

$V_{Rd,c}$ é a resistência do concreto em conjunto com a armadura longitudinal;

$V_{Rd,s}$ é resistência à punção devido a armadura de cisalhamento;

A resistência à punção atribuída ao concreto $V_{Rd,c}$ é determinada com a equação (30):

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (30)$$

Onde:

f_c é a resistência à compressão do concreto em MPa;

γ_c é o coeficiente de ponderação do concreto;

b_0 é o perímetro crítico;

k_{ψ} é um coeficiente cujo valor depende de deformações (rotações) da laje, como indicado na expressão a seguir:

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9\psi d k_{dg}} \leq 0,6 \quad (31)$$

Onde:

ψ é a rotação da laje em torno do pilar na região de ruptura.

k_{dg} é um parâmetro que varia em função do diâmetro máximo do agregado.

Caso o diâmetro seja menor que 16 mm o valor de k_{dg} é calculado por:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \leq 0,75 \quad (32)$$

com d_g em mm.

Quando a distribuição da tensão de cisalhamento não é uniforme devido a descontinuidades geométricas nas lajes, como furos próximos ao pilar, ou há concentração de tensões devido a transferência de momento da laje para o pilar, deve-se utilizar o perímetro crítico reduzido:

$$b_{1,red} = k_e b_0 \quad (33)$$

Onde:

$b_{1,red}$ é o perímetro crítico reduzido;

k_e é um coeficiente de excentricidade ou fator de redução do perímetro crítico assumindo 0,9 para pilares internos; 0,7 para pilares de bordo e 0,65 para pilares de canto;

O coeficiente de excentricidade pode ser determinado em função da transferência do momento do pilar para a laje:

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u / b_u} \quad (34)$$

Onde:

e_u é a excentricidade resultante da força de cisalhamento com centróide do perímetro crítico (Figura 3.6);

b_u é o diâmetro de um círculo equivalente a mesma superfície da região dentro do perímetro crítico.

A posição da excentricidade da força em relação ao centroide do perímetro básico de controle pode ser calculada conforme mostrado na Figura 3.6.

Figura 3.6 - Posição da força resultante V_{Ed} de acordo com *fib* MC2010:2013

Força de cisalhamento resultante: (a) locação do centróide da área carregada; (b) perímetro de controle básico aproximado para cálculo da posição do centróide da excentricidade entre força resultante e o centróide do perímetro de controle.

Nota: corrigida a excentricidade da Figura 3.6 (a)

Fonte: International Federation for Structural Concrete – *fib* MC2010 (2013)

A contribuição da armadura de cisalhamento é determinada com a equação (35):

$$V_{Rd,s} = \Sigma A_{sw} k_e \sigma_{swd} \sen \alpha \quad (35)$$

Sendo:

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \psi}{6} \left(\sen \alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad (36)$$

Onde:

A_{sw} é a área da seção transversal da armadura de cisalhamento ancorada adequadamente a qual intercepta a superfície de ruptura (superfície cônica com ângulo de 45°) dentro da zona delimitada por $0,35 d_v$ e d_v a partir da área carregada (Figura 3.7)

ψ é a rotação da laje em torno do pilar na região da ruptura;

σ_{swd} é a tensão ativada pela armadura de cisalhamento;

α é o ângulo entre as armaduras de cisalhamento e a laje;

ϕ_w é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

f_{ywd} é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;

f_{bd} é a tensão de aderência da armação e para barras nervuradas pode ser assumida como 3 MPa.

Figura 3.7 - Armadura de cisalhamento – *fib* MC2010: 2013

Fonte: International Federation for Structural Concrete – *fib* MC2010 (2013)

Em lajes com armadura de cisalhamento a resistência mínima deve ser:

$$\Sigma A_{sw} k_e f_{ywd} \geq 0,5 V_{Ed} \quad (37)$$

A resistência à punção máxima é limitada pela resistência ao esmagamento do concreto ou área carregada:

$$V_{Rd,max} = k_{sys} k_{\psi} \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} b_0 d_v \leq \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (38)$$

O coeficiente k_{sys} é 2,8 para *studs*, 2,4 para estribos com comprimento de ancoragem suficiente e para outros casos pode ser adotado 2,0.

O parâmetro ψ representa a rotação da laje em torno do pilar, conforme ilustrado na Figura 3.8.

Figura 3.8 - Rotação (ψ) da laje

Fonte: International Federation for Structural Concrete – *fib* MC2010 (2013)

A definição da rotação ψ da laje em relação ao plano está atrelada ao nível de aproximação desejada, sendo que quanto maior o nível de aproximação melhor é a previsão estimada pela norma. O nível I é utilizado para uma laje plana regular, projetada de acordo com uma análise elástica sem redistribuição significativa de forças internas; o nível II é recomendado nos casos em que há redistribuição significativa do momento fletor; o nível III é usado quando a obtenção dos momentos de flexão e o dimensionamento da armadura de flexão são feitos com auxílio de uma análise elástica-linear; o nível IV determina a rotação baseado em uma análise não linear da estrutura. As expressões para cálculo da rotação da laje na área exterior à ruptura são apresentadas na Tabela 3.2 para os diferentes níveis de aproximação.

Tabela 3.2 - Diferentes níveis de aproximação para o cálculo de ψ

Nível de Aproximação	Rotação - ψ	Equação
I	$\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s}$	(39)
II	$\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{Sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$	(40)
III	$\psi = 1,2 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{Sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$	(41)
IV	Cálculo com auxílio de um programa de análise não linear	

Fonte: Próprio autor baseado em informações do *fib* MC 2010: 2013

Onde:

r_s é a distância do centro do pilar até ao raio onde o momento fletor é nulo, sendo este valor aproximadamente $0,22 L_x$ ou $0,22 L_y$ em lajes regulares em que a razão dos vãos está entre 0,5 e 2,0;

E_s é o módulo de elasticidade do material das armaduras longitudinais;

m_{Rd} é a resistência à flexão média de projeto por unidade de comprimento numa faixa carregada (para a direção considerada);

m_{Sd} é o momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa (para a direção considerada), e corresponde a:

Para pilares internos (nível de aproximação II):

$$m_{Sd} = V_{Ed} \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) \quad (42)$$

Para pilares de borda (nível de aproximação II):

$$m_{Sd} = V_{Ed} \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) \geq \frac{V_{Ed}}{4} \quad (43)$$

Para pilares de canto (nível de aproximação II):

$$m_{Sd} = V_{Ed} \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) \geq \frac{V_{Ed}}{2} \quad (44)$$

Onde o termo $|e_{u,i}|$ refere-se à excentricidade da força de cisalhamento resultante com o respectivo perímetro de controle básico na direção pesquisada.

b_s é a largura da faixa carregada ou analisada para o cálculo de m_{Sd} :

$$b_s = 1,5 \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \geq L_{\min} \quad (45)$$

Na região próxima as bordas da laje a largura da faixa deve ser limitada a b_{sr} conforme mostrado na Figura 3.9 para pilares de borda e canto.

Figura 3.9 - Dimensões da área carregada ou analisada de acordo com *fib* MC2010: 2013

Fonte: International Federation for Structural Concrete – *fib* MC2010 (2013)

Neste trabalho as cargas de ruptura teóricas foram calculadas utilizando o nível de aproximação II.

A resistência à punção na região externa a que possui armadura de cisalhamento pode ser determinada utilizando a equação (46) em um perímetro crítico localizado a uma distância máxima efetiva a “ $3d_v$ ” entre dois elementos de reforço de cisalhamento (Figura 3.10):

$$V_{Rd,out} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} b_{out} d_v \quad (46)$$

Figura 3.10 - Perímetro crítico fora da região armada conforme *fib* MC 2010: 2013

Fonte: International Federation for Structural Concrete – *fib* MC2010 (2013)

Sendo b_{out} o perímetro crítico afastado “ $0,5d_v$ ” da última camada de armadura de cisalhamento.

Como ilustrado na Figura 3.11, para os casos de furos distanciados a menos de “ $5,5d_v$ ” perímetro crítico ou devido a presença de tubulação ou feixes de tubos, o modelo da *fib* MC2010 prevê a utilização do perímetro crítico b_0 (equação 33) no cálculo da resistência a punção.

Figura 3.11 - Redução do perímetro crítico $b_{1,red}$ na presença de furos e tubos

Fonte: International Federation for Structural Concrete – *fib* MC2010 (2013)

3.3 Eurocode 2: 2004

O Eurocode 2:2004 recomenda que seja verificada a resistência à punção em dois contornos das lajes lisas sem armadura de cisalhamento. A primeira verificação é feita no perímetro do pilar, no contorno conhecido como u_0 , já a segunda análise é feita no perímetro de controle u_1 , localizado a uma distância “ $2d$ ” da face do pilar, esse contorno é ilustrado na Figura 3.12 para diferentes geometrias de pilar.

Figura 3.12 - Perímetro de controle conforme EC 2: 2004

Fonte: European Committee for Standardization – Eurocode 2(2004)

- Na verificação do contorno u_0 a tensão atuante de cálculo deve atender a seguinte condição:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \leq \tau_{Rd, máx} = 0,5 \nu f_{cd} \quad (47)$$

Onde:

V_{Ed} é a força concentrada.

u_0 é o perímetro do pilar.

d é a altura útil da laje determinada por:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (21)$$

$$\nu = 0,60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (48)$$

Sendo, portanto a carga máxima resistente determinada por:

$$V_{Rd,máx} = 0,3 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} u_0 d \quad (49)$$

Na verificação do perímetro de controle u_1 , a tensão solicitante de cálculo é definida pela seguinte expressão:

$$\tau_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad (50)$$

Onde:

β é o coeficiente que considera os efeitos da excentricidade da carga, deste modo quando não houver excentricidade deve-se considerar $\beta = 1,0$.

Já nos casos de carregamentos assimétricos na laje, β é determinado pela equação (50):

$$\beta = \left(1 + K \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} \right) \quad (51)$$

Sendo W_1 o módulo resistente da seção crítica e seu valor é dado pela equação (52):

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl \quad (52)$$

Onde:

dl é o comprimento elementar do perímetro de controle;

e é a distância de dI ao eixo em torno do qual atua o momento solicitante;

Para pilares retangulares W_1 também pode ser calculado por:

$$W_1 = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (53)$$

Onde:

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

O coeficiente de eficiência K assume os apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Valores do coeficiente K - Eurocode 2: 2004

c_1/c_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: European Committee for Standardization – Eurocode 2(2004)

Assim para uma laje lisa com pilar interno, as verificações exigem que a tensão solicitante de cálculo seja menor ou igual a tensão resistente de cálculo, conforme equação (54):

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd,c} \quad (54)$$

Sendo a tensão resistente $\tau_{Rd,c}$ determinada pela equação (55):

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp} \quad (55)$$

Onde:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \text{ com } d \text{ em mm (size effect)}$$

$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \rho_{1y}} \leq 0,02$, que representa a taxa geométrica de armadura nas duas direções ortogonais calculada em um distância igual à dimensão do pilar acrescida de “ $3d$ ” para cada um dos lados.

O coeficiente de minoração γ_c é adotado com o valor de 1,5.

A carga resistente nesse perímetro é, portanto, calculada com a equação (56):

$$V_{Rd,c} = \tau_{Rd,c} \cdot u_1 \cdot d = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} \cdot u_1 \cdot d + k_1 \cdot \sigma_{cp} \cdot u_1 \cdot d \quad (56)$$

Nos casos em que foi necessária a utilização de armadura de cisalhamento a resistência da laje é calculada utilizando a equação (57):

$$V_{Rd,cs} = 0,75 \tau_{Rd,c} u_1 d + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd,ef} \sin \alpha \leq V_{Rd,máx} \quad (57)$$

Onde:

$$f_{ywd,ef} = (250 + 0,25d) \leq f_{ywd} \quad (58)$$

$f_{ywd,ef}$ é a resistência de escoamento da armadura de cisalhamento efetiva.

Além disso deve ser analisada a ruptura por punção na região externa a região com armadura de cisalhamento. Nesse caso utilizando a equação (59) é verificada a resistência do concreto em um perímetro de controle u_{out} localizado a “ $1,5d$ ” da última camada de armadura, conforme ilustrado na Figura 3.13.

$$\tau_{Rd,c} = \frac{V_{Rd,c}}{u_{out} d} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} \quad (59)$$

Figura 3.13 - Perímetro de controle localizado a “ $1,5d$ ” da última camada de armação de cisalhamento - EC2: 2004

Fonte: European Committee for Standardization – Eurocode 2(2004)

Para os casos de furos distanciados a menos de “ $6d$ ” do contorno do pilar, a norma EC2: 2004 prevê uma alteração dos perímetros de controle a ser considerado, como ilustrado na Figura 3.14.

Figura 3.14 - Perímetro crítico considerando furos conforme EC2: 2004

Fonte: European Committee for Standardization – Eurocode 2(2004)

3.4 ACI-318:2014

O ACI-318: 2014 recomenda que a punção seja verificada nas seções críticas localizadas a uma distância “ $0,5d$ ” do perímetro do pilar ou de cargas concentradas, contornos os quais são denominados como perímetro efetivo b_0 , conforme ilustrado na Figura 3.15.

Figura 3.15 - Perímetros efetivos conforme ACI-318: 2014

Fonte: American Concrete Institute - ACI (2014)

Após a determinação do perímetro efetivo, compara-se a tensão solicitante com a tensão resistente, conforme equação (60):

$$\phi v_n \geq v_u \quad (60)$$

Sendo:

v_n : a tensão resistente minorada pelo coeficiente $\phi = 0,75$.

v_u : a tensão atuante.

Para lajes sem armadura de cisalhamento a tensão resistente será composta apenas pela componente resistente do concreto, portanto:

$$v_n = v_c \quad (61)$$

Assim a tensão resistente v_c deve ser o menor valor encontrado para as equações (62) a (64):

$$v_c = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} \quad (62)$$

$$v_c = \frac{1}{12} \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2 \right) \sqrt{f'_c} \quad (63)$$

$$v_c = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \quad (64)$$

Onde:

β_c é a razão da maior sobre a menor dimensão do pilar.

α_s é uma constante que varia em função da posição do pilar na laje, sendo 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto.

f'_c é a resistência característica do concreto.

A tensão de cisalhamento atuante nos contornos críticos de controle num pilar interno resulta do esforço cortante, acrescida da parcela de momento fletor transferida ao pilar por cisalhamento, e pode ser determinada pelas equações (65) e (66).

A Figura 3.16 mostra a suposta tensão de cisalhamento variando linearmente ao redor do centróide (c-c) das seções críticas.

Figura 3.16 - Suposta distribuição de esforços cortantes ACI-318: 2014

Fonte: American Concrete Institute - ACI (2014)

$$v_{u(AB)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c} \quad (65)$$

$$v_{u(CD)} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v M_u c_{CD}}{J_c} \quad (66)$$

Onde:

c_{AB} e c_{CD} são as distâncias entre os lados e o centróide da seção crítica considerada;

V_u e M_u são os esforços cortante e momento majorados atuantes na seção;

A_c é a área de concreto da seção crítica, calculada por: $A_c = b_0 d$;

J_c é análogo ao momento polar de inércia da seção crítica, que para um pilar interno pode ser obtido pela equação (67):

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^3}{2} \quad (67)$$

γ_v é o coeficiente que define a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento, e é calculado pela equação (68):

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} \quad (68)$$

Sendo b_1 a dimensão da seção crítica na direção de aplicação do momento fletor e b_2 a dimensão perpendicular à b_1 .

A tensão máxima verificada no contorno do pilar é calculada pelas expressões:

$$v_{R,max} = 0,5\sqrt{f'_c} \quad (69) : \text{ para o uso de estribos como armadura de cisalhamento}$$

$$v_{R,max} = 0,66\sqrt{f'_c} \quad (70): \text{ para o uso de } studs \text{ como armadura de cisalhamento}$$

A resistência à punção das lajes com armadura de cisalhamento conta com as parcelas resistentes do concreto e do aço, assim para ligações com transferência de momento:

$$\phi v_n = \frac{\phi (V_{R,c} + V_{R,s})}{b_0 \cdot d} \quad (71)$$

Para lajes com armadura de cisalhamento a parcela resistente do aço é calculada pela equação (72):

$$V_{R,s} = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (72)$$

Para os casos em que a armadura de cisalhamento é formada por barras dobradas, a contribuição do concreto será limitada por:

$$V_{R,c} = 0,17\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (73)$$

Já para os casos em que a armadura de cisalhamento é formada por *studs*:

$$V_{R,c} = 0,25\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (74)$$

Onde:

A_s é a área da armadura de cisalhamento por camada;

f_y é a tensão de escoamento do aço da armadura transversal em MPa, devendo ser menor ou igual a 420 MPa;

s é o espaçamento entre os componentes da armadura de cisalhamento;

α é o ângulo formado entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje;

Além disso deve ser analisada a ruptura por punção no trecho externo à região com armadura de cisalhamento. Nesse caso é verificada a resistência do concreto em um perímetro de controle situado a “0,5 d ” da última camada de armadura, conforme ilustrado na Figura 3.17.

Figura 3.17 - Perímetro crítico a “0,5 d ” da última camada de armadura - ACI-318: 2014

$$\begin{aligned} U &= 8 \{ 2A + E \} \\ A &= d (\tan \beta) / 2 \\ E &= 2 \sin \beta \{ s_0 + (n-1) s + c/2 \} \\ \beta &= 22.5^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U &= (4A + E + c - 2x) 4 \\ A &= d (\tan \beta) / 2 \\ E &= \sqrt{2} (ns + s_0 + x) \\ \beta &= 22.5^\circ \end{aligned}$$

Fonte: American Concrete Institute - ACI (2014)

Para os casos de furos na região próxima ao contorno do pilar, a norma americana prevê uma alteração do perímetro de controle a ser considerado, como ilustrado na Figura 3.18. Já os furos distanciados a mais de “ $10h$ ” podem ser desconsiderados.

Figura 3.18 - Perímetro crítico para lajes com furos conforme ACI-318: 2014

Fonte: American Concrete Institute - ACI (2014)

4. Apresentação dos dados experimentais utilizados nas comparações

Nesse capítulo serão apresentados os dados experimentais, retirados de outras pesquisas, que serão utilizados nas comparações com as normas NBR 6118: 2014, ACI-318: 2014, EC2:2004 e *fib* MC2010: 2013.

