JORGE SAÚL SUAZNÁBAR VELARDE

ANÁLISE DOS EFEITOS DAS INTERAÇÕES ENTRE PILARES E VIGAS DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

São Paulo

2018

JORGE SAÚL SUAZNÁBAR VELARDE

ANÁLISE DOS EFEITOS DAS INTERAÇÕES ENTRE PILARES E VIGAS DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Engenharia de
Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Valdir Pignatta Silva

São Paulo

2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

SUAZNABAR, JORGE SAUL

ANÁLISE DOS EFEITOS DAS INTERAÇÕES ENTRE PILARES E VIGAS
DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO /
J. S. SUAZNABAR -- versão corr. -- São Paulo, 2018.
404 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1. ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO 2. INCÊNDIO I. Universidade
de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas
e Geotécnica II. t.

Dedico esta tese à minha família,
sempre no meu coração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por iluminar o meu caminho, pela vida que me deu, pelas alegrias e pelas provas que me presenteia todos os dias da minha vida, sem elas não seria possível crescer.

Agradeço à minha querida família que levo no meu coração, pela unidade, pelo carinho, pelo grande apoio espiritual e material. Especialmente aos meus amados pais, Saul e Teresa, meus orientadores na vida, incondicionalmente e inevitavelmente preocupados com o meu bem-estar. À minha família pequena, muito amada, Jessica e Jorgito, pelo carinho e a paciência com minha ausência devido à minha dedicação aos estudos e ao trabalho. Aos meus queridos irmãos Sergio, sempre me dando a força necessária para percorrer os caminhos da vida, Pablo e Teresita, sempre felizes pelo meu sucesso. E aos muito queridos Rafael, Bertha, Ana, Marcela, Fernanda, Zaira, Jan, Anne, Hans, Emma, Sophie, Juliet, Carmen e Cristina, pessoas muito valiosas na minha vida.

Agradeço ao Prof. Dr. Valdir Pignatta Silva, pela excelência na orientação acadêmica, pela amizade e pelas nossas boas e longas conversas em diversos lugares do mundo. Uma pessoa muito valiosa neste trabalho. Não só um orientador, um amigo.

Agradeço aos colegas e amigos da USP e do LMC, especialmente Cristiano, José, Lucas, Thiago, Igor, Rafael, Társis e Eduardo.

Agradeço também ao pessoal da TNO DIANA pelo suporte técnico com o programa e análises sempre que foi necessário.

Finalmente, agradeço a CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, ao CNPq - Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Científico e à FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

RESUMO

Esta tese de doutorado estuda os pilares de pórtico de concreto armado submetidos à flexão composta oblíqua em situação de incêndio, levando em conta sua interação com o resto da estrutura. Nas análises, são considerados os fenômenos da não linearidade geométrica, a fissuração do concreto, a não linearidade física do material, a variação das propriedades mecânicas do concreto e do aço em função à temperatura, por exemplo, a diminuição da resistência, e do módulo de elasticidade, e a variação do diagrama tensão – deformação do concreto e do aço. Além disso, é considerada a variação das propriedades térmicas dos materiais concreto e aço, como calor específico, condutividade térmica e dilatação térmica.

Inicialmente, são realizadas análises na seção transversal de pilares de concreto armado em situação de incêndio, submetidos à flexão composta oblíqua, utilizando um código ou programa desenvolvido pelo autor desta tese. Nessas análises são consideradas a não linearidade física do material e a variação das propriedades mecânicas e térmicas do concreto e do aço. São analisados pilares em diversas situações, com foco nas tensões, deformações e os efeitos decorrentes às suas restrições.

Posteriormente, são realizadas análises termomecânicas ou termestruturais de pórticos bidimensionais e tridimensionais de concreto armado utilizando o programa *DIANA Displacement Analyzer*. Nessas análises são consideradas a não linearidade geométrica, a não linearidade física do material e a variação das propriedades mecânicas e térmicas do concreto e do aço. É realizado um estudo detalhado com

ênfase nos efeitos das restrições axiais e rotacionais às deformações térmicas, avaliando suas consequências na capacidade resistente e no comportamento dos pilares de concreto armado em situação de incêndio. São analisadas diversas estruturas considerando incêndios localizados em compartimentos delas e são avaliados os esforços decorrentes da interação entre os pilares e o resto da estrutura.

Finalmente, dos resultados obtidos nas análises realizadas no DIANA *Displacement Analyzer*, são calculados os valores das forças solicitantes, forças resistentes e são apresentadas algumas relações importantes entre elas.

Palavras-chave: Pilar, Concreto Armado, Incêndio, Comportamento Estrutural Global, Restrições às Deformações.

ABSTRACT

This doctoral thesis studies columns in reinforced concrete frames in fire situation subjected to combined axial and flexural loads, considering their interaction with the structure. In the analyzes, geometric non-linearity, material non-linearity, concrete cracking, and mechanical properties of concrete and steel, are considered varying with temperature, e.g. strength and young's module loss and the stress-strain curves. In addition, variations of the thermal properties are considered, e.g. specific heat, thermal conductivity, and thermal elongation.

Initially, cross-sectional analysis of reinforced concrete columns in fire situation, submitted to combined axial and flexural loading are performed. The performance is done, using a code or program developed by the author of this thesis. In these analyzes the physical non-linearity of the material and the variation of the mechanical and thermal properties of the concrete and the steel are considered. Columns are analyzed in different situations, with focus on stresses, strains and the effects of the restrains.

Subsequently, thermomechanical analyzes of two-dimensional and three-dimensional reinforced concrete frames are performed using the DIANA Displacement Analyzer program. In these analyzes the geometric non-linearity, the physical non-linearity of the material and the variation of the mechanical and thermal properties of the concrete and steel are considered. A detailed study is conducted with emphasis on the effects of axial and rotational restraints, evaluating its consequences on the resistance and the behavior of the reinforced concrete columns in fire situation. Several structures are analyzed considering fires located in compartments of them

and are evaluated the forces resulting from the interaction between the columns and the rest of the structure.

Finally, from the results obtained in the analyzes carried out in DIANA Displacement Analyzer, the values of the loading forces, resistant forces, and some important relations between them are calculated.

Keywords: Column, Reinforced Concrete, Fire, Global Structural Behavior, Restrains.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Pintura de Robert Hubert – The fire of Rome.	6
Figura 2.2	Pintura de um autor desconhecido sobre o incêndio de Londres.	7
Figura 2.3	Pintura de Franz Xaver Habermann – Representation of the great fire at New York.	8
Figura 2.4	Pintura de John R. Chapin – Chicago in flames.	8
Figura 2.5	Pintura de J. Mayer – Franklin St. After the Great Boston Fire of 1872.	9
Figura 2.6	Foto do incêndio na Califórnia em 2017.	11
Figura 2.7	Foto da torre Windsor em chamas e após o incêndio.	12
Figura 2.8	Foto do Edifício Andraus em chamas.	12
Figura 2.9	Foto do Edifício Joelma em chamas.	13
Figura 2.10	Foto do Edifício Grande Avenida.	13
Figura 2.11	Foto do Edifício da CESP em chamas.	14
Figura 3.1	Curva temperatura-tempo de um incêndio.	30
Figura 3.2	Curva temperatura-tempo conforme ISO 834-1:1999(E).	32

Figura 3.3	Curva temperatura-tempo conforme ASTM E119-00a.	35
Figura 3.4	Curva temperatura-tempo para material combustível formado por hidrocarbonetos conforme Eurocódigo 1.	36
Figura 3.5	Curvas temperatura-tempo normalizadas.	38
Figura 3.6	Direção e sentido do fluxo de calor.	39
Figura 3.7	Direção do fluxo de calor que passa por uma isoterma.	40
Figura 3.8	Elemento volumétrico para determinação da equação diferencial de transferência de calor por condução.	41
Figura 4.1	Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido à temperatura ambiente submetido a carregamento de curta duração.	45
Figura 4.2	Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido à temperatura ambiente submetido a carregamento de longa duração.	47
Figura 4.3	Diagrama tensão-deformação do concreto tracionado à temperatura ambiente.	47
Figura 4.4	Diagrama tensão-deformação do aço à temperatura ambiente, apresentado no EN 1992-1-1:2004.	48
Figura 4.5	Diagrama tensão-deformação do aço à temperatura ambiente, com patamar de escoamento.	48
Figura 4.6	Diagrama tensão-deformação do concreto a altas temperaturas.	49

Figura 4.7	Diminuição da resistência do concreto em função à temperatura.	50
Figura 4.8	Variação de $\varepsilon_{c1,\theta}$ em função à temperatura.	51
Figura 4.9	Variação de $\varepsilon_{cu,\theta}$ em função à temperatura.	51
Figura 4.10	Variação do diagrama tensão-deformação do concreto em função à temperatura.	52
Figura 4.11	Variação do diagrama tensão-deformação do concreto $f_{ck} = 30$ MPa em função à temperatura.	52
Figura 4.12	Diagrama tensão-deformação do aço a altas temperaturas.	55
Figura 4.13	Variação do diagrama tensão-deformação do aço em função à temperatura.	55
Figura 4.14	Variação do diagrama tensão-deformação do aço CA50 em função à temperatura.	56
Figura 4.15	Deformação linear específica térmica do concreto em função da temperatura.	58
Figura 4.16	Deformação linear específica térmica do aço em função da temperatura.	59
Figura 4.17	Diminuição da resistência característica do concreto com agregado silicoso e calcário em função à temperatura.	62
Figura 4.18	Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço da armadura de concreto armado.	64
Figura 4.19	Calor específico do concreto.	65

Figura 4.20	Massa específica do concreto.	66
Figura 4.21	Capacitância do concreto.	68
Figura 4.22	Condutividade térmica do concreto.	68
Figura 4.23	Calor específico do aço.	69
Figura 4.24	Capacitância do aço.	70
Figura 4.25	Condutividade térmica do aço.	71
Figura 5.1	Seção transversal de pilar de concreto armado.	75
Figura 5.2	Equilíbrio na seção transversal para flexão composta reta, à temperatura ambiente.	77
Figura 5.3	Deformações mecânicas e térmicas na seção transversal.	78
Figura 5.4	Seção transversal discretizada.	81
Figura 5.5	Exemplo de diagrama de interação de esforços $M_{xd} - M_{yd}$.	83
Figura 5.6	Exemplo de diagrama de interação de esforços $N_d - M_{xd}$.	83
Figura 5.7	Exemplo de superfície de interação de esforços $N_d - M_{xd} - M_{yd}$.	84
Figura 5.8	Seção transversal retangular $b=30$ cm com 10 barras longitudinais.	85
Figura 5.9	Diagrama $M_d \times 1/r$ das seções retangulares.	85

Figura 5.10	Diagrama $\mu_d \times 1/r$ das seções retangulares.	86
Figura 5.11	Diagrama de interação $N_d \times M_d$ das seções retangulares.	86
Figura 5.12	Diagrama de interação $v_d \times \mu_d$ das seções retangulares.	87
Figura 5.13	Seção transversal quadrada com 8 barras longitudinais.	88
Figura 5.14	Seção transversal quadrada com 16 barras longitudinais.	88
Figura 5.15	Diagrama $M_{xd} \times M_{yd}$ das seções com 8 barras.	89
Figura 5.16	Diagrama $\mu_{xd} \times \mu_{yd}$ das seções com 8 barras.	89
Figura 5.17	Diagrama $M_{xd} \times M_{yd}$ das seções com 16 barras.	90
Figura 5.18	Diagrama $\mu_{xd} \times \mu_{yd}$ das seções com 16 barras.	90
Figura 5.19	Seção transversal retangular vazada.	91
Figura 5.20	Diagrama $N_d \times M_d$ das seções retangulares vazadas.	92
Figura 5.21	Seção transversal para estudo da compressão centrada.	93
Figura 5.22	Ensaio de um pilar curto a altas temperaturas submetido à compressão centrada.	94
Figura 5.23	Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 30 min.	95
Figura 5.24	Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 60 min.	95

Figura 5.25	Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 90 min.	96
Figura 5.26	Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 120 min.	96
Figura 5.27	Deformações Lineares Específicas Térmicas em função da temperatura.	97
Figura 5.28	Tensões na seção transversal para deformação total nula após 90 min de exposição à curva ISO 834.	98
Figura 5.29	Curvas Força Normal - ε_{tot} para 30, 60, 90 e 120 min de exposição à curva ISO 834.	99
Figura 5.30	Domínios de deformação à temperatura ambiente.	101
Figura 5.31	Seção transversal 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 12.5 mm para estudo dos domínios de deformação.	102
Figura 5.32	Seção transversal 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 12.5 mm para estudo dos domínios de deformação.	103
Figura 5.33	Deformações e tensões de compressão numa seção transversal.	104
Figura 5.34	Domínios tentativos com deformações máximas de compressão.	105
Figura 5.35	Tensões na seção 30 cm x 30 cm submetida à compressão centrada após 120 min de exposição à curva ISO834.	106
Figura 5.36	Tensões na seção 30 cm x 30 cm submetidas à flexo-compressão após 120 min. de exposição à curva ISO834.	106

Figura 5.37	Domínios de deformação com pivô móvel.	107
Figura 5.38	Curvas de interação N x M _x da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 12.5 mm usando o pivô móvel.	108
Figura 5.39	Curvas de interação N x M _x da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 12.5 mm usando o pivô móvel.	109
Figura 5.40	Seção transversal discretizada com o campo de temperaturas mostrando a isoterma de 500 °C.	111
Figura 5.41	Seção transversal 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C.	112
Figura 5.42	Seção transversal com 8 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C.	113
Figura 5.43	Curvas de interação N x M _x da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm.	114
Figura 5.44	Curvas de interação N x M _x da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 16 mm.	114
Figura 5.45	Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,20$.	115
Figura 5.46	Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,40$.	116
Figura 5.47	Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,20$.	116
Figura 5.48	Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,40$.	117

Figura 5.49	Seção discretizada para incêndio não simétrico.	120
Figura 5.50	Incêndio não simétrico – Condição 1.	120
Figura 5.51	Incêndio não simétrico – Condição 2.	121
Figura 5.52	Campo de temperaturas da condição 1 após 60 min de exposição à curva ISO 834.	121
Figura 5.53	Campo de temperaturas da condição 2 após 60 min de exposição à curva ISO 834.	122
Figura 5.54	Curvas envoltórias de ruptura do pilar sob incêndio não simétrico segundo a condição 1.	122
Figura 5.55	Curvas envoltórias de ruptura do pilar sob incêndio não simétrico segundo a condição 2.	123
Figura 5.56	Seção transversal 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C modificado para concreto de alta resistência.	126
Figura 5.57	Seção transversal 50 cm x 50 cm com 12 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C modificado para concreto de alta resistência.	127
Figura 5.58	Campo de temperaturas da ST1 para 30 min.	128
Figura 5.59	Campo de temperaturas da ST1 para 60 min.	128
Figura 5.60	Campo de temperaturas da ST1 para 90 min.	128
Figura 5.61	Campo de temperaturas da ST1 para 120 min.	129

Figura 5.62	Campo de temperaturas da ST2 para 30 min.	129
Figura 5.63	Campo de temperaturas da ST2 para 60 min.	129
Figura 5.64	Campo de temperaturas da ST2 para 90 min.	130
Figura 5.65	Campo de temperaturas da ST2 para 120 min.	130
Figura 5.66	Curvas de interação N x Mx da ST1_60.	131
Figura 5.67	Curvas de interação N x Mx da ST1_70.	131
Figura 5.68	Curvas de interação N x Mx da ST1_80.	132
Figura 5.69	Curvas de interação N x Mx da ST2_60.	132
Figura 5.70	Curvas de interação N x Mx da ST2_70.	133
Figura 5.71	Curvas de interação N x Mx da ST2_80.	133
Figura 5.72	Curvas de interação Mx x My da ST1_60 para N=1.000 kN.	134
Figura 5.73	Curvas de interação Mx x My da ST1_60 para N=1.500 kN.	135
Figura 5.74	Curvas de interação Mx x My da ST1_60 para N=2.000 kN.	135
Figura 5.75	Curvas de interação Mx x My da ST1_70 para N=1.000 kN.	136
Figura 5.76	Curvas de interação Mx x My da ST1_70 para N=1.500 kN.	136
Figura 5.77	Curvas de interação Mx x My da ST1_70 para N=2.000 kN.	137

Figura 5.78	Curvas de interação M_x x M_y da ST2_60 para $N=1.000$ kN.	137
Figura 5.79	Curvas de interação M_x x M_y da ST2_60 para $N=5.000$ kN.	138
Figura 5.80	Curvas de interação M_x x M_y da ST2_60 para $N=8.000$ kN.	138
Figura 5.81	Curvas de interação M_x x M_y da ST2_70 para $N=1.000$ kN.	139
Figura 5.82	Curvas de interação M_x x M_y da ST2_70 para $N=5.000$ kN.	139
Figura 5.83	Curvas de interação M_x x M_y da ST2_70 para $N=8.000$ kN.	140
Figura 5.84	Seção transversal 30 cm x 30 cm 3 ϕ 16 mm.	142
Figura 5.85	Curvas N x M com método simplificado para análise térmica.	143
Figura 5.86	Curvas M_x x M_y para $N = 500$ kN com método simplificado para análise térmica.	143
Figura 5.87	Curvas M_x x M_y para $N = 1000$ kN com método simplificado para análise térmica.	144
Figura 6.1	Janela inicial do programa Midas FX-Plus.	146
Figura 6.2	Janela inicial do programa DIANA.	146
Figura 6.3	Elemento isoparamétrico BQ4HT.	147
Figura 6.4	Elemento isoparamétrico CHX60.	151
Figura 6.5	Compatibilização dos elementos da superfície de contorno com os elementos sólidos.	153

Figura 6.6	Geometria do pilar da análise térmica no DIANA e TCD.	155
Figura 6.7	Campos de temperatura para 30 min, 60 min, 90 min e 120 min obtidos no DIANA.	156
Figura 6.8	Variação da temperatura em função do tempo das análises térmicas no DIANA e TCD.	157
Figura 6.9	Seção transversal analisada por Pierin, Silva e La Rovere (2015).	158
Figura 6.10	Variação da temperatura em função do tempo das análises térmicas do DIANA e Pierin, Silva e La Rovere (2015).	158
Figura 6.11	Pilar de Lie e Lin (1985).	159
Figura 6.12	Pilar de Lie e Lin (1985) analisado no DIANA.	160
Figura 6.13	Força axial no pilar devida à restrição à dilatação.	161
Figura 6.14	Viga de Kodur e Dwaikat (2007).	162
Figura 6.15	Viga de Kodur e Dwaikat (2007) analisada no DIANA.	163
Figura 6.16	Força axial FX na viga de Kodur e Dwaikat (2007).	164
Figura 6.17	Deslocamento vertical TDZ no meio do vão da viga de Kodur e Dwaikat (2007).	165
Figura 7.1	Geometria do pórtico bidimensional EPB1.	170
Figura 7.2	Solicitações do pórtico bidimensional EPB1.	171

Figura 7.3	Campo de temperaturas do EPB1 para 30 min.	172
Figura 7.4	Campo de temperaturas do EPB1 para 60 min.	172
Figura 7.5	Campo de temperaturas do EPB1 para 90 min.	173
Figura 7.6	Campo de temperaturas do EPB1 para 120 min.	173
Figura 7.7	Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 30 min.	174
Figura 7.8	Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 60 min.	174
Figura 7.9	Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 90 min.	175
Figura 7.10	Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 120 min.	175
Figura 7.11	Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 30 min.	176
Figura 7.12	Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 60 min.	176
Figura 7.13	Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 90 min.	177
Figura 7.14	Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 120 min.	177
Figura 7.15	Gráfico deslocamento horizontal – tempo na conexão entre a viga e o pilar do EPB1.	178
Figura 7.16	Gráfico deslocamento vertical – tempo na conexão entre a viga e o pilar do EPB1.	178
Figura 7.17	Gráfico força horizontal - tempo na conexão entre a viga e o pilar do EPB1.	179

Figura 7.18	Geometria do pórtico bidimensional EPB2.	183
Figura 7.19	Solicitações do pórtico bidimensional EPB2.	184
Figura 7.20	Campo de temperaturas do EPB2 para 30 min.	185
Figura 7.21	Campo de temperaturas do EPB2 para 60 min.	185
Figura 7.22	Campo de temperaturas do EPB2 para 90 min.	186
Figura 7.23	Campo de temperaturas do EPB2 para 120 min.	186
Figura 7.24	Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 30 min.	187
Figura 7.25	Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 60 min.	187
Figura 7.26	Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 90 min.	188
Figura 7.27	Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 120 min.	188
Figura 7.28	Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 30 min.	189
Figura 7.29	Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 60 min.	189
Figura 7.30	Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 90 min.	190
Figura 7.31	Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 120 min.	190
Figura 7.32	Gráfico deslocamento horizontal – tempo na conexão 1 do EPB2.	191
Figura 7.33	Gráfico deslocamento vertical – tempo na conexão 1 do EPB2.	191

Figura 7.34	Gráfico força horizontal - tempo na conexão 1 do EPB2.	192
Figura 7.35	Geometria do pórtico bidimensional EPB3.	194
Figura 7.36	Solicitações do pórtico bidimensional EPB3.	195
Figura 7.37	Campo de temperaturas do EPB3 para 30 min.	196
Figura 7.38	Campo de temperaturas do EPB3 para 60 min.	196
Figura 7.39	Campo de temperaturas do EPB3 para 90 min.	197
Figura 7.40	Campo de temperaturas do EPB3 para 120 min.	197
Figura 7.41	Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 30 min.	198
Figura 7.42	Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 60 min.	198
Figura 7.43	Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 90 min.	199
Figura 7.44	Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 120 min.	199
Figura 7.45	Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 30 min.	200
Figura 7.46	Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 60 min.	200
Figura 7.47	Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 90 min.	201
Figura 7.48	Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 120 min.	201
Figura 7.49	Gráfico deslocamento horizontal – tempo na conexão 1 do EPB3.	202

Figura 7.50	Gráfico deslocamento vertical – tempo na conexão 1 do EPB3.	202
Figura 7.51	Gráfico força horizontal - tempo na conexão 1 do EPB3.	203
Figura 7.52	Geometria do pórtico bidimensional EPB4.	205
Figura 7.53	Solicitações do pórtico bidimensional EPB4.	206
Figura 7.54	Campo de temperaturas do EPB4 para 30 min.	207
Figura 7.55	Campo de temperaturas do EPB4 para 60 min.	207
Figura 7.56	Campo de temperaturas do EPB4 para 90 min.	208
Figura 7.57	Campo de temperaturas do EPB4 para 120 min.	208
Figura 7.58	Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 30 min.	209
Figura 7.59	Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 60 min.	209
Figura 7.60	Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 90 min.	210
Figura 7.61	Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 120 min.	210
Figura 7.62	Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 30 min.	211
Figura 7.63	Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 60 min.	211
Figura 7.64	Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 90 min.	212
Figura 7.65	Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 120 min.	212

Figura 7.66	Gráfico deslocamento horizontal – tempo na conexão 1 do EPB4.	213
Figura 7.67	Gráfico deslocamento vertical – tempo na conexão 1 do EPB4.	213
Figura 7.68	Gráfico força horizontal - tempo na conexão 1 do EPB4.	214
Figura 8.1	Geometria do pórtico tridimensional EPT1.	218
Figura 8.2	Solicitações do pórtico tridimensional EPT1.	219
Figura 8.3	Campo de temperaturas do EPT1 para 30 min.	220
Figura 8.4	Campo de temperaturas do EPT1 para 60 min.	220
Figura 8.5	Campo de temperaturas do EPT1 para 90 min.	221
Figura 8.6	Campo de temperaturas do EPT1 para 120 min.	221
Figura 8.7	Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 30 min.	222
Figura 8.8	Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 60 min.	222
Figura 8.9	Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 90 min.	223
Figura 8.10	Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 120 min.	223
Figura 8.11	Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 30 min.	224
Figura 8.12	Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 60 min.	224

Figura 8.13	Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 90 min.	225
Figura 8.14	Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 120 min.	225
Figura 8.15	Gráfico deslocamento horizontal – tempo na conexão 1 do EPT1.	226
Figura 8.16	Gráfico deslocamento vertical – tempo na conexão 1 do EPT1.	226
Figura 8.17	Gráfico força horizontal - tempo na conexão 1 do EPT1.	227

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Valores da curva temperatura-tempo segundo a ISO 834-1:1999(E).	33
Tabela 3.2	Valores da curva temperatura-tempo segundo a ASTM E119.	33
Tabela 4.1	Fatores de redução da resistência característica do concreto com agregado silicoso em função à temperatura.	60
Tabela 4.2	Fatores de redução da resistência característica do concreto com agregado calcário em função à temperatura.	61
Tabela 4.3	Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço da armadura de concreto armado.	63
Tabela 4.4	Variação da massa específica do concreto em função da temperatura.	66
Tabela 5.1	Diminuição da força normal resistente em função do tempo de exposição ao fogo.	118
Tabela 5.2	Seções transversais de concreto de alta resistência analisadas.	127
Tabela 6.1	Pontos da curva ISO 834 utilizados nas análises.	148
Tabela 6.2	Pontos da curva ASTM-E119 utilizados nas análises.	149

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	1
1.2	Justificativa	2
1.3	Métodos	4
2.	REVISÃO DO ESTADO DA ARTE	6
2.1	Aspectos históricos	6
2.2	Concreto em situação de incêndio	15
2.3	Estruturas de concreto armado em situação de incêndio	16
2.4	Pilares isolados de concreto armado em situação de incêndio	19
2.5	Efeito das restrições em elementos estruturais de concreto armado em situação de incêndio	22
2.6	Comportamento estrutural de pórticos de concreto armado em situação de incêndio com ênfase nos pilares	24
2.7	O uso do programa DIANA para estruturas de concreto armado em situação de incêndio com ênfase nos pilares	26

3.	INCÊNDIO E TRANSFERENCIA DE CALOR	29
3.1	Incêndio	29
3.2	Curva temperatura-tempo	29
3.3	Curvas temperatura-tempo normalizadas	31
3.4	Transferência de Calor	38
3.5	Transferência de Calor por Convecção e Radiação	38
3.6	Transferência de calor por condução	39
4.	MATERIAIS A ALTAS TEMPERATURAS	44
4.1	Introdução aos matérias a altas temperaturas	44
4.2	Propriedades mecânicas do concreto à temperatura ambiente	45
4.3	Propriedades mecânicas do aço em temperatura ambiente	48
4.4	Propriedades mecânicas do concreto a altas temperaturas	49

4.5	Propriedades mecânicas do aço das armaduras a altas temperaturas	53
4.6	Deformação linear específica térmica do concreto	56
4.7	Deformação linear específica térmica do aço das armaduras	58
4.8	Deformações lineares específicas térmicas e mecânicas	59
4.9	Fatores de redução da resistência característica do concreto a altas temperaturas	60
4.10	Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço das armaduras a altas temperaturas	63
4.11	Propriedades térmicas do concreto a altas temperaturas	65
4.12	Propriedades térmicas do aço a altas temperaturas	69
5.	PILARES CURTOS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	72
5.1	Introdução aos pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio	72
5.2	Análise da seção transversal para flexão composta oblíqua	73
5.3	Sobre o código desenvolvido em MATLAB	79
5.4	Flexão composta oblíqua de pilares curtos à temperatura ambiente	84

5.5	Compressão centrada em pilares curtos de concreto armado em incêndio	92
5.6	Flexão composta oblíqua de pilares curtos de concreto armado em incêndio	100
5.7	Incêndio não-simétrico em pilares curtos de concreto armado	118
5.8	Flexão composta oblíqua de pilares curtos de concreto de alta resistência em incêndio	124
5.9	Método simplificado para realizar as análises térmicas	140
6.	MODELOS NUMERICOS E VALIDAÇÕES NO PROGRAMA DIANA	145
6.1	Sobre o programa DIANA	145
6.2	Análise térmica	147
6.3	Análise estrutural	151
6.4	Acoplamento da análise térmica com a análise estrutural	152
6.5	Análise térmica – comparação e validação de resultados	155
6.6	Análise termoestrutural de um pilar com restrição axial – comparação e validação de resultados	159
6.7	Análise termoestrutural de uma viga com restrição axial – comparação e validação de resultados	162

7.	PILARES EM PÓRTICOS BIDIMENSIONAIS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	167
7.1	Considerações gerais da interação entre pilares e outros elementos estruturais	167
7.2	Pórtico bidimensional EPB1	169
7.3	Pórtico bidimensional EPB2	182
7.4	Pórtico bidimensional EPB3	194
7.5	Pórtico bidimensional EPB4	204
8.	PILARES EM PÓRTICOS BIDIMENSIONAIS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	216
8.1	Pórtico tridimensional EPT1	217
9.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	229
9.1	Conclusões	229
9.2	Recomendações para futuros trabalhos	235
	APÊNDICE A – Funções do código em MATLAB	236

APÊNDICE B – Tipos de elementos finitos para análises termoestruturais testados no DIANA	334
APÊNDICE C – Equivalência entre placa de material elástico linear e mola elástica linear	336
APÊNDICE D – Solução do Pórtico EPT1 considerando modelo elástico linear	339
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	343

1. INTRODUÇÃO

1.1. Objetivos

O objetivo geral desta tese é analisar numericamente o comportamento, em situação de incêndio, de pilares de concreto armado submetidos à flexão composta oblíqua, considerando-os como parte de estruturas de pórticos e levando em conta os efeitos das vinculações com as vigas e outros pilares, assim como as restrições às deformações térmicas (axial e rotacional).

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Realizar uma revisão detalhada do estado da arte e do comportamento de flexão composta oblíqua em pilares de concreto armado, considerando os efeitos dos vínculos com vigas e lajes;
- Desenvolver um código em MATLAB para analisar numericamente o comportamento das tensões e deformações de pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio. Realizar análises focadas na seção transversal do pilar para observar o comportamento das tensões e deformações. Analisar esses pilares submetidos à compressão centrada, à flexão composta reta e à flexão composta oblíqua. Também serão estudadas diversas condições de contorno térmico;
- Analisar numericamente o comportamento de pilares de concreto armado em situação de incêndio, considerando a não linearidade geométricas e do

material e a redistribuição de esforços, incluindo o efeito da fissuração, utilizando o programa comercial DIANA *Displacement Analyzer*,

- Analisar numericamente o efeito da vinculação dos pilares aos outros elementos estruturais do pórtico, principalmente as vigas, ou seja, como a deformação das vigas afeta os pilares, em especial os de fachada;
- Analisar numericamente o efeito das restrições axiais e rotacionais ocorridos nas extremidades dos pilares;
- Com base nas modelagens, fazer uma proposta de proporção entre a força horizontal à qual o pilar é submetido em decorrência do incêndio e outras forças ou ações.

1.2. Justificativa

A construção de edifícios no mundo tem se desenvolvido muito nos últimos anos, e não só com relação à quantidade, mas também por conta das alturas, de suas grandes dimensões e dos desafios proporcionados à engenharia, fruto da criatividade dos arquitetos. É necessário, então, que esse crescimento seja acompanhado pelo aumento de pesquisas cujo objetivo é compreender melhor o comportamento dos edifícios.

O incêndio é uma das condições mais severas às quais essas estruturas podem ser submetidas, portanto, é importante conhecer seu desempenho para garantir sua segurança. Caso contrário, as trágicas consequências de um incêndio podem ser bem maiores.

Os pilares de concreto armado são elementos estruturais muito importantes quando se estuda uma estrutura em situação de incêndio. O colapso desses pilares

pode afetar muito e até comprometer o equilíbrio e estabilidade da estrutura. Na análise de elementos estruturais, é muito importante levar em consideração a interação com o resto da estrutura que a compõem. Porém, nem sempre são estudados com profundidade os comportamentos dos elementos estruturais, considerando-se essa interação. No caso dos pilares de concreto armado em situação de incêndio, existem muitos estudos de forma isolada, mas poucos considerando a interação com as vigas e pórticos que compõem as estruturas típicas de edifícios.

Nos projetos, é comum a análise da capacidade resistente dos elementos estruturais em situação de incêndio, considerando-os como elementos isolados. Pesquisas recentes, porém, demonstram que esse tipo de estudo não é apropriado para determinar esses comportamentos, mostrando-se muito importante e necessário realizar análises globais de seus elementos. Como é constatado nesta tese, muitas vezes, dependendo de alguns fatores, como as condições mecânicas ou térmicas de contorno, as dilatações, as restrições às deformações axiais e rotacionais, entre outros, a capacidade resistente dos pilares pode variar significativamente de uma modelagem para outra.

O programa DIANA *Displacement Analyzer* é utilizado para se analisar pilares de concreto armado em situação de incêndio, levando-se em conta as diminuições das propriedades mecânicas com o aumento da temperatura, a fissuração do concreto, a plastificação do aço e os efeitos das restrições térmicas. Esses pilares, portanto, são entendidos como parte de estruturas de pórticos bidimensionais e tridimensionais.

Atualmente, não existem estudos desse tipo no mundo, que levam em conta a não linearidade geométrica, a variação das propriedades térmicas e mecânicas dos

materiais, a fissuração do concreto, os efeitos das interações entre os elementos que fazem parte de uma estrutura e as forças horizontais adicionais que agem nos pilares, isso como consequência das dilatações e das restrições térmicas, tanto dos pilares quanto do resto da estrutura. Além disso, pouquíssimos focam em estruturas de pórticos bidimensionais, menos ainda nas estruturas tridimensionais. Logo, este trabalho é completamente inédito no mundo. Salienta-se também que este estudo, juntamente com outros estudos do mesmo grupo de pesquisa, são os primeiros do tipo no Brasil, utilizando o programa *DIANA Displacement Analyzer* e as suas vantagens com modelos matemáticos do concreto.

1.3. Métodos

Para realizar as análises numéricas desta pesquisa, foram utilizados três programas de computador criados especificamente para o estudo de estruturas em situação de incêndio. Dois deles foram desenvolvidos no Laboratório de Mecânica Computacional (LMC), da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP): um código em MATLAB, concebido pelo próprio autor, e o programa ATERM, com autoria do grupo de pesquisa do qual faz parte. O terceiro é o programa *DIANA Displacement Analyzer*, desenvolvido no Departamento de Mecânica Computacional da TNO *Building and Constructions Research Institute*.

No início do trabalho, o foco do estudo é o comportamento de pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio. É feita a análise da seção transversal desses pilares, considerando a variação das propriedades dos materiais em função da temperatura; desconsidera-se, no entanto, a não linearidade geométrica. Essa análise é feita para ajudar no entendimento do que acontece na seção transversal dos pilares, com foco nas tensões, deformações e os efeitos decorrentes às suas

restrições. Os estudos são realizados em duas etapas: a primeira é a análise térmica, feita com o programa DIANA, executando-a em regime transiente. A segunda é a análise mecânica. Para isso, é utilizado o código desenvolvido em MATLAB. Esse código importa os resultados da análise térmica e realiza a análise mecânica, considerando a não linearidade dos materiais e a diminuição das suas propriedades com o aumento da temperatura.

Posteriormente, é estudado o comportamento desses pilares de acordo com sua esbelteza. Nessa etapa, é usado o programa DIANA *Displacement Analyzer*, que faz a análise térmica e mecânica em duas etapas, por meio de dois módulos, o térmico e o mecânico. No início, com o módulo térmico, é feita a análise térmica não linear em regime transiente, considerando a variação das propriedades térmicas dos materiais em função da temperatura. Em seguida, o módulo mecânico importa os resultados do módulo térmico e faz a análise mecânica, levando em conta a não linearidade geométrica e a diminuição das propriedades dos materiais com o aumento da temperatura. Em ambas as etapas, usa-se o método dos elementos finitos, ou seja, há um tipo de elemento específico para cada tipo de análise.

Finalmente, é estudado o comportamento estrutural global da estrutura, por meio do programa DIANA e com foco nos efeitos da vinculação dos pilares às vigas e das dilatações e restrições axiais e rotacionais que ocorrem nas extremidades dos pilares.

1.4. Estrutura da tese

Para facilitar o entendimento do leitor, esta tese pode ser dividida em quatro partes.

A primeira parte, os Capítulos 1, 2, 3 e 4, fornecem os fundamentos dos estudos que são feitos na segunda e terceira parte, que são o núcleo do trabalho. No Capítulo 1, é oferecida uma introdução, se estabelecem os objetivos e se faz uma explicação breve dos métodos que serão empregados na tese. No Capítulo 2, é feita uma revisão do estado da arte. No Capítulo 3, explica-se os conceitos relacionados com o incêndio e a transferência de calor e são apresentados os modelos numéricos e formulações que descrevem esses fenômenos. No Capítulo 4, são estudados os materiais que compõem o concreto armado (Concreto a aço) em situação de incêndio e são apresentadas todas as características térmicas e estruturais necessárias para as análises posteriores e as formulações que as descrevem.

Na segunda parte, composta apenas pelo Capítulo 5, são estudados os pilares de concreto armado em situação de incêndio de maneira isolada para aumentar a sensibilidade do leitor e ajudá-lo entender melhor o comportamento desses pilares nessas condições. Embora possa parecer algo simples, será observado que há alguns fenômenos muito difíceis de entender e até pouco intuitivos, quando se analisa a seção transversal de maneira detalhada, especialmente quando são analisadas as tensões. Essas análises são realizadas em um código desenvolvido em MATLAB pelo autor desta tese. Com esse código, são feitas as análises mecânicas da seção transversal dos pilares de concreto armado em incêndio. São consideradas a não linearidade física do material e a variação das propriedades mecânicas do concreto e do aço com o aumento da temperatura. Ou seja, são levadas em conta a variação do diagrama tensão – deformação do concreto e do aço, considerando a diminuição da resistência, do módulo de elasticidade, e a variação das deformações últimas de ruptura. O código desenvolvido só faz as

análises mecânicas, para realizar as análises térmicas foram utilizados os programas ATERM, desenvolvido pelo mesmo grupo de pesquisa na Universidade de São Paulo, SUPER-TEMPCALC e DIANA. Nessas análises, são consideradas as variações das propriedades térmicas dos materiais concreto e aço, como calor específico, condutividade térmica e dilatação térmica. Os resultados obtidos das análises térmicas, posteriormente, serão introduzidos no código desenvolvido em MATLAB para realizar as análises mecânicas.

Na terceira parte desta tese, nos Capítulos 6, 7 e 8, são realizadas as análises termomecânicas dos pilares, formando parte de pórticos bidimensionais e tridimensionais de concreto armado, utilizando o programa DIANA. Nessas análises, é considerado o fenômeno da fissuração do concreto por meio de modelos matemáticos. É considerada a não linearidade geométrica dos pilares e a não linearidade física do material. Da mesma maneira que, com o código desenvolvido em MATLAB, são levadas em conta a variação das propriedades térmicas e mecânicas dos materiais.

Um estudo detalhado dos efeitos das restrições axiais e rotacionais às deformações térmicas é realizado, avaliando suas consequências na capacidade resistente e no comportamento dos pilares de concreto armado em situação de incêndio.

São realizadas análises considerando incêndios localizados em compartimentos ou subpórticos da estrutura e são avaliados os esforços decorrentes da interação entre os pilares e o resto dos pórticos. Essas análises são feitas em pórticos bidimensionais e tridimensionais completas e os resultados são comparados.

Finalmente, na quarta parte da tese, são apresentadas as conclusões finais, além de acrescentar alguns comentários e observações sobre os resultados obtidos e, também, são dadas algumas recomendações para futuros estudos.

2. REVISÃO DO ESTADO DA ARTE

2.1. Aspectos históricos

Os incêndios têm sido um problema para o ser humano desde a sua origem. Do que se tem registro, o mais antigo e de maiores proporções foi o ocorrido na cidade de Roma, que aconteceu na era cristã, no ano 64. O fogo se espalhou por vários distritos da cidade com a ajuda de ventos fortes e só foi controlado nove dias após o seu início. Três quartos da cidade foram destruídos e centenas de pessoas morreram. Depois disso, o grupo de *vigiles* passou por aprimoramentos – grupo esse dedicado a patrulhar as ruas para impedir incêndios e a policiar a cidade, criada no ano 6 d.C. pelo imperador Augusto. O imperador Nero, então, mudou a organização urbana do local, construindo ruas mais largas, limitando a altura das casas (devido à resistência ao fogo) e substituindo a madeira por rocha nas novas construções (SILVA, 2012).

Figura 2.1 Pintura de Robert Hubert – The fire of Rome.(<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Robert,_Hubert_-_Incendie_%C3%A0_Rome_-_.jpg>).

Alguns séculos mais tarde, em 1666, Londres, Inglaterra, enfrentou outro grande incêndio. Iniciado em uma padaria, o fogo durou três dias e destruiu mais de 13 mil casas, 87 igrejas e muitos edifícios importantes. Aproximadamente 80% da cidade foi afetada pelo fogo e cerca de 80 mil pessoas ficaram desabrigadas. Não se registraram muitas mortes, mas acredita-se que muitos pobres faleceram e esse registro não foi realizado. Apesar da necessidade, a reconstrução da cidade foi feita conservando-se o plano urbano antigo (SILVA, 2012).

Figura 2.2 Pintura de um autor desconhecido sobre o incêndio de Londres.
(<http://www.museudeimagens.com.br/grande-incendio-londres/>).

No século seguinte, em 1776, nos Estados Unidos da América, Nova Iorque sofreu um incêndio que durou um dia. O fogo se espalhou com os ventos e destruiu a quarta parte de cidade, queimando mais de 400 casas e edifícios comerciais.

Figura 2.3 Pintura de Franz Xaver Habermann – Representation of the great fire at New York. (<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:NYC_fire_1776.jpg>).

Em 1871, também nos Estados Unidos da América, um incêndio de três dias assolou Chicago, destruindo uma grande superfície da cidade. Morreram mais de 300 pessoas e 100.000 ficaram desabrigadas. Na época, já existiam brigadas de bombeiros que, então, combateram o fogo.

Figura 2.4 Pintura de John R. Chapin – Chicago in flames. (<<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Chicago-fire1.jpg>>).

Um ano depois, em 1872, o mesmo ocorreu em Boston. O fogo começou em um armazém de cinco andares e os bombeiros chegaram tarde. Apesar dos edifícios terem sido projetados com materiais contra incêndio (Tirei as aspas.), o fogo se espalhou entre eles, chegou ao porto e atingiu navios de guerra, cujos explosivos pioraram o cenário. A situação foi controlada após doze horas do início. Foram registradas 30 mortes, entre elas as de dois bombeiros. O incêndio destruiu mais de 700 edifícios no centro da cidade.

Figura 2.5 Pintura de J. Mayer – Franklin St. After the Great Boston Fire of 1872.
(<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Great_Boston_Fire_of_1872_FranklinSt.jpg>).

Silva (2012) apresenta mais detalhes dos incêndios mencionados anteriormente. Muitos outros de grandes magnitudes ocorreram e encontram-se na literatura, como os de Londres em 1212, Nova Iorque em 1835, Baltimore em 1904, São Francisco em 1909, Tóquio em 1923, Santander em 1941, Texas em 1947, etc.

Em 1631, antes mesmo dos grandes incêndios de Londres, Nova Iorque, Chicago e Boston, o governador de Boston criou a primeira lei proibindo a construção de chaminés de madeira e de telhados de palha, uma vez que

aumentavam as chances de propagação de incêndios massivos. Esse foi o início da primeira norma americana de edifícios.

Poucos anos depois, no ano de 1648, em Nova Iorque, foi criada a primeira brigada organizada de inspeção para prevenção de incêndios na América. Posteriormente, em 1679, instaurou-se a primeira brigada de bombeiros pagos de Boston.

No ano 1806, foi criado, na Inglaterra, o primeiro sistema de tubos de proteção contra incêndios e, em 1872, foi expedida a primeira patente para um sistema de aspersão operado por meio de uma válvula. Essa válvula era controlada por cabos e fusíveis que, ao se fundirem, abriam-na. Dois anos depois, em 1874, outra patente determinou a construção de uma cabeça de aspersão, que hoje é conhecida como um *sprinkler*.

A segurança contra incêndios tem recebido muita atenção de pesquisadores, legisladores e projetistas nos últimos anos. Todos têm em comum dois objetivos principais: o primeiro e mais importante é a proteção à vida; o segundo é a proteção ao patrimônio. Dessa maneira, deve-se dar especial atenção ao estudo de incêndios em edifícios, pois essa situação envolve alto risco da vida humana e do patrimônio.

Atualmente, mesmo em países tecnologicamente avançados, ainda há casos trágicos de incêndios, como o ocorrido no Estado da Califórnia, nos Estados Unidos da América (Figura 2.6), em 11 de outubro de 2017. Foram registradas 21 mortes, 600 desaparecidos e 30.000 pessoas foram evacuadas.

Figura 2.6 Foto do incêndio na Califórnia em 2017.
(<http://www.bbc.com/mundo/noticias-internacional-41561368>).

Há muitos casos de incêndios em edifícios que tiveram resultados trágicos. A seguir, são mencionados alguns deles, todos fora do Brasil:

- Teatro Iroquois, em 1903, em Chicago, onde morreram mais de 600 pessoas;
- Escola de New London, em 1937, Texas, com 295 mortes, a maioria de estudantes;
- *Cocoanut Grove Night Club*, no ano de 1942, em Boston, com registros de mais de 490 mortes;
- Hotel Winecoff, em 1946, Atlanta, onde morreram 120 pessoas;
- Escola *Our Lady of the Angels*, no ano de 1958, em Chicago, com 95 mortes, 92 das quais foram de crianças;
- MGM Grand Hotel, em 1980, em Las Vegas, com 84 mortes;
- Torre Windsor, em Madrid, 2005. Não foram registradas mortes, a estrutura, porém, sofreu muitos danos e precisou ser demolida.

Figura 2.7 Foto da torre Windsor em chamas e após o incêndio. (<<https://soymino.wordpress.com/2010/10/31/a-vueltas-con-el-11s-edificio-numero-7/edificio-windsor/>>).

Em São Paulo, também já ocorreram grandes incêndios em edifícios, alguns deles mencionados a seguir:

- No Edifício Andraus, em 1974. O prédio tinha 31 andares e morreram 16 pessoas;

Figura 2.8 Foto do Edifício Andraus em chamas.(< <http://www.rtbrasil.com.br/site/casos-famosos-edificio-andraus/>>).

- No Edifício Joelma, em 1975. Eram 25 andares e morreram 179 pessoas;

Figura 2.9 Foto do Edifício Joelma em chamas.(<https://spinfoco.wordpress.com/2013/07/16/o-incendio-do-edificio-joelma/>).

