CASSIANO LOBO PIRES

**SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE TRACÇÃO ELÉTRICA
METRO-FERROVIÁRIA**

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para a
obtenção do Título de Doutor em
Engenharia Elétrica.

São Paulo

2006

CASSIANO LOBO PIRES

**SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE TRAÇÃO ELÉTRICA
METRO-FERROVIÁRIA**

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para a
obtenção do Título de Doutor em
Engenharia Elétrica.

Área de Concentração:
Sistemas de Potência

Orientador:
Prof. Dr. Silvio Ikuyo Nabeta

São Paulo

2006

FICHA CATALOGRÁFICA

Pires, Cassiano Lobo
Simulação do sistema de tração elétrica metro-ferroviária / C.
L. Pires. -- São Paulo, 2006.
424 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e
Automação Elétricas.

1.Tração elétrica I.Universidade de São Paulo. Escola
Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e
Automação Elétricas II.t.

AGRADECIMENTOS

A Maria Lúcia de Alcântara.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES.

Ao meu orientador, prof. Silvio Ikuyo Nabeta e ao prof. José Roberto Cardoso pelo constante incentivo desde o início, quando este trabalho era apenas uma idéia.

Ao prof. Ivan Eduardo Chabu que, com a visão de um especialista, revisou o capítulo sobre acionamentos e ao prof. Hernan Prieto Schmidt que, por ocasião do exame de qualificação, trouxe diversas sugestões e correções ao trabalho.

Ao colega Mauricio Caldora Costa pela imensa ajuda com as inúmeras dúvidas em relação à programação C++/MFC e aos colegas Marcelo Facio Palin e Maurício Salles pelas pequenas grandes ajudas do dia-a-dia.

Ao colega Mario Leite Pereira Filho pela ajuda com as normas aqui citadas. A Ana Angélica Araújo de Moura, da Biblioteca de Engenharia Elétrica, pela ajuda com grande parte dos artigos citados.

Agradeço imensamente aos engenheiros da CPTM Walter Katsumi Sanuki, Motohisa Yano, Marcelo Vaz Carneiro, José Antônio de Filippi e, principalmente, ao engenheiro Marcelo de Toledo Rodovalho pelos dados fornecidos que tornaram possível a aferição da simulação de marcha e o estudo de caso aqui apresentado. Sou grato também a estes três últimos engenheiros por trazerem sugestões e idéias para melhorar a ferramenta desenvolvida.

Com este mesmo espírito no sentido de tornar o programa mais profissional, agradeço ainda aos engenheiros Peter Ludwig Alouche e Albert Haga do Metrô de São Paulo, aos engenheiros Pierre Decottignies e Luiz Antonio Juns da Alstom Material Rodante, aos engenheiros Luiz Carlos Alves, Wilson Ribeiro, Antonio Luiz Gomes, Sylvio Coura e Patrice Moreau da Alstom Consórcio Via Amarela, ao engenheiro Tadashi Nakagawa da Trends Engenharia e Tecnologia e ao engenheiros João Paulo Lacerda e Vito Labate Neto.

Agradeço aos colegas do LMAG, nominalmente, profa. Viviane Cristine Silva, prof. Luiz Lebensztajn, prof. Carlos Antonio França Sartori, prof. Carlos Shiniti Muranaka, Anderson Clemente, Bernardo Pinheiro de Alvarenga, Carina Alexandra Rondini Marretto, Eduardo Ferreira da Silva, Fabio Henrique Pereira, Mauro Massayoshi Sakamoto, Bruno Amado Rodrigues Filho, Lucas Blattner Martinho, Alvaro Batista Dietrich e Larissa Stefani, além das várias pessoas que por lá passaram, pelo convívio diário durante estes anos.

A María Elena Moncada Acevedo.

E por fim, agradeço a minha família (pai, mãe e irmã), ao sol e ao mar.

RESUMO

A proposta do presente trabalho é a simulação do sistema de tração elétrica metro-ferroviária alimentada em corrente contínua.

Para isto, o trabalho é iniciado com uma caracterização das instalações móveis e fixas do sistema de tração elétrica. Sobre as instalações móveis, o trabalho dedica um capítulo sobre a dinâmica do movimento e outro sobre os acionamento alimentados em corrente contínua. Sobre as instalações fixas, um capítulo trata dos elementos e configurações da rede de alimentação além de trazer cálculos simples da queda de tensão. Outro capítulo é dedicado exclusivamente ao circuito de retorno e aterramento.

Após esta caracterização, o trabalho traz, baseado nos capítulos anteriores, um capítulo sobre a modelagem e a simulação das instalações fixas e móveis. Por fim, um estudo de caso é feito para ilustrar o que foi apresentado.

ABSTRACT

The proposition of this work is the simulation of DC-fed railway and subway systems.

To achieve this proposition, this work starts with the characterization of rolling stock and fixed installations. For rolling stock characterization, this work presents one chapter about train dynamics and other chapter about DC-fed traction drives. For fixed installations characterization, this work presents one chapter about fixed installation components, its configuration and also shows some simple voltage drop calculations. The following chapter describes the traction ground system.

After these characterizations, the next chapter deals with modeling and simulation of the entire system. To illustrate this work a case study is presented.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1.	INTRODUÇÃO	1
2.	ESTADO DA ARTE	4
3.	DINÂMICA DO MOVIMENTO	14
3.1	EQUAÇÃO DO MOVIMENTO	16
3.2	ACELERAÇÃO E SOLAVANCO	21
3.3	ESFORÇO MOTOR	23
3.3.1	<i>Considerações sobre a freagem mecânica (por atrito)</i>	26
3.4	ESFORÇO RESISTENTE	27
3.4.1	<i>A problemática das resistências específicas</i>	27
3.4.2	<i>Resistências normais</i>	29
3.4.2.1	Resistências elementares	29
3.4.2.1.1	As resistências devido ao rolamento e todos os atritos mecânicos	29
3.4.2.1.2	Resistência do ar	30
3.4.2.2	Resistências globais	32
3.4.2.2.1	Fórmulas de Davis	35
3.4.2.2.2	Fórmulas de Strahl	40
3.4.2.2.3	Resistência de partida no arranque	43
3.4.3	<i>Resistências suplementares</i>	44
3.4.3.1	Resistência devido às rampas	44
3.4.3.2	Resistência devido às curvas	47
3.4.3.3	Resistências suplementares combinadas	56
3.5	LIMITAÇÃO DO ESFORÇO MOTOR: A FORÇA DE ADERÊNCIA	58
3.5.1	<i>Expressão da força de aderência</i>	61
3.5.2	<i>Explicação física da força de aderência</i>	63
3.5.3	<i>Coefficiente de aderência</i>	67
3.5.3.1	Valores do coeficiente de aderência	69
3.5.3.2	Meios para melhorar o coeficiente de aderência roda-triho	72
3.5.4	<i>Considerações finais sobre a força de aderência</i>	73
3.5.4.1	Descarregamento dos eixos devido ao esforço motor (cabragem)	74
3.5.4.2	Influência dos motores de tração na patinagem	82
3.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS ESFORÇOS MOTOR E RESISTENTE	84
3.7	CARACTERÍSTICA DO ESFORÇO MOTOR EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE	85
3.8	CONSUMO DE ENERGIA	90
4.	ACIONAMENTOS ALIMENTADOS EM CORRENTE CONTÍNUA	95
4.1	MOTORES DE CORRENTE CONTÍNUA	98
4.1.1	<i>Princípio de funcionamento</i>	98
4.1.2	<i>Equacionamento do motor de corrente contínua</i>	100
4.1.3	<i>Tipos de motores de corrente contínua</i>	102
4.1.4	<i>Controle dos motores do tipo série</i>	105
4.1.4.1	Partida	107
4.1.4.2	Ligações série-paralelo	109
4.1.4.3	Enfraquecimento de campo	110
4.1.4.4	Excursão pelas curvas	112
4.1.4.5	Freagem elétrica	113

4.1.4.5.1	Freagem dinâmica.....	113
4.1.4.5.2	Freagem regenerativa.....	116
4.1.4.6	Aparelhagem utilizada no comando.....	119
4.1.5	<i>Recortadores</i>	120
4.1.5.1	Princípio de funcionamento	120
4.1.5.2	Regulagem do campo indutor.....	124
4.1.5.3	Freagem elétrica	125
4.1.5.4	Vantagens na utilização do recortador.....	130
4.1.6	<i>Diagramas</i>	131
4.2	MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS.....	134
4.2.1	<i>Princípio de funcionamento</i>	134
4.2.2	<i>Circuito equivalente da máquina de indução</i>	137
4.2.2.1	Potência e rendimento.....	144
4.2.3	<i>Controle do motor de indução em regime de tração</i>	146
4.2.3.1	Região de fluxo constante.....	147
4.2.3.2	Região de potência constante.....	148
4.2.3.3	Região de potência reduzida	150
4.2.4	<i>Freagem</i>	152
4.2.4.1	Controle dos motores em regime de freagem	154
4.2.5	<i>Alimentação do motor: esquemas possíveis com conversores estáticos</i>	154
4.2.5.1	Inversor de corrente (CSI)	155
4.2.5.2	Inversor de tensão (VSI).....	156
4.2.6	<i>Controle escalar e vetorial</i>	158
4.2.6.1	Controle escalar	158
4.2.6.2	Controle vetorial	161
4.2.7	<i>Vantagens na utilização do motor de indução</i>	164
4.2.8	<i>Diagramas</i>	164
4.3	MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR (MIL)	167
4.3.1	<i>Tipos e configurações para a tração elétrica</i>	168
4.3.2	<i>Princípio de funcionamento</i>	169
4.3.3	<i>Circuito equivalente do MIL</i>	173
4.3.4	<i>Controle do MIL</i>	175
4.3.5	<i>Vantagens e desvantagens na utilização do MIL</i>	176
4.3.6	<i>Diagramas</i>	178
5.	ALIMENTAÇÃO DA REDE DE TRAÇÃO ELÉTRICA.....	179
5.1	FUNÇÕES DA REDE DE ALIMENTAÇÃO.....	179
5.2	SISTEMAS DE ALIMENTAÇÃO: CLASSIFICAÇÃO E HISTÓRICO	180
5.3	ESCOLHA DO SISTEMA DE ALIMENTAÇÃO	185
5.3.1	<i>Tipo de corrente</i>	186
5.3.2	<i>Nível de tensão</i>	188
5.4	ESTRUTURA BÁSICA DA ALIMENTAÇÃO EM CORRENTE CONTÍNUA.....	191
5.5	SUBESTAÇÕES RETIFICADORAS	194
5.5.1	<i>Esquemas de ligação dos retificadores</i>	194
5.5.2	<i>Localização e quantidade de subestações retificadoras</i>	199
5.5.3	<i>Dimensionamento das subestações retificadoras</i>	205
5.5.3.1	Método de De Koranyi	207
5.5.3.2	Método do ciclo equivalente padronizado	209
5.5.3.3	Método da curva de carga equivalente ponderada pelo tempo	210
5.5.4	<i>Regulação, resistência interna e circuito equivalente da subestação</i>	212
5.5.5	<i>Reserva de potência</i>	214
5.6	CIRCUITO DE TRAÇÃO.....	217
5.6.1	<i>Linha de contato</i>	218
5.6.1.1	Trilho condutor (3º trilho)	219
5.6.1.2	Rede aérea	221
5.6.1.2.1	Fio trólei	222
5.6.1.2.2	Catenária.....	224
5.6.1.3	Catenária rígida.....	234

5.6.2	<i>Circuito de retorno</i>	236
5.7	ALIMENTADORES, CABINES DE PARALELISMO E CROSS BONDS.....	242
5.8	RESISTÊNCIA DO CIRCUITO DE TRAÇÃO	243
5.9	CÁLCULO DAS QUEDAS DE TENSÃO NO CIRCUITO DE TRAÇÃO	244
5.9.1	<i>Configuração dos sistemas em corrente contínua</i>	245
5.9.2	<i>Exemplos de cálculos das quedas de tensão</i>	246
5.9.2.1	Alimentação em ponta de linha.....	246
5.9.2.2	Alimentação em anel	249
5.9.2.3	Alimentação bilateral.....	251
5.9.2.4	Alimentação bilateral com cabines de paralelismo	254
5.10	RENDIMENTO DO CIRCUITO DE TRAÇÃO	262
5.11	INFLUÊNCIA DO CIRCUITO DE TRAÇÃO NA POTÊNCIA QUE PODE SER DESENVOLVIDA PELOS TRENS	263
6.	CIRCUITO DE RETORNO E ATERRAMENTO	267
6.1	CORRENTES DE FUGA E CORROSÃO ELETROLÍTICA	268
6.2	MEDIDAS PREVENTIVAS CONTRA AS CORRENTES DE FUGA	270
6.3	TENSÃO ACESSÍVEL E TENSÃO DO TOQUE	272
6.4	MÉTODOS DE ANÁLISE	274
6.4.1	<i>Modelo dois terras</i>	275
6.4.2	<i>Modelo três terras</i>	285
6.5	CONDUTÂNCIA ENTRE O TERRA DO SISTEMA DE TRAÇÃO E O TERRA	288
7.	SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE TRAÇÃO ELÉTRICA	291
7.1	SIMULAÇÃO DE MARCHA.....	292
7.1.1	<i>O ciclo de tração e o ciclo veicular operacional</i>	293
7.1.2	<i>A equação do movimento na forma diferencial</i>	297
7.1.3	<i>Restrições impostas ao movimento dos trens</i>	298
7.1.4	<i>Resolução das equações diferenciais do movimento</i>	299
7.1.4.1	Métodos gráficos	303
7.1.4.2	Métodos analógicos	309
7.1.4.3	Métodos numéricos.....	310
7.1.4.3.1	Método de Euler	311
7.1.4.3.2	Métodos de Runge-Kutta	312
7.1.4.3.3	Método de Heun	314
7.1.4.3.4	Cálculo das demais grandezas	315
7.1.4.3.5	Controle de solavanco.....	316
7.2	SIMULAÇÃO DE TRÁFEGO	317
7.2.1	<i>Headway, frequência de trens e dimensionamento da frota</i>	319
7.3	SIMULAÇÃO ELÉTRICA	320
7.3.1	<i>Método gráfico</i>	322
7.3.2	<i>Método analógico</i>	326
7.3.3	<i>Métodos numéricos</i>	327
7.3.3.1	Análise nodal	328
7.3.3.2	Freagem regenerativa e dinâmica e a análise nodal modificada	332
7.3.3.3	Resolução de sistemas lineares	336
7.3.3.3.1	Métodos diretos	337
7.3.3.3.1.1	Eliminação de Gauss.....	337
7.3.3.3.1.2	Bi-fatorização de Zollekopf.....	338
7.3.3.3.1.3	Método de Cholesky	340
7.3.3.3.2	Métodos iterativos	341
7.3.3.3.2.1	Método de Gauss e método de Gauss-Seidel	342
7.3.3.3.2.2	ICCG.....	343
7.3.3.3.2.3	Esquemas de armazenamento	347
7.3.3.4	Restrições de potência e tensão	350

7.3.3.5	Fluxo de potência modificado.....	352
8.	APLICAÇÃO	358
8.1	ASPECTOS COMPUTACIONAIS	358
8.1.1	<i>Simulação de marcha</i>	358
8.1.2	<i>Simulação de tráfego</i>	360
8.1.3	<i>Simulação elétrica</i>	361
8.2	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	364
8.2.1	<i>Dados do trem</i>	364
8.2.2	<i>Dados operacionais</i>	366
8.2.3	<i>Dados da linha</i>	366
8.2.4	<i>Resultados obtidos</i>	368
8.2.4.1	Simulação de marcha	368
8.2.4.2	Simulação de tráfego	370
8.2.4.3	Simulação elétrica.....	371
8.2.5	<i>Análise dos resultados</i>	377
9.	CONCLUSÃO	379
	ANEXO A RETIFICADORES.....	381
	LISTA DE REFERÊNCIAS	399
	BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA	417

LISTA DE FIGURAS

FIG. 1 – DIREÇÕES DO MOVIMENTO	14
FIG. 2 – RESISTÊNCIAS DEVIDO AO ROLAMENTO E ATRITOS MECÂNICOS	30
FIG. 3 – REPRESENTAÇÃO DE UMA RAMPA	44
FIG. 4 – DECOMPOSIÇÃO DO PESO DE UM TREM EM UMA RAMPA	45
FIG. 5 - RODEIROS	48
FIG. 6 – AÇÃO DA CONICIDADE DAS RODAS E DO JOGO INTRODUZIDO	49
FIG. 7 - TRUQUE	50
FIG. 8 – PARALELISMO DOS EIXOS	50
FIG. 9 – TRUQUE ARTICULADO	51
FIG. 10 – AÇÃO DA FORÇA CENTRÍFUGA.....	52
FIG. 11 – COMPARAÇÃO ENTRE AS FÓRMULAS DE DESDOUITS E RÖCKL.....	55
FIG. 12 – PERFIL CONTENDO UMA RAMPA E N CURVAS	57
FIG. 13 – LINHA DE TRAÇÃO A CREMALHEIRA	59
FIG. 14 – FORÇAS ATUANDO EM UMA RODA	60
FIG. 15 – DESLIZAMENTO RELATIVO	65
FIG. 16 – CARACTERÍSTICA DO DESLIZAMENTO.....	67
FIG. 17 – RESULTADO DOS ENSAIOS DE CURTIUS E KNIFFLER (CURTIUS; KNIFFLER, 1950).....	71
FIG. 18 – APLICAÇÃO DAS FORÇAS ENTRE RODA E TRILHO	75
FIG. 19 – APLICAÇÃO DOS ESFORÇOS DA LOCOMOTIVA	76
FIG. 20 – CABRAGEM DA CAIXA DA LOCOMOTIVA	77
FIG. 21 – CABRAGEM DO TRUQUE.....	78
FIG. 22 – COMPORTAMENTO DA EQ.(69) COM A VARIAÇÃO DE H_p	80
FIG. 23 – EFEITO DA CARACTERÍSTICA DO MOTOR DURANTE A PATINAGEM	83
FIG. 24 – DEFINIÇÃO DA POTÊNCIA EM REGIME CONTÍNUO PARA UMA LOCOMOTIVA DE CARGA	87
FIG. 25 – ASPECTO DA CARACTERÍSTICA DO ESFORÇO MOTOR EM FUNÇÃO DA VELOCIDADE.....	88
FIG. 26 – ACIONAMENTOS PARA A TRAÇÃO ELÉTRICA (KALLER; ALLENBACH, 1995B)	96
FIG. 27 – PÓLOS EM UMA MÁQUINA CC.....	98
FIG. 28 – ROTOR DE UMA MÁQUINA CC	99
FIG. 29 – ESCOVAS E COMUTADOR	99
FIG. 30 - ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DE UMA MÁQUINA CC	100
FIG. 31 – CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA DE CORRENTE CONTÍNUA	101
FIG. 32 – TIPOS DE MOTORES EM CORRENTE CONTÍNUA	103
FIG. 33 – ACOPLAMENTO DOS MOTORES	106
FIG. 34 – CURVAS DE CAMPO PLENO E CAMPO ENFRAQUECIDO	106
FIG. 35 – CARACTERÍSTICAS REOSTÁTICAS	108

FIG. 36 – PERDA DE ENERGIA EM R_{RH}	110
FIG. 37 – ESQUEMA DO MOTOR SÉRIE COM RESISTÊNCIAS DE PARTIDA E INDUTIVA.....	111
FIG. 38 – DETERMINAÇÃO DO REGIME CONTÍNUO	112
FIG. 39 – INTERPRETAÇÃO DA EQ.(115).....	114
FIG. 40 – CONTROLE DE FREAGEM À EXCITAÇÃO SEPARADA	116
FIG. 41 – CARACTERÍSTICA DE $F_M(V)$ PARA FREAGEM REGENERATIVA DE UM MOTOR EM CORRENTE CONTÍNUA COM EXCITAÇÃO EM DERIVAÇÃO	118
FIG. 42 – PRINCÍPIO DO RECORTADOR	121
FIG. 43 – PRINCÍPIO DO RECORTADOR MELHORADO	122
FIG. 44 – DECOMPOSIÇÃO DA TENSÃO.....	122
FIG. 45 – CIRCUITO SIMPLIFICADO PARA ENFRAQUECIMENTO DE CAMPO	124
FIG. 46 – RECORTADOR COM ENFRAQUECIMENTO DE CAMPO	125
FIG. 47 – MONTAGEM SIMPLIFICADA DO RECORTADOR PARA A FREAGEM ELÉTRICA.....	125
FIG. 48 – FREAGEM DINÂMICA DO MOTOR CC COM EXCITAÇÃO INDEPENDENTE COMANDADO POR RECORTADOR.....	127
FIG. 49 – FREAGEM REGENERATIVA PARA O MOTOR DO TIPO SÉRIE	128
FIG. 50 – DIAGRAMAS PARA O MOTOR CC EM REGIME DE TRAÇÃO	131
FIG. 51 – DIAGRAMAS PARA O MOTOR CC EM REGIME DE FREAGEM	133
FIG. 52 – ESQUEMA DE UM MOTOR DE INDUÇÃO DO TIPO GAIOLA.....	135
FIG. 53 – FLUXOS EM UMA MÁQUINA ASSÍNCRONA	137
FIG. 54 – CIRCUITO EQUIVALENTE POR FASE DO MOTOR DE INDUÇÃO	138
FIG. 55 – DIAGRAMA FASORIAL DO MOTOR DE INDUÇÃO.....	140
FIG. 56 – DIAGRAMA FASORIAL PARA BAIXAS FREQUÊNCIAS	144
FIG. 57 – REGIÕES DE CONTROLE DO MOTOR DE INDUÇÃO	147
FIG. 58 – DIAGRAMA FASORIAL DO GERADOR DE INDUÇÃO	153
FIG. 59 – CIRCUITO Γ -INVERSO	162
FIG. 60 – DIAGRAMA PARA O MOTOR DE INDUÇÃO EM REGIME DE TRAÇÃO.....	165
FIG. 61 – DIAGRAMA PARA O MOTOR DE INDUÇÃO NO REGIME DE FREAGEM.....	166
FIG. 62 – PROCESSO IMAGINÁRIO DE "DESENROLAR" UM MOTOR CONVENCIONAL PARA A OBTENÇÃO DE UM MOTOR LINEAR	167
FIG. 63 – CAMPOS EM UM MIL	170
FIG. 64 – EFEITO DE EXTREMIDADE LONGITUDINAL DINÂMICO	171
FIG. 65 – EFEITO DE EXTREMIDADE TRANSVERSAL	172
FIG. 66 – CIRCUITO EQUIVALENTE POR FASE DO MIL.....	174
FIG. 67 – DIAGRAMAS PARA O MIL EM REGIME DE TRAÇÃO E FREAGEM.....	178
FIG. 68 – LINHA DE CONTATO DA E. F. DO CORCOVADO	185
FIG. 69 – CONEXÕES DE VIA SIMPLES A) HEXAFÁSICA EM ESTRELA B) DUPLA ESTRELA	195