Os dados foram retirados das pesquisas elaboradas por Teng *et al.* (1999), Souza (2008), Ferreira (2010), Oliveira (2012) e Oliveira (2013), e agrupados em quatro séries que analisarão o efeito que o momento fletor transferido da laje para o pilar e a presença de furos geram na ligação entre a laje e o pilar.

As quatro séries analisadas são:

- Série 1: Lajes com carregamento simétrico;
- Série 2: Lajes com carregamento excêntrico;
- Série 3: Lajes com furo e carregamento simétrico;
- Série 4: Lajes com furo e carregamento excêntrico;

4.1 Série 1: Lajes com carregamento simétrico

Essa série de dados é composta por resultados experimentais extraídos das pesquisas realizadas por Ferreira (2010) e Oliveira (2013), cujos históricos foram apresentados no Capítulo 2. A Tabela 4.1 apresenta as principais características das lajes sem transferência de momento fletor da laje para o pilar analisadas nesta série.

Tabela 4.1 - Principais características da Série 1: lajes sem transferência de momento fletor

Armadura de Cisalhamento											Pilar	
Autores	Laje	V_u (kN)	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	nº de Cam.	A_{sw}/Cam (mm ²)	s_0 (mm)	s_r (mm)	$f_{ys,w}$ (MPa)	a (mm)	b (mm)
FERREIRA (2010)	LC01	858	143	1,50	47,8	6	785,4	70	100	573	270	0
	LC02	956	140	1,55	46,9	6	785,4	70	100	573	360	0
	LC03	1077	142	1,41	48,9	6	785,4	70	100	573	450	0
	LC04	1122	140	1,55	47,9	6	942,5	70	100	573	360	0
	LC05	1118	140	2,05	49,7	6	785,4	70	100	573	360	0
	LC06	1078	143	1,45	48,6	6	785,4	70	100	573	360	0
	LC07	1110	144	1,60	49,0	7	785,4	55	80	573	360	0
	LC08	1059	144	1,62	48,1	6	942,5	70	100	573	360	0
	LS01	1022	145	1,54	48,3	2	942,5	70	100	573	300	300
	LS02	1128	143	1,46	49,4	4	942,5	70	100	573	300	300
	LS05	779	143	1,58	50,5	-	-	-	-	-	300	300
	LS07	1197	143	1,70	48,9	4	1472,7	70	100	530	300	300
OLIVEIRA (2013)	LN01	1084	143	1,58	55,1	3	704	70	100	573	400	200
	LN02	1144	143	1,58	53,8	6	704	70	100	573	400	200
	LN03	786	143	1,58	51,2	-	-	-	-	-	400	200
	LN04	966	143	1,58	55,5	4	436	70	100	651	400	200
	LN05	1143	142	1,60	54,8	5	1718	70	100	602	400	200

* Para as lajes LC01 a LC08 a dimensão **a** se refere ao diâmetro do pilar circular

Fonte: Próprio autor

4.2 Série 2: Lajes com carregamento excêntrico

Essa série de dados também é composta por resultados experimentais extraídos das pesquisas realizadas por Ferreira (2010) e Oliveira (2013), cujos históricos foram apresentados no Capítulo 2. A Tabela 4.2 apresenta as principais características das lajes com transferência de momento fletor da laje para o pilar analisadas nesta série.

Tabela 4.2 - Principais características da Série 2: lajes com transferência de momento fletor

		Armadura de Cisalhamento											Pilar	
Autores	Laje	V _u (KN)	M _u (KN.m)	eu (mm)	d (mm)	ρ (%)	f _c (MPa)	nº de Cam.	A _{sw} /Cam (mm²)	s ₀ (mm)	s _r (mm)	f _{ys,w} (MPa)	a (mm)	b (mm)
FERREIRA (2010)	LS03	699	220	315	145	1,54	50,3	2	942,5	70	100	573	300	300
	LS04	722	227	315	143	1,46	49,2	4	942,5	70	100	573	300	300
	LS06	528	166	315	144	1,56	50,1	-	-	-	-	-	300	300
	LS08	934	294	315	144	1,68	48,4	4	1472,7	70	100	530	300	300
OLIVEIRA (2013)	LS01	425	114	268	143	1,58	53,8	-	-	-	-	-	400	200
	LS02	763	218	286	144	1,56	53,9	3	704	70	100	573	400	200
	LS03	775	234	302	142	1,60	54,4	6	704	70	100	573	400	200
	LS04	712	183	257	143	1,58	51,3	4	436	70	100	651	400	200
	LS05	926	272	294	142	1,60	51,0	5	1718	70	100	602	400	200
	LS06	904	252	279	143	1,58	53,0	6	1100	70	100	597	400	200
	LW01	336	124	369	141	1,62	50,2	-	-	-	-	-	200	400
	LW02	711	189	266	143	1,58	52,2	3	704	70	100	573	200	400
	LW03	733	195	266	142	1,60	51,5	6	704	70	100	573	200	400
	LW04	617	131	212	142	1,60	51,5	4	436	70	100	651	200	400
	LW05	815	241	296	142	1,60	50,6	5	1718	70	100	602	200	400

Fonte: Próprio autor

4.3 Série 3: Lajes com furo e carregamento simétrico

Essa série de dados é composta por resultados experimentais extraídos das pesquisas de Teng *et al.* (1999) e Souza (2008), cujo histórico foi apresentado no Capítulo 2. As distribuições dos furos foram apresentadas na Tabela 2.14 e Figura 2.19, já na Tabela 4.3 é possível ver as principais características das lajes com furo e sem transferência de momento fletor da laje para o pilar analisadas nessa série.

Tabela 4.3 - Principais características da Série 3: lajes com furo e sem transferência de momento fletor

Autores	Laje	V_u (kN)	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	Pilar	
						a (mm)	b (mm)
SOUZA (2008)	L2	240	123	0,87	32,3	200	500
	L3	250	125	1,17	39,5	200	500
	L4	237	124	0,52	39,1	200	500
	L5*	416	122	1,21	36,7	200	500
	L6*	425	121	1,15	36,7	200	500
	L7	455	123	1,48	37,2	200	500
	L9	375	123	1,48	34,2	200	500
	L16	474	125	1,02	44,0	200	500
	L19	411	126	1,05	39,0	200	500
Teng et al.(1999)	L2	108	349	1,70	33,9	200	200
	L3	109	373	1,69	34,1	200	200
	L4	105	207	1,74	38,6	200	200
	L5	110	443	1,67	36,3	600	200
	L7	114	467	1,61	36,6	600	200
	L8	108	484	1,70	36,9	600	200
	L9	109	340	1,69	43,0	600	200
	L10	112	512	1,64	43,1	600	200
*Nas lajes L5 e L6 foram adicionadas armaduras de cisalhamento constituídas de duas barras dobradas de $\phi 12,5$ mm, bent bar, com uma inclinação de 45° com $f_{ys,w}=595$ MPa.							

Fonte: Próprio autor

4.4 Série 4: Lajes com furo e carregamento excêntrico

Essa série de dados é composta por resultados experimentais extraídos das pesquisas realizadas por Souza (2008) e Oliveira (2012), cujos históricos foram apresentados no Capítulo 2. A distribuição dos furos foi apresentada na Figura 2.39 e na Tabela 2.14, já na Tabela 4.4 é possível verificar as principais características das lajes com furo e transferência de momento fletor da laje para o pilar analisadas nesta série.

Tabela 4.4 - Principais características da Série 4: lajes com furo e transferência de momento fletor

									Pilar
Autores	Laje	V_u (kN)	M_u (kN.m)	e_u (mm)	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	a (mm)	b (mm)
SOUZA (2008)	L8	192	86	449	123	1,48	34,2	200	500
	L10	189	83	439	123	1,48	34,2	200	500
	L11	299	139	465	125	1,44	36,7	200	500
	L12	319	74	233	123	1,48	37,8	200	500
	L13	277	62	223	124	1,46	36,4	200	500
	L14	274	126	459	121	0,93	42,4	200	500
	L15	364	67	183	123	0,91	43,2	200	500
	L17	279	59	213	125	1,02	35,8	200	500
	L18	322	53	165	126	1,05	37,3	200	500
OLIVEIRA (2012)	L2	266	117	439	122	1,19	44,1	200	500
	L3	250	114	455	125	1,17	42,8	200	500
	L4	137	59	431	123	1,20	44,6	200	500
	L5	213	27	127	122	1,22	44,5	200	500
	L6	305	66	216	124	1,19	45,6	200	500
	L7	257	41	160	121	1,24	46,8	200	500

Fonte: Próprio autor

5. Análise dos resultados

Esse capítulo pretende avaliar a precisão de alguns dos principais métodos teóricos utilizados pelas recomendações normativas para a estimativa da resistência à punção de lajes lisas em concreto armado.

A metodologia adotada consiste na comparação de resultados de ensaios experimentais com os resultados teóricos recomendados pelas normas NBR 6118: 2014 (NBR), Eurocode 2: 2004 (EC2), ACI-318: 2014 (ACI) e *fib* Model Code 2010: 2013 (MC).

Foram analisadas quatro situações de projeto de lajes lisas em concreto armado. A primeira situação é o caso de lajes com armadura de cisalhamento submetidas à carregamento simétrico, designada como Série 1. No segundo caso foram analisadas lajes com armadura de cisalhamento submetidas à carregamento excêntrico com transferência de momentos na ligação entre laje e pilar, denominada de Série 2.

A Série 3 consistiu na análise de lajes lisas sem armadura de cisalhamento, submetidas à carregamento simétrico e com furos adjacentes ao pilar. E por fim a Série 4 verificou o caso de lajes sem armadura de cisalhamento, mas com a presença de furos e transferência de momento na ligação entre a laje e o pilar, devido ao carregamento excêntrico aplicado.

É importante destacar que devido a quantidade de dados experimentais utilizados no cálculo dos coeficientes de variação, os valores encontrados são menos significativos quando comparados às análises contendo 32 dados ou mais.

5.1 Série 1: Análise de lajes com carregamento simétrico

Os resultados apresentados e avaliados neste caso são procedentes das pesquisas de Ferreira (2010) e Oliveira (2013) que estudaram o caso de lajes lisas com armadura de cisalhamento e submetidas à carregamento simétrico, ou seja, as lajes analisadas possuem características semelhantes.

A série é formada por uma seleção com dezessete lajes, das quais duas são lajes de referência, não possuem armadura de cisalhamento e são usadas para comparação com demais lajes com armadura de cisalhamento.

As Tabelas 5.1 a 5.4 exibidas a seguir apresentam as cargas últimas de ensaio e uma comparação com as cargas últimas previstas pelas normas, seguida de uma avaliação estatística através da média e do coeficiente de variação destes valores.

Tabela 5.1 - Previsão da carga de ruptura pelo *fib* Model Code 2010: 2013 – Série 1

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{máx}$ (kN)	V_{MC} (kN)	V_u/V_{MC}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LC01	858	1083,5	1156,6	1046,6	1046,6	0,82	0,97	0,10	10%
	LC02	956	1154,4	1129,4	1106,2	1106,2	0,86			
	LC03	1077	1257,0	1115,6	1162,4	1115,6	0,97			
	LC04	1122	1245,9	935,2	1112,3	935,2	1,20			
	LC05	1118	1273,6	1365,7	1337,6	1273,6	0,88			
	LC06	1078	1169,2	1146,9	1116,6	1116,6	0,97			
	LC07	1110	1195,7	1219,8	1194,5	1194,5	0,93			
	LC08	1059	1272,2	1263,4	1196,7	1196,7	0,88			
	LS01	1022	1296,4	943,5	1199,9	943,5	1,08			
	LS02	1128	1287,9	1054,4	1144,8	1054,4	1,07			
	LS05	779	796,0	-	796,0	796,0	0,98			
	LS07	1197	1569,8	1145,4	1239,8	1145,4	1,04			
OLIVEIRA (2013)	LN01	1084	1169,3	1036,7	1192,1	1036,7	1,05			
	LN02	1144	1946,5	1234,4	1184,9	1184,9	0,97			
	LN03	786	774,9	-	774,9	774,9	1,01			
	LN04	966	1821,7	1113,5	1194,3	1113,5	0,87			
	LN05	1143	2445,9	1172,3	1184,4	1172,3	0,98			

Nota: foi adotado nível II de aproximação para cálculo de ψ

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.2 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2: 2004 – Série 1

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{máx}$ (kN)	V_{EC2} (kN)	V_u/V_{EC2}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LC01	858	977,9	909,8	1406,8	909,8	0,94	1,16	0,16	14%
	LC02	956	996,5	876,1	1809,9	876,1	1,09			
	LC03	1077	1052,1	885,5	2368,9	885,5	1,22			
	LC04	1122	1107,9	666,6	1839,3	666,6	1,68			
	LC05	1118	1046,7	972,3	1891,5	972,3	1,15			
	LC06	1078	1020,6	904,6	1899,6	904,6	1,19			
	LC07	1110	1186,8	950,5	1924,8	950,5	1,17			
	LC08	1059	1157,9	1073,0	1897,9	1073,0	0,99			
	LS01	1022	1172,4	768,9	2034,2	768,9	1,33			
	LS02	1128	1146,0	1007,4	2040,6	1007,4	1,12			
	LS05	779	664,2	-	2074,6	664,2	1,17			
	LS07	1197	1543,1	1063,0	2025,0	1063,0	1,13			
OLIVEIRA (2013)	LN01	1084	1009,1	968,8	2211,4	968,8	1,12			
	LN02	1144	1005,0	1180,5	2173,6	1005,0	1,14			
	LN03	786	667,3	-	2096,0	667,3	1,18			
	LN04	966	821,4	1102,1	2222,9	821,4	1,18			
	LN05	1143	1709,8	1179,5	2187,3	1179,5	0,97			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.3 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 1

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{máx}$ (kN)	V_{NBR} (kN)	V_u/V_{NBR}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LC01	858	1018,3	1113,6	1266,1	1018,3	0,84	1,00	0,12	12%
	LC02	956	1045,8	1078,5	1628,9	1045,8	0,91			
	LC03	1077	1104,5	1084,1	2132,0	1084,1	0,99			
	LC04	1122	1154,9	854,8	1655,4	854,8	1,31			
	LC05	1118	1107,6	1206,9	1702,3	1107,6	1,01			
	LC06	1078	1066,6	1107,3	1709,7	1066,6	1,01			
	LC07	1110	1230,1	1161,3	1732,3	1161,3	0,96			
	LC08	1059	1201,9	1294,8	1708,1	1201,9	0,88			
	LS01	1022	1215,8	925,0	1830,7	925,0	1,10			
	LS02	1128	1190,9	1197,5	1836,5	1190,9	0,95			
	LS05	779	732,9	-	1867,1	732,9	1,06			
	LS07	1197	1580,5	1255,5	1822,5	1255,5	0,95			
OLIVEIRA (2013)	LN01	1084	1062,7	1175,0	1990,2	1062,7	1,02			
	LN02	1144	1058,1	1417,0	1956,2	1058,1	1,08			
	LN03	786	736,3	-	1886,4	736,3	1,07			
	LN04	966	880,5	1332,5	2000,6	880,5	1,10			
	LN05	1143	1745,2	1418,7	1968,6	1418,7	0,81			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.4 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 1

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{máx}$ (kN)	V_{ACI} (kN)	V_u/V_{ACI}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LC01	858	792,4	800,6	846,6	792,4	1,08	1,45	0,33	23%
	LC02	956	838,3	818,9	994,0	818,9	1,17			
	LC03	1077	930,1	895,7	1218,9	895,7	1,20			
	LC04	1122	934,7	774,0	1004,5	774,0	1,45			
	LC05	1118	849,4	839,5	1023,2	839,5	1,33			
	LC06	1078	865,5	853,1	1039,7	853,1	1,26			
	LC07	1110	992,8	831,8	1053,4	831,8	1,33			
	LC08	1059	965,4	847,7	1043,7	847,7	1,25			
	LS01	1022	1022,4	430,4	1183,9	430,4	2,37			
	LS02	1128	1011,3	633,2	1175,5	633,2	1,78			
	LS05	779	600,2	-	900,4	600,2	1,30			
	LS07	1197	1327,5	634,7	1169,5	634,7	1,89			
OLIVEIRA (2013)	LN01	1084	893,1	579,9	1241,4	579,9	1,87	1,45	0,33	23%
	LN02	1144	887,5	897,3	1226,7	887,5	1,29			
	LN03	786	604,4	-	906,6	604,4	1,30			
	LN04	966	733,8	691,6	1245,9	691,6	1,40			
	LN05	1143	1489,2	790,2	1226,6	790,2	1,45			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.5 - Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 1

Autores	Lajes	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC}
FERREIRA (2010)	LC01	0,84	0,94	1,08	0,82
	LC02	0,91	1,09	1,17	0,86
	LC03	0,99	1,22	1,20	0,97
	LC04	1,31	1,68	1,45	1,20
	LC05	1,01	1,15	1,33	0,88
	LC06	1,01	1,19	1,26	0,97
	LC07	0,96	1,17	1,33	0,93
	LC08	0,88	0,99	1,25	0,88
	LS01	1,10	1,33	2,37	1,08
	LS02	0,95	1,12	1,78	1,07
	LS05	1,06	1,17	1,30	0,98
	LS07	0,95	1,13	1,89	1,04
OLIVEIRA (2013)	LN01	1,02	1,12	1,87	1,05
	LN02	1,08	1,14	1,29	0,97
	LN03	1,07	1,18	1,30	1,01
	LN04	1,10	1,18	1,40	0,87
	LN05	0,81	0,97	1,45	0,98
Média		1,00	1,16	1,45	0,97
Desvio Padrão		0,12	0,16	0,33	0,10
Coeficiente de Variação		12%	14%	23%	10%

Fonte: Próprio autor

A Tabela 5.5 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais e os teóricos para as lajes da Série 1.

Fazendo uma avaliação geral das superfícies de ruptura, observa-se que o MC apresentou os resultados menos satisfatórios, com muitos valores contra a segurança, o valor médio das relações V_u/V_{MC} foi de 0,97, ou seja, foi verificado um erro médio de 3% na previsão da carga de ruptura, contra a segurança.

O ACI foi a recomendação normativa mais conservadora, tendo apresentado resultados com um erro médio de 45% a favor da segurança, a ponto de não apresentar nenhum resultado contra a segurança, o que seria natural se o erro médio fosse próximo do valor desejável 1,0.