- No Edifício Grande Avenida, no ano de 1981, morreram 17 pessoas;

Figura 2.10 Foto do Edifício Grande Avenida.(http://www.wikiwand.com/pt/Edif%C3%ADcio_Grande_Avenida).

- No Edifício da CESP, em 1987. Prédio com 21 andares, foi registrada uma morte e a estrutura sofreu colapso parcial com grandes danos.

Figura 2.11 Foto do Edifício da CESP em chamas. (<<http://vejasp.abril.com.br/materia/predio-cesp-avenida-paulista>>).

É relevante observar que não foram mencionados os danos materiais. Mesmo assim, com esses poucos casos apresentados, é fácil entender a grande importância da segurança contra incêndios nos edifícios.

Paralelamente aos acontecimentos trágicos, métodos e tecnologias foram desenvolvidas com o intuito de preveni-los ou combatê-los. O mesmo tem acontecido com as pesquisas das estruturas em situação de incêndio, mas só a partir do século XIX.

Nesse sentido, quatro métodos para avaliar o comportamento das estruturas em situação de incêndio foram usados: ensaios experimentais, dados tabelados, métodos de cálculos simples e modelagem numérica (FRANSSEN, 2005). De

maneira breve, a evolução dessas pesquisas, considerando-se todos os métodos mencionados anteriormente, será apresentada ao longo deste capítulo.

2.2. Concreto em situação de incêndio

Em relação ao comportamento do concreto como material, os primeiros estudos em situação de incêndio que se tem registro foram realizados no final do século XIX por Freitag (1899) e, posteriormente, no século XX por Mörsch (1948). Nesses estudos iniciais, apenas com análises experimentais de maneira básica.

Nos anos seguintes, estudos mais avançados foram realizados. Malhotra (1956), apud Costa (2008), utilizou procedimentos experimentais para investigar os efeitos térmicos da degradação do concreto. Harmathy (1967) propôs um modelo para a fluência desse material e, depois, na Suécia, Anderberg (1973) e Thelandersson (1976) analisaram, de maneira experimental, suas tensões e deformações. Propuseram, então, um modelo constitutivo para o comportamento mecânico do concreto em compressão, submetido a condições de temperatura transiente. Estudaram a fluência do concreto em temperaturas altas e constantes. Isso marcou o início de uma longa carreira de investigação para eles. Pouco depois, Bazant e Thonguthai (1978), apud Dwaikat (2009), estudaram o conteúdo de umidade e a porosidade desse material em altas temperaturas.

Na década seguinte, Schneider (1988) realizou um estudo mais avançado do concreto submetido a altas temperaturas, considerando, agora, as propriedades térmicas, a resistência à compressão, o módulo de elasticidade, a relação tensão-deformação, as deformações térmicas e a retração, a fluência e restrição à dilatação. Ali, foram propostos modelos analíticos para o comportamento do concreto.

Nos últimos anos, vários grupos de pesquisa pelo mundo vêm realizando investigações sobre o comportamento do material concreto a altas temperaturas. Entre outros estudos, podemos citar Youssef e Moftah (2007), que buscam de forma bastante apurada a relação entre tensão e deformação geral do concreto em altas temperaturas, apresentando uma formulação para estimar os parâmetros que afetam o comportamento do material confinado e não confinado.

Além deles, Schneider (2008) considera a deformação não linear da fluência no cálculo da deformação mecânica sob temperaturas transientes em função da variação do carregamento. E Cheng et al (2011), que estuda a relação da tensão e da deformação de concretos de alta resistência submetidos a altas temperaturas.

Nos capítulos posteriores desta tese, serão analisados alguns dos modelos mencionados anteriormente aplicados às modelagens, que são parte dos objetivos.

2.3. Estruturas de concreto armado em situação de incêndio

Embora o concreto como material submetido a altas temperaturas tenha sido estudado desde o início do século passado, foi apenas em suas décadas finais que se realizaram os primeiros trabalhos investigativos sobre o comportamento de estruturas de concreto em altas temperaturas. Vale a pena lembrar que pesquisas sobre estruturas de aço nessas condições têm uma trajetória mais antiga.

Kirby (1986) apresentou um trabalho focado no comportamento das estruturas em situação de incêndio e, embora tenha discorrido pouco sobre o concreto, analisou a carga de incêndio, a ventilação, a geometria do compartimento, os materiais do edifício etc., e apresentou resultados experimentais com escala real. Uma década depois, foi publicada, no Brasil, a primeira tese sobre estruturas em

situação de incêndio (SILVA, 1997). Embora falasse mais do aço e houvesse apenas algumas noções sobre o concreto, iniciou-se o que, posteriormente, se tornou o mais prolífico grupo brasileiro e latino-americano de pesquisa de estruturas em situação de incêndio, incluindo estruturas de aço e concreto.

Na década de 1990, no Reino Unido, o *Building Research Establishment de Cardington* desenvolveu uma série de ensaios com a escala real de estruturas submetidas a altas temperaturas. Foram utilizados prédios completos para os experimentos, com o intuito de entender melhor seu comportamento. Os resultados deram a base para muitas outras investigações, tanto no Reino Unido quanto no resto do mundo. No Reino Unido, então, formou-se um grande grupo de pesquisas, com parcerias entre a *University of Sheffield*, a *University of Edinburgh*, a *University of Manchester* e o *Imperial College London*. Em 2001, o acontecimento catastrófico do WTC, nos Estados Unidos da América, deu ainda mais impulso aos grupos de pesquisa no mundo inteiro.

Usmani et al (2001) apresentaram um estudo com base em ensaios de escala real, realizados em Cardington, no ano de 2001. Nele, mostrou-se uma observação sobre o comportamento das estruturas mistas em situação de incêndio (também válida para estruturas de concreto nas mesmas condições), indicando que elas possuem enorme reserva de resistência dos materiais e que, na verdade, foram os grandes deslocamentos e conseqüentes forças decorrentes desses deslocamentos que levaram à resposta estrutural.

Buchanan (2001) fez uma abordagem do projeto de estruturas na segurança contra incêndios. Estudou vários tipos de materiais, entre eles o concreto, e analisou diversos métodos de cálculos internacionalmente aceitos, com base nos conhecimentos que se tinha até então.

Purkis (2007) destacou a engenharia de segurança contra incêndios, dando ênfase no projeto de estruturas, da mesma maneira que Buchanan (2001) examinou vários tipos de materiais, inclusive o concreto, analisando inúmeros métodos de cálculo. Por fim, fez comentários sobre os ensaios de Cardington (2001). Apesar do trabalho ser bastante abrangente, apresenta métodos muito simples para analisar os pilares de concreto armado.

Wang (2002) também abordou de forma ampla o comportamento e o projeto das estruturas em situação de incêndio. Quase no final do trabalho, apresenta métodos de cálculos simples para pilares de concreto armado em altas temperaturas, mencionando alguns estudos sobre pilares tubulares de aço preenchidos com concreto armado em situação de incêndio.

No Brasil, foram publicadas várias dissertações e teses sobre estruturas em situação de incêndio. Em São Paulo, Costa (2008) fez uma revisão bastante completa do tema, incluindo alguns métodos de cálculo de acordo com as normas brasileiras. Suaznabar (2008) estudou o comportamento dos pilares de aço, desde o ponto de vista numérico até algumas observações sobre as restrições às deformações térmicas que têm semelhança com pilares de concreto. Quase no final dessa década, foram publicadas, em Minas Gerais, duas teses de doutorado sobre modelagens numéricas de estruturas durante incêndios (CALDAS, 2008; RIBEIRO, 2009). Posteriormente, Albuquerque (2012) revisou métodos de dimensionamento de vigas de concreto armado em tais circunstâncias.

Na Universidade de Michigan, Dwaikat (2009), na sua dissertação de mestrado, fez um estudo muito completo de vigas de concreto armado em situação de incêndio e apresentou resultados de ensaios experimentais avaliando as respostas térmica, mecânica ou estrutural de vigas de concreto, a restrição às

deformações térmicas e o *spalling*. Em seguida, desenvolveu modelagens numéricas comparando os resultados aos obtidos experimentalmente.

Jowsey et al (2013) enfatizaram a importância da engenharia de segurança contra incêndios e da engenharia de estruturas no projeto de edifícios altos em situação de incêndio.

2.4. Pilares isolados de concreto armado em situação de incêndio

No final do século passado, com o início das investigações sobre estruturas de concreto armado em situação de incêndio, também se iniciaram os estudos com pilares de concreto armado em tais circunstâncias. Haksever e Anderberg (1982) realizaram um trabalho em parceria com o *Lund Institute of Technology* e a *Technische Universitat Braunschweig*, em que compararam resultados de ensaios a resultados de análises numéricas. Inicialmente, esses ensaios foram feitos em Lund, e, posteriormente, realizaram as análises térmicas com um programa desenvolvido em Lund. Com os resultados, produziram análises mecânicas com um programa feito em Braunschweig. Os modelos usados nesse programa foram criados por Schneider e Haksever (1980), apud Haksever e Anderberg (1982). Os ensaios levaram em conta as forças de compressão centrada e excêntrica, mas, no programa, o mesmo não aconteceu com relação ao efeito da história do carregamento.

Posteriormente, foi realizado outro trabalho em parceria entre a *Univesity of Liège*, *University of Ghent*, *Technische Universitat Braunschweig* e *Fire Research Station*, de Ottawa, rendeu outro trabalho sobre o assunto. Dotreppe et al (1999)

realizaram ensaios e propuseram uma formulação para dimensionamento. Determinaram a força de esmagamento do concreto comprimido em temperatura elevada e, em seguida, estabeleceram um coeficiente que levava em conta a não linearidade geométrica de pilares com força centrada. Finalmente, desenvolveram um coeficiente de amplificação não linear para pilares com força excêntrica.

Kodur et al (2004) realizaram um estudo de pilares de concreto de alto desempenho em situação de incêndio. Realizaram ensaios experimentais em escala real, propuseram um modelo numérico e desenvolveram um programa em Fortran, comparando os resultados experimentais com os numéricos. Sugeriram uma aproximação simplificada para levar em conta o *spalling*. O programa desenvolvido é capaz de calcular a capacidade resistente de pilares de concreto de alto desempenho considerando carregamento, dimensões, fibra de reforço no concreto, comprimento do pilar, resistência do concreto e tipo de agregado.

Bratina et al (2005) formularam elementos finitos com base nas deformações geometricamente exatas, tendo em vista a não linearidade material. As análises térmica e mecânica foram realizadas separadamente e, os resultados, foram comparados àqueles calculados com base no *European Building Code EC2*. Levou-se em conta a deformação térmica, a deformação por fluência e a deformação transiente.

Desde o final da década passada até a atualidade, as pesquisas têm aumentado consideravelmente. Kodur e Phan (2007) analisaram os fatores críticos que determinam o comportamento das estruturas de concreto de alta resistência em situação de incêndio. O *spalling*, o grau de restrição térmica, a intensidade do carregamento, as armaduras laterais e outros fatores foram analisados. Bamonte (2008) apresentou um trabalho sobre a importância de considerar a não linearidade

geométrica em pilares de concreto de alta resistência em situação de incêndio. Wu e Xu (2009) estudaram o comportamento de pilares de concreto armado com seções transversais particulares a altas temperaturas. Gonçalves et al (2009) fizeram análises numéricas e compararam métodos de cálculo avançados a outros mais simples. El-Fitiany (2009) e Youssef (2010) avaliaram o comportamento à flexão e à compressão de elementos estruturais de concreto armado a altas temperaturas, utilizando-se de análises das seções transversais. Raut e Kodur (2010) realizaram modelagens de pilares de concreto armado em situação de incêndio submetidos à flexão biaxial. Leite et al (2010) investigaram a capacidade resistente ao fogo de pilares esbeltos circulares de aço preenchido com concreto. Rodrigues et al (2010) publicaram resultados de ensaios experimentais de pilares de concreto reforçado com fibras. Chowdhury et al (2011) estudaram a resposta térmica e estrutural das fibras de polímeros no concreto em modelagens de pilares de concreto confinado. Kodur e Raut (2012) propuseram uma aproximação simplificada para calcular a capacidade resistente de pilares de concreto submetidos à flexão biaxial. Rodrigues et al (2012) estudaram a capacidade resistente de pilares de concreto com seções transversais quadradas e circulares. Khaliq e Kodur (2012) e Kodur et al (2013) analisaram a influência da configuração das armaduras na capacidade resistente dos pilares de concreto armado. Gonçalves e Ramalho (2014) propuseram um método simplificado para calcular a capacidade resistente de pilares de concreto em incêndios. Ramalho e Gonçalves (2014) desenvolveram um estudo experimental e numérico de pilares de concreto armado em incêndio. Bamonte e Lo Monte (2014) compararam modelos constitutivos de concreto submetidos a altas temperaturas em pilares em situação de incêndio-padrão. Bikhiet et al (2014) analisaram o comportamento de pilares curtos de concreto armado em incêndio. E, por fim, Wang

et al (2014) estudaram a capacidade resistente de pilares de seção retangular em incêndios paramétricos.

2.5. Efeito das restrições em elementos estruturais de concreto armado em situação de incêndio

Dos trabalhos relacionados à restrição térmica, o mais antigo considerado nesta tese é o de Lie e Lin (1985). Nele, analisou-se experimentalmente um pilar de concreto armado submetido ao fogo, de acordo com a curva de temperatura-tempo ASTM E119 em todas as faces. Foram impostas restrições axiais nas extremidades e “plotou-se” a variação da força axial, em função do tempo de exposição ao fogo.

No início deste século, simultaneamente à onda de investigações sobre estruturas e pilares em situação de incêndio, como já mencionado, ocorreu a aceleração nas pesquisas sobre os efeitos das restrições às deformações térmicas. Neves et al (2002) analisaram as restrições às deformações térmicas e a capacidade resistente de pilares de aço, com conceitos, porém, que são válidos para pilares de concreto armado. Realizaram, então, uma proposta com base em ensaios experimentais e cálculos analíticos.

Outro trabalho importante é o de Dwaikat e Kodur (2007), no qual se propôs uma aproximação numérica para a modelagem das restrições às deformações térmicas em vigas de concreto armado. Uma viga com uma carga distribuída uniformemente foi exposta ao fogo nas faces inferior e laterais, de acordo com a curva ASTM E119. Um dos extremos foi considerado engastado com rigidez infinita

e no outro a restrição foi dada por uma mola. Essas análises foram feitas para vários valores de rigidez da mola e geraram curvas que descrevem a variação da força, devido à restrição axial em função do tempo. Mais tarde, Dwaikat e Kodur (2008) estudaram os efeitos do cenário de incêndio, das restrições às deformações térmicas e do *spalling* no comportamento de vigas de concreto armado.

Wu e Li (2008) realizaram uma investigação experimental do comportamento de pilares de concreto armado com seção transversal “L” e restrição axial. Meses depois, verificaram o comportamento de pilares de concreto armado com seção transversal “+” com restrição axial e rotacional.

Em sua tese de doutorado da Universidade de Michigan, Dwaikat (2009) estudou, entre outras coisas, os efeitos das restrições às deformações térmicas em vigas de concreto armado em incêndio, além de analisar o fenômeno da restrição às deformações axiais com conceitos e conclusões que também são válidos para pilares de concreto armado em incêndio.

Rodrigues et al (2010) publicaram resultados de ensaios experimentais de pilares de concreto reforçado com fibras, considerando-se o efeito da restrição às deformações térmicas. Martins e Rodrigues (2010b) pesquisaram a capacidade resistente de pilares de concreto armado com restrições elásticas à dilatação térmica. Pires et al (2012) estudaram a capacidade resistente de pilares de concreto circulares vazadas com restrições à dilatação térmica.

Nguyen e Tan (2012) desenvolveram uma pesquisa experimental sobre pilares de concreto em incêndio submetidos a forças excêntricas e a restrições axiais. Analisaram, também, as forças decorrentes das forças excêntricas e, no ano seguinte, estudaram de maneira experimental o comportamento de pilares com restrições térmicas submetidos à flexão biaxial igual em ambos os eixos (TAN,

NGUYEN, 2013a). Ainda em 2013, os mesmos autores investigaram o comportamento dos pilares com restrições térmicas, mas submetidos à flexão de um eixo só (TAN, NGUYEN, 2013b). E, em 2014, falaram sobre o mesmo tipo de pilares dos trabalhos anteriores, submetidos, agora, a forças excêntricas quaisquer, (TAN, NGUYEN, 2014).

Finalmente, Lange e Sjostron (2014) discorreram sobre o dimensionamento de pilares com restrições térmicas submetidos a incêndios localizados.

2.6. Comportamento estrutural de pórticos de concreto armado em situação de incêndio com ênfase nos pilares

Ainda no século passado, na Alemanha, Haksever (1982) estudou o comportamento de estruturas de pórticos de concreto armado em situação de incêndio. Elaborou-se uma formulação de elementos finitos para a análise elastoplástica e outra para a análise térmica transiente. Examinaram-se estruturas de pórticos bidimensionais, mas não tridimensionais, e, já naquela época, analisaram-se os esforços decorrentes das dilatações térmicas e sua importância no equilíbrio e na estabilidade da estrutura completa. Antecipou os resultados experimentais de Cardington e advertiu sobre a vantagem econômica das modelagens computacionais sobre os ensaios experimentais. Na década posterior, Wang e Moore (1994) realizaram pesquisas sobre os efeitos das restrições térmicas nos pilares de uma estrutura de pórtico.

No Reino Unido, Huang et al (2000) e Huang et al (2001) desenvolveram análises tridimensionais de estruturas mistas de pórticos de edifícios em incêndio, tendo em vista a influência da perda de rigidez e o efeito de membrana das lajes de concreto sobre a estrutura de pórticos.

Na China, Zha (2002) investigou o comportamento tridimensional de pilares e vigas de concreto armado em incêndio, utilizando elementos finitos não lineares. Mostrou que a capacidade resistente dos pilares nas estruturas pode ser limitada pela combinação de perda de resistência do material e das tensões de compressão. Isso graças não apenas à força axial, mas também à flexão decorrente das excentricidades.

Martins e Rodrigues (2010a) apresentaram resultados de pesquisas experimentais e numéricas, em que pilares de concreto armado foram submetidos a altas temperaturas, avaliando, dessa forma, a influência da estrutura adjacente.

Phan et al (2010) forneceram diretrizes e recomendações para o dimensionamento de estruturas de concreto e aço em situação de incêndio. Ressaltaram que as análises dos pilares e vigas que compõem as estruturas de pórticos são diferentes das análises desses elementos estruturais quando isolados. Mencionaram, ainda, que, em algumas situações, determinados autores propõem a possibilidade de examinar as estruturas de edifícios usando unicamente subpórticos bidimensionais, enquanto outros dão maior ênfase para análises tridimensionais.

Xavier et al (2010) investigaram os efeitos das deformações térmicas das vigas em estruturas de pórticos bidimensionais em situação de incêndio. Mostraram, por meio de análises numéricas, que uma maior quantidade de cenários de incêndio ou de elementos expostos ao fogo não necessariamente significam pior situação para a estrutura.

Han et al (2010) e Han et al (2012) elaboraram ensaios experimentais nos quais, de maneira analítica, estudou-se o comportamento de estruturas de pórticos compostas por pilares tubulares de aço preenchidos com concreto e vigas de concreto armado em incêndio.

Nguyen e Tan (2014) investigaram a restrição axial em pilares de concreto armado, decorrentes de incêndios localizados em uma estrutura de pórticos de concreto armado. Propuseram uma formulação simplificada e prática para determinar os parâmetros com efeitos significativos na restrição axial.

Zheng et al (2014) realizaram estudos sobre pilares mistos em situação de incêndio e os efeitos das restrições térmicas e rotacionais na capacidade resistente desses pilares. Por fim, Rush et al (2014), Shah et al (2014) e Kamath et al (2015) estudaram o comportamento das estruturas submetidas a incêndios posteriores a sismos.

2.7. O uso do programa DIANA para estruturas de concreto armado em situação de incêndio, com ênfase nos pilares

O programa DIANA foi desenvolvido pelo Departamento de Mecânica Computacional da TNO Building and Constructions Research Institute, em 1972, passando por múltiplas atualizações até hoje. É reconhecido por sua grande capacidade de analisar estruturas de concreto armado em temperatura ambiente. Possui uma biblioteca digital bastante completa para modelar o material concreto, além de permitir a definição desses materiais, considerando-se a variação das suas propriedades térmicas e estruturais em função da temperatura e, entre outros

fenômenos, a fissuração e a fluência do concreto. Ademais, o programa permite realizar análises térmicas em regime transiente, levando-se em conta a transferência do calor por condução, a convecção e a radiação. Na consideração dos materiais submetidos a altas temperaturas, é possível modelar o seu comportamento tendo em vista a diminuição das propriedades térmicas e mecânicas com o aumento da temperatura. Em contrapartida, outra biblioteca digital oferece um conjunto de elementos finitos para os diversos tipos de estruturas e fenômenos que o usuário precise modelar. Permite, por exemplo, o uso de elementos geometricamente compatíveis, mas com formulações próprias para as análises térmica e mecânica, de maneira separada e consecutiva.

Nesta tese, será usado o programa DIANA em virtude de sua grande eficiência na realização de análises, parte dos objetivos da pesquisa. Apesar de já ter sido testado várias vezes, por outros pesquisadores, para analisar estruturas em situação de incêndio, poucas vezes o programa DIANA foi usado no estudo sobre pilares de concreto armado em situação de incêndio.

Todos os trabalhos encontrados na bibliografia internacional que, além de utilizar o DIANA, também tratam de pilares, estão orientados a outros fenômenos diferentes aos objetivos desta tese. Estes trabalhos são: Both et al (1996) apud Caldas (2008); Huisman et al (2010) (?), que usam um modelo do material para modelar o comportamento de pilares com concreto de alta resistência; Doherty et al (2010), que estudaram o *spalling* do concreto com fibras de polipropileno e fibras de aço em pilares; e Nathan et al (2012) (?), que avaliou o desempenho de pilares de aço elípticos preenchidos com concreto submetidos a curva de incêndio de hidrocarbonetos.

Vale ressaltar que, dos registros internacionais que se têm, não foi encontrado nenhum trabalho sobre o comportamento estrutural de estruturas de pórticos tridimensionais de concreto armado em situação de incêndio com ênfase nos pilares e que fosse utilizado o programa DIANA.

3. INCÊNDIO E TRANSFERÊNCIA DE CALOR

3.1. Incêndio

O incêndio de um edifício ocorre devido à combustão dos materiais que se encontram nele. É necessário que haja, simultaneamente, três fatores: uma fonte de calor, o combustível e o comburente (oxigênio). Se a mistura dos dois últimos se encontra suficientemente quente para acontecer a combustão, inicia-se o incêndio (VILA REAL, 2003). Cada incêndio em particular tem um comportamento próprio, que depende das proporções desses três fatores.

Estimar da maneira mais precisa possível as temperaturas dos materiais que compõem uma estrutura e conhecer o comportamento das estruturas em temperaturas elevadas é fundamental no estudo de estruturas em situação de incêndio. Essas temperaturas dependem, por sua vez, das temperaturas dos gases do cenário de incêndio.

As altas temperaturas dos elementos estruturais, decorrentes da ação térmica, causam redução da resistência, módulo de elasticidade e outras propriedades, além do aparecimento eventual de esforços solicitantes adicionais devido às restrições de origem térmica (SILVA, 2012).

3.2. Curva temperatura-tempo

Uma característica muito importante em um incêndio é a curva temperatura-tempo. Por meio dela, é possível calcular os campos de temperaturas dos elementos que compõem as estruturas e suas correspondentes capacidades resistentes. Essa curva depende de vários fatores, que compõem o cenário de incêndio (carga de incêndio, condições de ventilação, tipo de materiais e espessura dos elementos de compartimentação, sistemas de segurança contra incêndio etc.) e tem o aspecto mostrado na Figura 3.1.

Figura 3.1 Curva temperatura-tempo de um incêndio.

Nessa curva, observam-se três fases características de um incêndio:

- A inicial, ou fase de ignição, na qual a temperatura permanece baixa. Nela, o incêndio é considerado de pequenas proporções e não apresenta ameaças consideráveis à estrutura. Essa fase não está incluída nas curvas temperatura-tempo padronizadas, como será constatado posteriormente. Embora não seja classificada como uma grande ameaça à segurança estrutural dos edifícios, é geralmente a fase mais crítica em relação à salvaguarda da vida humana, pois é nela que se produz a maior parte da fumaça e dos gases tóxicos (VILA REAL, 2003; WANG, 2002 apud SUAZNABAR, 2008). Se o fogo for detectado nesse período, é fácil controlá-lo, diminuindo, assim, o risco à vida humana. Caso existam medidas apropriadas de proteção contra incêndio (detectores de calor e de fumaça, chuveiros automáticos *sprinklers*, brigada de incêndio etc.) no edifício, nenhuma verificação adicional da estrutura seria necessária;
- Entre a fase de ignição e a de aquecimento, ocorre o *flashover* ou instante de inflamação generalizada, durante o qual o fogo se propaga de maneira súbita, uma vez que a totalidade da carga combustível entra em ignição, generalizando o incêndio em todo o compartimento e elevando as temperaturas muito rapidamente. A partir desse instante, o incêndio torna-se de grandes proporções, sendo difícil controlá-lo. Imediatamente após, inicia-se a fase de aquecimento, em que há a queima do material combustível,

elevando a temperatura até atingir seu valor máximo. É nesse momento que o incêndio termina (SILVA, 2004; SUAZNABAR, 2008);

- A fase de resfriamento caracteriza-se pela diminuição progressiva da temperatura até seus valores iniciais, que ocorre devido à falta de carga combustível, à falta de comburente (oxigênio) ou pela intervenção da brigada de bombeiros.

Existem diversos métodos para determinar as curvas temperatura-tempo em um incêndio, que vão desde modelos padronizados até aqueles resultantes de modelagens computacionais. Pope e Bailey (2005) apud Suaznabar (2008), Du e Li (2012), Johansson et al (2015), entre outros autores, apresentam exemplos de outros tipos de modelagens.

Ante a necessidade de modelos uniformizados, foi criado o modelo do incêndio-padrão. Nele, admite-se a variação da temperatura dos gases do ambiente em chamas, respeitando curvas padronizadas. Ele é convencional e não representa o incêndio real. Essa curva-padrão possui apenas um ramo ascendente, no início muito pronunciado e no final com pouco incremento de temperatura em função do tempo.

Vale a pena ressaltar que se trata de um modelo criado com o propósito de representar o incêndio de maneira aproximada e simples. Não retrata, entretanto, a variação de temperatura do incêndio real nem a da estrutura, tampouco mostra o cenário real do incêndio. Todo resultado obtido com esse modelo deve ser analisado com critério, já que o tempo nessa curva não é o tempo real do incêndio.

3.3. Curvas temperatura-tempo normalizadas

Calcular a curva temperatura-tempo de cada incêndio é praticamente impossível, já que cada situação e cenário são particulares e não há como prever quais serão as condições ou características antes do ocorrido.

Para evitar essa dificuldade, normalizou-se certas curvas temperatura-tempo, que são empregadas em cálculo. A seguir, serão apresentadas três delas, comuns na prática da engenharia.

A norma internacional ISO 834-1:1999(E), "*Fire-resistance tests – Elements of building construction – Part 1: General Requirements*", criada pela *International*

Organization for Standardization, recomenda o uso da relação temperatura-tempo conforme a Equação 3.1.

$$\theta_g = 345 \log_{10}(8t + 1) + 20 \quad 3.1$$

Onde:

- θ_g : Temperatura dos gases no ambiente em chamas [°C];
- t : Tempo [min].

Adota-se, em geral, a temperatura inicial dos gases como sendo igual à temperatura ambiente, convencionalmente admitida em 20 °C.

A Figura 3.2 apresenta a curva temperatura-tempo padronizada pela ISO 834-1:1999(E).

Figura 3.2 Curva temperatura-tempo conforme ISO 834-1:1999(E).

De acordo com a equação 3.1, a Tabela 3.1 mostra alguns pontos correspondentes à curva temperatura-tempo ISO 834-1:1999.

Tabela 3.1 Valores da curva temperatura-tempo segundo a ISO 834-1:1999(E).

Tempo [min]	Temperatura [°C]	Tempo [min]	Temperatura [°C]
0	20	95	1014
5	576	100	1021
10	678	105	1029
15	738	110	1036
20	781	115	1042
25	814	120	1049
30	841	130	1061
35	864	150	1082
40	885	180	1109
45	902	210	1032
50	918	240	1153
55	932	270	1170
60	945	300	1186
65	957	330	1200
70	968	360	1214
75	979	390	1226
80	988	420	1237
85	997	450	1247
90	1006	480	1257

A norma ASTM E119 “*Standard test methods for fire tests of building construction and materials*”, criada pela *American Specification of Testing and Materials*, recomenda o uso de uma curva seguindo a relação de pontos da Tabela 3.2.

Tabela 3.2 Valores da curva temperatura-tempo segundo a ASTM E119.

Tempo [min]	Temperatura [°C]	Tempo [min]	Temperatura [°C]
0	20	95	985
5	538	100	991

10	704	105	996
15	760	110	1001
20	795	115	1006
25	821	120	1010
30	843	130	1017
35	862	150	1031
40	878	180	1052
45	892	210	1072
50	905	240	1093
55	916	270	1114
60	927	300	1135
65	937	330	1156
70	946	360	1177
75	955	390	1198
80	963	420	1218
85	971	450	1239
90	978	480	1260

Seguindo os valores da Tabela 3.2, obtém-se a curva temperatura-tempo ASTM E119, apresentada na Figura 3.3.

Figura 3.3 Curva temperatura-tempo conforme ASTM E119.

As normas NBR 15200:2012, NBR 14432:1999 e NBR 5628:2001 recomendam o uso da Equação 3.2, equivalente, portanto, à curva da ISO 834-1:1999(E).

$$\theta_g = \theta_0 + 345 \log_{10}(8t + 1) \quad 3.2$$

O Eurocódigo 1 indica a utilização de três tipos de relações:

- 1) Curva padronizada para incêndio em ambientes com material combustível formado por celulósicos, idêntica à curva recomendada pela ISO 834-1:1999(E);
- 2) Curva padronizada para incêndio em ambientes com material combustível formado por hidrocarbonetos, conforme a Equação 3.3.

$$\theta_g = 1080 \left(1 - 0.33e^{-0.17t} - 0.68e^{-2.50t} \right) + 20 \quad 3.3$$

Essa relação tem como resultado a curva apresentada na Figura 3.4.

Figura 3.4 Curva temperatura-tempo para material combustível formado por hidrocarbonetos conforme Eurocódigo 1.

- 3) Curva paramétrica para incêndio natural compartimentado, também denominada curva paramétrica ou curva real (PURKISS, 2007). Elas representam a variação da temperatura em função do tempo para compartimentos específicos. Podem ser calculadas usando as expressões a seguir:

Aquecimento:

$$\theta_g = 1325 \left[1 - 0.324 e^{-0.2t^*} - 0.204 e^{-1.7t^*} - 0.472 e^{-19t^*} \right] \quad 3.4$$

Com:

$$t^* = t\phi$$

$$\phi = \left(\frac{v}{0.04} \right)^2 \left(\frac{1160}{\sqrt{\rho c \lambda}} \right)^2$$

Resfriamento:

$$\begin{aligned} \theta_g &= \theta_{g,\max} - 625(t^* - t_d^*) & t_d^* &\leq 0.5h \\ \theta_g &= \theta_{g,\max} - 250(3 - t_d^*)(t^* - t_d^*) & 0.5h &< t_d^* \leq 2h \end{aligned} \quad 3.5$$

$$\theta_g = \theta_{g,\max} - 250(t^* - t_d^*) \quad t_d^* > 2h$$

Com:

$$t_d = 0.1310^{-3} \frac{q_{fi,d}}{\nu} \phi$$

$$0.02 \leq \nu \leq 0.20$$

$$50 \leq q_{fi,d} \leq 1000$$

$$1000 \leq \sqrt{\rho c \lambda} \leq 2000$$

Onde:

- $\theta_{g,\max}$: máxima temperatura dos gases [°C];
- ρ : massa específica do material de vedação [kg/m³];
- c : calor específico do material de vedação [J/(kg °C)];
- λ : condutividade térmica do material de vedação [W/(m °C)];
- t : tempo [t];
- ν : grau de ventilação [m^{1/2}];
- $q_{fi,d}$: carga de incêndio específica de cálculo em relação à área total.

Aplicando-se variações a um parâmetro e mantendo os outros constantes, são obtidas famílias de curvas. Silva (1997, 2001) e Purkiss (2007) apresentam estudos detalhados sobre elas.

A Figura 3.5 aponta uma comparação das curvas normatizadas ISO 834, ASTM E119 para materiais celulósicos com a curva do Eurocódigo 1 para Hidrocarbonetos.

Figura 3.5 Curvas temperatura-tempo normalizadas.

3.4. Transferência de Calor

A transferência de calor é a propagação de energia de um meio a outro, seja qual for o estado físico (sólido, líquido ou gasoso) de cada um deles, como resultado da diferença entre as temperaturas (VILA REAL, 2003). Essa propagação é medida através do fluxo de calor ($\dot{Q}$) que vai do ponto com maior temperatura para o de menor. Pode ocorrer por meio de três processos: condução, radiação e convecção.

A seguir, serão apresentadas as leis que regem esses três processos e suas respectivas formulações, incluindo as recomendadas pela NBR 14323:1999.

3.5. Transferência de calor por convecção e radiação

Convecção é o processo de transferência de calor através da superfície de interface entre um fluido e um sólido. Acontece em decorrência do movimento dos fluidos, sejam gasosos ou líquidos, devido à diferença de densidade. Quanto maior a velocidade desse movimento, maior a taxa de transferência de calor.

Radiação é a transmissão de calor na forma de ondas eletromagnéticas. Esse tipo de transferência de calor é caracterizado por não depender de meios materiais.

A transferência de calor por radiação de um ponto a outro, portanto, independe da temperatura dos gases entre eles (a menos que os gases emitam radiação).

3.6. Transferência de calor por condução

O processo de transferência de calor por condução ocorre em materiais sólidos ou fluidos estacionários. Nele, a transmissão de calor se dá entre as moléculas do próprio material, portanto é estreitamente relacionado com o estado físico-químico do material.

Em um sólido, o calor vai dos pontos de maior para os de menor temperatura (como indica a Figura 3.6), o que implica a existência de um gradiente de temperatura. Dessa forma, o campo de temperaturas do sólido pode ser expresso matematicamente em função das coordenadas dos pontos $\mathbf{X}$ e do instante de observação t .

$$\theta = \theta(\mathbf{X}, t) \quad 3.10$$

Figura 3.6 Direção e sentido do fluxo de calor.

Nesse campo de temperaturas, existem, para cada instante t , superfícies com pontos de mesmo valor de temperatura. Essas superfícies são chamadas isotermas. Fisicamente, é impossível um ponto ter mais de um valor de temperatura, o que implica que as isotermas são curvas de tangentes paralelas. Em sólidos isótropos (cujas propriedades não variam, independente da vizinhança de qualquer ponto), o fluxo de calor segue uma trajetória normal às isotermas, como apresenta a Figura 3.7.

Figura 3.7 Direção do fluxo de calor que passa por uma isoterma.

O fluxo de calor ($d\dot{Q}$), que passa pelo diferencial de área (dA), é proporcional à diferença de temperatura entre as faces anterior e posterior à da isoterma.

$$d\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = -\lambda dA \frac{\partial \theta}{\partial n} \quad 3.11$$

A “constante” (mais a frente, vir-se-á que o valor de λ não é constante e que varia em função da temperatura do material) de proporcionalidade λ é conhecida como condutividade térmica. O sinal negativo serve para satisfazer à condição do calor de fluir no sentido da temperatura decrescente.

A Equação 3.11 é a equação de partida para o estudo da transferência de calor por condução. Também é conhecida como a Lei de Fourier para condução de calor, em honra ao físico-matemático francês Jean-Baptiste Joseph Fourier. De acordo com a Lei de Fourier, o fluxo de calor por unidade de área pode ser expresso como indicado na equação 3.12.

$$\varphi = \frac{d\dot{Q}}{dA} = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} \quad 3.12$$

No espaço euclidiano de três dimensões, o fluxo de calor pode ser expresso como o vetor da equação 3.13.

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{i}\varphi_x + \mathbf{j}\varphi_y + \mathbf{k}\varphi_z \quad 3.13$$

As componentes desse vetor são:

$$\begin{aligned} \varphi_x &= -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \varphi_y &= -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \varphi_z &= -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \end{aligned} \quad 3.14$$

Considere-se, agora, o elemento volumétrico diferencial da Figura 3.8

Figura 3.8 Elemento volumétrico para determinação da equação diferencial de transferência de calor por condução.

Segundo a Lei de Fourier, o fluxo de calor que entra no elemento volumétrico pode ser expresso de acordo com o indicado nas Equações 3.15:

$$\begin{aligned} d\dot{Q}_x &= -\lambda dydz \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ d\dot{Q}_y &= -\lambda dxdz \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ d\dot{Q}_z &= -\lambda dxdy \frac{\partial \theta}{\partial z} \end{aligned} \quad 3.15$$

O fluxo de calor que sai do elemento volumétrico pode ser aproximado, expandindo $d\dot{Q}_x$ por meio da série de Taylor. Utilizando-se os dois primeiros termos da série, tem-se:

$$\begin{aligned}d\dot{Q}_{x+dx} &= d\dot{Q}_x + \frac{\partial}{\partial x}(d\dot{Q}_x)dx + \dots \\d\dot{Q}_{y+dy} &= d\dot{Q}_y + \frac{\partial}{\partial y}(d\dot{Q}_y)dy + \dots \\d\dot{Q}_{z+dz} &= d\dot{Q}_z + \frac{\partial}{\partial z}(d\dot{Q}_z)dz + \dots\end{aligned}\tag{3.16}$$

Logo, o fluxo de calor nas três direções é:

$$\begin{aligned}d\dot{Q}_x - d\dot{Q}_{x+dx} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}\right)dx dy dz \\d\dot{Q}_y - d\dot{Q}_{y+dy} &= \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y}\right)dx dy dz \\d\dot{Q}_z - d\dot{Q}_{z+dz} &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z}\right)dx dy dz\end{aligned}\tag{3.17}$$

Se o elemento volumétrico contiver uma fonte ou sumidouro de calor interna, a quantidade de calor gerada por unidade de tempo pode ser considerada como mostra a Equação 3.18:

$$d\dot{Q}_g = \dot{Q}_{g,v} dx dy dz\tag{3.18}$$

Por outro lado, a variação no tempo da energia interna do elemento volumétrico é:

$$\dot{E} = c\rho dx dy dz \frac{\partial \theta}{\partial t}\tag{3.19}$$

Realizando-se um balanço das variações de energia, obtém-se a Equação 3.20:

$$d\dot{Q}_x + d\dot{Q}_y + d\dot{Q}_z + d\dot{Q}_g = d\dot{Q}_{x+dx} + d\dot{Q}_{y+dy} + d\dot{Q}_{z+dz} + \dot{E}\tag{3.20}$$

Logo, a equação diferencial geral tridimensional para transferência de calor por condução é expressa pela Equação 3.21.

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right) + \dot{Q}_{g,v} = c\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad 3.21$$

Em materiais isotrópicos homogêneos, a Equação 3.21 pode ser resumida à Equação 3.22.

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + \dot{Q}_{g,v} = c\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad 3.22$$

Neste trabalho, não serão estudados problemas com geração de energia no corpo. Dessa forma, a Equação 3.22 fica resumida à Equação 3.23:

$$\alpha \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad 3.23$$

Na Equação 3.23:

$$\alpha = \frac{\lambda}{c\rho} \quad 3.24$$

O escalar α representa a difusividade térmica do material condutor.

É importante ressaltar que $\lambda = \lambda(x, y, z, \theta)$, $c = c(x, y, z, \theta)$ e $\rho = \rho(x, y, z, \theta)$, em consequência de $\alpha = \alpha(x, y, z, \theta)$ tem os valores dessas propriedades considerados constantes em materiais isotrópicos: homogêneos com variações de temperaturas baixas.

Não é objetivo deste trabalho realizar deduções aprofundadas sobre esse tema, no entanto, é possível consultar formulações mais aprofundadas, do ponto de vista físico, em Eckert e Drake (1959), Holman (1983) e, com olhar mais voltado à engenharia de estruturas, em Wang (2002) e Wickström (2003).

4. MATERIAIS A ALTAS TEMPERATURAS

4.1. Introdução aos materiais a altas temperaturas

Neste capítulo, será feita uma descrição do comportamento mecânico do concreto e do aço sob temperaturas elevadas. Serão apresentados modelos matemáticos das variações de suas propriedades mecânicas e dos diagramas tensão-deformação em função da temperatura.

Os materiais, quando submetidos a altas temperaturas, sofrem alterações nas suas propriedades físicas e químicas, resultando na diminuição da resistência e no módulo de elasticidade. Como consequência, os diagramas tensão-deformação dos materiais variam em função da temperatura. Essas variações serão apresentadas detalhadamente ao longo deste capítulo.

No estudo dos materiais em temperatura ambiente (convencionalmente adotada como 20 °C), empregar-se-ão as diretrizes da Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2014 e da Norma Europeia EN 1992-1-1 (2004). No caso dos materiais em situação de incêndio, as diretrizes aplicadas serão as da Norma Brasileira ABNT NBR 15200:2012 e da Norma Europeia EN 1992-1-2 (2004).

4.2. Propriedades mecânicas do concreto em temperatura ambiente

Para carregamentos de curta duração no concreto em temperatura ambiente, o EN 1992-1-1:2004 permite o uso da relação tensão-deformação da Figura 4.1, dada pela Equação 4.1.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{\kappa\eta - \eta^2}{1 + (\kappa - 2)\eta} \quad 4.1$$

Na Equação 4.1:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad 4.2$$

$$\kappa = 1,05 \frac{E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad 4.3$$

Figura 4.1 Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido à temperatura ambiente submetido a carregamento de curta duração.

Para carregamentos de longa duração no concreto em temperatura ambiente, o EN 1992-1-1:2004 e a ABNT NBR 6118:2014 admitem o uso das relações tensão-deformação da Figura 4.2, dadas pelas Equações 4.4 e 4.5 para o concreto comprimido. Esse diagrama é conhecido como Diagrama Parábola-Retângulo.

Para:

$$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$$

$$\sigma_c = \alpha_{cc} f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad 4.4$$

Para:

$$\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

$$\sigma_c = \alpha_{cc} f_{cd} \quad 4.5$$

Nas equações anteriores:

Para:

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$n = 2$$

$$\varepsilon_{c2} = 0,002$$

$$\varepsilon_{cu2} = 0,0035$$

Para:

$$f_{ck} \geq 50 \text{ MPa}$$

$$n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4$$

$$\varepsilon_{c2} = 2 + 0,85(f_{ck} - 50)^{0,53}$$

$$\varepsilon_{cu2} = 2,6 + 35 \left[\frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4$$

Figura 4.2 Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido à temperatura ambiente submetido a carregamento de longa duração.

Determinar a relação tensão-deformação do concreto tracionado é muito difícil, mas esse não é o objetivo deste trabalho. Como referência, a ABNT NBR 6118:2014 recomenda a relação simplificada da Figura 4.3. Já para o concreto tracionado a altas temperaturas, não será considerada resistência alguma.

Figura 4.3 Diagrama tensão-deformação do concreto tracionado à temperatura ambiente.

4.3. Propriedades mecânicas do aço em temperatura ambiente

Para o aço da armadura no concreto armado em temperatura ambiente, o EN 1992-1-1:2004 apresenta as relações tensão-deformação da Figura 4.4.

Figura 4.4 Diagrama tensão-deformação do aço à temperatura ambiente, apresentado no EN 1992-1-1:2004.

Para simplificar, o EN 1992-1-1:2004 e a ABNT NBR 6118:2014 permitem o uso das relações tensão-deformação conforme a Figura 4.5, dadas pelas Equações 4.6, 4.7 e 4.8.

Figura 4.5 Diagrama tensão-deformação do aço à temperatura ambiente, com patamar de escoamento.

Para:

$$|\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{yd}$$

$$f_s = E_s \varepsilon_s$$
4.6

Para:

$$\varepsilon_s > \varepsilon_{yd}$$

$$f_s = f_{yd}$$
4.7

Para:

$$\varepsilon_s < -\varepsilon_{yd}$$

$$f_s = -f_{yd}$$
4.8

4.4. Propriedades mecânicas do concreto a altas temperaturas

Para o concreto em situação de incêndio, a norma europeia EN 1992-1-2:2004 e a brasileira ABNT NBR 15200:2012 consideram a relação tensão-deformação da Figura 4.6, dada pela Equação 4.9.

Figura 4.6 Diagrama tensão-deformação do concreto a altas temperaturas.

$$\frac{\sigma_{c,\theta}}{f_{c,\theta}} = \frac{3 \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta}} \right)}{2 + \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta}} \right)^3} \quad 4.9$$

Os valores de $f_{c,\theta}$ dependem também do tipo de agregado que compõe o concreto. A Figura 4.7 apresenta a diminuição da resistência do concreto em função da temperatura e do tipo de agregado.

Figura 4.7 Diminuição da resistência do concreto em função à temperatura.

As deformações lineares específicas do concreto devem atender a Inequação 4.10:

$$0 \leq \varepsilon_{c,\theta} \leq \varepsilon_{cu,\theta} \quad 4.10$$

Em 4.10:

$$\varepsilon_{cu,\theta} = \varepsilon_{cu,\theta}(\theta)$$

As Figuras 4.8 e 4.9 apresentam a variação de $\varepsilon_{c1,\theta}$ e $\varepsilon_{cu,\theta}$, respectivamente em função de θ .

Figura 4.8 Variação de $\varepsilon_{c1,\theta}$ em função à temperatura.

Figura 4.9 Variação de $\varepsilon_{cu,\theta}$ em função à temperatura.

Esse modelo matemático apresenta como resultado a variação do diagrama tensão-deformação do concreto em função da temperatura, como se observa na Figura 4.10.

Figura 4.10 Variação do diagrama tensão-deformação do concreto em função à temperatura.

