ESTEVÃO CARCIOFFI LAZANHA

**ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DE ESTRUTURAS
METÁLICAS SOB EXCITAÇÃO ALEATÓRIA DE VENTO**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia.**

**SÃO PAULO
2003**

ESTEVÃO CARCIOFFI LAZANHA

**ANÁLISE DINÂMICA ELASTO-PLÁSTICA DE ESTRUTURAS
METÁLICAS SOB EXCITAÇÃO ALEATÓRIA DE VENTO**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia.**

**Área de Concentração: Engenharia de
Estruturas.**

**Orientador: Prof. Livre-Docente
Reyolando M. L. R. F. Brasil.**

**SÃO PAULO
2003**

FICHA CATALOGRÁFICA

Lazanha, Estevão Carcioffi

**Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas
sob excitação aleatória de vento / Estevão Carcioffi Lazanha. --
São Paulo, 2003. Edição Revisada.**

142 p.

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de
Estruturas e Fundações.**

**1. Dinâmica das estruturas I. Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas
e Fundações II. t.**

Aos Meus Pais, pelo apoio incondicional e grande incentivo. Desejo, um dia, poder retribuir a inesgotável dívida que possuo para com vocês.

AGRADECIMENTOS

Ao **Prof. Reyolando M. L. R. F. Brasil** que durante nosso convívio ensinou-me a admirá-lo pela sua retidão e profissionalismo. Agradeço por todos os momentos que compartilhei com os ensinamentos enobrecedores deste verdadeiro Mestre, os quais levarei por toda a vida.

À minha namorada **Liege Karina Souza** pelo companheirismo, compreensão e apoio incondicional. O amor puro e verdadeiro que sentimos foi um porto seguro em que repousei após cada dificuldade vencida e sei, nas profundezas de meu âmago, que este amor perdurará para sempre.

Ao meu irmão **Tomaz Lazanha** por estar sempre ao meu lado, argumentando e me ajudando a escolher o melhor caminho.

A todos que contribuíram direta e indiretamente para com a realização deste trabalho, especialmente, ao amigo **Prof. Luís César de Souza Pinto** pelo companheirismo e permanente incentivo, aos professores **Edson Seixas Forni** e **Mario Alberto Ferriani**, que me receberam tão prestativamente como estagiário me iniciando nos caminhos da engenharia e ao **Prof. Victor Manoel de Souza Lima** pelo voto de confiança que tornou possível a realização de meu sonho.

Aos companheiros de Pós-graduação pela colaboração e amizade.

À FAPESP que, durante os dois anos de pesquisa, acreditou no meu trabalho concedendo um importante apoio financeiro, por meio de uma bolsa de Mestrado.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa apresenta um modelo numérico para a análise de estruturas planas sob excitação aleatória induzida pelo vento. O comportamento não-linear da estrutura é considerado adotando-se um modelo constitutivo elasto-plástico para o material, aço estrutural. Os elementos das estruturas estudadas estão sujeitos ao surgimento e desaparecimento de rótulas plásticas, levando a um dimensionamento mais econômico. O conhecimento a respeito de vibrações aleatórias de estruturas lineares encontra-se estabelecido. Por outro lado, poucos resultados encontram-se disponíveis para o caso não linear considerado. Para a simulação de vibrações aleatórias uma análise de Monte Carlo é utilizada. Uma função de densidade espectral de potência das velocidades do vento é usada para gerar um certo número de funções harmônicas de carregamento. Os ângulos de fases destes harmônicos são gerados por um algoritmo pseudo-aleatório. Para cada função de carregamento realiza-se uma integração direta no tempo pelo método de Newmark. A grande quantidade de dados de resposta é tratada estatisticamente de modo a permitir a obtenção de conclusões, a respeito da possibilidade de ocorrência de eventos desfavoráveis, do ponto de vista da engenharia.

ABSTRACT

This work presents a numerical model to analyze structures under random dynamic excitation induced by the wind. The structure is considered to have nonlinear behavior due to the elastic-plastic constitutive law adopted for the material, structural steel. The members of the studied structures may experience formation or disappearance of plastic hinges, leading to a more economic design. Random vibrations of linear structures is a well established subject. On the other hand, very few results are available for the nonlinear case as the one considered. To simulate random vibrations a Monte Carlo type analysis is used. A power spectral density function for wind velocity is used to generate a large number of harmonic input functions. Their phase angles are generated via a pseudo-random algorithm. Numerical time integration using Newmark's method is performed for each input function. The large amount of response data obtained is statistically treated to allow for useful engineering conclusions on the probability of occurrence of unfavorable events.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 TEMA E MOTIVAÇÃO	2
1.2 OBJETIVOS	7
1.3 HIPÓTESES ADOTADAS.....	8
1.4 LIMITAÇÕES DA PESQUISA	8
1.5 PLANO DA DISSERTAÇÃO	9
2 REVISÃO DA LITERATURA	11
2.1 O COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO MATERIAL.....	11
2.2 O PROCESSO DE INTEGRAÇÃO DIRETA NO TEMPO	14
2.3 O CARREGAMENTO DINÂMICO E O PROCESSO DO VENTO SINTÉTICO	15
3 ELEMENTOS DE DINÂMICA DAS ESTRUTURAS.....	19
3.1 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NA DINÂMICA DAS ESTRUTURAS .	21
3.1.1 Teoria de barras de Bernoulli-Euler	23
3.1.2 Discretização pelo Método dos Elementos Finitos.....	28
3.2 MATRIZES DE MASSA E RIGIDEZ ELÁSTICA	30
3.2.1 Barra bi-engastada.....	30
3.2.2 Barra com articulação à esquerda	33
3.2.3 Barra com articulação à direita	34
3.2.4 Barra bi-articulada.....	35
3.3 MATRIZ DE AMORTECIMENTO	36
3.4 FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAÇÃO	37
3.5 AMORTECIMENTO DE RAYLEIGH	38
4 O COMPORTAMENTO DO MATERIAL ESTRUTURAL.....	41
4.1 RELAÇÃO TENSÃO/DEFORMAÇÃO PARA O AÇO DÚCTIL	44
4.2 AVALIAÇÃO DO MOMENTO DE PLASTIFICAÇÃO TOTAL	47
4.3 CONDIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE RÓTULAS PLÁSTICAS	52
5 SIMULAÇÃO DO CARREGAMENTO DEVIDO AO VENTO	55
5.1 O FLUXO DE VENTO	56
5.2 O ESPECTRO DE POTÊNCIA DO VENTO.....	60
5.2.1 Função de autocorrelação.....	60
5.2.2 Análise de Fourier	62
5.2.3 Representação espectral do vento	65
5.3 O PROCESSO DO VENTO SINTÉTICO	67
5.3.1 Simulação de Monte Carlo.....	68

5.3.2 Espectro de vento adotado.....	69
5.3.3 Decomposição das pressões flutuantes.....	70
5.3.4 Correlação espacial de velocidades	73
5.4 SISTEMATIZAÇÃO DO MÉTODO.....	76
6 O PROCESSO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA	80
6.1 CLASSIFICAÇÃO DOS PROCESSOS DE SOLUÇÃO DINÂMICA	81
6.2 MÉTODO DE NEWMARK	83
6.2.1 Método da aceleração linear	85
6.2.2 Método da aceleração média constante	87
6.2.3 Precisão e estabilidade	88
6.3 ABORDAGEM DO COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR.....	89
6.4 ALGORITMOS MAIS IMPORTANTES.....	92
6.4.1 Algoritmo de integração.....	94
6.4.2 Algoritmo de detecção das rótulas	96
7 APLICAÇÕES	102
7.1 EXEMPLO PROPOSTO POR CLOUGH; PENZIEN (1993)	102
7.2 EXEMPLO DA APLICAÇÃO DO VENTO	105
7.3 ESTRUTURA COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE.....	111
8 CONCLUSÕES E PROPOSTAS.....	117
LISTA DE REFERÊNCIAS.....	122
BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA	125
ANEXO – MANUAL DO PROGRAMA ADEEMEV.....	127

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1	- Campo de deslocamentos.....	24
Figura 3.2	- Equilíbrio de um trecho infinitesimal de barra.....	27
Figura 3.3	- Coordenadas generalizadas adotadas.....	28
Figura 3.4	- Barra bi-engastada.....	30
Figura 3.5	- Barra com articulação à esquerda.....	33
Figura 3.6	- Barra com articulação à direita.....	34
Figura 3.7	- Barra bi-articulada.....	35
Figura 4.1	- Relação momento/curvatura.....	42
Figura 4.2	- Curvas tensão/deformação típicas.....	44
Figura 4.3	- Relação tensão/deformação para aço dúctil.....	45
Figura 4.4	- Curva tensão/deformação para comportamento elasto-plástico perfeito.....	47
Figura 4.5	- Distribuição de tensões em uma viga elasto-plástica.....	48
Figura 4.6	- Distribuição de tensões para plastificação total.....	50
Figura 4.7	- Seção transversal tipo “I”.....	51
Figura 5.1	- Histórico de um processo aleatório.....	57
Figura 5.2	- Densidade de probabilidade para uma distribuição normal.....	58
Figura 5.3	- Exemplo de séries temporais diversas.....	59
Figura 5.4	- Cálculo da autocorrelação.....	61
Figura 5.5	- Curva típica da função de autocorrelação para um processo estacionário.....	62
Figura 5.6	- Função periódica arbitrária.....	63
Figura 5.7	- Representação gráfica dos coeficientes de Fourier..	64
Figura 5.8	- Espectros de Davenport, Harris, von Kármán e Kaimal.....	66

Figura 5.9 – Rajadas equivalentes.....	75
Figura 6.1 – Variação linear da aceleração.....	85
Figura 6.2 – Aceleração média constante.....	87
Figura 6.3 – Geometria de barra com rótula na extremidade ①..	90
Figura 6.4 – Geometria de barra com rótula na extremidade ②..	91
Figura 6.5 – Geometria de barra com rótulas nas extremidades ① e ②.....	91
Figura 6.6 – Organização dos módulos de programação.....	94
Figura 6.7 – Algoritmo de integração numérica, parte I.....	94
Figura 6.8 – Algoritmo de integração numérica, parte II.....	95
Figura 6.9 – Algoritmo de detecção das rótulas, parte I.....	96
Figura 6.10 – Algoritmo de detecção das rótulas, parte II.....	97
Figura 6.11 – Algoritmo de detecção das rótulas, parte III.....	98
Figura 6.12 – Algoritmo de detecção das rótulas, parte IV.....	99
Figura 6.13 – Algoritmo de detecção das rótulas, parte V.....	100
Figura 6.14 – Algoritmo de detecção das rótulas, parte VI.....	101
Figura 7.1 – Modelo, comportamento material e carregamento para o primeiro exemplo.....	103
Figura 7.2 – Histórico de resposta do modelo elástico linear.....	104
Figura 7.3 – Histórico de resposta do modelo elasto-plástico.....	105
Figura 7.4 – Modelo da caixa d'água.....	106
Figura 7.5 – Seção transversal das colunas.....	107
Figura 7.6 – Carregamento gerado pelo processo do vento sintético.....	108
Figura 7.7 – Histórico de resposta para comportamento elástico	109
Figura 7.8 – Histórico de resposta para comportamento elasto- plástico.....	109
Figura 7.9 – Valores de deslocamento extremos.....	110

Figura 7.10 – Modelo de vários graus de liberdade.....	112
Figura 7.11 – Seções transversais.....	113
Figura 7.12 – Histórico de deslocamentos do topo da estrutura, considerando-se comportamento elástico do material.....	114
Figura 7.13 – Histórico de deslocamentos do topo da estrutura, considerando-se comportamento elasto-plástico do material.....	115
Figura 7.14 – Valores de deslocamento máximos.....	115
Figura A.1 – Tela inicial do programa ADEMEV.....	127
Figura A.2 – Caixa de diálogo <i>Abrir</i>	128
Figura A.3 – Janela <i>Material</i>	129
Figura A.4 – Janela <i>Seções Transversais</i>	130
Figura A.5 – Janela <i>Informações da seção transversal</i>	131
Figura A.6 – Janela <i>Amortecimento Modal</i>	131
Figura A.7 – Janela <i>Processo de Integração</i>	132
Figura A.8 – Janela <i>Sistema de Coordenadas</i>	133
Figura A.9 – Janela <i>Entrada de Nós</i>	133
Figura A.10 – Janela <i>Massas e rigidezes concentradas</i>	134
Figura A.11 – Janela <i>Entrada de Barras</i>	135
Figura A.12 – Janela <i>Vinculação da Estrutura</i>	136
Figura A.13 – Janela <i>Dados do Carregamento</i>	137
Figura A.14 – Janela <i>Carregamento de Vento</i>	137
Figura A.15 – Arquivo de carregamento gerado pelo ADEMEV.....	138
Figura A.16 – Arquivo de dados de carregamento gerado pelo ADEMEV.....	139
Figura A.17 – Janela <i>Solução</i>	140
Figura A.18 – Janela <i>Plotagem</i>	141

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	- Valores limites das relações largura/espessura.....	54
Tabela 7.1	- Componentes harmônicos do vento para o exemplo com apenas um grau de liberdade.....	107
Tabela 7.2	- Propriedades estatísticas dos históricos de resposta.....	111
Tabela 7.3	- Componentes harmônicos do vento para o exemplo com vários graus de liberdade.....	113
Tabela 7.4	- Propriedades estatísticas dos valores de pico.....	116

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ADEEMEV – Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas sob excitação vento, programa computacional criado durante o desenvolvimento da pesquisa
- MEF – Método dos elementos finitos
- NBR – Norma Brasileira
- SMC – Simulação de Monte Carlo

LISTA DE SÍMBOLOS

Minúsculas Romanas

a_0, a_k e b_k	Coeficientes de Fourier
b_3 e b_{600}	Parâmetros meteorológicos definidos pela NBR-6123
b_f	Largura do flange da seção transversal
c	Coeficiente aerodinâmico
c_{ij}	Elemento da matriz de amortecimento
d	Distância entre dois pontos da estrutura
f	Frequência (Hz)
f_u	Tensão última
f_y	Tensão de escoamento do aço
f_{ys}	Tensão de escoamento superior
h	Altura total da seção transversal
h_0	Altura da alma da seção transversal
$h(x)$	Função de interpolação
k_{ij}	Elemento da matriz de rigidez
m_{ij}	Elemento da matriz de massa
p_3 e p_{600}	Parâmetros meteorológicos definidos pela NBR-6123
$\bar{p}$	Pressão média ou estática
p_T	Pressão total
$p'(t)$	Pressão flutuante
$p(x)$	Função de densidade de probabilidade
r	Número do harmônico ressonante com o primeiro modo de vibração livre da estrutura
t_f	Espessura do flange da seção transversal
t_w	Espessura da alma da seção transversal
u	Deslocamento longitudinal
y	Distância da fibra à linha neutra
w	Deslocamento transversal

Maiúsculas Romanas

A	Área da seção transversal/Área da projeção vertical
A_0 e A_1	Coeficientes do amortecimento tipo Rayleigh
$A(\omega)$ e $B(\omega)$	Componentes da transformada de Fourier
C_a	Coeficiente de arrasto da estrutura
$C_{c,n}$	Coeficiente de amortecimento crítico para o modo n
C_n	Coeficiente de amortecimento para o modo n
C_z e C_y	Coeficientes de decaimento exponencial
Coh	Função de correlação espacial de velocidades
E	Módulo de elasticidade
E_e	Módulo de elasticidade após encruamento
$E[x]$	Valor médio da função (m)
$E[x^2]$	Valor quadrado médio
F_D	Força dinâmica
F_E	Força estática
I	Momento de inércia
L	Comprimento da barra
M	Momento fletor
M_{pl}	Momento de plastificação total da seção
M_y	Momento fletor atuante para início do escoamento
N	Esforço normal
N_d	Força normal de compressão de cálculo
N_y	Força normal de escoamento da seção
$\overline{Q}$	Forças não conservativas
R	Raio de curvatura
R_0	Raio de curvatura inicial
$R_x(\tau)$	Função de autocorrelação
S_x	Função de densidade espectral
T	Intervalo de tempo/Período de função harmônica

$\bar{T}$	Energia cinética
$\bar{U}$	Energia de deformação
V	Esforço cortante
$\bar{V}$	Energia Potencial
V_0	Velocidade básica do vento
$\bar{V}(z)$	Velocidade média horária na cota z
Z	Módulo de resistência plástico da seção transversal
W	Módulo de resistência elástico da seção transversal
$\bar{W}$	Energia potencial dos esforços conservativos

Vetores

$\mathbf{f}_{\text{Rest}}$	Vetor de forças restauradoras
$\mathbf{p}(t)$	Vetor de carregamento dinâmico
$\mathbf{q}$	Vetor de deslocamentos nas coordenadas generalizadas
$\dot{\mathbf{q}}$	Vetor de velocidades nas coordenadas generalizadas
$\ddot{\mathbf{q}}$	Vetor de acelerações nas coordenadas generalizadas
$\mathbf{q}^e$	Vetor de deslocamentos generalizados para um elemento
$\mathbf{u}$	Vetor de deslocamentos nas coordenadas originais
$\mathbf{x}$	Vetor posição
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Vetor de deformações
$\boldsymbol{\sigma}$	Vetor de tensões
$\boldsymbol{\varphi}_n$	Vetor de forma modal para o modo n

Matrizes

$\mathbf{C}$	Matriz de amortecimento
$\mathbf{H}$	Matriz de funções de interpolação
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez
$\mathbf{M}$	Matriz de massa
$\mathbf{V}$	Matriz de vínculos

Minúsculas Gregas

α	Fator de forma
β	Parâmetro de integração de Newmark
ε_e	Deformação associada ao início do encruamento
ε_y	Deformação associada à tensão de escoamento superior
γ	Parâmetro de integração de Newmark
γ_a	Peso específico do aço
κ	Curvatura
v_{600} e v_3	Velocidades na cota z para os períodos de 600 e 3s respectivamente.
ρ	Densidade do ar
σ	Desvio padrão
σ^2	Variância
τ	Intervalo de tempo entre dois valores da série histórica/ Indicação de instante particular de tempo
ω_n	Freqüência natural de vibração do modo n (rad/s)
ξ	Taxa de amortecimento modal

Maiúsculas Gregas

Δt	Intervalo de tempo
Δz_{ok}	Altura de rajada equivalente
$\Delta \rho$	Incremento de rotação
$\Delta \omega$	Espaçamento entre harmônicos adjacentes

“Enquanto Deus nos dê um resto de alento, não há que desesperar da sorte do bem. A injustiça pode irritar-se, porque é precária. A verdade não se impacienta; porque é eterna. Quando praticamos uma boa ação, não sabemos se é para hoje, ou para quando. O caso é que os seus frutos podem ser tardios, mas são certos.

Uns plantam a semente da couve para o prato de amanhã, outros a semente do carvalho para o abrigo eterno. Aqueles cavam para si mesmos; estes lavram para seu país, para a felicidade de seus descendentes, para o benefício do gênero humano”

Rui Barbosa (1849-1923)

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Na natureza todos os fenômenos são intrinsecamente dinâmicos, isto é, variam com o passar do tempo. Representar estes fenômenos em toda a sua complexidade, na área da engenharia de estruturas é um grande desafio para o engenheiro.

Devido às dificuldades existentes para a inserção de carregamentos variantes no tempo e posterior verificação das repostas estruturais, várias hipóteses simplificadoras são assumidas.

Para os efeitos provocados pelas rajadas de vento, a adoção de carregamentos estáticos equivalentes representa a hipótese geralmente adotada.

Não obstante, existe uma penalidade associada à adoção de tal hipótese. Efeitos dinâmicos importantes, capazes de causar desconforto aos ocupantes ou até acidentes, não podem ser verificados. Em outros casos, a estrutura pode apresentar uma resposta dinâmica moderada e os carregamentos estáticos adotados podem levar a estruturas superdimensionadas.

Edifícios altos, torres de telecomunicações e chaminés são exemplos de estruturas sensíveis ao carregamento dinâmico do vento, assim sendo, a verificação mais precisa de seu comportamento é de suma importância.

A pesquisa realizada tirou partido da grande capacidade computacional atual para criar uma rotina de aplicação prática, capaz de simular três importantes aspectos presentes nos pórticos metálicos sujeitos ao carregamento de vento: a não-linearidade física do material e as características dinâmicas e aleatórias do carregamento.

1.1 Tema e motivação

As estruturas de aço representam um dos mais importantes sistemas construtivos utilizados na edificação de prédios e torres.

No Brasil, a aplicabilidade desse material em edifícios de grande altura ainda é pequena devido a fatores sócio-econômicos diversos. No mercado brasileiro, a presença de estruturas metálicas é notável na produção de torres para telecomunicações e transmissão de energia elétrica.

No entanto, a necessidade de execução de empreendimentos imobiliários em prazos cada vez menores e as novas exigências dos consumidores e empreendedores são fatores que têm criado grande expectativa quanto ao crescimento da utilização de estruturas metálicas de edifícios no Brasil.

Para certos tipos de configurações estruturais como, por exemplo, pórticos, a utilização de estruturas de aço apresenta algumas vantagens sobre outros sistemas estruturais. Dentre elas, podemos citar: alta resistência do material nos diversos estados de tensão, maior velocidade construtiva, possibilidade de estruturas mais leves e com maior liberdade de expressão arquitetônica devido, também, à alta resistência do material e possibilidade de seu reaproveitamento.

No processo de dimensionamento de estruturas de aço, como em qualquer outro projeto de engenharia, são admitidas várias hipóteses simplificadoras. O objetivo da adoção de tais hipóteses é possibilitar descrever o comportamento material, estrutural e do carregamento pela utilização de leis físicas e elementos matemáticos conhecidos e de aplicabilidade comprovada.

A presente pesquisa propõe algumas alterações no mecanismo de análise de estruturas metálicas submetidas a carregamentos de vento de grande magnitude. A contribuição limita-se a um tipo particular de configuração estrutural e condição de carregamento, representando o ponto de partida para futuros estudos.

Um modelo de cálculo mais complexo permite que algumas simplificações sejam abandonadas como, por exemplo, a adoção de um carregamento estático equivalente para o vento e a verificação do comportamento material em regime elástico.

O aço-carbono, utilizado em aplicações estruturais, pode ser considerado um material dúctil, de comportamento elasto-plástico e a sua utilização, após o regime elástico, pode resultar em dimensionamentos mais econômicos.

A fim de contribuir para o aprofundamento desta temática, para Mello; Requena (2000:01), o tipo de análise estrutural atualmente adotado, obtido de normas e especificações, baseia-se em teorias de primeira ordem em regime elástico. Com efeito:

As normas ou especificações, geralmente, tentam retratar muitos comportamentos da estrutura através de fatores de amplificação nas fórmulas de dimensionamento das barras da estrutura. A introdução de fatores como, a capacidade última à compressão e a capacidade última à flexão, nas expressões dadas pelas normas, tentam representar o comportamento elasto-plástico.

