FELIPE VIEIRA MOROZ

**UMA METODOLOGIA PARA A ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO
TRÁFEGO DE VEÍCULOS PESADOS NA RESPOSTA DINÂMICA DE
PONTES RODOVIÁRIAS.**

SÃO PAULO
2009

FELIPE VIEIRA MOROZ

**UMA METODOLOGIA PARA A ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO
TRÁFEGO DE VEÍCULOS PESADOS NA RESPOSTA DINÂMICA DE
PONTES RODOVIÁRIAS.**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia

Área de Concentração: Engenharia de
Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Carlos Eduardo Nigro
Mazzilli

SÃO PAULO
2009

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

FICHA CATALOGRÁFICA

Moroz, Felipe Vieira

Uma metodologia para a análise da influência do tráfego de veículos pesados na resposta dinâmica de pontes rodoviária / F.V. Moroz. -- São Paulo, 2009.

110 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1. Pontes rodoviárias 2. Dinâmica das estruturas 3. Rugosidade do pavimento I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II. t.

FICHA DE APROVAÇÃO

Felipe Vieira Moroz

Uma metodologia para a análise da influência do tráfego de veículos pesados na resposta dinâmica de pontes rodoviárias.

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia

Área de Concentração: Engenharia de
Estruturas

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

*À Bruna Menegassi, pelo imenso
apoio e incentivo.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Carlos Eduardo Nigro Mazzilli, pelo apoio, incentivo e pela grande amizade.

Aos amigos da Beta 2 Engenharia, que me dispuseram o tempo necessário para que os estudos fossem concluídos e pelo carinho dessas pessoas maravilhosas que lá trabalham.

À Escola Politécnica que me proporcionou conhecimento, espaço físico e as ferramentas necessárias para o desenvolvimento do trabalho.

À minha família e amigos, que sempre estiveram ao meu lado.

RESUMO

MOROZ, F.V. **Uma metodologia para a análise da influência do tráfego de veículos pesados na resposta dinâmica de pontes rodoviárias.** 2009. 108 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2009.

Esse trabalho trata do problema de interação dinâmica entre veículos de carga e estruturas de pontes rodoviárias, incluindo o aprimoramento de um modelo veicular de oito graus de liberdade usualmente utilizado na modelagem de veículos classe 3C, introduzindo o nono grau de liberdade, referente à rotação em torno de seu eixo longitudinal ou movimento *roll*. Foram calculados os carregamentos provenientes do veículo modelado sobre pavimento inicialmente indeslocável, com perfis iguais ou distintos de rugosidade e diferentes sob cada linha de pneus, assim como a participação da energia modal do veículo para cada caso. Tais carregamentos foram condensados estaticamente e aplicados em modelo estrutural simplificado (unifilar) de uma ponte em seção celular, visando a identificar as flutuações dos esforços de torção provenientes da diferença de perfil de rugosidade sob cada linha de pneus do veículo estudado. Ainda foram confrontados resultados para duas situações de tráfego, sendo a primeira para veículo isolado trafegando sobre estrutura e a segunda para um comboio de veículos. Também, verificou a aproximação implícita na adoção de pavimento indeslocável para a obtenção dos esforços da interação veículo-pavimento, utilizando um método iterativo até que se garantisse convergência para os deslocamentos.

Palavra Chave: Análise Dinâmica, Pontes Rodoviárias, Perfil Distintos de Rugosidade, Torção.

ABSTRACT

MOROZ, F.V. **A methodology to assess the influence of heavy vehicles traffic on the dynamic responses of highway bridges**. 2009. 108 f . Dissertation (Master of Engineering) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2009.

This work is concerned with the problem of dynamic interaction between heavy vehicles and bridges structures and also with the improvement of an eight-degree-of-freedom model of a 3C class vehicle, by introducing the ninth degree of freedom referring to the rotation about the vehicle longitudinal axis, or roll movement. The loads applied by the vehicle to the bridge deck were evaluated, assuming initially a rigid structure under the pavement, for both equal and distinct roughness profiles under each tire line, as well as the vehicle modal energy participation for each case. Such loads were statically condensed and applied to a simplified (unifilar) structural model of a girder box bridge, aiming at estimating the fluctuation of the torsion moments due to the differences in the roughness profiles under each tire line. The differences in the dynamic response were evaluated considering two traffic situations, namely a single vehicle or an ensemble of vehicles moving along the bridge. It was further checked the approximation implied in the assumption of a rigid structure under the pavement for the evaluation of the vehicle-structure interaction loads, by means of an iterative procedure until convergence was obtained for the displacements. Besides, it was compared the dynamic response's considering two different traffic situations. The first situation is a unique vehicle moving on a bridge whereas the second is a train of vehicle moving on the bridge. Ahead, it was verified the error in adopt the hypothesis of unmoved pavement in the vehicle's model to obtain iteration forces pavement-vehicle, using an iterative methodology to rebuild the original vehicle's displacement.

Keywords: Dynamic Analysis, Highway Bridges, Distinct Roughness Profiles, Torsion.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 BREVE RESUMO HISTÓRICO.....	14
1.2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS	17
1.3 METODOLOGIA.....	18
2. PROCEDIMENTOS DE MODELAGEM.....	20
2.1 MODELAGEM VEICULAR.....	20
2.1.1. Desenvolvimento dos modelos de carregamento	20
2.1.2. Classes de veículos	23
2.1.3. Propriedades das suspensões veiculares.....	24
2.1.4. Tipos de suspensão	25
2.1.5. Propriedades dos pneus	29
2.1.6. Propriedades mecânicas dos veículos	30
2.1.7. Modelo do veículo de classe 3C a ser adotado.....	33
2.2 MODELAGEM DO PAVIMENTO.....	35
2.2.1. Irregularidade do pavimento.....	35
2.2.2. Criação do perfil de irregularidades do pavimento.....	37
2.3 MODELAGEM ESTRUTURAL	40
3. FORÇAS DE INTERAÇÃO E EQUAÇÃO DE MOVIMENTO	45
3.1 ASPECTOS GERAIS.....	45
3.2 FORÇAS DE INTERAÇÃO VEÍCULO-PAVIMENTO.....	46
3.3 MODELO VEICULAR REDUZIDO	53
3.4 APLICAÇÃO DOS ESFORÇOS DE CONTACTO EM MODELO ESTRUTURAL DE BAIXA HIERARQUIA	54
4. PARTICIPAÇÃO MODAL E RESULTADOS OBTIDOS	57
4.1 INTRODUÇÃO.....	57
4.2 O MÉTODO <i>PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION</i> (POD).....	57
4.2.1. Conceituação	57
4.2.2. Aplicação a sistemas de massas discretas com vibrações multi-modais	60
4.3 MODOS DE VIBRAÇÃO DO VEÍCULO.....	62
4.4 DISTRIBUIÇÃO MODAL DA ENERGIA – PARTICIPAÇÃO MODAL.....	65
4.4.1. Participação modal para perfis iguais de rugosidade sob as duas linhas de pneus.....	65

4.4.2. Participação modal para perfis diferentes de rugosidade sob as duas linhas de pneus..	67
4.5 ESFORÇOS OBTIDOS EM PAVIMENTO INDESLOCÁVEL	69
4.5.1. Perfis Iguais de Rugosidade	69
4.5.2. Perfis Diferentes de Rugosidade.....	71
5. ESTUDOS DE CASO.....	74
5.1 INTRODUÇÃO.....	74
5.2 PRIMEIRO CASO – VEÍCULO ÚNICO	76
5.3 SEGUNDO CASO – COMBOIO DE VEÍCULOS	83
6. CONCLUSÕES	92
6.1 CONSIDERAÇÕES PROVENIENTES DE ENSAIOS EM CAMPO.....	92
6.2 CONSIDERAÇÕES PROVENIENTES DE NORMAS TÉCNICAS BRASILEIRAS ...	94
6.3 INFLUÊNCIA DA HIPÓTESE DE PAVIMENTO INDESLOCÁVEL	97
6.4 CONCLUSÕES.....	102
6.5 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	104
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	106

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Distribuição relativa de carga nos eixos dos veículos de configurações mais frequentes (ROSSIGALI,2006).....	21
Figura 2.2 – Distribuição de frequência relativa das classes de veículos (ROSSIGALI,2006).	22
Figura 2.3 – Distribuição de veículos pesados (ROSSIGALI,2006).....	22
Figura 2.4 – Veículo monolítico – classe C. (www.sst.eesc.usp.br)	23
Figura 2.5 – Veículo do tipo reboque – classe C. (www.sst.eesc.usp.br).....	23
Figura 2.6 – Veículo do tipo semi-reboque – classe S. (www.nitrotec.com.br)	24
Figura 2.7 – Representação simplificada do sistema de suspensão.....	25
Figura 2.8 – Suspensão constituída por quatro molas (MELO,2007)	26
Figura 2.9 – Suspensão constituída por molas pneumáticas (MELO,2007)	26
Figura 2.10 – Suspensão constituída por viga de eixo (MELO,2007).....	26
Figura 2.11 – Relação força-deslocamento característica de uma mola em feixe de lâminas (adaptada de GILLESPIE <i>et al.</i> ,1992)	28
Figura 2.12 – Modelo do veículo classe 3C e eixos de inércia.	30
Figura 2.13 – Variáveis para determinação do momento de inércia.	31
Figura 2.14a – Modelo veicular – corte longitudinal.....	33
Figura 2.14b – Modelo veicular – corte transversal.	34
Figura 2.15a – Perfil de rugosidade considerando $IRI = 4,42\text{m/km}$, $\alpha=1,0 \times 10^{-6}$, $\beta=1,85$ e $0,5\text{m}$ $\leq \lambda \leq 50\text{m}$	39
Figura 2.15b – Perfil de rugosidade considerando $IRI = 2,56\text{m/km}$, $\alpha=0,3 \times 10^{-6}$, $\beta=1,85$ e $0,5\text{m}$ $\leq \lambda \leq 50\text{m}$	39
Figura 2.15c – Perfil de rugosidade considerando $IRI = 1,28\text{m/km}$, $\alpha=0,1 \times 10^{-6}$, $\beta=1,85$ e $0,5\text{m}$ $\leq \lambda \leq 50\text{m}$	40
Figura 2.16 – Seção transversal da ponte unicelular mista (cm).	41

Figura 2.17 – Relação entre taxa de amortecimento e frequência para amortecimento Rayleigh.	43
Figura 2.18 – Primeiro modo de vibração estrutural – modo de flexão – $f_1 = 0,637$ Hz.	43
Figura 2.19 – Segundo modo de vibração da estrutura – modo de flexão – $f_2 = 1,294$ Hz.	44
Figura 2.20 – Terceiro modo de vibração da estrutura – modo de flexão – $f_3 = 2,279$ Hz.	44
Figura 2.21 – Quarto modo de vibração da estrutura – modo de torção – $f_4 = 3,014$ Hz.	44
Figura 3.1 – Deslocamento relativo para pneu i do veículo com 9 graus de liberdade.	48
Figura 3.2 – Redução dos esforços de interação para o CG.	54
Figura 3.3 – Massas concentradas nos nós da estrutura unifilar.	55
Figura 4.1a – Distribuição modal da energia para $v=20$ km/h.	65
Figura 4.1 b – Distribuição modal da energia para $v=40$ km/h.	66
Figura 4.1 c – Distribuição modal da energia para $v=60$ km/h.	66
Figura 4.1 d – Distribuição modal da energia para $v=80$ km/h.	66
Figura 4.2a – Distribuição modal da energia para $v=20$ km/h.	67
Figura 4.2b – Distribuição modal da energia para $v=40$ km/h.	68
Figura 4.2c – Distribuição modal da energia para $v=60$ km/h.	68
Figura 4.2d – Distribuição modal da energia para $v=80$ km/h.	68
Figura 4.3a – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=20$ km/h.	70
Figura 4.3b – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=40$ km/h.	70
Figura 4.3c – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=60$ km/h.	71
Figura 4.3d – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=80$ km/h.	71
Figura 4.4a – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=20$ km/h.	72
Figura 4.4b – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=40$ km/h.	72
Figura 4.4c – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=60$ km/h.	73
Figura 4.4d – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=80$ km/h.	73
Figura 5.1 – Comboio de veículos.	74

Figura 5.2a – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=20\text{km/h}$	77
Figura 5.2b – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=40\text{km/h}$	77
Figura 5.2c – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=60\text{km/h}$	78
Figura 5.2d – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=80\text{km/h}$	78
Figura 5.3a – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=20\text{km/h}$	79
Figura 5.3b – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=40\text{km/h}$	79
Figura 5.3c – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=60\text{km/h}$	80
Figura 5.3d – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=80\text{km/h}$	80
Figura 5.4a – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=20\text{km/h}$	81
Figura 5.4b – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=40\text{km/h}$	81
Figura 5.4c – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=60\text{km/h}$	82
Figura 5.4d – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=80\text{km/h}$	82
Figura 5.5a – Flutuação do deslocamento vertical no meio do vão – $v=20\text{km/h}$	84
Figura 5.5b – Flutuação deslocamento vertical no meio do vão – $v=40\text{km/h}$	85
Figura 5.5c – Flutuação deslocamento vertical no meio do vão – $v=60\text{km/h}$	85
Figura 5.5d – Flutuação do deslocamento vertical no meio do vão – $v=80\text{km/h}$	86
Figura 5.6a – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=20\text{km/h}$	87
Figura 5.6b – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=40\text{km/h}$	87
Figura 5.6c – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=60\text{km/h}$	88
Figura 5.6d – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=80\text{km/h}$	88
Figura 5.7a – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=20\text{km/h}$	89
Figura 5.7b – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=40\text{km/h}$	89
Figura 5.7c – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=60\text{km/h}$	90
Figura 5.7d – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=80\text{km/h}$	90
Figura 6.1 – Valores dos incrementos dinâmicos em função da frequência natural fundamental da ponte.	93

Figura 6.2 – Esquema do compressor e caminhões-tipo utilizados na NB6 de 1943.....	95
Figura 6.3 – Classes de cargas e carregamentos de multidão propostos pela NB6 de 1960....	96
Figura 6.4 – Introdução dos deslocamentos estruturais u_{ej} para pneu i e iteração j	98
Figura 6.5 – Respostas dinâmicas de F_z no domínio do tempo.	99
Figura 6.6 – Resposta dinâmica de F_z no domínio da frequência – 1º iteração.....	100
Figura 6.7 – Resposta dinâmica de F_z no domínio da frequência – 2º iteração.....	100
Figura 6.8 – Resposta dinâmica de F_z no domínio da frequência – 3º iteração.....	101

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Propriedades de suspensões obtidas por diversos fabricantes (adaptada de GILLESPIE <i>et al.</i> ,1992).....	29
Tabela 2.2 – Propriedades de rigidez e amortecimento dos pneus segundo GILLESPIE (1992)	30
Tabela 2.3 – Valores típicos de momento de inércia segundo FACHER (1986).....	32
Tabela 2.4 – Parâmetros mecânicos e dinâmicos do veículo com 9 graus de liberdade. (SANTOS, 2007)	34
Tabela 2.5 – Classificação da irregularidade longitudinal, unidades em m/km (adaptada por FARIAS <i>et al</i> , 2002)	36
Tabela 2.6 – Categorias das irregularidades segundo CAMPOS (2004)	36
Tabela 2.7 – Coeficiente espectral de acordo com os padrões da ISO (HONDA <i>et al.</i> 1982). 37	
Tabela 2.8 – Correlação entre escalas da ISO e IRI adotadas no Brasil (HONDA <i>et al</i> ,1982) 38	
Tabela 2.9 – Parâmetros geométricos da seção unicelular da ponte considerada no estudo de caso.....	41
Tabela 4.1 – Descrição modal de vibração do veículo.	64
Tabela 6.1 – Carregamentos recomendados pela NBR7188.....	96

1. INTRODUÇÃO

1.1 BREVE RESUMO HISTÓRICO

Durante o século passado, em decorrência do surgimento de veículos cada vez mais velozes e pesados, sistemas de suspensão modernos e sistemas estruturais cada vez mais esbeltos, observou-se a ocorrência de fenômenos de vibração em pontes, induzidas pelo tráfego de veículos.

Sendo assim, pesquisadores propuseram modelos para que o problema pudesse ser estudado de forma relativamente simples. Destaca-se a primeira abordagem apresentada por WILLIS (1849), baseada em um modelo constituído por uma massa deslocando-se com velocidade constante sobre uma viga bi-apoiada. No mesmo ano, STOKES (1849) obteve uma equação de movimento por meio de expansão em séries.