Como exemplo, vê-se, a seguir, a variação do diagrama tensão-deformação do concreto $f_{ck} = 30$ MPa.

Figura 4.11 Variação do diagrama tensão-deformação do concreto $f_{ck} = 30$ MPa em função à temperatura.

O coeficiente α_{cc} , que em temperatura ambiente normalmente vale 0,85, considera o ganho de resistência com a idade do concreto, a perda de resistência do concreto submetido a cargas de longa duração e as diferenças entre a resistência obtida em corpos de prova e a resistência real do concreto (Fusco, 2008). Para

concretos em situação de incêndio, esses efeitos são amplamente discutidos atualmente. O EN 1992-1-2:2004 dá liberdade ao projetista para considerá-los ou não, já a ABNT NBR 15200:2012 desconsidera esses efeitos. Neste trabalho, será adotado o valor $\alpha_{cc} = 1$, ou seja, não se levarão em conta os efeitos relacionados a esse coeficiente.

Como dito anteriormente, a resistência do concreto tracionado a altas temperaturas será nula.

4.5. Propriedades mecânicas do aço das armaduras a altas temperaturas

A norma europeia EN 1992-1-2:2004 e a brasileira ABNT NBR 15200:2012 consideram, para o aço, a relação tensão-deformação de acordo com o mostrado na Figura 4.12, dada nas equações e inequações de 4.11 a 4.15.

Para:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{p,\theta} \\ \sigma_{s,\theta} &= \varepsilon_{s,\theta} \cdot E_{s,\theta} \end{aligned} \quad 4.11$$

Para:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{p,\theta} &\leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{y,\theta} \\ \sigma_{s,\theta} &= f_{p,\theta} - c + \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta} + \frac{c}{E_{s,\theta}} \right)^2} \end{aligned} \quad 4.12$$

Para:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{y,\theta} &\leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{t,\theta} \\ \sigma_{s,\theta} &= f_{yk,\theta}\end{aligned}\tag{4.13}$$

Para:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{t,\theta} &\leq \varepsilon_{s,\theta} < \varepsilon_{u,\theta} \\ \sigma_{s,\theta} &= f_{yk,\theta} \cdot \left[1 - \frac{(\varepsilon_{s,\theta} - \varepsilon_{t,\theta})}{(\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon_{t,\theta})} \right]\end{aligned}\tag{4.14}$$

Para:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{s,\theta} &\geq \varepsilon_{u,\theta} \\ \sigma_{s,\theta} &= 0\end{aligned}\tag{4.15}$$

Nas equações anteriores:

$$\varepsilon_{p,\theta} = \frac{f_{p,\theta}}{E_{s,\theta}}$$

$$\varepsilon_{y,\theta} = 0,02$$

$$\varepsilon_{t,\theta} = 0,15$$

$$\varepsilon_{u,\theta} = 0,20$$

$$a^2 = (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta})(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta} + c/E_{a,\theta})$$

$$b^2 = c(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta})E_{a,\theta} + c^2$$

$$c = \frac{(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})^2}{(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta})E_{a,\theta} - 2(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})}$$

Figura 4.12 Diagrama tensão-deformação do aço a altas temperaturas.

Esse modelo matemático resulta na variação do diagrama tensão-deformação do aço em função da temperatura, como observado na Figura 4.13.

Figura 4.13 Variação do diagrama tensão-deformação do aço em função à temperatura.

Como exemplo, apresenta-se, a seguir, a variação do diagrama tensão-deformação do aço CA50 com $f_{yk} = 500$ MPa.

Figura 4.14 Variação do diagrama tensão-deformação do aço CA50 em função à temperatura.

4.6. Deformação linear específica térmica do concreto

Nesta tese, serão estudadas as restrições às deformações térmicas e seus efeitos nas estruturas, com especial ênfase nos pilares. Nos próximos capítulos, serão apresentados exemplos que consideram a deformação linear específica térmica dos materiais.

As normas EN 1992-1-2:2004 e ABNT NBR 15200:2012 preconizam o uso das Equações 4.16 para calcular a deformação linear específica térmica em concretos com agregado silicoso.

Para:

$$20^{\circ}\text{C} \leq \theta \leq 700^{\circ}\text{C}$$

$$\varepsilon_{term} = -1,8 \times 10^{-4} + 9 \times 10^{-6}\theta + 2,3 \times 10^{-11}\theta^3$$

4.16

Para:

$$700^{\circ}\text{C} < \theta \leq 1200^{\circ}\text{C}$$

$$\varepsilon_{term} = 14 \times 10^{-3}$$

A norma EN 1992-1-2:2004 faz uso das Equações 4.17, a fim de calcular a deformação linear específica térmica para concretos com agregado calcário.

Para:

$$20^{\circ}\text{C} \leq \theta \leq 805^{\circ}\text{C}$$

$$\varepsilon_{term} = -1,2 \times 10^{-4} + 6 \times 10^{-6}\theta + 1,4 \times 10^{-11}\theta^3$$

4.17

Para:

$$805^{\circ}\text{C} < \theta \leq 1200^{\circ}\text{C}$$

$$\varepsilon_{term} = 12 \times 10^{-3}$$

A figura 4.15 apresenta as curvas correspondentes à deformação linear específica térmica em função da temperatura em concretos com agregado silicoso e calcário.

Figura 4.15 Deformação linear específica térmica do concreto em função da temperatura.

Observa-se que, quando as temperaturas são muito altas, a deformação linear específica térmica do concreto não aumenta mais com o crescimento de temperatura.

4.7. Deformação linear específica térmica do aço das armaduras

As normas EN 1992-1-2:2004 e ABNT NBR 15200:2012 utilizam as Equações 4.18 para calcular a deformação térmica do aço das armaduras de concreto armado.

Para:

$$20^{\circ}\text{C} \leq \theta \leq 750^{\circ}\text{C}$$

$$\varepsilon_{term} = -2,416 \times 10^{-4} + 1,2 \times 10^{-5}\theta + 0,4 \times 10^{-8}\theta^2$$

4.18

Para:

$$750^{\circ}\text{C} < \theta \leq 860^{\circ}\text{C}$$

$$\varepsilon_{term} = 11 \times 10^{-3}$$

4.19

Para:

$$860^{\circ}\text{C} < \theta \leq 1200^{\circ}\text{C}$$

4.20

$$\varepsilon_{term} = -6,2 \times 10^{-3} + 2 \times 10^{-5} \theta$$

A Figura 4.16 mostra a deformação térmica em função da temperatura em armaduras de concreto armado.

Figura 4.16. Deformação linear específica térmica do aço em função da temperatura.

É possível perceber que as deformações lineares específicas térmicas do concreto e do aço das armaduras são muito próximas. Entende-se, dessa maneira, que a aderência entre ambos os materiais não se perde facilmente com o aumento da temperatura.

4.8. Deformações lineares específicas térmicas e mecânicas

Existem dois tipos importantes de deformações lineares específicas que são consideradas nesta tese: as mecânicas e as térmicas. A soma das duas é chamada deformação linear específica total (Equação 4.21).

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{term} + \varepsilon_{\sigma} \quad 4.21$$

As deformações mecânicas ε_{σ} estão relacionadas às tensões e foram apresentadas anteriormente nos diagramas tensão-deformação. Já as térmicas ε_{term} são aquelas que não geram tensões e dizem respeito à dilatação do concreto ou do aço.

Nesta tese, a consideração das deformações térmicas foi realizada segundo as recomendações da norma europeia EN 1992-1-2:2004 e da brasileira ABNT NBR 15200:2012.

4.9. Fatores de redução da resistência característica do concreto a altas temperaturas

A resistência característica do concreto diminui consideravelmente quando ele é submetido a temperaturas elevadas. Os fatores de redução da resistência indicam a proporção de sua diminuição em função da temperatura.

As normas EN 1992-1-2:2004 e ABNT NBR 15200:2012 indicam o uso dos valores apresentados na Tabela 4.1 para calcular a diminuição da resistência característica do concreto com agregado silicoso.

Tabela 4.1 Fatores de redução da resistência característica do concreto com agregado silicoso em função da temperatura.

θ [°C]	$f_{c,\theta} / f_{ck}$
20	1

100	1
200	0,95
300	0,85
400	0,75
500	0,6
600	0,45
700	0,30
800	0,15
900	0,08
1000	0,04
1100	0,01
1200	0,00

A norma EN 1992-1-2:2004 recomenda o uso dos valores da Tabela 4.2 para calcular a diminuição da resistência característica do concreto com agregado calcário.

Tabela 4.2 Fatores de redução da resistência característica do concreto com agregado calcário em função da temperatura.

θ [°C]	$f_{c,\theta} / f_{ck}$
20	1
100	1
200	0,97
300	0,91

400	0,85
500	0,74
600	0,60
700	0,43
800	0,27
900	0,15
1000	0,06
1100	0,02
1200	0,00

As curvas correspondentes aos valores de diminuição da resistência característica do concreto com agregado silicoso e calcário em função da temperatura das Tabelas 4.1 e 4.2 são apresentadas a seguir, na Figura 4.17.

Figura 4.17. Diminuição da resistência característica do concreto com agregado silicoso e calcário em função à temperatura.

4.10. Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço das armaduras a altas temperaturas

A resistência ao escoamento, a tensão limite de proporcionalidade e o módulo de elasticidade linear do aço diminuem de maneira considerável quando o material é submetido a temperaturas elevadas. As normas EN 1992-1-2:2004 e ABNT NBR 15200:2012 sugerem a utilização dos valores apresentados na Tabela 4.3 para calcular a diminuição dessas propriedades no aço das armaduras do concreto armado em função da temperatura, cujos valores derivam de cálculos com base em ensaios experimentais (ARBED, 1993).

Tabela 4.3 Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço da armadura de concreto armado.

θ [°C]	Fatores de redução para temperatura θ_a de f_y e E_a a 20°C		
	Fator de redução da resistência ao escoamento $k_{y,\theta} = f_{y,\theta} / f_y$	Fator de redução da tensão limite de proporcionalidade $k_{p,\theta} = f_{p,\theta} / f_y$	Fator de redução do módulo de elasticidade linear $k_{E,\theta} = E_{a,\theta} / E_a$
20	1,00	1,00	1,00
100	1,00	1,00	1,00
200	1,00	0,81	0,90
300	1,00	0,61	0,80
400	1,00	0,42	0,70

500	0,78	0,36	0,60
600	0,47	0,18	0,31
700	0,23	0,07	0,13
800	0,11	0,05	0,09
900	0,06	0,04	0,07
1000	0,04	0,02	0,04
1100	0,02	0,01	0,02
1200	0,00	0,00	0,00

Os fatores $k_{y,\theta}$, $k_{p,\theta}$ e $k_{E,\theta}$ são, respectivamente, denominados fatores de redução da resistência ao escoamento, da tensão limite de proporcionalidade e do módulo de elasticidade linear.

Na Figura 4.18, observa-se, graficamente, as variações dos fatores de redução com a temperatura da Tabela 4..

Figura 4.18 Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço da armadura de concreto armado.

4.11. Propriedades térmicas do concreto a altas temperaturas

Para realizar as análises térmicas, deve-se considerar a variação das propriedades térmicas do concreto em função da temperatura. Nesta tese, essa variação tem como base as diretrizes das normas EN 1992-1-2:2004 e ABNT NBR 15200:2012.

A variação do calor específico do concreto, com conteúdo de umidade 1,5% em peso e em função da temperatura, é dada pelas Equações 4.22. A curva correspondente a essas equações é apresentada na Figura 4.19.

$$\begin{aligned} C_{p,\theta_c} &= 900 & 20\text{ }^{\circ}\text{C} \leq \theta_c \leq 100^{\circ}\text{C} \\ C_{p,\theta_c} &= 1,470 & 100\text{ }^{\circ}\text{C} < \theta_c \leq 115^{\circ}\text{C} \\ C_{p,\theta_c} &= 900 + (\theta_c - 100) & 115\text{ }^{\circ}\text{C} < \theta_c \leq 200^{\circ}\text{C} \\ C_{p,\theta_c} &= 1.000 + \frac{(\theta_c - 200)}{2} & 200\text{ }^{\circ}\text{C} < \theta_c \leq 400^{\circ}\text{C} \\ C_{p,\theta_c} &= 1.100 & 400\text{ }^{\circ}\text{C} \leq \theta_c \leq 1.200^{\circ}\text{C} \end{aligned} \quad 4.22$$

Figura 4.19 Calor específico do concreto

A variação da massa específica do concreto em função do tempo é mostrada na Tabela 4.4, e a curva correspondente, apresentada na Figura 4.20.

Figura 4.20 Massa específica do concreto

Tabela 4.4 Variação da massa específica do concreto em função da temperatura

θ (°C)	ρ (kg/m³)
20	2400.00
115	2400.00
120	2397.18
150	2380.24
200	2352.00
250	2334.00
300	2316.00
350	2298.00

400	2280.00
450	2269.50
500	2259.00
550	2248.50
600	2238.00
650	2227.50
700	2217.00
750	2206.50
800	2196.00
850	2185.50
900	2175.00
950	2164.50
1000	2154.00
1050	2143.50
1100	2133.00
1150	2122.50
1200	2112.00

A variação da capacitância do concreto está na Equação 4.23, e sua curva, apresentada na Figura 4.21.

$$C'_{p,\theta c} = C_{p,\theta c} \cdot \rho \quad 4.23$$

Figura 4.21 Capacitância do concreto

A condutividade térmica do concreto deve variar entre dois limites, estabelecidos pelas equações 4.24. Para o concreto utilizado nesta tese, foi adotado o valor médio entre o limite superior e o inferior. As curvas correspondentes estão na Figura 4.22.

$$\lambda_{c,\theta_{inf}} = 1,36 - 0,136 \frac{\theta}{100} + 0,0057 \left(\frac{\theta}{100} \right)^2$$

$$\lambda_{c,\theta_{sup}} = 2 - 0,2451 \frac{\theta}{100} + 0,0107 \left(\frac{\theta}{100} \right)^2 \quad 4.24$$

Figura 4.22 Condutividade térmica do concreto

4.12. Propriedades térmicas do aço a altas temperaturas

Para realizar as análises térmicas, quando levado em conta o aço, deve-se considerar a variação das suas propriedades térmicas em função da temperatura. De acordo com as diretrizes das normas EN 1992-1-2:2004 e ABNT NBR 15200:2012, essa variação encontra-se nas figuras e formulação a seguir. A variação do calor específico do aço, em função da temperatura, é dada pelas Equações 4.25. A curva correspondente a essas equações é apresentada na Figura 4.23.

$$\begin{aligned} C_a &= 425 + 0,773\theta_a - 1,69 \cdot 10^{-3}\theta_a^2 \\ &\quad + 2,22 \cdot 10^{-6}\theta_a^3 \qquad 20^\circ\text{C} \leq \theta_a < 600^\circ\text{C} \\ C_a &= 666 + \frac{13002}{738 - \theta_a} \qquad 600^\circ\text{C} \leq \theta_a < 735^\circ\text{C} \\ C_a &= 545 + \frac{17820}{\theta_a - 731} \qquad 735^\circ\text{C} \leq \theta_a < 900^\circ\text{C} \\ C_a &= 650 \qquad 900^\circ\text{C} \leq \theta_a \leq 1200^\circ\text{C} \end{aligned} \quad 4.25$$

Figura 4.23 Calor específico do aço

A variação da capacitância do aço é dada pela Equação 4.26:

$$C'_a = C_a \cdot \rho \quad 4.26$$

Admitindo-se que $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, a curva da capacitância é a apresentada na Figura 4.24:

Figura 4.24 Capacitância do aço

A variação da condutividade térmica do aço em função da temperatura é dada pelas equações 4.27 e as curvas correspondentes são apresentadas na Figura 4.25.

$$\begin{aligned} \lambda_a &= 54 - 3,33 \cdot 10^{-2} \theta_a & 20 \text{ }^\circ\text{C} < \theta_a < 800^\circ\text{C} \\ \lambda_a &= 27,3 & 800 \text{ }^\circ\text{C} \leq \theta_c \leq 1200^\circ\text{C} \end{aligned} \quad 4.27$$

Figura 4.25 Condutividade térmica do aço

5. PILARES CURTOS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

5.1. Introdução aos pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio

Neste capítulo, será feito um estudo detalhado do comportamento dos pilares curtos de concreto armado a altas temperaturas. Não serão considerados os efeitos da não linearidade geométrica, uma vez que são pouco esbeltos. Porém, as variações dos campos de tensões e deformações na seção transversal serão detalhadas, empregando-se modelos matemáticos atuais. Não foram encontrados trabalhos similares nem na literatura brasileira, nem na internacional. Pode-se considerar, portanto, este um estudo inédito sobre o assunto.

Embora, de maneira geral, a não linearidade geométrica em pilares de concreto armado seja um aspecto significativo para a análise, não a usar não diminuirá a importância deste capítulo, pois o objetivo, aqui, é ajudar no entendimento do que acontece na seção transversal dos pilares, do ponto de vista das suas tensões, deformações e restrições. Acredita-se que isso ajudará, mais adiante, na compreensão do comportamento dos pilares esbeltos, dos efeitos das restrições às deformações térmicas e da interação com o restante da estrutura.

Serão empregados, neste ponto, todos os modelos matemáticos para o comportamento térmico e mecânico dos pilares apresentados anteriormente. E, como já indicado, com materiais em temperatura ambiente (convencionalmente adotada como 20°C), também serão adotadas as diretrizes da Norma Brasileira

ABNT/NBR 6118:2014 e da Norma Europeia EN 1992-1-1:2004. No caso de materiais em situação de incêndio, serão empregadas as diretrizes da Norma Brasileira ABNT NBR 15200:2012 e da Norma Europeia EN 1992-1-2:2004.

Todas as análises mecânicas deste capítulo foram realizadas em código de autoria própria, desenvolvido no programa MATLAB e apresentado em Suaznabar e Silva (2014a, 2014b, 2015a, 2015b, 2017a, 2017b, 2017c, 2018) e Suaznabar et al (2014). Se necessário, é possível consultar os procedimentos do código no Apêndice A. As análises térmicas, que não são parte dos objetivos desta tese, foram realizadas utilizando os programas DIANA e ATERM, esse último, específico para análises térmicas e desenvolvido pelo pesquisador Dr. Igor Pierin.

5.2. Análise da seção transversal para flexão composta oblíqua

A flexão composta oblíqua dos pilares de concreto armado em temperatura ambiente é um assunto estudado há décadas tanto com modelos numéricos quanto experimentais, como em Rodriguez e Aristizabal (1999), Meseguer et al (2008), França (1984 e 1991) etc. Determinar a segurança desses elementos estruturais é uma tarefa muito difícil, ainda mais contando com métodos analíticos exatos. Na maioria das vezes, é necessário simplificar as formulações que envolvem o seu comportamento mecânico. A interação $N_d - M_{xd} - M_{yd}$ tem uma variabilidade alta e que depende, dentre outros fatores, das leis constitutivas do concreto e da armadura (ambas não lineares), da forma da seção transversal do pilar (dimensões e posições das armaduras) e do critério de ruptura escolhido (estado-limite último). Para facilitar, materiais como ábacos e métodos simplificados estão disponíveis em Meseguer et al (2008), Fusco (1981) e na EN 1992-1-1:2004 para seções

transversais e materiais comuns, entre outros. Por isso, o autor desta tese criou um código computacional desenvolvido em MATLAB que, por meio de métodos numéricos, calcula de maneira relativamente precisa esforços, deformações lineares específicas, diagramas $M_d - 1/r$, diagramas de interação $N_d - M_d$, e superfícies envoltórias ou de interação $N_d - M_{xd} - M_{yd}$ para qualquer seção transversal e material. Todos esses cálculos podem ser feitos tendo em vista a não linearidade dos materiais, a resistência à tração, a fissuração e a fluência do concreto.

Nos estudos de pilares de concreto armado em temperatura ambiente, há diversos programas e métodos avançados tanto para flexocompressão reta (CARPINTERI et al, 2011), quanto para flexão composta oblíqua (CHARALAMPAKIS e KOUMOUSIS, 2008). Já a flexão composta oblíqua de pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio é um tema de pesquisa recente no cenário internacional. É necessário, nesse caso, considerar-se as não linearidades, os diagramas tensão-deformação variando em função da temperatura do material (dados disponíveis nas normas ABNT NBR 15200:2012 e EN 1992-1-2:2004), a fissuração, o efeito Rusch etc. (SILVA, 2012). Existem modelos avançados que estudam os pilares na flexocompressão reta (KLEIN et al, 2011) e, também, programas de computador bastante modernos para esse tipo de estudo, como DIANA, ABAQUS e ANSYS, além do SAFIR, mais específico. Porém, além de seu alto custo, tais mecanismos não permitem ver com precisão o código que usam para os cálculos que realizam. Finalmente, na ausência de possibilidades mais avançadas, é prática comum o uso de métodos simplificados (SILVA, 2008; COSTA et al, 2003), incapazes de compreender profundamente o comportamento desse tipo de pilar. Isso incentivou a criação do código desenvolvido em MATLAB, que realiza

essas análises de maneira mais eficiente, que será apresentado posteriormente na tese.

Para a investigação da seção transversal dos pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio, foram levadas em conta as hipóteses a seguir:

- a) Na seção transversal, são apenas consideradas as tensões normais, sendo desconsideradas as tensões tangenciais e as deformações decorrentes delas;
- b) A seção permanece plana após a soma das deformações térmicas e mecânicas, segundo a Figura 5.3;
- c) Existe aderência entre as armaduras e o concreto adjacente a elas;
- d) Não é considerado qualquer efeito de não linearidade geométrica relacionada à esbelteza do pilar. A análise será feita unicamente na seção transversal;
- e) A temperatura da armadura é tida como constante em toda a seção de cada barra.

De acordo com as hipóteses anteriores, admite-se que a seção transversal da Figura 5.1 está em equilíbrio, se for satisfeito o sistema de Equações 5.1.

Figura 5.1 Seção transversal de pilar de concreto armado.

Observa-se que a origem do sistema de referência é o centro geométrico da seção transversal.

$$S = \iint \sigma(\varepsilon_\sigma) z dx dy \quad 5.1$$

No sistema de Equações 5.1, têm-se:

$$S = \begin{bmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{bmatrix} \quad 5.2$$

$$Z = \begin{bmatrix} 1 \\ y \\ x \end{bmatrix} \quad 5.3$$

De maneira mais explícita, o sistema de equações 5.1 é equivalente ao sistema de equações 5.4.

$$\begin{aligned} N &= \iint \sigma(\varepsilon_\sigma) dx dy \\ M_x &= \iint \sigma(\varepsilon_\sigma) y dx dy \\ M_y &= \iint \sigma(\varepsilon_\sigma) x dx dy \end{aligned} \quad 5.4$$

No sistema de Equações 5.4, a parcela da esquerda representa as solicitações em situação de incêndio, e a da direita, as tensões e forças resistentes (Figura 5.2).

Figura 5.2 Equilíbrio na seção transversal para flexão composta reta, em temperatura ambiente.

A função $\sigma(\epsilon_\sigma)$ apresenta duas grandes dificuldades: por um lado, não é linear para concretos e aços em situação de incêndio; por outro, nas seções transversais de concreto armado é necessário considerar essa função independentemente para ambos os materiais (concreto e aço).

A Figura 5.2 corresponde a uma seção transversal de concreto armado em temperatura ambiente. Em situação de incêndio, a distribuição das tensões não é tão bem-comportada, já que o diagrama tensão-deformação do concreto e do aço das armaduras é próprio para cada ponto de acordo com a sua temperatura. Além disso, é importante considerar as deformações térmicas e mecânicas, que também são próprias de cada ponto.

Todas as condições indicadas anteriormente são apresentadas, ainda que de forma simplificada, na Figura 5.3. É possível perceber, nela, que as tensões estão relacionadas unicamente às deformações mecânicas, e não às deformações térmicas.

Salienta-se, ainda, que a Figura 5.3 é representativa de uma seção transversal com distribuição constante de temperatura. Acontecer isso de verdade é pouco provável, mas a Figura 5.3 é assim apresentada para melhor entendimento do fenômeno. Mais adiante, o assunto será abordado de maneira mais profunda, levando em conta a distribuição de temperatura na seção transversal.

Figura 5.3 Deformações mecânicas e térmicas na seção transversal.

Tais características tornam praticamente impossível resolver o sistema não linear das equações 5.4 de equilíbrio sem o uso de métodos numéricos adequados. Inclusive, é provável que todo método tenha restrições dependendo da geometria e de $\sigma(\epsilon_\sigma)$. Para resolver o sistema não linear de equações 5.4, recursos que utilizam discretizações são os mais adequados, em virtude de sua versatilidade com a geometria.

As análises mecânicas resolvem as integrais do sistema de equações de equilíbrio utilizando um método de discretização de malha no domínio,

considerando-se de maneira independente a temperatura, a deformação e a tensão para cada elemento da malha.

A partir do sistema de Equações 5.4, torna-se possível definir diversas situações a serem analisadas, como a flexão composta reta, a compressão centrada etc. Algumas dessas situações serão estudadas posteriormente.

5.3. Sobre o código desenvolvido em MATLAB

Calcular as integrais do sistema de Equações 5.1 nas condições mencionadas é muito difícil. Cada ponto da seção transversal tem uma temperatura para cada instante. Além disso, cada temperatura está associada a um diagrama tensão-deformação não linear, que possui um ramo ascendente e outro descendente. Ou seja, duas deformações podem estar associadas ao mesmo valor de tensão de compressão.

Para calcular as integrais do sistema de Equações 5.4, o código desenvolvido permite realizar uma discretização da seção transversal em elementos quadrados ou retangulares. A deformação linear específica do concreto e a tensão são consideradas constantes em cada elemento e iguais às do respectivo centro geométrico. Para as armaduras, que sempre têm seções circulares e diâmetro pequeno em relação às dimensões da seção transversal de concreto, a deformação linear específica e a tensão são consideradas constantes e iguais às do respectivo centro geométrico de cada barra de armadura. Nas áreas onde há superposição entre as áreas do concreto e as áreas das armaduras, é subtraída a tensão do concreto correspondente àquela área da armadura.

A seguir, será apresentada a formulação de equilíbrio para a seção discretizada, que é análoga à formulação já apresentada. Nessa formulação, o subíndice “e” refere-se a um elemento genérico “e”.

Feita a discretização, um elemento da seção discretizada pode ser considerado em equilíbrio, caso o sistema de Equações 5.5 seja satisfeito.

$$\mathbf{S}_e = \iint \sigma_e(\varepsilon_e) \mathbf{Z}_e dx dy \quad 5.5$$

No sistema de Equações 5.5, têm-se:

$$\mathbf{S}_e = \begin{bmatrix} N_e \\ M_{xe} \\ M_{ye} \end{bmatrix} \quad 5.6$$

$$\mathbf{Z}_e = \begin{bmatrix} 1 \\ y_e \\ x_e \end{bmatrix} \quad 5.7$$

De maneira análoga ao sistema de Equações 5.4, no sistema de Equações 5.5, a parcela da esquerda representa as solicitações relacionadas ao elemento, e a da direita, as tensões e forças resistentes relacionadas ao elemento. Para a seção transversal completa já discretizada, o sistema de Equações 5.4 pode ser expresso segundo o sistema de Equações 5.8.

Figura 5.4 Seção transversal discretizada.

$$\begin{aligned}
 N &= \sum_{i=1}^{nec} \sigma_{ci}(\varepsilon_{ci})A_{ci} + \sum_{i=1}^{nes} \sigma_{si}(\varepsilon_{si})A_{si} \\
 M_x &= \sum_{i=1}^{nec} \sigma_{ci}(\varepsilon_{ci})y_{ci}A_{ci} + \sum_{i=1}^{nes} \sigma_{si}(\varepsilon_{si})y_{si}A_{si} \\
 M_y &= \sum_{i=1}^{nec} \sigma_{ci}(\varepsilon_{ci})x_{ci}A_{ci} + \sum_{i=1}^{nes} \sigma_{si}(\varepsilon_{si})x_{si}A_{si}
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

Basta definir as coordenadas, a deformação específica e a área de cada elemento (áreas essas que não necessariamente devem ter o mesmo valor) para resolver o problema.

Note que a distribuição de tensões é considerada constante na seção transversal de cada elemento. É necessária, portanto, uma discretização adequada, a fim de obter uma boa distribuição de tensões na seção transversal do pilar.

A seguir, está o diagrama de fluxo básico do programa:

**Verificação de uma seção transversal dada
uma solicitação**

De acordo com a hipótese b no item 5.2 (“A seção permanece plana após a soma das deformações térmicas e mecânicas”), procura-se a configuração deformada que corresponde à combinação de esforços objetivos. Por esse princípio, consegue-se, com algumas variações, estudar a compressão centrada, as flexões composta reta, composta oblíqua e simples, gerando, assim, os respectivos diagramas de interação de esforços ou de ruptura, apresentados nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7. Tudo isso pode ser combinado com outros métodos, como o da isoterma de 500 °C.

Posteriormente, serão apresentadas algumas aplicações usando esse código.

Figura 5.5 Exemplo de diagrama de interação de esforços M_{xd} - M_{yd} .

Figura 5.6 Exemplo de diagrama de interação de esforços N_d - M_{xd} .

Figura 5.7 Exemplo de superfície de interação de esforços N_d - M_{xd} - M_{yd} .

5.4. Flexão composta oblíqua de pilares curtos em temperatura ambiente

Com o objetivo de testar e validar o código desenvolvido nesta tese, foram realizadas algumas modelagens de pilares curtos de concreto armado em temperatura ambiente. Os resultados estão em Suaznabar e Silva (2014b). Além disso, estabeleceu-se modelagens e diagramas de interação de esforços ou diagramas de ruptura para flexão composta oblíqua, flexão composta reta e flexão simples. Também foram gerados diagramas momento-curvatura, e estudaram-se seções quadradas, retangulares, inclusive com furos. Além disso, comparou-se, todas as curvas correspondentes aos diagramas mencionados anteriormente para diversas seções transversais, tanto para valores dimensionais quanto para os adimensionais. Todas as armaduras foram modeladas com aço com $f_{yk} = 500$ MPa.

Como dito anteriormente, para as análises térmicas, utilizou-se os programas DIANA e outro específico para análises térmicas, desenvolvido pelo pesquisador Dr. Igor Pierin.

Foram gerados os diagramas $M_d \times 1/r$ e $\mu_d \times 1/r$ da seção transversal da Figura 5.8.

Figura 5.8 Seção transversal retangular $b=30 \text{ cm}$ com 10 barras longitudinais.

Foi empregado concreto com $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e armadura $10 \varnothing 12,5 \text{ mm}$. Com base nessa seção, mantiveram-se constantes todos os parâmetros, excetuando-se a altura h , que varia de 30 a 60 cm.

Figura 5.9 Diagrama $M_d \times 1/r$ das seções retangulares.

Figura 5.10 Diagrama $\mu_d \times 1/r$ das seções retangulares.

Observa-se nas figuras 5.9 e 5.10 que, mantendo-se constante a armadura e a resistência característica, quando a altura da seção transversal diminui, aumenta-se a taxa mecânica de armadura ω . Ou seja, quanto maior a altura da seção transversal, maior o momento de plastificação, mesmo quando a taxa de armadura diminui.

Para essas mesmas seções transversais, obtiveram-se as curvas de interação $N_d \times M_d$ das figuras 5.11 e 5.12.

Figura 5.11 Diagrama de interação $N_d \times M_d$ das seções retangulares.

Figura 5.12 Diagrama de interação $\nu_d \times \mu_d$ das seções retangulares.

É possível perceber que, quanto maior a altura da seção transversal, maior a capacidade resistente, com exceção da força normal máxima de tração. Nessa situação, todo o concreto está completamente fissurado e a capacidade resistente depende unicamente da armadura tracionada. Isso não está visível na curva $\nu_d \times \mu_d$, já que esses valores adimensionais são uma relação ou proporção que se mantém constante quando varia a altura (ao diminuir h , diminui-se também, juntamente com a força normal, a força normal resistente de plastificação, e vice-versa).

Para o estudo da flexão composta oblíqua, desenvolveu-se a curva de interação $M_{xd} \times M_{yd}$ e analisou-se as seções transversais da Figura 5.13 com 8 barras longitudinais. Com as seções transversais da Figura 5.14, testou-se 16 barras longitudinais, conservando, dessa vez, todos os parâmetros constantes, com exceção do diâmetro da armadura, que varia entre 12,5 mm, 16 mm, 20 mm e 25 mm. Foi utilizado concreto com $f_{ck} = 35$ MPa e o aço das armaduras com $f_{yk} = 500$ MPa.

Figura 5.13 Seção transversal quadrada com 8 barras longitudinais.

Figura 5.14 Seção transversal quadrada com 16 barras longitudinais.

Foram geradas as curvas de interação $M_{xd} \times M_{yd}$ (dimensionais) e $\mu_{xd} \times \mu_{yd}$ (adimensionais), variando as armaduras de ambas as seções transversais (figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18). Com as mesmas dimensões do concreto e quantidade de barras, estabeleceu-se a variação do diâmetro da armadura de 12,5 mm, 16 mm, 20 mm e 25 mm. Com essas condições, pode-se perceber que quanto maior a taxa mecânica de armadura, maior a capacidade resistente da seção transversal, o que era esperado.

Figura 5.15 Diagrama $M_{xd} \times M_{yd}$ das seções com 8 barras.

Figura 5.16 Diagrama $\mu_{xd} \times \mu_{yd}$ das seções com 8 barras.

Figura 5.17 Diagrama $M_{xd} \times M_{yd}$ das seções com 16 barras.

Figura 5.18 Diagrama $\mu_{xd} \times \mu_{yd}$ das seções com 16 barras.

Note que as seções transversais com dezesseis barras (figuras 5.17 e 5.18) tem o diagrama mais “arredondado” se comparadas às seções com oito barras (figuras 5.15 e 5.16).

Finalmente, foram estudadas seções transversais vazadas, conforme mostra a Figura 5.19, variando a espessura da parede.

Figura 5.19 Seção transversal retangular vazada.

Gerou-se, então, o diagrama de interação de esforços $N_d \times M_d$ para essas seções transversais. Os resultados são apresentados na Figura 5.20.

Figura 5.20 Diagrama $N_d \times M_d$ das seções retangulares vazadas.

Na Figura 5.20, observa-se que quanto menor a espessura da parede, menor é a força normal máxima de compressão (devido a menor quantidade de concreto). Porém, para níveis médios de força normal, todas possuem aproximadamente o mesmo valor de momento resistente, isso porque a região central tem valores baixos de deformações e tensões. Essa é justamente a vantagem das seções vazadas em relação às outras: ter aproximadamente o mesmo valor de momento resistente com menor quantidade de concreto.

5.5. Compressão centrada em pilares curtos de concreto armado em incêndio

Os estudos e seus respectivos resultados, expostos a seguir, foram apresentados em Suaznabar e Silva (2015). Algumas modelagens no código desenvolvido em Matlab foram construídas para análises mecânicas de estruturas

de concreto armado em situação de incêndio, considerando-se a compressão centrada e importando os resultados de análises térmicas com o programa DIANA.

Para essas modelagens, o concreto usado era $f_{ck} = 25$ Mpa, composto por agregado silicoso, aço com $f_{yk} = 500$ Mpa e $E = 210$ GPa. Analisou-se uma seção transversal de 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm (Figura 5.21) com discretização em elementos quadrados de 1 cm x 1 cm.

Figura 5.21 Seção transversal para estudo da compressão centrada.

A modelagem do ensaio consiste em submeter o pilar ou corpo de prova ao fogo padrão. Deixa-se, por isso, livre a dilatação térmica, como se apresenta no estágio 2 da Figura 5.19. Logo em seguida, inicia-se a compressão do pilar, estágios 4, 5 e 6 da Figura 5.22.

No estágio 4 da Figura 5.22, observa-se que as deformações são de alongamento se comparadas com a configuração inicial do estágio 1. Existe, no entanto, um esforço de compressão. Já no estágio 5, as deformações são iguais às da configuração inicial do estágio 1, apesar de existir um esforço de compressão até

maior que o do estágio 4. No estágio 6 da Figura 5.22, as deformações de encurtamento, se comparadas à configuração inicial do estágio 1, ficam evidentes. Obviamente, existe esforço de compressão. O que não é obvio é que esse esforço nem sempre aumenta com o aumento do encurtamento, o que pode ser constatado na Figura 5.25 com os resultados.

Figura 5.22 Ensaio de um pilar curto a altas temperaturas submetido à compressão centrada.

Foram realizadas as modelagens de um ensaio da seção transversal estudada submetida à compressão simples para os tempos de 30, 60, 90 e 120 minutos na curva ISO 834. Os resultados são apresentados a seguir.

Figura 5.23 Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 30 min.

Figura 5.24 Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 60 min.

Figura 5.25 Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 90 min.

Figura 5.26 Campo de temperaturas da seção 30 cm x 30 cm para 120 min.

Como exemplo, na Figura 5.27 são apresentadas as deformações térmicas da seção transversal, correspondentes a um campo de temperaturas após 90 minutos,

na curva temperatura-tempo ISO 834. Embora seja possível observá-las em 2D, a versão em 3D facilita o entendimento.

Figura 5.27 Deformações Lineares Específicas Térmicas em função da temperatura.

A Figura 5.28 ilustra a distribuição de tensões na seção transversal estudada, submetida a 90 minutos na curva ISO 834 e correspondente à deformação $\varepsilon_{tot} = 0$. Em outras palavras, corresponde ao estágio 5 da Figura 5.22. Da mesma maneira que na Figura 5.27, as tensões da Figura 5.28 foram apresentadas em 3D com o intuito de ajudar no entendimento.

Nota-se na Figura 5.28 que a distribuição das tensões não é uniforme, mesmo que a deformação total de cada ponto seja nula. Pontos na borda ou no contorno tem tensões baixas, já pontos em torno do centro geométrico da seção possuem tensões intermédias (não as maiores). Os maiores valores de tensão correspondem a pontos intermédios entre o centro geométrico e o contorno.

Figura 5.28 Tensões na seção transversal para deformação total nula após 90 min de exposição à curva ISO 834.

A seguir, na Figura 5.29, são apresentadas as curvas Força Normal - ϵ_{tot} para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva ISO 834.

Figura 5.29 Curvas Força Normal - ϵ_{tot} para 30, 60, 90 e 120 min de exposição à curva ISO 834.

Nas curvas da Figura 5.29, as deformações e forças normais positivas correspondem à compressão. De acordo com a segunda hipótese de estudo indicada em 5.2, todos os pontos da seção transversal têm o mesmo valor de deformação linear específica total, ou seja, as deformações ϵ_{tot} da Figura 5.29 pertencem a qualquer ponto da seção transversal. A força normal N , entretanto, corresponde à seção transversal toda.

No início da curva, a deformação total é apenas a deformação térmica, não existindo força normal de compressão na seção transversal. Posteriormente, aplicam-se gradualmente deformações de compressão, o que está relacionado a um aumento da força normal de compressão. Os pontos das curvas com ϵ_{tot} nula correspondem ou são equivalentes a ter a seção transversal com restrição às deformações térmicas, ou seja, $\epsilon_{\sigma} = -\epsilon_{term}$. Isso equivale ao estágio 5 da Figura 5.22.

Observa-se que as seções com maior tempo de exposição ao fogo têm a tendência a serem mais dúcteis, admitindo maiores deformações sem, para isso, aumentar as tensões. Por outro lado, a primeira impressão ao observar as quatro

curvas é que não há um comportamento constante, uma vez que apresentam ramos ascendentes e descendentes e curvaturas com concavidades que mudam muito.

O estudo da compressão centrada é idealizado e difícil de acontecer, porém possível. O mais importante é compreender o comportamento das tensões e deformações na seção transversal para, então, seguir com fenômenos mais complexos.

5.6. Flexão composta oblíqua de pilares curtos de concreto armado em incêndio

Os estudos e os seus respectivos resultados exibidos a seguir foram apresentados em Suaznabar e Silva (2014a), Suaznabar e Silva (2016) e Suaznabar et al (2014).

Na análise de pilares curtos de concreto armado (sem considerar a não linearidade geométrica relacionada à esbelteza) é usual definir de maneira convencional as deformações lineares específico limite ou domínios de deformação (Figura 5.30), e aplicar tais domínios à geração de curvas (figuras 5.5 e 5.6) e superfícies de ruptura (Figura 5.7) para determinar a segurança desses pilares. Essa interação $N - M_x - M_y$ é função, entre outras, das leis constitutivas do concreto e da armadura, da seção transversal do pilar e do critério de ruptura escolhido (Estado-Limite Último). Como facilitadores, materiais como ábacos e métodos simplificados para seções transversais e materiais comuns, entre outros, estão disponíveis em Meseguer et al (2008) e EN 1992-1-1:2004,.

mais avançadas, que pretendem estudar numericamente o comportamento de pilares de concreto armado em situação de incêndio;

- A segunda estratégia, mais simples, porém muito efetiva, permite gerar, por meio do método da isoterma de 500 °C, todos os diagramas de interação de esforços, levando-se em conta as hipóteses que esse método considera.

Como já mencionado, as análises mecânicas foram feitas através do código de autoria própria desenvolvido em Matlab, e as análises térmicas, utilizando-se os programas DIANA e outro específico para análises térmicas, produzido pelo pesquisador Dr. Igor Pierin.

Para o estudo da primeira estratégia, foram analisadas as seções transversais das figuras 5.31 e 5.32 de 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm e 8 ϕ 16 mm, respectivamente discretizadas em elementos quadrados de 1 cm x 1 cm. Usou-se concreto com $f_{ck} = 30$ Mpa, aço com $f_y = 500$ Mpa e $E = 210$ GPa.

Figura 5.31 Seção transversal 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 12.5 mm para estudo dos domínios de deformação.

Figura 5.32 Seção transversal 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 12.5 mm para estudo dos domínios de deformação.

Na primeira estratégia, é importante considerar que o uso de diagramas tensão-deformação com ramos ascendente e descendente é pouco comum no dimensionamento de estruturas. Para o concreto, as normas geralmente recomendam diagramas parábola-retângulo, onde não há ramo descendente. Eles, porém, são apropriados para carregamentos de longa duração, o que não ocorre em incêndios, onde os carregamentos e seus efeitos são considerados apenas pelo tempo de duração do incêndio. Para essas análises em situação de incêndio, é mais adequado o uso dos diagramas tensão-deformação mostrados no Capítulo 4, que possuem tanto ramos ascendentes quanto descendentes.

Considere a seção de um pilar retangular qualquer, assumindo que o diagrama tensão-deformação é de curta duração e obedece às relações definidas no Capítulo 4. É possível perceber que, das três configurações da Figura 5.33, o ponto A não apresenta nem deformações nem tensões, ao contrário do ponto B.

Na configuração 1, no ponto B, a deformação de encurtamento é menor que a deformação correspondente à tensão máxima, encontrando-se, portando, em regime elástico. As deformações continuam até atingir a configuração 2, com a deformação correspondente à tensão máxima. Em seguida, as deformações podem continuar aumentando até chegar à última admissível, a configuração 3, onde a tensão correspondente é muito baixa.

Figura 5.33 Deformações e tensões de compressão numa seção transversal.

Em situação de incêndio, não se considera o estado-limite de serviço, sendo comum deixar que as estruturas se deformem muito. Portanto, é importante que se preste atenção à configuração 3 da Figura 5.33, que tem valores altos de deformação.

Se, nas seções transversais, cada ponto tem temperatura própria, cada um deles, então, deverá possuir uma relação própria de tensão-deformação em função da temperatura, com suas correspondentes tensões e deformações limite. Pelo conceito apresentado anteriormente, deve-se definir as deformações limite que podem atingir a seção transversal.

Observando a Figura 5.33 e admitindo que maiores deformações nem sempre implicam maiores tensões, não é muito simples afirmar que a integral das tensões da configuração 3 é maior que a integral da configuração 2 ou vice-versa. Serão testados domínios com deformações limite $\varepsilon_{c1,\theta}$ e $\varepsilon_{cu,\theta}$ (Figura 5.34) para comprová-lo.

Figura 5.34 Domínios tentativos com deformações máximas de compressão.

Se o campo de temperaturas fosse uniforme para todos os pontos, o que não acontece em situação de incêndio, seria possível presumir que a seção transversal comprimida com deformação de todos os seus pontos $\varepsilon_{c1,\theta}$ está associada a uma integral ou a uma força normal maior. Em seções transversais em situação de incêndio, entretanto, como o campo de temperatura não é uniforme, tanto as deformações mecânicas quanto as suas tensões também não são. Nas Figuras 5.35 e 5.36, observam-se as tensões do concreto de uma seção transversal 30x30, obtidas com o código desenvolvido para análises mecânicas em Matlab.

Figura 5.35 Tensões na seção 30 cm x 30 cm submetida à compressão centrada após 120 min de exposição à curva ISO834.

Figura 5.36 Tensões na seção 30 cm x 30 cm submetida à flexo-compressão após 120 min de exposição à curva ISO834.

Fica evidente que, embora as deformações totais apresentem relação linear ao longo do eixo y e permaneçam constantes no eixo x , as tensões distribuem-se de forma não uniforme ao longo de ambos os eixos.

Fundamentando-se em todos os aspectos explicados até aqui, a tática a seguir consiste em escolher, dentre todos os eixos ortogonais ao eixo neutro (eixos verticais), o mais frio, ou seja, o menos dúctil. Logo, o ponto mais dúctil daquele eixo e nele limitar as deformações no valor $\varepsilon_{cu,\theta}$. Assim, quando a deformação da seção transversal avançar para a região B da Figura 5.34, gradualmente surgirão pontos intermédios. A deformação, nesses pontos, irá ultrapassar o valor $\varepsilon_{cu,\theta}$, ou, em outras palavras, haverá a ruptura por esmagamento do concreto. Conforme os lineamentos em FIB (2008), isso pode ser resolvido com um pivô móvel para o domínio da compressão (Figura 5.37).

Figura 5.37 Domínios de deformação com pivô móvel.

Na Figura 5.37, $\varepsilon_{tot,i}$ é a deformação total do ponto i.

Logo:

$$\varepsilon_{tot,i} = \varepsilon_{term,i} + \varepsilon_{\sigma,i} \quad 5.9$$

Na equação 5.9:

$$\varepsilon_{\sigma,i} = \varepsilon_{cu,\theta,i} \quad 5.10$$

O plano das deformações totais da seção transversal deve ser tangente à deformação total de cada ponto i ao longo da altura do eixo, que, por sua vez, deve ser igual à deformação última da temperatura θ de cada ponto i .