FIG. 70 – CONEXÕES DE VIA DUPLA A) PONTE DE GRAËTZ SIMPLES B) PONTE DE GRAËTZ DUPLA	196
FIG. 71 – APLICAÇÃO DO CRITÉRIO ISOENERGÉTICO PARA TRÊS SUBESTAÇÕES	201
FIG. 72 – CUSTO TOTAL DE IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA	204
FIG. 73 – CIRCUITO EQUIVALENTE DE UMA SUBESTAÇÃO RETIFICADORA	213
FIG. 74 – DIODO SEMICONDUTOR	216
FIG. 75 – DIODOS LIGADOS EM PARALELO NA SUBESTAÇÃO RETIFICADORA	216
FIG. 76 – TIPOS DE LINHAS DE CONTATO	219
FIG. 77 – LINHA DE CONTATO DO TIPO TRÓLEI A SUSPENSÃO SIMPLES	223
FIG. 78 – TIPO DE SUSPENSÃO FLEXÍVEL PARA O FIO TRÓLEI	224
FIG. 79 – FIO DE CONTATO A SUSPENSÃO CATENÁRIA	225
FIG. 80 – SECÇÃO TRANSVERSAL DO FIO DE CONTATO	227
FIG. 81 – TIPOS DE CATENÁRIA RÍGIDA	235
FIG. 82 – REPRESENTAÇÃO DE UM CIRCUITO DE VIA COM BONDE DE IMPEDÂNCIA PARA TRAÇÃO EM CORRENTE CONTÍNUA	241
FIG. 83 – CIRCUITOS BÁSICOS DE ALIMENTAÇÃO	245
FIG. 84 – COMPRIMENTO EQUIVALENTE DA LINHA	255
FIG. 85 – COMPORTAMENTO DAS QUEDAS DE TENSÃO AO LONGO DA LINHA PARA AS CONFIGURAÇÕES ESTUDADAS	262
FIG. 86 – POTÊNCIA ELÉTRICA DESENVOLVIDA PELO TREM EM FUNÇÃO DA CORRENTE	264
FIG. 87 – CORRENTE DE FUGA	267
FIG. 88 – TENSÃO ENTRE O TERRA E O TERRA DO SISTEMA DE TRAÇÃO	276
FIG. 89 – REPRESENTAÇÃO DA LINHA PARA L INFINITO	278
FIG. 90 – TENSÃO E CORRENTE NO CIRCUITO DE RETORNO PARA UMA FONTE APLICADA	279
FIG. 91 – TENSÃO E CORRENTE NO CIRCUITO DE RETORNO PARA DUAS FONTES APLICADAS	279
FIG. 92 – CIRCUITO PI EQUIVALENTE	283
FIG. 93 – CIRCUITO DUPLO PI EQUIVALENTE	286
FIG. 94 – VISÃO GERAL DA SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE TRAÇÃO ELÉTRICA	292
FIG. 95 – COMPORTAMENTO DAS VARIÁVEIS DURANTE O CICLO DE TRAÇÃO	294
FIG. 96 – PASSO INICIAL DA INTEGRAÇÃO GRÁFICA	303
FIG. 97 – OBTENÇÃO DE $V(s)$ PELO MÉTODO DE KOPNIAEFF	304
FIG. 98 – OBTENÇÃO DE $V(t)$ PELO MÉTODO DO PROFESSOR ANTONIO CARLOS CARDOSO	305
FIG. 99 – OBTENÇÃO DO TEMPO DE PERCURSO NO MÉTODO DE KOPNIAEFF	306
FIG. 100 – OBTENÇÃO DO ESPAÇO PERCORRIDO NO MÉTODO DO PROFESSOR ANTONIO CARLOS CARDOSO	307
FIG. 101 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA FUNÇÃO DE FUNÇÃO	307
FIG. 102 – TRAJETÓRIA DE UM TREM	317
FIG. 103 – DIAGRAMA HORÁRIO	318

FIG. 104 – CONSTRUÇÃO DO POLÍGONO DE FORÇAS (CORRENTES).....	323
FIG. 105 – CONSTRUÇÃO DO POLÍGONO FUNICULAR.....	323
FIG. 106 – DIVISÃO DE CORRENTE ENTRE AS SUBESTAÇÕES NO POLÍGONO DE FORÇAS.....	324
FIG. 107 – CÁLCULO DA QUEDA DE TENSÃO NO POLÍGONO FUNICULAR.....	325
FIG. 108 – CIRCUITOS EQUIVALENTES	329
FIG. 109 – CIRCUITOS EQUIVALENTES PARA DUAS VIAS	330
FIG. 110 – MODELO DOS TRENS PARA FREAGEM REGENERATIVA	334
FIG. 111 – COMPARAÇÃO ENTRE DADOS MEDIDOS E SIMULADOS DA VELOCIDADE DO TREM.....	360
FIG. 112 – COMPARAÇÃO ENTRE DADOS MEDIDOS E SIMULADOS DA POTÊNCIA DESENVOLVIDA PELO TREME	360
FIG. 113 – COMPARAÇÃO ENTRE AS FÓRMULAS DE RESISTÊNCIA NORMAL PARA O TREM DA SÉRIE 3000	366
FIG. 114 – VELOCIDADE DO TREM EM FUNÇÃO DO ESPAÇO PERCORRIDO.....	369
FIG. 115 – ESFORÇO MOTOR EM FUNÇÃO DO ESPAÇO PERCORRIDO.....	369
FIG. 116 – CORRENTE CAPTADA PELO TREM EM FUNÇÃO DO ESPAÇO PERCORRIDO	370
FIG. 117 – DIAGRAMA HORÁRIO PARA UM HEADWAY DE 7,5 MINUTOS	371
FIG. 118 – DIAGRAMA HORÁRIO PARA UM HEADWAY DE 15 MINUTOS	371
FIG. 119 – TENSÃO ENTRE A LINHA DE CONTATO E O TERRA PARA $T=60,0625$ S.....	372
FIG. 120 – TENSÃO ENTRE O TERRA DA VIA E O TERRA $T=60,0625$ S	372
FIG. 121 – TENSÃO DE TOQUE AO LONGO DO TEMPO NA ESTAÇÃO VILA OLÍMPIA	373
FIG. 122 – POTÊNCIA NO LADO CC DO RETIFICADOR EM FUNÇÃO DO TEMPO	374
FIG. 123 – POTÊNCIA ATIVA EM FUNÇÃO DO TEMPO	374
FIG. 124 – POTÊNCIA REATIVA EM FUNÇÃO DO TEMPO	375
FIG. 125 – POTÊNCIA APARENTE EM FUNÇÃO DO TEMPO	375
FIG. 126 – CURVA DE CARGA PONDERADA PELO TEMPO	376
FIG. 127 – CONSUMO DA SE MORUMBI DURANTE UM DIA	377
FIG. 128 – FORMA DE ONDA DA CORRENTE DE LINHA COM O PRIMÁRIO LIGADO EM TRIÂNGULO.....	383
FIG. 129 – FORMA DE ONDA DA CORRENTE DE LINHA COM O PRIMÁRIO LIGADO EM TRIÂNGULO.....	384
FIG. 130 – FORMA DE ONDA DA CORRENTE DE LINHA COM O PRIMÁRIO LIGADO EM ESTRELA	385
FIG. 131 – FORMA DE ONDA DA CORRENTE DE LINHA COM O PRIMÁRIO LIGADO EM TRIÂNGULO.....	387
FIG. 132 – MODOS DE OPERAÇÃO DO RETIFICADOR CONTROLADO	396

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – VALORES PARA O FATOR ξ	19
TABELA 2 – VALORES PARA O FATOR ξ	20
TABELA 3 – VALORES DE ACELERAÇÃO	22
TABELA 4 – COEFICIENTES A, B E C DAS FÓRMULAS DE DAVIS	36
TABELA 5 – FATORES MULTIPLICADORES DA FÓRMULA DE DAVIS AJUSTADA	38
TABELA 6 – COEFICIENTES A, B E C DAS FÓRMULAS DE DAVIS MODIFICADAS	38
TABELA 7 – COEFICIENTE C DAS FÓRMULAS DE DAVIS REVISADAS POR A. I. TOTTEN	39
TABELA 8 – VALORES PARA A CONSTANTE K_1	40
TABELA 9 – COEFICIENTES A E C DAS FÓRMULAS DE STRAHL	42
TABELA 10 – VALORES PARA A CONSTANTE K_2	54
TABELA 11 – COMPARAÇÃO ENTRE A EQ.(42) E A EQ.(43)	54
TABELA 12 – VALORES PARA A ENERGIA ESPECÍFICA CONSUMIDA	91
TABELA 13 – NÍVEIS DE TENSÃO PARA OS DIVERSOS SISTEMAS DE ALIMENTAÇÃO	189
TABELA 14 – CLASSES DE OPERAÇÃO SEGUNDO AS NORMAS NEMA RI9 E IEC 60146-1-1	206
TABELA 15 – VALORES PARA A CONSTANTE K_4	209
TABELA 16 – CARACTERÍSTICA DOS TRILHOS CONDUTORES	220
TABELA 17 – PROPRIEDADES ELÉTRICAS DOS MATERIAIS DO TRILHO CONDUTOR	221
TABELA 18 – RESISTÊNCIA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO ($M\Omega/KM$) DO TRILHO CONDUTOR DE 5100 MM ²	221
TABELA 19 – DIMENSÕES DO FIO DE CONTATO (EN50149)	228
TABELA 20 – DIMENSÕES DOS FIOS DE CONTATO DE 107 E 150 MM ²	228
TABELA 21 – PROPRIEDADES ELÉTRICAS DOS MATERIAIS DO FIO DE CONTATO	229
TABELA 22 – RESISTÊNCIA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO DO FIO DE COBRE ELETROLÍTICO	230
TABELA 23 – RESISTÊNCIA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO DO CABO MENSAGEIRO	231
TABELA 24 – RESISTÊNCIA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO DE ALGUMAS CONFIGURAÇÕES DE CATENÁRIA	232
TABELA 25 – RESISTÊNCIA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO DE ALGUMAS CONFIGURAÇÕES DE CATENÁRIA ATRAVÉS DA EQ.(219)	233
TABELA 26 – PROPRIEDADES ELÉTRICAS DO AÇO UTILIZADO NOS TRILHOS DE ROLAGEM	236
TABELA 27 – RESISTÊNCIA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO DE ALGUNS TRILHOS DE ROLAGEM	240
TABELA 28 – COMPARAÇÃO ENTRE A TABELA 27 E A EQ.(221)	240
TABELA 29 – RESUMO DOS CÁLCULOS DE QUEDA DE TENSÃO	261
TABELA 30 – VALORES PARA A CONSTANTE K_7	270
TABELA 31 – COMPARAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS DE ATERRAMENTO	272
TABELA 32 – MÁXIMA TENSÃO DE TOQUE	273

TABELA 33 – MÁXIMA TENSÃO ACESSÍVEL	273
TABELA 34 – RESISTIVIDADES DE VÁRIOS TIPOS DE SOLO.....	288
TABELA 35 – VALORES DE CONDUTÂNCIA RECOMENDADOS PELA NORMA EN50122-2.....	290
TABELA 36 – COMPORTAMENTO DAS VARIÁVEIS DURANTE O CICLO DE TRAÇÃO	296
TABELA 37 – ARMAZENAMENTO NO FORMATO COO	348
TABELA 38 – ARMAZENAMENTO NO FORMATO CSR	349
TABELA 39 – ARMAZENAMENTO NO FORMATO VETORES DE VETORES	350
TABELA 40 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DO SISTEMA LINEAR PARA O PRIMEIRO CASO.....	363
TABELA 41 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DO SISTEMA LINEAR PARA O SEGUNDO CASO.....	363
TABELA 42 – DADOS DO TREM DA SÉRIE 3000	365
TABELA 43 – POSIÇÃO DAS ESTAÇÕES DA LINHA C	367
TABELA 44 – POSIÇÃO E POTÊNCIA DAS SUBESTAÇÕES DA LINHA C.....	368

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>abreviação</i>	<i>variável</i>	<i>unidade</i>
A	coeficiente de atrito: rolamento puro da composição	[N/kN]
a	aceleração linear (instantânea)	[m/s ²]
a_p	componente radial da aceleração linear	[m/s ²]
$\ddot{a}$	solavanco (jerk)	[m/s ³]
B	coeficiente de atrito viscoso	[N.h/kN.km]
b	bitola	[m]
C	coeficiente de atrito aerodinâmico	[N.h ² /kN.km ²]
C_{roda}	conjugado da roda	[kN.m]
C_m	conjugado do motor	[kN.m]
E_a/e_a	força (contra-) eletromotriz	[V]
E_{tsz}	energia consumida pelo trem no coletor de corrente	[kJ]
E_{tuz}	energia consumida pelo trem na subestação	[kJ]
E_{uz}	energia total consumida na subestação	[kJ]
e_t	energia específica consumida pelo trem	[kJ/t.km]
e_{tb}	energia específica consumida para acelerar o trem	[kJ/t.km]
e_{tf}	energia específica consumida pelo trem em velocidade constante	[kJ/t.km]
e_m	energia específica consumida pelos serviços auxiliares	[kJ/t.km]
e_{tsz}	energia específica consumida pelo trem no coletor de corrente	[kJ/t.km]
e_{tuz}	energia específica consumida pelo trem na subestação	[kJ/t.km]
F	força	[kN]
F_{ad}	força de aderência	[kN]
$F_{\ddot{a}}$	esforço de solavanco	[kN]
F_{bn}	($n=1, 2, 3\dots$) carga no truque	[kN]
F_e	sobrecarga no eixo	[kN]
FF	fator de forma	adimensional*

F_f	esforço produzido pelos freios mecânicos	[kN]
F_m	esforço motor	[kN]
F_p	sobrecarga no truque	[kN]
FP	fator de potência	adimensional*
F_u	esforço útil	[kN]
F_{u^*}	escala do esforço útil	[kN/cm]
f	frequência	[Hz]
f_{sl}	frequência de escorregamento	[Hz]
f_t	frequência de trens	[trens/h]
G/G_n	($n=1, 2, 3\dots$) condutância	[S]
G	matriz das condutâncias nodais	[S]
G_{tte}	condutância entre o terra do túnel (estrutura) e o terra	[S/km]
G_{tve}	condutância entre o terra do sistema de tração e o terra	[S/km]
G_{tvt}	condutância entre o terra do sistema de tração e o terra do túnel	[S/km]
g	aceleração da gravidade	[m/s ²]
h_c	altura do engate	[m]
hdw	headway	[s]
h_p	altura do truque	[m]
I	corrente	[A]
I	vetor das fontes equivalentes de corrente	[A]
I^*	escala de corrente	[A/cm]
I_a/i_a	corrente de armadura	[A]
I_d	corrente na linha de contato (valor médio)	[A]
I_f/i_f	corrente de campo	[A]
I_{ft}	corrente de fuga	[A]
I_l	corrente distribuída (ao longo da linha)	[A/m]
I_m/i_m	corrente de magnetização	[A]
$I_{máx}$	corrente máxima	[A]
$I_{méd}$	corrente média	[A]
$I_{mín}$	corrente mínima	[A]

I_r	corrente do rotor (secundário)	[A]
I_{rms}	corrente eficaz	[A]
I_{rt}	corrente no circuito de retorno	[A]
I_s	corrente do estator (primário)	[A]
I_{s0}	corrente eficaz de linha de entrada	[A]
I_t	corrente do trem	[A]
I_μ	corrente magnetizante	[A]
i	inclinação da rampa	[‰] [mm/m]
i_d	corrente na linha de contato (função do tempo)	[A]
J	inércia rotacional	[t.m ²]
k_e	fator de efeito de extremidade	adimensional*
K_n, k_n	($n=1, 2, 3...$) coeficientes diversos (também com índices)	diversas
k_G	razão de transmissão	adimensional*
L_a	indutância do circuito de armadura	[H]
L_f	indutância do circuito de campo	[H]
L_m	indutância de magnetização	[H]
L_r	indutância completa do rotor (secundário)	[H]
L_s	indutância completa do estator (primário)	[H]
$L_{\sigma r}$	indutância de dispersão do rotor (secundário)	[H]
$L_{\sigma s}$	indutância de dispersão do estator (primário)	[H]
l	comprimento total da linha	[m]
$l_{\tilde{a}}$	comprimento equivalente da linha	[m]
l_{et}	comprimento equivalente do trilho	[m]
l_b	distância entre eixos	[m]
l_c	comprimento da célula	[km]
l_p	distância entre truques	[m]
l_t	comprimento do trilho	[m]
l_v	comprimento do veículo	[m]
m	massa do trem	[t]
m'	massa de inércia do trem	[t]
m_c	massa de metal corroído	[kg]

m_{ev}	massa média por eixo do veículo	[t]
m_t	massa do trilho por metro	[kg/m]
N_{ps}	razão de transformação primário/secundário	adimensional*
N_s	número de espiras do estator (primário)	adimensional*
n_{est}	número de estações	adimensional*
n_{ev}	número de eixos do veículo	adimensional*
n_m	número de motores	adimensional*
n_p	número de pólos	adimensional*
n_{pp}	número de pontos de paralelismo entre vias	adimensional*
n_{re}	velocidade de rotação da roda	[rpm]
n_{rm}	velocidade de rotação do motor	[rpm]
n_{SE}	número de subestações	adimensional*
n_s	velocidade de rotação síncrona	[rpm]
n_t	número de trens	adimensional*
n_{tp}	número de trilhos em paralelo	adimensional*
n_v	número de veículos	adimensional*
P	potência	[W]
P_{ad}	peso aderente do trem	[kN]
P_{aden}	($n=1, 2, 3...$) peso aderente do eixo	[kN]
P_d	potência na linha de contato (por subestação)	[W]
P_{el}	potência elétrica desenvolvida pelo trem	[kW]
P_m	potência desenvolvida pelo motor	[kW]
P_s	potência ativa de entrada	[W]
P_t	potência mecânica desenvolvida pelo trem	[kW]
p	peso do trem	[kN]
pE_{tsz}	perfil energético	[kJ]
Q_s	potência reativa de entrada	[VAr]
R	esforço resistente total	[kN]
R_0	resistência característica	[Ω]
R_a	resistência do circuito de armadura	[Ω]
R_c	resistência devido às curvas	[kN]
R_{cat}	resistência da rede de alimentação por quilômetro	[Ω /km]

R_f	resistência do circuito de campo	[Ω]
R_i	resistência devido às rampas	[kN]
R_{MPT}	resistência normal ao movimento	[kN]
R_n	($n=1, 2, 3\dots$) resistência	[Ω]
R_r	resistência do rotor (secundário)	[Ω]
R_{rh}	resistência em série com a armadura	[Ω]
R_{rt}	resistência do circuito de retorno	[Ω/km]
R_{SE}	resistência interna da subestação	[Ω]
R_s	resistência do estator (primário)	[Ω]
R_{sh}	resistência em paralelo com o campo	[Ω]
R_{trac}	resistência total do circuito de tração	[Ω/km]
R_{tt}	resistência longitudinal do terra do túnel (estrutura)	[Ω/km]
r	resistência específica total ao movimento	[N/kN] [daN/t] [kg/t]
r_c	resistência específica devido às curvas	[N/kN]
r_e	raio da roda	[m]
reg	regulação da subestação	[%]
r_i	resistência específica devido à rampa	[N/kN]
r_{ic}	resistência específica suplementar combinada	[N/kN]
r_{ic}'	resistência específica do perfil compensado	[N/kN]
r_{ic}''	resistência específica do perfil equivalente	[N/kN]
r_{MPT}	resistência normal específica ao movimento	[N/kN]
S	escorregamento	adimensional*
S_{Al}	seção equivalente em alumínio	[mm ²]
S_{Cu}	seção equivalente em cobre	[mm ²]
S_s	potência aparente de entrada	[VA]
S_t	seção transversal do trilho	[mm ²]
S_v	área da seção frontal do veículo	[m ²]
s	espaço, deslocamento ou posição	[m]
s^*	escala de espaço	[m/cm]
s_H	deslizamento relativo	adimensional*
T/t	tempo	[s]

t^*	escala de tempo	[s/cm]
t_c	tempo de ciclo veicular	[s]
t_{cm}	tempo comercial	[s]
U	tensão	[V]
$\mathbf{U}$	vetor das tensões nodais	[V]
U^*	escala de tensão	[V/cm]
U_a/u_a	tensão no circuito de armadura	[V]
U_f/u_f	tensão no circuito de campo	[V]
U_d	tensão na linha de contato (valor médio)	[V]
U_{d0}	tensão em vazio da subestação	[V]
U'_d	tensão no lado CC do retificador	[V]
U_{s0}	tensão eficaz de fase de entrada	[V]
U_{tte}	tensão entre o terra do túnel (estrutura) e o terra	[V]
U_{tve}	tensão entre o terra do sistema de tração e o terra	[V]
U_{ttt}	tensão entre o terra do sistema de tração e o terra do túnel (estrutura)	[V]
V	velocidade (escalar e instantânea)	[km/h]
V^*	escala de velocidade	[km/h.cm]
V_v	velocidade de vento contrário	[km/h]
v	velocidade (escalar e instantânea)	[m/s]
v_s	velocidade síncrona	[m/s]
X_{s1}	reatância total por fase do transformador vista pelo primário	[Ω]
X_{s2}	reatância total por fase do transformador vista pelo secundário	[Ω]
Z_e	impedância de efeito de extremidade	[Ω]
Z_t	impedância resultante do rotor (secundário)	[Ω]
γ	coeficiente de reflexão	[km ⁻¹]
γ_t	massa específica do material do trilho	[kg/m ³]
ΔC_m	variação do conjugado do motor	[kN.m]
ΔF_m	variação do esforço motor	[kN]
Δh	altura da rampa	[m]
Δl	comprimento da rampa	[m]

$\Delta l'$	projeção horizontal do comprimento da rampa	[m]
Δl_p	desenvolvimento da curva	[m]
Δn_{rm}	variação da velocidade de rotação do motor	[rpm]
ΔP	variação de potência	[W]
ΔQ_s	acréscimo da potência reativa de entrada	[VAr]
Δs	variação de deslocamento	[m]
$\Delta T/\Delta t$	intervalo de tempo	[s]
ΔU	variação de tensão	[V]
ΔU_c	variação da tensão (contínua) devido à comutação	[V]
ΔU_d	variação ou queda de tensão na linha de contato	[V]
$\Delta U_{dmáx}$	variação ou queda de tensão máxima na linha de contato	[V]
$\Delta U_{dméd}$	variação ou queda de tensão média na linha de contato	[V]
ΔV	variação da velocidade	[km/h]
Δv	variação da velocidade	[m/s]
δ	ângulo de carga do motor	[°]
δ_t	razão cíclica (ciclo de trabalho)	adimensional*
ε	fator de enfraquecimento de campo	adimensional*
θ	ângulo qualquer	[°]
ξ	fator de inércia das massas girantes	adimensional*
η_b	rendimento médio do trem	adimensional*
η_d	rendimento do acionamento	adimensional*
η_m	rendimento do motor de tração	adimensional*
η_t	rendimento da transmissão	adimensional*
η_{trac}	rendimento médio do circuito de tração	adimensional*
μ	coeficiente de aderência	adimensional*
μ_0	coeficiente de aderência para velocidade nula	adimensional*
ρ	raio de curvatura	[m]
ρ_d	resistividade do material do dormente	[Ω.m]
ρ_{Cu}	resistividade do cobre	[Ω.m]
ρ_l	resistividade do material do lastro	[Ω.m]

ρ_s	resistividade do solo	[$\Omega.m$]
ρ_t	resistividade do material do trilho	[$\Omega.m$]
σ	coeficiente de dispersão total	adimensional*
τ_p	passo polar	[m]
τ_t	trabalho realizado sobre o trem	[kJ]
Φ_m	fluxo mútuo	[Wb]
$\Phi_{\sigma r}$	fluxo de dispersão do rotor (secundário)	[Wb]
$\Phi_{\sigma s}$	fluxo de dispersão do estator (primário)	[Wb]
φ_r	ângulo do fator de potência do rotor (secundário)	[°]
φ_s	ângulo do fator de potência do estator (primário)	[°]
Ψ_r	fluxo total através do rotor (secundário)	[Wb]
Ψ_s	fluxo total através do estator (primário)	[Wb]
ω_e	velocidade angular do eixo	[rad/s]
ω_p	velocidade angular de uma peça qualquer	[rad/s]
ω_{rm}	velocidade angular do motor	[rad/s]
ω_s	velocidade angular síncrona	[rad/s]

* adimensional: sem dimensão.