Em 1928, TIMOSHENKO (1964), referindo-se a pontes ferroviárias, analisou o problema de uma carga impulsiva com velocidade constante, levando em consideração a massa da viga, as características dinâmicas do veículo e, ainda, os efeitos produzidos por rodas desbalanceadas de locomotivas.

INGLIS (1934) propôs soluções aproximadas para o problema, obtidas numericamente, e admitiu que a resposta dinâmica de uma viga bi-apoiada fosse representada pelo seu primeiro modo de vibração, reduzindo o problema a um grau de liberdade.

Em 1951, HILLERBORG analisou os efeitos de um sistema massa-mola deslocando-se sobre uma viga simplesmente apoiada, considerando que a flecha dinâmica, em qualquer instante, era proporcional à flecha estática.

Já em 1955, EDGERTON, BEECROFT e SCHEFFEY, notaram que os estudos apresentados, até então, eram determinísticos. Assim, realizaram análises paramétricas envolvendo diversos parâmetros como: tipologia estrutural, vão, propriedades físicas e dinâmicas veiculares e rugosidade do pavimento.

WEN, em 1960, apresentou como extensão ao trabalho de HILLERBORG, um veículo constituído de uma massa suspensa em dois eixos, assim introduzindo o grau de liberdade referente à rotação em torno do eixo horizontal e transversal ao veículo, ou movimento de *pitch*.

A partir dos anos 70, os modelos matemáticos utilizados na análise de problemas de vibração em pontes passaram a ser mais sofisticados, devido ao desenvolvimento do método dos elementos finitos e ao uso extensivo do computador.

Os modelos dos veículos passaram a basear-se em modelos analíticos, como sistemas massa-mola-amortecedor, para o desenvolvimento das equações de movimento do sistema acoplado veículo-estrutura. Em 1970, HUANG e VELETOS analisaram o comportamento dinâmico de placas retangulares com cargas móveis, ao mesmo tempo em que BRUCH (1973) realizou estudos semelhantes no Brasil. Para tal, considerou um modelo mais realista, simulando ao mesmo tempo a massa e a suspensão do veículo.

LEONARD, GRAISNGER E EYRE (1974) observaram os carregamentos dinâmicos de oito veículos pesados e chegaram à conclusão de que não se observava relação entre o peso do veículo e o carregamento dinâmico, sugerindo que a maior influência nos carregamentos era proveniente das propriedades dinâmicas do sistema de suspensão.

Ao final dos anos 80, tendo em vista o refinamento dos modelos adotados, a comunidade científica tomou conhecimento da grande influência da rugosidade do pavimento nos efeitos dinâmicos produzidos, sendo também observado o caráter não determinístico das irregularidades, que passou a ter destaque no que tange à modelagem das estruturas.

A metodologia proposta por SEDLACEK e DROSNER (1990), considerou a ponte discretizada em massas concentradas. Especial atenção foi dada às irregularidades da pista, as quais foram concebidas por um modelo não determinístico, com base na densidade espectral do pavimento levantada experimentalmente, em 1966, por BRAUN, em trechos rodoviários suíços. Os resultados obtidos foram considerados para a concepção de um modelo europeu único de carga.

FERREIRA (1991) sugeriu um modelo veicular constituído por massas, molas e amortecedores, representados por um único eixo. O modelo considerou somente os graus de liberdade de deslocamentos verticais, sendo as rotações desprezadas. Ainda se verificaram os efeitos das cargas móveis nos tabuleiros de pontes rodoviárias cujo resultados obtidos foram utilizados posteriormente para adequação do coeficiente de impacto recomendado pela NBR 7187/03.

Em 1992, CATIENI apresentou dados de ensaios dinâmicos realizados em pontes existentes, em diversos países europeus e nos Estados Unidos, cujo maior objetivo era observar o comportamento dinâmico das mesmas. Foram analisadas as passagens de veículos de classes variadas, sendo que a frequência para movimento de *heave* variou entre 1,7 e 5,6 Hz. Já a frequência para movimento de *pitch* variou entre 10,0 a 13,2 Hz.

NOWAK (1993), após investigações de modelos analíticos de pontes, concluiu que as cargas dinâmicas não dependem somente do vão, mas também da rugosidade da superfície do pavimento e das características dinâmicas veiculares.

SILVA, em 1996, avaliou os efeitos das irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários, e concluiu que os coeficientes de impacto, adotados pelas normas vigentes, não abrangiam todas as ações dinâmicas verticais provenientes do veículo.

ROSSIGALI (2006), a partir de informações de tráfego em rodovias federais, publicadas pelo DNIT (www.dnit.gov.br), efetuou um estudo estatístico para criar uma base de dados, composta dos veículos com maior frequência de ocorrência nas rodovias federais brasileiras.

1.2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS

As investigações da resposta dinâmica das estruturas de pontes submetidas ao tráfego vêm sendo abordadas sob diversos enfoques que partem das análises experimentais e teóricas e alcançam as modelagens computacionais. Nestes estudos, é de extrema importância a consideração dos dados referentes ao tráfego real atuante nas malhas rodoviárias, assim como o estado de conservação dos pavimentos. Tudo isso visa a simular, de maneira mais realística, os efeitos dinâmicos mais preponderantes nas respostas dos sistemas dinâmicos estruturais.

Frequentemente, as considerações dos efeitos dinâmicos estruturais estão baseadas na adoção de coeficientes de amplificação dinâmica aplicados sobre as cargas estáticas, baseados geralmente em aspectos geométricos, que por vezes, não são suficientes para atender aos estados limites de fissuração e critérios de vibração, podendo reduzir a margem de segurança estrutural. Atualmente, os mais recentes códigos de projeto de pontes têm apresentado modelos de cargas móveis calibrados de forma a cobrir os efeitos do tráfego rodoviário, já incluindo os efeitos dinâmicos devido à passagem de veículos (PRAT, 2001; NOVAK, 1993),

infelizmente, propiciam assim, a continuidade do tratamento estático aos problemas dinâmicos.

Assim, neste trabalho propõe-se um aprimoramento do modelo veicular de oito graus de liberdade utilizado para veículos classe 3C (SANTOS, 2007), introduzindo um nono grau de liberdade, referente à rotação em torno do eixo longitudinal ou movimento de *roll*. Ainda, são determinados os esforços provenientes do veículo modelado sobre pavimento indeslocável com perfis de rugosidade semelhantes e diferentes sob cada linha de pneus. Os esforços serão condensados a três graus de liberdade em modelo estrutural unifilar, representando o veículo em movimento, visando a identificar as flutuações dos esforços de torção provenientes da diferença entre os perfis de rugosidade do pavimento sob cada linha de rodagem dos pneus do veículo estudado.

São confrontados resultados para duas situações de tráfego, sendo a primeira para veículo isolado trafegando sobre a estrutura, e a segunda para um comboio de veículos. Os resultados também serão confrontados com os resultados reais, obtidos em ensaios de campo. Ainda, é determinado o erro contido na adoção de pavimento indeslocável, tendo em vista que os esforços tendem a ser amplificados com a adoção dessa hipótese.

1.3 METODOLOGIA

Os estudos foram realizados utilizando modelagens computacionais, em que se adota o método de integração numérica de Newmark no domínio do tempo, para a obtenção das respostas dinâmicas, tanto a veicular quanto a estrutural.

As modelagens foram efetuadas com a utilização do software de modelagem estrutural e análise dinâmica ADINA – *Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis.*,

disponibilizado no Laboratório de Mecânica Computacional da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

2. PROCEDIMENTOS DE MODELAGEM

2.1 MODELAGEM VEICULAR

2.1.1. Desenvolvimento dos modelos de carregamento

Nos últimos anos, tem-se verificado uma tendência na utilização de modelos de cargas móveis calibrados de forma a cobrir os efeitos do tráfego rodoviário, já incluindo os efeitos dinâmicos devidos à passagem de veículos (PRAT, 2001; NOVAK, 1993).

No Brasil, esforços no sentido de modernizar as normas de cargas de veículos já produziram trabalhos de grande valia como a de ROSSIGALI (2006), que realizou estudos estatísticos envolvendo diversas variáveis dos atuais veículos que atualmente trafegam nas rodovias brasileiras como: classificação dos veículos, distância entre eixos, distribuição de peso por eixo (ver Figura 2.1), entre outros. Sendo assim criou uma base reduzida de dados de veículos a qual analisou os efeitos da passagem desses veículos em pontes representativas da malha rodoviária brasileira e os comparou aos correspondentes aos veículos-tipo das normas NB 6 (1960) e NBR7188 (1982).

Figura 2.1 – Distribuição relativa de carga nos eixos dos veículos de configurações mais frequentes (ROSSIGALI,2006).

Ainda no trabalho de ROSSIGALI, os esforços solicitantes foram calculados estaticamente e posteriormente multiplicados pelo coeficiente de impacto, conforme expresso pela NBR 7188, e a partir dos histogramas de frequência de ocorrência dos veículos por faixa de peso bruto total, construíram-se os histogramas dos esforços solicitantes nas seções críticas das pontes consideradas, devidos à passagem de veículos isolados. O ajuste de funções de densidade de probabilidade a estes histogramas permitiu o uso da estatística de extremos para estimar os máximos efeitos do tráfego real no intervalo de tempo de referência.

Sendo assim, os modelos de carregamento desenvolvidos substituiriam o carregamento de projeto adotado atualmente na NBR 7188, devendo estar sujeitos a atualizações, função de novos dados de tráfego e de sua própria evolução.

Nas Figuras 2.2 e 2.3 são apresentados os histogramas de distribuição da frequência de veículos, obtidos a partir das planilhas de dados publicados pelo DNIT, e posteriormente refinados com a utilização de dados oriundos das planilhas de peso por tipo de eixo (ROSSIGALI, 2006). Salienta-se que nas regiões produtoras de cana de açúcar, principalmente no estado de São Paulo, esta havendo um crescimento da frequência dos veículos de classe 4C.

Figura 2.2 – Distribuição de frequência relativa das classes de veículos (ROSSIGALI,2006).

Figura 2.3 – Distribuição de veículos pesados (ROSSIGALI,2006).

2.1.2. Classes de veículos

Os veículos pesados podem ser monolíticos – quando constituídos somente por uma parte (ver Figura 2.4) – ou composto, quando constituídos por uma unidade tratora e mais unidades de carga (ver Figura 2.5 e 2.6). Eles são agrupados em classes e identificados por códigos. Os sistemas de identificação da classe do veículo devem contemplar algumas informações básicas sobre o veículo, como: o número de partes que o constituem, a configuração dos eixos e o tipo de conexão usada nas partes do veículo.

Figura 2.4 – Veículo monolítico – classe C. (www.sst.eesc.usp.br)

Basicamente existem dois tipos de conexão entre as partes de veículos, são elas: conexões do tipo semi-reboque (Ver Figura 2.6), onde a unidade de carga se engata na unidade tratora através do pino-rei, e conexões do tipo reboque (Ver Figura 2.5).

Figura 2.5 – Veículo do tipo reboque – classe C. (www.sst.eesc.usp.br)

Figura 2.6 – Veículo do tipo semi-reboque – classe S. (www.nitrotec.com.br)

A classificação dos veículos pesados adotada pelos DER's – Departamentos de Estrada de Rodagens – consideram os veículos monolíticos e os veículos com ligações do tipo reboque como veículos de classe C, enquanto os veículos com ligações semi-reboques estão classificados na classe S. Ainda se devem diferenciar os veículos através da quantidade de eixos, sendo este o número introduzido no início do código. Para diferenciação entre caminhões e ônibus adota-se a letra O no início de cada código classificatório, neste último caso.

2.1.3. Propriedades das suspensões veiculares

As suspensões veiculares têm como função principal o isolamento das vibrações oriundas do meio exterior dos veículos, mantendo a dirigibilidade e proporcionando maior conforto aos usuários, ao mesmo tempo em que atenua os esforços transmitidos entre o veículo e pavimento.

Assim devem-se considerar dentro de um projeto de suspensão diversos fatores, entre eles a sensibilidade humana às vibrações, que nos últimos anos vem sendo investigado de modo a criar diretrizes de conforto para dimensionamento do sistema de amortecimento veicular.

Em 1993, BASTOW indicou de forma geral que frequências de vibração vertical situadas entre 1,5 e 2,3Hz são consideradas confortáveis para os seres humanos. Para as vibrações longitudinais e transversais esses valores devem ser menores que 1,5Hz.

De maneira simplificada o sistema de suspensão pode ser representado por um conjunto de massas, molas e amortecedores. A massa suspensa representa a carroceria do veículo, ligada por meio do sistema de suspensão ao eixo do veículo, representado pela massa não suspensa (ver Figura 2.7).

Os pneus podem ser representados por um conjunto mola-amortecedor, isso se sua característica viscoelástica for levada em consideração, mas também é comum desprezá-la, considerando-o como se fosse um material elástico perfeito.

Figura 2.7 – Representação simplificada do sistema de suspensão.

2.1.4. Tipos de suspensão

As suspensões para eixos não direcionais tandem duplo mais frequentes são: quatro molas em feixes de lâmina (Figura 2.8), molas pneumáticas (Figura 2.9) e viga de eixo (Figura 2.10). (FACHER, 1986 apud MELO, 2007).

Figura 2.8 – Suspensão constituída por quatro molas (MELO,2007)

Figura 2.9 – Suspensão constituída por molas pneumáticas (MELO,2007)

Figura 2.10 – Suspensão constituída por viga de eixo (MELO,2007)

As suspensões constituídas por sistemas de molas são consideradas passivas, ou seja, não altera suas propriedades físicas e mecânicas dada uma solicitação. Em geral os veículos são equipados com os tipos de suspensões apresentados, outros são equipados por suspensões a ar comprimido, barras de torção ou mesmo elementos de borracha que exercem funções semelhantes ao sistema de molas. Ainda, existem as suspensões ativas, que alteram sua rigidez em função do nível de solicitação ou carregamento transportado. (GILLESPIE *et al.* 1992).

Em 1993, SHAW estimou valores entre 10 e 12Hz em análises dinâmicas para suspensões passivas isoladas, constituídas por viga de eixo e suspensões com quatro molas.

Sob pequenos deslocamentos, tipicamente durante a locomoção do veículo, a fricção entre os feixes de lâminas altera as características dinâmicas das suspensões. Sendo assim deve-se corrigir o amortecimento do sistema de suspensão de forma a considerar a energia dissipada pelo atrito Coulomb entre os feixes.

Ainda, deve-se considerar o aumento da chamada rigidez nominal da mola (ver Figura 2.11), quando comparado com a rigidez do sistema massa-amortecedor que considera a energia dissipada devida ao atrito Coulomb, chamada de rigidez em locomoção (FACHER, 1986 apud MELO, 2007).

Molas em feixes de lâminas parabólicas geralmente oferecem menor fricção entre os seus elementos e pode requerer um sistema auxiliar de absorsores de choque.

Figura 2.11 – Relação força-deslocamento característica de uma mola em feixe de lâminas (adaptada de GILLESPIE *et al.*, 1992)

A Tabela 2.1 (adaptada por GILLESPIE *et al.* 1992) apresenta as propriedades que foram obtidas durante experimentos realizados com diversos tipos de suspensão, de diversos fabricantes.