Para o EC2 as estimativas obtidas foram satisfatórias com um erro médio de 16% na relação V_u / V_{EC2} e por fim para a norma brasileira NBR foi verificada a melhor estimativa, sendo que o valor médio de V_u / V_{NBR} apresentou 0% de erro e um coeficiente de variação relativamente baixo de 12%. Apesar da NBR e EC2 apresentarem modelos de cálculo semelhantes para esta série, a diferença observada foi devido a dois fatores: a limitação da taxa de armadura da laje ($\rho \leq 2\%$) e ao *size effect*, estimado por $1 + (200 / d)^{1/2}$, mas limitado em no máximo 2,0 pelo EC2. O objetivo dessa limitação é reduzir o incremento das estimativas de resistência à punção de lajes lisas com altura útil inferior a 200 mm.

Devido ao fato da punção ser um fenômeno com ruptura frágil e seus critérios de dimensionamento serem baseados em modelos empíricos, um pouco de conservadorismo deve ser mantido nas recomendações normativas, assim sugere-se que as limitações do *size effect* e da taxa de armadura propostas pelo EC2 sejam adotadas para a norma brasileira NBR6118:2014.

5.2 Série 2: Análise de lajes com carregamento excêntrico

Assim como na Série 1, os resultados avaliados na Série 2 foram extraídos das pesquisas de Ferreira (2010) e Oliveira (2013), mas para esse caso as lajes analisadas possuem armadura de cisalhamento e foram submetidas à carregamento excêntrico, ou seja, houve transferência de momento na ligação entre a laje e o pilar.

A série é composta por quinze lajes, das quais somente três, uma de Ferreira (2010) e duas de Oliveira (2013), são lajes de referência e não possuem armadura de cisalhamento.

As Tabelas 5.6 a 5.9 expostas a seguir apresentam as cargas últimas de ensaio e uma comparação com as cargas últimas previstas pelas normas, seguida de uma avaliação estatística através da média e do coeficiente de variação destes valores.

Tabela 5.6 - Previsão da carga de ruptura pelo *fib* Model Code 2010: 2013 – Série 2

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{máx}$ (kN)	V_{MC} (kN)	V_u/V_{MC}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LS03	699	792,9	550,5	700,1	550,5	1,27	1,14	0,16	14%
	LS04	722	779,0	607,8	659,9	607,8	1,19			
	LS06	528	460,8	-	460,8	460,8	1,15			
	LS08	934	957,1	662,8	717,7	662,8	1,41			
OLIVEIRA (2013)	LS01	425	481,3	-	481,3	481,3	0,88			
	LS02	763	1192,4	619,7	712,9	619,7	1,23			
	LS03	775	1160,0	720,5	691,2	691,2	1,12			
	LS04	712	1125,8	680,2	729,6	680,2	1,05			
	LS05	926	1470,0	680,5	687,5	680,5	1,36			
	LS06	904	1321,2	742,9	713,1	713,1	1,27			
	LW01	446	461,0	-	461,0	461,0	0,97			
	LW02	711	1210,2	629,2	723,6	629,2	1,13			
	LW03	733	1200,5	747,2	716,9	716,9	1,02			
	LW04	617	1198,6	725,0	777,2	725,0	0,85			
	LW05	815	1463,1	677,3	684,3	677,3	1,20			

Nota: foi adotado nível II de aproximação para cálculo de ψ

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.7 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2: 2004 – Série 2

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{máx}$ (kN)	V_{EC2} (kN)	V_u/V_{EC2}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LS03	699	727,1	573,4	2097,4	573,4	1,22	1,10	0,15	14%
	LS04	722	703,9	839,7	2034,4	703,9	1,03			
	LS06	528	410,6	-	2076,7	410,6	1,29			
	LS08	934	956,2	909,1	2023,3	909,1	1,03			
OLIVEIRA (2013)	LS01	425	427,8	-	2173,6	427,8	0,99			
	LS02	763	624,7	765,8	2191,8	624,7	1,22			
	LS03	775	601,4	1012,2	2175,8	601,4	1,29			
	LS04	712	517,6	879,2	2099,0	517,6	1,38			
	LS05	926	1032,8	971,3	2075,3	971,3	0,95			
	LS06	904	796,7	1021,1	2150,0	796,7	1,13			
	LW01	446	449,8	-	2036,5	449,8	0,99			
	LW02	711	699,7	778,3	2126,2	699,7	1,02			
	LW03	733	691,8	1024,4	2090,3	691,8	1,06			
	LW04	617	597,2	932,8	2090,3	597,2	1,03			
	LW05	815	1146,7	987,1	2063,1	987,1	0,83			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.8 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 2

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{NBR} (kN)	V_u/V_{NBR}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LS03	699	754,4	630,6	1887,6	630,6	1,11	1,02	0,15	15%
	LS04	722	731,5	989,1	1830,9	731,5	0,99			
	LS06	528	452,3	-	1869,0	452,3	1,17			
	LS08	934	978,0	1083,9	1821,0	978,0	0,96			
OLIVEIRA (2013)	LS01	425	472,1	-	1956,2	472,1	0,90			
	LS02	763	656,8	935,7	1972,6	656,8	1,16			
	LS03	775	634,2	1205,5	1958,2	634,2	1,22			
	LS04	712	554,4	1084,0	1889,1	554,4	1,28			
	LS05	926	1053,4	1183,7	1867,7	1053,4	0,88			
	LS06	904	824,7	1247,6	1935,0	824,7	1,10			
	LW01	446	498,3	-	1832,8	498,3	0,90			
	LW02	711	736,4	976,1	1913,5	736,4	0,97			
	LW03	733	729,1	1239,4	1881,3	729,1	1,01			
	LW04	617	640,7	1147,7	1881,3	640,7	0,96			
	LW05	815	1169,4	1230,0	1856,8	1169,4	0,70			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.9 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 2

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	V_{out} (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{ACI} (kN)	V_u/V_{ACI}	Média	DV	CV
FERREIRA (2010)	LS03	699	602,1	319,2	1208,1	319,2	2,19	1,56	0,26	17%
	LS04	722	595,3	545,3	1173,1	545,3	1,32			
	LS06	528	353,9	-	905,1	353,9	1,49			
	LS08	934	867,2	559,8	1174,3	559,8	1,67			
OLIVEIRA (2013)	LS01	425	356,0	-	929,3	356,0	1,19			
	LS02	763	499,9	399,5	1239,2	399,5	1,91			
	LS03	775	479,8	680,9	1222,1	479,8	1,62			
	LS04	712	417,7	496,6	1197,8	417,7	1,70			
	LS05	926	810,5	571,2	1183,3	571,2	1,62			
	LS06	904	632,6	696,2	1217,5	632,6	1,43			
	LW01	446	336,4	-	881,1	336,4	1,33			
	LW02	711	517,2	404,6	1208,3	404,6	1,76			
	LW03	733	510,5	695,8	1189,1	510,5	1,44			
	LW04	617	454,7	522,8	1189,1	454,7	1,36			
	LW05	815	824,9	576,1	1178,7	576,1	1,41			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.10 - Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 2

Autores	Lajes	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC}
FERREIRA (2010)	LS03	1,11	1,22	2,19	1,27
	LS04	0,99	1,03	1,32	1,19
	LS06	1,17	1,29	1,49	1,15
	LS08	0,96	1,03	1,67	1,41
OLIVEIRA (2013)	LS01	0,90	0,99	1,19	0,88
	LS02	1,16	1,22	1,91	1,23
	LS03	1,22	1,29	1,62	1,12
	LS04	1,28	1,38	1,70	1,05
	LS05	0,88	0,95	1,62	1,36
	LS06	1,10	1,13	1,43	1,27
	LW01	0,90	0,99	1,33	0,97
	LW02	0,97	1,02	1,76	1,13
	LW03	1,01	1,06	1,44	1,02
	LW04	0,96	1,03	1,36	0,85
	LW05	0,70	0,83	1,41	1,20
Média		1,02	1,10	1,56	1,14
Desvio Padrão		0,15	0,15	0,26	0,16
Coeficiente de Variação		15%	14%	17%	14%

Fonte: Próprio autor

Na Tabela 5.10 são apresentadas as comparações das relações entre os valores experimentais e teóricos para as lajes da Série 2.

Analisando os resultados do ACI, assim como na Série 1, esta norma foi a mais conservadora pois apresentou para a relação V_u/V_{ACI} um valor médio de 1,56 e coeficiente de variação de 17%. É possível observar que para as lajes com altas taxas e um considerável número de camadas da armadura de cisalhamento, consequentemente um valor relativamente elevado do perímetro externo (u_{out}), a resistência à punção da biela de concreto tende a ser o menor valor entre as parcelas resistentes.

O MC apresentou a segunda maior média, com V_u/V_{MC} igual a 1,14 e com coeficiente de variação de 14%.

Os resultados obtidos através das estimativas da norma Eurocode 2: 2004 foram novamente bastante satisfatórios, apresentando para a relação V_u / V_{EC2} um valor médio de 1,10 e coeficiente de variação de 14%,

Quanto a NBR, novamente esta norma apresentou o melhor valor médio de estimativa, com V_u / V_{NBR} igual a 1,02 e coeficiente de variação de 15%.

Assim, como na Série 1, a pequena diferença de resultados observada entre a NB6118: 2014 e o EC2: 2004 se deve a limitação do *size effect* e da taxa de armação da laje. Sugere-se que tais limitações propostas pelo EC2 sejam adotadas para a norma brasileira também para a situação de projeto analisada nesta série.

5.3 Série 3: Análise de lajes com furos e carregamento simétrico

Na Série 3 serão avaliados os resultados das pesquisas de Teng *et al.* (1999) e Souza (2008), que contemplam neste caso lajes com e sem armadura de cisalhamento, com furos de diferentes tamanhos e posições adjacentes ao pilar e submetidas à carregamento simétrico, portanto sem transferência de momento ao pilar.

Esta série é composta por dezesseis lajes, das quais somente as lajes L5 e L6 (de SOUZA (2008)) tiveram armadura de cisalhamento constituída de duas barras dobradas, *bent bar*, com uma inclinação de 45°. A utilização de armadura foi devido aos baixos resultados observados para a carga de ruptura das lajes com furo de 400x400mm e sem armadura de cisalhamento.

As Tabelas 5.11 a 5.14 exibidas a seguir apresentam as cargas últimas de ensaio e uma comparação com as cargas últimas previstas pelas normas, seguida de uma avaliação estatística através da média e do coeficiente de variação destes valores.

Tabela 5.11 - Previsão da carga de ruptura pelo *fib* Model Code 2010: 2013 – Série 3

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{MC} (kN)	V_u/V_{MC}	Média	DV	CV
SOUZA (2008)	L2	240	367,9	367,9	367,9	0,65	0,83	0,16	20%
	L3	250	471,5	471,5	471,5	0,53			
	L4	237	293,6	293,6	293,6	0,81			
	L5	416	601,6	601,6	601,6	0,69			
	L6	425	581,4	581,4	581,4	0,73			
	L7	455	545,0	545,0	545,0	0,83			
	L9	375	496,2	496,2	496,2	0,76			
	L16	474	474,8	474,8	474,8	1,00			
	L19	411	397,1	397,1	397,1	1,03			
TENG et al. (1999)	L2	349,0	363,1	363,1	363,1	0,96	0,83	0,16	20%
	L3	373,0	382,2	382,2	382,2	0,98			
	L4	207,0	339,5	339,5	339,5	0,61			
	L6	443,0	498,2	498,2	498,2	0,89			
	L7	467,0	509,2	509,2	509,2	0,92			
	L8	484,0	475,9	475,9	475,9	1,02			
	L9	340,0	481,7	481,7	481,7	0,71			
	L10	512,0	480,7	480,7	480,7	1,07			

Nota: foi adotado nível II de aproximação para cálculo de ψ

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.12 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2:2004 – Série 3

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{EC2} (kN)	V_u/V_{EC2}	Média	DV	CV
SOUZA (2008)	L2	240	302,1	1240,4	302,1	0,79	1,21	0,35	29%
	L3	250	367,4	1496,7	367,4	0,68			
	L4	237	275,6	1472,4	275,6	0,86			
	L5	416	316,0	-	316,0	1,32			
	L6	425	293,9	-	293,9	1,45			
	L7	455	429,6	1396,4	429,6	1,06			
	L9	375	354,5	1084,9	354,5	1,06			
	L16	474	332,6	1489,6	332,6	1,43			
	L19	411	190,2	995,4	190,2	2,16			
TENG et al. (1999)	L2	349	243,0	569,7	243,0	1,44	1,21	0,35	29%
	L3	373	272,3	770,4	272,3	1,37			
	L4	207	210,5	616,9	210,5	0,98			
	L6	443	410,8	1433,6	410,8	1,08			
	L7	467	411,5	1709,5	411,5	1,13			
	L8	484	378,6	1426,7	378,6	1,28			
	L9	340	383,6	1630,0	383,6	0,89			
	L10	512	333,7	1438,2	333,7	1,53			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.13 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 3

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{NBR} (kN)	V_u/V_{NBR}	Média	DV	CV
SOUZA (2008)	L2	240	347,9	1562,9	347,9	0,69	1,01	0,30	30%
	L3	250	420,7	1885,8	420,7	0,59			
	L4	237	316,2	1855,3	316,2	0,75			
	L5	416	443,5	-	443,5	0,94			
	L6	425	431,3	-	431,3	0,99			
	L7	455	494,7	1759,5	494,7	0,92			
	L9	375	408,2	1367,0	408,2	0,92			
	L16	474	381,3	1876,9	381,3	1,24			
	L19	411	217,3	1254,2	217,3	1,89			
TENG et al. (1999)	L2	349	290,0	512,7	290,0	1,20			
	L3	373	324,2	693,3	324,2	1,15			
	L4	207	253,2	555,2	253,2	0,82			
	L6	443	487,7	1290,2	487,7	0,91			
	L7	467	483,6	1538,6	483,6	0,97			
	L8	484	451,8	1284,1	451,8	1,07			
	L9	340	456,6	1467,0	456,6	0,74			
	L10	512	394,1	1294,4	394,1	1,30			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.14 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 3

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{ACI} (kN)	V_u/V_{ACI}	Média	DV	CV
SOUZA (2008)	L2	240	282,0	469,9	282,0	0,85	1,34	0,34	0,25
	L3	250	319,6	532,6	319,6	0,78			
	L4	237	314,7	524,5	314,7	0,75			
	L5	416	315,1	497,4	315,1	1,32			
	L6	425	313,4	492,2	313,4	1,36			
	L7	455	368,3	613,8	368,3	1,24			
	L9	375	299,6	499,3	299,6	1,25			
	L16	474	349,8	583,0	349,8	1,35			
	L19	411	218,6	364,3	218,6	1,88			
TENG et al. (1999)	L2	349	193,7	290,5	193,7	1,80			
	L3	373	214,2	321,2	214,2	1,74			
	L4	207	165,8	248,7	165,8	1,25			
	L6	443	332,0	597,6	332,0	1,33			
	L7	467	327,1	588,8	327,1	1,43			
	L8	484	304,7	548,5	304,7	1,59			
	L9	340	294,14	529,46	294,1	1,16			
	L10	512	290,85	523,52	290,8	1,76			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.15 - Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 3

Autor	Laje	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC}
SOUZA (2008)	L2	0,69	0,79	0,85	0,65
	L3	0,59	0,68	0,78	0,53
	L4	0,75	0,86	0,75	0,81
	L5	0,94	1,32	1,32	0,69
	L6	0,99	1,45	1,36	0,73
	L7	0,92	1,06	1,24	0,83
	L9	0,92	1,06	1,25	0,76
	L16	1,24	1,43	1,35	1,00
	L19	1,89	2,16	1,88	1,03
TENG et al. (1999)	L2	1,20	1,44	1,80	0,96
	L3	1,15	1,37	1,74	0,98
	L4	0,82	0,98	1,25	0,61
	L6	0,91	1,08	1,33	0,89
	L7	0,97	1,13	1,43	0,92
	L8	1,07	1,28	1,59	1,02
	L9	0,74	0,89	1,16	0,71
	L10	1,30	1,53	1,76	1,07
Média		1,01	1,21	1,34	0,83
Desvio Padrão		0,30	0,35	0,34	0,16
Coeficiente de Variação		30%	29%	25%	20%

Fonte: Próprio autor

Observando os resultados verificou-se que as lajes L2, L3 e L4 de Souza (2008), com um furo quadrado de 400 mm de lado, adjacente ao menor lado do pilar, apresentaram estimativa contra a segurança para todas as normas. Sendo as piores estimativas verificadas para o MC e seguida pela norma brasileira NBR 6118.

De modo geral, apesar de a NBR ter apresentado a média de estimativas mais satisfatória, sendo o valor de V_u / V_{NBR} igual a 1,01, o desvio padrão e o coeficiente de variação foram altos, além de que foram observados muitos resultados contra a segurança.

As normas EC2 e ACI se mostraram conservadoras, com estimativas médias de 1,21 e 1,34 respectivamente, mas também com altos coeficientes de variação.

Já o MC apresentou quase todos os resultados contra a segurança e uma média das relações V_u / V_{MC} muito baixa com valor igual a 0,83. Esses resultados sugerem que as prescrições normativas não estão apropriadas para os diferentes tipos de situações de furo.

5.4 Série 4: Análise de lajes com furos e carregamento excêntrico

Por fim a Série 4 avalia o caso de lajes sem armadura de cisalhamento, com furos adjacentes ao pilar e submetidas à carregamento excêntrico, utilizando para isso os resultados obtidos das pesquisas elaboradas por Souza (2008) e Oliveira (2012).

Esta série é composta por quinze lajes com diferentes tamanhos e configurações de furos como apresentado no Capítulo 4.

As Tabelas 5.16 a 5.19 exibidas a seguir apresentam as cargas últimas de ensaio e uma comparação com as cargas últimas previstas pelas normas, seguida de uma avaliação estatística através da média e do coeficiente de variação destes valores.