1. INTRODUÇÃO

Ao todo no Brasil existem 15 sistemas metro-ferroviários de transporte urbano, muitos em tração elétrica. Nestes sistemas, há vários projetos de expansão e/ou modernização da malha existente atualmente em andamento. Alguns exemplos podem ser citados.

Em São Paulo, o Plano Integrado de Transportes Urbanos para 2020 (PITU 2020) prevê a melhoria da acessibilidade e o aumento da mobilidade aos usuários do transporte coletivo. Para isto, a Secretaria de Transportes Metropolitanos (STM) atuou no sentido de consolidar uma rede sobre trilhos que viesse atender, já em 2010, os objetivos principais do PITU e as metas previstas para 2020. Estabeleceram-se então intervenções prioritárias para compor uma rede estrutural com o metrô e a ferrovia atuando de forma complementar.

Dentro destes objetivos ficou evidente a recuperação e a adequação da malha da Companhia Paulista de Trens Metropolitanos (CPTM) e, simultaneamente, a ampliação da malha da Companhia do Metropolitano de São Paulo (Metrô). A efetivação destes investimentos implica em recursos equivalentes a US\$ 600 milhões/ano.

Fora do Estado de São Paulo, pode-se citar a Companhia Brasileira de Trens Urbanos (CBTU) que tem feito investimentos de US\$ 1,2 bilhão nos metrô de Belo Horizonte, Fortaleza (agora sob administração do governo estadual), Recife e Salvador. Pode-se também citar a concessionária Supervia do Rio de Janeiro que tem feito uma renovação da sua frota através do Programa Estadual de Transporte (PET).

Estes investimentos têm feito ressurgir uma área da engenharia elétrica há anos esquecida no país: a tração elétrica. O ressurgimento da tração elétrica está sendo refletido também na área acadêmica ao passo que vários estudantes estão indo trabalhar na área e os profissionais da área estão procurando a universidade para uma reciclagem dos conhecimentos. É dentro deste contexto que o presente trabalho está inserido.

A simulação do sistema de tração elétrica é por si só uma ferramenta hoje indispensável no projeto e na expansão do sistema por permitir uma análise de uma solução preliminar concebida através da sua viabilidade técnica. E este processo de simulação e análise da solução preliminar é contínuo até que seja atingido um nível satisfatório de desempenho que atenda aos requisitos de projeto. Neste caso, a simulação do sistema de tração elétrica apresenta diversas vantagens como ferramenta de trabalho para o apoio ao projeto como:

- permitir o ensaio das diversas alternativas a custo reduzido;
- fazer previsão dos resultados;
- permitir uma análise comparativa.

Simular consiste em desenvolver modelos e estabelecer uma correspondência entre algo real e o modelo. O desenvolvimento de modelos se inicia com o estudo e a caracterização do sistema.

Da mesma forma que o ressurgimento da tração elétrica está sendo refletido na área acadêmica, no passado seu esquecimento também foi sentido dentro das universidades. O último trabalho acadêmico que caracterizou todo o sistema de tração elétrica foi a dissertação de Roberto Wagner Colombini Martins em 1986. Nos dois anos seguintes, esta dissertação juntamente com as apostilas dos cursos de tração elétrica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e da Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie formaram dois livros de autoria de Edgard Dutra de Toledo, Enrico Giulio Franco Polloni, Wagner Waneck Martins e o próprio Roberto Wagner Colombini Martins. De 1988 para cá, o que se observou foram poucos trabalhos acadêmicos que caracterizavam partes específicas do sistema como o trabalho de José Augusto Pereira da Silva em 1997.

Deste modo, para o desenvolvimento de modelos para a simulação era necessário rever aquilo que havia sido feito há 20 anos atrás, incorporar novos trabalhos e acrescentar novas contribuições. É exatamente este o objetivo deste trabalho: caracterizar e modelar o sistema de tração elétrica através de conceitos já conhecidos, através de conceitos não tão novos mas que até então eram

desconhecidos e também através de conceitos novos desenvolvidos não só no país com também fora.

Assim, este trabalho segue a divisão clássica da tração elétrica em instalações móveis e instalações fixas. Na primeira parte, o capítulo 3 discute o movimento do trem e o capítulo 4 os acionamentos para uma alimentação em corrente contínua. Nas instalações fixas, o capítulo 5 descreve o sistema de alimentação em corrente contínua e, como novidade, o capítulo 6 se dedica exclusivamente ao circuito de retorno e aterramento.

Os conceitos vistos nestes 4 capítulos de caracterização são reunidos no capítulo 7 que trata da modelagem e da simulação do sistema de tração elétrica em corrente contínua. Além deste capítulo, o Anexo A traz a modelagem dos retificadores, controlados ou não controlados, para os propósitos de cálculo e simulação.

2. ESTADO DA ARTE

A simulação do sistema de tração elétrica não é uma idéia nova. Desde as primeiras instalações de bondes elétricos um projeto de tração elétrica tinha a finalidade de determinar a marcha dos veículos sobre as linhas eletrificadas e a energia que estes veículos necessitavam. Além da energia e da potência consumidas, um projeto de tração contemplava também um estudo sobre a circulação dos veículos na linha e o estabelecimento de um gráfico horário.

A primeira referência disponível sobre o cálculo da marcha dos veículos e a montagem do gráfico horário aplicadas à tração elétrica é de autoria de A. Blondel e F. P. Dubois (1898). Neste trabalho, os autores tratam da simulação de marcha através de cálculos analíticos simplificados e organizados no formato de uma tabela.

A metodologia destes cálculos analíticos é dada de acordo com o tipo de linha. Para uma linha longa, a via é dividida em trechos segundo a sua topografia e, nestes trechos, são calculadas a velocidade, a potência, a corrente e a energia. Já para o caso das linhas de bondes, onde as paradas e as partidas são freqüentes, os autores propõem um cálculo mais simplificado considerando-se a aceleração e a desaceleração dos veículos como valores constantes.

Um método gráfico também é proposto neste trabalho. Considerando-se uma aceleração (ou desaceleração) constante em um determinado trecho, o gráfico é traçado através das funções parabólicas da velocidade em função do espaço percorrido.

A. Blondel e F. P. Dubois (1898) descrevem também um método simples de montagem do gráfico horário considerando-se uma velocidade uniforme entre as paradas.

Não demorou muito tempo até que os métodos puramente gráficos surgissem. E. E. Seefehlner e H. H. Perter (1926) citam os métodos de Pforr, Kadrmozka, Hochenegg

e Hruschka publicados, respectivamente, em 1900, 1904, 1909 e 1910 sendo que apenas o método de Kadrnozka aparenta ser específico para a tração elétrica.

Contrapondo-se aos métodos citados, E. E. Seefehlner e H. H. Peter (1926) propõem um método chamado de ábacos monográficos que constituiria uma solução geral aos problemas propostos, pois o ábaco original poderia servir para um número ilimitado de projetos. Os autores lembram ainda que, apesar do método ser para a tração elétrica, ele pode ser aplicado em trens a vapor.

Tal qual os ábacos monográficos, vários métodos gráficos foram desenvolvidos ou de forma genérica tanto para a tração a vapor quanto para a tração elétrica ou inicialmente desenvolvidos para a tração a vapor e depois aplicados à tração elétrica.

Um dos primeiros métodos gráficos de importância foi o de G. Strahl (1913a) e (1913b) desenvolvido para locomotivas a vapor. Este método, segundo E. Jentsch (2003), foi selecionado pela Deutsche Reichsbahn-Gesellschaft (1924-1945) em 1924.

O método de G. Strahl não é simples. Composto basicamente por duas curvas (esforço útil para várias rampas em função da velocidade e velocidade relativa em função do tempo) encontra-se na primeira o intervalo de velocidade ΔV para uma dada rampa e, através de cálculos analíticos e a ajuda da segunda curva, encontra-se o intervalo de tempo Δt correspondente.

No mesmo ano em que o método de G. Strahl foi publicado, H. Unrein (1913) publicou também um método gráfico. O método de Unrein é mais simples que o método de Strahl. De posse da curva do esforço útil em função da velocidade, esta é dividida em várias bissetrizes verticais de ângulo constante sobre o eixo das velocidades. O gráfico da velocidade em função do espaço é então construído através de relações entre a tangente desta bissetriz.

Nota-se que a diferença entre o método de G. Strahl e o método de H. Unrein é que o primeiro utiliza o intervalo de velocidade ΔV e a determinação do tempo de percurso

não é feita de modo direto, como no segundo método, sendo necessário uma construção intermediária.

Pelo o que se constatou, o método de Unrein encontrou uma repercussão maior na recém-criada S.N.C.F. (Société Nationale des Chemins de fer Français). Armand e Garin (1941) propõem a utilização do método de Unrein, primeiramente em substituição ao método de Marié datado de 1863, na região administrativa do sudeste da S.N.C.F..

Um outro método bastante interessante foi proposto por W. Müller (1923). Semelhante ao método de Unrein, o método de Muller divide o eixo da velocidade da curva do esforço útil em função da velocidade em intervalos de velocidade ΔV que não são iguais entre si e cujos vértices das bissetrizes formam um ângulo reto com a curva de esforço útil. O tempo de percurso e o espaço percorrido são então calculados através de relações trigonométricas envolvendo a tangente.

H. Parodi e A. Tétrel (1935) descrevem vários métodos de calcular a marcha de um trem que são divididos em duas categorias: métodos de mecânica racional e métodos práticos para cálculos preliminares.

Dentro dos métodos de mecânica racional, destacam-se a integração exata e a integração aproximada que por sua vez, possui vários métodos associados como a integração por funções de substituição, mostrado também em (Wende, 2003), o método gráfico de integração por arcos sucessivos, desenvolvido por H. Parodi em 1906, e o método gráfico das médias tangentes. Estes dois últimos, diferentemente dos métodos gráficos anteriores, utilizam as curvas do esforço motor e da resistência normal ao movimento em função da velocidade, ao invés de uma única curva de esforço útil.

O método gráfico de integração por arcos sucessivos é bastante semelhante ao método de W. Muller. Por sua vez, o método das médias tangentes é mais próximo do método de Kopniaeff, tratado adiante.

Como métodos mecânicos práticos para cálculos preliminares, destacam-se os diagramas simplificados de velocidade em função do tempo.

Vale ressaltar também o método de A. E. Muller (1923), totalmente gráfico, que propõe a construção das curvas de velocidade e da corrente consumida pelo trem em função do tempo durante a sua partida a partir das curvas do esforço motor e da resistência total ao movimento em função da velocidade para um trem acionado através de motores do tipo série em corrente contínua ou alternada.

No Brasil, pode-se destacar a publicação do método prático de Sidney B. Cooper (1920) no Boletim do Instituto de Engenharia. Tal método foi aplicado por Antonio Carlos Cardoso (1922) no estudo da primeira eletrificação de uma estrada de ferro de longa distância no Brasil no trecho entre Jundiaí e Jacuba da Companhia Paulista de Estradas de Ferro.

É importante observar que este estudo feito por Antonio Carlos Cardoso (1922) foi o primeiro registro encontrado de um projeto que combina simulação de marcha, simulação de tráfego e simulação elétrica.

Entretanto, o método gráfico que ficou mais popular no país foi o método de Kopniaeff (provavelmente de autoria do ucraniano Pavel Petrovich Kopniaev). Este método, concebido para a tração elétrica de bondes, foi introduzido no Brasil por Edgard de Souza (Ricardo Jr., 1923).

Assim como outros métodos foram transferidos para a tração elétrica, curiosamente o método de Kopniaeff foi aplicado tanto na tração a vapor por Gaspar Ricardo Junior (1923) quanto na tração diesel por Jorge Washington de Oliveira (1944).

Segundo (Toledo et al., 1987), coube a Antonio Carlos Cardoso desenvolver aqui no Brasil um método derivado do método gráfico de Kopniaeff cuja variável de integração não seria mais o espaço percorrido, mas o tempo de percurso. Tanto o método de Kopniaeff quanto o método de Antonio Carlos Cardoso foram amplamente utilizados no país até a completa substituição dos métodos gráficos

pelos métodos numéricos utilizando computadores. Ambos os métodos são detalhados no item 7.1.4.1.

Enquanto os métodos de simulação de marcha se proliferaram, os métodos de simulação elétrica não se alteraram durante o tempo. A associação entre tensão elétrica e momento fletor, como será visto no item 7.3.1, fez com que desde cedo a grafo-estática fosse aplicada à simulação elétrica. Encontram-se referências sobre este método gráfico em (Seefehlner; Peter, 1926); (Markvardt, 1958); (De Koranyi, 1965) e (Toledo et al., 1988).

O processo trabalhoso da simulação de marcha deu espaço para o surgimento de soluções automatizadas e mais rápidas de resolver o problema. Os métodos analógicos surgidos no início do século XX começaram então a serem empregados no cálculo da marcha dos trens. Dentre os métodos analógicos, tratados com mais detalhes no item 7.1.4.2, destaca-se o integrador mecânico a esferas Amsler, utilizado pela S.N.C.F. (Bohl, 1950) e que foi modificada para calcular além da marcha, a energia consumida e o aquecimento dos motores de tração (Frémaux, 1959).

Outros métodos analógicos de destaque são aquele apresentado por S. V. Smith (1951) e utilizado na Pennsylvania Railroad no qual eram empregados potenciômetros para traçar a marcha e também o método apresentado por S. Lehmann (1965a) que utilizava um computador analógico totalmente eletrônico.

A simulação elétrica também chegou a utilizar os métodos analógicos. Apesar de serem empregados desde 1929 na análise de redes em corrente alternada (Stagg; El-Abiad, 1968), os métodos analógicos demoraram para serem utilizados na tração elétrica. M. Bernard (1950) descreve uma mesa de cálculo para o estudo das instalações fixas de alimentação (subestações e linha de contato) em corrente contínua utilizada pela S.N.C.F.. Tal mesa de cálculo, posta em serviço em 1947, utilizava modelos reduzidos da rede de alimentação. Uma descrição maior deste método analógico é encontrada no item 7.3.2.

Vale observar que no exemplo de cálculo utilizando esta mesa, M. Bernard (1950) faz uso da marcha de um trem calculada pelo método de Unrein, levando-se em conta os vários níveis de tensão no pantógrafo.

É importante observar também que o trabalho de M. Bernard (1950) é o primeiro registro encontrado que considera resolver o problema do circuito de tração através da análise nodal ou da análise de malhas.

A utilização dos computadores digitais teve início no final da década de 50. J. E. Hogan (1958a) e (1958b) descreve as primeiras experiências feitas pela Pennsylvania Railroad em um computador da International Business Machines (IBM) modelo 650 para o cálculo do desempenho, do combustível ou eletricidade consumida e da carga máxima que uma locomotiva pode rebocar.

Na mesma época, a S.N.C.F. realizou experiências de simulação em um computador IBM 704 instalado em Paris que, de acordo com M. Bernard (1959), executava cálculos de 20 a 50 vezes mais rapidamente que o modelo IBM 650 da S.N.C.F.. Tais experiências são relatadas por L. Chauvin (1959). S. Lehmann (1965b) descreve os passos de um programa de simulação de marcha utilizando os métodos de Runge-Kutta (item 7.1.4.3.2) que são aplicados em um computador IBM 1410.

Tanto a experiência americana quanto a experiência francesa tinham como comparação o método analógico de S. V. Smith (1951), no primeiro caso, e o método de M. Bohl (1950) e M. P. Frémeaux (1959) no segundo caso. A conclusão comum era que os métodos digitais realizavam o mesmo trabalho em menos tempo e eram mais flexíveis, pois se ajustavam aos vários tipos de problema. Como ressalva, M. Bernard (1959) contrapõe a saída gráfica dos métodos analógicos com a saída em formato de tabelas dos métodos digitais que podiam ser visualizadas no formato de curvas através de uma tela catódica e depois registradas por uma câmera.

O desenvolvimento da simulação de marcha digital na S.N.C.F. resultou no programa MARECO (depois denominado ACE), que calculava a marcha econômica dos trens

(Lancien; Fontaine, 1981), e que depois foi utilizado na elaboração de diagramas horários em (Quinchon, 1983).

O mesmo modelo de computador citado anteriormente, IBM 704, foi utilizado a partir de 1957 pela American Electric Power Service Corporation no cálculo do fluxo de potência em corrente alternada (Stagg; El-Abiad, 1968). Apesar do intenso desenvolvimento dos estudos de fluxo de potência em corrente alternada no final da década de 50 e década de 60, foi somente na década de 70 que os computadores digitais começaram a ser empregados na simulação elétrica.

Como exemplo, tem-se o trabalho de S. N. Talukdar e R. L. Koo (1977) que transferem os métodos de fluxo de potência em corrente alternada com linhas de transmissão em corrente contínua (circuitos não lineares) para a tração elétrica.

Entretanto, devido à característica de corrente consumida em função da velocidade ou do esforço motor, própria dos acionamentos de tração, a fonte ideal de corrente se mostrou um modelo bastante interessante para os trens desde o início. Desta forma, na mesma época, a simulação elétrica utilizando computadores digitais teve um desenvolvimento maior através da linearização local do problema e da utilização das técnicas de solução de circuitos lineares. As diferenças entre a utilização de circuitos lineares e a utilização de circuitos não-lineares são vistas no item 7.3.3.

Um dos primeiros trabalhos de destaque que traz a solução do circuito de tração através de circuitos lineares é o artigo de G. Vorms (1979). Um outro artigo de bastante importância é o de B. Mellitt, C. J. Goodman e R. I. M. Arthurton (1978), da Universidade de Birmingham, no qual a simulação de marcha e a simulação elétrica são tratadas agora como módulos de um único programa computacional que interagem entre si.

Este desenvolvimento inicial pela Escola de Eletrônica e Engenharia Elétrica da Universidade de Birmingham teve uma continuidade observada em (Mellitt; Mouneimne; Goodman, 1984), (Goodman; Mellitt; Rambukwella, 1987), (Rambukwella et al., 1987), (Goodman; Siu, 1994) e (Shao et al., 1994). Vale

destacar também o trabalho de J. G. Yu e C. J. Goodman (1992) que integra o cálculo das correntes de fuga, em um modelo dois terras, ao programa já existente.

No Brasil destaca-se o trabalho de Mario Yoshikazu Miyake (1973) que utilizou a simulação digital de marcha com o propósito de estabelecer horários padrões para a operação da então futura linha Norte-Sul da Companhia do Metropolitano de São Paulo (Metrô). Da mesma época vale lembrar também do programa de simulação de marcha entre duas estações desenvolvido pelo Centro de Processamento de Dados da Companhia do Metropolitano de São Paulo.

Pode-se destacar também o trabalho de Luiz Scaramelli Homem de Mello (1976) que faz a simulação de marcha e a simulação elétrica através da análise nodal. Aparentemente, estas duas simulações não estavam ligadas entre si.