Posição da Suspensão	Tipo de Suspensão	Faixa de Rigidez (Por mola) (kN/m)	Coef. de Amortecimento (Por amortecedor) (kN.s/m)	Massa não Suspensa (kg)
Eixo direcional	Lâminas convencionais (capacidade 55kN)	241 até 295	3,0	635,0
Eixo direcional	Lâminas parabólicas	165 até 192	3,0	635,0
Eixo direcional	Lâminas convencionais (capacidade 82kN)	375 até 429	3,0	635,0
Eixo simples trativo	Feixe de lâminas	482 até 589	6,0	1089,0

Posição da Suspensão	Tipo de Suspensão	Faixa de Rigidez (Por mola) (kN/m)	Coef. de Amortecimento (Por amortecedor) (kN.s/m)	Massa não Suspensa (kg)
Eixo trativo em tandem duplo	4-molas convencionais	482 até 589	6,0	2132,0
Eixo trativo em tandem duplo	4-molas parabólicas	231 até 393	6,0	2132,0
Eixo trativo em tandem duplo	Molas pneumáticas	161 até 179	9,0	2132,0
Eixo trativo em tandem duplo	Viga de eixo	2679 até 3214	0,0	2223,0
Eixo dianteiro	Molas pneumáticas	161 até 179	9,0	635,0
Eixo simples de semi-reboque	Feixe de lâminas	482 até 589	6,0	680,0
Eixo de semi-reboque em tandem duplo	4-molas convencionais	482 até 589	6,0	1361,0
Eixo de semi-reboque em tandem duplo	4-molas parabólicas	321 até 393	6,0	1361,0
Eixo de semi-reboque em tandem duplo	Molas pneumáticas	161 até 179	9,0	1361,0
Eixo simples de reboque	Feixe de lâminas	482 até 589	3,0	680,0
Eixo de reboque em tandem duplo	4-molas parabólicas	321 até 393	6,0	1361,0

Tabela 2.1 – Propriedades de suspensões obtidas por diversos fabricantes (adaptada de GILLESPIE *et al.*,1992)

2.1.5. Propriedades dos pneus

A função básica do pneu é reter o ar sob pressão, para suportar o peso total do veículo, transmitindo tração e direção. Existem dois tipos de pneus: o convencional e o radial.

Em outras palavras, o pneu pode ser considerado como um toróide viscoelástico que suporta o peso da massa total do veículo sobre o pavimento. Os pneus são modelados como um conjunto de molas e amortecedores, apresentando um comportamento linear, que conectam os eixos do veículo ao pavimento.

De acordo com GILLESPIE (1992), as propriedades de rigidez e o coeficiente de amortecimento para cada grupo de pneus são resumidos na Tabela 2.2. Observa-se que esses

valores são de referência, ressaltando que a sua calibragem altera significativamente esses valores.

Tipo de pneu	Rigidez por pneu (kN/m)	Coef. de amortecimento por pneu (kN.s/m)
Convensional Simples	839	1,0
Base Larga Simples	1250	1,0
Convensional Duplo	839	1,0
"Heavy Duty" Duplo	1071	1,0

Tabela 2.2 – Propriedades de rigidez e amortecimento dos pneus segundo GILLESPIE (1992)

2.1.6. Propriedades mecânicas dos veículos

Para formulação dos esforços dinâmicos, é de suma importância a consideração das propriedades mecânicas do veículo.

Os veículos são tratados como corpos rígidos e, de maneira mais detalhada, são compostos por: massa suspensa, sistema de amortecedores, massa não suspensa e pneus, conforme a representação do veículo classe 3C (Figura 2.12) utilizado nos estudos de caso do capítulo 5.

Figura 2.12 – Modelo do veículo classe 3C e eixos de inércia.

O momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo y pode ser estimado de acordo com a equação 2.1, utilizando-se das variáveis ilustradas na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Variáveis para determinação do momento de inércia.

$$I_{yy} = \int_{-X_2}^{+X_1} \int_{-Z_2}^{+Z_1} (\mathbf{x}^2 + \mathbf{z}^2) \rho \cdot dV = \rho \cdot \left[\frac{(\mathbf{X}_1^3 + \mathbf{X}_2^3) \mathbf{Y} \mathbf{Z} + (\mathbf{Z}_1^3 + \mathbf{Z}_2^3) \mathbf{X} \mathbf{Y}}{3} \right], \quad (2.1a)$$

considerando:

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_2 = \frac{\mathbf{X}}{2}, \quad \mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}}{2} \quad \text{e} \quad I_{yy} = \mathbf{M} \cdot \frac{(\mathbf{X}^2 + \mathbf{Z}^2)}{12}, \quad (2.1b)$$

onde,

X é comprimento na direção x;

Y é comprimento na direção y;

Z é o comprimento na direção z ;

M é a massa suspensa do veículo.

Para a inércia em torno de x pode-se utilizar a equação 2.2, variante da 2.1.,

$$\mathbf{I}_{xx} = \int_{-Y_2-Z_2}^{+Y_1+Z_1} \int (\mathbf{y}^2 + \mathbf{z}^2) \rho \cdot dV = \rho \cdot \frac{[(Y_1^3 + Y_2^3)XZ + (Z_1^3 + Z_2^3)XY]}{3}, \quad (2.2a)$$

considerando:

$$Y_1 = Y_2 = \frac{Y}{2}, Z_1 = Z_2 = \frac{Z}{2} \text{ e } I_{yy} = M \cdot \frac{(Y^2 + Z^2)}{12}, \quad (2.2b)$$

onde, Y é comprimento em na direção y .

Na Tabela 2.3 são apresentados valores típicos para o momento de inércia da massa suspensa em torno do eixo y . Os valores foram obtidos de acordo com FACHER (1986 apud MELO 2007) e podem ser utilizados como referência para os modelos dos veículos de carga. Porém, esse trabalho não faz referência ao momento de inércia $\mathbf{I}_{xx}$, sendo esse valor estimado posteriormente para o estudo de caso.

Descrição	Modelo	$I_{yy} \text{ (t.m}^2\text{)}$
Caminhões rígidos	GMC 8500V-6	55
Cavalos mecânicos	Ford 9000	37
	GMC Astro 95	28
	Ford 800	19
Semi-Reboques (de acordo com o comprimento)	14,6 m eixo em tandem (Vazio)	153
	14,6 m eixo em tandem (Carregado)	558
	13,7 m eixo em tandem (Vazio)	126
	13,7 m eixo em tandem (Carregado)	462
	12,8 m eixo em tandem (Vazio)	109
	12,8 m eixo em tandem (Carregado)	385
	8,5 m eixo em tandem (Vazio)	55
	8,5 m eixo em tandem (Carregado)	140
	8,2 m eixo em tandem (Vazio)	48
	8,2 m eixo em tandem (Carregado)	124

Tabela 2.3 – Valores típicos de momento de inércia segundo FACHER (1986)

2.1.7. Modelo do veículo de classe 3C a ser adotado

Como visto no item 2.1.1, a grande parte dos veículos que trafegam nas rodovias federais é composta por veículos de classe 3C, fato que conduz à sua utilização no estudo proposto.

O modelo do veículo a ser adotado nos estudos dos capítulos posteriores (Figura 2.14a e 2.14b) apresenta nove graus de liberdade, sendo seis graus referentes ao deslocamento vertical da massa não suspensa (u_{p1} , u_{p2} , u_{p3} , u_{p4} , u_{p5} e u_{p6}), um ao deslocamento vertical da massa suspensa (u_v) e dois graus referentes às rotações da massa suspensa (θ_{vx} e θ_{vy}). Os parâmetros mecânicos e dinâmicos associados ao modelo são exibidos na Tabela 2.4.

Figura 2.14a – Modelo veicular – corte longitudinal.

Figura 2.14b – Modelo veicular – corte transversal.

Parâmetro	Veículo com 9GL
m_v	20,3t
I_{yy}	65 tm^2
I_{xx}	15 tm^2
m_{pt}	0,53 t
m_{pd}	0,32 t
k_{vd}	432 kN/m
k_{vt}	585 kN/m
k_{pd}	840 kN/m
k_{pt}	1680 kN/m
c_{vd}	3,0 kNs/m
c_{vt}	6,0 kNs/m
c_{pd}	1,0 kNs/m
c_{pt}	1,0 kNs/m
d_1	4,0 m
d_2	0,8 m
d_3	2,0 m
d_4	2,2 m

Tabela 2.4 – Parâmetros mecânicos e dinâmicos do veículo com 9 graus de liberdade. (SANTOS, 2007)

2.2 MODELAGEM DO PAVIMENTO

2.2.1. Irregularidade do pavimento

Segundo PINTO e PREUSSLER (2002), a irregularidade longitudinal do pavimento é uma característica que pode ter origem congênita, ou seja, decorrente de imperfeições surgidas durante a construção, assim como pode resultar de problemas ocorridos após o início da operação da via, como resultado das ações conjuntas ou isoladas das cargas do tráfego e de fatores ambientais.

Os movimentos e esforços indesejáveis causados pela irregularidade conduzem a uma condição de rolamento desconfortável, insegura e anti-econômica, razão pela qual a determinação da irregularidade de um pavimento tem sido considerada, com boa aproximação, uma medida direta de sua serventia.

Visando a padronizar as medições, o Banco Mundial, em 1982, financiou uma pesquisa no Brasil para estabelecer um padrão de medida de irregularidades nos pavimentos, cujo resultado foi a obtenção do *International Roughness Index – IRI*, que tem sido empregado mundialmente como referência para se efetuarem comparações entre medidas de diferentes tipos de equipamentos de mensuração.

Valores típicos de *IRI* variam entre 0 a 5 m/km, sendo que valores elevados indicam superfícies de pavimento piores quanto aos aspectos de fluidez, conforto e segurança. Os valores comparativos entre alguns países podem ser observados na Tabela 2.5.

EUA		Brasil		Espanha		Chile		Uruguai		Honduras	
Muito Bom	0 - 0,95	Excelente	< 2,5	Excelente	0 - 1,5	Bom	0 - 3,0	Muito Bom	0 - 3,2	Bom	0 - 3,0
Bom	0,95 - 1,5	Bom	2,5 - 3,0	Aceitável	1,5 - 2,5			Bom	3,2 - 3,9		
Regular	1,5 - 2,7	Regular	3,0 - 4,0	Regular	2,5 - 4,0	Regular	3,0 - 4,0	Regular	4,0 - 4,6	Regular	3,5 - 6,0
Ruim	> 2,7	Mau	4,0 - 5,0	Não Desejável	> 4,0	Ruim	> 4,0	Ruim	> 4,6	Ruim	> 6,0
		Péssimo	> 5,0					Ruim	> 4,6		
Fonte: AASHTO (1999)		Fonte: SGP-DNER (2001)		Fonte: Rio (1977)		Fonte: Partifio e Anguas (1998)					

Tabela 2.5 – Classificação da irregularidade longitudinal, unidades em m/km (adaptada por FARIAS *et al*, 2002)

Segundo BENEVIDES (2006), pode-se atribuir desconforto aos deslocamentos verticais, entretanto, os deslocamentos laterais são responsáveis pelas maiores ações dinâmicas dos veículos, que surgem devido a diferenças nas declividades transversais do pavimento e curvas horizontais.

CAMPOS (2004 apud BENEVIDES, 2006), explica que as irregularidades podem ser divididas em categorias, de acordo com a amplitude ($A1$) e o “comprimento de onda” (λ) de acordo com a Tabela 2.6.

Ondas	λ (m)	$A1$ (mm)
Curtas	0,5 - 5,0	1 - 20
Médias	5,0 - 15,0	5 - 50
Longas	15,0 - 50,0	10 - 200

Tabela 2.6 – Categorias das irregularidades segundo CAMPOS (2004)

As ondas com dimensões fora dos intervalos da Tabela 2.6 não são consideradas irregularidades; elas são avaliadas como microtextura, macrotextura e megatextura do pavimento.

2.2.2. Criação do perfil de irregularidades do pavimento

O perfil da rugosidade de um pavimento rodoviário pode ser tomado como um processo aleatório estacionário, com média zero. Um pavimento rodoviário pode ser descrito através de funções de densidade espectral, obtidas experimentalmente.

Em 1982, HONDA realizou medições de 84 trilhas de roda em 56 pontes rodoviárias do Japão, compostas de sistemas estruturais variados. Assim, calibrou-se uma função de densidade espectral da rugosidade, expressa pela função 2.3, sendo $\bar{\alpha}$ o coeficiente espectral de rugosidade, função do estado de conservação do pavimento, dado na Tabela 2.7, e β o expoente de rugosidade do espectro, considerado igual a 2,03 para pavimentos asfálticos e igual a 1,85 para pavimentos em concreto.

$$S_r(\mathbf{w}) = \bar{\alpha} \cdot (\mathbf{w}_k)^{-\beta}, \quad (2.3)$$

sendo:

w_k a frequência de onda, equivalente ao inverso do comprimento de onda.

Condição do pavimento	$\bar{\alpha}$ ($\text{m}^2/(\text{m}/\text{ciclo})$)
Muito boa	$\bar{\alpha} \leq 0,24 \times 10^{-6}$
Boa	$0,24 \times 10^{-6} < \bar{\alpha} \leq 1,0 \times 10^{-6}$
Regular	$1,0 \times 10^{-6} < \bar{\alpha} \leq 4,0 \times 10^{-6}$
Ruim	$4,0 \times 10^{-6} < \bar{\alpha} \leq 16,0 \times 10^{-6}$
Muito Ruim	$\bar{\alpha} > 16,0 \times 10^{-6}$

Tabela 2.7 – Coeficiente espectral de acordo com os padrões da ISO (HONDA *et al.* 1982)

A correlação do padrão da *ISO* com a escala *IRI*, adotada no Brasil, pode ser encontrada na Tabela 2.8.

Condição do pavimento (IRI no Brasil)	$\bar{\alpha}$ (m ² /(m/ciclo))	IRI (m / km)
Excelente	$\bar{\alpha} \leq 0,24 \times 10^{-6}$	$IRI \leq 1,90$
Excelente → Regular	$0,24 \times 10^{-6} < \bar{\alpha} \leq 1,0 \times 10^{-6}$	$1,90 < IRI \leq 3,80$
Regular → Péssimo	$\bar{\alpha} > 1,0 \times 10^{-6}$	$IRI > 3,80$

Tabela 2.8 – Correlação entre escalas da ISO e IRI adotadas no Brasil (HONDA *et al*,1982)

Para a geração do perfil de rugosidade longitudinal, utilizam-se k frequências de espectros de rugosidades, dentro dos valores passíveis de classificação, segundo CAMPOS (2004), Tabela 2.6.

Utiliza-se o coeficiente espectral conforme os padrões de qualidade da *ISO* (ver Tabela 2.7). A correlação entre o padrão *ISO* e a escala de medição adotada no Brasil, o *IRI*, pode ser encontrada na Tabela 2.8. Ainda, adota-se o expoente de rugosidade do espectro igual a 1,85, que corresponde a um pavimento asfáltico.

A amplitude da irregularidade pode ser descrita através da equação 2.4.

$$\mathbf{a}_k = \sqrt{4S_r(\mathbf{w}_k)\Delta\mathbf{w}}, \quad (2.4)$$

onde:

S_r é a função de densidade espectral;

Δw é o passo de frequência adotado.

O perfil longitudinal é, então, representado por uma série periódica de cossenos, de acordo com 2.5.

$$\mathbf{u}_{ir}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N \mathbf{a}_k \cdot \cos(2\pi\mathbf{w}_k\mathbf{x} + \phi_k), \quad (2.5)$$

onde:

u_{ir} é a rugosidade aleatória do pavimento;

a_k é a amplitude para a frequência considerada;

ϕ_k é o ângulo de fase, gerado de maneira aleatória.

Nas Figuras: 2.15a, 2.15b e 2.15c, são encontrados perfis de irregularidade longitudinal para diversas classificações.

Figura 2.15a – Perfil de rugosidade considerando $IRI = 4,42\text{m/km}$, $\alpha=1,0 \times 10^{-6}$, $\beta=1,85$ e $0,5\text{m} \leq \lambda \leq 50\text{m}$

Figura 2.15b – Perfil de rugosidade considerando $IRI = 2,56\text{m/km}$, $\alpha=0,3 \times 10^{-6}$, $\beta=1,85$ e $0,5\text{m} \leq \lambda \leq 50\text{m}$

Figura 2.15c – Perfil de rugosidade considerando $IRI = 1,28\text{m/km}$, $\alpha=0,1 \times 10^{-6}$, $\beta=1,85$ e $0,5\text{m} \leq \lambda \leq 50\text{m}$

Nos capítulos posteriores serão apresentados alguns estudos de caso onde será adotada a metodologia aqui descrita para obtenção do perfil de rugosidade do pavimento. Embora exista uma correlação entre trilhos de rugosidade em faixas de 2,0m de largura, serão adotados perfis diferentes de rugosidade sob cada linha de rodagem dos veículos. Os efeitos locais, como de juntas de dilatação, serão desprezados nos estudos.

2.3 MODELAGEM ESTRUTURAL

Para os estudos de caso, realizados nos capítulos posteriores, será considerada uma ponte bi-apoiada, com apoios modelados na “linha neutra” da seção. A estrutura é composta por concreto e aço, estrutura mista, com seção unicelular (ver Figura 2.16), altura constante a 5,60m e vão livre de 112,00m, proposta para o Rodoanel Metropolitano Mário Covas, em São Paulo.

