MARCOS VELOSO CZERNORUCKI

REPRESENTAÇÃO DE TRANSFORMADORES EM
ESTUDOS DE TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

São Paulo
2007

MARCOS VELOSO CZERNORUCKI

REPRESENTAÇÃO DE TRANSFORMADORES EM ESTUDOS DE
TRANSITÓRIOS ELETROMAGNÉTICOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de concentração:
Sistemas de Potência

Orientador:
Prof. Dr. Luiz Cera Zanetta Jr.

São Paulo
2007

FICHA CATALOGRÁFICA

Czernorucki, Marcos Veloso

Representação de transformadores em estudos de transitórios eletromagnéticos / M.V. Czernorucki. -- São Paulo, 2007.

101 p.

Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.

1.Transformadores e reatores 2.Transitórios eletromagnéticos
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II. t.

À Carla, Isabel e Ana Beatriz

AGRADECIMENTOS

Ao **Prof. Dr. Luiz Cera Zanetta Jr.**, pela orientação dispensada no decorrer do trabalho.

Aos **Profs. Drs. Carlos Eduardo de Moraes Pereira e José Aquiles Baesso Grimoni** pelas sugestões e comentários apresentados no exame de qualificação.

Às demais pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram na execução deste trabalho.

SUMÁRIO

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

Resumo

Abstract

1	Introdução	1
1.1	Considerações iniciais	1
1.2	Objetivo	2
1.3	Motivação	3
1.4	Metodologia.....	3
2	Elementos básicos de projeto	4
2.1	Cálculo do ramo de magnetização.....	4
2.1.1	Curva de magnetização do transformador em vazio	4
2.1.2	Cálculo da reatância em núcleo de ar	7
2.1.3	Componente de perda.....	14
2.2	Cálculo da resistência ôhmica e reatância de dispersão	16
2.2.1	Resistência ôhmica.....	16
2.2.2	Reatância de curto-circuito.....	17
3	Proposição do modelo	20
3.1	Desenvolvimento do modelo sem o ramo de magnetização	21
3.2	Extensão do modelo para outras configurações	24

3.3	Modelagem do ramo de magnetização	28
3.3.1	Transformador monofásico com dois enrolamentos	29
3.3.2	Transformador monofásico com três enrolamentos	32
3.3.3	Transformadores trifásicos	32
4	Resultados das etapas de verificação dos modelos	35
4.1	Simulações preliminares	36
4.2	Testes com os transformadores em vazio	41
4.2.1	Verificação do modelo monofásico	41
4.2.2	Verificação do modelo trifásico	44
4.3	Etapa final com o modelo completo	47
4.4	Aspectos observados durante as simulações	51
5	Conclusão e desenvolvimentos futuros	54
Anexo A	– Modelos de transformadores disponíveis no ATP	56
A.1	Componente Transformador Saturável	58
A.2	Modelo RL série – Método de Integração Trapezoidal	62
Anexo B	– Exemplo numérico de cálculo de reatância no ar: manual e através do programa desenvolvido	64
Anexo C	– Trabalhos publicados sobre modelagem de transformadores – Estado da arte	69
Referências	bibliográficas	78

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Participação dos transformadores no sistema elétricos.....	1
Figura 2.1 – Curva de magnetização típica	5
Figura 2.2 – Grandezas geométricas de uma bobina.....	7
Figura 2.3 – Parâmetros para cálculo da indutância mútua.....	8
Figura 2.4 – Bobinas tipo helicoidal.....	9
Figura 2.5 – Bobinas tipo disco.....	10
Figura 2.6 – Grandezas dimensionais de um condutor retangular	17
Figura 2.7 – Grandezas para o cálculo de reatância de curto-circuito.....	17
Figura 3.1 – Esquema equivalente de G_s entre os nós k e m	21
Figura 3.2 – Modelos completos para transformadores monofásicos de dois (a) e três (b) enrolamentos.....	26
Figura 3.3 – Modelos completos para transformadores trifásicos de dois (a) e três (b) enrolamentos.....	27
Figura 3.4 – Curva de magnetização formada por segmentos de reta.....	29
Figura 3.5 – Solução gráfica do Método da Compensação	30
Figura 4.1 – Esquema de transformador monofásico com dois enrolamentos.....	36
Figura 4.2 – Esquema de transformador monofásico com três enrolamentos.....	37
Figura 4.3 – Esquema de transformador trifásico com dois enrolamentos	37
Figura 4.4 – Esquema de transformador trifásico com três enrolamentos	37
Figura 4.5 – Ondas de tensão dos enrolamentos 1 e 2 fase A (transformador trifásico com dois enrolamentos)	40

Figura 4.6 – Ondas de tensão dos enrolamentos 1 e 2 fase B (transformador trifásico com dois enrolamentos)	40
Figura 4.7 – Ondas de tensão dos enrolamentos 1 e 2 fase C (transformador trifásico com dois enrolamentos)	41
Figura 4.8 – Tensão de alimentação aplicada diretamente à indutância não linear.....	42
Figura 4.9 – Corrente no elemento não linear – transformador monofásico com $\theta = 0^\circ$	43
Figura 4.10 – Corrente no elemento não linear – transformador monofásico com $\theta = -120^\circ$	43
Figura 4.11 – Corrente no elemento não linear – transformador monofásico com $\theta = 120^\circ$	44
Figura 4.12 – Tensão de alimentação trifásica aplicada diretamente às indutâncias não lineares	45
Figura 4.13 – Corrente no elemento não linear – transformador trifásico FASE A.....	45
Figura 4.14 – Corrente no elemento não linear – transformador trifásico FASE B	46
Figura 4.15 – Corrente no elemento não linear – transformador trifásico FASE C	46
Figura 4.16 – Corrente no elemento não linear – transformador trifásico completo FASE A.....	48
Figura 4.17 – Corrente no secundário – transformador trifásico completo FASE A	48
Figura 4.18 – Corrente no elemento não linear – transformador trifásico completo FASE B	49
Figura 4.19 – Corrente no secundário – transformador trifásico completo FASE B	49
Figura 4.20 – Corrente no elemento não linear – transformador trifásico completo FASE C	50
Figura 4.21 – Corrente no secundário – transformador trifásico completo FASE C	50
Figura 4.22 – Descontinuidade na curva de corrente no elemento não linear.....	51
Figura 4.23 – Corrente no elemento não linear com tempo de simulação de 100 milissegundos ..	52
Figura A.1 – Modelo do transformador em valores por unidade	57
Figura A.2 – Componente Transformador Saturável do ATP.....	58
Figura A.3 – Componente monofásica do STC.....	59

Figura A.4 – Circuito equivalente do STC referido ao primário.....	60
Figura A.5 – Circuito equivalente do STC referido ao secundário	61
Figura A.6 – Ramo <i>RL</i> monofásico	62
Figura A.7 – Representação esquemática do ramo <i>RL</i> monofásico	63
Figura B.1 – Esquema de ligação do transformador com ponto aberto	64
Figura B.2 – Esquema de ligação do transformador com regulação separada	66
Figura C.1 – Esquema usado para o cálculo do fluxo total	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valores de tensões nodais para transformador monofásico com três enrolamentos	39
Tabela 4.2 – Curva de magnetização utilizada na simulação 4.2.1	42
Tabela 4.3 – Curva de magnetização utilizada na simulação 4.2.2	45
Tabela 4.4 – Curva de magnetização utilizada na simulação 4.3	47
Tabela 4.5 – Resultado do cálculo da indutância L_{km}	52

LISTA DE SÍMBOLOS

X_m : reatância de magnetização

R_m : resistência de magnetização

V : tensão no terminal

I_{exc} : corrente de excitação

AT : alta tensão

BT : baixa tensão

α : inclinação da região I na curva de magnetização

β : inclinação da região III na curva de magnetização

X_{AR} : reatância em núcleo de ar

X_{CC} : reatância de curto-circuito

N : número de espiras do enrolamento

H : altura axial da bobina

R_d : largura radial da bobina

D_m : diâmetro médio da bobina

a : raio do enrolamento 1

$2m_I$: altura do enrolamento 1

n_I : número de espiras distribuído do enrolamento 1

A : raio do enrolamento 2

$2m_2$: altura do enrolamento 2

n_2 : número de espiras distribuído do enrolamento 2

S : distância axial entre os centros dos enrolamentos

x_1, x_2, x_3, x_4 : dimensões axiais entre cabeças dos enrolamentos 1 e 2

N_1, N_2 : número de espiras dos enrolamentos 1 e 2 respectivamente

r_1, r_2, r_3, r_4 : dimensões diagonais que são função de x e A

L : indutância própria de uma bobina

M : indutância mútua entre bobinas

B_n : função dos adimensionais ρ_n^2 e α

D_1, D_2 : diâmetros médios dos enrolamentos 1 e 2 respectivamente

$\delta, \rho^2, \lambda_2, \lambda_4, \lambda_6, \xi_2, \xi_4$: valores que compõem a série numérica para cálculo da indutância mútua

P_H : perda por histerese

k_H : coeficiente de perdas ligado à área do ciclo de histerese

B_{FE} : indução magnética máxima do núcleo

α : constante dependente de B_{FE}

f : frequência

VE : volt/espira do transformador

S_k : seção transversal do núcleo

σ : fator de empilhamento das chapas de núcleo

P_F : perda Foucault

k_F : coeficiente de perdas Foucault

e : espessura da chapa de aço silício

P_{FE} : perda no ferro (histerese + Foucault)

R : resistência ôhmica

ρ : resistividade do material condutor

l_c : comprimento médio de uma espira

S_c : secção transversal do condutor

b : espessura (radial) do condutor

h : altura (axial) do condutor

r : raio de canto do condutor

D_k : diâmetro do núcleo

a_1 e a_2 : radiais dos enrolamentos A e B respectivamente

c e b : canais internos aos enrolamentos A e B respectivamente

L_w : altura média dos enrolamentos

k_h : fator para o cálculo da reatância de dispersão

S_{d1} , S_{d0} , S_{d2} : áreas correspondentes aos diâmetros médios do enrolamento A, do canal entre A e B, e do enrolamento B, respectivamente

H_d : fluxo de dispersão que atravessa as áreas S_{d1} , S_{d0} e S_{d2}

NI : ampère-espira do transformador para o par de enrolamentos A e B

V_1, V_2, I_1, I_2 : tensões e correntes de fase nos enrolamentos A e B respectivamente

S_N : potência nominal do par de enrolamentos

$[L]$: matriz de indutâncias

$[R]$: matriz de resistências

C : capacitância

RL : ramo composto por resistência e indutância em série

G_s : elemento equivalente série de um ramo RL

R_s : inverso do elemento G_s

$[G_s]$: matriz dos elementos G_s

$[R_s]$: inversa da matriz $[G_s]$

$[F_s]$: matriz análoga à $[G_s]$ usada em transformadores com três enrolamentos

i_{km} : corrente entre os nós k e m

$[i_{km}]$: vetor das correntes i_{km} dos enrolamentos

v_k, v_m : tensões nos nós k e m respectivamente

Δt : passo de integração

$hist$: termo histórico

$[hist]$: vetor dos termos históricos

$[I]$: matriz identidade

$[A], [B]$: sub-matrizes definidas para a equação do transformador saturável

R_k : resistência de curto-circuito do enrolamento k

L_k : indutância de curto-circuito do enrolamento k

n_k : número de espiras do enrolamento k

n_l : número de espiras do enrolamento 1

$[Y]$: matriz de admitâncias nodais do transformador

$[v_d]$: vetor das tensões desconhecidas

$[Y_{dd}]$: matriz de admitâncias dos nós de tensões desconhecidas

$[i_d]$: vetor das correntes desconhecidas

$[Y_{dc}]$: matriz de admitâncias composta pelos nós de tensões conhecidas e desconhecidas

$[e_c]$: vetor das tensões conhecidas

$g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}$: elementos da matriz $[Gs]$ para o transformador com dois enrolamentos

dv/di : derivada da tensão em relação à corrente

$e_k^0(t), e_m^0(t)$: tensões dos nós k e m respectivamente da rede sem o elemento não linear

Z_i : impedância equivalente de Thèvenin vista pelos nós k e m

$[Z_t]$: matriz das impedâncias equivalentes de Thèvenin

z_{kk}, z_{mm}, z_{km} : impedâncias extraídas a partir da inversão da matriz de admitâncias $[Y]$ do transformador

λ_{km} : fluxo entre os nós k e m

$h(t-\Delta t)$: valores históricos usados para o cálculo do fluxo λ_{km}

$a_{(k)}, b_{(k)}$: coeficientes do segmento de reta (k)

i_{comp} : corrente de compensação

$[i_{comp}]$: vetor das correntes de compensação i_{comp}

A_{sat}, B_{sat} : fatores que são função dos coeficientes $a_{(k)}, b_{(k)}$ do segmento (k)

$[A_{sat}], [B_{sat}]$: matrizes dos fatores A_{sat} e B_{sat} de cada perna, usadas nos modelos trifásicos

ΔV : diferença de tensão entre os nós onde é conectado o elemento não linear

$[\Delta V]$: vetor das diferenças de tensão ΔV

ΔV^0 : diferença de tensão entre os nós onde é conectado o elemento não linear com a rede em vazio

$[\Delta V^0]$: vetor das diferenças de tensão ΔV^0

$[Z_{thr}]$: matriz de Thèvenin reduzida

$[M]$: soma matricial de $[A_{sat}] + [Z_{thr}]$

R_t : resistência de aterramento

N_{calc} : relação de tensões calculada

N_{nom} : relação das tensões nominais dos enrolamentos

l_m : indutância de magnetização

r_c : resistência da carga

l_c : indutância da carga

E : tensão de alimentação do gerador

θ : defasamento angular

$R_c L_c$: representação para um ramo RL da carga

L_{km} : indutância calculada em cada passo de integração

Z_c : impedância capacitiva

ω : frequência angular

di/dt : derivada da corrente em relação ao tempo

V_{RMS} : tensão em valor eficaz

I_{RMS} : corrente em valor eficaz

I_{pico} : corrente em valor de pico

Φ_{pico} : fluxo magnético em valor de pico

$i_{R_m}^k$, i_m^k : correntes do ramo de magnetização referentes a R_m e X_m respectivamente

ϕ : parcela do fluxo magnético fora do núcleo

ϕ_m : parcela do fluxo magnético dentro do núcleo

RESUMO

Estudos de transitórios eletromagnéticos são importantes fontes de informação para que os transformadores sejam dimensionados de maneira correta. No entanto, para que tais estudos sejam bem sucedidos, os modelos utilizados devem refletir com fidelidade o comportamento do equipamento. Este trabalho mostra como os elementos do modelo de um transformador são influenciados pelas dimensões geométricas de sua parte ativa.

Também introduz uma formulação alternativa, para o transformador saturável (STC) do ATP, desenvolvida dentro do programa MATLAB. Os ramos RL foram representados usando o Método de Integração Trapezoidal e a magnetização foi equacionada pelo Método da Compensação. Uma das contribuições que esta dissertação oferece é a possibilidade de identificar erros numéricos que ocorrem em simulações do ATP, bem como permitir a interpretação de resultados que apresentem oscilações numéricas.