No ano seguinte, Fernando Urbano publica uma dissertação com o mesmo objetivo. O aspecto mais interessante deste trabalho é a apresentação de alguns métodos que não foram encontrados em trabalhos posteriores. Como exemplo, tem-se a simulação de marcha na qual foi fixada o espaço como variável independente e a simulação elétrica na qual os trens são tratados como fontes de corrente variáveis com a velocidade e com a tensão através de polinômios do terceiro grau.

Entretanto, o trabalho de maior desenvolvimento em termos de simulação foi o de Roberto Wagner Colombini Martins (1986) que traz a metodologia atual da simulação além do desenvolvimento de um programa de simulação de marcha, tráfego e elétrica empregado na Ferrovia Paulista S.A. (FEPASA). Tal conjunto de programas continuou sendo aprimorado até a metade da década de 90, como pode-se observar em (Ribeiro, 1993).

É importante lembrar também do conjunto de simuladores digitais desenvolvidos pela PROCONTROL Engenharia de Sistemas S.A. na década de 80, sob o comando de Arnaldo Augusto Nora Antunes, para o Metrô de São Paulo.

Como desenvolvimentos nacionais mais recentes, deve-se destacar o trabalho de José Augusto Pereira da Silva (1997) que aprimorou o trabalho inicialmente desenvolvido

por José Roberto Cardoso (1992) e utilizou a simulação elétrica com modelos do sistema de aterramento acoplados para o cálculo dos potenciais de toque e correntes de fuga em sistemas metro-ferroviários.

Um aspecto interessante da simulação utilizando computadores digitais é que o surgimento de novos trabalhos não significa necessariamente o descarte de trabalhos anteriores. O que tem-se observado é um refinamento maior de alguns modelos a cada novo trabalho ou a modelagem para uma nova tecnologia.

É claro que novas técnicas computacionais como a substituição do FORTRAN por linguagens orientadas ao objeto na metade da década de 90 fizeram com que novos programas computacionais fossem escritos. No entanto, foram conservadas as estruturas lógicas das simulações, os modelos e os métodos.

Para a simulação de marcha, o refinamento da resolução da equação do movimento, tratada no item 7.1.4, vai desde a solução exata através de métodos numéricos como mostrado em (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988), até a sua simplificação através de funções mostrada em (Jentsch, 2003) e (Wende, 2003) ou a adoção de conceitos de perfil equivalente e perfil compensado como em (Sanuki; Yano, 2004) e tratados no item 3.4.3.3.

Já em relação à simulação elétrica, o refinamento dos modelos são mais numerosos e podem levar em conta a freagem regenerativa (Mellitt; Goodman; Arthurton, 1978), o uso de subestações inversoras (Mellitt; Mouneimne; Goodman, 1984), as restrições de tensão e potência (Cai; Irving; Case, 1995b) e o aterramento (Da Silva, 1997).

Também na simulação elétrica, a resolução do sistema linear proveniente do circuito equivalente dá, como será visto no item 7.3.3.3, a possibilidade da utilização de vários métodos como a Eliminação de Gauss (Martins, 1986a), o método de Cholesky (Goodman; Mellitt; Rambukwella, 1987), a Bi-Fatorização de Zollekopf (Cai; Irving; Case, 1995a) e o ICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient), tratado neste trabalho.

Obviamente, os métodos de fluxo de potência, tratados no item 7.3.3.5, não foram totalmente abandonados, sendo objeto de alguns poucos estudos como (Tzeng; Wu; Chen, 1995) e (Ku; Liu, 2002).

Talvez a mais interessante modificação na simulação digital na última década tenha se dado na ferramenta computacional empregada. A utilização do programa MATLAB/SIMULINK inicialmente feita por R. Mathew, F. Flinders e W. Oghanna (1995) teve repercussão notável na área acadêmica talvez por ser uma ferramenta visual e de fácil implementação pois utiliza diagramas de blocos. Como exemplos, tem-se as simulações de marcha mostradas em (Hill; Lamacq, 1996), (Ku; Jang; Ho, 2000), (Chang; Khambadkone; Xu, 2001) e (Yu et al., 2002).

Paralelo a este desenvolvimento acadêmico, a utilização de ferramentas de programação continua forte, sobretudo em aplicações comerciais. Um exemplo é o programa elbas – SINANET desenvolvido desde 1994 (Hofmann; Röhlig, 1995) pela Elektrische Bahnsysteme Ingenieur – Gesellschaft mbH (ELBAS GmbH) cujos modelos e métodos foram desenvolvidos na Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List" em Dresden (Röhlig, 1992).

3. DINÂMICA DO MOVIMENTO

A dinâmica do movimento de um trem pode ser vista como um sistema de controle de posição. Sua trajetória entre estações é especificada por variáveis cinemáticas como deslocamento, velocidade e aceleração que são governadas somente pelos requisitos operacionais da via (Hill, 1994a).

O movimento é um processo espacial e temporal da locomoção dos corpos. Este processo é descrito através das variáveis fundamentais tempo e espaço, sendo o espaço uma grandeza vetorial reversível e o tempo, uma grandeza escalar não reversível (Wende, 2003). Em um espaço tridimensional, o movimento do trem possui três direções possíveis, como mostra a Fig. 1.

Fig. 1 – Direções do movimento

Pode-se, portanto, distinguir as seguintes direções do movimento (Wende, 2003):

- a direção longitudinal, no eixo x , sendo esta a principal direção do movimento;
- a direção transversal, no eixo y , desenvolvida durante uma curva e associada a um movimento secundário;
- a direção vertical, no eixo z , desenvolvida durante uma rampa e também associada a um movimento secundário.

As formas do movimento podem ser classificadas como translação, rotação e oscilação. A translação é composta pelo movimento na direção longitudinal (movimento principal), pelo movimento lateral ocorrido durante as curvas ou

mudanças de via e pelas elevações durante as rampas (movimentos secundários). Durante a rotação, as rodas e o veículo giram com a curva. A combinação entre o movimento de translação e o movimento de rotação dá origem ao movimento circular (Wende, 2003).

Entre as oscilações que ocorrem ao longo e entorno dos eixos do sistema de coordenadas da Fig. 1, estão as oscilações provenientes da translação e as oscilações provenientes da rotação. Tal qual a rotação, a oscilação é também considerada um movimento secundário (Wende, 2003).

Assim, o movimento de um trem ao longo da via pode ser reduzido a um movimento de translação em um plano. Na direção do movimento ao longo da via, todos os procedimentos da mecânica são aplicáveis.

Quanto à via, além de ser caracterizada pelo seu comprimento, é caracterizada em cada ponto pela sua inclinação e possível curvatura. Dependendo das condições geográficas, estes parâmetros estão sempre mudando.

Para se determinar a potência necessária e também o consumo de energia para o movimento do trem, deve-se conhecer os parâmetros da via assim como as velocidades desejadas e permitidas em toda a sua extensão. É indispensável também conhecer os dados sobre o trem.

Deste modo, para cada ponto da via considerado, os cálculos envolvendo as grandezas relativas à tração podem ser divididos em três passos (Filipović, 1995):

- O esforço motor necessário é determinado através da soma das resistências ao movimento e da aceleração do trem.
- É verificado se este esforço motor não ultrapassa os limites impostos pela força de aderência entre a roda do trem e o trilho. Caso seja ultrapassado, o esforço motor é diminuído, provocando acelerações menores.
- Através do produto entre o esforço motor e a velocidade a ele associada encontra-se a potência desenvolvida pelo trem.

Durante uma primeira fase de cálculos, somente os pontos críticos da via são determinados, onde os maiores esforços de tração são esperados. Assim que a característica total do veículo de tração é estabelecida, o processo de cálculos pode ser finalizado através da determinação ponto a ponto ao longo de toda a via do tempo de percurso assim como o aquecimento das máquinas elétricas e outros elementos. Como em tais cálculos algumas vezes centenas de pontos são considerados para uma única viagem pela via, o uso de computadores é bastante favorável (Filipović, 1995).

3.1 Equação do movimento

Quando um trem se move, todos os veículos que fazem parte deste trem se movem de maneira progressiva. Relacionado a este movimento progressivo principal, há o movimento de rotação das rodas, que estão conectadas às transmissões e aos motores elétricos, além de pequenos balanços e solavancos.

O movimento deste trem está submetido às leis gerais da mecânica. Em seu estudo deve-se considerar neste trem os diversos veículos que o compõem e equacionar a relação entre estes veículos. Em seguida, estudar separadamente os movimentos de cada um dos elementos deste veículo constituindo corpos sólidos que podem ser considerados, em primeira aproximação, como indeformáveis (corpo rígido). As equações de relação entre estes diversos elementos seriam obtidas através das relações fornecidas pela teoria da elasticidade. O número de equações, que já é grande, seria aumentado, caso o elemento trilho fosse considerado devido às interações entre rodas e trilho.

Tal estudo de grande complexidade é deixado de lado quando se trata de um estudo de tração elétrica. Para este caso, basta examinar o problema principal, o movimento progressivo de um trem, reduzido a um movimento de um ponto material dotado de um certo grau de liberdade ao longo de uma via (Parodi; Tétrel, 1935). Os movimentos rotacionais são considerados através de um fator, como será visto adiante, multiplicado à massa do trem.

O equacionamento deste ponto material depende do referencial considerado. Aqui, considera-se o ponto de vista de um viajante se deslocando entre duas estações. Deste modo, a equação do movimento de um trem de massa m , concentrada em seu centro de gravidade, ao longo de uma via pode ser expressa através da Segunda Lei de Newton para o movimento (Kaller; Allenbach, 1995a) considerando-se a massa deste trem constante:

$$\sum_{j=1}^n F_j = m \cdot a \quad (1)$$

O trabalho realizado sobre este trem por este somatório de forças à proporção que o trem se movimenta partindo do repouso até a posição s é:

$$\tau_t = \int_0^s \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) ds = \int_0^s m \cdot a \cdot ds \quad (2)$$

Relembrando que:

$$m \cdot a \cdot ds = m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot ds = m \cdot v \cdot dv \quad (3)$$

E aplicando-se na eq.(2),

$$\tau_t = \int_0^s \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) ds = \int_0^v m \cdot v \cdot dv = \frac{1}{2} m \cdot v^2. \quad (4)$$

Pode-se observar na eq.(4) que o último termo da direita refere-se à energia cinética do trem em questão.

Porém, esta energia cinética correspondente ao deslocamento retilíneo deve ser aumentada do efeito da inércia rotacional J de peças girantes como eixos montados, rodas, rotores dos motores e mecanismos de transmissão (Blondel; Dubois, 1898) e (Parodi; Tétrel, 1935).

É interessante que toda inércia rotacional esteja referida aos eixos do trem. Para as peças que transmitem seu movimento através de engrenagens, a inércia rotacional é afetada da razão de transmissão dada por:

$$k_G = \frac{\omega_e}{\omega_p} \quad (5)$$

Assim, a energia cinética de uma peça girante é dada por:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{J \cdot \omega_e^2}{k_G^2} \quad (6)$$

Aplicando-se a eq.(6) para uma quantidade x de peças girantes na eq.(4) tem-se:

$$\tau_t = \int_0^s \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) ds = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \sum_{j=1}^x \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{J_j \cdot \omega_e^2}{k_{Gj}^2} \right) \quad (7)$$

Mas,

$$v = \omega_e \cdot r_e \quad (8)$$

Aplicando-se a eq.(8) na eq.(7),

$$\tau_t = \int_0^s \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) ds = \frac{1}{2} v^2 \left[m + \sum_{j=1}^x \left(\frac{J_j}{r_e^2 \cdot k_{Gj}^2} \right) \right] \quad (9)$$

Desenvolvendo,

$$\tau_t = \int_0^s \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) ds = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \left[1 + \sum_{j=1}^x \left(\frac{J_j}{r_e^2 \cdot k_{Gj}^2 \cdot m} \right) \right] \quad (10)$$

Observa-se que a expressão entre parênteses do lado direito da eq.(10) é constante para um trem caso sua massa não varie entre o repouso e a posição s . Deste modo, pode-se simplificar o termo entre parênteses do segundo membro da eq.(10) da seguinte maneira:

$$\left[1 + \sum_{j=1}^x \left(\frac{J_j}{r_e^2 \cdot k_{Gj}^2 \cdot m} \right) \right] = \xi \quad (11)$$

No qual ξ representa o fator de inércia das massas girantes. Este coeficiente adimensional, ligeiramente superior à unidade, aumenta a massa do trem para, como foi visto, levar em conta a presença das diferentes peças em rotação que possuem seus próprios momentos de inércia (Courtois et al., 1998).

A norma NBR 9158 de 1985 define o fator de inércia das massas girantes como um fator maior que a unidade, aplicável à massa de um trem ou veículo vazio, a fim de levar em conta a inércia das massas girantes (eixos montados, rotores) cujo movimento é inseparável do movimento do trem ou veículo.

Este fator é encontrado através de ensaios dinâmicos no veículo. Uma outra forma de ser encontrado é através de métodos de cálculos aproximados como os apresentados em (Blondel; Dubois, 1898) e (Parodi; Tétrel, 1935).

Segundo R. W. C. Martins (1986), na tração ferroviária, de um modo geral, o valor de ξ varia entre 1,04 e 1,12 sendo que o valor de 1,10 é geralmente adotado para um trem completo. Este valor também é citado em (Seefehlner; Peter, 1926). Em (Filipović, 1995), (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Cabrita, 2000a) pode-se encontrar os seguintes valores para o fator ξ para veículos de tração a simples aderência:

Tipo de veículo	Fator ξ
locomotivas	1,15 – 1,30
automotrizes	1,08 – 1,14
carros e vagões	1,02 – 1,04
carros vazios	1,05 – 1,12
trem completo	1,06 – 1,10

Tabela 1 – Valores para o fator ξ

Já em (Wende, 2003), são encontrados os seguintes valores:

Tipo de veículo	Fator ξ
locomotiva elétrica	1,15 – 1,25
vagão vazio	1,08 – 1,10
vagão cheio	1,03 – 1,04
carros	1,06 – 1,09

Tabela 2 – Valores para o fator ξ

Retomando-se a eq.(11) e aplicando-a na eq.(10) tem-se:

$$\tau_t = \int_0^s \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) ds = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \cdot \xi \quad (12)$$

Pode-se simplificar ainda a eq.(12) introduzindo-se o conceito de massa de inércia (Parodi; Tétrel, 1935) que nada mais é do que a massa medida de um trem corrigida pelo coeficiente ξ . Deste modo,

$$m' = m \cdot \xi . \quad (13)$$

E a eq.(12) fica:

$$\tau_t = \int_0^s \left(\sum_{j=1}^n F_j \right) ds = \frac{1}{2} m' \cdot v^2 \quad (14)$$

Observa-se agora que a eq.(1) pode conservar a sua forma primitiva sob a condição da substituição da massa m do trem pela massa de inércia m' . Assim,

$$\sum_{j=1}^n F_j = m' \cdot a . \quad (15)$$

A soma das forças que atuam sobre um trem expressa na eq.(15) durante o movimento pode ser decomposta em dois grupos: as forças produzidas pelo trem, positivas em tração e negativas na freagem, e as forças que se opõem ao movimento deste trem. De acordo com (Toledo et al., 1987) tanto o esforço motor, produzido pelo trem, quanto o esforço resistente são referidos ao aro das rodas.

O esforço resistente no aro das rodas segundo (Garreau, 1965), é a soma do esforço resistente no engate (resistência do material rebocado) e da resistência da locomotiva. Ainda de acordo com o autor, referir os esforços motor e resistente ao aro das rodas é uma questão de hábito vindo de uma longa tradição.

A eq.(15) pode então assim ser reescrita:

$$F_m - R = m \cdot a \quad (16)$$

É interessante observar que o primeiro membro da eq.(16) é conhecido como esforço útil (F_u) ou seja, aquele esforço necessário à aceleração. Vale notar que o esforço útil é positivo durante o regime de tração e negativo durante o regime de freagem.

Antes de se fazer uma descrição dos esforços motor e resistente, é importante fazer algumas considerações a respeito da aceleração expressa na eq.(16).

3.2 Aceleração e solavanco

A escolha do valor da aceleração deve ser precedida de um estudo aprofundado de todas as condições relativas porque a aceleração (e a desaceleração) é parte fundamental da cinemática de um trem e pode influenciar a economia da operação de um sistema.

O tráfego de trens urbanos é caracterizado por uma curta sucessão de trens e por distâncias relativamente pequenas entre as paradas. Dentro destas condições, tem-se um tráfego regular atendendo a um horário rigorosamente regulado. Isto supõe o desenvolvimento de valores determinados de aceleração, de velocidade e de desaceleração. Valores estes diferentes para os trens de longa distância onde o tempo que se leva percorrendo o espaço entre duas paradas é várias vezes maior que o tempo que se leva para atingir a velocidade de regime (Seefehlner; Peter, 1926).

Os valores máximos de aceleração, desaceleração e solavanco são governados pelas condições de conforto dos passageiros em um trem de passageiros e pelas considerações do esforço motor em trens de carga (Hill, 1994a).

A tabela abaixo, extraída de (Filipović, 1995), mostra alguns valores de aceleração para cada tipo de trem:

Tipo de trem	aceleração [m/s^2]
carga pesada	0,02 – 0,1
carga	0,1 – 0,2
passageiros	0,3 – 0,4
interurbanos	0,8 – 1,2
metrô	1,0 – 1,3

Tabela 3 – Valores de aceleração

Contudo, estes valores não são únicos. Como exemplo, R. W. C. Martins (1986) fornece em seu trabalho as acelerações de $1,2 \text{ m/s}^2$ para transporte de massa (metrô e trem de subúrbio), de $0,6 \text{ m/s}^2$ para transporte de longo percurso e de $0,3 \text{ m/s}^2$ para transporte de carga.

O Metrô de São Paulo adota na Linha 1 uma aceleração máxima de $1,12 \text{ m/s}^2$ (Giuriati; Labate Neto, 1992) e uma aceleração de $1,2 \text{ m/s}^2$ nos trens da Linha 5. Já a CPTM (Companhia Paulista de Trens Metropolitanos) possui trens com acelerações máximas que variam entre $0,4 \text{ m/s}^2$ e $0,9 \text{ m/s}^2$ (Portal CPTM, 2004).

A aceleração máxima disponível para um trem pode ser dada, segundo (IEE, 2002), através da multiplicação do número de eixos motrizes do trem por ($g \cdot \mu_0$) no qual o coeficiente μ_0 será discutido no item 3.5.3.

A variação temporal da aceleração, que significa a transição de uma velocidade homogênea para uma condição de aceleração, é conhecida como solavanco (jerk em inglês) e medida em m/s^3 .

Variações temporais bruscas de aceleração causam mal estar físico nos passageiros. O conforto de uma viagem é conseguido não somente com valores baixos de solavanco, mas também com um crescimento lento do solavanco com o tempo

(m/s^4), como também com um crescimento lento do crescimento do solavanco com o tempo (m/s^5) e assim por diante.

Deste modo, o tempo que uma composição leva para atingir uma aceleração máxima a partir de uma condição de velocidade homogênea, se for levado em conta o conforto dos passageiros, é maior que 1 segundo. Deve-se notar que esta transição para a condição de aceleração não é linear, mas ocorre de forma hiperbólica.

O valor máximo do solavanco, de acordo com (Filipović, 1995), deve estar entre 0,5 e 0,75 m/s^3 . Em (Hill, 1994a), o valor máximo de 0,55 m/s^3 é dado para bondes modernos. Entretanto, valores maiores podem ser encontrados como em (Wende, 2003) que estabelece um limite entre 1,0 e 1,5 m/s^3 como tolerável pelo ser humano.

Como exemplo, tem-se os trens da Linha 1 do Metrô de São Paulo que possuem um solavanco máximo de 1,0 m/s^3 que pode ser ajustado de 0,5 a 1,5 m/s^3 .

3.3 *Esforço motor*

O esforço motor F_m , apresentado na eq.(16), provém do conjugado que os motores de tração produzem em seus pinhões e que chega às rodas através de um conjunto de engrenagens conhecido como transmissão. Para que um trem, em regime de tração, possa circular a uma certa velocidade, o esforço motor deve ser suficiente para vencer todo o esforço resistente ao movimento do trem (Toledo et al., 1987).

Dado uma locomotiva ou um trem unidade elétrico (TUE) dotado de n_m motores que esteja desenvolvendo um esforço motor F_m . Supondo-se que todos estes n_m sejam iguais, que a distribuição do esforço motor entre eles também seja igual, que o coeficiente de aderência seja o mesmo para todas as rodas e que as rodas desta locomotiva ou TUE possuam o mesmo diâmetro, podem-se encontrar os valores do conjugado de um motor e a sua rotação.

Transformando-se o esforço motor em conjugado do motor em uma roda:

$$\frac{F_m}{n_m} = \frac{C_{roda}}{r_e} \quad (17)$$

Considerando-se a transformação do movimento de translação em movimento de rotação através de uma simples engrenagem redutora, tem-se (Kaller; Allenbach, 1995a):

$$C_{roda} = \frac{C_m}{k_G} \eta_t \quad (18)$$

Nota-se que a velocidade do motor é maior que a velocidade da roda e que o conjugado fornecido pelo motor é menor que o conjugado exercido pela roda devido à ação redutora da razão de transmissão k_G .

O rendimento da transmissão, em porcentagem, pode ser assumido como (100 menos o número de estágios) (IEE, 2002). Segundo (Courtois et al., 1998) o rendimento da transmissão η_t tem um valor aproximadamente igual a 0,98.

Substituindo-se a eq.(18) na eq.(17),

$$\frac{F_m}{n_m} = \frac{\frac{C_m}{k_G} \eta_t}{r_e} \quad (19)$$

Isolando-se o conjugado do motor da eq.(19) tem-se:

$$C_m = \frac{F_m \cdot r_e \cdot k_G}{n_m \cdot \eta_t} \quad (20)$$

Pode-se observar a partir da eq.(20) que o esforço motor pode ter um valor maior para um mesmo valor de conjugado dos motores de tração apenas pelo aumento da razão de transmissão k_G . A vantagem disto é que tem-se um esforço motor maior para um mesmo conjugado, o que significa um mesmo consumo de corrente. Do mesmo modo, a modificação do raio das rodas r_e equivale a uma modificação da razão de transmissão (Seefehlner; Peter, 1926).

