EDUARDO ALEXANDRE RODRIGUES

**Um modelo multiescala concorrente para representar o
processo de fissuração do concreto**

São Paulo-SP
(2015)

EDUARDO ALEXANDRE RODRIGUES

**Um modelo multiescala concorrente para representar o
processo de fissuração do concreto**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo, como parte dos
requisitos para obtenção do grau de Doutor em
Ciências.

São Paulo-SP
(2015)

EDUARDO ALEXANDRE RODRIGUES

**Um modelo multiescala concorrente para representar o
processo de fissuração do concreto**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo, como parte dos
requisitos para obtenção do grau de Doutor em
Ciências.

Área de concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Túlio Nogueira Bittencourt

Co-Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli

São Paulo-SP

(2015)

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 01 de dezembro de 2015.

Assinatura do autor:

Assinatura do orientador:

Catálogo-na-publicação

Rodrigues, Eduardo Alexandre

Um modelo multiescala concorrente para representar o processo de fissuração do concreto / E. A. Rodrigues – versão corr.-- São Paulo, 2015.
192 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Análise Multiescala 2.Elemento Finito de Interface 3.Modelo Constitutivo de dano 4.Elemento Finito de Acoplamento 5.Modelo Multiescala Adaptativo
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

**À minha esposa, Suzi, e à nossa filha, Gabriela,
que inundou nossas vidas de alegria.**

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelas oportunidades e pelas pessoas especiais que tem colocado em minha vida.

À minha esposa Suzi Rodrigues e à minha filha Gabriela Pauloni Rodrigues, pelo incentivo e apoio, durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço à minha Mãe, irmãos pelo incentivo e motivação. Aos meus amigos, Murici e Evaldo pela sincera amizade.

Ao amigo e co-orientador Osvaldo L. Manzoli, pelas oportunidades, conselhos, incentivo e confiança em meu trabalho.

Agradeço ao professor Túlio N. Bittencourt pela orientação e amizade desenvolvidas ao longo deste trabalho.

Aos amigos do Grupo de Modelagem de Estruturas de Concreto (GMEC), em especial, os amigos Alberto Colombo, Luís Bitencourt, Plínio dos Prazeres, Paulo Vitor e Ritermayer pela ajuda e companhia durante todo esse período.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Civil, em especial, o professor Valério pela pronta supervisão durante o desenvolvimento do estágio de docência.

Agradeço a CAPES pelo auxílio disponibilizado, sem ao qual o desenvolvimento deste trabalho não seria possível.

RESUMO

Este trabalho propõe uma técnica de modelagem multiescala concorrente do concreto considerando duas escalas distintas: a mesoescala, onde o concreto é modelado como um material heterogêneo, e a macroescala, na qual o concreto é tratado como um material homogêneo. A heterogeneidade da estrutura mesoscópica do concreto é idealizada considerando três fases distintas, compostas pelos *agregados graúdos* e *argamassa* (matriz), estes considerados materiais homogêneos, e *zona de transição interfacial* (ZTI), tratada como a parte mais fraca entre as três fases.

O agregado graúdo é gerado a partir de uma curva granulométrica e posicionado na matriz de forma aleatória. Seu comportamento mecânico é descrito por um modelo constitutivo elástico-linear, devido a sua maior resistência quando comparado com as outras duas fases do concreto. Elementos finitos contínuos com alta relação de aspecto em conjunto com um modelo constitutivo de dano são usados para representar o comportamento não linear do concreto, decorrente da iniciação de fissuras na ZTI e posterior propagação para a matriz, dando lugar à formação de microfissuras. Os elementos finitos de interface com alta relação de aspecto são inseridos entre todos os elementos regulares da matriz e entre os da matriz e agregados, representando a ZTI, tornando-se potenciais caminhos de propagação de fissuras. No estado limite, quando a espessura do elemento de interface tende a zero ($h \rightarrow 0$) e, conseqüentemente, a relação de aspecto tende a infinito, estes elementos apresentam a mesma cinemática da aproximação contínua de descontinuidades fortes (ACDF), sendo apropriados para representar a formação de descontinuidades associados a fissuras, similar aos modelos coesivos. Um modelo de dano à tração é proposto para representar o comportamento mecânico não linear das interfaces, associado à formação de fissuras, ou até mesmo ao eventual fechamento destas.

A fim de contornar os problemas causados pela malha de elementos finitos de transição entre as malhas da macro e da mesoescala, que, em geral, apresentam diferenças expressivas

de refinamento, utiliza-se uma técnica recente de acoplamento de malhas não conformes. Esta técnica é baseada na definição de elementos finitos de acoplamento (EFAs), os quais são capazes de estabelecer a continuidade de deslocamento entre malhas geradas de forma completamente independentes, sem aumentar a quantidade total de graus de liberdade do problema, podendo ser utilizados tanto para acoplar malhas não sobrepostas quanto sobrepostas.

Para tornar possível a análise em multiescala em casos nos quais a região de localização de deformações não pode ser definida a priori, propõe-se uma técnica multiescala adaptativa. Nesta abordagem, usa-se a distribuição de tensões da escala macroscópica como um indicador para alterar a modelagem das regiões críticas, substituindo-se a macroescala pela mesoescala durante a análise. Consequentemente, a malha macroscópica é automaticamente substituída por uma malha mesoscópica, onde o comportamento não linear está na iminência de ocorrer.

Testes numéricos são desenvolvidos para mostrar a capacidade do modelo proposto de representar o processo de iniciação e propagação de fissuras na região tracionada do concreto. Os resultados numéricos são comparados com os resultados experimentais ou com aqueles obtidos através da simulação direta em mesoescala (SDM).

Palavras-chave: Análise Multiescala, Elemento Finito de Interface, Modelo Constitutivo de dano, Elemento Finito de Acoplamento, Modelo Multiescala Adaptativo; Propagação de Fissura; Concreto.

ABSTRACT

A concurrent multiscale analysis of concrete is presented, in which two distinct scales are considered: the mesoscale, where the concrete is modeled as a heterogeneous material and the macroscale that treats the concrete as a homogeneous material. The mesostructure heterogeneities are idealized as three phase materials composed of the *coarse aggregates*, *mortar matrix* and the *interfacial transition zone* (ITZ).

The coarse aggregates are generated from a grading curve and placed into the mortar matrix randomly. Their behavior is described using an elastic-linear constitutive model due to their significant higher strength when compared with the other two phases of the concrete. Special continuum finite elements with a high aspect ratio and a damage constitutive model are used to describe the nonlinear behavior associated to the propagation of cracks, which initiates in the ITZ and then propagates to the mortar matrix given place to a macro-crack formation. These interface elements with a high aspect ratio are inserted in between all regular finite elements of the mortar matrix and in between the mortar matrix and aggregate elements, representing the ITZ. In the limit case, when the thickness of interface elements tends to zero ($h \rightarrow 0$) and consequently the aspect ratio tends to infinite, these elements present the same kinematics as the continuous strong discontinuity approach (CSDA), so that they are suitable to represent the formation of discontinuities associated to cracks, similar to cohesive models. A tensile damage model is proposed to model the nonlinear mechanical behavior of the interfaces, associated to the crack formation and also to the possible crack closure.

To avoid transition meshes between the macro and the mesoscale meshes, a new technique for coupling non-matching meshes is used. This technique is based on the definition of coupling finite elements (CFEs), which can ensure the continuity of displacement between independent meshes, without increasing the total number of degrees of freedom of the problem. This technique can be used to couple non-overlapping and overlapping meshes.

To make possible the concurrent multiscale analysis, where the strain localization region cannot be defined a priori, an adaptive multiscale model is proposed. In this approach the macroscale stress distribution is used as an indicator to properly change from the macroscale to the mesoscale modeling in the critical regions during the analysis. Consequently, the macroscopic mesh is automatically replaced by a mesoscopic mesh where the nonlinear behavior is imminent.

A variety of tests are performed to show the ability of the proposed methodology in predicting the behavior of initiation and propagation of cracks in the tensile region of the concrete. The numerical results are compared with the experimental ones or with those obtained by the direct simulation in mesoscale (DSM).

Keywords: Multiscale Analysis, Interface Finite Element, Continuum Damage Model, Coupling Finite Element, Adaptive Multiscale Model, Crack Propagation, Concrete.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Representação do concreto em múltiplas escalas (adaptada van Mier, 1997)	18
Figura 1.2: Padrão de fissuras observado em ensaios experimentais (Landis e Bolander, 2009)	20
Figura 1.3: Técnica multiescala desacoplada	22
Figura 1.4: Técnica multiescala com acoplamento fraco	23
Figura 1.5: Técnica multiescala concorrente	24
Figura 1.6: Reconstrução da malha para a adaptação do trajeto da fissura segundo o modelo de fissura coesiva: (a) no passo de carga 7, (b) no passo de carga 22 (Bocca et al., 1991)	26
Figura 1.7: Processo de fraturamento associado à localização de deformação ao longo de um elemento, mediante a técnica de fissura distribuída "smeared crack" (Rots 1991) .	26
Figura 1.8: Malhas não conformes	31
Figura 1.9: Subdomínios independentes discretizados com malhas de elementos finitos, que apresentam nó independentes e dependentes na interface	32
Figura 2.1: Representação do processo de danificação: (a) seção transversal nominal, (b) seção transversal degradada.....	41
Figura 2.2: Hipótese de deformação equivalente (Lemaitre , 1978)	43
Figura 2.3: Diagrama de tensão <i>versus</i> deformação axial (Gonçalves, 2003)	46
Figura 2.4: Comportamentos distintos de endurecimento/abrandamento (Pedrini, 2008)	47
Figura 2.5:Extrapolação da variável interna do tipo deformação (adaptado de Oliver et al. 2008)	54
Figura 2.6: Representação das fases de predição e correção do algoritmo de interação IMPL- EX para o modelo de dano (adaptado de Oliver et al., 2008).....	56
Figura 3.1: Condições de contorno imposta ao EVR para obter as propriedades homogeneizadas.....	63
Figura 3.2: Representação do modelos de Voigt (a) e de Reuss (b).....	65

Figura 3.3: Representação do modelo de Counto: (a) em série e (b) em paralelo.....	65
Figura 3.4: Material bifásico	67
Figura 3.5: Condições de contorno e malha de elementos finitos adotadas	67
Figura 3.6: Configuração deformada da amostra com o campo de deslocamento horizontal..	68
Figura 3.7: Curva granulométrica adotada de Füller para $d_{\max} = 20$ mm e $n = 0,5$	70
Figura 3.8: Condições de posicionamento imposta aos agregados	72
Figura 3.9: Geometrias não convexas.....	74
Figura 3.10: Realizações aleatórias tridimensionais de agregados graúdos: a) octaédricos, dodecaédricos, icosaédricos e poliedro com 80 faces triangulares.....	76
Figura 3.11: Agregados representados por diferentes poliedros: octaédricos, dodecaédricos e icosaédricos.....	77
Figura 3.12: realizações bidimensionais de agregados octogonais embebidos na matriz adotando as frações de volume de: (a) 25 % , (b) 35%, (c) 45% e (d) 55%, respectivamente	77
Figura 3.13: Realização aleatória de agregado para amostras com geometrias não convexas.	78
Figura 3.14: (a) Amostra da estrutura mesoscópica do concreto e (b) detalhes dos elementos de interface inseridos entre os elementos regulares via técnica de fragmentação da malha.....	80
Figura 3.15: Elemento finito triangular com alta relação de aspecto	80
Figura 3.16: Superfície de descontinuidade forte (Manzoli et al., 2012)	83
Figura 3.17: Cinemática da descontinuidade. (a) campo de deslocamento de descontinuidade forte; (b) campo de deslocamento de descontinuidade fraca; (c) campo de deformação de descontinuidade fraca (Manzoli et al., 2012).....	85
Figura 3.18: Geometria, condições de contorno e malha de elementos finitos fragmentada ...	96
Figura 3.19: Processo de iniciação e propagação de fissuras e distribuição das tensões de tração na amostra	96
Figura 3.20: Padrão de fissura para as diferentes densidades de agregado: a) 20%, b) 30%, c) 40% e d) 50%	97
Figura 3.21: curvas força-deslocamento para diferentes densidade de agregado.....	97
Figura 3.22: Padrão de fissuras para diferentes diâmetros máximos de agregado a) 10 mm, b) 20 mm, c) 30 mm e d) 40 mm	98
Figura 3.23: Curvas força – deslocamento para diferentes diâmetros máximos de agregado..	98

Figura 3.24: Padrão de fissura para diferentes realizações aleatórias de agregado para uma mesma densidade de agregado (40%): a) realização 1, b) realização 2, c) realização 3 e d) realização 4	99
Figura 3.25: curvas força-deslocamento para diferentes realizações aleatórias de agregado para uma mesma porcentagem de agregado	99
Figura 3.26: Geometria e condições de contorno do painel	100
Figura 3.27: Representação estrutural multiescala do painel em conjunto com a malha de elementos finitos adotada	102
Figura 3.28: Configuração deformada e distribuição das tensões do painel (σ_{yy}) com um fator de ampliação de 20 vezes à original no estágio final do carregamento.....	104
Figura 3.29: Processo de fissuração para os diferentes estágios do carregamento: a) 25%, b) 50 % c) 75 % e d) 100% do carregamento total	105
Figura 3.30: Trajetória percorrida pelas fissuras para a média dos três ensaios experimentais, análise numérica desenvolvida por Unger e Eckardt (2011) e análise numérica proposta.....	105
Figura 3.31: Curva força vertical versus deslocamento vertical do painel.....	106
Figura 3.32: Geometria e condições de contorno da viga	107
Figura 3.33: Curva granulométrica do agregado (Kozicki e Tejchman, 2007).....	108
Figura 3.34: Configuração deformada das vigas: (a) V1, (b) V2 e (c) V3 em conjunto com as imagens das vigas experimentais, no estágio final do carregamento (Kozicki e Tejchman, 2007)	110
Figura 3.35: Curva força versus deflexão das vigas	111
Figura 4.1: Esquema de acoplamentos de malhas não conformes	115
Figura 4.2: Ilustração de casos onde diferentes tipos de EFAs, 2D e 3D, com interpolação linear dos deslocamentos, podem ser definidos: a) um elemento finito de acoplamento triangular, (b) um elemento finito de acoplamento quadrilateral, (c) três elementos finitos de acoplamento tetraédricos e (d) três elementos finitos de acoplamento hexaédricos – o nó adicional C_{nm+1} é o nó acoplado.....	119
Figura 4.3: Geometria e condições de contorno da amostra retangular para as solicitações de: (a) tração, (b) compressão e (c) cisalhamento	125
Figura 4.4: Amostra retangular tracionada: (a) campo de deslocamento e (b) campo de tensão	126
Figura 4.5: Amostra retangular comprimida: (a) campo de deslocamento e (b) campo de tensão	126
Figura 4.6: Amostra retangular : (a) campo de deslocamento e (b) campo de tensão.....	127

Figura 4.7: Geometria e condições de contorno da amostra quadrática	128
Figura 4.8: Campo de deslocamento horizontal para a amostra tracionada	129
Figura 4.9: Campo de deslocamento horizontal para a amostra comprimida	130
Figura 4.10: Geometria, condições de contorno e malhas de elementos finitos das vigas analisadas utilizando: (a) a SDM e (b) a técnica multiescala concorrente	132
Figura 4.11: Detalhes do esquema de acoplamento das malhas não conformes	133
Figura 4.12: Campo de deslocamento total para: (a) a SDM e (b) a técnica multiescala concorrente	134
Figura 4.13: Campo de tensões horizontal (σ_{xx}) para: (a) a SDM e (b) a técnica multiescala concorrente	134
Figura 4.14: Configuração deformada das vigas: (a) V1, (b) V2 e (c) V3 analisadas sem malha de transição (utilizando EFAs) e com malha de transição.....	137
Figura 4.15: Curva força versus deflexão das vigas modeladas numericamente	137
Figura 5.1: Procedimento utilizado para acoplar as malhas macroscópica e mesoscópica durante o processo de adaptatividade	148
Figura 5.2: Processo ilustrativo da redução da região sobreposta à medida que uma das malhas é refinada	149
Figura 5.3: Geometria e condições de contorno do tirante.....	151
Figura 5.4: Discretização das escalas: (a) macroscópica e (b) mesoscópica.....	152
Figura 5.5: Malhas de elementos finitos deformadas: (a) modelo multiescala adaptativo e (b) SDM.....	154
Figura 5.6: Respostas estruturais do teste de tração uniaxial	154
Figura 5.7: Graus de liberdade utilizados durante as análises: modelo multiescala e SDM ..	155
Figura 5.8: Geometria e condições de contorno da viga	157
Figura 5.9: Malha de elementos finitos: (a) macroscópica e (b) mesoscópica.....	158
Figura 5.10: Modelagem multiescala adaptativa da viga adotando diferentes valores para o critério do modelo adaptativo – (a) $FT_{adap} = 0,5 \text{ MPa}$, (b) $FT_{adap} = 1,0 \text{ MPa}$, (c) $FT_{adap} = 1,5 \text{ MPa}$, (d) $FT_{adap} = 2,0 \text{ MPa}$, (e) $FT_{adap} = 2,5 \text{ MPa}$, (f) $FT_{adap} = 3,0 \text{ MPa}$, (g) $FT_{adap} = 3,5 \text{ MPa}$ e (h) $FT_{adap} = 4,2 \text{ MPa}$	160
Figura 5.11: Curva graus de liberdade ativados versus a razão entre o valor limite do esquema adaptativo e a resistência à tração da argamassa	160
Figura 5.12: Resposta estrutural para os diferentes limites de adaptatividade.....	161

Figura 5.13: Resposta estrutural para os valores extremos dos limites de adaptatividade	162
Figura 5.14: Geometria e condições de contorno do painel invertido	163
Figura 5.15: Painel invertido: (a) malha macroscópica e condições de contorno e (b) malha mesoscópica	164
Figura 5.16: Configuração deformada do painel invertido para diferentes níveis de carregamento: a) 15%, b) 30%, c) 50% e d) 100% do carregamento total	166
Figura 5.17: Padrão de fissura no estágio final do carregamento: (a) modelagem multiescala adaptativa e (b) SDM	166
Figura 5.18: Respostas estruturais para os distintos métodos: multiescala adaptativo e SDM	167
Figura 5.19: Graus de liberdade ativados (inicia-se com 324 e termina com 21.210 graus de liberdade) em função do passo de carregamento	167
Figura 5.20: Geometria e condições de contorno para as vigas ensaiadas	169
Figura 5.21: Viga entalhada ensaiada a quatro pontos: (a) malha macroscópica com as condições de contorno impostas e (b) a malha mesoscópica	169
Figura 5.22: Configuração deformada da viga para diferentes estágios de carregamento	172
Figura 5.23: Campo de tensões para os diferentes estágios de carregamento	173
Figura 5.24: Comparação entre a faixa de resposta do processo de fissura dos ensaios experimentais e a fissura predominante para a análise numérica proposta	174
Figura 5.25: Graus de liberdade mantidos desativados e ativados durante a análise em função de passo de carregamento	174
Figura 5.26: Curvas de força-CMOD para a análise numérica e experimental (faixa de resposta descrita por quatro curvas experimentais) obtida por Galvez et al. (1998)	174
Figura 5.27: Respostas estruturais (Força x Deslocamento) para a análise numérica e experimental (Galvez et al., 1998)	175
Figura 5.28: Respostas estruturais (Reação x CMOD) obtidas pela análise numérica e experimental (Galvez et al., 1998)	175

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Algoritmo de integração implícito do modelo constitutivo de dano isotrópico	52
Tabela 2.2: Expressões implícitas e explícitas do IMPL-EX para o modelo de dano isotrópico	57
Tabela 3.1: Valores das propriedades homogeneizadas	68
Tabela 3.2: Algoritmo de integração implícito-explícito do modelo de dano à tração	90
Tabela 3.3: Parâmetros dos materiais	93
Tabela 3.4: Mesoestrutura do concreto	102
Tabela 3.5: Parâmetros dos materiais	103
Tabela 3.6: Parâmetros adotados para a análise numérica das vigas.....	108
Tabela 4.1: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para gerar os elementos de acoplamento	117
Tabela 4.2: Propriedades dos materiais	133
Tabela 4.3: Desempenho computacional das análises utilizando a SDM e a técnica multiescala concorrente	135
Tabela 5.1: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para desativar os elementos macroscópicos.....	142
Tabela 5.2: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para ativação da malha mesoscópica	143
Tabela 5.3: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para ativação dos elementos de acoplamento	144
Tabela 5.4: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para gerar os elementos de acoplamento do modelo multiescala adaptativo	146
Tabela 5.5: Parâmetros adotado.....	151
Tabela 5.6: Parâmetros adotados para a análise numérica da viga.....	158
Tabela 5.7: Parâmetros adotados para o painel invertido	164
Tabela 5.8: Parâmetros adotados para a viga de quatro pontos.....	170

SUMÁRIO

1	<i>INTRODUÇÃO.....</i>	<i>17</i>
1.1	Considerações Gerais	17
1.2	Objetivos.....	34
1.3	Contribuições.....	35
1.4	Organização do trabalho	36
2	<i>MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO.....</i>	<i>39</i>
2.1	Introdução	39
2.2	Conceitos Fundamentais.....	41
2.3	Critério de degradação.....	44
2.4	Lei de evolução da variável de dano	47
2.5	Modelo constitutivo de dano isotrópico	49
2.6	Algoritmo de integração implícito/explicito –IMPL-EX	53
3	<i>ESTRATÉGIA DE MODELAGEM MULTIESCALA CONCORRENTE DO CONCRETO</i>	<i>59</i>
3.1	Introdução	59
3.2	Modelagem do concreto em macroescala.....	60
3.2.1	Modelo constitutivo elástico linear	60
3.2.2	Propriedades elásticas homogeneizadas	61
3.2.2.1	Propriedades elásticas homogeneizadas via método dos elementos finitos	61
3.2.2.2	Propriedades elásticas homogeneizadas via regra das misturas	63
3.2.3	Estudo de resultados numérico e teórico	66
3.3	Modelagem do concreto em mesoescala	69

3.3.1	Gerador de agregado graúdo embebido na matriz.....	69
3.3.2	Representação das interfaces matriz-matriz e matriz-agregado via fragmentação da malha de elementos finitos	78
3.3.3	Formulação do elemento finito sólido de interface	80
3.3.4	Cinemática de descontinuidades fortes.....	82
3.3.5	Análise de tensões	86
3.3.6	Modelo de dano à tração.....	87
3.3.6.1	Algoritmo de integração implícito-explícito para o modelo de dano à tração	89
3.3.7	Relação constitutiva discreta do elemento finito degenerado	91
3.4	Exemplos numéricos	93
3.4.1	Estudo da influência da fração de volume, do tamanho máximo e de diferentes realizações aleatórias de agregados	93
3.4.2	Painel em forma de L (L-shaped panel)	100
3.4.3	Vigas Entalhadas de três pontos	106
4	<i>TÉCNICA DE ACOPLAMENTO DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS NÃO CONFORMES</i>	113
4.1	Introdução	113
4.2	Procedimentos de acoplamento de malhas não conformes	114
4.3	Formulação do Elemento finito de acoplamento	118
4.3.1	Vetor de forças internas e matriz de rigidez (local/global) do elemento finito de acoplamento.....	120
4.3.1.1	Vetor de forças internas e matriz de rigidez locais do elemento finito de acoplamento.....	120
4.3.1.2	Vetor de força interna e matriz de rigidez globais.....	121
4.4	Relação elástica linear	122
4.5	Estudos numéricos.....	124
4.5.1	Testes básicos	124
4.5.1.1	Amostra retangular	124
4.5.1.2	Amostra quadrada.....	127

4.5.2	Viga submetida à flexão	130
4.5.3	Análise numérica das vigas ensaiadas por Bellégo et al. (2003) utilizando os EFAs para conectar as diferentes escalas	135
5	<i>MODELO MULTIESCALA ADAPTATIVO</i>	139
5.1	Introdução	139
5.2	Estratégia de incorporação da técnica multiescala adaptativa ao programa de elementos finitos	140
5.3	Resultados numéricos	150
5.3.1	Teste de tração uniaxial	150
5.3.2	Viga entalhada submetida à flexão	156
5.3.3	Painel invertido	162
5.3.4	Viga entalhada ensaiada a quatro pontos	168
6	<i>CONSIDERAÇÕES FINAIS</i>	177
6.1	Introdução	177
6.2	Conclusões	177
6.3	Sugestões de trabalhos futuros	182
7	<i>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</i>	185

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

O concreto é um dos mais importantes materiais usados em projetos estruturais, devido a sua fácil moldagem e boa resistência. Porém, o concreto é um material que apresenta um complexo mecanismo de falha que transcende as múltiplas escalas inerentes ao material, podendo ser analisado em diferentes níveis de observação. Os três principais níveis de observação considerados, comumente, são denominados de micro, meso e macro nível, como ilustrado na Figura 1.1 (van Mier, 1997, Emery et al., 2007).

Macroscopicamente o concreto é considerado um material homogêneo em que nenhuma estrutura interna pode ser reconhecida, apresentando a mesma propriedade em todos os pontos pertencentes à estrutura. Em geral, modelos baseados na teoria de elasticidade, de plasticidade, da mecânica da fratura linear e de dano contínuo são utilizados para representar o seu comportamento mecânico.

Em uma escala mais detalhada, é possível perceber a estrutura totalmente heterogênea do concreto, onde é nítida a distinção de algumas das mais importantes fases do concreto, como o agregado graúdo, a matriz de cimento com vazios distribuídos aleatoriamente e a Zona de Transição Interfacial (ZTI), entre a matriz e os agregados. Este nível de observação, que tem atraído a atenção de muitos pesquisadores (Stroeve et al., 2004; Cusatis e Cedolin, 2007; Caballero et al., 2007; López et al., 2008; Kim e Abu Al-Rub, 2011), constitui a mesoestrutura do concreto na mesoescala, e que define o concreto como um material compósito – “*combinação de dois ou mais materiais com propriedades mecânicas distintas, com fronteiras bem definidas entre os componentes, criado para obter propriedades que não podem ser alcançadas por nenhum componente individual*” (Schaffer et al., 2001). Ainda para um processo contínuo de refinamento da escala, pode-se observar a microestrutura do concreto na microescala onde ocorrem as reações químicas no processo de hidratação do cimento. Vale ressaltar que o presente trabalho considera somente duas escalas de observação: a *macroescala* e a *mesoescala*. A microescala não será tratada com maiores detalhes, somente em casos específicos, onde algum fenômeno observado é de fundamental importância para a compreensão do comportamento mecânico da macro e meso escalas, ou simplesmente para manter a continuidade das informações, em casos nos quais fica impossível desconsiderar a microestrutura do concreto.

Figura 1.1: Representação do concreto em múltiplas escalas (adaptada van Mier, 1997)

Em análise envolvendo esses três níveis de observação comumente adotados, é sabido que o comportamento de um nível pode ser explicado pela estrutura intrínseca do nível inferior. Como observado em estudos experimentais, as microfissuras que ocorrem na microescala, devido ao processo de retração e endurecimento do cimento, leva a concentrações de tensões de tração na interface entre os agregados e a pasta de cimento e causam as microfissuras

observadas na mesoescala. Estas microfissuras podem explicar o comportamento não linear do material nos primeiros estágios do carregamento, observado já no início da curva tensão-deformação do concreto na macroescala. Também o comportamento mecânico do concreto observado no nível macroscópico pode ser explicado através da estrutura da mesoescala, que abrange: a distribuição geométrica e disposição aleatória dos constituintes, a interação entre os constituintes e a pasta de cimento, assim como a interação mútua entre os agregados.

Na mesoescala o concreto apresenta uma estrutura totalmente heterogênea, que por sua vez é responsável pela concentração de tensões entre os diferentes materiais constituintes. O concreto na escala de seus agregados tem um papel predominante no processo de formação e propagação de fissuras. Por esse motivo, uma predição aceitável do processo de degradação deve surgir de um modelo de material que considera tal escala de observação. Além disso, é amplamente conhecido que os modelos macroscópicos fenomenológicos clássicos, que consideram o concreto homogêneo, apresentam sérias limitações para descrever o seu processo de fratura e falha estrutural (Bažant et al., 1990). Além do mais, os modelos constitutivos desenvolvidos com intuito de representar o seu fenômeno de falha podem ser muito complexos, tornando impossível a calibração dos parâmetros envolvidos.

Com o propósito de representar o comportamento mecânico macroscópico desses materiais, muitos modelos constitutivos foram desenvolvidos baseados na teoria da elasticidade, teoria da plasticidade, teoria do dano contínuo, mecânica da fratura e até mesmo a combinação entre esses modelos (Simo e Ju, 1987; Yazdani e Schreyer, 1990; Cervera et al, 1996; Proença e Pituba, 2003; Wu et al., 2006;). Apesar de serem capazes de prever as respostas mecânicas do ponto de vista quantitativo, nem sempre os modelos são capazes de representar de forma qualitativa o mecanismo complexo de falha do concreto, mediante a ineficiência destes modelos de descrever os processos fenomenológicos físicos inerentes às escalas inferiores. Além disso, os modelos não são simples e podem envolver algoritmos complexos.

Portanto, fica claro que a fissuração do concreto observada na escala macroscópica deve ser modelada baseada no processo físico envolvendo múltiplas escalas de observação, atribuindo modelos específicos e relativamente mais simples para representar individualmente cada material constituinte. Uma das vantagens da modelagem multiescala, é justamente o fato de que o fenômeno físico que contribui para o processo de degradação do material, nas diferentes escalas, pode ser modelado explicitamente por modelos constitutivos eficientes

que, em conjunto, são capazes de representar de forma acurada o comportamento mecânico do material composto, neste caso, o concreto.

O processo de iniciação e propagação de fissuras é um fenômeno multiescala, o qual constitui uma das grandes limitações dos modelos macroscópicos, pois estes não consideram explicitamente a estrutura dos constituintes do concreto e suas interações que contribuem para um mecanismo complexo de fissuração. Muitos dos modelos macroscópicos consideram que a fissura normalmente ocorre nos planos das tensões principais. Porém, como é sabido, para o concreto convencional, as fissuras tendem a surgir na zona de interface entre a matriz e os agregados, contornando os agregados que tem uma resistência à fratura muito maior que a ZTI, e até mesmo a matriz, e, na sequência, propagam-se através da matriz até se unirem, culminando com a formação contínua da macrofissura (van Mier, 1997; Lilliu e van Mier, 2007; Landis e Bolander, 2009) (ver Figura 1.2). Além do mais, estes modelos não são capazes de representar explicitamente o fenômeno de ligação entre as faces das fissuras (*crack face bridges*) ou *superposição de fissuras*, que compreende ligamento intacto entre duas fissuras sobrepostas (geralmente sobrepostas ao agregado que tem uma resistência muito maior do que a argamassa), em um instante que antecede a formação da macrofissura observada nos ensaios experimentais, e que induz o agregado a transmitir tensão entre as faces da fissura, compreendendo o ramo descendente da curva tensão-deformação do concreto, até a ruptura total (van Mier, 1991; van Mier, 1997; Wang e Bittencourt, 2004). Por isso, critérios de propagação de fissuras baseados somente em tensões principais e que não consideram a heterogeneidade do material e o processo físico envolvido nas diferentes escalas, não são capazes de representar de forma realística o complexo mecanismo de falha desses materiais.

Figura 1.2: Padrão de fissuras observado em ensaios experimentais (Landis e Bolander, 2009)

Com o avanço da capacidade computacional e visando obter resultados mais realísticos do comportamento de materiais compósitos, a utilização de modelos multiescala tem ganhado grande destaque no cenário científico recentemente (Unger e Eckardt, 2011; Nguyen et al., 2011; Lloberas-Valls et al, 2012; Lloberas-Valls et al, 2012; Etse et al., 2012). Nestes modelos, a solução do problema macroscópico passa a ser controlada pelo comportamento mecânico e fenomenológico da estrutura interna do material, como a mesoestrutura ou a microestrutura, que conduz o processo de degradação observado na macroescala, traduzido na forma de perda de rigidez e dissipação de energia do material. A homogeneização, que consiste no cálculo das propriedades efetivas, utilizando, por exemplo, a teoria da mistura para análise de materiais compósitos, é um exemplo típico de ligação entre as diferentes escalas (Hill, 1963; Hashin, 1983).