ABSTRACT

Electromagnetic transient studies are an important source of information to develop transformer dimensioning. But, for the success of that purpose, it is important the models which are being used reflect with fidelity the behavior of the machine. This lecture presents how the transformer model elements are influenced by the active part geometrical dimensions.

It also introduces an alternative formulation for the ATP saturable transformer (STC), written inside the MATLAB program. The *RL* branches are represented using the Trapezoidal Rule and the magnetization by the Compensation Method. One of the contributions of this dissertation is the possibility to identify numerical errors that occur in ATP simulations, and also permit numerical oscillatory results interpretation.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Transformadores estão presentes ao longo de todo o sistema elétrico. Este fato tem motivado a existência de diversos estudos de transitórios eletromagnéticos relacionados a estes equipamentos. Abaixo é ilustrada, na forma de diagrama unifilar, a diversidade de seu uso dentro de um sistema de energia típico.

Figura 1.1 – Participação dos transformadores no sistema elétrico

Estes estudos fornecem informações importantes para proprietários e, principalmente, concessionárias, que contabilizam seu faturamento sobre o montante de energia que é entregue ao cliente, uma vez que transitórios eletromagnéticos estão entre as principais causas de falhas

em transformadores. Tais dados permitirão que a proteção dos transformadores seja devidamente dimensionada, levando em conta o efeito destas ondas transitórias. Os fabricantes de transformadores também podem extrair dados de grande relevância destes estudos, pois possibilitam que os equipamentos sejam adequadamente dimensionados para as solicitações reais, às quais as máquinas serão submetidas e que muitas vezes divergem das ondas normalizadas.

Para que estes estudos tenham êxito e sejam realizados com relativa frequência e precisão, é fundamental que os modelos utilizados sejam de fácil acesso, simples manipulação e utilizem ferramentas de uso comum, conhecidas dos engenheiros eletricitistas. Por esta razão realizamos o presente trabalho.

1.2 Objetivo

Em um primeiro momento é apresentada uma formulação simples para o cálculo dos elementos básicos do modelo teórico de transformadores, tais como o ramo de magnetização e impedâncias de curto-circuito, a partir da geometria do núcleo e das bobinas da parte ativa. O intuito não é fornecer o equacionamento para a construção de um transformador de potência, mas sim permitir que o pesquisador tenha a sensibilidade de verificar como parâmetros geométricos influenciam o modelo do mesmo, podendo até estimá-los em uma fase inicial de concepção do sistema, quando não se tem todas as informações sobre o equipamento.

O objetivo principal deste trabalho é a construção de modelos, onde estes elementos são inseridos possibilitando que o transformador construído seja estudado focando em seu comportamento quando submetido à sobretensões com fretes de onda lenta. Os resultados dos modelos são validados através de simulações equivalentes utilizando-se o programa ATP (*Alternative Transients Program*). O MATLAB, software utilizado na programação, possui um modelo já pronto em seu *toolbox*, mas como ele é equivalente ao do ATP, não será usado como base de validação dos resultados.

1.3 Motivação

A motivação deste trabalho está em desenvolver modelos de transformadores em uma linguagem de programação conhecida e que possam ser usados em estudos de transitórios eletromagnéticos de um determinado sistema elétrico. Futuramente, estes modelos poderão ser inseridos em uma rede mais complexa, sendo programados na mesma base de dados.

Outra contribuição é a possibilidade de identificar erros numéricos que ocorrem em simulações do ATP, bem como permitir a interpretação de resultados que apresentem oscilações numéricas. Algumas delas são provenientes do Método de Integração Trapezoidal. Com isso, uma análise mais detalhada, indica um potencial futuro de melhoria e aperfeiçoamento dos modelos propostos, uma vez que os mesmos já estão sendo testados e sua fidelidade comprovada através dos resultados das simulações.

1.4 Metodologia

Foram escritos modelos de transformadores monofásicos e trifásicos, como dois e três enrolamentos, em ligação estrela aterrada. O desenvolvimento deles surgiu como uma implementação alternativa para o modelo mais recente do ATP, chamado *Saturable Transformer Component* (STC). Capacitâncias não fizeram parte deste modelamento, mas poderão ser incluídas caso haja interesse no estudo realizado. Cada modelo foi confrontado em seus detalhes com os resultados fornecidos por simulações equivalentes utilizando o programa ATP, verificando as correntes, tensões e fluxos que apareciam entre nós onde conectamos o ramo de magnetização, resistências e indutâncias de curto-circuito e cargas.

Capítulo 2

Elementos Básicos de Projeto

Neste capítulo buscamos expor um equacionamento simples, porém prático sobre o projeto de um transformador, o qual foi extraído basicamente de [4], [8], [10] e [19]. Trata-se de uma fonte importante de informação, apresentando como as grandezas elétricas de um transformador de potência variam de acordo com sua geometria da parte ativa (núcleo e enrolamentos).

2.1 Cálculo do Ramo de Magnetização

O modelo do ramo de magnetização de um transformador é composto por dois elementos principais: o primeiro tem natureza reativa (X_m) e modela a característica não linear do núcleo ferromagnético, podendo ser extraído da curva de magnetização do transformador. O segundo tem natureza resistiva (R_m), representando a perda em vazio. Estes dois componentes estão presentes quer o equipamento opere em carga ou em vazio.

2.1.1 CURVA DE MAGNETIZAÇÃO DO TRANSFORMADOR EM VAZIO

O levantamento da curva de magnetização de transformadores é um estudo bastante solicitado pelos compradores aos fabricantes. Isto porque dela se obtêm informações importantes para análises do comportamento do equipamento quando este é submetido a sobretensões de diferentes magnitudes e períodos. Ela possui uma característica singular para cada projeto, podendo ser adotada a mesma curva para as diversas unidades de um mesmo lote de transformadores.

A curva de magnetização relaciona a tensão de um determinado terminal (AT, BT, terciário) com a corrente de excitação neste terminal, podendo ser dividida em três partes distintas: região de permeabilidade magnética constante, joelho e saturação. A figura 2.1 mostra estas três regiões dentro da curva.

Figura 2.1: Curva de magnetização típica

Região I: Permeabilidade magnética constante

Região II: Joelho

Região III: Saturação

A região de permeabilidade constante é aquela na qual a corrente de excitação do núcleo varia linearmente com o aumento da tensão nos terminais do transformador, ou seja, a reatância é definida apenas por $\tan(\alpha)$. Nesta região o núcleo opera como o caminho de menor relutância ou maior permeabilidade magnética, a qual se mantém constante em todo este trecho da curva. Na região II ocorre a chamada deformação não linear, que indica o início da saturação do material, no entanto os domínios magnéticos não estão completamente alinhados.

O comportamento em vazio do transformador nas regiões I e II é definido basicamente pelo material ferromagnético que está sendo utilizado no núcleo. A reatância de magnetização do transformador, como descrito em [11], é definida por:

$$X_m = \frac{V}{I_{exc}} \quad (2.1)$$

Já na região III ocorre o pleno alinhamento destes domínios, saturando completamente o material. Com isso as linhas de fluxo fecham-se externamente ao núcleo. A reatância $\tan(\beta)$ é muito menor que aquela definida na região I e recebe o nome de reatância em núcleo de ar, por não mais contar com o núcleo para que haja o fechamento das linhas de fluxo magnético gerado pelas bobinas do transformador. Um valor estimativo para a reatância em núcleo de ar é aproximadamente igual a duas vezes a reatância de dispersão do transformador, conforme citado em [2] e [7].

$$X_{AR} \approx 2.X_{CC} \quad (2.2)$$

Onde:

X_{AR} : reatância em núcleo de ar

X_{CC} : reatância de curto-circuito

A medição dos valores que compõem a região III da curva não é feita no laboratório de ensaios, pois há dificuldade que os níveis de tensão desta região sejam atingidos sem que exista distorção na forma de onda, devido à saturação dos próprios equipamentos de medição, causando deste modo imprecisão nos valores medidos. Para evitar este problema, os pontos da região III são obtidos enquanto as bobinas não foram conjugadas ao núcleo, estando ainda na linha de fabricação, conectando os enrolamentos que compõem o terminal que se deseja ensaiar, na condição de garantia. Esta medição fornecerá os valores correspondentes à reta pontilhada, com inclinação β , ilustrada na figura 2.1.

2.1.2 CÁLCULO DE REATÂNCIA EM NÚCLEO DE AR

As reatâncias próprias e mútuas em núcleo de ar são calculadas a partir do dimensional das bobinas do transformador, tendo como variáveis os valores de diâmetros, número de espiras, alturas radial e axial, etc.

A indutância própria de uma bobina é dada pela seguinte equação, baseada em [4]:

$$L = \frac{k(\pi D_m N)^2}{H} 10^{-9} \quad [\text{H}] \quad (2.3)$$

e

$$k = \frac{1}{1 + 0,45 \left(\frac{D_m}{H} \right) + 0,64 \left(\frac{R_d}{D_m} \right) + 0,84 \left(\frac{R_d}{H} \right)}$$

onde:

N : é o número de espiras do enrolamento

H : é a altura axial da bobina, em centímetros

R_d : é a largura radial da bobina, em centímetros

D_m : é o diâmetro médio, em centímetros

A figura abaixo mostra de forma mais clara as dimensões da equação (2.3).

Figura 2.2 – Grandezas geométricas de uma bobina

No caso dos terminais serem conectados através de duas ou mais bobinas em série, as indutâncias mútuas devem ser adicionadas à própria, formando a indutância total do conjunto [8]. Assumem-se duas bobinas concêntricas, com raio, altura e número de espiras distribuído dados por a , $2m_1$, n_1 e A , $2m_2$, n_2 , respectivamente para cada um dos enrolamentos e que o raio A é maior que o raio a . Ainda considera-se a distância axial S entre os centros dos enrolamentos, que determina a posição relativa entre eles, pois eles podem estar totalmente separados, parcialmente conjugados para cima ou para baixo, ou completamente conjugados.

Figura 2.3 – Parâmetros para cálculo da indutância mútua

Da figura 2.3, podemos escrever as seguintes relações geométricas:

$$x_1 = S + (m_1 + m_2)$$

$$x_2 = S + (m_1 - m_2) \quad (2.4)$$

$$x_3 = S - (m_1 - m_2)$$

$$x_4 = S - (m_1 + m_2)$$

Como foi dito anteriormente n_1 e n_2 são os números de espiras distribuídos ao longo do enrolamento. Quando uma bobina é construída do tipo camada ou helicoidal, a altura do enrolamento é proporcional ao número de espiras, pois todas as espiras encontram-se distribuídas no sentido axial. Já em uma bobina tipo disco, as espiras são distribuídas em cada disco no sentido radial e o número total de espiras é dado, de forma genérica, pelo número de espiras por disco multiplicado pelo número de discos total do enrolamento. Desta maneira o tipo de bobina usada no projeto é levado em conta no cálculo da reatância no ar.

$$n_1 = \frac{N_1}{2m_1} \quad \text{e} \quad n_2 = \frac{N_2}{2m_2} \quad (2.5)$$

A figura 2.4 mostra duas bobinas tipo hélice, com fios retangulares em paralelo, formando um único feixe [27]. Construtivamente a principal diferença entre uma bobina tipo hélice em relação à do tipo camada, são os espaçadores no sentido axial, que são usados nas bobinas helicoidais, por motivos dielétricos e térmicos.

Figura 2.4: Bobinas tipo helicoidal

Na figura 2.5 temos duas bobinas tipo disco, extraídas de [28] e [29]. Estas podem ser identificadas externamente pela presença de cruzamentos entre os discos, que são as passagens

dos fios de um disco para o seguinte. Normalmente a quantidade de fios paralelos é bem menor que a de um enrolamento tipo helicoidal, mesmo porque estas bobinas, geralmente são usadas em enrolamentos de alta tensão e baixa corrente. Porém como consequência disso, a bobina possui grande número de espiras, levando cada disco a acomodar diversas espiras radialmente. Estes podem ser do tipo contínuo ou estabilizado, dependendo das solicitações dielétricas encontradas em fase de projeto.

Figura 2.5: Bobinas tipo disco

Após calcularmos os parâmetros x_n , sendo $n = 1, 2, 3$ e 4 , é possível obtermos as dimensões das diagonais, tendo como referência do raio A do enrolamento externo.

$$r_1 = \sqrt{A^2 + x_1^2}$$

$$r_2 = \sqrt{A^2 + x_2^2} \quad (2.6)$$

$$r_3 = \sqrt{A^2 + x_3^2}$$

$$r_4 = \sqrt{A^2 + x_4^2}$$

A equação geral da indutância mútua é apresentada em [8] e dada pela seguinte expressão:

$$M = 0,002\pi^2 a^2 n_1 n_2 [r_1 B_1 - r_2 B_2 - r_3 B_3 + r_4 B_4] \quad (\mu\text{H}) \quad (2.7)$$

Onde B_n , sendo $n = 1, 2, 3$ e 4 , é uma função da interpolação dos parâmetros ρ_n^2 e α , podendo ser obtido através das tabelas 29 e 30 de [8].

$$\rho_n^2 = \frac{A^2}{r_n^2} \quad (2.8)$$

e

$$\alpha = \frac{a}{A} \quad (2.9)$$

Onde ρ_n^2 e α são números adimensionais.