Tabela 5.16 - Previsão da carga de ruptura pelo *fib* Model Code 2010: 2013 – Série 4

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{MC} (kN)	V_u/V_{MC}	Média	DP	CV
SOUZA (2008)	L8	192	255,6	255,6	255,6	0,75	0,91	0,21	23%
	L10	189	234,3	234,3	234,3	0,81			
	L11	299	260,9	260,9	260,9	1,15			
	L12	319	350,5	350,4	350,4	0,91			
	L13	277	316,5	316,5	316,5	0,88			
	L14	274	224,7	224,7	224,7	1,22			
	L15	364	344,8	344,8	344,8	1,06			
	L17	279	298,4	298,4	298,4	0,94			
	L18	322	276,5	276,5	276,5	1,16			
OLIVEIRA (2012)	L2	266	270,5	270,5	270,5	0,98			
	L3	250	230,0	230,0	230,0	1,09			
	L4	137	231,9	231,9	231,9	0,59			
	L5	213	391,0	391,0	391,0	0,54			
	L6	305	340,0	340,0	340,0	0,90			
	L7	257	369,8	369,8	369,8	0,69			

Nota: foi adotado nível II de aproximação para cálculo de ψ

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.17 - Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2:2004 – Série 4

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{EC2} (kN)	V_u/V_{EC2}	Média	DV	CV
SOUZA (2008)	L8	192	194,4	1301,9	194,4	0,99	1,24	0,42	34%
	L10	189	154,4	1084,9	154,4	1,22			
	L11	299	200,0	1409,1	200,0	1,49			
	L12	319	270,5	1414,9	270,5	1,18			
	L13	277	214,8	1124,3	214,8	1,29			
	L14	274	208,9	1789,3	208,9	1,31			
	L15	364	340,2	1838,6	340,2	1,07			
	L17	279	222,8	1260,2	222,8	1,25			
	L18	322	127,0	959,7	127,0	2,54			
OLIVEIRA (2012)	L2	266	238,5	1595,2	238,5	1,12	1,09	0,38	34%
	L3	250	170,3	1596,3	170,3	1,47			
	L4	137	174,1	1622,6	174,1	0,79			
	L5	213	279,4	1606,5	279,4	0,76			
	L6	305	242,4	1664,3	242,4	1,26			
	L7	260	300,7	1657,0	300,7	0,86			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.18 - Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118: 2014 – Série 4

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{NBR} (kN)	V_u/V_{NBR}	Média	DP	CV
SOUZA (2008)	L8	192	221,4	1171,7	221,4	0,87	1,09	0,38	34%
	L10	189	175,8	976,4	175,8	1,08			
	L11	299	226,6	1268,2	226,6	1,32			
	L12	319	308,0	1273,4	308,0	1,04			
	L13	277	250,9	1041,2	250,9	1,10			
	L14	274	238,8	1610,4	238,8	1,15			
	L15	364	387,5	1654,7	387,5	0,94			
	L17	279	252,6	1134,2	252,6	1,10			
	L18	322	143,5	863,7	143,5	2,24			
OLIVEIRA (2012)	L2	266	272,0	1435,7	272,0	0,98	1,09	0,38	34%
	L3	250	192,9	1436,6	192,9	1,30			
	L4	137	198,1	1460,3	198,1	0,69			
	L5	213	317,2	1445,9	317,2	0,67			
	L6	305	275,2	1497,9	275,2	1,11			
	L7	257	343,7	1491,3	343,7	0,75			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.19 - Previsão da carga de ruptura pelo ACI-318: 2014 – Série 4

Autores	Laje	V_u (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{m\acute{a}x}$ (kN)	V_{ACI} (kN)	V_u/V_{ACI}	Média	DP	CV
SOUZA (2008)	L8	192	134,7	588,5	134,7	1,42	1,48	0,40	27%
	L10	189	116,0	499,3	116,0	1,63			
	L11	299	140,6	624,7	140,6	2,13			
	L12	319	202,6	618,7	202,6	1,57			
	L13	277	169,1	507,8	169,1	1,64			
	L14	274	201,7	742,2	201,7	1,36			
	L15	364	311,5	761,7	311,5	1,17			
	L17	279	205,6	525,9	205,6	1,36			
	L18	322	137,9	356,3	137,9	2,33			
OLIVEIRA (2012)	L2	266	213,4	764,8	213,4	1,25			
	L3	250	138,4	555,3	138,4	1,81			
	L4	137	142,5	556,1	142,5	0,96			
	L5	213	239,0	549,7	239,0	0,89			
	L6	305	204,8	565,6	204,8	1,49			
	L7	257	219,4	557,5	219,4	1,17			

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.20 - Comparação de resultados obtidos para as diferentes normas – Série 4

Autores	Laje	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC}
SOUZA (2008)	L8	0,87	0,99	1,42	0,75
	L10	1,08	1,22	1,63	0,81
	L11	1,32	1,49	2,13	1,15
	L12	1,04	1,18	1,57	0,91
	L13	1,10	1,29	1,64	0,88
	L14	1,15	1,31	1,36	1,22
	L15	0,94	1,07	1,17	1,06
	L17	1,10	1,25	1,36	0,94
	L18	2,24	2,54	2,33	1,16
OLIVEIRA (2012)	L2	0,98	1,12	1,25	0,98
	L3	1,30	1,47	1,81	1,09
	L4	0,69	0,79	0,96	0,59
	L5	0,67	0,76	0,89	0,54
	L6	1,11	1,26	1,49	0,90
	L7	0,75	0,86	1,17	0,69
Média		1,09	1,24	1,48	0,91
Desvio Padrão		0,38	0,42	0,40	0,21
Coeficiente de Variação		34%	34%	27%	23%

Fonte: Próprio autor

Avaliando os resultados, de modo geral a norma brasileira NBR 6118: 2014 apresentou uma estimativa média satisfatória, sendo V_u / V_{NBR} igual a 1,09, no entanto o coeficiente de variação dos resultados ficou significativamente elevado, como já havia ocorrido no caso anterior de carga simétrica (Série 3). Isso sugere que o modelo adotado por essa norma para a verificação da punção para lajes com furos na região do pilar deve ser revisto, por isso será apresentada no Capítulo 6 uma proposta de alteração.

Para o ACI foi verificada uma estimativa média das relações V_u / V_{ACI} igual a 1,48, sendo extremamente conservadora e tendo inclusive um alto coeficiente de variação.

O EC2 apresentou média das relações V_u / V_{EC2} de 1,24, e apesar de suas recomendações de cálculo similares a NBR 6118, foram observadas estimativas mais conservadoras devido as limitações impostas como, por exemplo, o *size effect* (K) restrito a no máximo 2,0, como já citado.

Para o MC foi verificado o pior desempenho, com muitos resultados contra a segurança, a estimativa média das relações V_u / V_{MC} foi de 0,91 com coeficiente de variação de 23%.

6. Sugestão para a NBR 6118:2014 para o cálculo de lajes com furo(s)

6.1 Sugestão para a NBR 6118:2014 para o cálculo de lajes com furo(s) e carregamento simétrico

A proposta apresentada a seguir baseia-se nas recomendações da NBR 6118:2014 para o cálculo de punção nas ligações entre laje e pilar de borda, que se assemelha com lajes que possuem furo, pois ambos os casos terão o centro de gravidade da seção crítica não coincidente com o centro do pilar.

A norma NBR 6118:2014 indica que o cálculo da ligação entre laje e pilar de borda desconte o momento M_{sd}^* , resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar, conforme mostrado na Figura 6.1.

Figura 6.1 - Perímetros crítico u e crítico reduzido u^* para ligações entre laje e pilar de borda conforme NBR 6118:2014

Fonte: ABNT (2014)

O dimensionamento proposto pela NBR6118: 2014 será apresentado a seguir:

- *Tensão solicitante - quando não atuar momento paralelo a borda livre:*

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{Sd1}}{W_{p1} d} \quad (75)$$

Onde:

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

F_{Sd} é a reação de apoio;

u^* é o perímetro crítico reduzido;

M_{Sd} é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{Sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico u^* reduzido em relação ao centro do pilar;

W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro crítico u .

K_1 é o coeficiente que fornece a parcela do momento transmitida ao pilar por cisalhamento, ele depende da relação entre C_1 / C_2 mostrados na Figura 6.1 e assume os valores apresentados na Tabela 3.1

- *Tensão solicitante - quando atuar momento paralelo à borda livre:*

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{Sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{Sd2}}{W_{p2} d} \quad (76)$$

Onde:

M_{Sd2} é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado para o perímetro crítico u .

K_2 é o coeficiente que fornece a parcela do momento transmitida ao pilar por cisalhamento, ele depende da relação entre C_2 / C_1 mostrados na Figura 6.1 e assume os valores apresentados na Tabela 3.1.

Assim a proposta de cálculo sugere que o momento M_{sd}^* resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u (devido à introdução de furo) em relação ao centro do pilar, seja considerado no carregamento atuante para equilíbrio da ligação.

O momento M_{sd}^* é calculado multiplicando a reação de apoio (F_{sd}) pela excentricidade do centróide do perímetro crítico (u^*) em relação ao centro do pilar

O dimensionamento proposto será apresentado a seguir:

- *Tensão solicitante - quando não atuar momento paralelo à borda livre:*

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K M_{sd}^*}{W_{p1} d} \quad (77)$$

Figura 6.2 - Perímetros crítico reduzido u e excentricidade e sugeridos para a NBR 6118:2014 para lajes com furo

Fonte: Próprio autor

Onde:

F_{sd} é a reação de apoio

u é o perímetro crítico, conforme ilustrado na Figura 6.2;

M_{sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico u reduzido em relação ao centro do pilar;

K é o coeficiente que fornece a parcela do momento transmitida ao pilar por cisalhamento, ele depende da relação entre C_1/C_2 mostrados na Figura 6.1 e assume os valores apresentados na Tabela 3.1.

W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre calculado para o perímetro crítico u , cuja formulação será apresentada a seguir.

Figura 6.3 – Esquema de divisão do perímetro crítico reduzido u para cálculo do módulo de resistência W_{p1}

Fonte: Próprio autor

O módulo de resistência plástica, considerando a laje com pilar de borda, é mostrado a seguir:

$$W_{P1} = W_A + 2W_B + 4W_C \quad (78)$$

Onde:

$$\bullet \quad W_A = C_2 \left(\frac{C_1}{2} + 2d \right) = \frac{C_1 C_2}{2} + 2d C_2 \quad (79)$$

$$\bullet \quad W_B = \pi d \left(\frac{C_1}{2} + x_B \right) \quad (80)$$

Sendo: $x_B = \frac{2r}{\pi}$ (centróide de um quarto de circunferência)

$$\bullet \quad W_B = \pi d \left(\frac{C_1}{2} + \frac{2 \cdot 2d}{\pi} \right) = \frac{\pi d C_1}{2} + 4d^2 \quad (81)$$

$$\bullet \quad W_C = \frac{C_1}{2} \cdot \frac{C_1}{4} = \frac{C_1^2}{8} \quad (82)$$

Substituindo W_A , W_B e W_C na equação (78) temos abaixo a expressão para a determinação de W_{P1} :

$$W_{P1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2d C_2 + \pi d C_1 + 8d^2 \quad (83)$$

- *Tensão solicitante - quando não atuar momento paralelo à borda livre e houver excentricidade da seção crítica nas duas direções:*

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K_1 M_{sd1}^*}{W_{P1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}^*}{W_{P2} d} \quad (84)$$

Onde:

M_{sd1}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico u em relação ao centro do pilar na direção paralela ao maior lado do pilar;

M_{sd2}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico u em relação ao centro do pilar na direção paralela ao menor lado do pilar;

W_{p1} é o módulo de resistência da seção crítica na direção paralela ao maior lado do pilar;

W_{p2} é o módulo de resistência da seção crítica na direção paralela ao menor lado do pilar.

K_1 e K_2 são coeficientes que fornecem a parcela do momento transmitida ao pilar por cisalhamento, e eles assumem os valores de K na Tabela 3.1, substituindo as relação entre C_1 / C_2 e C_1 / C_2 respectivamente.

A Tabela 6.1 apresenta as previsões de tensões e cargas de ruptura obtidas adotando a proposta de cálculo sugerida neste trabalho para a NBR6118: 2014 para lajes com furo e carregamento simétrico

Tabela 6.1 - Previsão da carga de ruptura adotando proposta de alteração da NBR 6118: 2014 para lajes com furos e carregamento simétrico

Autor	Laje	V_u (kN)	u (mm)	e (mm)	τ_{Vu} (MPa)	τ_{Mu} (MPa)	τ_u (MPa)	τ_{Rc} (MPa)	V_{prop} (kN)	V_u/V_{prop}	Média	DV	CV
SOUZA (2008)	L2	240	1973	106	0,99	0,29	1,28	1,24	233,7	1,03	1,48	0,40	27%
	L3	250	1985	108	1,01	0,30	1,30	1,46	280,6	0,89			
	L4	237	1979	107	0,97	0,28	1,25	1,11	211,4	1,12			
	L7	455	1973	106	1,88	0,55	2,42	1,56	293,0	1,55			
	L16	474	1685	114	2,25	0,32	2,57	1,45	266,6	1,78			
TENG et al. (1999)	L2	349	1279	95	2,53	0,75	3,28	1,66	176,6	1,98			
	L3	373	1285	96	2,66	0,79	3,46	1,66	178,5	2,09			
	L4	207	1260	92	1,56	0,46	2,03	1,76	179,8	1,15			
	L6	443	2091	95	1,93	0,52	2,45	1,68	304,0	1,46			
	L7	467	2116	98	1,94	0,53	2,47	1,65	311,3	1,50			
	L8	484	1679	100	2,67	0,48	3,15	1,71	262,0	1,85			
	L9	340	2085	94	1,50	0,40	1,90	1,79	320,2	1,06			
	L10	512	1704	104	2,68	0,49	3,18	1,76	283,4	1,81			

Fonte: Próprio autor

Já na Tabela 6.2 são apresentadas as previsões de tensões e cargas de ruptura obtidas adotando a proposta de cálculo sugerida neste trabalho para a NBR6118: 2014 para lajes com furo, carregamento simétrico e limitação da taxa de armadura de 0,50% na tensão admissível para as lajes L2, L3 e L4 de Souza (2008)) (com furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar) e L2, L6 e L8 de Teng et al. (1999) (com furo de 400x200 mm adjacente ao menor lado do pilar). Vale ressaltar que foram desconsideradas as lajes L5 e L6, pois estas têm armadura de cisalhamento, e as lajes L9 e L19, as quais têm furos simétricos e consequentemente perímetro crítico com centro de gravidade coincidente com o do pilar.

Tabela 6.2 - Previsão da carga de ruptura adotando proposta de alteração da NBR 6118: 2014 para lajes com furos, carregamento simétrico e com limitação da taxa de armadura ($\rho \leq 0,5\%$)

Autor	Laje	V_u (kN)	u (mm)	e (mm)	τ_{Vu} (MPa)	τ_{Mu} (MPa)	τ_u (MPa)	τ_{Rc} (MPa)	V_{prop} (kN)	V_u/V_{prop}	Média	DV	CV
SOUZA (2008)	L2	240	1973	106	0,99	0,29	1,28	1,04	194,5	1,23	1,72	0,63	36%
	L3	250	1985	108	1,01	0,30	1,30	1,10	211,4	1,18			
	L4	237	1979	107	0,97	0,28	1,25	1,10	209,0	1,13			
	L7	455	1973	106	1,88	0,55	2,42	1,56	293,0	1,55			
	L16	474	1685	114	2,25	0,32	2,57	1,45	266,6	1,78			
TENG et al. (1999)	L2	349	1279	95	2,53	0,75	3,28	1,10	117,4	2,97			
	L3	373	1285	96	2,66	0,79	3,46	1,66	178,5	2,09			
	L4	207	1260	92	1,56	0,46	2,03	1,76	179,8	1,15			
	L6	443	2091	95	1,93	0,39	2,32	1,12	203,4	2,18			
	L7	467	2116	98	1,94	0,40	2,34	1,65	311,3	1,50			
	L8	484	1679	100	2,67	0,48	3,15	1,14	174,2	2,78			
	L9	340	2085	94	1,50	0,30	1,80	1,79	320,2	1,06			
	L10	512	1704	104	2,683	0,7389	3,422	1,76	283,4	1,81			

Fonte: Próprio autor

6.2 Comparação entre as normas estudadas e as propostas apresentadas para lajes com furo(s) e carregamento simétrico

Este item apresentará uma comparação entre as relações V_u / V_{NORMA} (Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica) estimadas com os dados experimentais, com a aplicação das normas apresentadas e com a proposta para a norma NBR 6118, para as lajes da Série 3 exposta anteriormente.

A Tabela 6.3 apresenta a comparação das relações V_u / V_{NORMA} obtidas para normas estudadas e para a proposta sugerida, além da proposta de limitação da taxa de armadura ($\rho \leq 0,50\%$) para lajes com furo adjacente ao menor lado do pilar e com as dimensões maiores que o lado do pilar.

Todas as normas apresentaram valores contra a segurança, dentre elas foi observado o pior desempenho para o MC com a média das relações V_u / V_{MC} de 0,84.

A NBR também apresentou muitos resultados contra a segurança e consequentemente uma média de 0,95 para as estimativas, além de um alto coeficiente de variação de 24%.

É possível perceber que as piores estimativas contra a segurança foram observadas para as lajes L2, L3 e L4 de Souza (2008), as quais possuem um furo adjacente ao menor lado do pilar e com as dimensões maiores que o lado do pilar.

Assim como ocorrido para as demais séries analisadas, devido ao número de dados experimentais utilizados, os coeficientes de variação obtidos podem não ser tão expressivos e poderiam ser mais bem avaliados com a inclusão de mais dados.

Analisando os resultados obtidos com as propostas de alteração da NBR 6118, podem ser feitas as seguintes observações:

- Houve aumento do conservadorismo como esperado. No entanto é importante ressaltar que punção se trata de um fenômeno com ruptura frágil e

os modelos de cálculo adotados tem embasamento empírico, assim certo conservadorismo pode ser considerado apropriado.

- As relações entre a Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica para todas as lajes aumentaram, consequentemente majorando a média geral para 1,48. Mas o coeficiente de variação se manteve próximo ao valor obtido para a NBR 6118: 2014, com valor de 28%.
- Para o a proposta complementada pela limitação da taxa de armadura foi observado que a média da relação V_u / V_{PROP} também aumentou exageradamente para 1,72, com aumento inclusive do coeficiente de variação para 36%;
- Com alteração proposta a norma brasileira NBR 6118 continuou apresentando apenas um resultado contra a segurança. Já com a limitação da taxa de armadura não foi observado nenhum resultado contra a segurança.

