

SILVIO GIUSEPPE DI SANTO

LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO COM  
DERIVAÇÕES, CONSTITUÍDAS POR CIRCUITO DUPLO E TRECHOS  
NÃO TRANSPOSTOS

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção do  
título de Doutor em Ciências.

São Paulo  
2013

SILVIO GIUSEPPE DI SANTO

LOCALIZAÇÃO DE FALTAS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO COM  
DERIVAÇÕES, CONSTITUÍDAS POR CIRCUITO DUPLO E TRECHOS  
NÃO TRANSPOSTOS

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção do  
título de Doutor em Ciências.

Área de concentração:  
Engenharia Elétrica - Sistemas de Potência

Orientador:  
Prof. Dr. Carlos Eduardo de Morais Pereira

São Paulo  
2013

**Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.**

**São Paulo, 08 de janeiro de 2013.**

**Assinatura do autor** \_\_\_\_\_

**Assinatura do orientador** \_\_\_\_\_

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Santo, Silvio Giuseppe Di**

**Localização de faltas em linhas de transmissão com derivações, constituídas por circuito duplo e trechos não transpostos / S.G. di Santo. -- ed.rev. -- São Paulo, 2013.**

**138 p.**

**Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.**

**1. Sistemas elétricos de potência 2. Linhas de transmissão de energia elétrica 3. Proteção de sistemas elétricos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II. t.**

Dedico este trabalho à minha esposa  
Katia e aos meus pais.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Prof. Dr. Carlos Eduardo de Moraes Pereira, pela orientação e pelo conhecimento transmitido.

Ao Prof. Dr. Giovanni Manassero Jr. e Prof. Dr. Maurício Barbosa de Camargo Salles pelas sugestões e comentários apresentados no exame de qualificação.

À CAPES pela bolsa de estudo.

Às demais pessoas que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

## RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido um método de localização de faltas em linhas de transmissão constituídas de circuitos simples ou duplos, admitindo trechos não transpostos e com derivações, além de terminais com medições dessincronizadas. O método utiliza os fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, medidos nos terminais, local e remoto, para determinar as informações da falta, as quais são: trecho de ocorrência, distância, resistência e tipo.

O método de localização de faltas proposto neste trabalho é composto pelo: processo de obtenção dos fasores, onde os sinais de tensão e corrente são filtrados; algoritmo de montagem da matriz de admitâncias da rede; algoritmo de estimativa de cargas e algoritmo de localização de faltas.

O método desenvolvido tem como principal característica a localização de faltas em linhas de transmissão constituídas por circuito duplo com derivações utilizando dados de somente dois terminais, não descartando a possibilidade da utilização de dados de outros terminais caso disponíveis, e a pesquisa por trechos da rede através da minimização de funções objetivo.

Para avaliar a eficiência do método de localização de faltas desenvolvido, diversas simulações foram realizadas no programa ATP (Alternative Transient Program), tais como: variação da distância de falta, da resistência de falta e do tipo de falta, bem como simulações de erros no módulo e no ângulo dos fasores, erros nos parâmetros da linha de transmissão e erros nos equivalentes.

**Palavras-chave:** Linhas de transmissão; Localização de faltas; Otimização.

## **ABSTRACT**

In this work was developed a fault location method on transmission lines constituted of single or double circuits, allowing non-transposed line's sections, with derivations. The method uses the pre-fault and post-fault voltage and current phasors measured at local and remote terminals to determine the fault information, which are: section of occurrence, distance, resistance and, type.

The fault location method proposed in this work is composed by: phasor obtaining process, where the voltage and current phasors are filtered; the network's admittance matrix building process; the load estimation algorithm and; the fault location algorithm.

The developed method has as main features the fault location on double circuit transmission lines with derivations using data of two terminals only, without discarding the possibility of using another terminals data, case available, and the search for the fault location on transmission line's sections by objective functions minimization.

In order to evaluate the efficiency of the developed fault location method, a lot of simulations were conducted in ATP (Alternative Transient Program), such as: fault distance, resistance and, type variations as well as errors on phasors' module and angle, transmission line parameters and, terminals' equivalent.

**Keywords:** Transmission lines. Fault location. Optimization.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Circuito para descrição do método. (GONG et al., 2012).....	6
Figura 1.2 – Rede de sequência negativa do circuito da figura 1.1. (GONG et al., 2012) .....	6
Figura 1.3 – Perfil da magnitude da tensão de sequência negativa para falta no Trecho 2. (GONG et al., 2012).....	8
Figura 1.4 – Circuito equivalente de sequência negativa para uma falta no Trecho $k$ .....	9
Figura 1.5 – Rede de exemplo para explanação do algoritmo. (MANASSERO et al., 2010) .....	10
Figura 1.6 – Trecho de linha. (MANASSERO et al, 2010).....	13
Figura 1.7 – Trecho $b_1 - b_2$ , da rede da figura 1.5. (MANASSERO et al., 2010).....	14
Figura 1.8 – Trecho $b_1 - b_2$ , da rede da figura 1.5. (MANASSERO et al., 2010).....	16
Figura 2.1 – Algoritmo Evolução Diferencial Clássica .....	21
Figura 2.2 – Algoritmo Evolução Diferencial Dinâmica.....	24
Figura 2.3 – Algoritmo <i>Pattern Search</i> .....	26
Figura 3.1 – Exemplo de rede analisada pelo método de localização de faltas proposto, onde $L$ , $R$ e $F$ representam respectivamente o terminal local, o terminal remoto e os pontos de falta.....	28
Figura 3.2 – Etapas do método de localização de faltas.....	30
Figura 3.3 – Resposta em frequência do filtro MMQ para $N = 16$ (DI SANTO, 2009).....	34
Figura 3.4 – Diagrama de blocos do algoritmo de montagem da matriz de admitâncias da rede.....	37
Figura 3.5 – Circuito de exemplo para aplicação do algoritmo de montagem da matriz de admitâncias. ....	38
Figura 3.6 – Circuito utilizado no cálculo dos equivalentes .....	46



Figura 3.7 – Fluxograma da estimativa inicial do estado das chaves seccionadoras, da impedância das cargas e do ângulo de sincronismo dos fasores .....	54
Figura 3.8 – Estimativa final do estado das chaves seccionadoras, da impedância das cargas e do ângulo de sincronismo dos fasores .....	55
Figura 3.9 – Estrutura da função objetivo utilizada pelas etapas 1 e 2. ....	56
Figura 4.1 – Linha de transmissão com $m$ derivações, "entra e sai" e $n$ trechos .....	59
Figura 4.2 – Etapa de controle principal.....	62
Figura 4.3 – Fluxograma da etapa de varredura da rede .....	65
Figura 4.4 – Diagramas sequenciais para a ligação delta-estrela aterrada.....	70
Figura 4.5 – Diagramas sequenciais para a ligação estrela aterrada-estrela aterrada.....	71
Figura 4.6 – Diagramas sequenciais para a ligação estrela aterrada-delta-estrela aterrada.....	73
Figura 4.7 – Modelo de circuito para aplicação da falta. ....	76
Figura 4.8 – Fluxograma da estrutura e do procedimento de minimização da função objetivo.....	85
Figura 5.1 – Rede com linhas de transmissão com trechos não transpostos e circuito duplo .....	87
Figura 5.2 – Geometria da torre utilizada na rede de transmissão simulada .....	89
Figura 5.3 – Tensões no terminal local para falta fase-terra (AT) .....	95
Figura 5.4 – Correntes no circuito 1 do terminal local para falta fase-terra (AT) .....	95
Figura 5.5 – Correntes no circuito 2 do terminal local para falta fase-terra (AT) .....	96
Figura 5.6 – Tensões no terminal remoto para falta fase-terra (AT).....	97
Figura 5.7 – Correntes no circuito 1 do terminal remoto para falta fase-terra (AT) .....	97
Figura 5.8 – Correntes no circuito 2 do terminal remoto para falta fase-terra (AT) .....	97

Figura 5.9 – Densidade de probabilidades de erro utilizada nas simulações de variação do módulo dos fasores de tensão e de equivalentes.....	111
Figura 5.10 – Densidade de probabilidades de erro utilizada nas simulações de variação do módulo dos fasores de corrente .....	111
Figura 5.11 – Densidade de probabilidades de ângulo utilizada nas simulações de variação do ângulo dos fasores de tensão e corrente.....	112
Figura 5.12 – Densidade de probabilidades de erro utilizada nas simulações de variação dos parâmetros das linhas de transmissão .....	112
Figura 5.13 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 1 - Circuito 1, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores.....	115
Figura 5.14 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 4 - Circuito 2, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores.....	116
Figura 5.15 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 6 - Circuito 2, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores.....	117
Figura 5.16 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 7 - Circuito 1, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores.....	118
Figura 5.17 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 8 - Circuito 2, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores.....	119
Figura 5.18 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 1 - Circuito 1, considerando erros nos parâmetros da linha .....	120
Figura 5.19 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 4 - Circuito 2, considerando erros nos parâmetros da linha .....	121
Figura 5.20 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 6 - Circuito 2, considerando erros nos parâmetros da linha .....	122
Figura 5.21 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 7 - Circuito 1, considerando erros nos parâmetros da linha .....	123
Figura 5.22 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 8 - Circuito 2, considerando erros nos parâmetros da linha .....	124

Figura 5.23 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 1 - Circuito 1, considerando erros nos equivalentes.....	126
Figura 5.24 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 4 - Circuito 2, considerando erros nos equivalentes.....	127
Figura 5.25 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 6 - Circuito 2, considerando erros nos equivalentes.....	128
Figura 5.26 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 7 - Circuito 1, considerando erros nos equivalentes.....	129
Figura 5.27 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 8 - Circuito 2, considerando erros nos equivalentes.....	130

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Fasores de tensão e corrente pré-falta em componentes de fase, sem erros e com erros de medição - Terminal Local.....	49
Tabela 3.2 – Fasores de tensão e corrente pré-falta em componentes sequenciais, sem erros e com erros de medição - Terminal Local.....	49
Tabela 3.3 – Fasores de tensão e corrente pós-falta em componentes de fase, sem erros e com erros de medição - Terminal Local.....	49
Tabela 3.4 – Fasores de tensão e corrente pós-falta em componentes sequenciais, sem erros e com erros de medição - Terminal Local.....	49
Tabela 3.5 – Impedância de sequência zero do equivalente do terminal local .....	50
Tabela 3.6 – Impedância de sequência positiva do equivalente do terminal local.....	50
Tabela 5.1 – Características dos condutores e do cabo-guarda .....	88
Tabela 5.2 – Características dos transformadores.....	90
Tabela 5.3 – Cargas conectadas à rede .....	90
Tabela 5.4 – Parâmetros de sequência positiva dos equivalentes.....	91
Tabela 5.5 – Parâmetros de sequência zero dos equivalentes.....	91
Tabela 5.6 – Fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, nos terminais local e remoto para uma falta fase-terra .....	94
Tabela 5.7 – Comparação entre as cargas simuladas e estimadas pelo algoritmo .....	98
Tabela 5.8 – Comparação entre o ângulo de sincronismo simulado e o estimado pelo algoritmo .....	98
Tabela 5.9 – Resultados para a variação da distância de falta para faltas fase-terra (AT).....	100
Tabela 5.10 – Resultados para falta fase–terra nos pontos de conexão das derivações .....	100
Tabela 5.11 – Resultados para a variação da distância de falta para faltas trifásicas .....	101

Tabela 5.12 – Resultados para falta fase–terra nos pontos de conexão das derivações .....	102
Tabela 5.13 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local .....	103
Tabela 5.14 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local .....	103
Tabela 5.15 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local .....	104
Tabela 5.16 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local .....	104
Tabela 5.17 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local .....	105
Tabela 5.18 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local .....	106
Tabela 5.19 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local .....	107
Tabela 5.20 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local .....	107
Tabela 5.21 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local .....	108
Tabela 5.22 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local .....	109
Tabela 5.23 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local .....	114
Tabela 5.24 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local .....	116
Tabela 5.25 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local .....	117
Tabela 5.26 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local .....	118
Tabela 5.27 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local .....	119
Tabela 5.28 – Resultados para erros nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local .....	120

Tabela 5.29 – Resultados para nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local .....	121
Tabela 5.30 – Resultados para nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local .....	122
Tabela 5.31 – Resultados para nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local .....	123
Tabela 5.32 – Resultados para nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local .....	124
Tabela 5.33 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local .....	125
Tabela 5.34 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local .....	126
Tabela 5.35 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local .....	127
Tabela 5.36 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local .....	128
Tabela 5.37 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local .....	129

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_{ij}$	Elemento da matriz na linha $i$ e coluna $j$
$A_{(x)}, B_{(x)}, C_{(x)}$ e $D_{(x)}$	Parâmetros do quadripolo para o trecho de comprimento $x$
$C$	Constante multiplicativa da função exponencial
$comp_{L-p_1}$	Comprimento do trecho entre o terminal local e o ponto $p_1$
$c_{2n}$	Constante multiplicativa da função seno
$c_{2n-1}$	Constante multiplicativa da função cosseno
Comprimento $_i$	Comprimento do trecho $i$
Comprimento $_k$	Comprimento do trecho $k$
$E_a, E_b, E_c$	Tensões internas da fonte nas fases a, b e c
$E_0, E_1, E_2$	Tensões internas da fonte nas componentes 0, 1 e 2
$er$	Erro entre os fasores de tensão e corrente medidos e calculados nos terminais
$f(x^j)$	Função objetivo cujo valor deve ser minimizado
$f(x^{n,i})$	Função objetivo que se deseja minimizar
$I_{eqn}$	Corrente fluindo no equivalente do terminal $n$
$I_{Nn}$	Corrente de Norton injetada no terminal $n$
$I_a^p, I_b^p, I_c^p$	Correntes pré-falta e/ou pós-falta medidas em componentes de fase, onde $p$ pode ser <i>pré</i> ou <i>pós</i> .
$I_0^p, I_1^p, I_2^p$	Correntes pré-falta e/ou pós-falta medidas em componentes sequenciais, onde $p$ pode ser <i>pré</i> ou <i>pós</i> .
$I_{j-Ti}^{préC}$	Corrente pré-falta fluindo na fase $j$ calculada para o terminal $i$
$I_{j-Ti}^{préM}$	Corrente pré-falta fluindo na fase $j$ medida no terminal $i$
$I_{j-Ti}^{pósC}$	Corrente pós-falta fluindo na fase $j$ calculada para o terminal $i$
$I_{j-Ti}^{pósM}$	Corrente pós-falta fluindo na fase $j$ medida no terminal $i$
$\text{Im}\{.\}$	Parte imaginária de um número complexo
$I_1$	Corrente de sequencia positiva
$I_{2_{med\_X}}$	Corrente de seqüência negativa medida no terminal $X$

$I_{2_{med\_Y}}$	Corrente de sequência negativa medida no terminal Y
$I_{2_X}$	Corrente de sequência negativa calculada a partir do terminal X
$I_{2_Y}$	Corrente de sequência negativa calculada a partir do terminal Y
$\ell_n$	Comprimento do trecho $n$
$m$	Distância de falta
$M_{ab}, M_{bc}, M_{ca}$	Indutâncias mútuas do circuito entre as fases a, b e c
$M_k$	Módulo da componente fundamental de um sinal no instante de amostragem $k$
$N_{máx}$	Constante contendo o número máximo de gerações
$P_c^j$	Potência ativa no terminal $j$
$P_{calc}$	Potência ativa calculada injetada pela rede pré-falta
$P_{pre}$	Potência ativa medida injetada pela rede pré-falta
$p_1$	Variável aleatória com intervalo entre 1 e o número de indivíduo, $N_p$
$p_2$	Variável aleatória com intervalo entre 1 e o número de indivíduo, $N_p$
$Q_c^j$	Potência reativa no terminal $j$
$Q_{calc}$	Potência reativa calculada injetada pela rede pré-falta
$Q_{pre}$	Potência reativa medida injetada pela rede pré-falta
$Re\{.\}$	Parte real de um número complexo
$S_n^j$	Potência aparente nominal dos transformadores
$T_j$	Terminais das cargas
$V_a^p, V_b^p, V_c^p$	Tensões pré-falta e/ou pós-falta medidas em componentes de fase, onde $p$ pode ser <i>pré</i> ou <i>pós</i> .
$V_0^p, V_1^p, V_2^p$	Tensões pré-falta e/ou pós-falta medidas em componentes sequenciais, onde $p$ pode ser <i>pré</i> ou <i>pós</i> .
$v^{n+1,i}$	Indivíduo criado pelo processo de mutação diferencial
$V_{j-Ti}^{préC}$	Tensão pré-falta da fase $j$ calculada para o terminal $i$



$V_{j-Ti}^{préM}$	Tensão pré-falta da fase $j$ medida no terminal $i$
$V_{j-Ti}^{pósC}$	Tensão pós-falta da fase $j$ calculada para o terminal $i$
$V_{j-Ti}^{pósM}$	Tensão pós-falta da fase $j$ medida no terminal $i$
$V_n^j$	Tensão nominal no terminal $j$
$V_1$	Tensão de sequencia positiva
$V_{2k\_dir\_X}$	Tensão de sequência negativa calculada na junção direita do trecho $k$ a partir do terminal $X$
$V_{2k\_dir\_Y}$	Tensão de sequência negativa calculada na junção direita do trecho $k$ a partir do terminal $Y$
$V_{2k\_esq\_X}$	Tensão de sequência negativa calculada na junção esquerda do trecho $k$ a partir do terminal $X$
$V_{2k\_esq\_Y}$	Tensão de sequência negativa calculada na junção esquerda do trecho $k$ a partir do terminal $Y$
$V_{2med\_X}$	Tensão de sequência negativa medida no terminal $X$
$V_{2med\_Y}$	Tensão de sequência negativa medida no terminal $Y$
$x^j$	Vetor de variáveis a otimizar
$x^{n,i}$	Um indivíduo, onde os indivíduos são vetores cujos componentes são as variáveis a serem otimizadas
$x^{otm}$	Indivíduo que gerou o menor erro de minimização da função objetivo dentre todos os indivíduos de uma população de uma determinada geração
$x^0$	População inicial
$y^{n+1,i}$	Indivíduo criado pelo processo de cruzamento
$Y_c^j$	Admitância da carga $j$
$Y_{Fa}$	Matriz de admitâncias para o caso de falta fase A - terra
$Z$	Impedância própria
$Z_a, Z_b, Z_c$	Impedâncias próprias do circuito nas fases a, b e c
$Z_0, Z_1, Z_2$	Impedâncias de sequencia 0, 1 e 2

$Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca}$	Impedâncias mútuas do circuito entre as fases a, b e c
$Z_{eqn}$	Impedância do equivalente do terminal $n$
$Z_M$	Impedância mútua
$Z_{P0}^T, Z_{P1}^T e Z_{P2}^T$	Impedâncias no lado primário de sequencia 0, 1 e 2 do transformador
$Z_{ST}^T, Z_{PS}^T e Z_{PT}^T$	Impedâncias de curto-circuito entre os enrolamentos primário e secundário, primário e terciário e secundário e terciário
$Z_{S0}^T, Z_{S1}^T e Z_{S2}^T$	Impedâncias no lado secundário de sequencia 0, 1 e 2 do transformador
$Z_{total}$	Impedância de sequência positiva da falta
$Z_{T0}^T, Z_{T1}^T e Z_{T2}^T$	Impedâncias no lado terciário de sequencia 0, 1 e 2 do transformador
$Z_C^j$	Estimativa inicial da impedância da carga $j$
$Z_1^C e Z_2^C$	Impedâncias de sequencia positiva e negativa da carga
$Z_{1i}$	Impedância de sequência positiva do trecho $i$
$Z_{1k}$	Impedância de sequência positiva do trecho $k$
$\alpha$	Constante de decaimento da função exponencial
$\beta$	Coeficiente de combinação
$\varepsilon$	Constante contendo o valor mínimo que se deseja alcançar para o erro de minimização da função objetivo
$\gamma$	Probabilidade de cruzamento
$\Delta x$	Variável tamanho da malha
$\Phi_k$	Fase da componente fundamental de um sinal no instante de amostragem $k$
$\{e\}$	Conjunto de vetores de direção (padrões)
$\{m\}^i$	Conjunto de vetores gerados em torno de um vetor, ou malha.
$\left[ A_{L-p_1}^{(1)} \right], \left[ B_{L-p_1}^{(1)} \right] e \left[ D_{L-p_1}^{(1)} \right]$	Constantes do quadripolo do elemento 1 contido entre o terminal local e o ponto $p1$

$[E_{abc}^L]$	Matriz de tensões em sequencia de fase do equivalente do terminal local
$[E_{abc}^R]$	Matriz de tensões em sequencia de fase do equivalente do terminal remoto
$[I]$	Matriz identidade
$[I^F]$	Vetor de correntes de falta
$[I_{abc}^L]$	Corrente trifásica fluindo do terminal local
$[I_{abc}^R]$	Corrente trifásica fluindo do terminal remoto
$[I_{abc}^{b_1}]_R$	Corrente trifásica fluindo do ponto $b_1$ calculada a partir do terminal remoto
$[I_{abc}^{b_2}]_L$	Corrente trifásica fluindo do ponto $b_2$ calculada a partir do terminal local
$[I_{abc}^{b_2}]_R$	Corrente trifásica fluindo do ponto $b_2$ calculada a partir do terminal remoto
$[I_{abc}^{falta}]$	Corrente de falta em componentes de fase
$[I_{bus}]$	Correntes injetadas nos nós da rede
$[I_{bus}^{AN}]$	Correntes injetadas nos nós da rede antes da aplicação das condições de contorno de Neumann
$[I_{bus}^{AN}]_{pós}$	Correntes injetadas nos nós da rede antes da aplicação das condições de contorno de Neumann pós-falta
$[I_{bus}^F]$	Vetor de correntes injetadas nos nós da rede pós-falta
$[I_N^L]$	Vetor de corrente de Norton injetada no terminal local
$[I_N^R]$	Vetor de corrente de Norton injetada no terminal remoto
$[I_p]$	Vetor de correntes entrando no elemento 1

$[I_q]$	Vetor de correntes saindo do elemento 1 e entrando no elemento 2
$[I_r]$	Vetor de correntes saindo do elemento 2
$[I_1^1]_{pós} e [I_2^1]_{pós}$	Correntes pós-falta nos circuitos 1 e 2 saindo do terminal local e entrando no trecho 1
$[I_1^{n-3}]_{pós} e [I_2^{n-3}]_{pós}$	Correntes pós-falta nos circuitos 1 e 2 saindo do trecho $n-3$ e entrando no terminal remoto
$[R^F]$	Matriz de resistências de falta
$[R_{ch}^{d1}]$	Matriz de estado das chaves seccionadoras
$[Rig]^{(n)}$	Matriz de rigidez do elemento $n$
$[T]$	Matriz de transformação
$[T_{(x)}]$	Matriz dos quadripolos
$[V_{\rho_1}^{\rho_1}]$	Tensões no ponto $\rho_1^1$
$[V_{abc}^{b_1}]_L$	Tensão trifásica no ponto $b_1$ calculada a partir do terminal local
$[V_{abc}^{b_1}]_R$	Tensão trifásica no ponto $b_1$ calculada a partir do terminal remoto
$[V_{abc}^{b_2}]_L$	Tensão trifásica no ponto $b_2$ calculada a partir do terminal local
$[V_{abc}^{b_2}]_R$	Tensão trifásica no ponto $b_2$ calculada a partir do terminal remoto
$[V_{abc}^L]$	Tensão trifásica no terminal local
$[V_{abc}^R]$	Tensão trifásica no terminal remoto
$[V_{bus}]$	Tensões nos nós da rede
$[V_{bus}]_{pós}$	Tensões nos nós da rede pós-falta
$[V_p]$	Vetor de tensões na entrada do elemento 1

$[V_q]$	Vetor de tensões na saída do elemento 1 e na entrada do elemento 2
$[V_r]$	Vetor de tensões na saída do elemento 2
$[Y^F]$	Matriz de admitâncias de falta
$[Y^{(ne)}]$	Matriz de admitâncias do lado esquerdo do elemento $n$
$[Y^{(nd)}]$	Matriz de admitâncias do lado direito do elemento $n$
$[Y_{p_1 p_1^1}]$	Matriz de admitâncias vistas pelo ponto $p_1^1$
$[Y_{abc}^{CT}]$	Matriz de admitância em componentes de fase do conjunto carga transformador
$[Y_{abc}^{eq}]_x$	Matriz de admitâncias em componentes de fase equivalente do trecho de comprimento $x$
$[Y_{abc}^{falta}]$	Matriz de admitâncias da falta
$[Y_{bus}^{AN}]$	Matriz de admitâncias da rede antes da aplicação das condições de contorno de Neumann
$[Y_{bus}]$	Matriz de admitâncias da rede
$[y_l]$	Matriz de susceptância por unidade de comprimento da linha de transmissão
$[Y_L^{(1)}]$	Matriz de admitâncias do elemento 1 no lado do terminal local
$[Y_{p_1}^{(1)}]$	Matriz de admitâncias do elemento 1 no lado do ponto $p_1$
$[Y_{012}^{CT}]$	Matriz de admitância em componentes sequenciais do conjunto carga transformador
$[Z^{eqvL}]$	Matriz de impedância série por unidade de comprimento da linha de transmissão
$[Z^{(n)}]$	Matriz de impedâncias do elemento $n$

$[Z^{p_1}]$	Impedâncias vista pelo ponto $p_1$
$[Z_C]$	Impedância característica da linha de transmissão
$[Z_{eq}]$	Matriz de admitâncias equivalente
$[z_l]$	Matriz de impedância série por unidade de comprimento da linha de transmissão
$[Z_{L-p_1}^{(1)}]$	Matriz de impedâncias do elemento 1 contido entre o terminal local e o ponto $p_1$
$[\gamma_i]$	Constante de propagação para cálculo de correntes
$[\gamma_v]$	Constante de propagação para cálculo de tensões
$[\Delta V_{abc}^{b_1}]_k$	Diferença entre os fasores de tensão e corrente no ponto $b_1$ calculados a partir de ambos os lados do trecho na iteração $k$
$[\Delta V_{abc}^{falta}]$	Diferença entre os fasores de tensão e corrente no ponto da falta calculados a partir de ambos os lados do trecho

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	OBJETIVO	1
1.2	MOTIVAÇÃO	1
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
1.3.1	Método desenvolvido em GONG et al. (2012)	6
1.3.2	Método desenvolvido em MANASSERO et al. (2010)	10
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	18
<b>2</b>	<b>ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO</b>	<b>19</b>
2.1	ALGORITMO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL	20
2.1.1	Algoritmo Evolução Diferencial Clássica	20
2.1.2	Algoritmo Evolução Diferencial Dinâmica	22
2.2	ALGORITMO <i>PATTERN SEARCH</i>	25
<b>3</b>	<b>MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO DE FALTAS PROPOSTO – PROCESSAMENTO PRÉ - LOCALIZAÇÃO</b>	<b>28</b>
3.1	OBTENÇÃO DOS FASORES DE TENSÃO E CORRENTE NOS TERMINAIS COM MEDIÇÕES	30
3.2	ALGORITMO DE MONTAGEM DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS DA REDE	35
3.3	ALGORITMO DE ESTIMATIVA DOS EQUIVALENTES	45
3.4	ALGORITMO DE ESTIMATIVA DAS CARGAS	51
<b>4</b>	<b>MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO DE FALTAS PROPOSTO – LOCALIZAÇÃO DA FALTA</b>	<b>59</b>
4.1	ETAPA DE CONTROLE PRINCIPAL	61
4.2	ETAPA DE VARREDURA DOS TRECHOS DA REDE	62

4.3	ETAPA DE OBTENÇÃO DO ERRO DE MINIMIZAÇÃO E DAS INFORMAÇÕES DA FALTA .....	66
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DE DESEMPENHO DO MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO DE FALTAS PROPOSTO .....</b>	<b>86</b>
5.1	ESTRUTURA DA REDE SIMULADA.....	87
5.1.1	<b>Rede com linhas de transmissão com trechos não transpostos e circuito duplo .....</b>	<b>87</b>
5.1.1.1	<u>Configurações das linhas de transmissão.....</u>	88
5.1.1.2	<u>Transformadores conectados nas cargas.....</u>	90
5.1.1.3	<u>Cargas .....</u>	90
5.1.1.4	<u>Parâmetros dos equivalentes.....</u>	91
5.2	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.....	92
5.2.1	<b>Avaliação do método de obtenção dos fasores.....</b>	<b>93</b>
5.2.2	<b>Avaliação do algoritmo de estimativa das cargas, do estado das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos) e sincronismo dos fasores .....</b>	<b>98</b>
5.2.3	<b>Avaliação do algoritmo de localização de faltas.....</b>	<b>98</b>
5.2.3.1	<u>Resultados para variação da distância de falta.....</u>	99
5.2.3.2	<u>Resultados para variação do tipo de falta.....</u>	102
5.2.3.3	<u>Resultados para variação da resistência de falta.....</u>	105
5.2.3.4	<u>Resultados para variação no módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, nos parâmetros das linhas e nos equivalentes.....</u>	109
5.2.3.5	<u>Comentários sobre os resultados .....</u>	130
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>134</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>136</b>



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um método de localização de faltas capaz de localizar faltas em linhas de transmissão constituída por circuito duplo, com trechos não transpostos, derivações e terminais com medições dessincronizadas. Além da estimativa da impedância das cargas, o novo método também é capaz de estimar os circuitos aos quais as cargas estão conectadas. Já o método proposto anteriormente, em (DI SANTO, 2009), realiza a localização de faltas somente em linhas de transmissão constituídas por circuito simples, trechos continuamente transpostos, derivações e terminais com medições sincronizadas.

Com o objetivo de determinar as informações da falta, as quais são: distância, trecho de ocorrência, resistência e tipo, o método proposto neste trabalho utiliza os fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, adquiridos dos terminais local e remoto da linha de transmissão, não descartando a possibilidade de utilizar dados de outros terminais da linha caso disponíveis. Desta forma, a fim de se obter os fasores foi utilizado um processo de obtenção dos mesmos, o qual é constituído das etapas de filtragem analógica e digital, cujo filtro é baseado no método dos mínimos quadrados em série com um filtro digital passa-baixas Butterworth.

Neste novo método de localização de faltas, tal como no método desenvolvido em (DI SANTO, 2009), é utilizado um algoritmo de estimativa de cargas. Porém, o algoritmo de estimativa de cargas desenvolvido neste trabalho tem a vantagem de estimar os circuitos aos quais as cargas estão conectadas e realizar a sincronização dos fasores, além de sua função básica de estimar a impedância das cargas.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

A principal motivação para a realização deste trabalho está na dificuldade de localização de faltas em linhas de transmissão na atual configuração do sistema elétrico brasileiro. Estas linhas podem ser constituídas por circuitos simples ou duplos, por trechos transpostos ou não transpostos e com subestações conectadas em derivação, tanto no tronco principal quanto ao longo de outras derivações.

---

Como consequência dessa complexidade, diversos métodos de localização de faltas existentes falham na correta identificação das informações de falta. Isto se torna um forte agravante, uma vez que causa uma elevação no tempo de reparo e, por conseguinte, elevação dos custos operativos, diminuição da confiabilidade do sistema e diminuição da qualidade de energia, além de perda de produção nas indústrias e impactos sociais.

Desta forma, é necessário garantir que todo o sistema funcione adequadamente pelo maior tempo possível, ou seja, é necessário que o sistema seja restabelecido no menor tempo possível no caso da ocorrência de uma falta.

As falhas nos sistemas de transmissão, que podem ser de natureza temporária ou permanente, ocorrem por diversos fatores ambientais e humanos, dentre os quais se podem citar: rompimento de condutores por queda de árvores; descargas atmosféricas diretas ou indiretas; rompimento dielétrico do ar causado por queimadas e por depósito de poluição ou sal sobre os isoladores.

Nas faltas temporárias, que normalmente são geradas por descargas atmosféricas, o sistema elétrico é restaurado automaticamente pelo sistema de religamento. Entretanto, com o objetivo de se realizar estudos de proteção do sistema elétrico bem como obter um histórico de ocorrência de descargas atmosféricas, é de suma importância que os dados da falta sejam obtidos corretamente.

Nas faltas permanentes, que geralmente são causadas por rompimento de condutores, defeitos em isoladores e queda de torres, o sistema elétrico é restaurado manualmente pelos funcionários da empresa. Desta forma, é imprescindível que as informações da falta sejam adequadamente obtidas, permitindo que a equipe de manutenção chegue ao local exato rapidamente.

Portanto, independentemente da natureza da falta, temporária ou permanente, um método de localização de faltas que faz a correta obtenção dos dados da falta: distância, trecho de ocorrência, tipo e resistência, é de extrema importância para que a concessionária aumente a confiabilidade do sistema elétrico bem como a qualidade da energia entregue aos usuários.

### 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com o objetivo de minimizar o tempo de reparo dos sistemas de potência, aumentar sua confiabilidade e reduzir custos, diversos estudos sobre localização de faltas em linhas de transmissão vêm sendo desenvolvidos.

Além disso, a correta localização de faltas permite realizar um levantamento estatístico dos tipos de falta e dos locais das mesmas.

Desta forma, os estudos sobre métodos de localização de faltas têm sido desenvolvidos e aperfeiçoados com o objetivo de aumentar a precisão do cálculo da distância até o ponto de falta, bem como do trecho de ocorrência da mesma, uma vez que os sistemas de potência podem ser constituídos de derivações.

Os métodos de localização de faltas podem ser divididos em dois grandes grupos (KAWADY; STENZEL, 2002):

- Baseados na técnica de ondas trafegantes;
- Baseados na técnica de medição dos fasores em regime permanente.

Como pode ser observado na literatura, a maioria dos métodos de localização de faltas é baseado na técnica de medição dos fasores em regime permanente. Isso se deve ao fato de utilizar os dados registrados dos sinais de tensão e corrente, ao contrário do método baseado na técnica de ondas trafegantes, que necessitam de equipamentos específicos para utilizá-lo.

Os métodos de localização de faltas baseados na medição dos fasores em regime permanente dividem-se em: métodos que utilizam dados apenas do terminal local e que utilizam dados de vários terminais.

A seguir são apresentados alguns exemplos de métodos de localização de faltas desenvolvidos recentemente:

GONG et al. (2012): Método baseado no perfil de tensão de sequência negativa ao longo da linha e aplicável para linhas compostas (linhas aéreas e subterrâneas). Este método está descrito em detalhes no item 1.3.1.

---

JIANG et al. (2012): O método utiliza medições de tensão, adquiridas de Phasor Measurement Units (do inglês, Unidades de Medição de Fasor), onde a corrente injetada no ponto da falta pode ser calculada por meio da variação da tensão e de sua impedância de transferência em qualquer barra.

PEREIRA e ZANETTA (2011): O método localiza faltas em linhas de transmissão constituída por circuito simples e com derivações. Na localização da falta, o método utiliza os fasores de tensão e corrente medidos nos terminais local e remoto da linha, onde, por meio destes, são calculados os fasores de tensão e corrente nos pontos de derivação e, então, é aplicado um método de um terminal para localizar o ponto da falta.

MANASSERO et al. (2010): O método localiza faltas em linhas de transmissão com subestações conectadas em derivação utilizando fasores de tensão e corrente adquiridos de terminais com medições. Este método está descrito em detalhes no item 1.3.2.

FAYBISOVICH e KHOROSHEV (2008): O método utiliza o conteúdo espectral do transiente de tensão de alta frequência medido em dois terminais, tornando desnecessária a sincronização dos sinais;

WANG et al. (2008): Algoritmo imune à influência da capacitância *shunt* e à resistência de falta baseado na precondição que o ângulo de fase da componente de sequência negativa da corrente medida em um dos terminais descreve precisamente o ângulo de fase da componente de sequência negativa da corrente de falta e da tensão de falta;

FULCZYK et al. (2008): Método de localização de falta para linhas com circuito duplo e compensação série que utiliza subrotinas para calcular a distância e a resistência de falta nos segmentos formados entre as barras e o banco de capacitores série. Os resultados obtidos pelas subrotinas são, então, analisados por um algoritmo para determinar a saída válida dentre as saídas das subrotinas;

FENG, D. et al. (2008): Método baseado em ondas viajantes, onde são instalados analisadores que medem o tempo de chegada da onda, os quais são convertidos em

---

tempo nas subestações de referência, onde ocorre então, a fusão com pesos dos tempos convertidos;

FENG, Z. et al. (2008): Método baseado em ondas trafegantes onde, por meio de GPS's (Global Positioning System) instalados em todas as subestações, o tempo de chegada da onda é determinado e, então, os tempos medidos são utilizados para determinar a distância de falta eliminando a necessidade de se determinar a velocidade de propagação da onda;

LIU et al. (2008): aborda a localização de faltas em linhas de transmissão com circuitos duplos ou simples e com derivação. Este método baseia-se na medição dos fasores de tensão e corrente em todos os terminais da linha;

LIAO (2008): utiliza técnicas baseadas na matriz de impedâncias da linha e nas medições de tensão em um ou em dois terminais na localização de faltas em linhas com circuito simples, não sendo necessárias medições de correntes;

LIN et al. (2007): Método baseado em sistemas de redes neurais, utilizando várias configurações de falta para treinar a rede;

LIAO e KEZUNOVIC (2007): Método baseado na teoria da estimativa não-linear para identificar os dados medidos com erro e estimar os referidos dados a fim de melhorar a precisão da localização de falta;

LIANG et al. (2007): método que utiliza o algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO) em conjunto com o Método dos Mínimos Quadrados, combinando a habilidade de convergência ótima global do PSO com a habilidade de convergência rápida e precisa do Método dos Mínimos Quadrados;

BRAHMA e GIRGIS (2004): Método baseado nas variações de tensão causadas pela falta, onde são utilizados no método somente os fasores de tensão medidos em ambos os terminais;

GOPALAKRISHNAN et al. (2000): Algoritmo que utiliza o método das características para determinar as formas de onda da tensão e da corrente e compará-las com as formas de onda medidas;

### 1.3.1 Método desenvolvido em GONG et al. (2012)

O método proposto em (GONG et al., 2012) é baseado no perfil de tensão de sequência negativa ao longo da linha e aplicável para linhas compostas (linhas aéreas e subterrâneas).

Segundo (GONG et al., 2012), a estimativa do local da falta, baseada na rede de sequência negativa, possui a vantagem de não ser afetada pelo acoplamento mútuo de sequência zero e por erros na impedância de sequência zero da linha.

Para a descrição do método, é considerado o circuito mostrado na figura 1.1, onde uma falta é considerada estando no Trecho 2 com distância  $m$  a partir do início deste trecho. A distância de falta,  $m$ , é medida em por unidades do comprimento do trecho onde a falta se encontra.

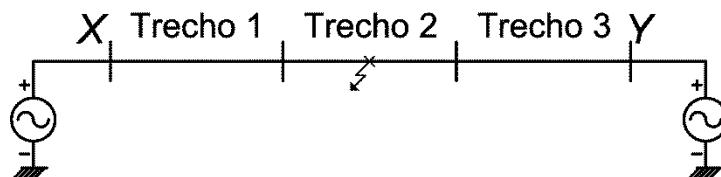


Figura 1.1 – Circuito para descrição do método. (GONG et al., 2012)

A figura 1.2 mostra a rede de sequência negativa do circuito da figura 1.1:

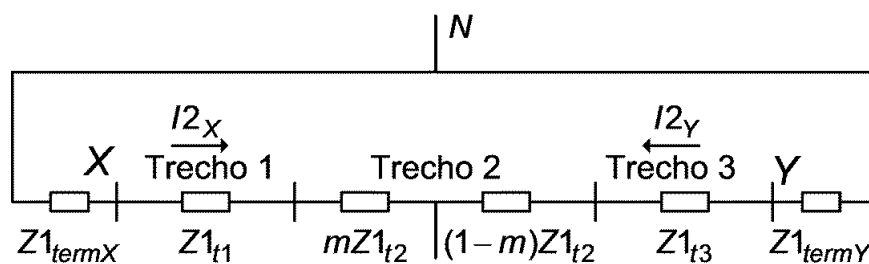


Figura 1.2 – Rede de sequência negativa do circuito da figura 1.1. (GONG et al., 2012)

O algoritmo é constituído por duas etapas, uma que localiza o trecho de ocorrência da falta e outra que, com a informação do trecho de ocorrência, estima a distância da falta.

A primeira etapa consiste em determinar a tensão de sequência negativa em cada junção entre os trechos da linha duas vezes, começando a partir de cada terminal, ou seja, cada uma das junções terá dois valores de tensão calculados.