Na prática, para enrolamentos axialmente simétricos, procura-se fazer com que o deslocamento entre centros S seja nulo. Este fato leva a uma simplificação da equação (2.7), pois $x_1 = m_1 + m_2$, $x_2 = m_1 - m_2$ e ainda $x_4 = -x_1$, $x_3 = -x_2$. As diagonais formuladas anteriormente passam a ser $r_4 = r_1$ e $r_3 = r_2$. A equação simplificada da indutância mútua passa a ser:

$$M = 0,004\pi^2 a^2 n_1 n_2 [r_1 B_1 - r_2 B_2] 10^{-6} \quad (\text{H}) \quad (2.10)$$

Difícilmente, os terminais são formados por mais de dois enrolamentos, a não ser no caso de autotransformadores, ou transformadores especiais. O cálculo da indutância mútua é feito aos pares, portanto se um determinado terminal possuir, por exemplo, três enrolamentos, o cálculo deve ser realizado com descrito acima e a indutância total obtida como segue:

$$L_{total} = L_{11} + L_{22} + L_{33} + 2(M_{12} + M_{23} + M_{13}) \quad (\text{H}) \quad (2.11)$$

A parcela das indutâncias mútuas é multiplicada por dois, devido ao fato de $M_{ij} = M_{ji}$. Podemos escrever a equação genérica para n enrolamentos:

$$L_{total} = L_{11} + L_{22} + \dots + L_{nn} + 2 \left(\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n M_{ij} \right)_{i \neq j} \quad (H) \quad (2.12)$$

Apesar do equacionamento acima ser simples, o uso de tabelas leva a algumas limitações para a programação e implementação deste algoritmo. Por esta razão a própria referência [8] apresenta um método alternativo para o cálculo da indutância mútua que utiliza outros parâmetros, baseados em séries numéricas, facilitando sua formulação em programa de computador. Trata-se de uma derivação da equação (2.10):

$$M = 0,002 \frac{\pi^2 a^2 N_1 N_2}{\rho} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{A^2}{\rho^2} \frac{\delta^2}{\rho^2} K \right] 10^{-3} \quad (H) \quad (2.13)$$

Onde:

$$K = \left[\lambda_2 + \lambda_4 \xi_2 \frac{\delta^2}{\rho^2} + \lambda_6 \xi_4 \frac{\delta^4}{\rho^4} + \lambda_8 \xi_6 \frac{\delta^6}{\rho^6} + \dots \right]$$

Porém na prática, as parcelas a partir de λ_6 passam a ser desprezíveis, podendo ser desconsideradas no equacionamento.

$$M = 0,002 \frac{\pi^2 a^2 N_1 N_2}{\rho} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{A^2}{\rho^2} \frac{\delta^2}{\rho^2} \left(\lambda_2 + \lambda_4 \xi_2 \frac{\delta^2}{\rho^2} + \lambda_6 \xi_4 \frac{\delta^4}{\rho^4} \right) \right] 10^{-3} \quad (H) \quad (2.14)$$

Chamando de D_1 o diâmetro médio do enrolamento interno e D_2 o diâmetro médio do enrolamento externo, podemos reescrever a equação como descrito a seguir:

$$M = 0,002 \frac{\pi^2 D_1^2 N_1 N_2}{4\rho} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{D_2^2}{4\rho^2} \frac{\delta^2}{\rho^2} K \right] 10^{-3} \quad (H) \quad (2.15)$$

Onde:

$$K = \left[\lambda_2 + \lambda_4 \xi_2 \frac{\delta^2}{\rho^2} + \lambda_6 \xi_4 \frac{\delta^4}{\rho^4} \right]$$

$$\delta^2 = \frac{D_1^2}{4} + \frac{(2m_1)^2}{4}$$

$$\rho^2 = \frac{D_2^2}{4} + \frac{(2m_2)^2}{4}$$

e

$$\lambda_2 = 1 - \frac{7}{16} \frac{D_1^2}{\delta^2}$$

$$\lambda_4 = 1 - \frac{9}{8} \frac{D_1^2}{\delta^2} + \frac{33}{128} \frac{D_1^4}{\delta^4}$$

$$\lambda_6 = 1 - \frac{33}{16} \frac{D_1^2}{\delta^2} + \frac{143}{128} \frac{D_1^4}{\delta^4} - \frac{715}{4096} \frac{D_1^6}{\delta^6}$$

ainda

$$\xi_2 = 1 - \frac{7}{16} \frac{D_2^2}{\rho^2}$$

$$\xi_4 = 1 - \frac{9}{8} \frac{D_2^2}{\rho^2} + \frac{33}{128} \frac{D_2^4}{\rho^4}$$

Com este equacionamento é possível calcular teoricamente o valor de reatância no ar percentual e traçar a curva de magnetização do transformador calculando X_m em qualquer condição, através da equação (2.1). O resultado da reatância no ar pode ser confirmado através de ensaio em fábrica, como foi mencionado anteriormente.

Foi desenvolvida uma rotina de programação, juntamente com este estudo, para que a reatância em núcleo de ar seja calculada computacionalmente. No anexo B deste trabalho expomos dois exemplos numéricos, mostrando quais são os dados de entrada deste programa e seus resultados.

2.1.3 COMPONENTE DE PERDA

A segunda componente do ramo de magnetização é a que se refere à perda no ferro. Conforme descrito em [10] e [11], esta pode ser dividida em duas componentes: por histerese e Foucault, por correntes induzidas.

A perda por histerese deve-se à reorientação dos domínios dentro da estrutura cristalina do material ferromagnético, devido à magnetização cíclica (alternância de fluxo). Sua expressão é dada por:

$$P_H = k_H (B_{FE})^\alpha f \quad (2.16)$$

Sendo:

k_H : coeficiente de perdas ligado à área do ciclo de histerese;

B_{FE} : a indução magnética máxima do núcleo;

α : constante dependente de B_{FE} , que varia entre 1,6 e 2,2, sendo um valor típico igual a 2;

f : frequência.

A equação (2.15) também pode ser escrita da seguinte forma, assumindo o valor típico de $\alpha = 2$:

$$P_H = k_H (B_{FE})^2 f \quad (2.17)$$

Da equação básica do transformador, é possível extrair o valor de B_{FE} :

$$B_{FE} = \frac{VE}{4,44 f S_k 10^{-4}} \quad (2.18)$$

Onde

VE : volt/espira do transformador

S_k : seção transversal do núcleo dada em centímetros, a qual pode ser calculada como:

$$S_k = \frac{\pi D^2}{4} \sigma \quad (2.19)$$

Sendo σ é o fator de empilhamento das chapas de núcleo, o qual possui um valor típico da ordem de 0,96.

Já a perda Foucault ou por correntes parasitas é gerada pela energia dissipada por efeito Joule, devido à circulação de correntes induzidas na massa metálica do material do núcleo, pela variação temporal do fluxo magnético confinado em seu interior. Sua expressão é dada por:

$$P_F = k_F (B_{FE})^2 f^2 e^2 \quad (2.20)$$

Onde:

k_F : é o coeficiente de perdas Foucault, inversamente proporcional à resistividade ρ do material;

B_{FE} : a indução magnética máxima do núcleo;

f : frequência;

e : é a espessura da chapa de aço silício, normalmente dada em milímetros.

Com essas duas componentes calculadas, podemos chegar à perda ferro total dada por:

$$P_{FE} = P_H + P_F = \left(k_H f + k_F f^2 e^2 \right) \left(\frac{VE}{4,44 f \frac{\pi D^2}{4} \sigma 10^{-4}} \right)^2 \quad (2.21)$$

ou

$$P_{FE} = \left(\frac{k_H}{f} + k_F e^2 \right) \left(\frac{VE}{4,44 \frac{\pi D^2}{4} \sigma 10^{-4}} \right)^2 \quad (2.22)$$

E a componente de perda R_m é dada por:

$$R_m = \frac{V^2}{P_{FE}} \quad (2.23)$$

Onde V é a tensão de alimentação.

Com isso podemos obter os valores que compõem o ramo de magnetização (X_m e R_m), calculados a partir de valores geométricos do núcleo.

2.2 Cálculo da Resistência Ôhmica e Reatância de Dispersão

2.2.1 RESISTÊNCIA ÔHMICA

A resistência ôhmica de uma bobina pode ser calculada, como descrito em [10], a partir da seguinte equação teórica básica:

$$R = \frac{\rho l_c N}{S_c} \quad (2.24)$$

Onde:

ρ : é a resistividade do material condutor. No caso do cobre $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ (à 20°C);

l_c : é comprimento médio de uma espira;

N : é o número de espiras;

S_c : é a secção transversal do condutor.

No caso de um condutor retangular, que é o usualmente utilizado em transformadores de grande porte, os cantos dos condutores são arredondados, para evitar a presença de cantos vivos que aumentam a sollicitação dielétrica quando o enrolamento está imerso em uma região de alta intensidade de campo elétrico. Com isso a seção do condutor pode ser calculada da seguinte forma:

$$S_c = bh - (4 - \pi)r^2 \quad (2.25)$$

Onde:

b : é a espessura (radial) do condutor;

h : é a altura (axial) do condutor;

r : é o raio de canto;

$$R = \frac{\rho l_c N}{bh - (4 - \pi)r^2} \quad (2.26)$$

Figura 2.6 – Grandezas dimensionais de um condutor retangular

2.2.2 REATÂNCIA DE CURTO-CIRCUITO

A reatância de curto-circuito é influenciada, em termos de projeto, pela geometria dos enrolamentos, incluindo canais intermediários e contra o núcleo, como é apresentado em [19]. Abaixo descrevemos de forma simplificada o cálculo desta grandeza para um transformador de dois enrolamentos:

Figura 2.7 – Grandezas para o cálculo de reatância de curto-circuito

Onde:

D_k : é o diâmetro do núcleo

a_1 e a_2 : são os radiais dos enrolamentos A e B respectivamente

c e b : são os canais internos aos enrolamentos A e B respectivamente

L_w : é a altura média dos enrolamentos

Define-se o fator de k_h como sendo:

$$k_h = 1 - \left(\frac{a_1 + a_2 + b}{\pi L_w} \right) \quad (2.27)$$

e as áreas:

$$\begin{aligned} S_{d1} &= (D_k + 2c + a_1) \pi \frac{a_1}{3} 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]} \\ S_{d0} &= (D_k + 2c + 2a_1 + b) \pi b 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]} \\ S_{d2} &= (D_k + 2c + 2a_1 + 2b + a_2) \pi \frac{a_2}{3} 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]} \\ S_d &= S_{d1} + S_{d0} + S_{d2} \text{ [m}^2\text{]} \end{aligned} \quad (2.28)$$

O fluxo de dispersão que atravessa essas áreas pode ser calculado como segue:

$$H_d = \left(\frac{(0,4\pi k_h \sqrt{2} NI)}{L_w} \right) 10^{-3} \text{ [T]} \quad (2.29)$$

Onde NI é o ampère-espira do transformador para o par de enrolamentos. E as tensões de curto-circuito primário e secundário:

$$\begin{aligned} E_1 &= 4,44 f N_1 S_d H_d \text{ [V]} \\ E_2 &= 4,44 f N_2 S_d H_d \text{ [V]} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Onde:

f : é a frequência nominal de projeto

N_1 e N_2 : são os números de espiras dos enrolamentos A e B respectivamente

Finalmente, a reatância de curto-circuito por fase pode ser definida como a razão entre a potência reativa sobre a potência nominal do transformador.

$$X_{cc} (\%) = \frac{(E_1 I_1)}{S_N} 100 = \frac{(E_2 I_2)}{S_N} 100 \quad (2.31)$$

Onde:

I_1 e I_2 : são as correntes nos enrolamentos A e B respectivamente;

S_N : é a potência nominal do par de enrolamentos.

Capítulo 3

Proposição do Modelo

No capítulo 2 apresentamos equações que nos permitem obter os parâmetros do modelo teórico de um transformador a partir de suas dimensões geométricas. Estes valores poderão ser inseridos em um programa de transitórios eletromagnéticos e simulados em uma rede elétrica que se deseje estudar. O ATP possui um modelo de transformador saturável denominado STC, cuja equação é deduzida no anexo A deste trabalho.

A matriz $[L]$ da equação (A.6), para valores muito baixos de impedância de curto-circuito ou corrente de excitação desprezível, pode torna-se mal condicionada, pelo fato de seu determinante ser praticamente nulo, apresentando possíveis problemas numéricos de inversão [2]. Por isso buscamos um método alternativo que modele o transformador sem depender diretamente da inversão de $[L]$, mas trabalhe com sub-matrizes, procurando evitar este mal condicionamento durante seu processo de manipulação. A proposição apresentada neste capítulo é aplicada para o modelo STC do ATP, que é descrito pela equação (A.13).

A magnetização é modelada através do Método da Compensação, pelo cálculo do equivalente de Thèvenin para os modelos monofásicos e trifásicos, sendo a curva de magnetização do transformador representada por segmentos de reta, que em conjunto aproximam um comportamento não linear.

3.1 Desenvolvimento do Modelo sem o Ramo de Magnetização

No anexo A apresentamos o modelo para um ramo RL série, chegando à equação final (A.15).

Definimos $\frac{1}{\left(\frac{2L}{\Delta t} + R\right)}$ como G_s , podendo escrever a corrente entre dois nós k e m como:

$$i_{km}(t) = G_s[v_k(t) - v_m(t)] + G_s\left\{[v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] + \left(\frac{2L}{\Delta t} - R\right)i_{km}(t - \Delta t)\right\} \quad (3.1)$$

Ou simplesmente:

$$i_{km}(t) = G_s[v_k(t) - v_m(t)] + hist(t - \Delta t) \quad (3.2)$$

Onde $hist$ é o termo histórico que guarda as informações de correntes e tensões do passado, e pode ser escrito da seguinte forma:

$$hist(t - \Delta t) = G_s\left\{[v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] + \left(\frac{2L}{\Delta t} - R\right)i_{km}(t - \Delta t)\right\}$$

A figura A.7 do anexo A pode ser representada da seguinte maneira:

Figura 3.1 – Esquema equivalente de G_s entre os nós k e m

Podemos escrever G_s na forma matricial, a partir da inversão de $[R_s]$:

$$[Rs] = [R] + \frac{2}{\Delta t} [L] = \frac{2}{\Delta t} [L] \left\{ \frac{\Delta t}{2} [L]^{-1} [R] + [I] \right\} \quad (3.3)$$

$$[Gs] = [Rs]^{-1} = \left\{ [I] + \frac{\Delta t}{2} [L]^{-1} [R] \right\}^{-1} \frac{\Delta t}{2} [L]^{-1} \quad (3.4)$$

Onde $[I]$ é a matriz identidade. Definindo as matrizes $[A]$ e $[B]$ da equação (A.13):

$$[A] = - \begin{bmatrix} \frac{R_k}{L_k} & 0 \\ 0 & \frac{R_k}{L_k} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad [B] = \frac{1}{L_k} \begin{bmatrix} \left(\frac{n_k}{n_1} \right)^2 & - \left(\frac{n_k}{n_1} \right) \\ - \left(\frac{n_k}{n_1} \right) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Com isso escrevemos o vetor de correntes $[i_{km}(t)]$:

$$[i_{km}(t)] = [Gs] \{ [v_k(t)] - [v_m(t)] \} + [hist(t - \Delta t)] \quad (3.6)$$

Onde $[hist(t - \Delta t)]$ é o vetor dos termos históricos, que pode ser escrito como:

$$[hist(t - \Delta t)] = [Gs] \left\{ [v_k(t - \Delta t)] - [v_m(t - \Delta t)] + \left(\frac{2}{\Delta t} [L] - [R] \right) [i_{km}(t - \Delta t)] \right\}$$

Podemos escrever a matriz $[Gs]$, definida em (3.4) em termos de $[A]$ e $[B]$, como segue:

$$[Gs] = \left\{ [I] - \frac{\Delta t}{2} [A] \right\}^{-1} \frac{\Delta t}{2} [B] \quad (3.7)$$

Note que as matrizes $[A]$ e $[B]$ podem sempre ser invertidas, ou seja, o problema de condicionamento de $[L]$ não existe mais. Portanto o vetor dos termos históricos, agora em função de $[A]$ e $[B]$ é descrito como:

$$[hist(t - \Delta t)] = \left\{ [I] - \frac{\Delta t}{2} [A] \right\}^{-1} \frac{\Delta t}{2} [B] \left\{ [v_{km}(t - \Delta t)] + \left(\frac{2}{\Delta t} [L] - [R] \right) [i_{km}(t - \Delta t)] \right\} \quad (3.8)$$

Podemos ainda fazer:

$$\left(\frac{2}{\Delta t}[L]-[R]\right)=\left(\frac{2[L]}{\Delta t}\right)\left\{[I]-\frac{\Delta t}{2}[L]^{-1}[R]\right\} \quad (3.9)$$

Ou da seguinte forma:

$$\left(\frac{2}{\Delta t}[L]-[R]\right)=\left(\frac{\Delta t}{2}[L]^{-1}\right)^{-1}\left\{[I]-\frac{\Delta t}{2}[L]^{-1}[R]\right\} \quad (3.10)$$