Tabela 6.3 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica obtidas pelas normas apresentadas e proposta de alteração para as lajes com furo e carregamento simétrico

Autor	Laje	V_u (kN)	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC}	V_u/V_{prop}	V_u/V_{prop} $\rho \leq 0,5\%$
SOUZA (2008)	L2	240	0,69	0,79	0,85	0,65	1,03	1,23
	L3	250	0,59	0,68	0,78	0,53	0,89	1,18
	L4	237	0,75	0,86	0,75	0,81	1,12	1,13
	L7	455	0,92	1,06	1,24	0,83	1,55	1,55
	L16	474	1,24	1,43	1,35	1,00	1,78	1,78
TENG et al. (1999)	L2	349	1,20	1,44	1,80	0,96	1,98	2,97
	L3	373	1,15	1,37	1,74	0,98	2,09	2,09
	L4	207	0,82	0,98	1,25	0,61	1,15	1,15
	L6	443	0,91	1,08	1,33	0,89	1,38	2,18
	L7	467	0,97	1,13	1,43	0,92	1,42	1,50
	L8	484	1,07	1,28	1,59	1,02	1,85	2,78
	L9	340	0,74	0,89	1,16	0,71	1,01	1,06
	L10	512	1,30	1,53	1,76	1,07	1,95	1,81
Média			0,95	1,12	1,31	0,84	1,48	1,72
Desvio Padrão			0,23	0,27	0,36	0,17	0,42	0,63
Coef. De Variação			24%	24%	27%	20%	28%	36%

Fonte: Próprio autor

6.3 Sugestão para a NBR 6118:2014 para o cálculo de lajes com furo(s) e carregamento excêntrico

A sugestão baseia-se na recomendação da NBR6118: 2014 para o cálculo de punção para ligações entre laje e pilar de borda:

A proposta consiste em considerar o momento transferido da laje para o pilar devido a excentricidade gerada pela inserção de furos na região do perímetro crítico, assim mantendo o equilíbrio da ligação.

Portanto, quando o momento externo estiver no sentido contrário à região com o furo, a excentricidade resultará em um momento atuando no mesmo sentido que deverá ser somado, conforme proposto na equação (84):

$$M_{Sd}^* = (M_{ext} + F_{Sd}e) \quad (84)$$

Já quando o momento externo estiver no sentido da região com o furo, a excentricidade resultará em um momento agindo no sentido contrário, o qual deve ser subtraído para equilíbrio da ligação, como mostrado na Figura 6.4 e equação (85).

$$M_{Sd}^* = (M_{ext} - F_{Sd}e) \quad (85)$$

Figura 6.4 – Perímetros crítico reduzido u e excentricidade e sugeridos para a NBR 6118:2014 para lajes com furo e transferência de momento

Fonte: Próprio autor

Sugere-se também limitar a taxa de armadura em 0,50% quando o lado adjacente do furo ultrapassar a dimensão adjacente do pilar.

- *Tensão solicitante – com momento atuante e excentricidade do perímetro crítico em uma direção*

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K M_{sd}^*}{W_{p1} d} \quad (86)$$

Onde:

$M_{sd}^* = (M_{sd} + F_{sd}e)$ é o momento total de cálculo quando o momento atuante externo estiver no sentido contrário à região com o furo;

$M_{sd}^* = (M_{sd} - F_{sd}e)$ é o momento total de cálculo quando o momento atuante externo estiver no sentido da região com o furo;

F_{sd} é a reação de apoio;

e é a excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar;

u é o perímetro crítico reduzido;

M_{sd} é o momento atuante transferido para o pilar;

W_{p1} é o módulo de resistência plástica calculado para o perímetro crítico u utilizando a expressão (82).

K é o coeficiente que fornece a parcela do momento transmitida ao pilar por cisalhamento, ele depende da relação entre C_1/C_2 mostrados na Figura 6.1 e assume os valores apresentados na Tabela 3.1.

- *Tensão solicitante - com momento atuante e excentricidade do perímetro crítico em duas direções*

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K_1 M_{sd1}^*}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}^*}{W_{p2} d} \quad (87)$$

Onde:

$M_{sd1}^* = (M_{sd1} + F_{sd} e_1)$ é o momento total de cálculo quando o momento atuante na direção paralela ao maior lado do pilar estiver no sentido contrário à região com o furo;

$M_{sd1}^* = (M_{sd1} + F_{sd} e_1)$ é o momento total de cálculo quando o momento atuante na direção paralela ao maior lado do pilar estiver no sentido à região com o furo;

e_1 é a excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar (na direção paralela ao menor lado do pilar);

M_{sd1} é o momento externo transferido da laje ao pilar na direção paralela ao maior lado do pilar;

$M_{sd2}^* = (M_{sd2} + F_{sd}e_2)$ é o momento total de cálculo quando o momento atuante na direção paralela ao menor lado do pilar estiver no sentido contrário à região com o furo;

$M_{sd2}^* = (M_{sd2} - F_{sd}e_2)$ é o momento total de cálculo quando o momento atuante na direção paralela ao menor lado do pilar estiver no sentido da região com o furo;

e_2 é a excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar (na direção paralela ao maior lado do pilar);

M_{sd2} é o momento externo transferido da laje ao pilar na direção paralela ao menor lado do pilar;

W_{p1} é o módulo de resistência da seção crítica na direção paralela ao maior lado do pilar;

W_{p2} é o módulo de resistência da seção crítica na direção paralela ao menor lado do pilar;

K_1 e K_2 são os coeficientes que fornecem a parcela do momento transmitida ao pilar por cisalhamento, e eles assumem os valores de K na Tabela 3.1 substituindo as relações entre C_1/C_2 e C_1/C_2 respectivamente.

A Tabela 6.4 apresenta as previsões de tensões e cargas de ruptura obtidas considerando a proposta de cálculo sugerida neste trabalho para a NBR6118: 2014 para lajes com furo e carregamento excêntrico.

2014 para lajes com furo e carregamento excêntrico

Autores	Laje	V _u (kN)	u (mm)	e (mm)	τ_{Vu} (MPa)	τ_{Mu} (MPa)	τ_u (MPa)	τ_{Rc} (MPa)	V _{prop} (kN)	V _u /V _{prop}	Média	DP	CV
SOUZA (2008)	L8	192	1973	106	0,79	0,75	1,54	1,52	189,5	1,01	1,20	0,47	38%
	L11	299	1985	108	1,20	1,88	3,09	1,53	148,2	2,02			
	L12	319	1973	106	1,32	0,46	1,78	1,57	280,9	1,14			
	L17	279	1685	114	1,33	0,16	1,49	1,35	252,5	1,11			
OLIVEIRA (2012)	L3	250	1985	108	1,01	1,54	2,55	1,50	147,2	1,70			
	L4	137	1973	106	0,56	0,50	1,07	1,54	198,0	0,69			
	L5	213	1973	106	0,88	0,05	0,94	1,55	353,9	0,60			
	L6	305	1979	107	1,24	1,10	2,34	1,55	201,6	1,51			
	L7	257	1960	104	1,10	0,60	1,70	1,59	244,1	1,05			

Fonte: Próprio autor

Já na Tabela 6.5 são apresentadas as previsões de tensões e cargas de ruptura obtidas considerando a proposta de cálculo sugerida neste trabalho para a NBR6118: 2014 para lajes com furo, carregamento excêntrico e limitação da taxa de armadura de 0,50% na tensão admissível para as lajes L3 a L7 (a limitação da taxa foi utilizada apenas nas lajes com furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar) de Oliveira (2012).

Tabela 6.5 - Previsão da carga de ruptura adotando proposta de alteração da NBR 6118: 2014 para lajes com furo, carregamento excêntrico e com limitação da taxa de armadura ($\rho \leq 0,5\%$)

Autores	Laje	V _u (kN)	u (mm)	e (mm)	τ_{Vu} (MPa)	τ_{Mu} (MPa)	τ_u (MPa)	τ_{Rc} (MPa)	V _{prop} (kN)	V _u /V _{prop}	Média	DP	CV
SOUZA (2008)	L8	192	1973	106	0,79	0,75	1,54	1,52	189,5	1,01	1,41	0,54	39%
	L11	299	1985	108	1,20	1,88	3,09	1,53	148,2	2,02			
	L12	319	1973	106	1,32	0,46	1,78	1,57	280,9	1,14			
	L17	279	1685	114	1,33	0,16	1,49	1,35	252,5	1,11			
OLIVEIRA (2013)	L3	250	1985	108	1,01	1,54	2,55	1,13	110,9	2,25			
	L4	137	1973	106	0,56	0,50	1,07	1,15	147,9	0,93			
	L5	213	1973	106	0,88	0,05	0,94	1,15	262,9	0,81			
	L6	305	1979	107	1,24	1,10	2,34	1,16	151,0	2,02			
	L7	257	1960	104	1,10	0,60	1,70	1,18	180,3	1,43			

Fonte: Próprio autor

6.4 Comparação entre as normas estudadas e as propostas apresentadas para lajes com furo(s) e carregamento excêntrico

Neste item será apresentada a comparação entre as relações V_u/V_{NORMA} (Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica) obtidas com os dados experimentais, com a aplicação das normas pesquisadas, com a proposta de alteração para a norma NBR 6118 e com a limitação da taxa de armadura, para as lajes da Série 4 exibidas anteriormente.

A Tabela 6.6 apresenta a comparação das estimativas das normas estudadas com as estimativas obtidas com a proposta sugerida, além da proposta de limitação da taxa de armadura ($\rho \leq 0,50\%$).

Novamente o ACI apresentou a estimativa mais conservadora, sendo o valor médio de V_u/V_{ACI} igual a 1,42. O MC apresentou o valor médio de V_u/V_{MC} igual a 0,84, portanto o sendo a norma com pior desempenho.

O EC2 e a NBR mostraram estimativas contra a segurança para lajes L4, L5 e L8, as quais possuíam um furo adjacente ao menor lado do pilar e com momento comprimindo a região com furo, e para a L7, com um furo adjacente ao menor lado do pilar e com momento aplicado paralelo ao menor lado do pilar.

Apesar de observado o mesmo coeficiente de variação de 25% para ambas as normas, o EC2 mostrou-se mais conservador que a NBR, apresentando valor médio de V_u/V_{NORMA} igual a 1,12 contra 0,98.

Para os resultados obtidos com a sugestão, podem ser feitas as seguintes observações:

- Para todas as lajes com excentricidade do perímetro crítico em relação ao eixo do pilar, foi observado aumento do conservadorismo, exceto a laje L5, na qual o momento externo atuava no mesmo sentido à região com furo, e assim o momento gerado pela excentricidade M_{Sd}^* foi subtraído do momento último M_u .
- A média geral das relações V_u/V_{PROP} da norma brasileira aumentou consideravelmente de 0,98 para 1,20 quando adotada as alterações de cálculo propostas, no entanto o coeficiente de variação também aumentou significativamente de 25% para 38%.

- Os dois resultados contra a segurança observados acontecerem para lajes L4 e L5, as quais apresentaram um furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar gerando uma excentricidade significativa do perímetro crítico e consequentemente um elevado momento M_{Sd}^* que foi subtraído do momento último M_u . Para essas lajes nem mesmo a correção do perímetro crítico proposta foi suficiente, sugerindo que para essa geometria de furo talvez seja necessário novo ajuste.
- Assim como observado na Série 3, a limitação da taxa de armação resultou em estimativas excessivamente conservadoras, apresentando valor médio de 1,41 para a relação V_u / V_{PROP} e um coeficiente de variação muito elevado de 39%.

Tabela 6.6 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica obtidas pelas normas apresentadas e proposta de alteração para as lajes com furo e carregamento excêntrico

Autores	Laje	V_u (kN)	V_u/V_{NBR}	V_u/V_{EC2}	V_u/V_{ACI}	V_u/V_{MC}	V_u/V_{prop}	$V_u/V_{prop} \rho \leq 0,5\%$
SOUZA (2008)	L8	192	0,87	0,99	1,42	0,75	1,01	1,01
	L11	299	1,32	1,49	2,13	1,15	2,02	2,02
	L12	319	1,04	1,18	1,57	0,91	1,14	1,14
	L17	279	1,10	1,25	1,36	0,94	1,11	1,11
OLIVEIRA (2012)	L3	250	1,30	1,47	1,81	1,09	1,70	2,25
	L4	137	0,69	0,79	0,96	0,59	0,69	0,93
	L5	213	0,67	0,76	0,89	0,54	0,60	0,81
	L6	305	1,11	1,26	1,49	0,90	1,51	2,02
	L7	257	0,75	0,86	1,17	0,69	1,05	1,43
Média			0,98	1,12	1,42	0,84	1,20	1,41
Desvio Padrão			0,25	0,28	0,39	0,21	0,46	0,54
Coeficiente de Variação			25%	25%	28%	25%	38%	39%

Fonte: Próprio autor

7. Conclusões e Recomendações para trabalhos futuros

Nas Tabelas 7.1 e 7.2 são apresentados resumos dos resultados obtidos com os valores médios das relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica e seus respectivos coeficientes de variação. Vale ressaltar que devido as lajes desconsideradas das Séries 3 e 4 quando as mesmas novamente definidas adotando a proposta de alteração da NBR6118: 2014, as estimativas médias de V_u/V_{NORMA} e os coeficientes de variação observados nas Tabelas 7.1 e 7.2 apresentam diferença, pois foram recalculados considerando amostras menores.

Tabela 7.1 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica – resumo dos resultados

		Série 1 - Carregamento simétrico	Série 2 - Carregamento excêntrico	Série 3 - Carregamento simétrico e furo	Série 4 - Carregamento excêntrico e furo
NBR 6118	V_u/V_{NBR}	1,00	1,02	1,01	1,09
	CV	12%	15%	30%	34%
Eurocode 2	V_u/V_{EC2}	1,16	1,10	1,21	1,24
	CV	14%	14%	29%	34%
ACI 318	V_u/V_{ACI}	1,45	1,56	1,34	1,48
	CV	23%	17%	25%	27%
MC 2010	V_u/V_{MC}	0,97	1,14	0,83	0,91
	CV	10%	14%	20%	23%

Fonte: Próprio autor

Tabela 7.2 - Comparação entre as relações Carga de ruptura experimental / Carga de ruptura teórica – resumo dos resultados incluindo proposta de alteração para NBR 6118

		Série 3 - Carregamento simétrico e furo	Série 4 - Carregamento excêntrico e furo
NBR 6118	V_u/V_{NBR}	0,95	0,98
	CV	24%	25%
Eurocode 2	V_u/V_{EC2}	1,12	1,12
	CV	24%	25%
ACI 318	V_u/V_{ACI}	1,31	1,42
	CV	27%	28%
MC 2010	V_u/V_{MC}	0,84	0,84
	CV	20%	25%
NBR 6118 Proposta	V_u/V_{prop}	1,48	1,20
	CV	28%	38%
NBR 6118 Proposta+ $p \leq 0,5\%$	$V_u/V_{prop} p \leq 0,5\%$	1,72	1,41
	CV	36%	39%

Fonte: Próprio autor

O objetivo desta pesquisa foi analisar o comportamento das ligações entre pilar e lajes lisas de concreto armado com pilares internos variando nas análises a presença de furos e a transferência de momento fletor da laje para o pilar.

Os dados experimentais das pesquisas realizadas por Teng *et al.* (1999), Ferreira (2010), Oliveira (2012), Oliveira (2013) e Souza (2008) foram separados em 4 (quatro) grupos intitulados de Série 1, Série 2, Série 3 e Série 4. Para essas séries foram estimadas as cargas de ruptura utilizando os modelos de cálculo propostos pelas normas *fib* Model Code 2010: 2013, Eurocode 2: 2004, ACI 318:2014 e NBR 6118:2014, e assim essas estimativas foram comparadas aos resultados obtidos experimentalmente. Partindo dos valores obtidos, foram propostas modificações para as prescrições da norma brasileira NBR 6118: 2014 com o intuito de que as estimativas aproximem-se mais dos resultados experimentais, mas de modo que não haja conservadorismo. As conclusões sobre cada série serão apresentadas separadamente a seguir.

7.1 Série 1: Lajes com carregamento simétrico

Na análise desta série foram utilizados os dados de dezessete lajes, pertencentes às pesquisas de Ferreira (2010) e Oliveira (2013). Os resultados deste conjunto foram comparados às prescrições normativas, com o objetivo de avaliar o desempenho das normas e de seus métodos teóricos quanto à punção.

Avaliando a NBR 6118: 2014 foi verificado que a atual formulação está bem calibrada para a situação de projeto de lajes sem transferência de momento, uma vez que apresentou a relação V_u / V_{NBR} média geral de 1,0 e um coeficiente de variação de 12%, portanto resultados satisfatórios.

Os resultados obtidos através das estimativas do Eurocode 2: 2004, também foram satisfatórios para esta série, apresentando para a relação V_u / V_{EC2} um valor médio de 1,16 e coeficiente de variação de 14%. Apesar de a estimativa média obtida ser ligeiramente maior, esta norma apresentou menos valores contra a segurança que a norma brasileira.

Como comentado anteriormente, embora a NBR e EC2 apresentem modelos de cálculo semelhantes para esta série, a diferença observada foi devido a dois fatores: a limitação da taxa de armadura da laje ($\rho \leq 2\%$) e ao *size effect*, limitado em no máximo 2,0 pelo EC2.

Analisando os resultados da norma norte americana ACI 318: 2014 verificou-se o grande conservadorismo adotado em seu modelo teórico, já que foram obtidas as menores estimativas dentre todas as normas estudadas, com uma relação V_u / V_{ACI} média geral de 1,45 e um coeficiente de variação de 23%. Portanto o ACI 318: 2014 foi a norma com pior rendimento, apesar de não apresentar nenhum valor contra a segurança em suas estimativas.

As estimativas obtidas pelo o *fib* MC 2010: 2014 apresentaram os piores resultados, com muitos valores contra a segurança, a relação V_u / V_{MC} média geral foi de 0,97 com coeficiente de variação de 10%.

7.2 Série 2: Lajes com carregamento excêntrico

Esta série é composta por quinze lajes obtidas das pesquisas realizadas por Ferreira (2010) e Oliveira (2013).

Analisando os valores obtidos com a NBR 6118: 2014 para a Série 2 notou-se que, assim como para a Série 1, os resultados foram aceitáveis do ponto de vista quantitativo, uma vez que foi obtida a relação V_u / V_{NBR} média geral de 1,02 e um coeficiente de variação de 15%, pode-se considerar a boa calibração do modelo teórico adotado por esta norma.

Os resultados obtidos através das estimativas da norma Eurocode 2: 2004 para a Série 2, também foram bem satisfatórios, apresentando para a relação V_u / V_{EC2} um valor médio de 1,10 e coeficiente de variação de 14%.