O ponto de intersecção do perfil das magnitudes das tensões de sequência negativa, calculadas a partir de cada terminal, é a tensão de sequência negativa no local da falta.

Para uma linha de transmissão constituída por  $N$  trechos homogêneos, as tensões de sequência negativa nas junções de um trecho  $k$ , a partir dos terminais  $X$  e  $Y$ , são calculadas pelas seguintes equações:

$$V2_{k\_esq\_X} = V2_{med\_X} - \sum_{i=1}^{k-1} Z1_i I2_{med\_X} \quad (1.1)$$

$$V2_{k\_dir\_X} = V2_{med\_X} - \sum_{i=1}^k Z1_i I2_{med\_X} \quad (1.2)$$

$$V2_{k\_esq\_Y} = V2_{med\_Y} - \sum_{i=k}^N Z1_i I2_{med\_Y} \quad (1.3)$$

$$V2_{k\_dir\_Y} = V2_{med\_Y} - \sum_{i=k+1}^N Z1_i I2_{med\_Y} \quad (1.4)$$

onde:

$V2_{med\_X}$ ,  $I2_{med\_X}$ ,  $V2_{med\_Y}$ ,  $I2_{med\_Y}$  são as tensões e correntes de sequência negativa medidas nos terminais  $X$  e  $Y$ ;

$Z1_i$  é a impedância de sequência positiva do trecho  $i$ , a qual é numericamente igual a impedância de sequência negativa;

$V2_{k\_esq\_X}$  e  $V2_{k\_dir\_X}$  são as tensões de sequência negativa calculadas nas junções esquerda e direita do trecho  $k$  a partir do terminal  $X$ ;

$V_{2_{k\_esq\_Y}}$  e  $V_{2_{k\_dir\_Y}}$  são as tensões de sequência negativa calculadas nas junções esquerda e direita do trecho  $k$  a partir do terminal  $Y$ .

A figura 1.3 a seguir mostra o perfil da magnitude da tensão de sequência negativa, calculadas a partir dos terminais  $X$  e  $Y$  do circuito da figura 1.1:

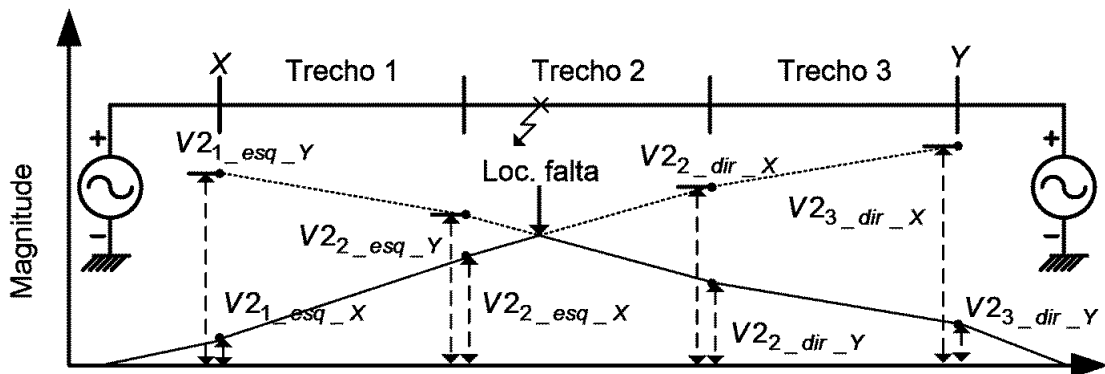


Figura 1.3 – Perfil da magnitude da tensão de sequência negativa para falta no Trecho 2. (GONG et al., 2012)

Segundo (GONG et al., 2012), uma vez que os perfis de tensão de sequência negativa se interceptam no local da falta, as tensões de sequência negativa nas junções do trecho em falta atendem aos seguintes critérios:

$$|V_{2_{k\_esq\_X}}| \leq |V_{2_{k\_esq\_Y}}| \quad (1.5)$$

$$|V_{2_{k\_dir\_Y}}| < |V_{2_{k\_dir\_X}}| \quad (1.6)$$

Identificado o trecho de ocorrência da falta, inicia-se a segunda etapa do algoritmo, onde a distância da falta  $m$  é estimada.

A figura 1.4 a seguir mostra o circuito equivalente do trecho que contém a falta, onde as fontes de tensão de sequência negativa possuem valores iguais às tensões calculadas nas equações eq.(1.1) e eq.(1.4).



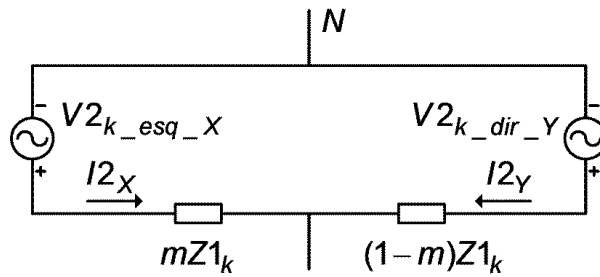


Figura 1.4 – Circuito equivalente de sequência negativa para uma falta no Trecho  $k$

As tensões no ponto da falta, calculadas a partir de ambas as junções, devem ser iguais, desta forma, com base no circuito da figura 1.4:

$$\left| V2_{k\_esq\_X} - mZ1_k I2_X \right| = \left| V2_{k\_dir\_Y} - (1-m)Z1_k I2_Y \right| \quad (1.7)$$

A eq.(1.7) é, então, resolvida em termos da distância de falta,  $m$ .

No caso de faltas trifásicas, é calculada a impedância de sequência positiva para a falta,  $Z_{total}$ , a partir de um dos terminais utilizando a tensão e a corrente de sequência positiva,  $V1$  e  $I1$ , respectivamente. Então, o algoritmo identifica o trecho de ocorrência da falta,  $k$ , por meio da eq.(1.9) e calcula a distância de falta,  $m$ , por meio da eq.(1.10).

$$Z_{total} = \frac{V1}{I1} \quad (1.8)$$

$$\sum_{i=1}^{k-1} Z1_i \leq Z_{total} < \sum_{i=1}^k Z1_i \quad (1.9)$$

$$m = \sum_{i=1}^{k-1} Comprimento_i + \frac{Z_{total} - \sum_{i=1}^{k-1} Z1_i}{Z1_k} Comprimento_k \quad (1.10)$$

Onde  $Comprimento_i$  é o comprimento do trecho  $i$ .

### 1.3.2 Método desenvolvido em MANASSERO et al. (2010)

O método desenvolvido em MANASSERO et al. (2010) localiza faltas em linhas de transmissão, com subestações conectadas em derivação, utilizando fasores de tensão e corrente adquiridos de terminais com medições.

Basicamente, o método esta dividido em quatro etapas:

- 1) Processamento digital de sinais;
- 2) Processamento dos dados pré-falta;
- 3) Processamento pós-falta;
- 4) Determinação do trecho de ocorrência da falta.

Na descrição do método proposto será utilizada a rede mostrada na figura 1.5 a seguir:

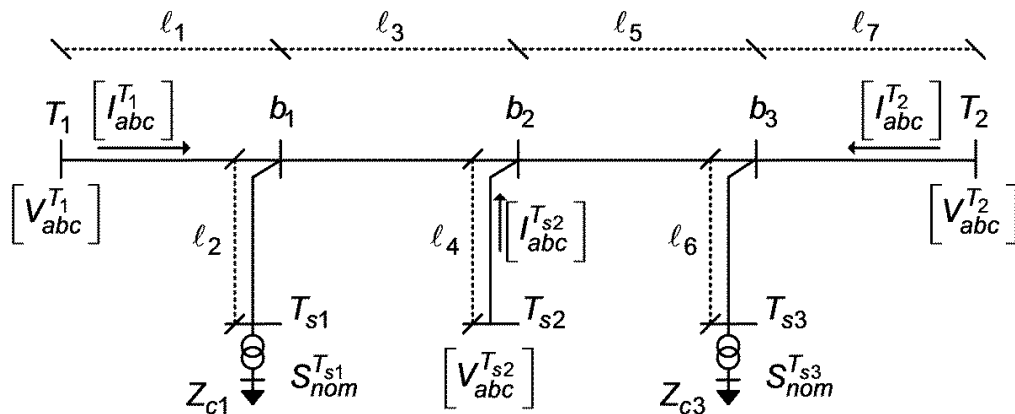


Figura 1.5 – Rede de exemplo para explanação do algoritmo. (MANASSERO et al., 2010)

A rede da figura 1.5 é constituída por trechos de linha de circuito simples e três derivações. A linha principal está contida entre os terminais  $T_1$  e  $T_2$  e as derivações entre a linha principal e os terminais  $T_{s1}$ ,  $T_{s2}$  e  $T_{s3}$ , respectivamente. Os terminais com medições, dessincronizadas, disponíveis são  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_{s2}$ .

#### 1) Etapa de Processamento digital de sinais

A etapa de processamento digital de sinais consiste na filtragem das medições de tensão e corrente pré-falta e pós-falta, adquiridas dos terminais com medição com o

objetivo de remover a influência da componente exponencial e das harmônicas geradas durante uma falta. Realizada a filtragem são calculados os fasores relativos a estas medições.

## 2) Etapa de processamento dos dados pré-falta

O objetivo desta etapa é realizar o sincronismo dos fasores de tensão e corrente entre os terminais,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_{s2}$ , e estimar as impedâncias das cargas nos terminais sem medições,  $T_{s1}$  e  $T_{s3}$ .

O algoritmo proposto toma um dos terminais como referência e calcula a potência, pré-falta, injetada pela rede através dos fasores de tensão e corrente dos terminais com medição,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_{s2}$ .

Em seguida, estima um valor inicial para impedância das cargas, terminais  $T_{s1}$  e  $T_{s3}$ , considerando que os transformadores associados a estas cargas operam proporcionalmente às suas potências nominais. Desta forma:

$$P_c^j = P_{pre} \frac{S_n^j}{\sum_{j=T_{s1}:T_{s3}} S_n^j} \quad (1.11)$$

$$Q_c^j = Q_{pre} \frac{S_n^j}{\sum_{j=T_{s1}:T_{s3}} S_n^j} \quad (1.12)$$

$$Z_c^j = \frac{3(V_n^j)^2}{(P_c^j + jQ_c^j)^*} \quad (1.13)$$

onde:

$T_j$ : Terminais das cargas;

$S_n^j$ : Potência aparente nominal dos transformadores;

$P_C^j$ : Potência ativa no terminal  $j$ ;

$Q_C^j$ : Potência reativa no terminal  $j$ ;

$Z_C^j$ : Estimativa inicial da impedância da carga  $j$ ;

$V_n^j$ : Tensão nominal no terminal  $j$ .

Realizada a estimativa inicial da impedância das cargas é realizada a estimativa das perdas nos trechos da linha de transmissão. Para realizar a estimativa são utilizados os fasores de tensão e corrente do terminal de referência,  $T_1$ , com o qual se calculam os fasores de tensão e corrente no ponto  $b_1$ , possibilitando o cálculo da perda no trecho  $T_1 - b_1$ . No caso de trechos com terminais sem medição,  $T_{s1}$  e  $T_{s3}$ , as perdas e a potência complexa das cargas são calculadas com o auxílio da seguinte equação:

$$-\left[ I_{abc}^R \right] = \left[ Y_{abc}^{eq} \right]_x \times \left[ V_{abc}^R \right] \quad (1.14)$$

onde:

$$\left[ Y_{abc}^{eq} \right]_x = \left\{ \left[ C_{(x)} \right] + \left[ D_{(x)} \right] \times \left[ Y_{abc}^C \right]_L \right\} \times \left\{ \left[ A_{(x)} \right] + \left[ B_{(x)} \right] \times \left[ Y_{abc}^C \right]_L \right\}^{-1} \quad (1.15)$$

onde:

$A_{(x)}$ ,  $B_{(x)}$ ,  $C_{(x)}$  e  $D_{(x)}$  são os parâmetros do quadripolo para o trecho de comprimento  $x$ .

A figura 1.6 mostra o circuito de onde as equações 1.14 e 1.15 foram extraídas:

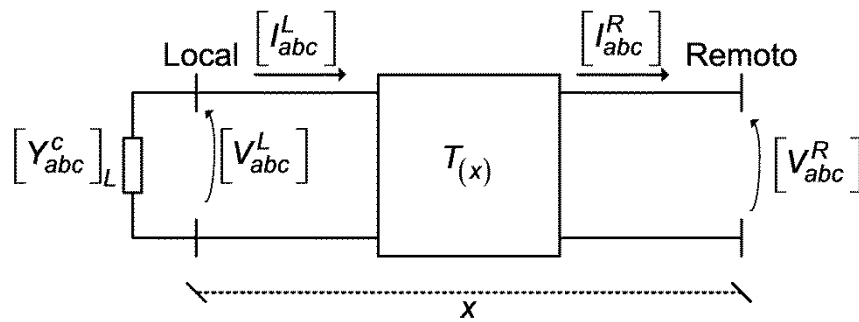


Figura 1.6 – Trecho de linha. (MANASSERO et al, 2010)

Por meio do procedimento descrito anteriormente, é possível se calcular os fasores de tensão e corrente nos terminais  $T_2$  e  $T_{s2}$  e a impedância das cargas a partir dos fasores de tensão e corrente do terminal  $T_1$  e, desta forma, torna-se possível também, a determinação dos ângulos de sincronismo de  $T_2$  e  $T_{s2}$  em relação ao terminal de referência,  $T_1$ .

Obtida a estimativa inicial da impedância das cargas, estas podem diferir das impedâncias reais, sendo necessário corrigi-las e realizar novas iterações, executando-se os procedimentos descritos anteriormente, até que o erro entre os fasores de tensão e corrente, medidos e calculados, nos terminais com medições seja minimizado.

A impedância das cargas é corrigida segundo a eq.(1.16):

$$Y_c^j(k+1) = \operatorname{Re}\{Y_c^j(k)\} \frac{P_{pre}}{P_{calc}} + j \operatorname{Im}\{Y_c^j(k)\} \frac{Q_{pre}}{Q_{calc}} \quad (1.16)$$

### 3) Processamento pós-falta

No processamento pós-falta são calculados dois conjuntos de fasores de tensão e corrente em todos os pontos de conexão das derivações com a linha principal. Sendo um conjunto determinado pelos fasores de tensão e corrente do terminal  $T_1$  e o outro pelo terminal  $T_2$ .

Esta etapa utiliza a eq.(1.14) e a eq.(1.17), a seguir, como base e depende das quantidades obtidas na etapa anterior.

$$\begin{bmatrix} V_{abc}^L \\ I_{abc}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{(x)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{abc}^R \\ I_{abc}^R \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

onde:

$$\begin{bmatrix} T_{(x)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{(x)} \\ C_{(x)} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} B_{(x)} \\ D_{(x)} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

O local de ocorrência da falta, derivação ou linha principal, é, então, determinado por meio das seguintes considerações:

- Ocorrência da falta na derivação: os fasores de tensão pós-falta nos pontos de tape, de ambos os conjuntos, devem ser iguais. Desta forma, o método de localização de faltas considera somente a derivação em questão.
- Ocorrência da falta na linha principal: Neste caso, todos os trechos pertencentes à linha principal são analisados.

Desta forma, MANASSERO et al. (2010) propuseram dois algoritmos:

- a) *Algoritmo de localização de faltas - Tensão e corrente em ambos os terminais do trecho*

Para explicação do algoritmo, o trecho mostrado na figura 1.7, retirado da rede da figura 1.5, é considerado.

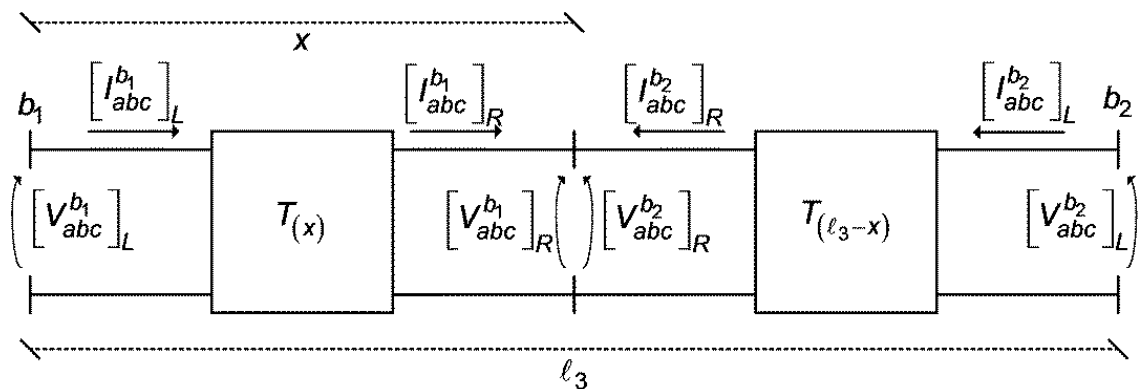


Figura 1.7 – Trecho  $b_1 - b_2$ , da rede da figura 1.5. (MANASSERO et al., 2010)

O trecho em questão possui comprimento  $\ell_3$  e é delimitado pelos pontos  $b_1$  e  $b_2$ . Considerando a ocorrência de uma falta a uma distância  $x$  de  $b_1$ , tem-se que:

A partir de 1.14 e 1.17, calculam-se os fasores de tensão e corrente pós-falta nos pontos  $b_1$  e  $b_2$  por meio dos fasores de tensão e corrente pós-falta dos terminais  $T_1$  e  $T_2$ .

Estimam-se, utilizando os fasores de tensão e corrente pós-falta, calculados nos pontos  $b_1$  e  $b_2$ , e as equações 1.18 e 1.19, os fasores de tensão e corrente pós falta no ponto da falta.

$$\begin{bmatrix} V_{abc}^{b_1} \\ I_{abc}^{b_1} \end{bmatrix}_R = \begin{bmatrix} A_{(x)} & -B_{(x)} \\ -C_{(x)} & D_{(x)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{abc}^{b_1} \\ I_{abc}^{b_1} \end{bmatrix}_L \quad (1.18)$$

$$\begin{bmatrix} V_{abc}^{b_2} \\ I_{abc}^{b_2} \end{bmatrix}_R = \begin{bmatrix} A_{(\ell_3-x)} & -B_{(\ell_3-x)} \\ -C_{(\ell_3-x)} & D_{(\ell_3-x)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{abc}^{b_2} \\ I_{abc}^{b_2} \end{bmatrix}_L \quad (1.19)$$

Então, comparam-se os fasores de tensão e corrente obtidos a partir do ponto  $b_1$  com os obtidos a partir do ponto  $b_2$ . Uma vez que ambos devem ser iguais, varia-se a distância de falta  $x$  até que esta condição seja atingida, obtendo-se, desta forma, a distância da falta. A eq.(1.20) mostra, matematicamente, como é realizada a comparação dos fasores.

$$\begin{aligned} [\Delta V_{abc}^{falta}] &= [A_{(x)}] \times [V_{abc}^{b_1}]_L - [B_{(x)}] \times [I_{abc}^{b_1}]_L \\ &\quad - [A_{(\ell_3-x)}] \times [V_{abc}^{b_2}]_L + [B_{(\ell_3-x)}] \times [I_{abc}^{b_2}]_L \end{aligned} \quad (1.20)$$

b) *Algoritmo de localização de faltas - Tensão e corrente em um terminal do trecho*

Para explicação do algoritmo, o trecho mostrado na figura 1.8, retirado da rede da figura 1.5, é considerado.

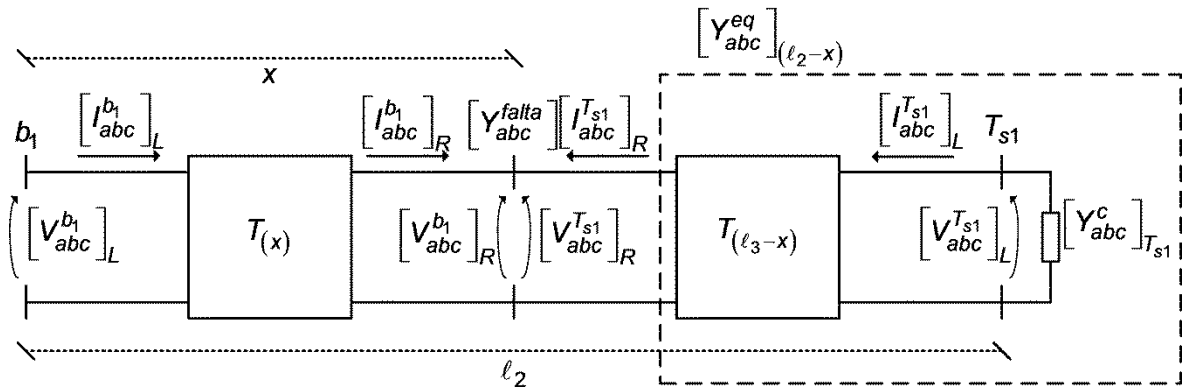


Figura 1.8 – Trecho  $b_1 - b_2$ , da rede da figura 1.5. (MANASSERO et al., 2010)

O trecho em questão possui comprimento  $l_2$  e é delimitado pelos pontos  $b_1$  e pelo terminal  $T_{s1}$ . Considerando a ocorrência de uma falta a uma distância  $x$  de  $b_1$ , tem-se que:

A partir de eq.(1.14) e eq.(1.17), calculam-se os fasores de tensão e corrente pós-falta no ponto  $b_1$  por meio dos fasores de tensão e corrente pós-falta dos terminais  $T_1$  e  $T_2$ .

Estimam-se, utilizando os fasores de tensão e corrente pós-falta, calculados no ponto  $b_1$ , e as equações eq.(1.18) e eq.(1.21), os fasores de tensão e corrente pós-falta no ponto da falta.

$$\begin{bmatrix} I_{abc}^{falta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{abc}^{b_1} \end{bmatrix}_R + \begin{bmatrix} I_{abc}^{T_{s1}} \end{bmatrix}_R = \begin{bmatrix} Y_{abc}^{falta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{abc}^{b_1} \end{bmatrix}_R \quad (1.21)$$

onde:

$$-\begin{bmatrix} I_{abc}^{T_{s1}} \end{bmatrix}_R = \begin{bmatrix} Y_{abc}^{eq} \end{bmatrix}_{(l_2-x)} \times \begin{bmatrix} V_{abc}^{b_1} \end{bmatrix}_R \quad (1.22)$$

Substituindo a eq.(1.21) na eq.(1.22) e na equação resultante a eq.(1.18), tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{abc}^{b_1} \end{bmatrix}_L - \begin{bmatrix} Z_{eq} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{abc}^{b_1} \end{bmatrix}_L = [0] \quad (1.23)$$



$$\begin{aligned}
 [Z_{eq}] = & \left\{ [A_{(x)}] + [B_{(x)}] \times \left( [Y_{abc}^{falta}] + [Y_{abc}^{eq}]_{(\ell_2-x)} \right) \right\} \\
 & \times \left\{ [C_{(x)}] + [D_{(x)}] \times \left( [Y_{abc}^{falta}] + [Y_{abc}^{eq}]_{(\ell_2-x)} \right) \right\}^{-1}
 \end{aligned} \quad (1.24)$$

A matriz de impedâncias equivalente é dependente, como a impedância das cargas já foi determinada na etapa de processamento pré-falta, somente da distância da falta,  $x$ , e dos elementos da matriz de admitância da falta. Desta forma, considerando, por exemplo, uma falta Fase A - terra:

$$Y_{abc}^{falta} = Y_{Fa} \quad (1.25)$$

$$[V_{abc}^{b_1}]_L - [Z_{eq}] \times [I_{abc}^{b_1}]_L = [\Delta V_{abc}^{b_1}]_k \quad (1.26)$$

$$[\Delta V_{abc}^{b_1}]_k = \left\{ \frac{\partial [Z_{eq}]_{(k)}}{\partial x} \Delta x(k) + \frac{\partial [Z_{eq}]_{(k)}}{\partial Y_{Fa}} \Delta Y_{Fa}(k) \right\} \times [I_{abc}^{b_1}]_L \quad (1.27)$$

O ponto da falta é, então, determinado, variando-se a distância da falta e os elementos da matriz de admitâncias da falta até que  $[\Delta V_{abc}^{b_1}]_k$  seja minimizado.

#### 4) Determinação do trecho de ocorrência da falta

O método proposto indica dois possíveis locais para a falta, um para a derivação e outro para a linha principal. Investigando-se os resultados obtidos para a linha principal, o valor obtido pela eq.(1.20) deve ser zero caso a falta se encontre nesta, desta forma, investigando-se os resultados para todos os trechos, apenas um ponto é o possível candidato de conter a falta.

---

## 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está estruturado da seguinte forma:

**Capítulo 1:** Apresenta a introdução e a revisão bibliográfica pertinente à localização de faltas.

**Capítulo 2:** Descreve, em detalhes, os algoritmos de minimização de funções utilizados pelo método de localização de faltas proposto, uma vez que é imprescindível a rápida convergência para o mínimo global de uma função.

**Capítulo 3:** Descreve as etapas iniciais que compõem o método de localização de faltas proposto, as quais são: obtenção dos fasores, montagem da matriz de admitâncias da rede, estimativa dos equivalentes e estimativa das cargas.

**Capítulo 4:** Descreve a etapa do método de localização de faltas proposto relativa à localização da falta em si.

**Capítulo 5:** Mostra a rede que foi simulada para avaliação do método proposto. São apresentados também os resultados das simulações do método, frente à variação de diversos fatores, tais como: distância, tipo e resistência de falta; erros no módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, nos parâmetros da linha de transmissão e nos equivalentes da rede.

**Capítulo 6:** Apresenta as conclusões sobre o método proposto.

---

## 2 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

O método proposto neste trabalho utiliza funções objetivo tanto na localização de faltas como na estimativa da impedância das cargas, do circuito de conexão destas e do ângulo de sincronismo dos fasores. Ao serem minimizadas, as funções objetivo retornam um erro associado à minimização e os valores das variáveis que geraram este erro. O erro de minimização é, então, comparado aos erros associados a outros casos, para que, desta forma, os valores mais adequados para a solução do problema sejam determinados.

Para realizar a minimização de funções objetivo, diversos algoritmos de otimização foram desenvolvidos, como por exemplo, Algoritmos Genéticos (MENG et al., 1999), *Simulated Annealing* (ABDULAL, 2011), Evolução Diferencial (QING, 2006), *Pattern Search* (Hooke e Jeeves, 1961) etc.

Neste trabalho foram utilizados os algoritmos Evolução Diferencial e *Pattern Search*, onde o algoritmo Evolução Diferencial e *Pattern Search* foram utilizados de forma híbrida no algoritmo de estimativa da impedância das cargas, do circuito de conexão destas e do ângulo de sincronismo dos fasores. No algoritmo de localização de faltas foi utilizado somente o algoritmo *Pattern Search*.

O primeiro caso citado no parágrafo anterior, utilização dos algoritmos Evolução Diferencial e *Pattern Search* de forma híbrida, foi necessário devido ao comportamento do algoritmo de estimativa da impedância das cargas, do circuito de conexão destas e do ângulo de sincronismo dos fasores. O comportamento do algoritmo mencionado deve-se ao número de variáveis e o impacto que estas causam no erro de minimização, aumentando a probabilidade de se atingir um mínimo local.

Os algoritmos Evolução Diferencial e *Pattern Search* estão apresentados nos itens 2.1 e 2.2, respectivamente.

## 2.1 ALGORITMO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

O algoritmo evolução diferencial, proposto por (PRICE e STORN, 1995), é um algoritmo de otimização estocástico, uma vez que um novo vetor de pontos, os quais são as variáveis do problema, é obtido através de um processo que utiliza a diferença entre dois ou mais vetores que tiverem seus pontos escolhidos aleatoriamente.

O algoritmo evolução diferencial, como algoritmos genéticos, é um método baseado em populações, onde cada indivíduo é relacionado com outros indivíduos, ou até mesmo consigo mesmo, por meio dos processos de cruzamento, mutação e seleção, com o objetivo de se obter indivíduos mais evoluídos.

A seguir, no item 2.1.1, é apresentado em detalhes o algoritmo em sua forma clássica, como proposto em (PRICE e STORN, 1995). Uma forma modificada por (QING, 2006), onde esta forma modificada foi denominada pelo autor de Evolução Diferencial Dinâmica é apresentada no item 2.1.2.

### 2.1.1 Algoritmo Evolução Diferencial Clássica

A Evolução Diferencial Clássica envolve dois estágios (QING, 2006): Inicialização e evolução.

Na inicialização é gerada uma população aleatoriamente e, então, esta população passa pelos estágios de mutação diferencial, cruzamento e seleção, gerando, desta forma, uma nova população. Este processo é repetido até que as condições de parada sejam satisfeitas.

A figura 2.1 a seguir apresenta o fluxograma de funcionamento do algoritmo:

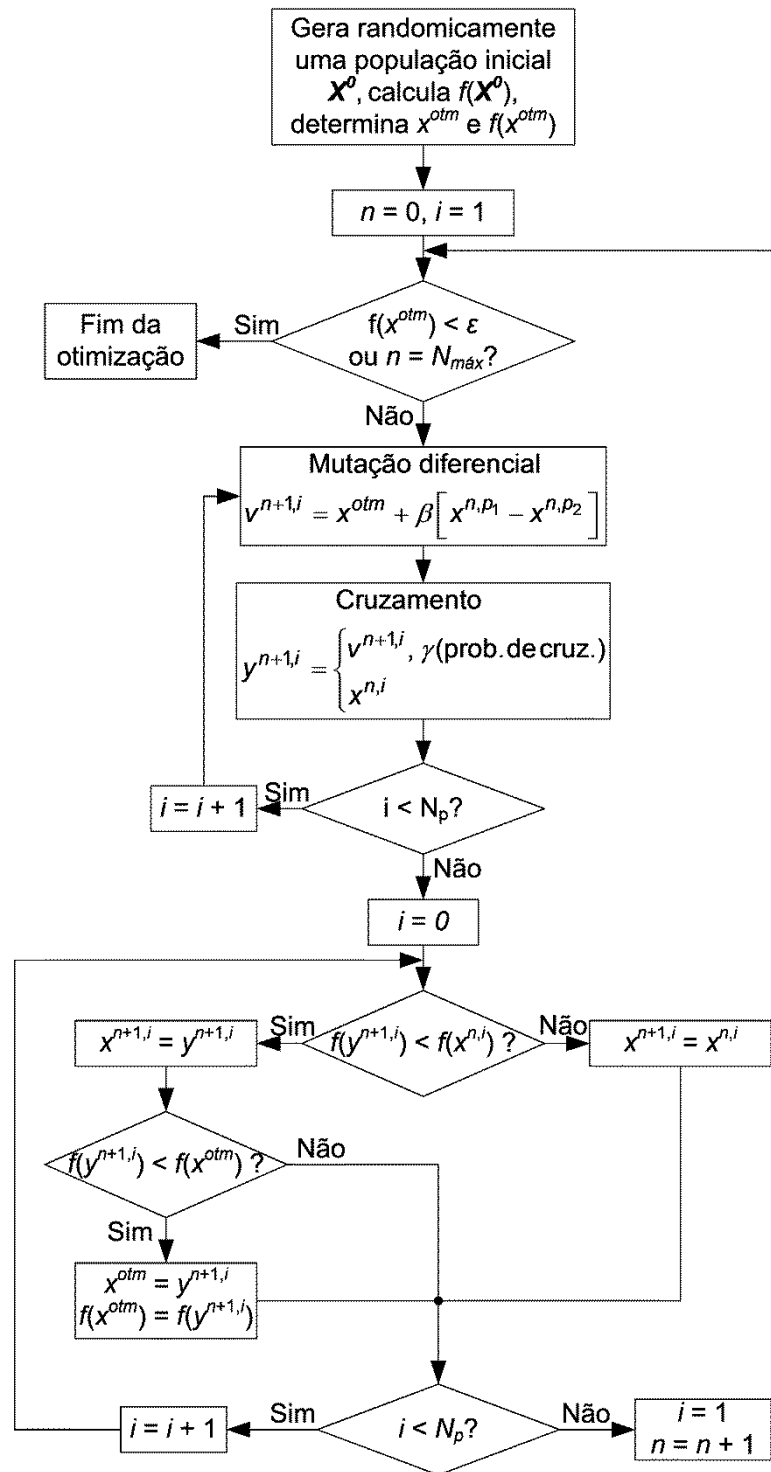


Figura 2.1 – Algoritmo Evolução Diferencial Clássica

onde:

$X^0$  é a população inicial, onde as populações são constituídas de  $N_p$  indivíduos;

$x^{n,i}$  é um indivíduo, onde os indivíduos são vetores cujos componentes são as variáveis a serem otimizadas;

$x^{otm}$  é o indivíduo que gerou o menor erro de minimização da função objetivo dentre todos os indivíduos de uma população de uma determinada geração;

$N_{máx}$  é uma constante contendo o número máximo de gerações;

$\varepsilon$  é uma constante contendo o valor mínimo que se deseja alcançar para o erro de minimização da função objetivo;

$v^{n+1,i}$  é o indivíduo criado pelo processo de mutação diferencial;

$y^{n+1,i}$  é o indivíduo criado pelo processo de cruzamento;

$f(x^{n,i})$  é a função objetivo que se deseja minimizar;

$\beta$  é o coeficiente de combinação, uma variável aleatória que assume valores entre  $[0,1]$ ;

$\gamma$  é a probabilidade de cruzamento, uma variável aleatória que assume valores entre  $[0,1]$ ;

$p_1$  e  $p_2$  são variáveis aleatórias com intervalo entre 1 e o número de indivíduos,  $N_p$ . Os valores de  $p_1$  e  $p_2$  tem de ser diferentes entre si e diferente de  $i$ .

### 2.1.2 Algoritmo Evolução Diferencial Dinâmica

Segundo (QING, 2006), no algoritmo Evolução Diferencial Clássica ocorre um problema, onde um indivíduo criado em uma determinada geração, que porventura gerou um erro de minimização menor que um indivíduo desta geração atual, somente irá participar na criação de novos indivíduos na geração seguinte. Isto,

---

segundo (QING, 2006), acarreta em uma convergência mais lenta, uma vez que o algoritmo não acompanha a evolução da população de imediato.

Com o objetivo de solucionar este problema, (QING, 2006) sugeriu uma modificação no algoritmo, denominando-o de Evolução Diferencial Dinâmica. A modificação consiste em utilizar um novo indivíduo, que gerou um erro de minimização menor que algum indivíduo da população, para substituí-lo e, então, participar da criação de novos indivíduos ainda na geração atual. Segundo os resultados obtidos por (QING, 2006) esta modificação resultou em uma convergência mais rápida do algoritmo em comparação ao algoritmo Evolução Diferencial Clássica.

A seguir, na figura 2.2, é mostrado o fluxograma de funcionamento do algoritmo Evolução Diferencial Dinâmica:

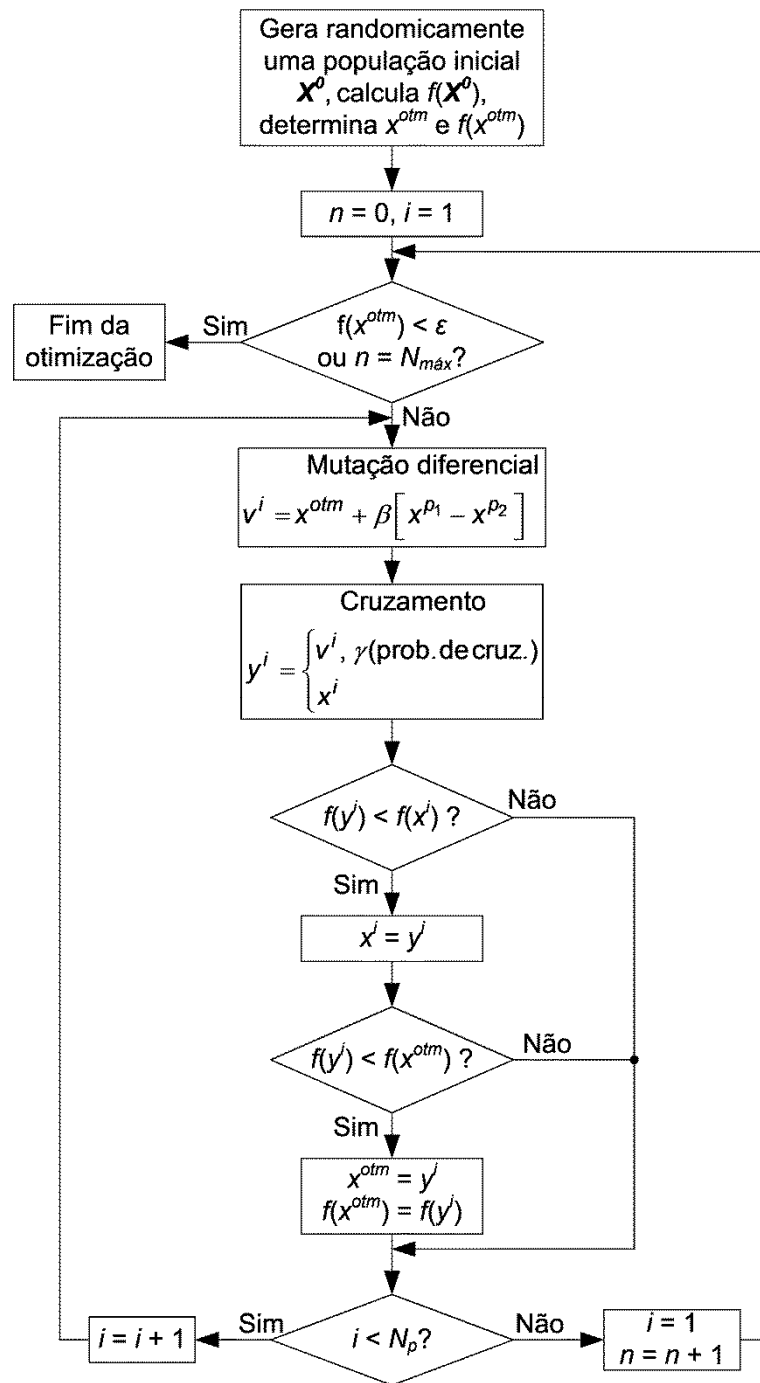


Figura 2.2 – Algoritmo Evolução Diferencial Dinâmica

Observando a figura 2.2, nota-se que os indivíduos são modificados dentro de uma mesma geração (nota-se a ausência da variável  $n$ ), ou seja, a população passou a evoluir dentro desta geração.



## 2.2 ALGORITMO *PATTERN SEARCH*

O algoritmo *Pattern Search* (Hooke e Jeeves, 1961) realiza a busca pelo ponto, cujo valor mínimo da função objetivo se encontra, gerando pontos ao redor deste por meio de vetores de direção (padrões), os quais são multiplicados por uma variável (tamanho da malha) que realiza a expansão ou a contração destes pontos.

A quantidade de vetores, ou padrões, é definida de acordo com o número de variáveis a otimizar, sendo que a quantidade de vetores comumente utilizada na literatura possui um número máximo igual ao dobro de variáveis e um mínimo igual ao número de variáveis mais um.

Os novos pontos gerados ao redor de um ponto atual, que produziu um valor menor para a função objetivo em uma etapa anterior, são avaliados através da execução da função objetivo tendo cada um como entrada. O ponto que retornar o menor valor para a função objetivo é, então, selecionado e novos pontos são gerados ao redor deste para uma nova pesquisa.

A avaliação dos pontos pode ser realizada de duas maneiras, onde a primeira consiste em avaliar todos os novos pontos para então selecionar o que gerou o menor valor para a função objetivo, em comparação ao ponto atual, e, então, inicia-se uma nova iteração. A segunda maneira consiste em parar a avaliação quando um novo ponto produz um valor para a função objetivo menor que o valor produzido pelo ponto atual e, então, inicia-se uma nova iteração. Caso, tanto em uma maneira como na outra, não for encontrado um ponto cujo valor gerado para a função objetivo não seja menor que o valor do ponto atual, este ponto atual é utilizado na próxima iteração.

A decisão de expansão ou contração da malha, em uma determinada iteração, é feita considerando-se o sucesso em encontrar um novo ponto que produza um valor para função objetivo menor que o do ponto atual. Desta forma, caso se tenha sucesso em encontrar este novo ponto a malha é expandida, ou seja, a variável tamanho da malha é multiplicada por um valor maior que um (geralmente se utiliza o fator multiplicativo igual a dois), caso contrário o tamanho da malha é reduzido

multiplicando-se a variável tamanho da malha por um número menor que um e maior que zero (geralmente utiliza-se o fator multiplicativo igual a meio).