Com base nesses dados, foram realizadas as análises, cujos resultados são apresentados a seguir nas figuras 5.38 e 5.39.

Figura 5.38 Curvas de interação $N \times M_x$ da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 12.5 mm usando o pivô móvel.

Figura 5.39 Curvas de interação $N \times M_x$ da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 12.5 mm usando o pivô móvel.

Para seguir a estratégia dos domínios de deformação, é preciso que se tome cuidado no estabelecimento das deformações limite, pois os critérios, nesse caso, são diferentes dos usados quando a temperatura é ambiente.

A intuição herdada do estudo de concreto em temperatura ambiente indica que maiores deformações correspondem a maiores tensões (no regime elástico), ou quando mais iguais (no regime plástico). Já em situação de incêndio, o diagrama tensão-deformação do concreto apresenta um ramo ascendente e outro descendente, contrariando a intuição herdada dos estudos à temperatura. É importante que se leve em conta esse aspecto.

Embora seja adotada a hipótese de que a seção transversal se mantém plana após as deformações, isso é válido para as deformações totais, que são a soma das deformações mecânicas com as deformações térmicas.

Tanto o concreto quanto o aço, em situação de incêndio, têm a tendência a se tornarem mais dúcteis com o aumento da temperatura. Como as suas deformações

últimas são muito altas, muito maiores do que em temperatura ambiente, são essas as deformações que devem ser consideradas nos domínios para o incêndio.

Para evitar que alguns pontos no domínio da seção ultrapassem as deformações limite, embora a deformação das fibras extremas (superior ou inferior) seja menor que a deformação limite, deve-se utilizar o pivô móvel no domínio de compressão. É preciso que se tome muito cuidado no cálculo do pivô móvel, pois, com a utilização de um método aproximado por discretização, o pivô será sensível à precisão da discretização. Isso pode gerar erros que causarão deformações maiores aos limites.

O uso dessa estratégia é limitado ao fenômeno da flexão composta reta para campos de temperatura com simetria em torno do eixo vertical. Tentou-se fazer análises com o fenômeno da flexão composta oblíqua, mas não foi possível devido à dificuldade de calcular o eixo menos dúctil na seção transversal após suas rotações.

Finalmente, ao serem considerados todos os aspectos mencionados, chegou-se a um problema com os sistemas de equações não lineares, ~~em~~ que mostraram um grau de dificuldade muito alto. Percebeu-se, então, que o uso de um método de resolução com discretização fornece bons resultados para esses cálculos. Os resultados obtidos foram comparados a resultados de outros ensaios numéricos, comprovando a validade do método usado neste texto. Tais resultados não serão apresentados aqui, mas encontram-se em FIB (2008) e Taerwe (2007).

Para os estudos da segunda estratégia, foi usado o método da isoterma de 500 °C. Trata-se de um procedimento simples, criado pelo pesquisador sueco Dr. Yngve Anderberg. Em 1978, Anderberg propôs o método da seção reduzida (PURKISS, 2007), em que, no início, entendeu-se como limite a isoterma de 550 °C. Mais tarde, o método foi modificado e o limite passou a ser a isoterma de 500 °C.

Em uma seção transversal em situação de incêndio com o campo de temperaturas conhecido, o uso do método da isoterma de 500 °C consiste em assumir que o concreto com temperaturas maiores que 500 °C é desconsiderado. Dessa maneira, considera-se unicamente o concreto com temperaturas menores que 500 °C, ou seja, a região da seção transversal interior à isoterma de 500 °C. Simplificando, o concreto dessa região interior é pensado com as propriedades originais da temperatura ambiente, inclusive os limites de deformação específica. Os coeficientes de ponderação, no entanto, serão de ação excepcional. As armaduras são consideradas com as propriedades do aço à temperatura atual (em situação de incêndio).

Na Figura 5.40, é apresentado um exemplo de seção transversal com a isoterma de 500 °C, marcada no campo de temperaturas e desconsiderando o concreto com temperatura maior que 500 °C.

Figura 5.40 Seção transversal discretizada com o campo de temperaturas mostrando a isoterma de 500 °C.

Para concretos de alta resistência, o valor da isoterma deve ser modificado de acordo com as recomendações da norma EN 1992-1-2:2004. No caso dos concretos de resistência característica de 55 MPa a 60 MPa, modifica-se por 460 °C; já para os

de 70 MPa a 80 MPa, a mudança é por 400 °C. Nessa situação, o método será denominado método da isoterma de 500 °C modificado para concreto de alta resistência.

Apesar de ser considerado um método simplificado, para aplicá-lo é necessário o uso de um programa de análise térmica, que calcula o campo de temperaturas na seção transversal. Esse programa, porém, não é comum na engenharia civil. Em seguida, deve-se usar um programa ou método que permita a realização da análise mecânica de uma seção transversal de concreto armado com geometria qualquer. Levando-se em conta, aqui, que essa seção, após a retirada do concreto com temperatura superior a 500 °C, não tem forma bem definida e nem sempre apresenta a mesma forma.

Foram estudadas duas seções transversais de 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm (Figura 5.41) e 8 ϕ 16 mm (Figura 5.42), com discretização em elementos quadrados de 1 cm x 1 cm. Foi usado concreto com $f_{ck} = 30$ MPa e armaduras com aço $f_{yk} = 500$ MPa

Figura 5.41 Seção transversal 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C.

Figura 5.42 Seção transversal com 8 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C.

Posteriormente, realizaram-se as análises térmicas apresentadas nas figuras de 5.23 a 5.26.

Conhecidos os campos de temperatura, o código descarta o concreto com temperaturas maiores que 500 °C, tendo em vista apenas o concreto interior à isoterma de 500 °C com as propriedades da temperatura ambiente. Já as armaduras, independentemente da posição, foram consideradas na sua temperatura atual (em situação de incêndio).

Finalmente, utilizou-se o código para a realização da análise mecânica, verificando o equilíbrio. Os resultados obtidos foram as curvas de interação de esforços para Flexão Composta Reta ($N - M_x$) e Flexão Composta Oblíqua ($N - M_x - M_y$). Observa-se que N , M_x e M_y não são os esforços de cálculo, uma vez que todos os coeficientes de segurança, para esta pesquisa, têm valor 1.

A seguir, são apresentadas, nas figuras 5.43 e 5.44, as curvas de interação $N - M_x$ das duas seções transversais em estudo (figuras 5.41 e 5.42) para os campos de temperatura mencionados (figuras 5.23 a 5.26), considerando o método da isoterma de 500 °C.

Figura 5.43 Curvas de interação $N \times M_x$ da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm.

Figura 5.44 Curvas de interação $N \times M_x$ da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 16 mm.

Observa-se que, quanto maior o tempo de exposição ao fogo, menor é a capacidade resistente do pilar, havendo a diminuição de mais de 50% da capacidade resistente à compressão centrada (em relação à sua capacidade em temperatura ambiente) quando o pilar é exposto durante 120 minutos.

Os resultados foram comparados a resultados de outros ensaios numéricos, o que confirma a validade do método usado aqui. Tais resultados não foram apresentados neste texto, mas encontram-se em FIB (2008) e Taerwe (2007).

A seguir, nas figuras 5.45, 5.46, 5.47 e 5.48, são apresentadas as curvas de interação de momentos $M_x - M_y$ das duas seções transversais em estudo para os campos de temperatura de 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição ao fogo ISO 834 (1999), ainda com o método da isoterma de 500 °C. Essas combinações de esforços são próprias da flexão composta oblíqua.

Figura 5.45 Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,20$.

Figura 5.46 Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,40$.

Figura 5.47 Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,20$.

Figura 5.48 Curvas de interação de momentos da seção 30 cm x 30 cm com 8 ϕ 16 mm para $N_s/N_{cmax20} = 0,40$.

Nas figuras de 5.45 a 5.48, denominou-se N_{cmax20} como a força normal resistente máxima de compressão em temperatura ambiente, que é a força normal resistente correspondente à compressão centrada em temperatura ambiente. N_s é a força normal de solicitação correspondente às curvas de cada figura. Ou seja, nas figuras 5.45 e 5.47, a força normal de solicitação das curvas é equivalente a 20% da força normal resistente à compressão centrada em temperatura ambiente. E nas figuras 5.46 e 5.48, a força normal de solicitação correspondente às curvas é equivalente a 40% da força normal resistente à compressão centrada em temperatura ambiente. Observa-se também a diminuição da capacidade resistente do pilar com o aumento da temperatura e com o carregamento axial.

É importante salientar que cada ponto marcado nas curvas de interação corresponde a uma solução calculada no sistema de equações do equilíbrio, e que não se levou em conta as restrições às deformações térmicas. Além disso, a

variação do diagrama tensão-deformação do concreto em função da temperatura não foi considerada por se tratar do emprego do método da isoterma de 500 °C.

A seguir, a Tabela 5.1 relaciona a diminuição da força normal resistente de compressão centrada em temperatura θ ($N_{máx\theta}$) com a força normal resistente de compressão centrada em temperatura ambiente ($N_{máx20}$), de acordo com as seções apresentadas nas figuras 5.41 e 5.42 para os tempos de exposição ao incêndio-padrão mostrados nas figuras de 5.23 a 5.26.

Tabela 5.1 Diminuição da força normal resistente em função do tempo de exposição ao fogo.

30 cm x 30 cm	$N_{máx20}$	$N_{máx\theta}/N_{máx20}$				
		0 min	30 min	60 min	90 min	120 min
4 ϕ 16 mm	3.102,12 kN	1	0,84	0,68	0,55	0,45
8 ϕ 16 mm	3.504,25 kN	1	0,80	0,65	0,53	0,43

Salienta-se que foram considerados todos os coeficientes unitários de ponderação das resistências e descartados os efeitos da diminuição da resistência do concreto com o tempo (efeito de Rüsç etc.). Isso porque se trata, do ponto de vista da segurança, de problemas associados a situações excepcionais e de curta duração.

5.7. Incêndio não simétrico em pilares curtos de concreto armado

É comum a situação de pilares de concreto armado em incêndio não simétrico. Não existem muitos métodos para estudar esse tipo de problema, já que a resolução matemática é bastante difícil. Os cálculos das análises térmicas foram

realizados com os programas DIANA e STC, já para as análises mecânicas o código utilizado foi o desenvolvido em MATLAB. Os campos de temperatura não simétricos estão relacionados a momentos gerados pelas dilatações térmicas e pelas variações no diagrama tensão-deformação em função das temperaturas. Essas assimetrias estão relacionadas às assimetrias das curvas envoltórias de ruptura ou das curvas de interação de esforços. Analisou-se duas situações de incêndio não simétrico na seção transversal. Os resultados apresentados a seguir foram publicados em Suaznabar e Silva (2015).

Foram realizadas as análises mecânicas no código desenvolvido em Matlab, para isso, importaram-se os resultados de análises térmicas realizadas nos programas DIANA e STC. Foi usado concreto com $f_{ck} = 25$ Mpa, aço com $f_y = 500$ Mpa e $E = 210$ GPa. Estudou-se uma seção transversal de 20 cm x 30 cm com 8 ϕ 12.5 mm, que foi discretizada em elementos quadrados de 1 cm x 1 cm, conforme ilustra a Figura 5.49. Considerou-se duas condições de contorno dessa seção transversal: a condição 1, com fogo no lado externo, e a condição 2, com fogo no lado interno, como mostram as figuras 5.50 e 5.51.

Figura 5.49 Seção discretizada para incêndio não simétrico.

Figura 5.50 Incêndio não simétrico – Condição 1.

Figura 5.51 Incêndio não simétrico – Condição 2.

Nessas condições de contorno, produziram-se as curvas de interação para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva padrão ISO 834. As figuras 5.52 e 5.53 apresentam os campos de temperatura para ambas as condições após 60 minutos de exposição à curva padrão ISO 834.

Figura 5.52 Campo de temperaturas da condição 1 após 60 min de exposição à curva ISO 834.

Figura 5.53 Campo de temperaturas da condição 2 após 60 min de exposição à curva ISO 834.

A seguir, são apresentadas as curvas de interação da seção segundo a condição 1 da Figura 5.54 e a condição 2 da Figura 5.55, para os campos de temperatura relacionados a tempos de 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva padrão ISO 834 e considerando os domínios com o pivô móvel.

Figura 5.54 Curvas envoltórias de ruptura do pilar sob incêndio não simétrico segundo a condição 1.

Figura 5.55 Curvas envoltórias de ruptura do pilar sob incêndio não simétrico segundo a condição 2.

É possível observar que quanto maior o tempo de exposição ao fogo, menor é a capacidade resistente da seção transversal.

Ambas as curvas apresentam assimetria entre os valores de momento relacionados à compressão “superior” e tração “inferior” e os relacionados à tração “superior” e compressão “inferior”. Em ambas as condições, igualmente, nota-se que a força normal máxima de compressão está relacionada a um valor de momento não nulo, ou seja, quanto maior o tempo de exposição ao fogo, maior é o momento adicional relacionado a essa força normal.

Na condição 1, a seção transversal é pouco afetada pelo fogo, existindo poucos pontos da seção com consideráveis dilatações térmicas e diminuições das suas propriedades, suficientes, porém, para gerar pequenos momentos adicionais na seção transversal. A capacidade resistente da seção transversal diminui pouco com o tempo de exposição ao fogo, já que só um dos lados dela é afetado pelo incêndio.

O momento relacionado à força normal máxima de compressão é menor que 20% do momento máximo.

Na condição 2, a seção transversal é muito afetada pelo fogo: a maioria dos pontos da seção tem consideráveis dilatações térmicas e diminuições das suas propriedades, gerando momentos adicionais muito altos na seção transversal. A capacidade resistente da seção transversal diminui muito com o tempo de exposição ao fogo, uma vez que a maioria dela é afetada pelo incêndio. O momento relacionado à força normal máxima de compressão pode ser de até 75% do momento máximo.

5.8. Flexão composta oblíqua de pilares curtos de concreto de alta resistência em incêndio

As normas brasileiras ABNT NBR 6118:2014, ABNT NBR 15200:2012 e ABNT NBR 8953:2015 não são explícitas quanto à denominação do concreto de alta resistência, porém recomendam tratamento diferenciado nas propriedades dos concretos do grupo II de resistência característica maior que 50 MPa e menor ou igual a 90 MPa, que, neste artigo, serão chamados de concretos de alta resistência. Os concretos de menor resistência serão denominados concretos de resistência normal.

Para os concretos de alta resistência, a norma brasileira ABNT NBR 15200:2012 indica que devem ser seguidas as recomendações da norma europeia EN 1992-1-2:2004, que, por sua vez, faz algumas recomendações com base na norma EN 1992-1-1:2004. Em estruturas de concreto de alta resistência, há maior tendência de ocorrer o fenômeno do lascamento, ou (também conhecido como *spalling*) do que em estruturas de concreto de resistência normal (SILVA, 2012;

MEHTA e MONTEIRO, 2006). Esse fenômeno é crítico e pode ser devastador se não for mitigado. Durante o incêndio, a água do concreto evapora, aumentando volume de água em seu interior. O concreto de alta resistência tem pouca porosidade, ou seja, é pouco permeável, o que dificulta a saída do vapor. Quando a taxa de geração de vapor aumenta, mas a taxa de sua saída não, surgem pressões que tracionam o concreto. A pequena resistência à tração do concreto, que a 300 °C chega a cerca de 8 MPa (KODUR e MCGRATH, 2003), não resiste a essas pressões, ocasionando o *spalling*.

Se tal fenômeno não é controlado, os pilares de concreto armado de alta resistência perdem muito sua capacidade resistente, tudo isso por causa da diminuição da seção transversal durante o incêndio. Em uma comparação do desempenho de pilares com concretos de alta resistência e de resistência normal, por meio de ensaios com as mesmas condições, verificou-se que pilares de alta resistência, devido ao *spalling*, tiveram menor capacidade resistente (KODUR e MCGRATH, 2003).

A fim de melhorar o desempenho, Kodur e Phan (2007) identificaram fatores relacionados ao *spalling*, para impedi-los. Classificaram-nos, então, como: características do incêndio, características do material e características estruturais. No nível material, recomendam o uso de fibras de polipropileno. No estrutural, indicam diminuir o espaçamento da armadura transversal, pilares com espaçamento de estribos equivalente a 75% do necessário para pilares de concreto de resistência normal, e usar estribos com ganchos de extremidade dobrados a 135°, ao invés de 90°. Adicionalmente, Doherty et al (2010) aconselham o uso de fibras de aço.

Durante o incêndio, as fibras de polipropileno se fundem, deixando pequenos canais que permitem a saída de vapor, o que alivia as tensões associadas a ele.

Além disso, as fibras de aço melhoram a resistência à tração do concreto. Também, Park et al (2011) indicam que aumentar a cobertura da armadura nos pilares melhora seu desempenho.

Por outro lado, a norma EN 1992-1-2:2004 permite o uso, entre outros, do método da isoterma de 500 °C, modificando a isoterma de acordo com o tipo de concreto para, assim, calcular a capacidade resistente de seções de concreto armado de alta resistência submetidas à flexão composta, desde que seja controlado o *spalling*. Isso é válido para concretos com resistência característica de 55 MPa a 80 MPa, com conteúdo de umidade menor que 3% em peso, com pelo menos 2 kg/m³ de fibra de polipropileno e em pilares dentro de edifícios com muito baixa ou baixa umidade do ar. Para todas as análises de pilares de concreto de alta resistência aqui realizadas, assumiu-se que as recomendações mencionadas foram atendidas para minimizar o fenômeno do *spalling*.

Utilizou-se o código desenvolvido em MATLAB para a execução das análises das estruturas de concreto armado de alta resistência em situação de incêndio, considerando-se o método da isoterma de 500 °C modificado. Os resultados foram apresentados em Suaznabar e Silva (2017a).

Consideraram-se as seções transversais exibidas nas figuras 5.56 e 5.57, com as características indicadas na Tabela 5.2.

Figura 5.56 Seção transversal 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C modificado para concreto de alta resistência.

Figura 5.57 Seção transversal 50 cm x 50 cm com 12 ϕ 16 mm para estudo com o método da isoterma de 500 °C modificado para concreto de alta resistência.

Tabela 5.2 Seções transversais de concreto de alta resistência analisadas.

Denominação	Dimensões (cm)	Concreto	Armadura
		f_{ck} (MPa)	$f_y = 500$ MPa ϕ (mm)
ST1_60	30 x 30	60	4 ϕ 16
ST1_70	30 x 30	70	4 ϕ 16
ST1_80	30 x 30	80	4 ϕ 16
ST2_60	50 x 50	60	12 ϕ 16
ST2_70	50 x 50	70	12 ϕ 16
ST2_80	50 x 50	80	12 ϕ 16

As análises térmicas foram feitas no programa DIANA FEA para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva-padrão ISO 834, supondo que a exposição ao fogo aconteça nas quatro faces. Os campos de temperatura obtidos com o programa DIANA FEA estão apresentados nas figuras de 5.58 a 5.65.

Figura 5.58 Campo de temperaturas da ST1 para 30 min.

Figura 5.59 Campo de temperaturas da ST1 para 60 min.

Figura 5.60 Campo de temperaturas da ST1 para 90 min.

Figura 5.61 Campo de temperaturas da ST1 para 120 min.

Figura 5.62 Campo de temperaturas da ST2 para 30 min.

Figura 5.63 Campo de temperaturas da ST2 para 60 min.

Figura 5.64 Campo de temperaturas da ST2 para 90 min.

Figura 5.65 Campo de temperaturas da ST2 para 120 min.

Posteriormente, usaram-se esses resultados nas análises mecânicas do código desenvolvido em MATLAB. Com base nos campos de temperatura, o código desconsidera o concreto com temperaturas maiores que a isoterma modificada, admitindo somente o concreto em seu interior com as propriedades em temperatura ambiente. As armaduras, independentemente da posição, foram consideradas em sua temperatura atual (em situação de incêndio).

Da análise mecânica, obtiveram-se as curvas de interação de esforços para Flexão Composta Reta ($N - M$) e Flexão Composta Oblíqua ($N - M_x - M_y$).

A seguir, as figuras de 5.66 a 5.68 e de 5.69 a 5.71 apresentam as curvas de interação N - M das seções transversais em estudo (Tabela 5.2) para os campos de temperatura mencionados (figuras de 5.58 a 5.65), por meio do método da isoterma de 500 °C modificado.

Figura 5.66 Curvas de interação N x Mx da ST1_60.

Figura 5.67 Curvas de interação N x Mx da ST1_70.

Figura 5.68 Curvas de interação N x Mx da ST1_80.

Figura 5.69 Curvas de interação N x Mx da ST2_60.

Figura 5.70 Curvas de interação N x Mx da ST2_70.

Figura 5.71 Curvas de interação N x Mx da ST2_80.

É possível perceber que, quanto maior o tempo de exposição ao fogo, menor é a capacidade resistente do pilar. Independentemente da resistência característica do concreto, as seções ST2 mostram melhor desempenho que as seções ST1. Isso

porque as seções ST2 são mais robustas, o que dificulta o incremento da temperatura no seu interior ao longo do tempo.

A seguir, as figuras de 5.72 a 5.74 e de 5.75 a 5.77 apresentam as curvas de interação de momentos M_x - M_y das seções transversais ST1_60 e ST1_70 para os campos de temperatura de 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição ao fogo ISO 834 [13] e para as forças normais de compressão de 1.000 kN, 1.500 kN e 2.000 kN.

Figura 5.72 Curvas de interação M_x x M_y da ST1_60 para $N=1.000$ kN.

Figura 5.73 Curvas de interação M_x x M_y da ST1_60 para $N=1.500 \text{ kN}$.

Figura 5.74 Curvas de interação M_x x M_y da ST1_60 para $N=2.000 \text{ kN}$.

Figura 5.75 Curvas de interação M_x x M_y da ST1_70 para $N=1.000 \text{ kN}$.

Figura 5.76 Curvas de interação M_x x M_y da ST1_70 para $N=1.500 \text{ kN}$.

Figura 5.77 Curvas de interação M_x x M_y da ST1_70 para $N=2.000$ kN.

A seguir, nas figuras de 5.78 a 5.80 e de 5.81 a 5.83, encontram-se as curvas de interação de momentos $M_x - M_y$ das seções transversais ST2_60 e ST2_70 para os campos de temperatura de 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição ao fogo ISO 834 [13] e para as forças normais de compressão de 1.000 kN, 5.000 kN e 8.000 kN.

Figura 5.78 Curvas de interação M_x x M_y da ST2_60 para $N=1.000$ kN.

Figura 5.79 Curvas de interação M_x x M_y da ST2_60 para $N=5.000 \text{ kN}$.

Figura 5.80 Curvas de interação M_x x M_y da ST2_60 para $N=8.000 \text{ kN}$.

Figura 5.81 Curvas de interação Mx x My da ST2_70 para N=1.000 kN.

Figura 5.82 Curvas de interação Mx x My da ST2_70 para N=5.000 kN.

Figura 5.83 Curvas de interação M_x x M_y da ST2_70 para $N=8.000$ kN.

Observa-se a diminuição da capacidade resistente do pilar com o aumento da temperatura e com a força normal. A capacidade resistente é muito similar para os dois concretos (60 MPa e 70 MPa) devido à penalização, por meio da diminuição da isoterma, ão do aumento da resistência do concreto.

Os resultados das análises deste capítulo são válidos para pilares curtos em que a esbelteza é pequena o suficiente para desprezar a não linearidade geométrica. Em pilares onde a esbelteza é considerável, torna-se importante fazer uma análise adicional, levando-se em conta, aqui, os deslocamentos decorrentes da não linearidade geométrica. Esses aspectos serão considerados nos próximos capítulos desta tese.

5.9. Método simplificado para realizar as análises térmicas

As análises numéricas termoestruturais de pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio normalmente são feitas em duas etapas. A primeira é a

análise térmica para calcular os campos de temperatura em função do tempo. A segunda etapa é a análise estrutural, que se faz com base nos campos de temperatura calculados previamente.

Para os engenheiros civis, como alternativa, é pouco comum a existência de programas que realizem análises térmicas. Para substituí-las, é possível utilizar uma formulação proposta por Wickström (2016).

Para realizar a análise estrutural dos pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio, devem ser considerados vários aspectos; entre eles, o campo de temperaturas na seção transversal e a não linearidade dos materiais. Para isso, uma das alternativas é o método da Isoterma de 500 °C, que, combinado com a formulação proposta por Wickström (2016), demanda menos esforço computacional.

Suaznabar e Silva (2017b) apresentam curvas envoltórias correspondentes ao estado-limite último de pilares curtos de concreto armado, concretos esses submetidos à flexão composta oblíqua em situação de incêndio. As análises térmicas foram executadas com a formulação proposta por Wickström (2016). Nas análises mecânicas, os autores usaram um código próprio desenvolvido no programa Matlab, que realiza uma discretização da seção transversal dos pilares e o cálculo numérico das integrais de equilíbrio. As curvas foram representadas graficamente com o código, usando o método da isoterma de 500 °C.

De acordo com Wickström (2016) e Purkiss (2007), a variação da temperatura, considerando o fluxo de calor biaxial, em estruturas de concreto de peso normal é dada pela equação 5.11

$$\Delta\theta_{xy} = (n_w(n_x + n_y - 2n_x n_y) + n_x n_y)\Delta\theta_f \quad 5.11$$

Na equação 5.11:

$$n_w = 1 - 0,0616t^{-0,88}$$

$$n_x = 0,18 \ln u_x - 0,81$$

$$n_y = 0,18 \ln u_y - 0,81$$

$$u_x = t/x^2$$

$$u_y = t/y^2$$

Sendo:

- t : Tempo (h);
- x, y : Distâncias do ponto avaliado à face externa, para cada direção (m);
- $\Delta\theta_f$: Variação da temperatura do incêndio.

Essa formulação permite calcular, de maneira simples, a posição da isoterma de 500 °C, sem o uso de programas para análise térmica.

As modelagens feitas com a formulação apresentada usaram concreto com $f_{ck} = 30$ MPa, aço com $f_y = 500$ MPa e $E = 210$ GPa. Estudou-se uma seção transversal de 30 cm x 30 cm com 4 ϕ 16 mm (Figura 5.84) com discretização de elementos quadrados de 1 cm x 1 cm.

Figura 5.84. Seção transversal 30 cm x 30 cm 4 ϕ 16 mm.

Na figura 5.85, são apresentadas as curvas do estado-limite último N x M da seção analisada nos tempos de 30, 60 e 90 minutos, obtidas com o método de Wickström e comparadas às curvas conseguidas em Suaznabar e Silva (2014a).

Figura 5.85. Curvas N x M com método simplificado para análise térmica.

A Figura 5.86 mostra as curvas do estado-limite último $M_x \times M_y$ da seção analisada para os tempos de 30, 60 e 90 minutos, com o valor da força normal de compressão $N = 500$ kN. As curvas são resultado do uso do método de Wickström e comparadas às curvas obtidas em Suaznabar e Silva (2014a).

Figura 5.86. $M_x \times M_y$ para $N = 500$ kN com método simplificado para análise térmica.

Na figura 5.87, tem-se as curvas do estado-limite último $M_x \times M_y$ da seção analisada para os tempos de 30, 60 e 90 minutos, para o valor da força normal de compressão $N = 1.000 \text{ kN}$. Elas foram obtidas com o método de Wickström e comparadas às curvas contidas em Suaznabar e Silva (2014a).

Figura 5.87. $M_x \times M_y$ para $N = 1000 \text{ kN}$ com método simplificado para análise térmica.

6. MODELOS NUMÉRICOS E VALIDAÇÕES NO PROGRAMA

DIANA

6.1. Sobre o programa DIANA

O programa DIANA, desenvolvido em Delft pelo Departamento de Mecânica Computacional do TNO *Building and Constructions Research Institute* em 1972, atualmente é reconhecido como um dos programas mais completos e avançados para análises de estruturas de concreto armado. Possui uma biblioteca digital ampla para modelar o concreto, e leva em conta, entre outros fenômenos, a fissuração, a fluência e a retração. Além da eficiência para análises em temperatura ambiente, o programa permite a realização de análises termoestruturais em regime transiente. Os processamentos dessas análises termoestruturais são feitos em duas etapas. A primeira consiste na análise térmica, que considera a transferência de calor por condução, convecção e radiação. A segunda etapa é a análise estrutural e tem por base os resultados da primeira etapa, considerando os materiais em altas temperaturas. O programa permite modelar seu comportamento, tendo em vista a diminuição das propriedades térmicas e mecânicas com o aumento da temperatura.

O pré-processamento também foi realizado em duas etapas. A primeira, concebida pelo programa Midas FX-Plus (Figura 6.1), faz parte da mesma licença que o DIANA.

Figura 6.1. Janela inicial do programa Midas FX-Plus.

Aqui, a geometria é preparada, e os tipos de elementos finitos, sua discretização e os materiais a serem usados, são definidos. As características desses materiais, porém, serão estabelecidas na segunda etapa. Todas as definições realizadas nesse momento são exportadas para um arquivo que, depois, será lido no DIANA.

A segunda etapa é preparada no programa DIANA (Figura 6.2). Nela, além da importação do modelo realizado no Midas FX-Plus, determinam-se as características dos materiais e todas as operações e métodos que serão usados no processamento.

Figura 6.2. Janela inicial do programa DIANA.

6.2. Análise térmica

A análise térmica nada mais é que um estudo transiente do fluxo de calor. É feita com elementos finitos para transferência de calor transiente, de acordo com a curva temperatura-tempo padronizada ISO 834.

Nessa etapa, utilizaram-se elementos finitos isoparamétricos retangulares de quatro nós, do tipo BQ4HT (Figura 6.3), com interpolação linear e integração gaussiana (TNO DIANA, 2016c).

Figura 6.3. Elemento isoparamétrico BQ4HT (TNO DIANA, 2016c).

Esse elemento é específico para superfícies de contorno de fluxo de calor em sólidos, a integração é linear e Gaussiana.

O polinômio para o potencial do fluxo de calor é expressado pela Equação 6.1:

$$\varphi(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta \quad 6.1$$

A transferência de calor analisada considerou a exposição à curva ISO 834. Para a comparação com resultados de análises de outros autores, foi usada, excepcionalmente, a curva ASTM-E119. Os pontos das curvas temperatura-tempo, utilizadas nas análises, estão nas tabelas 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1 Pontos da curva ISO 834 utilizados nas análises.

t (s)	θ (°C)
0	20
6	108
12	163
18	203
24	235
30	261
36	283
42	303
48	320
54	335
60	349
120	445
180	502
240	544
300	576
360	603
420	626
480	646

540	663
600	678
900	739
1.200	781
1.500	815
1.800	842
2.400	885
3.000	918
3.600	945
4.200	968
4.800	988
5.400	1.006
6.000	1.022
6.600	1.036
7.200	1.049

Tabela 6.2 Pontos da curva ASTM-E119 utilizados nas análises.

t (s)	θ (°C)
0	20
300	538
600	704
900	760
1.200	795
1.500	821

1.800	843
2.100	862
2.400	878
2.700	892
3.000	905
3.300	916
3.600	927
3.900	937
4.200	946
4.500	955
4.800	963
5.100	971
5.400	978
5.700	985
6.000	991
6.300	996
6.600	1.001
6.900	1.006
7.200	1.010

Segundo a norma brasileira ABNT NBR 15200:2012, para as faces da estrutura expostas ao fogo, adotou-se o valor de $25 \text{ W/m}^2\text{°C}$ no caso do coeficiente de transferência de calor por convecção, e 0,7 para a emissividade resultante. Como é usual, a temperatura inicial de todas as análises foi 20 °C.

6.3. Análise estrutural

A segunda etapa é a análise estrutural. Tomando por base os campos de temperatura calculados na análise térmica, a análise estrutural é feita com elementos finitos específicos para esse propósito. Não são consideradas, aqui, a não linearidade geométrica e a variação das propriedades físicas dos materiais com a temperatura.

Em estruturas em situação de incêndio, não ocorre apenas a perda de capacidade resistente. Há outros fenômenos envolvidos, como a dilatação, a variação do diagrama tensão-deformação, a diminuição do módulo de elasticidade e a fissuração, dentre outros. Como consequência, ocorre a variação dos deslocamentos e dos esforços internos na estrutura.

Essa análise é realizada com elementos finitos isoparamétricos hexaédricos de vinte nós, do tipo CHX60 (Figura 6.4), com interpolação quadrática e integração Gaussiana (TNO DIANA 2016c).

Figura 6.4. Elemento isoparamétrico CHX60 (TNO DIANA, 2016c).

O polinômio para os deslocamentos é mostrado pela Equação 6.2:

$$\begin{aligned}
 u_i(\xi, \eta, \zeta) = & a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\xi\eta + a_5\eta\zeta + a_6\xi\zeta + a_7\xi^2 + a_8\eta^2 \\
 & + a_9\zeta^2 + a_{10}\xi\eta\zeta + a_{11}\xi^2\eta + a_{12}\xi^2\zeta + a_{13}\xi\eta^2 + a_{14}\xi\zeta^2 \\
 & + a_{15}\eta^2\zeta + a_{16}\eta\zeta^2 + a_{17}\xi^2\eta\zeta + a_{18}\xi\eta^2\zeta + a_{19}\xi\eta\zeta^2
 \end{aligned} \quad 6.2$$

Com esse elemento, as deformações e tensões são aproximadas de acordo com seguintes indicações: a deformação linear específica ε_{xx} e a tensão σ_{xx} tem variação linear na direção x e variação quadrática nas direções y e z . Por sua vez, a deformação linear específica ε_{yy} e a tensão σ_{yy} apresentam variação linear na direção y e variação quadrática nas direções x e z . Já a deformação linear específica ε_{zz} e a tensão σ_{zz} tem variação linear na direção z e variação quadrática nas direções x e y .

6.4. Acoplamento da análise térmica com a análise estrutural

Anteriormente, observou-se que, na análise térmica, foi utilizado o elemento BQ4HT com quatro nós para a superfície do contorno. Já na análise estrutural, usou-se, para o sólido, o elemento CHX60 com vinte nós, oito em cada face do hexaedro.

Nesse acoplamento, o DIANA tem a opção de extrair automaticamente faces dos elementos hexaédricos e, assim, transformá-las em elementos de superfície de contorno. Porém, quando essa operação é feita de maneira automática, os elementos da superfície resultante serão do tipo BCQ8HT (TNO DIANA, 2016c), que tem oito nós e não quatro, como se quer.

A incompatibilidade na quantidade de nós dos elementos pode ser resolvida ao se transformar manualmente os elementos BCQ8HT em BQ4HT (Figura 6.5)

Figura 6.5. Compatibilização dos elementos da superfície de contorno com os elementos sólidos (TNO DIANA, 2016c).

Alguém poderia pensar que existem outras opções de combinação dos elementos. Seguindo esse raciocínio, por exemplo, uma delas consistiria em utilizar elementos hexaédricos de oito nós HX24L para os sólidos e combiná-los com elementos retangulares de quatro nós BQ4HT para os elementos da superfície do contorno. Outra possibilidade, seria usar elementos hexaédricos de vinte nós CHX60 para os sólidos combinados com elementos retangulares de oito nós BCQ8HT para os elementos da superfície de contorno.

Nenhuma dessas opções, no entanto, é válida. A primeira porque os elementos com interpolação linear não são recomendados para análises não lineares. A segunda, porque para a transferência de calor é suficiente uma aproximação com elementos com interpolação linear.

Mesmo assim, em caráter de verificação, o autor fez análises térmicas com elementos BCQ8HT combinados a elementos CHX60. Os campos de temperatura

obtidos e a sua variação com o tempo não são semelhantes aos reais, e tais resultados não serão colocados nesta tese por não serem importantes.

Também apenas para verificação, realizaram-se análises termoestruturais com elementos BQ4HT para as análises térmicas e elementos HX24L para as análises estruturais. Os elementos HX24L tem oito nós e interpolação linear. A deformação linear específica ε_{xx} e a tensão σ_{xx} são constantes na direção x e têm variação linear nas direções y e z . A deformação linear específica ε_{yy} e a tensão σ_{yy} são constantes na direção y e têm variação linear nas direções x e z . A deformação linear específica ε_{zz} e a tensão σ_{zz} são constantes na direção z e têm variação linear nas direções x e y . Os resultados dessas análises (não lineares) não foram aceitáveis e, por isso, não estão nesta tese. Uma lista dos tipos de elementos finitos mais apropriados para análises termoestruturais no DIANA é apresentada no Apêndice B.

Com o intuito de validar os resultados do DIANA, compararam-se, tanto para as análises térmicas quanto para as termoestruturais, tais resultados com outros trabalhos. Para isso, foram feitas comparações, de maneira isolada e não como parte de um pórtico (mas considerando os efeitos das restrições às deformações térmicas), com outras análises numéricas e experimentais de pilares e vigas de concreto armado em situação de incêndio. Embora não tenham sido encontrados resultados de análises numéricas nem experimentais de pórticos, os resultados das comparações com vigas e pilares isolados foram satisfatórios. Tal fato valida os resultados numéricos das análises realizadas nesta tese, referentes a pórticos bidimensionais e tridimensionais de concreto armado em situação de incêndio.

6.5. Análise térmica – comparação e validação de resultados

A primeira calibração foi feita para as análises térmicas. Elas foram executadas com o programa DIANA e os resultados, comparados com outros obtidos de análises térmicas realizadas no programa sueco do *Super Tempcalc – Temperature Calculation and Design* (TCD), que é um programa amplamente reconhecido para esse tipo de análise.

Essas análises foram pensadas sobre o pilar da Figura 6.6. As propriedades térmicas do material estão de acordo com a Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2014, apresentada no Capítulo 4 desta tese.

Figura 6.6. Geometria do pilar da análise térmica no DIANA e TCD.

Observe que não é considerada nenhuma armadura, isso devido à alta condutividade térmica do aço se comparada a do concreto e, também, à alta massa do concreto quando comparada com a do aço. As temperaturas em uma barra da armadura são constantes na sua seção transversal e iguais à temperatura do concreto que fica em contato com ela.

Com o DIANA, elaborou-se uma análise térmica tridimensional, feita sobre o pilar de concreto com seção transversal de 30 cm x 30 cm e altura de 3 m. As quatro faces do pilar foram expostas ao fogo de acordo com a curva temperatura-tempo ISO 834. Na Figura 6.7, são apresentados os campos de temperatura obtidos no DIANA para 30, 60, 90 e 120 minutos.

Figura 6.7. Campos de temperatura para 30 min, 60 min, 90 min e 120 min obtidos no DIANA.

No TCD, fez-se uma análise bidimensional sobre a seção transversal do pilar de concreto com dimensões de 30 cm x 30 cm. As quatro faces da seção transversal foram expostas ao fogo de acordo com a curva temperatura-tempo ISO 834. A

Figura 6.8 mostra a variação da temperatura em função do tempo dos dois pontos P1 e P2 indicados na Figura 6.6.

Figura 6.8. Variação da temperatura em função do tempo das análises térmicas no DIANA e TCD.

É possível perceber que os resultados obtidos com os dois programas são muito semelhantes, praticamente iguais.

Outro exemplo estudado foi a seção transversal de uma viga de 20 cm x 50 cm (Figura 6.9), apresentado em Pierin, Silva e La Rovere (2015). Essa viga tem três faces expostas ao fogo de acordo com a curva ISO 834. Aqui, levou-se em conta a variação das propriedades térmicas do material em função da temperatura, utilizando-se a Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2014.

Figura 6.9. Seção transversal analisada por Pierin, Silva e La Rovere (2015).

A variação da temperatura em função do tempo, que equivale ao ponto P indicado na Figura 6.9, é apresentada na Figura 6.10.

Figura 6.10. Variação da temperatura em função do tempo das análises térmicas no DIANA e Pierin, Silva e La Rovere (2015).

Mais uma vez, os resultados obtidos com os dois programas são muito próximos.

6.6. Análise termoestrutural de um pilar com restrição axial – comparação e validação de resultados

O primeiro elemento estrutural analisado para validar os resultados desta tese foi o pilar de concreto armado testado experimentalmente por Lie e Lin (1985).

Como se observa na Figura 6.11, a seção transversal do pilar é quadrada e mede 305 mm x 305 mm, sendo o comprimento do pilar 3810 mm. As quatro barras longitudinais têm diâmetro de 25 mm e os estribos (cada 305 mm) têm diâmetro 10 mm.

Figura 6.11. Pilar de Lie e Lin (1985).

A tensão de escoamento do aço é de 444 MPa e a resistência característica do concreto, 35 MPa. O pilar é biengastado com engastes infinitamente rígidos. Além disso, o pilar já foi submetido a incêndio de acordo com a curva temperatura-tempo ASTM-E119.

A análise tridimensional do pilar (Figura 6.12) foi feita de acordo com as diretrizes citadas anteriormente.

Figura 6.12. Pilar de Lie e Lin (1985) analisado no DIANA.

Calculou-se a força axial F_Z por conta da restrição à dilatação térmica do pilar. Os resultados são apresentados e comparados na Figura 6.13.

Figura 6.13. Força axial no pilar devida à restrição à dilatação.

É possível perceber que os resultados das análises numéricas realizadas nesta tese com o programa DIANA são similares aos resultados das análises experimentais de Lie e Lin (1985). Acredita-se que as pequenas diferenças existam porque o modelo numérico utilizado no DIANA não considera o efeito do *spalling*.

Todas as curvas indicam que, como consequência da dilatação, a força axial, no início, aumenta muito rápido. Depois, no entanto, diminui levemente, uma vez que os módulos de elasticidade dos materiais diminuem com o aumento da temperatura.

6.7. Análise termoestrutural de uma viga com restrição axial – comparação e validação de resultados

O segundo elemento estrutural analisado para validar os resultados foi a viga de concreto armado, estudada numérica e experimentalmente por Kodur e Dwaikat (2007) e apresentada na Figura 6.14.

Figura 6.14. Viga de Kodur e Dwaikat (2007).

Essa viga de concreto armado tem 6 m de comprimento e seção transversal retangular de 30 cm x 50 cm. A armadura é composta por barras longitudinais de diâmetro de 20 mm e estribos de 10 mm. Foi empregado concreto com resistência característica 30 MPa e aço com tensão de escoamento 400 MPa. Aplicou-se uma carga de 38 kN/m uniformemente distribuída.

Um dos extremos da viga está engastado com rigidez infinita, enquanto o outro encontra-se vinculado a uma mola com rigidez K , o que permite o deslocamento horizontal. Os outros graus de liberdade, porém, estão restringidos.

Foram feitas análises com os valores de rigidez das molas, sendo eles 200 kN/m, 50 kN/m, 20 kN/m e 5 kN/m, ou seja, desde molas muito rígidas até as extremamente flexíveis. Para viabilizar a pesquisa no programa DIANA, ao invés de uma mola, usou-se uma placa de material elástico com o módulo de elasticidade equivalente à rigidez da mola. Essa equivalência foi calculada de maneira mais detalhada no Apêndice C desta tese.

A viga foi submetida ao fogo nas duas faces laterais e na inferior, de acordo com a curva temperatura-tempo ASTM-E119. A análise tridimensional da viga (Figura 6.15) está de acordo com as diretrizes mencionadas anteriormente.

Figura 6.15. Viga de Kodur e Dwaikat (2007) analisada no DIANA.

Calcularam-se a força axial na viga e os deslocamentos verticais no meio do vão. A variação da força axial FX na viga em função do tempo de exposição ao fogo é apresentada na Figura 6.16.

Figura 6.16. Força axial FX na viga de Kodur e Dwaikat (2007).

A variação do deslocamento vertical TDZ no meio do vão em função do tempo de exposição ao fogo está na Figura 6.17.

Figura 6.17. Deslocamento vertical TDZ no meio do vão da viga de Kodur e Dwaikat (2007).

Comparando-se os resultados obtidos no programa DIANA com as análises experimentais de Kodur e Dwaikat (2007), observa-se que os resultados são bastante similares. Alguns dos resultados do DIANA são levemente maiores, especialmente nas forças, e acredita-se que essa diferença se dê, dentre outros fenômenos, por não se considerar o *spalling*.

Em ambos os casos, as curvas da força axial FX não são “muito bem-comportadas” e observam-se várias mudanças de sua concavidade, isso tanto nos resultados numéricos quanto nos experimentais. Esse fenômeno, como foi apresentado no Capítulo 5 desta tese, acontece em virtude da combinação do campo de temperaturas, da variação da relação tensão-deformação com a temperatura e da variação da deformação térmica com a temperatura, o que gera campos “não muito bem-comportados” de tensões nas seções transversais.

Levando-se em conta que não se acharam, na bibliografia internacional, análises experimentais de pórticos de concreto armado em situação de incêndio, a comparação com os dois trabalhos anteriores foi satisfatória. Conclui-se, assim, que o modelo utilizado será satisfatório para analisar pórticos e estruturas maiores e mais complexas.

7. PILARES EM PÓRTICOS BIDIMENSIONAIS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

7.1. Considerações gerais da interação entre pilares e outros elementos estruturais

Neste capítulo, foram realizadas análises numéricas termoestruturais tridimensionais com elementos finitos sólidos. Intencionou-se, com isso, calcular a variação dos deslocamentos e esforços internos, principalmente as forças horizontais que agem no pilar, sendo ele parte de um pórtico bidimensional.

Por meio do programa DIANA FEA, os estudos aconteceram em duas etapas. No início, fez-se a análise térmica com elementos finitos para transferência de calor transiente, de acordo com a curva temperatura-tempo padronizada ISO 834. Posteriormente, com base nos campos de temperatura calculados na etapa anterior, realizou-se a análise estrutural com elementos finitos próprios para isso, considerando-se, agora, a variação das propriedades físicas dos materiais com a temperatura.

Nas estruturas em situação de incêndio, não ocorre apenas a perda de capacidade resistente. Sucedem-se, também, outros fenômenos, dentre os quais estão a dilatação, a variação do diagrama tensão-deformação, a diminuição do módulo de elasticidade e a fissuração. Como consequência, há a variação dos deslocamentos e dos esforços internos na estrutura.

Observar-se-á que, por um lado, existe a possibilidade das vigas perderem rigidez à flexão com o aumento da temperatura, o que originariam forças horizontais que puxariam os pilares. Por outro, é possível que as vigas dilatam com o aumento da temperatura, criando forças horizontais que empurram os pilares. Também devido ao aumento de temperatura, os pilares perdem rigidez, afetando, dessa forma, a variação das forças horizontais que agem sobre eles.