Quanto aos resultados do ACI 318: 2014, assim como na Série 1, esta norma apresentou as menores estimativas, com valor médio para a relação V_u / V_{ACI} igual a 1,56 e coeficiente de variação relativamente alto de 17%. Não foram observados resultados contra a segurança, assim qualitativamente a norma apresentou resultados satisfatórios, apesar de seu alto conservadorismo.

Comparando os resultados obtidos para as Séries 1 e 2, verifica-se que a NBR e o EC2 não apresentaram grandes variações em suas estimativas e coeficientes de variação, diferentemente do observado para o ACI e principalmente para o MC. Isto sugere que o modelo adotado por essas normas é mais realista e melhor aferido.

Ao contrário dos valores obtidos para a Série 1, a norma *fib* MC 2010 apresentou resultados bastante satisfatórios para a Série 2. Foi observada relação V_u / V_{MC} geral média de 1,14 e coeficiente de variação 14%. A diferença de resultados encontrada para as Séries 1 e 2 é estranha precisaria ser melhor avaliada, incluindo nos estudos mais dados experimentais e outros tipos de variação. Também vale pena ressaltar que foram encontradas algumas dificuldades de interpretação e aplicação do modelo de cálculo proposto pela norma *fib* MC2010: 2013, além disso, o método apresenta níveis de precisão distintos e é calculado iterativamente, o que pode afetar consideravelmente os resultados.

7.3 Série 3: Lajes com furos e carregamento simétrico

Na Série 3 foram utilizados os dados de dezesseis lajes ensaiadas por Teng *et al.* (1999) e Souza (2008), e considera a situação de projeto de lajes com furo na região adjacente ao pilar e submetidas à carregamento simétrico, portanto sem transferência de momento ao pilar.

Para a norma brasileira NBR 6118: 2014 foram obtidos os resultados menos satisfatórios. Apesar da relação V_u / V_{NBR} média geral de 1,01, o coeficiente de variação de 30% é um valor muito elevado e indica a variabilidade dos resultados em maioria contra a segurança. Esses valores indicam uma calibração inadequada do modelo de cálculo adotado nesta norma, por isso foi sugerido neste trabalho algumas modificações para situação de projeto abordada nesta série.

Os resultados obtidos através das estimativas do Eurocode 2: 2004 também foram satisfatórios para esta série apesar de indicarem certo conservadorismo. Foi obtido para a relação V_u / V_{EC2} um valor médio de 1,21 e coeficiente de variação bastante elevado de 29%.

Analisando os resultados da norma norte americana ACI 318: 2014 verificou-se novamente conservadorismo, já que foi observado uma relação V_u / V_{ACI} média geral de 1,34 e um coeficiente de variação alto de 25%. Diferente das demais séries, para a Série 3 o ACI 318: 2014 apresentou alguns resultados contra a segurança.

As estimativas obtidas pelo o *fib* MC 2010: 2013 apresentaram os piores resultados, uma vez que apenas dois valores ficaram a favor da segurança e que foi verificada uma relação V_u / V_{MC} média geral de 0,83 e coeficiente de variação de 20%, portanto resultados muito inferiores.

Também foi possível observar que quanto à posição dos furos, os piores resultados foram obtidos para as lajes L2, L3 e L4, com furo quadrado de 400 mm de lado adjacente ao menor lado do pilar, já que apresentaram estimativas contra a segurança para todas as normas.

7.4 Série 4: Lajes com furos e carregamento excêntrico

Esta série é composta pelos dados de quinze lajes obtidos das pesquisas de Oliveira (2012) e Souza (2008) e tem o intuito de analisar a situação de projeto envolvendo lajes com furos adjacentes ao pilar e submetidas a carregamento excêntrico.

Analisando os resultados da NBR 6118: 2014 para a Série 4 foi obtida uma relação V_u / V_{NBR} média geral razoável de 1,09, no entanto o coeficiente de variação permaneceu muito elevado com valor de 34%.

Para a norma Eurocode 2: 2004 foram observados resultados aceitáveis também para esta série, apresentando para a relação V_u / V_{EC2} um valor médio de 1,24 e coeficiente de variação bastante elevado de 34%.

Quanto aos resultados da norma norte americana ACI 318: 2014, assim como para as demais séries, esta norma apresentou novamente as menores estimativas, com valor médio para a relação V_u / V_{ACI} igual a 1,48 e coeficiente de variação com valor elevado de 27%. Foram observados apenas dois resultados contra a segurança, assim qualitativamente a norma apresentou resultados satisfatórios, apesar de seu alto conservadorismo.

Assim como ocorrido para as Séries 1 e 2, foi observado pouca variação das estimativas obtidas para a NBR e o EC2, sugerindo novamente uma melhor consistência e calibração do modelo de cálculo adotado por essas normas.

Para a Série 4, a norma *fib* MC 2010 apresentou resultados ligeiramente maiores comparados a Série 3, no entanto a relação V_u / V_{MC} geral média de 0,91 com coeficiente de variação de 28% são resultados insatisfatórios. Quando considerado o momento transferido é possível observar novamente uma melhora na precisão das estimativas da norma *fib* MC2010: 2013. Isto também foi percebido quando comparados os resultados das Séries 1 e 2 e como comentado anteriormente esse comportamento precisa ser melhor analisado.

De modo geral foi observada uma redução na quantidade de resultados contra segurança para todas as normas, principalmente para a NBR 6118: 2014, no entanto

os coeficientes de variação permaneceram elevados, também sugerindo que as prescrições normativas devam ser analisadas para os diferentes tipos de situações de furo e transferência de momento.

7.5 Proposta de Alteração da NBR6118: 2014

A sugestão de alteração da NBR 6118:2014 baseia-se na recomendação da norma brasileira para o cálculo de punção em ligações entre laje e pilar de borda.

A proposta formulada recomenda que seja considerado no modelo de cálculo o momento gerado pela excentricidade do perímetro crítico devido à presença de furo. Deste modo para lajes com carregamento simétrico e furo que ocasione a excentricidade do perímetro em relação ao centro do pilar, sugere-se que sejam dimensionadas como uma laje que está submetida à transferência de momento da laje para o pilar como no caso do pilar de borda.

Já para as lajes com carregamento assimétrico, deve-se manter o equilíbrio da ligação adicionando ou subtraindo do momento externo atuante o valor do momento gerado devido à excentricidade do perímetro. Como explicado nos itens 6.3 e 6.4, a soma ou subtração dependem da posição do furo e do sentido de atuação do momento externo.

Também foi sugerido a limitação da taxa de armadura de flexão, $\rho \leq 0,5\%$, para a situação de furo adjacente em que o lado do furo encostado no pilar é maior que a dimensão do pilar. Adotando essas sugestões foram recalculadas as estimativas para a NBR6118:2014.

Para as lajes da Série 3 verificou-se que a consideração do momento gerado pela excentricidade do perímetro crítico resultou em valores muito conservadores, indicados pela relação média de V_u / V_{PROP} de 1,48 e coeficiente de variação de 28%. Quando considerada a limitação da taxa de armadura de flexão, a relação média de V_u / V_{PROP} subiu para 1,72 ficando ainda mais exagerada, com aumento também do coeficiente de variação para 36%.

Já para as lajes da Série 4 foram observadas melhora dos resultados, com estimativas mais próximas aos valores experimentais. A relação média de V_u / V_{PROP} obtida foi de 1,20, mas o coeficiente de variação permaneceu elevado em 38%.

Com a consideração da limitação da taxa de armadura de flexão, a relação média de V_u / V_{PROP} subiu para 1,41 com coeficiente de variação de 39%.

Os dois resultados contra a segurança observados acontecerem para lajes L4 e L5, as quais apresentaram um furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar gerando uma excentricidade significativa do perímetro crítico e consequentemente um elevado momento M_{sd}^* que foi subtraído do momento último M_u . Para essas lajes nem mesmo a correção do perímetro crítico proposta foi suficiente, sugerindo que para essa geometria de furo seja necessário novo ajuste.

Apesar da proposta de modificação sugerida ser fisicamente bem embasada, os resultados obtidos não foram tão satisfatórios, mesmo após tentativas de ajustes, como é caso da limitação da taxa. Talvez a aplicação do modelo em um banco de dados experimentais maior gere resultados mais coerentes.

7.6 Conclusões gerais

- De modo geral foram verificados resultados contra segurança para todas as normas, no entanto os modelos de dimensionamento adotam curvas com o comportamento médio, e assim uma parte de valores contra a segurança é aceito. Para isso, os modelos adotam os coeficientes de segurança conforme embasamentos da Teoria da Confiabilidade.
- Como comentado anteriormente, é importante destacar que devido a quantidade de dados experimentais utilizados no cálculo dos coeficientes de variação, os valores encontrados são menos significativos quando comparados às análises contendo 32 dados ou mais. Por isso os altos valores encontrados nas análises poderiam ser melhor avaliados adotando um banco de dados maior.
- Com base nas comparações entre as séries analisadas, verifica-se que o Eurocode 2: 2004 foi a norma com resultados satisfatórios para todos os

casos estudados. Assim, considerando os resultados obtidos e a semelhança nos modelos de dimensionamento de lajes submetidas à punção adotados pela NBR6118: 2014 e pelo Eurocode 2:2004, sugere-se que a norma brasileira passe a adotar as limitações do *size effect* e da taxa de armação a flexão impostas pela norma européia para os casos de carregamento simétrico e assimétrico, com e sem furos.

7.7 Recomendações para trabalhos futuros

- Incluir outras pesquisas experimentais nas análises das normas, tendo assim mais dados nas amostras das séries, o que deve melhorar os resultados. Caso essas pesquisas não estejam disponíveis novos programas de ensaios são importantes.
- Incluir nos estudos outras séries de lajes que contenham armadura de cisalhamento além de furos(s);
- Investigar o comportamento de outras situações de momento, com diferentes geometrias de pilares e de furos adjacentes;
- Analisar a punção nas ligações de lajes protendidas com furo(s) adjacente(s) a um pilar interno e investigar o efeito da protensão.

8. Referências Bibliográficas

ALBUQUERQUE, E. A. P., **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante**. Tese de Doutorado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 379pp, 2015.

ALBUQUERQUE, N. G. B., **Comportamento das Ligações de Lajes Lisas de Concreto Armado com Pilares de Borda Sujeitas a Excentricidades Interna e Externas**. Tese de Doutorado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 204pp, Distrito Federal, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-14) and Commentary (ACI 318RM-14)**. Farmington Hills, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI), **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318S-05) and Commentary (ACI 318SR-05)**, Detroit, 490pp, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto de Estruturas de Concreto Armado, NBR 6118**, Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto de Estruturas de Concreto Armado, NBR 6118**, Rio de Janeiro, 2003.

BORGES, L. L. J. **Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares e Furos de Grandes Dimensões**. Tese de Doutorado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 365pp, Distrito Federal, 2004.

CARVALHO, C.B. **Análise Crítica dos Critérios Normativos de Dimensionamento à Punção em Lajes Lisas**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, 129pp, Belo Horizonte, 2008.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, CEB - FIP. **CEB –FIP Model Code Design Code 1990: Final Draft**, Bulletin d'Information, CEB, Lousanne, 1991.

CORDOVIL, F. A. B. **Punção em Placas de Concreto Armado**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 393pp, São Paulo, 1995.

ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. **Shearing Strenght of Reinforced Concrete Slabs**. ACI Journal, Vol. 53, nº1, Jul, pp 29-58, 1956.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building**. European Prestandard ENV 1992-1-1:2004. European Committee for Standardization, 226pp, Brussels, 2004.

FERREIRA, M. P., **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 275pp, Distrito Federal, 2010.

GOMES, R. B.; ANDRADE, M.A.S. de. **Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs with Holes**. In: Proceedings of Developments in Computer Aided Design and Modelling for Structural Engineering. p185-193, Edinburgh-UK, 1995.

GOMES, H. P. **Puncionamento em Lajes Lisas Protendidas com Pilares de Extremidade e Momentos Desbalanceados nas Duas Direções**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 309pp, Distrito Federal, 2010.

HANSON, N. W.; HANSON, J. M. **Shear and Moment Transfer Between Concrete Slabs and Columns**. Journal. PCA Research and Development Laboratories. Vol. 10, nº1, pp 2-16, 1968.

HAWKINS, N. W.; BAO, A.; YAMASAKI, J. **Moment Transfer from Concrete Slabs to Columns**. ACI Structural Journal. Vol. 86, nº6, pp 705-716, Nov-Dec 1989.

INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. **Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1 – Procedimento NBR 6118:2003 – Projeto de estruturas de concreto – procedimento**, p227-256, São Paulo: IBRACON, 2006.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **fib Model Code for Concrete Strutures 2010**. Ernst & Sohn, Berlin, 2013.

IOANNOU, C. **Behaviour of Flat Slabs Whit Openings**. PhD Thesis, University of Sheffield, 2001.

ISLAM, S.; PARK, R. **Tests on Slabs-column Connections with Shear and Unbalanced Flexure**. Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 102 (ST9), p. 549- 568, March 1976.

LIMA NETO, A. F., **Análise Experimental na Fase de Pós-Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 127pp, Distrito Federal, 2003.

MELGES, J. L. P., **Análise Experimental da Punção em Lajes de Concreto Armado e Protendido**, Tese de doutorado, EESC/USP, 414pp, São Carlos, 2001.

MELGES, J. L. P., **Punção em Lajes: Exemplos de Cálculo e Análise Teórico-experimental**, Dissertação de Mestrado, EESC/USP, 233pp, São Carlos, 1995.

MELGES, José Luiz Pinheiro; PINHEIRO, L. M. ; STUCCHI, F. R. . **Punching Shear Analysis of Edge Slab-Column Connections**. In: M. B. Leeming; B. H. V. Topping. (Org.). Innovation in civil and structural engineering. 1 ed. Edinburgh, Reino Unido: Civil-Comp Press, 1997.

MELO, G. S. A. **Puncionamento, Pós-puncionamento e Colapso Progressivo em Lajes Cogumelo**. IV Simpósio EPUSP Estruturas de Concreto. São Paulo, 2000.
MOWRER, R. D; VANDERBILT, M. D. **Shear strength of lightweight aggregate reinforced concrete flat plates**. ACI Journal, p. 676-683, Sep-Oct 1985.

MUTTONI, A., **Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement**, ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, July-Aug., pp. 440-450, 2008.

OLIVEIRA, D. R. C., **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares**, Tese de Doutorado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 214pp, Distrito Federal, 2003.

OLIVEIRA, D. C., **Punção em Lajes Lisas Concreto Armado com Furo Adjacente ao Pilar e Transferência de Momento**, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 221pp, Goiânia, 2012.

OLIVEIRA, M. H., **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 223pp, Distrito Federal, 2013.

OLIVEIRA, M. H.; PEREIRA FILHO, M. J. M.; OLIVEIRA, D.R.C.; FERREIRA M. P.; MELO, G. S. S. A. **Resistência à Punção de Ligações Laje-pilar Interno com Conectores de Cisalhamento**. IBRACON, São Paulo, v. 6, n. 5, outubro 2013. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1983-41952013000500002&script=sci_arttext&lng=pt, Acesso em: 10 janeiro 2016.

RABELLO, F. T. **Análise Comparativa de Normas para a Punção em Lajes de Concreto Armado**, Dissertação de Mestrado, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, 248pp, Florianópolis, 2010.

REGAN, P. E. **Punching Tests of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement with Openings Adjacent to Columns**. School of the Built Environment, University of Westminster, London, July. 1999.

REGAN, P. E. **Shear combs, Reinforcement Against Punching**. The Structural engineer, vol. 4, p76-84, 1985.

REGAN, P. E. **Design for Punching Shear**. The Structural Engineer, vol. 52, nº 6, p197-207, June, 1974.

ROLL, F.; ZAID, S. T. H.; SABNIS, G. M.; CHUANG, K. **Shear Resistance of Perforated Reinforced Concrete Slabs**. SP-30, Crack, Deflection and Ultimate Load of Concrete Slab System, American Concrete Institute, Farmington Hills, p. 77-101, Michigan, 1971.

SILVA, A. S. **Punção em Lajes Cogumelo: Pilares Retangulares, Furos e Armadura de Cisalhamento**, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 210pp, Goiânia, 2003.

SOUZA, R. M. de. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado Com Furos Adjacentes ou Distantes de Um Pilar Interno**, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 171pp, Distrito Federal, 2004.

SOUZA, R. M. de. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Furos Adjacentes ao Pilar e Transferência de Momento**, Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 442pp, Distrito Federal, 2008.

STUCCHI, F.R.; KNAPP, L.M. **Punção em lajes**. In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 3., São Paulo. *Anais*. p209-32, 1993.

TENG, S.; KUANG, K. L.; CHEONG, H. K. **Concrete Flat Plate Design – Findings of Joint BCA-NTU**, R&D Project, 15pp, 1999.

TRAUTWEIN, M. L., **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 350pp, São Paulo, 2006.

APÊNDICE A

Estimativas da carga última de punção pelas diferentes normas

Neste item são apresentadas as estimativas de cargas de ruptura por punção para duas lajes (L01 e L02), utilizando as normas descritas no Capítulo 3, e para duas lajes com furos (L03 e L04) serão apresentado as estimativas calculadas adotando a proposta de alteração da NBR 6118.

Na Tabela A.1 são apresentadas as características das lajes que serão utilizadas para demonstrar o cálculo da carga de ruptura à punção pelas normas abordadas nessa pesquisa.