A escolha da tipologia estrutural, ponte reta com seção caixão, está fundada na facilidade de obtenção dos parâmetros geométricos ligados à torção, assim como a facilidade da representação com modelo estrutural de baixa hierarquia, que por consequência exige uma

onde:

A é a área limitada pelos eixos das paredes da seção celular ou área de Bredt;

S é a área da seção unicelular;

I_{yy} é o momento de inércia da seção estrutural em torno do eixo y ;

I_{zz} é o momento de inércia da seção estrutural em torno do eixo z ;

W_s é o módulo de resistência em relação à borda superior;

W_i é o módulo de resistência em relação à borda inferior;

I_t é o momento de inércia à torção;

y_s é a distância do centro de gravidade à face superior;

y_i é a distância do centro de gravidade à face inferior.

Ainda, presume-se que o concreto tenha módulo de elasticidade secante igual a 16153MPa, considerando que relação dos módulos de elasticidade do aço e do concreto $\alpha_e = 13$. Já do ponto de vista dinâmico, é considerado um amortecimento estrutural tipo Rayleigh com os parâmetros a_0 e a_1 ajustados para uma taxa de amortecimento de 6% (CANTIENI, 1984) apresentados na Figura 2.17.

Figura 2.17 – Relação entre taxa de amortecimento e frequência para amortecimento Rayleigh.

Com o modelo computacional tridimensional é possível a obtenção dos principais modos de vibração estrutural, sendo detectados modos secundários que serão desprezados em análises posteriores, já que esse trabalho visa à modelagem estrutural com poucos graus de liberdade. Nas Figuras 2.18 a 2.21 são encontrados os quatro primeiros modos principais de vibração da ponte de concreto armado considerada.

O primeiro modo de vibração corresponde a um modo de flexão vertical, já o segundo modo corresponde a um modo de flexão lateral. O terceiro modo de vibração refere-se ao segundo modo de vibração vertical, enquanto o quarto modo de vibração refere-se ao primeiro modo de torção.

Figura 2.18 – Primeiro modo de vibração estrutural – modo de flexão – $f_1 = 0,637$ Hz.

Figura 2.19 – Segundo modo de vibração da estrutura – modo de flexão – $f_2 = 1,294$ Hz.

Figura 2.20 – Terceiro modo de vibração da estrutura – modo de flexão – $f_3 = 2,279$ Hz.

Figura 2.21 – Quarto modo de vibração da estrutura – modo de torção – $f_4 = 3,014$ Hz.

3. FORÇAS DE INTERAÇÃO E EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

3.1 ASPECTOS GERAIS

Com base no capítulo anterior, que fornece todos os subsídios para a modelagem do veículo classe 3C, modelagem estrutural e criação do perfil de rugosidade, iniciam-se os estudos a partir da modelagem veicular, adotando pavimento indeslocável (isto é, sobre estrutura rígida) e admitindo contato contínuo entre pneu e pavimento para obtenção dos esforços de interação entre pneu e pavimento, com velocidades do veículo variando entre 20 e 80km/h.

Realizam-se análises para dois pavimentos distintos, sendo que a primeira análise considera um perfil idêntico de rugosidade sob as duas linhas de rodagem dos pneus do veículo enquanto a segunda considera perfis de rugosidade diferentes, embora exista boa correlação entre perfis. Ainda, estudam-se duas situações de tráfego, em que se avaliam os efeitos do veículo isolado e os de diversos veículos trafegando sobre a estrutura, de modo a proporcionar interferências construtivas e destrutivas de ondas de vibração. No caso do comboio não são consideradas aleatoriedade dos eventos, sendo que os veículos apresentam defasagem de tempo igual entre eles, como discutido adiante.

Utiliza-se um perfil de rugosidade para um pavimento asfáltico com má qualidade de conservação, correspondendo a um IRI de 4,4m/km e comprimento de onda das

irregularidades que se enquadra dentro da classificação de CAMPOS, como visto em 2.2.1. Para diferenciação entre perfis de rugosidade de um lado e do outro do veículo, são utilizados ângulos de fase distintos, de acordo com 2.2.2. Os esforços obtidos para as reações dos pneus são condensados estaticamente a três esforços principais, sendo eles: momento em torno do eixo x, momento em torno do eixo y e a força na direção z. Esses esforços são considerados no centro de gravidade do veículo e conseqüentemente aplicados em modelo estrutural de baixa hierarquia, discutido mais adiante.

3.2 FORÇAS DE INTERAÇÃO VEÍCULO-PAVIMENTO

Devido ao sistema complexo de interação entre os elementos envolvidos e à existência de acoplamento entre os movimentos da estrutura e do veículo, há uma grande dificuldade para a modelagem do sistema. Porém, para a pesquisa proposta, propõe-se realizar o desacoplamento entre veículo e estrutura, ou seja, calculam-se separadamente as ações dinâmicas do veículo sobre o pavimento indeslocável, aplicando-os em seguida sobre a estrutura.

A solicitação do sistema estrutural ocorre de forma variável no tempo, como verificado na equação 3.1. Considerando, agora, a força solicitante como uma força de interação veículo-pavimento em função do tempo, admitindo que não haja perdas no contato entre pneu e pavimento, tem-se que:

$$\mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^p \mathbf{f}_{\text{ei}}(\mathbf{t}) + \mathbf{f}_{\text{ai}}(\mathbf{t}), \quad (3.1)$$

onde,

$\mathbf{F}_{\text{int}}$ é a força de interação veículo-pavimento,

$\mathbf{f}_{\text{ei}}$ é a força elástica exercida no ponto de contacto i ;

f_{ai} é a força do amortecedor exercida no ponto de contacto i , que não se encontra em fase com a força elástica;

p é a quantidade de pontos de contacto.

A força de interação obtida para cada pneu do veículo pode ser reescrita em função do deslocamento relativo e da aceleração relativa (ver Figura 3.1), assim sendo função do deslocamento veicular, da rugosidade do pavimento e do deslocamento estrutural ue , que para pavimentos indeslocáveis é nulo; isso devido à hipótese de modelagem desacoplada e estrutura rígida:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{int,i}(\mathbf{t}) &= \mathbf{f}_e(\mathbf{t}) + \mathbf{f}_a(\mathbf{t}) = \mathbf{k}_{vi}(\mathbf{u}_{vi} - \mathbf{u}_{pi}) + \mathbf{c}_{vi}(\dot{\mathbf{u}}_{vi} - \dot{\mathbf{u}}_{pi}) + \mathbf{k}_{pi}(\mathbf{u}_{pi} - (\mathbf{u}_e + \mathbf{u}_r)) + \mathbf{c}_{pi}(\dot{\mathbf{u}}_{vi} - (\dot{\mathbf{u}}_e + \dot{\mathbf{u}}_r)) \\ \mathbf{F}_{int,i}(\mathbf{t}) &= \mathbf{k}_{vi}(\mathbf{u}_{vi} - \mathbf{u}_{pi}) + \mathbf{c}_{vi}(\dot{\mathbf{u}}_{vi} - \dot{\mathbf{u}}_{pi}) + \mathbf{k}_{pi}(\mathbf{u}_{pi} - \mathbf{u}_r) + \mathbf{c}_{pi}(\dot{\mathbf{u}}_{vi} - \dot{\mathbf{u}}_r) \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde,

u_{vi} é o deslocamento da massa suspensa em relação à superfície rígida (estrutura indeformada), referido ao i -ésimo ponto de contato;

u_{pi} é o deslocamento da massa não suspensa em relação a superfície rígida (estrutura indeformada), referido ao i -ésimo ponto de contato;

u_r é a coordenada da função rugosidade do pavimento, considerando a superfície estrutural como origem da função. (Ver Figura 3.1)

Figura 3.1 – Deslocamento relativo para pneu i do veículo com 9 graus de liberdade.

Pode-se, ainda, escrever $\dot{\mathbf{u}}_r$ em função da velocidade do veículo, ou seja:

$$\dot{\mathbf{u}}_r = \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{v}. \quad (3.3)$$

Dessa forma é possível escrever as equações de movimento para o sistema mecânico veicular com nove graus de liberdade:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{m}_{p1} \ddot{\mathbf{u}}_{p1} = \mathbf{k}_{v1} (\theta_x \mathbf{d}_4 + \theta_y \mathbf{d}_1 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p1}) - \mathbf{k}_{p1} \mathbf{u}_{p1} + \mathbf{k}_{p1} \mathbf{u}_{r1} - \mathbf{m}_{p1} \mathbf{g} + \\ \quad + \mathbf{c}_{v1} \left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p1} \right) - \mathbf{c}_{p1} \dot{\mathbf{u}}_{p1} + \mathbf{c}_{p1} \dot{\mathbf{u}}_{r1} \\ \mathbf{m}_{p2} \ddot{\mathbf{u}}_{p2} = \mathbf{k}_{v2} (\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_3 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p2}) - \mathbf{k}_{p2} \mathbf{u}_{p2} + \mathbf{k}_{p2} \mathbf{u}_{r2} - \mathbf{m}_{p2} \mathbf{g} + \\ \quad + \mathbf{c}_{v2} \left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p2} \right) - \mathbf{c}_{p2} \dot{\mathbf{u}}_{p2} + \mathbf{c}_{p2} \dot{\mathbf{u}}_{r2} \\ \vdots \end{array} \right.$$

$$\mathbf{m}_{p3} \ddot{\mathbf{u}}_{p3} = \mathbf{k}_{v3} (\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_2 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p3}) - \mathbf{k}_{p3} \mathbf{u}_{p3} + \mathbf{k}_{p3} \mathbf{u}_{r3} - \mathbf{m}_{p3} \mathbf{g} \\ + \mathbf{c}_{v3} \left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p3} \right) - \mathbf{c}_{p3} \dot{\mathbf{u}}_{p3} + \mathbf{c}_{p3} \dot{\mathbf{u}}_{r3}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{p4} \ddot{\mathbf{u}}_{p4} = & \mathbf{k}_{v4} \left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p4} \right) - \mathbf{k}_{p4} \mathbf{u}_{p4} + \mathbf{k}_{p4} \mathbf{u}_{r4} - \mathbf{m}_{p4} \mathbf{g} \\ & + \mathbf{c}_{v4} \left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p4} \right) - \mathbf{c}_{p4} \dot{\mathbf{u}}_{p4} + \mathbf{c}_{p4} \dot{\mathbf{u}}_{r4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{p5} \ddot{\mathbf{u}}_{p5} = & \mathbf{k}_{v5} (-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p5}) - \mathbf{k}_{p5} \mathbf{u}_{p5} + \mathbf{k}_{p5} \mathbf{u}_{r5} - \mathbf{m}_{p5} \mathbf{g} \\ & + \mathbf{c}_{v5} \left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p5} \right) - \mathbf{c}_{p5} \dot{\mathbf{u}}_{p5} + \mathbf{c}_{p5} \dot{\mathbf{u}}_{r5} \end{aligned}$$

$$\mathbf{m}_{p6} \ddot{\mathbf{u}}_{p6} = \mathbf{k}_{v6} (-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p6}) - \mathbf{k}_{p6} \mathbf{u}_{p6} + \mathbf{k}_{p6} \mathbf{u}_{r6} - \mathbf{m}_{p6} \mathbf{g} \\ + \mathbf{c}_{v6} \left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p6} \right) - \mathbf{c}_{p6} \dot{\mathbf{u}}_{p6} + \mathbf{c}_{p6} \dot{\mathbf{u}}_{r6}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{m}_v \ddot{\mathbf{u}}_v = & -\mathbf{k}_{v1}(\theta_x \mathbf{d}_4 + \theta_y \mathbf{d}_1 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p1}) - \mathbf{k}_{v2}(\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_3 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p2}) - \\ & -\mathbf{k}_{v3}(\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_2 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p3}) - \mathbf{k}_{v4}(-\theta_x \mathbf{d}_4 + \theta_y \mathbf{d}_1 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p4}) - \\ & -\mathbf{k}_{v5}(-\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_3 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p5}) - \mathbf{k}_{v6}(-\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_2 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p6}) - \\ & -\mathbf{c}_{v1}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p1}\right) - \mathbf{c}_{v2}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p2}\right) - \\ & -\mathbf{c}_{v3}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p3}\right) - \mathbf{c}_{v4}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p4}\right) - \\ & -\mathbf{c}_{v5}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p5}\right) - \mathbf{c}_{v6}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p6}\right) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_x \ddot{\theta}_{x,v} = & -\mathbf{k}_{v1}(\theta_x \mathbf{d}_4 + \theta_y \mathbf{d}_1 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p1})\mathbf{d}_4 - \mathbf{k}_{v2}(\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_3 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p2})\mathbf{d}_4 - \\ & -\mathbf{k}_{v3}(\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_2 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p3})\mathbf{d}_4 + \mathbf{k}_{v4}(-\theta_x \mathbf{d}_4 + \theta_y \mathbf{d}_1 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p4})\mathbf{d}_4 + \\ & + \mathbf{k}_{v5}(-\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_3 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p5})\mathbf{d}_4 + \mathbf{k}_{v6}(-\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_2 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p6})\mathbf{d}_4 - \\ & -\mathbf{c}_{v1}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p1}\right)\mathbf{d}_4 - \mathbf{c}_{v2}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p2}\right)\mathbf{d}_4 - \\ & -\mathbf{c}_{v3}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p3}\right)\mathbf{d}_4 + \mathbf{c}_{v4}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p4}\right)\mathbf{d}_4 + \\ & + \mathbf{c}_{v5}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p5}\right)\mathbf{d}_4 + \mathbf{c}_{v6}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p6}\right)\mathbf{d}_4 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vdots \\ \mathbf{I}_y \ddot{\theta}_{y,v} = -\mathbf{k}_{v1}(\theta_x \mathbf{d}_4 + \theta_y \mathbf{d}_1 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p1})\mathbf{d}_1 + \mathbf{k}_{v2}(\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_3 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p2})\mathbf{d}_3 + \\ + \mathbf{k}_{v3}(\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_2 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p3})\mathbf{d}_2 - \mathbf{k}_{v4}(-\theta_x \mathbf{d}_4 + \theta_y \mathbf{d}_1 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p4})\mathbf{d}_1 + \\ + \mathbf{k}_{v5}(-\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_3 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p5})\mathbf{d}_3 + \mathbf{k}_{v6}(-\theta_x \mathbf{d}_4 - \theta_y \mathbf{d}_2 + \mathbf{u}_v - \mathbf{u}_{p6})\mathbf{d}_2 - \\ - \mathbf{c}_{v1}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p1}\right)\mathbf{d}_1 + \mathbf{c}_{v2}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p2}\right)\mathbf{d}_3 + \\ + \mathbf{c}_{v3}\left(\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p3}\right)\mathbf{d}_2 - \mathbf{c}_{v4}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 + \dot{\theta}_y \mathbf{d}_1 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p4}\right)\mathbf{d}_1 + \\ + \mathbf{c}_{v5}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_3 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p5}\right)\mathbf{d}_3 + \mathbf{c}_{v6}\left(-\dot{\theta}_x \mathbf{d}_4 - \dot{\theta}_y \mathbf{d}_2 + \dot{\mathbf{u}}_v - \dot{\mathbf{u}}_{p6}\right)\mathbf{d}_2 \end{array} \right. \quad (3.4)$$

onde:

k_{pi} , c_{pi} e m_{pi} são respectivamente a rigidez do pneu i , o coeficiente de amortecimento do pneu i e a massa não suspensa i ;

k_{vi} , c_{vi} e m_v são respectivamente a rigidez do sistema de suspensão i , o coeficiente de amortecimento do sistema de suspensão i e a massa suspensa do veículo;

d_1 , d_2 , d_3 e d_4 são constantes geométricas (ver Figura 3.2).