A norma brasileira NBR-8800 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios (1986:02) define análise plástica como: *“Determinação dos efeitos das ações (...) baseada na hipótese de que*

os elementos da estrutura admitam a formação sucessiva de rótulas plásticas até atingir hipoestaticidade”.

Pelo suporte doutrinário de Laier; Barreiro (1983:177), o método elástico de análise estrutural não fornece uma resposta adequada na determinação da carga que produz o colapso estrutural. Os autores salientam, ainda, que: *“A reserva de capacidade dos materiais além do regime elástico varia muito de um material para outro, sem contar, naturalmente, que o comportamento nessa situação também é diferente de um material para outro”.*

De acordo com os ensinamentos de Pfeil, W; Pfeil, M (1995:16):

O cálculo das solicitações pela estática inelástica apresenta melhor coerência com o dimensionamento das seções no estado limite de plastificação e acrescentam, na prática profissional, entretanto, o cálculo elástico dos esforços solicitantes é o mais utilizado, tendo em vista sua maior simplicidade, e o fato de ser a favor da segurança.

As observações acima enfatizam dois pontos importantes que justificam a utilização do comportamento elasto-plástico para dimensionamento de estruturas. A consideração de que o cálculo elástico produz resultados a favor da segurança valida a observação, feita anteriormente, de que o cálculo elástico não permite o total aproveitamento da capacidade resistente do material.

Outro aspecto importante refere-se à justificativa da utilização do cálculo elástico devido a sua maior simplicidade. Como mencionado anteriormente, os recentes avanços computacionais passaram a permitir, para alguns casos, modelos mais refinados do comportamento estrutural.

O melhor aproveitamento da capacidade estrutural, também é destacado por Pfeil, W; Pfeil, M (1995:207), afirmando que, em estruturas hiperestáticas, o aparecimento de rótulas plásticas não provoca, necessariamente, o colapso estrutural. A estrutura perde, apenas, um grau de hiperestaticidade. Dessa premissa, com a continuidade do crescimento do carregamento, a distribuição de

momentos não mais segue a teoria linear, já que o momento atuante na rótula plástica não aumenta mais, transferindo as solicitações para outras seções. Nota-se que a redistribuição das solicitações mobiliza reservas de resistência da estrutura.

A respeito de todas as considerações supracitadas, é importante ressaltar que as teorias existentes para colapso plástico admitem a aplicação do carregamento de maneira quase estática e que este cresce monotonicamente, dando sentido à hipótese de que surgem rótulas plásticas até a hipoestaticidade (colapso). Quando se realiza uma análise dinâmica, entretanto, a equação de equilíbrio possui termos devidos à inércia e ao amortecimento. Assim, o decréscimo da rigidez até zero não significa necessariamente o colapso, já que outras forças estão presentes e podem atuar no sentido de recuperar a estrutura. Ademais, durante a análise, ocorrem recuperações de rótulas.

Constata-se, ainda, que além da grande complexidade envolvida na implementação de um modelo constitutivo para o material, existe, também, a discussão do modelo de carregamento a ser adotado.

Outrossim, a verificação dos esforços provenientes da ação do vento apresenta grandes dificuldades à análise de estruturas devido à grande variabilidade e à aleatoriedade do carregamento. Desta maneira, usualmente, adota-se uma simplificação importante de cálculo com a adoção de carregamentos estáticos equivalentes, considerando-se uma velocidade característica do vento.

No caso de estruturas com modos de vibração cujas primeiras frequências encontram-se abaixo de 1Hz, como é o caso de algumas estruturas metálicas, os efeitos dinâmicos do vento tornam-se importantes e a consideração desses esforços, como estáticos e de natureza determinística, é uma aproximação por demais grosseira.

A necessidade de averiguação do comportamento estrutural, adotando-se um modelo dinâmico de análise, é também

exigida pela norma brasileira NBR-8800 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios (1986:120). A norma comenta que:

Estruturas de edifícios cuja altura não ultrapassa 5 vezes a menor dimensão horizontal (estrutural) nem 50m podem, na maioria dos casos, ser consideradas rígidas, podendo-se supor que o vento é uma ação estática. Nos demais casos e nos casos de dúvida, a estrutura será considerada flexível, devendo ser levados em conta os efeitos dinâmicos do vento.

A norma brasileira NBR-6123 - Forças devido ao vento em edificações (1988:39) também ressalta a importância dos efeitos dinâmicos em seu Capítulo 9, “...edificações com período fundamental superior a 1s (frequências menores do que 1Hz), em particular aquelas fracamente amortecidas, podem apresentar importante resposta flutuante na direção do vento médio”.

No anexo H da mesma NBR-6123 (1988:70), encontra-se outra indicação da necessidade de se considerar o comportamento dinâmico da estrutura, assim, enseja salientar que:

Certas edificações esbeltas e flexíveis apresentam comportamento intrinsecamente dinâmico quando expostas ao vento, sendo que nem sempre a velocidade mais desfavorável é a velocidade máxima prevista para o vento. Torna-se necessário estudar sua estabilidade (sic) ... em uma gama bastante intensa de velocidades do vento.

Como pode ser inferido, a norma sugere a necessidade de um tratamento estocástico da velocidade do vento, considerando as flutuações aleatórias deste fenômeno e sua probabilidade de ocorrência.

É importante salientar também que, atualmente, existem modelos capazes de realizar a análise estocástica de estruturas de comportamento linear sob esforços de vento de maneira bastante satisfatória. Nesses modelos, são adotados métodos baseados no domínio das frequências, considerando-se o comportamento linear do material.

Este trabalho de pesquisa apresenta as considerações a serem assumidas e a técnica para implementação de uma rotina para

análise estatística da resposta dinâmica de estruturas aporticadas de aço sob excitação aleatória de vento.

Para este trabalho, o carregamento aleatório, obtido de espectros de potência do vento, será transformado em um certo número de carregamentos harmônicos, que serão aplicados sobre a estrutura, utilizando um programa de integração no domínio do tempo capaz de prever o comportamento materialmente não-linear. Pode-se então, realizar um estudo estatístico a partir dos resultados obtidos. A análise proposta também é conhecida como “vento sintético” ou “simulação de Monte Carlo”.

1.2 Objetivos

A abordagem efetuada permitiu atingir o objetivo da obtenção de um programa didático capaz de simular o comportamento de pórticos metálicos sob a ação de um carregamento dinâmico provocado pelo vento. A determinação da fronteira do conhecimento na área é alcançada pela revisão literária realizada e, por conseguinte, verifica-se a contemporaneidade da proposta.

O programa obtido realiza análises dinâmicas, no domínio do tempo, de estruturas metálicas planas compostas de barras. O programa foi construído de maneira a detectar o aparecimento ou desaparecimento de rótulas plásticas com as conseqüentes mudanças das características de rigidez da estrutura.

Durante o processamento, o programa gera automaticamente, a partir do espectro de potência do vento, um certo número de históricos de carregamentos harmônicos, com fases aleatoriamente escolhidas.

Três objetivos principais podem ser destacados neste trabalho: a consideração do vento como um carregamento dinâmico, o tratamento pseudoprobabilístico das velocidades do vento e a verificação do comportamento do material após o limite de escoamento, ou seja, em estado de plastificação.

1.3 Hipóteses adotadas

A abordagem a ser realizada baseia-se no método dos deslocamentos. A solução estrutural é obtida da análise matricial de estruturas planas utilizando-se a teoria de barras de Bernoulli-Euler, complementada pela hipótese de Navier como se segue:

- os elementos de barra são considerados perfeitamente retos;
- as forças axiais são aplicadas ao longo do eixo centroidal das barras;
- as seções permanecem planas após a deformação, não há distorção da seção transversal (Hipótese de Navier);
- a estrutura é constituída de elementos de barra deformáveis por flexão e por força axial;
- utilizam-se polinômios Hermitianos cúbicos para a interpolação dos deslocamentos transversais;
- as ações são aplicadas apenas no plano do pórtico;
- a curva tensão-deformação é considerada elástica até o limite de proporcionalidade do material, quando passa a um patamar de escoamento horizontal.

1.4 Limitações da pesquisa

A pesquisa apresentada limita-se ao estudo de modelos particulares de estrutura e carregamento.

As estruturas metálicas consideradas restringem-se a pórticos planos constituídos de perfis metálicos classe 1 de acordo com as indicações da norma brasileira NBR-8800 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios.

A possibilidade de que ocorra instabilidade elástica de qualquer membro durante a análise é excluída.

O material constituinte dos elementos estruturais é considerado homogêneo e isotrópico, com tensões de escoamento iguais, tanto para esforços de tração, quanto de compressão.

Durante o desenvolvimento dos cálculos, quando não definido explicitamente, foi admitido que o aço apresenta módulo de elasticidade para o regime elástico “E” igual a 205000MPa, peso específico “ γ_a ” igual a 77kN/m³ e tensão de escoamento “ f_y ” igual a 250MPa.

O carregamento dinâmico foi limitado a esforços concentrados, atuando no plano da estrutura, aplicados aos nós.

O modelo constitutivo adotado é o elasto-plástico perfeito. O diagrama tensão-deformação apresenta um patamar de escoamento bem definido.

Não é vislumbrada a presença de tensões residuais de qualquer natureza no cálculo do momento de plastificação.

Como em Fernandes Jr. (1995), admite-se que, quando o momento fletor atinge o momento de escoamento em uma seção transversal da barra, esta se torna instantaneamente plástica. Esta é uma aproximação bastante conveniente e largamente utilizada, pois evita a necessidade de algoritmos específicos para a integração das tensões na seção. Como se sabe, no caso de predomínio de esforços de flexão, as fibras externas apresentam plastificação primeiro e, em seguida, a plastificação se estende para o centro da seção.

1.5 Plano da dissertação

No capítulo 2, cumpre-nos examinar o enfoque que oferece uma revisão literária sobre o assunto abordado, dando ênfase à opinião de autores reconhecidamente importantes procurando estabelecer-se a fronteira do conhecimento.

No capítulo 3, são introduzidos elementos de dinâmica das estruturas e a teoria fundamental para a discretização em elementos finitos.

A completa definição do modelo constitutivo adotado, as limitações impostas pela norma brasileira e a técnica associada ao comportamento das rótulas plásticas são alguns dos itens que podem ser observados no capítulo 4.

A caracterização do vento adotada é apresentada no capítulo 5. Define-se também o conceito de processo de Monte Carlo, base da teoria aleatória de geração de carregamentos.

No capítulo 6 passa-se à integração numérica das equações de movimento para vários graus de liberdade. São apresentados os conceitos para a introdução da não-linearidade física no processo de integração de Newmark. Também são apresentados os algoritmos mais importantes utilizados na implantação do programa computacional

No capítulo 7, são realizadas algumas aplicações do programa, verificando-se a precisão dos resultados e comparando-os. Um exemplo de vários graus de liberdade também é apresentado.

Finalmente, no capítulo 8, são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões quanto ao prosseguimento do mesmo.

O trabalho possui, ainda, um anexo contendo o manual para utilização do programa produzido.

*“Quelli che s’innamoran di pratica senza scienza son
come ’l nocchieri ch’entra in navilio senza timone o
bussola, che mai ha certezza dove si vada”.*

Leonardo da Vinci (1452-1519)

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo são apresentadas opiniões e considerações a respeito do objeto de pesquisa. Procura-se também estabelecer a fronteira do conhecimento de modo a salientar a contemporaneidade da pesquisa realizada.

O direcionamento da pesquisa científica atual pode ser verificado em alguns trabalhos recentes citados. Conclusões e constatações são mencionadas como forma de suportar as hipóteses adotadas no presente trabalho de pesquisa.

Para facilitar a compreensão do leitor, as informações são apresentadas de acordo com os diversos aspectos desta pesquisa.

2.1 O comportamento elasto-plástico material

A simulação do comportamento material é realizada utilizando-se um modelo constitutivo conhecido como elasto-plástico

perfeito. A não-linearidade material é introduzida pelo surgimento ou desaparecimento de rótulas plásticas nas extremidades dos elementos estruturais.

Os métodos plásticos de análise estrutural são relativamente recentes quando comparados a outros mecanismos de análise de estruturas. Segundo Davies (2002), os métodos de análise plástica de pórticos planos surgiram na década de 60. Grande parte da formulação inicial apresentada mostrou-se incrivelmente sofisticada e, mesmo nos dias atuais, representa o estado da arte para a simulação da não-linearidade física em estruturas.

As referências clássicas dos métodos plásticos para análise de pórticos incluem os trabalhos de Neal (1956), Baker; Heyman (1969) e Heyman (1971).

A ductilidade é, com certeza, a característica do aço que torna atraente a utilização do mesmo em análises plásticas. Segundo Horne; Morris (1981) essa capacidade de alguns aços estruturais de resistir a deformações plásticas consideráveis, sem o perigo do surgimento de fraturas, faz com que o aço constitua o material ideal para a aplicação em análises plásticas. A adoção de ductilidade infinita constitui uma primeira hipótese do método das rótulas plásticas.

Uma segunda hipótese para a análise plástica de pórticos metálicos é apresentada por Chen; Sohal (1995). Segundo os autores, é necessário assumir que as deformações da estrutura são pequenas o suficiente, de modo que o efeito destas, na geometria do sistema, possa ser ignorado.

A completa utilização da ductilidade do aço constitui, também, a principal vantagem da utilização de análises plásticas quando comparadas a análises elásticas. Para Chen; Sohal (1995) as vantagens introduzidas incluem: redução do custo da estrutura e a representação mais realista do comportamento real das estruturas de aço.

Pode-se imaginar que a teoria plástica é menos exata que a teoria elástica, já que a primeira baseia-se em aproximações do comportamento real de vigas enquanto a última utiliza a lei de Hooke, que, de fato, representa o comportamento do aço e de outros materiais estruturais com um alto grau de precisão, para um certo intervalo de tensões. Neal (1956) destaca que a aparente precisão do método elástico é completamente ilusória, devido ao fato de que apenas estruturas testadas em laboratório são consideradas. As estruturas reais diferem das hipotéticas em vários aspectos; os elementos não se encaixam perfeitamente e são forçados para suas posições, conexões são assumidas como rígidas quando, de fato, são flexíveis e a soldagem produz tensões residuais.

O processo das rótulas plásticas, adotado como mecanismo de introdução da análise não-linear, constitui uma aproximação especialmente atraente para a simulação do comportamento de pórticos metálicos sujeitos ao carregamento de vento.

A aplicabilidade da teoria de rótulas plásticas a pórticos é enfatizada por Baker; Heyman (1969). Para os autores, o método é especialmente ajustado para a análise de estruturas nas quais a ação das forças externas é resistida, principalmente, pela flexão dos elementos estruturais.

Os primeiros trabalhos relativos à análise plástica de estruturas na década de 60 já apresentavam o método das rótulas plásticas. No entanto, o método ainda é objeto de pesquisa de vários estudos recentes. As vantagens do método das rótulas plásticas, quando comparado ao método de zona de plastificação, apresentadas por White (1993) e a afirmação de Chan (2001) de que a precisão do método das rótulas plásticas é suficiente para a grande maioria das aplicações práticas, são fatores que justificam o prosseguimento das pesquisas nesse sentido.

Atualmente, o enfoque das pesquisas na área envolve a utilização de processos avançados de análise, baseados no método

das rótulas plásticas. Em Liew et al. (2000), os autores utilizam a teoria clássica para criar um método para análise de pórticos espaciais.

Como citado anteriormente, adota-se um modelo constitutivo de um material elasto-plástico perfeito para a simulação da não-linearidade física. Para Neal (1956), os erros introduzidos por tal simplificação, estão a favor da segurança e geralmente são bastante pequenos, fatos que dão suporte à aplicabilidade da aproximação.

Os fundamentos dos algoritmos para análise dinâmica e posterior identificação da formação e desaparecimento de rótulas plásticas, utilizados no presente trabalho de pesquisa, foram criados de acordo com a formulação apresentada por Paz (1985) e Fernandes Jr. (1995).

2.2 O processo de integração direta no tempo

Neste trabalho de pesquisa, utiliza-se o método de integração de Newmark para a integração direta das equações de movimento. A matriz de rigidez da estrutura é atualizada a cada passo de integração de modo a refletir o aparecimento e o desaparecimento das rótulas plásticas. Como citado anteriormente, o controle da formação de rótulas baseia-se na formulação apresentada por Paz (1985).

As referências mais importantes incluem os trabalhos de Clough; Penzien (1993), Paz (1985) e Chopra (2001).

Segundo Clough; Penzien (1993), na análise de estruturas lineares submetidas a carregamentos dinâmicos arbitrários, a integral de Duhamel ou a análise no domínio das frequências geralmente representam as técnicas de solução mais convenientes.

No entanto, é necessário enfatizar que, como em ambos os métodos supracitados o princípio da superposição foi utilizado,

aqueles procedimentos só podem ser aplicados em sistemas lineares, ou seja, sistemas em que as propriedades permaneçam constantes durante a resposta.

Clough; Penzien (1993) destacam, ainda, que a técnica mais poderosa para análises não-lineares é o processo de integração direta ou passo-a-passo. Neste tipo de aproximação, a resposta é avaliada para uma série de pequenos incrementos de tempo Δt .

No programa criado durante a pesquisa, o usuário possui a liberdade de escolher entre o método de Newmark considerando a variação linear da aceleração, ou a aceleração média constante durante o passo de integração.

Chopra (2001) enfatiza que apenas o método da aceleração média constante é incondicionalmente estável, enquanto que o método da variação linear da aceleração exige incrementos de tempo menores de modo a garantir uma resposta estável. Essas informações, entretanto, só valem rigorosamente para o comportamento linear.

Paz (1985), por sua vez, considera que o método da aceleração média constante é mais simples, porém menos preciso que o método da variação linear da aceleração.

A definição do processo de integração, a ser utilizado durante o processamento, cabe ao usuário e este deve adotar, após considerar o esforço computacional e a precisão desejada, aquele que lhe seja conveniente.

2.3 O carregamento dinâmico e o processo do vento sintético

A representação dinâmica do carregamento gerado pelo vento na direção do fluxo constitui um importante aspecto da pesquisa apresentada.

A necessidade da análise dinâmica de estruturas altas e esbeltas submetidas ao carregamento gerado pelo vento é destacada

por Simiu; Scanlan (1996). Blevins (1977) associa a necessidade da análise de vibrações induzidas por carregamentos flutuantes ao crescimento da esbeltez das estruturas atuais.

Para estruturas de comportamento linear, a determinação da resposta estrutural pode ser obtida pela utilização das propriedades estatísticas do fluxo de vento e funções de transferência, obtendo-se o espectro da resposta estrutural, como destacado por Buchholdt (1999) e Clough; Penzien (1993).

No entanto, devido à presença da não-linearidade física, Paz (1985) destaca que a resposta deve ser obtida usando-se um processo de integração direta e, portanto, o carregamento deve ser descrito como uma função no domínio do tempo.

Aas-Jakobsen; Strommen (2001) observam o crescimento de interesse nas análises no domínio do tempo para obtenção da resposta dinâmica na direção do fluxo de vento. O fato de que análises obtidas por superposição modal requerem sistemas lineares é apontado como principal razão para o crescimento da utilização de análises no domínio do tempo.

A metodologia utilizada para a geração de históricos de carregamento flutuantes baseia-se no trabalho apresentado por Franco (1993). Um exemplo da utilização do processo proposto e comparação com resultados obtidos, utilizando-se outros métodos de simulação dinâmica, pode ser observado em Franco; Isyumov (1997).

O processo de vento sintético apresentado baseia-se em um método de solução aproximada, conhecido como simulação de Monte Carlo (SMC), como descrito em Sobol (1974).

Schuëller (2001) salienta que, atualmente, vários aspectos da simulação computacional de estruturas estão recebendo grande atenção, e isto se aplica particularmente ao processo de Monte Carlo. Segundo o autor, o grande interesse no método está na geração de amostras estatísticas compatíveis com informações estocásticas prescritas, como, por exemplo: densidade espectral, correlações,

distribuições, etc. Dentre as aplicações principais, podemos citar simulação de processos estocásticos, campos, ondas e simulações compatíveis com dados coletados a priori.

Segundo Jeong; Shenoi (2000), a SMC é considerada como uma das mais poderosas ferramentas para a análise de problemas complexos, sendo utilizada para se estimar o comportamento futuro de sistemas, envolvendo variáveis básicas de projeto, com distribuições de probabilidade conhecidas ou descritas previamente.

Thomson (1978) destaca a necessidade da utilização de métodos aproximados para a solução de problemas não-lineares, como uma maneira de contornar as dificuldades associadas à obtenção de uma solução analítica exata.

Atualmente, aproximações de Monte Carlo são aplicadas em várias áreas do conhecimento como biologia, agronomia e estatística. Na engenharia de estruturas, as aplicações são bastante diversificadas e os trabalhos citados a seguir representam o poderio do método e sua aplicabilidade.

Rocha; Cabral; Riera (2000) compararam a simulação de dados de pressão de vento do método de Monte Carlo com um método de decomposição ortogonal. Dentre as conclusões apresentadas, destaca-se que a SMC constitui uma alternativa atraente, com a vantagem de ser igualmente aplicável a modelos estruturais não-lineares.

Uma aplicação do método de Monte Carlo para simulação da fadiga de estruturas esbeltas, devido à vibração na direção do vento, pode ser observada em Repetto; Solari (2001).

Pagnini; Solari (2002) utilizaram a SMC para a simulação de parâmetros de turbulência incertos. Os autores concluíram que o método oferece uma representação efetiva da dispersão nas funções espectrais de turbulência atmosférica. Verifica-se, ainda, que o mesmo permite a análise da propagação de tais incertezas na resposta estrutural excitada pelo vento.

Yasui et al. (1999) geraram séries temporais de carregamento a partir de dados de pressão obtidos em túnel de vento, aplicando-se uma simulação de Monte Carlo. Os autores destacam que o espectro de potência obtido pela simulação representa, com boa precisão, os resultados experimentais.

A aplicação de uma SMC para se estimar os efeitos da variação do amortecimento na resposta estrutural pode ser observada em Kareem; Gurley (1996).

No presente trabalho de pesquisa, o processo de Monte Carlo foi utilizado para a geração de dados de pressão flutuante no domínio do tempo, a partir de um espectro de potência de vento conhecido.

"I have called this principle, by which each slight variation, if useful, is preserved, by the term of Natural Selection".

Ch. R. Darwin (1809-1882)

CAPÍTULO 3

ELEMENTOS DE DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

Um problema de dinâmica estrutural difere de seu equivalente estático em dois importantes aspectos. Para Clough; Penzien (1993), a primeira diferença a ser notada, por definição, é característica de variação temporal do problema dinâmico. Devido ao fato de que o carregamento e a resposta variam com o tempo, é evidente que um problema dinâmico não possui uma única solução, como é o caso de um problema estático. A análise dinâmica deve, ao contrário, estabelecer uma sucessão de soluções para todos os instantes no histórico de resposta. Assim uma análise dinâmica é claramente mais complexa e consome mais tempo que uma análise estática.