Em contrapartida, as restrições axiais e rotacionais nos pilares, graças às conexões com outras vigas e pilares, resultam em forças normais e momentos adicionais que solicitam o pilar. Esse fenômeno acontece especialmente em incêndios localizados, onde um pilar sofre dilatação devido às altas temperaturas do incêndio, mas a temperatura da estrutura ao seu redor é menor.

Dependendo das dimensões e da rigidez de cada elemento estrutural, essas forças variam, afetando seus esforços solicitantes. Esses fenômenos devem ser levados em conta para o dimensionamento dos pilares em situação de incêndio.

Segundo Tan e Nguyen (2013b), a flexão composta reta e a restrição axial são os dois fenômenos mais importantes para a análise da capacidade resistente de pilares em situação de incêndio. Porém, existem poucas pesquisas experimentais de pilares de concreto armado em situação de incêndio submetidos à flexão composta com restrição axial em escala real (TAN e NGUYEN, 2013a).

Fez-se um estudo detalhado do comportamento das estruturas de concreto armado em situação de incêndio, onde se considerou a não linearidade do material, a não linearidade geométrica e a fissuração do concreto. Realizaram-se análises tridimensionais, empregando-se o método dos elementos finitos. Não foram encontrados quaisquer trabalhos similares na literatura internacional, por isso este é considerado um estudo inédito sobre o assunto.

Aqui, serão empregados todos os modelos matemáticos para os comportamentos térmico e mecânico dos pilares já apresentados neste texto. Como indicado, no estudo dos materiais em temperatura ambiente (convencionalmente adotada a 20°C), serão usadas as diretrizes da Norma Brasileira ABNT/NBR 6118:2014 e da Norma Europeia EN 1992-1-1:2004. No caso dos materiais em situação de incêndio, as diretrizes adotadas serão as da Norma Brasileira ABNT NBR 15200:2012 e da Norma Europeia EN 1992-1-2:2004.

A abordagem deste capítulo é mais qualitativa do que quantitativa, não visando, portanto, discutir o desenvolvimento de novos métodos numéricos e tendo como objetivo analisar e mostrar a importância do fenômeno estudado. Os autores desta tese pretendem enviar os resultados deste capítulo para avaliação e inclusão na norma brasileira de estruturas de concreto em situação de incêndio ABNT NBR 15200:2012.

7.2. Pórtico bidimensional EPB1

A estrutura analisada é composta por um pilar e uma viga, ambos engastados nos seus extremos, como mostra a Figura 7.1.

Figura 7.1. Geometria do pórtico bidimensional EPB1.

O comprimento do pilar é de 2,75 m e da viga, 5,85 m. A seção transversal do pilar é quadrada e de 30 cm x 30 cm. A seção transversal da viga é retangular e de 30 cm x 50 cm. Ambas as seções com 4 barras têm diâmetro de 16 mm.

Usou-se concreto com $f_{ck} = 35$ MPa e aço com $f_y = 500$ MPa. As solicitações consideradas foram duas: uma carga uniformemente distribuída na viga de 38 kN/m, e o incêndio, de acordo com a curva ISO 834:1999, nas faces indicadas na Figura 7.2.

Figura 7.2. Solicitações do pórtico bidimensional EPB1.

A seguir, as figuras de 7.3 a 7.6 apresentam os resultados dos campos de temperatura para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva ISO 834.

Figura 7.3. Campo de temperaturas do EPB1 para 30 min.

Figura 7.4. Campo de temperaturas do EPB1 para 60 min.

Figura 7.5. Campo de temperaturas do EPB1 para 90 min.

Figura 7.6. Campo de temperaturas do EPB1 para 120 min.

As figuras de 7.7 a 7.10 mostram os campos de deslocamentos horizontais variando de acordo com o tempo.

Figura 7.7. Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 30 min.

Figura 7.8. Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 60 min.

Figura 7.9. Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 90 min.

Figura 7.10. Campo de deslocamentos horizontais do EPB1 para 120 min.

Nas figuras de 7.11 a 7.14, são apresentados os campos de deslocamentos verticais variando de acordo com o tempo.

Figura 7.11. Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 30 min.

Figura 7.12. Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 60 min.

Figura 7.13. Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 90 min.

Figura 7.14. Campo de deslocamentos verticais do EPB1 para 120 min.

A seguir, a Figura 7.15 exibe, variando de acordo com o tempo, os resultados dos deslocamentos horizontais calculados na conexão entre a viga e o pilar.

Figura 7.15. Gráfico deslocamento horizontal-tempo na conexão entre a viga e o pilar do EPB1.

A Figura 7.16 mostra, variando de acordo com o tempo, os resultados dos deslocamentos verticais calculados na conexão entre a viga e o pilar.

Figura 7.16. Gráfico deslocamento vertical-tempo na conexão entre a viga e o pilar do EPB1.

Na Figura 7.17, são apresentadas as forças horizontais calculadas na conexão entre a viga e o pilar, que varia de acordo com o tempo.

Figura 7.17. Gráfico força horizontal-tempo na seção transversal da viga na conexão entre a viga e o pilar do EPB1.

Analisando os resultados obtidos, observa-se que a força horizontal, devido à dilatação da viga, cresce mais no início e, por isso, a viga dilata, mas a estrutura ainda conserva muita rigidez. Em seguida, graças ao aumento da temperatura, a rigidez e a força horizontal diminuem. O deslocamento horizontal, por sua vez, continua aumentando, ou seja, as deformações são, em sua grande maioria, plásticas. Isso acontece porque uma boa parte da seção transversal dos elementos estruturais encontra-se em altas temperaturas. Finalmente, os deslocamentos não crescem mais, pois a dilatação do material também não aumenta mais.

Essa força horizontal não é desprezível e gera um esforço cortante no pilar, que deve ser considerado no cálculo desse tipo de estrutura. Os conhecimentos que se tem atualmente, de acordo com os múltiplos ensaios realizados pelo mundo,

indicam que as estruturas de concreto armado comumente utilizadas na engenharia civil rompem-se, em geral, por causa da flexão ou da flexocompressão, e não por cisalhamento. Porém, não estão isentas de ruptura por cisalhamento e essa verificação será realizada.

O cisalhamento em estruturas de concreto armado, inclusive em temperatura ambiente, é um fenômeno muito complexo. Ele envolve diversas variáveis e não pode ser feito de maneira simplificada unicamente na seção transversal. É necessário que se considerem os mecanismos resistentes de maneira tridimensional, fazendo uma analogia de treliça.

A Norma Brasileira ABNT NBR 15200:2012 não é explícita no se refere ao fenômeno do cisalhamento em situação de incêndio. Porém, a Norma Europeia EN 1992-1-2:2004 preconiza, entre outros, o uso do Método da Isoterma de 500 °C combinado com a formulação da analogia de treliça, utilizada em temperatura ambiente, para calcular a capacidade resistente de pilares e vigas.

Em 60 minutos de exposição à ISO 834, a força horizontal tem o valor máximo de 110,4 kN. Essa força gera no pilar um esforço cortante.

$$V_{sd} = 110,4 \text{ kN}.$$

A analogia de treliça foi feita através do Modelo I, ou seja, $\theta = 45^\circ$ para as bielas de concreto comprimido e $\alpha = 90^\circ$ para os tirantes ou estribos.

Sob essas condições, são calculadas as forças cortantes resistentes de cálculo, sendo V_{Rd2} relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto e V_{Rd3} , à ruína por tração.

Para as diagonais comprimidas de concreto:

$$R_c = \frac{V}{\sin \theta} \quad 7.1$$

A tensão no concreto é:

$$\sigma_c = \frac{R_c}{bz(\cot \theta + \cot \alpha) \sin \theta} \quad 7.2$$

$$\sigma_c = \frac{V}{bz(\cot \theta + \cot \alpha) \sin^2 \theta} \quad 7.3$$

A tensão máxima admissível do concreto é:

$$\sigma_{cd \max} = 0,6 f_{cd} \alpha_{v2} \quad 7.4$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad 7.5$$

Finalmente, a força cortante resistente de cálculo é:

$$V_{Rd2} = 0,6 f_{cd} \alpha_{v2} bz(\cot \theta + \cot \alpha) \sin^2 \theta \quad 7.6$$

Para os estribos tracionados:

$$R_{st} = \frac{V}{\sin \alpha} \quad 7.7$$

Para $\alpha = 90^\circ$:

$$V_{sw} = \frac{z(\cot \theta + \cot \alpha)}{s} A_{sw} f_{ywd.fi} \quad 7.8$$

$$V_c = 0,6 b d f_{ctd} \quad 7.9$$

Por fim, a força cortante resistente de cálculo é:

$$V_{Rd3} = 0,6 b d f_{ctd} + \frac{A_{sw} f_{ywd.fi}}{s} z(\cot \theta + \cot \alpha) \quad 7.10$$

Para o pilar da EPB1 aos 60 minutos, os valores calculados de força cortante resistente são:

$$V_{Rd2} = 484,9 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 286,3 \text{ kN}$$

Observa-se que a força cortante resistente é maior que a força de solicitação, e a relação entre elas é:

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd,fi}} = 0,38$$

7.3. Pórtico bidimensional EPB2

A estrutura analisada é composta por três pilares colocados um sobre o outro e três vigas conectadas neles a um extremo e engastadas no outro, como apresentado na Figura 7.18.

Figura 7.18. Geometria do pórtico bidimensional EPB2.

O comprimento dos pilares é de 2,75 m e das vigas, 5,85 m. A seção transversal dos pilares é quadrada e de 30 cm x 30 cm. A seção transversal das

vigas é retangular e de 30 cm x 50 cm. Ambas as seções com 4 barras têm diâmetro de 16 mm.

Foi usado concreto com $f_{ck} = 35$ MPa e aço com $f_y = 500$ MPa. As solicitações consideradas foram duas: uma carga uniformemente distribuída nas vigas de 38 kN/m, e o incêndio, de acordo com a curva ISO 834:1999, nas faces indicadas na Figura 7.19.

Figura 7.19. Solicitações do pórtico bidimensional EPB2.

A seguir, nas figuras de 7.20 a 7.23, são apresentados os resultados dos campos de temperatura para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva ISO 834.

Figura 7.20. Campo de temperaturas do EPB2 para 30 min.

Figura 7.21. Campo de temperaturas do EPB2 para 60 min.

Figura 7.22. Campo de temperaturas do EPB2 para 90 min.

Figura 7.23. Campo de temperaturas do EPB2 para 120 min.

As figuras de 7.24 a 7.27 representam os campos de deslocamentos horizontais variando de acordo com o tempo.

Figura 7.24. Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 30 min.

Figura 7.25. Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 60 min.

Figura 7.26. Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 90 min.

Figura 7.27. Campo de deslocamentos horizontais do EPB2 para 120 min.

As figuras de 7.28 a 7.31 mostram os campos de deslocamentos verticais variando de acordo com o tempo.

Figura 7.28. Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 30 min.

Figura 7.29. Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 60 min.

Figura 7.30. Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 90 min.

Figura 7.31. Campo de deslocamentos verticais do EPB2 para 120 min.

A seguir, na Figura 7.32, tem-se os resultados dos deslocamentos horizontais calculados na conexão 1, que mudam de acordo com o tempo.

Figura 7.32. Gráfico deslocamento horizontal-tempo na conexão 1 do EPB2.

A Figura 7.33 apresenta os resultados dos deslocamentos verticais calculados na conexão 1, que se alteram de acordo com o tempo.

Figura 7.33. Gráfico deslocamento vertical-tempo na conexão 1 do EPB2.

A Figura 7.34 apresenta as forças calculadas na conexão 1 variando de acordo com o tempo.

Figura 7.34. Gráfico força horizontal-tempo na seção transversal da viga na conexão 1 do EPB2.

De maneira similar à estrutura EPB1, observa-se que a força horizontal que age no pilar devido à dilatação cresce muito no início, o que dilata a viga, mas a rigidez da estrutura não é afetada. Posteriormente, com o aumento de temperatura, o módulo de elasticidade dos materiais cai, e a rigidez e a força horizontal diminuem. Porém, o deslocamento horizontal permanece aumentando. Em outras palavras, as deformações são, em sua maioria, plásticas, já que os elementos estruturais possuem altas temperaturas. Na parte final das curvas, percebe-se que os deslocamentos não aumentam mais, isso graças à dilatação do material, que também não sofre mais aumentos.

Em comparação com os resultados da estrutura EPB1, os deslocamentos verticais da estrutura EPB2 são menores devido à maior quantidade de carga dos níveis superiores, o que gera maior restrição ao deslocamento axial do pilar. Consequentemente, os deslocamentos horizontais do EPB2 são maiores que os do EPB1, uma vez que os deslocamentos ocorridos em virtude da dilatação da viga tem

uma componente vertical menor. A força horizontal gera um esforço cortante no pilar, o que deve ser considerado no cálculo desse tipo de estrutura.

Como explicado anteriormente, combinou-se o Método da Isoterma de 500 °C com a formulação da analogia de treliça, usada em temperatura ambiente para calcular a capacidade resistente do pilar. Para o tempo de 70 minutos de exposição à ISO 834, a força horizontal tem o valor máximo de 179,6 kN. Essa força gera no pilar um esforço cortante:

$$V_{sd} = 69,7 \text{ kN}.$$

Foi feita a analogia de treliça utilizando-se o Modelo I, ou seja, $\theta = 45^\circ$ para as bielas de concreto comprimido e $\alpha = 90^\circ$ para os tirantes ou estribos.

Nessas condições, são calculadas as forças cortantes resistentes de cálculo, sendo V_{Rd2} relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto e V_{Rd3} , à ruína por tração.

Para o pilar da EPB2 aos 70 minutos, os valores calculados de força cortante resistente segundo as equações 7.6 e 7.10 são:

$$V_{Rd2} = 466,5 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 279,8 \text{ kN}$$

Observa-se que a força cortante resistente é maior que a força de solicitação, e a relação entre elas é:

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd,fi}} = 0,25$$

7.4. Pórtico bidimensional EPB3

A estrutura analisada é composta por três pilares engastados no extremo inferior e conectados a três vãos de viga que formam uma viga contínua, como mostrado na Figura 7.35.

Figura 7.35. Geometria do pórtico bidimensional EPB3.

O comprimento dos pilares é de 2,75 m e das vigas, 5,85 m. A seção transversal dos pilares é quadrada de 30 cm x 30 cm. A seção transversal das vigas é retangular de 30 cm x 50 cm. Ambas as seções com 4 barras possuem diâmetro de 16 mm.

Utilizou-se concreto com $f_{ck} = 35$ MPa e aço com $f_y = 500$ MPa. Duas solicitações foram consideradas: uma carga uniformemente distribuída nas vigas de 38 kN/m, e o incêndio, de acordo com a curva ISO 834:1999, nas faces indicadas na Figura 7.36.

Figura 7.36. Solicitações do pórtico bidimensional EPB3.

A seguir, nas figuras de 7.37 a 7.40, são apresentados os resultados dos campos de temperatura para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva ISO 834.

Figura 7.37. Campo de temperaturas do EPB3 para 30 min.

Figura 7.38. Campo de temperaturas do EPB3 para 60 min.

Figura 7.39. Campo de temperaturas do EPB3 para 90 min.

Figura 7.40. Campo de temperaturas do EPB3 para 120 min.

As figuras de 7.41 a 7.44 representam os campos de deslocamentos horizontais variando de acordo com o tempo.

Figura 7.41. Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 30 min.

Figura 7.42. Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 60 min.

Figura 7.43. Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 90 min.

Figura 7.44. Campo de deslocamentos horizontais do EPB3 para 120 min.

Nas figuras de 7.45 a 7.48, pode-se observar os campos de deslocamentos verticais sendo modificados de acordo com o tempo.

Figura 7.45. Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 30 min.

Figura 7.46. Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 60 min.

Figura 7.47. Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 90 min.

Figura 7.48. Campo de deslocamentos verticais do EPB3 para 120 min.

A seguir, a Figura 7.49 mostra os resultados dos deslocamentos horizontais calculados na conexão 1, que mudam de acordo com tempo.

Figura 7.49. Gráfico deslocamento horizontal-tempo na conexão 1 do EPB3.

Na Figura 7.50, são apresentados os resultados, mutáveis com relação ao tempo, dos deslocamentos verticais calculados na conexão 1.

Figura 7.50. Gráfico deslocamento vertical-tempo na conexão 1 do EPB3.

A Figura 7.51 ilustra as forças calculadas na conexão 1 variando de acordo o tempo.

Figura 7.51. Gráfico força horizontal-tempo na seção transversal da viga na conexão 1 do EPB3.

Os resultados da estrutura EPB3 são muito semelhantes aos da EPB1. Novamente, a força horizontal que age no pilar, em virtude de sua dilatação, cresce muito no início, motivo pelo qual a viga dilata. A estrutura, no entanto, não tem a sua rigidez afetada. Devido ao aumento da temperatura, o módulo de elasticidade dos materiais cai, e a rigidez e a força horizontal também diminuem. De novo, o deslocamento horizontal continua aumentando, sendo, portanto, as deformações principalmente plásticas, pois os elementos estruturais têm temperaturas muito altas. Na parte final das curvas, os deslocamentos não aumentam mais, assim como a dilatação do material.

Utilizou-se, para calcular a capacidade resistente do pilar, o Método da Isoterma de 500 °C com a formulação da analogia de treliça em temperatura ambiente.

Para o tempo de 60 minutos de exposição à ISO 834, a força horizontal tem o valor máximo de 109,1 kN. Essa força gera no pilar um esforço cortante:

$$V_{sd} = 109,1 \text{ kN}.$$

Foi feita a analogia de treliça por meio do Modelo I, ou seja, $\theta = 45^\circ$ para as bielas de concreto comprimido e $\alpha = 90^\circ$ para os tirantes ou estribos. São calculadas, então, as forças cortantes resistentes de cálculo, sendo V_{Rd2} relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto e V_{Rd3} relativa à ruína por tração.

Para o pilar da EPB3, aos 60 minutos, os valores calculados de força cortante resistente segundo as equações 7.6 e 7.10 são:

$$V_{Rd2} = 484,9 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 286,3 \text{ kN}$$

Observa-se que a força cortante resistente é maior que a força de solicitação, e a relação entre elas é:

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd,fi}} = 0,38$$

7.5. Pórtico bidimensional EPB4

A estrutura analisada é composta por três pilares engastados no extremo inferior e conectados a três vãos de viga que formam uma viga contínua, como ilustra a Figura 7.52.

Figura 7.52. Geometria do pórtico bidimensional EPB4.

O comprimento dos pilares é de 2,75 m e das vigas, de 5,85 m. A seção transversal dos pilares é quadrada de 30 cm x 30 cm. A seção transversal das vigas é retangular de 30 cm x 50 cm. Ambas as seções com 4 barras possuem diâmetros de 16 mm.

Foi empregado concreto com $f_{ck} = 35$ MPa e aço com $f_y = 500$ MPa. As solicitações consideradas foram a carga uniformemente distribuída nas vigas de 38 kN/m, e o incêndio nas faces indicadas na Figura 7.53 de acordo com a curva ISO 834:1999.

Figura 7.53. Solicitações do pórtico bidimensional EPB4.

As figuras de 7.54 a 7.57 apresentam os resultados dos campos de temperatura para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva ISO 834.

Figura 7.54. Campo de temperaturas do EPB4 para 30 min.

Figura 7.55. Campo de temperaturas do EPB4 para 60 min.

Figura 7.56. Campo de temperaturas do EPB4 para 90 min.

Figura 7.57. Campo de temperaturas do EPB4 para 120 min.

As figuras de 7.58 a 7.61 mostram os campos de deslocamentos horizontais variando com o tempo.

Figura 7.58. Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 30 min.

Figura 7.59. Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 60 min.

Figura 7.60. Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 90 min.

Figura 7.61. Campo de deslocamentos horizontais do EPB4 para 120 min.

A seguir, nas figuras de 7.62 a 7.65, são representados, seguindo-se a variação do tempo, os campos de deslocamentos verticais.

Figura 7.62. Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 30 min.

Figura 7.63. Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 60 min.

Figura 7.64. Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 90 min.

Figura 7.65. Campo de deslocamentos verticais do EPB4 para 120 min.

A Figura 7.66 exibe os resultados dos deslocamentos horizontais calculados na conexão 1, que mudam de acordo com o tempo.

Figura 7.66. Gráfico deslocamento horizontal-tempo na conexão 1 do EPB4.

A seguir, na Figura 7.67, o gráfico apresenta, variando com o tempo, os resultados dos deslocamentos horizontais calculados na conexão 1.

Figura 7.67. Gráfico deslocamento horizontal-tempo na conexão 1 do EPB4.

A Figura 7.68 mostra as forças calculadas na conexão 1 variando com o tempo.

Figura 7.68. Gráfico força horizontal-tempo na seção transversal da viga na conexão 1 do EPB4.

Nessa estrutura, observa-se que o resultado obtido tem mais semelhança com os da EPB2. A maior quantidade de carga dos níveis superiores resulta em maior restrição à dilatação do pilar, portanto os deslocamentos verticais do nó analisado são menores que aqueles das estruturas com pouca restrição axial no pilar. Isso está relacionado a maiores deslocamentos horizontais.

Novamente, é possível perceber que a força horizontal que age no pilar devido à dilatação cresce consideravelmente no início, dilatando a própria viga, mas sem afetar a rigidez da estrutura. Em seguida, devido ao aumento de temperatura, o módulo de elasticidade dos materiais cai, diminuindo também a rigidez e a força horizontal. O deslocamento horizontal, por outro lado, continua aumentando. Logo, as deformações são majoritariamente plásticas devido às temperaturas elevadas dos

elementos estruturais. Na parte final das curvas, como a dilatação do material não aumenta mais, o mesmo acontece com os deslocamentos.

Como já explicado, foi combinado o Método da Isoterma de 500 °C com a formulação da analogia de treliça usada em temperatura ambiente para calcular a capacidade resistente do pilar.

Com 70 minutos de exposição à ISO 834, a força horizontal tem o valor máximo de 185,5 kN. Essa força gera no pilar um esforço cortante:

$$V_{sd} = 66,2 \text{ kN}.$$

Utilizou-se o Modelo I para formular a analogia de treliça, ou seja, $\theta = 45^\circ$ para as bielas de concreto comprimido e $\alpha = 90^\circ$ para os tirantes ou estribos.

Nessas condições, calculam-se as forças cortantes resistentes de cálculo, sendo V_{Rd2} relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto e V_{Rd3} , à ruína por tração.

Para o pilar da EPB4 aos 70 minutos, os valores calculados de força cortante resistente segundo as equações 7.6 e 7.10 são:

$$V_{Rd2} = 466,5 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 279,8 \text{ kN}$$

A força cortante resistente é maior que a força de solicitação, e a relação entre elas é:

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd,fi}} = 0,24$$

8. PILARES EM PÓRTICOS TRIDIMENSIONAIS DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

De maneira similar ao que foi feito no capítulo anterior, elaboraram-se, neste, análises numéricas termoestruturais tridimensionais com elementos finitos sólidos, pretendendo-se, dessa forma, calcular a variação dos deslocamentos e esforços internos, em especial as forças horizontais que agem no pilar. Agora, porém, o pilar será considerado parte de um pórtico tridimensional.

As análises, produzidas pelo programa DIANA FEA, contaram com duas etapas. Inicialmente, foi feita a análise térmica com elementos finitos para transferência de calor transiente, tendo por base a curva temperatura-tempo padronizada ISO 834. Depois, de acordo com os campos de temperatura calculados na análise térmica, fez-se a análise estrutural com elementos finitos próprios para tal, considerando-se a variação das propriedades físicas dos materiais com a temperatura.

Nas estruturas em situação de incêndio, além da perda de capacidade resistente, também ocorrem outros fenômenos, como a dilatação, a variação do diagrama tensão-deformação, a diminuição do módulo de elasticidade e a fissuração, dentre outros. Como consequência, há a variação dos deslocamentos e dos esforços internos na estrutura.

Realizou-se um estudo detalhado do comportamento das estruturas de pórticos de concreto armado tridimensionais em situação de incêndio, levando em conta a não linearidade do material, a não linearidade geométrica e a fissuração do

concreto. Nas as análises tridimensionais, emprego-se o método dos elementos finitos.

Serão usados, aqui, todos os modelos matemáticos para os comportamentos térmico e mecânico dos pilares já apresentados neste texto. No estudo dos materiais em temperatura ambiente (adotada como 20 °C), usar-se-ão as diretrizes da Norma Brasileira ABNT/NBR 6118:2014 e da Norma Europeia EN 1992-1-1:2004. Para os materiais em situação de incêndio, as diretrizes bases serão da Norma Brasileira ABNT NBR 15200:2012 e da Norma Europeia EN 1992-1-2:2004.

8.1. Pórtico tridimensional EPT1

A estrutura analisada é um prédio pequeno de cinco andares, com as características geométricas apresentadas na Figura 8.1.

Figura 8.1. Geometria do pórtico tridimensional EPT1.

O comprimento dos pilares é de 2,75 m e das vigas, de 5,85 m. A seção transversal dos pilares é quadrada de 30 cm x 30 cm. A seção transversal das vigas é retangular de 30 cm x 50 cm. Ambas as seções com 4 barras têm diâmetro de 16 mm.

Foi empregado concreto com $f_{ck} = 35$ MPa e aço com $f_y = 500$ MPa. As solicitações consideradas correspondem à carga uniformemente distribuída em todas as vigas de 38 kN/m, e ao incêndio, de acordo com a curva ISO 834:1999, nas faces indicadas na Figura 8.2.

Figura 8.2. Solicitações do pórtico tridimensional EPT1.

A seguir, nas figuras de 8.3 a 8.6, são apresentados os resultados dos campos de temperatura para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição à curva ISO 834.

Figura 8.3. Campo de temperaturas do EPT1 para 30 min.

Figura 8.4. Campo de temperaturas do EPT1 para 60 min.

Figura 8.5. Campo de temperaturas do EPT1 para 90 min.

Figura 8.6. Campo de temperaturas do EPT1 para 120 min.

As figuras de 8.7 a 8.10 mostram os campos de deslocamentos horizontais variando com o tempo.

Figura 8.7. Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 30 min.

Figura 8.8. Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 60 min.

Figura 8.9. Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 90 min.

Figura 8.10. Campo de deslocamentos horizontais do EPT1 para 120 min.

Nas figuras de 8.11 a 8.14, tem-se, de acordo com os diferentes tempos, os campos de deslocamentos verticais.

Figura 8.11. Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 30 min.

Figura 8.12. Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 60 min.

Figura 8.13. Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 90 min.

Figura 8.14. Campo de deslocamentos verticais do EPT1 para 120 min.

A Figura 8.15 apresenta gráficos com os resultados dos deslocamentos horizontais calculados na conexão 1 variando com o tempo.

Figura 8.15. Gráfico deslocamento horizontal-tempo na conexão 1 do EPT1.

A seguir, a Figura 8.16 aponta, conforme a variação do tempo, os resultados dos deslocamentos verticais calculados na conexão 1.

Figura 8.16. Gráfico deslocamento vertical-tempo na conexão 1 do EPT1.

Na Figura 8.17, observam-se as forças horizontais calculadas na conexão 1 variando com o tempo.

Figura 8.17. Gráfico força horizontal-tempo na conexão 1 do EPT1.

De maneira análoga ao fenômeno observado nos pórticos bidimensionais, é possível perceber que a força horizontal que age no pilar devido à dilatação cresce mais rapidamente no início, dilatando também a viga. A estrutura, por sua vez, ainda conserva muita rigidez. Posteriormente, com o aumento da temperatura, diminui-se a rigidez da estrutura e a força horizontal. O deslocamento horizontal, igualmente, continua aumentando, o que significa que as deformações são, em sua maioria, plásticas, pois boa parte da seção transversal dos elementos estruturais encontra-se em temperaturas altas. Por fim, os deslocamentos não crescem mais, uma vez que o mesmo acontece com a dilatação do material. Essa força horizontal no pilar não é desprezível e deve ser considerada no cálculo desse tipo de estrutura.

Diferente dos pórticos bidimensionais, observa-se, nos pórticos tridimensionais, a influência das vigas paralelas ao eixo y. Elas aumentam a rigidez da estrutura ao aumentar a restrição aos deslocamentos na direção x e z. Essa restrição tem mais influência nos deslocamentos verticais, já que as vigas têm maior rigidez nesse sentido.

Como explanado anteriormente no Capítulo 7, combinou-se o Método da Isoterma de 500 °C com a formulação da analogia de treliça utilizada em temperatura ambiente para calcular a capacidade resistente do pilar. A formulação correspondente foi explicada brevemente nas equações 7.1 a 7.10.

Para o tempo de 70 minutos de exposição à ISO 834, a força horizontal tem o valor máximo de 197,4 kN. Essa força gera no pilar um esforço cortante:

$$V_{Sd} = 62,6 \text{ kN}.$$

A analogia foi elaborada segundo o Modelo I, ou seja, $\theta = 45^\circ$ para as bielas de concreto comprimido e $\alpha = 90^\circ$ para os tirantes ou estribos. Nessas condições, são calculadas as forças cortantes resistentes de cálculo, sendo V_{Rd2} relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto e V_{Rd3} , à ruína por tração.

Para o pilar da EPT1 aos 70 minutos, os valores calculados de força cortante resistente segundo as equações 7.6 e 7.10 são:

$$V_{Rd2} = 466,5 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 279,8 \text{ kN}$$

Observa-se que a força cortante resistente é maior que a força de solicitação, e a relação entre elas é:

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd,fi}} = 0,22$$

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

9.1 Conclusões

Para cumprir com os objetivos propostos, esta tese foi estruturada em quatro partes, cujas conclusões serão apresentadas a seguir.

Na primeira, os capítulos 1, 2, 3 e 4 introduziram o assunto, tendo importância fundamental para o desenvolvimento da tese. Neles, observou-se o comportamento do incêndio e dos materiais do ponto de vista térmico e estrutural, de acordo com as diretrizes das normas brasileiras e europeias e as suas respectivas formulações.

A segunda (capítulo 5) foi dedicada a estudos de pilares curtos de concreto armado em incêndio. A abordagem, individual, não considerou sua interação com qualquer outro elemento estrutural. Todos os resultados deste capítulo foram calculados em um programa próprio do autor desta tese e desenvolvidos em MATLAB. Analisou-se a capacidade resistente da seção transversal dos pilares, submetidos à compressão axial, à flexão composta reta e à flexão composta oblíqua, em situação de incêndio, ou seja, levando-se em conta a variação das propriedades térmicas e estruturais em função da temperatura. Com esse código, elaboraram-se curvas e superfícies envoltórias, também chamadas de interação ou de ruptura, que definem a capacidade resistente do pilar.

Em pilares submetidos à compressão axial ou à compressão simples, foi observado o efeito das restrições às deformações térmicas e a sua variação em função do tempo de exposição ao fogo. Devido à restrição axial, percebeu-se que

um pilar, mesmo apresentando deformação total nula, pode estar submetido a forças normais muito altas. Essas forças deveriam ser cuidadosamente levadas em conta na hora do dimensionamento.

Para a flexão composta, estudaram-se dois métodos existentes na literatura. Um deles considera os domínios de deformação variáveis em função do campo de temperaturas da seção transversal; já o outro aborda a isoterma de 500 °C. Verificou-se que os dois são eficientes quando é analisada uma seção transversal submetida à flexão composta reta. Porém, para seções submetidas à flexão composta oblíqua, apesar de ambos os métodos serem conceitualmente válidos, o método dos domínios de deformação mostrou-se pouco eficiente. Isso acontece devido à dificuldade para calcular o pivô móvel. No caso da isoterma de 500 °C, tal recurso revelou-se bastante eficiente para a flexão composta oblíqua.

Consideraram-se diversas condições térmicas de contorno, ou seja, diversos tipos de exposição ao fogo e os efeitos na capacidade resistente que derivam delas. Observou-se que o fogo não simétrico em uma seção transversal gera assimetria nas curvas envoltórias, melhorando a capacidade resistente em um sentido e piorando em outro. As condições térmicas de contorno afetam consideravelmente as curvas envoltórias de esforços do estado-limite último. Foi observado que, devido a essa assimetria, a força normal máxima de compressão pode estar relacionada a um valor de momento não nulo em que, quanto maior o tempo de exposição ao fogo, maior é o momento relacionado a essa força.

Foram analisados pilares de concreto de alta resistência, assumindo as recomendações existentes na literatura, a fim de minimizar o efeito do *spalling*. Estudou-se também as curvas envoltórias em função da resistência do concreto e das dimensões do pilar. Observou-se, aqui, que mesmo seguindo todas as

recomendações e concordando que o *spalling* é insignificante (uma vez considerada a penalização forte associada ao fenômeno), aumentar a resistência do concreto não aumenta consideravelmente a capacidade resistente do pilar. Quando se quer ganhar capacidade resistente, é mais efetivo aumentar a robustez, ou, em outras palavras, aumentar as dimensões geométricas do pilar ao invés de fazê-lo na resistência do concreto. Não é impossível nem proibido, porém, o emprego dos pilares de concreto de alta resistência em situação de incêndio, desde que sejam seguidas todas as recomendações para evitar os efeitos negativos do *spalling*.

As análises térmicas foram realizadas separadamente nos programas de computador SUPER-TEPCALC e DIANA. Utilizaram-se também, com o código desenvolvido pelo autor da tese, métodos simplificados para calcular a temperatura. Percebeu-se, assim, que é possível o uso de métodos simplificados para calcular as temperaturas na seção transversal e, dessa forma, evitar programas específicos para análises térmicas. Os resultados obtidos com os métodos simplificados foram muito semelhantes aos alcançados com análises térmicas feitas em programas especializados no assunto.

A eficiência e os resultados desse capítulo foram validados realizando-se comparações com resultados obtidos em outros trabalhos científicos. Em todas essas análises, observou-se que é possível conhecer a capacidade resistente dos pilares, em qualquer uma das situações mencionadas, com um método computacionalmente econômico.

Finalmente, a conclusão mais importante do capítulo foi observar que a distribuição das tensões em uma seção transversal em situação de incêndio é exageradamente complexa, inclusive para condições de contorno e cargas simples. Notou-se que, mesmo para uma seção transversal com fogo simétrico nas quatro

faces do pilar e carga axial, a distribuição das tensões tem pontos locais máximos e mínimos na seção transversal. Os máximos não estão nem no centro geométrico nem nas faces externas, mas em pontos intermédios; já o mínimo encontra-se no centro geométrico da seção transversal. Isso é muito diferente da usualmente conhecida distribuição de tensões em temperatura ambiente, onde essas tensões têm distribuição constante ou muito aproximada a isso. Para seções transversais submetidas à flexão simples, à flexão composta reta e à flexão composta oblíqua, essa distribuição de tensões torna-se ainda mais complexa, ocorrendo muitas mudanças de concavidade. A complexidade se deve ao fato da seção transversal ter temperatura própria, temperatura essa que varia com o tempo. Portanto, cada ponto possui os valores de deformação mecânica, de deformação térmica e de relação tensão-deformação (resistência, módulo de elasticidade e deformações últimas) variando com o tempo. Lembrando, ainda, que tais propriedades também não têm variações lineares, o que gera análises altamente não lineares e com resultados que não são bem-comportados. Essa distribuição de tensões obviamente exerce consequência direta sobre as forças resultantes em um pilar, que, como visto nos capítulos posteriores, do mesmo modo não são bem-comportadas.

A terceira parte desta tese, capítulos 6, 7 e 8, é dedicada ao estudo de estruturas de pórticos bidimensionais e tridimensionais de concreto armado em situação de incêndio, usando como ferramenta computacional o programa DIANA.

No capítulo 6, apresentaram-se os modelos numéricos utilizados para as análises e executaram-se algumas validações de análises térmicas e termomecânicas no programa DIANA, que se mostrou muito eficiente para os fins requeridos. Essas validações foram feitas comparando-se os resultados alcançados pelo DIANA com os de outros trabalhos ou análises experimentais e numéricas, de autores com

experiência reconhecida no meio acadêmico. Comprovou-se boa precisão nas comparações dos resultados obtidos com os resultados dos outros trabalhos.

Nos capítulos 7 e 8, estudou-se o comportamento dos pilares levando-se em conta sua interação com a estrutura da qual fazem parte. Analisou-se o comportamento desses pórticos bidimensionais e tridimensionais prestando-se especial atenção aos pilares. Para essas análises, se usou o programa DIANA, que permite efetuar as análises térmica e mecânica com o método dos elementos finitos, com elementos esses específicos para cada análise. Uma vantagem que se teve foi a ampla possibilidade de configurar ou definir os modelos dos materiais, incluindo, aqui, todas as variações das suas propriedades térmicas e estruturais apresentadas na primeira parte desta tese (capítulos de 1 a 4). Os estudos foram realizados com elementos finitos tridimensionais e considerou-se, entre outras, a variação da temperatura em função do tempo, a variação da resistência dos materiais, das tensões e das deformações em função da temperatura, a fissuração do concreto (inclusive durante o incêndio) e a dilatação e o efeito da sua restrição.

A força horizontal, que decorre principalmente da dilatação da viga, pode ter um valor muito alto. Ela, por sua vez, gera uma força cortante no pilar. Quanto mais elementos estruturais estão ligados ao pilar, menor é a força cortante nele. Isso ocorre porque todos os elementos ligados ao pilar também ajudam a força horizontal a resistir. Se isso não for considerado no dimensionamento, pode-se comprometer a capacidade resistente do pilar. A força horizontal cresce muito no início do incêndio graças à combinação da dilatação da viga com uma estrutura que ainda não perdeu muita rigidez. Posteriormente, devido ao aumento da temperatura, a rigidez da estrutura vai diminuindo, o que leva o módulo de elasticidade dos materiais a também diminuir. Simplificando, a estrutura “amolece” e, conseqüentemente, a força

horizontal cai. Ainda assim, o deslocamento horizontal continua aumentando, entendendo-se, então, que as deformações, nesse estágio, são principalmente plásticas. Na parte final, as dilatações da estrutura não crescem mais, logo o deslocamento horizontal também não, podendo até diminuir.

Observou-se também que pilares com maior quantidade de níveis em cima, ou seja, com mais carga, apresentam maiores forças axiais em virtude da restrição aos deslocamentos nessa direção. Em contrapartida, nesses pilares, os deslocamentos e as forças horizontais nas conexões com as vigas tem tendência a aumentar.

Salienta-se que esses últimos fenômenos são muito complexos e não são fáceis de entender intuitivamente, já que não existe uma correspondência linear entre a temperatura e as forças e os deslocamentos. Em outras palavras, o aumento da temperatura não necessariamente implica nem em maiores forças, nem em maiores deslocamentos.

Calculou-se a força cortante resistente dos pilares combinando-se o Método da Isoterma de 500 °C com a analogia de treliça em temperatura ambiente. Dos resultados obtidos, é possível observar que a força cortante de solicitação no pilar varia entre 22% e 38% de sua força cortante resistente. Os valores de $V_{Sd} \approx 0,22V_{Rd,fi}$ correspondem a estruturas em que o pilar está ligado a outros elementos estruturais, cuja rigidez ajuda a resistir à força horizontal decorrente da dilatação da viga. Essa situação é muito comum na maioria dos pilares de fachada de edifícios. Já os valores $V_{Sd} \approx 0,38V_{Rd,fi}$ dizem respeito a pilares que resistem à maior parte da força horizontal decorrente da dilatação da viga e que não tem ajuda de outros elementos estruturais. Tal situação é própria de pilares de fachada no topo dos edifícios.

9.2 Recomendações para futuros trabalhos

Atualmente, os computadores disponíveis no Laboratório de Mecânica Computacional do Departamento de Estruturas e Geotécnica, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP) não têm capacidade suficiente para realizar essas análises em menor tempo. Mesmo sendo utilizados vários computadores com dois processadores, memória de 64 Gb e SSD praticamente ilimitado, a maioria das análises feitas nesta tese tem demorado mais de 24 horas para se concluírem, algumas delas levando vários dias. Isso acontece devido à alta complexidade dos modelos adotados e ao grande número de nós e elementos estudados. A tudo isso, soma-se ainda o fato de que nem todas as análises terminam com bons resultados e que chegar aos resultados finais desta pesquisa foi um processo iterativo de análises ao longo de quatro anos. Supõe-se que, no futuro, com os avanços tecnológicos, essas limitações serão resolvidas.

APÊNDICE A – Funções do código em MATLAB

O código desenvolvido em MATLAB, aplica as funções que o usuário indique, de acordo com o tipo de análise feita.

Por falta de espaço não serão apresentadas todas as funções, devido a que, para imprimir todas as funções com todas as opções de variações se precisariam mais de 500 páginas.