Utilizando-se da notação matricial podem-se reescrever as equações 3.4 da seguinte forma:

$$[\mathbf{M}_{vv}]_{9 \times 9} \left\{ \ddot{\mathbf{u}} \right\}_{9 \times 1} + [\mathbf{C}_{vv}]_{9 \times 9} \left\{ \dot{\mathbf{u}} \right\}_{9 \times 1} + [\mathbf{K}_{vv}]_{9 \times 9} \{\mathbf{u}\}_{9 \times 1} = \{\mathbf{F}_{int}(\mathbf{t})\}_{9 \times 1} \quad (3.5)$$

As matrizes de massa, rigidez, amortecimento são apresentadas a seguir:

$$[\mathbf{M}_{\mathbf{vv}}]_{9 \times 9} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{\mathbf{p}_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{m}_{\mathbf{p}_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{m}_{\mathbf{p}_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{\mathbf{p}_4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{\mathbf{p}_5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{\mathbf{p}_6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{\mathbf{v}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I}_{\mathbf{x}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{I}_{\mathbf{y}} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$[\mathbf{K}_{\mathbf{vv}}]_{9 \times 9} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{\mathbf{pd}} + \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & -\mathbf{d}_1 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} \\ 0 & \mathbf{k}_{\mathbf{pt}} + \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} \\ 0 & 0 & \mathbf{k}_{\mathbf{pt}} + \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{\mathbf{pd}} + \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & 0 & 0 & -\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & -\mathbf{d}_1 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{\mathbf{pt}} + \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & 0 & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{k}_{\mathbf{pt}} + \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} \\ -\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & 2\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} + 4\mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & 0 & 2(\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} \mathbf{d}_1 - \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} (\mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3)) \\ -\mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & 0 & (2\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} + 4\mathbf{k}_{\mathbf{vt}}) \mathbf{d}_4^2 & 0 \\ -\mathbf{d}_1 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & -\mathbf{d}_1 \mathbf{k}_{\mathbf{vd}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} & 2(\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} \mathbf{d}_1 - \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} (\mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3)) & 0 & 2(\mathbf{k}_{\mathbf{vd}} \cdot \mathbf{d}_1^2 + \mathbf{k}_{\mathbf{vt}} (\mathbf{d}_2^2 + \mathbf{d}_3^2)) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[\mathbf{C}_{\mathbf{vv}}]_{9 \times 9} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\text{pd}} + \mathbf{c}_{\text{vd}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{c}_{\text{vd}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vd}} & -\mathbf{d}_1 \mathbf{c}_{\text{vd}} \\ 0 & \mathbf{c}_{\text{pt}} + \mathbf{c}_{\text{vt}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{c}_{\text{vt}} \\ 0 & 0 & \mathbf{c}_{\text{pt}} + \mathbf{c}_{\text{vt}} & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{c}_{\text{vt}} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{c}_{\text{pd}} + \mathbf{c}_{\text{vd}} & 0 & 0 & -\mathbf{c}_{\text{vd}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vd}} & -\mathbf{d}_1 \mathbf{c}_{\text{vd}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{c}_{\text{pt}} + \mathbf{c}_{\text{vt}} & 0 & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{c}_{\text{vt}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{c}_{\text{pt}} + \mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{c}_{\text{vt}} \\ -\mathbf{c}_{\text{vd}} & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{c}_{\text{vd}} & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{c}_{\text{vt}} & 2\mathbf{c}_{\text{vd}} + 4\mathbf{c}_{\text{vt}} & 0 & 2(\mathbf{c}_{\text{vd}} \cdot \mathbf{d}_1 - \mathbf{c}_{\text{vt}}(\mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3)) \\ -\mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vd}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vd}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_4 \mathbf{c}_{\text{vt}} & 0 & (2\mathbf{c}_{\text{vd}} + 4\mathbf{c}_{\text{vt}})\mathbf{d}_4^2 & 0 \\ -\mathbf{d}_1 \mathbf{c}_{\text{vd}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{c}_{\text{vt}} & -\mathbf{d}_1 \mathbf{c}_{\text{vd}} & \mathbf{d}_3 \mathbf{c}_{\text{vt}} & \mathbf{d}_2 \mathbf{c}_{\text{vt}} & 2(\mathbf{c}_{\text{vd}} \cdot \mathbf{d}_1 - \mathbf{c}_{\text{vt}}(\mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3)) & 0 & 2(\mathbf{c}_{\text{vd}} \cdot \mathbf{d}_1^2 + \mathbf{c}_{\text{vt}}(\mathbf{d}_2^2 + \mathbf{d}_3^2)) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

3.3 MODELO VEICULAR REDUZIDO

Os esforços para o modelo veicular reduzido são obtidos da condensação dos esforços de interação dos pneus para o centro de gravidade do veículo, tendo uma validade física para pontes de grandes vãos, já para pontes de vãos menores, deve-se usar um modelo veicular não condensado, Figura 3.2. Assim, tem-se um “veículo” com 3 graus de liberdade, sendo eles: translação vertical ou movimento de *heave*, rotação transversal ou movimento de *pitch* e rotação longitudinal ou movimento de *roll*, cujos esforços de interação são determinados de acordo com 3.9. Em todo trabalho é adotada a terminologia naval para descrição dos movimentos.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Fz}_k(\mathbf{t}) &= \sum_{i=1}^6 \mathbf{f}_i(\mathbf{t}) \\
 \mathbf{Mx}_k(\mathbf{t}) &= \sum_{i=1}^6 \mathbf{f}_i(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{d}_4 \\
 \mathbf{My}_k(\mathbf{t}) &= (\mathbf{f}_1(\mathbf{t}) + \mathbf{f}_4(\mathbf{t})) \cdot \mathbf{d}_1 + (\mathbf{f}_3(\mathbf{t}) + \mathbf{f}_6(\mathbf{t})) \cdot \mathbf{d}_2 + (\mathbf{f}_2(\mathbf{t}) + \mathbf{f}_5(\mathbf{t})) \cdot \mathbf{d}_3
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

onde:

$\mathbf{Fz}_k$ é a força na direção z reduzida ao ponto k;

$\mathbf{Mx}_k$ é o momento aplicado em torno do eixo x reduzida ao ponto k;

$\mathbf{My}_k$ é o momento aplicado em torno do eixo y reduzida ao ponto k.

Figura 3.2 – Redução dos esforços de interação para o CG.

3.4 APLICAÇÃO DOS ESFORÇOS DE CONTACTO EM MODELO ESTRUTURAL DE BAIXA HIERARQUIA

Existem duas maneiras de definir um sistema dinâmico: o primeiro considera propriedades concentradas, o que facilita a formulação matemática, já o segundo considera propriedades distribuída ou massas consistentes, acarretando complexidade matemática, que passa a ser irrelevante se utilizada uma ferramenta computacional para análise numérica da resposta.

Para efeito da modelagem matemática da estrutura da ponte, é adotado um modelo unifilar dividido em elementos de barra tridimensionais, como indicado na Figura 3.1. Especificam-se três graus de liberdade para cada nó da estrutura discretizada, sendo eles: translação vertical (z_k), rotação transversal (θ_{yk}) e rotação longitudinal (θ_{xk}).

Figura 3.3 – Massas concentradas nos nós da estrutura unifilar.

Após discretização dos elementos, o sistema é regido pela equação 3.10.

$$[\mathbf{M}_e] \left\{ \ddot{\mathbf{u}}_e \right\} + [\mathbf{C}_e] \left\{ \dot{\mathbf{u}}_e \right\} + [\mathbf{K}_e] \left\{ \mathbf{u}_e \right\} = \left\{ \mathbf{F}(t) \right\}, \quad (3.10)$$

onde:

$[\mathbf{M}_e]$ é a matriz de massas concentradas da estrutura (diagonal);

$\left\{ \ddot{\mathbf{u}}_e \right\}$ é o vetor aceleração dos nós da estrutura unifilar;

$[\mathbf{C}_e]$ é a matriz de amortecimento estrutural;

$\left\{ \dot{\mathbf{u}}_e \right\}$ é o vetor velocidade dos nós da estrutura unifilar;

$[\mathbf{K}_e]$ é a matriz de rigidez estrutural;

$\left\{ \mathbf{u}_e \right\}$ é o vetor deslocamento dos nós da estrutura unifilar;

$\left\{ \mathbf{F}(t) \right\}$ é a vetor de carregamento variável no tempo, decorrente do tráfego.

Por meio do princípio de superposição modal (CLOUGH; PENZIEN,1993) tem-se a solução do sistema de equações 3.11, constituído por n equações de movimento, cada uma relativa a um grau de liberdade estrutural.

$$\begin{aligned} \{\mathbf{u}_e\}_{n \times 1} &= [\phi]_{n \times n} \{\mathbf{y}_e(t)\}_{n \times 1} \\ \mathbf{u}_{ek} &= \phi_{k1} \mathbf{y}_{e1}(t) + \phi_{k2} \mathbf{y}_{e2}(t) + \dots + \phi_{kn} \mathbf{y}_{en}(t) = \sum_{j=1}^n \phi_{kj} \mathbf{y}_{ej}(t) \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde:

$\mathbf{y}_{ej}(t)$ é a amplitude modal do modo j ;

n é o número de graus de liberdade do sistema estrutural;

$\{\phi_{kj}\}$ é a componente do modo j no nó k .

Considerando a propriedade de ortogonalidade dos modos de vibração, têm-se as equações modais para os n graus de liberdade da estrutura que, se solucionadas para cada passo de tempo, caracterizam a resposta estrutural para o carregamento dinâmico solicitante.

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{m}}_{ej} \ddot{\mathbf{y}}_{ej} + \hat{\mathbf{c}}_{ej} \dot{\mathbf{y}}_{ej} + \hat{\mathbf{k}}_{ej} \mathbf{y}_{ej} = \{\phi_j\}^T \cdot \{\mathbf{F}(t)\} \\ \hat{\mathbf{m}}_{ej+1} \ddot{\mathbf{y}}_{ej+1} + \hat{\mathbf{c}}_{ej+1} \dot{\mathbf{y}}_{ej+1} + \hat{\mathbf{k}}_{ej+1} \mathbf{y}_{ej+1} = \{\phi_{j+1}\}^T \cdot \{\mathbf{F}(t)\} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{\mathbf{m}}_{en} \ddot{\mathbf{y}}_{en} + \hat{\mathbf{c}}_{en} \dot{\mathbf{y}}_{en} + \hat{\mathbf{k}}_{en} \mathbf{y}_{en} = \{\phi_n\}^T \cdot \{\mathbf{F}(t)\} \end{cases} \quad (3.12)$$

onde:

$\hat{\mathbf{m}}_{ej}$ é a massa modal da estrutura para o j -ésimo modo de vibração;

$\hat{\mathbf{c}}_{ej}$ é a constante de amortecimento modal para o j -ésimo modo de vibração;

$\hat{\mathbf{k}}_{ej}$ é a rigidez modal para o j -ésimo modo de vibração.

4. PARTICIPAÇÃO MODAL E RESULTADOS OBTIDOS

4.1 INTRODUÇÃO

O estudo da participação modal veicular fornece informações sobre o comportamento dinâmico do veículo, de acordo com sua velocidade. O que se verifica, no caso presente, é uma repartição energética importante entre todos os diversos modos de vibração. Este fato ressalta a importância da não realização de uma seleção modal, já que sua representabilidade poderá ser contestada.

Neste capítulo são verificados os modos de vibração do veículo em estudo, assim como sua participação modal para os dois estudos propostos. Em seguida são exibidos os esforços de interação para pavimento indeslocável, considerando velocidades variando de 20 a 80 km/h.

4.2 O MÉTODO *PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION* (POD)

4.2.1. Conceituação

POD, primariamente, é uma formulação estatística que vem sendo utilizada como uma potente ferramenta, para análise de vibrações estruturais, especialmente no âmbito experimental. (FEENY; LIANG, 2003)

Trata-se da reconstrução de um espaço onde se considera a representabilidade de cada vetor v_j de um conjunto de dados. Consequentemente descobre-se uma base ortogonal do espaço $\mathcal{R}$ de baixa dimensão, onde ainda é possível descrever adequadamente o fenômeno em estudo.

O interesse do método POD em dinâmica das estruturas se encontra na sua aplicação à análise dos deslocamentos estruturais, $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_i(t)$, $i=1,...,m$, para n instantes equiespaçados de um dado intervalo. Assim, pode-se determinar a matriz $X_{n \times m}$ que representa a história dos deslocamentos.

$$\mathbf{X}_{n \times m} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{11} & \mathbf{x}_{12} & \cdots & \mathbf{x}_{1m} \\ \mathbf{x}_{21} & \mathbf{x}_{22} & \cdots & \mathbf{x}_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}_{n1} & \mathbf{x}_{n2} & \cdots & \mathbf{x}_{nm} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

A variância de uma variável aleatória x , comumente denotada por σ^2 ou ainda $var(x)$ é medida da dispersão de uma distribuição em torno de uma média:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \mu)^2, \quad (4.2)$$

sendo,

μ a média e n o número de elementos da variável x .

Pequenos valores de σ^2 indicam uma concentração da distribuição em torno da média (SOONG, 2004).

A covariância, normalmente denotada σ_{xy} , mede o grau de independência entre duas variáveis aleatórias. Se x e y são duas variáveis aleatórias, a covariância entre elas é dada por:

$$\sigma_{xy} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \mu_x)(\mathbf{y}_i - \mu_y), \quad (4.3)$$

sendo,

μ_x a média da variável x , μ_y a média da variável y e n o número total de amostras (SOONG,2004).

O sinal da covariância indica o tipo de relação entre as variáveis, sendo que um sinal negativo indica uma dependência inversa. Quanto maior o valor absoluto, maior será a dependência entre as variáveis.

Para os casos onde existem diversas variáveis envolvidas é conveniente uma representação matricial para a variância e a covariância, utilizando a matriz de covariância Λ definida:

$$\Lambda = \mathbf{E} \left\{ \left(\begin{matrix} \vec{\mathbf{X}} - \vec{\mathbf{m}}_x \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \vec{\mathbf{X}} - \vec{\mathbf{m}}_x \end{matrix} \right)^T \right\} = \begin{bmatrix} \text{var}(\vec{\mathbf{X}}_1) & \text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_1, \vec{\mathbf{X}}_2) & \cdots & \text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_1, \vec{\mathbf{X}}_N) \\ \text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_2, \vec{\mathbf{X}}_1) & \text{var}(\vec{\mathbf{X}}_2) & \cdots & \text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_2, \vec{\mathbf{X}}_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_N, \vec{\mathbf{X}}_1) & \text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_N, \vec{\mathbf{X}}_2) & \cdots & \text{var}(\vec{\mathbf{X}}_N) \end{bmatrix}, (4.4)$$

onde,

$\mathbf{E}\{\}$ é o operador valor esperado (SOONG,2004), $\vec{\mathbf{X}}$ é um vetor coluna com componentes $X_1, X_2, \dots, X_N$, o vetor $\vec{\mathbf{m}}_x$ representa as respectivas médias, $\text{var}(\)$ indica a variância e $\text{cov}(\)$ a covariância. Desde que $\text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_i, \vec{\mathbf{X}}_j) = \text{cov}(\vec{\mathbf{X}}_j, \vec{\mathbf{X}}_i)$, a matriz de covariância é sempre simétrica, ou seja, $\Lambda = \Lambda^T$.

Uma série temporal possui informações sobre todos os estados do sistema e cada estado pode ser considerado uma variável estatística. Ao construir uma matriz de covariância a partir de uma série temporal pode-se encontrar a melhor base para a projeção da trajetória do espaço de estados e separar os estados de maior variância, onde a dinâmica predomina, dos de menor variância, muitas vezes denominadas ruídos.

Presumindo uma média zero das variáveis aleatórias, pode-se criar uma nova matriz de covariância R_{mxm} :

$$[\mathbf{R}]_{m \times m} = \frac{1}{n} [\mathbf{X}]^T [\mathbf{X}]. \quad (4.5)$$

Com R_{mxm} real e simétrico, os seus autovetores formam uma base ortogonal denominada *POM's – proper orthogonal modes* – e os seus autovalores são os *POV's – proper orthogonal values*.

Recentemente, pesquisadores observaram que os *POM's* em estruturas não lineares se assemelham aos modos normais de sistemas lineares (CUSUMANO; BAI, 1983 apud Feeny 2003), além disso os *POM's* podem, de fato, convergir para modos lineares em sistemas dinâmicos multi-modais, mas isso ocorre somente se a matriz de massa apresentar-se diagonalizada e se o sistema for levemente amortecido.

Nas análises de turbulência, os *POM's* vêm sendo apontados como representantes da distribuição de energia cinética, já os *POV's* são apontados como a quantidade de energia associada a esses vetores. (FEENY; KAPPAGANTU, 1998)

4.2.2. Aplicação a sistemas de massas discretas com vibrações multi-modais

Com referência à equação de movimento para vibrações livres 4.6, adota-se a transformação $\{\mathbf{u}(\mathbf{t})\} = [\mathbf{M}]^{-1/2} \{\mathbf{x}(\mathbf{t})\}$ de modo a reescrevê-la como em 4.7..

$$[\mathbf{M}] \left\{ \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{t}) \right\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{u}(\mathbf{t})\} = 0 \quad (4.6)$$

$$\left\{ \ddot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) \right\} + [\mathbf{A}] \{\mathbf{x}(\mathbf{t})\} = 0, \quad (4.7)$$

sendo $[\mathbf{A}] = [\mathbf{M}]^{-1/2} [\mathbf{K}] [\mathbf{M}]^{-1/2}$ uma matriz simétrica.