Existe, no entanto, um segundo aspecto que diferencia fundamentalmente problemas estáticos e dinâmicos. Trata-se do surgimento de forças de inércia, associadas às acelerações, e forças

de dissipação, usualmente associadas às velocidades, além, é claro, das forças restauradoras.

Conseqüentemente, a solução do problema dinâmico difere consideravelmente de seu equivalente estático, sendo necessária uma metodologia para a solução das equações diferenciais no tempo envolvidas.

As estruturas reais constituem um meio contínuo de difícil equacionamento. Assim, usualmente, são utilizadas técnicas de discretização. Nelas os deslocamentos da estrutura passam a ser descritos em função de coordenadas generalizadas adotadas. Para estruturas de comportamento linear, a discretização leva à obtenção da eq.(3.1), na forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{p}(t), \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{M}$ é a matriz de massa, $\mathbf{C}$ é a matriz de amortecimento, $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez, $\mathbf{p}(t)$ é o carregamento e $\mathbf{q}$ é o vetor das coordenadas generalizadas. Pontos superpostos representam derivações sucessivas na variável tempo, segundo a notação de Newton.

A simulação do comportamento não-linear do material, utilizada neste trabalho, é realizada utilizando-se uma variante da eq.(3.1), como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_{\text{Rest}} = \mathbf{p}(t), \quad (3.2)$$

onde $\mathbf{f}_{\text{Rest}}$ representa as forças restauradoras, cujo tratamento é apresentado no capítulo 6.

Para a definição das matrizes de massa e rigidez, adota-se uma formulação lagrangiana via elementos finitos. Atendendo aos objetivos deste trabalho, inicia-se a formulação a partir do conhecimento da equação de Lagrange que, para cada grau de liberdade j , é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \bar{T}}{\partial q_j} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial q_j} = \bar{Q}_j, \quad j=1,2,\dots,n \quad (3.3)$$

onde $\bar{T}$ é a energia cinética do sistema, $\bar{V}$ representa a energia potencial, $\bar{Q}$ contém as forças não-conservativas (ex: amortecimento) e q são as coordenadas generalizadas.

Pode-se observar ainda que a energia potencial é composta por duas parcelas, como:

$$\bar{V} = \bar{U} - \bar{W}, \quad (3.4)$$

onde $\bar{U}$ é a energia de deformação e $\bar{W}$ representa a energia potencial dos esforços conservativos.

Detalhes sobre a obtenção da eq.(3.3) podem ser encontrados em, por exemplo, Thomson (1978) e Meirovitch (1986).

A preferência pela adoção de uma formulação analítica, ou lagrangiana, dentre outras metodologias existentes (por exemplo, equilíbrio direto de forças ou o princípio dos deslocamentos virtuais), deve-se ao fato de que esta representa um equacionamento consistente e elegante, baseado em princípios energéticos, prescindindo de considerações geométricas, vantajosa em algumas classes de problemas.

A seguir, apresenta-se a implementação lagrangiana do método dos elementos finitos dentro da teoria de barras adotada. A partir do conhecimento das matrizes de massa e rigidez utilizadas para a construção do programa de computador, pode-se apresentar a idéia de freqüências e modos naturais de vibração, assunto a ser abordado no final deste capítulo.

3.1 O método dos elementos finitos na dinâmica das estruturas

Na engenharia, como em várias outras áreas do conhecimento, o tratamento de sistemas como um único componente

complexo, geralmente, excede a capacidade de compreensão da mente humana. A alternativa natural encontrada foi a de dividir sistemas em subcomponentes, tratando-se cada um destes individualmente, e, posteriormente, construindo a análise global do sistema.

Em várias situações, um modelo adequado é obtido utilizando-se um número finito de componentes simples, criando os chamados problemas discretos. Em outras, as subdivisões continuam a ser indefinidas e o problema só possui solução utilizando-se o conceito matemático de infinitesimal. Neste caso, surgem equações diferenciais que implicam um número infinito de elementos, dando origem aos problemas contínuos. Esses são resolvidos exatamente apenas pela manipulação matemática das equações, uma metodologia de difícil aplicação em problemas mais complexos.

Com o advento do computador digital, a solução de problemas discretos ganhou uma ferramenta realmente poderosa, e, mesmo os problemas com um número muito grande de elementos passaram a ter sua solução bastante facilitada. Para superar a intratabilidade dos sistemas contínuos, vários métodos de discretização foram criados por engenheiros e matemáticos. Todos estes envolvem soluções aproximadas que, em geral, felizmente, aproximam-se cada vez mais da resposta exata conforme se aumenta o número de variáveis discretas.

Um dos métodos de discretização mais utilizados em engenharia é o chamado método dos elementos finitos (ver Bathe (1996) e Zienkiewicz; Taylor (1989)). O método consiste em subdividir o domínio de interesse em pequenas regiões, cujos vértices ou extremidades dão origem aos pontos nodais. A obtenção dos deslocamentos internos a cada um dos elementos se dá pela aplicação de funções de interpolação, que podem ser convenientemente escolhidas de modo a serem não-nulas apenas dentro de um elemento e a possuir o valor 1 para um certo nó do elemento, e zero nos demais.

Na formulação em deslocamentos do MEF, os deslocamentos da estrutura completa são expressos em termos das coordenadas generalizadas, por meio de um conjunto de funções de deslocamento admitidas. Assim, os deslocamentos reais são aproximados por:

$$\mathbf{u} \cong \hat{\mathbf{u}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{H}_i \mathbf{q}_i^e, \quad (3.5)$$

onde $\mathbf{H}$ representa a matriz de funções de interpolação e $\mathbf{q}^e$ são os deslocamentos nodais para um elemento particular.

Como regra geral, admite-se que as funções de interpolação, ou “Shape Functions”, podem ser qualquer curva que seja contínua no domínio de interesse e que respeite as condições de contorno geométricas ou essenciais impostas para os deslocamentos nodais.

As vantagens, entre outras, da abordagem apresentada são:

- qualquer número de coordenadas generalizadas pode ser introduzido simplesmente dividindo-se a estrutura em um número apropriado de elementos;
- uma vez que as funções de deslocamento escolhidas para cada elemento podem ser idênticas, a elaboração de programas de computador é simplificada;
- as equações desenvolvidas por este método são amplamente desacopladas, pois cada deslocamento nodal afeta apenas os vizinhos, facilitando, assim, a solução do problema.

3.1.1 Teoria de barras de Bernoulli-Euler

Considera-se uma barra plana, inicialmente reta, referenciada a um plano cartesiano xz . As hipóteses adotadas são:

- a seção transversal possui um plano longitudinal de simetria;

- o carregamento atua no plano longitudinal de simetria;
- as seções transversais perpendiculares ao eixo permanecem perpendiculares após a deformação (hipótese de Navier);
- não ocorre deformação no plano da seção transversal;
- pequenas deformações e deslocamentos;
- material homogêneo e isótropo;
- a barra é prismática.

Assim, o campo de deslocamentos de qualquer ponto ao longo de uma seção transversal pode ser descrito em função dos deslocamentos do eixo da barra, conforme indica o exame da Figura 3.1.

Fig. 3.1. Campo de deslocamentos.

Os deslocamentos de um ponto P qualquer podem ser escritos como:

$$u_P = u - z_0 \sin \alpha \quad (3.6)$$

$$w_P = w - z_0 (1 - \cos \alpha) \quad (3.7)$$

Admitindo-se pequenos deslocamentos: $\sin \alpha = \alpha$, $\cos \alpha = 1$ e $\operatorname{tg} \alpha = \alpha$. Então:

$$u_p \cong u - z_0 \alpha \cong u - z_0 w' \quad (3.8)$$

$$w_p \cong w - z_0(1-1) = w \quad (3.9)$$

Define-se o vetor de deslocamentos $\mathbf{u}$ como:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_p \\ w_p \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

As coordenadas de um ponto qualquer da seção transversal, após o deslocamento, podem ser escritas como:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_p \\ z_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} + \mathbf{V} \begin{Bmatrix} u_p \\ w_p \end{Bmatrix}, \quad (3.11)$$

onde

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & -z_0 \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

é um operador de vínculo.

O vetor de velocidades é dado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{V} \dot{\mathbf{u}} \quad (3.13)$$

As deformações podem ser calculadas utilizando-se um operador diferencial $\mathbf{L}$ na forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{u} = \{\boldsymbol{\varepsilon}_x\}, \quad (3.14)$$

onde

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & z_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Introduzindo-se a matriz elástica $\mathbf{D}$, as tensões podem ser calculadas como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} = \{\sigma_x\}, \quad (3.16)$$

onde, neste caso particular,

$$\mathbf{D} = \{E\} \quad (3.17)$$

Substituindo-se as eq.(3.14), (3.15) e (3.17) na eq.(3.16) tem-se que:

$$\sigma_x = E(u'(x) - z_0 w''(x)) \quad (3.18)$$

O esforço normal resultante na seção pode ser obtido por:

$$N = \int_A \sigma_x dA = \int_A E u'(x) dA + \int_A E z_0 w''(x) dA \quad (3.19)$$

Como a seção transversal considerada é simétrica, pode-se escrever que:

$$\int_A z_0 dA = 0 \quad (3.20)$$

Resulta, então:

$$N = E A u'(x) \quad (3.21)$$

O momento atuante na seção transversal pode ser representado por:

$$M = \int_A \sigma_x z_0 dA = E u' \int_A z_0 dA + E w'' \int_A z_0^2 dA = E I w'' \quad (3.22)$$

Considere-se o equilíbrio de um trecho infinitesimal da barra, sujeito a cargas uniformemente distribuídas ao longo da direção x , representadas por p_x e p_z , conforme a Figura 3.2.

Fig. 3.2. Equilíbrio de um trecho infinitesimal da barra.

Aplicando-se as equações de equilíbrio, tem-se:

$$dN + p_x dx = 0 \Rightarrow \frac{dN}{dx} = -p_x \quad (3.23)$$

$$-p_z dx - dV = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = -p_z \quad (3.24)$$

$$-V dx + dM = 0 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = V, \quad (3.25)$$

onde V é a força cortante.

Derivando-se a eq.(3.25) em relação à x , resulta:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} = -p_z \quad (3.26)$$

Utilizando-se os resultados das eq.(3.21) e (3.22), aplicados nas eq.(3.23) e (3.26), pode-se finalmente escrever:

$$\frac{d}{dx}(EAu') = -p_x \xrightarrow{\text{Barra Prismática}} EAu'' = -p_x \quad (3.27)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(EIw'') = -p_z \xrightarrow{\text{Barra Prismática}} EIw^{IV} = -p_z \quad (3.28)$$

Considerando-se que não há carregamento aplicado, a observação das eq.(3.27) e (3.28) leva à conclusão de que as funções $u(x)$ e $w(x)$ podem ser representadas por funções do tipo:

$$EAu(x) = ax + b \quad (3.29)$$

$$EIw(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (3.30)$$

3.1.2 Discretização pelo Método dos Elementos Finitos

A partir deste ponto, para alívio da notação, deve-se observar que as coordenadas generalizadas $\mathbf{q}$ se referem aos elementos, ou seja, $\mathbf{q}$ representa $\mathbf{q}^e$. Também, com a mesma intenção, as matrizes de massa e rigidez serão representadas com sua notação reduzida. Assim, $\mathbf{M}$ e $\mathbf{K}$ serão utilizadas em lugar de $\mathbf{M}^e$ e $\mathbf{K}^e$.

Para uma barra de pórtico plano, são adotadas as seguintes coordenadas generalizadas:

Fig. 3.3. Coordenadas generalizadas adotadas.

Aplicando-se a eq.(3.5) a um elemento, pode-se escrever:

$$\mathbf{u} \equiv \mathbf{H}\mathbf{q} \quad (3.31)$$

Substituindo-se a eq.(3.31) em (3.14) pode-se obter o vetor das deformações, como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L}\mathbf{H}\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{q}, \quad (3.32)$$

e o vetor das tensões pode ser obtido aplicando-se (3.31) em (3.16), assim,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{DBq} \quad (3.33)$$

A energia de deformação pode ser representada pela integral no volume como:

$$\bar{U} = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{q}^T \mathbf{B}^T \mathbf{DBq} dV, \quad (3.34)$$

e sua aplicação na equação de Lagrange gera,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial \mathbf{q}} = \left(\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{DB} dV \right) \mathbf{q} = \mathbf{Kq}, \quad (3.35)$$

definindo a matriz de rigidez.

O vetor de velocidades para a barra discretizada pode ser escrito como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{VH}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}, \quad (3.36)$$

Conseqüentemente, a energia cinética pode ser colocada na forma:

$$\bar{T} = \frac{\rho}{2} \int_V \dot{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{x}} dV = \frac{\rho}{2} \int_V \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{q}} dV \quad (3.37)$$

Inserindo-se a eq.(3.37) na equação de Lagrange, pode-se definir a matriz de massa na forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) = \left(\rho \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{G} dV \right) \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} \quad (3.38)$$

É necessário ainda levar em consideração a presença de esforços distribuídos conservativos $\mathbf{p}$ na aplicação da equação de Lagrange, dando origem à:

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial \mathbf{q}} = - \int_V \mathbf{p}^T \mathbf{H} dV \quad (3.39)$$

No que se segue, apresenta-se a obtenção das matrizes de massa e rigidez elástica para um elemento de barra de Bernoulli-Euler.

3.2 Matrizes de massa e rigidez elástica

Passa-se, agora, à apresentação das matrizes de rigidez e massa das barras de pórticos planos. Estas foram utilizadas na construção do programa computacional resultante desta pesquisa.

Adotam-se funções de interpolação que satisfaçam às condições de contorno essenciais e naturais, impostas para cada um dos casos apresentados.

O conceito físico do elemento da matriz de rigidez k_{ij} é: o esforço restaurador provocado na coordenada generalizada i , devido a um deslocamento unitário na coordenada generalizada j , mantendo-se todas as outras coordenadas fixas. De maneira análoga, um elemento m_{ij} da matriz de massa pode ser entendido como: o esforço de inércia provocado na coordenada generalizada i , devido à uma aceleração unitária na coordenada generalizada j .

3.2.1 Barra bi-engastada

Uma barra bi-engastada pode ser representada como na Figura 3.4

Fig. 3.4. Barra bi-engastada.

Para a definição das matrizes de massa e rigidez é necessária a definição das funções de interpolação h_k , uma para cada grau de liberdade, que compõe a matriz $\mathbf{H}$. Como mencionado anteriormente, as funções h_k podem ser convenientemente escolhidas de modo a possuir o valor 1 no grau de liberdade de interesse e zero nas posições dos outros graus de liberdade.

Da eq.(3.29) sabe-se que a função h_1 deve ser da forma: $h_1 = ax + b$. As condições de contorno a serem respeitadas são: $h_1(0) = 1$ e $h_1(L) = 0$. Assim a função h_1 fica: $h_1(x) = 1 - \frac{x}{L}$. De maneira similar pode-se obter a função h_4 .

A eq.(3.30) fornece o formato das funções h_2 e h_5 que definem o deslocamento transversal da barra.

Para a função h_2 as condições de contorno são:

$$\begin{cases} w(0) = 1 \\ w(L) = 0 \\ w'(0) = 0 \\ w'(L) = 0 \end{cases}$$

Operando-se a eq.(3.30), tem-se: $h_2(x) = \frac{2x^3}{L^3} - \frac{3x^2}{L^2} + 1$

As funções h_3 e h_6 referem-se as rotações. Tomando como exemplo a função h_3 , temos as seguintes condições de contorno:

$$\begin{cases} w(0) = 0 \\ w(L) = 0 \\ w'(0) = 1 \\ w'(L) = 0 \end{cases}$$

Utilizando-se a eq.(3.30), tem-se: $h_3(x) = \frac{x^3}{L^2} - \frac{2x^2}{L} + x$

Assim, para o caso de uma barra bi-engastada, as funções de interpolação são:

$$\begin{aligned} h_1(x) &= 1 - \frac{x}{L}; & h_2(x) &= 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\ h_3(x) &= \frac{x^3}{L^2} - \frac{2x^2}{L} + x; & h_4(x) &= \frac{x}{L} \\ h_5(x) &= \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}; & h_6(x) &= \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \end{aligned} \quad (3.40)$$

A matriz $\mathbf{H}$ assume a forma:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & h_4 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & h_3 & 0 & h_5 & h_6 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Utilizando-se a matriz $\mathbf{L}$ da eq.(3.15), a matriz $\mathbf{B}$ pode ser escrita como:

$$\mathbf{B} = \mathbf{LH} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} & z_0 \frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2} & z_0 \frac{\partial^2 h_3}{\partial x^2} & \frac{\partial h_4}{\partial x} & z_0 \frac{\partial^2 h_5}{\partial x^2} & z_0 \frac{\partial^2 h_6}{\partial x^2} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

A eq.(3.35) define a matriz $\mathbf{K}$, resultando em:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Para a construção da matriz de massa, é necessária a matriz $\mathbf{G}$ que, segundo a eq.(3.36), pode ser obtida como:

$$\mathbf{G} = \mathbf{V}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & -z_0 \frac{\partial h_2}{\partial x} & -z_0 \frac{\partial h_3}{\partial x} & h_4 & -z_0 \frac{\partial h_5}{\partial x} & -z_0 \frac{\partial h_6}{\partial x} \\ 0 & h_2 & h_3 & 0 & h_5 & h_6 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

A matriz de massa, definida pela eq.(3.38), é, então, escrita como:

$$\mathbf{M} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} + \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & -36 & 3L \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & -3L & -L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 36 & -3L \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

3.2.2 Barra com articulação à esquerda

Representa-se uma barra com articulação à esquerda da seguinte maneira:

Fig. 3.5. Barra com articulação à esquerda.

A formulação das matrizes de massa e rigidez, para uma barra com articulação à esquerda, é bastante similar àquela apresentada para uma barra bi-engastada.

As condições de contorno, impostas para a obtenção dos polinômios de interpolação, contemplam o fato de que a barra pode girar livremente na coordenada generalizada q_3 . Assim, são utilizadas as seguintes funções:

$$\begin{aligned}
h_1(x) &= 1 - \frac{x}{L}; & h_2(x) &= 1 - \frac{3x}{2L} + \frac{x^3}{2L^3} \\
h_3(x) &= 0; & h_4(x) &= \frac{x}{L} \\
h_5(x) &= \frac{3x}{2L} - \frac{x^3}{2L^3}; & h_6(x) &= \frac{x^3}{2L^2} - \frac{x}{L}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Deste modo, as matrizes de massa e rigidez obtidas são:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{L^3} & 0 & 0 & \frac{3EI}{L^3} & -\frac{3EI}{L^2} \\ 0 & \frac{3EI}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L} \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

$$\mathbf{M} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 99 & 0 & 0 & 58,5 & -16,5L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 58,5 & 0 & 0 & 204 & -36L \\ 0 & -16,5L & 0 & 0 & -36L & 8L^2 \end{bmatrix} + \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 0 & 0 & -36 & 6L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 0 & 0 & 36 & -6L \\ 0 & 6L & 0 & 0 & -6L & 6L^2 \end{bmatrix} \tag{3.48}$$

3.2.3 Barra com articulação à direita

Uma barra com articulação à direita é representada como:

Fig. 3.6. Barra com articulação à direita.

Utilizando-se o mesmo procedimento descrito anteriormente pode-se obter os polinômios de interpolação e as matrizes de massa e rigidez na forma:

$$\begin{aligned} h_1(x) &= 1 - \frac{x}{L}; & h_2(x) &= 1 - \frac{3x^2}{2L^2} + \frac{x^3}{2L^3} \\ h_3(x) &= \frac{x^3}{2L^2} - \frac{3x}{2L} + x; & h_4(x) &= \frac{x}{L} \\ h_5(x) &= \frac{3x^2}{2L^2} - \frac{x^3}{2L^3}; & h_6(x) &= 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} & 0 & -\frac{3EI}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3EI}{L} & 0 & -\frac{3EI}{L^2} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{L^3} & -\frac{3EI}{L^2} & 0 & \frac{3EI}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 204 & 36L & 0 & 58,5 & 0 \\ 0 & 36L & 8L^2 & 0 & 16,5L & 0 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 58,5 & 16,5L & 0 & 99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 36 & 6L & 0 & -36 & 0 \\ 0 & 6L & 6L^2 & 0 & -6L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & -6L & 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

3.2.4 Barra bi-articulada

Para uma barra bi-articulada a representação adotada é:

Fig. 3.7. Barra bi-articulada.

A aplicação de uma formulação análoga às anteriores leva a:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\rho I}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

3.3 Matriz de amortecimento

A inserção das forças dissipativas no equacionamento, geralmente, dá-se pela introdução de uma matriz de amortecimento $\mathbf{C}$, associada ao vetor de velocidades generalizadas $\dot{\mathbf{q}}$.

A definição dos coeficientes de amortecimento é bastante similar à adotada nas matrizes de rigidez e massa. Cada elemento c_{ij} representa a força dissipativa que surge na coordenada i devido a uma velocidade unitária aplicada em j .

Segundo Clough; Penzien (1993), utilizando-se uma formulação em elementos finitos, cada elemento c_{ij} poderia ser obtido na forma:

$$c_{ij} = \int_0^L c(x) h_i(x) h_j(x) dx \quad (3.54)$$

onde $c(x)$ representa a propriedade de amortecimento viscoso distribuída ao longo da barra.

Após a determinação dos coeficientes da matriz de amortecimento, a matriz do sistema global poderia ser obtida por um processo de superposição, semelhante ao adotado para as matrizes de massa e rigidez. Na prática, no entanto, a determinação de uma função de amortecimento do tipo de $c(x)$ é impraticável. Assim, o amortecimento é expresso, geralmente, em função de taxas de amortecimento modais obtidas por experimentos em estruturas similares (ver item 3.5).

3.4 Freqüências naturais e modos de vibração

Para um sistema linear de vários graus de liberdade, não-amortecido, em vibração livre, a equação de movimento pode ser escrita na forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.55)$$

Assumindo-se que um movimento em vibração livre é harmônico, a solução da eq.(3.55) é do tipo:

$$\mathbf{q} = \mathbf{a} \sin(\omega t + \theta) \quad (3.56)$$

Substituindo-se a eq.(3.56) na eq.(3.55), tem-se:

$$-\omega^2 \mathbf{M} \mathbf{a} \sin(\omega t + \theta) + \mathbf{K} \mathbf{a} \sin(\omega t + \theta) = \mathbf{0}, \quad (3.57)$$

que pode ser colocada na forma:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{0}, \quad (3.58)$$

A solução não-trivial do sistema de equações pode ser reduzida a um problema de autovalores na forma:

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})\mathbf{a} = \omega^2\mathbf{a} \quad (3.59)$$

Os n autovalores obtidos $(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2)$ representam as frequências dos n modos de vibração do sistema. Estas frequências são colocadas em ordem crescente de modo que a mais baixa se refere ao primeiro modo de vibração e assim por diante.

Os autovetores associados a cada um dos autovalores são as formas modais ϕ_n dos n modos de vibração. Deve-se notar que os vetores das formas modais obtidos referem-se apenas à forma geométrica assumida pelo sistema em vibração livre naquela frequência particular, não possuindo qualquer relação com a amplitude das oscilações.