Dentre os modelos multiescala recentes, duas técnicas se destacam com suas vantagens e limitações: a *técnica multiescala hierárquica* e a *técnica multiescala concorrente*.

Na **técnica multiescala hierárquica** as escalas são completamente separadas, pois a dimensão (L) da estrutura objeto de análise é muito maior do que a dimensão (l) do Elemento de Volume Representativo (EVR), ($L \gg l$).

Segundo Lloberas-Vall (2012), cumprida as etapas de definição da geometria global da estrutura com suas respectivas condições de contorno e, de determinação do EVR, dentro da técnica multiescala hierárquica pode-se optar pela técnica *desacoplada* ou *com acoplamento fraco* de análise.

Na *técnica multiescala desacoplada*, o problema de condições de contorno para o EVR é resolvido *a priori* e as propriedades efetivas são passadas em uma única direção, geralmente da escala local para a escala global (ver Figura 1.3). As propriedades efetivas carregam todas as informações características da escala local que constituirão os parâmetros para análise da escala global (escala homogênea), e que, geralmente, limitam-se apenas as propriedades elásticas, como o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. É importante notar que essa técnica não é capaz de representar apropriadamente o mecanismo de fissuração, uma vez que a solução do EVR para obter as propriedades efetivas utilizam modelos constitutivos elástico-linear ou não linear, os quais não apresentam abrandamento das tensões ou localização das deformações (Lloberas Valls et al., 2012).

Figura 1.3: Técnica multiescala desacoplada

Como ilustrado na Figura 1.4, já na *técnica multiescala com acoplamento fraco*, tem-se uma constante interação entre as escalas. As informações são passadas em duas direções, caracterizando, como definido por Feyel e Chaboche (2000), dois estágios distintos dessa técnica, que compreendem o processo de localização, cujas informações são passadas da escala global para a escala local e o processo de homogeneização, onde os dados são passados da escala local para a escala global. Algumas dessas técnicas têm sido chamadas de modelos multiescalas FE² devido ao fato de haver uma análise por elementos finitos dentro de outra análise por elementos finitos (Feyel e Chaboche, 2000). Nesta técnica o comportamento constitutivo da escala global não é conhecido *a priori*, mas sim construído em um processo computacional iterativo consecutivo para um EVR na escala local.

De acordo com a estrutura interna do material analisado, diferentes condições de contorno podem ser escolhidas para o EVR. No caso de materiais com estrutura periódica, as condições de contorno periódicas oferecem resultados mais satisfatórios. Para a estrutura interna com distribuição aleatória, as condições de contorno com restrições lineares, em relação às coordenadas locais, têm-se mostrado mais adequadas (Gitman, 2006). Porém, o grande desafio dessa técnica multiescala está no fato de que, para análises envolvendo localização de deformação com abrandamento das tensões, pode não existir um EVR capaz de representar de forma satisfatória o comportamento global do material, já que o comportamento mecânico depende do tamanho do EVR (Tejchman e Bobinski, 2013). Esta técnica também apresenta um custo computacional elevado, pois, à medida que para cada ponto geométrico (ponto de Gauss) do problema global, realiza-se uma análise local para um EVR, sendo as condições de contorno locais determinadas de acordo com as solicitações geradas no problema global,

normalmente em função das deformações da macroestrutura. Na escala local considera-se toda a heterogeneidade do material, tais como, a aleatoriedade das formas, distribuições geométricas dos constituintes, os microvazios, a formação e propagação de microfissuras e os demais mecanismos de dissipação de energia. Assim, as propriedades efetivas baseadas em tensão ou deformação podem ser obtidas mediante alguma técnica de homogeneização e retornadas à escala global. Na escala global, os efeitos observados na escala local serão traduzidos na forma de perda de rigidez e dissipação de energia do material homogeneizado. Porém, vale ressaltar que essa técnica exige que a escala local seja muito menor que a escala global (Souza, 2005; Gtiman, 2006; Lloberas Valls et al., 2012).

Figura 1.4: Técnica multiescala com acoplamento fraco

Na **técnica multiescala concorrente**, as diferentes escalas são resolvidas simultaneamente, mantendo as condições de equilíbrio global e a compatibilidade de deslocamento em toda a estrutura, resultando em um acoplamento forte entre as escalas (ver Figura 1.5). A grande vantagem dessa técnica é que ela não sofre com as limitações apresentadas nas técnicas anteriores. O processo de falha do material pode ser descrito de forma realística, passando pelos estágios de iniciação, coalescência e propagação de fissuras, com resultados compatíveis com a simulação direta em mesoescala (SDM) (onde toda a estrutura é representada na escala local). Porém, essa técnica exige o cuidado quanto à diferença entre as escalas acopladas, pois um salto muito grande entre essas escalas exige um refinamento considerável da malha de elementos finitos, e, consequentemente, um número

elevado de graus de liberdade, aumentando o custo computacional para a solução do problema. Assim, alguns autores recomendam o uso dessa técnica para representar um salto moderado entre as escalas (Unger e Eckardt, 2011; Lloberas-Valls et al, 2012).

Figura 1.5: Técnica multiescala concorrente

É importante ressaltar que tanto a técnica multiescala hierárquica quanto a concorrente apresentadas têm a vantagem de demandar um menor custo computacional quando comparadas com o método direto de solução em micro/meso escala. Já que a discretização de toda a estrutura em uma escala refinada geraria uma quantidade muito grande de elementos finitos, tornando a solução do problema inviável. Além do mais, é possível reduzir de forma considerável o custo computacional mediante a incorporação de técnicas avançadas de solução de sistemas de equações, como a computação paralela, ou através da implementação de técnicas de ativação dinâmica (ou adaptativa) da malha de elementos finitos da escala fina em regiões críticas, durante o processo de análise. Desta forma, somente a região de ocorrência da não linearidade física seria discretizada numa escala mais refinada, representando explicitamente toda a heterogeneidade do material (Eckardt, 2009; Unger e Eckardt, 2011; Lloberas-Valls et al, 2012; Etse et al., 2012; Nguyen et al., 2012; Grassl, 2012).

Como visto, o concreto apresenta um complexo processo de fissuração. Inicialmente distribuído em todo o volume do elemento estrutural, mesmo antes de sofrer qualquer tipo de carregamento. Durante o processo de carregamento, tem-se o crescimento e a interconexão dessas microfissuras que leva a formação da macrofissura. Alguns modelos têm sido

utilizados para representar o processo de fissuração de materiais. Dentre os modelos teóricos, destacam-se dois grandes grupos formados pelos *modelos teóricos contínuos* e *discretos*.

Os **modelos teóricos contínuos** consideram o meio contínuo e o comportamento não linear, caracterizado pelo processo de fissuração, e é representado mediante a utilização de relações constitutivas entre tensão e deformação. Dentre os modelos teóricos utilizados destacam-se a *mecânica do dano contínuo* e a *teoria da plasticidade*, onde o processo de fissuração do elemento estrutural é considerado distribuído nas respectivas regiões degradadas ou zonas plastificadas.

Os **modelos teóricos discretos** consideram o meio descontínuo desde o início do processo de fissuração. O comportamento não linear da região de fraturamento é descrito segundo uma relação constitutiva do tipo discreta entre forças superficiais e deslocamentos relativos nas faces das superfícies. Destacam-se os *modelos de fissura coesiva* (Hillerborg 1984) e a *Mecânica da Fratura Linear Elástica* (MFLE).

No contexto do Método dos Elementos Finitos MEF, os modelos de fissuração discretos ou distribuídos (Rots, 1991) têm sido empregados com o objetivo de representar o processo de fissuração em solicitações predominantemente de tração. Ambos os modelos apresentam inconvenientes, já que os modelos de fissura discreta são modelados como descontinuidades de deslocamento entre os elementos. Como as fissuras devem se desenvolver ao longo do contorno dos elementos, gera-se uma restrição na direção de propagação da fissura. Além disso, o modelo não é apropriado para representar o comportamento do material na presença de um número elevado de fissuras distribuídas numa região, devido ao alto custo computacional para a reconstrução da malha de elementos de interface na região de fraturamento (Bocca et al., 1991), como ilustrado na Figura 1.6.

Os modelos de fissuras distribuídas sofrem fortes dependências da orientação da malha de elementos finitos, nos quais a formação de macrofissura é modelada mediante o fenômeno de localização de deformação que tende a concentrar as deformações ao longo de um elemento finito (Rots, 1991; Manzoli, 2008) (ver Figura 1.7). Além disso, os modelos não são adequados para representar fissuras localizadas, como em estruturas de concreto simples, ou mesmo estruturas armadas que rompem por cisalhamento.

Figura 1.6: Reconstrução da malha para a adaptação do trajeto da fissura segundo o modelo de fissura coesiva: (a) no passo de carga 7, (b) no passo de carga 22 (Bocca et al., 1991)

Figura 1.7: Processo de fraturamento associado à localização de deformação ao longo de um elemento, mediante a técnica de fissura distribuída "smeared crack" (Rots 1991)

Devido às limitações dos modelos propostos, desenvolveram-se novas formulações com fissuras incorporadas no interior do elemento finito (Oliver, 1995; Oliver, 1996a, 1996b, 1996c). Essa técnica combina os pontos favoráveis dos dois modelos anteriores, posto que as fissuras podem se propagar em qualquer direção e os resultados obtidos são independentes da malha de elementos finitos utilizada. Nessa mesma linha, Manzoli e Shing (2006) formularam uma técnica geral para incorporar descontinuidade de deslocamento (banda de localização de deformação para o caso bidimensional) no interior do elemento finito, baseado no método de enriquecimento no campo de deformações dos elementos. Para definir a trajetória das fissuras, faz-se necessário um algoritmo robusto e estável que seja capaz de descrever o caminho percorrido pela fissura de forma objetiva e que represente o fenômeno físico observado nos resultados experimentais. Alguns algoritmos utilizados são classificados como trajetória de fissura fixa (fixed tracking), ao qual o caminho percorrido pela fissura é previamente conhecido, trajetória de fissura não local (non-local tracking), trajetória de

fissura local (local tracking) e trajetória de fissura global (global tracking) (Jäger et al., 2008). Em casos envolvendo múltiplas fissuras ou estado de carregamentos complexos, a técnica de fissura incorporada torna-se inviável, pois exige um algoritmo robusto para informar a posição das superfícies de fissura durante o processo de degradação, principalmente em análises tridimensionais.

Apesar do crescente avanço dos modelos contínuos, as maiores contribuições no estudo numérico do processo de fissuração do concreto a nível microscópico/mesoscópico recaem no modelo numérico reticulado (Lattice Model). Neste modelo, o contínuo é discretizado por elementos unidimensionais (elemento mola, elemento barra ou elemento de viga) dispostas de forma triangular (outras formas também são possíveis) e reticulada (Schlangen e van Mier, 1992; Schlangen e Garboczi, 1997; van Mier, 1997; Landis e Bolander, 2009).

A mesoestrutura do concreto pode ser construída de forma direta, atribuindo-se propriedades (como resistência de ruptura) diferentes e aleatórias a partir de uma distribuição normal para todos os elementos de barra. Esta forma direta de construção da heterogeneidade também pode ser obtida gerando um reticulado aleatório com a mesma propriedade, porém adotando comprimentos variados.

As regiões que definem os diferentes constituintes do concreto na mesoescala são idealizadas com fronteiras bem definidas e, comumente, consideradas um material bifásico que consiste de agregado graúdo embebido na matriz de argamassa. Sendo assim, métodos mais eficientes e realísticos foram implementados para gerar a estrutura mesoscópica do concreto. Um método bem eficiente consiste em gerar o agregado com distribuição do diâmetro segundo uma curva granulométrica, como a curva de Füller, e, por simplificação, adotam-se formas geométricas simples, como círculos ou elipses, distribuídas aleatoriamente na argamassa (matriz). Dentre os métodos citados, certamente o mais realístico foi o método apresentado por Schlangen e Garboczi (1997), no qual a heterogeneidade do concreto é implementada de forma direta, usando o recurso de processamento de imagem eletrônica da estrutura objeto de análise.

Após ser gerada a mesoestrutura, até aqui descrita como um meio contínuo, um reticulado triangular de barras é projetado sobre esta estrutura mesoscópica contínua do concreto e as propriedades são atribuídas às barras de acordo com o domínio em que estão inseridas. No caso de as barras estarem contidas no interior do agregado, estas receberão as propriedades

elásticas do agregado, e, se for o caso, a resistência de ruptura do agregado. As barras contidas na fronteira entre o agregado e a argamassa terão as propriedades da interface (propriedades elásticas e resistência de ruptura da interface) e, por fim, para as barras que estão no domínio da argamassa serão atribuídas as propriedades da argamassa (propriedades elásticas e resistência de ruptura da argamassa).

O processo de fissuração é representado pelo rompimento progressivo dos elementos de barra. Geralmente, uma análise elástica linear pelo método dos elementos finitos é empregada para calcular as tensões em cada elemento de barra. Uma vez atingido o limite de resistência à tração da barra, o seu rompimento ocorre de forma frágil e esta é removida. Neste caso, o caminho percorrido pela fissura é controlado pela máxima resistência à tração e às ligações mais vulneráveis que são governadas pela heterogeneidade do material. Este processo é repetido para cada etapa do carregamento até a ruptura total do material. Padrões de fissuras realísticas podem ser simulados utilizando o método reticulado de barras. O método é capaz inclusive de representar a superposição ou a ligação entre as faces de fissuras como observado nos resultados experimentais. Porém, devido ao alto custo computacional, as análises são realizadas apenas para pequenas estruturas. Além do mais, este método não é apropriado para simular materiais compósitos que apresentam um elevado número de fissuras distribuídas.

A partir do momento que o concreto é tratado como material compósito em simulações numéricas, a primeira tarefa e uma das mais difíceis é a construção fiel da estrutura interna da peça ou estrutura objeto de análise. A distribuição aleatória e formas irregulares dos seus constituintes desempenham um papel fundamental no seu comportamento físico e mecânico. Como se sabe, uma descrição fiel de sua estrutura interna nem sempre é possível e algumas hipóteses simplificadoras geralmente são assumidas. No entanto, algumas simplificações adotadas podem conduzir a resultados que não condizem com aqueles observados em ensaios experimentais. Casos típicos são encontrados na mesoestrutura construída a partir de agregados esféricos e que muitas vezes ainda são distribuídos periodicamente na matriz.

No presente trabalho, implementou-se um gerador de agregados baseado no modelo proposto por Wriggers e Moftah (2006), porém com uma complementação ao processo de geração do agregado. Sua forma geométrica pode ser aproximada por qualquer poliedro convexo e regular, para o caso tridimensional, ou por polígonos convexos regulares para o caso bidimensional. A mistura entre os diferentes poliedros também é possível. Sendo assim, os agregados podem apresentar formas geométricas mais irregulares, possibilitando uma

representação mais eficiente da estrutura mesoscópica do concreto. Além do mais, o gerador proposto é capaz de lidar com situações envolvendo estruturas que apresentam geometrias globais não convexas, como é o caso de vigas entalhadas ou painel em formato de “L” (L-shaped panel).

A fim de evitar os algoritmos de trajetória de fissuras ou até mesmo possibilitar a representação de múltiplas fissuras em análises 3D, nesse trabalho adota-se a técnica de inserção de elemento contínuo de interface com alta relação de aspecto entre os elementos regulares da malha de elementos finitos, como proposto por Manzoli et al. (2012), similar à técnica proposta por Pandolfi e Ortiz (1998) e (2002); Caballero et al. (2007) e López et al. (2008), que empregam modelos coesivos mediante elementos de interface de espessura nula. No caso de discretização por elementos triangulares de três nós (2D), um par de elementos triangulares de interface é inserido entre os elementos vizinhos. Para geometria tridimensional, representada por elementos tetraédricos, a interface entre os elementos regulares é composta por elementos tetraédricos com alta relação de aspecto. Utilizando essa técnica, a interface entre os distintos materiais é representada por elementos finitos sólidos convencionais com alta relação de aspecto, onde a menor distância entre o nó do elemento e a base oposta corresponde à espessura da interface. Como demonstrado por Manzoli et al. (2012), quando a espessura tende a zero, e, conseqüentemente, a relação de aspecto tende a infinito, o elemento apresenta a mesma cinemática da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes ACDF (Oliver et al., 1999; Oliver e Huespe, 2004), sendo apropriados para representar a formação de descontinuidades associadas a fissuras, similar aos modelos coesivos.

A Mecânica do Dano Contínuo (MDC), formalizada na teoria termodinâmica dos processos irreversíveis, tem sido usada como uma importante ferramenta para representar o estado de degradação dos materiais quase frágeis, devido a sua relativa simplicidade, versatilidade e consistência (Lemaitre e Chaboche, 1985; Lemaitre, 1992). Dessa forma, utilizaram-se modelos constitutivos de dano compatíveis com ACDF para representar o comportamento de cada constituinte do concreto.

No sentido de melhorar estabilidade e robustez numérica, Oliver et al. (2006) e Oliver et al. (2008) propuseram um algoritmo de integração dos modelos constitutivos, denominado IMPL-EX, tentando aliar a estabilidade oferecida pelos métodos explícitos com a precisão dos métodos implícitos. Este algoritmo de integração, além de apresentar vantagens em

termos computacionais quando comparado ao método totalmente implícito, também garante a convergência do modelo. Porém, o uso de incrementos de carregamento muito longos pode conduzir a erros significativos na curva de equilíbrio. Contudo, à medida que se aumenta o número de incrementos de carregamento (reduzindo-se os incrementos), a curva da resposta tende à solução exata. Esse algoritmo já foi testado para a representação de múltiplas fissuras utilizando um modelo de dano (Manzoli et al., 2014). Os novos modelos propostos nesse trabalho também foram desenvolvidos e implementados com os recursos oferecidos pelo algoritmo de integração IMPL-EX.

Uma malha de elementos finitos é uma estrutura geométrica formada pela discretização do domínio em elementos geométricos geralmente tetraedros e hexaedros para domínios tridimensionais, quadriláteros e triangulares para domínios bidimensionais. Apesar de existirem diferentes tipos de malhas, estas podem ser classificadas como malhas conformes e malhas não conformes. Uma malha não conforme é aquela na qual os vértices de alguns elementos situam-se nas arestas de outros elementos, mas não são vértices destes elementos (ver Figura 1.8). Este tipo de malha pode ser resultado de um refinamento (enriquecimento) local (geralmente região que apresentam singularidade) numa tentativa de obter resultados satisfatórios com mínimo custo computacional, como é o caso dos métodos adaptativo de enriquecimento “tipo h” ou “tipo hp”, com agrupamento ou reagrupamento de malhas. Neste caso, a determinação do reagrupamento ou refinamento se dá através de uma análise de erros “a posteriori” (Segeth, 2010). Contudo, o refinamento ou reagrupamento das regiões críticas e não críticas, respectivamente, pode proporcionar perda de continuidade da solução nas interfaces entre estas regiões, comprometendo a convergência do Método dos Elementos Finitos. O problema de aparecimento de nós não conformes geralmente é resolvido por meio de imposição de restrições a estes nós, através de funções de penalidade ou multiplicadores de Lagrange, que pode aumentar consideravelmente a complexidade do problema.

Figura 1.8: Malhas não conformes

A estratégia de decompor o domínio em subdomínios independentes é comumente empregada em modelos adaptativos de refinamento de malha, modelos multiescalas e modelos multiescala adaptativo (Ghosh et al., 2001; Ibrahimbegović e Marković, 2003; Raghavan et al., 2004; Cusatis et al., 2006; Hund e Ramm, 2007; Cusatis e Cedolin, 2007; Unger e Eckardt, 2011; Lloberas-Valls et al., 2012; Lloberas-Valls et al., 2012; Etse et al., 2012; Nguyen et al., 2012). Assim, somente os subdomínios de interesse são discretizados e fisicamente representado de forma que os seus resultados sejam satisfatórios e capazes de reproduzir o processo físico-químico envolvido. Porém, esta técnica apresenta algumas vantagens e desvantagens. O inconveniente é que nas interfaces entre os diferentes subdomínios, com distintas escalas de refinamento, podem aparecer nós conformes e não conformes, ou como denominado por Lloberas-Valls et al. (2012), nós independentes e dependentes, respectivamente, como ilustrado na Figura 1.9. Para garantir a continuidade da solução nessas interfaces, esse método exige o uso de uma técnica de acoplamento de malhas não conformes. Porém, a solução dos subdomínios pode ser realizada por processadores diferentes que, do ponto de vista computacional, compõe uma das vantagens dessa técnica. Além do mais, sem a necessidade de malha de transição, evitam-se elementos finitos distorcidos que podem produzir resultados espúrios.

Figura 1.9: Subdomínios independentes discretizados com malhas de elementos finitos, que apresentam nó independente e dependentes na interface

Dentre os diferentes métodos para o acoplamento de malhas não conformes incluem-se os métodos primal e dual. No método dual, multiplicadores de Lagrange são utilizados como variáveis independentes que garantem a continuidade da solução e podem ser interpretados fisicamente como forças de interação nas interfaces. Geralmente, dois multiplicadores de Lagrange são utilizados. O primeiro garante a compatibilidade de deslocamento entre os nós independentes, enquanto que o segundo restringe os nós dependentes. Entre os métodos duais que utilizam multiplicadores de Lagrange podem-se citar os métodos Mortar e de Arlequin (Wohlmuth, 2001; Dhia e Rateau, 2005; Eckardt, 2009; Unger e Eckardt, 2011). O método de Arlequin permite superposição de domínios. Ambos os métodos impõem um acoplamento fraco, permitindo um deslocamento relativo dos nós, onde a superposição ou afastamento dos nós acoplados pode ser observado. É importante notar que estes métodos adicionam graus de liberdade ao sistema. Vale ainda ressaltar que esta é uma característica do método dual e pode ser interpretado como uma das suas maiores desvantagens.

Em contra partida aos métodos Mortar e Arlequin, o método que utiliza equações de restrição como o “linear multi-point constraint” (LMPC), a compatibilidade de deslocamento entre os subdomínios é forçada (acoplamento forte) e, conseqüentemente, nenhum deslocamento relativo é permitido. Estudos realizados por Eckardt (2009) e Unger e Eckardt (2011) mostram que computacionalmente este método é mais eficiente, pois comparado com os métodos de Mortar e Arlequin, o tempo de solução é menor. Contudo, concentrações de tensão são induzidas pelas equações de restrição na transição dos subdomínios o que não

ocorre nos métodos de Mortar e Arlequin. Outros métodos de acoplamento de malhas não conformes, com suas vantagens e desvantagens, são descritos por de Boer et al., 2007 e Popp e Wall, 2014.

É importante observar que a estratégia de decomposição de um domínio em subdomínios tratados de forma independentemente, não se limita a modelos físico-químicos diferentes. Inclusive, estes subdomínios podem ser tratados por diferentes métodos de aproximação numérica, combinando as vantagens de cada método (Elleithy e Tanaka, 2003; Glaessgen et al., 2008). Porém, todos têm em comum a necessidade de aplicação de alguma técnica de acoplamento, de forma assegurar a continuidade da solução nas interfaces.

Nesse trabalho, os diferentes subdomínios são tratados de maneira independente, mediante a utilização da técnica de acoplamento proposta por Bitencourt Jr. et al. (2015). Nessa técnica, elementos especiais, chamados Elementos Finitos de Acoplamento (EFAs), têm a função de conectar as malhas não conformes. Além de sua fácil implementação computacional, essa técnica traz ainda a vantagem de não adicionar graus de liberdade ao sistema de equações. Contudo, essa técnica pode deixar a matriz de rigidez mal condicionada, caso a variável de penalização não seja definida de forma adequada (Bitencourt Jr., 2014 e Bitencourt Jr et al., 2015).

Métodos adaptativos de malha conduzem a respostas mais acuradas e eficientes do ponto de vista computacional (Segeth, 2010). Para diminuir o erro e obter resultados mais confiáveis, algumas regiões da estrutura objeto de análise pode exigir uma malha mais densa do que outras regiões. Regiões menos críticas, a análise pode ser conduzida com uma malha mais grosseira. Como o tempo computacional de análise via método dos elementos finitos é proporcional ao número de elementos finitos, é necessário utilizar o mínimo de elementos para a análise. Assim, em uma análise ideal, cada região do modelo deve ter elementos suficientes para apresentar uma boa solução do problema, e não mais.

Esse mesmo conceito tem sido empregado para os modelos multiescala recentes, visando tornar possível sua implementação computacional. Só que nesse caso, apenas subdomínios restritos são enriquecidos com uma malha mais densa, que trazem explicitamente todas as informações da microestrutura ou mesoestrutura do concreto (Unger e Eckardt, 2011; Lloberas-Valls et al., 2012).

A partir das considerações expostas, o presente trabalho propõe uma técnica multiescala adaptativa, no qual, apenas em regiões de interesse, os elementos finitos da malha macroscópica são substituídos por elementos finitos da malha mesoscópica. Diferentemente da técnica multiescala adaptativa empregada por Unger e Eckardt (2011) e Lloberas-Valls et al. (2012), a técnica aqui proposta não requer uma célula periódica e nem mesmo subdomínios pré-definidos. A região de ativação da malha mesoscópica é completamente independente de sua estrutura interna, podendo os agregados assumir uma distribuição aleatória. Além do mais, esta técnica não exige a reconstrução da malha de elementos finitos, já que a técnica está baseada na substituição de malhas já existentes. Salienta-se que a técnica de acoplamento de malhas não conformes proposta por Bitencout Jr. et al. (2015) e os recursos oferecidos pelo algoritmo de integração implícito-explícito (IMPL-EX) são cruciais para o desenvolvimento pleno da técnica multiescala adaptativa proposta. Os EFAs estabelecem a compatibilidade das malhas macroscópica e mesoscópica ativadas. O IMPL-EX garante a convergência do processo incremental e iterativo de solução do problema não linear, até mesmo com substituições de malhas durante a análise.

1.2 Objetivos

Uma vez que o comportamento do concreto é altamente influenciado pelos seus materiais constituintes e pelas microfissuras que ocorrem em nível mesoscópico, e, ainda devido às limitações apresentadas pelos modelos fenomenológicos macroscópicos, propõe-se um novo modelo multiescala concorrente para o concreto, buscando:

- Desenvolver e implementar, computacionalmente, técnicas numéricas eficientes para gerar a estrutura mesoscópica do concreto;
- Entender melhor o fenômeno de falha do concreto, representando explicitamente o seu processo de fissuração, atribuindo modelos mais simples do que os obtidos por aproximações macroscópicas individualmente para cada constituinte;
- Modelar o processo de fissuração do concreto em mesoescala, utilizando elementos contínuos de interface com alta relação de aspecto (elementos degenerados), inserido entre todos os elementos da matriz e na fronteira entre a matriz e os agregados;

- Desenvolver modelos constitutivos, fundamentados na mecânica do dano contínuo (MDC), capazes de descrever o comportamento não linear do concreto, descrito pelos elementos degenerados;
- Desenvolver uma técnica capaz de conectar as malhas desses diferentes subdomínios, que seja acurada numericamente e atrativa do ponto de vista computacional, a fim de evitar os efeitos negativos proporcionados pela malha de elementos finitos de transição e tratar os subdomínios de maneira arbitrária e independente;
- Desenvolver e implementar uma técnica numérica capaz de fazer a transição adaptativa automática entre as escalas, garantido que somente as regiões relevantes sejam discretizadas a nível mesoscópico, minimizando o custo computacional;
- Incorporar os recursos do algoritmo de integração IMPL-EX, garantindo melhor estabilidade e robustez nos cálculos não lineares, necessários em análises envolvendo múltiplas fissuras.

1.3 Contribuições

O presente trabalho contribui para o desenvolvimento de novas técnicas numéricas à análise multiescala do concreto, adotando um modelo de três fases em mesoescala, utilizando elementos de interfaces em conjunto com modelos de dano contínuo, capazes de reproduzir os efeitos da estrutura mesoscópica do concreto no seu processo de fissuração.

Além de um modelo para a construção da mesoestrutura do concreto, este trabalho também traz uma contribuição no amadurecimento do entendimento deste processo de fissuração, através de análises mesoscópicas do concreto, adotando uma estratégia de modelagem relativamente simples, mas que é capaz de fornecer resultados interessantes tanto do ponto de vista qualitativo, como o mecanismo do processo de fissuração, quanto quantitativo, descritos pelas curvas estruturais das diferentes análises do composto. Além do mais, em geral, os modelos de três fases são muito caros computacionalmente, exigindo muitos elementos para modelar a terceira fase - a ZTI. Assim, a proposta de representação da ZTI empregada é mais

uma contribuição do presente trabalho, que utiliza os elementos de interfaces com alta relação de aspecto para acrescentar esta fase às análises.

Em se tratando de análise numérica, a eficiência computacional é uma meta a ser alcançada. Neste sentido, as estratégias de modelagem multiescala concorrente, representando o concreto em mesoescala somente em regiões de interesse, e adaptativa, onde a mesoescala é ativada estritamente nas regiões de máxima tensão principal elevada, agregam-se às contribuições já citadas.

Quando a região de ocorrência do processo de fissuração é conhecida, a estratégia de modelagem multiescala concorrente é suficiente para garantir um menor custo computacional. Nesse caso, a estrutura objeto de análise é previamente dividida em subdomínios, discretizados de maneira independente, com malhas de elementos finitos com ordem de grandezas diferentes e de acordo com as regiões de interesse. Estas malhas são conectadas através de Elementos Finitos de Acoplamento, que não acrescentam graus de liberdade ao sistema de equações, se mostrando mais uma contribuição deste trabalho.

Nos casos onde esta região de interesse não pode ser reconhecida previamente, a técnica multiescala adaptativa proposta é mais uma contribuição importante, a qual vem suprir as limitações da técnica multiescala concorrente expostas. Neste caso, a região de localização do dano não precisa ser pré-definida, sendo esta governada apenas pela máxima tensão principal de tração da macroescala. Essa técnica proposta proporciona uma eficiência computacional considerável, podendo ser considerada uma estratégia de otimização computacional empregada quando se tratando de modelagem do concreto, considerando os processos físico-químicos observados nas diferentes escalas.

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está dividido em seis capítulos, complementados no final pelas referências bibliográficas.

O segundo capítulo apresenta os conceitos básicos da mecânica do dano contínuo, tendo como princípio o modelo de dano isotrópico, e os ingredientes gerais do algoritmo de

integração implícito-explícito (IMPL-EX), implementado de forma a aumentar a robustez e estabilidade numérica dos modelos constitutivos.

No terceiro capítulo descreve-se a estratégia de modelagem multiescala do concreto. Neste caso, as duas escalas consideradas, macroescala e mesoescala, são computacionalmente tratadas de maneira completamente acopladas (concorrentes). Conforme estas estratégias de modelagem vão sendo descritas nesse capítulo, exemplos numéricos são desenvolvidos tendo como propósito validar as técnicas propostas.

A fim de contornar os problemas causados pela malha de elementos finitos de transição, utiliza-se uma técnica de acoplamento de malhas não conformes e, tanto a sua formulação quanto os exemplos numéricos de validação são apresentados no quarto capítulo.

No quinto capítulo é descrito a técnica de modelagem multiescala adaptativa. Neste caso, busca-se tornar a estratégia de modelagem multiescala apresentada nos capítulos anteriores atrativa do ponto de vista computacional.