Tabela A.1 – Características das lajes L01 a L04

Laje	d (mm)	e (mm)	ρ (%)	s_0 (mm)	s_r (mm)	A_{sw} (mm ²)	f_{yw} (MPa)	f_c (MPa)	f_{yf} (MPa)	E_{sf} (GPa)	Pilar (mm)
L01	145	0	1,54	70	100	942,5	573	48,3	557	222	300x300
L02	145	315	1,54	70	100	942,5	573	50,3	557	222	300x300
L03	123	0	0,87	-	-	-	-	32,3	595	200	500x200
L04	123	449	1,48	-	-	-	-	34,2	595	200	500x200

Fonte: Próprio autor

NBR 6118: 2014

- Laje L01

Para o pilar de 300x300 mm e $d = 145$ mm:

$$u_0 = 4 \cdot 300 = 1200 \text{ mm}$$

$$u_1 = 4 \cdot 300 + 4\pi \cdot 145 = 3022,12 \text{ mm}$$

$$u_{out} = 3832,7 \text{ mm (obtido com auxílio do programa Autocad)}$$

- Verificação da superfície crítica do perímetro u_0

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \quad (A.1)$$

Retirando a segurança embutida na equação (A.1) temos:

$$\tau_{R2} = 0,27 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c \quad (A.2)$$

Assim:

$$V_{R,máx} = \tau_{R2} u_0 d = 0,27 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c u_0 d \quad (A.3)$$

Substituindo os valores na equação (A.3):

$$V_{R,máx} = 0,27 \left(1 - \frac{48,3}{250} \right) 48,3 \cdot 1200 \cdot 145 = 1830,7 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica u_1

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \operatorname{sen} \alpha}{u_1 d} \quad (A.4)$$

Retirando a segurança embutida na equação (A.4) temos:

$$\tau_{R1} = 1,4 \cdot 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{yw} \operatorname{sen} \alpha}{u_1 d} =$$

$$\tau_{R1} = 0,14 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{yw} \operatorname{sen} \alpha}{u_1 d} \quad (A.5)$$

Como a laje L01 não tem transferência de momento, temos:

$$V_{R,cs} = \tau_{R1} \cdot u_1 \cdot d = 0,14 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} u_1 \cdot d + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{yw} \operatorname{sen} \alpha \quad (A.6)$$

Substituindo os valores na equação (A.6):

$$V_{R,cs} = 0,14 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{14,5}} \right) (100 \cdot 0,0154 \cdot 48,3)^{1/3} 3022,12 \cdot 145 + 1,5 \cdot \frac{145}{100} \cdot 942,5 \cdot 319,41 \cdot \operatorname{sen}(90)$$

$$V_{R,cs} = 1215,8 \text{ kN}$$

Obs: A resistência dos estribos f_{ywd} pode ser considerada com os seguintes valores máximos, sendo permitida interpolação linear:

- 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;
- 435 MPa, para lajes com espessura maior que 35 cm.

Assim para lajes com para espessura de 18 cm adotadas no trabalho temos $f_{ywd} = 277,75 \text{ MPa}$ e $f_{yw} = 319,41 \text{ MPa}$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} \quad (\text{A.7})$$

Retirando a segurança embutida na equação (A.7) temos:

$$\tau_{R1} = 1,4 \cdot 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} \quad (\text{A.8})$$

Assim temos:

$$V_{out} = \tau_{R1} \cdot u_{out} \cdot d = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad (\text{A.9})$$

Substituindo os valores na equação (A.9):

$$V_{out} = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{14,5}} \right) (100 \cdot 0,0154 \cdot 48,3)^{1/3} \cdot 3832,7 \cdot 145 = 925 \text{ kN}$$

NBR 6118: 2014 define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre as cargas estimadas nos perímetros.

Logo, para a laje L01 a carga resistente à punção é $V_{NBR} = 925 \text{ kN}$.

- **Laje 02**

Para o pilar de $300 \times 300 \text{ mm}$ e $d = 145 \text{ mm}$:

$$u_0 = 4 \cdot 300 = 1200 \text{ mm}$$

$$u_1 = 4 \cdot 300 + 4\pi \cdot 145 = 3022,12 \text{ mm}$$

$$u_{out} = 3832,7 \text{ mm (obtido com o auxílio do programa Autocad)}$$

- Verificação da superfície crítica do perímetro u_0

$$V_{R,max} = \tau_{R2} u_0 d = 0,27 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c u_0 d \quad (\text{A.3})$$

Substituindo os dados na equação (A.3):

$$V_{R,max} = 0,27 \left(1 - \frac{50,3}{250} \right) 50,3 \cdot 1200 \cdot 145 = 1887,6 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica u_1

Sendo a tensão resistente determinada com equação (A.10):

$$\tau_{R1} = 0,14 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{yw} \sin \alpha}{u_1 d} \quad (\text{A.10})$$

$$\tau_{R1} = 0,14 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{14,5}} \right) (100 \cdot 0,0154 \cdot 50,3)^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{145}{100} \cdot \frac{942,5 \cdot 319,41 \cdot \sin(90)}{3022,12 \cdot 145} = 2,79 \text{ MPa}$$

Lembrando que para lajes com espessura de 18 cm adotadas no trabalho temos

$$f_{ywd} = 277,75 \text{ MPa e } f_{yw} = 319,41 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante deve ser calculada considerando a transferência de momento, como indicado na equação (A.11):

$$\tau_s = \frac{V_{R,cs}}{u_1 d} + \frac{K M_s}{W_p d} = \frac{V_s}{u_1 d} + \frac{K V_{R,cs} e}{W_p d} \quad (\text{A.11})$$

Sendo:

$$C_1 = C_2 = 300 \text{ mm}$$

$$\text{Sendo } C_1 / C_2 = 300 / 300 = 1 \rightarrow K = 0,60$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2d C_2 + \pi d C_1 + 8d^2 \quad (\text{A.12})$$

Substituindo os valores na equação (A.12):

$$W_p = \frac{300^2}{4} + \frac{300 \times 300}{2} + 2 \cdot 145 \cdot 200 + \pi \cdot 145 \cdot 300 + 8 \cdot 145^2 = 9,19 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

Assim:

$$\tau_s = \frac{V_{R,cs}}{3022,12 \cdot 145} + \frac{0,60 \cdot V_{R,cs} \cdot 315}{9,19 \cdot 10^5 \cdot 145} = 3,70 \cdot 10^{-6} V_{R,cs}$$

Portanto

$$\tau_s = 3,70 \cdot 10^{-6} V_{R,cs} \leq \tau_{R1} = 2,79 \text{ MPa} \rightarrow V_{R,cs} = 754,4 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

Sendo a tensão resistente determinada com equação abaixo:

$$\tau_{R1} = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{14,5}} \right) (100 \cdot 0,0154 \cdot 50,3)^{1/3}$$

$$\tau_{R1} = 1,67 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante na superfície crítica u_{out} será:

$$\tau_s = \frac{V_{out}}{u_{out} d} + \frac{K V_{out} e}{W_{out} d} \quad (\text{A.13})$$

Sendo:

$$W_{out} = 2,97 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau_s = \frac{V_{out}}{u_{out} d} + \frac{K V_{out} e}{W_{out} d} = \frac{V_{out}}{3832,7 \cdot 145} + \frac{0,60 \cdot V_{out} \cdot 315}{2,97 \cdot 10^6 \cdot 145} = 2,24 \cdot 10^{-6} V_{out}$$

Portanto

$$\tau_s = 2,24 \cdot 10^{-6} V_{out} \leq \tau_{R1} = 1,69 \text{ MPa} \rightarrow V_{out} = 753,8 \text{ kN}$$

Logo para a laje L02 a carga resistente a punção é $V_{NBR} = 753,8 \text{ kN}$.

Eurocode 2: 2004

- **Laje L01**

Para o pilar de $300 \times 300 \text{ mm}$ e $d = 145 \text{ mm}$:

$$u_0 = 4 \cdot 300 = 1200 \text{ mm}$$

$$u_1 = 4 \cdot 300 + 4\pi \cdot 145 = 3022,12 \text{ mm}$$

$$u_{out} = 3502,71 \text{ mm} \text{ (obtido com auxílio do programa Autocad)}$$

- Verificação da superfície crítica do perímetro u_0

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd,máx} = 0,5 \nu f_{cd} \quad (\text{A.14})$$

Sendo

$$\nu = 0,60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

Então:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd,máx} = 0,3 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad (\text{A.15})$$

Retirando a segurança embutida na equação (A.15) temos:

$$\tau_{R,máx} = 0,3 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c \quad (\text{A.16})$$

Assim:

$$V_{R,máx} = \tau_{R,máx} u_0 d = 0,3 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c u_0 d \quad (\text{A.17})$$

Substituindo os valores na equação (A.17):

$$V_{R,máx} = 0,3 \left(1 - \frac{48,3}{250} \right) 48,3 \cdot 1200 \cdot 145 = 2034,2 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica u_1

Para lajes com armadura de cisalhamento a resistência da laje terá a contribuição das parcelas resistentes da armadura e do concreto:

$$V_{R,cs} = 0,75 V_{R,c} + V_{R,s} \quad (\text{A.18})$$

Sendo:

$$V_{R,c} = 0,18 k (100 \rho_1 f_c)^{1/3} \cdot u_1 d \cdot \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.19})$$

$$\text{Onde } k = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \leq 2,0$$

Então:

$$V_{R,s} = 1,5 \frac{d}{s_r} A_{Sw} f_{ywd,ef} \text{sen } \alpha \cdot \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.20})$$

Retirando a segurança embutida na equação (A.20) temos:

$$V_{R,cs} = 0,135 k (100 \rho_1 f_c)^{1/3} \cdot u_1 d \cdot \frac{1}{\beta} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{Sw} f_{yw,ef} \text{sen } \alpha \cdot \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.21})$$

Como a laje L01 não tem transferência de momento $\beta = 1$.

$$k = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{145}} \right) = 2,17 \geq 2,0 \rightarrow k = 2,0$$

Substituindo os valores na equação (A.21):

$$V_{R,cs} = 0,135 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,0154 \cdot 48,3)^{1/3} 3022,12 \cdot 145 + 1,5 \cdot \frac{145}{100} \cdot 942,5 \cdot 329,2 \cdot \sin(90)$$

$$V_{R,cs} = 1172,4 \text{ kN}$$

Obs: A resistência de escoamento da armadura de cisalhamento efetiva $f_{yw,ef}$ é definida por:

$$f_{yw,ef} = (250 + 0,25d) \leq f_{ywd}$$

Assim para L01 com $d = 145 \text{ mm}$ temos:

$$f_{yw,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot 145) = 329,2 \text{ MPa}$$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$\tau_{Rd,c} = \frac{V_{out}}{u_{out} d} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} \quad (\text{A.22})$$

Retirando a segurança embutida na equação (A.22) temos:

$$\tau_{R,c} = 0,18 k (100 \rho_1 f_c)^{1/3} \quad (\text{A.23})$$

Assim:

$$V_{out} = \tau_{R,c} \cdot u_{out} \cdot d = 0,18 k (100 \rho_1 f_c)^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad (\text{A.24})$$

Substituindo os valores na equação (A.24):

$$V_{out} = 0,18(2) \left(100 \cdot 0,0154 \cdot 48,3 \right)^{1/3} \cdot 3502,7 \cdot 145 = 768,9 \text{ kN}$$

O Eurocode 2:2004 define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre as cargas estimadas nos perímetros.

Logo, para a laje L01 a carga resistente a punção é $V_{EC2} = 768,9 \text{ kN}$.

- **Laje 02**

Para o pilar de $300 \times 300 \text{ mm}$ e $d = 145 \text{ mm}$:

$$u_0 = 4 \cdot 300 = 1200 \text{ mm}$$

$$u_1 = 4 \cdot 300 + 4\pi \cdot 145 = 3022,12 \text{ mm}$$

$$u_{out} = 3502,71 \text{ mm} \text{ (obtido com o auxílio do programa Autocad)}$$

- Verificação da superfície crítica do perímetro u_0

$$V_{R,max} = \tau_{R,max} u_0 d = 0,3 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c u_0 d \quad (\text{A.17})$$

Substituindo os valores na equação (A.17):

$$V_{R,max} = 0,3 \left(1 - \frac{50,3}{250} \right) 50,3 \cdot 1200 \cdot 145 = 2097,4 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica u_1

Sendo a tensão resistente determinada com equação (A.21):

$$V_{R,cs} = 0,135 k \left(100 \rho_1 f_c \right)^{1/3} \cdot u_1 d \cdot \frac{1}{\beta} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{yw,ef} \sin \alpha \cdot \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.21})$$

Sendo:

$$\beta = \left(1 + K \frac{M_E}{V_E} \frac{u_1}{W_1} \right)$$

Para $e = \frac{M_E}{V_E}$

Sendo e a excentricidade do carregamento;

Temos:

$$\beta = \left(1 + K \cdot e \cdot \frac{u_1}{W_1} \right)$$

Sendo:

$$C_1 = C_2 = 300 \text{ mm}$$

$$C_1 / C_2 = 300 / 300 = 1 \rightarrow K = 0,60$$

$$W_1 = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2 d C_2 + \pi d C_1 + 8 d^2 \quad (\text{A.25})$$

Substituindo os valores na equação (A.25):

$$W_1 = \frac{300^2}{4} + \frac{300 \times 300}{2} + 2 \cdot 145 \cdot 200 + \pi \cdot 145 \cdot 300 + 8 \cdot 145^2 = 9,19 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

Portanto:

$$\beta = \left(1 + 0,6 \cdot 315 \cdot \frac{3022,12}{9,19 \cdot 10^5} \right) = 1,62$$

$$k = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{145}} \right) = 2,17 \geq 2,0 \rightarrow k = 2,0$$

Substituindo os valores na equação (A.21):

$$V_{R,cs} = 0,135 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,0154 \cdot 50,3)^{1/3} 3022,12 \cdot 145 \cdot \frac{1}{1,62} + 1,5 \cdot \frac{145}{100} \cdot 942,5 \cdot 329,2 \cdot \text{sen}(90) \cdot \frac{1}{1,62}$$

$$V_{R,cs} = 727,1 \text{ kN}$$

Lembrando que assim como para a L01:

$$f_{yw,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot 145) = 329,2 \text{ MPa}$$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

Sendo a carga resistente determinada com equação (A.26):

$$V_{out} = 0,18 k (100 \rho_1 f_c)^{1/3} \cdot \frac{u_{out} \cdot d}{\beta} \quad (\text{A.26})$$

Sendo:

$$\beta = 1 + K \cdot e \cdot \left(\frac{u_{out}}{W_{out}} \right)$$

Sendo:

$$W_{out} = 2,97 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$$

$$K = 0,6$$

$$k = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{145}} \right) = 2,17 \geq 2,0 \rightarrow k = 2,0$$

$$\beta = 1 + K \cdot e \cdot \left(\frac{u_{out}}{W_{out}} \right) = 1 + 0,6 \cdot 315 \left(\frac{3502,71}{2,97 \cdot 10^6} \right) = 1,22$$

$$V_{out} = 0,18 k (100 \rho_1 f_c)^{1/3} \cdot \frac{1}{\beta} = 0,18 (2) (100 \cdot 0,0154 \cdot 50,3)^{1/3} \cdot \frac{3502,71 \cdot 145}{1,22}$$

$$V_{out} = 637,4 \text{ kN}$$

Logo para a laje L02 a carga resistente a punção é $V_{EC2} = 637,4 \text{ kN}$.

ACI 318: 2014

- **Laje L01**

Para o pilar de $300 \times 300 \text{ mm}$ e $d = 145 \text{ mm}$:

$$b_0 = 4 \cdot 300 + 4 \cdot 145 = 1780 \text{ mm}$$

$$b_{out} = 2562,46 \text{ mm} \text{ (obtido com o auxílio do programa Autocad)}$$

- Verificação da máxima carga resistente à punção de acordo com ACI 318: 2014, para laje com *studs* com armadura de cisalhamento:

$$V_{R,máx} = 0,66 \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (\text{A.27})$$

Substituindo os valores na equação (A.27) temos:

$$V_{R,máx} = 0,66 \cdot \sqrt{48,3} \cdot 1780 \cdot 145 = 1183,87 \text{ kN}$$

- Verificação da resistência à punção para lajes com armadura de cisalhamento:

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad (\text{A.28})$$

Onde:

$$V_{R,c} \leq 0,25 \sqrt{f'_c} b_o d = 0,25 \sqrt{48,3} \cdot 1780 \cdot 145 = 448,4 \text{ kN}$$

A contribuição da armadura de cisalhamento é dada pela expressão:

$$V_{R,s} = \frac{A_v f_y d}{s_r} \quad (\text{A.29})$$

Então:

$$V_{R,s} = \frac{942,5 \cdot 420 \cdot 145}{100} = 574 \text{ kN}$$

f_y não deve exceder 420 MPa.

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} = 448,4 + 574 = 1022,4 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$V_{out} = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_{out} d \quad (\text{A.30})$$

Substituindo os valores na equação (A.30) temos:

$$V_{out} = \frac{1}{6} \sqrt{48,3} \cdot 2562,46 \cdot 145 = 430,4 \text{ kN}$$

Logo para a laje L01 a carga resistente a punção é $V_{ACI} = 430,4 \text{ kN}$.