O critério de parada do algoritmo, constitui-se do valor mínimo que se espera que a variável tamanho da malha atinja e do valor mínimo que se deseja obter para a função objetivo.

A figura 2.3 mostra o fluxograma de funcionamento do algoritmo para o caso de se um ponto com valor gerado para a função objetivo for menor que o valor gerado pelo ponto atual então uma nova iteração é iniciada (este é o esquema utilizado na minimização das funções objetivo deste trabalho):

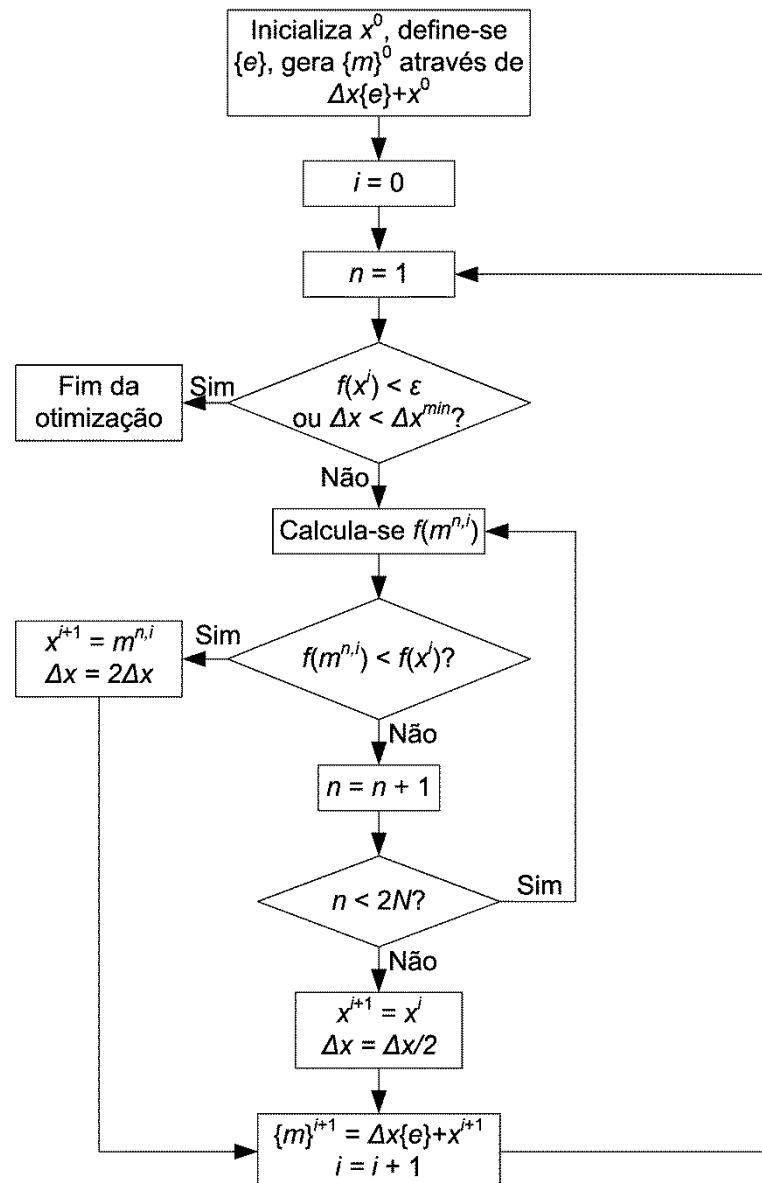


Figura 2.3 – Algoritmo *Pattern Search*

---

onde:

$x^i$  é o vetor de variáveis a otimizar;

$\{e\}$  é o conjunto de vetores de direção (padrões);

$\{m\}^i$  é o conjunto de vetores gerados em torno de um vetor, ou malha;

$\Delta x$  é a variável tamanho da malha;

$f(x^i)$  é a função objetivo cujo valor deve ser minimizado;

$\varepsilon$  é uma constante contendo o valor mínimo que se deseja alcançar para o erro de minimização da função objetivo.

### 3 MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO DE FALTAS PROPOSTO – PROCESSAMENTO PRÉ - LOCALIZAÇÃO

O método de localização de faltas proposto neste trabalho é capaz de obter corretamente as informações da falta (distância, trecho de ocorrência, tipo e resistência) em linhas de transmissão constituídas por circuito duplo, trechos não transpostos e derivações, além de terminais com medições dessincronizadas, sendo mais abrangente em comparação ao método desenvolvido em (DI SANTO, 2009), o qual trata somente de faltas em linhas de transmissão constituídas por circuito simples, trechos continuamente transpostos, subestações conectadas em derivação e terminais com medições sincronizadas.

A figura 3.1 a seguir, mostra um exemplo de rede a ser analisada pelo referido método.

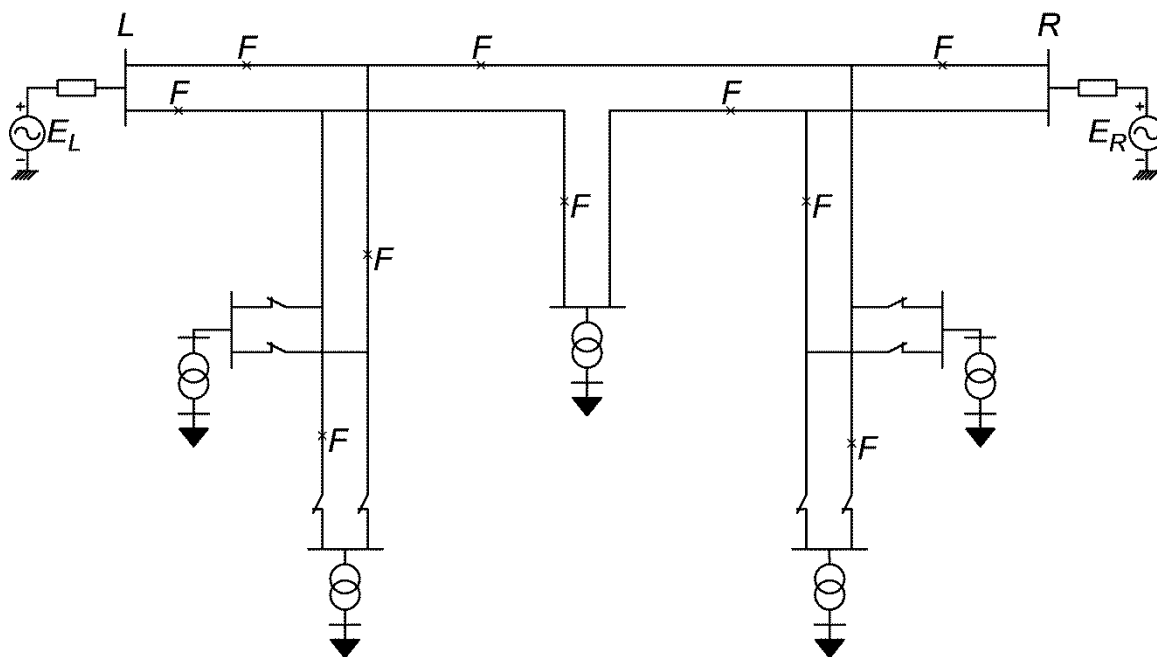


Figura 3.1 – Exemplo de rede analisada pelo método de localização de faltas proposto, onde  $L$ ,  $R$  e  $F$  representam respectivamente o terminal local, o terminal remoto e os pontos de falta.

O método utiliza os fasores de tensão e corrente medidos nos terminais local e remoto, podendo utilizar também medições nos terminais das cargas caso

disponíveis. Nos terminais onde não é possível obter as medições de tensão e corrente faz-se necessária a estimativa das cargas.

O método de localização de faltas está estruturado da seguinte forma:

**1) Obtenção dos fasores de tensão e corrente nos terminais onde há medições.**

Nesta etapa é realizada a filtragem digital das medições de tensão e corrente obtidas dos terminais, através de um filtro baseado no método dos mínimos quadrados (MMQ) em série com um filtro digital passa-baixa de Butterworth. O objetivo do tratamento das medições é obter os fasores de tensão e corrente dos terminais da rede. O referido algoritmo está descrito no item 3.1.

**2) Montagem da matriz de admitâncias da rede.**

Como a rede pode ser constituída por linhas de transmissão com circuito duplo, é necessário utilizar um algoritmo que realize a montagem da matriz de admitâncias da rede. Em vista disto, neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo de montagem da matriz de admitâncias da rede baseado no método dos elementos finitos (ZIENKIEWICZ e MORGAN, 2006) e no procedimento apresentado em (STEVENSON, 1982). O referido algoritmo está detalhado no item 3.2.

**3) Estimativa dos equivalentes, da impedância das cargas, dos circuitos aos quais as cargas estão conectadas e do ângulo de sincronismo dos fasores.**

O método proposto necessita de um algoritmo de estimativa dos equivalentes, da impedância das cargas, nos terminais onde não há medições, dos circuitos aos quais as cargas estão conectadas, no caso de linhas com circuito duplo, e do ângulo de sincronismo dos fasores. A necessidade de se estimar a carga em determinados terminais deve-se ao fato de não se ter acesso às medições das tensões e correntes nestes terminais. Tais algoritmos estão apresentados no item 3.2.

#### 4) Localização da falta

Nesta etapa, com o objetivo de localizar a falta, o novo método de localização de faltas determina o tipo de falta, caso esta informação não esteja disponível e analisa a rede por trechos e sub-trechos, no caso de linhas com circuito duplo onde não se sabe em qual circuito a falta ocorreu. Para tanto, o método utiliza os parâmetros da rede em componentes de fase e considera dentro da matriz de admitâncias da rede os estados das chaves seccionadoras dos circuitos de conexão das cargas como variáveis da função objetivo. Esta etapa está descrita em detalhes no capítulo 4.

A figura 3.2 mostra as etapas do método de localização de faltas em forma de diagrama de blocos:

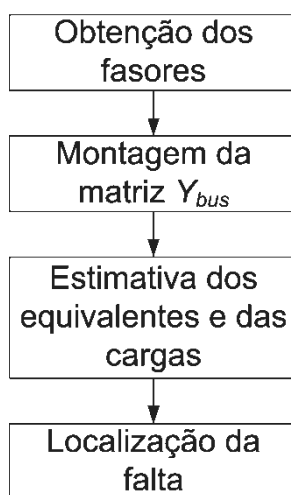


Figura 3.2 – Etapas do método de localização de faltas.

### 3.1 OBTENÇÃO DOS FASORES DE TENSÃO E CORRENTE NOS TERMINAIS COM MEDIÇÕES.

Uma característica do método de localização de faltas proposto neste trabalho é a utilização dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, obtidos dos terminais onde há medições, na estimativa dos equivalentes, das cargas, dos circuitos aos quais as cargas estão conectadas, na sincronização das medições e na localização das faltas.

Para obter os fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, é necessário dispor de um algoritmo que filtre os sinais amostrados a fim de possibilitar a extração da componente fundamental destes.

Existem inúmeros métodos que realizam a filtragem de sinais amostrados, dentre os quais se podem citar: o método da transformada discreta de Fourier (TDF) e o método dos mínimos quadrados (MMQ).

Neste trabalho foi utilizado, na obtenção dos fasores de tensão e corrente, o método dos mínimos quadrados (MMQ), o qual está detalhado em (DI SANTO, 2009) e resumido a seguir.

O método dos mínimos quadrados (MMQ) consiste em representar um sinal através de funções pré-definidas. Esta característica se torna útil na obtenção da componente fundamental dos sinais, pois na ocorrência de uma falta, os sinais de tensão e corrente apresentam no período transitório, além da componente fundamental, componentes harmônicas e uma componente contínua, mais especificamente uma componente exponencial, sendo, desta forma, fontes de erro na obtenção dos fasores.

Desta forma, a seguinte função foi utilizada:

$$f(t) = Ce^{-\alpha t} + c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t + \dots + c_{2n-1} \cos n\omega t + c_{2n} \sin n\omega t \quad (3.1)$$

onde:

$C$ : constante multiplicativa da função exponencial;

$\alpha$ : constante de decaimento da função exponencial;

$c_{2n-1}$ : constante multiplicativa da função cosseno;

$c_{2n}$ : constante multiplicativa da função seno.

Porém, como o MMQ consegue determinar somente coeficientes que multiplicam uma função, a função exponencial é expandida em série de Taylor, resultando na seguinte função:

$$f(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \text{sen} \omega t + \dots + c_{2n-1} \cos n\omega t + c_{2n} \text{sen} n\omega t + c_{2n+1} + c_{2n+2} t \quad (3.2)$$

O número de coeficientes da função aproximadora, e, portanto, o número de harmônicas, é limitado por uma janela de dados de  $N$  amostras por ciclo de 60 Hz. Desta forma, a variável  $n$  terá a seguinte relação com o número de amostras de uma janela de dados,  $N$ :

$$n = \frac{N}{2} - 1 \quad (3.3)$$

Substituindo a eq.(3.3) na eq.(3.2), tem-se:

$$\begin{aligned} f(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \text{sen} \omega t + \dots + c_{N-3} \cos \left( \frac{N}{2} - 1 \right) \omega t \\ + c_{N-2} \text{sen} \left( \frac{N}{2} - 1 \right) \omega t + c_{N-1} + c_N t \end{aligned} \quad (3.4)$$

Definindo:

$$f_1(t_{k-i}) = \cos \omega t_{k-i}, f_2(t_{k-i}) = \text{sen} \omega t_{k-i}, \dots, f_{N-1}(t_{k-i}) = 1, f_N(t_{k-i}) = t_{k-i} \quad (3.5)$$

onde  $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ .

Os coeficientes da função aproximadora são calculados pela seguinte equação:

$$C = (F^T F)^{-1} F^T D \quad (3.6)$$

onde:

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad (3.7)$$



$$F = \begin{pmatrix} f_1(t_k) & f_2(t_k) & \cdots & f_N(t_k) \\ f_1(t_{k-1}) & f_2(t_{k-1}) & \cdots & f_N(t_{k-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(t_{k-N+1}) & f_2(t_{k-N+1}) & \cdots & f_N(t_{k-N+1}) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$D = \begin{pmatrix} f(t_k) \\ f(t_{k-1}) \\ \vdots \\ f(t_{k-N+1}) \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Observando-se a eq.(3.6), nota-se que o termo que multiplica  $D$  é a função de transferência do filtro MMQ. Desta forma:

$$G = (F^T F)^{-1} F^T = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1N} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N1} & g_{N2} & \cdots & g_{NN} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Como o interesse é extrair a componente fundamental dos sinais de tensão e corrente, somente serão utilizados os coeficientes  $c_1$  e  $c_2$ . Então, as seguintes equações podem ser escritas com base na eq.(3.6):

$$c_1 = g_{11}f(t_k) + g_{12}f(t_{k-1}) + \dots + g_{1N}f(t_{k-N+1}) \quad (3.11)$$

$$c_2 = g_{21}f(t_k) + g_{22}f(t_{k-1}) + \dots + g_{2N}f(t_{k-N+1}) \quad (3.12)$$

Como o coeficiente  $c_1$  multiplica  $\cos \omega t$  na eq.(3.4), define-se a eq.(3.13) como sendo um filtro cosseno, analogamente, como o coeficiente  $c_2$  multiplica  $\sin \omega t$  na eq.(3.4), define-se a eq.(3.14) como sendo um filtro seno.

$$Y_c(z) = g_{11} + g_{12}z^{-1} + \dots + g_{1N}z^{-N+1} \quad (3.13)$$

$$Y_s(z) = g_{21} + g_{22}z^{-1} + \dots + g_{2N}z^{-N+1} \quad (3.14)$$

Desta forma, para um dado instante  $k$ , o módulo e a fase da componente fundamental do sinal amostrado são calculados pelas equações:

$$M_k = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} \quad (3.11)$$

$$\Phi_k = \tan^{-1} \frac{c_2}{c_1} \quad (3.12)$$

Um inconveniente do filtro digital baseado no método dos mínimos quadrados, é que ele apresenta um alto ganho para harmônicas que possuem a metade da frequência de amostragem. A figura 3.3 mostra a resposta em frequência para os filtros cosseno e seno para  $N$  igual a 16 amostras por ciclo de 60 Hz.

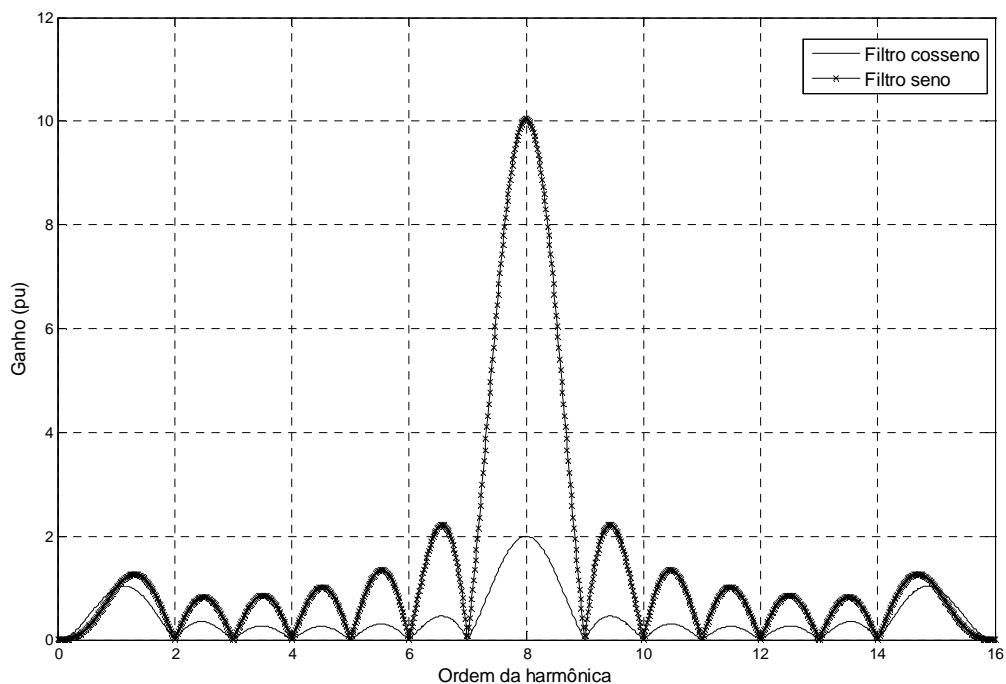


Figura 3.3 – Resposta em frequência do filtro MMQ para  $N = 16$  (DI SANTO, 2009)

Para resolver o problema causado por um alto ganho na metade da frequência de amostragem é utilizado um filtro digital de Butterworth em série com o filtro MMQ.

Os fasores são, então, determinados através da média aritmética dos valores dos coeficientes calculados para cada ponto de amostragem, onde os valores dos coeficientes para o cálculo dos fasores pré-falta e pós-falta são escolhidos a partir do instante de ocorrência da falta, ou seja, os fasores pré-falta são calculados com os valores anteriores ao instante de falta e os pós-falta posteriores ao instante de falta.

### 3.2 ALGORITMO DE MONTAGEM DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS DA REDE

O método de localização de faltas, objeto deste trabalho, deve ser capaz de localizar faltas em redes contendo linhas de transmissão com subestações conectadas em derivação com trechos não transpostos e constituídas por circuitos duplos.

Portanto, tendo em vista a complexidade das redes a serem analisadas pelo referido método, neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo de montagem da matriz de admitâncias da rede baseado no método dos elementos finitos (ZIENKIEWICZ e MORGAN, 2006) e no procedimento apresentado em (STEVENSON, 1982). Ressalta-se, que o algoritmo de montagem da matriz de admitâncias desenvolvido não tem intenção de substituir o processo de montagem usualmente utilizado na literatura, sendo sua principal contribuição a de facilitar os passos de montagem utilizando a abordagem dos elementos finitos. O algoritmo proposto é descrito em detalhes a seguir:

- 1) Considerar cada trecho da linha de transmissão como um elemento;
- 2) Para cada elemento atribuir sua função de forma, neste caso a função de forma é representada pela matriz de impedâncias série e pela matriz de capacitâncias;
- 3) Enumerar os nós dos elementos para possibilitar a montagem da matriz global;
- 4) Montar a matriz de rigidez, que é a matriz de admitância dos quadripolos, para cada elemento;

- 5) Montar o sistema matricial local, ou seja, para cada elemento montar o sistema matricial utilizando a matriz de rigidez; o vetor com as condições de contorno naturais (condições de contorno de Neumman), que são as correntes nos nós do elemento; e o vetor de tensões nos nós do elemento;
- 6) Realizar a montagem do sistema matricial global (“assemblagem”), observando a numeração dos nós;
- 7) Impor as condições de contorno de Neumman e Dirichlet do domínio;
- 8) O resultado final é um sistema matricial da forma  $[I] = [Y_{bus}][V]$ , onde  $[I]$  são as correntes injetadas nas barras,  $[Y_{bus}]$  a matriz de admitâncias da rede e  $[V]$  as tensões nas barras.

A figura 3.4 mostra o procedimento descrito anteriormente por meio de um diagrama de blocos:

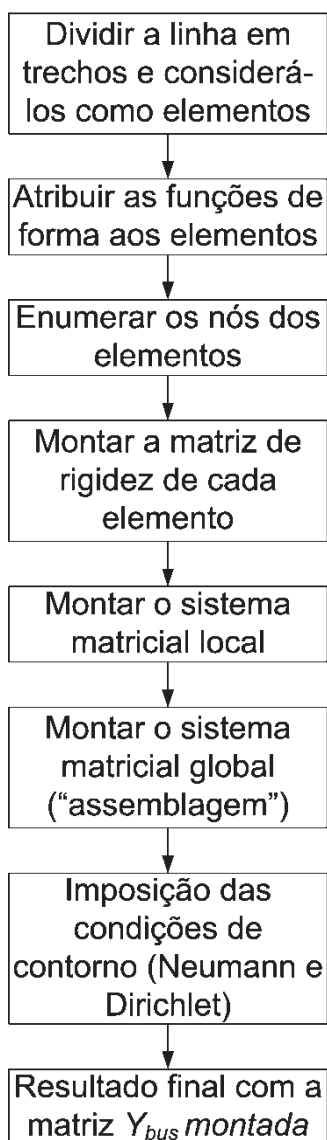


Figura 3.4 – Diagrama de blocos do algoritmo de montagem da matriz de admitâncias da rede.

A seguir é mostrado um exemplo de aplicação do referido algoritmo.

Considere o circuito da figura 3.5, onde o mesmo é constituído por dois trechos de uma linha bifásica, a fim de simplificar a demonstração do procedimento de montagem da matriz de admitâncias:

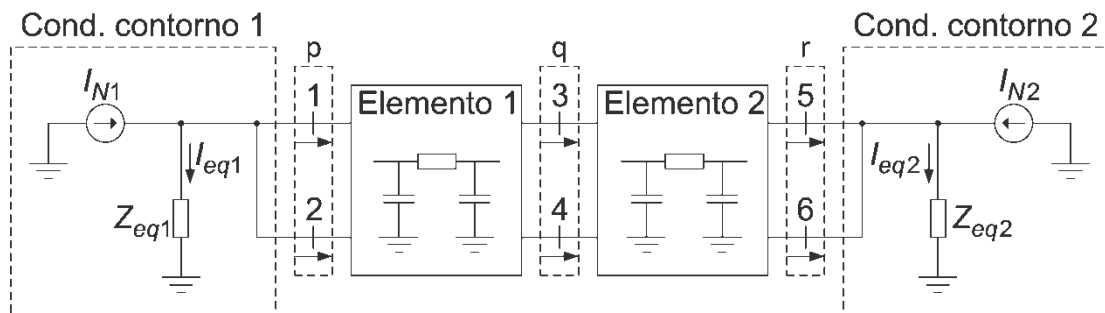


Figura 3.5 – Circuito de exemplo para aplicação do algoritmo de montagem da matriz de admitâncias.

Seguindo os passos apresentados anteriormente:

### Passo 1: Divisão da linha em elementos.

Como pode ser observado na figura 3.5, os elementos 1 e 2 e as condições de contorno foram destacadas.

### Passo 2: Definição das funções de forma dos elementos

Para o elemento 1, considerando o modelo PI, tem-se as matrizes de impedâncias série e as matrizes de capacitâncias do lado esquerdo (índice “e”) e direito (índice “d”), que são as “funções de forma” deste elemento:

$$Z^{(1)} = \begin{bmatrix} Z_{13}^{(1)} & Z_{13-24}^{(1)} \\ Z_{13-24}^{(1)} & Z_{24}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$Y^{(1e)} = \begin{bmatrix} Y_1^{(1)} & -Y_{12}^{(1)} \\ -Y_{12}^{(1)} & Y_2^{(1)} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$Y^{(1d)} = \begin{bmatrix} Y_3^{(1)} & -Y_{34}^{(1)} \\ -Y_{34}^{(1)} & Y_4^{(1)} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

E, da mesma forma como para o elemento 1, tem-se para o elemento 2:

$$Z^{(2)} = \begin{bmatrix} Z_{35}^{(2)} & Z_{35-46}^{(2)} \\ Z_{35-46}^{(2)} & Z_{46}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$Y^{(2e)} = \begin{bmatrix} Y_3^{(2)} & -Y_{34}^{(2)} \\ -Y_{34}^{(2)} & Y_4^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$Y^{(2d)} = \begin{bmatrix} Y_5^{(2)} & -Y_{56}^{(2)} \\ -Y_{56}^{(2)} & Y_6^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

### Passo 3: Enumeração dos nós dos elementos.

Os nós dos elementos foram enumerados de 1 a 6, conforme mostra a figura 3.5. A enumeração adequada dos nós é importante para a montagem do sistema matricial global.

Conforme ainda a figura 3.5, os nós de 1 a 2, de 3 a 4 e de 5 a 6 foram agrupados e estes grupos receberam os nomes “p”, “q” e “r” respectivamente. Este agrupamento de nós foi feito para facilitar os cálculos através do uso de submatrizes, sua utilização ficará mais clara nos passos a seguir.

### Passo 4: Montagem da matriz de rigidez dos elementos.

Para o elemento 1, utilizando as funções de forma deste elemento:

$$[Rig]^{(1)} = \begin{matrix} & p & & q \\ \begin{matrix} p \\ q \end{matrix} & \begin{bmatrix} [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1e)}] & -[Z^{(1)}]^{-1} \\ -[Z^{(1)}]^{-1} & [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1d)}] \end{bmatrix} & & \end{matrix} \quad (3.19)$$

onde:

$$[Z^{(1)}]^{-1} = \frac{1}{\det[Z^{(1)}]} \begin{bmatrix} Z_{24}^{(1)} & -Z_{13-24}^{(1)} \\ -Z_{13-24}^{(1)} & Z_{13}^{(1)} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

E, para o elemento 2:

$$[Rig]^{(2)} = \begin{matrix} & q & r \\ \begin{matrix} q \\ r \end{matrix} & \begin{bmatrix} [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2e)}] & -[Z^{(2)}]^{-1} \\ -[Z^{(2)}]^{-1} & [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2d)}] \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.21)$$

onde:

$$[Z^{(2)}]^{-1} = \frac{1}{\det[Z^{(2)}]} \begin{bmatrix} Z_{46}^{(2)} & -Z_{35-46}^{(2)} \\ -Z_{35-46}^{(2)} & Z_{35}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

### Passo 5: Montagem do sistema matricial local.

Para o elemento 1, tem-se:

$$\begin{bmatrix} [I_p] \\ -[I_q] \end{bmatrix} = [Rig]^{(1)} \begin{bmatrix} [V_p] \\ [V_q] \end{bmatrix} = \begin{matrix} p & q \\ \begin{matrix} p \\ q \end{matrix} & \begin{bmatrix} [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1e)}] & -[Z^{(1)}]^{-1} \\ -[Z^{(1)}]^{-1} & [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1d)}] \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} [V_p] \\ [V_q] \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

onde:

$[I_p]$  é o vetor de correntes entrando no elemento 1;

$[I_q]$  é o vetor de correntes saindo do elemento 1 e entrando no elemento 2;

$[V_p]$  é o vetor de tensões na entrada do elemento 1;

$[V_q]$  é o vetor de tensões na saída do elemento 1 e na entrada do elemento 2.

Para o elemento 2, tem-se:



$$\begin{bmatrix} [I_q] \\ -[I_r] \end{bmatrix} = [Rig]^{(2)} \begin{bmatrix} [V_q] \\ [V_r] \end{bmatrix} = \begin{matrix} q & r \\ \begin{bmatrix} [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2e)}] & -[Z^{(2)}]^{-1} \\ -[Z^{(2)}]^{-1} & [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2d)}] \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} [V_q] \\ [V_r] \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

onde:

$[I_q]$  é o vetor de correntes saindo do elemento 1 e entrando no elemento 2;

$[I_r]$  é o vetor de correntes saindo do elemento 2;

$[V_q]$  é o vetor de tensões na saída do elemento 1 e na entrada do elemento 2;

$[V_r]$  é o vetor de tensões na saída do elemento 2.

### Passo 6: Montagem do sistema matricial global.

Este passo compreende em montar um sistema matricial global através dos sistemas matriciais locais obtidos para cada um dos elementos. Na montagem do sistema matricial global é de grande importância observar a numeração dos nós ou dos grupos de nós, pois é através destes que será possível a identificação da posição dos sistemas matriciais locais no sistema matricial global.

Considerando os sistemas matriciais locais eq.(3.23) e eq.(3.24), pertencentes, respectivamente, aos elementos 1 e 2, nota-se que ambos compartilham o grupo “q” de nós e, portanto, o sistema matricial global se torna:

$$\begin{matrix} p \\ q \\ r \end{matrix} \begin{bmatrix} [I_p] \\ -[I_q] + [I_q] \\ -[I_r] \end{bmatrix} = \begin{matrix} p & q & r \\ \begin{bmatrix} [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1e)}] & -[Z^{(1)}]^{-1} & [0] \\ -[Z^{(1)}]^{-1} & [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1d)}] + [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2e)}] & -[Z^{(2)}]^{-1} \\ [0] & -[Z^{(2)}]^{-1} & [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2d)}] \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} [V_p] \\ [V_q] \\ [V_r] \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Por meio do sistema matricial (3.25) nota-se que a posição “qq” da matriz é o local onde ocorre a união dos sistemas matriciais locais dos elementos 1 e 2, que está condizente com o circuito da figura 3.5, onde os elementos 1 e 2 se unem no grupo de nós “q”.

Nota-se, também, que as correntes que saem do elemento 1 são iguais àquelas que entram no elemento 2 e, portanto, cancelam-se na posição “q” do vetor do sistema matricial global. Desta forma, reescrevendo o sistema matricial global, tem-se:

$$\begin{matrix} p \\ q \\ r \end{matrix} \begin{bmatrix} I_p \\ 0 \\ -I_r \end{bmatrix} = \begin{matrix} p & q & r \\ \begin{bmatrix} [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1e)}] & -[Z^{(1)}]^{-1} & [0] \\ -[Z^{(1)}]^{-1} & [Z^{(1)}]^{-1} + [Y^{(1d)}] + [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2e)}] & -[Z^{(2)}]^{-1} \\ [0] & -[Z^{(2)}]^{-1} & [Z^{(2)}]^{-1} + [Y^{(2d)}] \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} [V_p] \\ [V_q] \\ [V_r] \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.26)$$

### Passo 7: Imposição das condições de contorno.

Para a imposição das condições de contorno, evidenciadas na figura 3.5, o sistema matricial global eq.(3.26) é reescrito através do desagrupamento dos nós, ou seja, o grupo “p” será escrito através dos nós 1 e 2, o grupo “q” através dos nós 3 e 4 e o grupo “r” através dos nós 5 e 6. O sistema matricial global eq.(3.27) mostra tal desagrupamento:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \\ -I_5 \\ -I_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[Z^{(1)}] \det[Z^{(2)}]} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Onde, como a matriz é simétrica, somente os termos da diagonal principal e abaixo dela serão detalhados a seguir:

Termos da diagonal principal:

$$a_{11} = \det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{24}^{(1)} + \det \left[ Z^{(1)} \right] Y_1^{(1)} \right);$$

$$a_{22} = \det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{13}^{(1)} + \det \left[ Z^{(1)} \right] Y_2^{(1)} \right);$$

$$a_{33} = \det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{24}^{(1)} + \det \left[ Z^{(1)} \right] Y_3^{(1)} \right) + \det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{46}^{(2)} + \det \left[ Z^{(2)} \right] Y_3^{(2)} \right);$$

$$a_{44} = \det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{13}^{(1)} + \det \left[ Z^{(1)} \right] Y_4^{(1)} \right) + \det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{35}^{(2)} + \det \left[ Z^{(2)} \right] Y_4^{(2)} \right);$$

$$a_{55} = \det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{46}^{(2)} + \det \left[ Z^{(2)} \right] Y_5^{(2)} \right);$$

$$a_{66} = \det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{35}^{(2)} + \det \left[ Z^{(2)} \right] Y_6^{(2)} \right).$$

Termos abaixo da diagonal principal:

$$a_{21} = -\det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{13-24}^{(1)} + \det \left[ Z^{(1)} \right] Y_{12}^{(1)} \right);$$

$$a_{31} = -\det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{24}^{(1)} \right);$$

$$a_{41} = \det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{13-24}^{(1)} \right);$$

$$a_{51} = a_{61} = 0;$$

$$a_{32} = \det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{13-24}^{(1)} \right);$$

$$a_{42} = -\det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{13}^{(1)} \right);$$

$$a_{52} = a_{62} = 0;$$

$$a_{43} = -\left\{ \det \left[ Z^{(2)} \right] \left( Z_{13-24}^{(1)} + \det \left[ Z^{(1)} \right] Y_{34}^{(1)} \right) + \det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{35-46}^{(2)} + \det \left[ Z^{(2)} \right] Y_{34}^{(2)} \right) \right\};$$

$$a_{53} = -\det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{46}^{(2)} \right);$$

$$a_{63} = \det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{35-46}^{(2)} \right);$$

$$a_{54} = \det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{35-46}^{(2)} \right);$$

$$a_{64} = -\det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{35}^{(2)} \right);$$

$$a_{65} = -\det \left[ Z^{(1)} \right] \left( Z_{35-46}^{(2)} + \det \left[ Z^{(2)} \right] Y_{56}^{(2)} \right).$$

Aplicando as condições de contorno de Dirichlet no sistema matricial global eq.(3.27), tem-se:

- Para a condição de contorno 1:  $V_1 = V_2$  e;
- Para a condição de contorno 2,  $V_5 = V_6$ .

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ 0 \\ -I_5 \\ -I_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \left[ Z^{(1)} \right] \det \left[ Z^{(2)} \right]} \begin{bmatrix} a_{11} + a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} + a_{16} \\ a_{21} + a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} + a_{26} \\ a_{31} + a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} + a_{36} \\ a_{41} + a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} + a_{46} \\ a_{51} + a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} + a_{56} \\ a_{61} + a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} + a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Aplicando as condições de contorno de Neumann no sistema matricial global eq.(3.28), tem-se:

- Para a condição de contorno 1:  $I_1 + I_2 = I_{N1} - I_{eq1} = I_{N1} - \frac{V_2}{Z_{eq1}}$  e;
- Para a condição de contorno 2:  $-(I_5 + I_6) = I_{N2} - I_{eq2} = I_{N2} - \frac{V_5}{Z_{eq2}}$ .

$$\begin{bmatrix} I_{N1} \\ 0 \\ 0 \\ I_{N2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[Z^{(1)}] \det[Z^{(2)}]} \begin{bmatrix} b_{11} & a_{13} + a_{23} & a_{14} + a_{24} & b_{15} \\ a_{31} + a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} + a_{36} \\ a_{41} + a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} + a_{46} \\ b_{51} & a_{53} + a_{63} & a_{54} + a_{64} & b_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

onde:

$$b_{11} = a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} + \frac{\det[Z^{(1)}] \det[Z^{(2)}]}{Z_{eq1}};$$

$$b_{51} = a_{51} + a_{52} + a_{61} + a_{62};$$

$$b_{15} = a_{15} + a_{25} + a_{16} + a_{26};$$

$$b_{55} = a_{55} + a_{56} + a_{65} + a_{66} + \frac{\det[Z^{(1)}] \det[Z^{(2)}]}{Z_{eq2}}.$$

### Passo 8: Resultado final.

O sistema matricial global eq.(3.29) é o sistema matricial que representa o circuito elétrico da figura 3.5 e, como pode ser observado, possui a forma:

$$[I_{bus}] = [Y_{bus}][V_{bus}] \quad (3.30)$$

E, portanto, a matriz de admitâncias foi obtida, conforme o objetivo deste algoritmo.

## 3.3 ALGORITMO DE ESTIMATIVA DOS EQUIVALENTES

O método de localização de faltas necessita que a impedância e a tensão dos equivalentes dos terminais sejam estimadas ou fornecidas por meios de programas de cálculo de curto-circuito, uma vez que o referido método utiliza a matriz de admitâncias da rede na localização das faltas e esta, por sua vez, necessita dos equivalentes.

A estimativa da impedância dos equivalentes de sequência positiva pode ser feita utilizando-se os fasores de tensão e corrente pré-falta e pós-falta. Já a estimativa da impedância dos equivalentes de sequência zero é possível no caso de faltas que envolvam a terra, onde os fasores de tensão e corrente pós-falta são utilizados.

Para justificar a afirmativa feita no parágrafo anterior, o seguinte circuito é considerado:

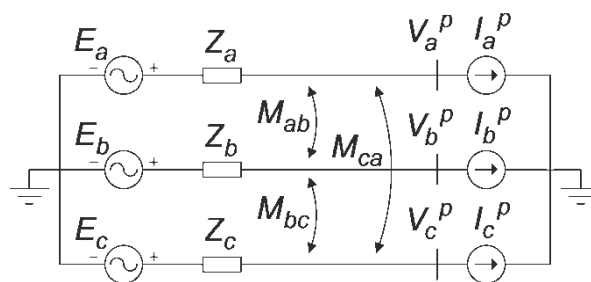


Figura 3.6 – Circuito utilizado no cálculo dos equivalentes

No circuito da figura 3.6 as variáveis a determinar são:

- as tensões:  $E_a$ ,  $E_b$ ,  $E_c$  e,
- as impedâncias:  $Z_a$ ,  $Z_b$ ,  $Z_c$ ,  $Z_{ab} = j\omega M_{ab}$ ,  $Z_{bc} = j\omega M_{bc}$  e  $Z_{ca} = j\omega M_{ca}$ .

As variáveis que têm seus valores definidos são:

- as tensões pré-falta e/ou pós-falta medidas:  $V_a^p$ ,  $V_b^p$ ,  $V_c^p$  e,
- as correntes pré-falta e/ou pós-falta medidas:  $I_a^p$ ,  $I_b^p$ ,  $I_c^p$ .

Analisando o circuito têm-se as seguintes equações:

Para o caso de tensões e correntes pré-falta:

$$\begin{cases} E_a - V_a^{pré} = Z_a I_a^{pré} + Z_{ab} I_b^{pré} + Z_{ac} I_c^{pré} \\ E_b - V_b^{pré} = Z_b I_b^{pré} + Z_{ba} I_a^{pré} + Z_{bc} I_c^{pré} \\ E_c - V_c^{pré} = Z_c I_c^{pré} + Z_{ca} I_b^{pré} + Z_{cb} I_c^{pré} \end{cases} \quad (3.31)$$

Para o caso das tensões e correntes pós-falta:

$$\begin{cases} E_a - V_a^{pós} = Z_a I_a^{pós} + Z_{ab} I_b^{pós} + Z_{ac} I_c^{pós} \\ E_b - V_b^{pós} = Z_b I_b^{pós} + Z_{ba} I_a^{pós} + Z_{bc} I_c^{pós} \\ E_c - V_c^{pós} = Z_c I_c^{pós} + Z_{ca} I_b^{pós} + Z_{cb} I_c^{pós} \end{cases} \quad (3.32)$$

Considerando que:

$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_e,$$

$$Z_{ab} = Z_{ba} = Z_{ac} = Z_{ca} = Z_{bc} = Z_{cb} = Z_M$$

Passando o sistema de equações eq.(3.31) para componentes simétricas, tem-se:

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_0^{pré} \\ V_1^{pré} \\ V_2^{pré} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z + 2Z_M & 0 & 0 \\ 0 & Z - Z_M & 0 \\ 0 & 0 & Z - Z_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0^{pré} \\ I_1^{pré} \\ I_2^{pré} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0^{pré} \\ I_1^{pré} \\ I_2^{pré} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Procedendo da mesma forma com o sistema de equações eq.(3.32), tem-se:

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_0^{pós} \\ V_1^{pós} \\ V_2^{pós} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z + 2Z_M & 0 & 0 \\ 0 & Z - Z_M & 0 \\ 0 & 0 & Z - Z_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0^{pós} \\ I_1^{pós} \\ I_2^{pós} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0^{pós} \\ I_1^{pós} \\ I_2^{pós} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Utilizando o teorema da superposição de efeitos, as equações (3.33) e (3.34) podem ser subtraídas, obtendo-se:

$$Z_0 = Z + 2Z_M = \frac{V_0^{pós} - V_0^{pré}}{I_0^{pré} - I_0^{pós}} \quad (3.35)$$

$$Z_1 = Z_2 = Z - Z_M = \frac{V_1^{pós} - V_1^{pré}}{I_1^{pré} - I_1^{pós}} \quad (3.36)$$

E, os valores das tensões dos equivalentes podem ser calculados substituindo-se os valores de  $Z_0$ ,  $Z_1$  e  $Z_2$  em qualquer uma das equações, eq.(3.35) ou eq.(3.36).