Se escrevermos a expressão acima em função das matrizes $[A]$ e $[B]$, temos:

$$\left(\frac{2}{\Delta t}[L]-[R]\right)=\left(\frac{\Delta t}{2}[B]\right)^{-1}\left\{[I]+\frac{\Delta t}{2}[A]\right\} \quad (3.11)$$

Assim o vetor dos termos históricos é definido da seguinte maneira:

$$[hist(t-\Delta t)]=\left\{[I]-\frac{\Delta t}{2}[A]\right\}^{-1}\frac{\Delta t}{2}[B]\left\{\left(\frac{\Delta t}{2}[B]\right)^{-1}\left\{[I]+\frac{\Delta t}{2}[A]\right\}[i_{km}(t-\Delta t)]+[v_{km}(t-\Delta t)]\right\} \quad (3.12)$$

Finalmente o vetor $[hist(t-\Delta t)]$, pode ser expresso pela seguinte equação:

$$[hist(t-\Delta t)]=\left\{[I]-\frac{\Delta t}{2}[A]\right\}^{-1}\left\{\left\{[I]+\frac{\Delta t}{2}[A]\right\}[i_{km}(t-\Delta t)]+\frac{\Delta t}{2}[B][v_{km}(t-\Delta t)]\right\} \quad (3.13)$$

E o vetor $[i_{km}(t)]$, da seguinte forma:

$$[i_{km}(t)]=\left\{[I]-\frac{\Delta t}{2}[A]\right\}^{-1}\frac{\Delta t}{2}[B][v_{km}(t)]+[hist(t-\Delta t)] \quad (3.14)$$

Do item 8.3 de [1], podemos extrair a seguinte proposição para a manipulação de uma matriz mista, a partir do equacionamento considerando uma rede genérica:

$$[v_d]=[Y_{dd}]^{-1}\{[i_d]-[Y_{dc}][e_c]\} \quad (3.15)$$

Onde :

$[v_d]$: vetor das tensões desconhecidas

$[Y_{dd}]$: matriz de admitâncias dos nós de tensões desconhecidas

$[i_d]$: vetor das correntes desconhecidas

$[Y_{dc}]$: matriz de admitâncias composta pelos nós de tensões conhecidas e desconhecidas

$[e_c]$: vetor das tensões conhecidas

Os nós de tensões desconhecidas são os nós do transformador e estão representados nas figuras 3.2 e 3.3 em cor vermelha. Os nós de tensões conhecidas são os que conectamos ao gerador de tensão que alimenta o transformador com uma tensão E . A matriz $[Y_{dd}]$ é a própria matriz de admitância $[Y]$ do transformador modelado e as tensões nodais, que compõem o vetor v_d , para cada instante de integração incrementado de Δt , são obtidas através de:

$$[v(t)] = [Y]^{-1} \{ [hist(t - \Delta t)] - [Y_1] E \} \quad (3.16)$$

Com isso, as tensões nos terminais do transformador são calculadas a partir dos termos históricos do passo anterior.

3.2 Extensão do Modelo para Outras Configurações

Com base na formulação apresentada no item 3.1, escrevemos quatro modelos de transformadores no programa MATLAB, que são os seguintes:

- 1) Transformador Monofásico com Dois Enrolamentos
- 2) Transformador Monofásico com Três Enrolamentos
- 3) Transformador Trifásico com Dois Enrolamentos
- 4) Transformador Trifásico com Três Enrolamentos

Na verdade, os demais modelos são extensões do caso monofásico com dois enrolamentos.

No início deste capítulo, definimos $[Gs]$. A mesma faz parte da composição da matriz de admitâncias do transformador, sendo escrita como segue:

$$[Gs] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

No caso de um transformador monofásico com dois enrolamentos, $[Gs]$ é inserida na matriz de admitâncias $[Y]$ do transformador da seguinte maneira:

$$[Y] = \begin{bmatrix} +[Gs] & -[Gs] \\ -[Gs] & +[Gs] \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

A matriz $[Y]$ para este caso tem a dimensão 4x4, pelo fato do modelo ser constituído por quatro nós. Para o transformador monofásico com três enrolamentos são inseridos dois nós para a representação do segundo, secundário ou terciário. Com isso a matriz $[Y]$ passa a ter uma dimensão 6x6, e uma matriz $[Fs]$ é introduzida para diferenciar os dois conjuntos primário-secundário e primário-terciário na construção de $[Y]$. Nos modelos trifásicos, intuitivamente as dimensões das matrizes deveriam triplicar em relação aos casos monofásicos. Portanto, a matriz do transformador trifásico de dois enrolamentos seria de dimensão 12x12 e a do trifásico de três enrolamentos 18x18. Porém, como estamos trabalhando com modelos em ligação estrela, não faz sentido que cada fase tenha um ponto neutro isolado dos demais, pois não é o que ocorre na prática. Assim, cada ponto neutro nos modelos trifásicos foi considerado único para as três fases, fazendo com que a matriz trifásica de dois enrolamentos se tornasse de dimensão 8x8 e a de três enrolamentos 12x12.

A montagem das matrizes também deve levar em conta elementos externos ligados ao transformador, como cargas conectadas ao secundário, resistores de aterramento, etc. No item 3.3 os modelos serão completados com a inserção do ramo de magnetização no nó S do STC. A seguir são apresentadas, de maneira ilustrativa, as redes completas consideradas nas simulações do capítulo 4.

(a)

(b)

Figura 3.2 – Modelos completos para transformadores monofásicos de dois (a) e três (b) enrolamentos

(a)

(b)

Figura 3.3 – Modelos completos para transformadores trifásicos de dois (a) e três (b) enrolamentos

3.3 Modelagem do Ramo de Magnetização

Para a realização de estudos transitórios, tais como correntes de *inrush* e ferro-ressonância, é fundamental que a magnetização do núcleo seja representada. No capítulo 2 vimos que o ramo de magnetização de um transformador é composto por duas componentes: uma de natureza indutiva (X_m) e outra resistiva (R_m). A componente de perdas (R_m) não será considerada neste trabalho, porém sua inserção nos modelos pode ser feita facilmente. Focaremos a componente não linear do ramo de magnetização. Este efeito é representado na figura 2.1, onde é mostrado que a derivada dv/di varia dependendo do trecho da curva em que o equipamento estiver operando. Esta curva pode ser aproximada por trechos lineares, que em conjunto terão um comportamento não linear.

A referência [2] apresenta três métodos para a introdução de um elemento não linear em um sistema, sendo que adotaremos a formulação do Método da Compensação [1], que consiste em resolver o seguinte equacionamento, através da obtenção do equivalente de Thèvenin do sistema linear:

$$v_k(t) - v_m(t) = e_k^0(t) - e_m^0(t) - Z_t i_{km}(t) \quad (3.19)$$

Onde:

$v_k(t)$ e $v_m(t)$: são as tensões dos nós k e m respectivamente da rede com o elemento não linear;

$e_k^0(t)$ e $e_m^0(t)$: são as tensões dos nós k e m respectivamente da rede sem o elemento não linear;

Z_t : é a impedância equivalente de Thèvenin vista pelos nós k e m ;

i_{km} : é a corrente que percorre o elemento não linear.

É importante lembrar que a rede vista pelos nós onde será conectado o elemento não linear deve ser linear. Tomando os modelos de transformadores monofásicos e trifásicos, a impedância equivalente de Thèvenin é aquela vista respectivamente pelos nós 1-3 (em vermelho), conforme representado na figura 3.2 e 1-3, 5-3 e 7-3 (em vermelho) na figura 3.3.

Como está deduzido em [1], inserindo um gerador de corrente unitário (+1) no nó k e (-1) no nó m , podemos escrever:

$$Z_t = v_k - v_m = z_{kk} + z_{mm} - 2z_{km} \quad (3.20)$$

Onde as impedâncias z_{kk} , z_{mm} e z_{km} podem ser extraídas a partir da inversão da matriz de admitâncias $[Y]$ do transformador. Vamos descrever a seguir o equacionamento que foi desenvolvido para os modelos monofásicos e trifásicos.

3.3.1 TRANSFORMADOR MONOFÁSICO COM DOIS ENROLAMENTOS

De acordo com o que mencionamos acima, a solução do equacionamento através do Método da Compensação, consiste em resolver a equação (3.19). Em um transformador monofásico somente um elemento não linear deve ser introduzido para representar a magnetização. Este é caracterizado por uma curva que define a característica $\lambda \times i$ do material.

Figura 3.4: Curva de magnetização formada por segmentos de reta

Genericamente, podemos escrever o fluxo entre dois nós k e m , como sendo:

$$\lambda_{km}(t) = \lambda_{km}(t - \Delta t) + \int_{t-\Delta t}^t [v_k(t) - v_m(t)] dt \quad (3.21)$$

Aplicando o Método de Integração Trapezoidal, temos:

$$\lambda_{km}(t) = \lambda_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [v_k(t) - v_m(t) + v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] \quad (3.22)$$

E definimos o termo dos valores históricos como sendo:

$$h(t - \Delta t) = \lambda_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] \quad (3.23)$$

A diferença de tensão entre os nós k e m , extraída de (3.22), é uma função de $\lambda=f(i)$ da corrente i_{km} , corrigida pelo termo dos valores históricos $h(t - \Delta t)$:

$$v_k(t) - v_m(t) = \frac{2}{\Delta t} [f(i) - h(t - \Delta t)] \quad (3.24)$$

Podendo definir:

$$f_1(i) = \frac{2}{\Delta t} [f(i) - h(t - \Delta t)] \quad (3.25)$$

Portanto, a solução deste equacionamento seria o ponto onde as curvas das equações (3.19) e (3.25) se encontram.

Figura 3.5 – Solução gráfica do Método da Compensação

A função $f_1(i)$ descreve a curva de magnetização do elemento não linear definida por segmentos de reta, como mostra a figura 3.4. A partir da equação de uma reta genérica, escrevemos:

$$\lambda = f(i) = ai + b \quad (3.26)$$

Substituindo (3.26) em (3.25) chegamos em:

$$f_1(i) = \frac{2}{\Delta t} [a_{(k)} i_{comp} + b_{(k)} - h(t - \Delta t)] \quad (3.27)$$

Onde k , indica o segmento de reta (1, 2, 3,...) que o transformador está operando em determinado instante de tempo e i_{comp} é a corrente de compensação entre os nós k e m onde está conectado o elemento não linear. Definimos então os fatores A_{sat} e B_{sat} , como sendo:

$$A_{sat} = \frac{2a_{(k)}}{\Delta t} \quad \text{e} \quad B_{sat} = \frac{2}{\Delta t} [b_{(k)} - h(t - \Delta t)] \quad (3.28)$$

E escrevemos (3.27) como função destes fatores:

$$f_1(i) = A_{sat} i_{comp} + B_{sat} \quad (3.29)$$

Note que, para o trecho 1, o valor de $b_{(1)}$ é zero. Para um trecho k genérico, é possível definir os coeficientes $a_{(k)}$ e $b_{(k)}$ de acordo com a equação da reta da qual eles fazem parte. Sejam i e j pontos que determinam o seguimento de reta k da curva $\lambda \times i_{comp}$:

$$\lambda_i = a_{(k)} i_{comp_i} + b_{(k)} \quad (3.30)$$

$$\lambda_j = a_{(k)} i_{comp_j} + b_{(k)} \quad (3.31)$$

Subtraindo (3.31) de (3.30), obtemos a equação de $a_{(k)}$.

$$a_{(k)} = \frac{\lambda_j - \lambda_i}{i_{comp_j} - i_{comp_i}} \quad (3.32)$$

Através de uma manipulação das equações acima, podemos escrever $b_{(k)}$ como:

$$b_{(k)} = \frac{\lambda_i i_{comp_j} - \lambda_j i_{comp_i}}{i_{comp_j} - i_{comp_i}} \quad (3.33)$$

Portanto o modelo deve ser capaz de identificar em qual trecho da curva o transformador está operando e calcular o valor da corrente nos nós k e m utilizando o trecho da curva $\lambda \times i_{comp}$ correto para aquela condição.

Tomando as equações (3.19), (3.24), (3.25) e (3.29) podemos chegar à seguinte igualdade:

$$e_{km}^0 - Z_t i_{comp} = A_{sat} i_{comp} - B_{sat} \quad (3.34)$$

e

$$i_{comp} = \frac{e_{km}^0 + B_{sat}}{Z_t + A_{sat}} \quad (3.35)$$

Lembrando que e_{km}^0 é a diferença de tensão que tínhamos antes de inserir o elemento não linear entre os nós k e m (rede em vazio). Enquanto o transformador opera no mesmo trecho da curva $\lambda \times i_{comp}$, o coeficiente A_{sat} é sempre constante, porém B_{sat} é atualizado a cada iteração, pois é uma função dos termos históricos, sendo alterado sempre que $h(t-\Delta t)$ muda de valor.

3.3.2 TRANSFORMADOR MONOFÁSICO COM TRÊS ENROLAMENTOS

O transformador monofásico com três enrolamentos é uma extensão do modelo com dois enrolamentos. Conforme citado anteriormente, ele é construído acrescentando-se mais um elemento monofásico de dois enrolamentos conectado aos nós 1-3, como mostra a figura 3.2. Sendo assim, o desenvolvimento da saturação dentro deste modelo torna-se idêntico ao realizado no transformador de dois enrolamentos. Portanto o cálculo do fluxo (λ_{km}), da corrente i_{comp} e dos coeficientes A_{sat} e B_{sat} é elaborado da mesma forma como no modelo anterior.

3.3.3 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Nos modelos de transformadores trifásicos com dois e três enrolamentos, o ramo de magnetização deve ser representado para as três fases de forma simultânea, ou seja, como o valor

do fluxo em cada perna será diferente, a condição de saturação em um determinado instante de tempo não será a mesma nas três colunas do núcleo. Por essa razão, agora o equivalente de Thèvenin não é um número, mas sim uma matriz, que representa também o acoplamento que existe entre as fases. Os fatores A_{sat} e B_{sat} também têm a forma matricial.

Como mencionamos no item 3.2, a matriz trifásica para dois enrolamentos possui ordem oito e para três enrolamentos, ordem doze. No entanto, para o cálculo do equivalente de Thèvenin, os nós de interesse são apenas aqueles em que o elemento não linear estará conectado, ou seja, os nós 1, 3, 5 e 7 para a matriz com dois enrolamentos e 1, 3, 7, 10, para o modelo com três enrolamentos representados na figura 3.3. Desta maneira, a matriz de Thèvenin considerada para o transformador com dois enrolamentos, fica da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \\ V_5 \\ V_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \\ I_7 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Para o caso de três enrolamentos, basta alterar índices das tensões e correntes referentes aos nós do primário. As impedâncias acima são obtidas da inversão da matriz de admitâncias $[Y]$ do transformador com a rede em vazio, formando a própria matriz $[Z_{th}]$ de Thèvenin.