A solução da equação 4.7 em termos modais é:

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = [\phi] \mathbf{y}(\mathbf{t}), \quad (4.8)$$

onde:

$[\phi]$ é a matriz modal;

$\mathbf{y}(\mathbf{t})$ é o vetor das coordenadas ou pesos modais.

Ainda, a equação 4.8 pode ser escrita em termos matriciais, da seguinte forma:

$$[\mathbf{X}]_{n \times m} = ([\phi][\mathbf{Y}]^T)^T = [\mathbf{Y}][\phi]^T, \quad (4.9)$$

onde, $[\mathbf{Y}]^T = [\mathbf{y}(\mathbf{t}_1), \mathbf{y}(\mathbf{t}_2), \dots, \mathbf{y}(\mathbf{t}_n)]$ é a matriz dos conjuntos modais.

Assim, pode-se reescrever a matriz de correlação ou matriz de covariância, equação 4.5, da seguinte maneira:

$$[\mathbf{R}]_{m \times m} = \frac{1}{n} [\mathbf{X}]^T [\mathbf{X}] = \frac{1}{n} [\phi][\mathbf{Y}]^T [\mathbf{Y}][\phi]^T \quad (4.10)$$

Considerando a matriz R_Y , que é a matriz de covariância dos pesos modais, no caso de vibrações livres, contanto que as frequências dos modos sejam distintas, cada elemento de R_Y desaparece quando N tende ao infinito, exceto os elementos diagonais. Assim, para vibrações livres, R_Y é uma matriz diagonal:

$$[\mathbf{R}_Y] = \frac{1}{n} [\mathbf{Y}]^T [\mathbf{Y}] = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \{\mathbf{y}_i(\mathbf{t}_k)\} \{\mathbf{y}_j(\mathbf{t}_k)\}$$

Multiplicando 4.10 por um vetor da coordenada modal j , tem-se a seguinte relação:

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}]\{\phi_j\} &= \frac{1}{n} [\phi][\mathbf{Y}]^T [\mathbf{Y}][\phi]^T \{\phi_j\} = \frac{1}{n} [\phi][\mathbf{Y}][\mathbf{Y}]^T \{\mathbf{h}_j\}, \\ [\mathbf{R}]\{\phi_j\} &= [\phi][\mathbf{R}_Y]\{\mathbf{h}_j\} \Rightarrow [\mathbf{R}_Y] = [\phi]^{-1} [\mathbf{R}][\phi], \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde, $\{\mathbf{h}_j\} = \{0 \dots 1 \dots 0\}^T$ é um vetor de zeros exceto na j ésima posição.

4.3 MODOS DE VIBRAÇÃO DO VEÍCULO

Observam-se, após a resolução da equação $[K] - \omega^2[M] = 0$, duas faixas de concentração das frequências naturais do veículo, sendo que os três primeiros modos estão ligados mais diretamente à excitação da massa suspensa, estando na casa de 2 Hz. Já os seis últimos modos de vibração estão relacionados mais diretamente à excitação das massas não suspensas, com frequências naturais próximas de 10 Hz.

Com os autovalores tem-se os auto-vetores expressos na matriz modal veicular:

$$\phi = \begin{bmatrix} -1.98 & 3.17 & 5.70 & -39.19 & 38.91 & 0.00 & 2.81 & 2.09 & -4.07 \\ -1.89 & 2.40 & -0.37 & 2.42 & -1.01 & 21.72 & 25.69 & -16.69 & -21.45 \\ -2.00 & 2.40 & -1.78 & 2.42 & 2.73 & -21.72 & -16.65 & -25.52 & -21.45 \\ -1.98 & -3.17 & 5.70 & 39.19 & 38.91 & 0.00 & 2.81 & 2.09 & 4.07 \\ -1.89 & -2.40 & -0.37 & -2.42 & -1.01 & -21.72 & 25.69 & -16.69 & 21.45 \\ -2.00 & -2.40 & -1.78 & -2.42 & 2.73 & 21.72 & -16.65 & -25.52 & 21.45 \\ -6.96 & 0.00 & 0.56 & 0.00 & -0.45 & 0.00 & -0.16 & 0.56 & 0.00 \\ 0.00 & 8.09 & 0.00 & 0.55 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.97 \\ 0.33 & 0.00 & 3.86 & 0.00 & -0.53 & 0.00 & -0.12 & -0.27 & 0.00 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad (4.12)$$

Os modos de vibração são apresentados na tabela 4.1.

Modo	Descrição modal	Ilustração do movimento	Frequência (Hz)
1	1º modo de heave		1,68

Modo	Descrição modal	Ilustração do movimento	Frequência (Hz)
2	1º modo de roll		2,15
3	1º modo de pitch		2,16
4	2º modo de roll		10,06
5	2º modo de pitch		10,14
6	3º modo de roll		10,40

Modo	Descrição modal	Ilustração do movimento	Frequência (Hz)
7	3º modo de pitch		10,41
8	4º modo de pitch		10,46
9	4º modo de roll		10,47

Tabela 4.1 – Descrição modal de vibração do veículo.

É comum associar os modos de vibração veicular a excitação da massa suspensa, mas no caso analisado, a modelagem veicular considera todas as suspensões independentes, sendo por isso que modos secundários ligados à excitação da massa não suspensas são considerados como modos de vibração veicular.

4.4 DISTRIBUIÇÃO MODAL DA ENERGIA – PARTICIPAÇÃO MODAL

Utilizando-se do histórico dos movimentos dos graus de liberdade considerados é possível, através da matriz de covariância (eq. 4.4), estimar a fração de energia mecânica retida em cada modo de vibração do veículo.

4.4.1. Participação modal para perfis iguais de rugosidade sob as duas linhas de pneus

Para perfis de rugosidade iguais sob as duas linhas de rodagem do veículo, é verificada a repartição energética entre os modos de vibração para velocidades variando de 20 a 80 km/h, e os resultados são apresentados nas Figuras 4.1a a 4.1d.

Nesta análise, é notável o decréscimo da participação do primeiro modo de vibração (predominância de movimento de *heave*) com o aumento da velocidade, concomitantemente com uma concentração de energia nos modos mais altos de vibração, relativos à excitação das massas não suspensas, especialmente os modos 7 e 8, com predominância de movimento de *pitch*.

Figura 4.1a – Distribuição modal da energia para v=20 km/h.

Figura 4.1 b – Distribuição modal da energia para $v=40\text{ km/h}$.

Figura 4.1 c – Distribuição modal da energia para $v=60\text{ km/h}$.

Figura 4.1 d – Distribuição modal da energia para $v=80\text{ km/h}$.

4.4.2. Participação modal para perfis diferentes de rugosidade sob as duas linhas de pneus

Para perfis de rugosidade diferentes sob as duas linhas de pneus do veículo, é verificada a repartição energética entre os modos de vibração para as mesmas velocidades do item anterior, e os resultados são apresentados nas Figuras 4.2a a 4.2d.

Nessa análise, o que se nota é um decréscimo mais acentuado que no caso anterior da participação do primeiro modo (movimento de *heave* da massa suspensa), porém, dessa vez ocorre uma repartição energética entre os modos descritos pelos movimentos *pitch* e *roll*. Ainda se deve ressaltar, mais uma vez, que o aumento da velocidade do veículo aumenta a importância da consideração dos modos mais altos de vibração.

Figura 4.2a – Distribuição modal da energia para v=20 km/h.

Figura 4.2b – Distribuição modal da energia para $v=40\text{ km/h}$.

Figura 4.2c – Distribuição modal da energia para $v=60\text{ km/h}$.

Figura 4.2d – Distribuição modal da energia para $v=80\text{ km/h}$.

4.5 ESFORÇOS OBTIDOS EM PAVIMENTO INDESLOCÁVEL

Neste item serão apresentados os esforços, já condensados a três graus de liberdade, de acordo com 3.3, oriundos da interação veículo-pavimento.

Observa-se que, para pavimentos com perfis iguais de rugosidade sob as duas linhas de pneus, ocorre um aumento dos esforços referentes ao movimento de *pitch* à medida que a velocidade do veículo aumenta, coerentemente com o apresentado em 4.4.1, onde se mostrou que o aumento da velocidade acarreta aumento da participação modal dos modos descritos pelo movimento de *pitch* do veículo.

Já para pavimentos com perfis diferentes de rugosidade sob as duas linhas de pneus, ocorre um aumento gradativo dos esforços relativos respectivamente aos movimentos de *roll* e *pitch*, mais uma vez confirmando o apresentado em 4.4.2.

Com relação à força de interação F_z , é importante observar que ela não está relacionada de maneira integral ao primeiro modo de vibração do veículo, pois a participação do primeiro modo de vibração diminui com o aumento da velocidade para ambos os casos, redução esta que não é verificada para F_z . Infere-se, portanto, que existe, especialmente, uma contribuição dos modos descritos pelo movimento de *pitch* à força de interação vertical F_z .

4.5.1. Perfis Iguais de Rugosidade

Abaixo, nas Figuras 4.3a a 4.3d são apresentadas as forças reduzidas de interação para pavimentos indeslocáveis com perfil igual de rugosidade sob as duas linhas de pneu do veículo.

Figura 4.3a – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=20\text{km/h}$.

Figura 4.3b – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=40\text{km/h}$.

Figura 4.3c – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=60\text{km/h}$.

Figura 4.3d – Forças de interação para perfis iguais de rugosidade – $v=80\text{km/h}$.

4.5.2. Perfis Diferentes de Rugosidade

Abaixo, nas Figuras 4.4a a 4.4d são apresentadas as forças reduzidas de interação para pavimentos indeformáveis com perfis diferentes de rugosidade sob as duas linhas de pneu do veículo.

Figura 4.4a – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=20\text{km/h}$.

Figura 4.4b – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=40\text{km/h}$.

Figura 4.4c – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=60\text{km/h}$.

Figura 4.4d – Forças de interação para perfis diferentes de rugosidade – $v=80\text{km/h}$.

5. ESTUDOS DE CASO

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão realizados estudos de caso visando somente a aplicação da metodologia desenvolvida. Para estes estudos são considerado duas condições de tráfego, a primeira com um veículo único trafegando sobre a estrutura, já a segunda pressupondo um comboio de veículos de mesmas características, com defasagem de 2 segundos entre eles, correspondendo a uma situação real de tráfego e com frequência próxima ao primeiro modo de vibração estrutural. Para cada velocidade de tráfego considerada tem-se um número diferente de veículos na composição do comboio, de forma a garantir uma fase de carregamento e uma fase de descarregamento estrutural, ver Figura 5.1.

Figura 5.1 – Comboio de veículos.

Cabe observar que, para que a frequência de passagem de veículos do comboio fosse próxima às frequências naturais dos quatro primeiros modos da ponte (entre 0,6 Hz e 3,0 Hz aproximadamente), conforme 2.3, eventuais ressonâncias seriam associadas a intervalos entre veículos entre 0,3s e 1,5s. Ou seja, ao adotar 2,0s entre veículos, não estão sendo contempladas ressonâncias com os modos mais relevantes para a ponte. Naturalmente, para outras condições de projeto, tais ressonâncias poderiam ocorrer, majorando significativamente os efeitos sobre a estrutura e refletindo sobre os coeficientes de amplificação dinâmica.

Serão confrontados os resultados de momentos fletores e de torção e deslocamentos verticais estruturais para a seção central, considerando velocidades do veículo variando de 0 a 80 km/h, em condições de igualdade ou não da rugosidade do pavimento sob cada linha de pneu e ainda para a não-existência da rugosidade, situação que anula a interação dinâmica entre os sistemas envolvidos. Ainda serão consideradas as duas condições de tráfego citadas anteriormente. Adotar-se-á a linguagem **PSR** para pavimentos sem rugosidade, **PIR** para pavimentos com perfis iguais de rugosidade e **PDR** para pavimentos com perfis diferentes de rugosidade.

Objetiva-se, com a investigação, averiguar de maneira quantitativa, para o estudo de caso em tela, a variação dos momentos de torção causados por veículos trafegando ao longo do **eixo longitudinal da estrutura**, supondo simplificada o pavimento indeslocável, podendo sua rugosidade ser diferente sob cada linha de pneu. Evidentemente, a condição de tráfego ao longo do eixo da ponte, ao invés de nas faixas direcionais, não é típica, nem a mais desfavorável, especialmente para determinação de momentos de torção na ponte. Entretanto, é a condição que permite separar a influência isolada das diferentes condições de rugosidade sob cada linha de pneu, para efeito de excitação de modos de torção.

5.2 PRIMEIRO CASO – VEÍCULO ÚNICO

Essa situação de tráfego considera apenas um veículo trafegando sobre a estrutura. Verifica-se que, tanto para os deslocamentos verticais, quanto para os momentos fletores, ocorre um aumento da flutuação dos resultados em torno dos resultados para **PSR**, situação onde não ocorre amplificação dinâmica.

Observa-se que, com o aumento da velocidade, ocorre um crescente aumento das flutuações dinâmicas, tanto para **PIR** quanto para o **PDR**, embora de maneira diferente, já que o espectro da solicitação é diferente para cada tipo de rugosidade.

Apresentam-se nas Figuras 5.2a a 5.2d os diagramas de máximos deslocamentos estruturais verticais na seção de meio-de-vão para as velocidades consideradas, onde pode-se obter o coeficiente de amplificação dinâmica dos deslocamentos:

$$\emptyset = \frac{v_{PDR}}{v_{PSR}} = \frac{0,007617}{0,006133} = 1,242, \quad (5.1)$$

onde,

v_{PDR} é o deslocamento estrutural para pavimentos com perfis de rugosidades diferentes;

v_{PSR} é o deslocamento estrutural para pavimentos com perfis sem rugosidade.

Figura 5.2a – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=20\text{km/h}$.

Figura 5.2b – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=40\text{km/h}$.

Figura 5.2c – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=60\text{km/h}$.

Figura 5.2d – Deslocamento estrutural para veículo único no meio do vão – $v=80\text{km/h}$.

Nas Figuras 5.3a a 5.3d são apresentados os diagramas de máximo momento fletor na seção central para as velocidades consideradas, onde pode-se obter o coeficiente de amplificação dinâmica de momento fletor:

$$\phi = \frac{M_{y_{PDR}}}{M_{y_{PSR}}} = \frac{5000,8}{3920,2} = 1,276, \quad (5.2)$$

onde,

$M_{y_{PDR}}$ é o momento fletor em torno do eixo y para pavimentos com perfis de rugosidades diferentes;

$M_{y_{PSR}}$ é o momento fletor em torno do eixo y para pavimentos com perfis sem rugosidade.

Figura 5.3a – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – v=20km/h.

Figura 5.3b – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – v=40km/h.

Figura 5.3c – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=60\text{km/h}$.

Figura 5.3d – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=80\text{km/h}$.

A flutuação dos momentos de torção é apresentada nas Figuras 5.4a a 5.4d. Os resultados são relativos ao estudo de caso em tela.

Figura 5.4a – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=20\text{km/h}$.

Figura 5.4b – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=40\text{km/h}$.

Figura 5.4c – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=60\text{km/h}$.

Figura 5.4d – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=80\text{km/h}$.

Confirmando o esperado, os momentos de torção aumentam com o aumento da velocidade. Para efeito de mera avaliação do efeito das rugosidades sobre os momentos de torção, supõe-se uma situação realística, como referência, em que o veículo estaria trafegando com uma excentricidade $e=3,0\text{m}$ com respeito ao eixo longitudinal da ponte e estima-se o coeficiente de amplificação dinâmica para o caso de perfis de rugosidade distintos sob cada linha de pneu:

$$\emptyset_{\text{PDR}} = 1 + \frac{M_x}{P_{\text{TV}} \cdot e \cdot LI_{\text{MT,max}}} = 1 + \frac{8,6}{230,6 \cdot 3,0 \cdot (0,5)} = 1,025, \quad (5.3)$$

onde,

$\emptyset_{\text{PDR}}$ é o coeficiente de amplificação dinâmica devido ao efeito isolado de perfis diferentes de rugosidade sob cada linha de pneus;

M_x é o pico da flutuação de momentos de torção, para velocidade de 80 km/h;

P_{TV} é o peso total do veículo;

$LI_{\text{MT,max}}$ é o máximo valor da linha de influência para momentos de torção em uma seção no meio do vão.