Observando-se a eq.(3.35), vê-se que o valor de  $Z_0$  só é possível de ser calculado quando da existência da componente de sequência zero dos fasores de tensão e corrente.

Observa-se também que, apesar de ser possível obter o valor de  $Z_1$ , não possuindo o valor de  $Z_0$ , não se consegue calcular os valores de  $Z$  e  $Z_M$ , uma vez que se torna disponível somente uma equação com duas incógnitas.

Desta forma, os valores de  $Z_0$ ,  $Z$  e  $Z_M$  podem ser calculados somente nos casos de faltas que envolvem a terra, ou de outra forma, em faltas que não envolvem a terra é possível se calcular apenas o valor da impedância equivalente de sequência positiva ( $Z_1$ ), devendo o valor da impedância de sequência zero ( $Z_0$ ) ser fornecido por meios de programas de cálculo de curto-circuito.

No caso de redes desequilibradas, tanto no caso pré-falta quanto no caso pós-falta (para faltas que não envolvem a terra), existem componentes de sequência zero nos fasores de tensão e corrente, porém esta é desprezível em comparação à componente de sequência positiva. Desta forma, qualquer erro nas medições dos fasores, o que é um caso comum, onde os erros de tensão podem chegar a 3% e os de corrente a 10%, leva a erros consideráveis nas componentes de sequência zero destes.

A seguir, nas tabelas 3.1 a 3.4, são mostrados valores de fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, considerando-os sem erros e com erros de 3% no módulo dos fasores de tensão e de 10% no módulo dos fasores de corrente, com o intuito de exemplificar as afirmativas realizadas nos parágrafos anteriores.



Tabela 3.1 – Fasores de tensão e corrente pré-falta em componentes de fase, sem erros e com erros de medição - Terminal Local

Fase	Tensão (kV)	Corrente (A)	Tensão com erro (kV)	Corrente com erro (A)
<b>A</b>	81,79∠47,30°	219,65∠28,37°	84,24∠47,30°	197,68∠28,37°
<b>B</b>	81,94∠-72,63°	215,08∠-89,79°	79,49∠-72,63°	236,59∠-89,79°
<b>C</b>	81,68∠167,22°	226,95∠148,73°	79,23∠167,22°	249,64∠148,73°

Tabela 3.2 – Fasores de tensão e corrente pré-falta em componentes sequenciais, sem erros e com erros de medição - Terminal Local

Seq.	Tensão (kV)	Corrente (A)	Tensão com erro (kV)	Corrente com erro (A)
<b>0</b>	0,094∠-7,96°	2,356∠89,25°	1,689∠44,76°	13,572∠-161,24°
<b>1</b>	81,80∠47,30°	220,54∠29,09°	80,98∠47,30	227,95∠29,14°
<b>2</b>	0,103∠179,95°	5,258∠-84,20°	1,570∠49,98°	17,688∠-134,06°

Tabela 3.3 – Fasores de tensão e corrente pós-falta em componentes de fase, sem erros e com erros de medição - Terminal Local

Fase	Tensão (kV)	Corrente (A)	Tensão com erro (kV)	Corrente com erro (A)
<b>A</b>	60,90∠44,18°	1210,5∠-19,47°	62,73∠44,18°	1089,5∠-19,47°
<b>B</b>	60,14∠-75,51°	1258,9∠-140,65°	58,34∠-75,51°	1384,8∠-140,65°
<b>C</b>	60,20∠165,93°	1221,7∠96,58°	58,39∠165,93°	1343,8∠96,58°

Tabela 3.4 – Fasores de tensão e corrente pós-falta em componentes sequenciais, sem erros e com erros de medição - Terminal Local

Seq.	Tensão (kV)	Corrente (A)	Tensão com erro (kV)	Corrente com erro (A)
<b>0</b>	0,403∠-74,03°	10,126∠23,18°	1,089∠25,73°	72,902∠154,59°
<b>1</b>	60,41∠44,86°	1229,9∠-21,18°	59,81∠44,85°	1272,2∠-21,29°
<b>2</b>	0,779∠15,93°	39,764∠111,78°	1,918∠33,42°	114,37∠143,82°

A seguir, são apresentadas as impedâncias de sequência zero e positiva, calculadas utilizando-se as equações 3.35 e 3.36, considerando os fasores sem erros e com erros de medição (dispostos nas tabelas 3.1 a 3.4).

Tabela 3.5 – Impedância de sequência zero do equivalente do terminal local

	$Z_0 (\Omega)$	Erro relativo - $\text{Re}\{Z_0 (\Omega)\}$ (%)	Erro relativo - $\text{Im}\{Z_0 (\Omega)\}$ (%)
<b>Simulado</b>	$5 + j39,5$	-	-
<b>Fasores sem erros</b>	$5,020 + j39,480$	0,4000	-0,0506
<b>Fasores com erros</b>	$3,420 - j11,220$	-31,600	-128,41

Tabela 3.6 – Impedância de sequência positiva do equivalente do terminal local

	$Z_1 (\Omega)$	Erro relativo - $\text{Re}(Z_1 (\Omega))$ (%)	Erro relativo - $\text{Im}(Z_1 (\Omega))$ (%)
<b>Simulado</b>	$2 + j19,5$	-	-
<b>Fasores sem erros</b>	$1,990 + j19,497$	-0,5000	-0,0154
<b>Fasores com erros</b>	$1,855 + j18,651$	-7,2500	-4,3538

Analisando-se os valores obtidos nas tabelas 3.5 e 3.6, para as impedâncias de sequência zero e positiva do equivalente, percebe-se que, no caso de erros nos fasores, o que é um caso comum, estes causaram erros de -31,6% e -128,41%, na resistência e na reatância de sequência zero, respectivamente. Para o caso da impedância de sequência positiva do equivalente, foram obtidos os erros de -7,25% e -4,35%, para a resistência e para a reatância, respectivamente.

Os valores de erro obtidos para a impedância de sequência zero mostram, desta forma, a inviabilidade em se utilizar os fasores de tensão e corrente pré-falta e pós-falta no cálculo desta nos casos de faltas que não envolvem a terra.

No caso do cálculo da impedância de sequência positiva, os valores obtidos, como mostram os resultados, foram bem próximos aos valores simulados. Porém os erros obtidos através de simulações em programas de curto - circuito foram em média de 3%, onde esta ordem de grandeza foi estimada através do cálculo de equivalentes,

considerando contingências em elementos não vizinhos das SE's conectadas ao terminal local e remoto, no qual o estado dos equipamentos conectados é considerado conhecido.

Desta forma, a impedância de sequência positiva e zero, no caso de faltas que envolvem a terra, calculadas por meios dos fasores de tensão e corrente, devem ser utilizadas somente nos casos em que não são possíveis de se obter os equivalentes a partir de programas de curto - circuito.

### 3.4 ALGORITMO DE ESTIMATIVA DAS CARGAS

O algoritmo de estimativa das cargas desenvolvido neste trabalho tem como base o algoritmo desenvolvido em (DI SANTO, 2009) e possui semelhanças com o desenvolvido em (MANASSERO, 2006). Entretanto, tal algoritmo foi modificado para atender aos requisitos do método de localização de faltas proposto neste trabalho.

O objetivo do algoritmo é estimar as cargas nos terminais onde não há medições, os estados das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos) e realizar a sincronização dos fasores de tensão e corrente entre os terminais.

Diferentemente do algoritmo de estimativa de cargas desenvolvido em (DI SANTO, 2009), o qual tinha capacidade de estimar cargas somente em linhas continuamente transpostas e com circuito simples, este novo algoritmo é capaz de estimar cargas em terminais de linhas não transpostas e contendo circuito duplo. Além disso, é capaz de realizar a sincronização dos fasores entre os terminais e de estimar o estado das chaves seccionadoras.

O algoritmo de estimativa de cargas está dividido em duas etapas:

**a) Etapa 1: Estimativa inicial da impedância das cargas, do estado das chaves seccionadoras e do ângulo de sincronismo dos fasores**

Com o objetivo de tornar a estimativa da impedância das cargas, do estado das chaves seccionadoras e do ângulo de sincronismo dos fasores mais ágil, uma

estimativa inicial destes é realizada por meio do algoritmo de otimização descrito no item 2.1, onde este, diferentemente do algoritmo de otimização descrito no item 2.2, tem a característica de escapar de mínimos locais e de se aproximar com maior rapidez do mínimo global. Porém, tem a desvantagem de chegar a um ponto próximo ao mínimo global, necessitando, desta forma, que um ajuste fino seja realizado posteriormente (etapa 2) por um outro algoritmo de otimização, que no caso deste trabalho foi utilizado o algoritmo descrito no item 2.2.

Desta forma, a estimativa inicial da impedância das cargas, do estado das chaves seccionadoras e do ângulo de sincronismo dos fasores é realizada por meio da minimização da função objetivo desenvolvida neste trabalho, descrita no item "c", variando-se a impedância das cargas, o estado das chaves seccionadoras e o ângulo de sincronismo. Como em (MANASSERO, 2006), são testados todos os possíveis estados de ligação das chaves seccionadoras, que resultam em  $2^n$  possibilidades, onde  $n$  é o número de cargas conectadas em derivações.

Encontrada a estimativa inicial da combinação das chaves, da impedância das cargas e do ângulo de sincronismo dos fasores, que gera o menor erro de minimização da função objetivo citada no parágrafo anterior, estes são escolhidos para serem utilizados na etapa de estimativa final do estado das chaves, da impedância das cargas e do ângulo de sincronismo.

Por ser uma estimativa inicial, podem ocorrer casos em que mais de uma combinação de chaves pode ser candidata. Desta forma, por meio de testes realizados com o algoritmo de estimativa de cargas, foi ajustado um parâmetro de comparação para os erros, onde alternativas que têm diferenças entre seus erros e o menor erro obtido menores que 10% são consideradas na estimativa final (ajuste fino) das cargas.

Ressalta-se que em todas as simulações realizadas para avaliação do método de localização de faltas, cujos resultados estão no capítulo 4, não ocorreram casos em que mais de uma chave fosse considerada candidata, mostrando que os casos considerados no parágrafo anterior são raros. Porém, com o objetivo de aumentar a confiabilidade da estimativa do estado das chaves seccionadoras, o processo

---

descrito no parágrafo anterior foi implementado no algoritmo de estimativa das cargas.

A vantagem da estimativa inicial é a de não precisar, para todas as combinações de ligação das chaves, a qual é igual a  $2^n$  como citado anteriormente, realizar uma minimização total, ou seja, realizar o ajuste fino das impedâncias das cargas e do ângulo de sincronismo dos fasores, minimizando, desta forma, o tempo de processamento.

Outra vantagem é a de não necessitar que uma estimativa inicial seja realizada utilizando-se referências para as cargas, extraídas dos arquivos de planejamento da rede para estudos de fluxo de potência, como é feito em (DI SANTO, 2009), uma vez que o algoritmo de otimização descrito no item 2.1 inicializa automaticamente os valores das variáveis a otimizar.

Na figura 3.7, é mostrado o fluxograma da etapa de estimativa inicial da impedância das cargas, do estado das chaves seccionadoras e do ângulo de sincronismo dos fasores:

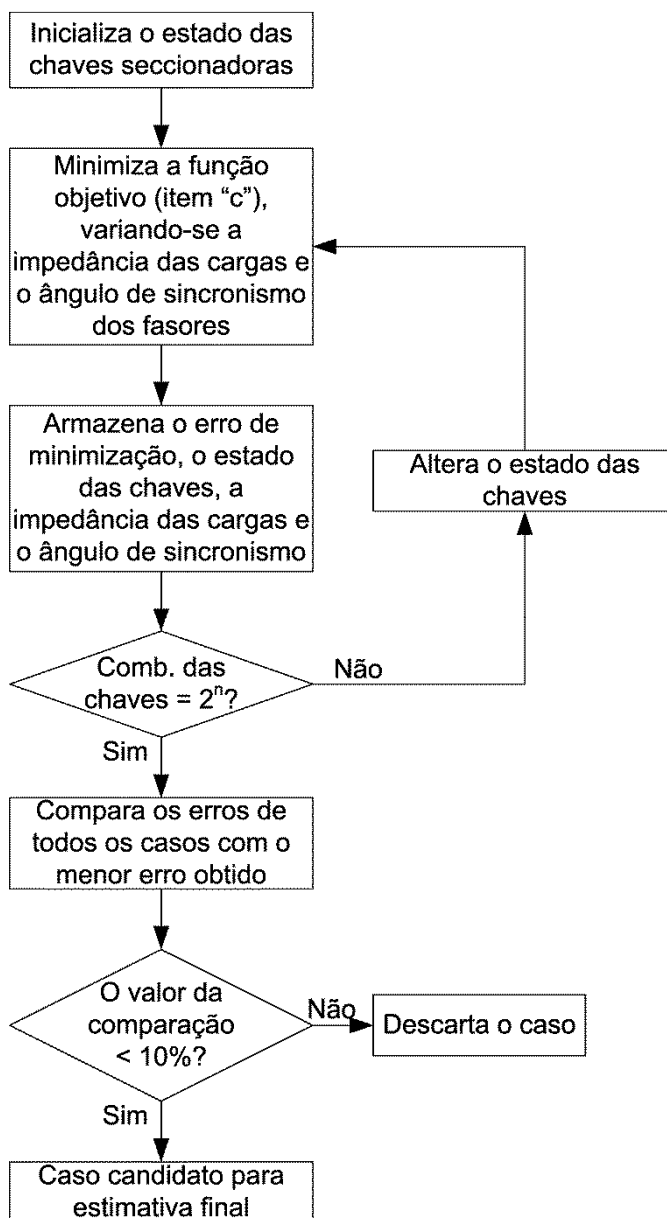


Figura 3.7 – Fluxograma da estimativa inicial do estado das chaves seccionadoras, da impedância das cargas e do ângulo de sincronismo dos fasores

**b) Etapa 2: Estimativa final da impedância das cargas, do estado das chaves seccionadoras e do ângulo de sincronismo dos fasores - "Ajuste Fino"**

Realizada a estimativa inicial da impedância das cargas, do estado das chaves seccionadoras e do ângulo de sincronismo, é feita a estimativa final ou ajuste fino da estimativa inicial. A estimativa final é realizada por meio da minimização da função objetivo descrita no item "c" utilizando o algoritmo de otimização descrito no item 2.2.

A figura a seguir mostra o fluxograma do processo de estimativa final:

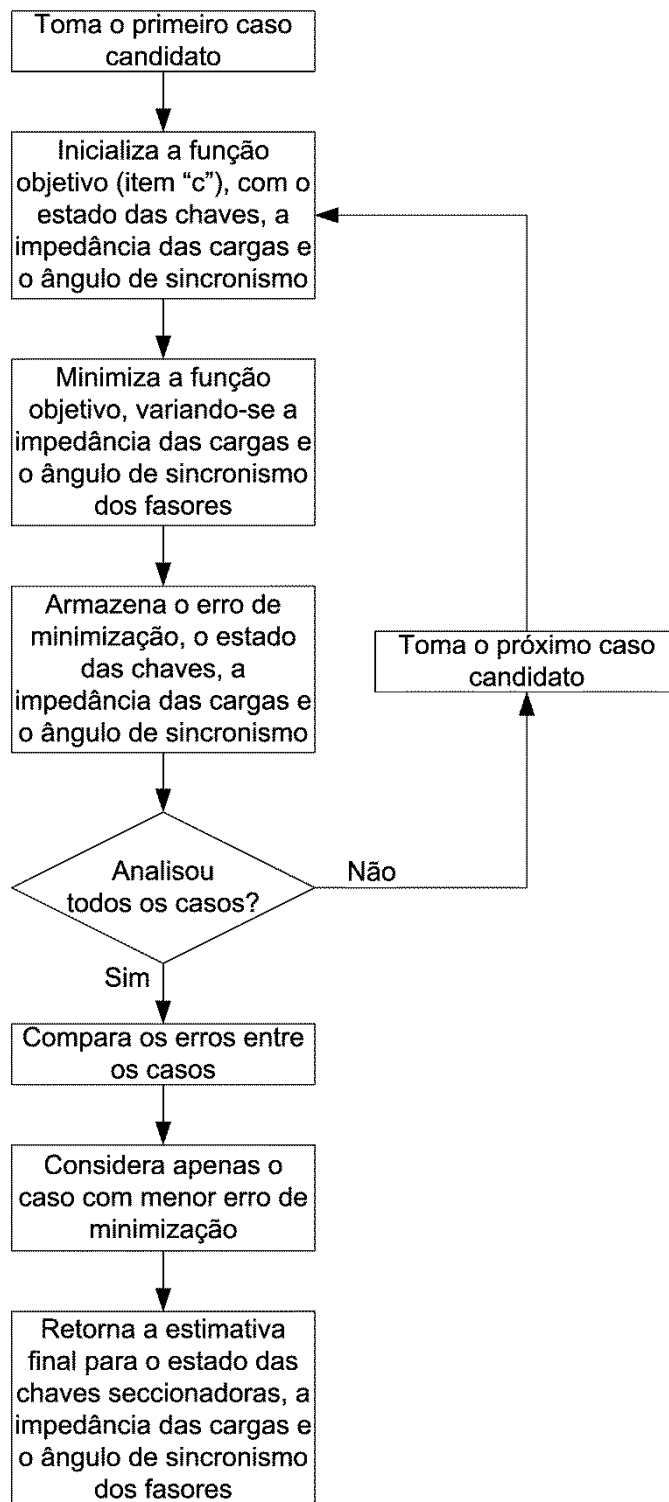


Figura 3.8 – Estimativa final do estado das chaves seccionadoras, da impedância das cargas e do ângulo de sincronismo dos fasores

### c) Função objetivo utilizada nas etapas 1 e 2

A função objetivo foi alterada em relação à desenvolvida em (DI SANTO, 2009) para ser capaz de tratar os casos de linhas não transpostas e constituídas por circuito duplo bem como os casos de terminais com fasores dessincronizados.

A estrutura da função objetivo está descrita pelo fluxograma da figura 3.9:

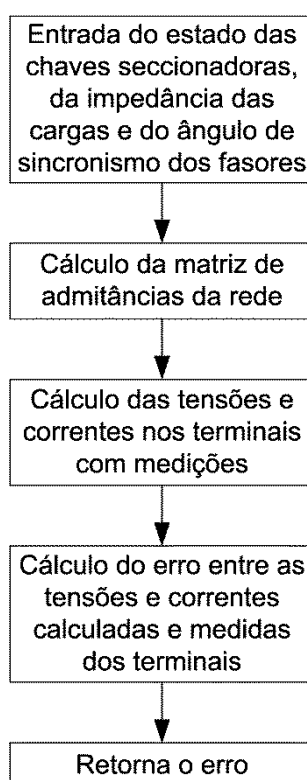


Figura 3.9 – Estrutura da função objetivo utilizada pelas etapas 1 e 2.

Os dados utilizados pela função objetivo são: as tensões e correntes pré-falta adquiridas dos terminais com medições; os parâmetros das linhas de transmissão; as tensões e as impedâncias dos equivalentes; e as impedâncias dos transformadores referidas ao primário destes.



A minimização da função objetivo é realizada através da minimização do erro entre as tensões e correntes pré-falta medidas e as tensões e correntes pré-falta calculadas nos terminais com medições.

A função objetivo realiza o cálculo das tensões e correntes pré-falta nos terminais da rede da seguinte forma:

Computa o sistema matricial montado pelo algoritmo do item 3.2, cujo sistema é composto pelo vetor de tensões nas barras, pela matriz de admitâncias da rede e pelo vetor de correntes injetadas nas barras. O sistema matricial da rede é utilizado em seqüência de fase, não tendo a necessidade de transformá-lo em componentes simétricas.

O estado das chaves seccionadoras, a impedância das cargas e o ângulo de sincronismo são passados como variáveis para a função objetivo. O estado das chaves seccionadoras e a impedância das cargas são, então, considerados no cálculo da matriz de admitâncias da rede e o ângulo de sincronismo dos fasores utilizado para corrigir o defasamento entre o terminal tomado como referência e os terminais cujos fasores devem ser corrigidos.

A correção do ângulo é feita através da multiplicação dos fasores pelo termo  $e^{j\theta}$ , onde  $\theta$  é ângulo aos quais os fasores devem ser girados para entrar em sincronismo com os fasores do terminal de referência.

Então, são calculadas as tensões nas barras por meio do sistema matricial da rede, eq.(3.30), invertendo-se a matriz de admitâncias e multiplicando-a em ambos os lados do sistema, obtendo-se:

$$[V_{bus}] = [Y_{bus}]^{-1} [I_{bus}] \quad (3.37)$$

Calculadas as tensões nas barras, estas são utilizadas no cálculo das correntes fluindo pelos circuitos, ou seja, antes da aplicação das condições de contorno de Neuman, como exemplificadas no item 3.2. O cálculo das correntes fluindo pelos circuitos é necessário para não haver a perda da informação sobre o carregamento

dos mesmos, pois perdida esta informação o algoritmo de estimativa das cargas não consegue descobrir em qual dos circuitos a carga está conectada.

Calculadas as correntes fluindo pelos circuitos e as tensões nas barras, nos terminais onde foram realizadas as medições, estas são comparadas com as correntes e as tensões medidas, onde os fasores dos terminais, com exceção do terminal referência, tiveram seus ângulos corrigidos conforme mencionado. O resultado dessa comparação é um erro entre tais grandezas e é calculado da seguinte forma:

$$er = \sqrt{\sum_i \sum_j \left| \frac{(V_{j-Ti}^{préM} - V_{j-Ti}^{préC})}{V_{j-Ti}^{préM}} \right|^2} + \sqrt{\sum_i \sum_j \left| \frac{(I_{j-Ti}^{préM} - I_{j-Ti}^{préC})}{I_{j-Ti}^{préM}} \right|^2} \quad (3.38)$$

onde:

$V_{j-Ti}^{préM}$  é a tensão pré-falta da fase  $j$  medida no terminal  $i$ ;

$V_{j-Ti}^{préC}$  é a tensão pré-falta da fase  $j$  calculada para o terminal  $i$ ;

$I_{j-Ti}^{préM}$  é a corrente pré-falta fluindo na fase  $j$  medida no terminal  $i$ ;

$I_{j-Ti}^{préC}$  é a corrente pré-falta fluindo na fase  $j$  calculada para o terminal  $i$ .

Na eq.(3.38), apesar das parcelas dos erros de tensão e corrente poderem ser calculadas juntas no mesmo somatório elas foram separadas para maior clareza, possibilitando, desta forma, a observação da evolução dos erros de tensão e corrente separadamente.

A função objetivo é então minimizada por meio da minimização do erro  $er$ , sendo que, após ser minimizado, o algoritmo de estimativa das cargas retorna o estado das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos), a impedância das cargas bem como o ângulo de sincronismo dos fasores, conforme as etapas 1 e 2 descritas anteriormente.

## 4 MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO DE FALTAS PROPOSTO – LOCALIZAÇÃO DA FALTA

O algoritmo de localização de faltas proposto neste trabalho, diferentemente do algoritmo proposto em (DI SANTO, 2009), é capaz de localizar faltas em linhas de transmissão podendo conter trechos não transpostos, constituídas de circuito duplo, diversas derivações e diversos trechos do tipo "entra e sai", além de terminais com medições dessincronizadas.

A localização da falta é feita através da varredura de todos os trechos da rede, onde cada trecho, podendo este ser composto de sub-trechos no caso de circuito duplo, possui início em zero e fim no início do trecho seguinte. A figura 4.1 mostra uma rede com linhas de transmissão com  $m$  derivações e "entra e sai", dividida em  $n$  trechos compostos de sub-trechos:

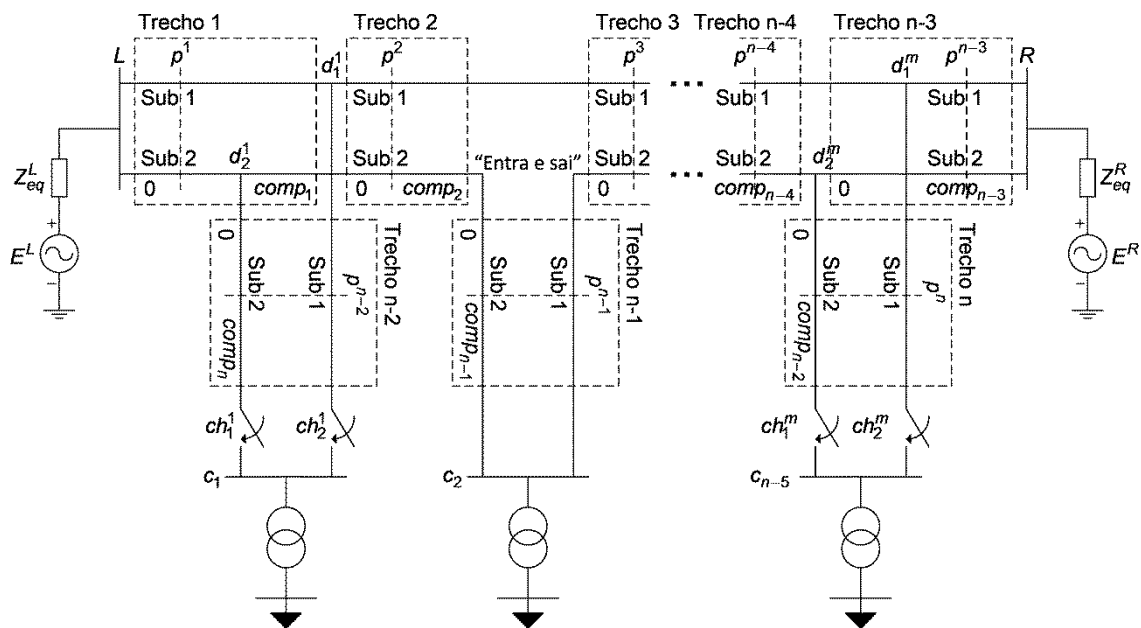


Figura 4.1 – Linha de transmissão com  $m$  derivações, "entra e sai" e  $n$  trechos

No fim do processo de varredura o método de localização de faltas disponibiliza as informações pertinentes à falta ocorrida, as quais são: distância em relação ao terminal local, o trecho de ocorrência e a resistência.

O tipo da falta ocorrido, caso não esteja disponível, também pode ser tratado como uma variável pelo algoritmo de localização de faltas, conforme detalhamento posterior.

As principais características a serem ressaltadas neste novo algoritmo são: a localização de faltas em linhas de transmissão, com derivações, possuindo trechos não transpostos e constituídos de circuito duplo; a utilização de dados de somente dois terminais, não descartando a possibilidade de utilização de dados de outros terminais se disponíveis; a pesquisa por trechos da rede através da minimização de funções objetivo; e terminais com medições dessincronizadas.

O algoritmo de localização de faltas é constituído de três etapas:

- 1) Etapa de controle principal:** Nesta etapa são fornecidos os dados necessários para a localização da falta, o controle da variação do tipo da falta, nos casos onde esta informação não está disponível, e a disponibilização das informações da falta ao usuário. Esta etapa está descrita em detalhes no item 4.1.
- 2) Etapa de varredura dos trechos da rede:** Nesta etapa é realizado o controle da varredura da rede, sendo determinado o trecho de ocorrência da falta. Esta etapa está descrita em detalhes no item 4.2;
- 3) Etapa de obtenção do erro de minimização e das informações da falta:** Nesta etapa uma função objetivo, contendo o modelo da rede, é minimizada e retorna as informações da falta como a distância e a resistência e retorna também o erro de a falta estar em determinado trecho. Esta etapa está descrita em detalhes no item 4.3.

## 4.1 ETAPA DE CONTROLE PRINCIPAL

Esta etapa é a responsável pelo fornecimento, às etapas posteriores, dos dados necessários à localização da falta gerados pelos algoritmos descritos no capítulo 3, pelo controle da variação do tipo de falta, nos casos onde esta informação não está disponível, e pela disponibilização das informações da falta ao usuário.

Os passos executados por essa etapa são:

- 1) Fornecimento às etapas posteriores dos seguintes dados:
  - Fasores pré-falta e pós-falta, adquiridos do algoritmo descrito no item 3.1 e sincronizados com os fasores do terminal de referência (terminal local do circuito da figura 4.1) por meio do ângulo de sincronismo estimado pelo algoritmo descrito no item 3.4;
  - Parâmetros da linha de transmissão;
  - As tensões e as impedâncias dos equivalentes fornecidas pelo usuário ou calculadas, conforme o algoritmo descrito no item 3.3;
  - As impedâncias das cargas e o estado das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos), adquiridos do algoritmo descrito no item 3.4;
  - As impedâncias dos transformadores;
  - Circuito de ocorrência da falta, caso disponível.
- 2) Verifica se o tipo de falta foi fornecido pelo usuário;
- 3) Se o tipo de falta não tiver sido fornecido, executa a etapa descrita no item 4.2 para todos os tipos de falta e armazena o erro de minimização bem como as informações da falta para cada tipo de falta;
- 4) Compara os erros obtidos para cada tipo de falta e considera somente o caso que obteve o menor erro;
- 5) Disponibiliza ao usuário as informações da falta: Tipo de falta ocorrido, distância em relação ao terminal local, trecho de ocorrência e resistência.

A seguir, na figura 4.2, é mostrado o fluxograma que descreve esta etapa:

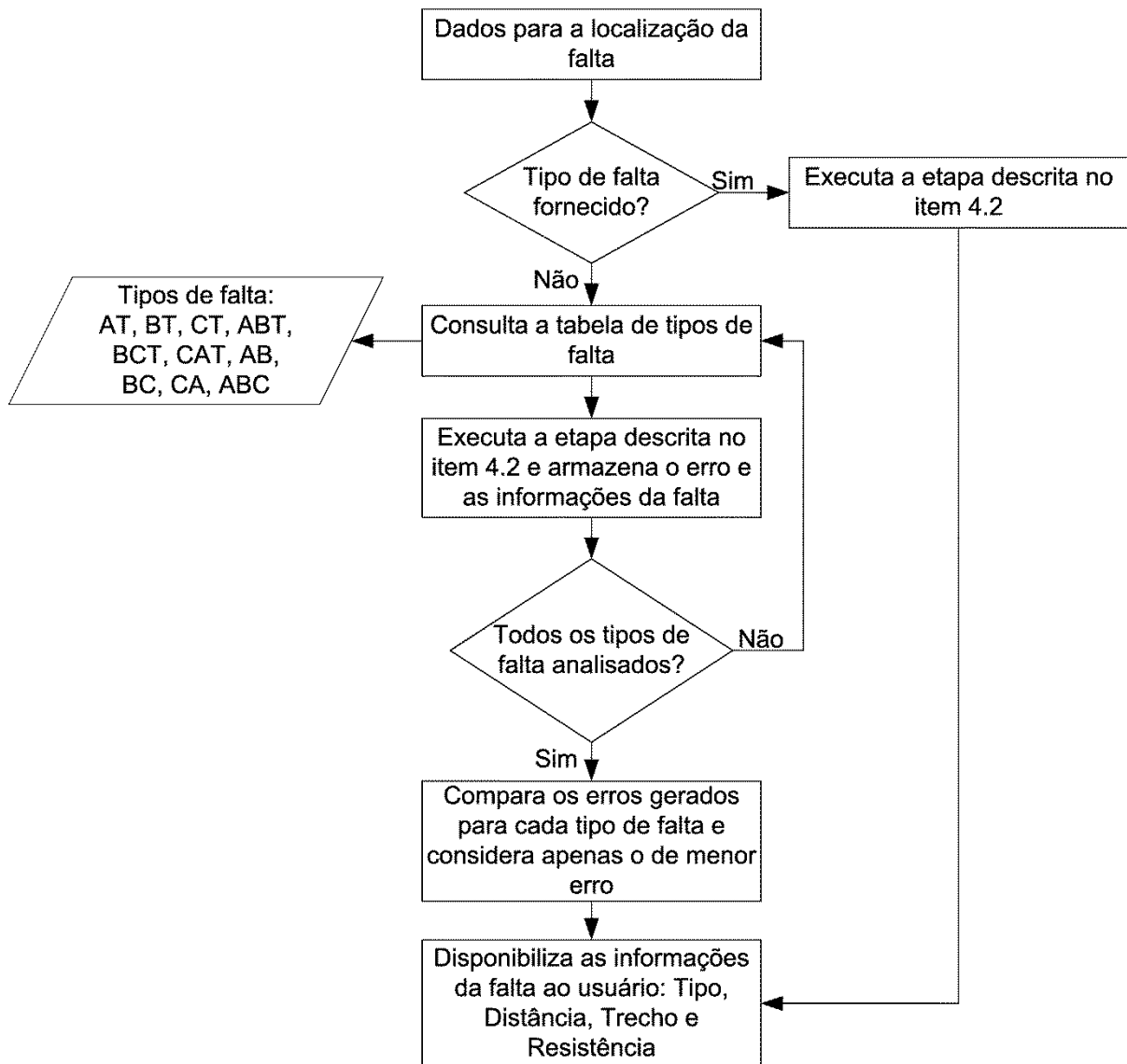


Figura 4.2 – Etapa de controle principal

## 4.2 ETAPA DE VARREDURA DOS TRECHOS DA REDE

A etapa de varredura da rede é responsável pelo controle da investigação dos trechos da rede em busca do ponto de ocorrência da falta.

Tomando a rede da figura 4.1 como exemplo, a varredura da rede é feita da seguinte forma:

- 1) A função objetivo, a qual será detalhada no item 4.3 e escolhida através do tipo de falta, é minimizada considerando-se o sub-trecho 1 do trecho 1 como o contentor da falta;
- 2) O erro obtido pela minimização da função objetivo do passo 1 e as informações da falta (distância em relação ao início do trecho e resistência) são armazenados;
- 3) A função objetivo é, então, minimizada considerando-se o sub-trecho 2 do trecho 1 como o contentor da falta;
- 4) O erro obtido pela minimização da função objetivo do passo 3 e as informações da falta (distância em relação ao início do trecho e resistência) são armazenados;
- 5) Os erros obtidos pela minimização da função objetivo para os sub-trechos 1 e 2 do trecho 1 são, então, comparados e o sub-trecho com maior erro descartado;
- 6) O erro do sub-trecho com menor erro é atribuído ao trecho 1;
- 7) A função objetivo é, então, minimizada considerando-se o sub-trecho 1 do trecho 2 como o contentor da falta;
- 8) O erro obtido pela minimização da função objetivo do passo 6 e as informações da falta (distância em relação ao início do trecho e resistência) são armazenados;
- 9) A função objetivo é, então, minimizada considerando-se o sub-trecho 2 do trecho 2 como o contentor da falta;
- 10) O erro obtido pela minimização da função objetivo do passo 8 e as informações da falta (distância em relação ao início do trecho e resistência) são armazenados;
- 11) Os erros obtidos pela minimização da função objetivo para os sub-trechos 1 e 2 do trecho 2 são, então, comparados e o sub-trecho com maior erro descartado;
- 12) O erro do sub-trecho com menor erro é atribuído ao trecho 2;
- 13) O erro atribuído ao trecho armazenado e o erro do trecho corrente são, então, comparados e o trecho com maior erro descartado;
- 14) Os passos 6 a 11 são, então, repetidos considerando-se os próximos trechos até que o último trecho seja analisado.

---

Caso o circuito de ocorrência da falta seja conhecido e fornecido pelo usuário, os passos 3, 4, 5, 9, 10 e 11 são desconsiderados pelo algoritmo caso a falta tenha ocorrido no circuito 1 e caso tenha ocorrido no circuito 2 são desconsiderados os passos 1, 2, 5, 7, 8 e 11. Ainda, nos passos 6 e 12, caso seja conhecido o circuito da falta, o erro do sub-trecho em questão é atribuído ao trecho, uma vez que neste caso o sub-trecho do circuito não contendo a falta não é analisado.

Analisados todos os trechos, é disponibilizado pelo método de localização de faltas o trecho e o circuito de ocorrência da falta, a distância de falta em relação ao terminal local e a resistência de falta.

A seguir, na figura 4.3, é apresentado os passos descritos anteriormente em forma de fluxograma:



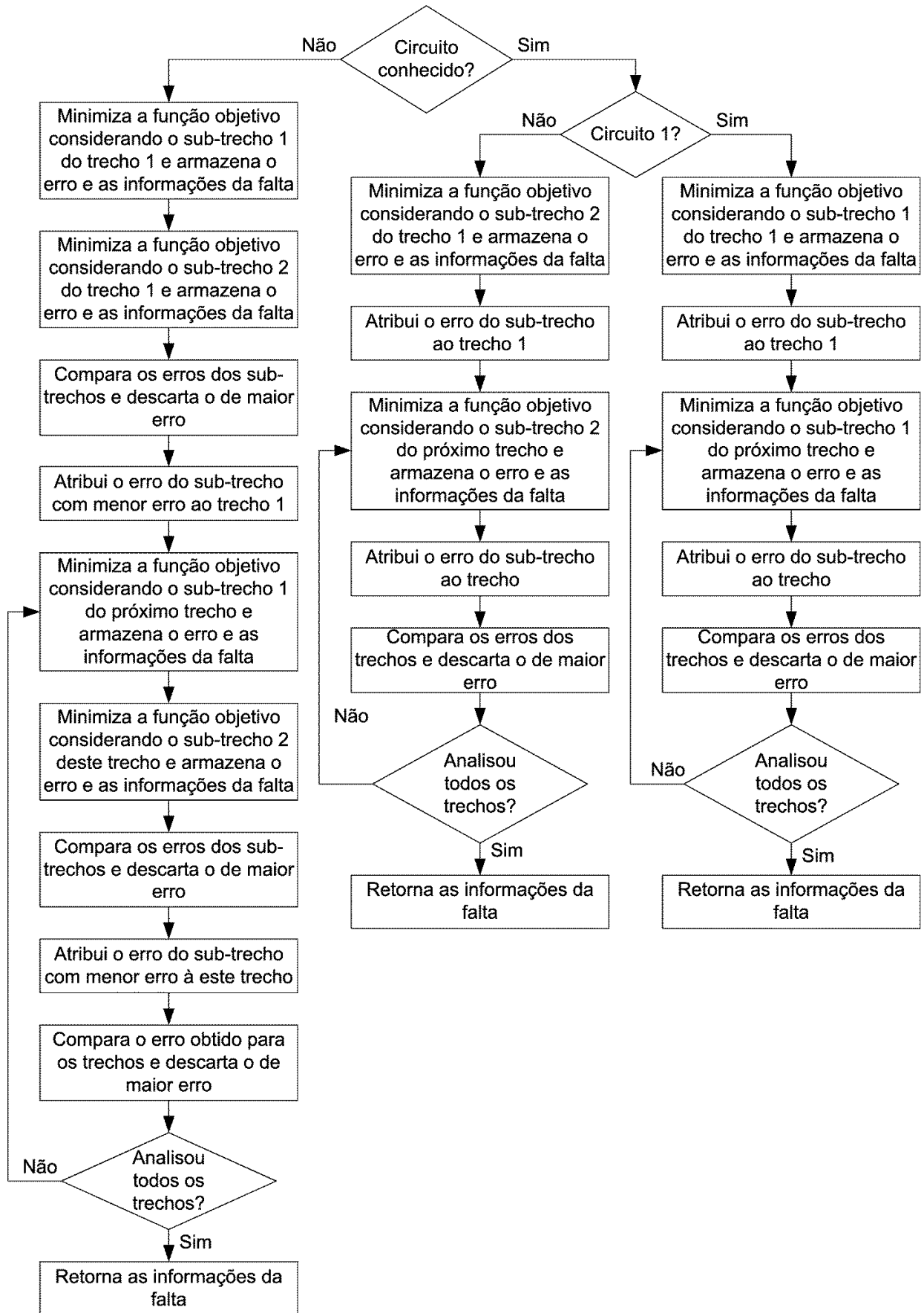


Figura 4.3 – Fluxograma da etapa de varredura da rede

### 4.3 ETAPA DE OBTENÇÃO DO ERRO DE MINIMIZAÇÃO E DAS INFORMAÇÕES DA FALTA

A etapa de obtenção do erro causado pela falta estar em determinado trecho e as informações desta, consiste na minimização de funções objetivo, as quais são modeladas de acordo com o tipo de falta, onde os tipos de falta podem ser: Trifásica, Fase-Terra, Dupla fase-Terra e Dupla fase.