Finalmente no sétimo capítulo são apresentadas as principais conclusões com base nos resultados obtidos, bem como sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO

2.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo expor os conceitos básicos da mecânica do dano contínuo, o modelo de dano isotrópico e o esquema implícito-explícito (IMPL-EX) para integração dos modelos constitutivos.

Nos últimos anos foram desenvolvidos diversos modelos constitutivos baseados na mecânica do dano contínuo para simular os efeitos das alterações microestruturais no comportamento mecânico dos materiais. A mecânica do dano contínuo, segundo Lemaitre (1992), lida com a capacidade de carga de sólidos sem fissuras principais, mas nos quais o material é danificado devido à presença de microdefeitos, tais como microfissuras e microvazios. Em um nível de microescala, o dano provém do acúmulo de microtensões ao redor das falhas ou interfaces inerentes ao material, levando ao rompimento das ligações, danificando o material. Os microdefeitos e a evolução destes contribuem significativamente para a resposta não linear dos sólidos, sendo evidenciado macroscopicamente por redução de rigidez e resistência do material.

A mecânica do dano contínuo é fundamentada nos princípios gerais da termodinâmica dos processos irreversíveis, considerando um número finito de variáveis internas. Segundo Lemaitre (1996), o processo de danificação pelo qual os materiais se degradam e rompem é progressivo.

Os modelos constitutivos de dano têm sido usados como uma importante ferramenta de análise da perda de rigidez de estruturas, com a finalidade de prever a degradação do material. Seu interesse consiste na simulação da degradação mecânica de materiais quase-frágeis, tais como concreto, cerâmicas e rochas, que depois de percorrido o regime elástico, ocorre descendência tensional (abrandamento devido ao processo progressivo de evolução dos microdefeitos) a cada incremento de deformação, delineando o comportamento não linear do material. Para o desenvolvimento de ferramentas apropriadas, é indispensável que o comportamento não linear desses materiais seja conhecido e modelado precisamente, especialmente o seu estado de danificação.

Para aumentar a robustez dos modelos constitutivos, Oliver et al. (2006, 2008) propuseram um algoritmo de integração implícito-explicito (IMPL-EX) desses modelos constitutivos, que tem se mostrado bastante eficiente para obter respostas de problemas altamente não lineares. Este algoritmo combina as vantagens da robustez numérica apresentada pelo método estritamente explícito com a precisão do método puramente implícitos. O resultado desta combinação tem como principal característica a garantia de convergência do processo incremental e iterativo de solução, sendo que, em geral, com uma única iteração. Contudo, o uso de incrementos de carregamento longos pode ocasionar um erro significativo na curva de equilíbrio, que, por sua vez, pode ser reduzido mediante incrementos de carregamento menores. Portanto, apesar de sua ampla vantagem do ponto de vista computacional, quando comparado com o método implícito, o IMPL-EX deve ser usado com prudência na escolha dos incrementos de carga, estudando-se a convergência da resposta estrutural com a redução dos incrementos.

2.2 Conceitos Fundamentais

Considerando a seção transversal de um sólido sujeito a carregamentos externos, definida segundo o vetor normal, $\vec{n}$, como ilustrado na Figura 2.1, a variável de dano $d^{\vec{n}}$, associada ao vetor $\vec{n}$, é definida como:

$$d^{\vec{n}} = \frac{A_D^{\vec{n}}}{A^{\vec{n}}} = \frac{A^{\vec{n}} - \bar{A}^{\vec{n}}}{A^{\vec{n}}} \quad (2.1)$$

onde $A^{\vec{n}}$ é a área da seção transversal intacta (área total da seção transversal) em um instante de tempo $t = 0$, $A_D^{\vec{n}}$ e $\bar{A}^{\vec{n}}$ referem-se às áreas dos defeitos e a área que realmente resiste aos esforços solicitantes em um instante de tempo $t \neq 0$, respectivamente.

Figura 2.1: Representação do processo de danificação: (a) seção transversal nominal, (b) seção transversal degradada

Nota-se que a variável de dano pertence ao intervalo $0 \leq d^{\vec{n}} \leq 1$, sendo que a variável de dano é nula, $d^{\vec{n}} = 0$, somente se $A_D^{\vec{n}} = 0$, o que corresponde a um estado íntegro do material. Por outro lado, $d^{\vec{n}} = 1$ se $A_D^{\vec{n}} = A^{\vec{n}}$, correspondendo ao estado de degradação completa.

A área da seção que efetivamente resiste às forças aplicadas, então, pode ser expressa como:

$$\bar{A}^{\vec{n}} = A^{\vec{n}} - A_D^{\vec{n}} \quad (2.2)$$

Assim, podem-se definir dois valores de tensão: a tensão aparente aplicada normal ao plano definido pelo vetor $\vec{n}$, $\sigma^{\vec{n}}$, associada a uma força axial $F^{\vec{n}}$ por unidade de área da seção transversal $A^{\vec{n}}$, e, da mesma forma, a tensão efetiva, $\bar{\sigma}^{\vec{n}}$, associada a uma força axial $F^{\vec{n}}$ por unidade de área que efetivamente resiste aos esforços solicitantes (área íntegra), $\bar{A}^{\vec{n}}$, ou seja:

$$\sigma^{\vec{n}} = \frac{F^{\vec{n}}}{A^{\vec{n}}} \quad (2.3)$$

$$\bar{\sigma}^{\vec{n}} = \frac{F^{\vec{n}}}{\bar{A}^{\vec{n}}} \quad (2.4)$$

A partir das Equações 2.1, 2.3 e 2.4, pode-se definir uma expressão que relaciona a tensão aparente com a tensão efetiva como:

$$\sigma^{\vec{n}} = (1 - d^{\vec{n}}) \bar{\sigma}^{\vec{n}} \quad (2.5)$$

Analisando a Equação 2.5, nota-se que, para o material em estado íntegro localmente, a tensão efetiva é igual à tensão aparente, e que, para o material completamente degradado localmente, a tensão efetiva tende ao infinito:

$$\sigma = \bar{\sigma} \quad \text{Para a variável de dano } d = 0 \text{ (material não degradado)}$$

$\bar{\sigma} \rightarrow \infty$ Para a variável de dano $d = 1$ (material totalmente degradado)

O modelo de dano isotrópico considera que, independentemente da direção, as falhas têm o mesmo comportamento mecânico regido por uma variável escalar. Assim, no espaço tridimensional, a Equação 2.5, que relaciona a tensão aparente com a tensão efetiva, pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d) \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2.6)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ e $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ são os tensores de tensão aparente e efetivo, respectivamente.

Baseando-se no conceito de tensão efetiva e na hipótese de equivalência de deformação proposto por Lemaitre e Chaboche (1978), segundo a qual a deformação associada a um estado danificado submetido à tensão, $\boldsymbol{\sigma}$, é equivalente à deformação associada ao estado não danificado submetido à tensão efetiva, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$, como ilustrado na Figura 2.2, para um carregamento uniaxial, pode-se escrever:

Figura 2.2: Hipótese de deformação equivalente (Lemaitre , 1978)

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_D} \quad (2.7)$$

e

$$\varepsilon_2 = \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad (2.8)$$

onde E é o módulo de elasticidade intacto, E_D o módulo de elasticidade degradado. Substituindo a Equação 2.6 na Equação 2.7, e como, de acordo com a hipótese de equivalência de deformações, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, igualando-se as Equações 2.7 e 2.8, tem-se a relação entre o módulo de elasticidade (módulo de Young) e o módulo de elasticidade degradado:

$$E_D = (1 - d)E \quad (2.9)$$

A partir das Equações 2.7 e 2.9, pode-se escrever a relação constitutiva total da seguinte forma:

$$\sigma = E_D \cdot \varepsilon \quad (2.10)$$

ou

$$\sigma = (1 - d) \cdot E \cdot \varepsilon \quad (2.11)$$

Comparando a Equação 2.11 com a Equação 2.6, conclui-se que:

$$\bar{\sigma} = E \cdot \varepsilon \quad (2.12)$$

2.3 Critério de degradação

O domínio elástico, que define os estados de tensões para os quais o comportamento do material é elástico linear, pode ser estabelecido através de uma função de dano, F , como:

$$F(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0 \quad (2.13)$$

Matematicamente, este critério pode ser escrito como uma função da tensão equivalente, τ , e da variável limite de dano, q , obtendo-se:

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = \tau(\boldsymbol{\sigma}) - q \leq 0 \quad (2.14)$$

No espaço das tensões efetivas, a Equação 2.14 pode ser escrita como:

$$F(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) = \tau(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) - r \leq 0 \quad (2.15)$$

onde

$$r = \frac{q}{1-d} \quad (2.16)$$

Assim como na teoria da plasticidade, as relações de Kuhn-Tucker definem as condições de carga e descarga, ou seja:

$$\dot{d} \geq 0$$

$$F(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) \leq 0 \quad (2.17)$$

$$\dot{d} \cdot F(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) = 0$$

das quais pode-se deduzir que:

$$\text{Se } F < 0 \quad \Rightarrow \dot{d} = 0 \text{ (não há evolução de dano)}$$

$$\text{Se } F = 0 \text{ e } \dot{F} < 0 \quad \Rightarrow \dot{d} = 0 \text{ (descarga)}$$

mas se

$$F = 0$$

e

$$\dot{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{d} = 0 \\ \dot{d} > 0 \end{cases} \quad (\text{carga neutra ou carga, respectivamente})$$

onde $\dot{d}$ é a taxa de variação da variável de dano.

Repare que se a função F for menor que zero não há evolução na variável limite de dano r e, portanto, não há evolução de dano. Agora, se a função F for igual a zero e a variação da função $\dot{F}$ for menor que zero, implica que a lei de evolução da variável de dano é nula e, então, o processo é de descarregamento. Mas se a função, F , for igual a zero e a variação da função, $\dot{F}$, for igual a zero, pode-se implicar em duas condições: a lei de evolução de dano igual a zero e, então, tem-se carga neutra; se a lei de evolução da variável de dano maior que zero e, então, o processo é de carregamento.

Na Figura 2.3, que ilustra uma curva típica de tensão versus deformação, observam-se claramente os intervalos de carga, descarga e recarga do material.

Figura 2.3: Diagrama de tensão versus deformação axial (Gonçalves, 2003)

No regime elástico linear, que corresponde ao trecho $\overline{OA}$, não há evolução do dano ($\dot{d} = 0$). No trecho $\overline{AB}$ descreve o regime inelástico com evolução do dano ($\dot{d} \neq 0$). Já no trecho $\overline{BO}$ e $\overline{OB}$ correspondem, respectivamente, às situações de descarga e recarga, ambas sem evolução do dano. Além disso, observa-se que o fator de redução da rigidez é $(1 - d)$.

2.4 Lei de evolução da variável de dano

Dependendo da característica do material, a evolução do dano pode produzir diferentes comportamentos após o limite de elasticidade. Esse comportamento pode ser atribuído a uma variável H , chamada módulo de endurecimento/abrandamento.

Para o modelo de dano isotrópico a lei de endurecimento/abrandamento pode ser descrita em relação às variáveis internas do tipo tensão deformação (Manzoli, 1998):

$$\dot{q} = \frac{H}{1+H} \dot{\epsilon} \quad (2.18)$$

onde $\dot{\epsilon} \geq 0$.

Na Figura 2.4 pode-se observar as diferentes leis de endurecimento/abrandamento.

Figura 2.4: Comportamentos distintos de endurecimento/abrandamento (Pedrini, 2008)

Na Figura 2.4, em (a) tem-se o regime elastodegradável perfeito, em (b) o encruamento linear positivo (endurecimento), em (c) o encruamento linear negativo (abrandamento) e em (d) o abrandamento exponencial.

Tendo-se em conta que $q = (1 - d)r$ e utilizando-se a regra de endurecimento/abrandamento da Equação 2.18, pode-se chegar à lei de evolução da variável de dano em função do módulo de endurecimento/abrandamento e da variável limite de dano, para carregamentos monotônicos, dada pela Equação 2.19 (Manzoli, 1998).

$$\dot{d} = \left(\frac{1}{1 + H} - d \right) \cdot \frac{\dot{r}}{r} \quad (2.19)$$

Segundo o princípio da termodinâmica, que rege o fenômeno do dano, o processo de deformação deve ser irreversível implicando em $(\dot{d} \geq 0)$, e, portanto, a Equação 2.19 deve estar contida, em qualquer instante do processo de carga, dentro do seguinte intervalo:

$$-1 < H < (1 - d) \quad (2.20)$$

onde o módulo de endurecimento/abrandamento pode variar através de qualquer função em termos da variável limite de dano. Assim, pode-se obter a expressão fechada da evolução da variável de dano solucionando a relação diferencial da Equação 2.19.

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad (2.21)$$

e

$$q(r) = \int \frac{H(r)}{1 + H(r)} dr \quad (2.22)$$

Para um módulo H constante, tem-se a lei linear de dano em função de H e do limite de dano (r), ou seja:

$$d = \frac{r - r_0}{r(1 + H)} \quad (2.23)$$

onde r_0 é o valor inicial do limite de dano, r . A fim de formular a expressão para a lei exponencial, considera-se H fornecida pela Equação 2.24, obtendo-se a Equação 2.25 proposta por Oliver et. al. (1999).

$$H(r) = \frac{1}{1 + A \cdot e^{A\left(1 - \frac{r}{r_0}\right)}} - 1 \quad (2.24)$$

$$d = 1 - \frac{r}{r_0} \cdot e^{A\left(1 - \frac{r}{r_0}\right)} \quad (2.25)$$

O parâmetro A da lei de abrandamento exponencial depende da energia de fratura do material. Vale ressaltar que essa lei de abrandamento exponencial será utilizada no modelo constitutivo de dano proposto neste trabalho, com a finalidade de representar a degradação do concreto em tração. Dessa forma, a relação entre o parâmetro A e a energia de fratura, G_f , será demonstrada no capítulo que descreverá a estratégia de modelagem multiescala concorrente do concreto empregada.

2.5 Modelo constitutivo de dano isotrópico

A tensão efetiva definida na Equação 2.12 para o caso unidimensional pode ser facilmente estendida para o caso tridimensional:

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.26)$$

onde $\mathbf{C} = 2G\mathbf{I} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ é o tensor elástico de quarta ordem, $\mathbf{I}$ é o tensor unitário simétrico de quarta ordem, $\mathbf{1}$ é o tensor unitário de segunda ordem, K é o módulo de compressibilidade do material e G é módulo de elasticidade transversal ou módulo de cisalhamento. $\bar{\sigma}$ é o tensor de tensões efetivas e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformações.

Adotando-se a norma proposta por Simó e Jú (1987), que é utilizada para materiais que apresentam a mesma resistência à tração e a compressão, ou seja:

$$\tau(\bar{\sigma}) = \sqrt{\bar{\sigma} : \mathbf{C}^{-1} : \bar{\sigma}} \quad (2.27)$$

o critério de dano pode ser estabelecido através da expressão:

$$F(\bar{\sigma}, r) = \sqrt{\bar{\sigma} : \mathbf{C}^{-1} : \bar{\sigma}} - r \leq 0 \quad (2.28)$$

onde r é a variável que controla o processo de degradação. Para esta variável adota-se um valor inicial, r_0 , que corresponde à tensão limite de dano, quando a norma adotada atinge a superfície limite de dano pela primeira vez, que para um carregamento uniaxial simples, pode ser obtida da seguinte forma:

$$\sqrt{f_0 \cdot \frac{1}{E} \cdot f_0} = r_0 = \frac{f_0}{\sqrt{E}} \quad (2.29)$$

onde f_0 é a tensão característica do início da danificação do material.

A partir das relações de Kuhn-Tucker, pode-se demonstrar que o limite de dano assume o máximo valor da variável τ durante o processo de carregamento:

$$r = \max(r_0, \tau) \quad (2.30)$$

Então, segundo o modelo de dano isotrópico, a o tensor das tensões corrente é obtido aplicando a variável de dano para degradar todas as componentes do tensor das tensões efetivas, como já definido na Equação 2.6:

$$\sigma = (1 - d) \bar{\sigma} \quad (2.31)$$

A equação constitutiva tangente (incremental) do modelo é definida como:

$$\dot{\sigma} = \mathbf{C}_{tg} : \dot{\epsilon} \quad (2.32)$$

onde $\dot{\sigma}$ é a taxa de tensão, $\dot{\epsilon}$ é a taxa de deformação e $\mathbf{C}_{tg}$ é o tensor constitutivo tangente.

Considerando-se o modelo de dano isotrópico descrito, cujo tensor de tensões corrente é obtido através da Equação 2.31, pode-se escrever a taxa do tensor de tensões da Equação 2.32, da seguinte forma:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1-d)\mathbf{C}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - d\mathbf{C}:\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.33)$$

A partir da Equação 2.19 pode-se reescrever a Equação 2.33 como:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1-d)\mathbf{C}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \left(\frac{1}{1+H} - d \right) \frac{\dot{r}}{r} \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2.34)$$

Para as condições de carregamento elástico e de descarregamento tem-se $\dot{r} = 0$ e, portanto:

$$\mathbf{C}_{tg} = (1-d)\mathbf{C} \quad (2.35)$$

Note que, no regime de carregamento elástico a variável de dano é nula, $d = 0$, e, neste caso, o tensor constitutivo tangente corresponde ao tensor constitutivo elástico, $\mathbf{C}_{tg} = \mathbf{C}$.

Quando o regime é de carregamento inelástico tem-se $\dot{r} > 0$ e, portanto, $r = \tau(\bar{\boldsymbol{\sigma}})$ e, consequentemente, $\dot{r} = \dot{\tau}(\bar{\boldsymbol{\sigma}})$. Então, pelo exposto e considerando a Equação 2.27 pode-se escrever a taxa de variação da variável limite de dano como:

$$\dot{r} = \dot{\tau}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) = \frac{1}{\tau(\bar{\boldsymbol{\sigma}})} \bar{\boldsymbol{\sigma}}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.36)$$

Substituindo a Equação 2.36 na Equação 2.34 tem-se que:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1-d)\mathbf{C}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \left(\frac{1}{1+H} - d \right) \frac{1}{\tau(\bar{\boldsymbol{\sigma}})r} \bar{\boldsymbol{\sigma}} \otimes (\bar{\boldsymbol{\sigma}}:\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (2.37)$$

Neste caso, pode-se concluir que a expressão que define o tensor constitutivo tangente é escrita como:

$$\mathbf{C}_{tg} = (1-d)\mathbf{C} - \left(\frac{1}{1+H} - d \right) \frac{1}{\tau(\bar{\boldsymbol{\sigma}})r} \bar{\boldsymbol{\sigma}} \otimes \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2.38)$$

É importante observar que a segunda parcela da Equação 2.38 é oriunda da evolução do dano.

A Tabela 2.1 ilustra o algoritmo de integração implícito do modelo de dano isotrópico, para um procedimento incremental, onde n e $n+1$ correspondem aos incrementos de carregamento do passo anterior e do passo corrente (atual), respectivamente.

Tabela 2.1: Algoritmo de integração implícito do modelo constitutivo de dano isotrópico

Entrada: $\mathbf{C}$, r_0 , H , A , $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$, $r_{n+1}^{\text{trial}} = r_n$	
Calcular o tensor das tensões efetivas	$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$
Verificar o critério	$F_{n+1}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}) = \sqrt{\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} : \mathbf{C}^{-1} : \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}} - r_{n+1}^{\text{trial}} \leq 0$ <p>Verdadeiro: $r_{n+1} = r_{n+1}^{\text{trial}}$</p> <p>Falso: $r_{n+1} = \tau_{n+1}$</p>
Atualizar a variável de dano	$d_{n+1} = 1 - \frac{q_{n+1}(r_{n+1})}{r_{n+1}} \Rightarrow$ $\Rightarrow \begin{cases} d_{n+1} = \frac{r_{n+1} - r_0}{r_{n+1}(1+H)} & \text{Lei Linear} \\ d_{n+1} = 1 - \frac{r_{n+1}}{r_0} e^{A \left(1 - \frac{r_{n+1}}{r_0} \right)} & \text{Lei Exponencial} \end{cases}$
Calcular o tensor das tensões corrente	$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = (1-d_{n+1})\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}$
Calcular o tensor constitutivo tangente	$\mathbf{C}_{n+1}^{\text{tang}} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{C}_{n+1}^{\text{tang}} = (1-d_{n+1})\mathbf{C} & \text{Elástico/descarga} \\ \mathbf{C}_{n+1}^{\text{tang}} = (1-d_{n+1})\mathbf{C} - G \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} \otimes \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} & \text{Carga} \\ G = \left(\frac{1}{1+H_{n+1}} - d_{n+1} \right) \frac{1}{\tau_{n+1}r_{n+1}} \end{cases}$
Saída: r_{n+1} , $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$, $\mathbf{C}_{n+1}^{\text{tang}}$	

2.6 Algoritmo de integração implícito/explicito –IMPL-EX

A fim de contornar as limitações impostas pelos métodos explícitos e implícitos Oliver et al., (2006, 2008) desenvolveu um algoritmo de integração implícito-explicito, denominado IMPL-EX (IMPL $\rightarrow$ implícito, EX $\rightarrow$ explícito), que combina as vantagens destes dois métodos.

O esquema de integração implícito-explicito (IMPL-EX) consiste em utilizar os métodos implícito e explícito em um mesmo passo de carregamento, em dois estágios. No primeiro estágio calculam-se as variáveis do problema de maneira implícita, a variável interna do tipo deformação $r_{n+1}(\epsilon_{n+1})$, a variável interna do tipo tensão $q_{n+1}(\epsilon_{n+1})$ e o tensor de tensão corrente $\sigma_{n+1}(\epsilon_{n+1})$, como apresentado na Tabela 2.1, utilizando a deformação corrente. Na etapa seguinte, calcula-se a variável interna do tipo deformação $\tilde{r}_{n+1}$, mediante uma extrapolação linear, em termos das variáveis internas do tipo deformação calculadas implicitamente nos dois passos que antecederam o passo corrente (t_{n+1}), t_{n-1} e t_n , ou seja:

$$\tilde{r} = r_n + \dot{r}_n \Delta t_{n+1} = r_n + \frac{\Delta r_n}{\Delta t_n} \Delta t_{n+1} \quad (2.39)$$

$$\Delta r_n = r_n - r_{n-1}; \Delta t_n = t_n - t_{n-1}; \Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$$

ao qual pode ser considerado uma aproximação de primeira ordem da expansão de Taylor de r_{n+1} em torno de r_n , como:

$$\begin{cases} r_{n+1} = r_n + \Delta t_{n+1} \dot{r}_n + O(\Delta t_{n+1}^2) \\ r_n = r_{n-1} + \Delta t_n \dot{r}_{n-1} + O(\Delta t_n^2) \\ \Delta t_n \dot{r}_n = \Delta t_n \dot{r}_{n-1} + \Delta t_n (\Delta t_n \ddot{r}_{n-1}) + \Delta t_n O(\Delta t_n^2) \Rightarrow \Delta t_n \dot{r}_n = \Delta t_n \dot{r}_{n-1} + O(\Delta t_n^2) \end{cases} \quad (2.40)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{r}_n = \frac{\Delta r_n}{\Delta t_n} - O(\Delta t_n^2) \\ r_{n+1} = r_n + \frac{\Delta r_n}{\Delta t_n} \Delta t_{n+1} + O(\Delta t_{n+1}^2) = \tilde{r}_{n+1} + O(\Delta t_{n+1}^2) \end{cases}$$

A Figura 2.5 ilustra a estratégia linear de predição da variável interna r em função do pseudo-tempo, t , do processo incremental de solução. Note que a variável interna r é uma função que nunca decresce ($r_{n+1} \geq r_n$), tornando a sua extrapolação linear adequada, produzindo um erro pequeno, que pode ser controlado diminuindo-se o tamanho do passo de carregamento ou, aumentando-se a ordem da função utilizada para a extrapolação de $\tilde{r}_{n+1}$.

Figura 2.5:Extrapolação da variável interna do tipo deformação (adaptado de Oliver et al. 2008)

A partir da variável interna $\tilde{r}_{n+1}$ pode-se obter o tensor das tensões de forma explícita, $\tilde{\sigma}_{n+1}$, da seguinte forma:

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = (1 - \tilde{d}_{n+1}) \bar{\sigma}_{n+1} \quad (2.41)$$

onde $\tilde{d}_{n+1}$ é a variável de dano explícita do passo corrente, ao qual depende da variável $\tilde{r}_{n+1}$ e, de acordo com a Equação 2.21, pode ser escrita como:

$$\tilde{d}_{n+1} = 1 - \frac{\tilde{q}_{n+1}(\tilde{r}_{n+1})}{\tilde{r}_{n+1}} \quad (2.42)$$

onde $\tilde{q}_{n+1}$ é uma variável interna do tipo tensão que também depende da variável interna do tipo deformação, $\tilde{r}_{n+1}$.

É importante observar que a variável $\tilde{r}_{n+1}$ é independente da deformação corrente, $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$, e, conseqüentemente, a variável de dano, $\tilde{d}_{n+1}$, também se torna independente desta. Assim, o tensor constitutivo tangente do passo corrente pode ser obtido da seguinte forma:

$$\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{\text{tang}} = \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = (1 - \tilde{d}_{n+1}) \mathbf{C} \quad (2.43)$$

Note que o tensor constitutivo tangente calculado na Equação 2.43 é constante durante o passo de carregamento. Além do mais, este apresenta a vantagem de ser sempre positivo definido, mesmo no regime de abrandamento, pois $(1 - \tilde{d}_{n+1}) \geq 0$ e a matriz constitutiva elástica, $\mathbf{C}$, é positiva definida e também simétrica.

Essas variáveis locais extrapoladas, $\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{\text{tang}}$ e $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}$, são usadas para obter a matriz tangente estrutural, $\tilde{\mathbf{K}}_{n+1}$, e determinar as forças internas, $\mathbf{F}_{\text{int}}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1})$. Note que devido o tensor constitutivo tangente extrapolado, $\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{\text{tang}}$, ser positivo definido, a matriz rigidez tangente torna-se bem condicionada e, portanto, o processo de Newton-Raphson deve convergir em apenas uma única iteração, para cada passo de carregamento.

A Figura 2.6 apresenta graficamente o esquema de integração implícito-explicito para o modelo de dano isotrópico. Para cada passo de carregamento definem-se as etapas de predição e correção das tensões. No início de cada passo de carregamento, ao invés de utilizar as tensões do passo anterior para obter as forças internas, como nos métodos implícitos, utilizam-se as tensões calculadas a partir das variáveis internas extrapoladas. Conseqüentemente, as tensões iniciais, ou de predição, são menores do que aquelas necessárias para estabelecer o equilíbrio entre as forças internas e externas, produzindo um resíduo. Na sequência, o processo iterativo, neste caso uma iteração, realiza a correção dessas tensões, estabelecendo o equilíbrio entre as forças internas e externas. Note que devido às tensões de predição serem menores que às tensões de equilíbrio (tensões corrigidas), o tensor constitutivo tangente torna-se positivo definido (ver Figura 2.6).

Esta interpretação pode ser escrita matematicamente através da Equação 2.44, onde ficam claras as parcelas correspondentes às etapas de predição e correção, mostradas na Figura 2.6.

$$\tilde{\sigma}_{n+1} = (1 - \tilde{d}_{n+1}) \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \underbrace{(1 - \tilde{d}_{n+1}) \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_n}_{\sigma_{n+1}^{\text{pred}} \text{ predição}} + \underbrace{(1 - \tilde{d}_{n+1}) \mathbf{C} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}}_{\Delta \sigma_{n+1}^{\text{corr}} \text{ correção}} \quad (2.44)$$

Figura 2.6: Representação das fases de predição e correção do algoritmo de interação IMPL-EX para o modelo de dano (adaptado de Oliver et al., 2008)

A Tabela 2.2 apresenta o as expressões implícitas e explícitas do algoritmo de integração IMPL-EX para o modelo de dano isotrópico.

Tabela 2.2: Expressões implícitas e explícitas do IMPL-EX para o modelo de dano isotrópico

Entrada: $\mathbf{C}$, A , H , $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$, r_{n-1} , r_n	
Calcular o tensor das tensões efetivas	$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$
Calcular a variável interna de forma implícita	$F_{n+1}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}) = \underbrace{\sqrt{\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} : \mathbf{C}^{-1} : \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}}}_{\tau_{n+1}} - r_n \leq 0$ <p>Verdadeiro: $r_{n+1} = r_n$</p> <p>Falso: $r_{n+1} = \tau_{n+1}$</p>
Extrapolar a variável interna	$\tilde{r}_{n+1} = r_n + \frac{r_n - r_{n-1}}{\Delta t_n} \Delta t_{n+1}$ $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}; \quad \Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$
Atualizar a variável de dano	$\tilde{d}_{n+1} = 1 - \frac{\tilde{q}_{n+1}(\tilde{r}_{n+1})}{\tilde{r}_{n+1}} \Rightarrow$ $\Rightarrow \begin{cases} \tilde{d}_{n+1} = \frac{\tilde{r}_{n+1} - r_0}{\tilde{r}_{n+1}(1+H)} & \text{Lei Linear} \\ \tilde{d}_{n+1} = 1 - \frac{\tilde{r}_{n+1}}{r_0} e^{A\left(1 - \frac{\tilde{r}_{n+1}}{r_0}\right)} & \text{Lei Exponencial} \end{cases}$
Calcular o tensor das tensões corrente	$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = (1 - \tilde{d}_{n+1}) \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$
Calcular o tensor constitutivo tangente	$\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{\text{tang}} = \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = (1 - \tilde{d}) \mathbf{C}$
Saída: r_{n+1} , $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}$, $\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{\text{tang}}$	

Nesta seção apresentaram-se os elementos gerais do método de integração implícito-explicito. Maiores detalhes sobre a formulação, suas vantagens e desvantagens podem ser encontrados em Oliver et al. (2006, 2008).

Capítulo 3

ESTRATÉGIA DE MODELAGEM MULTIESCALA CONCORRENTE DO CONCRETO

3.1 Introdução

A modelagem multiescala busca introduzir explicitamente os efeitos das escalas inferiores na escala macroscópica, visando um custo computacional razoável. Neste sentido, este capítulo tem por objetivo descrever a estratégia de modelagem multiescala concorrente do concreto, adotando-se duas escalas distintas, que compreendem as escalas macroscópica e mesoscópica, tratadas de forma completamente acopladas.

Na escala macroscópica o concreto é representado por um modelo constitutivo elástico linear e, por este motivo, suas propriedades elásticas homogeneizadas (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) precisam ser previamente calculadas. Assim, optou-se por duas abordagens diferentes para se obter tais propriedades: uma numérica, através do MEF, e a outra teórica, utilizando o modelo baseado na teoria da mistura de Counto em paralelo (Counto, 1964).

Como estratégia de modelagem mesoscópica do concreto, propõe-se um gerador de agregados graúdos, os quais são embebidos na matriz de argamassa de forma aleatória a partir de uma curva granulométrica. O comportamento não linear do material é descrito utilizando a técnica de fragmentação da malha de elementos finitos em conjunto com o modelo de dano à tração proposto.

Uma vez descrita a estratégia de modelagem multiescala do concreto, apresentam-se alguns resultados numéricos utilizando essa estratégia.

Primeiramente, analisa-se uma amostra de concreto tracionada, diferentes porcentagens, diâmetros máximos e realizações aleatórias de agregados graúdos. Com os resultados dessas análises, busca-se compreender melhor o processo de iniciação, propagação e coalescência de fissuras na região tracionada do concreto.

A segunda análise numérica é realizada para um painel em forma de L (“L-shaped panel”), ensaiado experimentalmente por Winkler (2001) e simulado numericamente por Unger e Eckardt (2011). Neste caso, utiliza-se a técnica multiescala concorrente, discretizando-se em mesoescala somente a região de interesse, mantendo o resto do painel em macroescala.

No último exemplo, analisa-se numericamente as vigas de três pontos ensaiadas experimentalmente por Bellégo et al. (2003) e posteriormente reproduzidas por Kozicki e Tejchman (2007), cujos resultados obtidos numericamente são comparados com os resultados experimentais.