Contudo, para um dado veículo motor cujas rodas possuem um raio também dado, a razão de transmissão à simples redução tem um limite superior imposto pelo diâmetro das engrenagens que, por sua vez, é limitado pelo gabarito da parte inferior deste veículo (Garreau, 1965).

A velocidade da roda pode ser expressa em termos da velocidade linear do trem por:

$$n_{re} = \frac{60 \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot r_e} = \frac{60 \cdot V}{2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot 3,6} \quad (21)$$

Retomando-se a definição da razão de transmissão,

$$k_G = \frac{n_{re}}{n_{rm}} = \frac{\omega_e}{\omega_{rm}} \quad (22)$$

Aplicando-se a eq.(22) na eq.(21),

$$n_{rm} = \frac{60 \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot k_G} = \frac{60 \cdot V}{2 \cdot \pi \cdot r_e \cdot k_G \cdot 3,6} \quad (23)$$

Aplicando-se a razão de transmissão na eq.(8) tem-se:

$$\omega_{rm} = \frac{v}{r_e \cdot k_G} = \frac{V}{r_e \cdot k_G \cdot 3,6} \quad (24)$$

A potência mecânica desenvolvida pelo trem é dada por:

$$P_t = F_m \cdot v = \frac{F_m \cdot V}{3,6} \quad (25)$$

Substituindo-se a eq.(20) e a eq.(23) na eq.(25) tem-se:

$$P_t = \frac{2 \cdot \pi \cdot C_m \cdot n_m \cdot \eta_t \cdot n_{rm}}{60} \quad (26)$$

A potência desenvolvida pelo trem também pode ser expressa através da velocidade angular do motor. Para isto, é necessário substituir a eq.(20) e a eq.(24) na eq.(25) obtendo-se:

$$P_t = C_m \cdot n_m \cdot \eta_t \cdot \omega_{rm} \quad (27)$$

E a potência mecânica desenvolvida pelo motor de tração, considerando-se uma distribuição igual de potência, pode ser expressa como uma parcela da potência mecânica desenvolvida pelo trem através de:

$$P_m = \frac{P_t}{n_m \cdot \eta_t} \quad (28)$$

Se o rendimento da transmissão η_t , o rendimento dos motores de tração η_m e o rendimento do acionamento η_d forem agrupados em um único rendimento global do trem, η_b , a potência elétrica desenvolvida pelo trem pode ser expressa através da potência mecânica por:

$$P_{el} = \frac{P_t}{\eta_b} \quad (29)$$

3.3.1 Considerações sobre a freagem mecânica (por atrito)

É extremamente importante notar que, de acordo com o desenvolvimento feito, a potência mecânica desenvolvida pelo trem assim como o esforço motor levam em conta apenas o conjugado, positivo ou negativo, do motor. Uma potência mecânica total maior é desenvolvida pelo trem durante a freagem devido ao uso de freios mecânicos nos eixos não motorizados que complementam a freagem elétrica fornecida pelos motores de tração (Hill, 1994a).

Nota-se que neste sistema de freagem combinada o freio mecânico é menos solicitado, havendo assim menos desgaste de material, reduzindo os gastos com a substituição de pastilhas ou calços e também com a energia utilizada nos compressores (Cabrita, 2000a).

A aplicação dos freios mecânicos influencia a dinâmica do movimento, pois é um esforço maior a ser considerado alterando deste modo as variáveis cinemáticas como a aceleração, a velocidade, o tempo e o espaço. Entretanto, a aplicação dos freios mecânicos não influencia o conjugado do motor e, conseqüentemente, todas as

grandezas elétricas que envolvem o movimento de um trem. Por esta razão, este trabalho irá considerar como potência mecânica desenvolvida pelo trem apenas a potência mecânica produzida, ou que produz, potência elétrica.

Feitas estas considerações, pode-se reescrever a eq.(16) para este caso. Desta forma,

$$F_m - R - F_f = m \cdot a . \quad (30)$$

Nota-se que o esforço produzido pelos freios mecânicos é negativo porque tende a retardar o trem. Da mesma forma que na eq.(16), o esforço útil para o caso da aplicação dos freios mecânicos é o primeiro membro da eq.(30).

3.4 Esforço resistente

O estudo do movimento de um trem exige o conhecimento completo das resistências que se opõem ao avanço de cada um dos veículos, motores ou rebocados, que constituem o trem.

O esforço resistente total R apresentado na eq.(16) pode ser decomposto, de acordo com (Toledo et al., 1987), em duas partes:

- as resistências de toda natureza que se opõem ao movimento do veículo em nível e alinhamento;
- as resistências suplementares devido às curvas e às rampas.

Antes de entrar nos detalhes de cada tipo de resistência ao movimento do trem, é interessante introduzir o conceito de resistência específica ao movimento.

3.4.1 A problemática das resistências específicas

Um estudo mais cuidadoso sobre as resistências individuais ao movimento mostra as seguintes conexões físicas (Filipović, 1995):

- as resistências devido aos atritos e ao rolamento sobre a via (que fazem parte das resistências normais, como será visto adiante), a resistência devido às curvas e a

resistência devido às rampas desenvolvidas primariamente em virtude do peso do veículo e aproximadamente proporcional a ele;

- a resistência do ar que depende unicamente da aerodinâmica do veículo e pode ser expressa através de superfícies idealizadas (painéis frontais e laterais);
- o esforço útil, tratado por alguns autores (Sachs, 1973); (Filipović, 1995) e (Steimel, 2004a) como uma resistência devido à aceleração, que depende da massa do veículo.

Na prática, não se calcula a resistência ao movimento para cada veículo, mas são utilizados valores calculados ou medidos em veículos-tipo. No cálculo ou medição para estes veículos-tipo os valores da resistência ao movimento são divididos pela massa do veículo obtendo-se a resistência específica ao movimento (Kaller; Allenbach, 1995a). Tal tarefa torna-se difícil justamente porque os três diferentes fatores básicos descritos anteriormente (peso, superfície e massa) aparecem. O fator superfície pode ser tratado de forma separada uma vez que este só é aplicado à resistência oferecida pelo ar. Porém, o peso tem uma longa tradição como fator básico.

Uma grande parte das fórmulas práticas de cálculo utilizadas hoje foi desenvolvida no sistema antigo de unidades técnicas (com esforço motor em kgf e o peso em t) e a unidade de resistência específica se tornou o kg/t (grandeza de dimensão 1). Durante a transição para o atual sistema internacional (SI) a norma alemã DIN 25007 (Filipović, 1995) especificou a unidade N/kN para a resistência específica ao movimento. Tal unidade também possui a dimensão 1 com a vantagem de que os valores numéricos de fórmulas desenvolvidas no passado continuam inalterados. A desvantagem aqui é o inconveniente de se multiplicar o peso do veículo ao invés de sua massa quando utilizar estas fórmulas.

A UIC (Union International des Chemins de Fer) em sua publicação UIC 800-01 de 1980 especificou como unidade da resistência específica tanto o N/kN quanto o daN/t (Filipović, 1995) sendo utilizado o peso do veículo no primeiro caso e a massa do veículo no segundo.

O decanewton (1 daN=10 N) foi escolhido por conservar valores numéricos antigos (e também as ordens de grandeza memorizadas pelos ferroviários) que aumentavam de 9,81 quando transformados para Newton. O arredondamento para 10 resulta em um erro, de acordo com Ž. Filipović (1995), de 2% que pode ser desprezado. R. Kaller e J. –M. Allenbach (1995a) lembram que o decanewton não é prático e nem recomendado pelo sistema internacional.

Em vista do que foi exposto, pode-se equacionar as grandezas da seguinte maneira:

$$r[kg/t] = r[N/kN] \approx r[daN/t] \quad (31)$$

$$R[kN] = 10^{-3} \cdot g \cdot (r[kg/t] \cdot m) = 10^{-3} \cdot r[N/kN] \cdot p \quad (32)$$

Relembrando que:

$$p = m \cdot g \quad (33)$$

3.4.2 Resistências normais

As resistências normais são aquelas resistências de toda natureza que, em nível e tangente, se opõem ao movimento do trem. De acordo com (Toledo et al., 1987), estas resistências são absolutamente inevitáveis.

3.4.2.1 Resistências elementares

Segundo M. Garreau (1965) as resistências normais podem ser separadas em duas categorias que não obedecem às mesmas leis de variação em função da velocidade.

3.4.2.1.1 As resistências devido ao rolamento e todos os atritos mecânicos

O rolamento dos aros das rodas sobre os trilhos causado pela deformação dos trilhos (Fig. 2 a) e o atrito das mangas dos eixos nas caixas de graxa (Fig. 2 b) resultam em uma resistência independente da velocidade, mas que depende das características do material: carga por eixo, número de eixos e tipo dos mancais das caixas de graxa (Garreau, 1965). Determinada as características do material, o valor desta resistência é constante.

Em um trecho em nível e tangente, o movimento do material rodante não é retilíneo devido à conicidade dos aros, das características de suspensão do veículo e de outros fatores que produzem oscilações que resultam em uma resistência devido ao atrito do friso das rodas com o trilho (Fig. 2 c). Tal resistência é dependente da velocidade do veículo (Toledo et al., 1987).

Fig. 2 – Resistências devido ao rolamento e atritos mecânicos

3.4.2.1.2 Resistência do ar

Os fenômenos aerodinâmicos gerados pelo deslocamento dos trens se classificam em duas categorias principais: os fenômenos estacionários e os fenômenos não estacionários (Bernard, 1971) e (Chambadal, 1983).

Os fenômenos ditos estacionários não evoluem com o tempo desde que alguns parâmetros do deslocamento como a velocidade, a geometria dos veículos e as condições ambientais não variem também. Esses fenômenos correspondem essencialmente à resistência aerodinâmica ao avanço (Chambadal, 1983).

Por sua vez, os fenômenos não estacionários evoluem constantemente com o tempo. Esses fenômenos englobam os efeitos aerodinâmicos quando um trem passa por uma instalação fixa como uma ponte, entra em um túnel ou cruza outro trem ao ar livre ou dentro de um túnel (Bernard, 1971) e (Chambadal, 1983).

A resistência do ar se exerce sobre a superfície frontal do trem, age por atrito sobre as faces laterais (notavelmente sobre as rugosidades) e age por aspiração na cauda da

composição. É uma função que cresce rapidamente com a velocidade, variando com o seu quadrado (Garreau, 1965) e (Toledo et al., 1987).

A resistência do ar depende da área e do formato da parte frontal do trem. É influenciada particularmente pela qualidade aerodinâmica do trem: forma de avanço, intervalos entre veículos, rugosidades laterais e rugosidades nas partes superior e inferior do veículo (Nouvion, 1966) e (Kaller; Allenbach, 1995a).

Segundo (Bernard; Guiheu, 1976), o pantógrafo também influencia a resistência do ar por ser uma imperfeição aerodinâmica. A maior parte dos obstáculos aerodinâmicos deste aparelho se situa no nível do teto do trem. Deste modo, o fato do pantógrafo estar levantado ou abaixado não varia a resistência por ele oferecida. No entanto, a posição do pantógrafo, no primeiro ou no último carro de um trem, tem um papel importante na resistência do ar (Bernard, 1971).

O vento possui uma ação considerável. Sua direção e força são fatores dos quais a resistência do ar é dependente (Filipović, 1995). H. Parodi e A. Tétrel (1935) citam três tipos de vento: na direção da via, perpendicular e oblíquo.

O vento que está na direção da via pode atuar tanto no mesmo sentido quanto no sentido oposto à marcha do trem. O vento lateral aumenta a resistência ao movimento porque exerce uma força sobre a superfície lateral do trem que é completamente transmitida às rodas fazendo com o friso das rodas atrite com o boleto do trilho. O vento oblíquo combina a ação do vento que atua tanto na direção da via quanto o vento perpendicular (Parodi; Tétrel, 1935). Segundo M. Garreau (1965), o vento oblíquo é o mais prejudicial.

A resistência do ar tem seu efeito sobre o trem multiplicado quando este se encontra dentro de um túnel. O movimento de um trem dentro de um túnel pode ser comparado ao de um pistão dentro de um cilindro. O efeito amortecedor do ar é muito grande visto que a razão entre a seção do túnel e do trem é próxima da unidade. Isto conduz a uma primeira conclusão, que a resistência do ar em um túnel

em via dupla é notavelmente mais fraca que em um túnel em via simples (Parodi; Tétrel, 1935).

Uma outra observação diz respeito à ligação entre túneis subterrâneos e o exterior. As condições do movimento do ar são diferentes de acordo com a compressão dentro de um espaço praticamente fechado ou simplesmente o deslocamento dentro de um espaço ligado à atmosfera através de grandes orifícios (Parodi; Tétrel, 1935).

Quando um trem entra em um túnel, nota-se uma sobre pressão correspondente à deformação do ar em torno do trem sob a ação das paredes deste túnel. Este fenômeno pode ser analisado através do deslocamento de uma certa massa localizada na frente do trem e dos deslocamentos elementares do veio fluido que desaparece progressivamente entre o trem e as paredes do túnel. Este desaparecimento progressivo de um fluido viscoso acarreta o aquecimento do ar e a criação de um campo de pressões variáveis em torno do trem. A resistência que se opõe ao movimento pode ser deduzida, em primeira aproximação, a partir da diferença de pressão exercida sobre as faces frontal e anterior dos trens (Parodi; Tétrel, 1935).

3.4.2.2 Resistências globais

O estudo das resistências elementares não pode dispensar o estudo das resistências globais, não somente pelo fato da insuficiência ou da incerteza dos resultados obtidos, mas também sobretudo porque a distinção entre estas resistências não é clara, pois sabe-se certamente que a resistência global é igual à soma das resistências elementares sem omissão ou repetição (Parodi; Tétrel, 1935).

É importante observar também que o estudo em separado de cada resistência elementar é bastante dispendioso. De fato, o estudo das resistências elementares está sobretudo ligado ao estudo de fórmulas empíricas que permitem o cálculo da resistência global ao movimento em nível e tangente (Parodi; Tétrel, 1935). Tais fórmulas empíricas, que dão valores médios da resistência normal ao movimento, são extremamente úteis nas aplicações práticas, uma vez que o cálculo para cada caso de

cada uma das resistências elementares é um processo trabalhoso (Toledo et al., 1987).

As fórmulas empíricas deduzidas dos ensaios efetuados na Europa e nos Estados Unidos são extremamente numerosas conduzindo a resultados diferentes. O número considerável de fórmulas, que trazem resultados diversos, é devido ao fato dos vários ensaios realizados, feitos para os vários tipos de veículos vazios e carregados, suporem que a resistência normal de um trem é proporcional ao seu peso, além do fato da resistência do ar ser bem diferente para os vários tipos de veículo dependendo do tipo do material, da sua utilização (passageiros, carga) e da composição do trem (Parodi; Tétrel, 1935). Assim, uma fórmula deduzida dos ensaios feitos para um trem de passageiros não se aplica evidentemente a trens de carga de composição heterogênea. Tal fórmula é aplicada somente aos trens de mesma natureza.

Contudo, a aplicação prática de valores médios de resistência normal deve ser feita porque, por exemplo, trens de carga são constituídos por diversos veículos: novos, velhos, carregados e não carregados. Um trem de passageiros também é constituído por diferentes tipos de material rodante. Somente nas linhas de projeto fechado é que os valores podem ser designados de maneira mais exata (Filipović, 1995).

Independente do ensaio, estas fórmulas propostas são sempre um trinômio em função da velocidade do trem e apresentadas da seguinte forma:

$$r_{MPT} = A + B \cdot V + C \cdot V^2 \quad (34)$$

A eq.(34) representa perfeitamente os fenômenos medidos dentro do domínio das velocidades ferroviárias praticadas, mesmo aqueles provenientes dos ensaios maiores que 300 km/h (Bernard; Guiheu, 1976). Porém, Ž. Filipović (1995) afirma que as fórmulas gerais propostas não são confiáveis para velocidades acima de 150 km/h.

O binômio $A+B \cdot V$ da eq.(34) representa as resistências mecânicas do rolamento, de atrito e aquelas que são responsáveis pelas perdas por histerese de suspensão e amortecimento. O termo $C \cdot V^2$ é atribuído à resistência do ar (Bernard, 1974).

Um detalhamento maior dos coeficientes A , B e C da eq.(34) deve ser feito. O coeficiente A , constante em relação à velocidade, representa o atrito entre as rodas e o trilho, atrito dos mancais e molas assim como o atrito dos componentes rotativos do acionamento. Deste modo, esta porção constante da resistência normal depende do tipo e das condições do veículo (Filipović, 1995).

O coeficiente B da eq.(34) representa a influência dos diferentes movimentos que causam distúrbio. Representa a perda por histerese mecânica e de amortecimento das oscilações verticais laterais e o eventual atrito do friso das rodas com as faces laterais dos trilhos. Depende, portanto, do comportamento da marcha dos veículos e da qualidade da via (Bernard; Guiheu, 1976).

Por sua vez, o coeficiente C da eq.(34) representa, como foi dito, a resistência do ar sobre a superfície frontal do primeiro veículo, do escoamento dos filetes de ar ao longo das paredes, da pressão exercida sobre a traseira do trem, das turbulências devido às interrupções entre veículos e entre a parte inferior da via, de todos os turbilhões criados pelas imperfeições aerodinâmicas dos veículos que são construtivas (como pantógrafos) ou acidentais (como portas abertas) (Bernard; Guiheu, 1976).

É interessante notar que a eq.(34) se aplica ao ar livre. Como foi dito, a resistência do ar aumenta dentro dos túneis e o coeficiente C é muito variável, em particular para os túneis de grande comprimento. Segundo (Filipović, 1995) e (Kaller; Allenbach, 1995a), pode-se utilizar para os túneis em via dupla um valor do coeficiente C duas vezes maior que aquele utilizado ao ar livre e um valor do coeficiente C três vezes maior para os túneis de via simples.

As diversas fórmulas empíricas resultantes dos diversos ensaios realizados na Europa e nos Estados Unidos por diferentes autores como Frank, von Borries, Leitzmann e Barbier podem ser encontradas em (Seefehlner; Peter, 1926), (Parodi; Tétrel, 1935) e (Sachs, 1973). Do mesmo modo, as fórmulas utilizadas pelas grandes companhias ferroviárias, adaptadas aos seus próprios veículos em diversas variantes, podem ser

encontradas em (Garreau, 1965), (Nouvion, 1966), (Sachs, 1973), (Bernard, 1974), (Bernard; Guiheu, 1976), (Filipović, 1995) e (Kaller; Allenbach, 1995a).

Este trabalho irá mostrar dois conjuntos de fórmulas gerais resultantes dos ensaios realizados por dois autores: W. J. Davis Jr. e G. Strahl. A razão da escolha destes dois ensaios em específico é que ambos são empregados até hoje. As fórmulas de Davis são amplamente utilizadas no Brasil (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1987) e nos Estados Unidos (Hay, 1982) e (NCEES, 2001), havendo diversas variações. Já as fórmulas de Strahl são utilizadas na Europa (Schaefer, 1988); (Filipović, 1995); (Kaller; Allenbach, 1995a); (Wende, 2003); (Steimel, 2004a) e (Lehmann, 2005) e conservam os índices do ensaio original, havendo algumas sugestões de modificação.

É importante observar que, apesar do grande número de fórmulas gerais propostas, a diferença entre os resultados não é muito grande. Uma comparação entre algumas fórmulas existentes, entre elas as de G. Strahl e as de W. J. Davis Jr., aplicadas para um trem completo foi feita em (Schaefer, 1988), que apresentou uma dispersão surpreendentemente baixa de 10% entre os resultados obtidos.

3.4.2.2.1 Fórmulas de Davis

Segundo (Toledo et al., 1987), os ensaios que deram origem a este conjunto de fórmulas foram realizados em material de bitola padrão (1,435 m). Porém, o conjunto de fórmulas gerais de Davis é adotado tanto nas estradas de ferro brasileiras de bitola métrica (1,000 m) quanto nas de bitola larga (1,600 m). Ainda de acordo com os autores de (Toledo et al., 1987), isto não é problema porque a área da seção frontal dos veículos, que normalmente varia de uma bitola para a outra, está explícita nas fórmulas.

A Tabela 4 traz os coeficientes A , B e C da eq.(34) correspondentes às fórmulas de Davis para cada tipo de veículo (Davis Jr., 1926) e (Toledo et al., 1987).

veículo	A [N/kN]	B [N.h/kN.km]	C [N.h ² /kN.km ²]
locomotiva	$0,65 + 13,15 / m_{ev}$	0,00932	$0,00456 \cdot S_v / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
carro	$0,65 + 13,15 / m_{ev}$	0,00932	$0,000645 \cdot S_v / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
vagão	$0,65 + 13,15 / m_{ev}$	0,01405	$0,000945 \cdot S_v / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
carro líder	$0,65 + 13,15 / m_{ev}$	0,01405	$0,00456 \cdot S_v / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
carro comandado	$0,65 + 13,15 / m_{ev}$	0,01405	$0,000645 \cdot S_v / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
carro motor	$0,65 + 13,15 / m_{ev}$	0,028	$0,00456 \cdot S_v / (n_{ev} \cdot m_{ev})$

Tabela 4 – Coeficientes A, B e C das fórmulas de Davis

W.J. Davis Jr. (1926) recomenda o uso de tais fórmulas para veículos onde a massa por eixo não exceda 4,5 t.

Através da Tabela 4, pode-se notar que o coeficiente A é, como foi dito, constante com a velocidade, mas, neste caso, variável com a massa média por eixo. Nota-se também que para se ter a resistência total ao movimento em nível e tangente de um trem composto de vários veículos é necessário em primeiro lugar encontrar os coeficientes A , B e C de cada veículo e multiplicá-los pelo peso (em kN) do veículo correspondente. Em seguida, deve-se fazer a soma de todas as equações obtidas (em N) para cada veículo. Deste modo, tem-se a seguinte expressão:

$$R_{MPT} = \sum_{j=1}^{n_v} r_{MPT_j} \cdot (n_{e_j} \cdot m_{e_j} \cdot g) \cdot 10^{-3} \quad (35)$$

Deve-se observar também na Tabela 4 a distinção entre carro e vagão. A diferença entre estes dois veículos está no fato que o termo carro só é empregado para passageiros e o termo vagão para cargas (Toledo et al., 1987).