Os dados utilizados pela função objetivo são: os fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, adquiridas dos terminais com medições; os parâmetros das linhas de transmissão; as tensões e as impedâncias dos equivalentes; as impedâncias dos transformadores; as impedâncias das cargas e o estado das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos), estimados por meio do algoritmo descrito no item 3.4.

Para exemplificar o funcionamento da função objetivo, será considerado que a etapa de varredura está no sub-trecho 1 do trecho 1 da rede representada na figura 4.1, desta forma:

- 1) A função objetivo recebe como entrada um valor inicial para o ponteiro  $p^1$  e para a resistência de falta;
- 2) Os valores dos demais ponteiros são colocados na metade da distância dos seus respectivos trechos, lembrando que cada trecho tem seu início em zero e término no início do trecho seguinte;
- 3) Leem-se os dados citados anteriormente;
- 4) Computa-se o sistema matricial da rede, montado pelo algoritmo descrito no item 3.2, considerando cada um dos trechos como um elemento, onde este sistema é composto pelo vetor de correntes injetadas nos nós, pela matriz de admitâncias e pelo vetor de tensões nas extremidades dos trechos;
- 5) Extraí-se do vetor de tensões, calculado no passo 4, o vetor de tensões do ponto  $p^1$  relativo às fases do sub-trecho 1;

- 6) Extraí-se da matriz de impedâncias da rede, inverso da matriz de admitâncias, a matriz de impedâncias vista através do ponto  $p^1$  relativa às fases do sub-trecho 1;
- 7) Calcula-se o vetor de correntes de falta no ponto  $p^1$ , relativo às fases do sub-trecho 1, através do vetor de tensões, obtido do passo 6, da matriz de impedâncias, obtida do passo 7, e da matriz de resistências de falta;
- 8) Insere-se no vetor de correntes injetadas nos nós, o vetor de correntes de falta;
- 9) Calcula-se o vetor de tensões pós-falta nos terminais por meio do inverso da matriz de admitâncias e do vetor de correntes injetadas nos nós;
- 10) Calcula-se, por meio do sistema matricial da rede sem imposição das condições de contorno de Neumann, como exemplificado no item 3.2, e do vetor de tensões obtido do passo 9, o vetor de correntes pós-falta que fluem pelos circuitos da rede. Isto é necessário com o objetivo de não se perder a informação sobre o carregamento dos circuitos;
- 11) Extraí-se do vetor de tensões pós-falta dos nós da rede o vetor de tensões pós-falta dos terminais com medições;
- 12) Extraí-se do vetor de correntes pós-falta que fluem dos circuitos o vetor de correntes pós-falta que fluem dos terminais com medições;
- 13) Calcula-se o erro relativo entre as tensões pós-falta calculadas e medidas nos terminais;
- 14) Calcula-se o erro relativo entre as correntes pós-falta calculadas e medidas nos terminais;
- 15) Soma-se o erro relativo das tensões pós-falta com o das correntes pós-falta;
- 16) Minimiza-se o erro relativo calculado no passo 15 através da variação da distância de falta, realizada através da variação do ponteiro  $p^1$  dentro do trecho, e da resistência de falta.

As equações utilizadas pela função objetivo e que descrevem os passos citados anteriormente, com base na rede de exemplo da figura 4.1, são as seguintes:

**d) Equações do passo 4:**

O sistema matricial global da rede, montado pelo algoritmo descrito no item 3.2, tem a forma:

$$[I_{bus}] = [Y_{bus}][V_{bus}] \quad (4.1)$$

O sistema descrito pela equação 4.1 é constituído:

- Das equações de forma dos elementos da rede, que neste caso, são as matrizes de impedâncias e de capacitâncias, descritas a seguir:

Para a primeira parte do trecho 1, lembrando que todos os trechos têm início em zero e término no início do próximo trecho:

$$\left[ Z_{L-\rho_1}^{(1)} \right] = \left[ B_{L-\rho_1}^{(1)} \right] \quad (4.2)$$

$$\left[ Y_L^{(1)} \right] = \left\{ \left[ D_{L-\rho_1}^{(1)} \right] - [I] \right\} \left[ B_{L-\rho_1}^{(1)} \right]^{-1} \quad (4.3)$$

$$\left[ Y_{\rho_1}^{(1)} \right] = \left[ B_{L-\rho_1}^{(1)} \right]^{-1} \left\{ \left[ A_{L-\rho_1}^{(1)} \right] - [I] \right\} \quad (4.4)$$

onde  $A$ ,  $B$ , e  $D$  são as constantes do quadripolo do modelo PI corrigido (BOWMAN e MCNAMEE, 1964), cujos cálculos são mostrados a seguir, e  $[I]$  é a matriz identidade. Neste caso, as constantes são calculadas em sequência de fase.

$$\left[ A_{L-\rho_1}^{(1)} \right] = [y_l]^{-1} [M] \left[ \cosh(\gamma_j \text{comp}_{L-\rho_1}) \right]_D [M]^{-1} [y_l] \quad (4.5)$$

$$\left[ B_{L-\rho_1}^{(1)} \right] = [y_l]^{-1} [M] \left[ \gamma_j \sinh(\gamma_j \text{comp}_{L-\rho_1}) \right]_D [M]^{-1} \quad (4.6)$$

$$\left[ D_{L-\rho_1}^{(1)} \right] = [M] \left[ \cosh(\gamma_j \text{comp}_{L-\rho_1}) \right]_D [M]^{-1} \quad (4.7)$$

Onde:

- $M$  e  $\gamma_j$  são, respectivamente, as matrizes dos autovetores e dos autovalores da seguinte matriz:

$$[P] = [y_l][z_l] \quad (4.8)$$

- O símbolo  $[.]_D$  significa matriz diagonal e,
- $[z_l]$  e  $[y_l]$  são as matrizes de parâmetros da linha de transmissão por unidade de comprimento. Os parâmetros da linha de transmissão são dependentes, considerando a frequência de regime permanente, dos fatores geométricos desta.

Como a rede de exemplo da figura 4.1 é constituída de circuito duplo, as matrizes citadas anteriormente possuem ordem seis.

- Dos equivalentes e do conjunto carga-transformador, que são inseridos ao sistema através das condições de contorno de Neuman e Dirichlet, conforme exemplo contido no item 3.2:

As impedâncias dos equivalentes são fornecidas pelo usuário ou calculadas, conforme o estabelecido no item 3.3. As tensões dos equivalentes são calculadas conforme o item 3.3. A forma matricial da impedância e da tensão dos equivalentes são mostradas a seguir:

$$Z^{eqvL} = \begin{bmatrix} Z_P^{eqvL} & Z_M^{eqvL} & Z_M^{eqvL} \\ Z_M^{eqvL} & Z_P^{eqvL} & Z_M^{eqvL} \\ Z_M^{eqvL} & Z_M^{eqvL} & Z_P^{eqvL} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$E_{abc}^L = \begin{bmatrix} E_a^L \\ E_b^L \\ E_c^L \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

No caso do conjunto carga-transformador, as cargas, estimadas através do algoritmo apresentado no item 3.4, são consideradas do tipo impedância constante,

podendo estas estar ligadas em estrela solidamente aterrada, estrela aterrada através de impedância, estrela isolada e delta.

Já a impedância dos transformadores vista pela rede, é dependente da forma de ligação destes, que podem ser: delta-estrela aterrada; estrela aterrada-estrela aterrada e; estrela aterrada-delta-estrela aterrada, no caso de transformadores com três enrolamentos.

Para obter as impedâncias de sequência zero, positiva e negativa dos transformadores referidas ao primário, o mesmo tem seu lado secundário curto-circuitado e em seguida conectam-se em seu lado primário fontes de tensão relativas às seqüências desejadas.

A seguir é descrito o cálculo da impedância dos transformadores para os tipos de ligações citados (MANASSERO et al., 2010):

– Ligação delta-estrela aterrada:

A figura 4.4 mostra os circuitos de sequência zero, positiva e negativa obtidos após o procedimento descrito anteriormente.

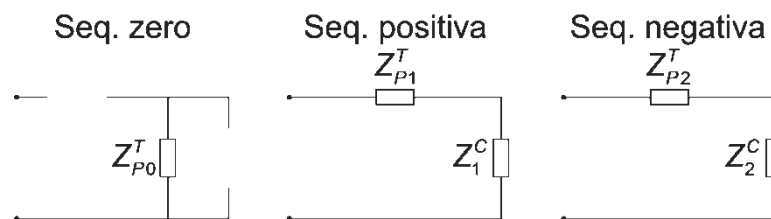


Figura 4.4 – Diagramas sequenciais para a ligação delta-estrela aterrada.

Considerando as impedâncias de sequência zero, positiva e negativa idênticas (não necessariamente) tanto para o transformador quanto para as cargas, tem-se:

$$Z_{P0}^T = Z_{P1}^T = Z_{P2}^T = Z_P^T \quad (4.11)$$

$$Z_1^C = Z_2^C = Z^C \quad (4.12)$$

Escrevendo as impedâncias em termos de admitâncias e colocando na forma matricial, tem-se:

$$Y_{012}^{CT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_P^T + Z^C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_P^T + Z^C} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Como, no método de localização de faltas proposto, todas as grandezas são utilizadas em sequência de fase, a matriz de admitâncias descrita pela eq.(4.13) deve ser transformada para esta sequência, desta forma:

$$[Y_{abc}^{CT}] = [T]^{-1} [Y_{012}^{CT}] [T] \quad (4.13)$$

onde:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}, \quad \alpha = 1 \angle 120^\circ \quad (4.14)$$

– Ligação estrela aterrada-estrela aterrada:

A figura 4.5 mostra os circuitos de sequência zero, positiva e negativa obtidos após o procedimento descrito anteriormente.

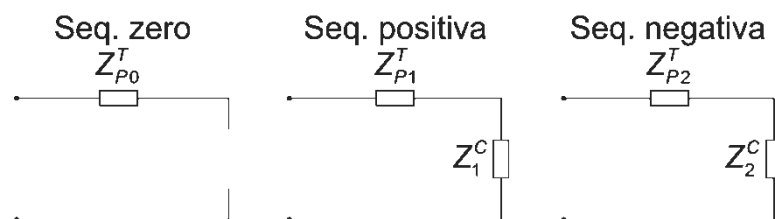


Figura 4.5 – Diagramas sequenciais para a ligação estrela aterrada-estrela aterrada.

Considerando as impedâncias de sequência zero, positiva e negativa idênticas (não necessariamente) tanto para o transformador quanto para as cargas, tem-se:

$$Z_{P0}^T = Z_{P1}^T = Z_{P2}^T = Z_P^T \quad (4.15)$$

$$Z_1^C = Z_2^C = Z^C \quad (4.16)$$

Escrevendo as impedâncias em termos de admitâncias e colocando na forma matricial, tem-se:

$$Y_{012}^{CT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_P^T + Z^C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_P^T + Z^C} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Como, no método de localização de faltas proposto, todas as grandezas são utilizadas em sequência de fase, a matriz de admitâncias descrita pela eq.(4.17) deve ser transformada para esta sequência, desta forma:

$$\begin{bmatrix} Y_{abc}^{CT} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Y_{012}^{CT} \end{bmatrix} [T] \quad (4.18)$$

Onde é  $T$  o mesmo da eq.(4.14).

- Ligação estrela aterrada-delta-estrela aterrada:

A figura 4.6 mostra os circuitos de sequência zero, positiva e negativa obtidos após o procedimento descrito anteriormente.



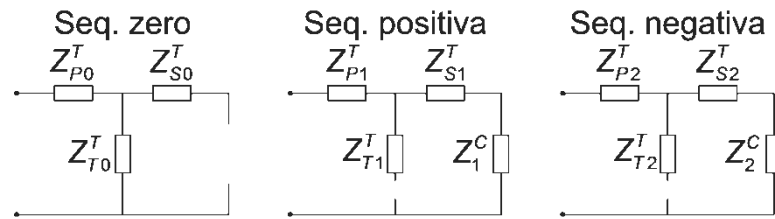


Figura 4.6 – Diagramas sequenciais para a ligação estrela aterrada-delta-estrela aterrada.

Considerando as impedâncias de sequência zero, positiva e negativa idênticas (não necessariamente) tanto para o transformador quanto para as cargas, tem-se:

$$Z_{P0}^T = Z_{P1}^T = Z_{P2}^T = Z_P^T \quad (4.19)$$

$$Z_{S0}^T = Z_{S1}^T = Z_{S2}^T = Z_S^T \quad (4.20)$$

$$Z_{T0}^T = Z_{T1}^T = Z_{T2}^T = Z_T^T \quad (4.21)$$

$$Z_1^C = Z_2^C = Z^C \quad (4.22)$$

As impedâncias  $Z_P^T$ ,  $Z_S^T$  e  $Z_T^T$  são funções das impedâncias de curto-circuito entre os enrolamentos primário ( $P$ ), secundário ( $S$ ) e terciário ( $T$ ) conforme as equações a seguir:

$$Z_P^T = \frac{Z_{PS}^T + Z_{PT}^T - Z_{ST}^T}{2} \quad (4.23)$$

$$Z_S^T = \frac{Z_{ST}^T + Z_{PS}^T - Z_{PT}^T}{2} \quad (4.24)$$

$$Z_T^T = \frac{Z_{PT}^T + Z_{ST}^T - Z_{PS}^T}{2} \quad (4.25)$$

Escrevendo as impedâncias em termos de admitâncias e colocando na forma matricial, tem-se:

$$Y_{012}^{CT} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_P^T + Z_T^T} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_P^T + Z_S^T + Z^C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_P^T + Z_S^T + Z^C} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Como no método de localização de faltas proposto todas as grandezas são utilizadas em sequência de fase, a matriz de admitâncias descrita pela eq.(4.26) deve ser transformada para esta sequência, desta forma:

$$[Y_{abc}^{CT}] = [T]^{-1} [Y_{012}^{CT}] [T] \quad (4.27)$$

onde  $T$  é o mesmo da eq.(4.14).

- Das chaves seccionadoras, representadas como um elemento contendo funções de forma com resistências que assumem valores discretos (zero ou infinito):

As chaves seccionadoras, cujos estados são estimados pelo algoritmo descrito no item 3.4, são representadas matematicamente pela eq.(4.27) a seguir:

$$R_{ch}^{d1} = \begin{bmatrix} R_{ch_1^1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{ch_1^1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{ch_1^1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{ch_2^1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{ch_2^1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{ch_2^1} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

onde os coeficientes da matriz admitem apenas o estado zero ou infinito.

As chaves seccionadoras são consideradas, como os trechos da rede, um elemento para o algoritmo descrito no item 3.2, possuindo a matriz representada pela eq.(4.27) como sua função de forma.

**e) Passos 5 e 6**

As tensões nas barras são, então, calculadas invertendo-se a matriz de admitâncias da rede e multiplicando-a em ambos os lados da eq.(3.30), como segue:

$$[V_{bus}] = [Y_{bus}]^{-1} [I_{bus}] \quad (4.28)$$

onde:

$$V_{bus} = \left[ [V^L] \quad [V^{p_1^1}] \quad [V^{p_2^1}] \quad \cdots \quad [V^{p_2^{n-3}}] \quad [V^R] \quad [V^{p_1^{n-2}}] \quad \cdots \quad [V^{c_1}] \right]^T \quad (4.29)$$

$$[Y_{bus}]^{-1} = [Z_{bus}] = \begin{bmatrix} [Z^{LL}] & [Z^{Lp_1^1}] & [Z^{Lp_2^1}] & \cdots & [Z^{Lc_1}] \\ [Z^{p_1^1L}] & [Z^{p_1^1p_1^1}] & [Z^{p_1^1p_2^1}] & \cdots & [Z^{p_1^1c_1}] \\ [Z^{p_2^1L}] & [Z^{p_2^1p_1^1}] & [Z^{p_2^1p_2^1}] & \cdots & [Z^{p_2^1c_1}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [Z^{c_1L}] & [Z^{c_1p_1^1}] & [Z^{c_1p_2^1}] & \cdots & [Z^{c_1c_1}] \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$[I_{bus}] = \left[ [I_N^L] \quad [0] \quad [0] \quad \cdots \quad [0] \quad [I_N^R] \quad [0] \quad \cdots \quad [0] \right]^T \quad (4.31)$$

As correntes  $[I_N^L]$  e  $[I_N^R]$  são calculadas por meio dos equivalentes, cujos cálculos se encontram a seguir:

$$[I_N^L] = [Z^{eqvL}]^{-1} [E_{abc}^L] \quad (4.32)$$

$$[I_N^R] = [Z^{eqvR}]^{-1} [E_{abc}^R] \quad (4.33)$$

Desta forma, a tensão no ponto  $p^1$  do sub-trecho 1,  $p_1^1$ , bem como a impedância vista por este ponto são o vetor  $[V^{p_1^1}]$  e a matriz  $[Z^{p_1^1p_1^1}]$ , que consistem no equivalente de Thévenin da rede.

**f) Passo 7**

A determinação da corrente de falta é dependente do tipo de falta, os quais podem ser: fase-terra; dupla fase-terra; dupla fase e trifásico. Desta forma, a função objetivo é escolhida de acordo com o tipo de falta.

Tomando o circuito da figura 4.7 como modelo para a representação física da falta, é possível obter equações para o cálculo da corrente de falta para cada tipo de falta mencionado anteriormente. Desta forma:

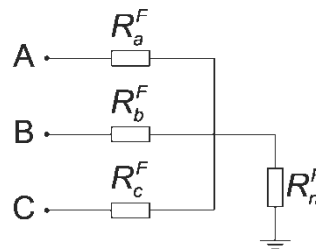


Figura 4.7 – Modelo de circuito para aplicação da falta.

$$R^F = \begin{bmatrix} R_a^F + R_n^F & R_n^F & R_n^F \\ R_n^F & R_b^F + R_n^F & R_n^F \\ R_n^F & R_n^F & R_c^F + R_n^F \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

O cálculo da corrente de falta é realizado com base no equivalente de Thévenin, obtido nos passos 5 e 6, e na matriz de resistência de falta, desta forma:

$$[I^F] = \{ [Z^{\rho_1^1 \rho_1^1}] + [R^F] \}^{-1} [V^{\rho_1^1}] \quad (4.35)$$

Multiplicando a eq.(4.35) por  $[R^F]^{-1}[R^F]$  do lado esquerdo e por  $[Z^{\rho_1^1 \rho_1^1}][Z^{\rho_1^1 \rho_1^1}]^{-1}$  do lado direito, tem-se:

$$[I^F] = [R^F]^{-1} \{ [Z^{\rho_1^1 \rho_1^1}]^{-1} + [R^F]^{-1} \}^{-1} [Z^{\rho_1^1 \rho_1^1}]^{-1} [V^{\rho_1^1}] \quad (4.36)$$

Chamando  $[R^F]^{-1}$  de  $[Y^F]$  e  $[Z^{\rho_1^1 \rho_1^1}]^{-1}$  de  $[Y^{\rho_1^1 \rho_1^1}]$  pode-se escrever a eq.(4.36) da seguinte forma:

$$[I^F] = [Y^F] \{ [Y \rho^1 \rho^1] + [Y^F] \}^{-1} [Y \rho^1 \rho^1] [V \rho^1] \quad (4.37)$$

onde:

$$Y^F = \frac{1}{\det[R^F]} \begin{bmatrix} R_b^F R_c^F + R_b^F R_n^F + R_c^F R_n^F & -R_c^F R_n^F & -R_b^F R_n^F \\ -R_c^F R_n^F & R_a^F R_c^F + R_a^F R_n^F + R_c^F R_n^F & -R_a^F R_n^F \\ -R_b^F R_n^F & -R_a^F R_n^F & R_a^F R_b^F + R_a^F R_n^F + R_b^F R_n^F \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

A forma da matriz  $[Y^F]$  irá depender do tipo de falta ocorrido, então:

– Para falta fase A-terra:

$$R_a^F \neq 0;$$

$$R_b^F \rightarrow \infty;$$

$$R_c^F \rightarrow \infty;$$

$$R_n^F \neq 0.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ \frac{R_a^F + R_n^F}{R_a^F + R_n^F} & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

– Para falta fase B-terra:

$$R_a^F \rightarrow \infty;$$

$$R_b^F \neq 0;$$

$$R_c^F \rightarrow \infty;$$

$$R_n^F \neq 0.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_b^F + R_n^F} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

– Para falta fase C-terra:

$$R_a^F \rightarrow \infty;$$

$$R_b^F \rightarrow \infty;$$

$$R_c^F \neq 0;$$

$$R_n^F \neq 0.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_c^F + R_n^F} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

– Para falta trifásica:

A eq.(4.38) fica inalterada.

– Para falta fases AB-terra:

$$R_a^F \neq 0;$$

$$R_b^F \neq 0;$$

$$R_c^F \rightarrow \infty;$$

$$R_n^F \neq 0.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} \frac{R_b^F + R_n^F}{R_a^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} & \frac{-R_n^F}{R_a^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} & 0 \\ \frac{-R_n^F}{R_a^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} & \frac{R_a^F + R_n^F}{R_a^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

– Para falta fases BC-terra:

$$R_a^F \rightarrow \infty;$$

$$R_b^F \neq 0;$$

$$R_c^F \neq 0;$$

$$R_n^F \neq 0.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_c^F + R_n^F}{R_c^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} & \frac{-R_n^F}{R_c^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} \\ 0 & \frac{-R_n^F}{R_c^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} & \frac{R_b^F + R_n^F}{R_c^F (R_b^F + R_n^F) + R_b^F R_n^F} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

– Para falta fases CA-terra:

$$R_a^F \neq 0;$$

$$R_b^F \rightarrow \infty;$$

$$R_c^F \neq 0;$$

$$R_n^F \neq 0.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} \frac{R_c^F + R_n^F}{R_a^F (R_c^F + R_n^F) + R_c^F R_n^F} & 0 & \frac{-R_n^F}{R_a^F (R_c^F + R_n^F) + R_c^F R_n^F} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-R_n^F}{R_a^F (R_c^F + R_n^F) + R_c^F R_n^F} & 0 & \frac{R_a^F + R_n^F}{R_a^F (R_c^F + R_n^F) + R_c^F R_n^F} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

– Para falta fases AB:

$$R_a^F \neq 0;$$

$$R_b^F \neq 0;$$

$$R_c^F \rightarrow \infty;$$

$$R_n^F \rightarrow \infty.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_a^F + R_b^F} & \frac{-1}{R_a^F + R_b^F} & 0 \\ \frac{-1}{R_a^F + R_b^F} & \frac{1}{R_a^F + R_b^F} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

– Para falta fases BC:

$$R_a^F \rightarrow \infty;$$

$$R_b^F \neq 0;$$

$$R_c^F \neq 0;$$

$$R_n^F \rightarrow \infty.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_b^F + R_c^F} & \frac{-1}{R_b^F + R_c^F} \\ 0 & \frac{-1}{R_b^F + R_c^F} & \frac{1}{R_b^F + R_c^F} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

– Para falta fases CA:

$$R_a^F \rightarrow \infty;$$

$$R_b^F \neq 0;$$

$$R_c^F \neq 0;$$

$$R_n^F \rightarrow \infty.$$

Obtendo-se:

$$Y^F = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_c^F + R_a^F} & 0 & \frac{-1}{R_c^F + R_a^F} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{R_c^F + R_a^F} & 0 & \frac{1}{R_c^F + R_a^F} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$



---

Neste trabalho, nas matrizes descritas pelas equações (4.38) a (4.47) as resistências  $R_a^F$ ,  $R_b^F$  e  $R_c^F$  são consideradas contendo o mesmo valor e a resistência  $R_n^F$  é considerada contendo valor zero.

**g) Passos 8 e 9**

Calculada a corrente de falta, no passo anterior, esta é colocada no vetor de correntes injetadas nos nós na posição correspondente ao ponto  $p^1$ , referente ao sub-trecho 1, desta forma:

$$[I_{bus}^F] = \left[ [I_N^L] \quad -[I^F] \quad [0] \quad \cdots \quad [0] \quad [I_N^R] \quad [0] \quad \cdots \quad [0] \right]^T \quad (4.48)$$

Então, através da matriz de admitâncias da rede e do vetor de correntes da eq.(4.48), calcula-se o vetor de tensões pós-falta nos nós da rede:

$$[V_{bus}]_{pós} = [Z_{bus}] [I_{bus}^F] \quad (4.49)$$

Em maiores detalhes:

$$[V_{bus}]_{pós} = \left[ [V^L]_{pós} \quad [V^{p_1}]_{pós} \quad [V^{p_2}]_{pós} \right. \\ \left. \cdots \quad [V^{p_{n-3}}]_{pós} \quad [V^R]_{pós} \quad [V^{p_1^{n-2}}]_{pós} \quad \cdots \quad [V^{C_1}]_{pós} \right]^T \quad (4.50)$$

**h) Passo 10**

Calculado o vetor de tensões pós-falta nos nós da rede, é necessário calcular as correntes pós-falta que fluem pelos circuitos dos terminais.

O cálculo das correntes pós-falta que fluem pelos circuitos dos terminais é realizado através do sistema matricial da rede, montado pelo algoritmo descrito no item 3.2, antes da aplicação das condições de contorno de Neumann, desta forma:

$$[I_{bus}^{AN}] = [Y_{bus}^{AN}] [V_{bus}] \quad (4.51)$$

O índice "AN" significa: Antes de Neumann.

Em detalhes, o vetor de correntes que fluem pelos terminais, tem a seguinte forma:

$$[I_{bus}^{AN}] = \left[ [I_1^1] \quad [I_2^1] \quad [0] \quad \cdots \quad [0] \quad -[I_1^{n-3}] \quad -[I_2^{n-3}] \quad \cdots \quad -[I_1^n] \quad -[I_2^n] \right]^T \quad (4.52)$$

Então, substituindo na eq.(4.52) o vetor de tensão nos nós pelo vetor de tensões pós-falta, tem-se:

$$[I_{bus}^{AN}]_{pós} = [Y_{bus}^{AN}][V_{bus}]_{pós} \quad (4.53)$$

Obtendo, portanto, o vetor de correntes pós-falta que fluem pelos circuitos dos terminais.

Expandindo o vetor obtido através da eq.(4.53), tem-se:

$$[I_{bus}^{AN}] = \begin{bmatrix} [I_1^1]_{pós} & [I_2^1]_{pós} & [0] & \cdots & [0] \\ -[I_1^{n-3}]_{pós} & -[I_2^{n-3}]_{pós} & \cdots & -[I_1^n]_{pós} & -[I_2^n]_{pós} \end{bmatrix}^T \quad (4.54)$$

### i) Passos 11 e 12

As tensões correspondentes aos terminais com medições, que neste caso são os terminais  $L$  e  $R$ , são  $[V^L]_{pós}$  e  $[V^R]_{pós}$ .

As correntes correspondentes aos terminais com medições, que neste caso são os terminais  $L$  e  $R$ , são:

- Correntes  $[I_1^1]_{pós}$  e  $[I_2^1]_{pós}$ , cujo sentido é saindo do terminal  $L$  e entrando no trecho 1;
- Correntes  $[I_1^{n-3}]_{pós}$  e  $[I_2^{n-3}]_{pós}$ , cujo sentido é saindo do trecho  $n-3$  e entrando no terminal  $R$ .

Com o objetivo de facilitar o cálculo dos erros entre as correntes medidas e calculadas, será convencionado que as correntes saem dos terminais, desta forma:

Para o terminal  $L$ :

$$[I_1^L]_{pós} = [I_1^1]_{pós} \quad (4.55)$$

$$\left[ I_2^L \right]_{pós} = \left[ I_2^1 \right]_{pós} \quad (4.56)$$

Para o terminal  $R$ :

$$\left[ I_1^R \right]_{pós} = - \left[ I_1^{n-3} \right]_{pós} \quad (4.57)$$

$$\left[ I_2^R \right]_{pós} = - \left[ I_2^{n-3} \right]_{pós} \quad (4.58)$$

### j) Passos 13 a 16

Calculadas as tensões e correntes pós-falta, estas são comparadas às tensões e correntes pós-falta medidas, desta forma:

$$er = \sqrt{\sum_i \sum_j \left| \frac{(V_{j-Ti}^{pósM} - V_{j-Ti}^{pósC})}{V_{j-Ti}^{pósM}} \right|^2} + \sqrt{\sum_i \sum_j \left| \frac{(I_{j-Ti}^{pósM} - I_{j-Ti}^{pósC})}{I_{j-Ti}^{pósM}} \right|^2} \quad (4.59)$$

onde:

$V_{j-Ti}^{pósM}$  é a tensão pós-falta da fase  $j$  medida no terminal  $i$ ;

$V_{j-Ti}^{pósC}$  é a tensão pós-falta da fase  $j$  calculada para o terminal  $i$ ;

$I_{j-Ti}^{pósM}$  é a corrente pós-falta fluindo na fase  $j$  medida no terminal  $i$ ;

$I_{j-Ti}^{pósC}$  é a corrente pós-falta fluindo na fase  $j$  calculada para o terminal  $i$ .

Na eq.(4.59), apesar das parcelas dos erros de tensão e corrente puderem ser calculadas juntas no mesmo somatório, elas foram separadas para maior clareza, possibilitando, desta forma, a observação da evolução dos erros de tensão e corrente separadamente.

O erro  $er$  é minimizado através da variação da resistência de falta e dos ponteiros, que neste caso é o ponteiro  $p^1$ .

A seguir, na figura 4.8, é apresentado o fluxograma da estrutura e do procedimento de minimização da função objetivo.

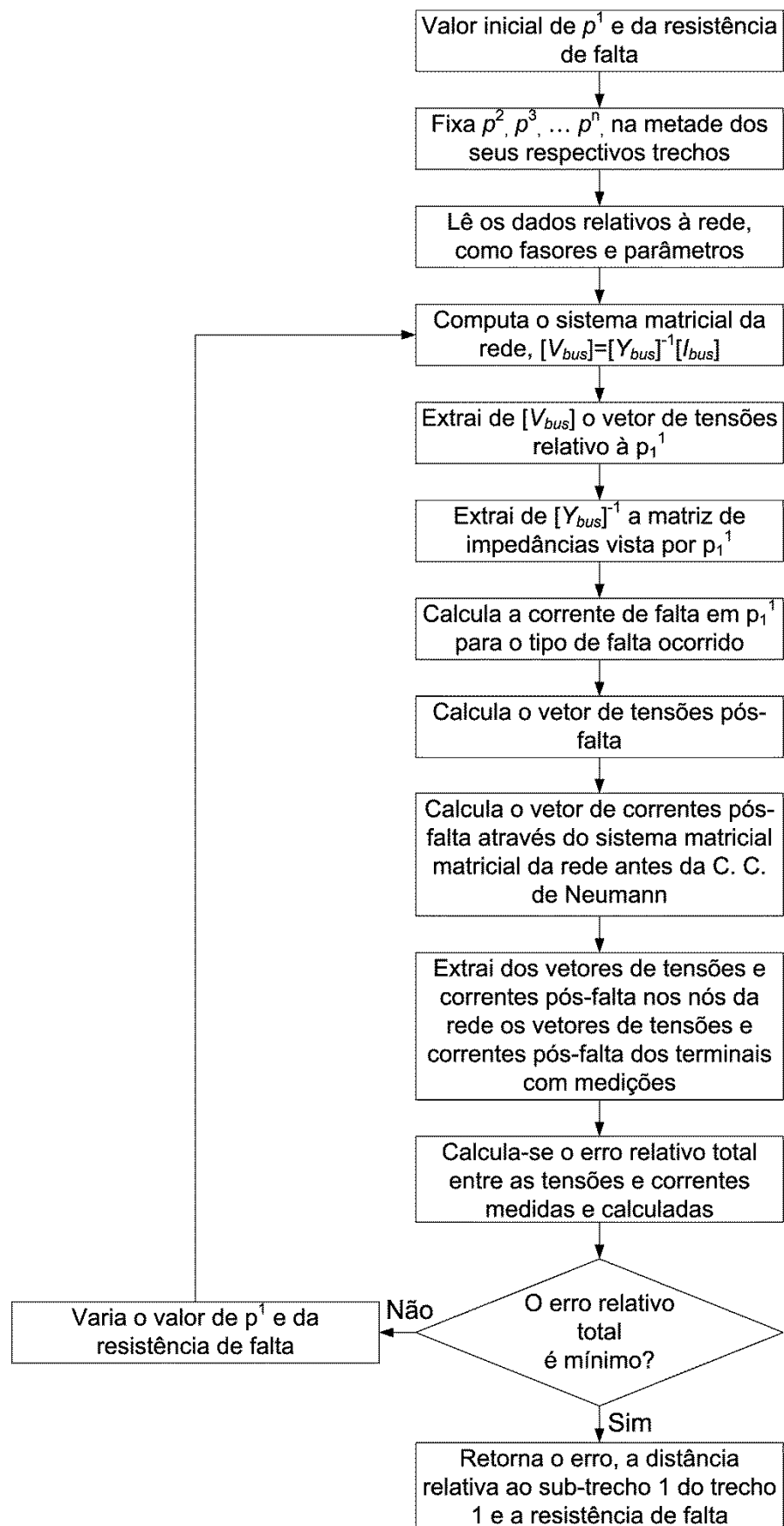


Figura 4.8 – Fluxograma da estrutura e do procedimento de minimização da função objetivo.

## 5 ANÁLISE DE DESEMPENHO DO MÉTODO DE LOCALIZAÇÃO DE FALTAS PROPOSTO

Com o objetivo de avaliar o método de localização de faltas proposto neste trabalho, foram realizadas simulações de falta através do programa *Alternative Transient Program* – ATP. Este programa gera um arquivo com extensão “.lis”, cujos dados são utilizados em uma rotina de pós-processamento implementada no software MATLAB (MATHWORKS, 1992).

A rotina de pós-processamento consiste em um algoritmo que realiza a filtragem digital dos dados para a extração dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta. Os fasores são necessários para obtenção das informações da falta, como: distância, trecho de ocorrência e resistência. Os dados dos terminais, local e remoto, são considerados fora de sincronismo entre si.

O método de localização de faltas foi avaliado através da variação dos seguintes fatores:

- Distância de falta;
- Tipo de falta;
- Resistência de falta;
- Erros no módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente;
- Erros nos parâmetros da linha;
- Erros nos equivalentes da rede.

## 5.1 ESTRUTURA DA REDE SIMULADA

A seguir, nos itens 5.1.1 e 5.1.2, são apresentadas, respectivamente, as configurações para redes contendo linhas de transmissão com trechos não transpostos e circuito duplo.

### 5.1.1 Rede com linhas de transmissão com trechos não transpostos e circuito duplo

A rede mostrada na figura 5.1 foi modelada no programa ATP para realizar as simulações.

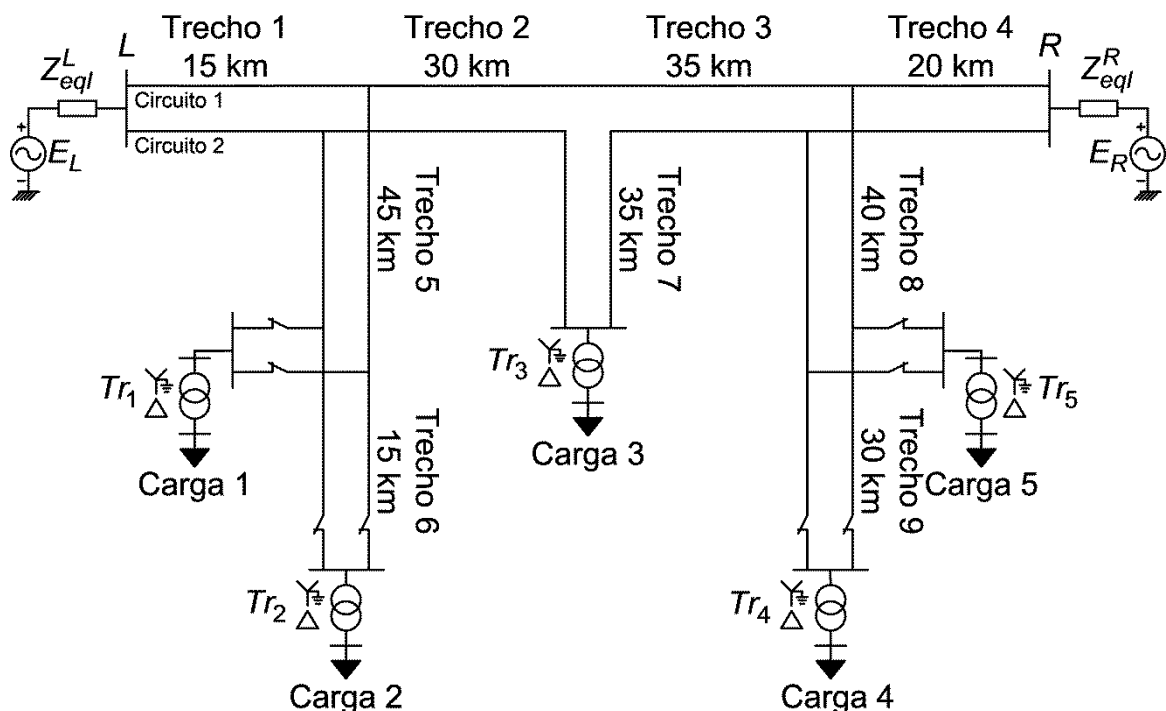


Figura 5.1 – Rede com linhas de transmissão com trechos não transpostos e circuito duplo

A rede apresentada na figura 5.1 possui as configurações descritas nos itens 5.1.1.1 a 5.1.1.4 que correspondem, respectivamente, às configurações das linhas de

transmissão, aos transformadores ligados às cargas, às cargas e aos equivalentes utilizados na rede.