Na verdade a curva do elemento não linear é definida pela relação entre a diferença de tensão entre os dois nós (ΔV) onde este é conectado e a corrente (I). Assim, de (3.19) e (3.20), escrevemos:

$$\begin{bmatrix} V_1 - V_3 \\ V_5 - V_3 \\ V_7 - V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^0 - V_3^0 \\ V_5^0 - V_3^0 \\ V_7^0 - V_3^0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (Z_{11} + Z_{22} - 2Z_{12}) & (Z_{13} - Z_{23}) & (Z_{14} - Z_{24}) \\ (Z_{31} - Z_{21}) & (Z_{33} + Z_{22} - 2Z_{23}) & (Z_{34} - Z_{24}) \\ (Z_{41} - Z_{21}) & (Z_{43} - Z_{23}) & (Z_{44} + Z_{22} - 2Z_{24}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Podemos definir a matriz de Thèvenin reduzida $[Z_{thr}]$ e com base em (3.19), (3.24) e (3.25):

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^0 \\ \Delta V_2^0 \\ \Delta V_3^0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{11}^r & Z_{12}^r & Z_{13}^r \\ Z_{21}^r & Z_{22}^r & Z_{23}^r \\ Z_{31}^r & Z_{32}^r & Z_{33}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(I_1) \\ f_2(I_2) \\ f_3(I_3) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

De (3.29) escrevemos a equação acima em função de $[A_{sat}]$ e $[B_{sat}]$.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1^0 \\ \Delta V_2^0 \\ \Delta V_3^0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{11}^r & Z_{12}^r & Z_{13}^r \\ Z_{21}^r & Z_{22}^r & Z_{23}^r \\ Z_{31}^r & Z_{32}^r & Z_{33}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{sat}^1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{sat}^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_{sat}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{sat}^1 \\ B_{sat}^2 \\ B_{sat}^3 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

O vetor de correntes no elemento é $[i_{comp}]$, como definido em (3.34). Portanto, temos:

$$[\Delta V^0] - [Z_{thr}] [i_{comp}] = [A_{sat}] [i_{comp}] + [B_{sat}] \quad (3.40)$$

Chamando $[A_{sat}] + [Z_{thr}]$ de $[M]$ e passando para o outro lado da igualdade, chegamos em:

$$[i_{comp}] = [M]^{-1} \{ [\Delta V^0] - [B] \} \quad (3.41)$$

Lembrando que A_{sat} e B_{sat} de cada fase são definidos da mesma maneira como no caso monofásico, ou seja, o programa deve identificar qual o trecho da curva correspondente ao fluxo de cada perna em um determinado instante de tempo.

Capítulo 4

Resultados das Etapas de Verificação dos Modelos

Neste capítulo iremos apresentar como os modelos foram desenvolvidos passo a passo, desde uma etapa inicial, onde o intuito era apenas testar o erro de relação de transformação sob a aplicação de uma onda do tipo degrau, até simulações com os modelos completos, incluindo o ramo de magnetização, com seu comportamento não linear e cargas conectadas ao secundário dos transformadores, como foi representado nas figuras 3.2 e 3.3.

Dividimos a etapa de verificação dos modelos em três partes principais. A primeira foi desenvolvida sem o ramo de magnetização, ou seja, apenas com uma resistência de curto-circuito no primário, resistência e indutância de curto no secundário e uma carga no secundário de cada modelo. Manter apenas uma resistência de curto-circuito no primário serviu como ponto de tomada da corrente de alimentação, facilitando as simulações. Na segunda parte, inserimos o ramo de magnetização, fazendo simulações com os transformadores em vazio a fim de verificar a corrente e fluxo do ramo. Na terceira parte, representamos o ramo de curto do primário por um RL , completando assim o modelo com carga RL e o ramo de magnetização podendo ser representado por uma curva formada por três ou mais trechos.

4.1 Simulações Preliminares

Com o intuito apenas de verificar se os modelos apresentavam erro de relação aceitável, comparado ao resultado teórico esperado, montamos os quatro casos no MATLAB, alimentando-os com uma onda do tipo degrau. A onda degrau foi escolhida por simplicidade de programação e análise dos resultados. No ATP esta fonte é a do tipo 11. Os dados de entrada que utilizamos nos modelos foram os seguintes:

Amplitude da onda de entrada: $V_I = 1 \text{ V}$

Frequência da onda de entrada: $f = 0 \text{ Hz}$ (onda degrau)

$R_I = R_2 = R_3 = 1 \ \Omega$

$L_2 = L_3 = 100 \text{ mH}$

$R_{t1} = R_{t2} = R_{t3} = 1 \ \Omega$

$R_c = 1 \ \Omega$

Os elementos R_3 , L_3 e R_{t3} pertencem aos modelos com três enrolamentos.

As ligações consideradas nos modelos trifásicos foram do tipo estrela, tanto no lado primário como no secundário e terciário. A seguir estão as quatro configurações utilizadas, de forma esquemática para cada um dos casos.

Figura 4.1 – Esquema de transformador monofásico com dois enrolamentos

Figura 4.2 – Esquema de transformador monofásico com três enrolamentos

Figura 4.3 – Esquema de transformador trifásico com dois enrolamentos

Figura 4.4 – Esquema de transformador trifásico com três enrolamentos

Nos modelos trifásicos as mesmas matrizes $[Gs]$ e $[Fs]$ são usadas para as três fases, pois assumimos que os enrolamentos de cada perna serão idênticos, o que normalmente ocorre na prática. Realizamos quatro séries de simulações para cada modelo desenvolvido variando a relação de transformação como segue:

- Para os casos de dois enrolamentos: 1:1, 1:2, 1:10, 1:100 e 1:1000.
- Para os modelos com três enrolamentos: 1:1:1, 1:1:2, 1:1:10, 1:1:100 e 1:1:1000.

As mesmas séries de simulações foram executadas para os modelos existentes de transformador saturável do programa ATP, servindo de base para nossa análise, com o intuito de validar os resultados iniciais. Foram montadas tabelas com os valores das tensões nodais encontradas com o intuito de verificar o erro de relação para cada modelo desenvolvido. Estaremos apresentando o resultado obtido para a simulação do transformador monofásico de três enrolamentos, porém todos os modelos foram testados e o erro avaliado para cada um deles. Simulamos uma onda degrau com dez pontos e um Δt igual a 1ms (dez vezes menor que a constante de tempo do circuito), sendo que os valores informados correspondem ao instante 10ms. As diferenças de tensão calculadas referem-se à:

$V1 - V2$: tensão sobre o enrolamento primário

$V3 - V5$: tensão sobre o enrolamento secundário

$V6 - V7$: tensão sobre o enrolamento terciário

As últimas linhas de cada tabela apresentam a análise do erro de relação de tensão entre os enrolamentos, comparando o valor calculado com o nominal.

$$Erro(\%) = \frac{(N_{calc} - N_{nom})}{N_{nom}} \quad (4.1)$$

Onde:

N_{calc} : é a relação de tensões calculada

N_{nom} : é a relação das tensões nominais dos enrolamentos

Tabela 4.1 – Valores de tensões nodais para transformador monofásico com três enrolamentos

TRANSFORMADOR MONOFASICO COM TRES ENROLAMENTOS (ONDA DEGRAU E NEUTRO INDEPENDENTE)										
Relação	1:1:1		1:1:2		1:1:10		1:1:100		1:1:1000	
Programa	ATP	MATLAB	ATP	MATLAB	ATP	MATLAB	ATP	MATLAB	ATP	MATLAB
V1	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
V2	0,862221	0,862112	0,642463	0,641533	0,503872	0,501397	0,504776	0,502310	0,502512	0,500025
V3	0,068889	0,068944	0,089384	0,089617	0,024806	0,024930	0,002476	0,002489	0,000249	0,000250
V4	0,137779	0,137888	0,357537	0,358467	0,496128	0,498603	0,495224	0,497690	0,497488	0,499975
V5	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
V6	0,068889	0,068944	0,089384	0,089617	0,024806	0,024930	0,002476	0,002489	0,000249	0,000250
V7	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
V3-V5	0,068889	0,068944	0,089384	0,089617	0,024806	0,024930	0,002476	0,002489	0,000249	0,000250
V6-V7	0,068889	0,068944	0,089384	0,089617	0,024806	0,024930	0,002476	0,002489	0,000249	0,000250
V1-V2	0,137779	0,137888	0,357537	0,358467	0,496128	0,498603	0,495224	0,497690	0,497488	0,499975
N1/N2	1,000000	1,000000	2,000000	1,999999	10,000000	10,000014	100,000014	99,998011	999,999138	999,949800
N1/N3	1,000000	1,000000	2,000000	1,999999	10,000000	10,000014	100,000014	99,998011	999,999138	999,949800
Erro1/2 (%)	0,00000%	0,00000%	0,00000%	-0,00006%	0,00000%	0,00014%	0,00001%	-0,00199%	-0,00009%	-0,00502%
Erro1/3 (%)	0,00000%	0,00000%	0,00000%	-0,00006%	0,00000%	0,00014%	0,00001%	-0,00199%	-0,00009%	-0,00502%

Após a comprovação de que as relações de transformação para cada caso rodado apresentavam-se coerentes, no caso simples da aplicação de uma excitação em degrau, modelamos a fonte cossenoidal, com frequência de 60 Hz e amplitude de 1 V. No programa ATP, o gerador de onda cossenoidal usado para excitar os transformadores foi a fonte tipo 14. Os valores de resistências e indutâncias usados nas simulações anteriores foram mantidos os mesmos, no entanto, com o intuito de aumentar a precisão dos resultados e minimizar discontinuidades nas curvas, o passo de integração (Δt) foi alterado para 10^{-5} segundos.

A primeira simulação foi realizada com o transformador trifásico de dois enrolamentos, mantendo a mesma onda de excitação para os demais casos. Para a relação de 1:2, verificamos que a onda de tensão nos terminais do enrolamento 1 tem valor duas vezes maior que a do enrolamento 2 para ambas as simulações feitas através dos softwares MATLAB e ATP.

FASE – A:

Figura 4.5 – Ondas de tensão dos enrolamentos 1 e 2 fase A (transformador trifásico com dois enrolamentos)

FASE – B:

Figura 4.6 – Ondas de tensão dos enrolamentos 1 e 2 fase B (transformador trifásico com dois enrolamentos)

FASE – C:

Figura 4.7 – Ondas de tensão dos enrolamentos 1 e 2 fase C (transformador trifásico com dois enrolamentos)

As formas de onda das três fases geradas pelos dois programas mostram-se praticamente sobrepostas, existindo pequenas diferenças que podem ser notadas apenas com o uso do recurso de ampliação do programa gráfico.

4.2 Testes com os Transformadores em Vazio

4.2.1 VERIFICAÇÃO DO MODELO MONOFÁSICO

A magnetização foi inserida no modelo monofásico utilizando o Método da Compensação, representando a não linearidade da indutância de magnetização (l_m) através de dois segmentos de reta distintos. Com base nos pontos que definem a curva de saturação utilizada, o modelo de ser capaz de identificar se o transformador está operando na região onde $l_m = l_1$, ou naquela em que $l_m = l_2$, calculando os fatores A_{sat} e B_{sat} relativos ao trecho correto de operação daquele instante de tempo. Como o intuito desta etapa de simulações é verificar o comportamento da magnetização, consideramos o secundário em vazio, ou seja, r_c muito grande, e a resistência do primário r_l muito pequena. Com isso pudemos testar o modelo simulando a alimentação da fonte

diretamente sobre os nós 1-3. Ainda consideramos a resistência de aterramento praticamente nula, ou seja, os pontos 3 e 4 estariam diretamente aterrados. Também alteramos o defasamento da fonte de alimentação visando à programação do modelo trifásico.

Tabela 4.2: Curva de magnetização utilizada na simulação 4.2.1

Curva de Magnetização					
I_0	λ_0	I_1	λ_1	I_2	λ_2
0.00000	0.00000	3.60200	0.36020	19.93142	0.69437

Abaixo é ilustrado o circuito utilizado:

Figura 4.8: Tensão de alimentação aplicada diretamente à indutância não linear

A seguir estão os dados de entrada e os resultados da corrente de compensação para as três defasagens (0°, -120° e 120°):

Tensão de alimentação: $E = 200\sin(\omega t + \theta)$

Tempo total de simulação: 10ms

Frequência: 60 Hz

Condição: Secundário em vazio

Passo de integração (Δt): 0,1ms

Para $\theta = 0^\circ$

Figura 4.9: Corrente no elemento não linear – transformador monofásico com $\theta = 0^\circ$

Para $\theta = -120^\circ$:

Figura 4.10: Corrente no elemento não linear – transformador monofásico com $\theta = -120^\circ$

Para $\theta = 120^\circ$:

Figura 4.11: Corrente no elemento não linear – transformador monofásico com $\theta = 120^\circ$

Testado o modelo monofásico pudemos iniciar o desenvolvimento do modelo trifásico. Como mencionamos no capítulo 3, o desenvolvimento da magnetização para os modelos de três enrolamentos é representada exatamente da mesma forma que nos casos com dois enrolamentos, já que o ramo localiza-se no primário do transformador.

4.2.2 VERIFICAÇÃO DO MODELO TRIFÁSICO

Nesta etapa do modelamento testaremos o modelo trifásico segundo foi descrito no capítulo 3 deste trabalho, verificando se os valores de corrente no elemento não linear estão coerentes com aqueles fornecidos pelo ATP, porém agora nas três fases simultaneamente, com defasagem de 120° entre elas. O programa deve realizar a mesma identificação de trechos como no modelo monofásico, mas nesta etapa, para as três fases simultaneamente. Os dados de entrada são exatamente os mesmos utilizados para as simulações do modelo monofásico. Alteramos a curva de saturação de modo a obter uma inclinação menor no trecho 2, ou seja, uma saturação mais intensa, com o intuito de verificar o comportamento do modelo neste sentido também. A curva usada para as três fases é a mesma e está descrita abaixo:

Tabela 4.3: Curva de magnetização utilizada na simulação 4.2.2

Curva de Magnetização					
I_0	λ_0	I_1	λ_1	I_2	λ_2
0.00000	0.00000	2.00000	0.20000	50.00000	0.70000

O circuito utilizado nesta simulação e seus resultados são os seguintes:

Figura 4.12: Tensão de alimentação trifásica aplicada diretamente às indutâncias não lineares

FASE – A:

Figura 4.13: Corrente no elemento não linear – transformador trifásico FASE A

FASE – B:

Figura 4.14: Corrente no elemento não linear – transformador trifásico FASE B

FASE – C:

Figura 4.15: Corrente no elemento não linear – transformador trifásico FASE C

4.3 Etapa Final com o Modelo Completo

Nesta etapa verificamos o comportamento dos modelos testados com carga RL no secundário, resistências de aterramento, resistência e indutância de curto-circuito do primário diferente de zero. Observamos as correntes e tensões no primário e secundário do transformador, bem como no elemento não linear.