Uma outra observação sobre a Tabela 4 diz respeito aos três últimos tipos de veículos (carro líder, comandado e motor). O carro líder e o carro comandado constituem os elementos básicos de um TUE. O carro líder tem o mesmo papel da locomotiva em relação à pressão do ar. Por conveniência, o efeito de sucção no carro

traseiro pode ser considerado como parte da resistência do carro líder. O carro comandado possui o coeficiente C igual ao carro utilizado pelos trens em linhas de longa distância (Davis Jr., 1926).

O carro motor é utilizado em ferrovias urbanas e serviços interurbanos. A resistência deste carro aumenta quando operado individualmente devido às oscilações que são maiores que nas locomotivas. Carros comandados são algumas vezes ligados aos carros motores (Davis Jr., 1926).

Os autores de (Toledo et al., 1987) ressaltam que, apesar do estudo de W. J. Davis Jr. ter sido feito há muitos anos, ele pode ser aplicado perfeitamente no caso das ferrovias brasileiras onde a velocidade não ultrapassa 100 km/h e os materiais empregados são do mesmo gênero dos ensaios realizados por Davis.

Entretanto, várias mudanças na construção dos veículos ocorreram desde que W. J. Davis Jr. elaborou o seu conjunto de fórmulas. Tais mudanças introduziram fatores que tendem tanto a diminuir as resistências normais ao movimento, como o aperfeiçoamento dos lubrificantes, quanto a aumentar as resistências normais ao movimento, como a utilização de veículos mais altos, mais longos e mais largos. Estes fatores afetam diretamente a precisão dos cálculos. Deste modo, as fórmulas de Davis foram ao longo do tempo ajustadas, modificadas e revisadas, visando principalmente os novos veículos presentes no transporte de cargas (Hay, 1982).

A fórmula de Davis ajustada consiste na eq.(34), utilizando os coeficientes A , B e C presentes na Tabela 4, multiplicados por um fator que depende do tipo de veículo. A Tabela 5, extraída de (Hay, 1982) apresenta estes fatores.

veículo	fator multiplicador
anteriores a 1950	1,00
veículos convencionais	0,85
contêineres em vagão plataforma	0,95
carretas ou caminhões em vagão plataforma	1,05
vagão hopper	1,05
vagão especial automoveiro, coberto e vazio	1,20
vagão especial automoveiro, carregado	1,30
vagão especial automoveiro, não coberto e vazio	1,90

Tabela 5 – Fatores multiplicadores da fórmula de Davis ajustada

A Tabela 6 mostra os coeficientes A , B e C da eq.(34) relativos às fórmulas de Davis modificada para cada tipo de veículo (NCEES, 2001).

veículo	A [N/kN]	B [N.h/kN.km]	C [N.h ² /kN.km ²]
contêineres em vagão plataforma	$0,3 + 9,07 / m_{ev}$	0,003169	$0,01637 \cdot (n_{ev} \cdot m_{ev})$
carretas ou caminhões em vagão plataforma	$0,3 + 9,07 / m_{ev}$	0,003169	$0,02821 \cdot (n_{ev} \cdot m_{ev})$
outros tipos	$0,3 + 9,07 / m_{ev}$	0,003169	$0,01226 \cdot (n_{ev} \cdot m_{ev})$

Tabela 6 – Coeficientes A , B e C das fórmulas de Davis modificadas

Em relação à Tabela 6 é interessante ressaltar que as fórmulas de Davis aí apresentadas são modificadas para os tipos de veículos que fazem o serviço de transporte de cargas na América do Norte.

Uma revisão das fórmulas de Davis para trens de passageiros foi feita por A. I. Totten que sumarizou e simplificou alguns testes que levaram em conta o efeito aerodinâmico dos veículos. Tais efeitos foram considerados por W. J. Davis Jr. mas não foram estendidos às fórmulas ou curvas resultantes de seus estudos. Além disto,

os veículos utilizados por Davis eram mais antigos e se diferenciavam daqueles presentes na época de A. I. Totten tanto no formato quanto nos materiais utilizados (Totten, 1937) e (Hay, 1982).

A revisão feita por Totten utiliza os mesmos coeficientes A e B da eq.(34) fornecidos pelas fórmulas de Davis para locomotiva e carros presentes na Tabela 4. Entretanto, o coeficiente C da eq.(34) foi modificado levando-se em conta o formato frontal e traseiro do trem assim como a aerodinâmica entre os carros e o comprimento do trem (Hay, 1982). A Tabela 7 traz os valores do coeficiente C da eq.(34), extraídos de (Totten, 1937) e convertidas para o SI.

veículo	$C \text{ [N.h}^2\text{/kN.km}^2\text{]}$
locomotiva	$[0,0059854 \cdot (l_v)^{1/3} + K_1] / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
carros aerodinâmicos	$[0,034578 \cdot (l_v / 100)^{0,88} + K_1] / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
carros comuns	$[0,049886 \cdot (l_v / 100)^{0,8} + K_1] / (n_{ev} \cdot m_{ev})$
unidade motora + carros	$[0,031714 \cdot (n_v \cdot l_v / 100)^{0,7} + K_1] / (n_{ev} \cdot m_{ev})$

Tabela 7 – Coeficiente C das fórmulas de Davis revisadas por A. I. Totten

Em relação à Tabela 7 pode-se notar que quando um trem é rebocado por uma unidade motora, como por exemplo um TUE, este é considerado como um todo (apenas um veículo) e os coeficientes A e B da eq.(34) são aqueles presentes na Tabela 4 e correspondentes à locomotiva ou ao carro (iguais) (Totten, 1937) e (Hay, 1982).

O formato da parte frontal e traseira do trem assim como outros detalhes construtivos, que podem ser influenciados por outros fatores além daqueles atribuídos somente às características da resistência do ar, terão algum efeito na resistência final. Este efeito é representado através da constante K_1 presente na Tabela 7 (Totten, 1937).

O valor da constante K_1 é zero para veículos totalmente aerodinâmicos e cresce conforme estes detalhes construtivos adversos aumentam. A Tabela 8 fornece alguns valores de K_1 para várias situações (Totten, 1937) e (Hay, 1982).

condição	K_1 [N.h²/ km²]
nariz pouco aerodinâmico em carros líder ou motor	$5,85724 \cdot 10^{-7} \cdot \text{área do nariz [m}^2\text{]}$
traseira do carro pouco aerodinâmica	$9,92476 \cdot 10^{-7} \cdot \text{área total do último carro [m}^2\text{]}$
saliência em carro motor de formato aerodinâmico	$5,20643 \cdot 10^{-6} \cdot \text{área da saliência [m}^2\text{]}$
saliência em carro motor de formato pouco aerodinâmico	$8,29775 \cdot 10^{-6} \cdot \text{área da saliência [m}^2\text{]}$
nariz arredondado em locomotivas aerodinâmicas	$3,67773 \cdot 10^{-4}$
nariz reto em locomotivas aerodinâmicas	$4,55335 \cdot 10^{-4}$

Tabela 8 – Valores para a constante K_1

Segundo W. W. Hay (1982), para trens de passageiros nas velocidades menores que 97 km/h (60 mph) tanto a fórmula de Davis quanto a revisão desta fórmula feita por A. I. Totten podem ser utilizadas. Acima desta velocidade, é recomendada a utilização apenas da fórmula de Davis revisada por A. I. Totten.

3.4.2.2.2 Fórmulas de Strahl

As fórmulas de G. Strahl surgiram inicialmente de um trabalho deste autor (Strahl, 1913a) sobre o procedimento da determinação dos limites de carga de locomotivas a vapor.

G. Strahl em seu estudo fez uma comparação entre as fórmulas de Clark, A. Frank, von Borries, Leitzmann, Barbier e da Studiengesellschaft. As fórmulas de Clark foram excluídas de estudos mais detalhados por apresentarem valores muito altos.

Nesta comparação, Strahl observou que, para as velocidades menores que 65 km/h, os valores fornecidos pela fórmula de A. Frank (1907) seriam os mais prováveis não apenas por serem mais altos, mas porque a parcela da resistência normal

independente da velocidade é maior que nas outras fórmulas. Além disto, as fórmulas de Frank correspondem às medições práticas realizadas (Strahl, 1913a).

G. Strahl (1913a) concluiu que as fórmulas que possuem os três primeiros membros da eq.(34) são aplicáveis somente abaixo de certas velocidades máximas, para certos tipos de veículos e certos valores de potência. Concluiu também que as fórmulas de Frank que, diferentemente das outras fórmulas comparadas, possuem apenas os coeficientes A e C da eq.(34), podem ser aplicadas para quase todas as velocidades, tipos de veículos e valores de potência.

Porém, o conjunto de fórmulas desenvolvidas por Frank em 1907 para valores médios de potência não correspondia aos tipos de veículos e valores de potência utilizados em 1913. Este conjunto de fórmulas só poderia ser aplicado após uma correção. Strahl então manteve os valores correspondentes ao coeficiente A da eq.(34) presentes no conjunto de fórmulas de Frank e alterou os valores correspondentes ao coeficiente C da eq.(34) baseado nas fórmulas da Studiengesellschaft aplicadas às superfícies ideais (Strahl, 1913a).

Strahl comparou os valores fornecidos por suas fórmulas e os valores medidos realizados em duas linhas. Os resultados mostraram que os valores fornecidos pelas fórmulas eram bastante próximos aos valores medidos. Contudo, Strahl observou que o vento contrário possui uma influência grande no valor da resistência normal e deveria ser levado em conta em suas fórmulas através de sua velocidade (Strahl, 1913a). De fato, as fórmulas de Strahl são as poucas fórmulas a terem a velocidade do vento contrário como dado.

Assim, a eq.(34) pode ser aplicada às fórmulas de Strahl e reescrita do seguinte modo:

$$r_{MPT} = A + C \cdot (V + V_v)^2 \quad (36)$$

A Tabela 9 traz os coeficientes A e C da eq.(36) para cada tipo de trem (Strahl, 1913a); (Parodi; Tétrel, 1935); (Sachs, 1973); (Filipović, 1995); (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Wende, 2003).

trem	A [N/kN]	C [N.h ² /kN.km ²]
expresso, direto, carga pesada	2,5	$0,25 \cdot 10^{-3}$
passageiros	2,5	$0,33 \cdot 10^{-3}$
carga especializada	2,5	$0,40 \cdot 10^{-3}$
carga mista	2,5	$0,50 \cdot 10^{-3}$
carga vazio	2,5	$1,00 \cdot 10^{-3}$

Tabela 9 – Coeficientes A e C das fórmulas de Strahl

Pode-se observar que a grande diferença entre as fórmulas de Davis (Tabela 4, Tabela 5, Tabela 6 e Tabela 7) e as fórmulas de Strahl (Tabela 9) é que as fórmulas de Davis foram desenvolvidas para diferentes tipos de veículos, sendo necessária a soma das resistências normais de cada veículo para se obter a resistência normal total do trem, e as fórmulas de Strahl foram desenvolvidas para cada tipo de trem como um todo.

Em sua concepção, as fórmulas de Strahl foram desenvolvidas para serem aplicadas apenas ao material rebocado, separado da locomotiva. G. Strahl (1913a) acreditava que as fórmulas que resultavam na resistência normal de um trem inteiro eram imprecisas e que a resistência normal da locomotiva deveria ser separada da resistência normal dos outros veículos.

R. Kaller e J. –M. Allenbach (1995a) citam as fórmulas de Strahl e ressaltam que os valores presentes na Tabela 9 são utilizados para a parte rebocada do trem. Uma locomotiva possui mais atritos internos que um veículo rebocado além de ser o primeiro veículo da composição, sofrendo uma resistência maior do ar. Por isto, os autores recomendam que para uma locomotiva o coeficiente A da eq.(36) seja dobrado (5 N/kN) e que o coeficiente C da eq.(36) seja igual ao dos trens de carga vazio (1,00 N.h² / kN.km).

Contudo, Ž. Filipović (1995), apesar de reconhecer que as fórmulas de Strahl foram desenvolvidas para a parte rebocada de um trem, afirma, baseado em experiências anteriores, que as fórmulas de Strahl presentes na Tabela 9 podem ser muito bem

adaptadas para o trem inteiro, contanto que a velocidade deste trem não exceda 150 km/h.

O valor de 2,5 N/kN da eq.(36) presente na Tabela 9 de acordo com (Sachs, 1973) e (Filipović, 1995), é utilizado para os trens cujos veículos são mais antigos. Para um material rodante um pouco mais moderno, recomendam valores menores entre 1,5 e 2,0 N/kN havendo valores extremos de 1,0 N/kN. Ž. Filipović (1995) recomenda ainda os valores entre 3,5 e 5 N/kN para locomotivas de construção usual e valores menores (aproximadamente 2 N/kN) para locomotivas equipadas com motores trifásicos por não apresentarem atrito no comutador e coletor.

Com relação à velocidade do vento contrário V_v presente na eq.(36), seu valor está aproximadamente entre 10 e 15 km/h (Filipović, 1995). É interessante notar que, segundo (Filipović, 1995), a velocidade do vento contrário diz respeito tanto ao vento que atua na direção da via quanto ao vento perpendicular.

3.4.2.2.3 Resistência de partida no arranque

A resistência de partida no arranque é citada apenas por alguns autores (Seefehlner; Peter, 1926); (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966); (Toledo et al., 1987); (Filipović, 1995); (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Courtois et al., 1998).

Durante o primeiro instante de partida à velocidade $V=0$ km/h, no arranque, uma resistência em nível e tangente superior ao coeficiente A da eq.(34) e da eq.(36) é encontrada.

Isto ocorre porque neste instante em particular, a lubrificação dos diferentes rolamentos ainda não está completamente estabelecida, ou seja, a película lubrificante ainda não está formada o que resulta em uma resistência devido ao atrito destes rolamentos. Esta resistência é influenciada pela duração do tempo de parada e pela temperatura.

Os autores de (Toledo et al., 1987) citam a influência do jogo de engates, motivado pelas folgas existentes, e que permite que os veículos entrem em movimento, um

após o outro. Segundo os autores de (Courtois et al., 1998), esta influência faz com que o valor da resistência de partida no arranque não seja muito importante, principalmente em casos, como por exemplo, de um trem de carga composto de vários vagões.

Devido às considerações anteriores, pode-se notar que é impossível a determinação teórica da resistência específica de partida no arranque. Entretanto, vários valores podem ser encontrados na literatura. M. Garreau (1965) e F. Nouvion (1966) citam um valor para a resistência específica de partida no arranque da ordem de 10 N/kN. R. Kaller e J. –M. Allenbach (1995a) citam o valor de 7,5 N/kN. Já Ž. Filipović (1995), cita uma faixa de valores entre 6 e 8 N/kN, havendo valores extremos de 20 N/kN.

Quanto à duração desta resistência, os autores de (Kaller; Allenbach, 1995a) afirmam que ela existe somente para velocidades muito baixas ($V \approx 0$ km/h) até aproximadamente 3 km/h. Para (Filipović, 1995), a duração desta resistência é de alguns metros.

3.4.3 Resistências suplementares

3.4.3.1 Resistência devido às rampas

Fig. 3 – Representação de uma rampa

Seja uma rampa qualquer de comprimento Δl , altura Δh e ângulo de inclinação θ com o eixo horizontal conforme a Fig. 3. Em lugar do ângulo de inclinação θ , a caracterização de uma rampa é feita através da inclinação i que é a relação entre a

altura Δh desta rampa e a projeção horizontal $\Delta l'$ do comprimento Δl desta mesma rampa. Assim,

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta l'} 10^3 = (\operatorname{tg} \theta) \cdot 10^3. \quad (37)$$

Se a altura Δh desta rampa for menor que zero, a inclinação i é negativa indicando (sempre em relação ao sentido do movimento do trem) um declive ao invés de um aclave. Pode-se observar que em nível, o valor da inclinação i é zero.

Supondo-se agora que um trem de peso p que se desloca sobre uma via cujo ângulo de inclinação é θ . O peso p se decompõe em duas forças: uma normal e outra tangencial à via, como mostra a Fig. 4. A força tangencial à via é a resistência devido à rampa. O valor do componente normal à via é igual, em quilonewtons, a $(p \cdot \cos \theta)$ e o valor do componente tangencial à via é igual, em quilonewtons, a $(p \cdot \sin \theta)$.

Fig. 4 – Decomposição do peso de um trem em uma rampa

Caso o valor do ângulo de inclinação da rampa θ seja pequeno, o que é verdade para as estradas de ferro com tração a simples aderência, o seno do ângulo θ pode ser substituído pela tangente do ângulo θ com precisão suficiente. Deste modo, utilizando-se a eq.(32) e a eq.(37), a resistência específica devido à rampa r_i pode ser dada por:

$$r_i = \frac{(p \cdot \sin \theta)}{p} 10^3 = (\sin \theta) \cdot 10^3 \approx (\operatorname{tg} \theta) \cdot 10^3 = i \quad (38)$$

O limite da utilização da eq.(38) varia de acordo com os autores. Para os autores de (Toledo et al., 1987), (Filipović, 1995) e (Wende, 2003) a eq.(38) pode ser utilizada

para rampas com inclinação de até 100‰ ($\theta \approx 6^\circ$) onde o valor do seno e da tangente do ângulo de inclinação são iguais até a terceira casa decimal. Já para os autores de (Kaller; Allenbach, 1995a), o limite são rampas iguais ou inferiores a 120‰ uma vez que o erro na substituição do seno pela tangente é inferior a 1%. Vale notar que o valor de 120‰ compreende rampas nas estradas de ferro por simples aderência e alguns casos de tração a cremalheira. Em (Seefehlner; Peter, 1926), o limite citado são as rampas com inclinação de até 131‰ porém, este valor é muito alto e os valores do seno e da tangente do ângulo de inclinação são iguais somente até a segunda casa decimal com arredondamentos.

Segundo (Filipović, 1995), o erro causado pela substituição do seno do ângulo θ pela tangente do ângulo θ é de aproximadamente 0,5% para rampas de até 100‰ e pode ser desprezado. Contudo, para inclinações maiores como nas estradas de ferro a cremalheira ou linhas onde se utilizam motores lineares (independentes da aderência) este erro deve ser considerado e a equação utilizada passa a ser:

$$r_i = \frac{(p \cdot \sin\theta)}{p} 10^3 = (\sin\theta) \cdot 10^3 \approx \sin[\arctg(i \cdot 10^{-3})] \cdot 10^3 \quad (39)$$

Vale ressaltar que um declive (inclinação negativa) introduz um caso único de resistência negativa ao movimento do trem. Em outras palavras, o componente tangencial do peso do trem em um declive está a favor do movimento deste trem e será somado ao esforço motor.

Observa-se que a eq.(38) e a eq.(39) seguem o modelo de um ponto material adotado para o trem no item 3.1. Entretanto, trens de passageiros podem chegar a 400 m e trens de carga a 750 m. Assim, com as mudanças de inclinação da via, um único trem pode estar sobre mais de uma rampa diferente, afetando a resistência específica devido às rampas no ponto de referência adotado para o trem (Wende, 2003).

Deste modo, outros dois modelos para o trem podem ser considerados: massa volumétrica homogênea e massa volumétrica heterogênea. No primeiro modelo é considerada uma distribuição igual da massa do trem ao longo de todo o seu

comprimento. Já no segundo modelo, a distribuição de massa do trem ao longo do seu comprimento não é considerada igual e o trem é composto por seções de mesma densidade (Wende, 2003).

Para o modelo de massa volumétrica homogênea, a resistência específica devido às rampas, no ponto de referência do trem, é dada por (Wende, 2003) e (Lehmann, 2005):

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^n \Delta l_j \cdot i_j}{n_v \cdot l_v} \quad (40)$$

É importante notar que o somatório presente na eq.(40) refere-se às n rampas que estão sob o trem.

A resistência específica devido às rampas, no ponto de referência do trem, para um modelo de massa volumétrica heterogênea é calculada através da seguinte expressão (Wende, 2003):

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^n i_j \cdot (n_{ev_x} \cdot m_{ev_x})}{m} \quad (41)$$

Em relação à eq.(41) vale observar que é considerado no termo somatório das n rampas que estão sob o trem a massa do veículo x ($n_{ev} \cdot m_{ev}$) que está sobre a rampa j .

3.4.3.2 Resistência devido às curvas

Uma curva pode ser caracterizada pelo raio de curvatura ρ e pela direção desta curva (esquerda e/ou direita). Em uma linha reta pode-se dizer que o raio de curvatura ρ é infinitamente grande (Filipović, 1995).

A resistência devido às curvas é produzida devido às três seguintes situações: solidariedade de rodas e eixos, paralelismo dos eixos e a uma força conhecida como força centrífuga.

No caso da solidariedade de rodas aos eixos, as duas rodas, que fazem parte de um mesmo eixo (conjunto conhecido como rodeiro), estão em uma mesma velocidade angular e seus centros em uma mesma velocidade linear, supondo-se estas rodas com um mesmo diâmetro. Como os dois trilhos de uma via em curva não possuem o mesmo comprimento, a roda externa percorre um caminho maior que a interna (Parodi; Tétrel, 1935).

Fig. 5 - Rodeiros

Se as rodas forem cilíndricas, haverá necessariamente um deslizamento de uma roda ou de ambas. Os autores de (Toledo et al., 1987) afirmam que este deslizamento ocorrerá na roda externa. Porém, a introdução da conicidade nas rodas acompanhadas de um certo jogo (distância entre as rodas um pouco menor que a bitola) diminui este deslizamento (Parodi; Tétrel, 1935) e (Toledo et al., 1987).

Desta forma, quando um rodeiro está percorrendo um trecho em curva, em razão do jogo introduzido, este rodeiro pode se deslocar lateralmente fazendo com que, devido à introdução da conicidade das rodas, o diâmetro de rolamento da roda externa aumente e o diâmetro de rolamento da roda interna diminua, ambas na mesma velocidade (Parodi; Tétrel, 1935) e (Patin, 1952), como mostra a Fig. 6.