#### 5.1.1.1 Configurações das linhas de transmissão

As linhas de transmissão utilizadas na rede da figura 5.1, possuem os seguintes dados:

- Tensão nominal de 138 (kV);
- Trechos não transpostos;
- Circuito duplo;
- Características dos condutores e do cabo-guarda:

Tabela 5.1 – Características dos condutores e do cabo-guarda

<b>Cabo</b>	<b>Tipo</b>	<b>Diâmetro externo (cm)</b>	<b>Resistência (50°C) (<math>\Omega</math>/km)</b>
Condutor	Oriole	1,8821	0,1833
Guarda	Alumoweld 3/8"	0,9525	1,8543

- Resistividade do solo: 600  $\Omega$ m.
- Característica da torre:

Na figura 5.2 é apresentada a geometria da torre utilizada na rede de transmissão:



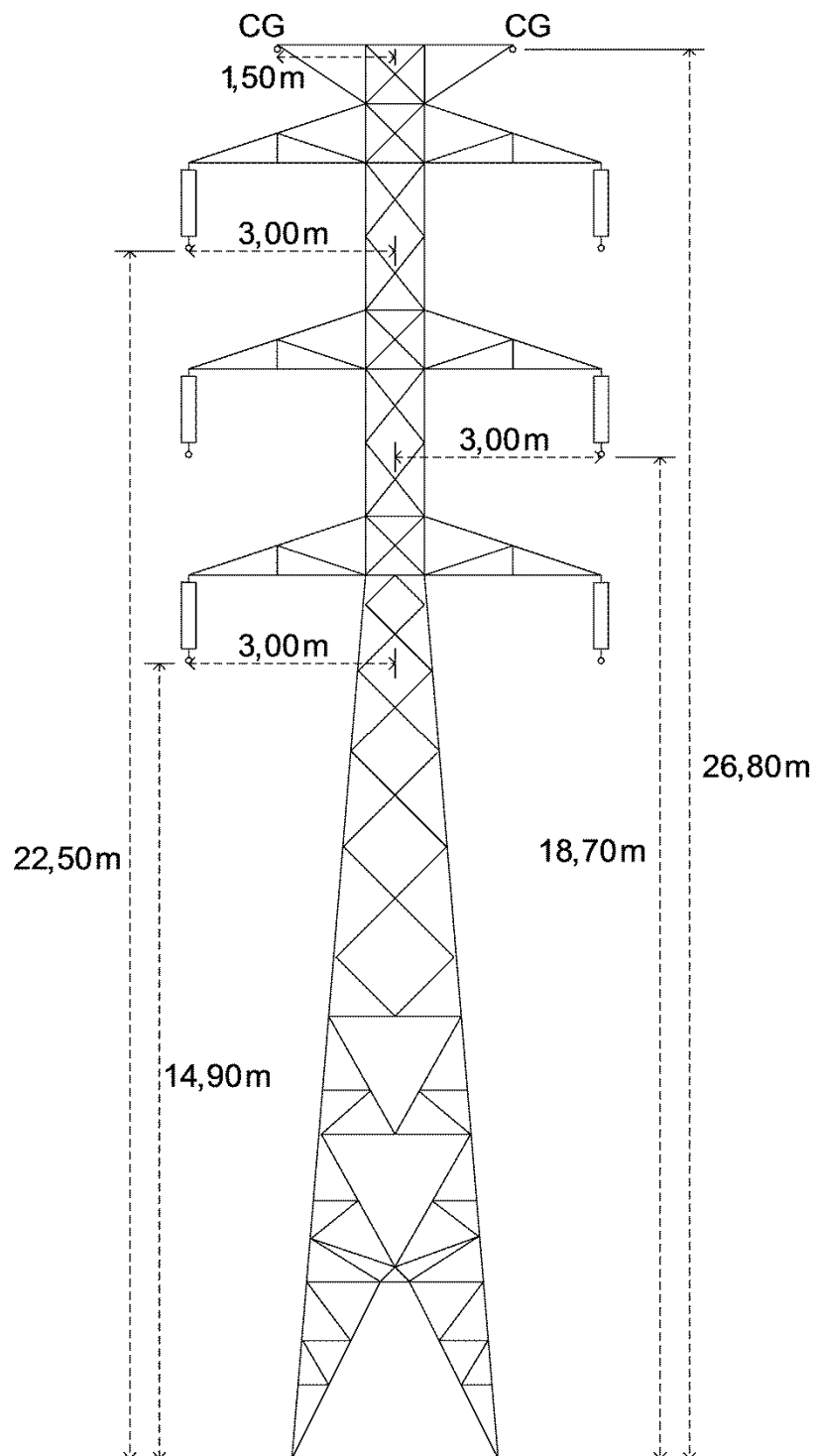


Figura 5.2 – Geometria da torre utilizada na rede de transmissão simulada

### 5.1.1.2 Transformadores conectados nas cargas

Os transformadores conectados nas cargas possuem as características mostradas na tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Características dos transformadores

<b>Transformador</b>	<b>Tipo de ligação</b>	<b>Tensão (kV)</b>	<b>Xcc (%)</b>	<b>Potência nominal (MVA)</b>
$Tr_1$	Estrela aterrada / delta	138:13,8	10	15
$Tr_2$ e $Tr_4$	Estrela aterrada / delta	138:13,8	10	30
$Tr_3$	Estrela aterrada / delta	138:13,8	10	50
$Tr_5$	Estrela aterrada / delta	138:13,8	10	40

O tipo de ligação escolhido para os transformadores, conforme mostra a tabela 5.2, foi realizado desta forma para incluir na avaliação do método de localização de faltas a contribuição dos mesmos na corrente de curto-circuito, pois em faltas que envolvem a terra, este é o pior caso.

### 5.1.1.3 Cargas

As cargas conectadas na rede possuem as potências mostradas na tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Cargas conectadas à rede

<b>Carga</b>	<b>Potência (MVA)</b>
1	$15 \angle 18,20^\circ$
2	$30 \angle 18,20^\circ$
3	$50 \angle 18,20^\circ$
4	$25 \angle 18,20^\circ$
5	$40 \angle 18,20^\circ$

#### 5.1.1.4 Parâmetros dos equivalentes

Os equivalentes dos terminais com medição, neste caso local e remoto, possuem os seguintes parâmetros:

- Tensão interna do equivalente do terminal local (em pu):  $1,050\angle 50^\circ$ ;
- Tensão interna do equivalente do terminal remoto (em pu):  $1,050\angle 51^\circ$ ;
- Potências de curto-circuito e impedância equivalente de sequência positiva, mostradas na tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Parâmetros de sequência positiva dos equivalentes

<b>Terminal local</b>		<b>Terminal remoto</b>	
Potência de curto-circuito trifásico (GVA)	$0,97\angle 84,14^\circ$	Potência de curto-circuito trifásico (GVA)	$2,23\angle 83,29^\circ$
Potência de curto-circuito fase-terra (GVA)	$0,72\angle 83,46^\circ$	Potência de curto-circuito fase-terra (GVA)	$1,60\angle 83,57^\circ$
Impedância equivalente ( $\Omega$ )	$2 + j19,5$	Impedância equivalente ( $\Omega$ )	$1 + j8,5$

- Impedância equivalente de sequência zero, mostrada na tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Parâmetros de sequência zero dos equivalentes

<b>Terminal local</b>		<b>Terminal remoto</b>	
Impedância equivalente ( $\Omega$ )	$5 + j39,5$	Impedância equivalente ( $\Omega$ )	$2 + j18,5$

## 5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

O objetivo das simulações é avaliar a eficiência do método de localização de faltas proposto neste trabalho frente à variação da distância, tipo e resistência de falta, e erros no módulo e ângulo dos fasores, nos parâmetros da linha de transmissão e nos equivalentes. Este método é composto por diversos algoritmos, como descrito nos capítulos 3 e 4, dentre estes serão avaliados os algoritmos de obtenção dos fasores, de estimativa de cargas e de localização de faltas.

Para a avaliação do algoritmo de localização de faltas proposto, foram realizadas as seguintes simulações:

– Variação da distância de falta

Foram simuladas variações de distância de falta, aplicando-se uma falta em cada trecho da rede da figura 5.1, considerando os tipos de falta fase-terra (AT) e trifásica, bem como faltas nos pontos de conexão das derivações com a linha principal, totalizando 24 simulações.

– Variação do tipo de falta

Foram simulados todos os tipos de falta, ABC, AT, BT, CT, ABT, BCT, CAT, AB, BC, CA, nos trechos 1, 4, 6, 7 e 8 com as distâncias de 5 km, 95 km, 67 km, 70 km e 100 km em relação ao terminal local, respectivamente, totalizando 50 simulações.

– Variação da resistência de falta

Foram simuladas para cada tipo de falta, fase-terra (AT), dupla fase-terra (ABT), dupla-fase (AB) e trifásica, resistências de falta de 1, 5, 50 e 500  $\Omega$ , nos trechos 1, 4, 6, 7 e 8 com as distâncias de 5 km, 95 km, 67 km, 70 km e 100 km em relação ao terminal local, respectivamente, totalizando 80 simulações.

– Erros no módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, nos parâmetros da linha e nos equivalentes

Foram realizadas 15 simulações para erros no módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, nos parâmetros da linha e nos equivalentes considerando os tipos de falta fase-terra (AT) e trifásica nos trechos 1, 4, 6, 7 e 8

---

com as distâncias de 5 km, 95 km, 67 km, 70 km e 100 km em relação ao terminal local, respectivamente, totalizando 450 simulações.

Considerando todos os casos de simulação do método de localização de faltas, descritos anteriormente, foi realizado um total de 604 simulações.

### **5.2.1 Avaliação do método de obtenção dos fasores**

Com o objetivo de se avaliar o método de obtenção de fasores, cujo resumo está mostrado no item 3.1, foi simulada uma falta fase - terra (AT) com resistência de 5 ohm no ramal principal (Trecho 1 - Circuito 1) a 5 km do terminal local no programa ATP.

A seguir estão apresentados os resultados da simulação:

Tabela 5.6 – Fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, nos terminais local e remoto para uma falta fase-terra

		Terminal local		Terminal remoto		
		Fasores calculados pelo método	Fasores calculados pelo ATP	Fasores calculados pelo método	Fasores calculados pelo ATP	
<b>Falta fase-terra (AT)</b>	<b>Tensão pré-falta (V)</b>	A	81760∠47,29°	81762∠47,29°	82645∠48,95°	82648∠48,95°
		B	81918∠-72,71°	81932∠-72,73°	82695∠-71,10°	82707∠-71,12°
		C	81743∠167,19°	81729∠167,16°	82473∠168,88°	82459∠168,86°
	<b>Corrente pré-falta - C1 (A)</b>	A	97,74∠23,13°	97,72∠23,09°	248,94∠32,57°	248,96∠32,61°
		B	95,49∠-95,10°	95,52∠-95,10°	254,23∠-86,18°	254,18∠-86,20°
		C	99,99∠144,49°	99,95∠144,47°	257,61∠151,01°	257,67∠150,97°
	<b>Corrente pré-falta - C2 (A)</b>	A	121,51∠32,04°	121,49∠32,03°	113,56∠47,38°	113,61∠47,42°
		B	121,91∠-85,62°	121,93∠-85,63°	119,45∠-70,60°	119,42∠-70,62°
		C	126,68∠152,69°	126,67∠152,66°	122,24∠165,21°	122,25∠165,16°
	<b>Tensão pós-falta (V)</b>	A	26870∠8,50°	26865∠8,50°	73815∠46,05°	73812∠46,04°
		B	92399∠-78,56°	92415∠-78,59°	81558∠-70,17°	81570∠-70,20°
		C	85928∠175,38°	85910∠175,35°	81856∠168,10°	81842∠168,07°
	<b>Corrente pós-falta - C1 (A)</b>	A	3045,9∠-16,99°	3044,7∠-16,99°	907,39∠-1,71°	907,36∠-1,78°
		B	77,13∠-88,68°	77,27∠-88,69°	263,71∠-130,01°	263,56∠-130,07°
		C	131,89∠145,24°	131,79∠145,24°	411,46∠154,62°	411,57∠154,55°
	<b>Corrente pós-falta - C2 (A)</b>	A	451,98∠165,03°	452,11∠164,93°	344,44∠4,41°	344,40∠4,32°
		B	101,22∠-124,14°	101,29∠-124,12°	127,27∠-145,81°	127,19∠-145,90°
		C	221,09∠154,55°	221,03∠154,53°	249,49∠163,09°	249,54∠163,02°

As figuras 5.3 a 5.5 mostram as tensões e correntes, pré-falta e pós-falta, medidas no terminal local para a falta fase terra (AT) com resistência de 5 ohm no ramal principal (Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local). São mostrados os valores de pico das tensões e correntes.

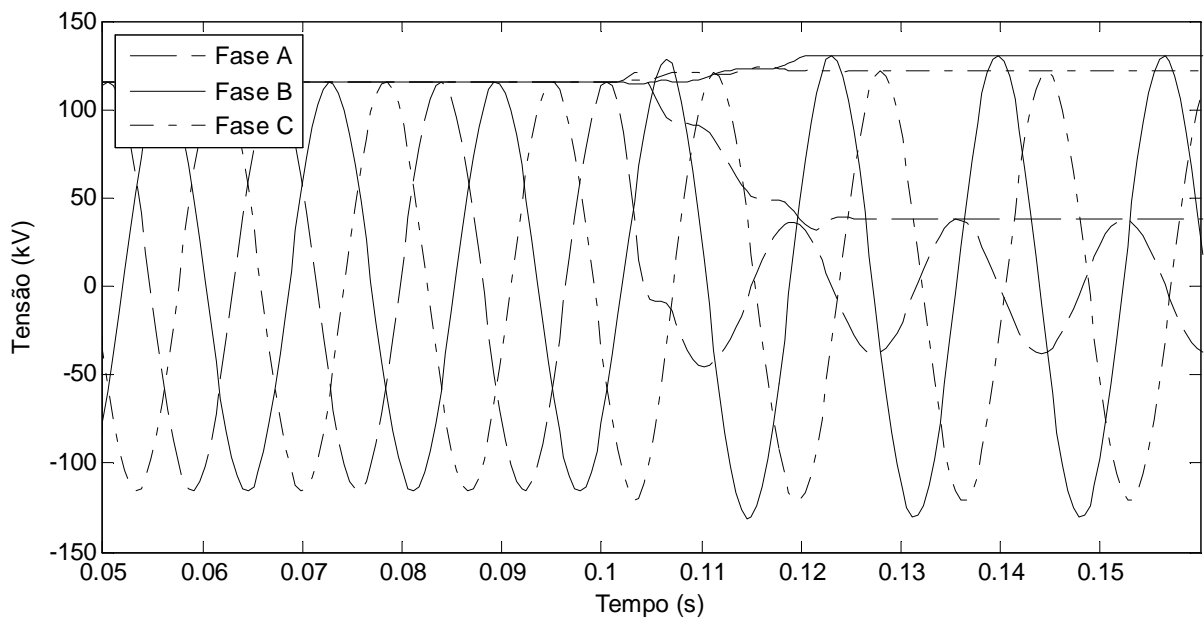


Figura 5.3 – Tensões no terminal local para falta fase-terra (AT)

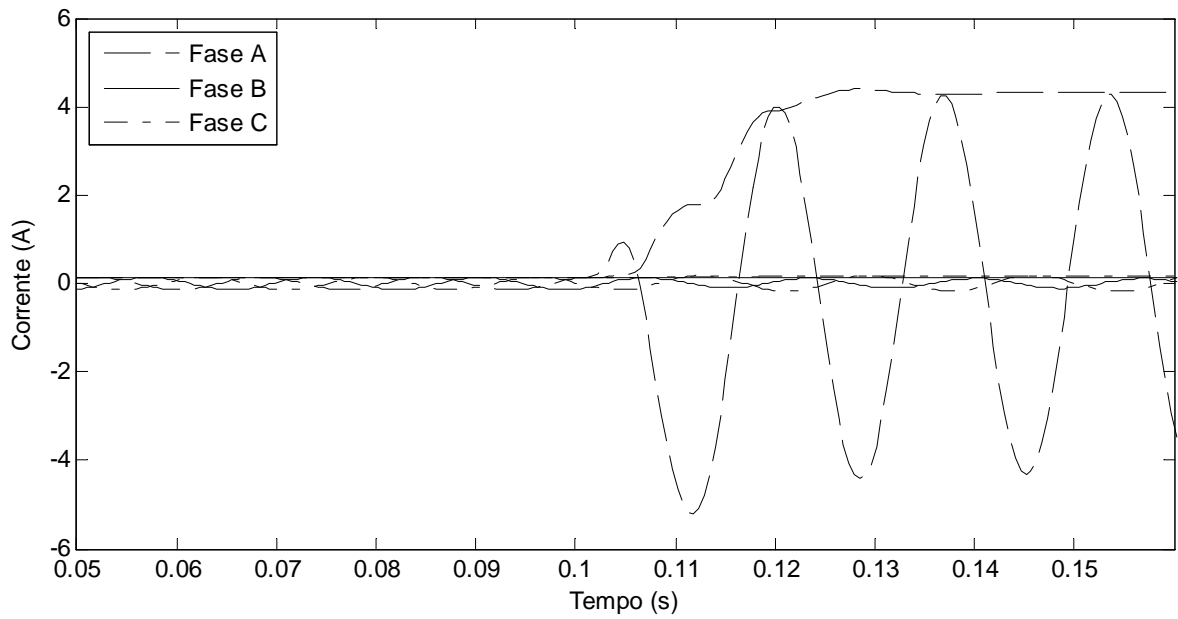


Figura 5.4 – Correntes no circuito 1 do terminal local para falta fase-terra (AT)

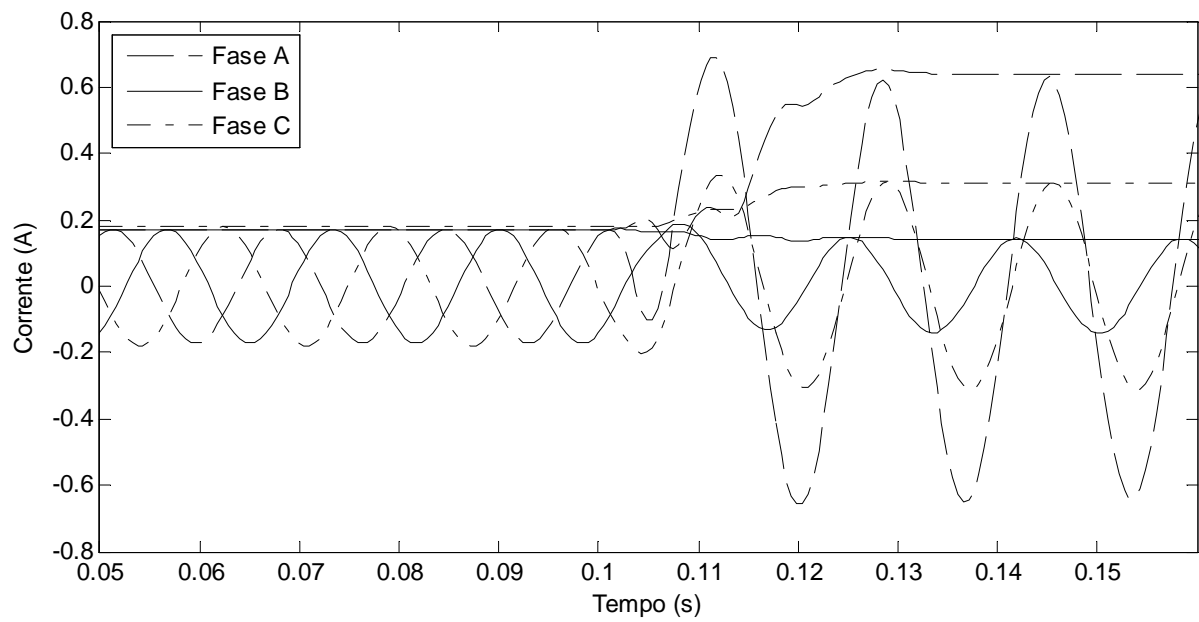
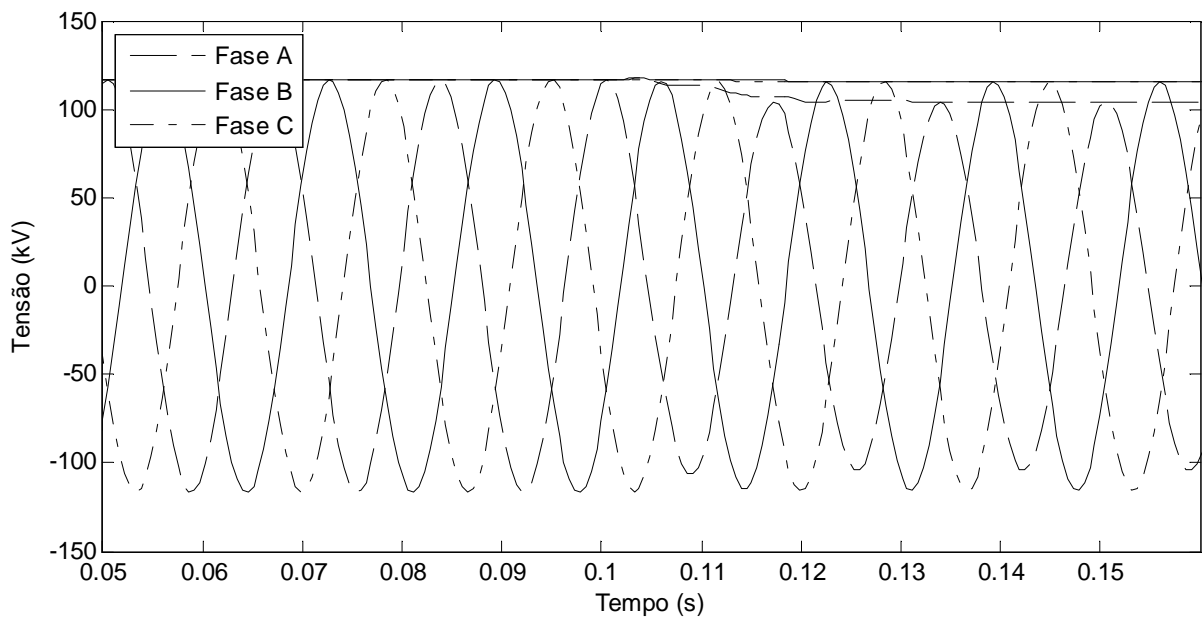


Figura 5.5 – Correntes no circuito 2 do terminal local para falta fase-terra (AT)

As figuras 5.6 a 5.8 mostram as tensões e correntes, pré-falta e pós-falta, medidas no terminal remoto para a falta fase terra (AT) com resistência de 5 ohm no ramal principal (Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local). São mostrados os valores de pico das tensões e correntes.





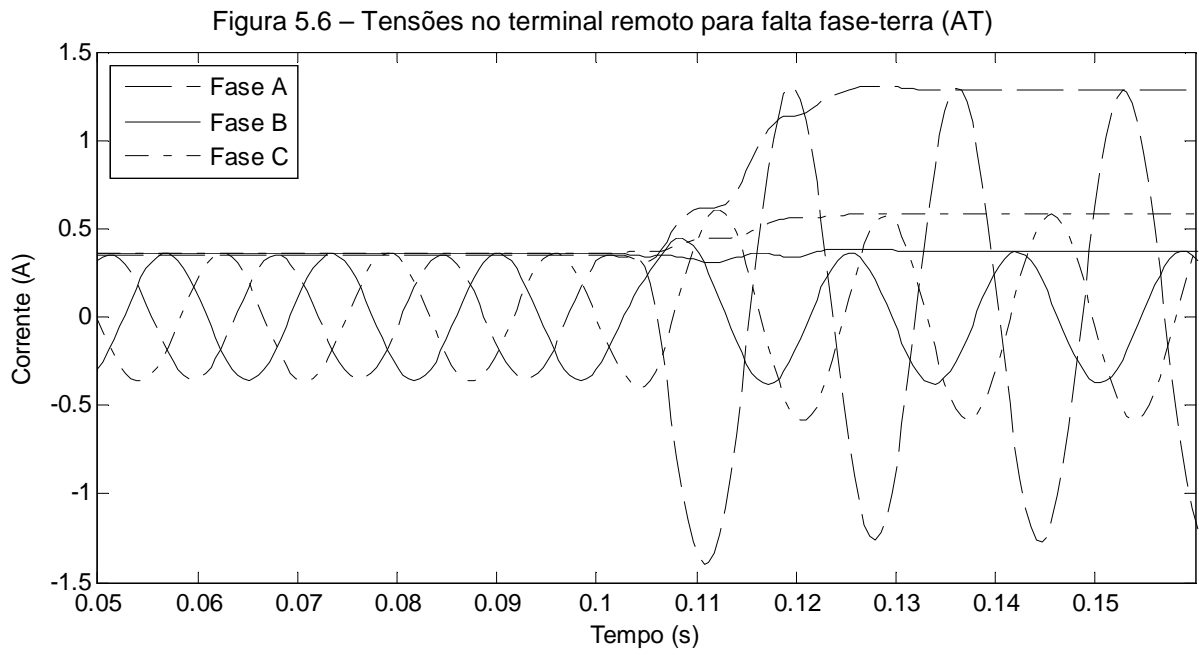


Figura 5.7 – Correntes no circuito 1 do terminal remoto para falta fase-terra (AT)

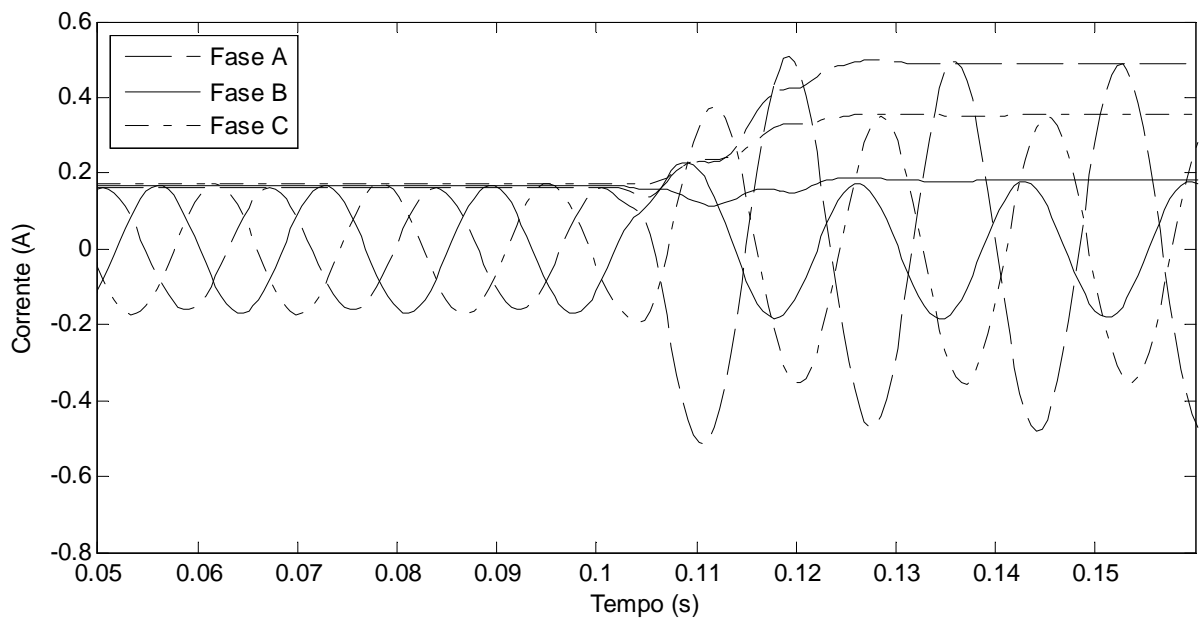


Figura 5.8 – Correntes no circuito 2 do terminal remoto para falta fase-terra (AT)

### 5.2.2 Avaliação do algoritmo de estimativa das cargas, do estado das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos) e sincronismo dos fasores

O algoritmo de estimativa da impedância das cargas, do estado das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos) e do ângulo de sincronismo dos fasores, necessita somente dos fasores de tensão e corrente pré-falta para estimar as cargas conectadas na rede, fazer o sincronismo entre os fasores dos terminais local e remoto e encontrar qual circuito está alimentando a carga.

As tabelas 5.7 e 5.8 mostram os resultados das simulações:

Tabela 5.7 – Comparação entre as cargas simuladas e estimadas pelo algoritmo

Cargas	Circuito simulado	R sim.	X sim.	Circuito estimado	R calc.	X calc.
Carga 1	2	12,06	3,96	2	12,04	3,92
Carga 2	1	6,03	1,98	1	6,03	1,97
Carga 3	1	3,62	1,19	1	3,62	1,19
Carga 4	1	7,24	2,38	1	8,76	2,33
Carga 5	1	4,52	1,49	1	4,05	1,90

Quanto ao ângulo de sincronismo:

Tabela 5.8 – Comparação entre o ângulo de sincronismo simulado e o estimado pelo algoritmo

Ângulo de Sinc. Simulado (°)	Ângulo de Sinc. Calculado (°)	Erro relativo (%)
-20,00	-20,00	0,00

### 5.2.3 Avaliação do algoritmo de localização de faltas

Os resultados da simulação para a avaliação do algoritmo de localização de falta proposto neste trabalho para as variações de distância, tipo e resistência de falta estão apresentados nos itens 5.2.3.1 a 5.2.3.3, respectivamente. Já os resultados para erros no módulo e ângulo dos fasores, de tensão e corrente, nos parâmetros da

linha e nos equivalentes, são apresentados no item 5.2.3.4. No item 5.2.3.5 são apresentados os comentários pertinentes aos resultados obtidos nos itens precedentes.

#### 5.2.3.1 Resultados para variação da distância de falta

Os resultados da avaliação de desempenho do algoritmo de localização de faltas estão apresentados conforme as seguintes definições:

- As distâncias de falta de todos os trechos são medidas em relação ao terminal local;
- Os erros relativos obtidos para os trechos 1 a 4 foram calculados em relação a distância entre o terminal local e o terminal remoto (100 km);
- Os erros relativos obtidos para os trechos 5 e 6 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 1 (75 km);
- Os erros relativos obtidos para o trecho 7 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final do "entra e sai" (80 km);
- Os erros relativos obtidos para os trechos 8 e 9 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 2 (150 km).

As tabelas 5.9 e 5.10 mostram os resultados da simulação para:

- **Falta Fase–terra (AT);**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.9 – Resultados para a variação da distância de falta para faltas fase-terra (AT)

Trecho	Circuito	D <sub>falta</sub> sim. (km)	D <sub>falta</sub> calc. (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	R <sub>falta</sub> calc. (Ω)
1	1	5,00	5,00	0,00	0,00	5,00
2	2	35,00	35,00	0,00	0,00	5,00
3	1	62,00	62,00	0,00	0,00	5,00
4	2	95,00	95,00	0,00	0,00	5,00
5	1	45,00	45,01	10,00	0,01	4,99
6	2	67,00	67,00	0,00	0,00	4,98
7	1	70,00	70,01	10,00	0,01	5,01
7	2	50,00	50,00	0,00	0,00	5,00
8	2	100,00	100,00	0,00	0,00	5,00
9	1	135,00	135,39	390,00	0,26	4,95

Pode-se observar na tabela 5.9 que, para faltas fase-terra, na maioria das simulações o erro obtido foi nulo e o maior erro obtido foi para a falta no trecho 9 - circuito 1 (derivação 2) com valor de 390 m, o qual é baixo se comparado ao comprimento entre o terminal local e o final da derivação 2 (150 km), resultando em um erro relativo de 0,26%.

Os resultados para as faltas nos pontos de conexão das derivações 1 e 2 estão dispostos na tabela 5.10:

Tabela 5.10 – Resultados para falta fase-terra nos pontos de conexão das derivações

Ponto de Conexão	Trechos envolvidos	Circuito	D <sub>falta</sub> sim. (km)	D <sub>falta</sub> calc. (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	R <sub>falta</sub> calc. (Ω)
<b>Derivação 1</b>	1	1	15	15,00	0,00	0,00	5,00
	2	1	15	15,00	0,00	0,00	5,00
	5	1	15	15,00	0,00	0,00	5,00
<b>Derivação 2</b>	3	2	80	80,00	0,00	0,00	5,00
	4	2	80	80,00	0,00	0,00	5,00
	8	2	80	80,00	0,00	0,00	5,00

Como pode ser observado na tabela 5.10, qualquer um dos trechos envolvidos na falta pode ser utilizado como resultado, mas o algoritmo irá retornar apenas uma

saída, ou seja, irá retornar a saída com o menor erro de minimização da função objetivo.

As tabelas 5.11 e 5.12 mostram os resultados da simulação para:

- **Faltas trifásicas;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.11 – Resultados para a variação da distância de falta para faltas trifásicas

Trecho	Circuito	D <sub>falta</sub> sim. (km)	D <sub>falta</sub> calc. (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	R <sub>falta</sub> calc. ( $\Omega$ )
1	1	5,00	4,99	10,00	-0,01	5,00
2	2	35,00	35,05	50,00	0,05	4,99
3	1	62,00	61,83	170,00	-0,17	5,12
4	2	95,00	94,99	10,00	-0,01	5,00
5	1	45,00	45,19	190,00	0,25	4,97
6	2	67,00	67,22	220,00	0,29	4,96
7	1	70,00	70,01	10,00	0,01	4,97
7	2	50,00	50,06	60,00	0,08	4,99
8	2	100,00	100,04	40,00	0,03	5,17
9	1	135,00	135,14	140,00	0,09	5,00

Analisando a tabela 5.11, nota-se que para faltas trifásicas nos trechos 1, 2, 3 e 4 o erro aumenta a medida que o ponto de falta se afasta de um dos terminais, local ou remoto; para faltas trifásicas nas derivações 1 e 2, a medida que a falta se afasta do ponto de conexão com a linha principal o erro também cresce. O maior erro obtido foi para a falta no trecho 6 - circuito 2 (derivação 1) com valor de 220 m, o qual é baixo se comparado ao comprimento entre o terminal local e o final da derivação 1 (75 km), resultando em um erro relativo de 0,29%.

Os resultados para as faltas nos pontos de conexão das derivações 1 e 2 estão dispostos na tabela 5.12:

Tabela 5.12 – Resultados para falta fase–terra nos pontos de conexão das derivações

Ponto de Conexão	Trechos envolvidos	Circuito	$D_{falta}$ sim. (km)	$D_{falta}$ calc. (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	$R_{falta}$ calc. ( $\Omega$ )
<b>Derivação 1</b>	1	1	15	15,00	0,00	0,00	5,00
	2	1	15	15,02	20,00	0,03	5,00
	5	1	15	15,01	10,00	0,00	5,00
<b>Derivação 2</b>	3	2	80	79,88	120,00	-0,08	5,01
	4	2	80	80,00	0,00	0,00	5,05
	8	2	80	80,14	140,00	0,09	5,03

Como pode ser observado na tabela 5.12, qualquer um dos trechos envolvidos na falta pode ser utilizado como resultado, mas o algoritmo irá retornar apenas uma saída, ou seja, irá retornar a saída com o menor erro de minimização da função objetivo.

### 5.2.3.2 Resultados para variação do tipo de falta

Os resultados da avaliação de desempenho do algoritmo de localização de faltas estão apresentados conforme definições descritas no item 5.2.3.1, porém estas definições foram repetidas a seguir a fim de facilitar a observação dos mesmos.

- As distâncias de falta de todos os trechos são medidas em relação ao terminal local;
- Os erros relativos obtidos para os trechos 1 a 4 foram calculados em relação a distância entre o terminal local e o terminal remoto (100 km);
- Os erros relativos obtidos para os trechos 5 e 6 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 1 (75 km);
- Os erros relativos obtidos para o trecho 7 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final do "entra e sai" (80 km);
- Os erros relativos obtidos para os trechos 8 e 9 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 2 (150 km).

A tabela 5.13 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 1 - Circuito 1 – 5 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.13 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>D<sub>falta</sub> calc. (km)</b>	<b>Erro absoluto (m)</b>	<b>Erro relativo (%)</b>	<b>R<sub>falta</sub> calc. (<math>\Omega</math>)</b>
ABC	4,99	10,00	-0,01	5,00
AT	5,00	0,00	0,00	5,00
BT	5,00	0,00	0,00	5,00
CT	5,00	0,00	0,00	5,00
ABT	5,00	0,00	0,00	5,00
BCT	5,00	0,00	0,00	5,00
CAT	5,00	0,00	0,00	5,00
AB	5,00	0,00	0,00	5,00
BC	5,00	0,00	0,00	5,00
CA	5,00	0,00	0,00	5,00

A tabela 5.14 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 4 - Circuito 2 – 95 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.14 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>D<sub>falta</sub> calc. (km)</b>	<b>Erro absoluto (m)</b>	<b>Erro relativo (%)</b>	<b>R<sub>falta</sub> calc. (<math>\Omega</math>)</b>
ABC	94,99	10,00	-0,01	5,00
AT	95,00	0,00	0,00	5,00
BT	95,00	0,00	0,00	5,00
CT	95,00	0,00	0,00	5,00
ABT	95,00	0,00	0,00	5,00
BCT	95,00	0,00	0,00	5,00
CAT	95,00	0,00	0,00	5,00
AB	95,00	0,00	0,00	5,00
BC	95,00	0,00	0,00	5,00
CA	95,00	0,00	0,00	5,00

A tabela 5.15 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 6 - Circuito 2 – 67 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.15 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>D<sub>falta</sub> calc. (km)</b>	<b>Erro absoluto (m)</b>	<b>Erro relativo (%)</b>	<b>R<sub>falta</sub> calc. (<math>\Omega</math>)</b>
ABC	67,22	220,00	0,29	4,96
AT	67,00	0,00	0,00	4,98
BT	67,00	0,00	0,00	4,99
CT	66,99	10,00	-0,01	4,98
ABT	67,00	0,00	0,00	4,99
BCT	67,00	0,00	0,00	5,00
CAT	67,00	0,00	0,00	4,99
AB	67,00	0,00	0,00	5,00
BC	66,99	10,00	-0,01	5,00
CA	67,00	0,00	0,00	5,00

A tabela 5.16 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 7 - Circuito 1 – 70 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.16 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>D<sub>falta</sub> calc. (km)</b>	<b>Erro absoluto (m)</b>	<b>Erro relativo (%)</b>	<b>R<sub>falta</sub> calc. (<math>\Omega</math>)</b>
ABC	70,01	10,00	0,01	4,97
AT	70,01	10,00	0,01	5,01
BT	70,01	10,00	0,01	5,01
CT	70,00	0,00	0,00	5,02
ABT	70,01	10,00	0,01	5,02
BCT	70,01	10,00	0,01	5,02
CAT	70,00	0,00	0,00	5,02
AB	70,01	10,00	0,01	5,03
BC	70,01	10,00	0,01	5,03
CA	70,02	20,00	0,02	5,08



A tabela 5.17 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 8 - Circuito 2 – 100 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.17 – Resultados para a variação do tipo de falta para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>D<sub>falta</sub> calc. (km)</b>	<b>Erro absoluto (m)</b>	<b>Erro relativo (%)</b>	<b>R<sub>falta</sub> calc. (<math>\Omega</math>)</b>
ABC	100,04	40,00	0,03	5,17
AT	100,00	0,00	0,00	5,00
BT	100,00	0,00	0,00	5,00
CT	100,00	0,00	0,00	5,01
ABT	99,99	10,00	-0,01	4,99
BCT	100,00	0,00	0,00	5,01
CAT	100,00	0,00	0,00	5,00
AB	99,99	10,00	-0,01	4,98
BC	100,00	0,00	0,00	4,98
CA	99,99	10,00	-0,01	5,03

Comentários no item 5.2.3.5.

### 5.2.3.3 Resultados para variação da resistência de falta

Os resultados da avaliação de desempenho do algoritmo de localização de faltas estão apresentados conforme definições descritas no item 5.2.3.1, porém estas definições foram repetidas a seguir a fim de facilitar a observação dos mesmos.

- As distâncias de falta de todos os trechos são medidas em relação ao terminal local;
- Os erros relativos obtidos para os trechos 1 a 4 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o terminal remoto (100 km);
- Os erros relativos obtidos para os trechos 5 e 6 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 1 (75 km);

- Os erros relativos obtidos para o trecho 7 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final do "entra e sai" (80 km);
- Os erros relativos obtidos para os trechos 8 e 9 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 2 (150 km).