Todos os resultados numéricos apresentados neste capítulo utilizam malha de elementos finitos de transição como recurso para conectar as malhas das diferentes escalas.

3.2 Modelagem do concreto em macroescala

3.2.1 Modelo constitutivo elástico linear

Neste trabalho, o concreto em macroescala é tratado como um material homogêneo e isotrópico.

As tensões são obtidas a partir das deformações, adotando um modelo constitutivo elástico linear descrito por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.1)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões, $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformações e $\mathbf{C}$ é o tensor das constantes elásticas do material.

Mediante o conceito de isotropia, o tensor das constantes elásticas pode ser escrito em função de somente duas propriedades elásticas que, no caso do presente trabalho, correspondem ao módulo de elasticidade homogeneizado, E^h , e ao coeficiente de Poisson homogeneizado, ν^h . O módulo de cisalhamento homogeneizado, G^h , pode ser escrito em função das duas primeiras, ou seja:

$$G^h = \frac{E^h}{2(1+\nu^h)} \quad (3.2)$$

3.2.2 Propriedades elásticas homogeneizadas

As propriedades elásticas homogeneizadas, descritas na Equação 3.2, foram calculadas empregando-se duas técnicas diferentes: uma numérica, via método dos elementos finitos, e a outra baseada na regra das misturas, mediante o modelo de Counto em paralelo (Counto, 1964).

3.2.2.1 Propriedades elásticas homogeneizadas via método dos elementos finitos

Valores médios de tensões e deformações são calculados para o domínio de um EVR, submetido às condições de contorno apresentadas na Figura 3.1. Assim, para o caso bidimensional, envolvendo somente elementos triangulares de três nós, tem-se:

$$\sigma_x^h = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_{\text{elem}}} (A_i (\sigma_x)_i) \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_x^h = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_{\text{elem}}} (A_i (\varepsilon_x)_i) \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_y^h = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_{\text{elem}}} (A_i (\varepsilon_y)_i) \quad (3.5)$$

onde σ_x e σ_x^h são as tensões longitudinais corrente e homogeneizada, A_i e A são as áreas do i -ésimo elemento finito e total do EVR, respectivamente. ε_x e ε_x^h são as deformações longitudinais corrente e homogeneizada, ε_y e ε_y^h são as deformações transversais corrente e homogeneizada, respectivamente.

A partir das Equações 3.3, 3.4 e 3.5 podem-se calcular as propriedades homogeneizadas médias da seguinte forma:

$$E^h = \frac{\sigma_x^h}{\varepsilon_x^h}, \quad \nu^h = -\frac{\varepsilon_y^h}{\varepsilon_x^h}, \quad G^h = \frac{E^h}{2(1+\nu^h)} \quad (3.6)$$

Figura 3.1: Condições de contorno imposta ao EVR para obter as propriedades homogêneas

3.2.2.2 Propriedades elásticas homogêneas via regra das misturas

Neste caso, as propriedades homogêneas são calculadas utilizando a teoria dos materiais compósitos, considerando o concreto um material bifásico. Esta teoria exige apenas os valores individuais das propriedades elásticas (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) de cada material constituinte e suas frações volumétricas.

As aproximações de Voigt (1910) ou de Reuss (1929) são os modelos mais simples usados para calcular as propriedades efetivas de materiais compósitos. O modelo de Voigt assume deformação constante do material. Contrário ao modelo de Voigt, o modelo de Reuss considera tensão uniforme ao longo das fases.

Então, segundo o modelo de Voigt,

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{Agg} = \varepsilon_m \quad (3.7)$$

onde ε_h , ε_{Agg} e ε_m são as deformações do concreto (composto), do agregado (fase) e da matriz, respectivamente.

A uniformidade de deformação considerada nesse modelo implica que, tanto a deformação da matriz, quanto a das fases dispersas são iguais à deformação do compósito. Com isso, a

tensão do compósito pode ser descrita em termos das tensões e frações volumétricas da matriz e das fases constituintes:

$$\sigma_h = \sigma_{Agg} V_{Agg} + \sigma_m V_m \quad (3.8)$$

onde σ_h , σ_{Agg} e σ_m são as tensões do concreto, do agregado e da matriz, respectivamente, e, V_{Agg} e V_m são as frações de volume do agregado e da matriz.

Assim, a partir da lei de Hooke e das Equações 3.7 e 3.8, o módulo de elasticidade, segundo o modelo de Voigt, pode ser obtido a partir do módulo de elasticidade de cada constituinte e sua fração volumétrica:

$$E_h = E_{Agg} V_{Agg} + E_m V_m \quad (3.9)$$

onde E_h , E_{Agg} e E_m são os módulos de elasticidade do concreto homogeneizado, do agregado e da matriz, respectivamente.

O modelo de Reuss assume a uniformidade de tensão, ou seja:

$$\sigma_h = \sigma_{Agg} = \sigma_m \quad (3.10)$$

Neste caso, a deformação no compósito (Concreto) é descrita em termos das deformações e frações volumétricas da matriz e do agregado:

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{Agg} V_{Agg} + \varepsilon_m V_m \quad (3.11)$$

Portanto o módulo de elasticidade é obtido em função dos módulos de elasticidade e suas frações volumétricas, da seguinte forma:

$$\frac{1}{E_h} = \frac{1}{E_{Agg}} V_{Agg} + \frac{1}{E_m} V_m \quad (3.12)$$

A Figura 3.2 apresenta os modelos de Voigt, das fases arranjadas em paralelo, e de Reuss, das fases dispostas em série (Gonçalves, 2001; Montija, 2007).

É importante observar que estes modelos não levam em conta a presença de vazios e nem o efeito das interfaces, considerando aderência perfeita entre matriz e fases dispersas. Os seus resultados correspondem aos limiares superiores e inferiores para os possíveis valores do módulo de elasticidade (Metha e Monteiro, 1994; Gonçalves, 2001; Montija, 2007).

A partir dos modelos de Voigt e Reuss, Counto (1964) (apud Metha e Monteiro, 1994; Gonçalves, 2001; Montija, 2007) desenvolveu um modelo em série e em paralelo, considerando uma inclusão cúbica embebida na matriz, como ilustrado na Figura 3.3.

Figura 3.2: Representação dos modelos de Voigt (a) e de Reuss (b)

Figura 3.3: Representação do modelo de Counto: (a) em série e (b) em paralelo

A expressão matemática do modelo de Counto em paralelo pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{E_h} = \frac{1 - \sqrt{V_{Agg}}}{E_m} + \frac{1}{\left(\frac{1 - \sqrt{V_{Agg}}}{\sqrt{V_{Agg}}} \right) E_m + E_{Agg}} \quad (3.13)$$

Estudos realizados por Barr et al. (1995) Apud Gonçalves (2001), a partir de dados experimentais, apontaram que, dentre os modelos citados, o modelo de Counto em paralelo foi o que apresentou os melhores resultados quando comparado com os resultados experimentais. Portanto, em algumas análises numéricas do presente trabalho, adota-se o modelo de Counto em paralelo para obter as propriedades homogeneizadas do concreto. Note que essa expressão é utilizada tanto para calcular o módulo de elasticidade quanto o coeficiente de Poisson. Neste caso, substituem-se na expressão os módulos de elasticidade de cada fase pelos respectivos coeficientes de Poisson.

3.2.3 Estudo de resultados numérico e teórico

A fim de avaliar as respostas das propriedades homogeneizadas, calculam-se o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, a partir das formulações apresentadas, numérica e teórica, para uma amostra contendo duas fases distintas, que compreende uma fase particulada circular embebida no núcleo da matriz, como ilustrado na Figura 3.4.

Figura 3.4: Material bifásico

Para a análise numérica via o método dos elementos finitos, empregaram-se as condições de contorno e a malha de elementos finitos triangulares de três nós, apresentadas na Figura 3.5, considerando o estado plano de tensão. As propriedades elásticas adotadas são: módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson do particulado (agregado), $E_{Agg} = 30.000$ MPa e $\nu_{Agg} = 0,2$, e da matriz (argamassa), $E_m = 10.000$ MPa e $\nu_m = 0,4$.

Figura 3.5: Condições de contorno e malha de elementos finitos adotadas

A Figura 3.6 ilustra a configuração deformada da amostra, para um fator de ampliação de 1000 vezes, na qual pode-se observar o campo de deslocamento da amostra, resultado da análise numérica. A Tabela 3.1 apresenta a comparação dos resultados das propriedades elásticas, calculadas pelo método numérico e pelos modelos baseados na teoria da mistura.

Figura 3.6: Configuração deformada da amostra com o campo de deslocamento horizontal

Tabela 3.1: Valores das propriedades homogeneizadas

Modelo	Módulo de elasticidade homogeneizado (E_h)	Coefficiente de Poisson (ν_h)
Numérico (MEF)	12.246,43 MPa	0,349
Voigt	13.927,00 MPa	0,361
Reuss	11.506,15 MPa	0,334
Counto	12.629,34 MPa	0,355

3.3 Modelagem do concreto em mesoescala

3.3.1 Gerador de agregado graúdo embebido na matriz

A primeira etapa do processo de construção do modelo mesoestrutural do concreto consiste na sua representação geométrica, considerando duas fases distintas, que compreendem o agregado embebido na argamassa (matriz). Para isso, um gerador de agregado eficiente é apresentado, baseado no modelo proposto por Wriggers e Moftah (2006). Porém, este trabalho traz uma complementação ao modelo proposto por Wriggers e Moftah (2006), já que a geometria do agregado pode assumir qualquer forma poliédrica (3D) ou poligonal (2D) inscritíveis em uma esfera ou circunferência, não se limitando somente a geometrias esféricas e circulares. Além do mais, as amostras não se limitam a geometrias cúbicas, posto que também podem ser poliedros não convexos, como é o caso envolvendo vigas entalhadas.

O diâmetro e a fração de volume de agregados são definidos segundo uma curva granulométrica construída a partir ensaios experimentais, mediante um processo de peneiramento do agregado natural. O objetivo do peneiramento é definir a porcentagem de agregado passante ou retido, para diferentes aberturas de malha de peneira.

Para casos nos quais a curva granulométrica experimental não é fornecida, é comum adotar-se a curva de Fuller e Thompson (1907 apud Carneiro e Cincotto, 1999; Sobolev e Amirjanov, 2004; Wriggers e Moftah, 2006), que determinaram, através de ensaios experimentais, o perfil ideal de uma curva granulométrica, de forma a obter a máxima compactação dos agregados, expressa como:

$$P = 100 \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^n \quad (3.14)$$

onde P é a porcentagem de agregado passante para a abertura de peneira corrente, d , $d_{\max}$ é o diâmetro máximo do agregado e $n = [0,45 - 0,70]$.

A Figura 3.7 apresenta a curva granulométrica (porcentagem passante acumulada *versus* abertura de peneira) derivada da Equação 3.14 (curva de Fuller), considerando $d_{\max} = 20 \text{ mm}$ e $n = 0,5$.

Figura 3.7: Curva granulométrica adotada de Fuller para $d_{\max} = 20 \text{ mm}$ e $n = 0,5$

A porcentagem total de agregado passante para dois intervalos sequenciais de abertura de peneira pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$V_p[d_s, d_{s+1}] = \frac{P(d_{s+1}) - P(d_s)}{P(d_{\max}) - P(d_{\min})} \cdot V_{agg} \quad (3.15)$$

onde $V_p[d_{s+1}, d_s]$ é o volume total de agregado pertencente ao intervalo $[d_{s+1}, d_s]$, com abertura de peneira d_s e d_{s+1} . Os parâmetros $d_{\min}$ e $d_{\max}$ são os diâmetros máximo e mínimo do agregado, e V_{agg} é a porcentagem total de agregado contido em uma amostra de concreto.

Para um intervalo $[d_{s+1}, d_s]$ de abertura de peneira, o agregado pode assumir qualquer tamanho entre os diâmetros mínimo d_s e máximo d_{s+1} . Considerando uma distribuição uniforme entre d_s e d_{s+1} , o diâmetro, d , do agregado pode ser obtido da seguinte forma:

$$d = d_{s+1} + \eta(d_s - d_{s+1}) \quad (3.16)$$

onde η é um número aleatório uniformemente distribuído entre 0 e 1.

Uma vez gerados os agregados, tem-se o processo de distribuição desses agregados na amostra ou na estrutura. Algumas regras de posicionamento têm que ser respeitadas. Os

agregados devem estar totalmente contidos na amostra e, estes não podem se interceptar. Além disso, os agregados devem situar-se a uma distância mínima da borda que os contém.

Alguns estudos têm sido desenvolvidos no intuito de obter respostas mais precisas quanto à distribuição dos agregados na argamassa. Segundo Schlangen e van Mier (1992), a distância mínima entre os agregados adjacentes tende a ser proporcional ao tamanho dos agregados, podendo, de forma aproximada, ser calculada pela média dos diâmetros multiplicada por um fator constante, λ . Em seus estudos, Wang et al. concluíram que o espaçamento entre os agregados é mais ou menos proporcional ao tamanho destes, propondo que a distância mínima entre o agregado e a borda da amostra seja o resultado da multiplicação de um valor constante (λ) pelo diâmetro do agregado ($\lambda.d$). Propuseram também que a espessura mínima entre dois agregados adjacentes seja λ vezes o diâmetro do agregado que está sendo posicionado ($\lambda.d_a$). A eficiência da metodologia proposta por Wang et al., confirmada nos resultados alcançados por Wriggers e Moftah (2006), justifica seu uso no presente trabalho.

No algoritmo proposto por Wriggers e Moftah (2006) a constante λ desempenha um papel fundamental na configuração espacial dos agregados. Quanto maior for o seu valor, mais uniforme será a configuração espacial dos agregados. Porém, os espaços podem não ser suficientes para o posicionamento de todos os agregados, impossibilitando a geração de amostras com um grande volume de agregados. Sendo assim, valores menores são progressivamente adotados para λ , até que seja possível o posicionamento de todos os agregados na matriz.

No processo de posicionamento do agregado no domínio do concreto, as coordenadas do centroide de cada poliedro, correspondente ao centro da esfera que o circunscreve, $C(X, Y, Z)$, são definidas aleatoriamente como:

$$\begin{aligned} X &= X_{\min} + \eta_1(X_{\max} - X_{\min}) \\ Y &= Y_{\min} + \eta_2(Y_{\max} - Y_{\min}) \\ Z &= Z_{\min} + \eta_3(Z_{\max} - Z_{\min}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde $X_{\max} - X_{\min}$, $Y_{\max} - Y_{\min}$ e $Z_{\max} - Z_{\min}$ determinam os domínios em X , Y e Z , respectivamente. Os coeficientes η_1 , η_2 e η_3 são números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1.

O posicionamento dos agregados, que foram gerados e armazenados previamente em uma matriz, é realizado sequencialmente. A posição do centroide de cada agregado é escolhida aleatoriamente pela Equação 3.17, sendo que seu posicionamento definitivo acontece quando as condições citadas sejam satisfeitas. Caso isso não ocorra, novas coordenadas são geradas. Quando uma quantidade suficientemente grande de coordenadas for gerada para um mesmo agregado, sem que sejam atendidas as condições impostas, o processo de posicionamento é reiniciado, atribuindo-se um valor menor para λ .

A Figura 3.8 ilustra as condições de posicionamento impostas aos agregados. É importante destacar que o poliedro que representa o agregado está inscrito numa esfera e, portanto, as condições de posicionamento são satisfeitas quando a distância entre o centroide e a borda é maior ou igual à soma do raio da esfera e a espessura mínima exigida e, também, quando a distância entre os centroides de dois agregados adjacentes é maior ou igual à soma dos raios das esferas e a espessura mínima de separação entre elas.

Figura 3.8: Condições de posicionamento imposta aos agregados

A rotação aleatória dos poliedros é realizada através da rotação do sistema local de coordenadas do poliedro gerado. A matriz que contém todas as coordenadas do poliedro é multiplicada pelas matrizes de rotação em torno dos eixos locais x, y e z, respectivamente.

A rotação do poliedro de ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 , em torno dos eixos x, y e z, respectivamente, é obtida com as seguintes transformações:

$$\begin{aligned}
 A'_x &= A_{nx3} \cdot R_x = A_{nx3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \\
 A'_y &= A_{nx3} \cdot R_y = A_{nx3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \\
 A'_z &= A_{nx3} \cdot R_z = A_{nx3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

onde A_{nx3} é a matriz que contém todas as coordenadas do poliedro gerado, n é o número de vértices do poliedro, R_x , R_y e R_z são as matrizes de rotação em torno dos eixos x, y e z, respectivamente.

Os valores dos ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 são obtidos aleatoriamente. No caso específico do octaedro, os ângulos pertencem ao intervalo $[0 \ \pi/2]$, devido à simetria desse poliedro, ou seja:

$$\begin{aligned}
 \theta_1 &= \eta_4 \frac{\pi}{2} \\
 \theta_2 &= \eta_5 \frac{\pi}{2}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\theta_3 = \eta_6 \frac{\pi}{2}$$

onde η_4 , η_5 e η_6 são números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1.

É importante observar que a rotação aleatória do sistema de coordenada local tem como origem o centroide do poliedro gerado e, portanto, não interfere nas condições de posicionamento do poliedro, posto que a rotação ocorre no domínio da esfera que contém o poliedro.

Quando as geometrias das amostras ou membros estruturais são convexas, as condições de posicionamento impostas são suficientes para garantir que o agregado esteja no domínio da amostra. Porém, para geometrias não convexas essas condições impostas não são suficientes. Para garantir que os agregados estejam totalmente contidos na estrutura, algumas condições adicionais têm que serem impostas. No exemplo ilustrado na Figura 3.9, a esfera que circunscreve o agregado não pode interceptar o sólido convexo Ω (Figura 3.9b), definido a partir das faces π_1 , π_2 e π_3 do entalhe, e, além disso, tem que satisfazer as distâncias mínimas de separação impostas.

Figura 3.9: Geometrias não convexas

Utilizando a curva granulométrica de Füller, apresentada na Figura 3.7, desenvolvem-se algumas realizações de agregados grãos inseridos na matriz de argamassa.

A Figura 3.10 ilustra o resultado da geração de agregados octaédricos, dodecaédricos, icosaédricos e poliedros convexos com 80 faces, para uma amostra cúbica de arestas medindo 100 mm (3D). Os volumes de agregado adotados foram de 25%, 35%, 45% e 55%. É importante observar que, quanto maior for o número de faces do poliedro, mais a seu volume se aproxima do volume da esfera que o circunscreve e, consequentemente, volumes maiores de agregado graúdo podem ser alcançados. O gerador de agregado implementado permite, inclusive, uma combinação dos diferentes poliedros descritos, como mostrado na Figura 3.11.

Para o caso bidimensional, a estrutura mesoscópica do concreto é constituída de agregados octogonais embebidos na matriz de argamassa, como ilustrado na Figura 3.12, para uma amostra quadrática de lados medindo 150 mm, adotando as mesmas frações de volume das realizações 3D apresentadas na Figura 3.10.

Para essas realizações 2D e 3D, os diâmetros máximo e mínimo adotados para agregados foram de $d_{\max} = 15$ mm e $d_{\min} = 5$ mm.

A Figura 3.13 apresenta as realizações aleatórias de agregados graúdos para duas amostras com geometrias não convexas. O primeiro caso (Figura 3.13a) trata-se de uma viga 3D com um entalhe, enquanto que o segundo trata-se de uma amostra 2D com dois entalhes (Figura 3.13b).

As restrições impostas ao primeiro caso são bem mais simples que as impostas ao segundo caso, pois, além das condições normais impostas à viga, tratada como um poliedro convexo (paralelepípedo medindo 500 mm de comprimento, 100 mm de altura e 50 mm de espessura), apenas uma condição adicional se faz necessária, já que os agregados não podem interceptar o paralelepípedo formado pelo entalhe, mantendo uma distância mínima deste, de acordo com as condições apresentadas na Figura 3.9. Já para o segundo caso, oito condições adicionais devem ser impostas, pois os agregados não podem interceptar os oito polígonos hachurados, apresentados na Figura 3.13b, sendo quatro retângulos e quatro triângulos retângulos, e estes devem também manter uma distância mínima destes polígonos. Ou seja, além dos agregados estarem contidos no retângulo com as dimensões de 150 mm largura por 480 mm de comprimento (condição padrão), as condições adicionais citadas também devem ser satisfeitas. O volume de agregado considerado foi de 50% para os dois casos. Os diâmetros mínimo e máximo considerados para os agregados foram de $d_{\max} = 10$ mm e $d_{\min} = 5$ mm.

Figura 3.10: Realizações aleatórias tridimensionais de agregados graúdos: a) octaédricos, dodecaédricos, icosaédricos e poliedro com 80 faces triangulares

Figura 3.11: Agregados representados por diferentes poliedros: octaédricos, dodecaédricos e icosaédricos

Figura 3.12: realizações bidimensionais de agregados octogonais embebidos na matriz adotando as frações de volume de: (a) 25 %, (b) 35%, (c) 45% e (d) 55%, respectivamente

Figura 3.13: Realização aleatória de agregado para amostras com geometrias não convexas

3.3.2 Representação das interfaces matriz-matriz e matriz-agregado via fragmentação da malha de elementos finitos

Finalizada a primeira etapa de construção da mesoestrutura do concreto, representada por duas fases distintas que compreendem o agregado embebido na matriz, uma malha de elementos finitos triangulares, para o caso bidimensional, ou tetraédricos, para o caso tridimensional, é gerada utilizando o programa de pré e pós-processador GiD, desenvolvido pelo CIMNE (*International Center for Numerical Methods in Engineering*) da *Universitat Politècnica de Catalunya*, para discretizar o domínio da amostra.

Em seguida, a malha de elementos finitos da argamassa é fragmentada, mantendo uma pequena espessura de separação entre os elementos, proveniente de um pequeno deslocamento dos vértices de cada elemento em direção ao baricentro. Então, para problemas bidimensionais, pares de elementos finitos planos (triangulares de três nós) são inseridos, conectando os nós de elementos finitos vizinhos. Casos envolvendo problemas tridimensionais a interface é formada pela composição de três elementos tetraédricos convencionais com quatro nós. Como a espessura entre os elementos fragmentados é bem pequena, têm-se elementos finitos sólidos de interface com alta relação de aspecto.

Todo o comportamento não linear da estrutura será descrito por estes elementos de interface. Os elementos de interface com alta relação de aspecto que pertencem à argamassa (conectam elementos regulares da argamassa) receberão propriedades da argamassa, como módulo de elasticidade, resistência à tração e energia de fratura e, representarão os caminhos potenciais para a propagação de fissuras através da argamassa. Os elementos de interface que ligam os elementos regulares da argamassa com os elementos dos agregados representarão a ZTI, e receberão as correspondentes propriedades desse material. Sendo assim, tem-se a representação da terceira fase da mesoestrutura do concreto, correspondente à ZTI. Como essa fase é reconhecidamente o elo mais fraco, os seus elementos terão a função de descrever o processo de iniciação de microfissuras, que em seguida poderão propagar-se em direção à argamassa. A Figura 3.14 ilustra a malha fragmentada com os elementos de interface inseridos entre todos os elementos da matriz, assim como os elementos de interface que compõem a ZTI. Por se tratar apenas de concreto com resistência convencional, a malha de elementos finitos do agregado não foi fragmentada. Para casos envolvendo concreto de alta resistência, elementos de interface com alta relação de aspecto poderiam ser facilmente inseridos entre os elementos do agregado, visto que, nesse caso, o agregado passaria a ser o elo mais fraco do composto.

Figura 3.14: (a) Amostra da estrutura mesoscópica do concreto e (b) detalhes dos elementos de interface inseridos entre os elementos regulares via técnica de fragmentação da malha

3.3.3 Formulação do elemento finito sólido de interface

Seja o elemento finito triangular de três nós, de altura h , obtida pela projeção do nó (1) em direção à base do elemento, de comprimento b , como ilustrado na Figura 3.15.

Figura 3.15: Elemento finito triangular com alta relação de aspecto

Em estado plano de deformação, o tensor das deformações, ϵ , pode ser calculado aproximadamente em qualquer ponto pertencente ao domínio do elemento como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3.20)$$

onde $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ coleciona todas as componentes do tensor das deformações que dependem de h, ou seja:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n & \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 \\ \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

e $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ as componentes que dependem de b,

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} (u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 \\ \frac{1}{2} (u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde $u_n^{(i)}$ e $u_s^{(i)}$ são as componentes de deslocamento do nó i de acordo com o sistema de coordenada $(\mathbf{n}, \mathbf{s})$, ilustrado na Figura 3.15 (Manzoli et al., 2012). $\llbracket u \rrbracket_n$ e $\llbracket u \rrbracket_s$ são as componentes do deslocamento relativo, $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$, entre o nó 1 e sua projeção na base, $(1')$, dadas por:

$$\llbracket u \rrbracket_n = u_n^{(1)} - u_n^{(1')} = u_n^{(1)} - \left[\frac{b_1}{b} u_n^{(3)} + \left(1 - \frac{b_1}{b} \right) u_n^{(2)} \right] \quad (3.23)$$

$$\llbracket u \rrbracket_s = u_s^{(1)} - u_s^{(1')} = u_s^{(1)} - \left[\frac{b_1}{b} u_s^{(3)} + \left(1 - \frac{b_1}{b} \right) u_s^{(2)} \right] \quad (3.24)$$

Considerando um sistema de coordenadas qualquer, a parte do tensor das deformações cujas componentes estão associadas a h, expressas segundo a Equação 3.21, pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [\![\mathbf{u}]\!])^s \quad (3.25)$$

onde $(\bullet)^s$ refere-se à parte simétrica de $(\bullet)$, $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal à base do elemento e $\otimes$ representa o produto diádico. Sendo assim, o tensor das deformações totais da Equação 3.20 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \underbrace{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes [\![\mathbf{u}]\!])^s}_{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}} \quad (3.26)$$

É importante observar que à medida que h tende a zero, a parte $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ do tensor de deformação total permanece limitada enquanto que a parte $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$, deixa de ser limitada. Portanto, à medida que a altura, h , do elemento tende a zero, as deformações no elemento ficam relacionadas quase que exclusivamente ao deslocamento relativo entre o nó (1) e sua projeção na base, $[\![\mathbf{u}]\!]$. Na situação limite, o nó 1 e sua projeção tendem a ser o mesmo ponto. Como consequência, o deslocamento relativo $[\![\mathbf{u}]\!]$ torna-se a medida de uma descontinuidade de deslocamento (descontinuidade forte).

A estrutura do campo de deformação descrito pela Equação 3.26 corresponde à cinemática típica da ACDF (Oliver et al., 1999; Oliver e Huespe, 2004). Sendo assim, os mesmos casos tratados segundo a ACDF também podem ser modelados utilizando o elemento de interface com alta relação de aspecto.

3.3.4 Cinemática de descontinuidades fortes

A cinemática da descontinuidade forte baseia-se na separação do campo de deslocamento em uma parte regular e uma descontínua.

A Figura 3.16 apresenta um domínio bidimensional Ω com uma superfície de descontinuidade S que divide o domínio Ω em duas partes, Ω^+ e Ω^- .

Figura 3.16: Superfície de descontinuidade forte (Manzoli et al., 2012)

A decomposição empregada permite que as variáveis relativas ao salto interfiram apenas em uma região arbitrária da vizinhança da linha de descontinuidades. O campo de deformações compatível com deslocamentos descontínuos adquire característica distribucional, deixando de ser limitado ao longo da linha de descontinuidade.

O campo de deslocamento total $\mathbf{u}$ de um ponto material X pertencente ao domínio Ω pode ser decomposto em partes contendo o campo de deslocamento regular (contínuo) e descontínuo, da seguinte forma:

$$\mathbf{u}(X, t) = \bar{\mathbf{u}}(X, t) + H_s(X) [[\mathbf{u}]](\xi, t) \quad (3.27)$$

onde $\bar{\mathbf{u}}$ é a parte contínua e o último termo corresponde à parte descontínua. A função $[[\mathbf{u}]]$ é contínua em todo o domínio, representando o salto no campo de deslocamento ao longo de S . A função $H_s(X)$ é a função de *Heaviside* situada sobre a superfície de descontinuidade, S , tal que:

$$\begin{cases} H_s = 0 & \forall X \in \Omega^- \\ H_s = 1 & \forall X \in \Omega^+ \end{cases} \quad (3.28)$$

A Figura 3.17a ilustra o salto no campo de deslocamento ao longo de S , proveniente da operação da função *Heaviside* sobre a função contínua $[[\mathbf{u}]]$.

O campo de deslocamentos do regime de descontinuidade forte, dado pela Equação 3.27, pode ser interpretado como sendo a situação limite do campo correspondente ao regime de

descontinuidade fraca (campo de deformação descontínuo e campo de deslocamento contínuo), o qual pode ser expresso como:

$$\mathbf{u}(X, t) = \bar{\mathbf{u}}(X, t) + Z_s(\eta) \llbracket \mathbf{u} \rrbracket(\xi, t) \quad (3.29)$$

onde Z_s é uma função rampa unitária definida da seguinte forma:

$$Z_s = \begin{cases} 0 & \text{if } \eta < -h/2 \\ 1 & \text{if } \eta > h/2 \\ \frac{\xi}{h} + \frac{1}{2} & \text{if } -h/2 \leq \eta \leq h/2 \end{cases} \quad (3.30)$$

onde η é um eixo de coordenada local ortogonal a S , de tal forma que S corresponde à linha $\eta = 0$ e h é a largura da banda de localização, conforme ilustra a Figura 3.16 e a Figura 3.17b.

O campo de deformações pode ser obtido tomando-se o gradiente material do campo de deslocamento da Equação 3.27, da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla^s \mathbf{u} = \nabla^s \bar{\mathbf{u}} + \nabla^s \llbracket \mathbf{u} \rrbracket Z_s + \frac{\mu_s(\eta)}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^s \quad (3.31)$$

onde $(\bullet)^s$ refere-se à parte simétrica de $(\bullet)$, $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal à superfície de descontinuidade S e μ_s representa a *função de colocação* situada sobre S , tal que:

$$\begin{cases} \mu_s = 0 & \text{if } \eta < -h/2 \text{ ou } \eta > h/2 \\ \mu_s = 1 & \text{if } -h/2 \leq \eta \leq h/2 \end{cases} \quad (3.32)$$

A Equação 3.31 pode ser reescrita como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\mu_s(\eta)}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^s \quad (3.33)$$

onde $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \nabla^s \bar{\mathbf{u}} + \nabla^s \llbracket \mathbf{u} \rrbracket Z_s$ corresponde à parte contínua do campo das deformações. A descontinuidade do campo de deformações é ilustrada na Figura 3.17c.

(a)

(b)

(c)

Figura 3.17: Cinemática da descontinuidade. (a) campo de deslocamento de descontinuidade forte; (b) campo de deslocamento de descontinuidade fraca; (c) campo de deformação de descontinuidade fraca (Manzoli et al., 2012)

De acordo com a ACDF, a cinemática da descontinuidade forte corresponde às Equações 3.27 e 3.31, quando h tende a zero.

É importante notar que quando h tende a zero as deformações atuantes no elemento finito triangular, dadas pela Equação 3.26, tornam-se similares às deformações em regime de descontinuidade forte, expressa pela Equação 3.33, nos pontos dentro da banda de localização ($\mu_s = 1$).

De acordo com ACDF (Oliver et al., 1999), o campo de tensões correspondente pode ser obtido através de relações constitutivas contínuas, que fornecem tensões limitadas, mesmo para deformações ilimitadas. Esta abordagem tem sido aplicada com sucesso para descrever a formação de descontinuidades fortes com a formulação de elemento finito com fissura incorporada (Simó et al, 1993; Oliver, 1996; Oliver et al., 1999; Oliver, 2000; Manzoli e Venturini, 2007; Oliver, et al., 2008).