Fig. 6 – Ação da conicidade das rodas e do jogo introduzido

Se o raio de curvatura for grande, a diferença de comprimento entre os dois trilhos de uma via é pequena e pode se estabelecer uma compensação tal que todo o deslizamento da roda externa seja evitado, sobretudo se for levado em conta a elasticidade da roda e do eixo assim como o distanciamento do trilho. Caso contrário, se a curva é acentuada, a compensação não pode ser feita havendo um deslizamento seja de roda externa, seja de roda interna ou mesmo das duas em conjunto (Parodi; Tétrel, 1935).

Segundo (Toledo et al., 1987) o jogo introduzido é responsável pelas batidas que se ouvem durante uma viagem de trem. Tais batidas são decorrentes do ajuste das rodas na via.

O efeito da solidariedade entre rodas e eixo produz um deslizamento longitudinal. De modo contrário, o paralelismo dos rodeiros na forma de um quadrilátero rígido constituindo um truque produz um deslizamento transversal devido à rotação do truque sobre ele mesmo (Parodi; Tétrel, 1935) e (Patin, 1952), como mostra a Fig. 8.

Fig. 7 - Truque

Fig. 8 – Paralelismo dos eixos

Quando um truque entra em uma curva (inscrição do truque nos trilhos), a via lhe impõe um movimento de rotação. É o rolamento do rodeiro dianteiro contra o trilho exterior que provoca esta rotação do truque, fazendo com que ele gire em torno de um centro instantâneo de rotação localizado na parte traseira deste truque (Patin, 1952). Esta dificuldade de inscrição do truque nos trilhos limita os raios mínimos das curvas presentes na via.

Sistemas que não exigem um paralelismo entre os eixos a fim de facilitar a inscrição nos trilhos seriam muito complexos e frágeis devido à robustez do trem. De acordo com (Toledo et al., 1987), a modificação no truque com o objetivo de diminuir a parcela da resistência devido às curvas é impraticável. Isto porque a melhor solução

pede eixos flexíveis e cargas sobre pontos flexíveis são problemas insolúveis devido aos outros problemas daí decorrentes.

Contudo, truques mais modernos, conhecidos como truques de inscrição radial, permitem um giro relativo nas curvas e garantem o alinhamento entre rodeiros e o truque nas retas (Barbosa, 1994). Algumas montagens incorporam ainda um aumento da conicidade das rodas, fazendo com que a diferença no diâmetro entre a roda interna e a roda externa seja maximizada durante a curva (Okamoto, 1998).

A diminuição da parcela da resistência devido às curvas causada pela rigidez do truque também pode ser conseguida através da utilização de truques articulados que fazem a economia de um truque (Fig. 9). No Japão, este procedimento trouxe uma diminuição total na resistência devido às curvas de 12,5% (Toledo et al., 1987). Um outro exemplo de aplicação são os trens do tipo TGV (Train à Grande Vitesse).

Fig. 9 – Truque articulado

A terceira situação, anteriormente citada, responsável pela resistência devido às curvas é a força conhecida como força centrífuga. Para que um trem realize uma curva, a força centrípeta ($m' \cdot a_p$), direcionada para o centro desta curva, deve ser exercida pelos trilhos e transferida para o friso das rodas por atrito. Contudo, se este trem encontra-se em equilíbrio dinâmico, a força centrípeta possui um vetor de inércia de mesmo módulo, direção e sentido oposto ($-m' \cdot a_p$). Este vetor de inércia é chamado de força centrífuga.

Quando um trem faz uma curva, a força centrífuga aumenta a aceleração a_p na direção do raio de curvatura ρ , o que é desconfortável para os passageiros, e também faz com que o friso das rodas externas atritem com o trilho, como pode-se ver através da Fig. 10

Fig. 10 – Ação da força centrífuga

Estes dois efeitos aumentam com o quadrado da velocidade e podem ser somente compensados com uma sobrelevação do trilho exterior (Filipović, 1995). A sobrelevação diminui o desconforto causado pela mudança de direção, o desgaste do contato metal-metal e o risco de tombamento do trem devido à força centrífuga.

Esta compensação é, no entanto, parcial porque é calculada para uma velocidade média dos trens circulando na via. Deste modo, se o trem faz uma curva com uma velocidade maior que a velocidade para qual a sobrelevação foi projetada, o atrito entre a roda externa e o aumento do componente radial a_p da aceleração linear a irão ocorrer porém, em menor intensidade (Parodi; Tétrel, 1935); (Patin, 1952) e (Toledo et al., 1987). Da mesma forma, velocidades abaixo da velocidade a qual a sobrelevação foi projetada fazem com que o friso da roda interna seja pressionado contra o trilho interno, causando atrito.

É recomendável que a parte não compensada da força centrífuga cause uma aceleração a_p na direção do raio de curvatura cujo componente segundo a horizontal do piso do trem (aceleração sobre o passageiro) tenha um valor máximo de $0,8 \text{ m/s}^2$. Portanto, um aumento da velocidade da linha requer um aumento quadrático do raio de curvatura ρ (Filipović, 1995). A pendulação é uma forma de se aumentar a velocidade nas curvas em mais de 50% sem modificar a via e também sem trazer um aumento da aceleração causada pela força centrífuga que é compensada.

Em decorrência das três situações analisadas anteriormente, observa-se que devem ser levados em conta todos os atritos devido à entrada do trem em uma curva. Contudo, esta resistência suplementar não pode ser avaliada teoricamente nem medida separadamente. Um possível equacionamento das três situações analisadas traria apenas resultados isolados para um eixo ou para um truque e não para um caso geral de circulação de um trem em uma curva. Desta forma, uma avaliação precisa da resistência suplementar devido às curvas é feita através de fórmulas empíricas (Parodi; Tétrel, 1935). Tal qual as fórmulas gerais utilizadas para o cálculo das resistências normais, as fórmulas empíricas utilizadas no cálculo da resistência devido às curvas são numerosas e elaboradas por diversos autores. Algumas destas fórmulas podem ser encontradas em (Parodi; Tétrel, 1935) e (Sachs, 1973). Este trabalho irá mostrar as fórmulas de Desdouits, desenvolvida para trilhos vinhole e eixos rígidos, porque está presente nos diversos trabalhos produzidos ao longo do tempo (Blondel; Dubois, 1898); (Parodi; Tétrel, 1935); (Sachs, 1973); (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1987) incluindo os mais recentes (Filipović, 1995) e (Kaller; Allenbach, 1995a). De acordo com (Filipović, 1995) e (Kaller; Allenbach, 1995a), a fórmula Desdouits é conveniente para condições médias.

A fórmula de Desdouits pode ser expressa de duas formas. A primeira, encontrada em (Blondel; Dubois, 1898); (Parodi; Tétrel, 1935); (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1987) é a seguinte:

$$r_c = \frac{500 \cdot b}{\rho} \quad (42)$$

Lembrando que a bitola b é a medida entre os centros dos dois trilhos. A segunda forma atribuída a Desdouits por (Sachs, 1973) e encontrada também em (Filipović, 1995) e (Kaller; Allenbach, 1995a) é a seguinte:

$$r_c = \frac{K_2}{\rho} \quad (43)$$

No qual o valor da constante K_2 é dependente da bitola da via. A Tabela 10 traz este valor de acordo com alguns tamanhos de bitola existentes.

b [m]	K_2 [N.m/kN]
0,600	325
0,750	400
1,000	530
1,435	750

Tabela 10 – Valores para a constante K_2

Como comparação, a Tabela 11 traz os valores da resistência específica devido às curvas r_c resultantes da aplicação da eq.(42) e da eq. (43) para uma curva de raio unitário, variando-se a bitola b .

b [m]	r_c [N/kN] eq.(42)	r_c [N/kN] eq. (43)
0,600	300	325
0,750	375	400
1,000	500	530
1,435	717,5	750
1,600	800	-

Tabela 11 – Comparação entre a eq.(42) e a eq.(43)

Através da Tabela 11 pode-se observar que os valores fornecidos pela eq.(42) são maiores que os valores fornecidos pela eq.(43). Contudo, a diferença entre os valores diminui com o aumento da bitola. Pode-se verificar um aumento do valor da resistência específica devido às curvas r_c obtida pela eq.(42) em relação à eq.(43) de 6% para a bitola métrica e de 4,5% para a bitola padrão.

Visto que algumas linhas metro-ferroviárias recém construídas no Brasil, como a Linha 4 e a Linha 5 do Metrô de São Paulo, possuem a bitola padrão, é interessante mostrar também a fórmula de Röckl para este tipo de bitola, amplamente divulgada na literatura (Seefehlner; Peter, 1926); (Parodi; Tétrel, 1935); (Sachs, 1973); (Toledo et al., 1987); (Filipović, 1995); (Kaller; Allenbach, 1995a); (Wende, 2003); (Steimel, 2004a) e (Lehmann, 2005) e utilizado pela DB (Deutsche Bundesbahn).

A fórmula de Röckl varia de acordo com o raio da curva. Deste modo, para $\rho > 350$ m, é válida a seguinte expressão:

$$r_c = \frac{650}{\rho - 55} \quad (44)$$

Para o intervalo $250 < \rho < 350$ a expressão torna-se:

$$r_c = \frac{530}{\rho - 35} \quad (45)$$

E para $\rho < 250$ tem-se:

$$r_c = \frac{530}{\rho - 30} \quad (46)$$

A Fig. 11 traz uma comparação entre as fórmulas de Desdouits e Röckl para uma via de bitola padrão e diversos raios de curvatura.

Fig. 11 – Comparação entre as fórmulas de Desdouits e Röckl

3.4.3.3 Resistências suplementares combinadas

Para um dado ponto em uma via com uma rampa e uma curva, a resistência suplementar combinada corresponde à soma algébrica da resistência devido à rampa e a resistência devido à curva presentes neste trecho (Sachs, 1973) e (Martins, 1986a):

$$r_{ic} = r_c \pm r_i \quad (47)$$

No qual o sinal da resistência devido à rampa obedece às considerações feitas no item 3.4.3.1.

Pode-se observar que o cálculo das resistências suplementares em cada ponto da via é um processo bastante trabalhoso. Tal trabalho é multiplicado caso se busque uma grande precisão nos resultados e se considere cada veículo de um trem em separado levando-se em consideração que cada veículo pode estar sob diferentes condições de rampa e curva.

Em virtude deste processo trabalhoso de cálculo das resistências suplementares em cada ponto da via, introduzem-se simplificações no cálculo das resistências suplementares ao movimento. Estas simplificações nada mais são do que expressões que englobam o efeito das resistências suplementares devido às rampas e devido às curvas presentes no trecho de via a ser considerado. O conceito presente nestas simplificações é de que o trabalho realizado pelo trem para vencer todas as resistências suplementares presentes neste trecho é igual ao trabalho que este trem deve realizar para vencer uma resistência equivalente que engloba todas as outras resistências suplementares presentes neste mesmo trecho.

A primeira simplificação aqui apresentada são as expressões para os chamados perfil compensado e perfil equivalente (Toledo et al., 1987). Supondo-se um perfil de rampa que contenha n curvas, como mostra a Fig. 12.

Fig. 12 – Perfil contendo uma rampa e n curvas

Conforme foi dito anteriormente, o trabalho realizado pelo trem para vencer esta rampa dotada de n curvas deve ser igual ao trabalho realizado pelo trem para vencer a resistência, neste caso, do perfil compensado. Deste modo, tem-se (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1987):

$$r_{ic}' \cdot \Delta l = r_i \cdot \Delta l + \sum_{j=1}^n r_{c_j} \cdot \Delta l \rho_j \quad (48)$$

Desenvolvendo-se a eq.(48), chega-se à seguinte expressão:

$$r_{ic}' = r_i + \sum_{j=1}^n \frac{r_{c_j} \cdot \Delta l \rho_j}{\Delta l} \quad (49)$$

Quando o trem percorre um declive dotado de n curvas, a expressão do perfil compensado torna-se:

$$r_{ic}' = -r_i + \sum_{j=1}^n \frac{r_{c_j} \cdot \Delta l \rho_j}{\Delta l} \quad (50)$$

É importante observar que a simplificação do perfil compensado é aplicada quando há uma rampa que contém n curvas. Também deve-se notar que a influência de cada curva é exercida ao longo de toda rampa (Toledo et al., 1987).

Porém em uma via férrea, pode-se encontrar várias rampas que contenham curvas, ou seja, pode-se encontrar vários perfis compensados. O conceito de perfil equivalente é

exatamente reunir todos os perfis compensados em uma única resistência onde, mais uma vez, o trabalho que o trem realizará para vencê-la é igual ao trabalho que o trem realiza para vencer todos os perfis compensados. Deste modo, a expressão que dá o valor do perfil equivalente para n perfis compensados é (Toledo et al., 1987):

$$r_{ic}'' \cdot \sum_{j=1}^n \Delta l_j = \sum_{j=1}^n (r_{ic}'_j \cdot \Delta l_j) \quad (51)$$

Desenvolvendo-se a eq.(51) tem-se:

$$r_{ic}'' = \frac{\sum_{j=1}^n (r_{ic}'_j \cdot \Delta l_j)}{\sum_{j=1}^n \Delta l_j} \quad (52)$$

É importante notar que a aplicação do perfil compensado e do perfil equivalente introduz um certo erro no cálculo das resistências suplementares. Além disto, resultam em valores médios.

O conceito de perfil compensado também está presente em (Sachs, 1973). Entretanto, para solucionar o problema de uma via inteira, o autor estende este conceito e considera que nos n trechos da via há uma rampa e uma curva diferente. Deste modo, o perfil compensado (chamado de equivalente pelo autor) é dado por:

$$r_{ic}' = \frac{\sum_{j=1}^n [(r_{c_j} + r_{i_j}) \cdot \Delta l_j]}{\sum_{j=1}^n \Delta l_j} \quad (53)$$

Lembrando-se que para este caso, $(\Delta l_j = \Delta l_{p_j})$ e que os termos r_{c_j} , correspondente à resistência devido às curvas, e r_{i_j} , correspondente à resistência devido às rampas, seguem as considerações feitas anteriormente.

3.5 Limitação do esforço motor: a força de aderência

Para deslocar um trem ao longo dos trilhos pode-se empregar (Parodi; Tétrel, 1935):

- a) a rebocagem por meio de um cabo (estradas de ferro funiculares);
- b) a tração a cremalheira;
- c) a tração por simples aderência.

Com a tecnologia atual, uma quarta categoria pode ser estabelecida:

- d) a tração através de motores lineares.

Os dois primeiros modos de tração são utilizados em casos especiais. Ambos têm como característica comum de que o esforço motor não é limitado; em princípio, o esforço motor depende somente da seção do cabo, no caso funicular, ou da resistência dos dentes, no caso da tração a cremalheira (Parodi; Tétrel, 1935). No caso da tração através de motores lineares, o esforço motor é limitado somente pela potência do motor.

Fig. 13 – Linha de tração a cremalheira

Porém, a tração por simples aderência é a mais empregada. Neste caso, o esforço motor, que é transferido da roda para o trilho, é limitado pela força de aderência. A força de aderência na periferia da roda é contrária ao meio utilizado para a progressão do trem (Seefehlner; Peter, 1926), como mostra a Fig. 14. É a força de aderência de uma roda de aço sobre um trilho, também de aço, que permite o trem se movimentar, desenvolver os esforços necessários na partida, na velocidade constante e também frear.

Fig. 14 – Forças atuando em uma roda

A norma NBR 9158 de 1985 define esta força, também chamada de aderência, como o atrito entre as rodas motrizes de um veículo motor e via, por meio do qual se torna possível a transmissão da força de tração e de freagem.

A força de aderência, em uma primeira aproximação, corresponde à força de atrito estático, mas não se trata deste tipo de atrito, pois as leis que regem a força de aderência e a força de atrito estático são diferentes (Martins, 1986a) e (Filipović, 1995).

Quando dois corpos sólidos, de qualquer forma, estão em contato, é produzido devido à ação da força que os apóia um contra o outro, não somente uma deformação, mas também uma verdadeira penetração das rugosidades de uma superfície na outra. A deformação pode ser estudada pela teoria da elasticidade através dos trabalhos de Hertz e Boussinesq (Parodi; Tétrel, 1935) e (Patin, 1952). Já a penetração das rugosidades é um tópico não muito estudado em razão das dificuldades que ele apresenta.

Também, um deslocamento relativo de um corpo em relação ao outro traz uma série de modificações elementares na superfície de contato originando um aquecimento no local e um desgaste do material (Parodi; Tétrel, 1935).

Estes fenômenos bastante complicados originados do contato entre dois corpos no momento em que um começa a se deslocar por deslizamento podem ser representados, de forma aproximada, através da Lei de Coulomb para a força de atrito (Parodi; Tétrel, 1935) e (Patin, 1952).

3.5.1 Expressão da força de aderência

A Lei de Coulomb para a força de atrito estabelece que esta força é independente da área de contato mas depende da natureza das superfícies sendo proporcional através de um coeficiente, à força perpendicular às superfícies deslizantes que as pressiona uma contra a outra. No caso da força de aderência, que está sendo representada através da Lei de Coulomb, este coeficiente de proporcionalidade é chamado de coeficiente de aderência.

Se o esforço motor, em regime de tração, for maior que o módulo da força de aderência, o limite da aderência (valor máximo da força de atrito estático) é superado e as rodas começam a centrifugar isto é, a velocidade periférica da roda torna-se maior que a velocidade do trem. A este fenômeno da velocidade periférica das rodas motrizes ser superior à velocidade de translação do seu eixo, a NBR 9158 de 1985 dá o nome de patinagem.

Do mesmo modo, se este limite for superado em regime de freagem as rodas começam a deslizar isto é, a velocidade periférica da roda torna-se menor que a velocidade do trem (Filipović, 1995). A consequência direta desta superação durante o regime de freagem é o aumento da distância de freagem trazendo uma série de riscos decorrentes (Courtois et al., 1998).

Para se voltar à região de atrito estático, normalmente algumas medidas especiais são necessárias como a redução do esforço motor ou a melhoria das condições de aderência (Filipović, 1995).

A força de aderência, seguindo a Lei Coulomb, é dada por:

$$F_{ad} = \mu \cdot P_{ad} \cdot \cos\theta \quad (54)$$

A eq.(54) traz como variável o peso aderente do trem P_{ad} . É necessário detalhar este termo.

O peso aderente do trem é o peso total sobre os eixos motrizes (Toledo et al., 1987). Considerando o peso de uma locomotiva ou de um TUE igualmente distribuído entre os seus eixos e também desprezando os desequilíbrios devido às desigualdades da via e o fenômeno da cabragem (Kaller; Allenbach, 1995a), que será tratado adiante, o peso aderente é igual ao peso por eixo desta locomotiva ou TUE multiplicado pelo número de eixos motores.

Como o peso por eixo é geralmente limitado pelas forças dinâmicas da via, é vantajoso maximizar a força de aderência através do aumento do número de eixos motores (Hill, 1994a). É importante observar também que no caso dos trens onde apenas a locomotiva é a unidade motora, o peso aderente é função apenas desta locomotiva, independente da carga rebocada.

Entretanto, o peso aderente deve ser normal às superfícies de contato (roda e trilho), conforme a Lei de Coulomb. No caso do trem se encontrar em uma rampa, a força de aderência é função não do peso aderente, mas do componente deste peso perpendicular às forças deslizantes ($P_{ad} \cdot \cos\theta$), como mostra a Fig. 4.

Mais uma vez vale ressaltar que o ângulo de inclinação θ das rampas de até 100‰, o que compreende as estradas de ferro com tração por simples aderência, é pequeno e o valor do seu co-seno pode ser substituído por 1, com um erro inferior a 0,5% (Filipović, 1995) e (Kaller; Allenbach, 1995a). Deste modo, a eq.(54) pode ser simplificada.

$$F_{ad} \approx \mu \cdot P_{ad} \quad (55)$$

Para os casos de rampas com inclinação maior que 100‰ ou acionamentos com motores lineares, é válida a seguinte relação:

$$F_{ad} = \mu \cdot P_{ad} \cdot \cos[\arctg(i \cdot 10^{-3})] \quad (56)$$

Dado as considerações anteriormente feitas, o limite do esforço motor pode ser assim expresso:

$$|F_m| \leq |F_{ad}| \quad (57)$$

Deve-se ressaltar que nas estradas de ferro a cremalheira ou nas linhas onde há a utilização de motores lineares, esta limitação do esforço motor pela força de aderência não existe, uma vez que a transmissão do esforço motor nestes sistemas é feita de outro modo.

Um outro ponto importante é a freagem mecânica. A aplicação dos freios mecânicos significa a aplicação de um conjugado retardador às rodas que se traduz, como no regime de tração, em uma força horizontal sobre o trilho (Patin, 1952) e (Courtois et al., 1998).

Para o caso particular onde o freio mecânico e o freio elétrico estão combinados, a eq.(57) pode ser reescrita da seguinte forma (Kaller; Allenbach, 1995a):

$$|-F_m - F_f| \leq |F_{ad}| \quad (58)$$

3.5.2 Explicação física da força de aderência

A Lei de Coulomb representa, como foi dito, uma aproximação. Pensava-se antes que a força de aderência era principalmente devido às asperidades das superfícies de contato. Contudo, devido aos novos estudos, sabe-se que mesmo nos corpos mais polidos há a presença de rugosidades e que há uma conexão interatômica entre as saliências destas rugosidades influenciando a força de aderência. Este fenômeno é logicamente variável com a natureza, com o estado e com a distância das superfícies (Patin, 1952) e (Nouvion; Bernard, 1961).

Os estudos de Hertz e Boussinesq, na aplicação da teoria da elasticidade mostram que a superfície de contato entre dois corpos de forma qualquer, supondo o contato destas superfícies geométricas perfeitamente polido, é limitado por uma elipse (Patin, 1952).

A pressão é máxima no centro da elipse e diminui em direção ao contorno da mesma, o que pode ser comprovado pelo grau de deformação do material. No centro da

elipse a pressão é igual a 1,5 vezes a pressão média sobre a superfície. Esta pressão varia com a raiz cúbica da carga aplicada (Patin, 1952) e (Martins; Toledo, 1976).

Para o caso onde as superfícies de contato são um cone e um plano, ou um cilindro e um plano (praticamente o caso da roda e do trilho), a elipse é decomposta em duas linhas retas paralelas, e a superfície de contato torna-se um pequeno retângulo (Patin, 1952).