Os conceitos de modos e frequências naturais de vibração serão utilizados quando da construção dos carregamentos dinâmicos do vento, de modo a definir algumas das propriedades dos harmônicos componentes do carregamento.

O conjunto de frequências naturais de um sistema constitui um importante parâmetro dinâmico para a avaliação da sensibilidade deste a carregamentos variáveis. O programa computacional produzido permite, dentre as opções de análise oferecidas, a obtenção dos modos e frequências naturais das estruturas de pórticos planos aos quais este se aplica.

3.5 Amortecimento de Rayleigh

Um dos métodos usuais para a construção da matriz de amortecimento $\mathbf{C}$ é o proposto por Rayleigh. A matriz é convenientemente obtida de modo a gerar equações diferenciais desacopladas. Para tanto, é necessária a definição de amortecimento crítico e taxa de amortecimento.

Para um sistema amortecido em vibração livre, o amortecimento crítico representa a menor quantidade de

amortecimento para a qual não ocorrem oscilações. A existência de um amortecimento igual ao crítico implica que, quando o sistema entra em movimento, a partir de uma perturbação inicial, este retorna à sua configuração inicial sem oscilar.

Para um sistema de vários graus de liberdade, o valor do amortecimento crítico para um dado modo de vibração n pode ser expresso por:

$$C_{c,n} = 2M_n \omega_n, \quad (3.60)$$

onde M_n é dado por:

$$M_n = \boldsymbol{\varphi}_n^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_n \quad (3.61)$$

Na prática, as estruturas apresentam amortecimentos modais muito menores do que o crítico. A taxa de amortecimento ξ define uma relação entre o amortecimento real e o amortecimento crítico para certo modo de vibração:

$$\xi_n = \frac{C_n}{C_{c,n}} \quad (3.62)$$

Para pórticos metálicos usuais, a norma brasileira NBR-6123 Forças devidas ao vento em edificações (1988:40) indica uma taxa de amortecimento $\xi = 1\%$ como um valor padrão a ser adotado.

Uma vez conhecidas as taxas de amortecimento ξ_r e ξ_s para dois modos de vibração quaisquer da estrutura, a matriz de amortecimento de Rayleigh pode ser escrita como:

$$\mathbf{C} = A_0 \mathbf{M} + A_1 \mathbf{K} \quad (3.63)$$

onde os coeficientes A_0 e A_1 são obtidos resolvendo-se o sistema:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_r} & \omega_r \\ \frac{1}{\omega_s} & \omega_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_s \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

e os valores ω_r e ω_s são as frequências naturais circulares de vibração da estrutura para os modos considerados.

No programa computacional, desenvolvido durante o presente trabalho de pesquisa, solicita-se ao usuário a inserção das taxas de amortecimento relativas aos dois primeiros modos naturais de vibração da estrutura.

“Δός μοι ποῦ στῶ χαὶ χινῶ τὴν γῆν ”.

(Dai-me um ponto de apoio e levantarei o mundo)

Arquimedes (287-212 a.C.)

CAPÍTULO 4

O COMPORTAMENTO DO MATERIAL ESTRUTURAL

De maneira a embasar as hipóteses apresentadas na introdução deste trabalho, torna-se necessário definir o comportamento do material estrutural adotado.

Nos pórticos planos, tipologia estrutural em estudo, a capacidade de carga deve-se, principalmente, à capacidade dos nós de transmitir momentos fletores e à resistência à flexão dos elementos, embora estes também resistam a esforços axiais e cortantes. Conseqüentemente, é necessário definir a relação momento/curvatura dos elementos estruturais, de acordo com as hipóteses da teoria plástica.

A Figura 4.1 mostra o tipo de relação entre momento fletor M e curvatura κ que é geralmente assumida para qualquer seção transversal de um elemento típico em um pórtico plano.

As convenções de sinais adotadas para momentos fletores e curvaturas são consistentes, ou seja, se o momento positivo é definido como causando tração das fibras externas de um certo lado de uma viga, uma curvatura positiva causa um alongamento destas mesmas fibras.

Fig. 4.1. Relação momento/curvatura.

Se um momento fletor positivo é aplicado a uma viga previamente descarregada, na posição O da Figura 4.1, a curvatura cresce linearmente, em função do momento, ao longo do trecho Oa . Este trecho define o chamado intervalo elástico, terminando quando o momento M_y é atingido em a .

O momento M_y produz uma tensão igual à tensão de escoamento do material nas fibras mais externas da seção. Quando um momento maior que M_y é aplicado, a curvatura passa a crescer mais rapidamente, como no trecho ab .

Fisicamente, o trecho ab corresponde à propagação do escoamento das fibras externas em direção ao eixo neutro da viga. Conforme o momento aumenta, a curvatura passa a crescer cada vez mais rápido, tendendo ao infinito quando um valor limite do momento se aproxima. Este valor limite é chamado de momento de plastificação total M_{pl} .

O momento M_{pl} corresponde ao desenvolvimento de tensões iguais à de escoamento em toda a área de seção transversal, tanto em tração como em compressão.

Cumpre-nos examinar o caso da aplicação de um momento crescente após a aplicação de um momento negativo que ultrapasse o valor de M_y . A curva Oce representa o carregamento inicial. Quando o momento passa a aumentar a partir do ponto e , a curva passa a se comportar segundo a direção ef , semelhantemente ao trecho Oab , porém com uma deformação plástica permanente associada. Vale ressaltar que um comportamento semelhante seria observado caso se aplicasse um momento decrescente, após a aplicação de um momento positivo maior que M_y .

Caso certa seção atinja o valor M_{pl} , a curvatura torna-se indefinidamente grande, assim grandes alterações das direções das fibras podem ser atingidas em comprimentos infinitesimais do elemento estrutural. Este comportamento pode ser modelado como se uma rótula fosse inserida nesta seção. Esta rótula resiste à rotação até que o momento M_{pl} é atingido, e, a partir desse valor, permite rotações de qualquer magnitude enquanto o momento fletor se mantém constante igual a M_{pl} . Se, em seguida, o momento fletor assume valores menores que M_{pl} , o elemento recupera o comportamento elástico na seção e a rótula mantém a deformação plástica adquirida.

Teoricamente, não existe uma justificativa rigorosa para a adoção da teoria de rótulas plásticas. A teoria é admitida como correta devido a resultados de ensaios em vigas e pórticos. Estes testes mostram que algo muito similar à ação de uma rótula ocorre em seções onde o momento se aproxima do valor de M_{pl} .

Com base nessas informações, adota-se a hipótese de que, em qualquer seção de um pórtico plano, o valor do momento fletor

deve variar entre os valores positivo e negativo do momento de plastificação total $\pm M_{pl}$, e que incrementos dos momentos fletores sempre causam incrementos de curvatura com mesmo sinal. Estas hipóteses podem ser resumidas como:

$$-M_{pl} \leq M \leq M_{pl} \quad (4.1)$$

$$\frac{dM}{d\kappa} \geq 0 \quad (4.2)$$

4.1 Relação tensão/deformação para o aço dúctil

Para a continuidade do estudo, é necessário definir as relações entre as curvas momento/curvatura e tensão/deformação. Analisando-se as curvas da Figura 4.2, pode-se verificar que a deformação associada à ruptura é muito maior que aquela que provoca o início do escoamento, destacando a ductilidade do material, característica importante para a análise plástica.

Fig. 4.2. Curvas tensão/deformação típicas. (CHEN; SOHAL, 1995)

Para que haja uma melhor compreensão do comportamento do material, Neal (1956) reconheceu pontos chaves em uma curva tensão/deformação padrão. A curva apresentada pelo autor é mostrada na Figura 4.3.

Fig. 4.3. Relação tensão/deformação para aço dúctil. (NEAL, 1956)

A relação apresentada é praticamente linear para o intervalo elástico, até que tensão superior de escoamento f_{ys} é alcançada no ponto A. Em seguida, a tensão decresce abruptamente até um valor chamado de tensão de escoamento inferior f_y , mantendo-se constante até que a deformação atinja o ponto b .

Após o ponto b , ocorre o chamado encruamento, exigindo que novos acréscimos na deformação estejam associados a valores maiores de tensão. Eventualmente, um valor último de tensão f_u é atingido no ponto c , após o qual, o valor da tensão diminui até que ocorra a ruptura no ponto d .

Ensaio usuais de tração, impondo-se carga e analisando-se deformações, não são capazes de determinar os decréscimos de tensão no início do escoamento e próximos aos valores de ruptura. São necessários ensaios em que as deformações são impostas e, conseqüentemente, obtêm-se os valores de tensão.

A parcela de maior interesse para a análise plástica de estruturas está compreendida entre os pontos a e b da Figura 4.3.

Tendo em vista a capacidade resistente do material, as deformações associadas ao ponto b são pequenas, da ordem de 1 à 2%, e, portanto, é necessário ampliar esse trecho do gráfico, como no detalhe da Figura 4.3.

Se após o escoamento, a carga é reduzida, o descarregamento segue a direção descrita por ef . O módulo de elasticidade inicial é igual ao valor obtido para o trecho elástico. Com relação ao descarregamento, Neal (1956) associa a perda de linearidade ao efeito Bauschinger. (BAUSCHINGER, 1886 apud NEAL, 1956)

Aumentando-se novamente a tensão, o escoamento ocorre para um valor igual à f_y , segundo a reta eb , indicando que a capacidade do material de atingir f_{ys} não é mantida, podendo ser recuperada apenas após novo tratamento térmico.

Para um aço dúctil típico, a razão entre a deformação associada ao início do encruamento (ε_e) e aquela associada à tensão de escoamento superior (ε_y) é da ordem de 10 a 20 e a relação entre E (módulo de elasticidade para o trecho elástico-linear) e E_e (módulo de elasticidade após encruamento) é da ordem de 20 a 50. A fração f_{ys}/f_y , por sua vez, assume valores da ordem de 1,25.

Habitualmente, o encruamento e o efeito Bauschinger são desconsiderados, bem como a tensão de escoamento superior (f_{ys}).

Dadas as considerações acima, o comportamento material obtido é conhecido como elasto-plástico perfeito e pode ser observado na Figura 4.4.

Fig. 4.4. Curva tensão/deformação para comportamento elasto-plástico perfeito.

4.2 Avaliação do momento de plastificação total

Assume-se, a priori, que o material das vigas se comporta de maneira elasto-plástica ideal, como na Figura 4.4, e que todas as fibras da viga respeitam esta relação.

Outra hipótese adotada é a de que o comportamento da viga sob flexão segue a teoria proposta por Bernoulli-Euler. Assume-se que a viga é fletida por momentos aplicados às extremidades, não se levando em conta esforços solicitantes do tipo cortantes e normais. Admite-se que as deformações sejam pequenas, podendo-se, assim, desconsiderar as tensões que não sejam na direção longitudinal. As seções planas mantêm-se planas de modo que a deformação longitudinal varia, linearmente com a distância, em relação ao eixo neutro. Uma última hipótese é que as seções transversais são simétricas a um eixo no plano de flexão, simplificando os cálculos e correspondendo a inúmeros casos práticos.

Considere-se a viga cuja seção transversal corresponde à demonstrada na Figura 4.5, proposta por Neal (1956):

Fig. 4.5. Distribuição de tensões em uma viga elasto-plástica.

o ponto O é o centróide da seção transversal e OY é o eixo de simetria; admite-se, também, que a viga é fletida por momentos de valor M aplicados às extremidades da mesma e que esta flete no plano que contém o eixo OY . O eixo OX , no plano da seção transversal, é o eixo neutro para o comportamento elástico da viga.

Inicialmente, o elemento estrutural encontra-se livre de qualquer tipo de tensão. A aplicação de um momento fletor crescente provoca o surgimento de tensões e deformações que se relacionam linearmente ao longo do eixo Y , até que a tensão de escoamento f_y seja atingida (Figura 4.5b).

No regime elástico, pode-se definir tensões e deformações pelas leis usuais:

$$\varepsilon = y \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \quad (4.3)$$

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{My}{I} \quad (4.4)$$

onde R é o raio de curvatura após a aplicação do momento M , R_0 é o raio de curvatura inicial e I é o valor do momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo OX .

Como pode ser observado pela eq.4.4, a maior tensão ocorre na fibra para a qual y é máximo. Assim:

$$\sigma_{\max} = \frac{My_{\max}}{I} = \frac{M}{W} \quad (4.5)$$

com,

$$W = \frac{I}{y_{\max}} \quad (4.6)$$

O valor W é conhecido como o módulo de resistência elástico da seção transversal e, geralmente, é fornecido em tabelas de dimensionamento.

O valor do momento correspondente ao início do escoamento pode ser calculado como:

$$M_y = Wf_y \quad (4.7)$$

Quando o momento fletor atuante ultrapassa o valor de M_y a deformação das fibras externas cresce enquanto que a tensão se mantém constante. A região de comportamento elástico continua a absorver os acréscimos de tensões até que o valor M_y é atingido nas fibras inferiores, como na Figura 4.5c. Nota-se que o ponto centroidal O não mais pertence ao eixo neutro, este último tendo sua posição controlada pelo fato de que a somatória das tensões normais é igual a zero. Seções transversais com dois eixos de simetria constituem um caso particular em que as zonas de plastificação se formam simultaneamente e, portanto, o eixo neutro coincide com o eixo centroidal para qualquer magnitude de momentos flettores aplicados.

Com a continuidade do crescimento do momento fletor atuante, o escoamento se propaga das fibras exteriores em direção ao centro, como na Figura 4.5d. Quando, finalmente, as duas zonas de plastificação se encontram temos a plastificação total da viga e o momento atuante é igual à M_{pl} (Figura 4.5e).

O valor do momento de plastificação pode ser calculado a partir da tensão de escoamento f_y e da forma e dimensão da seção transversal. Como a resultante dos esforços normais é zero, o eixo neutro, na condição de plasticidade total, deve dividir a seção em duas áreas iguais, originando forças de tração e compressão iguais em módulo à $\frac{1}{2}Af_y$, onde A é a área da seção transversal.

Considerando-se duas seções transversais, como na Figura 4.6, pode-se definir os pontos G_1 e G_2 como os centróides das áreas iguais nas quais a seção é dividida, distantes $\bar{y}_1$ e $\bar{y}_2$ do eixo neutro respectivamente.

Fig. 4.6. Distribuição de tensões para plastificação total.

No instante em que a distribuição de tensões assume a configuração da Figura 4.6a, o momento resistente pode ser calculado como:

$$M_{pl} = \frac{1}{2} A f_y (\bar{y}_1 + \bar{y}_2) \quad (4.8)$$

Definindo-se Z como o módulo de resistência plástico, pode-se obter:

$$Z = \frac{1}{2} A (\bar{y}_1 + \bar{y}_2) \quad (4.9)$$

Para o caso particular em que a seção possui dois eixos de simetria (Figura 4.6b), os valores de $\bar{y}_1$ e $\bar{y}_2$ são iguais, podendo ser representados por $\bar{y}$.

Com base na teoria apresentada, pode-se calcular o momento de plastificação para tipos usuais de seção transversal de perfis metálicos. O objeto de análise da pesquisa proposta limitou-se a perfis metálicos de seções transversais tipo “I”, como representado na Figura 4.7.

Fig. 4.7. Seção transversal tipo “I”.

Dadas as dimensões de certa seção transversal tipo “I”, é possível obter os valores dos módulos de resistência elástico e plástico para flexão em torno dos eixos principais de inércia.

Para flexão em torno do eixo $\overline{XX}$ tem-se:

$$W_x = \frac{1}{h} \left[\frac{1}{3} b_f t_f^3 + b_f t_f (h - t_f)^2 + \frac{1}{6} t_w h_0^3 \right] \quad (4.10)$$

$$Z_x = b_f t_f (h - t_f) + \frac{1}{4} t_w h_0^2 \quad (4.11)$$

Caso a flexão ocorra em torno do eixo $\overline{YY}$, pode-se obter os valores de W e Z como:

$$W_y = \frac{1}{6b_f} (t_f b_f^3 + h_0 t_w^3) \quad (4.12)$$

$$Z_y = \frac{t_f b_f^2}{2} + \frac{h_0 t_w^2}{4} \quad (4.13)$$

Definindo-se o fator de forma por:

$$\alpha = \frac{Z}{W} \quad (4.14)$$

O valor de α depende exclusivamente do formato da seção transversal. Para seções tipo “I”, usualmente, são encontrados valores da ordem de 1,15 e 1,67 para flexão em torno de $\overline{XX}$ e $\overline{YY}$ respectivamente. Estes fornecem uma boa estimativa da relação entre os momentos M_{pl} e M_y .

Por fim, enseja salientar que, desconsiderando-se acréscimos de resistência devido ao encruamento, o momento de plastificação representa o valor limite para o momento fletor atuante, devido unicamente ao fato de que a tensão não pode ultrapassar o valor definido por f_y .

4.3 Condições para a formação de rótulas plásticas

A norma brasileira NBR-8800 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios (1986) fornece em seu item 4.9.3 as

condições para a análise plástica de estruturas metálicas. Algumas das condições apresentadas envolvem aspectos relativos à estabilidade de peças e detalhes de ligações. O escopo do trabalho apresentado não envolve a verificação de efeitos locais, portanto tais aspectos são desconsiderados.

Nos exemplos apresentados, procura-se respeitar duas importantes exigências que afetam diretamente o comportamento global da estrutura e a avaliação dos momentos de plastificação.

A primeira condição a ser satisfeita diz respeito à tensão última do aço utilizado. A norma apresenta no item 4.9.3(a) a seguinte observação: *“O aço utilizado tenha $f_u \geq 1,25f_y$ e possua características de carga-deformação tais que possa ocorrer redistribuição de momentos”*.

Uma segunda condição a ser respeitada refere-se à classe do perfil metálico adotado. A norma indica que as relações largura/espessura e a simetria da seção atendam aos requisitos exigidos para seções classe 1, apresentados a seguir.

A primeira limitação das seções classe 1 reporta-se à simetria. Tais seções devem possuir ao menos um eixo de simetria no plano do carregamento quando sujeitas à flexão, e deverão ser duplamente simétricas quando sujeitas à compressão.

A Tabela 4.1 sumariza as limitações, impostas pela norma, para perfis tipo “I” e classe 1.

Elementos	Solicitação	$(b/t)_{\max}$	Valores padrão de f_y		
			250	290	345
Mesas de perfis "I"	Momentos fletores e esforços normais	$0,30 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	8,5	8	7
Almas de perfis "I"
Momentos fletores	$2,35 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	67	63	57
	Momentos fletores e esforços normais	(a)	-	-	-
		$2,35 \sqrt{\frac{E}{f_y} \left(1 - 1,60 \frac{N_d}{\phi_c N_y} \right)}$ (b) $1,47 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	42	39	36

Tab. 4.1. Valores limites das relações largura/espessura.

Fonte: NBR-8800 – Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios (1986,21).

Notas:

a) $\phi_c = 0,90$; N_d = Força normal de compressão de cálculo;

N_y = Força normal de escoamento da seção.

b) Caso $\frac{N_d}{\phi_c N_y} \leq 0,234$ utilizar os valores da linha indicada

pela letra (a), caso contrário utilizar a linha (b).

“Mathematics, rightly viewed, possesses not only truth by supreme beauty – a beauty cold and austere like that of sculpture”.

B. Russell (1872-1970)

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÃO DO CARREGAMENTO DEVIDO AO VENTO

O aquecimento da superfície da terra, e conseqüente radiação de calor, produz diferenças de temperatura que induzem a formação de gradientes de pressão. As diferenças de pressão originam o movimento do ar, que tende a ser deslocado de áreas de alta pressão para outras de baixa pressão, constituindo o fenômeno denominado vento.

As propriedades do vento são instáveis e variam aleatoriamente. Todavia, é possível descrevê-lo em termos estatísticos. Avanços recentes em técnicas computacionais têm tornado possível a geração de históricos e dados de vento com características estatísticas bastante semelhantes às do vento real.

Neste estudo, para a geração do histórico de carregamento, é utilizado o processo do “vento sintético” conforme proposto por Franco (1993). O método consiste na geração de um número

razoavelmente grande de séries de carregamento compostas pela superposição de componentes harmônicos de fases aleatoriamente escolhidas, configurando um tipo de simulação numérica conhecida como método de Monte Carlo.

5.1 O fluxo de vento

Para a consideração dos efeitos de vento em estruturas, é razoável supor que a velocidade do vento pode ser considerada como a combinação de uma velocidade média e flutuações em torno desta média. A velocidade média é determinada para intervalos de tempo entre 10min e 1h e as flutuações são determinadas como médias para pequenos intervalos de tempo, sendo denominadas rajadas.

As flutuações são causadas pela agitação do vento médio (turbulência), provocada pela rugosidade da superfície terrestre e, por processos de troca de calor entre as camadas da atmosfera. Segundo Blessmann (1995), para ventos fortes, ocasionados por tormentas de origem ciclônica de longa duração, as flutuações são causadas, primordialmente, pelo atrito do fluxo de ar com a rugosidade do solo. Nesses casos, a turbulência intensa provoca a mistura de camadas de ar impedindo processos de convecção. Uma aproximação aceitável é a de que o gradiente térmico vertical é adiabático, constituindo uma situação de estabilidade neutra.

As rajadas de vento ocorrem em uma seqüência aleatória de freqüências e de intensidades. Turbilhões pequenos, de ação local e desordenada, dão origem às rajadas mais violentas. Forças de alta freqüência e baixa intensidade são geradas, apresentando pequena influência no comportamento global da estrutura. Turbilhões de dimensões tais que envolvam toda a estrutura, por sua vez, geram forças de baixa freqüência, que podem estar em fase ao longo de toda a estrutura.

A característica intrinsecamente aleatória da formação de turbilhões impede o tratamento determinístico das velocidades do vento, exigindo um estudo estatístico.

Os registros históricos de um processo estocástico diferem entre si. No entanto, algumas propriedades podem ser observadas. Para as definições de tais propriedades é necessário entender alguns conceitos estatísticos.

Considere-se uma certa série temporal $x(t)$, como mostrada na Figura 5.1.

Fig. 5.1. Histórico de um processo aleatório.

A função de densidade de probabilidade de primeira ordem é definida como a fração total de tempo em que o valor da função $x(t)$ adquire valores em um certo intervalo $x \leq x(t) \leq x + dx$, ou seja,

$$p(x) = \frac{(dt_1 + dt_2 + dt_3 + dt_4)}{T} = \frac{\sum dt}{T} \quad (5.1)$$

O valor médio de $x(t)$, em um intervalo de tempo T , $(E[x])$, pode ser compreendido como a altura de um retângulo de base T e área igual à área contida sob a curva de $x(t)$:

$$E[x]T = \int_0^T x(t)dt \quad (5.2)$$

Introduzindo-se a função de densidade de probabilidade, pode-se obter a definição fundamental do valor médio¹:

$$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx = m \quad (5.3)$$

O valor quadrado médio de x , $E[x^2]$, é definido como:

$$E[x^2] = \int_0^T x^2(t) \frac{dt}{T} \quad (5.4)$$

Finalmente, o desvio padrão de x , usualmente representado por σ , e a variância σ^2 , podem ser definidos por:

$$\sigma^2(x) = E[x^2] - (E[x])^2 \quad (5.5)$$

Segundo Newland (1993), um dos aspectos mais interessantes da vida é que vários casos de vibrações aleatórias, que ocorrem naturalmente, possuem uma distribuição de probabilidades similar ao formato de um sino, como na Figura 5.2.