- **Laje L02**

Para o pilar de $300 \times 300 \text{ mm}$ e $d = 145 \text{ mm}$:

$$b_0 = 4 \cdot 300 + 4 \cdot 145 = 1780 \text{ mm}$$

$$b_1 = b_2 = 300 + 145 = 445 \text{ mm}$$

$$b_{out} = 2562,46 \text{ mm} \text{ (obtido com o auxílio do programa Autocad)}$$

$$b_{1,out} = b_{2,out} = 786,28 \text{ mm} \text{ (obtido com o auxílio do programa Autocad)}$$

- Verificação da máxima carga resistente à punção de acordo com ACI 318: 2014:

$$V_{R,máx} = 0,66 \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (\text{A.27})$$

Substituindo os valores na equação (A.27) temos:

$$V_{R,máx} = 0,66 \cdot \sqrt{50,3} \cdot 1780 \cdot 145 = 1208,1 \text{ kN}$$

- Verificação da resistência à punção para lajes com armadura de cisalhamento:

$$\phi v_n \geq v_u \quad (\text{A.31})$$

$$\phi v_n = \frac{\phi \cdot (V_{R,c} + V_{R,s})}{b_o d} \quad (\text{A.32})$$

Onde:

$$V_{R,c} \leq 0,25 \sqrt{f'_c} b_o d = 0,25 \sqrt{50,3} \cdot 1780 \cdot 145 = 457,6 \text{ kN}$$

A contribuição da armadura de cisalhamento é dada pela expressão:

$$V_{R,s} = \frac{A_v f_y d}{s_r} = \frac{942,5 \cdot 420 \cdot 145}{100} = 574 \text{ kN}$$

f_y não deve exceder 420 MPa.

$$V_{R,c} + V_{R,s} = 448,4 + 574 = 1022,4 \text{ kN}$$

Assim a tensão resistente será:

$$v_n = \frac{(V_{R,c} + V_{R,s})}{b_o d} = \frac{1022,4}{1780 \cdot 145} = 3,96 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante deve ser calculada considerando a transferência de momento, como indicado na equação (A.33):

$$v_{u(AB)} = \frac{V_{R,cs}}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c} \quad (\text{A.33})$$

Sendo $M_u = V_{R,cs} \cdot e$

$$v_{u(AB)} = \frac{V_{R,cs}}{A_c} + \frac{\gamma_v (V_{R,cs} \cdot e) c_{AB}}{J_c} \quad (\text{A.34})$$

Sendo

$$A_c = b_0 \cdot d = 1780 \cdot 145 = 258100 \text{ mm}^2$$

$$C_{AB} = \frac{b_1}{2} = \frac{445}{2} = 222,5 \text{ mm}$$

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^3}{2}$$

$$J_c = \frac{145(300 + 145)^3}{6} + \frac{(300 + 145)145^3}{6} + \frac{145(300 + 145)(300 + 145)^3}{2} = 8,7 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

A fração do momento transferido por excentricidade do cisalhamento definido por:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{445/445}} = 0,4$$

Logo:

$$v_{u(AB)} = \frac{V_{R,cs}}{258100} + \frac{0,4(V_{R,cs} \cdot 315)222,5}{8,7 \cdot 10^9} = 7,08 \cdot 10^{-6} V_{R,cs}$$

Para a condição:

$$7,08 \cdot 10^{-6} V_{R,cs} \leq 3,96 \text{ MPa} \rightarrow V_{R,cs} = 564,5 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

Tensão resistente:

$$v_n = \frac{V_{out}}{b_{out} \cdot d} = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} = \frac{1}{6} \sqrt{50,3} = 1,18 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante deve ser calculada considerando a transferência de momento, como indicado na equação (A.35):

$$v_{u(AB)} = \frac{V_{out}}{A_c} + \frac{\gamma_v (V_{out} \cdot e) c_{AB}}{J_c} \quad (\text{A.35})$$

Sendo

$$A_c = b_{out} \cdot d = 2562,46 \cdot 145 = 371556,7 \text{ mm}^2$$

$$C_{AB} = \frac{b_{1,out}}{2} = \frac{786,28}{2} = 393,14 \text{ mm}$$

O valor de J_c foi aproximado pelo valor de I_y do contorno b_{out} , assim

$$J_c \approx I_y = 3,0 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

A fração do momento transferido por excentricidade do cisalhamento definido por:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \sqrt{b_{1,out} / b_{2,out}}} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \sqrt{786,28 / 786,28}} = 0,4$$

Logo:

$$v_{u(AB)} = \frac{V_{out}}{371556,7} + \frac{0,4 (V_{out} \cdot 315) 393,14}{3,0 \cdot 10^{10}} = 4,34 \cdot 10^{-6} V_{out}$$

Para a condição:

$$4,34 \cdot 10^{-6} V_{out} \leq 1,18 \text{ MPa} \rightarrow V_{out} = 272,2 \text{ kN}$$

Logo para a laje L01 a carga resistente a punção é $V_{ACI} = 430,4 \text{ kN}$.

fib Model Code 2010: 2013

- **Laje L01**

Para o pilar de $300 \times 300 \text{ mm}$ e $d = 145 \text{ mm}$:

Como não há excentricidade então $e_u = 0$, portanto:

$$K_e = 1$$

$$b_0 = 1 \cdot (4 \cdot 300 + \pi \cdot 145) = 1655,53 \text{ mm}$$

$b_{out} = 2541,96 \text{ mm}$ (obtido com o auxílio do programa Autocad)

- Verificação da resistência a punção:

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad (\text{A.36})$$

A parcela de resistência da armadura de cisalhamento é calculada por:

$$V_{R,s} = \Sigma A_{sw} k_e \sigma_{swd} \sin \alpha \quad (\text{A.37})$$

Sendo:

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \psi}{6} \left(\sin \alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad (\text{A.38})$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \sqrt{\frac{f_c}{25}} \quad (\text{A.39})$$

Onde:

$$\phi_w = 10 \text{ mm para L1}$$

$$f_{bd} = 2.1,75 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{48,3}{25}} = 4,86 \text{ MPa}$$

Substituindo os valores na equação (A.37) temos:

$$V_{R,s} = 942,5 \cdot 1 \cdot \frac{222000 \psi}{6} \left(1 + \frac{4,86}{573} \cdot \frac{145}{10} \right) \cdot 1 = 3,92 \cdot 10^7 \psi \quad (\text{A.40})$$

A parcela resistida pelo concreto é determinada por:

$$V_{Rd,c} = k_\psi \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} b_0 \cdot d \quad (\text{A.41})$$

Sendo:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \rightarrow k_{dg} = \frac{32}{16 + 9,5} = 1,25$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot 145 \cdot 1,25} \rightarrow k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \leq 0,6$$

Retirando a segurança da equação (A.41) e substituindo os valores temos:

$$V_{R,c} = \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \sqrt{48,3 \cdot 1655,54 \cdot 145} = 1668327,26 \cdot \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \quad (\text{A.42})$$

Adotando o método de aproximação II, o cálculo da rotação da laje ψ em torno do pilar será:

$$\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (\text{A.43})$$

Cálculo do momento resistente:

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_y \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2f_c} \right) \quad (\text{A.44})$$

$$m_{Rd} = 0,0154 \cdot 145^2 \cdot 557 \left(1 - \frac{0,0154 \cdot 557}{2 \cdot 48,3} \right) = 164,33 \text{ kN} \cdot \text{mm} / \text{mm}$$

No nível de aproximação II o valor de m_{sd} (momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa) corresponde a:

$$m_{sd} = V_E \left(\frac{1}{8} + \frac{e_u}{2b_s} \right) \quad (\text{A.45})$$

Onde:

$$e_u = 0$$

$$b_s = 1,5 \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} = \sqrt{1050 \cdot 1050} = 1575 \text{ mm}$$

Sendo $r_{s,x} = r_{s,y} = 1050 \text{ mm}$ a distância entre os eixos dos pontos de aplicação das cargas nos modelos das lajes ensaiadas.

$$m_{sd} = V_E \left(\frac{1}{8} + \frac{e_u}{2b_s} \right) = \frac{1}{8} V_E = 0,125 \cdot V_E$$

Portanto:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{1050}{145} \cdot \frac{557}{222} \cdot \left(\frac{0,125 \cdot V_E}{164,33} \right)^{1,5} \quad (\text{A.46})$$

Para a condição em que a soma das equações (A.40) e (A.42) é igual a (A.46) foi encontrado o valor de ψ e sua correspondente resistência $V_{R,c}$ e $V_{R,s}$ ou seja, $\psi = 12,81$, $V_{R,c} = 794,74 \text{ kN}$ e $V_{R,s} = 501,68 \text{ kN}$

Logo a resistência da laje a punção será a soma das parcelas resistentes do concreto e da armadura de cisalhamento, ou seja:

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} = 794,74 + 501,98 = 1296,4 \text{ kN}$$

- Verificação da resistência máxima:

$$V_{R,máx} = k_{sys} \cdot k_{\psi} \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \leq \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (\text{A.47})$$

Para $k_{sys} = 2,8$ lajes com armadura de cisalhamento tipo stud temos:

$$V_{R,máx} = 4671316,33 \cdot \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \leq \sqrt{48,3} \cdot 1655,54 \cdot 145$$

Fazendo o processo iterativo similar ao descrito acima, encontra-se:

$$\psi = 23,76$$

$$V_{R,máx} = 4671316,33 \cdot \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot 23,76} \right) \leq \sqrt{48,3} \cdot 1655,54 \cdot 145$$

$$V_{R,máx} = 1199,9 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$V_{R,out} = k_{\psi} \sqrt{f_c} \cdot b_{out} \cdot d \quad (\text{A.48})$$

Sendo:

$$b_{out} = 2541,96 \text{ mm}$$

Repete-se o processo iterativo, encontrando ψ .

$$V_{R,out} = \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \sqrt{48,3 \cdot 2541,96 \cdot 145} = 943,5 \text{ kN}$$

Logo a resistência a punção será $V_{MC} = 943,5 \text{ kN}$, menor valor entre as cargas estimadas nos perímetros.

- **Laje L02**

Para o pilar de $300 \times 300 \text{ mm}$ e $d = 145 \text{ mm}$:

$$e_u = 315 \text{ mm}$$

b_u é o diâmetro de um círculo com a mesma superfície da região dentro do perímetro crítico e pode ser determinado por:

$$b_u = 2 \sqrt{\frac{300 \cdot 300 + 145 \cdot (300 + 300) + \pi \cdot (145 / 2)^2}{\pi}} = 496,38 \text{ mm}$$

$$K_e = \frac{1}{1 + (e_u / b_u)} = \frac{1}{1 + (315 / 496,38)} = 0,612$$

$$b_0 = 0,612 \cdot (4 \cdot 300 + \pi \cdot 145) = 1012,81 \text{ mm}$$

$$b_{out} = 2541,96 \text{ mm} \text{ (obtido com o auxílio do programa Autocad)}$$

- Verificação da resistência a punção:

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad (\text{A.49})$$

A parcela de resistência da armadura de cisalhamento é calculada por:

$$V_{R,s} = \Sigma A_{sw} k_e \sigma_{swd} \sin \alpha \quad (\text{A.50})$$

Sendo:

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \psi}{6} \left(\sin \alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad (\text{A.51})$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \sqrt{\frac{f_c}{25}} \quad (\text{A.52})$$

Onde:

$$\phi_w = 10 \text{ mm para L2}$$

$$f_{bd} = 2.1,75 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{50,3}{25}} = 4,96 \text{ MPa}$$

Substituindo os valores na equação (A.50) temos:

$$V_{R,s} = 942,5 \cdot 1 \cdot \frac{222000 \psi}{6} \left(1 + \frac{4,96}{573} \cdot \frac{145}{10} \right) \cdot 1 = 3,93 \cdot 10^7 \psi \quad (\text{A.53})$$

A parcela resistida pelo concreto é determinada por:

$$V_{R,c} = k_\psi \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (\text{A.54})$$

Sendo:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \rightarrow k_{dg} = \frac{32}{16 + 9,5} = 1,25$$

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot 145 \cdot 1,25} \rightarrow k_\psi = \frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \leq 0,6$$

Substituindo os valores na equação (A.47) temos:

$$V_{R,c} = \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \sqrt{50,3} \cdot 729,57 \cdot 145 = 750272,82 \cdot \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \quad (\text{A.55})$$

Adotando o método de aproximação II, o cálculo da rotação da laje ψ em torno do pilar será:

$$\psi = 1,5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (\text{A.56})$$

Cálculo do momento resistente:

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_y \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2f_c} \right) = 0,0154 \cdot 145^2 \cdot 557 \left(1 - \frac{0,0154 \cdot 557}{2 \cdot 50,3} \right) = 164,97 \text{ kN} \cdot \text{mm} / \text{mm}$$

Cálculo do momento atuante:

$$r_{s,x} = r_{s,y} = 1050 \text{ mm}$$

$$b_s = 1,5 \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} = \sqrt{1050 \cdot 1050} = 1575 \text{ mm}$$

$$e_u = 315 \text{ mm}$$

$$m_{sd} = V_E \left(\frac{1}{8} + \frac{e_u}{2b_s} \right) = \left(\frac{1}{8} + \frac{315}{2 \cdot 1575} \right) V_E = 0,225 V_E$$

Portanto:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{1050}{145} \cdot \frac{557}{222} \cdot \left(\frac{0,225 \cdot V_E}{164,97} \right)^{1,5} \quad (\text{A.57})$$

Para a condição que a soma das equações (A.53) e (A.55) são iguais a (A.57) foi encontrado o valor de ψ e sua correspondente resistência $V_{R,c}$, ou seja, $\psi = 13,71$ e $V_{R,c} = 463,7 \text{ kN}$ e $V_{R,s} = 329,15 \text{ kN}$.

Logo a resistência da laje a punção será a soma das parcelas resistentes do concreto e da armadura de cisalhamento, ou seja:

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} = 463,7 + 329,15 = 792,9 \text{ kN}$$

- Verificação da resistência máxima será:

$$V_{R,máx} = k_{sys} \cdot k_{\psi} \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \leq \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (A.58)$$

Para $k_{sys} = 2,8$ lajes com armadura de cisalhamento tipo stud temos:

$$V_{R,máx} = 2100749,9 \cdot \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \leq \sqrt{50,3} \cdot 729,57 \cdot 145$$

Repete-se o processo iterativo, encontrando ψ .

Sendo:

$$\psi = 25,43$$

$$V_{R,máx} = 750267,821 \cdot \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot 25,43} \right) \leq \sqrt{50,3} \cdot 729,57 \cdot 145$$

$$V_{R,máx} = 700,1 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$V_{R,out} = k_{\psi} \sqrt{f_c} \cdot b_{out} \cdot d \quad (A.59)$$

Sendo:

$$b_{out} = 2541,96 \text{ mm}$$

Repete-se o processo iterativo, encontrando ψ .

$$V_{R,out} = \left(\frac{1}{1,5 + 163,125 \cdot \psi} \right) \sqrt{50,3} \cdot 2541,96 \cdot 145 = 550,5 \text{ kN}$$

Logo a resistência à punção será $V_{MC} = 550,5 \text{ kN}$, menor valor entre as cargas estimadas nos perímetros.

Estimativas da carga última de punção conforme proposta de alteração da NBR6118:2014

- Laje L03

Para o pilar de $500 \times 200 \text{ mm}$ e $d = 123 \text{ mm}$:

$$u_0 = 2 \cdot (500 + 200) = 1400 \text{ mm}$$

$u_1 = 1972,83 \text{ mm}$ (Perímetro crítico reduzido determinado com auxílio do programa Autocad)

$$e^* = 106,15 \text{ mm} \text{ (excentricidade do perímetro reduzido adotado)}$$

Figura A.1 – Perímetro crítico reduzido para a laje L03

Fonte: Próprio autor

- Verificação da superfície crítica do perímetro u_0 :

$$V_{R,max} = \tau_{R2} u_0 d = 0,27 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c u_0 d \quad (\text{A.60})$$

Substituindo os valores na equação (A.60):

$$V_{R,máx} = 0,27 \left(1 - \frac{32,3}{250} \right) 32,3 \cdot 1200 \cdot 123 = 1116,4 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica u_1 :

Para lajes sem armadura de cisalhamento a tensão resistente no contorno crítico u_1 será calculada pela expressão (A.61).

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} \quad (\text{A.61})$$

Removendo a segurança implícita na equação multiplicando-a pelo coeficiente $\gamma_c = 1,4$ teremos:

$$\tau_{R1} = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} \quad (\text{A.62})$$

Substituindo os valores na equação (A.62):

$$\tau_{R1} = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,3}} \right) (100 \times 0,0087 \times 32,3)^{1/3} = 1,24 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante deve ser calculada considerando a transferência do momento devido a excentricidade do perímetro, como indicado na equação (A.63):

$$\tau_s = \frac{V_{R,c}}{u_1 d} + \frac{K M_s}{W_p d} = \frac{V_{R,c}}{u_1 d} + \frac{K V_{R,c} e^*}{W_p d} \quad (\text{A.63})$$

Sendo $C_1 / C_2 = 500 / 200 = 2,5 \rightarrow K = 0,75$

Com esses dados é possível determinar o valor do módulo de resistência W_p sendo:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2 d C_2 + \pi d C_1 + 8 d^2 \quad (\text{A.64})$$

Então:

$$W_p = \frac{500^2}{2} + \frac{500 \times 200}{2} + 2 \times 123 \times 200 + \pi \times 123 \times 500 + 8 \times 123^2 = 5,38 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

Assim:

$$\tau_s = \frac{V_{R,c}}{1972,83 \cdot 123} + \frac{0,75 \cdot V_{R,c} \cdot 106,15}{5,38 \cdot 10^5 \cdot 123} = 5,32 \cdot 10^{-6} V_{R,c}$$

Portanto

$$\tau_s = 5,32 \cdot 10^{-6} V_{R,c} \leq \tau_{R1} = 1,24 \text{ MPa} \rightarrow V_{R,cs} = 233,7 \text{ kN}$$

Logo, para a laje L03 a carga resistente à punção é $V_{NBR} = 233,7 \text{ kN}$.

- **Laje L04**

Para o pilar de $500 \times 200 \text{ mm}$ e $d = 123 \text{ mm}$:

$$u_0 = 2 \cdot 500 + 200 = 1200 \text{ mm}$$

$u_1 = 1972,83 \text{ mm}$ (Perímetro crítico reduzido determinado com auxílio do programa Autocad)

$e = 449 \text{ mm}$ (excentricidade do momento externo atuante)

$e^* = 106,15 \text{ mm}$ (excentricidade do perímetro reduzido adotado)

Figura A.2 – Perímetro crítico reduzido para a laje L04

Fonte: Próprio autor

- Verificação da superfície crítica do perímetro u_0 :

$$V_{R,máx} = \tau_{R2} u_0 d = 0,27 \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) f_c u_0 d \quad (\text{A.60})$$

Substituindo os valores na equação (A.60):

$$V_{R,máx} = 0,27 \left(1 - \frac{34,2}{250} \right) 34,2 \cdot 1200 \cdot 123 = 1171,7 \text{ kN}$$

- Verificação na superfície crítica u_1

$$\tau_{R1} = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} \quad (\text{A.62})$$

Substituindo os valores na equação (A.50):

$$\tau_R = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,3}} \right) (100 \times 0,0148 \times 34,2)^{1/3} = 1,52 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante deve ser calculada considerando a transferência do momento externo além do gerado devido a excentricidade do perímetro.

Assim considerando que a laje L4 tem o momento atuando no sentido da região do furo temos:

$$\tau_s = \frac{V_{R,c}}{u_1 d} + \frac{K M_s}{W_p d} = \frac{V_{R,c}}{u_1 d} + \frac{K V_{R,c} (e - e^*)}{W_p d} \quad (\text{A.65})$$

Sendo $C_1 / C_2 = 500 / 200 = 2,5 \rightarrow K = 0,75$

$$W_p = \frac{500^2}{2} + \frac{500 \times 200}{2} + 2 \times 123 \times 200 + \pi \times 123 \times 500 + 8 \times 123^2 = 5,38 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

Assim:

$$\tau_s = \frac{V_{R,c}}{1972,83 \cdot 123} + \frac{0,75 \cdot V_{R,c} \cdot (449 - 106,15)}{5,38 \cdot 10^5 \cdot 123} = 8,01 \cdot 10^{-6} V_{R,c}$$

Portanto

$$\tau_s = 8,01 \cdot 10^{-6} V_{R,c} \leq \tau_{R1} = 1,52 \text{ MPa} \rightarrow V_{R,cs} = 189,1 \text{ kN}$$

Logo, para a laje L04 a carga resistente à punção é $V_{NBR} = 189,5 \text{ kN}$.