3.3.5 Análise de tensões

De maneira geral, as tensões são obtidas a partir das deformações mediante a Equação 3.34:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{in}) \quad (3.34)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}^{in}$ corresponde à parcela inelástica das deformações e $\mathbf{C}$ é o tensor constitutivo elástico de quarta ordem. No caso do modelo de dano, a deformação inelástica corresponde à parcela da deformação reduzida pela variável de dano, $d\boldsymbol{\varepsilon}$, resultado da propriedade distributiva aplicada em $(1-d)\boldsymbol{\varepsilon}$.

A partir das Equações 3.20 e 3.34, pode-se escrever a Equação 3.35 da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\varepsilon}^{in}) \quad (3.35)$$

Para manter o significado físico do problema e para permitir o equilíbrio das forças nodais com elementos da vizinhança, a tensão deve permanecer limitada em regime de

descontinuidade forte, quando h tende a zero. Para isso, a componente não limitada das deformações, $\hat{\epsilon}$, deve corresponder a componente inelástica, ϵ^{in} , tal que, a diferença entre estas componentes, conforme Equação 3.35, torna-se limitada, ou seja:

$$\hat{\epsilon} \rightarrow \epsilon^{in} \text{ (quando } h \rightarrow 0) \quad (3.36)$$

É importante notar que, se um modelo puramente elástico é adotado, a componente inelástica desaparece ($\epsilon^{in} = 0$). Desta forma, de acordo com a Equação 3.36, quando h tende zero, a tensão será limitada somente se a parte não limitada das deformações, $\hat{\epsilon}$, também desaparecer, levando a $[[u]]_n \rightarrow 0$ e $[[u]]_s \rightarrow 0$ (ver Equação 3.21). Portanto, quando um modelo constitutivo elástico é adotado, $1/h$ desempenha o papel de uma variável de penalização, que restringe o deslocamento relativo entre o nó (1) e sua projeção na base do elemento.

3.3.6 Modelo de dano à tração

Para representar o comportamento complexo de iniciação e propagação de fissuras de materiais quase frágeis em tração, propõe-se um modelo constitutivo de dano contínuo consistente com a ACDF. O critério de degradação é baseado na componente de tensão normal a base do elemento de interface com alta relação de aspecto. Como a variável de dano degrada todas as componentes do tensor das tensões efetivas, o modelo proposto é capaz representar tanto o processo de fissuração em modo I e modo II quanto o processo de abertura e propagação de fissuras envolvendo o modo misto (composto pelos modos I e II).

De acordo com a Equação 2.26, a partir do tensor de deformação, calcula-se o tensor de tensões efetivas como:

$$\bar{\sigma} = \mathbf{C} : \epsilon \quad (3.37)$$

O critério de degradação é expresso em termos da componente de tensão normal à base do elemento com alta relação de aspecto, $\sigma_{nn} = \mathbf{n}^T \bar{\sigma} \mathbf{n}$, como:

$$\phi = \sigma_{nn} - q(r) \leq 0 \quad (3.38)$$

onde $\mathbf{n}$ é o vetor unitário normal à base do elemento com alta relação de aspecto. q e r são as variáveis internas do tipo tensão e deformação, respectivamente.

Dividindo a Equação 3.38 por $(1-d)$, o critério de degradação pode ser escrito no campo das tensões efetivas da seguinte forma:

$$\bar{\phi} = \bar{\sigma}_{nn} - r \leq 0 \quad (3.39)$$

com $r = q/(1-d)$, podendo dessa forma escrever a lei de evolução da variável de dano em termos da variável interna, r , como:

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad (3.40)$$

O tensor das tensões corrente, $\boldsymbol{\sigma}$, é obtido aplicando a variável de dano, d , para reduzir todas as componentes do tensor das tensões efetivas, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$, caso a condição imposta seja satisfeita.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{cases} (1-d)\bar{\boldsymbol{\sigma}} & \text{caso } \bar{\sigma}_{nn} > 0 \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}} & \text{caso } \bar{\sigma}_{nn} \leq 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

Note que a variável de dano é aplicada, somente se a componente de tensão normal à base do elemento for maior que zero.

As relações de Kuhn-Tucker, das quais definem as condições de carga e descarga, descritas na Equação 2.17, em conjunto com a Equação 3.39, leva para a seguinte lei de evolução explícita para a variável interna do tipo deformação ao longo do tempo:

$$r(t) = r = \max[\bar{\sigma}_{nn}(s), f_t] \quad (3.42)$$

para todos os valores de s pertencente ao intervalo $[0, t]$. De acordo com a Equação 3.42, r assume o máximo valor atingido por $\bar{\sigma}_{nn}$ durante o processo de carregamento, adotando

inicialmente, antes do início do processo de carregamento, a resistência inicial à tração, f_t , do material.

3.3.6.1 Algoritmo de integração implícito-explicito para o modelo de dano à tração

A fim de aumentar a robustez do modelo de dano proposto, de forma a descrever o processo de degradação do concreto em tração, utiliza-se o algoritmo de integração implícito-explicito (IMPL-EX), como proposto por Oliver et al. (2006, 2008) e descrito na seção 2.6.

A Tabela 3.2 ilustra o algoritmo de integração implícito-explicito para o modelo de dano à tração, o qual pode ser obtido de forma fechada, para um procedimento incremental.

Tabela 3.2: Algoritmo de integração implícito-explícito do modelo de dano à tração

Entrada: $\mathbf{C}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$, r_n , Δr_n	
Calcular o tensor das tensões efetivas	$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$
Verificar o critério	$F_{n+1} = \bar{\sigma}_{nn+1} - r_n \leq 0$ Verdadeiro: $r_{n+1} = r_n$ Falso: $r_{n+1} = \tau_{n+1}$
Calcular a variação da variável interna, de forma implícita, para ser usada no próximo passo	$\Delta r_{n+1} = r_{n+1} - r_n$
Extrapolar a variável interna	$\tilde{r}_{n+1} = r_n + \frac{\Delta r_n}{\Delta t_n} \Delta t_{n+1}$ $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}; \quad \Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$
Atualizar a variável de dano	$\tilde{d}_{n+1} = 1 - \frac{\tilde{q}_{n+1}(\tilde{r}_{n+1})}{\tilde{r}_{n+1}} \Rightarrow$ $\Rightarrow \begin{cases} \tilde{d}_{n+1} = \frac{\tilde{r}_{n+1} - r_0}{\tilde{r}_{n+1}(1+H)} & \text{Lei Linear} \\ \tilde{d}_{n+1} = 1 - \frac{\tilde{r}_{n+1}}{r_0} e^{A\left(1 - \frac{\tilde{r}_{n+1}}{r_0}\right)} & \text{Lei Exponencial} \end{cases}$
Calcular o tensor das tensões corrente	$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = \begin{cases} (1 - \tilde{d}_{n+1}) \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} & \text{caso } \bar{\sigma}_{nn} > 0 \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} & \text{caso } \bar{\sigma}_{nn} \leq 0 \end{cases}$
Calcular o tensor constitutivo tangente	$\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{\text{tang}} = \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = \begin{cases} (1 - \tilde{d}_{n+1}) \mathbf{C} & \text{caso } \bar{\sigma}_{nn} > 0 \\ \mathbf{C} & \text{caso } \bar{\sigma}_{nn} \leq 0 \end{cases}$
Saída: r_{n+1} , Δr_{n+1} , $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}$, $\tilde{\mathbf{C}}_{n+1}^{\text{tang}}$	

3.3.7 Relação constitutiva discreta do elemento finito degenerado

No estado limite da descontinuidade forte, a relação constitutiva contínua descrita na Equação 3.41, torna-se uma relação discreta entre as tensões da interface e as componentes do salto no campo de deslocamento, da seguinte forma:

$$\mathbf{t} = \hat{\mathbf{K}}[[\mathbf{u}]] \quad (3.43)$$

onde

$$\mathbf{t} = (\sigma_{nn} \ \sigma_{ns})^T$$

$$[[\mathbf{u}]] = ([[u]]_n \ [[u]]_s)^T \quad (3.44)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{(1-d)}{h} \begin{bmatrix} \frac{4}{3}G + K & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}$$

Para manter as tensões limitadas quando a espessura do elemento degenerado tende a zero ($h \rightarrow 0$), todos os componentes do salto de deslocamento devem tender para zero ($[[u]]_n \rightarrow 0$ e $[[u]]_s \rightarrow 0$) se a variável de dano for nula ($d = 0$), correspondendo ao regime elástico linear. Caso contrário, a variável de dano deve tender para um no regime inelástico com $[[\mathbf{u}]] \neq 0$. Então, na situação limite em que $h \rightarrow 0$ o elemento de interface apresenta um comportamento de dano rígido, já que no regime elástico a tensão no elemento de interface aumenta enquanto que a deformação permanece nula até o limite elástico. Note-se que até as tensões atingirem o critério de degradação todas as componentes do salto de deslocamento são limitadas penalizando $1/h$.

Caso o coeficiente de Poisson seja nulo ($\nu = 0$), a relação discreta pode ser escrita em termos do módulo de elasticidade, E , uma vez que:

$$4G/3 + K = E \text{ e } G = E/2 \quad (3.45)$$

Para um deslocamento monotonicamente crescente em modo I ($[\dot{u}]_n > 0$, $[u]_n|_{t=0} = 0$, $[u]_s = [u]_t = 0$), a evolução da tensão normal pode ser escrita como:

$$\sigma_{nn}([u]_n) = (1-d) \frac{1}{h} E [u]_n = \begin{cases} \frac{1}{h} E [u]_n & \text{if } [u]_n \leq [u_0]_n \\ q \left(\frac{1}{h} E [u]_n \right) & \text{if } [u]_n > [u_0]_n \end{cases} \quad (3.46)$$

com $[u_0]_n = h f_t / E$.

Assumindo uma lei de abrandamento exponencial, ou seja:

$$q(r) = f_t e^{Ah(1-r/f_t)} \quad (3.47)$$

onde f_t é a resistência à tração do material e A é o parâmetro de abrandamento. A energia de fratura do modo I, G_f , ou seja, a energia dissipada para a degradação completa em modo I é dado por:

$$G_f = \int_0^\infty \sigma_{nn}([u]_n) d[u]_n = \int_0^{[u_0]_n} \sigma_{nn}([u]_n) d[u]_n + \int_{[u_0]_n}^\infty \sigma_{nn}([u]_n) d[u]_n \quad (3.48)$$

$$G_f = \frac{1}{E} \left(\frac{f_t^2 h}{2} + \frac{f_t^2}{A} \right)$$

Na situação limite em que a espessura do elemento tende à zero a energia de fratura tende para:

$$G_f = \frac{f_t^2}{EA} \quad (3.49)$$

A partir da Equação 3.49 pode-se definir o parâmetro de abrandamento em termos das propriedades do material, ou seja:

$$A = \frac{f_t^2}{G_f E} \quad (3.50)$$

3.4 Exemplos numéricos

3.4.1 Estudo da influência da fração de volume, do tamanho máximo e de diferentes realizações aleatórias de agregados

Este exemplo tem por objetivo avaliar a capacidade dos modelos desenvolvidos e implementados de representar de forma qualitativa o processo de iniciação e propagação de fissuras, como observado em ensaios experimentais envolvendo amostras de concreto tracionadas. Para tal, realizaram-se algumas simulações numéricas para amostras de seção transversal quadrada de lado medindo 150 mm e espessura de 50 mm, em estado plano de tensão, considerando diferentes porcentagens de agregado graúdo, tamanho máximo de agregado e realizações (distribuições) aleatórias. Neste exemplo, a amostra é tracionada impondo-se um deslocamento crescente na sua face superior, mantendo a sua base fixa. A Figura 3.18 ilustra a geometria do problema com as respectivas condições de contorno e a malha de elementos finitos fragmentada. Os parâmetros e propriedades elásticas do material adotadas são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Parâmetros dos materiais

Fases do concreto	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson	Energia de fratura	Resistência à tração
Agregado	$E_{Agg} = 37,0 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0,2$	—	—
Matriz	$E_m = 2,0 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,2$	—	—
Interface da matriz	$E_{i/m} = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_{i/m} = 0$	$G_{f_{i/m}} = 0,03 \text{ N/mm}$	$f_{t_{i/m}} = 2,6 \text{ MPa}$
ZTI	$E_i = 18,0 \text{ GPa}$	$\nu_i = 0$	$G_{f_i} = 0,02 \text{ N/mm}$	$f_{t_i} = 1,3 \text{ MPa}$

Inicialmente, realizaram-se as análises numéricas para quatro amostras, variando a densidade de agregado de 20%, 30%, 40% e 50%, mantendo os diâmetros máximos e mínimos constantes de 5 mm e 10 mm, respectivamente, distribuídos aleatoriamente nas amostras. Em seguida, quatro amostras com mesma fração de volume de agregado, com o diâmetro máximo do agregado variando, com valores de 10 mm, 20 mm, 30 mm e 40 mm, foram analisadas. Por fim, analisaram-se quatro amostras adotando a mesma densidade de agregado de 40%, com diâmetros mínimo de 5 mm e máximo de 10 mm, considerando diferentes realizações aleatórias.

Como observado nos ensaios experimentais e numéricos (Prado e van Mier, 2003; Pompeu, 2004; Lilliu e van Mier, 2007; López et al., 2008, Landis e Bolander, 2009; Kim e Al-Rub, 2011), a nucleação da fissura ocorre na ZTI e propaga-se em direção à argamassa até unirem-se e formar uma macrofissura.

Analisando as Figuras 3.19 e 3.21, três estágios distintos de carregamento podem ser considerados. O primeiro estágio de carregamento apresenta um comportamento elástico linear, correspondendo a cerca de 60% da carga de pico, onde nenhum dano é observado na amostra (ver Figura 3.19b). Para um aumento contínuo do carregamento até a carga de pico tem-se o início do comportamento não linear, correspondendo ao segundo estágio de carregamento. Neste caso, o dano ocorre em vários lugares do domínio da amostra, concentrando-se nas interfaces entre a matriz e os agregados, por estas terem menor resistência (ver Figura 3.19c). O último estágio apresenta redução (abrandamento) das tensões com o aumento do deslocamento, proporcionada pela propagação das fissuras através da matriz, ao mesmo tempo em que algumas fissuras difusas se fecham, levando à união das fissuras em uma faixa estreita dominante da amostra, formando uma macrofissura (ver Figura 3.19d). O fenômeno de superposição entre fissuras observadas nos ensaios experimentais também pode ser observado nos resultados numéricos apresentados (ver Figura 3.19d), onde o agregado ou parte da matriz é superposta por fissuras, transmitindo esforços entre as suas faces. Esse fenômeno contribui para a força residual apresentada nas curvas ilustradas na Figura 3.21 (Van Mier, 1991; Van Mier, 1997). Além do mais, a superposição de fissuras é responsável pelo aumento considerável da energia de fratura.

Observando as Figuras 3.20 e 3.21, pode-se notar que o aumento da resistência à tração é diretamente influenciado pela porcentagem de agregado. Quanto menor a porcentagem de agregado, maior é a carga de pico, visto que menor é a área da ZTI, reconhecidamente o elo

mais fraco dentre as três fases consideradas. O aumento da porcentagem de agregado pode induzir a união entre as interfaces formando caminhos propícios para a formação da fissura (percolação) (Lens, 2009).

As Figuras 3.22 e 3.23 ilustram o padrão de fissura e as curvas força *versus* deslocamento para os diferentes diâmetros máximos de agregado considerados. Com o aumento do diâmetro máximo tem-se uma pequena diminuição na carga de pico e uma pronunciada variação na energia de fratura.

Para as diferentes realizações aleatórias, pode-se observar na Figura 3.25 que, até instantes que antecedem a carga de pico, correspondendo o regime elástico e início do regime não linear, as curvas estruturais apresentam o mesmo comportamento. Porém, após a carga de pico, o comportamento das curvas é influenciado pela aleatoriedade da distribuição espacial dos agregados. Os diferentes padrões de fissuras ilustrados na Figura 3.24 comprovam os efeitos da aleatoriedade do material no seu comportamento estrutural, pois, um alinhamento de agregados, assim como um posicionamento de maiores agregados próximos entre si, podem induzir a formação da macrofissura.

Figura 3.18: Geometria, condições de contorno e malha de elementos finitos fragmentada

Figura 3.19: Processo de iniciação e propagação de fissuras e distribuição das tensões de tração na amostra

Figura 3.20: Padrão de fissura para as diferentes densidades de agregado: a) 20%, b) 30%, c) 40% e d) 50%

Figura 3.21: curvas força-deslocamento para diferentes densidade de agregado

Figura 3.22: Padrão de fissuras para diferentes diâmetros máximos de agregado a) 10 mm, b) 20 mm, c) 30 mm e d) 40 mm

Figura 3.23: Curvas força – deslocamento para diferentes diâmetros máximos de agregado

Figura 3.24: Padrão de fissura para diferentes realizações aleatórias de agregado para uma mesma densidade de agregado (40%): a) realização 1, b) realização 2, c) realização 3 e d) realização 4

Figura 3.25: curvas força-deslocamento para diferentes realizações aleatórias de agregado para uma mesma porcentagem de agregado

3.4.2 Painel em forma de L (L-shaped panel)

Os painéis testados experimentalmente por Winkler (2001), em sua tese de doutorado, tem-se tornado uma referencia (“benchmark”) para muitos autores que objetivam validar suas metodologias buscando prever os seus resultados, tais como o processo de fissuração (em modo misto) e a curva estrutural (força-deslocamento).

Os experimentos consistiam em uma série de testes com painéis idênticos com espessura de 100 mm, submetidos às mesmas condições de contorno. Nos ensaios, a base do painel era mantida fixa e um carregamento vertical era aplicado com o correspondente deslocamento controlado, como ilustra a Figura 3.26.

Figura 3.26: Geometria e condições de contorno do painel

Nos ensaios experimentais ficou clara a ocorrência do fenômeno de localização na região central dos painéis. Sendo assim, na modelagem multiescala concorrente proposta, pode-se definir a priori o domínio do painel que será discretizado, considerando três fases distintas: o agregado gráudo, a argamassa (matriz) e a ZTI. Além do mais, uma análise mesoscópica direta do painel geraria um custo computacional muito elevado. A Figura 3.27 ilustra a divisão do domínio, a distribuição aleatória dos agregados gráudos embebidos na matriz, a malha de elementos finitos adotada e as condições de contorno para a análise numérica. Para

discretização dos domínios macro e mesoscópico utilizou-se um total de 143.026 elementos finitos triangulares de três nós, que correspondem a um total de 102.986 nós. Para gerar a mesoestrutura do concreto adotou-se a distribuição granulométrica apresentada na Tabela 3.4, como sugerido por Unger e Eckardt (2011), posicionando os agregados de forma aleatória na matriz.

Para a análise, considerou-se o estado plano de tensão, adotando um comportamento elástico linear para a escala macroscópica, cujas propriedades efetivas elásticas do concreto (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) foram calculadas numericamente, a partir de uma análise computacional para um EVR submetido às condições de contorno descritas na seção 3.2. Todo o comportamento não linear do material é descrito pelos elementos de interface com alta relação de aspecto, inseridos em todos os elementos triangulares da matriz (argamassa) e na ZTI. O comportamento mecânico dos elementos de interface é descrito segundo o modelo de dano à tração proposto.

Baseado nos resultados experimentais e como sugerido por Unger e Eckardt (2011), que também desenvolveram análise numérica via MEF desse mesmo painel, adotou-se a resistência à tração da ZTI como sendo 50% da resistência do elemento de interface da argamassa. O mesmo critério foi adotado para a definição da energia de fratura. O comportamento mecânico dos elementos finitos regulares, tanto do agregado quanto da argamassa, é descrito segundo um modelo constitutivo elástico linear. Nenhuma não linearidade física foi considerada para o agregado devido a sua alta resistência comparado com as outras fases do concreto convencional. A Tabela 3.5 todos os parâmetros e propriedades elásticas utilizadas. É importante observar que esses parâmetros são os mesmos adotados por Unger e Eckardt (2011), que obtiveram resultados satisfatórios em suas análises.

Figura 3.27: Representação estrutural multiescala do painel em conjunto com a malha de elementos finitos adotada

Tabela 3.4: Mesoestrutura do concreto

Diâmetro do agregado (mm)	Fração de Volume
0-2	0,483
2-4	0,172
4-8	0,035
Argamassa (matriz)	0,31

Tabela 3.5: Parâmetros dos materiais

Materiais	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson	Energia de fratura	Resistência à tração
Concreto	$E_c = 20,5 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0,18$	—	—
Agregado	$E_{agg} = 37,0 \text{ GPa}$	$\nu_{agg} = 0,18$	—	—
Matriz	$E_m = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,18$	—	—
Interface da matriz	$E_{i/m} = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_{i/m} = 0$	$G_{f_{i/m}} = 0,14 \text{ N/mm}$	$f_{t_{i/m}} = 2,6 \text{ MPa}$
ZTI	$E_i = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_i = 0$	$G_{f_i} = 0,07 \text{ N/mm}$	$f_{t_i} = 1,3 \text{ MPa}$

As Figuras 3.28 e 3.29 apresentam as configurações deformadas do painel, nas quais se podem observar a trajetória percorrida pela fissura durante o processo de carregamento. Observando a Figura 3.29 fica claro o quanto a estrutura interna da mesoescala pode influenciar o caminho percorrido pela fissura. Tem-se o início da fissura no canto reto do painel devido à concentração das tensões, que, em seguida, propaga-se gradualmente ao longo da área mais fraca. Como a ZTI é o elo mais fraco do composto, as fissuras tendem a contornar os agregados. Um alinhamento de agregados ou até mesmo agregados maiores próximos entre si podem induzir um desvio local da fissura, levando esta a percorrer uma trajetória irregular, não suave. Contudo, a condição de equilíbrio consistente com as condições de contorno do problema faz com que a fissura não se desvie muito, forçando-a propagar-se em uma faixa próxima da trajetória potencial, estabelecida pelo critério de resistência.

A Figura 3.30 ilustra a comparação entre os caminhos percorridos pelas fissuras obtidos experimentalmente, pela análise numérica via MEF desenvolvida por Unger e Eckardt (2011) e pela análise numérica proposta. Nota-se que ambos os resultados numéricos estão contidos na faixa dos resultados experimentais. Além do mais, as trajetórias obtidas pelas análises numéricas são bem parecidas, o que pode indicar a robustez da modelagem proposta em prever a iniciação, propagação e formação da fissura para o modo misto.

A curva força vertical *versus* deslocamento vertical ilustrada na Figura 3.31 reforça o quanto a modelagem proposta é capaz de reproduzir não só os resultados qualitativos como também os quantitativos. Quando comparado com o resultado experimental, o resultado

numérico apresenta praticamente a mesma rigidez no regime elástico e uma resistência à tração cerca de 5% menor. Considerando que as resistências à tração são as mesmas adotadas por Unger e Eckardt (2011), calibradas para obter uma boa aproximação da curva experimental, pode-se concluir que os resultados alcançados são bem satisfatórios. Além disso, esses parâmetros poderiam ser determinados através de uma análise inversa, de tal maneira que a simulação numérica apresente uma melhor aproximação do resultado experimental.

Figura 3.28: Configuração deformada e distribuição das tensões do painel (σ_{yy}) com um fator de ampliação de 20 vezes à original no estágio final do carregamento

Figura 3.29: Processo de fissuração para os diferentes estágios do carregamento: a) 25%, b) 50 % c) 75 % e d) 100% do carregamento total

Figura 3.30: Trajetória percorrida pelas fissuras para a média dos três ensaios experimentais, análise numérica desenvolvida por Unger e Eckardt (2011) e análise numérica proposta

Figura 3.31: Curva força vertical versus deslocamento vertical do painel

3.4.3 Vigas Entalhadas de três pontos

Nesta seção desenvolve-se uma modelagem numérica bidimensional de vigas de concreto entalhadas de 3 pontos, submetidas à carregamentos quase-estáticos de flexão, buscando verificar a capacidade da modelagem proposta em representar o processo de fissuração em modo I puro, assim como o efeito escala observado nos resultados experimentais, obtidos por Bellégo (2003) e Kozicki e Teichman (2007).

Os testes realizados por Bellégo et al. (2003) e posteriormente reproduzido por Kozicki e Teichman (2007), consistem em uma série de vigas em escala reduzida, considerando 3 diferentes alturas, mantendo a razão entre o comprimento e a altura de $L/D = 4$ e a espessura constante de 40 mm. A Figura 3.32 apresenta a geometria e as condições de contorno para as vigas analisadas experimentalmente.

Figura 3.32: Geometria e condições de contorno da viga

A modelagem pelo método dos elementos finitos considerando toda a estrutura em mesoescala produziria uma quantidade muito grande de elementos e, conseqüentemente, um número elevado de graus de liberdade, tornando a solução do problema impraticável, mesmo para a viga em escala reduzida analisada. Assim, a modelagem numérica é desenvolvida utilizando a técnica multiescala concorrente, definindo, a priori, a região potencial de ocorrência da localização das deformações (macrofissura), que, por sua vez é representada no nível dos agregados graúdos (mesoescala), enquanto que o restante é representado na escala homogênea. É importante observar que para este exemplo específico, a região de propagação de fissuras pode ser reconhecida de antemão, evidenciadas nos ensaios experimentais.

Assim, na região próxima ao entalhe, os agregados graúdos (agregados com diâmetros mínimos de 4 mm) embebidos na matriz foram gerados a partir da curva granulométrica ilustrada na Figura 3.33, e distribuídos de forma aleatória.

As vigas, pequena (V1), média (V2) e grande (V3) foram divididas por elementos finitos triangulares de três nós e, em seguida, fragmentadas, apresentando um total de 7.645 elementos e 5.436 nós para a viga V1, 28.126 elementos e 20.047 nós para a viga V2 e 109.608 elementos e 78.239 nós para a viga V3.

Considerou-se estado plano de tensão, adotando um comportamento elástico linear para o concreto, representado como um material homogêneo na escala global. Como as propriedades elásticas dos agregados graúdos não foram fornecidas no ensaio experimental, adotou-se as propriedades descritas por Yang et al. (1995), que utilizou agregados graúdos similares ao

utilizados por Bellégo (2003) e Kozicki e Tejchman (2007). Então, como as propriedades do concreto foram fornecidas, as propriedades efetivas elásticas da argamassa foram calculadas pelo modelo baseado na teoria da mistura de Counto em paralelo. Para a resistência à tração da argamassa adotou-se 10% da resistência à compressão, fornecida no ensaio experimental. Sendo assim, a resistência à tração da ZTI foi considerada sendo 50% da resistência à tração da argamassa. A Tabela 3.6 apresenta os parâmetros adotados para a análise numérica das vigas.

Tabela 3.6: Parâmetros adotados para a análise numérica das vigas

Materiais	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson	Energia de fratura	Resistência à tração
Concreto	$E_c = 38,5 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0,2$	—	—
Agregado	$E_{agg} = 54,0 \text{ GPa}$	$\nu_{agg} = 0,2$	—	—
Matriz	$E_m = 33,0 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,2$	—	—
Interface da matriz	$E_{i/m} = 33,0 \text{ GPa}$	$\nu_{i/m} = 0$	$G_{f_i/m} = 0,076 \text{ N/mm}$	$f_{t_{i/m}} = 5,2 \text{ MPa}$
ZTI	$E_i = 30,0 \text{ GPa}$	$\nu_i = 0$	$G_{f_i} = 0,021 \text{ N/mm}$	$f_{t_i} = 2,6 \text{ MPa}$

Figura 3.33: Curva granulométrica do agregado (Kozicki e Tejchman, 2007)

Nas Figuras 3.34a, 3.34b, 3.34c, apresentam-se as configurações deformadas das vigas V1, V2 e V3, juntamente com as imagens das vigas experimentais. Observa-se que a modelagem numérica proposta reproduziu bem o processo de fissuração em modo I puro, apresentados nos resultados experimentais. Analisando os resultados experimentais e numéricos nota-se que a propagação da macrofissura é dependente da estrutura interna do concreto, percorrendo caminhos não alinhados, já que o constituinte mais resistente, o agregado graúdo, e o menos resistente, a ZTI, conduzem localmente a direção de propagação da macrofissura. Contudo, as condições de contorno impostas às vigas levam esta a propagar-se em direção à carga, apresentando globalmente a fratura em modo I.

A Figura 3.35 ilustra as curvas força *versus* deflexão, juntamente com as curvas experimentais. Nota-se que o modelo proposto é capaz de prever satisfatoriamente o comportamento estrutural das vigas analisadas, reproduzindo o efeito escala observado nos resultados experimentais. As vigas maiores apresentam taxa de queda da carga mais elevada, indicando uma tendência de comportamento frágil à medida que o tamanho da viga é aumentada e, conseqüentemente, apresentando um comportamento mais dúctil para vigas menores.

(a)

(b)

(c)

Figura 3.34: Configuração deformada das vigas: (a) V1, (b) V2 e (c) V3 em conjunto com as imagens das vigas experimentais, no estágio final do carregamento (Kozicki e Teichman, 2007)

Figura 3.35: Curva força versus deflexão das vigas

Capítulo 4

TÉCNICA DE ACOPLAMENTO DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS NÃO CONFORMES

4.1 Introdução

A estratégia de modelagem multiescala do concreto pode exigir a decomposição de um domínio em vários subdomínios, que representam os processos físico-químicos observados nas diferentes escalas de observação.

Inevitavelmente, estes subdomínios carecem de níveis distintos de discretização, sendo proporcional ao nível de refinamento da modelagem. Tratar estes subdomínios de forma dependente significa adotar uma transição gradativa da malha de elementos finitos de um subdomínio para outro (malha de transição) (Etse et al., 2012; Nguyen et al., 2012). Porém, quando a diferença do grau de refinamento das malhas é pronunciada, ultrapassando uma ordem de grandeza, a utilização de malha de transição suavizada pode levar a um aumento significativo de elementos finitos e, conseqüentemente, aumento do custo computacional.

Para uma transição menos suavizada, geram-se elementos distorcidos, que podem produzir resultados espúrios (Sellitto et al., 2011).

Um meio bastante eficiente de contornar esses problemas é tratar os subdomínios de maneira totalmente independentes. Neste caso, as malhas de elementos finitos são adotadas de acordo com o nível de refinamento que se pretende representar, para os respectivos subdomínios. Consequentemente, uma técnica de acoplamento para conectar as malhas não conformes deve ser adotada (Sellitto et al., 2011). Assim, no presente trabalho emprega-se a técnica de acoplamento proposta por Bitencourt Jr. et al. (2015). Essa técnica é capaz de garantir a continuidade de deslocamento de malhas não conformes através da definição de Elementos Finitos de Acoplamento (EFAs), que apresentam a vantagem de não acrescentar graus de liberdades ao problema.

4.2 Procedimentos de acoplamento de malhas não conformes

A fim de ilustrar o esquema de acoplamento empregado, sejam os subdomínios Ω_1 e Ω_2 , partes de um domínio Ω , discretizados independentemente por duas malhas estruturadas de elementos finitos triangulares de três nós, e os contornos Γ_1 e Γ_2 , partes de um contorno Γ , como ilustrado na Figura 4.1, de forma que:

$$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$$

$$\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \tag{4.1}$$

$$\Gamma_{1,2} = \Gamma_1 \cap \Gamma_2$$

Figura 4.1: Esquema de acoplamentos de malhas não conformes

Amparado pela Figura 4.1, as etapas do processo de acoplamento de malhas não conformes, podem ser listadas da seguinte forma:

1ª Etapa: identificação do contorno comum dos dois subdomínios, $\Gamma_{1,2}$, e dos nós que precisam ser acoplados (nós dependentes), C_1 , C_2 , C_3 e C_4 ;

2ª Etapa: Identificação dos nós dos elementos adjacentes (elementos bases), cujos nós identificados na primeira etapa estão inseridos e, na sequência, a geração dos EFAs com os correspondentes nós dos elementos bases, acrescidos dos nós dependentes;

3ª Etapa: Definição da lei que irá descrever a interação entre as malhas não conformes.