A tabela 5.18 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 1 - Circuito 1 – 5 km;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.18 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>R<sub>falta</sub> sim. (Ω)</b>	<b>D<sub>falta</sub> calc. (km)</b>	<b>Erro absoluto (m)</b>	<b>Erro relativo (%)</b>	<b>R<sub>falta</sub> calc. (Ω)</b>
<b>Fase - terra</b>	1	5,00	0,00	0,00	1,00
	5	5,00	0,00	0,00	5,00
	50	4,99	10,00	-0,01	50,01
	500	4,95	50,00	-0,05	500,31
<b>Dupla fase - terra</b>	1	5,00	0,00	0,00	1,00
	5	5,00	0,00	0,00	5,00
	50	4,99	10,00	-0,01	50,01
	500	5,00	0,00	0,00	500,02
<b>Dupla - fase</b>	1	5,00	0,00	0,00	1,00
	5	5,00	0,00	0,00	5,00
	50	5,00	0,00	0,00	50,01
	500	5,00	0,00	0,00	500,02
<b>Trifásica</b>	1	4,95	50,00	-0,05	1,00
	5	4,99	10,00	-0,01	5,00
	50	4,99	10,00	-0,01	50,04
	500	5,00	0,00	0,00	499,99

A tabela 5.19 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 4 - Circuito 2 – 95 km;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.19 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local

Tipo de falta	R <sub>falta</sub> sim. (Ω)	D <sub>falta</sub> calc. (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	R <sub>falta</sub> calc. (Ω)
<b>Fase - terra</b>	1	95,00	0,00	0,00	1,00
	5	95,00	0,00	0,00	5,00
	50	94,99	10,00	-0,01	49,99
	500	95,02	20,00	0,02	500,13
<b>Dupla fase - terra</b>	1	95,00	0,00	0,00	1,00
	5	95,00	0,00	0,00	5,00
	50	94,99	10,00	-0,01	49,99
	500	94,99	10,00	-0,01	499,97
<b>Dupla - fase</b>	1	95,00	0,00	0,00	1,00
	5	95,00	0,00	0,00	5,00
	50	94,99	10,00	-0,01	49,98
	500	95,00	0,00	0,00	500,00
<b>Trifásica</b>	1	95,01	10,00	0,01	1,00
	5	94,99	10,00	-0,01	5,00
	50	95,00	0,00	0,00	50,00
	500	95,00	0,00	0,00	500,00

A tabela 5.20 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 6 - Circuito 2 – 67 km;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.20 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local

Tipo de falta	R <sub>falta</sub> sim. (Ω)	D <sub>falta</sub> calc. (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	R <sub>falta</sub> calc. (Ω)
<b>Fase - terra</b>	1	67,00	0,00	0,00	0,98
	5	67,00	0,00	0,00	4,98
	50	67,00	0,00	0,00	49,99
	500	66,97	30,00	-0,04	500,03
<b>Dupla fase - terra</b>	1	67,00	0,00	0,00	0,99
	5	67,00	0,00	0,00	4,99
	50	67,01	10,00	0,01	49,99
	500	67,07	70,00	0,09	500,01

Continua

Tipo de falta	R <sub>falta sim.</sub> (Ω)	D <sub>falta calc.</sub> (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	R <sub>falta calc.</sub> (Ω)
Dupla - fase	1	67,00	0,00	0,00	1,00
	5	67,00	0,00	0,00	5,00
	50	67,00	0,00	0,00	50,00
	500	67,17	170,00	0,23	499,84
Trifásica	1	67,21	210,00	0,28	0,96
	5	67,22	220,00	0,29	4,96
	50	67,29	290,00	0,39	49,98
	500	67,24	240,00	0,32	499,89

A tabela 5.21 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 7 - Circuito 1 – 70 km;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.21 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local

Tipo de falta	R <sub>falta sim.</sub> (Ω)	D <sub>falta calc.</sub> (km)	Erro absoluto (m)	Erro relativo (%)	R <sub>falta calc.</sub> (Ω)
Fase - terra	1	70,01	10,00	0,01	1,01
	5	70,01	10,00	0,01	5,01
	50	70,00	0,00	0,00	50,01
	500	70,02	20,00	0,02	500,02
Dupla fase - terra	1	70,01	10,00	0,01	1,01
	5	70,01	10,00	0,01	5,02
	50	70,01	10,00	0,01	50,01
	500	70,00	0,00	0,00	499,99
Dupla - fase	1	70,01	10,00	0,01	1,03
	5	70,01	10,00	0,01	5,03
	50	70,01	10,00	0,01	50,03
	500	70,00	0,00	0,00	499,98
Trifásica	1	70,01	10,00	0,01	0,98
	5	70,01	10,00	0,01	4,97
	50	70,01	10,00	0,01	50,02
	500	70,00	0,00	0,00	499,98

A tabela 5.22 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 8 - Circuito 2 – 100 km;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.22 – Resultados para a variação da resistência de falta para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>R<sub>falta</sub> sim. (Ω)</b>	<b>D<sub>falta</sub> calc. (km)</b>	<b>Erro absoluto (m)</b>	<b>Erro relativo (%)</b>	<b>R<sub>falta</sub> calc. (Ω)</b>
<b>Fase - terra</b>	1	100,00	0,00	0,00	1,00
	5	100,00	0,00	0,00	5,00
	50	100,02	20,00	0,01	49,97
	500	99,80	200,00	-0,13	500,04
<b>Dupla fase - terra</b>	1	99,99	10,00	-0,01	1,00
	5	99,99	10,00	-0,01	4,99
	50	100,03	30,00	0,02	49,99
	500	100,11	110,00	0,07	499,96
<b>Dupla - fase</b>	1	99,99	10,00	-0,01	0,98
	5	99,99	10,00	-0,01	4,98
	50	100,01	10,00	0,01	49,98
	500	100,01	10,00	0,01	499,98
<b>Trifásica</b>	1	100,18	180,00	0,12	1,10
	5	100,04	40,00	0,03	5,17
	50	99,87	130,00	-0,09	50,02
	500	100,10	100,00	0,07	499,97

Comentários no item 5.2.3.5.

#### 5.2.3.4 Resultados para variação no módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, nos parâmetros das linhas e nos equivalentes

Com o objetivo de avaliar o método de localização de faltas proposto frente aos erros de medição dos fasores, dos parâmetros das linhas de transmissão e dos equivalentes, foram aplicados erros aos mesmos através de uma função que gera aleatoriamente.

---

No caso dos fasores, os erros nos módulos da tensão foram gerados segundo a curva de densidade de probabilidade mostrada na figura 5.9, pois segundo a ABNT NBR 6855 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2009), a classe de exatidão para TP's de proteção é de 3%. Já os erros nos módulos da corrente foram gerados segundo a curva de densidade de probabilidade mostrada na figura 5.10, pois segundo a ABNT NBR 6856 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1993), a classe de exatidão para TC's de proteção é de 10%. Segundo (JOHNS, 1990), a faixa comum para o erro no ângulo dos fasores tanto de tensão como de corrente é de  $-10^\circ$  a  $10^\circ$ , desta forma, os erros nos ângulos foram gerados segundo a curva de densidade de probabilidade mostrada na figura 5.11.

No caso dos parâmetros das linhas de transmissão, os erros foram gerados segundo a curva de densidade de probabilidade mostrada na figura 5.12. A ordem de grandeza foi estimada através de testes de variação da resistividade do solo e da altura da torre.

No caso dos equivalentes, os erros foram gerados, também, segundo a curva de densidade de probabilidade mostrada na figura 5.9. A ordem de grandeza foi estimada através do cálculo de equivalentes, considerando contingências em elementos não vizinhos das SE's conectadas ao terminal local e remoto, onde o estado dos equipamentos conectados é considerado conhecido.

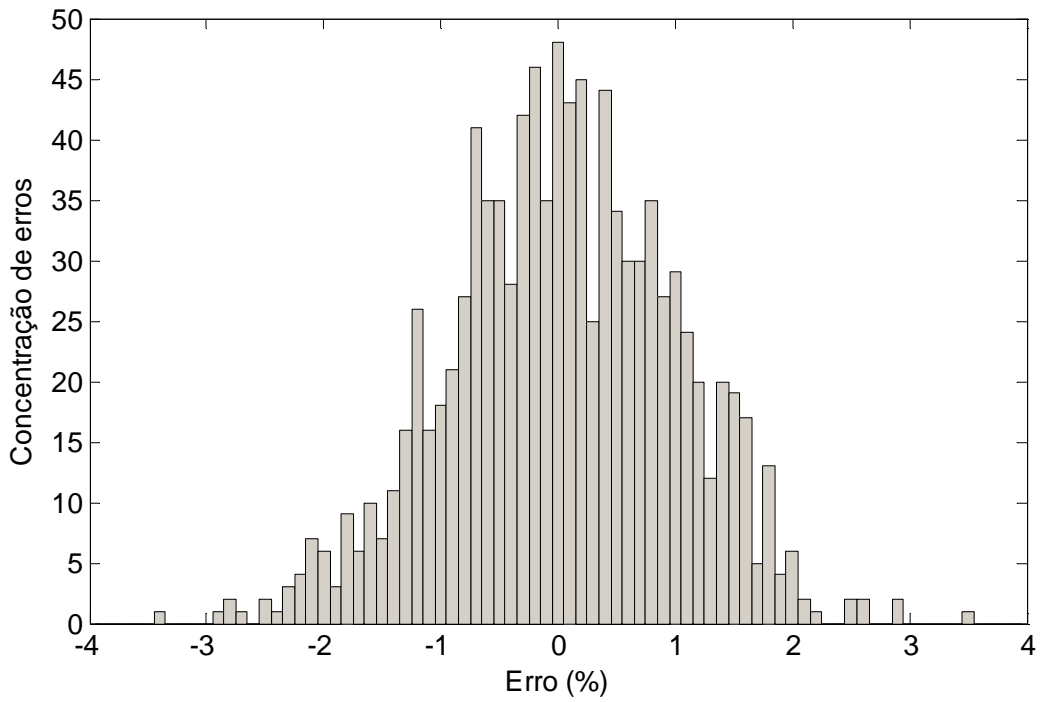


Figura 5.9 – Densidade de probabilidades de erro utilizada nas simulações de variação do módulo dos fasores de tensão e de equivalentes

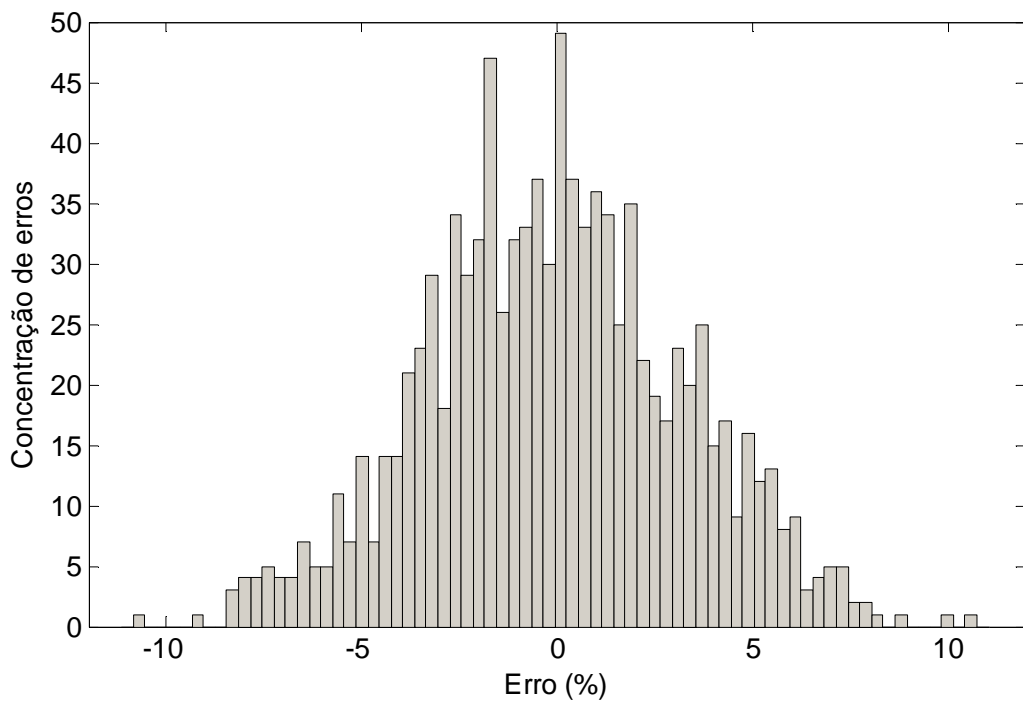


Figura 5.10 – Densidade de probabilidades de erro utilizada nas simulações de variação do módulo dos fasores de corrente

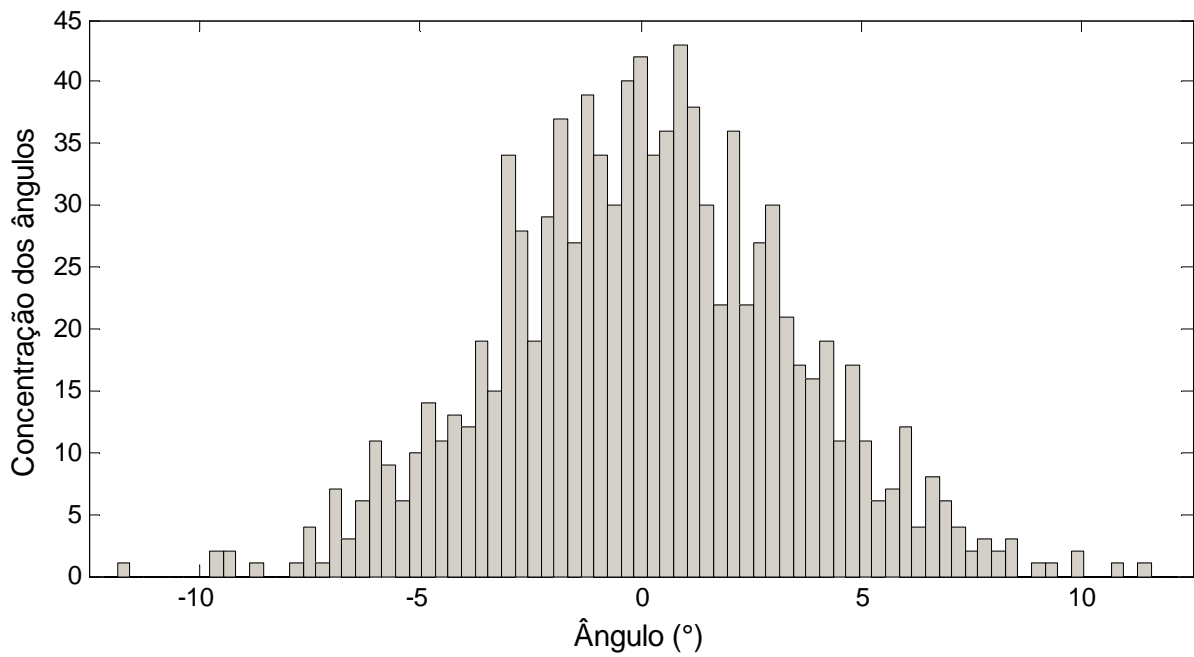


Figura 5.11 – Densidade de probabilidades de ângulo utilizada nas simulações de variação do ângulo dos fasores de tensão e corrente

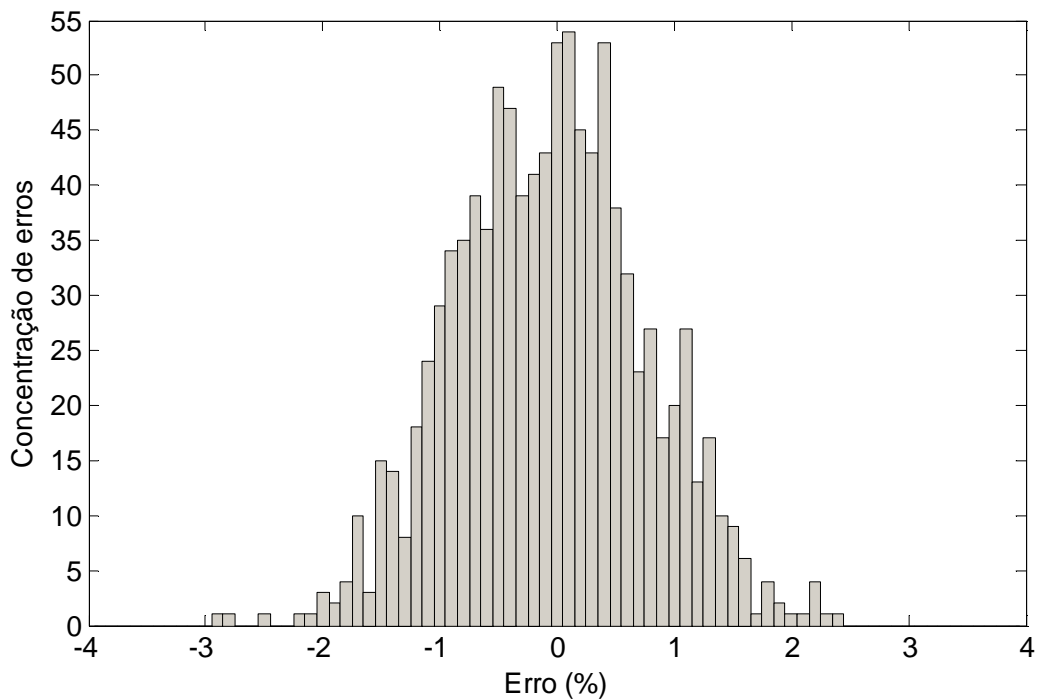


Figura 5.12 – Densidade de probabilidades de erro utilizada nas simulações de variação dos parâmetros das linhas de transmissão



As densidades de probabilidades de erro mostradas nas figuras 5.9 a 5.12 foram construídas com 1000 pontos, onde a densidade de probabilidades da figura 5.9 possui média igual a zero e desvio padrão igual a 1%, sendo que 99,7% dos erros gerados estão entre -3% e 3%, a da figura 5.10 possui média igual a zero e desvio padrão igual a 3,33%, sendo que 99,4% dos erros gerados estão entre -10% e 10%, a da figura 5.11 possui média igual a zero e desvio padrão igual a 3,33°, sendo que 99,5% dos ângulos gerados estão entre -10° e 10° e a da figura 5.12 possui média igual a zero e desvio padrão igual a 0,8%, sendo que 99,0% dos erros gerados estão entre -2 e 2 (%).

Os resultados da avaliação de desempenho do algoritmo de localização de faltas estão apresentados conforme as seguintes definições:

- As distâncias de falta de todos os trechos são medidas em relação ao terminal local;
- Os erros relativos obtidos para os trechos 1 a 4 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o terminal remoto (100 km);
- Os erros relativos obtidos para os trechos 5 e 6 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 1 (75 km);
- Os erros relativos obtidos para o trecho 7 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final do "entra e sai" (80 km);

Os erros relativos obtidos para os trechos 8 e 9 foram calculados em relação à distância entre o terminal local e o final da derivação 2 (150 km).

As tabelas 5.23 a 5.27 apresentam:

- Distância de falta calculada pelo algoritmo sem erros nos fasores, nos parâmetros da linha e nos equivalentes.
- Erro absoluto máximo, mínimo e médio, e desvio padrão da distância de falta calculada pelo método com erros nos fasores, tanto no módulo quanto no ângulo;
- Erro absoluto máximo, mínimo e médio, e desvio padrão da resistência de falta calculada pelo método com erros nos fasores, tanto no módulo quanto no ângulo.

As tabelas 5.28 a 5.32 apresentam:

- Distância de falta calculada pelo algoritmo sem erros nos fasores e nos parâmetros da linha;
- Erro absoluto máximo, mínimo e médio, e desvio padrão da distância de falta calculada pelo método com erros nos parâmetros da linha;
- Erro absoluto máximo, mínimo e médio, e desvio padrão da resistência de falta calculada pelo método com erros nos parâmetros da linha.

As tabelas 5.33 a 5.37 apresentam:

- Distância de falta calculada pelo algoritmo sem erros nos fasores e nos parâmetros da linha;
- Erro absoluto máximo, mínimo e médio, e desvio padrão da distância de falta calculada pelo método com erros nos equivalentes;
- Erro absoluto máximo, mínimo e médio, e desvio padrão da resistência de falta calculada pelo método com erros nos equivalentes.

a) Resultados das simulações para erros aplicados ao módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente pré-falta e pós-falta:

A tabela 5.23 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 1 - Circuito 1 – 5 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.23 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{falta}$ sem erros (km)	$\epsilon_{dist}$ máx. (m)	$\epsilon_{dist}$ mín. (m)	$\epsilon_{dist}$ médio (m)	$\sigma_{dist}$ (m)	$\epsilon_{res}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{res}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	5,00	788,81	73,43	364,81	225,98	0,97	0	0,28	0,25
<b>Trifásica</b>	4,99	741,48	14,54	386,87	224,01	0,45	0,02	0,18	0,11

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 1 - Circuito 1, para erros aplicados ao módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.13:

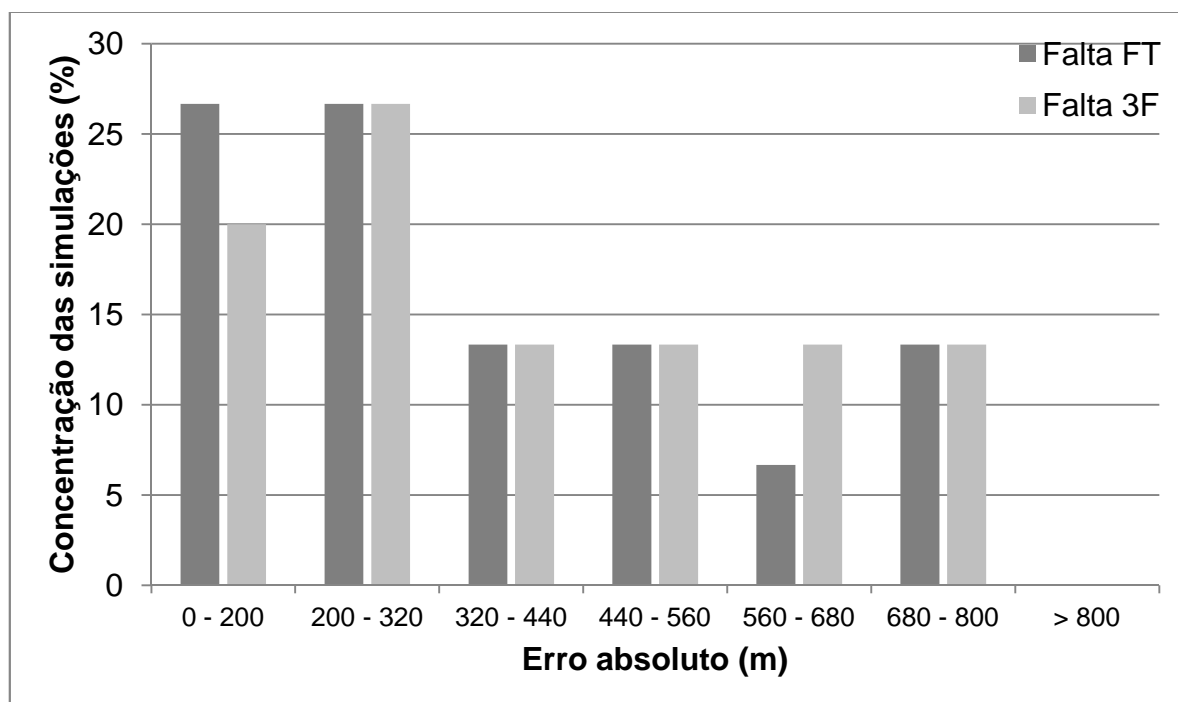


Figura 5.13 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 1 - Circuito 1, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores

A tabela 5.24 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 4 - Circuito 2 – 95 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.24 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
Fase-terra	95,00	534,85	30,35	261,31	166,04	0,74	0,02	0,28	0,22
Trifásica	94,99	765,26	19,16	184,86	192,05	0,41	0,01	0,16	0,13

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 4 - Circuito 2, para erros aplicados ao módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.14:

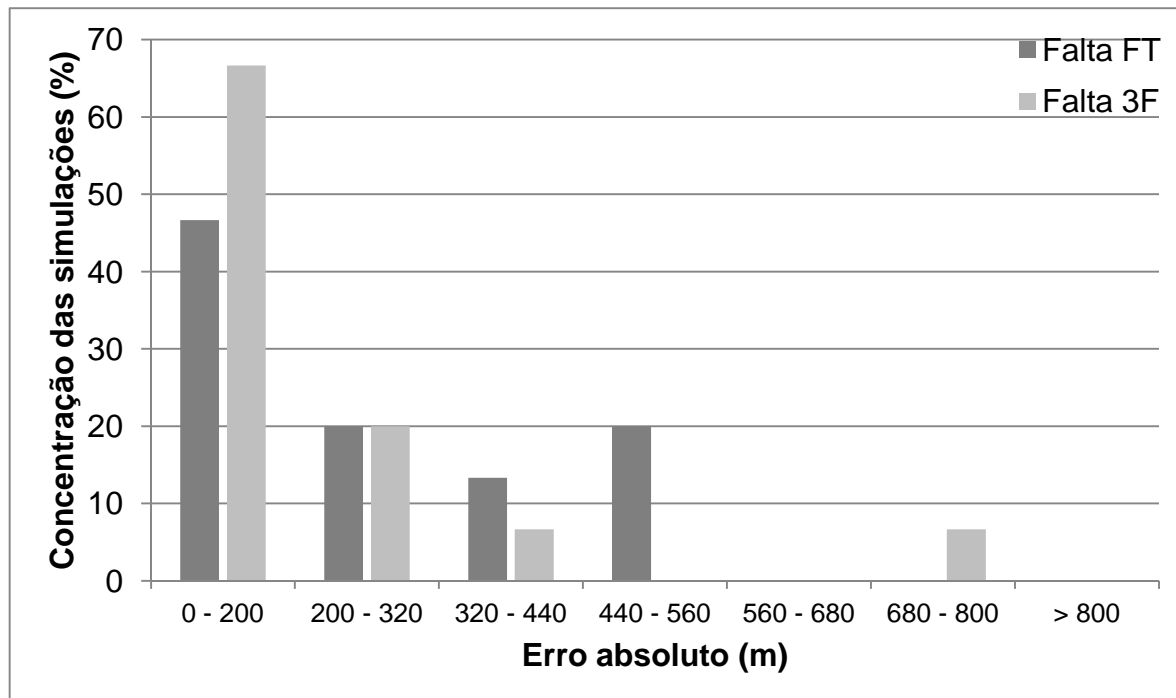


Figura 5.14 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 4 - Circuito 2, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores

A tabela 5.25 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 6 - Circuito 2 – 67 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.25 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
Fase-terra	67,00	2554,0	123,41	1161,4	721,07	2,42	0,06	1,14	0,66
Trifásica	67,22	3237,1	111,31	1156,5	479,41	2,34	0,05	1,00	0,64

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 6 - Circuito 2, para erros aplicados ao módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.15:

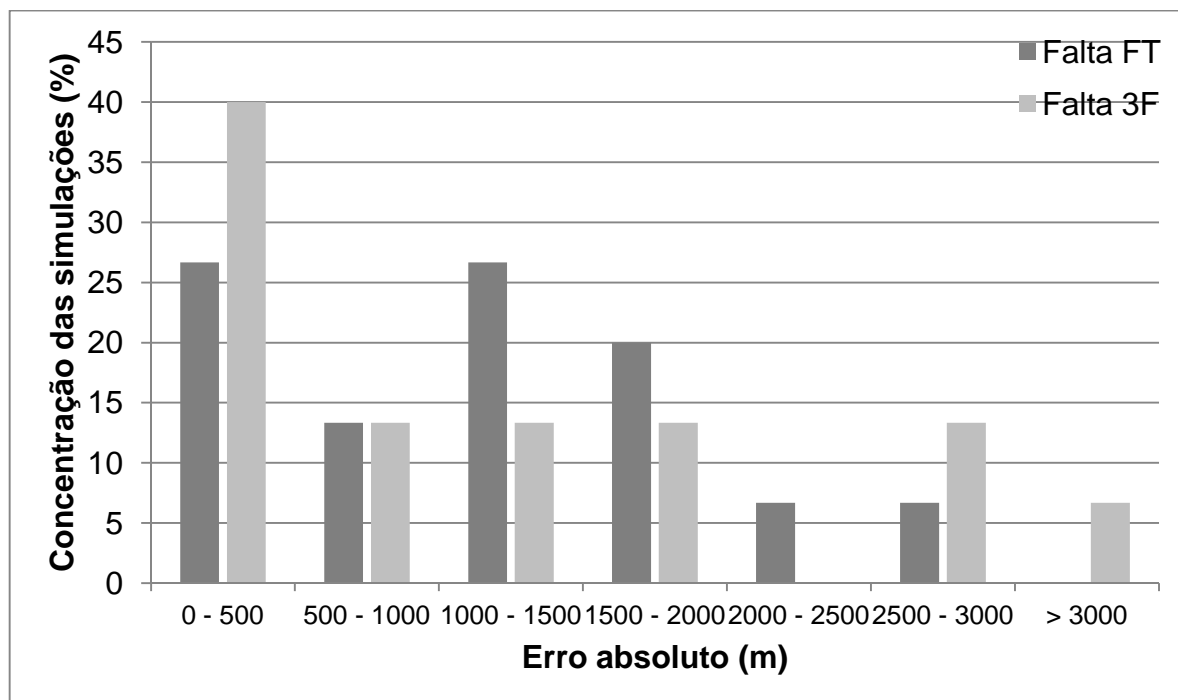


Figura 5.15 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 6 - Circuito 2, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores

A tabela 5.26 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 7 - Circuito 1 – 70 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.26 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	70,01	2755,4	32,42	795,23	696,94	2,98	0,03	0,98	0,82
<b>Trifásica</b>	70,01	1096,2	9,58	482,83	347,01	2,39	0	0,71	0,69

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 7 - Circuito 1, para erros aplicados ao módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.16:

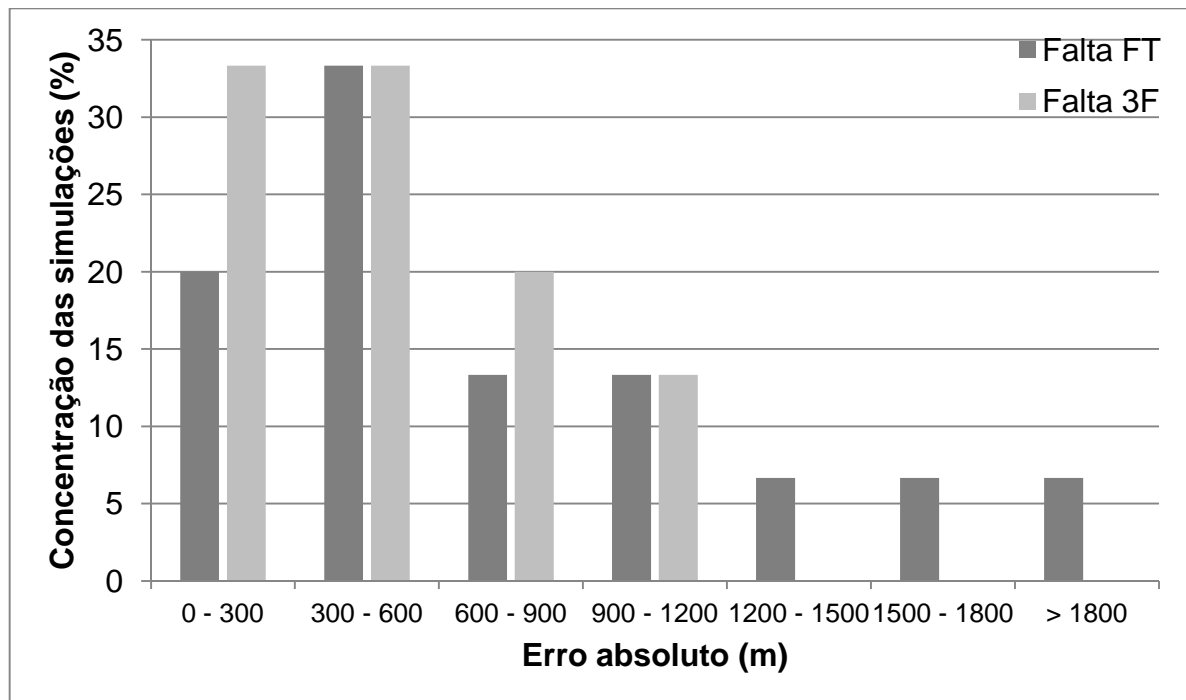


Figura 5.16 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 7 - Circuito 1, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores

A tabela 5.27 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 8 - Circuito 2 – 100 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.27 – Resultados para erros no módulo e no ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{falta}$ sem erros (km)	$\epsilon_{dist}$ máx. (m)	$\epsilon_{dist}$ mín. (m)	$\epsilon_{dist}$ médio (m)	$\sigma_{dist}$ (m)	$\epsilon_{res}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{res}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	100,00	3029,3	292,23	1257,0	830,07	2,21	0,06	0,97	0,58
<b>Trifásica</b>	100,04	2817,0	62,01	947,87	794,42	1,76	0,13	0,85	0,48

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 8 - Circuito 2, para erros aplicados ao módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.17:

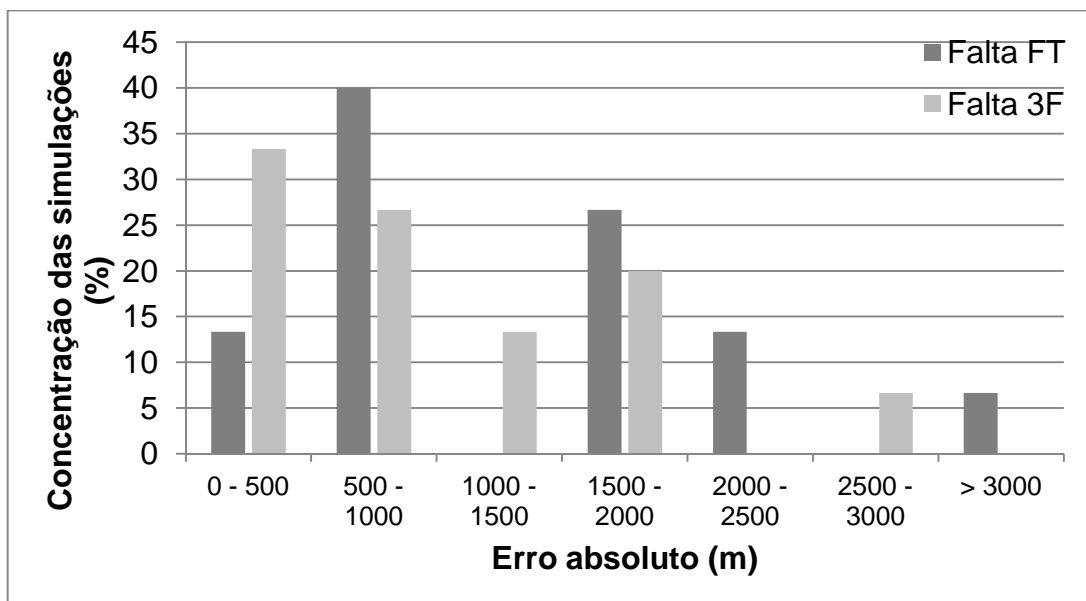


Figura 5.17 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 8 - Circuito 2, considerando erros no módulo e no ângulo dos fasores

b) Resultados da simulação para erros aplicados aos parâmetros das linhas de transmissão:

A tabela 5.28 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 1 - Circuito 1 – 5 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.28 – Resultados para erros nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	5,00	335,00	2,38	139,01	98,14	0,07	0	0,03	0,02
<b>Trifásica</b>	4,99	164,23	8,57	51,56	40,28	0,06	0	0,02	0,02

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 1 - Circuito 1, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.18:

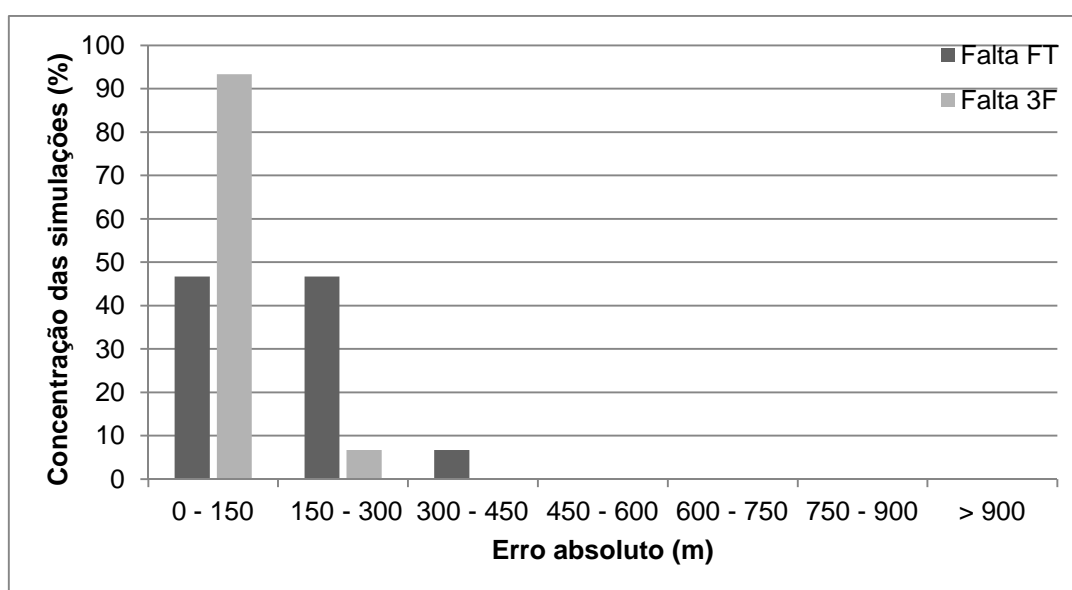


Figura 5.18 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 1 - Circuito 1, considerando erros nos parâmetros da linha



A tabela 5.29 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 4 - Circuito 2 – 95 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.29 – Resultados para erros nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	95,00	126,87	3,36	43,21	34,85	0,03	0	0,02	0,01
<b>Trifásica</b>	94,99	121,55	13,50	48,98	31,99	0,04	0	0,02	0,01

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 4 - Circuito 2, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.19:

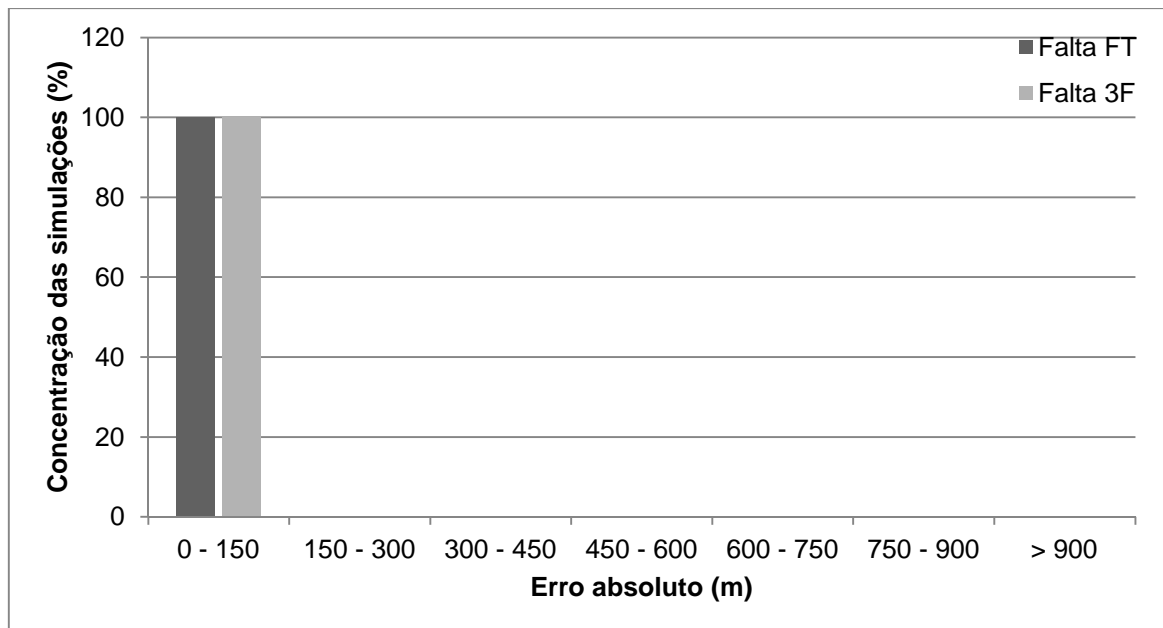


Figura 5.19 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 4 - Circuito 2, considerando erros nos parâmetros da linha

A tabela 5.30 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 6 - Circuito 2 – 67 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.30 – Resultados para erros nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	67,00	291,84	20,20	118,46	80,68	0,21	0,02	0,13	0,07
<b>Trifásica</b>	67,22	1080,0	65,66	495,09	319,38	0,51	0,03	0,17	0,14

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 6 - Circuito 2, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.20:

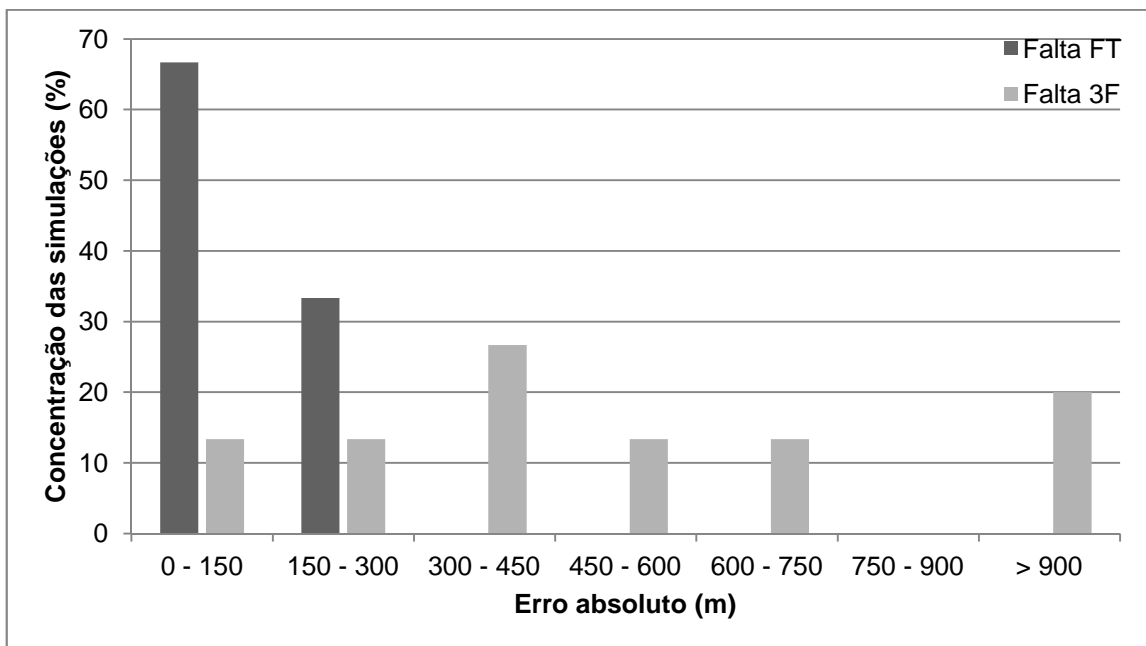


Figura 5.20 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 6 - Circuito 2, considerando erros nos parâmetros da linha