Fig. 5.2. Densidade de probabilidade para uma distribuição normal.

¹ Embora a obtenção da eq.(5.3) envolva uma matemática não muito rigorosa e argumentação heurística, pode-se demonstrar que, em certas condições, as equações 5.2 e 5.3 fornecem o mesmo valor para $E[x]$, como pode ser observado em Newland (1993).

O formato da função é dado por:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-E[x])^2}{2\sigma^2}} \quad (5.6)$$

A eq.(5.6) define uma distribuição normal ou de Gauss, sendo exaustivamente utilizada para a representação de excitações estocásticas na análise de vibrações aleatórias.

Uma vez introduzidas as medidas estatísticas usuais, pode-se compreender as hipóteses básicas assumidas para a parcela flutuante do fluxo de vento.

Um processo estocástico é constituído por infinitos históricos temporais, no qual cada histórico pode ser considerado como a representação de um experimento. Obviamente, na prática, não dispomos de infinitas séries de análises, assim, usualmente, assumimos que o grande número de históricos disponível representa razoavelmente bem o fenómeno em questão.

Examinando-se várias séries temporais $x_1(t), x_2(t), x_3(t), \dots$, como na Figura 5.3, podemos obter propriedades estatísticas ao longo do conjunto de históricos.

Fig. 5.3. Exemplo de séries temporais diversas.

Determinando-se os valores de um número suficiente de funções para o instante t_1 , a função de densidade de probabilidade

para x em t_1 pode ser obtida. Um processo similar pode ser adotado para o instante t_2 .

Em um processo Gaussiano aleatório, todas as funções de probabilidade, obtidas em todos os instantes, são representadas por distribuições normais segundo a eq.(5.6).

O processo é dito estacionário se as distribuições de probabilidade, obtidas ao longo dos históricos, não dependem do tempo absoluto considerado. Em outras palavras, para um processo estacionário, os parâmetros estatísticos (média, variância, etc), determinados sobre a totalidade dos registros possíveis, são invariantes para qualquer deslocamento da origem dos tempos.

Um processo estacionário é chamado de ergódico se as propriedades estatísticas tomadas para uma única série temporal são iguais às obtidas ao longo de todos os históricos disponíveis. Pode-se dizer que cada série estatística representa completamente o conjunto de dados que constitui o processo aleatório.

5.2 O espectro de potência do vento

Uma metodologia atraente para a análise do fluxo de vento consiste na utilização de espectros de potência. Um espectro relaciona a distribuição de energia em função da frequência considerada. Para a definição matemática de espectro de potência, é necessária a apresentação dos conceitos de função de autocorrelação e de transformadas de Fourier.

5.2.1 Função de autocorrelação

A função de autocorrelação para um processo aleatório $x(t)$ é definida como o valor médio do produto entre dois valores da série histórica, distantes de um intervalo de tempo (τ), como pode ser observado na Figura 5.4.

Fig. 5.4. Cálculo da autocorrelação.

A autocorrelação, por ser expressa por:

$$R_x(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] \quad (5.7)$$

Quando o processo é ergódico, e, conseqüentemente, estacionário, o valor de $R_x(\tau)$ pode ser obtido de apenas uma série temporal. Neste caso $R_x(\tau)$ não depende do tempo absoluto t , variando apenas em função do intervalo de tempo τ .

Algumas propriedades podem ser observadas quando se examina a função de autocorrelação. Operando-se a eq.(5.7) é possível demonstrar que, para um processo estacionário, os valores assumidos pela função de autocorrelação estão restritos a um intervalo bem definido, como na eq.(5.8):

$$-\sigma^2 + m^2 \leq R_x(\tau) \leq \sigma^2 + m^2 \quad (5.8)$$

Para um intervalo de tempo igual a zero, o valor da função de autocorrelação é igual ao valor quadrado médio:

$$R_x(\tau=0) = E[x^2] \quad (5.9)$$

Para intervalos de tempo muito grandes, $\tau \rightarrow \infty$, não existe uma relação coerente entre os dois valores $x(t)$ e $x(t+\tau)$ e o processo é tido como não correlacionado. Nesse caso, pode-se demonstrar que:

$$R_x(\tau \rightarrow \infty) = m^2 \quad (5.10)$$

Finalmente, devido ao fato de que, para um processo estacionário, $R_x(\tau)$ depende apenas do intervalo de tempo τ temos:

$$R_x(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] = E[x(t)x(t-\tau)] = R_x(-\tau), \quad (5.11)$$

podendo-se afirmar que $R_x(\tau)$ é uma função par.

Todas as propriedades apresentadas acima podem ser observadas em um gráfico típico de uma função de autocorrelação, como na Figura 5.5.

Fig. 5.5. Curva típica da função de autocorrelação para um processo estacionário.

5.2.2 Análise de Fourier

Para a compreensão dos espectros de potência e, posteriormente, definição do processo do vento sintético, é necessário o conhecimento dos conceitos envolvidos na análise de Fourier.

Considera-se uma função periódica qualquer, como a da Figura 5.6.

Fig. 5.6. Função periódica arbitrária.

A análise no domínio da frequência pressupõe que uma função periódica pode ser obtida pela superposição de componentes harmônicos. Durante um grande período de tempo, essa idéia fundamental não foi totalmente aceita por matemáticos como Euler, d'Alembert e Lagrange. No entanto, atualmente, não resta dúvida de que uma função periódica pode ser expressa por uma série trigonométrica infinita, assim:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{T} \right), \quad (5.12)$$

onde a_0 , a_k e b_k são os coeficientes de Fourier dados por:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (5.13)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt \quad (5.14)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt \quad (5.15)$$

As condições matemáticas para que a eq.(5.12) seja verdadeira são bastante gerais e representam praticamente todas as situações do cotidiano da engenharia.

Ajustando-se a posição do intervalo de análise, pode-se obter uma amostra com média igual a zero. Neste caso, o coeficiente

a_0 assume o valor zero. Os coeficientes a_k e b_k são, geralmente, todos diferentes e seus valores podem ser representados graficamente como mostrado na Figura 5.7.

Fig. 5.7. Representação gráfica dos coeficientes de Fourier.

Como pode ser observado na Figura 5.7, o espaçamento entre harmônicos adjacentes é representado por:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5.16)$$

Uma função não-periódica pode ser submetida a uma análise de Fourier considerando-se que $T \rightarrow \infty$. Neste caso, a série de Fourier transforma-se em uma integral e os coeficientes são representados por funções contínuas de frequência, chamadas transformadas de Fourier.

Para um histórico de média igual a zero, a operação matemática das eq.(5.12) à (5.15) gera a expressão da integral de Fourier²:

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega + 2 \int_0^{\infty} B(\omega) \sin \omega t d\omega \quad (5.17)$$

² Maiores detalhes da derivação matemática das eq.(5.17), (5.18) e (5.19) podem ser observadas em Newland (1993).

Os termos $A(\omega)$ e $B(\omega)$ são os componentes da transformada de Fourier e podem ser representados por:

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos \omega t dt \quad (5.18)$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sin \omega t dt \quad (5.19)$$

Usualmente, no tratamento de processos estatísticos, as eq.(5.17), (5.18) e (5.19) são escritas na forma complexa. Definindo-se $X(\omega)$ como:

$$X(\omega) = A(\omega) - B(\omega), \quad (5.20)$$

pode-se obter o par de transformadas de Fourier definido por:

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5.21)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (5.22)$$

5.2.3 Representação espectral do vento

Considera-se um histórico temporal de velocidades do vento. Utilizando-se a eq.(5.7), apresentada anteriormente, pode-se obter a função de autocorrelação. A função de densidade espectral é definida como a transformada de Fourier da função de autocorrelação, ou seja:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5.23)$$

Duas propriedades principais da função $S_x(\omega)$ devem ser observadas. Quando $\tau=0$, a área sob o gráfico de $S_x(\omega)$ é igual ao valor quadrado médio, como:

$$R_x(\tau=0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega = E[x^2] \quad (5.24)$$

Uma segunda característica importante de $S_x(\omega)$ torna-se aparente quando a função de densidade espectral é representada na forma complexa. Pode-se mostrar que o termo $B(\omega)$ é igual a zero e portanto

$$S_x(\omega) = A(\omega) \quad (5.25)$$

Para a representação do vento na engenharia de estruturas, os espectros mais utilizados são os propostos por Kaimal, von Kármán, Harris e Davenport, mostrados na Figura 5.8. Estes foram obtidos a partir de medidas da velocidade do vento para diferentes tipos de terrenos e alturas.

Geralmente o eixo das abscissas representa o número de ondas em ciclos por metro, $f/\bar{V}(z)$, onde f é a frequência da rajada em Hz, e $\bar{V}(z)$ é a velocidade média horária na cota z .

Fig. 5.8. Espectros de Davenport, Harris, von Kármán e Kaimal.

No eixo das ordenadas, a densidade espectral de potência é normalizada pela variância. Neste caso, a área sob a curva entre duas frequências é proporcional à energia total.

Para a continuidade do estudo, será utilizado o espectro de Davenport. É sabido que este não representa bem os valores obtidos em baixas frequências e não considera a influência da cota z . No entanto, a expressão indicada é de fácil integração e tem sido utilizada largamente³, pois, como justifica Davenport apud Blessmann (1995), *“esta expressão está em boa concordância com os dados em uma variedade de terrenos nas frequências de interesse para aplicações na engenharia estrutural (3Hz a 1Hz, normalmente), e que se situam na parte à direita do espectro”*.

5.3 O processo do vento sintético

O processo do vento sintético, proposto inicialmente por Franco (1993), pressupõe a divisão do carregamento de vento na direção do fluxo em uma parcela flutuante e em uma parcela média. Segundo o método originalmente proposto, a parcela média é aplicada estaticamente à estrutura.

A parcela flutuante, por sua vez, é dividida em uma série de componentes harmônicos de fases aleatórias. Inicialmente, o método previa a existência de 11 componentes harmônicos com um deles possuindo frequência ressonante com a da estrutura. As frequências dos outros componentes eram, então, definidas como múltiplos ou submúltiplos desta frequência de referência.

A amplitude de cada um dos harmônicos poderia ser obtida a partir do espectro de potência do vento. Para Franco (1993), a amplitude da componente ressonante obtida pelo processo proposto

³ A expressão é indicada pela norma norte americana ANSI A58.1 e canadense (National Building Code of Canada).

levava a valores por demais exagerados e necessitava assim ser corrigida, como poderá ser observado posteriormente.

O processo original propunha que a parcela flutuante correspondia a 52% do carregamento total. Neste trabalho, adota-se a correção de que a porcentagem flutuante do total varia de acordo com a altura como proposto por Carril Jr. (2000).

O processo do vento sintético constitui uma simulação de Monte Carlo típica, para a qual os conceitos fundamentais são apresentados a seguir.

5.3.1 Simulação de Monte Carlo

O método de Monte Carlo é um processo de solução aproximada de problemas físicos e matemáticos pela simulação de valores aleatórios. Sobol (1974) credita a criação do método a dois matemáticos americanos: J. Neyman e S. Ulan em 1949.

A base teórica para a construção do método é razoavelmente antiga, sendo que o mesmo foi utilizado no século XIX e início do século XX para a solução de problemas estatísticos. No entanto, a simulação tornava-se excessivamente laboriosa para os cálculos manuais da época. Com o advento da computação eletrônica, o método passou a se tornar mais atraente e, atualmente, é largamente utilizado na simulação de vários problemas matemáticos e científicos, como em Repetto; Solari (2001).

Shreider (1964) apresenta um interessante exemplo da aplicação de uma simulação de Monte Carlo. Imagine um arqueiro atirando dez flechas em um alvo e suponha que se queira calcular a probabilidade P de que o número total de acertos seja par. Segundo o autor, considerando-se que a probabilidade de um único acerto é p então a probabilidade requerida pode ser calculada por:

$$P = \sum_{k=0}^5 C_{10}^{2k} p^{2k} (1-p)^{(10-2k)}, \quad (5.26)$$

onde C_{10}^{2k} corresponde ao número de combinações possíveis de dez elementos k a k , e pode ser calculada por:

$$C_{10}^{2k} = \frac{10!}{2k!(10-2k)!} \quad (5.27)$$

Alternativamente, poderiam ser realizadas $\bar{N}$ séries de dez disparos e assim determinar o número de casos, $\bar{N}_p$, em que uma série resultou em um número par de acertos. Para um valor suficientemente grande de $\bar{N}$, o quociente $\bar{N}_p/\bar{N}$ resultará em uma boa aproximação da probabilidade requerida P .

O exemplo apresentado ilustra a aplicabilidade de simulações sucessivas, constituindo a base para a aplicação do método de Monte Carlo. Para a simulação do carregamento de vento, uma metodologia similar será adotada, analisando-se estatisticamente as respostas encontradas para um grande número de análises.

5.3.2 Espectro de vento adotado

O espectro de potências proposto por Davenport pode ser representado pela seguinte expressão:

$$\frac{fS(f)}{\sigma^2} = \frac{2X_1^2}{3(1+X_1^2)^{4/3}}, \quad (5.28)$$

onde X_1 é dado por:

$$X_1 = \frac{1200f}{\bar{V}(10)}, \quad (5.29)$$

e $\bar{V}(10)$ representa a velocidade média horária para a cota z igual a dez metros em terreno aberto.

Utilizando-se a lei de potência proposta pela norma brasileira, a velocidade $\bar{V}(10)$ pode ser representada por:

$$\bar{V}(10) = 0,69V_0, \quad (5.30)$$

onde V_0 é a velocidade básica da região, fornecida pela NRB-6123 – Forças devidas ao vento em edificações (1988).

Neste trabalho, utilizou-se a expressão de Davenport ligeiramente modificada, da mesma maneira como proposto por Franco (1993) em seu trabalho original. A variável X_1 passa a ser representada por:

$$X_1 = \frac{1220f}{\bar{V}(10)} \quad (5.31)$$

Segundo Simiu; Scanlan (1996), pode-se representar, com suficiente precisão, o espectro cruzado de pressões atuantes em uma das faces da estrutura por:

$$S_{p'}(z, f) = (\rho c \bar{V}(z))^2 S(f), \quad (5.32)$$

onde ρ é a densidade do ar e c é o coeficiente aerodinâmico.

A eq.(5.32) destaca a hipótese de que em qualquer ponto da estrutura o espectro de pressões pode ser considerado proporcional ao espectro de velocidades.

5.3.3 Decomposição das pressões flutuantes

Como apresentado anteriormente, pode-se considerar que a pressão flutuante $p'(t)$ constitui um processo aleatório, ergódico,

Gaussiano de média zero; podendo ser representada por uma integral de Fourier.

Utilizando os termos de Fourier em um plano complexo e as frequências em Hz , a eq.(5.17) pode ser escrita na forma:

$$p'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(f) \cos[2\pi ft - \theta(f)] df, \quad (5.33)$$

onde,

$$C(f) = \sqrt{A^2(f) + B^2(f)}, \quad (5.34)$$

$$\theta(f) = \arctan \frac{B(f)}{A(f)}, \quad (5.35)$$

$$A(f) = \int_{-\infty}^{\infty} p'(t) \cos 2\pi f t dt, \quad (5.36)$$

$$B(f) = \int_{-\infty}^{\infty} p'(t) \sin 2\pi f t dt, \quad (5.37)$$

O exame da eq.(5.5) mostra que, para um processo cuja média é igual a zero, como é o caso da parcela flutuante do vento, o valor quadrado médio assume o mesmo valor da variância, assim:

$$E[p'^2] = \sigma^2(p') = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p'^2(t) dt \quad (5.38)$$

Na aplicação a uma função não-periódica para a qual exista a integral de Fourier, a eq.(5.38) assume a forma:

$$\sigma^2(p') = \frac{2}{T} \int_0^{\infty} C^2(f) df \quad (5.39)$$

Simiu; Scanlan (1996) mostram que, quando $T \rightarrow \infty$, a variância ou o valor quadrado médio podem ser escritos como:

$$\sigma^2(p') = \int_0^{\infty} S(f) df, \quad (5.40)$$

A eq.(5.40) ressalta a observação, já mencionada anteriormente, de que cada frequência f corresponde a uma contribuição elementar para o valor quadrado médio, e este, inerentemente, corresponde à área sob a curva de $S(f)$. Esta propriedade, de associar a cada frequência uma contribuição para a avaliação total da parcela flutuante do vento, torna-se especialmente importante para implantação do processo do vento sintético, como se verá a seguir.

Uma simplificação conveniente é a adoção de um número finito n de funções harmônicas como uma aproximação para a representação de $p'(t)$. As funções devem ser convenientemente escolhidas de modo que o intervalo de frequências adotado realmente contenha o intervalo de interesse, que vai de aproximadamente $1,7 \cdot 10^{-3}$ Hz (600 s) a 2 Hz (0,5 s) ou mais, de modo a capturar os modos mais altos. Seguindo a indicação proposta por Franco (1993), o programa de computador criado neste trabalho indica onze funções como valor padrão, selecionando uma destas para possuir frequência ressonante com o primeiro modo de vibração livre da estrutura. As frequências dos outros componentes harmônicos são obtidas como múltiplos ou submúltiplos da frequência de referência por um fator dois.

Assim pode-se escrever:

$$p'(t) \cong \sum_{k=1}^m C_k \cos\left(\frac{2\pi}{T_r r_k} t - \theta_k\right) \quad (5.41)$$

$$C_k = \sqrt{2 \int_{(k)} S(f) df} \quad (5.42)$$

$$r_k = 2^{k-r}, \quad (5.43)$$

onde, r é o número do harmônico cuja frequência coincide com a frequência do primeiro modo de vibração livre da estrutura e T_r é o período associado a este harmônico.

Os valores de C_k são calculados pela integração da função de densidade espectral em cada um dos n intervalos de frequência escolhidos. Evidentemente esta operação pode ser realizada, utilizando-se o espectro natural $S(f)$ e uma escala natural de frequências. No entanto, a mesma proporção entre as áreas, que é o aspecto de real importância para nossa simulação, pode ser obtida, empregando-se o espectro reduzido associado a uma escala logarítmica de frequências.

Finalmente a amplitude de cada um dos harmônicos pode ser escrita na forma:

$$p'_k = \frac{C_k}{\sum_{k=1}^m C_k} p' = c_k p' \quad (5.44)$$

A construção das séries de carregamentos para a geração dos históricos de carga baseia-se na superposição dos componentes harmônicos com ângulos de fases indeterminados. Assim, estes últimos representam a componente aleatória do processo.

5.3.4 Correlação espacial de velocidades

Para Davenport apud Simiu; Scanlan (1996), a correlação espacial de velocidades pode ser descrita em função da distância entre dois pontos d e da frequência da rajada f , como:

$$\text{Coh}(d, f) = e^{-\hat{f}} \quad (5.45)$$

onde,

$$\hat{f} = \frac{f \sqrt{C_z^2 (z_1 - z_2)^2 + C_y^2 (y_1 - y_2)^2}}{\bar{V}(10)} \quad (5.46)$$

Na eq.(5.46) y_1 , y_2 , z_1 e z_2 são as coordenadas de dois pontos da face da estrutura atingida pelo vento, esta considerada perpendicular à direção do fluxo; C_z e C_y são coeficientes de decaimento exponencial determinados experimentalmente.

Simiu; Scanlan (1996) citam diversos trabalhos que mostram que os coeficientes C_z e C_y variam em função da rugosidade do terreno, da cota considerada e da velocidade do vento. No presente trabalho de pesquisa, seguem-se as orientações propostas por Franco (1993), adotando-se os menores valores dos coeficientes, $C_z = 7$ e $C_y = 12$, estes produzindo distribuições de carregamento a favor da segurança.

Uma segunda simplificação a favor da segurança também é admitida. Como os pórticos metálicos utilizados para a aplicação do programa desenvolvido são estruturas predominantemente verticais, utiliza-se apenas a correlação vertical de velocidades, assim:

$$Coh(\Delta z, f_k) = \exp\left(-\frac{7\Delta z f_k}{\bar{V}(10)}\right) \quad (5.47)$$

onde,

$$\Delta z = z_1 - z_2 \quad (5.48)$$

Analisando-se a Figura 5.9, pode-se observar que o coeficiente de correlação varia de 1, quando $\Delta z = 0$, até 0, quando $\Delta z \rightarrow \infty$. A partir desta observação, Franco (1993) propôs o conceito de tamanho de rajada, este definido como a dimensão de uma rajada perfeitamente correlacionada capaz de induzir um efeito na estrutura bastante similar ao produzido pela eq.(5.47).

Fig. 5.9. Rajadas equivalentes (Franco (1993)).

Uma boa aproximação da equivalência de efeitos é obtida, igualando-se as resultantes das pressões p' , cujo coeficiente de correlação é:

$$\text{Coh}(p')(\Delta z, f_k) = \left[\exp\left(-\frac{7\Delta z f_k}{\bar{V}(10)}\right) \right]^2 = \exp\left(-\frac{14\Delta z f_k}{\bar{V}(10)}\right) \quad (5.49)$$

Assim, a altura de rajada equivalente pode ser determinada por:

$$\Delta z_{ok} = 2 \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{14\Delta z f_k}{\bar{V}(10)}\right) d(\Delta z) = \frac{\bar{V}(10)}{7f_k} \quad (5.50)$$

As considerações acima mostram que a rajada de frequência f_k , cujo coeficiente de correlação é representado pela curva exponencial dupla da Figura 5.9, pode, aproximadamente, ser representada pela rajada perfeitamente correlacionada de altura Δz_{ok} .

Todavia, para se aplicar o conceito de rajadas equivalentes, deve-se calcular de maneira determinística a posição do centro de rajada da estrutura. Isto pode ser feito, em princípio, assumindo-se que as rajadas são estacionárias e calculando-se, para cada um dos harmônicos, a posição que maximiza a resposta relevante da estrutura. Na prática, no entanto, é suficiente supor que todas as rajadas possuem o mesmo centro e podem ser aplicadas na posição mais desfavorável do centro de rajada ressonante, como em Franco (1993).

5.4 Sistematização do método

Como descrito na construção do método, a pressão total no centro de uma rajada supostamente estacionária p_T é a soma de uma componente constante $\bar{p}$, que corresponde ao vento médio, e uma parcela flutuante p' . Esta última pode ser decomposta em n funções harmônicas de amplitudes $c_k p'$, sendo que a soma dos coeficientes c_k possui valor 1.