Para o caso ilustrativo da Figura 4.1, são necessários 4 EFAs, sendo $EFA_1 = \{k, l, m, C_1\}$ e $EFA_2 = \{k, l, m, C_2\}$, sobrepostos ao elemento adjacente $EF_1^{\Omega_1} = \{k, l, m\}$, e $EFA_3 = \{m, n, o, C_3\}$ e $EFA_4 = \{m, n, o, C_4\}$, sobrepostos ao elemento adjacente $EF_2^{\Omega_1} = \{m, n, o\}$, para garantir a continuidade de deslocamento e a transferência de forças entre os subdomínios. Note que, para cada nó objeto de acoplamento, C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , do subdomínio Ω_2 , um elemento de acoplamento é gerado, utilizando os nós do elemento adjacente, ou elemento base, do subdomínio Ω_1 , acrescido do correspondente nó que precisa

ser acoplado, denominado nó dependente. Consequentemente, os elementos de acoplamento ficam sobrepostos aos elementos da malha original do subdomínio Ω_1 , e nenhum grau de liberdade é adicionado ao sistema de equações.

As duas primeiras etapas, que compreendem os procedimentos para a geração dos EFAs, são realizadas ainda no pré-processo. Para esse fim, desenvolveu-se um programa em MATLAB que, a partir da informação das malhas de elementos finitos originais, geradas para os diferentes subdomínios, definem-se os EFAs que farão parte do arquivo de dados de entrada, utilizado para a análise.

A Tabela 4.1 mostra o pseudocódigo do programa desenvolvido. Note que, os elementos dos subdomínios são divididos em duas classes principais, denominadas nesse trabalho de “Sub_Master” e “Sub_Slave”. A primeira classe representa os possíveis elementos que terão todos os seus nós utilizados (elementos bases ou elementos adjacentes) para compor os EFAs, ou seja, os possíveis EFAs estarão sobrepostos a esses elementos. Em contra partida, a segunda classe contém as informações dos elementos cujos possíveis nós serão acoplados. Na sequência, os três “laços” adicionados ao programa, de forma geral, realizam a identificação dos nós dos elementos da classe “Sub_Slave” que estão contidos nos elementos da classe “Sub_Master” e, além disso, verificam se esses nós precisam ser acoplados. Uma vez identificados os nós que precisam ser acoplados e os respectivos elementos bases, o programa gera os EFAs a partir desses elementos bases correspondentes, acrescidos dos nós objetos de acoplamento.

A força de interação entre as malhas não conformes pode ser descrita por um modelo constitutivo adotado para os EFAs, o que corresponde a uma das maiores vantagens da técnica, que permite adotar um acoplamento rígido (compatibilidade completa do deslocamento) ou acoplamento semirrígido, permitindo um deslocamento relativo do nó acoplado.

Tabela 4.1: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para gerar os elementos de acoplamento

```

Leitura dos dados entrada (coordenadas, conectividades dos elementos e materiais )

Identificação dos subdomínios dos potenciais elementos bases EFAs - Sub_Master

Identificação dos subdomínios dos potenciais nós acoplados - Sub_Slave

Número de elementos dos subdomínios Sub_Master - N_Elem_Master

Número de elementos dos subdomínios Sub_slave - N_Elem_Slave

Para  $i = 1$  até  $i = N\_Elem\_Master$  faça

    Obtêm-se o número de nós do elemento– N_Node_Elem_Master

    Obtêm-se as coordenadas dos nós do elemento

    Calcular-se a posição geométrica do elemento

    Para  $j = 1$  até  $j = N\_Elem\_Slave$  faça

        Obtêm-se o número de nós - N_Node_Elem_Slave

        Obtêm-se as coordenadas dos nós do elemento

        Para  $k = 1$  até  $k = N\_Node\_Elem\_Slave$  faça

            Verificar-se o nó correspondente está contido no correspondente i_
N_Elem_Master

            Se Verdadeiro então

                Geram-se o elemento de acoplamento com os nós do i_
N_Elem_Master e o nó correspondente, k_N_Node_Elem_Slave

            Fim_Se

        Fim_Para

    Fim_Para

Fim_Para

Salvar arquivo de saída (Elementos finitos de acoplamento)

```

4.3 Formulação do Elemento finito de acoplamento

Considerando um elemento finito isoparamétrico padrão com domínio Ω_e , com nn nós e $\bar{N}_i(\mathbf{X})$ ($i=1,nn$) funções de forma, definidas para os pontos materiais $\mathbf{X} \in \Omega_e$. O deslocamento para qualquer ponto pertencente ao seu domínio pode ser obtido em termos dos deslocamentos nodais $\mathbf{D}_i$ ($i=1,nn$), da seguinte forma:

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}) = \sum_i^{nn} \bar{N}_i(\mathbf{X}) \mathbf{D}_i \quad (4.2)$$

O elemento finito de acoplamento (EFA) pode ser tratado como um elemento finito isoparamétrico padrão, com um nó adicional, $nn+1$, denominado nó acoplado ou nó dependente, (C_{nn+1}), situado no ponto material $\mathbf{X}_C \in \Omega_e$, como ilustrado na Figura 4.2, para alguns casos, onde elementos finitos de acoplamentos 2D e 3D são necessários. Note que, o nó acoplado pode estar em qualquer posição no domínio de elemento, não se limitando aos casos ilustrados.

Figura 4.2: Ilustração de casos onde diferentes tipos de EFAs, 2D e 3D, com interpolação linear dos deslocamentos, podem ser definidos: a) um elemento finito de acoplamento triangular, (b) um elemento finito de acoplamento quadrilateral, (c) três elementos finitos de acoplamento tetraédricos e (d) três elementos finitos de acoplamento hexaédricos – o nó adicional C_{nn+1} é o nó acoplado

Um deslocamento relativo pode ser definido como a diferença entre o deslocamento do ponto material $\mathbf{X}_C \in \Omega_e$, calculado através das funções de forma do elemento finito isoparamétrico base, e o deslocamento do C_{nm+1} , ou seja:

$$[[\mathbf{U}]] = \bar{\mathbf{U}}(\mathbf{X}_C) - \mathbf{D}_{nm+1} = \mathbf{U}(\mathbf{X}) = \sum_i^{nm} \bar{N}_i(\mathbf{X}_C) \mathbf{D}_i - \mathbf{D}_{nm+1} = \mathbf{B}_e \mathbf{D}_e \quad (4.3)$$

onde a matriz $\mathbf{B}_e$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{B}_e = [\bar{\mathbf{N}}_1(\mathbf{X}_C) \ \bar{\mathbf{N}}_2(\mathbf{X}_C) \ \dots \ \bar{\mathbf{N}}_{nm}(\mathbf{X}_C) - \mathbf{I}] \quad (4.4)$$

onde $\bar{\mathbf{N}}_i = \bar{N}_i \mathbf{I}$, $\mathbf{I}$ é a matriz identidade de ordem 2 ou 3, para os casos 2D e 3D, respectivamente. O vetor $\mathbf{D}_e$ contém as componentes de deslocamento do elemento finito de acoplamento que, neste caso, apresenta uma componente a mais quando comparado com o vetor de deslocamento do elemento finito isoparamétrico convencional, ou seja:

$$\mathbf{D}_e = \begin{Bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{nm+1} \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

4.3.1 Vetor de forças internas e matriz de rigidez (local/global) do elemento finito de acoplamento

4.3.1.1 Vetor de forças internas e matriz de rigidez locais do elemento finito de acoplamento

O trabalho virtual das forças internas do elemento de acoplamento pode ser escrito da seguinte forma:

$$\delta W_e^{\text{int}} = \delta[[\mathbf{U}]]^T \mathbf{F}([[\mathbf{U}]]) \quad (4.6)$$

onde $\mathbf{F}([[\mathbf{U}]])$ é a força de reação ao deslocamento relativo $[[\mathbf{U}]]$, e $\delta[[\mathbf{U}]]$ é um deslocamento relativo virtual arbitrário, compatível com as condições de contorno do problema.

O deslocamento relativo virtual pode ser obtido pela mesma aproximação utilizada para calcular o deslocamento relativo, descrita pela Equação 4.3, ou seja:

$$\delta[[\mathbf{U}]] = \mathbf{B}_e \delta \mathbf{D}_e \quad (4.7)$$

Portanto, o vetor de força interna do elemento finito de acoplamento pode ser expresso da seguinte forma:

$$\mathbf{F}_e^{\text{int}} = \mathbf{B}_e^T \mathbf{F}([[\mathbf{U}]]) \quad (4.8)$$

Consequentemente, a matriz de rigidez tangente do EFA pode ser obtida como:

$$\mathbf{K}_e = \frac{\partial \mathbf{F}_e^{\text{int}}}{\partial \mathbf{D}_e} = \mathbf{B}_e^T \mathbf{C}_{tg} \mathbf{B}_e \quad (4.9)$$

onde,

$$\mathbf{C}_{tg} = \frac{\partial \mathbf{F}([[\mathbf{U}]])}{\partial [[\mathbf{U}]]} \quad (4.10)$$

é o operador tangente da relação constitutiva entre a força de reação ao deslocamento relativo, $\mathbf{F}([[\mathbf{U}]])$, e o deslocamento relativo $[[\mathbf{U}]]$.

4.3.1.2 Vetor de força interna e matriz de rigidez globais

A partir das formulações desenvolvidas para o EFA, o vetor de força interna e a matriz de rigidez globais para os $(j=1, m \quad \forall m \in \mathbb{N} / m \geq 2)$ subdomínios, podem ser escritos da seguinte forma:

$$\mathbf{F}^{\text{int}} = \mathbf{A}_{e=1}^{nel \Omega_1} (\mathbf{F}_e^{\text{int}})_{\Omega_1} + \dots + \mathbf{A}_{e=1}^{nel \Omega_j} (\mathbf{F}_e^{\text{int}})_{\Omega_j} + \mathbf{A}_{e=1}^{nel C} (\mathbf{F}_e^{\text{int}})_{\Omega_C} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K} = & \mathbf{A}_{e=1}^{nel \Omega_1} (\mathbf{B}_e^T)_{\Omega_1} (\mathbf{C}_{tg})_{\Omega_1} (\mathbf{B}_e)_{\Omega_1} + \dots + \mathbf{A}_{e=1}^{nel \Omega_j} (\mathbf{B}_e^T)_{\Omega_j} (\mathbf{C}_{tg})_{\Omega_j} (\mathbf{B}_e)_{\Omega_j} + \\ & + \mathbf{A}_{e=1}^{nel \Omega_C} (\mathbf{B}_e^T)_{\Omega_C} (\mathbf{C}_{tg})_{\Omega_C} (\mathbf{B}_e)_{\Omega_C} \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde $\mathbf{A}$ representa o operador de montagem. O último termo corresponde à introdução dos EFAs para acoplar os diferentes subdomínios $(\Omega_1 + \dots + \Omega_j)$.

4.4 Relação elástica linear

Um comportamento elástico linear pode ser adotado entre a força de reação ao deslocamento relativo e o deslocamento relativo, da seguinte forma:

$$\mathbf{F}(\llbracket \mathbf{U} \rrbracket) = \mathbf{C} \llbracket \mathbf{U} \rrbracket = \mathbf{C} \mathbf{B}_e \mathbf{D}_e \quad (4.13)$$

onde $\mathbf{C}$ é a matriz de constantes elásticas.

Neste caso, de acordo com as Equações 4.8, 4.9 e 4.13, o vetor de força interna e a matriz de rigidez do EFA podem ser escritos como:

$$\mathbf{F}_e^{\text{int}} = \mathbf{B}_e^T \mathbf{C} \mathbf{B}_e \mathbf{D}_e \quad (4.14)$$

e

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{B}_e^T \mathbf{C} \mathbf{B}_e \quad (4.15)$$

Consequentemente, o vetor de força interna e a matriz de rigidez global, descritas pelas Equações 4.11 e 4.12, podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\mathbf{F}^{\text{int}} = \mathbf{A}_{e=1}^{nel\Omega_1} (\mathbf{F}_e^{\text{int}})_{\Omega_1} + \dots + \mathbf{A}_{e=1}^{nel\Omega_j} (\mathbf{F}_e^{\text{int}})_{\Omega_j} + \mathbf{A}_{e=1}^{nelC} (\mathbf{B}_e^T \mathbf{C} \mathbf{B}_e \mathbf{D}_e)_{\Omega_C} \quad (4.16)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{K} = & \mathbf{A}_{e=1}^{nel\Omega_1} (\mathbf{B}_e^T)_{\Omega_1} (\mathbf{C}_{tg})_{\Omega_1} (\mathbf{B}_e)_{\Omega_1} + \dots + \mathbf{A}_{e=1}^{nel\Omega_j} (\mathbf{B}_e^T)_{\Omega_j} (\mathbf{C}_{tg})_{\Omega_j} (\mathbf{B}_e)_{\Omega_j} + \\ & + \mathbf{A}_{e=1}^{nel\Omega_C} (\mathbf{B}_e^T)_{\Omega_C} (\mathbf{C})_{\Omega_C} (\mathbf{B}_e)_{\Omega_C} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Note que, assumindo uma relação elástica linear para descrever a força de reação em função do deslocamento relativo, o operador tangente do EFA, descrito pela Equação 4.10, é a própria matriz de constantes elásticas, ou seja:

$$\mathbf{C}_{tg} = \frac{\partial \mathbf{F}(\llbracket \mathbf{U} \rrbracket)}{\partial \llbracket \mathbf{U} \rrbracket} = \mathbf{C} \quad (4.18)$$

Um acoplamento rígido entre as malhas não conformes pode ser obtido assumindo valores elevados para as componentes da matriz de constantes elásticas, que pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \tilde{C} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{C} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

onde $\tilde{C}$ representa um valor elevado da componente elástica, desempenhando o papel de uma variável de penalização do deslocamento relativo. Nesse caso, à medida que a componente elástica tende a um valor elevado o deslocamento relativo tende a zero.

Nesse trabalho, devido à natureza dos problemas estudados, utilizou-se somente o acoplamento rígido. Porém as formulações apresentadas podem ser estendidas para descrever um acoplamento semirrígido entre a força de reação e o deslocamento relativo, que, através de um modelo constitutivo apropriado, pode ser bastante eficiente para modelar materiais compósitos reforçados. Para o concreto reforçado com barras ou fibras de aço, o acoplamento semirrígido é capaz de representar o deslizamento relativo entre as barras, ou entre as fibras, e a matriz de argamassa. Detalhes da modelagem de concreto reforçado com fibras, utilizando

os EFAs, podem ser encontrados nas referências Bitencourt Jr. (2014) e Bitencourt Jr et al. (2015).

4.5 Estudos numéricos

4.5.1 Testes básicos

Estuda-se o desempenho do elemento finito de acoplamento através de situações de cargas distintas. Os testes são realizados para duas amostras, uma retangular, utilizando somente elementos finitos triangulares de três nós, e outra quadrada utilizando elementos finitos quadriláteros e triangulares, ambas em estado plano de tensão. Os parâmetros do material são: $E = 30000 \text{ MPa}$ e $\nu = 0,2$. Adotou-se um valor elevado para as componentes da matriz de constantes elásticas, $\tilde{C} = 10^9 \text{ N/mm}$, que desempenham a função de uma variável de penalização do deslocamento relativo, como descrito na subseção 4.4

4.5.1.1 Amostra retangular

Neste primeiro teste básico, o domínio de uma amostra retangular é dividido em dois subdomínios, discretizados de forma independentes, adotando dois refinamentos de malha completamente diferentes. Ambos os subdomínios são representados por elementos triangulares de três nós. No primeiro subdomínio optou-se por uma malha estruturada, enquanto que no segundo subdomínio, adotou-se uma malha não estruturada, mais refinada que a primeira. Os subdomínios foram conectados através dos EFAs sobrepostos aos elementos da malha estruturada de fronteira. A Figura 4.3 ilustra a geometria e as condições de contorno, em conjunto com o esquema de discretização e acoplamento dos subdomínios da amostra.

Desenvolveu-se a análise (linear elástica) aplicando-se um deslocamento na face superior da amostra em um único passo de carregamento, mantendo fixa a base da mesma, para três estados de sollicitação: tração, compressão e cisalhamento. Para os dois primeiros casos, os deslocamentos dos nós da face de aplicação do carregamento foram impedidos de se

deslocarem na horizontal. No último caso, estes nós tiveram seus deslocamentos restringidos na vertical.

As Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 apresentam as configurações deformadas das amostras, com um fator de ampliação de 100 vezes, onde pode-se notar a continuidade do campo de deslocamento para as análises realizadas. Nesse caso, o acoplamento rígido é capaz de garantir a compatibilidade de deslocamentos, mediante a definição de EFAs para penalizar os nós da malha mais refinada, que estão no contorno comum dos subdomínios.

Figura 4.3: Geometria e condições de contorno da amostra retangular para as solicitações de: (a) tração, (b) compressão e (c) cisalhamento

Figura 4.4: Amostra retangular tracionada: (a) campo de deslocamento e (b) campo de tensão

Figura 4.5: Amostra retangular comprimida: (a) campo de deslocamento e (b) campo de tensão

Figura 4.6: Amostra retangular : (a) campo de deslocamento e (b) campo de tensão

4.5.1.2 Amostra quadrada

Nesta análise numérica uma amostra quadrada tem seus dois subdomínios discretizados por elementos finitos triangulares e quadrangulares, como ilustrado na Figura 4.7, que traz a geometria, as condições de contorno, as malhas de elementos finitos adotadas e o esquema de acoplamento das malhas não conformes.

Nesse exemplo, os nós de fronteira da malha foram acoplados, definindo os EFAs sobrepostos aos elementos de fronteira da malha triangular. Como no exemplo anterior, o deslocamento horizontal na lateral direita da amostra foi aplicado em um único passo. As Figuras 4.8 e 4.9 ilustram as configurações deformadas e a continuidade do campo de deslocamentos para a amostra tracionada e comprimida, respectivamente.

Figura 4.7: Geometria e condições de contorno da amostra quadrática

Figura 4.8: Campo de deslocamento horizontal para a amostra tracionada

Figura 4.9: Campo de deslocamento horizontal para a amostra comprimida

4.5.2 Viga submetida à flexão

Neste exemplo numérico utilizou-se a estratégia de acoplamento de malhas não conformes para acoplar os subdomínios da modelagem multiescala concorrente de uma viga de concreto, em escala reduzida, submetida à flexão. Optou-se por representar em mesoescala somente a região próxima ao entalhe e, como resultado, o domínio da viga foi dividido em três subdomínios independentes: dois subdomínios macroscópicos e um mesoscópico. Para efeito de comparação dos resultados, essa mesma viga foi modelada utilizando a SDM, ou seja, representando-a completamente em mesoescala.

Para ambas as análises, a mesoestrutura do concreto foi construída considerando duas fases distintas, compreendendo o agregado graúdo embebido na matriz, adotando a mesma distribuição aleatória com fração volumétrica de 30% e diâmetros máximo e mínimo de 5 mm e 12 mm, respectivamente. As propriedades efetivas elásticas (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) foram calculadas através da técnica de homogeneização numérica, submetendo um EVR a condições de contorno de deslocamento linear prescrito, como descrito na Seção 3.2. A Tabela 4.2 apresenta os parâmetros adotados para o concreto homogeneizado e para cada fase em mesoescala.

A Figura 4.10 apresenta a geometria, as condições de contorno e as malhas formadas por elementos finitos triangulares de três nós, para os dois casos estudados. Pode-se observar que a modelagem do concreto em mesoescala exige uma malha bem mais refinada do que os subdomínios em escala macroscópica. Sendo assim, necessitou-se de uma quantidade maior de elementos para a análise da viga através da SDM, que totalizou 32724 graus de liberdade, enquanto que a modelagem multiescala concorrente demandou um total de 11598 graus de liberdades.

Como na modelagem multiescala concorrente os subdomínios foram tratados de forma completamente independentes, os EFAs são essenciais para conectar estes subdomínios e assegurar a continuidade de deslocamento. Por seguinte, aplicou-se um total de 172 EFAs, como ilustrado na Figura 4.11. É importante observar que um elemento base pode ser empregado para definir vários EFAs, dependendo exclusivamente da quantidade de nós que precisam ser acoplados e que pertencem ao domínio desse elemento. Cada elemento adjacente da malha mesoscópica, sinalizado na Figura 4.11, serviu de base para definir, em média, 11 EFAs.

Para os dois casos, desenvolveu-se uma análise linear elástica, em estado plano de tensão, aplicando-se um carregamento de $P = 50,0$ kN. A fim de assegurar a compatibilidade completa entre as malhas não conformes, usou-se um acoplamento rígido, assumindo um valor elevado para as componentes da matriz de constates elásticas, $\tilde{C} = 10^9$ N/mm. A espessura fora do plano de análise é de 40 mm.

A Figura 4.12 ilustra a configuração deformada e o campo de deslocamento para a SDM e para o método multiescala concorrente, respectivamente. Nota-se que a técnica de acoplamento de malhas não conformes é capaz de garantir a continuidade do campo de deslocamentos, mesmo para os subdomínios que apresentam níveis de escalas e materiais completamente distintos. Além do mais, comparando o campo de tensões de ambas as análises, pode-se concluir que esta técnica de acoplamento é capaz de assegurar também a continuidade do campo de tensões, como mostrado na Figura 4.13.

A Tabela 4.3 apresenta a comparação do desempenho computacional para as duas estratégias de modelagem desenvolvidas. Como esperado, a modelagem multiescala concorrente demandou de um tempo computacional bem menor. Para as etapas de montagem da matriz rigidez e vetor de forças internas e de solução o sistema linear, os tempos

computacionais utilizados foram de 0,070 e 0,150, respectivamente, cerca de três vezes menores que os valores obtidos pela SDM, que registrou os correspondentes tempos computacionais de 0,210 s e 0,460 segundos. Além do mais, os deslocamentos verticais, medidos na região central das vigas, não apresentaram diferenças significativas e, mesmo essas pequenas diferenças podem ser decorrentes da aproximação do cálculo das propriedades efetivas.

Figura 4.10: Geometria, condições de contorno e malhas de elementos finitos das vigas analisadas utilizando: (a) a SDM e (b) a técnica multiescala concorrente

Tabela 4.2: Propriedades dos materiais

Materiais	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson
Concreto	$E_c = 28,169 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0,1856$
Agregado	$E_{agg} = 40,0 \text{ GPa}$	$\nu_{agg} = 0,2$
Matriz	$E_m = 25,0 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,18$

Figura 4.11: Detalhes do esquema de acoplamento das malhas não conformes

Figura 4.12: Campo de deslocamento total para: (a) a SDM e (b) a técnica multiescala concorrente

Figura 4.13: Campo de tensões horizontal (σ_{xx}) para: (a) a SDM e (b) a técnica multiescala concorrente

Tabela 4.3: Desempenho computacional das análises utilizando a SDM e a técnica multiescala concorrente

	Mesoescala	Multiescala
Nº de graus de liberdades	32723	11599
Tempo de Montagem	0,210 segundos	0,070 segundos
Tempo de solução	0,460 segundos	0,150 segundos
Tempo total de análise	2,191 segundos	1,007 segundos
Deslocamento vertical (flecha)	0,7039 mm	0,7026 mm

4.5.3 Análise numérica das vigas ensaiadas por Bellégo et al. (2003) utilizando os EFAs para conectar as diferentes escalas

Buscando mostrar a eficiência da técnica de acoplamento de malhas não conformes para problemas não lineares, analisam-se novamente as mesmas análises numéricas das vigas ensaiadas experimentalmente por Bellego et al. (2003), cujos resultados numéricos foram mostrados na Subseção 3.4.3. Só que nesse caso, ao invés de usar malha de transição, as distintas escalas são tratadas de forma independente e ligadas mediante EFAs.

Nessas novas análises, a distribuição de agregados graúdos, as condições de contorno e os parâmetros empregados são os mesmos utilizados e descritos na Subseção 3.4.3. Como no exemplo anterior, adotou-se um acoplamento rígido de forma a assegurar uma compatibilidade completa entre as malhas não conformes, usando um valor elevado para as componentes da matriz de constates elásticas, de $\tilde{C} = 10^9$ N/mm.

Nas Figuras 4.14a, 4.14b e 4.14c apresentam-se as configurações deformadas das vigas analisadas, V1 (viga pequena), V2 (viga média) e V3 (viga grande), obtidas segundo as duas estratégias diferentes de compatibilidade: mediante a definição de EFAs e adotando-se o recurso de malha de transição. Comparando-se os padrões de fissuras, pode-se concluir que essas percorrem trajetórias bem semelhantes.

Essa boa predição do processo de fissuração também se reflete nas curvas de repostas (força *versus* deflexão), que, comparadas, apresentam resultados quantitativos similares, como pode ser observado na Figura 4.15.

De forma geral, os bons resultados apresentados, tanto qualitativos quanto quantitativos, são mais uma amostra da quão efetiva é a técnica de acoplamento proposta por Bitencourt et al. (2015), e o quanto essa técnica pode ser atrativa para lidar com problemas envolvendo diferentes escalas de refinamento, sem perder de vista a eficiência computacional.

Figura 4.14: Configuração deformada das vigas: (a) V1, (b) V2 e (c) V3 analisadas sem malha de transição (utilizando EFAs) e com malha de transição

Figura 4.15: Curva força versus deflexão das vigas modeladas numericamente

Capítulo 5

MODELO MULTIESCALA ADAPTATIVO

5.1 Introdução

A simulação direta em mesoescala (SDM) refere-se à análise numérica da estrutura inteira em mesoescala. Entretanto, devido ao seu elevado custo computacional, é preferível que a análise seja realizada através de modelos multiescalas, representando a estrutura interna do material em pequenas regiões de interesse, mantendo o restante do material em macroescala.

No entanto, essa técnica pode ser eficiente para casos em que a região de localização de deformação pode ser facilmente reconhecida de antemão, o que, em geral, não ocorre com elementos estruturais. Porém, nos casos em que esta região não pode ser definida *a priori*, essa técnica torna-se ineficiente, exigindo a busca por novos métodos de solução. Mediante as limitações expostas, propõe-se uma técnica multiescala adaptativa, na qual os elementos da malha macroscópica são substituídos de forma dinâmica, durante a análise, por elementos finitos mesoscópicos (malha mais refinada), através de um indicador baseado na máxima tensão principal.

5.2 Estratégia de incorporação da técnica multiescala adaptativa ao programa de elementos finitos

O primeiro passo da modelagem multiescala corresponde à geração da estrutura interna do material em mesoescala. Em seguida, duas malhas distintas e inicialmente independentes de elementos finitos são geradas. Os elementos da malha grosseira, representando a macroescala, são representados por um modelo constitutivo elástico linear, adotando propriedades elásticas efetivas homogeneizadas (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson). A malha refinada representa toda a heterogeneidade do material que, após ser fragmentada (ver Seção 0), descreve a mesoescala do material, considerando três fases distintas que compreendem o agregado graúdo, a argamassa e a ZTI.

A análise numérica inicia-se apenas com os elementos da macroescala, mantendo os elementos da mesoescala desativados. No início de cada passo de carregamento o critério do modelo adaptativo, o qual é baseado na máxima tensão principal, calculada a partir do estado de tensão do passo anterior, é testado para cada ponto de integração dos elementos macroscópicos. No caso desse critério ser violado, o elemento macroscópico correspondente, junto com os elementos que apresentam pelo menos um de seus nós em comum, são desativados. Na sequência, os elementos mesoscópicos, que têm pelo menos um nó contido no domínio dos elementos desativados, são ativados. Consequentemente, graus de liberdade são adicionados ao sistema de equações.

Uma vez que os elementos mesoscópicos são ativados, gera-se uma fronteira não só com elementos de tamanhos diferentes, mas também de materiais distintos. Neste caso, os Elementos Finitos de Acoplamento (EFAs apresentados no Capítulo 4) desempenham um papel fundamental, visto que a compatibilidade de deslocamentos imposta pelos EFAs transfere as condições de contorno à malha mesoscópica ativada, que, até então, tinha os seus deslocamentos nodais na configuração indeformada. É importante observar que os elementos macroscópicos vizinhos ao elemento que violou o limite do critério de adaptatividade também são desativados e substituídos pela mesoescala, a fim de evitar uma substituição contínua das malhas.

Para implementar a técnica multiescala adaptativa, três novas funções foram acopladas ao programa de elemento finito padrão.

A primeira função realiza a verificação do critério do esquema adaptativo para cada ponto de integração do elemento macroscópico, que é desativado caso esse critério seja violado, ou seja:

$$F(\sigma_{\max}, Ft_{\text{adap}}) = \sigma_{\max} - Ft_{\text{adap}} < 0 \quad (5.1)$$

onde $\sigma_{\max}$ é a máxima tensão principal e Ft_{adap} é o limite do critério do esquema adaptativo.

A Tabela 5.1 apresenta, resumidamente, as etapas do processo de avaliação do critério do esquema adaptativo e desativação do elemento macroscópico correspondente, assumindo que sua matriz de rigidez local é nula. As componentes do vetor “Flag_Macro” informam a situação dos elementos macroscópicos, através dos valores lógicos, verdadeiro (1) ou falso (0), para cada passo de carregamento. À medida que esses elementos são desativados, as componentes correspondentes do vetor “Flag_Macro” assumem os valores lógicos verdadeiros. Assim, para o restante da análise o critério de adaptatividade não precisa mais ser testado para esses elementos desativados, restringindo a utilização da primeira função somente para os elementos que permanecem ativados. Consequentemente, os elementos desativados não voltam a ser ativados. É importante notar que os laços mostrados na Tabela 5.1 pertencem ao programa de elementos finitos padrão. Portanto, nenhum laço foi acrescentado nessa função, já incorporada a esse programa, pois foram utilizados os recursos de programação vetorizada do MATLAB, que proporcionam maior eficiência computacional.

A segunda função reconhece os elementos macroscópicos que foram desativados, e, através de um mapeamento, ativa os elementos da malha mesoscópica que têm pelo menos um nó contido no domínio dos elementos desativados. É importante observar que, inicialmente, todos os elementos da mesoescala mantêm-se desativados, restringindo-se os deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade de seus nós. Assim, os graus de liberdade destes nós não são adicionados à matriz de rigidez global. Consequentemente, à medida que esses nós vão sendo liberados, graus de liberdade são adicionados ao sistema. A Tabela 5.2 apresenta o pseudocódigo da segunda função, que realiza o mapeamento e ativa os elementos mesoscópicos na região definida pelos elementos macroscópicos desativados. É importante notar que, o laço mais externo é o do programa de elementos finitos padrão. Entretanto, os dois laços internos são apenas ilustrativos, já que, como na primeira função, utilizaram-se os recursos de vetorização do MATLAB.