A tabela 5.31 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 7 - Circuito 1 – 70 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.31 – Resultados para erros nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{falta}$ sem erros (km)	$\epsilon_{dist}$ máx. (m)	$\epsilon_{dist}$ mín. (m)	$\epsilon_{dist}$ médio (m)	$\sigma_{dist}$ (m)	$\epsilon_{res}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{res}$ ( $\Omega$ )
Fase-terra	70,01	639,77	26,49	196,41	152,01	0,27	0,03	0,11	0,07
Trifásica	70,01	332,79	39,81	172,20	90,72	0,34	0,05	0,13	0,08

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 7 - Circuito 1, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.21:

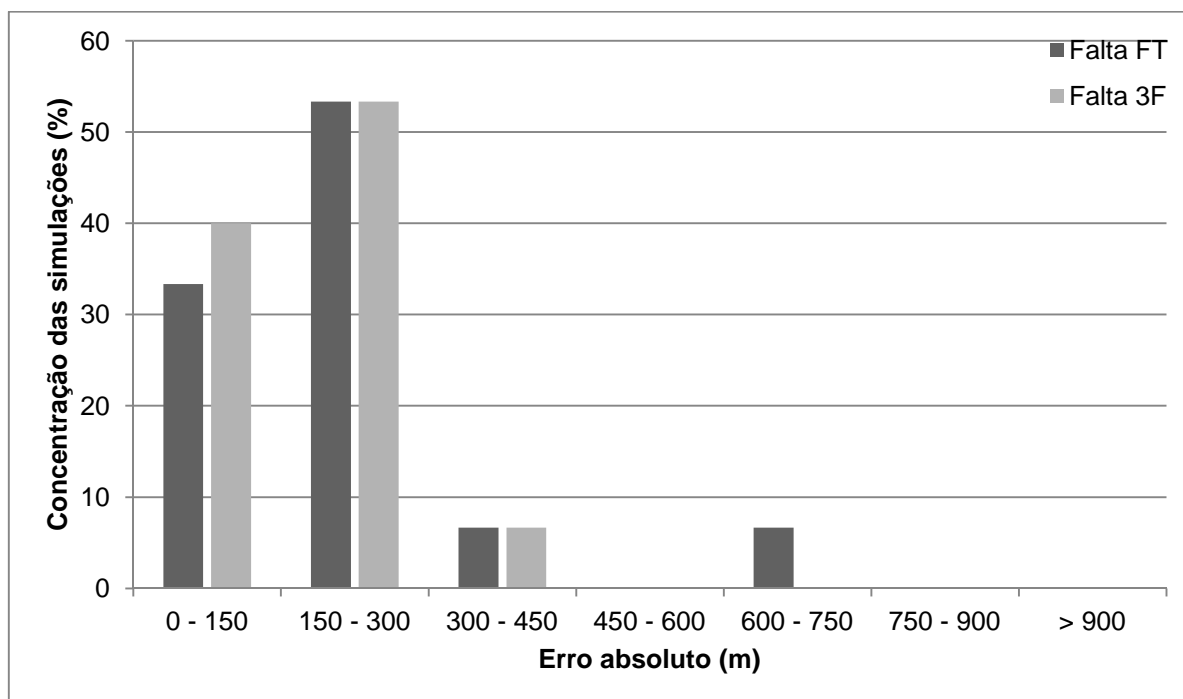


Figura 5.21 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 7 - Circuito 1, considerando erros nos parâmetros da linha

A tabela 5.32 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 8 - Circuito 2 – 100 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.32 – Resultados para erros nos parâmetros da linha, para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{falta}$ sem erros (km)	$\epsilon_{dist}$ máx. (m)	$\epsilon_{dist}$ mín. (m)	$\epsilon_{dist}$ médio (m)	$\sigma_{dist}$ (m)	$\epsilon_{res}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{res}$ ( $\Omega$ )
Fase-terra	100,00	1028,9	7,75	303,75	256,54	0,27	0	0,12	0,08
Trifásica	100,04	877,75	31,56	239,84	265,19	0,47	0,05	0,22	0,14

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 8 - Circuito 2, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.22:

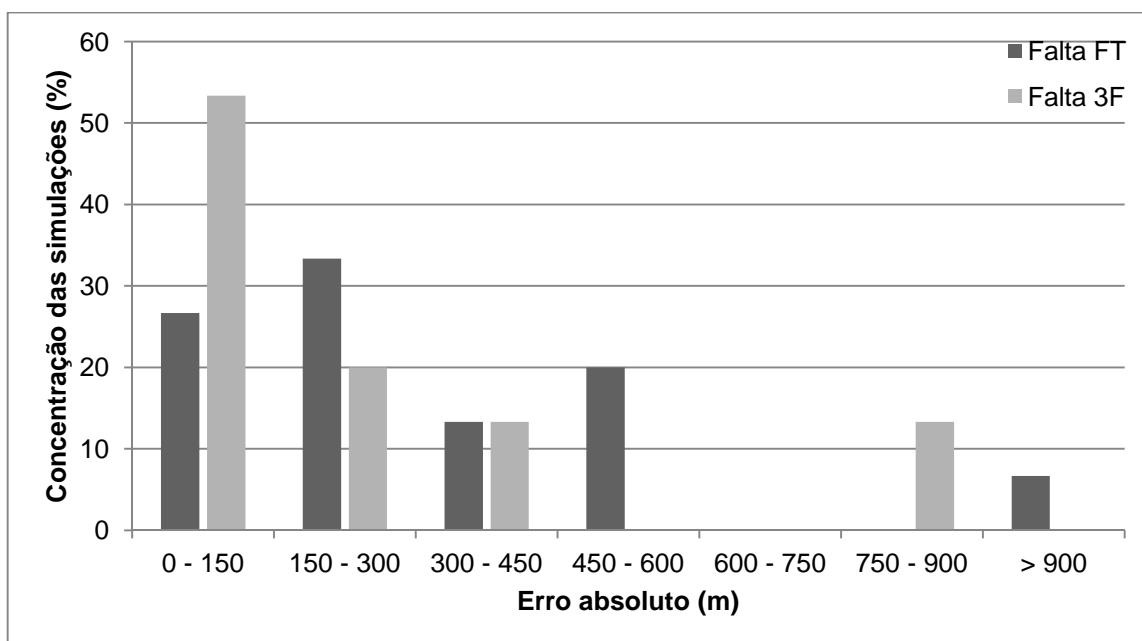


Figura 5.22 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 8 - Circuito 2, considerando erros nos parâmetros da linha

c) Resultados da simulação para erros aplicados aos equivalentes dos terminais local e remoto:

A tabela 5.33 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 1 - Circuito 1 – 5 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.33 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 1 - Circuito 1 a 5 km do terminal local

<b>Tipo de falta</b>	<b>D<sub>falta</sub> sem erros (km)</b>	<b><math>\epsilon_{dist}</math> máx. (m)</b>	<b><math>\epsilon_{dist}</math> mín. (m)</b>	<b><math>\epsilon_{dist}</math> médio (m)</b>	<b><math>\sigma_{dist}</math> (m)</b>	<b><math>\epsilon_{res}</math> máx. (<math>\Omega</math>)</b>	<b><math>\epsilon_{res}</math> mín. (<math>\Omega</math>)</b>	<b><math>\epsilon_{res}</math> médio (<math>\Omega</math>)</b>	<b><math>\sigma_{res}</math> (<math>\Omega</math>)</b>
<b>Fase-terra</b>	5,00	434,56	7,28	202,31	123,75	0,06	0	0,02	0,02
<b>Trifásica</b>	4,99	49,13	0,72	20,14	15,92	0,06	0,01	0,03	0,01

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 1 - Circuito 1, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.23:

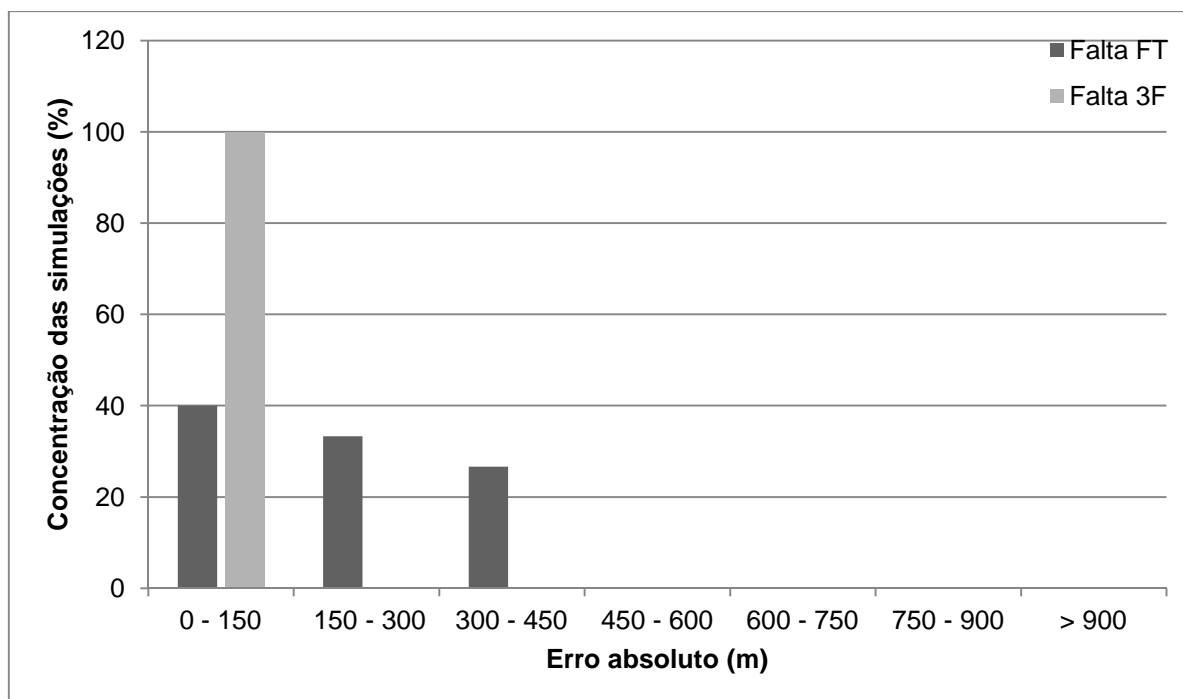


Figura 5.23 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 1 - Circuito 1, considerando erros nos equivalentes

A tabela 5.34 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 4 - Circuito 2 – 95 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.34 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 4 - Circuito 2 a 95 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{falta}$ sem erros (km)	$\epsilon_{dist}$ máx. (m)	$\epsilon_{dist}$ mín. (m)	$\epsilon_{dist}$ médio (m)	$\sigma_{dist}$ (m)	$\epsilon_{res}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{res}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	95,00	254,81	0,79	67,61	73,07	0,03	0	0,02	0,01
<b>Trifásica</b>	94,99	60,96	0,72	33,01	18,30	0,07	0	0,04	0,02

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 4 - Circuito 2, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.24:

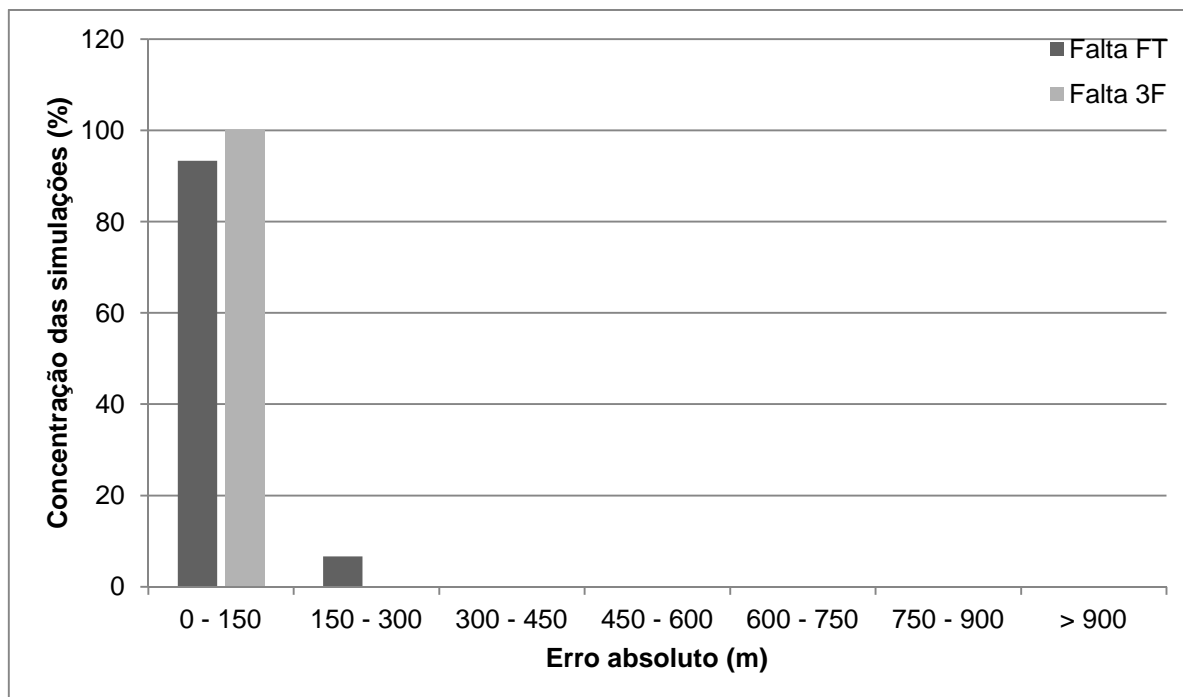


Figura 5.24 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 4 - Circuito 2, considerando erros nos equivalentes

A tabela 5.35 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 6 - Circuito 2 – 67 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.35 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	67,00	191,53	3,11	62,73	57,60	0,04	0	0,02	0,01
<b>Trifásica</b>	67,22	823,12	7,02	233,15	229,76	0,15	0,02	0,06	0,03

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 6 - Circuito 2, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.25:

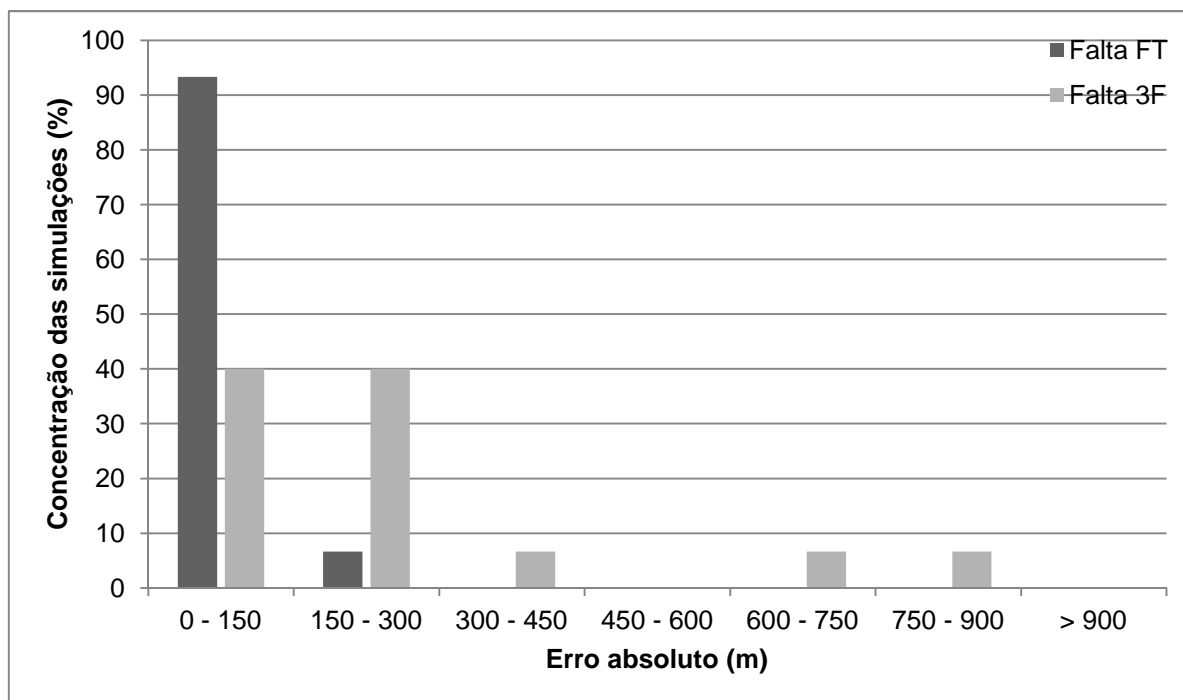


Figura 5.25 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 6 - Circuito 2, considerando erros nos equivalentes

A tabela 5.36 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 7 - Circuito 1 – 70 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.36 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{falta}$ sem erros (km)	$\epsilon_{dist}$ máx. (m)	$\epsilon_{dist}$ mín. (m)	$\epsilon_{dist}$ médio (m)	$\sigma_{dist}$ (m)	$\epsilon_{res}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{res}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{res}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	70,01	584,97	10,59	289,37	199,04	0,13	0	0,05	0,04
<b>Trifásica</b>	70,01	993,32	58,22	437,69	320,12	0,13	0	0,06	0,03



A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 7 - Circuito 1, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.26:

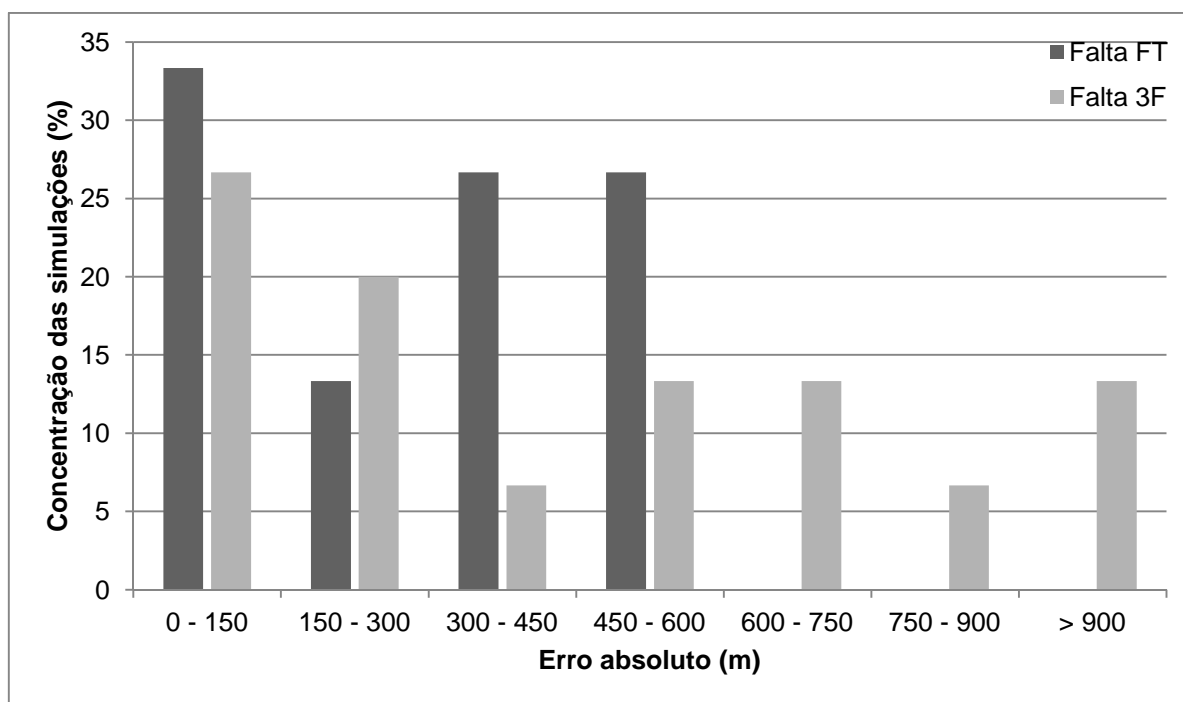


Figura 5.26 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 7 - Circuito 1, considerando erros nos equivalentes

A tabela 5.37 mostra os resultados da simulação para:

- **Distância de falta: Trecho 8 - Circuito 2 – 100 km;**
- **Resistência de falta: 5  $\Omega$ ;**
- **Cargas, estado das chaves e ângulo de sincronismo estimados.**

Tabela 5.37 – Resultados para erros nos equivalentes, para falta no Trecho 8 - Circuito 2 a 100 km do terminal local

Tipo de falta	$D_{\text{falta}}$ sem erros (km)	$\epsilon_{\text{dist}}$ máx. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ mín. (m)	$\epsilon_{\text{dist}}$ médio (m)	$\sigma_{\text{dist}}$ (m)	$\epsilon_{\text{res}}$ máx. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ mín. ( $\Omega$ )	$\epsilon_{\text{res}}$ médio ( $\Omega$ )	$\sigma_{\text{res}}$ ( $\Omega$ )
<b>Fase-terra</b>	100,00	137,30	4,18	52,50	41,00	0,04	0	0,02	0,01
<b>Trifásica</b>	100,04	693,60	8,91	209,18	217,74	0,25	0,08	0,15	0,05

A distribuição percentual das simulações para os erros absolutos das distâncias de falta calculadas para o Trecho 8 - Circuito 2, para erros aplicados aos fasores de tensão e corrente, encontram-se no histograma da figura 5.27:

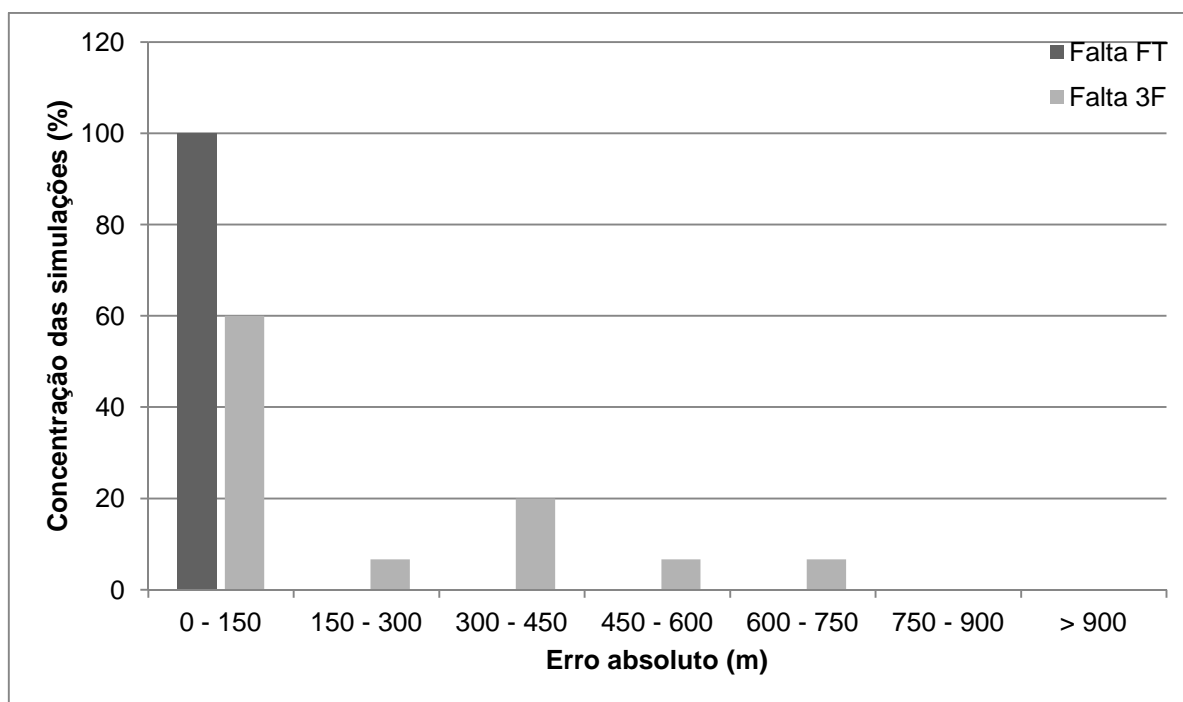


Figura 5.27 – Histograma dos erros absolutos das distâncias de falta para faltas no Trecho 8 - Circuito 2, considerando erros nos equivalentes

#### 5.2.3.5 Comentários sobre os resultados

Analisando os resultados obtidos das simulações de variação da distância de falta, tabelas 5.9 e 5.11, percebe-se que os erros são pequenos e com pouca variação se comparados aos comprimentos dos trechos da rede, tanto para faltas fase-terra quanto para faltas trifásicas.

Para faltas fase-terra obtiveram-se:

- Erros nulos para o ramal principal;
- Erro máximo de 10 m (Trecho 5 - Circuito 1 a 45 km do terminal local) e mínimo de 0 m para a derivação 1;
- Erro máximo de 390 m (Trecho 9 - Circuito 1 a 135 km do terminal local) e mínimo de 0 m para a derivação 2;

- Erro máximo de 10 m (Trecho 7 - Circuito 1 a 70 km do terminal local) e mínimo de 0 m para o "entra e sai".

Para faltas trifásicas obtiveram-se:

- Erro máximo de 170 m (Trecho 3 - Circuito 1 a 62 km do terminal local) e mínimo de 10 m para o ramal principal;
- Erro máximo de 220 m (Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local) e mínimo de 190 m para a derivação 1;
- Erro máximo de 140 m (Trecho 9 - Circuito 1 a 135 km do terminal local) e mínimo de 40 m para a derivação 2;
- Erro máximo de 60 m (Trecho 7 - Circuito 2 a 50 km do terminal local) e mínimo de 10 m para o "entra e sai".

Os resultados para faltas nos pontos de conexão das derivações com a linha principal mostram que o método de localização de faltas encontrou o ponto da falta com erro insignificante comparado ao comprimento dos trechos, como pode ser observado pelos dados das tabelas 5.10 e 5.12.

Analisando os resultados obtidos das simulações de variação do tipo de falta, tabelas 5.13 a 5.17, percebe-se que os erros são pequenos e com pouca variação se comparados aos comprimentos dos trechos da rede. O erro máximo foi obtido para uma falta trifásica na derivação 1 (Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local) com valor de 220 m. O erro mínimo obtido foi nulo.

No caso dos resultados obtidos das simulações de variação da resistência de falta, tabelas 5.18 a 5.22, percebe-se que os erros são pequenos e com pouca variação se comparados aos comprimentos dos trechos da rede. O erro máximo foi obtido para uma falta trifásica com resistência de 50 ohm na derivação 1 (Trecho 6 - Circuito 2 a 67 km do terminal local) com valor de 290 m. O erro mínimo obtido foi nulo.

Para erros no módulo e ângulo dos fasores de tensão e corrente, pré-falta e pós-falta, foram obtidos valores de erro pequenos em comparação ao comprimento dos

trechos, apesar de serem maiores do que os obtidos nas simulações sem erros nos fasores, parâmetros e equivalentes.

Conforme pode ser observado pelas tabelas 5.23 a 5.27, os erros absolutos médios obtidos para faltas no ramal principal (Trechos 1 e 4) (aproximadamente entre 530 a 790 m) foram menores que para os erros obtidos para as derivações 1 (Trecho 6) e 2 (Trecho 8) e o trecho "entra e sai" (Trecho 7), onde estes apresentaram erros absolutos médios semelhantes (aproximadamente entre 1000 a 3200 m).

No caso dos erros nos parâmetros das linhas de transmissão, foram obtidos valores de erro pequenos em comparação ao comprimento dos trechos, apesar de serem maiores do que os obtidos nas simulações sem erros nos fasores, parâmetros e equivalentes.

Conforme pode ser observado pelas tabelas 5.28 a 5.32, os erros absolutos médios obtidos para faltas no ramal principal (Trechos 1 e 4) (aproximadamente entre 50 a 140 m) foram, em geral, menores que para os erros obtidos para as derivações 1 (Trecho 6) e 2 (Trecho 8) e o "entra e sai" (Trecho 7), onde o erro absoluto médio ficou aproximadamente entre 120 a 500 m para a derivação 1, 240 a 300 m para a derivação 2 e 170 a 200 m para o trecho "entra e sai".

No caso dos erros nos equivalentes dos terminais local e remoto, foram obtidos valores de erro pequenos em comparação ao comprimento dos trechos, apesar de serem maiores do que os obtidos nas simulações sem erros nos fasores, parâmetros e equivalentes.

Conforme pode ser observado pelas tabelas 5.33 a 5.37, os erros absolutos médios obtidos para faltas no ramal principal (Trechos 1 e 4) (aproximadamente entre 20 a 200 m) foram, em geral, menores que para os erros obtidos para as derivações 1 (Trecho 6) e 2 (Trecho 8) e o "entra e sai" (Trecho 7), onde o erro absoluto médio ficou aproximadamente entre 60 a 230 m para a derivação 1, 50 a 210 m para a derivação 2 e 290 a 440 m para o "entra e sai".

Com base nos resultados obtidos pelas simulações, anteriormente apresentadas, percebe-se que o método de localização de faltas proposto obtêm com eficácia as

informações de falta, tais como: trecho de ocorrência, distância e resistência. Os erros obtidos apresentaram-se pequenos, se comparados aos comprimentos dos trechos, mesmo com erros no módulo e ângulo dos fasores, nos parâmetros e nos equivalentes. Cabe ainda ressaltar que, em todas as simulações, as cargas, o estado das chaves seccionadoras e o ângulo de sincronismo dos fasores são estimados e os transformadores encontram-se ligados na configuração estrela aterrada - delta, contribuindo com a corrente de falta nas faltas que envolvem a terra.

Observa-se também por meio das simulações que, os maiores erros na localização das faltas ocorreram para desvios no módulo e ângulo dos fasores. Desta forma, concluí-se que a precisão do método de localização de faltas é dependente da correta obtenção dos mesmos, bem como da correta modelagem da linha de transmissão.

Como proposta de continuidade de desenvolvimento do método de localização de faltas, proposto neste trabalho, seria a consideração e modelagem de geração distribuída ao longo da rede, visto a grande inserção deste tipo de geração de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional, onde se incluem a geração de energia eólica, fotovoltaica, biomassa, dentre outras.

Outra proposta seria a aplicação do método aos casos de redes inteligentes, onde medições de diversos locais da rede, os quais também poderão conter diversas medições, serão disponibilizadas e, desta forma, a escolha de quais medições a se utilizar na localização de uma falta será de suma importância para a sua precisão.

## 6 CONCLUSÕES

Nesse trabalho é apresentado um método de localização de faltas que é o aperfeiçoamento do algoritmo desenvolvido anteriormente (DI SANTO, 2009), que realizava a localização de localizar faltas somente em linhas constituídas de circuito simples e com trechos continuamente transpostos.

O presente método de localização de faltas é capaz de localizar faltas em linhas de transmissão complexas podendo ser constituídas de circuito duplo, com trechos não transpostos e com cargas conectadas em derivações, além de terminais com fasores dessincronizados. A configuração de linha de transmissão tratada nessa tese é a mais utilizada em sistemas de subtransmissão das concessionárias, sendo portanto de grande utilidade na prática.

Um dos recursos do algoritmo desenvolvido, que é verificação do estado das chaves (de conexão das cargas aos circuitos), foi desenvolvido para que não seja necessária essa informação por parte das distribuidoras, apesar de que o circuito em que a carga está conectada é definido pela proprietária da linha, pois uma distribuição não otimizada de fluxos pode causar sobrecarga na mesma. Até mesmo as cargas absorvidas nas SE's, mesmo que fossem medidas indiretamente (V, I e P) poderiam ser informadas pelas distribuidoras. Assim, se o estado das chaves e as cargas fossem informadas, o esforço computacional seria bem menor, sendo focado onde realmente é necessário, ou seja, na obtenção da distância de falta.

Por outro lado, enquanto a comunicação entre a proprietária da linha e as distribuidoras não é eficiente, os recursos adicionais do método, que são a estimação dos equivalentes, estado das chaves e cargas, garante a aplicação rápida do método sem o risco de depender de informações que podem não ser recebidas.

Com o objetivo de avaliar a implementação do método proposto, diversas simulações foram realizadas em uma rede com linhas de transmissão constituídas de circuito duplo, trechos não transpostos, cargas conectadas em derivação e medições disponíveis apenas nos terminais local e remoto, sendo as medições dessincronizadas entre estes.

---

Os resultados para as simulações do algoritmo de estimativa de cargas, estado das chaves seccionadoras (de conexão das cargas aos circuitos) e ângulo de sincronismo dos fasores, apresentaram valores aceitáveis de impedância das cargas, do circuito ao qual a carga está conectada e do ângulo de sincronismo, em relação aos valores simulados, como pode ser observado nas tabelas 4.7 e 4.8.

O método proposto também foi submetido a inúmeras simulações de faltas com o objetivo de avaliar sua eficiência frente a diversas condições: variação da distância, do tipo e da resistência de falta; erros no módulo e ângulo dos fasores; erros nos parâmetros da linha de transmissão e; erros nos equivalentes dos terminais com medição. Para realizar tais avaliações foi utilizada uma rede, constituída de circuito duplo e com trechos não transpostos, implementada no programa ATP, cuja estrutura está descrita no item 4.1. Os transformadores foram utilizados na ligação estrela aterrada-delta para avaliar o método de localização de faltas frente à contribuição da componente de sequência zero da corrente de falta que retorna pelo primário destes.

Conforme mostram os resultados das simulações constantes nos itens 4.2.3.1, 4.2.3.2, 4.2.3.3 e 4.2.3.4, e analisados no item 4.2.3.5, o método de localização de faltas proposto neste trabalho se mostrou eficiente e robusto na descoberta do ponto da falta bem como nas demais informações pertinentes a esta.

---

## REFERÊNCIAS

ABDULAL, W.; JABAS, A.; RAMACHANDRAM, S.; JADAAN, O.A. Mutation based simulated annealing algorithm for minimizing Makespan in Grid Computing Systems. In: **3rd International Conference on**. Electronics Computer Technology (ICECT), 2011, v.6, p. 90-94, 8-10 April 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6855**: transformador de potencial indutivo. Rio de Janeiro, 2009. 16 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6856**: transformador de corrente. Rio de Janeiro, 1993. 22 p.

BOWMAN, W.I.; MCNAMEE, J. M. Development of Equivalent Pi and T Matrix Circuits for Long Untransposed Transmission Lines. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, vol.83, no.6, p. 625-632, June 1964.

BRAHMA, S. M.; GIRGIS A. A. Fault location on a transmission line using synchronized voltage measurements. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 19, n. 4, p. 1619 - 1622, Oct. 2004.

DI SANTO, S. G. **Localização de faltas em linhas de transmissão com múltiplas derivações utilizando dados de somente dois terminais**. 2009, 117p. Dissertação (mestrado), Universidade de São Paulo Escola Politécnica. São Paulo, EPUSP, 2009.

FAYBISOVICH, V.;KHOROSHEV, M. I. Frequency domain double-ended method of fault location for transmission lines. In: **IEEE/PES**. Transmission and Distribution Conference and Exposition, 2008. T&D. Chicago, IL, 2008. p. 1-6.

FENG, D.; XIANGJUN, Z.; CHAO, Y.; XIAO'AN, Q.; ZHIHUA, W. Novel traveling wave location algorithm for transmission network based on information fusion technology. In: **Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA)**, International Conference on. Hunan, 2008. p. 1091-1095.

FENG, Z.; JUN, L.; LI, Z.; ZHIHAO, Y. A new fault location method avoiding wave speed and based on traveling waves for ehv transmission line. In: **DRPT 2008**. Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, Third International Conference on. Nanjuing, 2008. p. 1753-1757.

FULCZYK, M. et al. Two-end unsynchronized fault location algorithm for double-circuit series compensated lines. In: **IEEE. Power and Energy Society General Meeting** - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century. Pittsburgh, PA, 2008. p. 1-9.

GONG, Y.; MYNAM, M.; GUZMAN, A.; BENMOUYAL, G.; SHULIM, B. Automated fault location system for nonhomogeneous transmission networks. Protective Relay Engineers, 2012 In: **65th Annual Conference for**. p.374-381, 2-5 April 2012.



GOPALAKRISHNAN, A.; KEZUNOVIC, M.; MCKENNA, S. M.; HAMAI, D. M. Fault location using the distributed parameter transmission line model. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 15, n. 4, p. 1169-1174, Oct. 2000.

HOOKE, R.; JEEVES T. A. "Direct Search" solution of numerical and statistical problems. **Journal of the ACM (JACM)**, v. 8, n. 2, p. 212-229, April 1961.

JIANG, Q.; LI, X.; WANG, B.; WANG, H. PMU-based fault location using voltage measurements in large transmission networks. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 27, n. 3, p. 1644-1652, July 2012.

JOHNS, A.T.; JAMALI, S. Accurate fault location technique for power transmission lines. *Generation, Transmission and Distribution*, **IEE Proceedings C**, v. 137, n. 6, p. 395-402, Nov 1990.

KAWADY, T.; STENZEL, J. Investigation of practical problems for digital fault location algorithms based on EMTP simulation. In: **IEEE/PES**. Transmission and Distribution Conference and Exhibition 2002: Asia Pacific. Yokohama, Japão. v. 1, p. 118-123. Oct. 2002.

LIAO, Y. Fault location for single-circuit line based on bus-impedance matrix utilizing voltage measurements. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 23, n. 2, p. 609-617, April 2008.

LIAO, Y.; KEZUNOVIC, M. Optimal estimate of transmission line fault location considering measurement errors. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 22, n. 3, p. 1335 - 1341, July 2007.

LIN, X. et al. Study on fault location for high voltage overhead transmission lines based on neural network system. In: **ISAP 2007**. Intelligent Systems Applications to Power Systems, International Conference on. Toki Messe, Niigata, 2007. p. 1-5.

LIU, C.; LIEN, K.; CHEN, C.; JIANG, J. A universal fault location technique for n-terminal ( $n \geq 3$ ) transmission lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 23, n. 3, p. 1366 - 1373, July 2008.

MANASSERO, G.; SENGER, E.C.; NAKAGOMI, R.M.; PELLINI, E.L.; RODRIGUES, E.C.N. Fault-Location System for Multiterminal Transmission Lines. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 25, n. 3, p. 1418-1426, July 2010.

MANASSERO, G. **Sistema para localização de faltas em linhas de transmissão com subestações conectadas em derivação**. 2006, 167p. Tese (doutorado), Universidade de São Paulo Escola Politécnica. São Paulo, EPUSP, 2006.

MATHWORKS. **MATLAB, High-performance numeric computation and visualization software: reference guide**. Mass: Imprensa Natick, 1992.

MENG, Q.C.; FENG, T.J.; CHEN, Z.; ZHOU, C.J.; BO, J.H. Genetic algorithms encoding study and a sufficient convergence condition of GAs. *Systems, Man, and*

---

Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. 1999 **IEEE International Conference on** , v. 1, p. 649-652, 1999.

PEREIRA, C.E.M.; ZANETTA, L.C. Fault Location in Multitapped Transmission Lines Using Unsynchronized Data and Superposition Theorem. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, v. 26, n. 4, p. 2081-2089, Oct. 2011.

QING, A. Dynamic differential evolution strategy and applications in electromagnetic inverse scattering problems. Geoscience and Remote Sensing, **IEEE Transactions on**, v. 44, n. 1, p. 116- 125, Jan. 2006.

STEVENSON, W. D. **Elements of Power System Analysis**. Michigan: McGraw-Hill, 1982.

Storn, R.; Price, K. **Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces**. Universidade da California, Berkeley, Inst. de Ciência da Computação, Berkeley, TR-95-012, Mar. 1995. Disponível em: <http://www1.icsi.berkeley.edu/~storn/TR-95-012.pdf>. Acesso em: Setembro, 2012.

ZIENKIEWICZ, O. C.; MORGAN, K. **Finite elements and approximation**. [s.l.]: Dover Publications, 2006.