5.3 SEGUNDO CASO – COMBOIO DE VEÍCULOS

Essa situação de tráfego considera um comboio de veículos trafegando sobre a estrutura, de forma que se crie uma fase de carregamento e uma fase de descarregamento estrutural. Para esta situação de tráfego passam a existir diversos carregamentos móveis, do tipo dos estudados em 4.5, aplicados em pontos distintos da estrutura de forma simultânea. Como consequência, esses carregamentos geram “ondas” que se podem combinar de maneiras diversas, ora somando, ora subtraindo as contribuições modais.

Semelhantemente à situação com um único veículo, os deslocamentos verticais e os esforços solicitantes aumentam com o aumento da velocidade. Para esse caso estudado, o **PDR** apresenta tanto deslocamentos quanto esforços ligeiramente maiores que para a situação com **PIR**.

Apresentam-se nas Figuras 5.5a a 5.5d as linhas de influência dos deslocamentos estruturais verticais na seção de meio de vão para as várias velocidades consideradas, onde pode-se obter o coeficiente de amplificação dinâmica dos deslocamentos:

$$\emptyset = \frac{v_{PDR}}{v_{PSR}} = \frac{0,01823}{0,01493} = 1,221, \quad (5.4)$$

onde,

v_{PDR} é o deslocamento estrutural para pavimentos com perfis de rugosidades diferentes;

v_{PSR} é o deslocamento estrutural para pavimentos com perfis sem rugosidade.

Figura 5.5a – Flutuação do deslocamento vertical no meio do vão – v=20km/h.

Figura 5.5b – Flutuação deslocamento vertical no meio do vão – $v=40\text{km/h}$.

Figura 5.5c – Flutuação deslocamento vertical no meio do vão – $v=60\text{km/h}$.

Figura 5.5d – Flutuação do deslocamento vertical no meio do vão – v=80km/h.

Nas Figuras 5.6a a 5.6d são apresentados os diagramas de máximo momento fletor para a seção central, onde pode-se obter o coeficiente de amplificação dinâmica de momento fletor:

$$\Phi = \frac{My_{PDR}}{My_{PSR}} = \frac{9580,5}{7725,1} = 1,240, \quad (5.5)$$

onde,

My_{PDR} é o momento fletor em torno do eixo y para pavimentos com perfis de rugosidades diferentes;

My_{PSR} é o momento fletor em torno do eixo y para pavimentos com perfis sem rugosidade.

Figura 5.6a – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=20\text{km/h}$.

Figura 5.6b – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=40\text{km/h}$.

Figura 5.6c – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=60\text{km/h}$.

Figura 5.6d – Diagrama de máximo momento fletor na seção central – $v=80\text{km/h}$.

A flutuação dos momentos de torção é ilustrada nas Figuras 5.7a a 5.7d. Os resultados são relativos ao estudo de caso em tela.

Figura 5.7a – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=20\text{km/h}$.

Figura 5.7b – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=40\text{km/h}$.

Figura 5.7c – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=60\text{km/h}$.

Figura 5.7d – Flutuação do momento de torção no meio do vão – $v=80\text{km/h}$.

Da mesma forma que para um veículo único, os momentos de torção aumentam com o aumento da velocidade. Utilizando-se do mesmo critério do caso anterior para estimativa do coeficiente de amplificação dinâmica devido ao efeito isolado da diferença de perfis de rugosidade sob cada linha de pneu, tem-se:

$$\emptyset_{\text{PDR}} = 1 + \frac{M_x}{P_{\text{TV}} \cdot e \cdot \sum LI_{\text{MT}}} = 1 + \frac{10,0}{230,6 \cdot 3,0 \cdot (0,5 + 0,1 - 0,1)} = 1,029, \quad (5.6)$$

onde,

$\emptyset_{\text{PDR}}$ é o coeficiente de amplificação dinâmica devido ao efeito isolado de perfis diferentes de rugosidade sob cada linha de pneus;

M_x é o pico da flutuação de momentos de torção, para velocidade de 80 km/h;

P_{TV} é o peso total do veículo;

$\sum LI_{\text{MT}}$ é a somatória dos valores das linhas de influência para cada veículo em uma seção no meio do vão.

6. CONCLUSÕES

Neste capítulo serão confrontados os resultados obtidos nos ensaios em tela, realizados nos capítulos anteriores, com resultados provenientes de ensaios de campo, no item 6.1, e resultados prescritos pelas normas técnicas brasileira, no item 6.2. Também será estimado o erro contido na adoção da hipótese de pavimento indeslocável, através da adoção de uma metodologia iterativa que objetiva reconstituir o campo de deslocamentos reais para pavimentos deslocáveis.

6.1 CONSIDERAÇÕES PROVENIENTES DE ENSAIOS EM CAMPO

Um grande programa de ensaios dinâmicos, iniciativa do governo suíço em 1922, realizado pelo *Swiss Federal Laboratories for Materials Testing and Reserach* (EMPA), analisou até meados de 1981 cerca de 226 pontes de diversas tipologias estruturais. Esse trabalho foi relatado por CANTIENI (1984, 1987, 1992), por BEZ, CANTIENI e JACQUEMOUND (1987) e CANTIENI e KREBS (1997).

Os ensaios dinâmicos utilizaram caminhões compostos por dois eixos e com peso variando entre 11t e 19,3t. Esses veículos foram conduzidos a velocidades constantes, com passo variado de 5km/h a 10km/h. Das 226 pontes consideradas, 207 eram de concreto protendido, 5 de concreto armado e 14 de estrutura mista. Verificou-se para essas pontes uma

taxa média de amortecimento equivalente a 8,2%. A estrutura mais comum era representada por pontes em vigas contínuas com vãos de comprimento variável entre 11,0m e 118,0m, e média de 39,5m.

O incremento dinâmico (I) (coeficiente de amplificação dinâmica menos a unidade) foi calculado através de medidas de deslocamento vertical, geralmente no meio do vão.

O programa final de registro de coeficiente de incremento dinâmico limitou-se a ensaiar pontes de concreto. Em 73 ensaios, o veículo moveu-se ao longo do pavimento sem obstáculos; em outros 69, o veículo atravessou uma tábua com 50mm de espessura e 300mm de largura, colocada no ponto de deslocamento máximo.

CANTIENI elaborou um gráfico que correlacionava os valores dos incrementos dinâmicos, primeiramente em função do vão e depois em função da frequência natural da estrutura (ver Figura 6.1), para as duas situações consideradas: com obstáculo e sem obstáculo.

Figura 6.1 – Valores dos incrementos dinâmicos em função da frequência natural fundamental da ponte.

Contudo os valores experimentais não abrangeram todas as frequências naturais fundamentais possíveis, sendo que 15% dos ensaios foram realizados para pontes com frequência fundamental acima de 5Hz e apenas 10% para frequências acima de 7Hz.

Por meio dos resultados numéricos obtidos nesse trabalho, foi possível observar que, sob condições normais de rugosidade do pavimento, os carregamentos dinâmicos, gerados da interação veículo-pavimento, praticamente ocorrem em duas faixas de frequência, entre 2 e 5 Hz para movimento de *heave*, vibrando no grau de liberdade translacional, e entre 10 e 15 Hz para movimento de *pitch*, vibrando no grau de liberdade rotacional. Com a distribuição modal de energia e os modos de vibração veicular, apresentados em 4.4 a 4.6, obtidos para o veículo classe 3C no estudo realizado, são perceptíveis as mesmas faixas de frequências para as excitações predominantes citadas, coerentemente com as observações em ensaios de campo, com predominância para movimentos de *heave* em baixa frequência e movimentos de *pitch* para frequências mais elevadas.

6.2 CONSIDERAÇÕES PROVENIENTES DE NORMAS TÉCNICAS BRASILEIRAS

As normas técnicas brasileiras para estruturas surgiram na década de 1940 com a publicação da NB-1 - Cálculo de estruturas de concreto armado e NB-6 - Cargas móveis em pontes rodoviárias. As rodovias eram divididas em classes de importância e o trem-tipo era composto por cargas de compressores, caminhões e multidão.

Na NB6 de 1943, a verificação estrutural era distinta para cada classe e devia considerar, de forma geral, a resistência estrutural para o compressor locado em posições críticas e para tantos caminhões quantos fossem as faixas de tráfego menos uma, todos orientados na mesma direção do tráfego e colocados na posição mais desfavorável, nunca mais de um veículo por faixa de tráfego, nem em posição que desse lugar a afastamento

menor que 2,5m entre eixos longitudinais de dois veículos (ver Figura 6.2). Já a carga de multidão era variável de acordo com a classe e o vão teórico da ponte, sendo distribuídas sobre passeios e sobre as partes não ocupadas dos veículos.

Figura 6.2 – Esquema do compressor e caminhões-tipo utilizados na NB6 de 1943.

Já em 1960, a NB6 passou a contar com três classes de cargas de veículos (360, 240 e 120kN) para as rodovias de classe *I*, *II*, *III*, respectivamente. Tais cargas não consideravam a realidade dos trens-tipo brasileiros e eram baseadas nas normas alemãs. (Figura 6.3)

Houve, ainda, uma apreciável mudança na consideração dos carregamentos de multidão. Criaram-se dois tipos de carregamento por unidade de área, p e p' , sendo p distribuído longitudinalmente na faixa onde o veículo se encontra e p' distribuído nas faixas laterais, não sendo obrigatório incluir os guarda-rodas caso sua altura fosse superior a 25cm e sua largura útil maior que 75cm.

Figura 6.3 – Classes de cargas e carregamentos de multidão propostos pela NB6 de 1960.

A NBR7188 de 1984 substituiu os trens-tipo de 240 e 360kN por 300 e 450kN, no entanto a configuração veicular foi mantida, ainda não retratando a realidade brasileira.

Essa norma considera, portanto, as classes de veículos 12, 30 e 45, cuja área ocupada é retangular, sendo 3,0m de largura por 6,0m de comprimento, semelhantemente à anterior. As cargas uniformemente distribuídas na pista e no passeio têm intensidade p e p' , conforme o disposto na Tabela 6.1.

Classe da Ponte	Veículo		Carga uniformemente distribuída		Distribuição da Carga
	Tipo	Peso Total	p	p'	
		(kN)	(kN/m ²)	(kN/m ²)	
45	45	450	5	3	Carga p em toda a pista - Carga p' nos passeios
30	30	300	5	3	
12	12	120	4	3	

Tabela 6.1 – Carregamentos recomendados pela NBR7188.

Um grande diferencial com as normas precedentes está no fato de que essa norma não estabelece a utilização das diferentes classes, ficando a critério dos órgãos jurisdicionais a sua definição. Assim, nas vias principais, rurais ou urbanas, as obras de arte são projetadas para classe 45; as outras classes são utilizadas apenas para vias secundárias.

Em 1987 foi publicada a norma NBR7187 de projetos e execuções de pontes de concreto armado e protendido, que estabelece a adoção de um “coeficiente de impacto” (ou coeficiente de magnificação dinâmica) aplicável às cargas móveis, excetuando a carga de multidão e as cargas de projeto da infra-estrutura, definido por:

$$\emptyset = 1,4 - 0,007 \cdot l > 1,0 ,$$

onde:

$\emptyset$ é o coeficiente de impacto;

l é o vão teórico da ponte em metros.

6.3 INFLUÊNCIA DA HIPÓTESE DE PAVIMENTO INDESLOCÁVEL

Para verificação da influência na resposta dinâmica devido à adoção da hipótese de pavimento indeslocável, ou seja, de uma estrutura rígida sob ele, adotou-se um processo iterativo visando a compatibilizar os deslocamentos ocorridos na interface de contato veículo-estrutura, através da introdução dos deslocamentos estruturais. (ver Figura 6.4)

Figura 6.4 – Introdução dos deslocamentos estruturais u_{ej} para pneu i e iteração j .

Essa metodologia é fundada na aplicação *a posteriori* dos esforços dinâmicos reduzidos, retirados da interação com pavimento indeslocável, no meio do vão estrutural, de forma a determinar os deslocamentos estruturais. A partir daí, reinicia-se o processo de obtenção dos esforços dinâmicos, introduzindo a soma dos deslocamentos estruturais com os provenientes da rugosidade do pavimento em cada ponto de contato do modelo do veículo com nove graus de liberdade. O processo iterativo pode ser resumido nos seguintes passos:

1º passo – Obtenção das forças de interação f_{lj} a f_{oj} , referente a cada pneu, para pavimento indeslocável e redução dos esforços para aplicação em modelo estrutural de baixa hierarquia, de acordo com item 3.3;

2º passo – Obtenção dos deslocamentos estruturais u_{ej} e θ_{ej} ;

3º passo – Somam-se os deslocamentos obtidos na primeira interação $j=1$ à rugosidade do pavimento adotado no primeiro passo, determinadas de acordo com 6.1, de forma a se

considerarem os efeitos dos deslocamentos estruturais distintamente em cada perfil de rugosidade sob cada linha de pneu

$$\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{u}_{ej} \pm \theta \mathbf{x}_{ej} \mathbf{d}_4; \quad (6.1)$$

4º passo – Obtenção das forças de interação f_{lj+1} a f_{6j+1} .

O processo é repetido até que se verifique uma convergência dos valores. A propósito, esta convergência ocorreu logo nas primeiras iterações no estudo realizado.

Utilizou-se o procedimento descrito para um veículo único trafegando com velocidade constante de 80km/h, sendo realizadas três iterações, suficientes para se observar uma convergência das respostas dinâmicas da segunda e da terceira iteração para forças reduzidas F_z tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência. (ver Figura 6.5 a 6.8)

Figura 6.5 – Respostas dinâmicas de Fz no domínio do tempo.

Figura 6.6 – Resposta dinâmica de Fz no domínio da frequência – 1º iteração.

Figura 6.7 – Resposta dinâmica de Fz no domínio da frequência – 2º iteração.

Figura 6.8 – Resposta dinâmica de Fz no domínio da frequência – 3º iteração.

Verificou-se que para a terceira iteração houve um decréscimo da ordem de 6,9% dos efeitos dinâmicos, como calculado em 6.2, determinado através do método SRSS – *Square Root of the Sum of Squares* – que nada mais é que a raiz quadrada da soma dos quadrados das máximas amplitudes de F_z , no intervalo de frequência angular variando de 0 rad/s a 47,85 rad/s. Trata-se de uma simplificação para se levar em conta que as respostas máximas geralmente não ocorrem ao mesmo tempo.

$$\text{ERRO} = 100 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{\sum_{w=1}^{50} A_{w,3^\circ \text{iter.}}^2}}{\sqrt{\sum_{w=1}^{50} A_{w,1^\circ \text{iter.}}^2}} \right) = 100 \cdot \left(1 - \frac{24,26}{26,05} \right) = 6,9\%, \quad (6.2)$$

onde,

$A_{w,1^\circ \text{iter.}}$ é a amplitude do esforço para a frequência angular w na primeira iteração;

$A_{w,3^\circ \text{iter.}}$ é a amplitude do esforço para a frequência angular w na terceira iteração.

6.4 CONCLUSÕES

Com base nos estudos de campo apresentados no capítulo anterior, nota-se que os resultados obtidos para esse modelo computacional são coerentes com os resultados apresentados nos ensaios de campo, seção 6.1, segundo o qual, para frequências naturais da estrutura menores que 1,5 Hz, o coeficiente de amplificação dinâmica equivale a 1,2, como visto na figura 6.1.

A estrutura estudada apresenta o primeiro modo de vibração com frequência natural equivalente a 0,637 Hz, modelada com os apoios no centro de gravidade da seção transversal. É notável um aumento sensível da frequência fundamental, quando os apoios são considerados excêntricos. Foram calculados coeficientes de amplificação dinâmica para deslocamentos vertical da estrutura no meio do vão e para momentos fletores, considerando ainda as duas condições de tráfego. Observou-se que os coeficientes de amplificação dinâmica variaram de 1,221 a 1,272, sendo sensivelmente menores quando calculados para o caso de comboio de veículos, devido a interação das “ondas” que se combinaram de forma destrutiva.