A seguir são apresentadas as principais funções do código.

```
%FLEXÃO COMPOSTA OBLIQUA SEÇÃO QUALQUER
```

```
clear
```

```
clc
```

```
close all
```

```
%Para todas as propriedades, deformações, resistências, forças, etc.:
```

```
%Compressão (-) , Tração (+).
```

```
%Momentos: Tração da fibra inferior, compressão da fibra superior (+)
```

```
%Tração da fibra superior, compressão da fibra inferior (-).
```

```
%
```

```
—
```

```
%Materiais
```

```
%
```

```
%Concreto
```

```
%fck deve ter sinal negativo
```

```
% fck=-27.58; %MPa
```

```
fck=-25; %MPa
```

```
fcm=fck+8; %MPa
```

```
% gamac=1.5;
```

```
gamac=1;
```

```

fcd=fck/gamac; %MPa

% rusch=0.85;

rusch=1;

% _____

%Agregado

%Valores de alfa_E para diferentes agregados

% basalto e diabásio 1.2

% granito e gnaisse 1.0

% calcário 0.9

% arenito 0.7

alfa_E=1;

%Para o incêndio

%Agregado silicoso =1 ; calcario = 2

agregado=1;

% _____

%Deformações, resistência à tração e módulo de elasticidade

%Modelo de concreto da NBR modelo=1

%Modelo de concreto de Wassermman modelo=2

%Modelo de concreto em incêndio NBR e EN modelo=3

modelo=3;

%Concretos de resistências até fck=50MPa

if fck>=(-50) && fck<=0

    epsilon_m=-0.002;

%    epsilon_cmax=-0.0035;

    epsilon_cmax=-0.0038;

    fctm=0.3*((-fck)^(2/3)); %MPa

    fctm=real(fctm);

    Eci=alfa_E*5.6*(-fck)^0.5; %GPa

%Concretos de alta resistência

elseif fck<(-50)

    epsilon_m=-0.002-0.000085*(-fck-50)^0.53;

```

```

    epsiloncmmax=-0.0026-0.0035*((90+fck)/100)^4;

    fctm=2.12*log(1+0.11*fck); %MPa

    fctm=real(fctm);

    Eci=(21.5*alfa_E*((-fck/10)+1.25)^(1/3)); %GPa
else
    error('fck deve ter sinal negativo');
end

fctk=0.7*fctm;

fctd=0.85*fctk/gamac; %MPa

epsilonctmax=0.00015;

Ec1=(fcm/epsilonm)/1000; %GPa

Eci_Ec1=Eci/Ec1;

% if modelo==3

%     []=coeficientes_armadura();

%     []=coeficientes_concreto();

% end


% _____

%Tension stiffness

alfa1=1;

alfa2=0.5;

% _____

%Deformação lenta

phi_def_lenta=0; %(EM REVISÃO)

% phi_def_lenta=1;

% phi_def_lenta=2;

%Retração (EM REVISÃO)

retracao=0;

% _____

%Aço

fyk=500; %MPa

```

```

fp=0.90*fyk;

% fyk=413.79*1.15; %MPa

% gamas=1.15;

gamas=1;

fyd=fyk/gamas; %MPa

% _____

Es=210; %GPa

% _____

epsilony=fyd/(Es*1000);

epsilonsmax=0.010;

% _____

-

%Temperatura

theta_conc_ij=20;

theta_arm_ij=20;

% _____

-

%Graficas dos diagramas tensão - deformação

graf_tens_def=0;

if graf_tens_def==1

graficas_diagramas_tensao_deformacao(epsiloncmax,epsilonm,epsilonctmax
,fck,fcd,fctd,Eci,epsilony,epsilonsmax,Es,fyd,retracao,phi_def_lenta,f
cm,Eci_Ec1,modelo,rusch,theta_conc_ij,theta_arm_ij,agregado,fp);

end

% _____

-

cobrimento=0.03; %m

estribo=0.00; %m

% cobrimento=0.04195; %m

% estribo=0.006; %m

```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
diametroarmadura=0.0125; %m

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

d_linha=cobrimento+estribo+(diametroarmadura/2);

%
_____

-

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Geometria da seção transversal

b=20; %cm

h=30; %cm

b_secao=b/100; %m

h_secao=h/100; %m

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Pontos sentido antihorario

geomconcreto = [b_secao/2      h_secao/2;
                -b_secao/2     h_secao/2;
                -b_secao/2     -h_secao/2;
                b_secao/2      -h_secao/2;
                b_secao/2      h_secao/2];

%
_____

geomarmadura = [

                %esquinas
                (b_secao/2)-d_linha      (h_secao/2)-d_linha;

%Superior Dereita (Vigas)
                (-b_secao/2)+d_linha      (h_secao/2)-d_linha;

%Superior Izquierda (Vigas)
                (-b_secao/2)+d_linha      (-h_secao/2)+d_linha;

%Inferior Izquierda (Vigas)
                (b_secao/2)-d_linha      (-h_secao/2)+d_linha;

%Inferior Dereita (Vigas)

```

```

%eixos
(b_secao/2)-d_linha      0; %Fase Dereita
0                        (h_secao/2)-d_linha; %Face
Superior (Vigas)
(-b_secao/2)+d_linha     0; %Fase Izquierda
0                        (-h_secao/2)+d_linha;
%Face Inferior (Vigas)

%                %metades dos tramos entre esquinas e eixos
%                (b_secao/2)-d_linha      ((h_secao/2)-d_linha)/2;
%Face Dereita Bitola Superior
%                ((b_secao/2)-d_linha)/2      (h_secao/2)-d_linha;
%Face Superior Bitola Dereita (Vigas)
%                ((-b_secao/2)+d_linha)/2      (h_secao/2)-d_linha;
%Face Superior Bitola Izquierda (Vigas)
%                (-b_secao/2)+d_linha      ((h_secao/2)-d_linha)/2;
%Face Izquierda Bitola Superior
%                (-b_secao/2)+d_linha      ((-
h_secao/2)+d_linha)/2; %Face Izquierda Bitola Inferior
%                ((-b_secao/2)+d_linha)/2      (-h_secao/2)+d_linha;
%Face Inferior Bitola Izquierda (Vigas)
%                ((b_secao/2)-d_linha)/2      (-h_secao/2)+d_linha;
%Face Inferior Bitola Dereita (Vigas)
%                (b_secao/2)-d_linha      ((-
h_secao/2)+d_linha)/2; %Face Dereita Bitola Inferior

%                %distribuição para quatro bitolas numa face
%                ((b_secao/2)-d_linha)/3      (h_secao/2)-d_linha;
%Face Superior Bitola Dereita (Vigas)

```

```

%          ((-b_secao/2)+d_linha)/3      (h_secao/2)-d_linha;
%Face Superior Bitola Izquerda (Vigas)
%          ((-b_secao/2)+d_linha)/3      (-h_secao/2)+d_linha;
%Face Inferior Bitola Izquerda (Vigas)
%          ((b_secao/2)-d_linha)/3        (-h_secao/2)+d_linha;
%Face Inferior Bitola Dereita (Vigas)
%          (b_secao/2)-d_linha            ((h_secao/2)-d_linha)/3;
%Face Dereita Bitola Superior
%          (b_secao/2)-d_linha            ((-
h_secao/2)+d_linha)/3; %Face Dereita Bitola Inferior
%          (-b_secao/2)+d_linha          ((h_secao/2)-d_linha)/3;
%Face Izquerda Bitola Superior
%          (-b_secao/2)+d_linha          ((-
h_secao/2)+d_linha)/3; %Face Izquerda Bitola Inferior

```

```

];

```

```

% _____

```

```

%Furo
%Com furo 1 , Sem furo 0
com_sem_furo=0;
%Espessura da parede
% t_pared=0.5*b_secao/2;
t_pared=0.08;

if com_sem_furo==1
    if ((t_pared > b_secao/2) || (t_pared < 0))
        error('A espessura da parede deve ser positiva e menor que a
dimensão mínima da seção transversal')
    end
end

```

```

        end
    else
        t_pared=b_secao/2;
    end

    %Pontos sentido antihorario
    geomfuro = [b_secao/2-t_pared      h_secao/2-t_pared;
               -b_secao/2+t_pared      h_secao/2-t_pared;
               -b_secao/2+t_pared      -h_secao/2+t_pared;
               b_secao/2-t_pared        -h_secao/2+t_pared;
               b_secao/2-t_pared        h_secao/2-t_pared;
               ];

    b_furo=b_secao-2*t_pared;
    h_furo=h_secao-2*t_pared;

    %
    _____

    -
    % graf_geom_st_forn=0;

    % [dim_concreto,dim_armadura,geomconcreto,geomarmadura] =
    geometria_st_fornecida(geomconcreto,geomarmadura,diametroarmadura,graf
    _geom_st_forn);

    %
    _____

    -
    % graf_geom_bm_hm=0;

    % [dim_concreto,dim_armadura,geomconcreto_bm_hm,geomarmadura_bm_hm] =
    geometria_bmedio_hmedio(geomconcreto,geomarmadura,diametroarmadura,gra
    f_geom_bm_hm);

    %
    _____

    -

```

```

% graf_geom_cg=0;

%

[dim_concreto,dim_armadura,cg,xcg,ycg,geomconcreto_cg,geomarmadura_cg]
=
geometria_cg(geomconcreto_bm_hm,geomarmadura_bm_hm,diametroarmadura,gr
af_geom_cg);

% _____

—
geomconcreto_cg=geomconcreto;
geomarmadura_cg=geomarmadura;
xcg=0; %m
ycg=0; %m
cg=[xcg ycg];

% _____

—
%Numero de elementos no eixo horizontal e vertical para discretizar
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% nex=30;
% ney=50;
% nex=30;
% ney=30;
% nex=25;
% ney=50;
nex=b;
ney=h;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ncolunas=nex;
nfilas=ney;
% bst=0.8;
% hst=1.4;
bst=b_secao; %m

```

```

hst=h_secao; %m
be=bst/nex; %m
he=hst/ney; %m
netotal=nex*ney;

%
-----

-
%Discretização
graf_disc=1;

[dim_concreto,dim_armadura,befi,hecj,xk,yk,geom_disc_furo,befi_furo,he
cj_furo,k_furo] =
discretizacao(geomconcreto_cg,geomarmadura_cg,diametroarmadura_cg,xcg,
ycg,nex,ney,ncolunas,nfilas,bst,hst,be,he,graf_disc,geomfuro);

%
-----

-
%Introdução da matriz de temperaturas de todos os elementos
%Forma 1 = 30x30 , Forma 2 = 40x40 , Forma 3 = 20x50 , Forma 4 = 30x60
if b==30 & h==30
    forma=1;
elseif b==40 & h==40
    forma=2;
elseif b==20 & h==50
    forma=3;
elseif b==30 & h==60
    forma=4;
end
tempo=120;

[theta_concreto,theta_armadura,temp_eixo_vertical] =
temperatura(forma,tempo,nfilas,ncolunas,dim_armadura);

%Grafica da seção transversal com as deformações térmicas
temp_def_term=1;
if temp_def_term==1

```

```

grafica_temperaturas(nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomconcreto_cg,t
heta_concreto,tempo,bst,hst,dim_armadura,diametroarmadura);

grafica_def_termicas(nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomconcreto_cg,t
heta_concreto,agregado,tempo,bst,hst,dim_armadura,diametroarmadura);
end

%
-----

-
%Areas totais normais de plastificação na compressão e na tração
[areaconctotal,areaacototal,areafurototal,~,~] =
area_total(nfilas,ncolunas,befi,hecj,geomarmadura,diametroarmadura,fcd
,fyd,epsilon_m,Es,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,rusch);
%
-----

-
%Taxa mecânica e geometrica de armadura
omega=(areaacototal*fyd)/(areaconctotal*rusch*(-fcd));
ro=areaacototal/areaconctotal;
%
-----

-
% %Rotação
% delta_theta=90; %o
% %Numero de angulos a rotar
% n_o=(360/delta_theta)+1;
% for a=1:n_o
%         angulo=delta_theta*(a-1); %o
%         alfa=angulo*pi/180; %rad
%         %Mudança da discretização para o angulo alfa
%
[areaconctotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,ydeltaysup,ydeltayinf
,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,vysalfa,yalfasups,yalfain

```

```

fs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balfa] =
discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura,d
iametroarmadura);
% end

angulo=0; %o
alfa=angulo*pi/180; %rad
[areaconctotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel
tayinf,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =
discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);
graf_disc_alfa=0;
if graf_disc_alfa==1
    [x_vertices_alfa,y_vertices_alfa] =
grafica_discretizacao_alfa(alfa,xalfainfc,xalfasupc,yalfainfc,yalfasup
c,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,xk,yk,befi,hecj,ncolunas,nfilas,geomconc
reto_cg,graf_disc_alfa,dim_armadura,diametroarmadura,bst,hst,n_element
os_furo,xfalfa,yfalfa,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,geomfuro);
end

%Matrizes de deformações térmicas
[epsilon_term_conc,epsilon_term_arm,epsilon_term_eixo_vertical] =
deformacoes_termicas(nfilas,ncolunas,narmaduras,theta_concreto,theta_a
rmadura,agregado,temp_eixo_vertical);

%Normais máximas
if modelo==3
%     theta_conc_ij=max(temp_eixo_vertical);
%     [kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);
%     epsilon_cmax=epsilon_cu;

```



```

%     epsilonm=epsilon_c1;
%     theta_arm_ij=max(theta_armadura);
%     [ky,kp,kE] = coeficientes_armadura(theta_arm_ij);
%     %Deformação máxima da armadura tracionada epsilon t theta
%     epsilonsmax=0.15;
%     epsilony=0.02;
%     %Graficas dos diagramas tensão - deformação à temperatura máxima
da seção transversal
    graf_tens_def=0;
    if graf_tens_def==1

graficas_diagramas_tensao_deformacao(epsiloncmax,epsiloncmax,epsiloncmax
,fck,fcd,fctd,Eci,epsilony,epsilonsmax,Es,fyd,retracao,phi_def_lenta,f
cm,Eci_Ec1,modelo,rusch,theta_conc_ij,theta_arm_ij,agregado,fp);

        end
    end
%     epsilonsup=epsiloncmax;
%     epsiloninf=epsiloncmax;
%     epsilonsup=epsiloncmax;
%     epsiloninf=epsiloncmax;
%     [Ndepsilon,~,~] =
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilonsup,epsiloninf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsiloncmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsiloncmax,Eci,fyd,fp,Es,epsilonsmax,alfa1,alfa2,
Ac,As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_
furo,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ec1,fcm,modelo,rusch,theta_conc_ij,agr
egado,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,eps
ilon_term_arm,com_sem_furo);
%     NScmax=Ndepsilon;
%     epsilonsup=epsilonsmax;
%     epsiloninf=epsilonsmax;

```

```

% [Ndepsilon,~,~] =
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilonsup,epsiloninf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsiloncmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,epsilonsmax,alfa1,alfa2,
Ac,As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_
furo,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fc,modelo,rusch,theta_conc_ij,agr
egado,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,eps
ilon_term_arm,com_sem_furo);
% NStmax=Ndepsilon;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Solicitações

Nsd=0; %kN
Msdx=0; %kN*m
Msdy=0; %kN*m

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% if Nsd<NScmax
%     error('Normal de compressão maior à normal de plastificação do
concreto e armadura da seção transversal');
% elseif Nsd>NStmax
%     error('Normal de tração maior à normal de plastificação da
armadura seção transversal');
% end

%


---


-
%Critério para definir Estado Limite Ultimo

```

```

% Eurocode=1 , ACI=2 , Compressão Simples (Tensão-Deformação)=3
criterio_ELU=1;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%COMPRESSÃO SIMPLES?

compressao_simples=1;

%ENVOLTORIA Nd-Mxd CURVA?

envolt_Nd_Mxd=0;

%ENVOLTORIA Mxd-Myd ROSETA?

envolt_Mxd_Myd=0;

%ENVOLTORIA Nd-Mxd-Myd SUPERFICIE?

envolt_Nd_Mxd_Myd=0;

%Analise Não Linear?

analise_nao_linear=0;

%DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA Mxd-1/r?

envolt_Mxd_Curv=0;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%

```

—

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%COMPRESSÃO SIMPLES
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if compressao_simples==1

    %Numero de normais

    n_curvas=19;

    num_intervalos_N=n_curvas-1;

    %    delta_NdS=(NSTmax-NScmax)/num_intervalos_N;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    %    %Numero de pontos por dominio

    %    n_dom=4;

    %    n1=4;

    %    n2=4;

    %    n3=4;

    %    n4=4;

    %    n4a=3;

    %    n5=4;

    %Tolerancia

    tol=10;

    n_max_iter=30;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

angulo=0; %o

alfa=angulo*pi/180; %rad

%Mudança da discretização para o angulo alfa

[areaconcttotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel
tayinf,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =
discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);

%Grafica da discretização alfa

graf_disc_alfa=0;

if graf_disc_alfa==1

    [x_vertices_alfa,y_vertices_alfa] =
grafica_discretizacao_alfa(alfa,xalfainfc,xalfasupc,yalfainfc,yalfasup
c,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,xk,yk,befi,hecj,ncolunas,nfilas,geomconc
reto_cg,graf_disc_alfa,dim_armadura,diametroarmadura,bst,hst,n_element
os_furo,xfalfa,yfalfa,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,geomfuro);

end

theta_max_secao=max(max(theta_concreto));

theta_min_secao=min(min(theta_concreto));

theta_arm_ij=max(max(theta_armadura));

epsilon_thermmax=max(max(epsilon_term_conc));

%Diagramas tensão-deformação do ponto mais frio e do mais quente

theta_conc_ij=theta_min_secao;

[kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);

```

```

    epsiloncmax_ext=epsilon_cu;

    graf_tens_def=0;

    if graf_tens_def==1

graficas_diagramas_tensao_deformacao(epsiloncmax,epsilon_m,epsilon_ctmax
,fck,fcd,fctd,Eci,epsilon_y,epsilon_smax,Es,fyd,retracao,phi_def_lenta,f
cm,Eci_Ec1,modelo,rusch,theta_conc_ij,theta_arm_ij,agregado,fp);

        end

        theta_conc_ij=theta_max_secao;

        [kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);

        epsiloncmax_ext=epsilon_cu;

        graf_tens_def=0;

        if graf_tens_def==1

graficas_diagramas_tensao_deformacao(epsiloncmax,epsilon_m,epsilon_ctmax
,fck,fcd,fctd,Eci,epsilon_y,epsilon_smax,Es,fyd,retracao,phi_def_lenta,f
cm,Eci_Ec1,modelo,rusch,theta_conc_ij,theta_arm_ij,agregado,fp);

        end

        epsilon_smax=0.15;

        epsilon_y=0.02;

pontos_graf_dilat=15;

pontos_graf_comp=30;

pontos_graf_comp_simples_tot=pontos_graf_dilat+pontos_graf_comp+1;

epsilon_dominios=zeros(pontos_graf_comp_simples_tot,1);

```

```

for i=1:pontos_graf_comp_simples_tot
    if i<=pontos_graf_dilat
        epsilon_dominios(i,1)=epsilon_thermmmax-
        (epsilon_thermmmax/pontos_graf_dilat)*(i-1);
    else

epsilon_dominios(i,1)=((epsilon_thermmmax+epsilon_cu)/pontos_graf_comp)*
        (i-pontos_graf_dilat-1);
    end
end

for dom=1:size(epsilon_dominios,1)
    epsilon_eixo=epsilon_dominios(dom,1);
    epsilon_sup=epsilon_eixo;
    epsilon_inf=epsilon_eixo;
    [Ndepsilon,Mdepsilonx,Mdepsilony,fc] =
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilon_sup,epsilon_inf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsilon_cmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilon_ctmax,Eci,fyd,fp,Es,epsilon_smax,alfa1,alfa2,
Ac,As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_
furo,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fc,modelo,rusch,theta_conc_ij,agr
egado,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,eps
ilon_term_arm,com_sem_furo);
    Nalfa_limite(dom,1)=Ndepsilon;
    Esforços_NM(dom,1)=Ndepsilon;
    Esforços_NM(dom,2)=Mdepsilonx;
    Esforços_NM(dom,3)=Mdepsilony;
    graf_tensoes=1;

```

```

        if graf_tensoes==1
            tensoes=-fci;

grafica_tensoes(nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomconcreto_cg,tensoe
s,fck);

            txstr1(1) = {'Tensões na Seção Transversal'};
            txstr1(2) = {'b = ',num2str(bst),' cm ', 'h =
',num2str(hst),' cm ',num2str(dim_armadura(1,1)),' \phi
',num2str(diametroarmadura*1000),' mm'};

            txstr1(3) = {'tempo = ',num2str(tempo),' min'};
            txstr1(4) = {'\epsilon_{t_o_t} = ',num2str(-epsilon_eixo)};
            txstr1(5) = {'N = ',num2str(Ndepsilon)};
            title(txstr1)
        end

    end

end

scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[ (0.1)*scrsz(3) (0.1)*scrsz(4)
(0.8)*scrsz(3) (0.7)*scrsz(4)])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');
set(gca, 'color', 'white');
set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid on

%         title('Seção',b,'x',h)

```



```

%          text(0,max(Esfornos_NM(dom,1)),0,[' Seção ',num2str(b),' x
',num2str(h)],'horizontalAlignment','center','verticalAlignment','bott
om');

%          bitolas=rows(geomarmadura);

%          text(0,max(Esfornos_NM(dom,1)),0,[num2str(bitolas),' \phi
',num2str(diametroarmadura),'
mm'],'horizontalAlignment','center','verticalAlignment','top');

          txstr2(1) = {'b = ',num2str(bst),' cm ', 'h = ',num2str(hst),'
cm '];

          txstr2(2) = {[num2str(dim_armadura(1,1)),' \phi
',num2str(diametroarmadura*1000),' mm']];

          txstr2(3) = {'tempo = ',num2str(tempo),' minutos '];

          title(txstr2);

          xlabel('\epsilon_t_o_t')

          ylabel('N (kN)')

          plot3(-epsilon_dominios,-
Esfornos_NM(:,1),Esfornos_NM(:,2),'Color',[1 0 0],'LineWidth',1);

          plot3(-epsilon_dominios,-
Esfornos_NM(:,1),Esfornos_NM(:,2),'x','color',[1 0 0]);

          plot3(-epsilon_dominios,-
Esfornos_NM(:,1),Esfornos_NM(:,2),'o','color',[1 0 0]);

          plot3(-epsilon_dominios,-
Esfornos_NM(:,1),Esfornos_NM(:,2),'*','color',[1 0 0]);

end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%ENVOLTORIA Nd-Mxd CURVA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if envolt_Nd_Mxd==1

    %Numero de normais

    n_curvas=19;

    num_intervalos_N=n_curvas-1;

    %    delta_NdS=(NStmax-NScmax)/num_intervalos_N;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    %    %Numero de pontos por dominio

    %    n_dom=4;

    %    n1=4;

    %    n2=4;

    %    n3=4;

    %    n4=4;

    %    n4a=3;

    %    n5=4;

```

```

%Tolerancia

tol=10;

n_max_iter=30;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

angulo=0; %o

alfa=angulo*pi/180; %rad

%Mudança da discretização para o angulo alfa

[areaconcttotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel
tayinf,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =
discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);

%Grafica da discretização alfa

graf_disc_alfa=0;

if graf_disc_alfa==1

    [x_vertices_alfa,y_vertices_alfa] =
grafica_discretizacao_alfa(alfa,xalfainfc,xalfasupc,yalfainfc,yalfasup
c,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,xk,yk,befi,hecj,ncolunas,nfilas,geomconc
reto_cg,graf_disc_alfa,dim_armadura,diametroarmadura,bst,hst,n_element
os_furo,xfalfa,yfalfa,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,geomfuro);

end

%    for ai=1:2

%    angulo=(ai-1)*180+90; %o

%    Esforços_NM(1,1)=NStmax;

%    Esforços_NM(1,2)=0;

%    Esforços_NM(1,3)=0;

%    Npl=(rusch*(-fcd*1000)*areaconcttotal);

```

```

%     if modelo==3

        theta_conc_ij=max(max(theta_concreto));

        [kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);

        epsilon_cmax_ext=epsilon_cu;
%     epsilon_m_ext=epsilon_c1;

%     theta_conc_ij=min(temp_eixo_vertical);
%     [kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);
%     epsilon_cmax_cent=epsilon_cu;
%     epsilon_m_cent=epsilon_c1;

epsilon_smax=0.15;
epsilon_y=0.02;

epsilon_term_max_eixo_vert=max(max(epsilon_term_conc));
epsilon_term_min_eixo_vert=min(min(epsilon_term_eixo_vertical));
%     epsilon_term_max_eixo_vert=0;
%     end

for j=1:nfilas

    theta_conc_ij=temp_eixo_vertical(j,1);

    [kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);

    V_epsilon_sigma_cmax(j,1)=epsilon_cu;
end

V_epsilon_tot=V_epsilon_sigma_cmax+epsilon_term_eixo_vertical;

%LIMITES ACI

```

```

%Deformações mecânicas

epsilon_dominios=[

    epsilon_smax

epsilon_smax;    %Limite tração do aço

    0+epsilon_term_max_eixo_vert

0.99*epsilon_smax;

    epsilon_cmax_ext+epsilon_term_max_eixo_vert

0.97*epsilon_smax;    %Max Superior e Inferior

%            0.92*epsilon_cmax        0;

%            0.45*epsilon_cmax        0.45*epsilon_cmax;

%Limite compressão do concreto

];

for j=1:nfilas/2

    if j<nfilas/2

        %Deformação Fibra Superior

        epsilon_dominios(j+3,1)=(V_epsilon_sigma_cmax(j,1)+(j-

0.5)*(V_epsilon_sigma_cmax(j+1,1)-

V_epsilon_sigma_cmax(j,1)))+epsilon_term_eixo_vertical(j,1);

        %Deformação Fibra Inferior

        epsilon_dominios(j+3,2)=V_epsilon_sigma_cmax(j,1)+((halfa-(he*(j-

0.5)))/((he)/(V_epsilon_sigma_cmax(j+1,1)-

V_epsilon_sigma_cmax(j,1)))));

    else

        epsilon_dominios(j+3,1)=1*V_epsilon_sigma_cmax(j,1)+epsilon_term_eixo_

vertical(j,1);

```

```

epsilon_dominios(j+3,2)=1*V_epsilon_sigma_cmax(j,1)+epsilon_term_eixo_
vertical(j,1);

        end

    end

    %Deformação térmica máxima do eixo mais frio para adicionar às
    Deformações mecânicas e obter as Deformações totais

    %        epsilon_termica_descuento_dominios=[
    %
    %                                                    0
    0;
    %
    epsilon_term_max_eixo_vert            0;
    %
    epsilon_term_max_eixo_vert            0;
    %
    epsilon_term_max_eixo_vert            epsilon_term_max_eixo_vert;
    %
    epsilon_term_max_eixo_vert            epsilon_term_max_eixo_vert;
    %
    %
    %
    epsilon_dominios=epsilon_dominios+epsilon_termica_descuento_dominios;
    %        Esforços_NM=zeros(n_curvas-2+size(epsilon_dominios,1),3);

    for dom=1:size(epsilon_dominios,1)
        epsilon_sup=epsilon_dominios(dom,1);
        epsilon_inf=epsilon_dominios(dom,2);
    end

```

```

[Ndepsilon,Mdepsilonx,Mdepsilony] =
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilonsup,epsiloninf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsiloncmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,epsilonsmax,alfa1,alfa2,
Ac,As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_
furo,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,rusch,theta_conc_ij,agr
egado,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,eps
ilon_term_arm,com_sem_furo);

Ndalfa_limite(dom,1)=Ndepsilon;

Esforços_NM(dom,1)=Ndepsilon;

Esforços_NM(dom,2)=Mdepsilonx;

Esforços_NM(dom,3)=Mdepsilony;

end

key_eliminar=0;

N_min_eliminar=min(Esforços_NM(:,1));

indice_a_eliminar=find(Esforços_NM(:,1)==N_min_eliminar);

dim_elim=size(Esforços_NM,1);

for k_eliminar=(indice_a_eliminar+1):dim_elim

    Esforços_NM(k_eliminar,:)=zeros(1,3);

    key_eliminar=1;

end

while key_eliminar==1

    if Esforços_NM(indice_a_eliminar+1,1)==0

        Esforços_NM(indice_a_eliminar+1,:)=[];

    end

    if size(Esforços_NM,1)==indice_a_eliminar

        key_eliminar=0;

    end

end
end

```

```

Esforcos_NM(size(Esforcos_NM,1),2)=0;

key=0;

if key==1

    NSTmax=max(Ndalfa_limite);

    NScmax=min(Ndalfa_limite);

    delta_NdS=(NSTmax-NScmax)/num_intervalos_N;

    %    Ndalfa=zeros(n_dom,1);

    %    Mdalfax=zeros(n_dom,1);

    %    Mdalfay=zeros(n_dom,1);

    %    Curvatura=zeros(n_dom,1);

    for ni=1:n_curvas-2

        NdS=NSTmax-delta_NdS*ni;

        %Forças Normais exatas coincidentes com as Normais dos
Limites dos dominios

        indice=find(Esforcos_NM(:,1)==NdS);

        if 1<=indice<=size(epsilon_dominios,1)

            %Não faz nada

        else

            %Percorrido das deformações de todos os dominios

            %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

            %    [Esforcos_NM] =

dominios_N_M(criterio_ELU,epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfas
upc,xcalfa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsilonsmax,epsilonm,fck,fcd,fctd
,epsilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilon
y,xk,yk,geomarmadura_cg,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,n_el
ementos_furo,vyfalfa,Afuro,geom_disc_furo,rusch,theta_conc_ij,agregado
,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,epsilon_
term_arm,tol,Ndalfa_limite,n_curvas);

```



```

[NdS,MdSx,MdSy,~,Ndalfa_limite] =
dominios(criterio_ELU,epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,
xcalfa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsilonc,fck,fcd,fctd,eps
ilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk
,yk,geomarmadura_cg,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,n_el
ementos_furo,vyfalfa,Afuro,geom_disc_furo,rusch,theta_conc_ij,agregado
,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,epsilon_
term_arm,tol,Ndalfa_limite,n_max_iter,epsilon_term_max_eixo_vert,com_
sem_furo,epsilon_dominios);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%      Esforços_NM(ni+1,1)=NdS;
%
%      Esforços_NM(ni+1,2)=MdSx;
%
%      Esforços_NM(ni+1,3)=0;

Esforços_NM(size(Ndalfa_limite,1)+ni,1)=NdS;
Esforços_NM(size(Ndalfa_limite,1)+ni,2)=MdSx;
Esforços_NM(size(Ndalfa_limite,1)+ni,3)=MdSy;

%      Esforços_NM(ni,4)=NdS/(Npl);
%
%      Esforços_NM(ni,5)=MdSx/(Npl*h);
%
%      Esforços_NM(ni,6)=MdSy/(Npl*b);

end

end

Esforços_NM(Esforços_NM(:,1)==0,:)=[];

Esforços_NM=sortrows(Esforços_NM,1);

NdS=Nsd;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

[NdS,MdSx,MdSy,Curv,Ndalfa_limite] =
dominios(criterio_ELU,epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,
xcalfa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsilonc,fck,fcd,fctd,eps
ilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk
,yk,geomarmadura_cg,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,n_el

```

```

ementos_furo,vyfalfa,Afuro,geom_disc_furo,rusch,theta_conc_ij,agregado
,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,epsilon_
term_arm,tol,Ndalfa_limite,n_max_iter,epsilon_term_max_eixo_vert,com_
sem_furo,epsilon_dominios);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

N_sol(1,1)=NdS;

N_sol(1,2)=MdSx;

N_sol(1,3)=MdSy;

%   N_sol(1,4)=NdS/(Npl);
%   N_sol(1,5)=MdSx/(Npl*h);
%   N_sol(1,6)=MdSy/(Npl*b);
%   Esforços_NM(num_intervalos_N+1,1)=NScmax;
%   Esforços_NM(num_intervalos_N+1,2)=0;
%   Esforços_NM(num_intervalos_N+1,3)=0;
%   NdS=Nsd;
%   %Percorrido das deformações de todos os dominios
%   %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   [NdS,MdSx,MdSy,curv] =
dominios(n_dom,n1,n2,n3,n4,n4a,n5,epsilon_max,nfilas,ncolunas,yalfainf
s,yalfasupc,xalfa,yalfa,narmaduras,vysalfa,epsilon_max,epsilon_m,fck,
fcd,fctd,epsilon_ct_max,Eci,fyd,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,ep
silony,xk,yk,geomarmadura_cg,halfa,yalfainfc,NdS,phi_def_lenta,retraca
o,Eci_Ec1,fcm,modelo);

%   %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   N_sol(1,1)=NdS;
%   N_sol(1,2)=MdSx;
end

%Valores das solicitações na gráfica
graf_envoltoria=1;
graf_separa_dominios=0;
val_solic=0;

```

```

curva_dimensional=1;
curva_adimensional=0;
if graf_envoltoria==1
    if curva_dimensional==1
        scrsz = get(0,'ScreenSize');
        figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])
        hold on
        set(gcf, 'color', 'white');
        set(gca, 'color', 'white');
        set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');
        grid on
        title('Envoltoria Nd - Mxd')
        xlabel('Nd (kN)')
        ylabel('Mxd (kNm)')

plot3(Esforcos_NM(:,1),Esforcos_NM(:,2),Esforcos_NM(:,3),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(Esforcos_NM(:,1),Esforcos_NM(:,2),Esforcos_NM(:,3),'x','color','
red');

plot3(Esforcos_NM(:,1),Esforcos_NM(:,2),Esforcos_NM(:,3),'o','color','
red');

plot3(Esforcos_NM(:,1),Esforcos_NM(:,2),Esforcos_NM(:,3),'*','color','
red');

%
text(min(Esforcos_NM(:,1)),max(Esforcos_NM(:,2)),0,[' \omega =
',num2str(omega)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bo
ttom');

```

```

%
text(min(Esforcos_NM(:,1)),max(Esforcos_NM(:,2)),0,[' \rho =
',num2str(ro)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top')
;

z_0=size(Ndalfa_limite,1);
z_zeros=zeros(z_0,1);
N_graf_dom=zeros(1,1);
M_graf_dom=zeros(1,1);
Z_graf_dom=zeros(2,1);
if graf_separa_dominios==1

plot3(Ndalfa_limite,Mxdalfa_limite,z_zeros,'x','color','yellow');

plot3(Ndalfa_limite,Mxdalfa_limite,z_zeros,'o','color','yellow');

plot3(Ndalfa_limite,Mxdalfa_limite,z_zeros,'*','color','yellow');
for num_graf_dom=1:z_0(1,1)
    N_graf_dom(2,1)=Ndalfa_limite(num_graf_dom,1);
    M_graf_dom(2,1)=Mxdalfa_limite(num_graf_dom,1);

plot3(N_graf_dom,M_graf_dom,Z_graf_dom,'Color','yellow','LineWidth',1)
;

end
end
if val_solic==1
    plot3(NdS,MdSx,0,'x','color','blue');
    plot3(NdS,MdSx,0,'o','color','blue');
    plot3(NdS,MdSx,0,'*','color','blue');
    text(NdS,MdSx,0,[' Nd =
',num2str(NdS)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bott
om');

```

```

        text(NdS,MdSx,0,[' Mxd =
',num2str(MdSx)], 'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top
');

    end

end

%     if curva_adimensional==1
%
%         scrsz = get(0,'ScreenSize');
%
%         figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])
%
%         hold on
%
%         set(gcf, 'color', 'white');
%
%         set(gca, 'color', 'white');
%
%         set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');
%
%         grid on
%
%         title('Envoltoria \nu_d - \mu_x_d')
%
%         xlabel('\nu_d ')
%
%         ylabel('\mu_x_d ')
%
%
plot3(Esforcos_NM(:,1)/(Npl),Esforcos_NM(:,2)*100/(Npl*h),Esforcos_NM(
(:,3)*100/(Npl*b),'Color',[1 0 0],'LineWidth',1);

%

plot3(Esforcos_NM(:,1)/(Npl),Esforcos_NM(:,2)*100/(Npl*h),Esforcos_NM(
(:,3)*100/(Npl*b),'x','color','red');

%

plot3(Esforcos_NM(:,1)/(Npl),Esforcos_NM(:,2)*100/(Npl*h),Esforcos_NM(
(:,3)*100/(Npl*b),'o','color','red');

%

plot3(Esforcos_NM(:,1)/(Npl),Esforcos_NM(:,2)*100/(Npl*h),Esforcos_NM(
(:,3)*100/(Npl*b),'*','color','red');

%

text(min(Esforcos_NM(:,1))/(Npl),max(Esforcos_NM(:,2))*100/(Npl*h),0,[

```

```

' \omega =
',num2str(omega)], 'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bottom');
%
text(min(Esforcos_NM(:,1))/(Npl),max(Esforcos_NM(:,2))*100/(Npl*h),0,[
' \rho =
',num2str(ro)], 'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top')
;
%
z_0=size(Ndalfa_limite/(Npl),1);
%
z_zeros=zeros(z_0,1);
%
nu_graf_dom=zeros(1,1);
%
mu_graf_dom=zeros(1,1);
%
Z_graf_dom=zeros(2,1);
%
if graf_separa_dominios==1
%
plot3(Ndalfa_limite./(Npl),Mxdalfa_limite.*100/(Npl*h),z_zeros,'x','color','yellow');
%
plot3(Ndalfa_limite./(Npl),Mxdalfa_limite.*100/(Npl*h),z_zeros,'o','color','yellow');
%
plot3(Ndalfa_limite./(Npl),Mxdalfa_limite.*100/(Npl*h),z_zeros,'*', 'color','yellow');
%
for num_graf_dom=1:z_0(1,1)
%
nu_graf_dom(2,1)=Ndalfa_limite(num_graf_dom,1)/(Npl);
%
mu_graf_dom(2,1)=Mxdalfa_limite(num_graf_dom,1).*100/(Npl*h);
%
plot3(nu_graf_dom,mu_graf_dom,Z_graf_dom,'Color','yellow','LineWidth',
1);

```

```

%                end

%                end

%                if val_solic==1

%

plot3(NdS/(Npl),MdSx*100/(Npl*h),0,'x','color','blue');

%

plot3(NdS/(Npl),MdSx*100/(Npl*h),0,'o','color','blue');

%

plot3(NdS/(Npl),MdSx*100/(Npl*h),0,'*','color','blue');

%                text(NdS/(Npl),MdSx*100/(Npl*h),0,[' \nu_d =
',num2str(NdS)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bott
om');

%                text(NdS/(Npl),MdSx*100/(Npl*h),0,[' \mu_x_d =
',num2str(MdSx)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top
');

%                end

%                end

%                end

%                end

end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%ENVOLTORIA Mxd-Myd ROSETA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if envolt_Mxd_Myd==1

    %Numero de curvas ou aneis

    %    num_intervalos_N=1;

    %    delta_NdS=(NStmax-NScmax)/num_intervalos_N;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    %Rotação

    delta_theta=10; %o

    %Numero de angulos a rotar

    n_o=(360/delta_theta)+1;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    %    %Numero de pontos por dominio

    %    n_dom=4;

    %    n1=4;

    %    n2=4;

    %    n3=4;

    %    n4=4;

    %    n4a=3;

    %    n5=4;

```



```

%Tolerancia kN

tol=1;

n_max_iter=30;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Esforços=zeros(n_o,8);

%   for ni=1:(num_intervalos_N)
%       if ni<num_intervalos_N
%           NdS=NStmax-delta_NdS*ni;
%       else
%           NdS=Nsd;
%       end

Npl=(rusch*(-fcd*1000)*areaconcttotal);

if modelo==3

    theta_conc_ij=min(temp_eixo_vertical);

    [kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);

    epsilon_cmax=epsilon_cu;

    epsilon_m=epsilon_c1;

    theta_arm_ij=max(theta_armadura);

    [ky,kp,kE] = coeficientes_armadura(theta_arm_ij);

    epsilon_smax=0.15;

    epsilon_y=0.02;

    epsilon_term_max_eixo_vert=min(epsilon_term_eixo_vertical);

end

%LIMITES ACI

%Deformações mecânicas

epsilon_dominios=[

                                epsilon_smax      epsilon_smax;      %Limite tração

do aço

```

```

                                0                epsilonsmax;
%                                epsilon_m         epsilonsmax;
                                epsilon_cmax        epsilonsmax;    %Max Superior
e Inferior
%                                epsilon_cmax        epsilon_y;
                                epsilon_cmax        0;
                                epsilon_cmax        epsilon_cmax;    %Limite
compressão do concreto
                                ];

                                %Deformação térmica máxima do eixo mais
frio para adicionar às Deformações mecânicas e obter as Deformações
totais

                                epsilon_termica_descuento_dominios=[
                                0
0;
                                epsilon_term_max_eixo_vert
0;
                                epsilon_term_max_eixo_vert
0;
                                epsilon_term_max_eixo_vert
epsilon_term_max_eixo_vert;
                                epsilon_term_max_eixo_vert
epsilon_term_max_eixo_vert;
                                ];

epsilon_dominios=epsilon_dominios+epsilon_termica_descuento_dominios;
Esforços=zeros(n_curvas-2+size(epsilon_dominios,1),3);

```

```

for dom=1:size(epsilon_dominios,1)

    epsilonsup=epsilon_dominios(dom,1);

    epsiloninf=epsilon_dominios(dom,2);

    [Ndepsilon,Mdepsilonx,Mdepsilony] =
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilonsup,epsiloninf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsiloncmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,epsilonsmax,alfa1,alfa2,
Ac,As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_
furo,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,rusch,theta_conc_ij,agr
egado,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,eps
ilon_term_arm,com_sem_furo);

    Ndalfa_limite(dom,1)=Ndepsilon;

    Esforços_NM(dom,1)=Ndepsilon;

    Esforços_NM(dom,2)=Mdepsilonx;

    Esforços_NM(dom,3)=Mdepsilony;

end

for a=1:n_o+1

    angulo=delta_theta*(a-1); %o

    alfa=angulo*pi/180; %rad

    %Mudança da discretização para o angulo alfa

[areaconctotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel
tayinf,yalfasupc,yalfainfc,diamarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =
discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);

    %Definição das Normais Limites dos Dominios

    Esforços_aux=zeros(size(epsilon_dominios,1),3);

    for dom=1:size(epsilon_dominios,1)

```

```

        epsilon_sup=epsilon_dominios(dom,1);

        epsilon_inf=epsilon_dominios(dom,2);

        [NdS,MdSx,MdSy,Curv,Ndalfa_limite] =
dominios(criterio_ELU,epsilon_max,nfilas,ncolunas,yalfainf,yalfasup,
xalfa,yalfa,narmaduras,vysalfa,epsilon_max,epsilon_m,fck,fcd,fctd,eps
ilonct_max,Eci,fyd,fp,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilon_y,xk
,yk,geomarmadura_cg,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,n_el
ementos_furo,vyfalfa,Afuro,geom_disc_furo,rusch,theta_conc_ij,agregado
,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,epsilon_
term_arm,tol,Ndalfa_limite,n_max_iter,epsilon_term_max_eixo_vert,com_
sem_furo,epsilon_dominios);

        Ndalfa_limite(dom,1)=Ndepsilon;

        Esforcos_aux(dom,1)=Ndepsilon;

        Esforcos_aux(dom,2)=Mdepsilonx;

        Esforcos_aux(dom,3)=Mdepsilony;

    end

    indice=find(Esforcos_aux(:,1)==Nsd);

    if 1<=indice<=size(epsilon_dominios,1)

        Esforcos(a,1)=Esforcos_aux(dom,1);

        Esforcos(a,2)=Esforcos_aux(dom,2);

        Esforcos(a,3)=Esforcos_aux(dom,3);

        %         Esforcos(a,4)=Esforcos_aux(dom,1)/Npl;

        %         Esforcos(a,5)=Esforcos_aux(dom,2)/(Npl*h);

        %         Esforcos(a,6)=Esforcos_aux(dom,3)/(Npl*b);

        %         Esforcos(a,7)=angulo;

        %         Esforcos(a,8)=Curv;

    else

        %Percorrido das deformações de todos os dominios

        %Deformações impostas

        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

[NdS,MdSx,MdSy,Curv,Ndalfa_limite] =
dominios(criterio_ELU,epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,
xcalfa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsiloncm,fck,fcd,fctd,eps
ilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk
,yk,geomarmadura_cg,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fc,modelo,n_el
ementos_furo,vyfalfa,Afuro,geom_disc_furo,rusch,theta_conc_ij,agregado
,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,epsilon_
term_arm,tol,Ndalfa_limite,n_max_iter,epsilon_term_max_eixo_vert,com_
sem_furo,epsilon_dominios);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%           %Graficas dos diagramas tensão - deformação
%           graf_mom_curv=0;
%           if graf_mom_curv==1 & (angulo==0 | angulo==90)
%
momento_curvatura(epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,xcal
fa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsiloncm,fck,fcd,fctd,epsilon
ctmax,Eci,fyd,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geo
marmadura_cg,halfa,yalfainfc,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fc,an
gulo);
%           end

Esforços(a,1)=NdS;

Esforços(a,2)=MdSx;

Esforços(a,3)=MdSy;

%           Esforços(a,4)=NdS/Npl;
%           Esforços(a,5)=MdSx/(Npl*h);
%           Esforços(a,6)=MdSy/(Npl*b);
%           Esforços(a,7)=angulo;
%           Esforços(a,8)=Curv;

end

if (angulo==0||angulo==90||angulo==180||angulo==270)

switch angulo

```

```

        case 0
            Mdx1=MdSx;
        case 90
            Mdy1=MdSy;
        case 180
            Mdx2=MdSx;
        case 270
            Mdy2=MdSy;
    end
end

end

%Valores das solicitações na gráfica
graf_envoltoria=1;
val_solic=0;
roseta_dimensional=1;
roseta_adimensional=0;
if graf_envoltoria==1
    if roseta_dimensional==1
        scrsz = get(0,'ScreenSize');
        figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])
        hold on
        set(gcf, 'color', 'white');
        set(gca, 'color', 'white');
        set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');
        grid on
        title('Envoltoria Mxd - Myd')
        xlabel('Mxd (kNm)')
        ylabel('Myd (kNm)')
        plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'Color',[1
0 0],'LineWidth',1);

```

```

plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'x','color','red');

plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'o','color','red');

plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'*','color','red');

%           text(0,0,Nsd,[' \omega =
',num2str(omega)],'horizontalAlignment','right','verticalAlignment','b
ottom');

%           text(0,0,Nsd,[' \rho =
',num2str(ro)],'horizontalAlignment','right','verticalAlignment','top'
);

    if val_solic==1

        plot3(Msdx,MsdY,Nsd,'x','color','blue');

        plot3(Msdx,MsdY,Nsd,'o','color','blue');

        plot3(Msdx,MsdY,Nsd,'*','color','blue');

        text(Msdx,MsdY+((Mdy1-Mdy2)*0.1),Nsd,[' Nd =
',num2str(Nsd)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bott
om');

        text(Msdx,MsdY,Nsd,[' Mxd =
',num2str(Msdx)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','mid
dle');

        text(Msdx,MsdY-((Mdy1-Mdy2)*0.1),Nsd,[' Myd =
',num2str(MsdY)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top
');

        text(Mdx1,0,Nsd,[' Mxd =
',num2str(Mdx1)],'horizontalAlignment','right','verticalAlignment','mi
ddle');

        text(Mdx2,0,Nsd,[' Mxd =
',num2str(Mdx2)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','mid
dle');

```

```

        text(0,Mdy1,Nsd,[' Myd =
',num2str(Mdy1)],'horizontalAlignment','center','verticalAlignment','bottom');

        text(0,Mdy2,Nsd,[' Myd =
',num2str(Mdy2)],'horizontalAlignment','center','verticalAlignment','top');

    end

end

if roseta_adimensional==1

    scrsz = get(0,'ScreenSize');

    figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])

    hold on

    set(gcf, 'color', 'white');
    set(gca, 'color', 'white');
    set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

    grid on

    title('Envoltoria \mu_x_d - \mu_y_d')

    xlabel('\mu_x_d ')
    ylabel('\mu_y_d ')

plot3(Esforcos(:,5)*100,Esforcos(:,6)*100,Esforcos(:,4),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(Esforcos(:,5)*100,Esforcos(:,6)*100,Esforcos(:,4),'x','color','red');

plot3(Esforcos(:,5)*100,Esforcos(:,6)*100,Esforcos(:,4),'o','color','red');

```



```

plot3(Esforcos(:,5)*100,Esforcos(:,6)*100,Esforcos(:,4),'*','color','red');

text(0,0,Nsd/Npl,[' \omega =
',num2str(omega)],'horizontalAlignment','right','verticalAlignment','bottom');

text(0,0,Nsd/Npl,[' \rho =
',num2str(ro)],'horizontalAlignment','right','verticalAlignment','top');

if val_solic==1

plot3(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),'x','color','blue');

plot3(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),'o','color','blue');

plot3(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),'*','color','blue');

text(Msdx*100/(Npl*h),(Msdy+(Mdy1-
Mdy2)*0.1))*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),[' \nu_d =
',num2str(Nsd/(Npl))],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bottom');

text(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),['
\mu_x_d =
',num2str(Msdx*100/(Npl*halfa))],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','middle');

text(Msdx*100/(Npl*h),(Msdy-(Mdy1-
Mdy2)*0.1))*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),[' \mu_y_d =
',num2str(Msdy*100/(Npl*halfa))],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top');

text(Mdx1*100/(Npl*h),0,Nsd/(Npl),[' \mu_x_d =
',num2str(Mdx1*100/(Npl*halfa))],'horizontalAlignment','right','verticalAlignment','middle');

```

```

        text(Mdx2*100/(Npl*h),0,Nsd/(Npl),[' \mu_x_d =
',num2str(Mdx2*100/(Npl*halfa))],'horizontalAlignment','left','vertica
lAlignment','middle');

        text(0,Mdy1*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),[' \mu_y_d =
',num2str(Mdy1*100/(Npl*halfa))],'horizontalAlignment','center','verti
calAlignment','bottom');

        text(0,Mdy2*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),[' \mu_y_d =
',num2str(Mdy2*100/(Npl*halfa))],'horizontalAlignment','center','verti
calAlignment','top');

    end

end

end

%     end

end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%ENVOLTORIA Nd-Mxd-Myd SUPERFICIE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Numero de intervalos da envoltoria tridimensional Mx - My - N
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if envolt_Nd_Mxd_Myd==1

    %Numero de curvas ou aneis

    n_curvas=6;

    num_intervalos_N=n_curvas+1;

    delta_NdS=0.99*(NStmax-NScmax)/num_intervalos_N;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    %Rotação

    delta_theta=30; %o

    %Numero de angulos a rotar

    n_o=(360/delta_theta)+1;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      %Numero de pontos por dominio
%
%      n_dom=4;
%
%      n1=4;
%
%      n2=4;
%
%      n3=4;
%
%      n4=4;
%
%      n4a=3;
%
%      n5=4;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Esforços=zeros(n_o,8);

superficie_dimensional=1;
superficie_adimensional=0;
Np1=(rusch*(-fcd*1000)*areaconctotal);

if modelo==3
theta_conc_ij=max(temp_eixo_vertical);
[kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);
epsilon_cmax=epsilon_cu;
epsilon_m=epsilon_c1;
theta_arm_ij=max(theta_armadura);
[ky,kp,kE] = coeficientes_armadura(theta_arm_ij);
epsilon_smax=0.15;
epsilon_y=0.02;
end

if superficie_dimensional==1
scrsz = get(0,'ScreenSize');