Tabela 5.1: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para desativar os elementos macroscópicos

<i>Entrada (tensor de tensões dos elementos macroscópicos)</i>
Número de elementos macroscópicos N_Macro_Elem
Número de pontos de integração N_Pontos_Int
<i>Para i = 1 até i = N_Macro_Elem faça</i>
<i>Para j = 1 até j = N_Pontos_Int faça</i>
verifica-se o critério do modelo adaptativo
<i>falso</i> : critério violado
<i>verdadeiro</i> : critério não violado
<i>Se falso então</i>
Adota-se uma matriz de rigidez local nula
Atualiza-se a variável “ Flag_Macro ” que sinaliza a condição dos elementos macroscópicos:
Flag_Macro (i,1) = 1 (desativado)
Inicia-se o laço mais externo
<i>Senão</i>
Flag_Macro (i,1) = 0 (mantém-se ativado)
<i>Fim_Se</i>
<i>Fim_Para</i>
<i>Fim_Para</i>
<i>Saída (Flag_Macro, matriz de rigidez do elemento macroscópico)</i>

Tabela 5.2: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para ativação da malha mesoscópica

Entrada (*Flag_Macro, coordenadas e conectividades dos elementos*)

Número de elementos macroscópicos desativados **N_Macro_Elem_Desativado**

Número de elementos mesoscópicos **N_Meso_Elem**

Número de nós por elemento mesoscópico **N_Node**

Para i = 1 até i = N_Meso_Elem faça

Obtêm-se as coordenadas dos nós do elemento mesoscópico

Para j = 1 até j = N_Macro_Elem_Desativado faça

Calcula-se a posição geométrica do elemento macroscópico desativado

Para k = 1 até k = N_Node faça

Verifica-se pelo menos um nó do elemento mesoscópico está contido no elemento macroscópico desativado

Se verdadeiro então

Liberam-se todos os graus de liberdade do elemento mesoscópico correspondente

Atualiza-se a variável “**Flag_Meso**” que sinaliza a condição dos elementos mesoscópicos:

Flag_Meso (i , 1) = 1 (ativados)

Inicia-se o laço mais externo

Senão

Mantêm-se todos os graus de liberdade do elemento mesoscópico restringidos

Mantém-se **Flag_Meso (i , 1) = 0** (desativados)

Fim_Se

Fim_Para

Fim_Para

Fim_Para

Saída (*Flag_Meso*)

Por fim, a terceira função faz a conexão entre as malhas não conformes, acoplando os nós que pertencem ao contorno da malha mesoscópica ativada. Impõe-se a continuidade de deslocamentos por intermédio dos EFAs, tomando como elementos bases os elementos macroscópicos nos quais esses nós estão inseridos. A Tabela 5.3 mostra o pseudocódigo da terceira função, que ativa os elementos de acoplamento. Toda vez que novos elementos macroscópicos são desativados, esse procedimento é realizado. Assim, novos EFAs são ativados e outros são desativados.

Tabela 5.3: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para ativação dos elementos de acoplamento

Variáveis de *entrada* (*Flag_Macro*, *Flag_Meso*, *coordenadas e conectividades dos elementos*)

Número de elementos macroscópicos de acoplamento **N_Macro_Elem_Acop**

Para **i = 1 até i = N_Macro_Elem_Acop** *faça*

Verifica-se o nó acoplado do EFA correspondente está livre (informação contida no **Flag_Meso**)

Verifica-se o elemento macroscópico, cujos nós foram utilizados para gerar o EFA correspondente, permanece ativo (informação contida no **Flag_Macro**)

Se (as condições anteriores forem verdadeiras) *então*

Ativa-se o EFA correspondente, atribuindo uma rigidez elevada para o EFA

Fim_Se

Fim_Para

Arquivo de *saída* (*condições dos EFAs*)

No processo que antecede a análise, pré-processo, as malhas das duas escalas são geradas de maneira independentes. Para facilitar o acoplamento entre as distintas malhas durante a análise, um programa escrito em Matlab faz um mapeamento dessas malhas, gerando EFAs para acoplar os nós do elemento mesoscópico que não tem todos os seus nós contidos em um mesmo elemento macroscópico, pois, são esses que podem ser potenciais nós de fronteira entre os subdomínios, como ilustrado no pseudocódigo apresentado na Tabela 5.4. Porém,

apesar de estarem definidos, esses EFAs estão todos desativados no início da análise. No decorrer da análise numérica, esses EFAs são ativados na medida em que a malha fina vai sendo ativada. Diferentemente das primeiras duas funções, pelas quais os elementos são desativados (malha macroscópica) ou ativados (malha mesoscópica), permanecendo assim até o final da análise, a terceira função pode tanto ativar quanto desativar os EFAs. No processo contínuo de substituição da malha grosseira pela malha fina, o contorno do subdomínio, composto pelos elementos da malha fina, vai sendo modificado exigindo que novos EFAs sejam ativados e partes desses que compunham uma configuração anterior sejam desativados. Note que os elementos da malha fina recém-ativados podem fazer fronteira com os elementos da malha fina já existentes e, nesse caso, os nós de fronteira são comuns, não sendo mais necessário o uso de EFAs para compatibilizar esses nós.

Tabela 5.4: Pseudocódigo do algoritmo desenvolvido para gerar os elementos de acoplamento do modelo multiescala adaptativo

```

Leitura dos dados entrada (coordenadas e conectividades dos elementos )

Número de elementos macroscópicos N_Macro_Elem

Número de elementos mesoscópicos N_Meso_Elem

Número de nós por elemento N_Node

Para  $i = 1$  até  $i = N\_Macro\_Elem$  faça

    Calcula-se a posição geométrica do elemento macroscópico correspondente

    Para  $j = 1$  até  $j = N\_Meso\_Elem$  faça

        Obtêm-se as coordenadas dos nós do elemento mesoscópico correspondente

        Para  $k = 1$  até  $k = N\_Node$  faça

            Verifica-se o nó do elemento mesoscópico está contido no
            elemento macroscópico correspondente

            Verdadeiro:  $X(k)=1$ 

            Falso:  $X(k)=0$ 

        Fim_Para

        Verificam-se os três nós estão contidos no elemento macroscópico:

        Soma  $X(1:k) = N\_Node$ 

        Se falso então

            Geram-se os elementos de acoplamento somente para os nós que estão
            contidos no elemento macroscópico correspondente

        Fim_Se

    Fim_Para

Fim_Para

Salvar arquivo de saída (Elementos finitos de acoplamento)

```

Para ilustrar o esquema de acoplamento utilizado na técnica multiescala adaptativa, foram definidos os subdomínios Ω_1 e Ω_2 , sendo estes discretizados por duas malhas distintas: uma relativamente grosseira e outra um pouco mais refinada. O subdomínio Ω_2 compreende uma região que supostamente foi ativada, substituindo os elementos da malha grosseira existente, como ilustrado na Figura 5.1.

O procedimento adotado para acoplar os subdomínios é baseado no uso de Elementos Finitos de Acoplamento, EFAs, como apresentado no Capítulo 4. A única diferença é que alguns nós compatibilizados podem estar internos ao elemento grosseiro. Devido à desativação dos elementos grosseiros combinados com a ativação dos elementos mais refinados, pré-existentes, pode não existir uma fronteira bem definida entre os subdomínios, e, neste caso, observa-se uma região de sobreposição dos subdomínios. Os 8 nós da malha mais refinada e destacados em vermelho, contidos nos 4 elementos do subdomínio Ω_1 (subdomínio extrapolado pelos novos elementos), são compatibilizados utilizando 8 EFAs sobrepostos a esses 4 elementos em que estes nós estão inseridos. Assim, os nós dependentes (nós da malha refinada que precisam se acoplados) C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7 e C8 são compatibilizados definindo os EFAs, $EFA_1 = \{k, l, m, C1\}$, $EFA_2 = \{k, l, m, C2\}$, $EFA_3 = \{k, l, m, C3\}$, $EFA_4 = \{m, l, n, C4\}$, $EFA_5 = \{m, n, p, C5\}$, $EFA_6 = \{m, n, p, C6\}$, $EFA_7 = \{m, n, p, C7\}$ e $EFA_8 = \{p, n, o, C8\}$.

Entretanto, como a diferença de tamanho dos elementos das duas malhas não é muito pronunciada, parte da malha ativada fica sobreposta à malha grosseira e, consequentemente, boa parte dos nós acoplados ficam internos ao elemento triangular grosseiro, ao invés de estar em sua aresta que faz fronteira com o subdomínio Ω_2 . No entanto, é importante observar que as malhas dos dois domínios foram escolhidas quase que concorrentes, apenas para simplificar a ilustração do esquema de acoplamento, apresentado na Figura 5.1. A adoção de uma malha mais refinada levaria a uma quantidade muito grande de elementos e, consequentemente, demandaria uma quantidade elevada de EFAs para compatibilizar os nós dependentes, deixando a figura ilustrativa incompreensível.

Outra observação importante é que, à medida que a diferença de tamanho dos elementos dos dois subdomínios aumenta, a região sobreposta diminui, como mostrado na Figura 5.2. No estado limite, quando essa diferença tende ao infinito a área sobreposta tende a zero, tornando bem definida a transição entre os subdomínios com escalas distintas. Assim, quando

possível, para as análises desenvolvidas utilizando a técnica multiescala adaptativa, procura-se manter essa diferença em pelo menos uma ordem de grandeza. Nesse caso, evita-se um acréscimo significativo da rigidez estrutural proporcionado pela sobreposição dos subdomínios.

Figura 5.1: Procedimento utilizado para acoplar as malhas macroscópica e mesoscópica durante o processo de adaptatividade

Figura 5.2: Processo ilustrativo da redução da região sobreposta à medida que uma das malhas é refinada

O adição das três funções ao programa de elementos finitos padrão, para incorporar a técnica multiescala adaptativa, pode proporcionar um acréscimo considerável ao tempo final de análise. O mapeamento exigido pela segunda função é o procedimento da técnica adaptativa que apresenta um maior custo computacional, demandando um tempo considerável para verificar os elementos mesoscópicos que estão contidos no domínio dos elementos macroscópicos desativados. Por esse motivo, algumas técnicas de otimização tiveram que ser implementadas:

- A verificação, realizada pela primeira função dos elementos macroscópicos que serão desativados, inicia-se somente quando o componente estrutural objeto de análise já atingiu um estado de tensão próximo do limite do critério do modelo adaptativo. Consequentemente, as outras funções também não são utilizadas, ou seja, nenhum recurso da técnica adaptativa é adicionado à análise até então;
- O mapeamento só tem início quando pelo menos um elemento da macroescala é desativado e, esse é realizado novamente quando novos elementos macroscópicos são desativados. Assim, se os subdomínios permanecerem inalterados o mapeamento não é realizado;

- Além disso, o mapeamento é realizado somente para o domínio definido pelos elementos macroscópicos recentemente desativados. Assim, para materiais que apresentam um fenômeno de localização de deformação, poucos elementos são desativados e, conseqüentemente, o custo computacional demandado para o processo de mapeamento torna-se atrativo.

Esses procedimentos reduzem consideravelmente o tempo gasto para as três funções empregadas, tornando viável a utilização da técnica multiescala adaptativa proposta. Esse ganho de tempo é considerável quando comparado com a SDM, principalmente para casos envolvendo um grande número de graus de liberdade.

5.3 Resultados numéricos

5.3.1 Teste de tração uniaxial

Neste exemplo realiza-se a análise numérica de uma amostra de concreto submetida a um carregamento de tração simples utilizando a técnica multiescala adaptativa e, para efeito de comparação e validação dos resultados, também é usado o método direto de solução em mesoescala.

A geometria e as condições de contorno são ilustradas na Figura 5.3. As condições de contorno não são aplicadas diretamente na amostra de concreto, mas em duas placas rígidas conectadas à amostra (ver Figura 5.3).

As malhas de elementos finitos, macroscópica e mesoscópica, são geradas de forma independente. O domínio da escala grosseira é representado por uma malha estruturada composta por 800 elementos triangulares de três nós (ver Figura 5.4a). A escala refinada, que contém os constituintes da mesoescala gerados de forma aleatória adotando a curva de distribuição granulométrica ótima de Füller, é representada por uma malha não estruturada, composta por 25.525 elementos triangulares lineares (ver Figura 5.4b), como mostra a Figura 5.4. O volume total de agregados graúdos assumido é de 45%, com diâmetros que variam de 4 mm até 8 mm.

A análise numérica é feita em tensão plana controlando o deslocamento da borda lateral direita, a fim de obter a resposta estrutural descrita pela curva de força *versus* deslocamento.

A Tabela 5.5 apresenta os parâmetros adotados. A espessura fora do plano de análise é 100 mm.

Figura 5.3: Geometria e condições de contorno do tirante

Tabela 5.5: Parâmetros adotado

Materiais	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson	Energia de fratura	Resistência à tração	Limite do modelo adaptativo
Concreto	$E_c = 24,7 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0,0$	—	—	$Ft_{adap} = 1,5 \text{ MPa}$
Agregado	$E_{agg} = 37,0 \text{ GPa}$	$\nu_{agg} = 0,0$	—	—	—
Matriz	$E_m = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,0$	—	—	—
Interface da matriz	$E_{i/m} = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_{i/m} = 0$	$G_{f_i/m} = 0,14 \text{ N/mm}$	$f_{t_i/m} = 3,0 \text{ MPa}$	—
ZTI	$E_i = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_i = 0$	$G_{f_i} = 0,07 \text{ N/mm}$	$f_{t_i} = 2,0 \text{ MPa}$	—

(a)

(b)

Figura 5.4: Discretização das escalas: (a) macroscópica e (b) mesoscópica

A análise inicia-se considerando apenas os elementos finitos macroscópicos, cujo comportamento constitutivo é descrito por um modelo elástico-linear, com propriedades efetivas elásticas homogeneizadas, calculadas a partir do modelo baseado na teoria da mistura de Counto em paralelo. Durante a análise, no início de cada passo de carga o critério de ativação do modelo adaptativo é testado, verificando a máxima tensão principal de tração do passo anterior.

É importante notar que este exemplo numérico foi estrategicamente escolhido devido ao estado inicial de tensão ser uniforme para todos os elementos macroscópicos. Por conseguinte, todos os elementos da malha macroscópica atingem o limite do modelo adaptativo simultaneamente, induzindo a substituição completa da malha macroscópica pela

malha mesoscópica. Assim, esse exemplo compõe um dos testes que irão avaliar o quão robusta é a técnica multiescala adaptativa proposta.

Após o indicador atingir o critério do modelo adaptativo, a análise continua com a amostra inteira em mesoescala. O processo de degradação da mesoescala é descrito pelos elementos de interface, inseridos entre todos os elementos da matriz e, entre a matriz e os agregados graúdos, em conjunto com o modelo de dano à tração descrito na Subseção 3.3.6.

A fim de verificar de forma qualitativa e quantitativa os resultados obtidos, o padrão de fissura e a curva estrutural (força *versus* deslocamento), via o modelo multiescala adaptativo, são comparados com resultados alcançados através da SDM, como ilustrados nas Figuras 5.5 e 5.6. Nota-se que, tanto os padrões de fissura quanto as respostas estruturais são bastante similares, validando a técnica multiescala adaptativa proposta para casos envolvendo a substituição completa da macroescala pela mesoescala, em um mesmo passo de carregamento.

Observando o processo de fissuração da amostra, nota-se que o dano inicia-se na ZTI e propaga-se através da argamassa até a formação da microfissura, que se forma perpendicularmente à direção do carregamento. A curva estrutural reproduz a degradação do material na forma de perda de rigidez e dissipação de energia.

Figura 5.5: Malhas de elementos finitos deformadas: (a) modelo multiescala adaptativo e (b) SDM

Figura 5.6: Respostas estruturais do teste de tração uniaxial

Por fim, a Figura 5.7 mostra o número de graus de liberdade utilizados durante a análise para a SDM e para o modelo multiescala adaptativo. A análise inicia-se com apenas 1084 graus de liberdades, que se mantêm até o passo de carregamento 59, quando a malha grosseira é substituída pela malha refinada, adicionando graus de liberdade ao sistema de equações, que passam a somar um total de 37.208. Como todos os elementos da malha macroscópica, com exceção os elementos das placas rígidas, são substituídos a partir do passo de carregamento 59, ambos os modelos passam a apresentar o mesmo número de graus de liberdade, ou seja, 37.208 graus de liberdade.

É importante observar, na Figura 5.6, que a substituição da malha não produz uma descontinuidade na curva estrutural, demonstrando que as propriedades efetivas da macroescala são plenamente condizentes com a mesoescala e, além disso, o processo de substituição é capaz de realizar a transição de malhas de maneira eficiente.

Figura 5.7: Graus de liberdade utilizados durante as análises: modelo multiescala e SDM

5.3.2 Viga entalhada submetida à flexão

No próximo exemplo numérico explora-se a amplitude da região de ativação da escala mesoscópica, variando o limite do critério do modelo adaptativo. Para isso, analisou-se numericamente uma viga entalhada com carregamento em três pontos em estado plano de tensão, como ilustrado na Figura 5.8.

Para a modelagem utilizaram-se elementos finitos triangulares de deformação constante para ambos os níveis de refinamento (global-macroescala e local-mesoescala), como apresentado na Figura 5.9. A mesoestrutura do concreto, que compreende o agregado graúdo embebido na matriz, foi gerado a partir da curva granulométrica de Füller, adotando diâmetros que variam de 5 mm até 10 mm, representando uma área total de 25% da viga.

Os parâmetros adotados, tanto para o concreto homogeneizado, cujas propriedades efetivas foram calculadas pelo modelo de Counto em paralelo, quanto para os seus componentes individuais, são apresentados na Tabela 5.6.

Nas diferentes análises, os valores limites do modelo adaptativo foram aumentados gradativamente até que atingisse a resistência à tração da argamassa. Os valores assumidos foram de $FT_{adap} = 0,5 \text{ MPa}$, $FT_{adap} = 1,0 \text{ MPa}$, $FT_{adap} = 1,5 \text{ MPa}$, $FT_{adap} = 2,0 \text{ MPa}$, $FT_{adap} = 2,5 \text{ MPa}$, $FT_{adap} = 3,0 \text{ MPa}$, $FT_{adap} = 3,5 \text{ MPa}$ e $FT_{adap} = 4,2 \text{ MPa}$.

Adotando valores pequenos para o limite do modelo adaptativo, boa parte dos elementos macroscópicos começa a atingir esse limite de adaptabilidade para níveis relativamente baixos de tensão, muito antes de a viga apresentar qualquer tipo de degradação. Neste caso, a malha fina é ativada em uma região ampla da viga, como mostra a Figura 5.10a. À medida que este valor é aumentado, a malha fina é gradativamente ativada em uma região cada vez mais estreita, próxima ao entalhe da viga, como ilustrado nas Figuras 5.10a - 5.10h.

A Figura 5.11 apresenta a curva graus de liberdade ativados *versus* a razão entre o limite do esquema adaptativo e a resistência à tração da matriz. Nos resultados fica claro que o número de graus de liberdades adicionados ao sistema tende a um valor mínimo à medida que o limite do esquema adaptativo tende à resistência à tração da matriz.

A Figura 5.12 ilustra a comparação entre as curvas de resposta estrutural, força aplicada *versus* deslocamento do ponto de aplicação da carga, obtidas com os diferentes limites de

adaptatividade impostos. Pode-se observar que as curvas são bastante similares, indicando que o tamanho da região de ativação da malha mesoscópica não leva a uma variação significativa da resposta estrutural. Também é importante observar que para um valor do limite adaptativo próximo da resistência à tração da matriz, a região ativada fica restrita a uma faixa estreita, que corresponde ao domínio de propagação da fissura, que se propaga próxima do contorno entre as diferentes escalas. Mesmo nesse caso, pode-se notar que a técnica de acoplamento proposta não interfere significativamente nas respostas estruturais, que não apresentam qualquer tipo de travamento de tensões (ver Figura 5.12). A Figura 5.13 apresenta somente as duas curvas estruturais, obtidas para os valores extremos dos limites de adaptatividade empregados, $FT_{adap} = 0,5 \text{ MPa}$ e $FT_{adap} = 4,2 \text{ MPa}$. Os resultados mostram uma ligeira diferença na carga de pico e no trecho pós-pico. Parte desta diferença pode ser explicada pelo fato de que adotando um limite de adaptatividade igual à resistência à tração da matriz, o dano na ZTI é diferente de zero quando a malha mesoscópica é ativada. Outra parte, a que provavelmente mais contribui para esta diferença, está relacionada com o refinamento da malha de elementos finitos em uma região maior da viga, para o valor do limite de adaptatividade de $FT_{adap} = 0,5 \text{ MPa}$. Como é sabido, para malhas mais refinadas o MEF apresenta resultados mais acurados que são refletidos nas curvas estruturais, que apresentam uma curva convergente à medida que a malha é refinada.

Figura 5.8: Geometria e condições de contorno da viga

(a)

(b)

Figura 5.9: Malha de elementos finitos: (a) macroscópica e (b) mesoscópica

Tabela 5.6: Parâmetros adotados para a análise numérica da viga

Materiais	Módulo de elasticidade	Coeficiente de Poisson	Energia de fratura	Resistência à tração
Concreto	$E_c = 37,0$ GPa	$\nu_c = 0,2$	—	—
Agregado	$E_{Agg} = 54,0$ GPa	$\nu_{agg} = 0,2$	—	—
Matriz	$E_m = 33,0$ GPa	$\nu_m = 0,2$	—	—
Interface da matriz	$E_{i/m} = 33,0$ GPa	$\nu_{i/m} = 0$	$G_{f_i/m} = 0,076$ N/mm	$f_{t_{i/m}} = 4,2$ MPa
ZTI	$E_i = 30,0$ GPa	$\nu_i = 0$	$G_{f_i} = 0,021$ N/mm	$f_{t_i} = 2,6$ MPa

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

(g)

(h)

Figura 5.10: Modelagem multiescala adaptativa da viga adotando diferentes valores para o critério do modelo adaptativo – (a) $FT_{adap} = 0,5 \text{ MPa}$, (b) $FT_{adap} = 1,0 \text{ MPa}$, (c) $FT_{adap} = 1,5 \text{ MPa}$, (d) $FT_{adap} = 2,0 \text{ MPa}$, (e) $FT_{adap} = 2,5 \text{ MPa}$, (f) $FT_{adap} = 3,0 \text{ MPa}$, (g) $FT_{adap} = 3,5 \text{ MPa}$ e (h) $FT_{adap} = 4,2 \text{ MPa}$.

Figura 5.11: Curva graus de liberdade ativados versus a razão entre o valor limite do esquema adaptativo e a resistência à tração da argamassa

Valor adotado para o critério do modelo adaptativo	Tempo do passo de carregamento inicial	Tempo do passo de carregamento final	Tempo total da análise
$FT_{adap} = 0,5 \text{ MPa}$	9,4 segundos	46,7 segundos	20.997,0 segundos
$FT_{adap} = 1,0 \text{ MPa}$	9,4 segundos	40,1 segundos	16.663,5 segundos
$FT_{adap} = 1,5 \text{ MPa}$	9,4 segundos	34,5 segundos	13.491,9 segundos
$FT_{adap} = 2,0 \text{ MPa}$	9,4 segundos	23,1 segundos	9.021,0 segundos
$FT_{adap} = 2,5 \text{ MPa}$	9,4 segundos	18,1 segundos	6.892,2 segundos
$FT_{adap} = 3,0 \text{ MPa}$	9,4 segundos	16,2 segundos	6.066,0 segundos
$FT_{adap} = 3,5 \text{ MPa}$	9,4 segundos	14,7 segundos	5.470,2 segundos
$FT_{adap} = 4,2 \text{ MPa}$	9,4 segundos	13, 9 segundos	5.261,6 segundos

Figura 5.12: Resposta estrutural para os diferentes limites de adaptatividade

Figura 5.13: Resposta estrutural para os valores extremos dos limites de adaptatividade

5.3.3 Painel invertido

A Figura 5.14 ilustra a geometria e as condições de contorno da análise numérica do painel invertido. Neste exemplo, adota-se uma distribuição granulométrica do agregado graúdo descrita segundo a curva de Füller, para um volume de 35% e diâmetros máximo e mínimo de 3 mm e 6 mm, respectivamente.

Finalizada as etapas de definição da geometria e distribuição aleatória dos agregados, o domínio da escala grosseria é discretizado utilizando uma malha estruturada composta por 300 elementos, enquanto que a escala refinada, a qual contém os constituintes da mesoestrutura do concreto (agregado graúdo embebido na argamassa), é discretizada por uma malha não estruturada, que, após ser fragmentada, apresenta um total de 48.926 elementos triangulares de três nós, como ilustrado na Figura 5.15.

Para a análise, considera-se o estado plano de tensão, adotando-se um comportamento elástico linear para a escala global, cujas propriedades efetivas elásticas do concreto (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) são calculadas a partir do modelo baseado na teoria

da mistura de Counto em paralelo. A Tabela 5.7 apresenta detalhadamente os parâmetros adotados para a simulação numérica do painel invertido. Sua espessura fora do plano de análise é de 50 mm.

A fim de obter a resposta estrutural, força *versus* deslocamento, aplicou-se um carregamento incremental pontual, com controle de deslocamento. Para validar a modelagem multiescala adaptativa desenvolvida, os resultados obtidos por meio do padrão de fissura e da curva estrutural, são comparados com os resultados obtidos pela SDM.

Figura 5.14: Geometria e condições de contorno do painel invertido

Figura 5.15: Painei invertido: (a) malha macroscópica e condições de contorno e (b) malha mesoscópica

Tabela 5.7: Parâmetros adotados para o painei invertido

Materiais	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson	Energia de fratura	Resistência à tração	Limite do modelo adaptativo
Concreto	$E_c = 23,7 \text{ GPa}$	$\nu_c = 0,2$	—	—	$Ft_{adap} = 2,5 \text{ MPa}$
Agregado	$E_{agg} = 37,0 \text{ GPa}$	$\nu_{agg} = 0,2$	—	—	—
Matriz	$E_m = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,2$	—	—	—
Interface da matriz	$E_{i/m} = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_{i/m} = 0$	$G_{f_i/m} = 0,14 \text{ N/mm}$	$f_{t_i/m} = 4,2 \text{ MPa}$	—
ZTI	$E_i = 18,5 \text{ GPa}$	$\nu_i = 0$	$G_{f_i} = 0,07 \text{ N/mm}$	$f_{t_i} = 3,2 \text{ MPa}$	—

A Figura 5.16 ilustra a configuração deformada do painei para quatro estágios de carregamento diferentes, onde pode-se observar a malha mesoscópica ativada no decorrer da análise. A fissura inicia-se no canto e propaga-se em direção ao outro lado do painei e, consequentemente, a malha mesoscópica é ativada em uma faixa na mesma direção percorrida pela fissura. A trajetória de propagação da fissura, resultado da modelagem multiescala

adaptativa, é comparada com o padrão de fissura obtido pela análise numérica utilizando a SDM, no estágio final do carregamento. Nota-se que os trajetos percorridos são muito similares, como mostrado na Figura 5.17.

A Figura 5.18 apresenta a comparação das respostas estruturais (força aplicada - deslocamento) para ambos os métodos, multiescala adaptativo e SDM. Pode-se observar que as repostas não apresentam diferenças significativas. Por outro lado, o histórico dos graus de liberdade ativados durante a análise, como ilustrado na Figura 5.19, demonstra a redução drástica do custo computacional proporcionada pela técnica multiescala adaptativa, quando comparada com a SDM. O tempo total de análise para os 400 passos de carregamento é de 7.315 segundos para a modelagem multiescala adaptativa e de 11.211 segundos para a SDM. Para a SDM, o tempo de análise para cada passo de carregamento é praticamente o mesmo, de aproximadamente 28 segundos. Entretanto, diferentemente da SDM, para modelagem multiescala, o tempo gasto não é constante para todos os passos de carregamento. Até o limite de adaptatividade o tempo é praticamente o mesmo, sendo nesse caso, de aproximadamente 8.3 segundos para cada passo de carregamento. À medida que a malha mesoscópica é ativada, o tempo de análise aumenta gradativamente de acordo com o número de elementos mesoscópicos ativados. Neste caso, o tempo gasto para o último passo de carregamento é de, aproximadamente, 21 segundos.

Figura 5.16: Configuração deformada do painel invertido para diferentes níveis de carregamento: a) 15%, b) 30%, c) 50% e d) 100% do carregamento total

Figura 5.17: Padrão de fissura no estágio final do carregamento: (a) modelagem multiescala adaptativa e (b) SDM

Figura 5.18: Respostas estruturais para os distintos métodos: multiescala adaptativo e SDM

Figura 5.19: Graus de liberdade ativados (inicia-se com 324 e termina com 21.210 graus de liberdade) em função do passo de carregamento

5.3.4 Viga entalhada ensaiada a quatro pontos

Com este exemplo numérico busca-se avaliar a capacidade da técnica multiescala adaptativa proposta de descrever o processo de fissuração do concreto em modo misto (com predominância do Modo I), através da análise numérica de uma das vigas ensaiadas experimentalmente por Galvez et al. (1998).

Os testes experimentais desenvolvidos por Galvez et al. (1998), consistem em uma série de vigas entalhas em escala reduzida com três dimensões distintas, D1, D2 e D3, ensaiadas a quatro pontos, mediante dois atuadores de carga e dois apoios estrategicamente posicionados, onde carregamentos não-proporcionais podem ser obtidos através de diferentes combinações das cargas atuantes, produzindo trajetórias de fissuras distintas. Nos ensaios, duas condições de contorno distintas são consideradas e classificadas como ‘Tipo_1’ (T1) e ‘Tipo_2’ (T2). Para estes dois casos, a carga atuante no ponto B, através de uma mola, assume rigidez nula, sem apoio no ponto B, e rigidez infinita, apoio simples no ponto B, respectivamente. Todas as vigas têm a mesma espessura de 50 mm. A Figura 5.20 mostra a geometria e as condições de contorno para as vigas ensaiadas experimentalmente, para os tipos T1 e T2.

Para simulação numérica, optou-se pela viga D1 com as condições de contorno tipo T2. É importante observar que esse é o único ensaio experimental no qual a altura do entalhe é proporcionalmente maior (0,6D) com relação ao entalhe das outras vigas ensaiadas. A Figura 5.21 apresenta a malha mesoscópica com as condições de contorno impostas, assim como a malha mesoscópica, que será ativada caso algum elemento da malha grosseira viole o critério do modelo adaptativo. Como a curva granulométrica experimental do agregado não foi fornecida pelos autores (Galvez et al., 1998), adota-se a curva de Füller, assumindo uma porcentagem de 40%, diâmetro mínimo de 3 mm e diâmetro máximo, fornecido pelos autores, de 5 mm. Como no exemplo anterior, as propriedades efetivas do concreto foram calculadas através do modelo baseado na teoria da mistura de Counto em paralelo (ver). De acordo com os dados experimentais, os valores adotados para os coeficientes que definem as distâncias entre o ponto de aplicação da carga e o entalhe, são: $\alpha = 1,133$ e $\beta = 1,0$, respectivamente (ver Figura 5.20).

Figura 5.20: Geometria e condições de contorno para as vigas ensaiadas

Figura 5.21: Viga entalhada ensaiada a quatro pontos: (a) malha macroscópica com as condições de contorno impostas e (b) a malha mesoscópica

Tabela 5.8: Parâmetros adotados para a viga de quatro pontos

Materiais	Módulo de elasticidade	Coefficiente de Poisson	Energia de fratura	Resistência à tração	Limite do modelo adaptativo
Concreto	$E_c = 38,0$ GPa	$\nu_c = 0,2$	—	—	$F_{t_{adap}} = 3,0$ MPa
Agregado	$E_{agg} = 50,0$ GPa	$\nu_{agg} = 0,2$	—	—	—
Matriz	$E_m = 30,2$ GPa	$\nu_m = 0,2$	—	—	—
Interface da matriz	$E_{i/m} = 30,2$ GPa	$\nu_{i/m} = 0$	$G_{f_{i/m}} = 0,092$ N/mm	$f_{t_{i/m}} = 4,0$ MPa	—
ZTI	$E_i = 30,2$ GPa	$\nu_i = 0$	$G_{f_i} = 0,046$ N/mm	$f_{t_i} = 2,0$ MPa	—

Realiza-se a análise controlando-se o deslocamento do ponto de aplicação da carga. As Figuras 5.22a - 5.22f e 5.23a - 5.23f apresentam a configuração deformada da malha e o campo de tensões para os diferentes estágios de carregamento, com fator de ampliação que varia de 20 até 100 vezes, onde se pode observar a trajetória percorrida pela fissura principal. A Figura 5.24 ilustra a comparação entre os caminhos percorridos pelas fissuras para o ensaio experimental, faixa de resposta para quatro vigas ensaiadas, e a fissura predominante obtida através da análise numérica proposta. Nota-se que o resultado numérico está contido na faixa dos resultados experimentais, o que pode indicar a robustez da modelagem proposta em prever a iniciação, propagação e formação da fissura para o modo misto.