Para se definir a parcela flutuante da pressão total, utiliza-se a lei de potência proposta pela NBR-6123 – Forças devidas ao vento em edificações (1988), como:

$$v_{600} = 0,69 b_{600} V_0 \left(\frac{z}{10} \right)^{p_{600}}, \quad (5.51)$$

$$v_3 = b_3 V_0 \left(\frac{z}{10} \right)^{p_3}, \quad (5.52)$$

onde, v_{600} é a velocidade para o período de 600s na cota z , v_3 é a velocidade de pico para o período de 3s na cota z . Os valores b e p são parâmetros meteorológicos definidos pela NBR-6123 em função da classe de rugosidade do terreno e do período.

A pressão de pico q_p pode ser definida como:

$$q_p = 0,613v_3^2 \quad (5.53)$$

A pressão média ou estática é calculada por:

$$\bar{p} = 0,613v_{600}^2 \quad (5.54)$$

Assim, a pressão flutuante pode ser obtida por:

$$p' = q_p - \bar{p} \quad (5.55)$$

A força estática atuante em um certo ponto da estrutura é definida por:

$$F_E = C_a A \bar{p}, \quad (5.56)$$

onde, C_a é o coeficiente de arrasto e A é a parcela da projeção vertical da estrutura que contribui para a geração de força no ponto considerado.

A força dinâmica, por sua vez, é dividida em componentes harmônicos como:

$$F_D = \sum_{k=1}^n C_a A_k p' c_k \cos(2\pi f_k - \theta_k), \quad (5.57)$$

Segundo Franco (1993), para a adoção do método é necessário que a análise respeite as seguintes condições:

- $n \geq 11$;
- o período de uma das funções deve coincidir com o período fundamental da estrutura;
- os períodos das funções restantes devem ser múltiplos ou submúltiplos do período fundamental por um fator 2.

O autor ainda menciona que, quando $n=11$, torna-se necessário corrigir a amplitude da componente ressonante. Neste caso, a contribuição da componente ressonante é superestimada por um fator 2.

O coeficiente da função ressonante é reduzido à metade:

$$c_{*r} = \frac{c_r}{2} \quad (5.58)$$

Para garantir que a soma dos coeficientes c_k permaneça unitária são necessárias as seguintes operações:

$$c_{*(r-1)} = c_{(r-1)} + \frac{c_r}{4}, \quad (5.59)$$

$$c_{*(r+1)} = c_{(r+1)} + \frac{c_r}{4} \quad (5.60)$$

No programa desenvolvido neste trabalho, adota-se o valor padrão de vinte séries de carregamento, cada uma delas gerada como a combinação do carregamento estático mais n componentes harmônicos de fases aleatórias.

O tempo total de análise é definido em função do número e intervalo de tempo dos passos de integração, sendo inteiramente controlado pelo usuário.

Dada a não-linearidade física considerada, o cálculo da resposta estrutural é realizado através de um processo de integração de Newmark incremental como descrito no capítulo 6.

Obtido o valor do deslocamento máximo para cada série de carregamento, realiza-se uma análise estatística, considerando-se uma distribuição de Gauss. Calcula-se, então, o valor do deslocamento máximo característico, com índice de confiança de 95%, através da seguinte expressão:

$$u_{(95\%)} = 1,65\sigma + m \quad (5.61)$$

Os arquivos de saída, gerados pelo programa desenvolvido, contêm informações das várias séries de carregamento realizadas e a análise estatística da simulação de Monte Carlo. No Anexo 1 são apresentadas instruções para a obtenção e interpretação de tais arquivos.

"A man should never be ashamed to own he has been in the wrong, which is but saying, in other words, that he is wiser to-day than he was yesterday".

J. Swift (1667-1745)

CAPÍTULO 6

O PROCESSO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Para sistemas de comportamento linear, a formulação apresentada no capítulo 3 leva à obtenção da seguinte equação do movimento:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{p}(t) \quad (6.1)$$

No caso de sistemas em que a não-linearidade do material é levada em consideração, o comportamento das forças restauradoras atuantes, representadas por $\mathbf{K}\mathbf{q}$ na eq.(6.1), deve ser reavaliado. No presente trabalho, a inserção do comportamento não-linear do material dá-se por meio do surgimento de rótulas plásticas nas extremidades das barras. Conseqüentemente, a matriz de rigidez da estrutura altera-se a cada vez que se atinge o momento de plastificação em uma seção.

A equação que governa o movimento estrutural passa, então, a ser representada por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_{\text{Rest}} = \mathbf{p}(t) \quad (6.2)$$

onde a variação das forças restauradoras $\mathbf{f}_{\text{Rest}}$ depende do comportamento das rótulas que, porventura, surgirem na estrutura.

Para estruturas de comportamento linear, governadas por equações do tipo da eq.(6.1), a resposta dinâmica pode ser convenientemente obtida pela análise modal. Nesse tipo de análise, as soluções das equações desacopladas são combinadas linearmente de modo a gerar a resposta total da estrutura.

No entanto, o princípio da superposição, utilizado na análise modal, não é válido quando existem não-linearidades presentes no sistema. Nesse caso, como destacam Clough; Penzien (1993), os mecanismos mais atraentes de solução envolvem procedimentos de integração passo-a-passo, nos quais a resposta é obtida para uma série de incrementos de tempo Δt .

Nesses métodos, a condição de equilíbrio dinâmica é estabelecida no início ou no final de cada passo de integração, e o movimento do sistema, durante o incremento de tempo, é estimado em função de uma evolução de resposta assumida. A característica não-linear do sistema é introduzida pelo cálculo das novas propriedades mecânicas no início de cada incremento de tempo. Assim, o processo pode ser entendido como uma aproximação do comportamento não-linear, representado por uma seqüência de sistemas lineares que se alteram sucessivamente.

6.1 Classificação dos processos de solução dinâmica

Como mencionado anteriormente, um processo numérico de integração direta possui duas características principais:

- o equilíbrio dinâmico das equações é realizado em pontos discretos do tempo, associados ao passo de integração Δt ;
- a variação dos deslocamentos, velocidades e acelerações em cada intervalo de tempo é postulada; formas diferentes destas variações dão origem a diferentes esquemas de integração direta, cada um com diferentes níveis de precisão e custo de solução.

Para cada passo de integração, dadas as condições iniciais $\mathbf{q}_i$, $\dot{\mathbf{q}}_i$ e $\ddot{\mathbf{q}}_i$, deseja-se obter a solução para um tempo subsequente igual a $t_{i+1} = t_i + \Delta t$. O instante do passo de integração em que o equilíbrio dinâmico é imposto divide os métodos de integração em explícitos e implícitos.

Em um processo explícito, a solução no tempo t_{i+1} é obtida considerando-se a condição de equilíbrio no tempo t_i . Tais processos são condicionalmente estáveis, de modo que a convergência é atingida apenas se a duração do passo de integração for menor do que um certo valor limite.

Quando se utiliza a condição de equilíbrio no instante t_{i+1} , o processo de integração é dito implícito. Alguns métodos implícitos, aplicados a sistemas lineares, são incondicionalmente estáveis, sendo que o passo de integração adotado afeta apenas a precisão alcançada.

Fernandes Jr. (1995) comenta que, de maneira geral, sistemas sujeitos a impacto ou explosões constituem problemas governados pelas altas frequências (problemas de propagação), e a aplicação de métodos explícitos de solução mostra-se mais adequada. Quando se considera a atuação do fluxo de vento, frequências mais baixas governam a resposta (problemas inerciais) e, nesse caso, métodos implícitos são mais apropriados.

6.2 Método de Newmark

O método de integração direta de Newmark refere-se a uma família de processos implícitos de solução da equação de movimento de um sistema. Para Chopra (2001), a avaliação de um método de solução deve levar em consideração dois aspectos principais: a precisão e a estabilidade. No caso do método de Newmark, comentários quanto a estes aspectos poderão ser observados no item 6.2.3.

Um processo de Newmark caracteriza-se por duas equações fundamentais do tipo:

$$\dot{\mathbf{q}}_{i+1} = \dot{\mathbf{q}}_i + \left[(1-\gamma)\Delta t \right] \ddot{\mathbf{q}}_i + (\gamma\Delta t) \ddot{\mathbf{q}}_{i+1} \quad (6.3)$$

$$\mathbf{q}_{i+1} = \mathbf{q}_i + (\Delta t)\dot{\mathbf{q}}_i + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) (\Delta t)^2 \right] \ddot{\mathbf{q}}_i + \left[\beta (\Delta t)^2 \right] \ddot{\mathbf{q}}_{i+1}, \quad (6.4)$$

onde os parâmetros β e γ definem a variação da aceleração em um passo de tempo.

Apresenta-se, a seguir, a formulação incremental do método de Newmark linear. Como o método será expandido para o caso não-linear, utiliza-se uma formulação incremental das variáveis, de modo que:

$$\Delta \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_{i+1} - \mathbf{q}_i, \quad \Delta \dot{\mathbf{q}}_i = \dot{\mathbf{q}}_{i+1} - \dot{\mathbf{q}}_i, \quad \Delta \ddot{\mathbf{q}}_i = \ddot{\mathbf{q}}_{i+1} - \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.5)$$

$$\Delta \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i \quad (6.6)$$

Para a formulação incremental as eq.(6.3) e (6.4) podem ser reescritas como:

$$\Delta \dot{\mathbf{q}}_i = (\Delta t) \ddot{\mathbf{q}}_i + (\gamma\Delta t) \Delta \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.7)$$

$$\Delta \mathbf{q}_i = (\Delta t) \dot{\mathbf{q}}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{\mathbf{q}}_i + \beta (\Delta t)^2 \Delta \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.8)$$

Da eq.(6.8) pode-se obter que:

$$\Delta \ddot{\mathbf{q}}_i = \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \Delta \mathbf{q}_i - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{q}}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.9)$$

Substituindo-se a eq.(6.9) na eq.(6.7), tem-se:

$$\Delta \dot{\mathbf{q}}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta \mathbf{q}_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{\mathbf{q}}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.10)$$

As eq.(6.9) e (6.10) são, então, substituídas na equação incremental do movimento, na forma:

$$\mathbf{M} \Delta \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{C} \Delta \dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{K} \Delta \mathbf{q}_i = \Delta \mathbf{p}_i \quad (6.11)$$

A substituição gera:

$$\hat{\mathbf{K}} \Delta \mathbf{q}_i = \Delta \hat{\mathbf{p}}_i, \quad (6.12)$$

onde,

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{C} + \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \mathbf{M} \quad (6.13)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{p}}_i = \Delta \mathbf{p}_i + \left(\frac{1}{\beta \Delta t} \mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta} \mathbf{C} \right) \dot{\mathbf{q}}_i + \left[\frac{1}{2\beta} \mathbf{M} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \mathbf{C} \right] \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.14)$$

Conhecendo-se $\hat{\mathbf{K}}$ e $\Delta \hat{\mathbf{p}}_i$ a partir das propriedades $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ do sistema, os parâmetros β e γ do algoritmo e os valores de $\dot{\mathbf{q}}_i$ e $\ddot{\mathbf{q}}_i$ no início do passo, pode-se obter o incremento de deslocamentos como:

$$\Delta \mathbf{q}_i = \hat{\mathbf{K}}^{-1} \Delta \hat{\mathbf{p}}_i \quad (6.15)$$

Uma vez conhecido o valor de $\Delta \mathbf{q}_i$, os valores de $\Delta \dot{\mathbf{q}}_i$ e $\Delta \ddot{\mathbf{q}}_i$ podem ser obtidos das eq.(6.9) e (6.10)

A aceleração para o início do passo seguinte pode ser obtida, também, impondo-se equilíbrio no início do passo:

$$\ddot{\mathbf{q}}_{i+1} = \frac{\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_{i+1} - \mathbf{K}\mathbf{q}_{i+1}}{\mathbf{M}} \quad (6.16)$$

Apresenta-se, a seguir, o equacionamento e conseqüente geração dos parâmetros β e γ para os casos usuais da aplicação do método de Newmark.

6.2.1 Método da aceleração linear

Assume-se que a aceleração varia linearmente durante um passo de integração, conforme a Figura 6.1.

Fig. 6.1. Variação linear da aceleração.

A aceleração em um certo instante τ pode ser escrita como:

$$\ddot{\mathbf{q}}(\tau) = \ddot{\mathbf{q}}_i + \frac{\Delta \ddot{\mathbf{q}}}{\Delta t} \tau \quad (6.17)$$

Integrando-se a eq.(6.17) com relação à variável τ , pode-se obter as expressões da velocidade e do deslocamento:

$$\dot{\mathbf{q}}(\tau) = \dot{\mathbf{q}}_i + \ddot{\mathbf{q}}_i \tau + \frac{\Delta \ddot{\mathbf{q}}}{\Delta t} \frac{\tau^2}{2} \quad (6.18)$$

$$\mathbf{q}(\tau) = \mathbf{q}_i + \dot{\mathbf{q}}_i \tau + \ddot{\mathbf{q}}_i \frac{\tau^2}{2} + \frac{\Delta \ddot{\mathbf{q}}}{\Delta t} \frac{\tau^3}{6} \quad (6.19)$$

Para $\tau = \Delta t$ tem-se:

$$\Delta \dot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}_i \Delta t + \Delta \ddot{\mathbf{q}} \frac{\Delta t}{2} \quad (6.20)$$

$$\Delta \mathbf{q} = \dot{\mathbf{q}}_i \Delta t + \ddot{\mathbf{q}}_i \frac{\Delta t^2}{2} + \Delta \ddot{\mathbf{q}} \frac{\Delta t^2}{6} \quad (6.21)$$

Operando-se a eq.(6.21), pode-se obter:

$$\Delta \ddot{\mathbf{q}} = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta \mathbf{q} - \frac{6}{\Delta t} \dot{\mathbf{q}}_i - 3\ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.22)$$

Aplicando-se a eq.(6.22) em (6.20), tem-se:

$$\Delta \dot{\mathbf{q}} = \frac{3}{\Delta t} \Delta \mathbf{q} - 3\dot{\mathbf{q}}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.23)$$

Substituindo-se os valores das eq.(6.22) e (6.23) na equação incremental do movimento (eq.(6.11)):

$$\left(\frac{6\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \frac{3\mathbf{C}}{\Delta t} + \mathbf{K} \right) \Delta \mathbf{q} = \Delta \mathbf{p} + \mathbf{M} \left(\frac{6\dot{\mathbf{q}}_i}{\Delta t} + 3\ddot{\mathbf{q}}_i \right) + \mathbf{C} \left(3\dot{\mathbf{q}}_i + \frac{\ddot{\mathbf{q}}_i \Delta t}{2} \right) \quad (6.24)$$

A eq.(6.24) é uma equação da forma da eq.(6.12). Comparando-se esta com as eq.(6.13) e (6.14), pode-se obter $\beta = 1/6$ e $\gamma = 1/2$ como os parâmetros que definem o processo de aceleração linear de Newmark.

6.2.2 Método da aceleração média constante

A variação da aceleração é definida pela Figura 6.2.

Fig. 6.2. Aceleração média constante.

Adotando-se um equacionamento similar ao utilizado para o caso da aceleração linear, a aceleração pode ser escrita como:

$$\ddot{q}(\tau) = \frac{\ddot{q}_{i+1} + \ddot{q}_i}{2} = \ddot{q}_i + \frac{\Delta \ddot{q}}{2} \quad (6.25)$$

Integrando-se, é possível obter as velocidades e deslocamentos como:

$$\dot{q}(\tau) = \dot{q}_i + \tau \left(\ddot{q}_i + \frac{\Delta \ddot{q}}{2} \right) \quad (6.26)$$

$$q(\tau) = q_i + \dot{q}_i \tau + \frac{\tau^2}{2} \left(\ddot{q}_i + \frac{\Delta \ddot{q}}{2} \right) \quad (6.27)$$

Para $\tau = \Delta t$ tem-se:

$$\Delta \dot{q} = \Delta t \left(\ddot{q}_i + \frac{\Delta \ddot{q}}{2} \right) \quad (6.28)$$

$$\Delta q = \dot{q}_i \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} \left(\ddot{q}_i + \frac{\Delta \ddot{q}}{2} \right) \quad (6.29)$$

Operando-se a eq.(6.29), pode-se obter:

$$\Delta \ddot{\mathbf{q}} = \frac{4}{\Delta t^2} \Delta \mathbf{q} - \frac{4}{\Delta t} \dot{\mathbf{q}}_i - 2\ddot{\mathbf{q}}_i \quad (6.30)$$

Aplicando-se a eq.(6.30) em (6.28), tem-se:

$$\Delta \dot{\mathbf{q}} = \frac{2}{\Delta t} \Delta \mathbf{q} - 2\dot{\mathbf{q}}_i \quad (6.31)$$

A substituição das eq.(6.30) e (6.31) na eq.(6.11) gera a eq.(6.32) na forma:

$$\left(\frac{4\mathbf{M}}{\Delta t^2} + \frac{2\mathbf{C}}{\Delta t} + \mathbf{K} \right) \Delta \mathbf{q} = \Delta \mathbf{p} + \mathbf{M} \left(\frac{4\dot{\mathbf{q}}_i}{\Delta t} + 2\ddot{\mathbf{q}}_i \right) + \mathbf{C} (2\dot{\mathbf{q}}_i), \quad (6.32)$$

que, comparada às eq.(6.13) e (6.14), produz $\beta = 1/4$ e $\gamma = 1/2$.

6.2.3 Precisão e estabilidade

Em sistemas lineares, Chopra (2001) associa a estabilidade do método de Newmark à expressão:

$$\frac{\Delta t}{T_{\min}} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\gamma - 2\beta}}, \quad (6.33)$$

onde $T_{\min}$ é o menor período natural de vibração do modelo analisado.

Para $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$, a eq.(6.33) torna-se:

$$\frac{\Delta t}{T_{\min}} \leq \infty \quad (6.34)$$

Assim, o método da aceleração média constante é estável para qualquer valor de Δt .

Para $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/6$, a eq.(6.33) indica que o método de aceleração linear é estável, se:

$$\frac{\Delta t}{T_{\min}} \leq 0,551 \quad (6.35)$$

A estabilidade provida pela eq.(6.33) não garante a precisão do método de Newmark. Esta depende, primordialmente, da duração do passo de integração adotado. É consenso entre autores como Chopra (2001), Clough; Penzien (1993) e Paz (1985), que um valor para o incremento de tempo Δt da ordem de um décimo do menor período natural do modelo pode produzir resultados satisfatórios.

No entanto, para a completa definição do passo de integração a ser adotado, é necessário observar as frequências presentes no carregamento. O incremento de tempo deve ser pequeno o suficiente de modo a representar as maiores frequências presentes no carregamento.

Chopra (2001) comenta ainda que, no caso de estruturas de comportamento não-linear, melhores resultados poderiam ser obtidos se a duração do passo de integração não fosse constante. A rotina de integração, implementada no presente trabalho, verifica a formação de rótulas plásticas ao final de cada passo de integração. Caso fosse implementado um processo iterativo, que a cada vez que surgisse uma rótula retornasse no tempo, realizando iterações de acréscimos de tempo e verificação de esforços dentro do passo, a precisão poderia ser melhorada, porém um custo computacional considerável seria adicionado ao processo.

6.3 Abordagem do comportamento não-linear

A simulação da não-linearidade material utilizada neste trabalho de pesquisa gera uma equação de equilíbrio dinâmico do tipo:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_{\text{Rest}} = \mathbf{p}(t) \quad (6.36)$$

O comportamento da força restauradora $\mathbf{f}_{\text{Rest}}$ é controlado pelo modelo constitutivo adotado para o material. As matrizes de rigidez das barras são atualizadas toda vez que uma rótula plástica surge em uma de suas extremidades.

Uma primeira diferença, com relação ao processo linear, diz respeito à alteração da matriz de rigidez durante o processamento. Na integração numérica, ao final de cada passo, são calculados os momentos fletores atuantes nas extremidades das barras. O valor obtido em cada extremidade é comparado com o valor do momento de plastificação para aquela seção.

O modelo de comportamento adotado segue o sugerido por Paz (1985). Permite-se que uma rótula gire apenas no sentido compatível com o sinal do momento fletor atuante. Quando a rótula começa a girar em sentido contrário ao momento, considera-se que o comportamento elástico é recuperado, e a rótula é, então, removida.

A verificação do sentido de giro das rótulas é realizada utilizando-se a rotação incremental das extremidades das barras. Esta é dada pela diferença entre a rotação incremental do elemento e o acréscimo de rotação da extremidade do elemento naquele nó.

Considere-se o deslocamento incremental da barra articulada-engastada inextensível da Figura 6.3.

Fig. 6.3. Geometria de barra com rótula na extremidade ①.

O incremento de rotação no nó da extremidade ① é dado por:

$$\Delta\rho_i = \Delta q_3 + \frac{1}{2}\Delta q_6 - \frac{3}{2}\left(\frac{\Delta q_5 - \Delta q_2}{L}\right) \quad (6.37)$$

O deslocamento incremental de uma barra engastada-articulada pode ser representado como na Figura 6.4.

Fig. 6.4. Geometria de barra com rótula na extremidade ② .

Nesse caso, o incremento de rotação na extremidade ② é dado por:

$$\Delta\rho_j = \Delta q_6 + \frac{1}{2}\Delta q_3 - \frac{3}{2}\left(\frac{\Delta q_5 - \Delta q_2}{L}\right) \quad (6.38)$$

Considere-se, finalmente, o caso da barra bi-articulada da Figura 6.5.

Fig. 6.5. Geometria de barra com rótulas nas extremidades ① e ② .

As rotações nas rótulas são dadas por:

$$\Delta\rho_i = \Delta q_6 - \left(\frac{\Delta q_5 - \Delta q_2}{L} \right) \quad (6.39)$$

$$\Delta\rho_j = \Delta q_3 - \left(\frac{\Delta q_5 - \Delta q_2}{L} \right) \quad (6.40)$$

O cálculo do vetor de acelerações ao final de cada passo de integração constitui a segunda diferença importante entre os processos linear e não-linear de integração.

Como mencionado anteriormente, a aceleração $\ddot{\mathbf{q}}_i$, ao final de um dado passo de integração, pode ser calculada a partir do conhecimento de $\Delta\mathbf{q}$, utilizando-se a eq.(6.9). Uma outra alternativa seria utilizar uma equação similar à eq.(6.16), que, no caso não-linear, gera:

$$\ddot{\mathbf{q}}_{i+1} = \frac{\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{C}\ddot{\mathbf{q}}_{i+1} - \mathbf{f}_{\text{Rest}}}{\mathbf{M}} \quad (6.41)$$

Segundo Chopra (2001), em sistemas não-lineares, os valores de aceleração obtidos pelas eq.(6.9) e (6.41) podem ser diferentes. Preferência deve ser dada para a eq.(6.41), já que esta satisfaz o equilíbrio no instante $t+1$.

6.4 Algoritmos mais importantes

A implantação de algoritmos de integração de Newmark para estruturas de comportamento linear é um assunto consolidado na literatura especializada, como pode ser observado em Chopra (2001), Clough; Penzien (1993) e Paz (1985).