```

```

figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');
set(gca, 'color', 'white');
set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid on

title('Envoltoria Nd - Mxd - Myd')

xlabel('Mxd (kNm)')

ylabel('Myd (kNm)')

zlabel('Nd (kN)')

for ni=1:(num_intervalos_N)

    if ni<num_intervalos_N

        NdS=NStmax-delta_NdS*ni;

    else

        NdS=Nsd;

    end

    for a=1:n_o

        angulo=delta_theta*(a-1); %o

        alfa=angulo*pi/180; %rad

        %Mudança da discretização para o angulo alfa

[areaconcttotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel
tayinf,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =

discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);

        %Percorrido das deformações de todos os dominios

```

```

%Deformações impostas

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

[NdS,MdSx,MdSy,Curv,Ndalfa_limites] =

dominios(criterio_ELU,epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,
xcalfa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsilonbm,fck,fcd,fctd,eps
ilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk
,yk,geomarmadura_cg,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,n_el
ementos_furo,vyfalfa,Afuro,geom_disc_furo,rusch,theta_conc_ij,agregado
,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,epsilon_
term_arm,tol,Ndalfa_limites,epsilon_term_max_eixo_vert,com_sem_furo,ep
silon_dominios);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%           %Graficas dos diagramas tensão - deformação

%           graf_mom_curv=0;

%           if graf_mom_curv==1 & (angulo==0 | angulo==90)

%

momento_curvatura(epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,xcal
fa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsilonbm,fck,fcd,fctd,epsilon
ctmax,Eci,fyd,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geo
marmadura_cg,halfa,yalfainfc,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,an
gulo);

%           end

Esforços(a,1)=NdS;

Esforços(a,2)=MdSx;

Esforços(a,3)=MdSy;

%           Esforços(a,4)=NdS/(Npl);

%           Esforços(a,5)=MdSx/(Npl*h);

%           Esforços(a,6)=MdSy/(Npl*b);

%           Esforços(a,7)=angulo;

%           Esforços(a,8)=curv;

end

```

```

%Valores das solicitações na gráfica

graf_envoltoria=1;

val_solic=1;

if graf_envoltoria==1
    if ni<num_intervalos_N

plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'Color',[0 0
1],'LineWidth',1);

plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'x','color','red');

plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'o','color','red');

plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'*','color','red');
        else
%
plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

        plot3(Msdx,Msd,Nsd,'x','color','red');
        plot3(Msdx,Msd,Nsd,'o','color','red');
        plot3(Msdx,Msd,Nsd,'*','color','red');

        plot3(0,0,NStmax,'x','color','blue');
        plot3(0,0,NStmax,'o','color','blue');
        plot3(0,0,NStmax,'*','color','blue');

        plot3(0,0,NScmax,'x','color','blue');
        plot3(0,0,NScmax,'o','color','blue');

```

```

        plot3(0,0,NScmax,'*','color','blue');

        if val_solic==1

            text(Msdx,Msd,Nsd+((NStmax-NScmax)*0.015),['  Nd

=
',num2str(Nsd)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bott
om');

            text(Msdx,Msd,Nsd,['  Mxd =
',num2str(Msdx)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','mid
dle');

            text(Msdx,Msd,Nsd-((NStmax-NScmax)*0.015),['  Myd

=
',num2str(Msd)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top
');

            text(0,0,NStmax-((NStmax-NScmax)*0.015),['  Tração

Nmax =
',num2str(NStmax)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','t
op');

            text(0,0,NScmax+((NStmax-NScmax)*0.015),['

Compressão Nmax =
',num2str(NScmax)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','b
ottom');

        end

    end

end

end

end

```



```

if superficie_adimensional==1

scrsz = get(0,'ScreenSize');

figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4) (1/2)*scrsz(3)
(1/2)*scrsz(4)])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');
set(gca, 'color', 'white');
set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid on

title('Envoltoria \nu_d - \mu_x_d - \mu_y_d')
xlabel('\mu_x_d ')
ylabel('\mu_y_d ')
zlabel('\nu_d ')

    for ni=1:(num_intervalos_N)

        if ni<num_intervalos_N

            NdS=NStmax-delta_NdS*ni;

        else

            NdS=Nsd;

        end

    for a=1:n_o

        angulo=delta_theta*(a-1); %o

        alfa=angulo*pi/180; %rad

        %Mudança da discretização para o angulo alfa

[areaconcttotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel
tayinf,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =

discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);

```

```

%Percorrido das deformações de todos os dominios

%Deformações impostas

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

[NdS,MdSx,MdSy,Curv,Ndalfa_limites] =

dominios(criterio_ELU,epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,
xcalfa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsilonbm,fck,fcd,fctd,eps
ilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk
,yk,geomarmadura_cg,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,n_el
ementos_furo,vyfalfa,Afuro,geom_disc_furo,rusch,theta_conc_ij,agregado
,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,epsilon_
term_arm,tol,Ndalfa_limites,epsilon_term_max_eixo_vert,com_sem_furo,ep
silon_dominios);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%           %Graficas dos diagramas tensão - deformação

%           graf_mom_curv=0;

%           if graf_mom_curv==1 & (angulo==0 | angulo==90)

%

momento_curvatura(epsilonsmax,nfilas,ncolunas,yalfainfs,yalfasupc,xcal
fa,ycalfa,narmaduras,vysalfa,epsiloncmax,epsilonbm,fck,fcd,fctd,epsilon
ctmax,Eci,fyd,Es,alfa1,alfa2,Ac,As,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geo
marmadura_cg,halfa,yalfainfc,NdS,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,an
gulo);

%           end

Esforcos(a,1)=NdS;

Esforcos(a,2)=MdSx;

Esforcos(a,3)=MdSy;

Esforcos(a,4)=NdS/(Npl);

Esforcos(a,5)=MdSx/(Npl*h);

Esforcos(a,6)=MdSy/(Npl*b);

Esforcos(a,7)=angulo;

%           Esforcos(a,8)=curv;

```

```

end

%Valores das solicitações na gráfica

graf_envoltoria=1;

val_solic=1;

if graf_envoltoria==1
    if ni<num_intervalos_N

plot3(Esforcos(:,5),Esforcos(:,6),Esforcos(:,4),'Color',[0 0
1],'LineWidth',1);

plot3(Esforcos(:,5),Esforcos(:,6),Esforcos(:,4),'x','color','red');

plot3(Esforcos(:,5),Esforcos(:,6),Esforcos(:,4),'o','color','red');

plot3(Esforcos(:,5),Esforcos(:,6),Esforcos(:,4),'*','color','red');
        else
%
plot3(Esforcos(:,2),Esforcos(:,3),Esforcos(:,1),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),'x','color','red');

plot3(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),'o','color','red');

plot3(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),'*','color','red');

        plot3(0,0,NStmax/(Npl),'x','color','blue');
        plot3(0,0,NStmax/(Npl),'o','color','blue');

```

```

plot3(0,0,NStmax/(Npl),'*','color','blue');

plot3(0,0,NScmax/(Npl),'x','color','blue');
plot3(0,0,NScmax/(Npl),'o','color','blue');
plot3(0,0,NScmax/(Npl),'*','color','blue');

if val_solic==1

text(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),(Nsd+((NStmax-
NScmax)*0.015))/(Npl),[' \nu_d =
',num2str(Nsd/(Npl))],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment'
,'bottom');

text(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),Nsd/(Npl),[' \mu_x_d =
',num2str(Msdx*100/(Npl*h))],'horizontalAlignment','left','verticalAli
gnment','middle');

text(Msdx*100/(Npl*h),Msdy*100/(Npl*b),(Nsd-
((NStmax-NScmax)*0.015))/(Npl),[' \mu_y_d =
',num2str(Msdy*100/(Npl*b))],'horizontalAlignment','left','verticalAli
gnment','top');

text(0,0,(NStmax-((NStmax-NScmax)*0.015))/(Npl),['
Tração \nu_m_a_x =
',num2str(NStmax/(Npl))],'horizontalAlignment','left','verticalAlignme
nt','top');

text(0,0,(NScmax+((NStmax-NScmax)*0.015))/(Npl),['
Compressão \nu_m_a_x =
',num2str(NScmax/(Npl))],'horizontalAlignment','left','verticalAlignme
nt','bottom');

```

```

end
end
end
end
end
end
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Analise do pilar completo
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

if analise_nao_linear==1
    %Geometria do pilar
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %Comprimento do pilar
    L=4; %m
    %Numero de segmentos para dividir o pilar

```

```

n_l=10;

%Comprimento dos segmentos

delta_L=L/n_l;

%Vetor com as seções transversais

V_secoes=zeros(n_l+1,3);

for V_secoes_i=0:n_l
    V_secoes(V_secoes_i+1,3)=delta_L*(V_secoes_i);
    V_secoes(V_secoes_i+1,1)=0;
    V_secoes(V_secoes_i+1,2)=0;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%      %Solicitação
%      Nsd=-1000; %kN
%      NdS=Nsd;
%      if Nsd<NScmax
%          error('Normal de compressão maior à normal de plastificação
do concreto e armadura da seção transversal');
%      elseif Nsd>NStmax
%          error('Normal de tração maior à normal de plastificação da
armadura seção transversal');
%      end

%Solicitações adicionais à força normal (que geram a não
linearidade)

Vsx_0=5; %kN
Msx_0=0; %kN*m
qsx_0=0; %kN/m
Vsy_0=0; %kN
Msy_0=0; %kN*m
qsy_0=0; %kN/m

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

%Diagrama de momentos solicitantes na configuração inicial

Mx_diag_sol=zeros(n_l+1,1);

My_diag_sol=zeros(n_l+1,1);


for V_secoes_i=0:n_l

    Mx_diag_sol(V_secoes_i+1,1)=Vsx_0*(L-
V_secoes(V_secoes_i+1,3))+Msx_0+qsx_0*(L-
V_secoes(V_secoes_i+1,3))^2/2;

    My_diag_sol(V_secoes_i+1,1)=Vsy_0*(L-
V_secoes(V_secoes_i+1,3))+Msy_0+qsy_0*(L-
V_secoes(V_secoes_i+1,3))^2/2;

end

% Ms_st=Vsx_0*(L-x)+Msx_0+qsx_0*(L-x)^2/2;

scrsz = get(0,'ScreenSize');

figure('Position',[(49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');

set(gca, 'color', 'white');

set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid on

title('Diagrama de momentos solicitantes configuração inicial')

xlabel('Mxd (kNm)')

ylabel('Myd (kNm)')

zlabel('L (m)')


%Pilar discretizado

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color',[0 0
1], 'LineWidth',1);

```

```

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','color','blue');

    %Solicitações em x

    V_M_n_sup_x=[0 Mx_diag_sol(n_l+1,1)];
    V_M_n_sup_y=[0 0];
    V_M_n_sup_z=[L L];
    V_M_n_inf_x=[0 Mx_diag_sol(1,1)];
    V_M_n_inf_y=[0 0];
    V_M_n_inf_z=[0 0];

    plot3(Mx_diag_sol(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(Mx_diag_sol(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','color','red');

plot3(Mx_diag_sol(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','color','red');

plot3(Mx_diag_sol(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','color','red');

    plot3(V_M_n_sup_x,V_M_n_sup_y,V_M_n_sup_z,'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

    plot3(V_M_n_inf_x,V_M_n_inf_y,V_M_n_inf_z,'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

    %Solicitações em y

    plot3(V_secoes(:,1),My_diag_sol(:,1),V_secoes(:,3),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(V_secoes(:,1),My_diag_sol(:,1),V_secoes(:,3),'x','color','red');

```



```

plot3(V_secoes(:,1),My_diag_sol(:,1),V_secoes(:,3),'o','color','red');

plot3(V_secoes(:,1),My_diag_sol(:,1),V_secoes(:,3),'*','color','red');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Valores das solicitações na gráfica
val_solic=1;

scrsz = get(0,'ScreenSize');

figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4) ])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');
set(gca, 'color', 'white');
set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid on

title('Configuração deformada')

xlabel('ux (m)')
ylabel('vy (m)')

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color',[0 0
1], 'LineWidth',1);

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','color','blue');

angulo=0; %o

alfa=angulo*pi/180; %rad

%Mudança da discretização para o angulo alfa

[areaconctotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel

```

```

tayinf,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =
discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Mudança temporal da força normal

Nd_aux=Nsd;

Nsd=0;

%Tolerância, quantidade máxima de iterações e pontos desejados na
curva momento curvatura

tol=0.1; %kN

n_max_iter_M_Curv=15;

pontos_curva=50;

%Construção da curva momento curvatura

Pontos_M_curv=zeros(pontos_curva+1,4);

for def=1:pontos_curva

    iter=1;

    vec_epsilon_sup=zeros(1,1);

    vec_epsilon_inf=zeros(1,1);

    vec_N=zeros(1,1);

    epsilon_sup=(epsilon_cmax/pontos_curva)*def;

    epsilon_inf=(epsilon_smax/pontos_curva)*def;

    key=1;

    while key==1

        vec_epsilon_sup(iter+1,1)=epsilon_sup;

        vec_epsilon_inf(iter+1,1)=epsilon_inf;

        %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

        [Ndepsilon,Mdepsilonx,Mdepsilony] =

mecanica(nfilas,ncolunas,epsilon_sup,epsilon_inf,yalfainfs,yalfasupc,xca

```

```

lfa, ycalfa, narmaduras, n_elementos_furo, vysalfa, vyfalfa, epsiloncmax, eps
ilonm, fck, fcd, fctd, epsilonctmax, Eci, fyd, Es, epsilonsmax, alfa1, alfa2, Ac,
As, Afuro, diametroarmadura, epsilony, xk, yk, geomarmadura_cg, geom_disc_fur
o, phi_def_lenta, retracao, Eci_Ecl, fcm, modelo, rusch, epsilon_term_conc, ep
silon_term_arm, com_sem_furo);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

vec_N(iter+1,1)=Ndepsilon;

if (Ndepsilon>Nsd) && (abs (Ndepsilon-Nsd)>tol)

    epsiloninf=vec_epsiloninf(iter+1,1)-
abs((vec_epsiloninf(iter+1,1)-
vec_epsiloninf(iter,1)))*abs((vec_N(iter+1)-Nsd)/(vec_N(iter+1,1)-
vec_N(iter,1)));

    iter=iter+1;

    if iter>n_max_iter_M_Curv || epsiloninf>epsilonsmax ||
epsiloncmax<epsiloncmax

        key=0;

    else

        key=1;

    end

elseif (Ndepsilon<Nsd) && (abs (Ndepsilon-Nsd)>tol)

epsiloninf=vec_epsiloninf(iter+1,1)+abs((vec_epsiloninf(iter+1,1)-
vec_epsiloninf(iter,1)))*abs((vec_N(iter+1)-Nsd)/(vec_N(iter+1,1)-
vec_N(iter,1)));

    iter=iter+1;

    if iter>n_max_iter_M_Curv || epsiloninf>epsilonsmax ||
epsiloncmax<epsiloncmax

        key=0;

    else

        key=1;

    end

```

```

        else

            Pontos_M_curv(def+1,1)=Mdepsilong;

            Pontos_M_curv(def+1,2)=(-
epsilon_sup+epsilon_inf)/(yalfasupc-yalfainfs);

            Pontos_M_curv(def+1,3)=Nsd;

            Pontos_M_curv(def+1,4)=atan(Pontos_M_curv(def+1,2));

            key=0;

        end

    end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Processo iterativo para

%calculo dos esforços por não linearidade geométrica

%Solicitação no pilar completo

Nsd=Nd_aux;

iteracao=1;

n_max_iter_NLG=5;

key_iteracao=1;

tol_deslocamentos=0.01; %Porcentagem do primeiro deslocamento

V_Deslocamentos_x=zeros(n_l+1,iteracao);

V_Deslocamentos_y=zeros(n_l+1,iteracao);

V_Msdx_NL=zeros(n_l+1,iteracao);

V_Curvaturas=zeros(n_l+1,iteracao);

V_Rotacoes=zeros(n_l+1,iteracao);

Mx_NL_iteracao=zeros(n_l+1,iteracao);

V_delta_deslocamentos_x=zeros(n_l+1,iteracao);

mod_tol=zeros(iteracao,1);

for secao_analisada=0:n_l

```

```

V_MsdX_NL(secao_analisada+1,iteracao)=Mx_diag_sol(secao_analisada+1,1)
+V_Deslocamentos_x(secao_analisada+1,1)*(-Nsd); %kN*m

%
V_MsdY_NL(secao_analisada+1,iteracao)=My_diag_sol(secao_analisada+1,1)
+V_Deslocamentos_y(secao_analisada+1,1)*(-Nsd); %kN*m

end

while key_iteracao==1

    for secao_analisada=0:n_l

        MsdX=V_MsdX_NL(secao_analisada+1,iteracao);

%        MsdY=V_MsdY_NL(secao_analisada+1,iteracao);

        %Busca no diagrama momento curvatura

        dim_M_Curv=size(Pontos_M_curv,1);

        ni=1;

        key=1;

        while key==1

            if ni<dim_M_Curv && Pontos_M_curv(ni,1)<MsdX

                ni=ni+1;

                key=1;

            elseif ni<dim_M_Curv && Pontos_M_curv(ni,1)>MsdX

                %Curvaturas

                V_Curvaturas(secao_analisada+1,iteracao)=( (Pontos_M_curv(ni,2)-
                Pontos_M_curv(ni-1,2)) * (MsdX-Pontos_M_curv(ni-
                1,1)) / (Pontos_M_curv(ni,1)-Pontos_M_curv(ni-1,1)) ) +Pontos_M_curv(ni-
                1,2);

                %Rotações

```

```

V_Rotacoes(secao_analisada+1,iteracao)=atan(V_Curvaturas(secao_analisa
da+1,1));

key=0;

elseif ni<dim_M_Curv && Pontos_M_curv(ni,1)==Msdx
%Curvaturas

V_Curvaturas(secao_analisada+1,iteracao)=Pontos_M_curv(ni,2);

%Rotações

V_Rotacoes(secao_analisada+1,iteracao)=atan(V_Curvaturas(secao_analisa
da+1,1));

key=0;

else

scrsz = get(0,'ScreenSize');

figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3)
(7/100)*scrsz(4) (1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4) ])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');

set(gca, 'color', 'white');

set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid on

title('Diagrama de momentos solicitantes levando
em conta a não linearidade geométrica')

xlabel('Mxd (kNm)')

ylabel('Myd (kNm)')

zlabel('L (m)')

%Pilar discretizado

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color',[0 0
1],'LineWidth',1);

```

```

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','color','blue');

    for i_plot=1:iteracao

        %Solicitações em x

        V_M_n_sup_x=[0 V_Msdx_NL(n_l+1,i_plot)];

        V_M_n_sup_y=[0 0];

        V_M_n_sup_z=[L L];

        V_M_n_inf_x=[0 V_Msdx_NL(1,i_plot)];

        V_M_n_inf_y=[0 0];

        V_M_n_inf_z=[0 0];

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','color','red
');

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','color','red
');

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','color','red
');

plot3(V_M_n_sup_x,V_M_n_sup_y,V_M_n_sup_z,'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

```

```

plot3(V_M_n_inf_x,V_M_n_inf_y,V_M_n_inf_z,'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

%                               %Solicitações em y
%
plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

%
plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'x','color','red
');
%
plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'o','color','red
');
%
plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'*','color','red
');

end

figure('Position',[ (15/100)*scrsz(3)
(40/100)*scrsz(4) (0.80)*scrsz(3) (0.09)*scrsz(4)])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');
set(gca, 'color', 'white');
set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid off

axis off

text(0,0,0,'Capacidade Resistente da Seção
transversal
Esgotada','color','red','fontsize',25,'horizontalAlignment','left','ve
rticalAlignment','bottom');

error('Capacidade Resistente da Seção transversal
Esgotada');

```



```

        end

    end

    if secão_analisada>0

        %Curvaturas acumuladas

        V_Curvaturas(secão_analisada+1,iteracao)=V_Curvaturas(secão_analisada,
        iteracao)+V_Curvaturas(secão_analisada+1,iteracao)-
        V_Curvaturas(1,iteracao);

        %Rotações acumuladas

        V_Rotacoes(secão_analisada+1,iteracao)=V_Rotacoes(secão_analisada,iter
        acao)+V_Rotacoes(secão_analisada+1,iteracao)-V_Rotacoes(1,iteracao);

        %Deslocamentos

        V_Deslocamentos_x(secão_analisada+1,iteracao)=V_Deslocamentos_x(secão_
        analisada,iteracao)+((V_Rotacoes(secão_analisada,iteracao)+V_Rotacoes(
        seção_analisada+1,iteracao))/2)*delta_L;

    else

        %Curvaturas acumuladas

        V_Curvaturas(secão_analisada+1,iteracao)=V_Curvaturas(secão_analisada+
        1,iteracao)-V_Curvaturas(1,iteracao);

        %Rotações acumuladas

        V_Rotacoes(secão_analisada+1,iteracao)=V_Rotacoes(secão_analisada+1,it
        eracao)-V_Rotacoes(1,iteracao);

        %Deslocamentos

        V_Deslocamentos_x(secão_analisada+1,iteracao)=0;

    end

```

```

%
V_Msdx_NL(secao_analisada+1,iteracao)=Mx_diag_sol(secao_analisada+1,1)
+V_Deslocamentos_x(secao_analisada+1,iteracao)*(-Nsd); %kN*m

%
V_Msdy_NL(secao_analisada+1,iteracao)=My_diag_sol(secao_analisada+1,1)
+V_Deslocamentos_y(secao_analisada+1,iteracao).*(-Nsd); %kN*m

end

Mx_NL_iteracao(1,iteracao)=max(V_Deslocamentos_x(:,iteracao))*(-Nsd);
%kN*m

%
My_NL_iteracao(1,iteracao)=max(V_Deslocamentos_y(:,iteracao))*(-Nsd);
%kN*m

for secao_analisada=0:n_l

V_Msdx_NL(secao_analisada+1,iteracao+1)=Mx_diag_sol(secao_analisada+1,
1)+Mx_NL_iteracao(1,iteracao); %kN*m

%
V_Msdy_NL(secao_analisada+1,iteracao+1)=My_diag_sol(secao_analisada+1,
1)+My_NL_iteracao(1,iteracao); %kN*m

end

plot3(V_Deslocamentos_x(:,iteracao),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color
',[0 0 1],'LineWidth',1);

plot3(V_Deslocamentos_x(:,iteracao),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','c
olor','blue');

```

```

plot3(V_Deslocamentos_x(:,iteracao),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','c
olor','blue');

plot3(V_Deslocamentos_x(:,iteracao),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','c
olor','blue');

    if iteracao>1

V_delta_deslocamentos_x(:,iteracao)=V_Deslocamentos_x(:,iteracao)-
V_Deslocamentos_x(:,iteracao-1);

        if iteracao<=n_max_iter_NLG

mod_tol(iteracao,1)=(sum(sum(V_delta_deslocamentos_x(:,iteracao)))/sum
(sum(V_Deslocamentos_x(:,1)))));

            if mod_tol(iteracao,1)<tol_deslocamentos

                scrsz = get(0,'ScreenSize');

                figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3)
(7/100)*scrsz(4) (1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])

                hold on

                set(gcf, 'color', 'white');

                set(gca, 'color', 'white');

                set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

                grid on

                title('Diagrama de momentos solicitantes levando
em conta a não linearidade geométrica')

                xlabel('Mxd (kNm)')

                ylabel('Myd (kNm)')

                zlabel('L (m)')

                %Pilar discretizado

```

```

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color',[0 0
1],'LineWidth',1);

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','color','blue');

plot3(V_secoes(:,1),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','color','blue');

    for i_plot=1:iteracao

        V_M_n_sup_x=[0 V_Msdx_NL(n_l+1,i_plot)];
        V_M_n_sup_y=[0 0];
        V_M_n_sup_z=[L L];
        V_M_n_inf_x=[0 V_Msdx_NL(1,i_plot)];
        V_M_n_inf_y=[0 0];
        V_M_n_inf_z=[0 0];

        %Solicitações em x

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'x','color','red
');

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'o','color','red
');

plot3(V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,2),V_secoes(:,3),'*','color','red
');
```

```

plot3(V_M_n_sup_x,V_M_n_sup_y,V_M_n_sup_z,'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

plot3(V_M_n_inf_x,V_M_n_inf_y,V_M_n_inf_z,'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

%                               %Solicitações em y
%

plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'Color',[1 0
0],'LineWidth',1);

%

plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'x','color','red
');

%

plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'o','color','red
');

%

plot3(V_secoes(:,1),V_Msdx_NL(:,i_plot),V_secoes(:,3),'*','color','red
');

end

msg = 'Pilar Estavel';

scrsz = get(0,'ScreenSize');

figure('Position',[ (40/100)*scrsz(3)
(40/100)*scrsz(4) (0.19)*scrsz(3) (0.09)*scrsz(4)])

hold on

set(gcf, 'color', 'white');

set(gca, 'color', 'white');

set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

grid off

axis off

```

```

        text(0,0,0,'Pilar
Estavel','color','blue','fontsize',25,'horizontalAlignment','left','ve
rticalAlignment','bottom');

        key_iteracao=0;

    else

        iteracao=iteracao+1;

        key_iteracao=1;

    end

%     elseif iteracao>n_max_iter_NLG

%         error('Falha do pilar por instabilidade');

%         figure('Position',[ (35/100)*scrsz(3)
(40/100)*scrsz(4) (0.30)*scrsz(3) (0.09)*scrsz(4) ])

%         hold on

%         set(gcf, 'color', 'white');

%         set(gca, 'color', 'white');

%         set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

%         grid off

%         axis off

%         text(0,0,0,'Pilar
Instavel','color','red','fontsize',25,'horizontalAlignment','left','ve
rticalAlignment','bottom');

%         key_iteracao=0;

    end

else

    iteracao=iteracao+1;

    key_iteracao=1;

end

end

end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA Mxd-1/r
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

if envolt_Mxd_Curv==1

    %Solicitação

    Nsd=0; %kN

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    %Valores das solicitações na gráfica

    val_solic=1;

    scrsz = get(0,'ScreenSize');

    figure('Position',[ (49/100)*scrsz(3) (7/100)*scrsz(4)
(1/2)*scrsz(3) (1/2)*scrsz(4)])

    hold on

    set(gcf, 'color', 'white');

    set(gca, 'color', 'white');

    set(gcf, 'InvertHardCopy', 'off');

    grid on

    title('Envoltoria Mxd - 1/r')

```

```

xlabel('1/r (1/m)')

ylabel('Mxd (kNm)')

angulo=0; %o

alfa=angulo*pi/180; %rad

%Mudança da discretização para o angulo alfa

[areaconctotal,xcalfa,ycalfa,xsalfa,ysalfa,Ac,As,Afuro,ydeltaysup,ydel
tayinf,yalfasupc,yalfainfc,dimarmaduras,narmaduras,n_elementos_furo,vy
falfa,vysalfa,yalfasups,yalfainfs,halfa,dalfa,xalfasupc,xalfainfc,balf
a,xfalfa,yfalfa] =
discretizacao_alfa(alfa,nfilas,ncolunas,xk,yk,befi,hecj,geomarmadura_c
g,diametroarmadura,geom_disc_furo,befi_furo,hecj_furo,k_furo);

%      NdS=Nsd;

%Tolerância, quantidade máxima de iterações e pontos desejados na
curva

tol=0.2; %kN

n_max_iter_M_Curv=10;

pontos_curva=50;

Pontos_M_curv(1,1)=0;

Pontos_M_curv(1,2)=0;

Pontos_M_curv(1,3)=Nsd;

Pontos_M_curv(1,4)=0;

if Nsd==0 %Flexão Simples

    for def=1:pontos_curva

        iter=1;

        vec_epsilon_sup=zeros(1,1);

        vec_epsilon_inf=zeros(1,1);

```



```

vec_N=zeros(1,1);

epsilon_sup=(epsilon_cmax/pontos_curva)*def;
epsilon_inf=(epsilon_smax/pontos_curva)*def;

key=1;

while key==1

    vec_epsilon_sup(iter+1,1)=epsilon_sup;
    vec_epsilon_inf(iter+1,1)=epsilon_inf;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    [Ndepsilon,Mdepsilonx,Mdepsilony] =
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilon_sup,epsilon_inf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsilon_cmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilon_ctmax,Eci,fyd,Es,epsilon_smax,alfa1,alfa2,Ac,
As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_fur
o,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,rusch,epsilon_term_conc,ep
silon_term_arm,com_sem_furo);

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    vec_N(iter+1,1)=Ndepsilon;

    if (Ndepsilon>Nsd) && (abs(Ndepsilon-Nsd)>tol)

        epsilon_inf=vec_epsilon_inf(iter+1,1)-
abs((vec_epsilon_inf(iter+1,1)-
vec_epsilon_inf(iter,1)))*abs((vec_N(iter+1)-Nsd)/(vec_N(iter+1,1)-
vec_N(iter,1)));

        iter=iter+1;

        if iter>n_max_iter_M_Curv ||
epsilon_inf>epsilon_smax || epsilon_sup<epsilon_cmax

            key=0;

        else

            key=1;

        end

    elseif (Ndepsilon<Nsd) && (abs(Ndepsilon-Nsd)>tol)

```

```

epsiloninf=vec_epsiloninf(iter+1,1)+abs((vec_epsiloninf(iter+1,1)-
vec_epsiloninf(iter,1)))*abs((vec_N(iter+1)-Nsd)/(vec_N(iter+1,1)-
vec_N(iter,1))));

        iter=iter+1;

        if iter>n_max_iter_M_Curv ||
epsiloninf>epsilonsmax || epsilonsup<epsiloncmax

            key=0;

        else

            key=1;

        end

    else

        Pontos_M_curv(def+1,1)=Mdepsilons;

        Pontos_M_curv(def+1,2)=(-
epsiloninf+epsilonsup)/(yalfasupc-yalfainfs);

        Pontos_M_curv(def+1,3)=Nsd;

        Pontos_M_curv(def+1,4)=atan(Pontos_M_curv(def+1,2));

        key=0;

    end

end

end

elseif Nsd>0 %Flexo Tração (EM REVISÃO)

    for def=1:pontos_curva

        iter=1;

        vec_epsilonsup=zeros(1,1);

        vec_epsiloninf=zeros(1,1);

        vec_N=zeros(1,1);

        epsilonsup=(epsilonsmax/pontos_curva)*(def-1);

        epsiloninf=(epsilonsmax/pontos_curva)*def;

        key=1;

```

```

while key==1

    vec_epsilonsup(iter+1,1)=epsilonsup;

    vec_epsiloninf(iter+1,1)=epsiloninf;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    [Ndepsilon,Mdepsilonx,Mdepsilony] =
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilonsup,epsiloninf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsiloncmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilonctmax,Eci,fyd,Es,epsilonsmax,alfa1,alfa2,Ac,
As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_fur
o,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,rusch,epsilon_term_conc,ep
silon_term_arm,com_sem_furo);

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    vec_N(iter+1,1)=Ndepsilon;

    if (Ndepsilon>Nsd) && (abs(Ndepsilon-Nsd)>tol)

        epsiloninf=vec_epsiloninf(iter+1,1)-
abs((vec_epsiloninf(iter+1,1)-vec_epsiloninf(iter,1))*0.7);

        iter=iter+1;

        if iter>n_max_iter_M_Curv

            key=0;

        else

            key=1;

        end

    elseif (Ndepsilon<Nsd) && (abs(Ndepsilon-Nsd)>tol)

epsiloninf=vec_epsiloninf(iter+1,1)+abs((vec_epsiloninf(iter+1,1)-
vec_epsiloninf(iter,1))*0.7);

        iter=iter+1;

        if iter>n_max_iter_M_Curv

            key=0;

        else

            key=1;

```

```

        end

    else

        Pontos_M_curv(def+1,1)=Mdepsilox;

        Pontos_M_curv(def+1,2)=(-
epsilon_sup+epsilon_inf)/(yalfasupc-yalfainfs);

        Pontos_M_curv(def+1,3)=Nsd;

Pontos_M_curv(def+1,4)=atan(Pontos_M_curv(def+1,2));

        key=0;

    end

end

end

elseif Nsd<0 %Flexo Compressão (EM REVISÃO)

    for def=1:pontos_curva

        iter=1;

        vec_epsilon_sup=zeros(1,1);

        vec_epsilon_inf=zeros(1,1);

        vec_N=zeros(1,1);

        epsilon_sup=(epsilon_cmax/pontos_curva)*def;

        epsilon_inf=(epsilon_cmax/pontos_curva)*(def-1);

        key=1;

        while key==1

            vec_epsilon_sup(iter+1,1)=epsilon_sup;

            vec_epsilon_inf(iter+1,1)=epsilon_inf;

            %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

            [Ndepsilon,Mdepsilox,Mdepsilony] =

mecanica(nfilas,ncolunas,epsilon_sup,epsilon_inf,yalfainfs,yalfasupc,xca
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsilon_cmax,eps
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilon_ctmax,Eci,fyd,Es,epsilon_smax,alfa1,alfa2,Ac,
As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_fur

```

```

o,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fcm,modelo,rusch,epsilon_term_conc,ep
silon_term_arm,com_sem_furo);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

vec_N(iter+1,1)=Ndepsilon;

if (Ndepsilon>Nsd) && (abs (Ndepsilon-Nsd)>tol)

    epsilonsup=vec_epsilonsup(iter+1,1)-
abs((vec_epsilonsup(iter+1,1)-
vec_epsilonsup(iter,1))*((abs(vec_N(iter+1,1)-
Nsd)/abs(vec_N(iter+1,1)-vec_N(iter,1)))));

    iter=iter+1;

    if iter>n_max_iter_M_Curv

        key=0;

    else

        key=1;

    end

elseif (Ndepsilon<Nsd) && (abs (Ndepsilon-Nsd)>tol)

epsilonsup=vec_epsilonsup(iter+1,1)+abs((vec_epsilonsup(iter+1,1)-
vec_epsilonsup(iter,1))*((abs(vec_N(iter+1,1)-
Nsd)/abs(vec_N(iter+1,1)-vec_N(iter,1)))));

    iter=iter+1;

    if iter>n_max_iter_M_Curv

        key=0;

    else

        key=1;

    end

else

    Pontos_M_curv(def+1,1)=Mdepsilonx;

    Pontos_M_curv(def+1,2)=(-
epsilonsup+epsiloninf)/(yalfasupc-yalfainfs);

    Pontos_M_curv(def+1,3)=Nsd;

```

```

Pontos_M_curv(def+1,4)=atan(Pontos_M_curv(def+1,2));

        key=0;

    end

end

end

end

    graf_envoltoria=1;

    if graf_envoltoria==1

plot3(Pontos_M_curv(:,2),Pontos_M_curv(:,1),Pontos_M_curv(:,3),'Color'
,[1 0 0],'LineWidth',1);

plot3(Pontos_M_curv(:,2),Pontos_M_curv(:,1),Pontos_M_curv(:,3),'x','co
lor','red');

plot3(Pontos_M_curv(:,2),Pontos_M_curv(:,1),Pontos_M_curv(:,3),'o','co
lor','red');

plot3(Pontos_M_curv(:,2),Pontos_M_curv(:,1),Pontos_M_curv(:,3),'*','co
lor','red');

        text(max(Pontos_M_curv(:,2)),max(Pontos_M_curv(:,1)),0,['
\omega =
',num2str(omega)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','bo
ttom');

        text(max(Pontos_M_curv(:,2)),max(Pontos_M_curv(:,1)),0,['
\rho =
',num2str(ro)],'horizontalAlignment','left','verticalAlignment','top')
;

    end

```

%%

%%

%FUNÇÃO MECÂNICA

%%

%%

```
function [Ndepsilon,Mdepsilonx,Mdepsilony,fc] =  
mecanica(nfilas,ncolunas,epsilonsup,epsiloninf,yalfainfs,yalfasupc,xca  
lfa,ycalfa,narmaduras,n_elementos_furo,vysalfa,vyfalfa,epsiloncmax,eps  
ilonm,fck,fcd,fctd,epsilonctmax,Eci,fyd,fp,Es,epsilonsmax,alfa1,alfa2,  
Ac,As,Afuro,diametroarmadura,epsilony,xk,yk,geomarmadura_cg,geom_disc_  
furo,phi_def_lenta,retracao,Eci_Ecl,fc,modelo,rusch,theta_conc_ij,agr  
egado,theta_arm_ij,theta_concreto,theta_armadura,epsilon_term_conc,eps  
ilon_term_arm,com_sem_furo)
```

%%

%%%

%DEFORMAÇÕES

% _____

—

%Deformações do concreto

% _____

—

```

%Inicialização da matriz das deformações dos centros geométricos dos
elementos retangulares

% epsilonc=zeros(nfilas,ncolunas);

%
-----

-
h_d=((epsiloninf-epsilonsup)/(yalfainfs-yalfasupc));
% for i=1:nfilas
%     for j=1:ncolunas
%         epsilonc(i,j)=(h_d*(ycalfa(i,j)-yalfasupc))+epsilonsup;
%     end
% end
epsilonc=((h_d.*(ycalfa-yalfasupc))+epsilonsup);
epsilonc=epsilonc-epsilon_term_conc;
%
-----

-
% if com_sem_furo==1
%     %Deformações do furo
%     epsilonf=((h_d.*(vyfalfa-yalfasupc))+epsilonsup)')-
epsilon_term_conc;
% end
%
-----

-
%Deformações das armaduras
%
-----

-
%Inicialização da matriz das deformações dos centros geométricos das
armaduras

% epsilon=zeros(1,narmaduras);
%
-----

-
% for i=1:narmaduras

```



```

%      epsilons(1,i)=(((epsiloninf-epsilonsup)/(yalfainfs-
yalfasupc))* (vysalfa(i,1)-yalfasupc))+epsilonsup;

% end

epsilons=(((h_d.*(vysalfa-yalfasupc))+epsilonsup)')-
(epsilon_term_arm');

%
-----

-

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%

%TENSÕES

%
-----

-

%Tensões do concreto

%
-----

-

%Inicialização da matriz das tensões dos centros geométricos dos
elementos retangulares
fci=zeros(nfilas,ncolunas);

%
-----

-

for i=1:nfilas
    for j=1:ncolunas
        epsilonc_ij=epsilonc(i,j);
        theta_conc_ij=theta_concreto(i,j);
    end
end

```

```

        [fc_ij] =
tensao_deformacao_concreto(epsilonc_ij,epsiloncmax,epsilonnm,epsilonctm
ax,fck,fcd,fctd,Eci,phi_def_lenta,retracao,fcu,Eci_Ecl,modelo,rusch,th
eta_conc_ij,agregado);

        fci(i,j)=fc_ij;

    end

end

% _____

-

%Desconto das tensões dos espaços ocupados pelas armaduras
%Inicialização da matriz para desconto das tensões no concreto no
espaço ocupado pelas armaduras
% fci_neg=zeros(1,narmaduras);
%
% _____

-

% for i=1:narmaduras
%     epsilonc_ij=epsilonc(1,i);
%     theta_conc_ij=theta_armadura(i,1);
%     [fc_ij] =
tensao_deformacao_concreto(epsilonc_ij,epsiloncmax,epsilonnm,epsilonctm
ax,fck,fcd,fctd,Eci,phi_def_lenta,retracao,fcu,Eci_Ecl,modelo,rusch,th
eta_conc_ij,agregado);
%     fci_neg(1,i)=fc_ij;
% end

% _____

-

%Tensões das armaduras, Desconto das tensões dos espaços ocupados
pelas armaduras e Tensões residuais no concreto à tração (tensional
stiffness)

```

```

%
-
%Inicialização da matriz das tensões dos centros geométricos das
armaduras
fsi=zeros(1,narmaduras);
%Inicialização da matriz para desconto das tensões no concreto no
espaço ocupado pelas armaduras
fci_neg=zeros(1,narmaduras);
%Inicialização da matriz das tensões residuais do concreto tracionado
fctsi=zeros(1,narmaduras);
for i=1:narmaduras
    %Tensões das armaduras
    epsilons_ij=epsilons(1,i);
    theta_arm_ij=theta_armadura(i,1);
    [fsi_ij] =
tensao_deformacao_armadura(epsilons_ij,epsilony,epsilonsmax,Es,fyd,the
ta_arm_ij,fp,modelo);
    fsi(1,i)=fsi_ij;
    %Desconto das tensões dos espaços ocupados pelas armaduras
    epsilonc_ij=epsilons(1,i);
    theta_conc_ij=theta_armadura(i,1);
    [fc_ij] =
tensao_deformacao_concreto(epsilonc_ij,epsiloncmax,epsiloncm,epsilonctm
ax,fck,fcd,fctd,Eci,phi_def_lenta,retracao,fcu,Eci_Ecl,modelo,rusch,th
eta_conc_ij,agregado);
    fci_neg(1,i)=fc_ij;
    %Tensões residuais no concreto à tração (tensional stiffness)
    if epsilons(1,i)>=0
        fctsi(1,i)=fctd*alfa1*alfa2/(1+(500*epsilons(1,i))^0.5);
    else fctsi(1,i)=0;
end

```

```

end

%


---


-
%Tensões do furo
%


---


-
%Inicialização da matriz das tensões dos centros geométricos dos furos
% if com_sem_furo==1
%     ffi=zeros(1,n_elementos_furo);
%     for i=1:n_elementos_furo
%         epsilonc_ij=epsilonf(1,i);
%         theta_conc_ij=theta_concreto(i,j);
%         [fc_ij] =
tensao_deformacao_concreto(epsilonc_ij,epsiloncmax,epsiloncm,epsilonctm
ax,fck,fcd,fctd,Eci,phi_def_lenta,retracao,fcu,Eci_Ecl,modelo,rusch,th
eta_conc_ij,agregado);
%         ffi(1,i)=fc_ij;
%     end
% end
%


---


-
%Tensões residuais no concreto à tração (tensional stiffness)
%


---


-
%Inicialização da matriz das tensões residuais do concreto tracionado
% fctsi=zeros(1,narmaduras);
% for i=1:narmaduras
%     if epsilons(1,i)>=0
%         fctsi(1,i)=fctd*alfa1*alfa2/(1+(500*epsilons(1,i))^0.5);
%     else fctsi(1,i)=0;
%     end

```

```

% end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%

%ESFORÇOS

%Esforços no concreto

%Inicialização das matrizes de esforços

% Nc=zeros(nfilas,ncolunas);
% Mcx=zeros(nfilas,ncolunas);
% Mcy=zeros(nfilas,ncolunas);

% Ndc=0;
% Mdcx=0;
% Mdcy=0;

% for i=1:nfilas
%     for j=1:ncolunas
%         Nc(i,j)=fci(i,j)*Ac(i,j)*1000;
%         Mcx(i,j)=-Nc(i,j)*yk(i,j);
%         Mcy(i,j)=-Nc(i,j)*xk(i,j);
%         Ndc=Ndc+Nc(i,j);
%         Mdcx=Mdcx+Mcx(i,j);
%         Mdcy=Mdcy+Mcy(i,j);
%     end
% end

```

```

Nc=fci.*Ac.*1000;

Mcx=-Nc.*yk;

Mcy=-Nc.*xk;


% Ndc=Ndc+Nc(i,j);

% Mdcx=Mdcx+Mcx(i,j);

% Mdcy=Mdcy+Mcy(i,j);


Ndc=sum(sum(Nc));

Mdcx=sum(sum(Mcx));

Mdcy=sum(sum(Mcy));


%Desconto dos esforços do concreto na area ocupada pela armadura
%Inicialização das matrizes de esforços a descontar

% Nc_neg=zeros(1,narmaduras);

% Mcx_neg=zeros(1,narmaduras);

% Mcy_neg=zeros(1,narmaduras);


% Ndc_neg=0;

% Mdcx_neg=0;

% Mdcy_neg=0;


% for i=1:narmaduras

%     Nc_neg(1,i)=-fci_neg(1,i)*As(1,i)*1000;

%     Mcx_neg(1,i)=Nc_neg(1,i)*geomarmadura_cg(i,2);

%     Mcy_neg(1,i)=Nc_neg(1,i)*geomarmadura_cg(i,1);

%     Ndc_neg=Ndc_neg+Nc_neg(1,i);

%     Mdcx_neg=Mdcx_neg+Mcx_neg(1,i);

%     Mdcy_neg=Mdcy_neg+Mcy_neg(1,i);

% end

```

```

% if com_sem_furo==1

%     Nc_furo=-ffi.*Afuro.*1000;

%     Mcx_furo=Nc_furo.*geom_disc_furo(:,2)';

%     Mcy_furo=Nc_furo.*geom_disc_furo(:,1)';

%

%     Ndc_furo=sum(sum(Nc_furo));

%     Mdcx_furo=sum(sum(Mcx_furo));

%     Mdcy_furo=sum(sum(Mcy_furo));

% else

%     Ndc_furo=0;

%     Mdcx_furo=0;

%     Mdcy_furo=0;

% end

```

```

Nc_neg=-fci_neg.*As.*1000;

Mcx_neg=Nc_neg.*geomarmadura_cg(:,2)';

Mcy_neg=Nc_neg.*geomarmadura_cg(:,1)';

```

```

Ndc_neg=sum(sum(Nc_neg));

Mdcx_neg=sum(sum(Mcx_neg));

Mdcy_neg=sum(sum(Mcy_neg));

```

```

%Esforços no aço

%Inicialização das matrizes de esforços das armaduras

% Ns=zeros(1,narmaduras);

% Msx=zeros(1,narmaduras);

% Msy=zeros(1,narmaduras);

```

```

% Nds=0;

% Mdsx=0;

% Mdsy=0;


% for i=1:narmaduras

%     Ns(1,i)=fsi(1,i)*As(1,i)*1000;

%     Msx(1,i)=-Ns(1,i)*geomarmadura_cg(i,2);

%     Msy(1,i)=-Ns(1,i)*geomarmadura_cg(i,1);

%     Nds=Nds+Ns(1,i);

%     Mdsx=Mdsx+Msx(1,i);

%     Mdsy=Mdsy+Msy(1,i);

% end


Ns=fsi.*As.*1000;

Msx=-Ns.*geomarmadura_cg(:,2)';

Msy=-Ns.*geomarmadura_cg(:,1)';

Nds=sum(sum(Ns));

Mdsx=sum(sum(Msx));

Mdsy=sum(sum(Msy));


%Esforços por tensional stiffness no concreto à tração

%Inicialização das matrizes de esforços por tensão residual (tensional
stiffness)

% Ncts=zeros(1,narmaduras);

% Mctsx=zeros(1,narmaduras);

% Mctsy=zeros(1,narmaduras);

%

% Ndcts=0;

% Mdctsx=0;