Primeiramente buscamos inserir apenas uma carga resistiva, observando os parâmetros acima no modelo monofásico do ATP e MATLAB. Comprovada a coerência dos valores, mudamos a carga resistiva por um $R_c L_c$. Só então acrescentamos a resistência e indutância do primário, bem como atribuímos um valor não nulo às resistências de aterramento do primário e secundário. Iniciamos as simulações ainda usando as curvas de magnetização semelhantes às dos itens anteriores, ou seja, definidas por dois segmentos de reta. Confirmada a coerência dos valores encontrados nas simulações, alteramos as rotinas dos programas de modo que qualquer curva pudesse ser representada, ou seja, três ou mais trechos poderão ser definidos, dependendo do refinamento que o estudo realizado exija. Este procedimento foi realizado tanto para o modelo monofásico como para o trifásico. Apresentamos a seguir a curva de magnetização utilizada nestas simulações, os dados de entrada e as correntes no elemento não linear e na carga, para a configuração trifásica completa:

Tabela 4.4: Curva de magnetização utilizada na simulação 4.3

Curva de Magnetização							
I_0	λ_0	I_1	λ_1	I_2	λ_2	I_3	λ_3
0.00000	0.00000	1.00000	0.10000	10.00000	0.20000	50.00000	0.25000

Tensão de alimentação: $E = 5000 \sin(\omega t + \theta)$

Frequência: 60 Hz

Passo de integração (Δt): 0,01ms

Tempo total de simulação: 10ms

Carga: $r_c = 1 \, \Omega$ e $l_c = 10 \, \text{mH}$

Primário: $r_l = 1 \, \Omega$ e $l_l = 1 \, \text{H}$

Secundário: $r_2 = 0,1 \, \Omega$ e $l_2 = 100 \, \text{mH}$

Aterramento: $rt_1 = rt_2 = 10 \, \text{m}\Omega$

FASE – A:

Corrente no elemento não linear (i_{comp}):

Figura 4.16: Corrente no elemento não linear – transformador trifásico completo FASE A

Corrente de carga no secundário:

Figura 4.17: Corrente no secundário – transformador trifásico completo FASE A

FASE – B:

Corrente no elemento não linear (i_{comp}):

Figura 4.18: Corrente no elemento não linear – transformador trifásico completo FASE B

Corrente de carga no secundário:

Figura 4.19: Corrente no secundário – transformador trifásico completo FASE B

FASE – C:

Corrente no elemento não linear (i_{comp}):

Figura 4.20: Corrente no elemento não linear – transformador trifásico completo FASE C

Corrente de carga no secundário:

Figura 4.21: Corrente no secundário – transformador trifásico completo FASE C

4.4 Aspectos Observados Durante as Simulações

Existem ainda pequenas discontinuidades que foram constatadas na curva de corrente do elemento não linear, como mostra a figura 4.22. Notamos que elas ocorrem justamente nos instantes onde há mudança do trecho na curva de saturação do transformador, aonde a derivada do fluxo assume valores muito diferentes em relação aos pontos adjacentes. Notamos que o método de cálculo usado nos modelos desenvolvidos reduz este efeito, porém um estudo mais detalhado será realizado posteriormente, com o intuito de eliminá-lo completamente.

Figura 4.22: Descontinuidade na curva de corrente no elemento não linear

Ainda verificamos que quando trabalhamos com o modelo completo e o ramo de magnetização modelado por dois ou mais trechos, ou seja, comportamento não linear, as correntes no primário e secundário, bem como no elemento não linear, comportam-se numericamente bem, apresentando estabilidade nos gráficos de resultados, no entanto, as tensões mostraram-se oscilantes. Tal comportamento tem origem no Método de Integração Trapezoidal e ocorre tanto nas saídas do ATP como do MATLAB, além de serem coincidentes para os dois programas. Este é mais um ponto que será estudado posteriormente e contribuirá para uma melhoria dos modelos apresentados neste trabalho. Mesmo para uma janela de simulação maior das que utilizamos anteriormente, notamos praticamente o mesmo comportamento para correntes i_{comp} do ATP e MATLAB.

Figura 4.23: Corrente no elemento não linear com tempo de simulação de 100 milissegundos

Porém um estudo detalhado ponto a ponto mostrou que o valor instantâneo da indutância L_{km} de magnetização sofre alteração no método de cálculo do ATP, variando, em um intervalo de 4,7 milissegundos de 0,100002 H até 0,100144 H. Já no modelo proposto este valor permanece constante, pois é definido pela equação do seguimento de reta daquele trecho.

Tabela 4.5: Resultado do cálculo da indutância L_{km}

INSTANTE (ms)	ATP	MATLAB			
	L_{km} (H)	L_{km} (H)			
0.0	-	-			
0.1	0.100002	0.100000	2.4	0.100058	0.100000
0.2	0.100004	0.100007	2.5	0.100061	0.100000
0.3	0.100006	0.099998	2.6	0.100064	0.100000
0.4	0.100008	0.099996	2.7	0.100066	0.100000
0.5	0.100011	0.100002	2.8	0.100069	0.100000
0.6	0.100013	0.100000	2.9	0.100072	0.100000
0.7	0.100015	0.099999	3.0	0.100076	0.100000
0.8	0.100018	0.100001	3.1	0.100079	0.100000
0.9	0.100020	0.100001	3.2	0.100082	0.099999
1.0	0.100022	0.100000	3.3	0.100085	0.100000
1.1	0.100025	0.099999	3.4	0.100089	0.100000
1.2	0.100027	0.100002	3.5	0.100092	0.100000
1.3	0.100029	0.099999	3.6	0.100096	0.100000
1.4	0.100032	0.100000	3.7	0.100100	0.100001
1.5	0.100034	0.100000	3.8	0.100103	0.099999
1.6	0.100037	0.100001	3.9	0.100107	0.100000
1.7	0.100039	0.099999	4.0	0.100111	0.100000
1.8	0.100042	0.100000	4.1	0.100116	0.100000
1.9	0.100044	0.100000	4.2	0.100120	0.099999
2.0	0.100047	0.100000	4.3	0.100124	0.100001
2.1	0.100050	0.099999	4.4	0.100129	0.100000
2.2	0.100052	0.100001	4.5	0.100134	0.099999
2.3	0.100055	0.100000	4.6	0.100139	0.100000
			4.7	0.100144	0.100000

A coluna L_{km} apresenta o resultado da indutância calculada em cada passo de integração, ou seja:

$$L_{km}^{(k)} = \frac{\lambda_{km}^{(k)} - \lambda_{km}^{(k-1)}}{i_{comp}^{(k)} - i_{comp}^{(k-1)}} \quad (4.2)$$

Onde:

λ_{km} : é fluxo entre os nós k e m de cada passo de integração

i_{comp} : é a corrente de compensação conforme o Método da Compensação

Capítulo 5

Conclusão e Desenvolvimentos

Futuros

Utilizando as equações apresentadas no capítulo 2, foi elaborado um aplicativo para o cálculo das indutâncias próprias e mutuas em núcleo de ar. Esta ferramenta permite que as curvas de magnetização de um mesmo transformador ou de unidades diferentes sejam traçadas e comparadas, mesmo sem todos os valores dos ensaios. As demais equações daquele capítulo possibilitam que, em uma pesquisa ou mesmo na fase inicial de concepção de um sistema, quando não se têm os dados do transformador a ser construído, seja possível que os elementos de seu modelo sejam estimados e simulados com a utilização dos programas apresentados neste trabalho. Assim estudos preliminares podem ser realizados, obtendo-se um direcionamento para que as primeiras decisões sejam tomadas.

Foram desenvolvidos modelos básicos para estudos de transitórios de sobretensões de manobra (frentes de ondas lentas). Eles deverão evoluir para outros mais sofisticados, permitindo que fenômenos tais como histerese no núcleo e outros efeitos provenientes de ligações trifásicas sejam analisados. Seus resultados foram praticamente coincidentes às simulações realizadas no ATP, sendo analisados em modo gráfico e também ponto a ponto, dentro de tabelas, comparando os valores obtidos em diferentes configurações. Cada modelo foi confrontado em seus detalhes com simulações equivalentes feitas no ATP, onde foram verificadas correntes, tensões e fluxos entre os nós onde foi conectado o ramo de magnetização, resistências e indutâncias de curto-

circuito e cargas. Suas topologias podem ser alteradas com a inserção de elementos conectados aos terminais, bem como capacitâncias internas do próprio transformador. Estas mudanças são feitas diretamente na matriz de admitâncias nodais, dependendo da configuração que se deseja estudar.

O desenvolvimento seguiu um procedimento alternativo ao empregado pelo ATP, no que se refere ao condicionamento da matriz $[L]$ de indutâncias, pois sua inversão podia apresentar problemas de singularidade quando os valores de reatâncias de curto-circuito eram muito baixos ou as correntes de excitação desprezíveis [2]. Comparações mais detalhadas deverão ser aprofundadas futuramente.

Os modelos foram construídos contemplando o efeito da saturação do núcleo, representando seu comportamento não linear através de um conjunto de segmentos lineares. Nos modelos trifásicos trabalhamos com a matriz de impedâncias de Thévenin, criando rotinas que não exigiram o uso de métodos numéricos iterativos, apresentando resultados satisfatórios comparados com o ATP.

Uma das contribuições que este trabalho oferece é a possibilidade de identificar erros numéricos que ocorrem em simulações do ATP, bem como permitir a interpretação de resultados que apresentem oscilações numéricas. Deverão ser investigados alguns problemas que ocorrem quando há mudança de inclinação na curva de saturação, por meio de refinamento do método numérico empregado. O fato dos modelos terem se comportado da mesma maneira que os programados dentro do ATP é uma motivação para continuidade deste trabalho, buscando seu aperfeiçoamento e aumento da confiabilidade dos resultados obtidos.

Anexo A – Modelos de Transformadores Disponíveis no ATP

O programa ATP (*Alternative Transients Program*) é uma ferramenta usada para simulação de fenômenos transitórios eletromagnéticos no sistema elétrico de potência. Nele os diversos componentes do sistema elétrico podem ser modelados, sendo possível analisar o comportamento das formas de onda de corrente e tensão em diferentes nós da rede em estudo, quando esta é submetida a estes transitórios, os quais têm sua origem em ocorrências externas, tais como impulsos atmosféricos, ou internos ao sistema, como surtos de manobras.

Os modelos são inseridos no ATP na forma matricial e, para baixas frequências, o programa trabalha com ramos RL , interligados entre si, que compõem a malha do equipamento em estudo. Neste caso específico, as capacitâncias não são consideradas, pois a impedância $Z_c = 1/j\omega C$ é relativamente elevada, atuando como um circuito aberto, ou seja, na maioria dos casos, não devem influir no comportamento do equipamento. As matrizes que o ATP utiliza são do tipo $[R]$ e $[L]$, e estão relacionadas pela seguinte equação básica:

$$[V] = [Z][i] \quad (\text{A.1})$$

de onde vem:

$$[V] = [R][i] + [L] \left[\frac{di}{dt} \right] \quad (\text{A.2})$$

Estas matrizes compreendem o conjunto de nós do circuito que se deseja estudar. Uma representação utilizada é o modelo em T, em que a impedância de curto-circuito do transformador é dividida igualmente em duas metades: $R_1 + jX_1 = R_2 + jX_2 = \frac{Z_{pu}}{2}$.

O ramo de magnetização pode ser formado simplesmente por jX_m , ignorando assim a perda pela excitação (R_m). Abaixo está representado o modelo T genérico para um transformador de dois enrolamentos:

Figura A.1 – Modelo do transformador em valores por unidade

Com este modo de representação o ramo de magnetização faz parte do circuito como um todo. O circuito T pode ser escrito na forma matricial, como é mostrado abaixo:

$$\begin{bmatrix} V_{1pu} \\ V_{2pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} + j \cdot \begin{bmatrix} X_1 + X_m & X_m \\ X_m & X_2 + X_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1pu} \\ I_{2pu} \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

O valor de X_m é normalmente maior que o da reatância de curto-circuito, por esta razão, é importante que a precisão destes valores seja alta, para que o elemento X_{12} da matriz de reatâncias seja diferente de X_{11} e o elemento X_{21} seja diferente de X_{22} , de modo que $[X]$ não se torne singular.

O ATP possui três rotinas de suporte disponíveis para simulações de transformadores. Elas na verdade têm a função de montar as matrizes citadas acima, a partir dos resultados de ensaios em vazio e em curto-circuito, de maneira que o programa possa simular o transformador modelado. São elas:

- 1) XFORMER
- 2) BCTRAN
- 3) TRELEG

Ainda há uma rotina denominada CONVERT que tem a função de transformar os valores eficazes de tensão e corrente (V_{RMS} e I_{RMS}), obtidos pelo levantamento da curva de saturação, mencionado no capítulo 2, em valores de corrente e fluxo magnético de pico (I_{pico} e Φ_{pico}). Ou seja, $V_{RMS} = f(I_{RMS})$ é convertido em $\Phi_{pico} = f(I_{pico})$.

A.1 Componente Transformador Saturável

O ATP possui um modelo recente, conhecido por transformador saturável (*Saturable Transformer Component*). A construção deste modelo é baseada na composição entre o ramo R_1L_1 do primário e os demais enrolamentos dispostos na forma de transformadores de dois enrolamentos conectados em paralelo, ou seja, os enrolamentos de 2 até N, são representados pelos ramos R_2L_2 até R_NL_N . O ramo R_1L_1 do primário fica localizado entre o nó de entrada $BUS1_1$ e um nó interno S o qual é usado também para conexão do ramo de magnetização R_mL_m . Esta composição é ilustrada através da figura abaixo:

Figura A.2 – Componente Transformador Saturável do ATP

O componente que é conectado em paralelo dentro do modelo pode ser representado como segue:

Figura A.3 – Componente monofásica do STC

Este é o modelo mais completo implementado no ATP. Como vimos anteriormente, o ramo RL escrito na forma diferencial é dado por:

$$v_k(t) - v_m(t) = R i_{km}(t) + L \frac{d}{dt} i_{km}(t) \quad (\text{A.4})$$

e

$$\frac{d}{dt} i_{km}(t) = -L^{-1} R i_{km}(t) + L^{-1} [v_k(t) - v_m(t)] \quad (\text{A.5})$$

Na forma matricial, temos:

$$\left[\frac{di}{dt} \right]_t = -[L]^{-1} [R][i]_t + [L]^{-1} [\Delta v]_t \quad (\text{A.6})$$

Como o STC é montado através da associação de pares de transformadores de dois enrolamentos conectados em paralelo, as matrizes representadas acima devem ser obtidas em dois blocos: o primeiro com as resistências e indutâncias vistas pelo lado do primário e o segundo pelo secundário de cada transformador. Podemos representar o modelo do circuito equivalente do STC visto anteriormente, referindo o ramos $R_k L_k$ do enrolamento k para o primário, da seguinte forma:

Figura A.4 – Circuito equivalente do STC referido ao primário

Podemos escrever a equação nodal do circuito acima, referida ao primário do transformador:

$$v_{star} - v_k \left(\frac{n_1}{n_k} \right) = R_k \left(\frac{n_1}{n_k} \right)^2 i_{star} + L_k \left(\frac{n_1}{n_k} \right)^2 \frac{di_{star}}{dt} \quad (A.7)$$

Passando $R_k \left(\frac{n_1}{n_k} \right)^2 i_{star}$ para o primeiro membro da equação e invertendo os lados da igualdade, temos:

$$\frac{di_{star}}{dt} L_k \left(\frac{n_1}{n_k} \right)^2 = \left[v_{star} - v_k \left(\frac{n_1}{n_k} \right) \right] - R_k \left(\frac{n_1}{n_k} \right)^2 i_{star} \quad (A.8)$$

Isolando di_{star}/dt no primeiro membro, obtemos a primeira equação do modelamento do STC:

$$\frac{di_{star}}{dt} = \frac{1}{L_k} \left[\left(\frac{n_k}{n_1} \right)^2 v_{star} - \left(\frac{n_k}{n_1} \right) v_k \right] - \frac{R_k}{L_k} i_{star} \quad (A.9)$$

Analogamente devemos referir o circuito equivalente do STC ao secundário, para obter a segunda equação para o modelo ilustrado na figura A.5.