A Figura 5.25 apresenta os graus de liberdade adicionados, concomitantemente com os graus de liberdade da malha mesoscópica que se mantêm desativados durante a análise, para os 1000 passos de carregamento adotados.

As respostas estruturais força *versus* CMOD (‘crack mouth opening displacement’), força vertical *versus* deslocamento vertical do ponto de aplicação da carga (ponto A) e reação de apoio (ponto B) *versus* CMOD, ilustradas nas Figuras 5.26, 5.27 e 5.28, reforçar demonstram que a modelagem proposta é capaz de reproduzir não só os resultados qualitativos como também os quantitativos. Quando comparado com os resultados experimentais, os resultados numéricos apresentam uma boa predição do comportamento estrutural. Entretanto, nota-se uma diferença razoável da rigidez no regime que antecede a carga de pico para as respostas

numéricas das Figuras 5.27 e 5.28. De forma geral, as análises foram capazes de reproduzir bem a carga de pico obtida nos resultados experimentais, com exceção da resposta apresentada na Figura 5.28, na qual a resposta experimental foi superestimada. Vale ressaltar que apesar dessas diferenças apresentadas nas curvas de respostas, optou-se por manter as mesmas propriedades fornecidas pelos ensaios experimentais.

No estágio inicial da análise, o tempo gasto para cada passo de carregamento é de aproximadamente 4,6 segundos, enquanto que no estágio final do carregamento o tempo gasto é de aproximadamente 13.8 segundos. O tempo total de análise para os 1000 passos de carregamento é de aproximadamente 12781 segundos.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Figura 5.22: Configuração deformada da viga para diferentes estágios de carregamento

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Figura 5.23: Campo de tensões para os diferentes estágios de carregamento

Figura 5.24: Comparação entre a faixa de resposta do processo de fissura dos ensaios experimentais e a fissura predominante para a análise numérica proposta

Figura 5.25: Graus de liberdade mantidos desativados e ativados durante a análise em função de passo de carregamento

Figura 5.26: Curvas de força-CMOD para a análise numérica e experimental (faixa de resposta descrita por quatro curvas experimentais) obtida por Galvez et al. (1998)

Figura 5.27: Respostas estruturais (Força x Deslocamento) para a análise numérica e experimental (Galvez et al., 1998)

Figura 5.28: Respostas estruturais (Reação x CMOD) obtidas pela análise numérica e experimental (Galvez et al., 1998)

Capítulo 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 Introdução

O presente capítulo descreve as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros, baseando-se nas vantagens e limitações exibidas durante o desenvolvimento deste trabalho.

6.2 Conclusões

Apresentou-se uma estratégia de modelagem multiescala concorrente do concreto, considerando dois níveis distintos de observação. Na região potencial de ocorrência do fenômeno de localização, adota-se uma representação mesoscópica para o concreto, onde a sua estrutura heterogênea é modelada de maneira explícita. Para tal, utilizou-se um gerador de agregado graúdo que tem a função de gerar os agregados de acordo com a curva granulométrica adotada, distribuindo estes de forma aleatória na matriz de argamassa, mantendo uma espessura mínima de separação entre eles e o contorno da amostra. No restante da estrutura, que compreende a região de menor interesse, o concreto é tratado como um material homogêneo e representado por um modelo constitutivo elástico linear, com propriedades elásticas homogeneizadas. Essas, por sua vez, são calculadas através de um

modelo baseado na teoria da mistura ou, numericamente, submetendo um EVR a condições de contorno em deslocamento linear.

A técnica de fragmentação da malha de elementos finitos original, aliada com um modelo de dano à tração, se mostrou bastante eficiente para representar o processo de fissuração do concreto, quando solicitado à tração. As fissuras iniciam-se nas ZTIs e propagam-se em direção à argamassa, até a formação de uma fissura dominante, que normalmente percorre uma faixa limitada da amostra.

Ainda na etapa de pré-processamento, a malha de elementos finitos é preparada para representar a formação e propagação de fissuras, que podem se desenvolver entre os elementos finitos da malha. Para essa finalidade, a malha original é fragmentada, mediante uma pequena diminuição dos seus elementos, impondo um pequeno deslocamento dos nós de cada elemento em direção ao seu baricentro. Para o caso 2D, um par de elementos finitos triangulares é utilizado para preencher o espaço entre dois elementos adjacentes.

O presente trabalho se limitou a modelar caso envolvendo concreto de resistência convencional. Por este motivo, a malha de elementos finitos pertencente aos agregados não foi fragmentada. Porém, como os elementos da argamassa foram diminuídos, também ficou um pequeno espaço vazio separando os elementos desses dois materiais constituintes. Esse espaço de espessura muito pequena também foi preenchido por pares de elementos finitos, como os utilizados entre os elementos da argamassa. Nesse caso, esses elementos com alta relação de aspecto têm um papel muito importante na estratégia de modelagem proposta, pois representam a ZTI, reconhecidamente o elo mais fraco das três fases consideradas. A sua formação e influência no comportamento mecânico do concreto é uma questão ainda em aberto e objeto de estudo por muitos pesquisadores.

Devido à relativa simplicidade e consistências dos modelos constitutivos baseados na mecânica do dano contínuo, que têm sido empregados como uma importante ferramenta para representar o estado de degradação de materiais quase frágeis, que no presente trabalho propôs-se um modelo constitutivo de dano à tração, com a finalidade de descrever o comportamento mecânico dos elementos de interfaces com alta relação de aspecto. Esse modelo de dano tem seu critério de degradação baseado na componente de tensão normal à base desses elementos degenerados.

No sentido de melhorar estabilidade e robustez numérica desse modelo de dano empregado, utilizou-se o algoritmo de integração implícito-explícito (IMPL-EX). Assim, obteve-se a estabilidade oferecida pelos métodos explícitos com a precisão dos métodos implícitos. Esse algoritmo de integração, além de apresentar vantagens em termos computacionais quando comparado ao método totalmente implícito, também garante a convergência do modelo. Porém, passos de carregamento muito longos podem conduzir a um erro na curva de equilíbrio. No entanto, à medida que se diminui o tamanho dos passos de carregamento e, conseqüentemente, aumentando o número de passos, a curva da resposta tende à solução exata. Contudo, esse método deve ser utilizado com cuidado e, de preferência, sempre realizando estudos de convergência.

Com o método de representação mesoscópica proposta, realizaram-se análises numéricas de uma amostra tracionada somente em mesoescala, com a finalidade de avaliar a capacidade dessa metodologia de representar o processo de fissuração do concreto, levando em consideração os seus componentes individuais e a sua estrutura heterogênea. Essas análises também tiveram como objetivo compreender melhor os efeitos proporcionados pelas diferentes porcentagens de agregado, diâmetros máximos de agregados e realizações aleatórias, traduzidos no seu processo de fissuração e na sua resposta estrutural. Como a ZTI é considerada a componente que tem a menor capacidade de resistir aos esforços solicitantes, as fissuras tendem a se originar nas ZTIs e propagar-se em relação à argamassa, que culmina com a sua coalescência, que pode ocorrer em qualquer região da amostra. Essa aleatoriedade do processo de fissuração, de forma geral, produziu divergências das cargas de pico e das energias de fratura, como demonstradas pelas curvas estruturais, obtidas para as diferentes configurações das amostras analisadas.

Análises utilizando a estratégia de modelagem multiescala concorrente proposta foram desenvolvidas para um painel em forma de “L”, ensaiado experimentalmente por Winkler (2001), e para três vigas em escala reduzida, as quais também foram ensaiadas experimentalmente (Bellégo et al., 2003). Os resultados numéricos obtidos foram bem similares às respostas experimentais, podendo comprovar a eficácia da técnica proposta.

Quando a região de localização de deformação pode ser definida *a priori* e, além disso, a diferença entre as escalas é pequena, é comum adotar uma malha conforme (malha de transição). Assim, dispensa-se o uso de uma técnica específica de acoplamento para compatibilizar as malhas das diferentes escalas (Unger e Eckardt, 2011; Etse et al., 2012).

Porém, à medida que a diferença entre as escalas aumenta, a malha de elementos finitos de transição contribui consideravelmente para o aumento do número de elementos finitos e, conseqüentemente, para um maior custo computacional para solução do problema. Nesse caso, a técnica de acoplamento proposta por Bitencourt (2015) se mostrou uma ferramenta bastante eficiente, garantido a continuidade de deslocamentos entre as diferentes escalas. Dessa forma, evitam-se as desvantagens decorrentes do uso de malhas de transição, tanto do ponto de vista computacional quanto numérico. Esse método não contribui para o aumento do custo computacional e, além do mais, apresenta resultados mais confiáveis.

Esse procedimento de acoplamento é baseado no uso de EFAs e pode ser utilizado para tratar problemas que apresentam tanto malhas não sobrepostas, quanto malhas sobrepostas. Alguns testes básicos foram desenvolvidos neste trabalho a fim de demonstrar a robustez e eficiência dessa técnica, que pode lidar com diferentes escalas de refinamento e, além disso, conectar malhas não conformes com diferentes tipos de elementos finitos. Uma das grandes vantagens desse método é que, além de garantir a continuidade do campo de deslocamentos, este ainda não acrescenta graus de liberdade ao sistema e, em geral, a sua implementação em programas de elementos finitos existentes é relativamente simples.

A estratégia descrita se aplica apenas a membros estruturais nos quais a região de localização do dano pode ser facilmente identificada, ou para aqueles ensaiados experimentalmente, que trazem todas as informações necessárias à sua modelagem multiescala concorrente.

Entretanto, nos casos mais correntes de membros estruturais em serviço, a possível região de localização do dano não pode ser reconhecida previamente. A fim de contornar essa limitação, o presente trabalho propõe uma técnica de modelagem multiescala adaptativo para o concreto. Essa técnica combina as vantagens das simulações macroscópica e mesoscópica. A análise inicia-se considerando apenas os elementos utilizados para discretizar o membro estrutural em macroescala. No decorrer da análise, os elementos da mesoescala são ativados no domínio desses elementos macroscópico que violaram o critério de adaptatividade, o qual é baseado na máxima tensão principal. Essa técnica apresenta a vantagem de não exigir a reconstrução da malha de elementos finitos, já que é baseada na substituição de malhas já existentes. A estrutura interna da escala mesoscópica pode assumir qualquer distribuição, inclusive, heterogênea. Além do mais, quando comparado com a SDM, o tempo computacional gasto é consideravelmente menor. Para avaliar a eficiência e robustez da

técnica proposta, diversos exemplos numéricos foram desenvolvidos. Nesse sentido, alguns estudos direcionados tiveram que ser desenvolvidos e analisados, a citar:

- Uma amostra tracionada que foi estrategicamente escolhida devido ao seu estado inicial de tensão ser uniforme para todos os elementos macroscópicos. Por conseguinte, todos os elementos da malha macroscópica atingem o limite do modelo adaptativo simultaneamente, induzindo a substituição completa da malha macroscópica pela malha mesoscópica. Além de verificar a ocorrência da substituição completa das malhas, comparou-se também o seu padrão de fissura com o obtido através da SDM;
- Estudaram-se os efeitos da amplitude da região de ativação da escala mesoscópica, variando-se o limite do critério de adaptatividade, para uma viga entalhada submetida à flexão;
- Estudou-se a capacidade dessa técnica de prever o processo de fissuração do concreto em situação de modo misto (Modo I e Modo II, simultaneamente), analisando-se uma das vigas entalhadas ensaiadas experimentalmente por Galvez et al. (1998), comparando os resultados obtidos com os experimentais. .

Os resultados obtidos com esses estudos foram bem satisfatórios, demonstrando que a técnica aqui proposta é bastante apropriada para a modelagem do concreto, considerando de maneira explícita a influência de sua estrutura interna.

Para finalizar, a estratégia de modelagem multiescala proposta apresentou bons resultados, com eficiência computacional. Os modelos empregados para representar o comportamento constitutivo de cada componente do concreto são bem simples, mas que atuando em conjunto, no contexto da estrutura mesoscópica, foram capazes de representar com acurácia o comportamento mecânico desse material. A possibilidade de se utilizar modelos mais simples, é com certeza uma das grandes vantagens deste tipo de modelagem mesoscópica. Além do mais, a composição das diferentes técnicas propostas nesse trabalho possibilitou a implementação da estratégia de modelagem multiescala adaptativa do concreto, a qual pode vir a ser uma importante ferramenta de análise numérica de estruturas que apresentam um processo de danificação localizado em regiões arbitrárias, sem perder as vantagens inerentes às modelagens que consideram o processo físico envolvendo as múltiplas escalas de observação, apresentando baixo custo computacional.

6.3 Sugestões de trabalhos futuros

Dentre as diversas possibilidades para trabalhos futuros são sugeridos:

- Ampliar os estudos desenvolvidos para a amostra tracionada em mesoescala, adotando geometrias mais irregulares para os agregados graúdos, avaliando os seus efeitos no processo de fissuração e na curva de resposta;
- Por se tratar apenas de concreto com resistência convencional, nesse trabalho a malha de elementos finitos do agregado não foi fragmentada. Assim, o programa que realiza essa fragmentação poderia ser modificado, de forma que os elementos dos agregados também apresentassem entre eles elementos de interface. Neste caso, as mesmas análises desenvolvidas para as referidas amostras tracionadas também poderiam ser realizadas, adotando as propriedades do concreto de alta resistência;
- Com a vantagem computacional proporcionada pela técnica adaptativa proposta, a sua generalização para o caso tridimensional parece ser um caminho promissor. Assim, as mesmas técnicas implementadas que compõem a estratégia de modelagem multiescala proposta, desenvolvidas para o caso bidimensional poderiam ser estendidas para tratar problemas tridimensionais.
- Na estratégia de modelagem mesoscópica do concreto, também poderiam ser incluídas, de forma explícita, barras e fibras de aço. Nesse caso, uma variedade de análises numéricas poderia ser realizada a fim de investigar a contribuição desses reforços, quando em conjunto com os agregados, no comportamento mecânico do concreto;
- Os modelos empregados nesse trabalho se mostraram adequados para representar situações específicas, nas quais as fissuras de tração dominam o comportamento estrutural, podendo as regiões comprimidas serem consideradas elásticas e lineares. Porém, quando se tratando do concreto reforçado com barras de aço ou fibras, o comportamento não linear das regiões comprimidas pode ser de grande importância para predizer o estado de degradação estrutural. Por esse motivo, sugere-se a implementação de um modelo constitutivo, adotando-se um critério de

ruptura para as tensões de compressão, que seja capaz de descrever o esmagamento do concreto e sua devida contribuição à curva de resposta estrutural.

Capítulo 7

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEN, D.H. **Homogenization principles and their application to continuum damage mechanics**. *Composites Science and Technology*, 61, 2223-2230, 2001.
- BARR, B. I. G.; LYDON, F. D.; ZHOU, F. P. **Effect of coarse aggregate on elastic modulus and compressive strength of high performance concrete**. *Cement and Concrete Research*, 25(1), 177-186, 1995.
- BAZANT, Z.P; TABBARA, M.R.; KAZEMI, M.T.; Pijaudier-Cabot, G. **Random particle model for fracture of aggregate or fiber composites**. *Journal of Engineering Mechanics*, 116:1686-1705, 1990.
- BITENCOURT JR., L.A.G. **Numerical modeling of failure processes in steel fiber reinforced cementitious materials**. Tese, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2014.
- BITENCOURT JR., L.A.G.; MANZOLI O.L.; PRAZERES, P.G.C.; RODRIGUES, E.A.; BITTENCOURT, T.N. **A coupling technique for non-matching finite element meshes**. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 290, 19–44, 2015.
- BOCCA, P.; CARPINTERI, A.; VALENTE, S. **Mixed mode fracture of concrete**. *Int. J. Solids Structures*, 27, 1139-1153, 1991.
- CABALLERO, A.; CAROL, I.; LÓPEZ, M. **3D meso-mechanical analysis of concrete specimens under biaxial loading**. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 30, 877-886, 2007.

- CARNEIRO, A.M.P.; CINCOTTO, M.A. **Dosagem de argamassa através de curvas granulométricas.** (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Construção Civil, BT/PCC/237) - São Paulo, EPUSP, 1999.
- CERVERA, M.; OLIVER, J.; MANZOLI, O. **A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams.** *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25(9), 987-1010, 1996.
- COUNTO, U. J. **The effect of the elastic modulus of the aggregate on elastic modulus, creep and creep recovery of concrete.** *Magazine of Concrete Research*, 16(48), 129-138, 1964.
- CUSATIS, G.; BAZĂNT, Z.P.; CEDOLIN, L. **Confinement-shear lattice CSL model for fracture propagation in concrete.** *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 195, 7154–7171, 2006.
- CUSATIS, G.; CEDOLIN, L. **Two-scale study of concrete fracturing behaviour.** *Eng. Fract. Mech.*, 74, 3-17, 2007.
- DE BOER, A.; VAN ZUIJLEN, A.H.; BIJL, H. **Review of coupling methods for non-matching meshes.** *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196, 1515-1525, 2007.
- DHIA, H.; RATEAU, G. **The Arlequin method as a flexible engineering design tool.** *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62(11), 1442-1462, 2005.
- ECKARDT, S. **Adaptive heterogeneous multiscale models for the nonlinear simulation of concrete.** *Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar*, 2009.
- ELLEITHY, W.M.; TANAKA, M. **Interface relaxation algorithms for BEM–BEM coupling and FEM–BEM coupling.** *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 192, 26-27, 2977-2992, 2003.
- EMERY, J.M.; HOCHHALTHER, J.D.; INGRAFFEA, A.R. **Computational fracture mechanics of concrete structures: a retrospective through multiple lenses.** FraMCos 6, Catania Italy, 17–22, June, 2007.
- ETSE, G.; CAGGIANO, A. **Multiscale failure analysis of fiber reinforced concrete based on a discrete crack model.** *International Journal of Fracture*, 178, 131-146, 2012.
- FEYEL, F.; CHABOCHE, J.L. **FE2 Multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials.** *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(3–4), 309–330, 2000.
- FÜLLER, W.B.; THOMPSON, S.E. **The Laws of Proportioning Concrete.** *ASCE J. Transport.*, 59, 1907.
- GALVÉZ, J.C.; ELICES, M.; GUINEIA, G.V.; PLANAS, J. **Mixed mode fracture of concrete under proportional and nonproportional loading.** *International Journal of Fracture*, 94, 267-284, 1998.

GiD. (s.d.). Fonte: <http://gid.cimne.upc.es/>

GITMAN, I.M. **Representative volumes and multi-scale modelling of quasi-brittle materials**. PhD thesis, Technische Universiteit Delft, 2006.

GHOSH, S.; LEE, K.; RAGHAVAN, P. A. **Multi-level computational model for multi-scale damage analysis in composite and porous materials**. *International Journal of Solids and Structures*, 38, 2335-2385, 2001.

GLAESSGEN, E.H.; SAETHER, E.; YAMAKOV, V. **Multiscale modeling of damage processes in fcc aluminum: from atoms to grains**. *Aging Aircraft Conference*, 2008.

GONÇALVES, R.D.C. **Agregados reciclados de resíduos de concreto - um novo material para dosagens estruturais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, 2001.

GRASSL P.; GRÉGOIRE, D.; ROJAS SOLANO, L. AND PIJAUDIER-CABOT, G. **Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete**. *International Journal of Solids and Structures*, 49, 1818-1827, 2012.

HASHIN, Z. **Analysis of Composite Materials - A Survey**. *Journal of Applied Mechanics*, 50, 481-505, 1983.

HILL, R. **Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles**. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11, 357-372, 1963.

HILLERBORG, A. **Numerical methods to simulate softening and fracture of concrete**. In: G. Sih, & A. DiTommaso (Eds.), *Fracture mechanics of concrete: Structural application and numerical calculation*, 4, 141-170, 1984. Springer Netherlands.

HUND A.; RAMM E. **Locality constraints within multiscale model for non-linear material behaviour**. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 70(13), 1613–1632, 2007.

IBRAHIMBEGOVIĆ, A.; MARKOVIĆ, D. **Strong coupling methods in multi-phase and multi-scale modeling of inelastic behavior of heterogeneous structures**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(28-30), 3089–3107, 2003.

JÄGER, P.; STEINMANN, P.; KUHL, E. **Modeling three-dimensional crack propagation – A comparison of crack path tracking strategies**. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 76, 1328-1352, 2008.

KIM, S. M.; AL-RUB, R. K. A. **Meso-scale computational modeling of the plastic-damage response of cementitious composites**. *Cement and Concrete Research*, 41, 339-358, 2011.

KOZICKI, J.; TEJCHMAN, J. **Experimental Investigations of Strain Localization in Concrete using Digital Image Correlation (DIC) Technique**. *Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, 54, 3-24, 2007.

- LANDIS, E.N.; BOLANDER, J.E. **Explicit representation of physical processes in concrete fracture**. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 42, 1-17, 2009.
- LE BELLÉGO, C.; DUBE, J. F.; PIAUDIER-CABOT, G.; GERARD, B. **Calibration of nonlocal damage model from size effect tests**, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 22, 33-46, 2003.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. **Mechanics of solid materials**. Cambridge: *University Press*, 1985.
- LEMAITRE, J. **A course on damage mechanics**. *Springer-Verlag*, 1992.
- LEMAITRE, J., **A course on Damage Mechanics**., 2nd Edition, *Springer*, 1996.
- LENS, L.N. **Modelos para análise de fratura do concreto simples empregando interfaces coesivas**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2009.
- LILLIU, G.; VAN MIER, J.G.M. **On the relative use of micromechanical lattice analysis of 3-phase particle composites**. *Engineering Fracture Mechanics*, 74,1174-1189, 2007.
- LLOBERAS-VALLS, O.; RIXEN, D.J.; SIMONE, A.; SLUYS, L.J. **Multiscale domain decomposition analysis of quasi-brittle heterogeneous materials**. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 89, 1337-1366, 2012.
- LLOBERAS-VALLS, O.; RIXEN, D.J.; SIMONE, A.; SLUYS, L.J. **On micro-to-macro connections in domain decomposition multiscale methods**. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 225-228, 177-196, 2012.
- LÓPEZ, C. M.; CAROL, I.; AGUADO A. **Meso-structural study of concrete fracture using interface elements. I: numerical model and tensile behavior**. *Material and structures*, 41, 583-599, 2008.
- MANZOLI, O. L.; SHING, P. B. **A general technique to embed non-uniform discontinuities into standard solid finite elements**. *Computers and Structures*, 84, 742-757, 2006.
- MANZOLI, O. L. **Um modelo analítico y numérico para la simulati6n de discontinuidades fuertes em la mecánica de sólidos**. Tese de Doutorado, Escola Tècnica Superior D'Enginyers de Camins, Canals i Ports, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 1998.
- MANZOLI, O. L. **Análise numérica de fraturamento em estruturas de concreto e alvenaria**. Tese de livre Docência, *Departamento de Engenharia Civil*, Faculdade de Engenharia de Bauru, 2008.
- MANZOLI, O. L.; GAMINO, A.L.; RODRIGUES, E.A.; CLARO, G.K.S. **Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio**. *Computers and Structures*, 94-95, 70-82, 2012.

- MANZOLI, O.L.; VENTURINI, WS. **An implicit bem formulation to model strong discontinuities in solids**. *Comput Mech*, 40, 901–9, 2007.
- MANZOLI, O. L.; MAEDO, M.A.; RODRIGUES, E.A.; BITTENCOURT, T.N. **Modeling of multiple cracks in reinforced concrete members using solid finite elements with high aspect ratio**. *Computational Modeling of Concrete Structures*, 1ed London: Taylor&francis Group, 1, 383-392, 2014.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto - estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo. PINI, 1994.
- MONTIJA, F.C. **Agregados reciclados de resíduos de concreto - um novo material para dosagens estruturais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- MIEHE, C.; KOCH, A. **Computational micro-to-macro transitions of discretized microstructures undergoing small strains**. *Archive of Applied Mechanics* 72(4-5), 300-317, 2002.
- NGUYEN; V. P.; LLOBERAS-VALLS, O.; STROEVEN, M.; SLUYS, L. J. **Homogenization-based multiscale crack modelling: From micro-diffusive damage to macro-cracks**. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 200, 1220-1236, 2011.
- NGUYEN; V. P.; STROEVEN, M.; SLUYS, L. J. **Multiscale failure modeling of concrete: Micromechanical modeling, discontinuous homogenization and parallel computations**. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 201-204, 139-156, 2012.
- OLIVER, J. **‘Continuum modeling of strong discontinuities in solid mechanics’**. Proc. IV *Int. conf. on computational plasticity*, CMNE, 455-479, 1995.
- OLIVER, J.; CERVERA, M.; MANZOLI, O. **Strong discontinuities and continuum plasticity model: The strong discontinuity approach**. *International journal of plasticity*, 15(3), 319-351, 1999.
- OLIVER, J.; HUESPE, A.E. **Continuum approach to material failure in strong discontinuity settings**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(30-32), 3195–3220, 2004.
- OLIVER, J.; HUESPE, A. E.; BLANCO, S.; LINERO, D.L. **Stability and robustness issues in numerical modeling of material failure with the strong discontinuity approach**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195, 7093-7114, 2006.
- OLIVER, J.; HUESPE, A. E.; CANTE, J. C. **An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(21-24), 1865-1889, 2008.
- OLIVER, J.; LINERO, D.L.; HUESPE, A.E.; MANZOLI, O.L. **Two-dimensional modeling of material failure in reinforced concrete by means of a continuum strong discontinuity approach**. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 197(5), 332–348, 2008.

- OLIVER, J. **Modeling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1: Fundamentals.** *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 39(21), 3575-3600, 1996.
- OLIVER, J. **Modeling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1: Fundamentals. part 2: Numerical Simulation.** *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 39(21), 3575-3600, 1996.
- OLIVER, J. **Modeling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 2: Numerical Simulation.** *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 39(21), 3601-3623, 1996.
- PANDOLFI A.; ORTIZ M. **Solid modeling aspects of three-dimensional fragmentation.** *Engineering with computers*, 14, 287-308, 1998.
- PANDOLFI A.; ORTIZ M. **An efficient adaptative procedure for three-dimensional fragmentation simulation.** *Engineering with computers*, 18, 148-159, 2002.
- POMPEU NETO, B.B. **Efeito do tipo, tamanho e teor de agregado graúdo na resistência e energia de fratura do concreto.** Tese, Engenharia Mecânica, Campinas, 2004.
- POPP, A.; WALL W.A. **Dual mortar methods for computational contact mechanics - overview and recent developments.** *GAMMP-MITT.*, 1, 66-84, 2014.
- PRADO E.P.; VAN MIER J.G.M. **Effect of particle structure on mode I fracture process of concrete.** *Engineering Fracture Mechanics*, 70, 1793-1807, 2003.
- PROENÇA, S. P. B.; PITUBA, J. J. C. **A damage constitutive model accounting for induced anisotropy and bimodular elastic response.** *Latin American J. Solids struct*, 1, 101-117, 2003.
- RAGHAVAN, P.; LI, S.; GHOSH, S. **Two scale response and damage modeling of composite materials.** *Finite Elements in Analysis and Design*, 40, 1619 – 1640, 2004.
- REUSS, A. **Berechnung der Fließgrenzen von Mischkristallen auf Grund der Platizitätsbedingung für Einkristalle,** *Zeitschr. Angew. Math. Mech.*, 9, 49–58, 1929
- ROTS, J. **Smeared and discrete representations of localized fracture.** *International Journal of Fracture*, 51, 45-59, 1991.
- SCHAFFER, J.P.; SAXENA, A.; ANTOLOVICH, S.D.; SANDERS JR., T.H.; WARNER, S.B. **The Science and Design of Engineering Materials.** McGraw-Hill, Chicago, 2001.
- SCHLANGEN, E.; GARBOCZI, E.J. **Fracture simulation of concrete using lattice models: computational aspects.** *Engineering Fracture Mechanics*, 57, 319-332, 1997.
- SCHLANGEN, E.; VAN MIER, J.G.M. **Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures.** *Materials and Structures*, 25, 534-542, 1992.

- SEGETH, K. **A review of some a posteriori error estimates for adaptive finite element methods.** *Mathematics and Computers in Simulation*, 80, 1589–1600, 2010
- SELLITTOA, A.; BORRELLI, R.; CAPUTO, F.; RICCIO, A.; SCARAMUZZINO, F. **Methodological approaches for kinematic coupling of non-matching finite element meshes,** *Procedia Engineering* 10, 421-426, 2011
- SIMÓ, J. C.; JU, J. W. **‘Strain- and stress-based continuum damage models – I. Formulation’,** *Int. j. solids struct.*, 23, 821-840, 1987.
- SIMÓ, J. C.; OLIVER, J.; ARMERO, F. **An analysis of strong discontinuities induced by strain-softening in rate-independent inelastic solids.** *Computational Mechanics*, 12, 277–296, 1993.
- SOBOLEV, K.; AMIRJANOV, A. **The development of a simulation model of the dense packing of large particulate assemblies.** *Powder Technology*, 141, 155-160, 2004.
- SOUZA, F.V. **Modelo multi-escala para análise estrutural de compósitos viscoelásticos suscetíveis ao dano.** Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Ceará, 2005.
- STROEVEN, M.; ASKES, H.; SLUYS, L.J. **Numerical determination of representative volumes for granular materials.** *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193, 3221-3238, 2004.
- TEJCHMAN, J.; BOBIŃSKI, J. **Continuous and Discontinuous Modeling of Fracture in Concrete Using FEM,** *Springer, Berlin*, <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-28463-2>, 2013.
- UNGER, J.F; ECKARDT, S. **Multiscale modeling of concrete.** *Archives of Computational Methods in Engineering*, 18, 341-393, 2011.
- VAN MIER, J.G.M. **Mode I fracture of concrete: Discontinuous crack growth and crack interface grain bridging.** *Cement and Concrete Research*, 21, 1-15, 1991.
- VAN MIER, J.G.M. **Fracture processes of concrete: assessment of material parameters for fracture models.** CRC Press, 1997.
- VAN MIER, J.G.M. **Microstructural effects on fracture scaling in concrete, rock and ice.** *In IUTAM Symposium on Scaling Laws in Ice Mechanics and Ice Dynamics*, 2001.
- VOIGT, W. **Lehrbuch der Kristallphysik: (mit Ausschluss der Kristalloptik),** *Bibliotheca mathematica Teubneriana*; 12, Johnson, New York, 1910
- WANG, T. K.; BITTENCOURT, T. N. **Simulação de Propagação de Fissuras no Concreto utilizando o Modelo Reticulado da Mesoestrutura.** *Concreto (São Paulo)*, São Paulo, 36(1), 46-54, 2004.
- WINKLER B. **Traglastuntersuchungen von unbewehrten und bewehrten Betonstrukturen.** PhD thesis, University of Innsbruck, 2001.

- WRIGGERS, P.; MOFTAH, S.O. **Mesoscale models for concrete: homogenization and damage behaviour.** *Finite Elements in Analysis and Design*, 42, 623–636, 2006.
- WOHLMUTH, B. **A mortar Finite element method using dual spaces for the Lagrange multiplier.** *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 38(3), 989-1012, 2001.
- WU, J. Y.; LI, J.; FARIA, R. **An energy release rate-based plastic-damage model for concrete.** *Int. J. Solids Struct*, 43, 583-612, 2006.
- YANG, C.C.; HUANG, R.; YEIH, W.; SUE, I.C. **Aggregate effect on elastic moduli of cement-based composite materials.** *Journal of Marine Science and Tecnology*, 3, 5-10, 1995.
- YAZDANI, S.; SCHREYER, H.C. **Combined plasticity and damage mechanics model for plain concrete.** *J. Engrg. Mech.*, 116(7), 1435-1450, 1990.