```



```

% Mdctsy=0;

%Diametro de efeito do tensional stiffness
tens_stiff=0;
dts=diametroarmadura*2;
a_conc_ts=pi*((dts)^2)/4;
% for i=1:narmaduras
%     Ncts(1,i)=fctsi(1,i)*(a_conc_ts-As(1,i))*1000*tens_stiff;
%     Mctsx(1,i)=-Ncts(1,i)*geomarmadura_cg(i,2);
%     Mctsy(1,i)=-Ncts(1,i)*geomarmadura_cg(i,1);
%     Ndcts=Ndcts+Ncts(1,i);
%     Mdctsx=Mdctsx+Mctsx(1,i);
%     Mdctsy=Mdctsy+Mctsy(1,i);
% end

Ncts=fctsi.*(a_conc_ts-As)*1000*tens_stiff;
Mctsx=-Ncts.*geomarmadura_cg(:,2)';
Mctsy=-Ncts.*geomarmadura_cg(:,1)';
Ndcts=sum(sum(Ncts));
Mdctsx=sum(sum(Mctsx));
Mdctsy=sum(sum(Mctsy));
DistribuicaoTensoes=-fci;
%Esforços totais integrados (somados) na seção transversal
% Ndepsilon=Ndc+Nds+Ndcts+Ndc_neg+Ndc_furo;
% Mdepsilonx=Mdcx+Mdsx+Mdctsx+Mdcx_neg+Mdcx_furo;
% Mdepsilony=Mdcy+Mdsy+Mdctsy+Mdcy_neg+Mdcy_furo;
Ndepsilon=Ndc+Nds+Ndcts+Ndc_neg;
Mdepsilonx=Mdcx+Mdsx+Mdctsx+Mdcx_neg;
Mdepsilony=Mdcy+Mdsy+Mdctsy+Mdcy_neg;

```

%%

%%

%FUNÇÃO TENSÃO - DEFORMAÇÃO DO CONCRETO

%%

%%

```
function [fc_ij] =  
tensao_deformacao_concreto(epsilonc_ij,epsiloncmax,epsiloncm,epsilonctm  
ax,fck,fcd,fctd,Eci,phi_def_lenta,retracao,~,Eci_Ecl,modelo,rusch,thet  
a_conc_ij,agregado)
```

```
% function [fc_ij] =  
tensao_deformacao_concreto(epsilonc_ij,epsiloncmax,epsiloncm,epsilonctm  
ax,fck,fcd,fctd,Eci,phi_def_lenta,retracao,fc_m,Eci_Ecl,modelo,rusch,th  
eta_conc_ij,agregado)
```

```
%Deformação lenta e retração
```

```
epsilonc_ij=((epsilonc_ij/(1+phi_def_lenta))-retracao);
```

```
%Com tração tracao=1
```

```
%Sem tração tracao=0
```

```
tracao=0;
```

```
if modelo==1;
```

```
    %Modelo do concreto NBR
```

```
    %Concretos de resistências até fck=50MPa
```

```
    if fck>=(-50) && fck<=0
```

```
        n=2;
```

```
    %Concretos de alta resistência
```

```

elseif fck<(-50)

    n=1.4+23.4*((90+fck)/100)^4;

else

    error('fck deve ter sinal negativo');

end

    %Compressão patamar

if (epsilonc_ij>=epsiloncmax && epsilonc_ij<epsilonm)

    fc_ij=rusch*fcd;

    %Compressão ramo parabolico

elseif (epsilonc_ij>=epsilonm && epsilonc_ij<=0)

    fc_ij=rusch*fcd*(1-(1-(epsilonc_ij/epsilonm))^n);

    %Tração

elseif (epsilonc_ij>0 && epsilonc_ij<=(0.9*fctd/(-Eci*1000)))

    fc_ij=tracao*epsilonc_ij*(-Eci*1000);

elseif (epsilonc_ij>(0.9*fctd/(-Eci*1000)) &&
epsilonc_ij<=epsilonctmax)

    fc_ij=tracao*(0.9*fctd+((0.1*fctd*(epsilonc_ij-0.9*fctd/(-
Eci*1000))))/(epsilonctmax-(0.9*fctd/(-Eci*1000)));

    else fc_ij=0;

end

elseif modelo==2;

    %Modelo do concreto Wassermman

    %Compressão

if (epsilonc_ij>=epsiloncmax && epsilonc_ij<=0)

    eta=(epsilonc_ij/(epsilonm));

    fc_ij=((1.5*Eci_Ec1*eta-eta^2)/(1+((1.5*Eci_Ec1-2)*eta)))*fcd;

    %Tração

elseif (epsilonc_ij>0 && epsilonc_ij<=(0.9*fctd/(-Eci*1000)))

    fc_ij=tracao*epsilonc_ij*(-Eci*1000);

elseif (epsilonc_ij>(0.9*fctd/(-Eci*1000)) &&
epsilonc_ij<=epsilonctmax)

```

```

        fc_ij=tracao*(0.9*fctd+((0.1*fctd*(epsilonc_ij-0.9*fctd/(-
Eci*1000))))/(epsilonctmax-(0.9*fctd)/(-Eci*1000)));

        else fc_ij=0;

        end

elseif modelo==3;

        %Modelo do concreto em incêndio NBR e EUROCODE

        [kc,epsilon_c1,epsilon_cu] =
coeficientes_concreto(theta_conc_ij,agregado);

        %Compressão

        if (epsilonc_ij>=epsilon_cu && epsilonc_ij<=0)

        fc_ij=kc*fcd*((3*epsilonc_ij/epsilon_c1)/(2+(epsilonc_ij/epsilon_c1)^3
));

        %Tração

        elseif epsilonc_ij>0

        fc_ij=0;

        else fc_ij=0;

        end

        end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%FUNÇÃO TENSÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

function [fsi_ij] =
tensao_deformacao_armadura(epsilons_ij,epsilony,epsilonsmax,Es,fyd,the
ta_arm_ij,fp,modelo,agregado)
if modelo==1 | modelo==2
    if (epsilons_ij<=epsilony && epsilons_ij>=(-epsilony))
        fsi_ij=epsilons_ij*Es*1000;
    elseif (epsilons_ij>epsilony && epsilons_ij<=epsilonsmax)
        fsi_ij=fyd;
    elseif (epsilons_ij<(-epsilony) && epsilons_ij>=(-epsilonsmax))
        fsi_ij=-fyd;
    elseif (epsilons_ij>(epsilonsmax) || epsilons_ij<(-epsilonsmax))
        fsi_ij=0;
    else fsi_ij=0;
end
elseif modelo==3
    %Calculo de la disminucion de propiedades mecanicas del acero
    [ky,kp,kE]=coeficientes_armadura(theta_arm_ij);
    fy_theta=ky*fyd;
    fp_theta=kp*fp;
    E_theta=kE*Es*1000;
    defp_theta=fp_theta/(E_theta);
    defy_theta=0.02;
    deft_theta=0.15;
    defu_theta=0.20;

```

```

c=((fy_theta-fp_theta)^2)/(E_theta*(defy_theta-defp_theta)-
2*(fy_theta-fp_theta));
b=(c*(defy_theta-defp_theta)*E_theta+c^2)^0.5;
a=((defy_theta-defp_theta)*(defy_theta-
defp_theta+(c/E_theta)))^0.5;
if epsilons_ij<=defp_theta
    fsi_ij=epsilons_ij*E_theta;
elseif defp_theta<epsilons_ij & epsilons_ij<defy_theta
    fsi_ij=fp_theta-c+(b/a)*(a^2-(defy_theta-epsilons_ij)^2)^0.5;
elseif defy_theta<=epsilons_ij & epsilons_ij<=deft_theta
    fsi_ij=fy_theta;
elseif deft_theta<epsilons_ij & epsilons_ij<defu_theta
    fsi_ij=fy_theta*(1-((epsilons_ij-deft_theta)/(defu_theta-
deft_theta)));
elseif epsilons_ij>=defu_theta
    fsi_ij=0;
end

```

APÊNDICE B – Tipos de elementos finitos para análises termomecânicas testados no DIANA

A seguir são apresentados alguns tipos de elementos finitos testados pelo autor desta tese, que são apropriados para análises não lineares termomecânicas de estruturas de concreto armado. As formulações e figuras dos elementos, os fundamentos utilizados nessas formulações e as indicações para sua aplicação no DIANA podem ser encontrados em TNO DIANA (2016a), (2016b), (2016c), (2016d) e (2016e).

ELEMENTOS FINITOS PARA SUPERFÍCIE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM ANÁLISE TÉRMICA DE MODELOS TRIDIMENSIONAIS

BQ4HT

Elemento finito isoparamétrico retangular de 4 nós, com interpolação linear e integração de Gauss (TNO DIANA, 2016c).

BT3HT

Elemento finito isoparamétrico triangular de 3 nós, com interpolação linear e integração de área (TNO DIANA, 2016c).

ELEMENTOS FINITOS SÓLIDOS PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE MODELOS TRIDIMENSIONAIS

CHX60

Elemento finito isoparamétrico sólido de hexaédrico de 20 nós, com interpolação quadrática e integração de Gauss (TNO DIANA, 2016c).

CTE30

Elemento finito isoparamétrico tetraédrico de 10 nós, com interpolação quadrática e integração numérica (TNO DIANA, 2016c).

CPY39

Elemento finito isoparamétrico piramidal de 13 nós, descrito pela Universidade de Colorado (University of Colorado) com interpolação e integração quadrática (TNO DIANA, 2016c).

CTP45

Elemento finito isoparamétrico sólido de cunha de 15 nós, com interpolação quadrática e integração numérica (TNO DIANA, 2016c).

APÊNDICE C – Equivalência entre placa de material elástico linear e mola elástica linear

Um material elástico linear tem uma relação tensão – deformação linear como indicado na Figura C.1

Figura C.1 Relação tensão – deformação de um material elástico linear

Na figura anterior, o módulo de elasticidade é equivalente à declividade da reta, dado pela equação C.1:

$$E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \quad \text{C.1}$$

Então a tensão é dada pela equação C.2:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{C.2}$$

Para uma placa composta por esse material elástico (Figura C.2), a relação entre o deslocamento Δx e a força F é dada pela equação C.3

Figura C.2 Placa de material elástico linear

$$\Delta x = h\varepsilon = \frac{F}{EA}h = \frac{\sigma}{E}h \quad \text{C.3}$$

Por outro lado, para uma mola com rigidez K (Figura C.3) a relação entre o deslocamento Δx e a força F é dada pela equação C.4

Figura C.3 Mola com comportamento elástico linear

$$\Delta x = \frac{F}{K} \quad \text{C.4}$$

Das equações C.3 e C.4, resulta a relação C.5.

$$\frac{Fh}{EA} = \frac{F}{K} \quad \text{C.5}$$

Finalmente a relação entre o módulo de elasticidade do material elástico linear e a rigidez da mola elástica linear vem dada pela equação C.6.

$$E = \frac{Kh}{A} \quad \text{C.6}$$

A placa utilizada nas análises tem as características geométricas

$$h = 100 \text{ mm}$$

$$A = 300 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$$

Na Tabela C.1 se apresentam os valores de K e E empregados nos ensaios de Kodur e Dwaikat (2007) no Capítulo 6 desta tese.

Tabela C.1 Valores de K e E equivalentes.

$K \text{ (kN/mm)}$	$E \text{ (kN/mm}^2\text{)}$
200	0,13333334
50	0,033333335
20	0,013333334
5	0,0033333335

APÊNDICE D – Solução do Pórtico EPT1 considerando modelo elástico linear

O pórtico EPT1 apresentado na Figura D.1, foi analisado no Capítulo 8, considerando o comportamento não linear da estrutura. Observou-se que o maior valor da força normal à seção transversal da viga foi 197,4 kN e essa força gera um esforço cortante de 62,6 kN. Ou seja, $V_S = 0,32F$. Sendo F a força normal que age na seção transversal da viga.

Figura D.1 Pórtico EPT1

Se a estrutura é considerada tendo um comportamento elástico linear à temperatura ambiente, o valor do esforço cortante é dado pela Equação D.1.

$$V_S = F \frac{I_{yp} l_v^3}{2(I_{zv} l_p^3 + I_{yp} l_v^3)} \quad \text{D.1}$$

Na Equação D.1:

I_{yp} : Momento de inercia em torno ao eixo y (no sistema de referência local indicado na Figura D.2.) do pilar.

I_{zv} : Momento de inercia em torno ao eixo z (no sistema de referência local indicado na Figura D.2.) da viga.

l_p : Comprimento do pilar.

l_v : Comprimento da viga.

Figura D.2 Sistema de referência local das barras

Sob as condições mencionadas anteriormente, de acordo com a Equação D.1, o valor do esforço cortante é $V_s = 0,41F$.

Assumindo que além do comportamento elástico linear, em situação de incêndio a distribuição de temperaturas é constante ao longo do elemento estrutural e desconsiderando os efeitos da fissuração do concreto (isso poderia ser observado em estruturas de aço com tensões menores à tensão de escoamento e com estado limite ultimo determinado pela resistência do material e não pela instabilidade) o esforço cortante é dado pela Equação D.2.

$$V_s = F \frac{E_p I_{yp} l_v^3 \left(2(2I_{yp} l_v (E + E_p) + G I_{tv} l_p) + 3(I_{yp} l_v (E - E_p)) \right)}{E \left(I_{yp} l_v \left(I_{yp} l_v^3 (E + 14E_p) + 8I_{zv} l_p^3 (E + E_p) \right) \right) + 2G I_{tv} l_p (I_{yp} l_v^3 (E + E_p) + 2I_{zv} E l_p^3) + E_p^2 I_{yp}^2 l_v^4} \quad \text{D.2}$$

Na Equação D.2:

E_p : Módulo de elasticidade longitudinal do pilar à temperatura θ .

E : Módulo de elasticidade longitudinal da estrutura à temperatura ambiente.

G : Módulo de elasticidade transversal do material.

I_{tv} : Momento de inercia a torção da viga.

Para materiais isotrópicos:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{D.3}$$

Assumindo o valor $\nu = 0,25$, a Equação D.3 se resume à Equação D.4.

$$G = 2,5E \quad \text{D.4}$$

Substituindo a Equação D.4 na Equação D.2:

$$V_S = F \frac{E_p I_{yp} l_v^3 (I_{yp} l_v (7E + E_p) + 5I_{tv} l_p)}{E \left(I_{yp} l_v \left(I_{yp} l_v^3 (E + 14E_p) + 8I_{zv} l_p^3 (E + E_p) \right) + 5I_{tv} l_p \left(I_{yp} l_v^3 (E + E_p) + 2I_{zv} E l_p^3 \right) \right) + E_p^2 I_{yp}^2 l_v^4} \quad \text{D.5}$$

Na Equação D.5 foram avaliados os valores dos comprimentos e momentos de inercia das vigas e pilares da estrutura EPT1 e os valores de E_p de acordo com a Tabela 4.3 do Capítulo 4, cujos resultados apresentam-se na Tabela D.1 e na Figura D.3.

Tabela D.1 Relação entre E_p/E e V_S/F .

E_p/E	V_S/F
1	0,41
0,9	0,39
0,8	0,37
0,7	0,35
0,6	0,32
0,5	0,29
0,4	0,25
0,3	0,21
0,2	0,15
0,1	0,09
0	0

Figura D.3 Relação entre E_p/E e V_s/F

Na estrutura EPT1 analisada no Capítulo 8 (com modelos matemáticos bem mais completos) o valor dessa relação é:

$$\frac{V_s}{F} = 0,32$$

Na Figura D.3 esse valor corresponde ao valor:

$$\frac{E_p}{E} \cong 0,5$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

ACHENBACH M.; GERNAY T.; MORGENTHAL G. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns Subjected to Standard Fire—Comparison of an Advanced and a Simplified Method.** New Jersey, Jun. 2016.

AMERICAN SPECIFICATION FOR TESTING AND MATERIALS **ASTM E119-00a**
Standard test methods for fire tests of building construction and materials. 2000.

ANDERBERG, Y.; THELANDERSSON S. **Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures – Experimental investigation and material behaviour model.** Lund, 1976.

ANDERBERG, Y.; THELANDERSSON S. **Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures – General discussion and critical review of literature.** Lund, 1973.

ANNEREL E.; VAN DEN STEEN T.; TAERWE L. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Post-cooling Stress-strain Model of Traditional and High Strength Concrete.** New Jersey, Jun. 2016.

ARBED. Commission of the European communities – Arbed-Recherches **Technical steel research – Practical design tools for unprotected steel columns submitted to ISO-Fire – Refao III.** Luxemburgo, 1993. 316 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14432:1999**

Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações – Procedimento. Rio de Janeiro, 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15200:2012** Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. Rio de Janeiro, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5628:2001**

Componentes construtivos estruturais – Determinação da resistência ao fogo. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BAMONTE P. 2008. In: International Conference – Structures in Fire, 5th. 2008, Singapura. **On the role of second-order effects in HSC columns exposed to fire.** Singapura, Mai. 2008.

BAMONTE P.; LO MONTE F. **Reinforced concrete columns exposed to standard fire: Comparison among different constitutive models for concrete at high temperature.** Fire Safety Journal v. 71, p. 310-323, Elsevier Dec. 2014.

BAZANT Z. P.; THONGUTHAI W. **Pore pressure and drying of concrete at high temperature.** Journal of Engineering Mechanics Division. v. 104, p. 1059-1079, ASCE 1978.

BIKHJET M. M.; EL-SHAFFEY N. F.; EL-HASHIMY H. M. **Behaviour of reinforced concrete short columns exposed to fire.** Alexandria Engineering Journal v. 53, p. 643-653, Elsevier Mai. 2014.

BRATINA S.; CAS B.; SAJE M.; PLANINC I. **Numerical modelling of behaviour of reinforced concrete columns in fire and comparison with Eurocode 2.** International Journal of Solids and Structures. v. 42, p. 5715-5733, Elsevier, Abr. 2005.

BUCHANAN, A. H. **Structural Design for Fire Safety.** Londres, John Wiley & Sons, 2001.

CALDAS R. B. **Análise numérica de estruturas de aço, concreto e mistas em situação de incêndio.** 2008. Tese (Doutorado) Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2008.

CARPINTERI A.; CORRADO M.; GOSO G.; PAGGI M. **Size-scale effects on interaction diagrams for reinforced concrete columns.** Construction and Building Materials v. 27, p. 271-279, Elsevier 2011.

CHARALAMPAKIS A. E.; KOUMOUSIS V. K. **Ultimate strength analysis of composite sections under biaxial bending and axial load.** Advances in Engineering Software v. 39, p. 923-936, Elsevier 2011.

CHENG F. P.; KODUR V. K. R.; WANG T. C. **Stress-Strain Curves for High Strength Concrete at Elevated Temperatures.** Journal of Materials in Civil Engineering v. 16, p. 84-90, ASCE 2011.

CHOWDHURY E.; BISBY L.; GREEN M.; BENICHOUS N.; KODUR V. **Heat transfer and structural response modelling of FRP confined rectangular concrete columns in fire.** Construction and Building Materials v. 32, p. 77-89, Elsevier Jul. 2011.

COSTA C. N.; RITA I. A.; SILVA V. P. 2004. In: Congresso Brasileiro do Concreto CBC2004, 46°. 2004, Florianópolis. **Princípios do “método dos 500 °C” aplicados no dimensionamento de pilares de concreto armado em situação de incêndio, com base nas prescrições da NBR 6118 (2003) para projeto à temperatura ambiente.** Florianópolis, Out. 2014.

COSTA C. N. **Dimensionamento de elementos de concreto armado em situação de incêndio.** 2008. 724 p. Tese (Doutorado) Departamento de Estruturas e Fundações da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, Mar. 2008.

DOHERTY P.; ALI F.; NADJAI, A. 2010. In: International Conference on Structures in Fire. 6th. 2010, Michigan. **Explosive spalling of concrete columns with steel and polypropylene fibres subjected to severe fire.** Michigan, Jun. 2010.

DOTREPPE J. C.; FRANSSSEN J. M.; VANDERZEYPEN Y. **Calculation method for design of reinforced concrete columns under fire conditions.** ACI Structural Journal. v. 96, p. 9-20, Feb. 1999.

DU Y.; LI G.Q. **A new temperature–time curve for fire-resistance analysis of structures.** Fire Safety Journal v. 54, p. 113-120, Elsevier Set. 2012.

DWAIKAT M. B. **Flexural response of reinforced concrete beams exposed to fire.** 2009. Tese (Doutorado) Michigan State University. East Lansing, 2009.

DWAIKAT M. B.; KODUR V. K. R. **A numerical approach for modeling the fire induced restraint effects on reinforced concrete beams.** Fire Safety Journal v. 43, p. 291-307, Elsevier Set. 2007.

DWAIKAT M. B.; KODUR V. K. R. 2008. In: International Conference – Structures in Fire, 5th. 2008, Singapura. **Effect off fire scenario, restraint conditions, and spalling on the behaviour of RC beams.** Singapura, Mai. 2008.

ECKERT, E. R. G.; DRAKE R. M. **Heat and Mass Transfer.** Tóquio, Kogakusha; New York, McGraw-Hill, 1959.

EL-FITIANY S. F.; YOUSSEF M. A. **Assessing the flexural and axial behaviour of reinforced concrete members at elevated temperatures using sectional analysis.** Fire Safety Journal v. 44, p. 691-703, Elsevier Mar. 2009.

EL-FITIANY S. F.; YOUSSEF M. A. 2010. In: **International Conference on Structures in Fire.** 6th. 2010, Michigan. **A simplified sectional analysis approach for RC elements during fire events.** Michigan, Jun. 2010.

ELMOHANDES F. **Advanced three-dimensional non-linear analysis of reinforced concrete structures subjected to fire and extreme loads.** 2013. Tese (Doutorado), University of Toronto. Toronto, 2013.

EUROPEAN COMITÉ FOR STANDARDIZATION. **EN 1992-1-1:2004** Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Bruselas, 2005.

EUROPEAN COMITÉ FOR STANDARDIZATION. **EN 1992-1-2:2004** Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design. Bruselas, 2005.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Fire design of concrete structures – materials, structures and modelling. State of art report.** Lausanne, 2007.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Fire design of concrete structures – structural behaviour and assesment. State of art report.** Lausanne, 2008.

FRANÇA R. L. S. **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado.** 1991. Tese (Doutorado) Departamento de Estruturas e Fundações da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1991.

FRANÇA R. L. S. **Relações momento-curvatura em peças de concreto armado submetidas a flexão oblíqua composta.** 1984. Dissertação (Mestrado) Departamento de Estruturas e Fundações da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1984.

FRANSSEN J. M. 2005. In: International Symposium –Fire Safety Science, 8th. 2005, Beijing. **Structures in Fire, Yesterday, Today and Tomorrow.** Singapura, Set. 2005.

FREITAG, J. K. **The fireproofing of steel structures.** New York, John Wiley & Sons, 1899.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto – Solicitações Normais.** Rio de Janeiro, LTC, 1981.

GERNAY T.; FRANSSEN J. M. **A formulation of the Eurocode 2 concrete model at elevated temperature that includes an explicit term for transient creep.** Fire Safety Journal v. 51, p. 1-9, Elsevier Mar. 2012.

GONÇALVES M. C.; FRANSEN J. M.; ABRANTES V.; RODRIGUES J. P. C. 2009.
In: Application of Structural Fire Engineering. 2009, Prague. **Numerical analysis of concrete columns in fire – Advanced versus simplified calculation methods.**
Prague, Feb. 2009.

GONÇALVES M. C.; RAMALHO M. A. B. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **Simplified method for fire resistance of concrete columns.** Shanghai, Jun. 2014.

GOODFELLOW N.; ALI F.; SCULLION T.; NADJAI A.; MCPARLAND T. In:
International Conference on Structures in Fire. 7th. 2012, Zurich. **Performance of hollow and concrete filled elliptical steel columns subjected to hydrocarbon fire.** Zurich, Jun. 2012.

HAKSEVER A. **Fire response of total systems in a local fire.** Fire Safety Journal v. 4, p. 141-145, Elsevier Mai. 1982.

HAKSEVER A.; ANDERBERG Y. **Comparison between Measured and Computed Structural Response of some Reinforced Concrete Columns in Fire.** Fire Safety Journal v. 4, p. 293-297, Elsevier Mai. 1982.

HAN L. H.; WANG W. H.; YU H. X. **Analytical behaviour of RC beam to CFST column frames subjected to fire.** Engineering Structures v. 36, p. 394-410, Elsevier Jan. 2012.

HAN L. H.; WANG W. H.; YU H. X. **Experimental behaviour of reinforced concrete (RC) beam to concrete-filled steel tubular (CFST) column frames subjected to ISO-834 standard fire.** Engineering Structures v. 32, p. 3130-3144, Elsevier Jul. 2010.

HARMATHY T. Z. **A comprehensive creep model.** Journal of basic engineering v. 89, p. 496-502, ASCE Set. 1967.

HOGNESTAD, E. **A study on combined bending and axial load in reinforced concrete members.** Engineering Experiment Station, University of Illinois. Bulletin Series No 399, p. 43-46, 1951.

HOLMAN, J. P. **Transferência de Calor.** Tradução de Milanez L.F. São Paulo, McGraw-Hill, 1983.

HUANG Z.; BURGESS I. W.; PLANK R. J. **Three-dimensional analysis of composite steel-framed buildings in fire.** Structural Engineering v. 126, n.3, p. 389-397, ASCE Mar. 2000.

HUANG Z.; BURGESS I. W.; PLANK R. J. **Non-linear structural modeling of a fire test subject to high restraint.** Fire Safety Journal v. 36, p. 795-814, Elsevier Feb. 2001.

HUISMANN S.; KORZEN M.; SCHNEIDER U. 2010. In: International Conference on Structures in Fire. 6th. 2010, Michigan. **A Material Model for the Numerical**

Simulation of High Strength Concrete Columns Subjected to Fire Loading.

Michigan, Jun. 2010.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION **ISO 834-1:1999(E)**

Fire-resistance tests – Elements of building construction – Part 1: General Requirements. Ginebra, 1999.

JOHANSSON N.; SVENSSON S.; VAN HEES P. **An evaluation of two methods to predict temperatures in multi-room compartment fires.** Fire Safety Journal v. 77, p. 46-58, Elsevier Ago. 2015.

JOWSEY A.; SCOTT P.; TORERO J. **Overview of the Benefits of Structural Fire Engineering.** International Journal of High-Rise Buildings v. 2, p. 131-139, Jun. 2013.

KAHANJI C.; ALI F.; NADJAI A. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Experimental Study of Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete Under ISSO 834 Fire.** New Jersey, Jun. 2016.

KAMATH P.; SHARMA U. K.; KUMAR V.; BHARGAVA P.; USMANI A.; SINGH B.; SINGH Y.; TORERO J.; GILLIE M.; PANKAJ P. **Full-scale fire test on an earthquake-damaged reinforced concrete frame.** Fire Safety Journal v. 73, p. 1-19, Elsevier, Feb. 2015.

KENT D. C.; PARK R. **Flexural members with confined concrete.** Journal of the Structural Division v.97, p. 1969 – 1990, ASCE, Jul. 1971.

KHALIQ W.; KODUR V. In: **International Conference on Structures in Fire.** 7th. 2012, Zurich. **An approach for account for tie configuration in evaluating fire performance of reinforced concrete columns.** Zurich, Jun. 2012.

KHALIQ W.; KODUR V. **Effect of Temperature on Thermal Properties of Different Types of High-Strength Concrete.** Journal of Materials in Civil Engineering. v. 23, No. 6, p. 793-801, ASCE, Jun. 2011.

KIRBY B. R. **Developments and Applications in Structural Fire Engineering Design – A review.** Fire Safety Journal v. 11, p. 141-179, Elsevier Jul. 1986.

KLEIN O.; FRANÇA R. L. S.; SILVA V. P. **Pilares de concreto armado em situação de incêndio submetidos à flexão normal composta.** Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural. v. 55, p. 55-71, 2011.

KODUR V. K. R.; BHATT P.; MATSAGAR V. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Numerical Study on Steel Fiber Reinforced Concrete Columns Subjected to Fire.** New Jersey, Jun. 2016.

KODUR V. K. R.; DWAIKAT M. **A numerical model for predicting the fire resistance of reinforced concrete beams.** Cement & Concrete Composites. v. 30, p. 431-443, Elsevier Aug. 2007.

KODUR V. K. R.; FIKE R. S. **An approach for evaluating the fire resistance of cfhss columns under design fire scenarios.** Journal of Fire Protection Engineering. v. 19, p. 229-259, Sage, Nov. 2009.

KODUR V. K. R. **Guidelines for fire resistance design of high-strength concrete columns.** Journal of Fire Protection Engineering. v. 15, p. 93-106, Sage, Mai. 2005.

KODUR V. K. R.; KHALIQ W.; RAUT N. **An approach to account for tie configuration in predicting fire resistance of reinforced concrete columns.** Engineering Structures v. 56, p. 1976-1985, Elsevier, Set. 2013.

KODUR V. K. R.; MCGRATH R. **Fire Endurance of High Strength Concrete Columns.** Fire Technology v. 39, p. 73-87, Kluwer Academic Publishers 2003.

KODUR V. K. R.; PHAN L. **Critical factors governing the fire performance of high strength concrete systems.** Fire Safety Journal v. 42, p. 482-488, Elsevier Jun. 2007.

KODUR V. K. R.; RAUT N. **A simplified approach for predicting resistance of reinforced concrete columns under biaxial bending.** Engineering Structures v. 41, p. 428-443, Elsevier Mai. 2012.

KODUR V. K. R.; SULTAN M. A. **Effect of temperature on thermal properties of high-strength concrete.** v. 15, pp.101-107, ASCE 2003.

KODUR V. K. R.; WANG T. C.; CHENG F. P. **Predicting the fire resistance behaviour of high strength concrete columns.** Cement & Concrete Composites v. 26, p. 141-153, Elsevier 2004.

KODUR V. K. R.; WANG T. C.; CHENG F. P.; SULTAN M. A. In: International Symposium of Fire Safety Science, 7th. **A model for evaluating the fire resistance of high performance concrete columns.** Worcester, Jun. 2002.

LANGE D.; SJOSTRON J. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **Design of partially restrained columns exposed to localised fires.** Shanghai, Jun. 2014.

LAW A.; GILLIE M. **Interaction diagrams for ambient and heated concrete sections.** Engineering Structures. v. 32, p. 1641-1649, Elsevier Feb. 2010.

LE Q. X.; DAO V. T. N.; MALUK C.; BISBY L.; TORERO J. L. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Constitutive Models of Concrete at Elevated Temperatures: Studying the Effect of Temperature Gradients.** New Jersey, Jun. 2016.

LEITE G. S.; GOMIDE K. A.; MORENO A. L.; SILVA V. P. 2010. In: **International Conference on Structures in Fire.** 6th. 2010, Michigan. **Fire resistance of axially loaded slender concrete filled steel tubular columns.** Michigan, Jun. 2010.

LIE T. T.; LIN T. D. In: **International Symposium**. 1st. 1985, Berkeley. **Influence of restraint on fire performance of reinforced concrete columns**. Berkeley, Nov. 1985.

LINS DE ALBUQUERQUE G. B. M. **Dimensionamento de vigas de concreto armado em situação de incêndio**. 2012. 245 p. Dissertação (Mestrado) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, Dez. 2012.

MACLEAN J.; GOREMIKINS V.; BISBY L.; STRATFORD T. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Effects of localised or Non-Uniform Heating on Reinforced Concrete Columns**. New Jersey, Jun. 2016.

MALUK C.; LAW A.; TORERO J. L. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Thermal Boundary Conditions When Fire Testing Concrete**. New Jersey, Jun. 2016.

MARTINS A. M. B.; RODRIGUES J. P. C. (a) 2010. In: International Conference – Structures in Fire, 6th. 2010, Michigan. **Behaviour of concrete columns subjected to fire**. Michigan, Jun. 2010.

MARTINS A. M. B.; RODRIGUES J. P. C. (b) **Fire resistance of reinforced concrete columns with elastically restrained thermal elongation**. Engineering Structures v. 32, p. 3330-3337, Elsevier, Ago. 2010.

MEHTA P. K.; MONTEIRO P. J. M. Concrete: Microstructure, Properties and Materials. New York, McGraw-Hill, 2014.

MESEGUER A. G.; CABRÉ F. M.; PORTERO J. C. A. **Jiménez Montoya Hormigón Armado**. Barcelona, Gustavo Gili, 2009.

MONTEIRO P. J. M. **Microstructure of concrete and its influence on the mechanical properties**. 1985. Tese (Doutorado) University of California, Berkeley. Berkeley, 1985.

MÖRSCH, E. **Teoría y práctica del hormigón armado**. Barcelona. Gustavo Gili S. A., 1948.

NEVES C.; VALENTE J. C.; CORREIA RODRIGUES J. P. **Thermal restraint and fire resistance of columns**. Fire Safety Journal v. 37, p. 753-771, Elsevier, Mai. 2002.

NGUYEN T. T.; TAN H. K. In: International Conference on Structures in Fire. 7th. 2012, Zurich. **An experimental study on reinforced concrete columns subjected to eccentric loads and axial restraint at elevated temperatures**. Zurich, Jun. 2012.

NGUYEN T. T.; TAN H. K. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **Fire-induced restraint to columns in concrete framed structures**. Shanghai, Jun. 2014.

PARK J. E.; SHIN Y. S.; KIM H. S. **Various Factors Influencing on Thermal Behaviors of High Strength Concrete (HSC) Columns under Fire.** Procedia Engineering. v. 14, p. 427-433, Elsevier, 2011.

PHAN L. T.; MCALLISTER T. P.; GROSS J. L.; HURLEY M. J. **Best Practice Guidelines for Structural Fire Resistance Design of Concrete and Steel Buildings.** National Institute of Standards and Technology. NIST Technical Note 1681, Nov. 2010.

PIERIN I.; SILVA V. P.; LA ROVERE H. L. **Análise térmica de estruturas bidimensionais em situação de incêndio.** IBRACON Structures and Materials Journal. v. 8, p. 25-48, 2015.

PIRES T. A. C.; RODRIGUES J. P. C.; SILVA J. J. R. **Fire resistance of concrete filled circular hollow columns with restrained thermal elongation.** Journal of constructional steel research. v. 77, p. 82-94, Elsevier, Jun. 2012.

POPE N. D.; BAILEY C. G. **Quantitative comparison of FDS and parametric fire curves with post-flashover compartment fire test data.** Fire Safety Journal v. 41, p. 99-110, Elsevier, Ene. 2005.

PURKISS J. A.; LI L-Y. **Fire Safety Engineering Design of Structures.** Boca Raton, London, New York, CRC, 2014.

PURKISS J. A. **Fire Safety Engineering**. Oxford, Elsevier, 2007.

RAMALHO M. A. B.; GONÇALVES M. C. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **Experimental and numerical analysis of concrete columns under fire**. Shanghai, Jun. 2014.

RAUT N.; KODUR V. 2010. In: International Conference on Structures in Fire. 6th. 2010, Michigan. **Modeling the fire response of reinforced concrete columns under biaxial bending**. Michigan, Jun. 2010.

REDDIAR M. K. M. **Stress-strain model of unconfined and confined concrete and stress-block parameters**. 2009. 102 p. Dissertação (Mestrado) Texas A&M University. Texas, 2009.

RIBEIRO J. C. L. **Desenvolvimento e aplicação de um sistema computacional para simulação via método dos elementos finitos do comportamento de estruturas de aço e mistas em situação de incêndio**. 2009. 260 p. Tese (Doutorado) Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, Dez. 2009.

RODRIGUES J. P. C. **Fire Resistance of steel columns with restrained thermal elongation**. 2000. 388 p. Tese (Doutorado) Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa. Lisboa, Dez. 2000.

RODRIGUES J. P. C.; LAÍM L.; CORREIA A. M. **Behaviour of fiber reinforced concrete columns in fire.** Composite Structures v. 92, p. 1263-1268, Elsevier, Out. 2010.

RODRIGUES J. P. C.; LAÍM L. M. S.; GONÇALVES M. C. In: International Conference on Structures in Fire. 7th. 2012, Zurich. **Fire resistance of square and circular cross-section concrete columns.** Zurich, Jun. 2012.

RODRIGUEZ J. A.; ARISTIZABAL O. D. **Biaxial interaction diagrams for short RC columns of any cross section.** Journal of Structural Engineering v. 125, p. 672-683, Elsevier, 1999.

RUSH D.; BISBY L.; IOANNOU I.; ROSSETTO T. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **Towards fragility analysis for concrete buildings in fire: Residual capacity of concrete columns.** Shanghai, Jun. 2014.

SADAoui A.; KHENNANE A. **Effect of transient creep on the behaviour of reinforced concrete columns in fire.** Engineering Structures v. 31, p. 2203-2208, Elsevier, Apr. 2009.

SCHNEIDER U. **Concrete at high temperatures – A general review.** Fire Safety Journal v. 13, p. 55-68, Elsevier, 1988.

SCHNEIDER U.; SCHNEIDER M.; FRANSSEN J. M. 2008. In: International Conference – Structures in Fire, 5th. 2008, Singapura. **Consideration of nonlinear**

creep strain of siliceous concrete on calculation of mechanical strain under transient temperatures as a function of load history. Singapura, Mai. 2008.

SHAH A. H.; KAMATH P.; SHARMA U. K.; BHARGAVA P.; USMANI A.; REDDY GR.; SINGH T.; LAKHANI H. 2014. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **Influence of ductility on the behaviour of RC frames in postearthquake fire.** Shanghai, Jun. 2014.

SHIELDS, T. J.; SILCOCK G. W. H. **Buildings and Fire.** Singapur: Longman Scientific & Technical; New York: John Wiley & Sons, 1987.

SILVA V. P. **Estruturas de aço em situação de incêndio.** 1997. 170 p. Tese (Doutorado) Departamento de Estruturas e Fundações da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, Dez. 1997.

SILVA V. P. **Estruturas de aço em situação de incêndio.** São Paulo, Zigurate, 2004.

SILVA V. P. **Fire design of reinforced concrete columns – An alternative to tabular method presented by Brazilian standard NBR 15200:2004.** IBRACON Structures and Materials Journal. v. 1, p. 331-392, 2008.

SILVA V. P. **Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio – Conforme ABNT NBR 15200:2012.** São Paulo, Blucher, 2012.

SUAZNABAR J. S. **Sobre o comportamento de pilares de aço em situação de incêndio**. 2008. 142 p. Dissertação (Mestrado) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, Abr. 2008.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. 2014a. In: Congresso Brasileiro do Concreto CBC2014, 56°. 2014, Natal. **Pilares Curtos de Concreto Armado Submetidos à Flexão Composta Obliqua em Situação de Incêndio: Cálculo e Geração de Curvas do Estado-Limite Ultimo pelo Método da Isoterma de 500°C**. Natal, Out. 2014.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. 2014b. In: Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural, XXXVI. 2014, Montevideu. **Código para Flexão Composta Oblíqua de Pilares Curtos de Concreto: Superfícies do Estado-Limite**. Montevideu, Nov. 2014.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. 2015a. In: Congresso Brasileiro do Concreto CBC2015, 57°. 2015, Bonito. **Pilares Curtos de Concreto Armado em Situação de Incêndio Submetidos à Compressão Centrada – Estudo de Tensões e Deformações**. Bonito, Out. 2015.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. 2015b. In: Congresso Ibero-Latino-Americano sobre Segurança Contra Incêndios, 3°. 2015, Porto Alegre. **Flexão Composta de Pilares Curtos de Concreto Armado Sob Incêndio Não Simétrico**. Porto Alegre, Nov. 2015.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. 2017a. In: Congress on Numerical Methods in Engineering. 2017, Valencia. **Esforços Decorrentes de um Incêndio em Pilares e Vigas de Concreto Armado.** Valencia, Jul. 2017.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. 2017b. In: Congresso Ibero-Latino-Americano sobre Segurança Contra Incêndios, 4°. 2017, Recife. **Sobre a Flexão Composta Oblíqua de Pilares de Concreto Armado de Alta Resistência em Situação de Incêndio.** Recife, Oct. 2017.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. 2017c. In: Congresso Ibero-Latino-Americano sobre Segurança Contra Incêndios, 4°. 2017, Recife. **Método Simplificado para Análises Termestruturais de Pilares Curtos de Concreto Armado em Situação de Incêndio.** Recife, Oct. 2017.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P. **Flexão Composta Oblíqua em Pilares Curtos de Concreto Armado em Situação de Incêndio: Curvas do Estado-Limite Último pelo Método da Isoterma de 500°C.** IBRACON Structures and Materials Journal. v. 11, n. 1, p. 163-182, IBRACON. Fev. 2018.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P.; PIERIN I. 2014. In: Congresso Brasileiro do Concreto CBC2014, 56°. 2014, Natal. **Estudo dos Domínios de Deformação em Seções Transversais de Concreto Armado em Situação de Incêndio.** Natal, Out. 2014.

SUAZNABAR J. S.; SILVA V. P.; BITTENCOURT T. N. **Ultimate limit state in short reinforced high strength concrete columns in a fire.** Structural Concrete. No Prelo. fib International Federation for Structural Concrete.

TAERWE L. In: International workshop of Fire Design of Concrete Structures. 2007, Coimbra. **From member design to global structural behaviour.** Coimbra, Nov. 2007.

TAN H. K.; NGUYEN T. T. In: International Conference on Structures in Fire. 7th. 2012, Zurich. **Restraint forces induced in reinforced concrete columns subjected to eccentric loads at elevated temperatures.** Zurich, Jun. 2012.

TAN H. K.; NGUYEN T. T. (a) **Experimental behaviour of restrained reinforced concrete columns subjected to equal biaxial bending at elevated temperatures.** Engineering Structures v. 56, p. 823-836, Elsevier Jul. 2013.

TAN H. K.; NGUYEN T. T. (b) **Structural responses of reinforced concrete columns subjected to uniaxial bending and restraint at elevated temperatures.** Fire Safety Journal v. 60, p. 1-13, Elsevier Jun. 2013.

TAN H. K.; NGUYEN T. T. **Thermal-induced restraint forces in reinforced concrete columns subjected to eccentric loads.** Fire Safety Journal v. 69, p. 136-146, Elsevier Jul. 2014.

TNO DIANA 10.0 User's Manual: Analysis Procedures. Delft: TNO DIANA BV, 2016a. 714 p.

TNO DIANA 10.0 User's Manual: Theory. Delft: TNO DIANA BV, 2016b. 270 p.

TNO DIANA 10.0 User's Manual: Element Library. Delft: TNO DIANA BV, 2016c. 588 p.

TNO DIANA 10.0 User's Manual: Material Library. Delft: TNO DIANA BV, 2016d. 626 p.

TNO DIANA 10.0 User's Manual: Concrete and Masonry Analysis. Delft: TNO DIANA BV, 2016e. 408 p.

USMANI A. S.; ROTTER J. M.; LAMONT S.; SANAD A. M.; GILLIE M. **Fundamental principles of structural behaviour under thermal effects.** Fire Safety Journal v. 36, p. 721-744, Elsevier, Mar. 2001.

VECCHIO F. J.; COLLINS M. P. **Compression response of cracked reinforced concrete.** Journal of Structural Engineering. v. 119, p. 3590-3610, ASCE, Dec. 1993.

VILA REAL, P. M. M. **Incêndio em Estruturas Metálicas, Cálculo estrutural.** Portugal: Orion, 2003.

WANG L. J.; CASPEELE R.; TAERWE L. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **Study on the fire resistance of rectangular concrete columns exposed to natural fires.** Shanghai, Jun. 2014.

WANG Y.; BURGESS I.; WALD F.; GILLIE M. **Performance-Based Fire Engineering of Structures.** Boca Raton, CRC, 2013.

WANG Y. C. **Steel and Composite Structures, Behaviour and Design for Fire Safety.** London, New York, Spon Press, 2002.

WANG Y. C.; MOORE D. B. In: International Symposium – Fire Safety Science, 4th. 1994, Ottawa. **Effect of Thermal Restraint on Column Behaviour in a Frame.** Ottawa, Jun. 1994.

WICKSTRÖM U. **Heat Transfer by Radiation and Convection in fire testing.** Fire and Materials v. 28 p. 411-415 John Wiley & Sons Sep. 2003.

WICKSTRÖM U. **Temperature Calculation in Fire Safety Engineering.** Luleå, Springer, 2016.

WU B.; CHEN Y. In: International Conference on Structures in Fire. 7th. 2012, Zurich. **Fire performance of restrained RC columns with time-dependent sidesway.** Zurich, Jun. 2012.

WU B.; LI Y. H. 2008. In: International Conference – Structures in Fire, 5th. 2008, Singapura. **Experimental research on fire performance of axially restrained RC columns with L-shaped cross section.** Singapura, Mai. 2008.

WU B.; XU Y. Y. **Behavior of axially-and-rotationally restrained concrete columns with ‘+’-shaped cross section and subjected to fire.** Fire Safety Journal v. 44, p. 212-218, Elsevier, Ago. 2008.

WU B.; XU Y. Y. **Fire resistance of reinforced concrete columns with L-, T-, and +-shaped cross-sections.** Fire Safety Journal v. 44, p. 869-880, Elsevier, Mai. 2009.

XAVIER H. F.; FARIA R.; REAL P. V. 2010. In: International Conference on Structures in Fire. 6th. 2010, Michigan. **Influence of Thermal Elongation of Beams on the Fire Resistance of RC Frames.** Michigan, Jun. 2010.

XIONG M.; RICHARD LIEW J. Y.; DU Y. In: International Conference on Structures in Fire. 9th. 2016, Princeton University. **Experimental Study on Mechanical Properties of Ultra-high Strength Concrete at Elevated Temperatures.** New Jersey, Jun. 2016.

YOUSSEF M. A.; MOFTAH M. **General stress–strain relationship for concrete at elevated temperatures.** Engineering Structures v. 29, p. 2618-2634, Elsevier Feb. 2007.

ZHA X. X. **Three-dimensional non-linear analysis of reinforced concrete members in fire.** Building and Environment v. 38, p. 297-307, Elsevier Feb. 2002.

ZHENG C. C.; LI Y. Q.; WANG G. Y. In: International Conference – Structures in Fire, 8th. 2014, Shanghai. **The effect of axial restraint and rotational restraint on the fire resistance of steel reinforced concrete columns.** Shanghai, Jun. 2014.