Figura A.5 – Circuito equivalente do STC referido ao secundário

O equacionamento nodal do circuito representado acima pode ser descrito da seguinte forma:

$$v_k - \left(\frac{n_k}{n_1} \right) v_{star} = R_k i_k + L_k \frac{di_k}{dt} \quad (\text{A.10})$$

Isolando $L_k \frac{di_k}{dt}$ do primeiro membro da equação, obtemos:

$$L_k \frac{di_k}{dt} = \left[v_k - \left(\frac{n_k}{n_1} \right) v_{star} \right] - R_k i_k \quad (\text{A.11})$$

Dividindo ambos os membros da equação (A.11) por L_k , temos a segunda equação para o modelamento do STC para um par de enrolamentos:

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{1}{L_k} \left[- \left(\frac{n_k}{n_1} \right) v_{star} + v_k \right] - \frac{R_k}{L_k} i_k \quad (\text{A.12})$$

Agora é possível escrevermos as equações (A.9) e (A.12) em forma de uma única equação matricial, que define o modelo do STC, [2]:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{star}}{dt} \\ \frac{di_k}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_k} \begin{bmatrix} \left(\frac{n_k}{n_1}\right)^2 & -\left(\frac{n_k}{n_1}\right) \\ -\left(\frac{n_k}{n_1}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{star} \\ v_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{R_k}{L_k} & 0 \\ 0 & \frac{R_k}{L_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{star} \\ i_k \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

A.2 Modelo RL Série – Método de Integração Trapezoidal

O Método de Integração Trapezoidal permitiu o desenvolvimento de programas computacionais poderosos para resolução de problemas de transitórios eletromagnéticos complexos no sistema de transmissão de energia elétrica. Esta técnica possibilita a modelagem de elementos básicos, tais como resistores, indutores e capacitores, inserindo-os em circuitos elétricos que podem ser resolvidos através da análise nodal do sistema construído. No caso de transformadores é interessante definir o equacionamento de um ramo *RL* série entre dois nós *k* e *m*, principalmente para o modelamento de resistências e indutâncias de curto circuito.

Figura A.6 – Ramo *RL* monofásico

Em [1] este equacionamento é apresentado em detalhes, escrevendo a corrente entre os dois nós como sendo:

$$i_{km}(t) = \left[\frac{\left(\frac{2L}{\Delta t} - R\right)}{\left(\frac{2L}{\Delta t} + R\right)} \right] i_{km}(t - \Delta t) + \left[\frac{1}{\left(\frac{2L}{\Delta t} + R\right)} \right] [v_k(t) - v_m(t)] + \left[\frac{1}{\left(\frac{2L}{\Delta t} + R\right)} \right] [v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)] \quad (\text{A.14})$$

Chamando os termos históricos, ou seja, os valores obtidos no passo anterior ($t - \Delta t$), de $I_{km}(t - \Delta t)$, a equação (A.14) fica da seguinte forma:

$$i_{km}(t) = \left[\frac{1}{\left(\frac{2L}{\Delta t} + R \right)} \right] [v_k(t) - v_m(t)] + I_{km}(t - \Delta t) \quad (\text{A.15})$$

onde:

$$I_{km}(t - \Delta t) = \left[\frac{\left(\frac{2L}{\Delta t} - R \right)}{\left(\frac{2L}{\Delta t} + R \right)} \right] i_{km}(t - \Delta t) + \left[\frac{1}{\left(\frac{2L}{\Delta t} + R \right)} \right] [v_k(t - \Delta t) - v_m(t - \Delta t)]$$

Podemos representar esquematicamente o modelo do ramo RL entre os nós k e m da seguinte forma:

Figura A.7 – Representação esquemática do ramo RL monofásico

Note que o termo $\left(\frac{2L}{\Delta t} + R \right)$ é justamente o equivalente da indutância $\left(\frac{2L}{\Delta t} \right)$ somada à resistência R . Maiores detalhes podem ser esclarecidos em [1].

Anexo B – Exemplo Numérico de Cálculo de Reatância no Ar: Manual e Através do Programa Desenvolvido.

Consideremos os seguintes dados para um determinado transformador trifásico de dois enrolamentos:

Potência Nominal = 60/80/100 MVA

Tensão AT = $230 \pm 2 \times 2,5\%$ kV

Tensão da BT = 138 kV

Ligação: YNyn0

Esquema de ligação dos enrolamentos:

Figura B.1 – Esquema de ligação do transformador com ponto aberto

Podemos adotar as seguintes grandezas geométricas para o cálculo de reatância própria em núcleo de ar da bobina B (Alta Tensão), as quais serão também os dados de entrada do programa desenvolvido:

$$D_m = 127 \text{ cm}$$

$$R_d = 11 \text{ cm}$$

$$N = 1375 \text{ espiras}$$

$$H = 200 \text{ cm}$$

Note que no programa, os dados apresentados acima devem ser inseridos em centímetros, a fim de seguir a mesma coerência com as equações apresentadas na referência [8]. Iremos calcular a reatância no ar para a posição nominal, ou seja, 230kV.

Com isso, N deve ser $1375 \left(\frac{230}{241,5} \right) = 1310$ espiras, que corresponde à quantidade de espiras da bobina B que estarão efetivamente conectadas pelo comutador de tap's quando o transformador estiver operando nesta posição. Da equação (2.3), obtemos:

$$k = \frac{1}{1 + 0,45 \left(\frac{127}{200} \right) + 0,64 \left(\frac{11}{127} \right) + 0,84 \left(\frac{11}{200} \right)}$$

$$k = 0,7208$$

$$L = \frac{0,7208 (\pi \cdot 127 \cdot 1300)^2}{200} \cdot 10^{-9}$$

$$L = 0,9695 \text{ (H)}$$

$$X_{AR} = 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 0,9695$$

$$X_{AR} = 365,51 \text{ (Ohms)}$$

Utilizando o programa desenvolvido chegamos aos mesmos resultados calculados manualmente:

$$k = 0.7207815$$

$$L = 0.9695440$$

Para obter o valor percentual de X_{AR} , basta dividirmos a reatância em ohms pela impedância de base do terminal considerado. Escolhendo a potência de base em 100MVA e a tensão de base 230kV, temos:

$$x_{AR} = \frac{365,51}{\left(\frac{230^2}{100}\right)} 100 = 69,09\%$$

Suponhamos agora que a regulação da alta tensão é feita linearmente através de uma bobina C com seus tap's separados da bobina principal (B), como representado na figura abaixo:

Figura B.2 – Esquema de ligação do transformador com regulação separada

Portanto, duas bobinas compõem o terminal de AT. A bobina C estará desconectada apenas quando o *tap* utilizado for aquele de tensão mínima, ou seja, em 218,5kV. Porém, para podermos calcular a indutância mútua entre o par (B–C) de bobinas da AT, estaremos trabalhando na derivação de 230kV, ou seja, na tensão nominal.

Adotaremos os seguintes dados de entrada para o programa:

$$D_m^1 = 127 \text{ cm}$$

$$R_d^1 = 11 \text{ cm}$$

$$N_1 = 1244 \text{ espiras}$$

$$H_1 = 200 \text{ cm}$$

$$D_m^2 = 154 \text{ cm}$$

$$R_d^2 = 3 \text{ cm}$$

$$N_2 = 132 \text{ espiras}$$

$$H_2 = 196 \text{ cm}$$

Na posição nominal, a bobina C deverá ter 66 espiras conectadas. Seguindo o mesmo raciocínio do cálculo anterior, obtemos:

$$L_1 = 0,8878 \text{ (H)}$$

$$L_2 = 0,0038 \text{ (H)}$$

O cálculo da indutância mútua entre os dois enrolamentos pode ser realizado conforme apresentado no capítulo 2. Calculando a constante K , temos:

$$K = 0,4971 + 0,0475 \cdot 0,3320 \left(\frac{14032,25}{15533} \right) + \left[(-0,1598)(-0,1167) \left(\frac{14032,25^2}{15533^2} \right) \right]$$

$$K = 0,5266$$

$$M = \frac{0,002\pi^2 127^2 1244 \cdot 66}{4\sqrt{15533}} \left[1 - \left(\frac{154^2}{8 \cdot 15533} \right) \left(\frac{14032,25}{15533} \right) 0,5266 \right] 10^{-3}$$

$$M = M_{12} = M_{21} = 0,0477 \text{ (H)}$$

O valor do cálculo da reatância em núcleo de ar do terminal de AT, para a condição de 230kV e 100MVA, é dado por:

$$X_{AR} = L_{11} + L_{22} + 2.M$$

$$X_{AR} = 2.\pi.60[0,8878 + 0,0038 + 2(0,0477)]$$

$$X_{AR} = 372,10 \quad (\text{Ohms})$$

Para obtermos o valor percentual da reatância, basta dividirmos o resultado acima pela impedância de base do terminal.

$$x_{AR} = \frac{372,10}{\left(\frac{230^2}{100}\right)} 100 = 70,34\%$$

Note que o valor da reatância no ar, em relação ao exemplo com *tap's* na própria bobina B, sofreu uma pequena alteração, porém os resultados próximos também demonstram a coerência entre os cálculos.

Anexo C – Trabalhos Publicados sobre Modelagem de Transformadores – Estado da Arte

Como apresentamos no capítulo introdutório, os transformadores são utilizados em diversos pontos dentro do sistema elétrico. Este fato faz com que a busca de um modelamento correto deste equipamento seja foco de diversos estudos. Há um grande número de trabalhos publicados que desenvolvem modelos variados de transformadores de potência para utilização dentro do programa ATP. Neste anexo iremos discorrer de forma sucinta expondo o conteúdo de cada publicação. Foram escolhidos trabalhos basicamente da última década que serão apresentados a partir dos mais recentes, além do artigo de Hermann Dommel [7], de 1975. É necessário ressaltar que, apesar de não os citarmos, os trabalhos mais antigos não são menos importantes, mesmo porque serviram de referência para os estudos mais recentes.

2004 - An Improved Low-Frequency Transformer Model for Use in GIC Studies [13]

Este modelo foi desenvolvido com o intuito específico de estudar o fenômeno conhecido por Geomagnetically Induced Currents (GICs). Trata-se de uma corrente praticamente DC, induzida em transformadores com estrela aterrada, que flui através do terminal neutro (H_0), em regiões extremas do globo terrestre, após distúrbios geomagnéticos ou tempestades de mesma natureza.

Diversos modelos têm sido desenvolvidos buscando um aprofundamento no assunto e conhecimento dos efeitos deste fenômeno dentro do transformador. Eles são citados pelo autor em sua referência bibliográfica. O modelo deste artigo é uma extensão da teoria de [23], sendo apresentado para um transformador monofásico com dois enrolamentos. Esta teoria é a mesma

utilizada na referência [24]. O efeito da saturação é extremamente importante nestes estudos, sendo necessário um detalhamento dos fluxos internos ao núcleo, bem como os dispersos no ar. A representação do comportamento não linear da corrente de magnetização é modelada pelo método conhecido por *Piecewise Linear Inductance/Resistance Representation*, o qual também é detalhado em [2].

2003 – Transformer Modeling for Low Frequency Transients – The State of the Art [5]

O autor discorre sobre os modelos encontrados no EMTP (*Electromagnetic Transients Program*), focando na rotina BCTRAN e no modelo de transformador saturável STC, descritos também no anexo A desta dissertação. Apresenta uma série de trabalhos, alguns dos quais citaremos neste anexo, que foram desenvolvidos modelando o transformador para diferentes aplicações estudadas e mostra a evolução destes modelos ao longo das décadas.

Detalha pontos sobre a curva de magnetização e o ciclo de histerese, modelando o comportamento não linear do núcleo pelo método de *Piecewise Linear Inductance/Resistance Representation*, descrito em [2], bem como a representação das correntes induzidas (*eddy currents*).

2003 – An Algorithm for Calculations of Low Frequency Transformer Transients [14]

Este modelo foi desenvolvido focando o estudo de transitórios de baixas frequências, tais como correntes de *inrush* e ferro-ressonância em transformadores de potência. Da mesma forma que o ATP, este foi programado para resolver as equações integrais através do Método de Integração Trapezoidal. Seus resultados foram comparados com os obtidos através do *Power System Blockset* do MATLAB e também com dados provenientes de ensaios da corrente de *inrush* de uma unidade em laboratório.

Para representação da característica não linear do núcleo do transformador, o modelo utiliza o método *Piecewise Linear Inductance/Resistance Representation*, descrito em [2]. A curva de magnetização, de onde é extraída a reatância X_m , é dividida em seguimentos lineares, bem como a curva de perdas de onde se obtém a resistência R_m de magnetização. Dependendo do ponto ($V \times I$) que o transformador está operando, um par X_m^k / R_m^k é chaveado, sendo estes valores usados

para o cálculo das correntes de magnetização i_{Rm}^k / i_m^k , onde k corresponde ao número de seguimentos lineares que compõem as curvas não lineares de R_m e X_m .

2002 – Accurate Modeling of Core-Type Distribution Transformers for Electromagnetic Transient Studies [15]

Este artigo apresenta um modelo bastante completo que pode ser utilizado em programas de análise de transitórios eletromagnéticos. Como a proposição do modelo engloba uma faixa grande de frequências, o acoplamento capacitivo entre bobinas e entre as bobinas e tanque é levado em conta. Além disso, o efeito pelicular em condutores e na chapa do núcleo, é considerado para o cálculo das correntes induzidas (*eddy currents*), bem como o fenômeno de ressonância devido à combinação do efeito indutivo das bobinas e suas capacitâncias entre espiras. Os resultados de ensaios de laboratório sobre uma unidade de 10kVA comprovam a eficácia do modelo proposto.

1999 - Five-legged wound-core transformer model - derivation, parameters, implementation and evaluation [16]

O modelo de transformador descrito neste trabalho foi elaborado no EMTP, sendo direcionado para o estudo de predição e avaliação da severidade dos efeitos ocasionados por fenômenos de ferro-ressonância no núcleo.

A modelagem é feita através da subdivisão do núcleo em partes menores, as quais englobam: a perna principal de cada fase, as metades dos jugos superior e inferior, e pernas laterais, se houverem. Assim a geometria do núcleo do transformador afeta diretamente o modelo apresentado. O transformador modelado e ensaiado tem as seguintes características: 75kVA 12470/480V YNyn0.

O modelo utiliza o acoplamento de ramos RL para representação da impedância de curto-circuito. O indutor tipo 93 é utilizado para a representação da indutância não linear do núcleo e um resistor linear para a resistência de magnetização. Os resultados dos ensaios e simulações são comparados graficamente e as distorções comentadas.

1997 - A three-phase three-winding core-type transformer model for low-frequency transient studies [17]

Este trabalho utiliza o princípio da dualidade entre sistema elétrico e magnético para modelar um núcleo de n pernas. Diferentemente dos demais artigos sobre modelagem de transformadores, a impedância de dispersão e a de magnetização são manipuladas em conjunto. Trata-se de um modelo simplificado de [25], onde o autor busca aplicar uma formulação mais precisa para a determinação dos parâmetros do modelo.