Neste capítulo, são apresentados os dois algoritmos que diferenciam, fundamentalmente, o processo de integração adotado com relação à forma geralmente empregada.

O primeiro algoritmo apresentado reproduz a rotina computacional executada em um passo de integração do processo. Pode-se observar que, durante a execução do processo, existe uma referência a uma segunda rotina, responsável pela identificação das rótulas e que é apresentada em seguida.

Utilizou-se a linguagem Visual Basic para a construção do programa computacional. Dessa maneira, para o completo entendimento dos algoritmos torna-se necessário compreender como o programa é estruturado.

Um programa em Visual Basic é composto por formulários, módulos e sub-rotinas. Os formulários são responsáveis pela interface com o usuário, criando condições para a entrada e saída dos dados e controle do programa. As sub-rotinas são procedimentos responsáveis por certas tarefas. Geralmente, assume-se que quanto mais específicas forem as sub-rotinas melhor. Erros de programação tornam-se mais fáceis de serem encontrados. Módulos são conjuntos de sub-rotinas organizados de modo a executar tarefas correlatas.

Para a integração numérica de sistemas não-lineares, os módulos de programação estão organizados conforme a Figura 6.6.

Fig. 6.6. Organização dos módulos de programação.

6.4.1 Algoritmo de Integração

Para a exibição do algoritmo, utiliza-se um fluxograma padrão. Na parte superior de cada caixa de comando está situada a indicação do módulo, à esquerda, e da sub-rotina, à direita.

Fig. 6.7. Algoritmo de integração numérica, parte I.

Fig. 6.8. Algoritmo de integração numérica, parte II.

6.4.2 Algoritmo de detecção das rótulas

O algoritmo de detecção das rótulas é executado em todos os passos de integração, exceto no primeiro, como pode ser observado no item 6.4.1. A rotina é responsável por verificar a formação e o desaparecimento de rótulas plásticas, atividade esta aliada ao controle do vetor de forças restauradoras.

Fig. 6.9. Algoritmo de detecção das rótulas, parte I.

Fig. 6.10. Algoritmo de detecção das rótulas, parte II.

Fig. 6.11. Algoritmo de detecção das rótulas, parte III.

Fig. 6.12. Algoritmo de detecção das rótulas, parte IV.

Fig. 6.13. Algoritmo de detecção das rótulas, parte V.

Fig. 6.14. Algoritmo de detecção das rótulas, parte VI.

*“If I have seen further it is by standing on the
shoulders of giants”.*

Isaac Newton (1642-1727)

CAPÍTULO 7

APLICAÇÕES

Neste capítulo são apresentados alguns exemplos da aplicação do programa ADEEMEV (Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas sob excitação de vento) desenvolvido durante o decorrer da presente pesquisa.

Para a validação da rotina, utiliza-se um exemplo proposto por Clough; Penzien (1993). A aplicação de um carregamento gerado pelo processo do vento sintético a uma estrutura de um grau de liberdade é mostrada no segundo exemplo. Para a simulação de modelos de vários graus de liberdade, utiliza-se um modelo de um pórtico plano de vários andares.

7.1 Exemplo proposto por Clough; Penzien (1993)

O exemplo consiste na análise elasto-plástica do pórtico simples, tipo “shear building”, modelado com um grau de liberdade,

da Figura 7.1(a). A relação entre deslocamentos e forças restauradoras segue a forma apresentada na Figura 7.1(b) e o histórico de carregamento é descrito na Figura 7.1(c).

Fig. 7.1. Modelo, comportamento material e carregamento para o primeiro exemplo.

Os autores apresentam a solução, adotando-se o método da aceleração linear de Newmark, considerando-se o caso de comportamento elástico e elasto-plástico.

O gráfico da Figura 7.2 mostra a comparação entre os resultados obtidos por Clough; Penzien (1993) e os valores gerados pelo programa ADEEMEV, considerando-se apenas o comportamento elástico linear. Pode-se observar que, utilizando-se uma rotina de integração de Newmark para aceleração linear, os resultados são coincidentes.

Fig. 7.2. Histórico de resposta do modelo elástico linear.

Para modelos de apenas um grau de liberdade Clough; Penzien (1993) e Paz (1985) utilizam um critério baseado na velocidade de deslocamento para detecção da recuperação elástica das rótulas. Esse critério apresenta resultados ligeiramente diferentes dos obtidos quando se considera o critério baseado no incremento de rotação para estruturas de vários graus de liberdade, proposto pelo próprio Paz (1985) e adotado na construção dos algoritmos do programa ADEEMEV.

Na Figura 7.3, são apresentados os resultados do processamento para o comportamento elasto-plástico do material. Os resultados obtidos por Clough; Penzien (1993) são comparados com os resultados obtidos pelo programa ADEEMEV para ambos os casos de variação da aceleração e critérios de detecção de rótulas. Novamente se verifica que a adoção do processo de aceleração linear de Newmark gera resultados coincidentes com os obtidos pelos autores.

Fig. 7.3. Histórico de resposta do modelo elasto-plástico.

Cabe salientar que, apesar da formação de rótulas plásticas tornar a estrutura hipostática, o colapso não ocorre devido à presença das forças de inércia.

7.2 Exemplo da aplicação do vento

O segundo exemplo consiste em uma estrutura de uma caixa d'água, modelada de maneira bastante similar ao exemplo apresentado por Clough; Penzien (1993).

O carregamento constitui a principal diferença entre os dois modelos. Para o modelo da caixa d'água, o carregamento é gerado pelo processo do vento sintético, como descrito no capítulo 5.

A Figura 7.4(a) apresenta, esquematicamente, a estrutura. Adota-se um modelo de um grau de liberdade para a simulação da resposta estrutural, como mostrado na Figura 7.4(b).

Fig. 7.4. Modelo da caixa d'água – dimensões em metros.

A observação de que as forças de inércia impedem o colapso, apresentada anteriormente, também é válida.

Admite-se que o fluxo de vento atinge a caixa perpendicularmente à face “A”. A caixa d'água possui massa $M = 118000 \text{ Kg}$. Admite-se taxa de amortecimento $\xi = 1\%$.

As colunas são constituídas de perfis metálicos do tipo CS250x79 e suas massas não são consideradas no processamento. O aço utilizado é o ASTM A36 com tensão de escoamento $f_y = 250 \text{ Mpa}$ e módulo de elasticidade $E = 2,05 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$. A Figura 7.5 exhibe a seção transversal adotada para as colunas.

Fig. 7.5. Seção transversal das colunas – dimensões em milímetros.

A frequência natural do primeiro modo de vibração, obtida pelo programa ADEEMEV, possui o valor $f = 0,296 \text{ Hz}$.

Para a simulação do carregamento de vento, utiliza-se uma velocidade básica $V_0 = 45 \text{ m/s}$ e terreno categoria III. Adota-se um coeficiente de arrasto $C_a = 1,3$ e posição do centro de rajada na cota 15 metros.

A Tabela 7.1 mostra os valores adotados na construção dos 11 harmônicos que compõem o carregamento.

k	Tk (s)	f (Hz)	X1	fS(f)/ σ^2	C _k	c _k (%)	c _k (%)	Δz_{0k}
1	0,422	2,368	93,042	0,195	0,624	5,11	5,11	1,87
2	0,845	1,184	46,521	0,309	0,786	6,44	6,44	3,75
3	1,689	0,592	23,260	0,490	0,990	8,11	10,65	7,49
4	3,378	0,296	11,630	0,772	1,242	10,18	5,09	14,99
5	6,757	0,148	5,815	1,190	1,543	12,64	15,18	29,97
6	13,514	0,074	2,908	1,692	1,839	15,07	15,07	59,94
7	27,027	0,037	1,454	1,860	1,928	15,80	15,80	119,88
8	54,054	0,018	0,727	1,200	1,550	12,69	12,69	239,77
9	108,109	0,009	0,363	0,448	0,946	7,75	7,75	479,54
10	216,218	0,005	0,182	0,126	0,503	4,12	4,12	959,08
11	432,435	0,002	0,091	0,033	0,256	2,09	2,09	1918,16

Tab. 7.1. Componentes harmônicos do vento para o exemplo com apenas um grau de liberdade.

Para a completa representação dos componentes harmônicos, adota-se um incremento de tempo $\Delta t = 0,04 \text{ s}$. O tempo total de análise é de 600 s.

Um carregamento em regime permanente, como o gerado pelo processo do vento sintético, se inserido diretamente, pode atuar como uma força impulsiva, gerando um transiente de grande amplitude nos primeiros ciclos de vibração. De modo a contornar este problema, o valor da carga no instante inicial é inserido de maneira incremental durante os 100 primeiros passos do processamento, iniciando suavemente o movimento da estrutura.

Foram geradas vinte séries de carregamento com ângulos de fase aleatoriamente escolhidos. A Figura 7.6 exibe o aspecto de três destas séries para os primeiros 100 segundos de análise, destacando a característica estocástica do carregamento.

Fig. 7.6. Carregamento gerado pelo processo do vento sintético.

Para a obtenção da resposta estrutural adota-se o processo de Newmark com aceleração média constante. Fenômenos de instabilidade globais ou locais da estrutura não são considerados, bem como efeitos de fadiga.

Admitindo-se que o material se comporta elasticamente para qualquer magnitude de carregamento, a resposta típica é similar à apresentada na Figura 7.7.

Cabe ressaltar que a Figura 7.7 retrata uma situação completamente hipotética, já que, para apresentar o histórico de resposta em questão, o material estrutural estaria sujeito a tensões superiores à tensão de escoamento f_y .

Fig. 7.7. Histórico de resposta para comportamento elástico.

Quando se considera o comportamento elasto-plástico do material, o histórico de resposta assume uma forma típica, como exibido na Figura 7.8.

Fig. 7.8. Histórico de resposta para comportamento elasto-plástico.

Considerando-se o comportamento elástico do material, a resposta tende a assumir um caráter praticamente permanente, vibrando com amplitude quase constante.

Por outro lado, quando se considera o comportamento elasto-plástico do material, levando-se em consideração o aparecimento e o desaparecimento de rótulas plásticas, pode-se notar o acréscimo de um dano a cada vez que uma rótula é formada. Assim, a estrutura não vibra em torno de apenas uma configuração, como demonstra o gráfico da Figura 7.8.

O gráfico de Figura 7.9 exhibe os valores máximos de deslocamento para cada uma das séries de carregamento.

Fig. 7.9. Valores de deslocamento extremos.

A análise das séries de valores máximos fornece as propriedades estatísticas mostradas na Tabela 7.2.

Análise	Média	Desvio Padrão	$u_{(95\%)}$
Elástica	0,2813	0,0064	0,2918
Elasto-plástica	0,4163	0,0436	0,4882

Tab. 7.2. Propriedades estatísticas dos históricos de resposta.

7.3 Estrutura com vários graus de liberdade

Para a aplicação do programa criado a uma estrutura de vários graus de liberdade, utiliza-se um pórtico plano de múltiplos andares. A estrutura consiste de 15 pavimentos, cada um com altura igual a 3,5 metros. A área frontal, sujeita à ação do vento, possui largura igual a 3 metros. A massa dos pavimentos é representada por massas concentradas colocadas nas ligações entre pilares e vigas.

A Figura 7.10 exhibe um modelo esquemático da estrutura.

Fig. 7.10. Modelo de vários graus de liberdade.

Adotam-se taxas de amortecimento iguais a 1% para os dois primeiros modos de vibração da estrutura.

Os pilares são constituídos de perfis metálicos do tipo CS300x109 e as vigas por perfis do tipo VS500x86. O aço utilizado é o ASTM A36 com tensão de escoamento $f_y = 250 \text{ Mpa}$ e módulo de elasticidade $E = 2,05 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$. A Figura 7.11 apresenta as seções transversais adotadas.

Fig. 7.11. Seções transversais – dimensões em milímetros.

A frequência natural do primeiro modo de vibração, obtida pelo programa ADEEMEV, possui o valor $f = 0,300 \text{ Hz}$.

Para a simulação do carregamento de vento, utiliza-se uma velocidade básica $V_0 = 37 \text{ m/s}$ e terreno categoria II. Adota-se um coeficiente de arrasto $C_a = 1,4$ e posição do centro de rajada na cota 45,5 metros.

A Tabela 7.3 mostra os valores adotados na construção dos 12 harmônicos que compõem o carregamento.

k	Tk (s)	f (Hz)	X1	fS(f)/ σ^2	C _k	c _k (%)	c _k (%)	Δz_{0k}
1	0,416	2,404	114,872	0,169	0,582	4,69	4,69	1,52
2	0,833	1,200	57,367	0,269	0,733	5,91	5,91	3,04
3	1,665	0,601	28,701	0,426	0,923	7,44	9,77	6,07
4	3,330	0,300	14,350	0,673	1,160	9,35	4,67	12,14
5	6,661	0,150	7,174	1,048	1,448	11,66	14,00	24,29
6	13,321	0,075	3,587	1,545	1,758	14,16	14,16	48,58
7	26,642	0,038	1,794	1,889	1,944	15,66	15,66	97,17
8	53,285	0,019	0,897	1,465	1,712	13,79	13,79	194,34
9	106,570	0,009	0,448	0,630	1,122	9,04	9,04	388,68
10	213,140	0,005	0,224	0,188	0,614	4,94	4,94	777,35
11	426,279	0,002	0,092	0,034	0,259	2,12	2,12	1890,85
12	852,558	0,001	0,056	0,013	0,158	1,27	1,27	3109,40

Tab. 7.3. Componentes harmônicos do vento para o exemplo com vários graus de liberdade.

Para a completa representação dos componentes harmônicos, adota-se um incremento de tempo $\Delta t = 0,03\text{ s}$. O tempo total de análise é de 600 s.

Como no exemplo anterior, o carregamento não é inserido diretamente. O valor da carga no instante inicial é inserido de maneira incremental durante os 100 primeiros passos do processamento, iniciando suavemente o movimento da estrutura.

Foram geradas vinte séries de carregamento com ângulos de fase aleatoriamente escolhidos.

Para a obtenção da resposta estrutural, adota-se o processo de Newmark com aceleração média constante. Fenômenos de instabilidade globais ou locais da estrutura não são considerados, bem como efeitos de fadiga.

Admitindo-se que o material se comporta elasticamente, para qualquer magnitude de carregamento, a resposta típica para o deslocamento horizontal do topo da estrutura é similar à apresentada na Figura 7.12.

Fig. 7.12. Histórico de deslocamentos do topo da estrutura, considerando-se comportamento elástico do material.

Quando se considera o comportamento elasto-plástico do material, o histórico de deslocamento assume a forma típica mostrada no gráfico da Figura 7.13. Resultado semelhante aos obtidos nos exemplos anteriores.

Fig. 7.13. Histórico de deslocamentos do topo da estrutura, considerando-se comportamento elasto-plástico do material.

Os deslocamentos máximos observados nas várias séries de carregamento são exibidos na Figura 7.14.

Fig. 7.14. Valores de deslocamento máximos.

A análise estatística das séries de valores máximos fornece os resultados apresentados na Tabela 7.4.

Análise	Média	Desvio Padrão	$u_{(95\%)}$
Elástica	0,5629	0,0094	0,5784
Elasto-plástica	0,6325	0,0390	0,6968

Tab. 7.4. Propriedades estatísticas dos valores de pico.

O mesmo padrão de resposta pode ser observado, tanto nos exemplos com apenas um grau de liberdade quanto no caso de uma estrutura com vários graus de liberdade. A alteração dos ângulos de fase dos componentes harmônicos afeta, de maneira mais incisiva, a resposta elasto-plástica da estrutura.

“La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l’universo), ma non si può intendere, se prima non s’impara a intender la lingua e conoscer i caratteri ne quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto”

G. Galilei (1564-1642)

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E PROPOSTAS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões obtidas a partir do desenvolvimento do estudo e resultados alcançados. Sugestões para a continuidade da pesquisa e propostas para melhoramento do programa de computador criado também são apresentadas.

No desenvolvimento da presente pesquisa, utilizou-se um equacionamento baseado em uma formulação lagrangiana via elementos finitos. A discretização permitiu a construção das matrizes de massa e rigidez da estrutura a partir de funções de interpolação que atendem à teoria de barras de Bernoulli-Euler utilizada. A inserção das forças dissipativas foi realizada pela introdução da matriz de amortecimento do tipo Rayleigh.

Tendo em vista a ductilidade do material utilizado, procurou-se verificar o comportamento da estrutura após a tensão de escoamento ser atingida em algumas seções. O mecanismo

apresentado representa uma primeira tentativa neste sentido, já que a economia gerada pelo completo aproveitamento do material, quando sujeito a carregamentos esporádicos e catastróficos como ventos de grande monta, pode justificar a emprego de tal método.

O comportamento fisicamente não-linear do material foi introduzido a partir do surgimento de rótulas plásticas toda vez que o momento fletor, em determinada seção, atinge o valor do momento de plastificação total.

Para a construção do carregamento de vento, o método utilizado na construção do programa computacional baseia-se no trabalho de Franco (1993), e é conhecido como processo do vento sintético.

Trata-se de um processo de Monte Carlo típico, empregado como ferramenta para a representação do carregamento dinâmico aleatório de vento. Os conceitos de probabilidade, espectro de potência e análise de Fourier, fornecem a metodologia para a decomposição da pressão dinâmica de vento em componentes harmônicos. A característica estocástica do processo foi inserida pela combinação de tais componentes com ângulos de fase escolhidos randomicamente.

A solução do sistema de equações de movimento desenvolveu-se pela aplicação de um processo implícito de integração numérica. A variação da aceleração em cada incremento de tempo foi postulada por funções pertencentes à família de soluções de Newmark.

Como aplicação e teste do programa, foram estudados três exemplos. O primeiro destes serviu como validação da rotina empregada, comparando-se os valores obtidos com os apresentados na literatura especializada. O segundo exemplo é ainda bem simples, e bastante similar ao primeiro, constituindo uma primeira aplicação do processo do vento sintético como alternativa para a geração do carregamento dinâmico do vento. O último dos exemplos trata de

uma estrutura mais complexa, com vários graus de liberdade, permitindo verificar a aplicabilidade do estudo realizado.

Ao final, a metodologia adotada mostrou-se simples e confiável. A linguagem de programação Visual Basic 6.0 permitiu o completo desenvolvimento do trabalho e forneceu ferramentas para a criação de uma interface amigável com o usuário do programa.

Justifica-se a escolha preferencial do método de Newmark com aceleração média constante, pela capacidade de se utilizar incrementos de tempo maiores e ainda assim manter a estabilidade do processamento.

A característica estocástica dos carregamentos gerados pelo processo do vento sintético pode ser observada na Tabela 7.4. Os resultados mostraram que a adoção de valores aleatórios para a inserção dos ângulos de fase gera históricos de carregamento completamente diferentes.

A comparação entre as soluções dos três exemplos apresentados cria um padrão de resposta bastante similar ao que se esperava teoricamente, ou seja, a cada vez que o material se plastifica, cria-se um dano. Este dano, caracterizado por uma deformação residual, altera a maneira como a estrutura vibra.

A análise dos resultados encontrados nos exemplos permitiu concluir, também, que estruturas de comportamento elasto-plástico são mais sensíveis à característica aleatória empregada para a geração do carregamento. Observando-se as Tabelas 7.9 e 7.14, pode-se notar que quando se considera o comportamento estritamente elástico, a variação dos valores máximos é pequena de uma série de carregamentos para outra. No entanto, quando é considerado o comportamento elasto-plástico do material, os valores encontrados variam em uma gama muito maior. Isto se deve, principalmente, ao fato de que a maneira como são combinados os harmônicos influi fortemente no número de vezes que surge uma rótula plástica, afetando, assim, o dano estrutural acumulado.

Como proposta para futuros estudos, as idéias apresentadas podem ser divididas em propostas para melhoramento do programa e propostas quanto à metodologia utilizada.

Para o melhoramento do programa computacional, pode-se sugerir a criação de uma entrada gráfica dos nós e barras. A criação de uma interface automática com um programa de construção de gráficos poderia facilitar a interpretação dos resultados. Pode-se citar, também, a inclusão de outros tipos de seções transversais como alternativa atraente para futuros usuários.

No campo da metodologia empregada, várias alternativas de melhorias podem ser apresentadas, como:

- atualização da matriz de massa da estrutura a cada vez que se alteram as características geométricas da mesma devido ao surgimento ou desaparecimento de rótulas plásticas;
- consideração de pórticos espaciais;
- inserção de ligações semi-rígidas;
- introdução de carregamentos distribuídos nas barras e construção de um algoritmo para detecção da possível formação de rótulas no interior dos elementos; trata-se de um problema de re-geração de malhas já que, neste caso, novos nós e elementos devem ser definidos automaticamente pelo algoritmo.
- utilização de um processo iterativo para re-divisão do passo de integração toda vez que as características de rigidez da estrutura são alteradas; a detecção do exato momento em que uma rótula é formada contribui para a precisão do processo;
- consideração da não-linearidade geométrica;
- consideração da presença de esforços normais na avaliação dos momentos de plastificação.

Destaca-se, finalmente, que a definição do chamado centro de rajada ainda não possui uma sistemática simples para aplicação. A determinação da posição mais desfavorável para aplicação de carregamento constitui ponto passível de futuros estudos.

LISTA DE REFERÊNCIAS

AAS-JAKOBSEN, K.; STROMMEN, E. Time domain buffeting response calculations of slender structures. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 2001. v. 89. 341-364p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Forças devido ao vento em edificações - NBR-6123**. Rio de Janeiro, 1988. 80p.

_____. **Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios - NBR-8800**. Rio de Janeiro, 1986. 200p.

BAKER, J.; HEYMAN, J. **Plastic design of frames**. Great Britain: Cambridge University Press, 1969. v.1. 227p.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. United States of America: Prentice-Hall, 1996. 1037p.

BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995. 168p.

BLEVINS, R. D. **Flow-induced vibration**. United States of America: Van Nostrand Reinhold Company, 1977. 363p.

BUCHHOLDT, H. A. **An introduction to cable roof structures**. 2. ed. London: Thomas Telford, 1999. 285p.

CARRIL JR., C. F. **Análise numérica e experimental do efeito dinâmico do vento em torres metálicas treliçadas para telecomunicações**. 2000. 143p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2000.

CHAN, S. L. Non-linear behavior and design of steel structures. **Journal of constructional steel research**, 2001. v. 57. 1217-1231p.

CHEN, W. F.; SOHAL, I. **Plastic design and second-order analysis of steel frames**. United States of America: Springer-Verlag, 1995. 509p.

CHOPRA, Anil K. **Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering**. 2. ed. United States of America: Prentice-Hall, 2001. 844p.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 2. ed. Tokyo: McGraw Hill, 1993. 634p.

DAVIES, J. M. Second-order elastic-plastic analysis of plane frames. **Journal of constructional steel research**, 2002. v. 58. 1315-1330p.

FERNANDES JR., C. **Análise dinâmica de pórticos metálicos planos sob ação de carregamentos transientes com consideração da formação de rotulas plásticas.** 1995. 122p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1995.