A pequena diferença com o estudo de CANTIENI, apresentado no capítulo 6.1, pode ser explicada devido à adoção de um carregamento originado da interação veículo-pavimento indeslocável, que geralmente tende a aumentar sua amplificação dinâmica, conforme comprovado no item 6.3, onde se verificou por meio de um procedimento iterativo que a adoção da hipótese de pavimento indeslocável representava um acréscimo nos efeitos dinâmicos da ordem de 6,9% para o exemplo estudado. Ainda, considerou-se um pavimento de má qualidade de conservação, IRI equivalente a 4,4m/km, fato que potencializou os efeitos dinâmicos do estudo presente.

Ressalta-se ainda que o coeficiente de amortecimento adotado, baseado nos estudos relatados por CANTIENI, foi alto. Atualmente, estudos de amortecimento estrutural indicam

que para pontes mistas esse amortecimento é da ordem de 2%, já para pontes de concreto a taxa de amortecimento se encontra na casa dos 5%. Nos estudos de caso adotou-se 6%. Além disso, a relação dos módulos de elasticidade do aço e do concreto deve-se limitar a no máximo 10.

Verificou-se também a existência de uma repartição energética entre todos os modos de vibração veicular; sendo assim, é conveniente a manutenção da maior quantidade possível de modos de vibração do veículo para determinar as forças reduzidas a serem aplicadas na estrutura, já que simplificações do modelo poderão desprezar efeitos significativos na resposta. Vale ressaltar que, com o aumento da velocidade do veículo, a participação dos modos veiculares mais altos aumenta; dessa maneira, a excitação de modos naturais mais altos da estrutura pode ser relevante, principalmente aqueles relativos à distorção da seção caixão.

O estudo da flutuação dos esforços de torção devido somente à diferença dos perfis de rugosidade sob cada linha de pneu do veículo apresentou um incremento dinâmico da ordem de 2,9% para o exemplo estudado, que se somado com o coeficiente de amplificação dinâmica para um dos casos estudados, de 1,242, representaria um acréscimo de 2,3% para efeitos de torção. É importante salientar, entretanto, que este é um resultado isolado, específico para este estudo de caso, sendo possível que para outras condições de projeto e, na eventualidade de ocorrência de ressonância para passagem de comboios, incrementos dinâmicos mais significativos possam ocorrer.

Com relação às normas técnicas brasileiras, o que se nota é que o coeficiente de amplificação dinâmica é maior do que a unidade somente para vãos pequenos. Para vãos maiores, a segurança estaria garantida pela adoção de um trem-tipo extremamente pesado e fora da realidade dos veículos que trafegam em nossas rodovias. Dessa forma, a consideração dos efeitos dinâmicos pela norma brasileira apenas corrige os esforços solicitantes mais

significativos para vãos menores devido aos efeitos dinâmicos, porém, como não propõe um cálculo efetivamente dinâmico, existe possibilidade de comprometimento da margem de segurança estrutural.

Verificou-se que todos os resultados aqui apresentados são completamente dependentes da tipologia estrutural, estado de conservação do pavimento e características dinâmicas veiculares, podendo apresentar diferenças consideráveis se alterados alguns desses fatores.

6.5 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para esse trabalho foi criado um perfil de rugosidade do pavimento e todas as soluções foram obtidas a partir da integração no domínio do tempo. Porém, para a obtenção das forças de interação, modeladas de maneira desacoplada da estrutura e em pavimento indeslocável, poderiam ter sido utilizados parâmetros de rugosidade no domínio da frequência, de forma a não ser necessária a criação de um perfil de rugosidade determinístico, alcançando soluções mais gerais e provavelmente resultados ainda mais significativos, tendo em vista que para cada velocidade do veículo poderiam ser escolhidos espectros “de frequências de ondas da rugosidade”, como descrito na equação 2.3, de forma que ocorresse a máxima amplificação dinâmica dos esforços de interação.

Além disso, utilizou-se um código comercial de análise estrutural pelo método dos elementos finitos. Tal fato dificulta a obtenção de resultados parciais que visam a garantir a confiabilidade do resultado final. Sendo assim, para estudar um modelo acoplado dos efeitos de interação dinâmica veículo-pavimento-estrutura, é aconselhável a utilização de programas abertos para obtenção dos resultados, de forma que se tenha completo domínio sobre a ferramenta utilizada, e que se possa estudar a condição de contacto unilateral.

Com relação à hierarquia do modelo estrutural, esse trabalho considerou um modelo de baixa hierarquia, sendo a estrutura representada por uma barra espacial. Entretanto, verificou-se uma ampla repartição da energia modal entre os modos de vibração veicular; assim, modos mais altos de vibração estrutural poderão apresentar efeitos significativos, principalmente aqueles modos relacionados a efeitos locais, como por exemplo, a distorção da seção caixão, requerendo a utilização de modelos de hierarquia mais alta, utilizando por exemplo, elementos de casca, podendo assim, ser verificadas as respostas dinâmicas para efeitos de bi-momento das estruturas com seção caixão.

Verificou-se também a necessidade de uma FFT (*Fast Fourier Transform*) dos sinais temporais para determinação das frequências de resposta do sistema dinâmico.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AASHTO. 1996. *Standard Specifications for Highways Bridges*. 16th ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials.
- AASHTO. 1998. *LRFD Bridge Design Specifications-Customary US Units*. second ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials.
- ALMEIDA, R. S., 2006, *Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares*. Dissertação de M.Sc, UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. *Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido – NBR 7187*. 1987. Rio de Janeiro.
- _____. *Carga Móvel em Pontes Rodoviárias – NB6*. 1960. Rio de Janeiro.
- _____. *Carga Móvel em Pontes Rodoviárias e Passarela de Pedestre – NB7188*. 1984. Rio de Janeiro.
- AYRE, R. S., FORD, G. and JACOBSEN, L. S., 1950, *Transverse Vibration of a Two Span Beam under Action of a Moving Constant Force*. Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 17, pp 1-12.
- BASTOW, D., HOWARD, G., 1993, *Car Suspension and Handling*. Third Edition, Pentech Press Ltd., London and Society of automobile Engineers, Inc. London, UK.
- BATTISTA, R. C., 1993, *Concepção, projeto e instalação de absorsores passivos de vibração para atenuação dos esforços dinâmicos na ponte de acesso do porto de Sepetiba*. Relatório Técnico, COPETEC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

-
- BENEVIDES, S. A., 2006, *Modelos de Desempenho de Pavimentos Asfálticos para um Sistema de Gestão de Rodovias Estaduais do Ceará*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ,RJ, Brasil.
- BEZ, R., CANTIENI, R. AND JACQUEMOUD, J., 1987, *Modeling of highway traffic loads in Switzerland*, International Association for Bridge and Structural Engineering Periodica, (3): 153–68.
- BILLING, J.R. AND GREEN, R., 1984, *Design provisions for dynamic loading of highway bridges*, Transportation Research Record, (950): 94–103.
- BRAUN, H., 1969, *Untersuchungen Von Fahrbahnunebenheiten und Anwendungen der Ergebnisse*. Dissertation, Von der Fakultat für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.
- BRAUN, H., 1966, *Untersuchungen über Fahrbahnunebenheiten*. Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik.
- BRUCH, Y. A., 1973, *Análise Dinâmica de Placas Retangulares pelo Método dos Elementos Finitos*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ,RJ, Brasil.
- CAMPOS, A. C. R., 2004, *Métodos de Previsão de Desempenho de Irregularidades Longitudinal para Pavimentos Asfálticos: Aplicação e Proposição de Critérios de Ajuste*. Dissertação de M.Sc., Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- CANTIENI, R., 1984, *Dynamic load testing of highway bridges*. International Association for Bridge and Structural Engineering, Periodica, 57–72.
- _____. *Dynamic load testing of highway bridges*, Transportation Research Record, 1984, (950): 141–8.
- _____. *Dynamic load testing of a two-lane highway bridge*, International Conference, Traffic Effects on Structures and Environment, Strbske Pleso, Czechoslovakia, 1–3, 1987.

-
- _____. *Dynamic Behaviour of Highway Bridges under the Passage of Heavy Vehicles*, Swiss Federal Laboratories for Materials Testing and Research (EMPA), Dübendorf, Switzerland, 1992.
- CARNEIRO, R. J. F. M., 1986, *Análise de Pontes Rodoviárias sob à Ação de Cargas Móveis*. Dissertação de M.Sc, PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CHANG, D. and LEE, H., 1994, *Impact Factors for Single-Span Highway Girder Bridges*. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.120, nº3, pp.704-715.
- CHANG, D. and LEE, H. 1994. *Impact Factors for Simple-Span Highway Girder Bridges*. J. Struc. Engr., Vol.120, nº3, pp. 704-715.
- CHOMPOOMING, K. and YENER, M. 1995. *The Influence of Roadway Surface Irregularities and Vehicle Deceleration on Bridges Dynamics Using the Metod of Lines*. J. of Sound and Vibrations, 183(4), pp. 567-589.
- CSAGOLY, P.F., CAMPBELL, T.I. AND AGARWAL, A.C., 1972, *Bridge Vibration Study*, Ontario Ministry of Transportation Report, RR181.
- EDGERTON, R. C. and BEECROFT, G. W., 1955, *Dynamic Studies of Two Continuous Plate Girder Bridges*. Hwy. Res. Bd. Bull., nº124, Washington D.C., pp.33-46.
- FARIAS, M. M, SOUZA, R. O., 2002, *Irregularidade Longitudinal e sua Influência na Avaliação Funcional de Pavimentos*. In: VII Encontro Nacional de Conservação Rodoviária, Vitória, ES. CD - Rom.
- FEENY, B. F., KAPPAGANTU, R. 1998. *On the Physical Interpretation of Proper Orthogonal Modes in Vibrations*. J. of Sounds and Vibration, 211(4) (1998), pp. 607-616.
- FEENY, B. F., LIANG, Y. 2003. *Interpreting Proper Orthogonal Modes of Randomly Excited Vibrations Systems*. J. of Sounds and Vibration, 265(2003), pp. 953-966.
- FERREIRA, K. I. I., 1991, *Avaliação do Critério para Cácluclo dos Efeitos de Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias*. PUC-Rio – Tese de Mestrado, Rio de Janeiro.

-
- GILLESPIE, T. D., KARAMIHAS, S. M., CEBON, D., *et al*, 1992, *Effects of heavy vehicle characteristics on pavement response and performance*. The University of Michigan transportation Research institute, UMTRI 92-2.
- HENCHI, K., FAFARD, M., DHATT, G. and TALBOT, M. 1997. *Dynamic Behaviour of Multi-Span Beams Under Moving Loads*. J. of Sounds and Vibration, 199(1), pp. 33-50.
- HILERBORG, A., 1951, *Dynamics Influence of Smoothly Running Loads on Simply Supported Girders*. Inst. Struc. Engr. Bridge Building, Royal Inst. Tech. Stockholm.
- HONDA, H., KAJIKAWA, Y., KOBORI, T., 1982, *Spectra of Road Surface Roughness on Bridges*. Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 108, ST9, 1956-1966.
- HUANG, T., VELETOS, A. S., 1970, *Analyses of Dynamic Response of Highway Bridges*. ASCE, J. Mech. Div., vol. 96.
- INBANATHAN, B. M. J. and WIELAND, M., 1987, *Bridge Vibrations due to Vehicle Moving over Rough Surface*. ASCE, J. Struc. Engr., Vol 113, n° 9, pp.1994-2009.
- INGLIS, C. E., 1934, *A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges*. Cambridge Univ. Press, London.
- KREBS, W. AND CANTIENI, R., 1997, *Dynamic Vehicle / Bridge effects*. OECD Divine Asia-Pacific Concluding Conference, 5-7 November, Melbourne.
- LEONARD, D.R., GRAINGER, J.W. AND EYRE, R., 1974, *Loads and Vibrations caused by Eight Commercial Vehicles with Gross Weights Exceeding 32 Ton*, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, Report LR582.
- LONNEY, C. T., 1944, *Impact on Railway Bridge*. Univ. Illinois Bulletin, Series n°352.
- MELO, E. S., 2007, *Interação Dinâmica Veículo-Estrutura em Pequenas Pontes Rodoviárias*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- NASSIF, H. H. and LIU, M., 2004, *Analytical modeling of bridge-road-vehicle dynamic interaction sustem*. Journal of Vibration and Control, 10:215-241.
- NOWAK, A. S. 1994. *Load Model for Bridge Design Code*. Can. J. Civ. Ng., Vol.21, pp. 36-49.

-
- OHBDC, 1979, *Ontario Highway Bridge Design Code*. Ontario Ministry of Transportation, Downsview, Ontario.
- OHBDC, 1983, *Ontario Highway Bridge Design Code*. Ontario Ministry of Transportation, Downsview, Ontario.
- OHBDC, 1991, *Ontario Highway Bridge Design Code*. Ontario Ministry of Transportation, Downsview, Ontario.
- O'CONNOR, C. AND PRITCHARD, R.W., 1982, *Service Performance of Six Mile Creek Bridge*, Australian Road Research Board Report A1R 321-1, Melbourne.
- PINTO, S. and PREUSSLER, E. S., 2002, *Pavimentação Rodoviária: Conceitos Fundamentais sobre Pavimentos Flexíveis*. ISBN 85-902537-1-6, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PRAT, M., 2001, *Traffic Load Models for Bridge Design: Recent Developments and Research*. Progress in Structural Engineering and Materials, v.3, pp.326-334.
- RAMALHO, F. N. M., 1988, *Pontes Rodoviárias Submetidas a Situações Especiais de Carregamento Dinâmico*. Dissertação de M.Sc, PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- ROSSIGALI, C. E., 2006, *Estudos Probabilísticas para Modelos de Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias no Brasil*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- SANTOS, E. F., 2007, *Análise e Redução de Vibração em Pontes Rodoviárias*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- SEDLACEK, G. and DROSNER, S., 1990, *Dynamik bei Brucken*. Institut für Stahlbau, RWTH Aachen, Mies van der Rohe Str. 1, 5100, Aachen, U. Braunschweig, U. Hannover, Deutsche.
- SHAW, P.A., 1993, *Static Analysis and Dynamic Simulation of Linked Multi-axle Truck Suspension Units*, PhD thesis, The University of Queensland.
- SHEFFEY, C. F., 1955, *Dynamic Load Analysis and Design of Highway Bridges*. Hwy. Res. Bd. Bull., nº124, Washington D.C., pp.16-32.

-
- SILVA, J. G. S. 1996. *Análise Dinâmica Não Determinística de Tabuleiros de Pontes Rodoviárias com Irregularidades Superficiais*. PUC-Rio – Tese de Doutorado. Rio de Janeiro.
- SILVA, J. G. S. 2002. *Comportamento Dinâmico de Pontes Rodoviárias à Travessia de Veículos Sobre a Superfície Irregular do Pavimento*, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol.18, pp. 521-540. Espanha.
- SOONG, T. T., 2004; "Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers", Chichester: John Wiley & Sons.
- STOKES, G., 1849; "Discussion of a Differential Equation Relating to the Breaking of Railway Bridges", Trans. Cambridge Philosophic Soc., Vol. 8.
- TIMOSHENKO, S., 1964, *Vibration Problems in Engineering*. 3^o Edition, D. Van Nostrand.
- TUNG, T. P., GOODMAN, L. E., CHEN, T. Y. and NEWMARK, N. M., 1956, *Highway Bridge Impact Problems*. Hwy. Res. Bd. Bull., nº124, Washington D.C.
- WANG, T. L. and HUANG, D. *Cable-Stayed Bridge Vibrations due to Road Surface Roughness*. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.118, nº 5, pp. 1354-1374, 1992.
- WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. 1992. *Dynamic Response of Multigirder Bridges*. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.118, pp. 2222-2238.
- WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. 1992. *Impact Analysis of Continuous Multigirder Bridges due to Moving Vehicles*. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.118, nº12, pp. 3427-3443.
- WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. 1993. *Impact Studies of Multigirder Concrete Bridges*. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.119, nº8, pp. 2387-2402.
- WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. 1994. *Dynamic Behavior of Slant-Legged Rigid Frame Highway Bridge*. ASCE, J. Struc. Engr., Vol.120, nº3, pp. 885-902.
- WEN, R. K. 1960. *Dynamic Response of Beams Traversed by Two-Axle Loads*. ASCE, J. Mech. Div., Vol.86.

WILLIS, R.1849. *Appendix to the Report of the Commissioners Appointed to Inquire into the Application of Iron to Railway Structures*. Stationary Office, London.