Os resultados têm mostrado que o modelo apresentado neste artigo reflete com bastante exatidão o comportamento de transformadores trifásicos de três enrolamentos. Ele pode ser seguramente utilizado para estudos de transitórios de baixas frequências, tais como correntes de *inrush* e ferro-ressonância. O artigo utiliza o mesmo autotransformador trifásico usado em [25]: 750MVA 500/240/28kV, com terciário conectado em delta. O efeito das perdas por histerese, por correntes induzidas e pela resistência não linear do núcleo, foi condensado em uma única resistência linear em paralelo com a reatância de magnetização.

1996 - A Three-phase Multi-Legged Transformer Model in ATP Using the Directly-Formed Inverse Inductance Matrix [18]

O trabalho apresenta um modelo de transformador trifásico com dois enrolamentos e núcleo com cinco pernas (três principais e duas de retorno). A impedância de curto circuito é representada tanto no lado do primário como no lado secundário e o ramo de magnetização, que inclui perdas ôhmicas, por histerese e correntes induzidas, são introduzidas como se uma carga trifásica fosse conectada ao secundário do transformador. A matriz de indutâncias é invertida para evitar problemas de condicionamento, além do que, o autor cita que a construção direta da matriz de indutâncias, não proporciona melhora no desempenho computacional das simulações. O circuito magnético equivalente é equacionado e a rotina utilizada para as simulações foi a Seattle XFORMER (SXF).

O transformador simulado possui as seguintes características: 100kVA, 50Hz, 15/0,4kV, ligação YY, apresentado na referência [26]. A matriz de indutâncias inversa foi inserida dentro desta

rotina e também do ATP, juntamente com a curva de magnetização informada em [26] e os resultados comparados.

1994 - **A transformer model for winding fault studies** [19]

O artigo citado apresenta um programa que busca refletir os resultados simulados no EMTP, particularmente quando se usa a rotina BCTRAN para a montagem das matrizes de resistência $[R]$ e indutância $[L]$, no caso de falta entre uma espira e terra, e entre espiras na mesma bobina. No primeiro caso as matrizes de um transformador trifásico com dois enrolamentos, que teriam dimensão 6×6 , passariam a ser representadas por matrizes 7×7 . Já na segunda configuração, seriam necessárias matrizes 8×8 . É importante salientar que, do mesmo modo que o BCTRAN não é um programa independente, mas simplesmente computa os dados das matrizes $[R]$ e $[L]$, gerando um arquivo que é utilizado pelo EMTP, o programa construído neste trabalho também foi feito para ser utilizado por softwares comerciais de análise de transitórios eletromagnéticos.

Como o foco deste trabalho é utilizar o modelo para estudo de faltas de curto-circuito, a saturação não foi considerada. No final do artigo o autor apresenta uma formulação simplificada para o cálculo da indutância de dispersão de um transformador com dois enrolamentos, a partir de sua geometria de parte ativa, semelhante àquela apresentada no capítulo 2 desta dissertação.

1994 – **Complete Transformer Model for Electromagnetic Transients** [6]

Este artigo tem o intuito de apresentar um modelo completo de transformador trifásico, ilustrando seu desempenho através de simulações em cálculos de transitórios eletromagnéticos. O modelo está baseado em dois fundamentos: o cálculo de indutâncias de dispersão e o princípio da dualidade. A dispersão engloba correntes induzidas tanto nas chapas que compõem o núcleo do transformador, como nas bobinas, por efeito pelicular e de proximidade. Logo as perdas por correntes induzidas fazem parte do modelo apresentado.

O modelo é composto por uma série de equações de estado, algumas delas não lineares, que são resolvidas através de método iterativo desacoplado, podendo ser aplicado tanto para transitórios de baixas frequências como para altas frequências. Isso porque para frequências elevadas as capacitâncias entre espiras são levadas em conta, da mesma forma que a indutância de dispersão.

A representação do núcleo é feita através do equivalente de Cauer, composto de ramos indutivos em série e resistivos em paralelo. Os resultados foram validados por meio de ensaios em diversos transformadores de diferentes projetos.

1994 – A Method for Modeling Nonlinear Core Characteristics of Transformers During Transients [20]

O trabalho proposto apresenta um modelo para transformadores de extra-alta tensão (EHV). Uma das maiores dificuldades na modelagem de transformadores de potência é a representação do comportamento não linear do núcleo ferromagnético.

Estudos de uma parceria entre as empresas AEP (*American Electric Power*) e ABB (*Asea Brown Boveri*), resultaram em um modelamento detalhado deste comportamento, que foi usado como base para este artigo. O efeito da histerese foi desprezado, porém o fluxo magnético total no núcleo é modelado como uma soma de duas parcelas. A primeira devido ao fluxo de dispersão (ϕ) e a segunda relativa ao fluxo confinado dentro do núcleo do transformador (ϕ_m), como segue:

Figura C.1 – Esquema usado para o cálculo do fluxo total

O transformador simulado foi fabricado pela ABB para a AEP e trata-se de uma unidade monofásica de 500MVA e 765/345/34,5kV, núcleo tipo envolvido. Primeiro foi simulado um impulso de manobra, com tensão de crista de 1700kV e forma de onda igual a 100/1000 μ s. Posteriormente foi simulado o efeito da corrente de *inrush* do transformador. Os resultados foram comparados com os valores medidos e as conclusões apresentadas.

1993 – Generalized transformer model based on the analysis of its magnetic core circuit [21]

O modelo apresentado neste trabalho pode ser utilizado em transformadores sem limitação do número de fases ou enrolamentos. As matrizes $[R]$ e $[L]$ são montadas, incluindo os valores das impedâncias de dispersão, obtidas através do ensaio de curto-circuito. O núcleo também é modelo por uma série de ramos RL acoplados. Por esta razão o modelo pode ser utilizado em transformadores que possuam alguma assimetria geométrica no núcleo ou mesmo nas condições de operação do transformador. Com isso a matriz completa pode ser inserida dentro de um programa de análise de transitórios eletromagnéticos. A matriz $[L]$ não é invertida no modelo, estando sujeita a possível problema de condicionamento como foi descrito no capítulo 3 desta dissertação. Os resultados foram obtidos por simulações com o uso do programa EMTP e validados através de ensaio em laboratório.

1991 - Transient Simulation and Analysis of a Three-phase Five-Limb Step-up Transformer - Following and Out-of-Phase Synchronization, [22]

Este artigo apresenta um modelo para determinação da magnitude das correntes nos enrolamentos de transformadores elevadores durante a perda de sincronismo de uma fase do gerador ao qual ele está conectado.

Trata-se de uma condição transitória bastante atípica, porém que pode solicitar o transformador de maneira a até romper o isolamento das bobinas, levando a danos muitas vezes irreparáveis. Esta perda de sincronismo pode levar as correntes a atingirem valores de 50 a 100 vezes maiores que os nominais. Devido ao fato das correntes nos enrolamentos serem extremamente elevadas durante a perda de sincronismo, o fluxo estabelecido é também bastante intenso, ocorrendo a saturação do núcleo do transformador durante este período. Por esta razão, nesta condição, o modelo leva em conta apenas as indutâncias em núcleo de ar das bobinas, que podem ser calculadas conforme descrito no capítulo 2 desta dissertação. No entanto o modelo completo considera também o núcleo do transformador dividido em diversas regiões, modeladas por ramos indutivos lineares.

A matriz completa de um transformador trifásico de 370MVA, com núcleo de cinco pernas, é montada e simulada para aquela condição transitória dentro do EMTP. Para realizar a parte experimental, foi fabricado um transformador trifásico de 100kVA (núcleo de cinco pernas) com impedância de dispersão equivalente à do transformador de 370MVA simulado no EMTP. Os resultados foram comparados ao final e o modelo validado através destas análises.

1975 – Transformers models in the simulation of electromagnetic transients [7]

Estamos incluindo este artigo no estudo da arte desta dissertação, por sua importância histórica no modelamento de transformadores de potência em estudos transitórios. Na verdade a teoria apresentada é à base da rotina BCTRAN do ATP. As matrizes escritas são singulares, tornando-se não-singulares quando a impedância de magnetização é inserida.

É apresentado o método de construção da matriz de impedâncias, desprezando-se o efeito da magnetização, para um transformador genérico de N enrolamentos, a partir dos dados medidos no ensaio de curto-circuito. A matriz de admitâncias reduzida do transformador é obtida através da inversão da matriz de impedâncias reduzida. Já a matriz de admitâncias completa é obtida por uma manipulação dos valores da matriz reduzida.

A relação de espiras dos enrolamentos é levada em conta no equacionamento deste artigo, no entanto, na referência [2], o autor apresenta a mesma formulação, porém eliminando-a através do tratamento dos parâmetros em valores por unidade.

A magnetização é modelada por duas indutâncias lineares de valores respectivamente iguais à indutância não-saturada, região I da figura 2.1, e saturada (região III da mesma figura), em paralelo com a componente de perdas, representada por uma resistência R_m linear. Estes elementos são conectados a um dos terminais do transformador e inseridos em sua matriz de admitâncias nodais. O autor sugere a discussão de em qual terminal o ramo de magnetização deve ser inserido. Para um transformador de dois enrolamentos tem-se comprovação, através de ensaios realizados, de que o terminal de alta tensão seria o ideal. Quando se trata de um transformador de três enrolamentos ou um autotransformador com enrolamento terciário, acredita-se que liga-lo ao enrolamento mais próximo do núcleo é o que melhor refletiria a

realidade. Na maioria dos projetos este enrolamento seria o próprio terciário (terminal de tensão mais baixa).

Freqüentemente a curva de magnetização de um transformador não é dada em valores de fluxo (λ) e corrente (i) instantâneos, mas em valores de tensão (V_{RMS}) e corrente (I_{RMS}) eficazes. No anexo 1 do artigo é apresentado um método simples de conversão dos valores eficazes em instantâneos, desprezando o efeito da histerese, perdas por correntes induzidas e resistência dos enrolamentos.

Referências Bibliográficas

- [1] ZANETTA JR, L.C. **Transitórios Eletromagnéticos em Sistema de Potência.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003. – (Acadêmica; 52).
 - [2] DOMMEL, H. **Electro-Magnetic Transients Program Theory Book.** Oregon, U.S.A: Bonneville Power Administration, 1987.
 - [3] IVANOV, N. **Análise de fluxos magnéticos em transformadores operando em vazio e sob carga.** São Paulo: EPUSP, 1997.
 - [4] KNOWLTON, A. E. **Standard Handbook for Electrical Engineers.** 9th edition, Mc Graw, Hill Book Company, 1957.
 - [5] MARTINEZ-VELASCO, J. A., MORK, B. A. **Transformer Modeling for Low Frequency Transients; The State of the Art.** New Orleans, U.S.A: *IPST 2003*.
 - [6] LEÓN, F. de, SEMLYEN, A. **Complete Transformer Model for Eletromagnetic Transients.** Ontario, Canada: *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol.9, n° 1, p. 231-239, Jan. 1994.
 - [7] DOMMEL, H. **Transformer Models in the Simulation of Electromagnetic Transients.** Canada: University of British Columbia, B.C., 1975
 - [8] GROVER, F. W., **Inductance Calculations.** U.S.A.: Dover Phoenix Editions, capítulo 15 pp. 122-128
 - [9] MARIOTTO, P.A. **Análise de Circuitos Elétricos.** Escola Politécnica da USP. Edição Preliminar. São Paulo: EDUSP, 2001.
-

-
- [10] JORDÃO, R.G. **Transformadores**. Editora SK&C Comunicação Integrada.
- [11] M.I.T. Members of the Staff of the Department of Electrical Engineering. **Magnetic Circuits and Transformers**. New York, U.S.A: Massachusetts Institute of Technology, 6th printing, John Wiley & Sons, 1949.
- [12] BERTAGNOLLI, G. **Short-circuit Duty of Power Transformers**. Second Revised Edition. Italia: Golinelli Editore, 1998.
- [13] CHANDRASENA, W., MCLAREN, P.G., ANNAKKAGE, U.D., JAYASINGHE, R.P. **An improved low-frequency transformer model for use in GIC studies**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, n° 2, p. 643-651, Apr. 2004.
- [14] TOKIC, A. & UGLESIC, I. & JAKL, F. **An Algorithm for Calculations of Low Frequency Transformer Transients**. *International Conference on Power System Transients*, IPST, New Orleans, U.S.A., 2003.
- [15] NODA, T. & NAKAMOTO, H. & YOKOYAMA, S. **Accurate modeling of core-type distribution transformers for electromagnetic transient studies**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 17, n° 4, p. 969-976, Oct. 2002.
- [16] Mork, B.A. **Five-legged wound-core transformer model - derivation, parameters, implementation and evaluation**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, n° 4, p. 1519-1526, Oct. 1999.
- [17] CHEN, X. & VENKATA, S.S. **A three-phase three-winding core-type transformer model for low-frequency transient studies**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 12, n° 2, p. 775-782, Apr. 1997
- [18] CHEN, X. **A three-phase multi-legged transformer model in ATP using the directly-formed inverse inductance matrix**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, n° 3, p. 1554-1562, Jul. 1996.
-

-
- [19] BASTARD, P.& BERTRAND, P. & MEUNIER, M. **A transformer model for winding fault studies.** *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 9, n° 2, p. 690-699, Apr. 1994.
- [20] VAKILIAN, M. & DEGENEFF, R.C. **A Method for Modeling Nonlinear Core Characteristics of Transformers During Transients.** *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 9, n° 4, p. 1916-1925, Oct. 1994.
- [21] HATZIARGYRIOU, N.D. & PROUSALIDIS, J.M. & PAPADIAS, B.C. **Generalized transformer model based on the analysis of its magnetic core circuit.** *IEE Proceedings-C*, vol. 140, n° 4, p. 269-278, Jul. 1993.
- [22] ARTURI, C.M. **Transient simulation and analysis of a three-phase five-limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization.** *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, n° 1, p. 196-207, Jan. 1991.
- [23] JILES, D.C., ATHERTON, D.L. **Theory of ferromagnetic hysteresis.** *Magnetism Magn. Mater.*, vol. 61, p. 48-60, 1986.
- [24] ANNAKKAGE, U.D., MCLAREN, P.G., DIRKS, E., JAYASINGHE, R.P., PARKER, A.D. **A current transformer model based on the Jiles-Atherton theory of ferromagnetic hysteresis.** *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, p. 57-61, Jan, 2000.
- [25] NARANG, A., BRIERLEY, R.H. **Topology Based Magnetic Model for Steady State and Transient Studies for Three-phase Core Type Transformers.** *IEEE PES, SM 509-0 PWRS*, 1993.
- [26] DOLINAR, D., PIHLER, J., GRCAr, B. **Dynamic Model of A Three-phase Power Transformer.** *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, n° 4, p. 1811-1819, Oct. 1993.
- [27] EDISON ESI SERVICES, U.S.A., <http://www.edisonesi.com>
-

[28] ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA ZACATENCO, México, <http://www.esimez.ipn.mx>

[29] COPPER DEVELOPMENT ASSOCIATION, U.S.A., <http://www.copper.org>