FRANCO, M., Direct Along-wind Dynamic Analysis of Tall Structures. **Boletim Técnico da Escola Politécnica**, Universidade de São Paulo. São Paulo: EPUSP, 1993. 22p.

_____; ISYUMOV, N. Overview of procedures for evaluating the effect of wind on tall buildings. **Boletim Técnico da Escola Politécnica**, Universidade de São Paulo. São Paulo: EPUSP, 1997. 10p.

HEYMAN, J. **Plastic design of frames.** Great Britain: Cambridge University Press, 1971. v. 2. 291p.

HORNE, M. R.; MORRIS, L. J. **Plastic design of low-rise frames.** Great Britain: Granada Publishing Limited, 1981. 238p.

JEONG, H. K; SHENOI, R. A. Probabilistic strength analysis of rectangular FPR plates using Monte Carlo simulation. **Computers and structures**, 2000. v. 76. 219-235p.

KAREEM, A; GURLEY, K. Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 1996. v. 59. 131-157p.

LAIER, J.E.; BARREIRO, J.C. Complementos de Resistência dos Materiais. **Apostila da Escola de Engenharia de São Carlos.** São Carlos: Universidade de São Paulo, 1983. 208p.

LIEW, J. Y. R. *et al.* Improved nonlinear plastic hinge analysis of space frame structures. **Engineering Structures**, 2000. v. 22. 1324-1338p.

MEIROVITCH, L. **Elements of vibration analysis.** 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1986. 560p.

MELLO, W. L.; REQUENA, J. A. V. Análise de pórticos metálicos planos com conexões semi-rígidas considerando a não linearidade física e geométrica. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, XXIX. Uruguay, 2000. **Memorias.** Uruguay: s.n., 2000. 16p. 1 CD-ROM.

NEAL, B. G. **The plastic methods of structural analysis.** Great Britain: Chapman & Hall, 1956. 353p.

NEWLAND, David Edward. **An introduction to random vibrations, spectral and wavelet analysis**. 3. ed. New York: Wiley, 1993. 477p.

PAGNINI, L. C.; SOLARI, Giovanni. Gust buffeting and turbulence uncertainties. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 2002. v. 90. 441-459p.

PAZ, Mario. **Structural Dynamics: theory and computation**. 2. ed. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1985. 561p.

PFEIL, W.; PFEIL M. **Estruturas de aço, dimensionamento prático**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 1995. 307p.

REPETTO, M. P.; SOLARI G. Dynamic alongwind fatigue of slender vertical structures. **Engineering Structures**, 2001. v. 23. 1622-1633p.

ROCHA, M. M.; CABRAL, S. V. S.; RIERA, J. D. A comparison of proper orthogonal decomposition and Monte Carlo simulation of wind pressure data. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 2000. v. 84. 329-344p.

SCHUËLLER, G. I. Computational stochastic mechanics: recent advances. **Computers and structures**, 2001. v. 79. 2225-2234p.

SHREIDER, Yu. A. **Method of statistical testing: Monte Carlo method**. Netherlands: Elsevier, 1964. 303p.

SIMIU, E.; SCANLAN, R. H. **Wind effects on structures**. 3. ed. United States of America: Wiley-interscience, 1996. 589p.

SOBOL, I. M. **The Monte Carlo method**. 2. ed. Chicago: University of Chicago Press, 1974.

THOMSON, William Tyrrell. **Teoria da vibração com aplicações**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. 462p.

WHITE, D. W. Plastic-hinge methods for advanced analysis of steel frames. **Journal of constructional steel research**, 1993. v. 24. 121-152p.

YASUI, H. *et al.* Study of wind induced response of long span structure. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 1999. v. 83. 277-288p.

ZIENKIEWICZ, O. C; TAYLOR, E. L. **The finite element method**. United Kingdom: McGraw-Hill, 1989. v. 1. 648p.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

BELLEI, I. H. **Edifícios industriais em aço, projeto e cálculo**. 2. ed. São Paulo: Pini, 1998. 489p.

BLESSMANN, Joaquim. **Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento**. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1998. 284p.

_____. **Aerodinâmica das construções**. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1983. 255p.

BRASIL, Reyolando M. L. R. F. **Vibrações aleatórias na dinâmica de estruturas**. São Paulo: EPUSP, 1993. 29p. **Boletim Técnico da Escola Politécnica**, Universidade de São Paulo.

_____. **Não-linearidade geométrica na dinâmica de estruturas aperticadas planas: um tratamento pelo método dos elementos finitos**. 1999. 205p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.

_____. **Programas de microcomputador para a análise dinâmica de estruturas nos domínios do tempo e da frequência**. São Paulo: EPUSP. n. 9106. 31p. **Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP**, Universidade de São Paulo. São Paulo.

CALLADINE, C. R. **Plasticity for engineers**. Great Britain: Unwin Brothers of Working, 1985. 318p.

COOK, N. J. **The designer's guide to wind loading of building structures**. Great Britain: Cambridge University Press, 1985. v. 1. 371p.

_____. **The designer's guide to wind loading of building structures**. Great Britain: Courier International Ltd, 1990. v. 2. 586p.

D'SOUZA, A. F; GARG, V. K. **Advanced dynamics - Modeling and analysis**. United States of America: Prentice-Hall, 1984. 358p.

GÉRADIN, M.; RIXEN, D. **Mechanical vibrations - theory and application to structural dynamics**. 2. ed. Great Britain: Bookcraft, 1997. 425p.

NEWLAND, D. E. **Mechanical vibration analysis and computation**. Singapore: Longman Singapore Publishers, 1989. 583p.

PAZ, Mario. **Microcomputer-aided engineering - structural dynamics**. United States of America: Van Nostrand Reinhold Company, 1986. 318p.

PERRY, Greg; HETTIHEWA, Sanjaya. **Aprenda em 24 horas Visual Basic 6**. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1999. 439p.

SPIEGEL, M. R. **Estatística**. Brasil: McGraw-Hill, 1977. 580p.

TEDESCO, J. W.; McDOUGAL, W. G.; ROSS, C. A. **Structural dynamics - Theory and applications**. United States of America: Addison Wesley Longman, 1999. 816p.

WEAVER JR, William; JOHNSTON, Paul R. **Structural dynamics by finite elements**. United States of America: Prentice-Hall, 1987. 591p.

ANEXO

MANUAL DO PROGRAMA ADEEMEV

A seguir apresenta-se o manual de uso do programa ADEEMEV (Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas sob excitação de vento). A Figura A.1 exibe a tela inicial do programa.

Fig. A.1. Tela inicial do programa ADEEMEV.

Na linha superior da janela do programa, o usuário encontra uma barra de menu contendo os seguintes itens: *Arquivo*, *Controle*, *Geometria*, *Modelo*, *Solução* e *Ajuda*. Logo abaixo existem os seguintes botões de controle: *Abrir*, *Salvar*, *Seções*, *Nós*, *Barras*, *Vínculos*, *Estática*, *Dinâmica* e *Calcular*.

A) Menu suspenso *Arquivo*

Clicando no item *Arquivo* da barra de menu, o usuário ativa um menu suspenso com as seguintes opções: *Novo*, *Abrir*, *Salvar*, *Salvar Como* e *Sair*. Estas opções realizam tarefas a que usuários do sistema operacional Windows já estão habituados, tais como abrir arquivos e salvar informações. Como exemplo, a Figura A.2 exibe a caixa de diálogo que é obtida quando se aciona a opção *Abrir*.

Fig. A.2. Caixa de diálogo *Abrir*.

Os arquivos utilizados pelo programa ADEEMEV possuem a extensão “*.txt*”, apresentada como padrão pelo campo *Arquivos do tipo*.

Os botões de controle *Abrir* e *Salvar* são atalhos para as operações de mesmo nome presentes no menu suspenso *Arquivo*.

B) Menu suspenso *Controle*

Quando acionado, o menu *Controle* fornece quatro itens: *Material*, *Seções transversais*, *Amortecimento* e *Proc. Integração*.

Clicando-se no item *Material*, o programa exibe a janela mostrada na Figura A.3.

A janela de diálogo intitulada "Material" com uma barra de título azul. O conteúdo da janela é o seguinte: "Considerado comportamento elasto-plástico perfeito". Abaixo disso, há três campos de entrada: "Módulo de Elasticidade (MPa):" com o valor "0", "Peso Específico (kN/m³):" com o valor "0,000000" e "Tensão Escoamento (MPa):" com o valor "0,000000". Na base da janela, há dois botões: "OK" e "Cancelar".

Fig. A.3. Janela *Material*.

O usuário deve fornecer informações que permitam caracterizar o comportamento do material estrutural. Ao final, pressiona-se o botão *OK* para retornar à tela principal do programa e armazenar as alterações, ou o botão *cancelar* para retornar à tela principal e descartar as alterações.

O item *Seções Transversais* pode ser acionado tanto pelo menu *Controle* quanto pelo botão *Seções* na tela principal do programa. Quando ativado pela primeira vez, o programa exibe uma caixa de diálogo na qual o usuário deve informar quantos tipos de seções transversais diferentes existem na estrutura. Em seguida o programa exibe a janela da Figura A.4.

Fig. A.4. Janela *Seções Transversais*.

No canto superior esquerdo, o usuário encontra a informação de qual seção está selecionada no momento. À direita existe uma lista com todos os tipos de seções existentes. A navegação entre os diferentes tipos de seções pode ser realizada, utilizando-se os botões *Anterior* e *Próximo*, ou clicando, diretamente, sobre o número da seção correspondente na lista de seções.

O botão *Adicionar* insere uma nova seção. O botão *Remover* elimina a seção selecionada. O botão *Remover Todas* apaga as informações de todas as seções existentes.

O usuário deve fornecer as informações geométricas das seções conforme a legenda apresentada na figura à direita da janela. Uma vez introduzida a geometria, o usuário pode obter informações à respeito da seção clicando no botão *Informações da Seção Seleccionada*. A janela mostrada é exibida pela Figura A.5.

A screenshot of a software window titled "Informações da seção transversal". It contains several input fields with numerical values: "Seção:" with value "1", "Área (cm²):" with value "172,00", "Mom. Inércia I1 (cm⁴):" with value "26.489,33", "Mom. Inércia I2 (cm⁴):" with value "9.017,33", "Mom. Plastificação Mp1 (N.m):" with value "10.090,00", and "Mom. Plastificação Mp2 (N.m):" with value "4.630,00". An "OK" button is at the bottom.

Propriedade	Valor
Seção:	1
Área (cm²):	172,00
Mom. Inércia I1 (cm⁴):	26.489,33
Mom. Inércia I2 (cm⁴):	9.017,33
Mom. Plastificação Mp1 (N.m):	10.090,00
Mom. Plastificação Mp2 (N.m):	4.630,00

Fig. A.5. Janela *Informações da seção transversal*.

Para outros tipos de perfis metálicos, pode-se inserir diretamente as informações da seção como: área, momentos de inércia nas duas direções e momentos de plastificação nas duas direções. Para tanto, basta clicar no botão *IMPOR INÉRCIA E ÁREA DE SEÇÃO*, localizado no canto inferior direito da janela. Uma janela similar à da Figura A.5 será exibida na qual o usuário poderá inserir os valores.

O terceiro item no menu *Controle* é o *Amortecimento*. Quando acionado este exibe a caixa de diálogo da Figura A.6. Deve-se fornecer os valores das taxas de amortecimento para os dois primeiros modos de vibração da estrutura.

A screenshot of a software window titled "Amortecimento Modal". It contains a text box with the instruction: "Adota-se amortecimento do tipo Rayleigh. Defina as taxas de amortecimento modais para os 2 primeiros modos de vibração." Below this are two input fields: "Primeiro Modo (%):" with value "0,000" and "Segundo Modo (%):" with value "0,000". At the bottom are "OK" and "Cancelar" buttons.

Adota-se amortecimento do tipo Rayleigh.
Defina as taxas de amortecimento modais
para os 2 primeiros modos de vibração.

Modo	Taxa de Amortecimento (%)
Primeiro Modo	0,000
Segundo Modo	0,000

Fig. A.6. Janela *Amortecimento Modal*.

Por fim, ativando-se o item *Proc. Integração* no menu *Controle* é exibida a janela da Figura A.7.

Fig. A.7. Janela *Processo de Integração*.

O usuário deve escolher entre os dois tipos de processos de integração disponíveis e fornecer o número e duração dos passos de integração.

C) Menu suspenso *Geometria*

No menu suspenso *Geometria*, o usuário encontra os itens: *Sistema de coordenadas*, *Nós* (também acionado pelo botão *Nós*) e *Barras* (também acionado pelo botão *Barras*).

O item *Sistema de coordenadas* permite consultar a posição dos eixos cartesianos adotada no programa. O aspecto da janela é exibido na Figura A.8.

O item *Nós* pode ser acionado tanto pelo menu *Controle* quanto pelo botão *Nós* na tela principal do programa. Quando ativado pela primeira vez, o programa exibe uma caixa de diálogo na qual o usuário deve informar quantos nós existem na estrutura. Em seguida o programa exibe a janela da Figura A.9.

Fig. A.8. Janela *Sistema de Coordenadas*. Fig. A.9. Janela *Entrada de Nós*.

No canto superior direito, há uma lista com a numeração de todos os nós existentes na estrutura. A navegação entre estes é realizada pelos botões *Anterior* e *Próximo* ou clicando-se diretamente sobre o nó desejado na lista. O funcionamento dos botões *Inserir*, *Remover*, *Remove Todos*, *OK* e *Cancelar* é semelhante ao da janela de *Seções Transversais* apresentada anteriormente.

Permite-se ao usuário inserir massas e molas concentradas. Basta acionar o botão *ASSOCIAR MASSAS CONCENTRADAS E MOLAS AOS GRAUS DE LIBERDADE DOS NÓS*, exibindo a janela da Figura A.10.

Fig. A.10. Janela *Massas e rigidezes concentradas*.

Após selecionar um nó na lista existente no lado esquerdo da janela, o usuário deve fornecer os valores e clicar no botão *APLICAR*. Em seguida seleciona-se um outro nó e repete-se o procedimento. Após a inserção de todas as informações, clica-se em *OK* para retornar à janela da Figura A.9.

O item *Barras* pode ser acionado tanto pelo menu *Controle* quanto pelo botão *Barras* na tela principal do programa. Quando ativado pela primeira vez, o programa exibe uma caixa de diálogo na qual o usuário deve informar quantas barras existem na estrutura. Em seguida o programa exibe a janela da Figura A.11.

O funcionamento dos botões *Anterior*, *Próxima*, *Adicionar*, *Remover*, *Remover Todas*, *OK* e *Cancelar* é semelhante ao da janela *Entrada de Nós* apresentada anteriormente.

Fig. A.11. Janela *Entrada de Barras*.

A posição de uma dada barra é definida em função dos nós inicial e final, definidos pelo usuário nas caixas de listagem suspensas localizadas na região superior da janela. O tipo de seção transversal também é imposto utilizando-se a respectiva caixa de listagem.

Para a definição das condições de extremidade entre as barras, o usuário deve acionar os botões de opção, de acordo com a legenda existente.

Para a orientação da barra no plano, o usuário possui duas opções. Escolhendo a opção *A*, o eixo principal de inércia da barra coincide com o eixo *z* do sistema de coordenadas adotado. Para a opção *B*, o eixo principal de inércia coincide com um dos outros dois eixos do sistema de coordenadas, *x* ou *y*.

D) Menu suspenso *Modelo*

Neste menu o usuário encontra os meios para imposição de vínculos externos e carregamento.

O item *Vínculos* pode ser acionado tanto pelo menu *Modelo* quanto pelo botão *Vínculos* na tela principal do programa. A janela exibida assume a forma da Figura A.12.

Fig. A.12. Janela *Vinculação da Estrutura*.

Na caixa de listagem à esquerda estão todos os nós da estrutura. O usuário deve escolher o nó em que se deseja impor um vínculo e clicar no botão *Adicionar*. O nó escolhido é então inserido na caixa de listagem *Nós Vinculados*. O botão *Remover* e *Remove Todos* exclui um ou todos os nós adicionados à lista.

Após colocar todos os nós que receberão vinculações externas na lista, o usuário deve escolher um destes e clicar nas restrições a serem aplicadas. O processo deve ser repetido para cada um dos nós vinculados.

O segundo item existente no menu *Modelo* refere-se ao carregamento estático. Este item também pode ser acionado pelo botão *Estática* na tela principal do programa. A janela exibida é mostrada na Figura A.13.

Fig. A.13. Janela *Dados do Carregamento*.

Deve-se escolher um nó na caixa de listagem suspensa e fornecer valores para força na direção x , força na direção y e momento fletor aplicado na direção z . Uma vez inseridos os valores, clica-se no botão Aplicar. O procedimento deve ser repetido para todos os nós da estrutura a que se deseja aplicar uma carga estática.

O terceiro item do menu *Modelo* refere-se ao carregamento dinâmico de vento. A janela da Figura A.13 pode ser acessada tanto pelo menu quanto pelo botão *Dinâmica* na tela principal do programa.

Fig. A.14. Janela *Carregamento de Vento*.

Solicita-se ao usuário o preenchimento dos campos correspondentes a: velocidade básica do vento, categoria do terreno, coeficiente de arrasto da estrutura, largura da faixa sujeita ao fluxo de vento, nó correspondente ao centro de rajada, número de componentes harmônicos adotados e número de séries de carregamento.

O número de componentes harmônicos deve ser escolhido de tal modo que todo o intervalo de frequências de interesse seja representado. O número de séries de carregamento deve ser tal de modo a permitir a análise estatística dos valores encontrados, sugerindo-se um mínimo de vinte.

Após a inserção de todos os dados, deve-se acionar o botão *Gerar Arquivo de Carregamento*. O programa irá gerar arquivos do tipo *Cargasi.txt*, com *i* variando de 1 até o número total de séries de carregamento. O arquivo contém informações sobre o valor da carga em cada grau de liberdade para cada um dos incrementos de tempo. Um arquivo de carregamento típico é mostrado na Figura A.15.

```
Carregamento gerado pelo ADEEMEV
Série de Carregamento: 17
"Número de Nós da Face:", "16"
Passo de integração: 0
"1", "0"
"3", "0"
"5", "0"
"7", "0"
"9", "0"
Passo de integração: 1
"1", "42,4406862832232"
"3", "85,0371861209016"
"5", "85,2449375268419"
"7", "85,4526889327823"
"9", "85,6604403387226"
Passo de integração: 2
"1", "127,32205884967"
"3", "255,111558362705"
"5", "255,734812580526"
"7", "256,358066798347"
"9", "256,981321016168"
```

Fig. A.15. Arquivo de carregamento gerado pelo ADEEMEV.

A segunda linha do arquivo identifica a série de carregamento para a qual o arquivo será utilizado. Em seguida, existe a informação de quantos nós da estrutura estão na face atingida pelo fluxo de vento.

Para cada passo de integração, a primeira coluna fornece o número do nó e a segunda coluna fornece o valor, no sistema internacional, da carga aplicada ao grau de liberdade horizontal daquele nó.

A geração dos carregamentos de vento cria um segundo arquivo, este contém informações sobre os componentes harmônicos que deram origem aos arquivos de carregamento. O arquivo recebe o nome de *Dados de carregamento.txt* e um exemplo é mostrado na Figura A.16.

Dados do carregamento dinâmico				
Velocidade básica do vento (m/s):37,0000				
Coeficiente de Arrasto:1,4000				
Largura da área de projeção vertical (m):3,0000				
Nó correspondente ao centro de rajada:27				
Número de componentes harmônicos:12				
Número de séries de carregamento:20				
Dados dos harmônicos				
Número	Período(s)	Freq.(Hz)	P. Carga(%)	A. Rajada Eq.(m)
1	0,416	2,402	4,619	1,518
2	0,833	1,201	5,819	3,037
3	1,665	0,601	9,630	6,073
4	3,330	0,300	4,605	12,146
5	6,661	0,150	13,802	24,292
6	13,321	0,075	13,988	48,584
7	26,642	0,038	15,559	97,169
8	53,285	0,019	13,860	194,338
9	106,570	0,009	9,184	388,675
10	213,140	0,005	5,044	777,350
11	426,279	0,002	2,588	1554,701
12	852,558	0,001	1,302	3109,401

Fig. A.16. Arquivo de dados de carregamento gerado pelo ADEEMEV.

O arquivo contém as informações fornecidas pelo usuário e as informações dos harmônicos: período, frequência, parcela de carga e altura de rajada equivalente.

E) Menu suspenso *Solução*

O menu suspenso *Solução* dá acesso ao item *Calcular*, que também pode ser acessado pelo botão *Calcular* presente na janela principal.

Quando o botão é acionado, uma janela com quatro opções é mostrada, como na Figura A.17.

Fig. A.17. Janela *Solução*.

Escolhida a primeira opção, o programa irá calcular os modos e frequências naturais de vibração livre não-amortecida da estrutura. Os resultados são apresentados no arquivo *Modos.txt*.

Caso o usuário escolha a opção *Análise Estática Linear*, o programa realiza um cálculo-padrão da análise matricial de estruturas, fornecendo os deslocamentos e esforços nas barras resultantes da aplicação de esforços estáticos. O arquivo de saída é nomeado como *Estatica.txt*.

Quando as opções de análise dinâmica são selecionadas, o usuário deve escolher o nó e o grau de liberdade de interesse. Para tanto uma nova janela, como a da Figura A.18, é apresentada.

Fig. A.18. Janela *Plotagem*.

Para a análise linear, três tipos de arquivos de saída, com i variando de 1 até o número total de séries de carregamento, são gerados: *DinLineari.txt*, *Plotagem.i.txt* e *Estatística.txt*.

Os arquivos do tipo *DinLineari.txt* contêm os valores de deslocamento, velocidade e aceleração para cada um dos graus de liberdade em cada um dos passos de integração.

Nos arquivos *Plotagem.i.txt* estão armazenados apenas os deslocamentos referentes ao grau de liberdade escolhido. As informações estão organizadas de modo que o arquivo pode ser facilmente utilizado para a construção de gráficos.

O arquivo *Estatística.txt* contém os valores de pico de cada uma das séries de carregamento e as propriedades estatísticas do conjunto formado por estes valores.

Quando se seleciona análise não-linear, os resultados são apresentados de maneira bastante semelhante. Os arquivos de saída, com i variando de 1 até o número total de séries de carregamento, gerados, são: *DinNLineari.txt*, *Plotagem.i.txt* e *Estatística.txt*.

F) Menu suspenso *Ajuda*

No menu suspenso *Ajuda*, o usuário tem acesso a dois itens: *Tópicos da ajuda* e *Sobre o ADEEMEV*.

Clicando em *Tópicos da Ajuda*, um arquivo com o manual do programa, semelhante a este anexo, é exibido. Para acessá-lo, é necessário possuir o Adobe Acrobat Reader® instalado e clicar duas vezes sobre o documento.

No item *Sobre o ADEEMEV* são fornecidas informações a respeito da versão instalada e um endereço para correspondência para esclarecimento de eventuais dúvidas.