Se a pressão de contato é muito elevada, o limite elástico do material é excedido, mas uma deformação permanente não é produzida pois o pequeno volume submetido a uma forte pressão é limitado pelas partes que o cercam (Patin, 1952).

Deste modo, se a roda é apoiada sobre o trilho, pela teoria da elasticidade, ocorrem pequenas deformações tanto na roda quanto no trilho. Se for aplicado um esforço tangencial – o esforço motor – à roda com a intenção de deslocar o eixo, estas deformações elásticas permitirão uma ligeira rotação desta roda, quando não houver um deslizamento real entre as duas superfícies. Quando uma roda tracionando ou freando gira, as deformações elásticas dos metais da roda e do trilho provocam uma diferença entre o deslocamento linear do centro da roda e o percurso realmente efetuado por um ponto situado na sua periferia ou seja, um deslizamento relativo, mostrado na Fig. 15 e que pode ser expresso da seguinte maneira (Sachs, 1973) e (Filipović, 1995):

$$s_H = \frac{(3,6 \cdot \omega_e \cdot r_e) - V}{V} \quad (59)$$

Fig. 15 – Deslizamento relativo

Este deslizamento relativo inicialmente cresce de forma proporcional ao esforço tangencial aplicado até que se atinja um valor máximo deste esforço tangencial (F_{ad}) sem que se tenha um deslizamento puro. É a chamada zona de pseudo-deslizamento, onde há uma força de atrito estático entre a roda e o trilho (Nouvion; Bernard, 1961); (Martins, 1986a) e (Courtois et al., 1998). Vale notar que com um deslizamento nulo, não há uma transferência do esforço motor da roda para o trilho (Sachs, 1973).

Para as velocidades relativas entre as rodas e o trilho superiores a aproximadamente 1,5%, o deslizamento aumenta bruscamente e entra-se na chamada zona de deslizamento, que constitui a patinagem. Este deslizamento puro se sobrepõe ao pseudo-deslizamento. A partir do momento onde a força de atrito estático propriamente dita desaparece e a roda desliza sobre o trilho, há uma força de atrito cinético entre a roda e o trilho. O esforço motor que era então possível de se transmitir decresce rapidamente com o aumento do deslizamento relativo (Nouvion; Bernard, 1961); (Martins, 1986a) e (Courtois et al., 1998).

Não é absolutamente certo de que há uma continuidade na curva entre a zona de pseudo-deslizamento e a zona de deslizamento puro. Em algumas circunstâncias

pode-se observar uma queda brutal, em outras um ligeiro aumento no início do deslizamento (Nouvion; Bernard, 1961).

Uma outra forma bastante semelhante de se dividir a característica de deslizamento pode ser encontrada em (Filipović, 1995); (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Wende, 2003). As regiões anteriormente definidas como zona de pseudo-deslizamento e zona de deslizamento são novamente divididas em micro e macro deslizamento. A região de micro deslizamento é a região onde o deslizamento relativo é proporcional ao esforço tangencial aplicado. Nesta região, o deslizamento relativo é dificilmente percebido. Vale notar que nesta nova divisão, o micro deslizamento não compreende toda a zona de pseudo-deslizamento.

Com um aumento da força tangencial aplicada, o deslizamento relativo aumenta e se pode notar uma patinagem, chamada de macro deslizamento. O macro deslizamento é subdividido em uma zona estável onde o aumento da patinagem acarreta na possibilidade da transmissão de um esforço muito grande, e em uma zona instável.

Comparando-se as duas formas de divisão da característica de deslizamento pode-se perceber que a zona de pseudo-deslizamento compreende a região de micro deslizamento e a parte estável da região de macro deslizamento. A zona de deslizamento compreende a região instável do macro deslizamento. A Fig. 16 traz ambas as divisões da característica do deslizamento.

Fig. 16 – Característica do deslizamento

3.5.3 Coeficiente de aderência

Define-se o coeficiente de aderência μ como a relação entre o esforço tangencial máximo que se pode aplicar durante o contato estático e a carga vertical sobre os eixos motores. Assim, reescrevendo-se a eq.(55) tem-se:

$$\mu \approx \frac{F_{ad}}{P_{ad}} \quad (60)$$

O termo coeficiente de aderência só é utilizado na região de contato estático (Nouvion, 1966) e (Martins, 1986a) ou na região de micro deslizamento (Filipović, 1995). Após estas regiões, a relação entre a força de aderência e o peso aderente é denominada coeficiente de atrito (Nouvion, 1966) e (Martins, 1986a).

Diferentes elementos afetam os valores do coeficiente de aderência dentre os quais pode-se citar:

- material das superfícies de contato: o coeficiente de aderência entre rodas de aço e trilhos também de aço é menor que, por exemplo, entre pneu e asfalto.
- condições das superfícies de contato: trilhos limpos e secos tornam possível um coeficiente de aderência alto enquanto que trilhos molhados (com chuva forte)

resultam em um valor aproximadamente 30% menor (Filipović, 1995). O depósito de materiais inorgânicos como óxidos metálicos e também o depósito de materiais orgânicos como graxas, óleos e restos vegetais é completamente desfavorável, sobretudo quando há a presença de umidade, pois a água permite que zonas de contaminação orgânicas microscópicas se transformem em um filme cobrindo todo o trilho (Martins, 1986a).

– velocidade do trem: o coeficiente de aderência diminui com o aumento da velocidade do trem. Este fato é principalmente uma simplificação porque na realidade, o aumento da velocidade traz a diminuição do peso aderente do trem devido às suas oscilações. Como é impraticável expressar este fato em uma fórmula, para fins práticos, diz-se que o coeficiente de aderência varia em função da velocidade do trem (Toledo et al., 1987).

– deslizamentos: durante um deslizamento forçado, bastante comum durante as curvas, seja ele longitudinal ou transversal (que acaba favorecendo o início do deslizamento longitudinal), o esforço motor pode atingir F_{ad} prematuramente (Martins; Toledo, 1976).

– perturbações dinâmicas: as irregularidades no conjugado motor e as variações bruscas do esforço motor têm um efeito desfavorável. Neste caso, as transmissões do tipo elástica, que diminuem as massas não suspensas muito influenciadas pelas acelerações laterais e choques verticais, e os equipamentos elétricos dotados de uma boa regulação do esforço motor são mais vantajosos (Garreau, 1965). A reação elástica da suspensão sob o efeito dos choques verticais e a variação da área de contato entre a roda e o trilho com as flutuações de carga também influenciam o coeficiente de aderência (Nouvion; Bernard, 1961).

– características do trem: o descarregamento dos eixos devido à cabragem, disposição do acionamento, característica do motor de tração e o tipo de controle afetam substancialmente o coeficiente de aderência (Filipović, 1995).

Através destas considerações, pode-se perceber que o coeficiente de aderência varia de uma composição para a outra.

3.5.3.1 Valores do coeficiente de aderência

Os valores práticos do coeficiente de aderência são dados somente após a realização de um número considerável de ensaios. Nestes ensaios são determinados para as diferentes velocidades os esforços motor imediatamente anteriores à patinagem (Martins, 1986a).

Dispondo-se os pontos correspondentes às medições em um gráfico do esforço motor em função da velocidade pode-se observar que o que se obtém não é uma curva, mas sim, uma certa banda de dispersão (Garreau, 1965) e (Martins, 1986a). Esta dispersão dos resultados acontece porque o coeficiente de aderência, como foi dito anteriormente, é bastante afetado pelo estado das superfícies de contato (Nouvion; Bernard, 1961).

Assim, para uma composição, não se fala em uma curva de aderência em função da velocidade, mas em uma região no interior da qual se encontram os pontos relevantes dentro das várias condições encontradas: trilhos secos ou molhados (Nouvion; Bernard, 1961).

Pode-se então delimitar esta região através de uma curva superior e de uma curva inferior. Uma curva média também pode ser traçada. Uma relação empírica para o coeficiente de aderência em função da velocidade pode ser estabelecida através desta curva média. A curva superior é fácil de se traçar pois os valores máximos são geralmente bem coerentes. Os valores inferiores são, pelo contrário, menos bem delimitados, pois, por consequência das circunstâncias locais, pode-se encontrar um trilho ruim (Nouvion; Bernard, 1961).

K. Sachs (1973) afirma que não há uma curva média do coeficiente de aderência em função da velocidade válida para todos os veículos e que para cada caso uma curva média deve ser estabelecida, ratificando que o coeficiente de aderência varia de uma composição para a outra. Contudo, dentre os diversos conjuntos de ensaios realizados ao longo do tempo – como, por exemplo, o de A. E. Müller (1928) para locomotivas de acionamento clássico (motores de corrente contínua do tipo série e

comando eletromecânico), que resultaram em uma fórmula produzida por H. Parodi e A. Tétrel (1935) e outros tantos que podem ser encontrados em (Sachs, 1973) – os resultados produzidos por um conjunto em específico são utilizados de uma maneira geral para os diversos tipos de veículos.

Este conjunto de ensaios foi realizado por E. W. Curtius e A. Kniffler para uma locomotiva monofásica, alimentada em $16 \frac{2}{3}$ Hz, com motores constantemente acoplados em paralelo (circunstância favorável), do tipo 1'D₀1' da série E19 da antiga Deutsche Reichsbahn no ano de 1943 (Curtius; Kniffler, 1950); (Garreau, 1965) e (Sachs, 1973).

O que motivou E. W. Curtius e A. Kniffler a realizarem novos ensaios foi o fato que os ensaios anteriores como o de A. E. Müller (1928) haviam sido realizados para velocidades até 80 km/h. Deste modo, para velocidades acima de 80 km/h, era provável que o coeficiente de aderência tivesse valores maiores que a extrapolação de uma curva média. Um outro fato é que os ensaios anteriores haviam sido feitos com a condição favorável de trilhos secos (Curtius; Kniffler, 1950).

Os ensaios de E. W. Curtius e A. Kniffler para a obtenção do coeficiente de aderência foram feitos durante 50 viagens realizadas entre Fochheim e Bamberg, totalizando 261 testes. As condições dos trilhos ensaiados foram secos (maioria dos casos normais), molhados, escorregadios (início de chuva, neblina e neve) e ásperos devido ao uso de areia. As velocidades ensaiadas estavam entre 5 e 160 km/h.

O resultado obtido foi então uma dispersão de pontos do coeficiente de aderência em função da velocidade onde pôde-se observar uma demarcação clara entre as condições de trilhos secos e molhados. Entretanto, para aplicações práticas, uma função do coeficiente de aderência com a velocidade deveria ser estabelecida (Curtius; Kniffler, 1950).

A adoção do limite mínimo (trilhos molhados) encontrado nesta dispersão de pontos parecia ser interessante por razões de segurança. No entanto a utilização de uma curva média era a melhor solução, mesmo porque a probabilidade de se ter condições

de trilhos secos é maior do que trilhos molhados (Curtius; Kniffler, 1950) e (Garreau, 1965).

Como pode-se observar na Fig. 17, extraída de (Curtius; Kniffler, 1950), os resultados obtidos nas condições de trilhos molhados e escorregadios estão todas abaixo da curva média adotada. Estas condições, relativamente raras, podem ser superadas através da aplicação de areia. Por outro lado, os resultados obtidos com trilhos secos estão quase que exclusivamente acima desta característica média, distante o suficiente do limite superior (Curtius; Kniffler, 1950).

Fig. 17 – Resultado dos ensaios de Curtius e Kniffler (Curtius; Kniffler, 1950)

A curva média pode ser representada pela seguinte equação (Curtius; Kniffler, 1950); (Sachs, 1973); (Filipović, 1995); (Kaller; Allenbach, 1995a); (Wende, 2003); (Steimel, 2004a) e (Lehmann, 2005):

$$\mu = \frac{7,5}{V + 44} + 0,161 \quad (61)$$

O valor inicial do coeficiente de aderência (para $V=0$ km/h) é igual a 0,33. Para uma velocidade infinitamente alta, o coeficiente de aderência assume o valor de 0,161. Entretanto, este valor tem apenas um caráter teórico, pois para velocidades

extremamente altas, o coeficiente de aderência é completamente afetado pelas diferentes construções de trem e trilho (Curtius; Kniffler, 1950).

Uma variante da eq.(61), que produz os mesmos resultados, pode ser encontrada em (Garreau, 1965) e (Toledo et al., 1987):

$$\mu = \mu_0 \frac{8 + 0,1 \cdot V}{8 + 0,2 \cdot V} \quad (62)$$

No qual o valor de μ_0 para a locomotiva ensaiada é de 0,33. M. Garreau (1965) recomenda um valor para μ_0 de 0,28 para as locomotivas de acionamento clássico alimentadas em corrente contínua. Este mesmo valor pode ser empregado nas locomotivas alimentadas em corrente alternada monofásica, em 50 Hz, equipadas com retificadores. Para este mesmo tipo de locomotiva porém, com areia sobre os trilhos, o coeficiente μ_0 sobe para 0,38 (Toledo et al., 1987).

A eq.(62) é também utilizada pela S.N.C.F. para os seus trens com eixos de acionamentos independentes, equipados com dispositivos antipatinagem e alimentados tanto em corrente alternada quanto em corrente contínua. O valor adotado de μ_0 pode ser tanto 0,33 para todas as condições de trilhos quanto 0,24 para casos onde há uma probabilidade muito pequena de patinagem (Sachs, 1973).

Apesar do material rodante atual permitir os coeficientes de aderência maiores e a curva média obtida através dos ensaios de E. W. Curtius e A. Kniffler ser substancialmente excessiva, ela ainda é utilizada hoje para trilhos secos e condições médias. Esta curva média pode ser considerada como um valor razoavelmente baixo com distância suficiente dos valores de pico (Filipović, 1995) e (Kaller; Allenbach, 1995a). Além disto, a eq.(61) pode ser aplicada de forma confiável para velocidades até 260 km/h (Sachs, 1973).

3.5.3.2 Meios para melhorar o coeficiente de aderência roda-trilho

De um modo geral, os trilhos encontram-se secos e limpos, o que são condições favoráveis para um coeficiente de aderência alto. Porém, a via pode apresentar

pontos onde o coeficiente de aderência é baixo sendo necessário o seu aumento (Martins; Toledo, 1976).

O primeiro método utilizado é a areia. Uma simples aplicação de areia, de granulometria bem definida, faz com que o coeficiente de aderência seja elevado a um valor médio mais aceitável (Courtois et al., 1998). Esta areia é fornecida por dispositivos chamados areeiros, localizados à direita dos eixos motores, e depositada sobre os trilhos por gravidade ou através de ejetores à vapor ou de ar comprimido (Patin, 1952) e (Martins; Toledo, 1976).

Segundo (Martins; Toledo, 1976), nem sempre o areeiro funciona bem e o vento ou a velocidade de locomotiva, principalmente em altas velocidades, podem dispersar a areia depositada sobre os trilhos. Também, a areia possui o inconveniente de ser um meio mais ou menos isolante entre a roda e o trilho dificultando o retorno da corrente de tração e prejudicando a detecção pelos circuitos de via (Patin, 1952).

Devido a estes inconvenientes, outras substâncias como certos tipos de éteres têm sido experimentados. Entretanto, nenhum produto produziu resultados melhores que a areia. Além disto, a aplicação de produtos químicos durante a operação normal é delicada (Nouvion; Bernard, 1961).

A limpeza mecânica dos trilhos, que pode ser feita com água quente ou vapor, através de um dispositivo próprio e o cintilamento à alta frequência das rodas e do trilho, que permite destruir os corpos estranhos que possam existir sobre estas superfícies, são outros dois métodos, embora não tão simples quanto a aplicação de areia, que podem ser utilizados para o aumento do coeficiente de aderência roda-trilho (Nouvion; Bernard, 1961) e (Martins; Toledo, 1976).

3.5.4 Considerações finais sobre a força de aderência

Conforme foi dito anteriormente, o esforço motor deve ser menor ou igual à força de aderência, como mostra a eq.(57). Se por um momento esta condição não seja satisfeita, mesmo que para um eixo apenas, a estabilidade do veículo motor é seriamente prejudicada (Martins; Toledo, 1976).

A superação da força de aderência pode ocorrer nos seguintes casos (Martins; Toledo, 1976) de acordo com a eq.(55) e com a eq.(57):

- momentânea diminuição do coeficiente de aderência;
- momentâneo aumento do esforço motor;
- momentânea diminuição do peso aderente do trem.

O primeiro caso foi discutido no item 3.5.3.2. O segundo diz respeito às variações do esforço motor em função da velocidade que deve ser feita de forma suave. Neste ponto, uma atenção maior deve ser dada aos veículos motores alimentados em corrente contínua e acionados através de motores do tipo série. Isto porque durante a partida e em todas as mudanças de combinação dos motores são introduzidos indesejáveis pulsações do esforço motor (Martins; Toledo, 1976).

O último caso é influenciado pela distribuição de carga entre os vários eixos sendo mais prejudicada por fenômenos de ordem dinâmica. A perda do peso aderente de origem resulta na chamada cabragem (Nouvion; Bernard, 1961) e (Martins; Toledo, 1976).

3.5.4.1 Descarregamento dos eixos devido ao esforço motor (cabragem)

A distribuição do peso aderente de um veículo motor sobre os truques e sobre as rodas depende da posição do centro de gravidade do truque e da posição deste truque em relação ao veículo (Filipović, 1995).

O esforço motor é aplicado sobre os trilhos e pode ser representado como uma força horizontal aplicada no centro da roda e que se encontra equilibrada pela reação do trilho, como mostra a Fig. 18.

Fig. 18 – Aplicação das forças entre roda e trilho

É necessário considerar o esforço resistente total e também o esforço necessário para acelerar o trem ($m \cdot a$). Estas duas forças são resultantes do esforço resistente da parte rebocada do trem e do esforço necessário para acelerar esta parte rebocada (forças horizontais aplicadas ao engate) e também do esforço resistente e do esforço necessário para acelerar a locomotiva (forças horizontais aplicadas no centro de gravidade da locomotiva a uma altura um pouco superior ao engate) (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

Pode-se perceber que a locomotiva é submetida a duas forças horizontais de sentido inverso: o esforço motor aplicado a uma altura dos trilhos igual ao raio da roda (r_e) e um esforço resistente total somado ao esforço necessário para acelerar o trem aplicado a uma altura do plano de rolamento igual à altura do engate (h_c). Estas forças resultam em um conjugado que tende a envolver as partes suspensas da locomotiva em um movimento de elevação até que o sistema de suspensão produza um conjugado igual e no sentido inverso (Garreau, 1965).

O equacionamento mostrado a seguir é feito para uma locomotiva de quatro eixos motores distribuídos igualmente entre dois truques, como mostra a Fig. 19. Para o caso de três truques ou truques de três eixos, a suspensão deve também ser considerada (Filipović, 1995).

De acordo com a eq.(16), o esforço motor é numericamente igual à soma do esforço resistente total com o esforço necessário para acelerar o trem. Deste modo, o equacionamento pode ser todo feito apenas em função do esforço motor.

Fig. 19 – Aplicação dos esforços da locomotiva

Considerando de forma separada a caixa da locomotiva e cada um dos truques pode-se perceber através da Fig. 20, que a caixa é submetida a dois conjugados que devem se equilibrar (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Kaller; Allenbach, 1995a):

- um conjugado devido ao fato que o esforço motor e o esforço resistente total e o esforço necessário à aceleração do trem não são aplicados na mesma altura;
- um conjugado de sobrecarga ($F_p \cdot l_p$) contrário ao primeiro e criado pela reação vertical do truque que se equilibra com a sobrecarga neste truque, considerando-se o truque 2 da Fig. 20 mais carregado que o truque 1 da Fig. 20.

Fig. 20 – Cabragem da caixa da locomotiva

Deste modo, se estes conjugados estão equilibrados, tem-se (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Kaller; Allenbach, 1995a):

$$F_m \cdot (h_c - h_p) = F_p \cdot l_p \quad (63)$$

A carga em cada truque é dada por (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Kaller; Allenbach, 1995a):

$$\begin{aligned} F_{b1} &= \frac{P_{ad}}{2} + F_p \\ F_{b2} &= \frac{P_{ad}}{2} - F_p \end{aligned} \quad (64)$$

Aplicando-se a eq.(63) na eq.(64) tem-se:

$$\begin{aligned} F_{b1} &= \frac{P_{ad}}{2} + \frac{F_m \cdot (h_c - h_p)}{l_p} \\ F_{b2} &= \frac{P_{ad}}{2} - \frac{F_m \cdot (h_c - h_p)}{l_p} \end{aligned} \quad (65)$$

Considerando-se o truque 1 da Fig. 19 e da Fig. 20, detalhado na Fig. 21, pode-se equacionar os conjugados da mesma maneira como foi feito com a caixa da locomotiva.

Fig. 21 – Cabragem do truque

O truque também é submetido a dois conjugados opostos e que devem se equilibrar. Um conjugado é devido ao fato de que a metade do esforço motor e a metade do esforço resistente total somada à metade do esforço necessário à aceleração do trem não são aplicados na mesma altura. O segundo conjugado é criado pela reação vertical do trilho que se equilibra com a sobrecarga no eixo ($F_e \cdot l_b$), considerando o eixo 2 da Fig. 21 mais carregado que o eixo 1 da Fig. 21. Desta forma, a equação destes dois conjugados pode ser assim escrita (Garreau, 1965) e (Kaller; Allenbach, 1995a):

$$\frac{F_m}{2}(h_p - r_e) = F_e \cdot l_b \quad (66)$$

E a carga em cada eixo ou seja, o peso aderente em cada eixo, pode ser dada por (Garreau, 1965) e (Kaller; Allenbach, 1995a):

$$\begin{aligned} P_{ade1} &= \frac{F_{b2}}{2} - F_e \\ P_{ade2} &= \frac{F_{b2}}{2} + F_e \end{aligned} \quad (67)$$

Aplicando-se a eq.(65) e a eq.(66) na eq.(67) resulta em:

$$\begin{aligned}
P_{ade1} &= \frac{P_{ad}}{4} - \frac{F_m \cdot (h_c - h_p)}{2 \cdot l_p} - \frac{F_m \cdot (h_p - r_e)}{2 \cdot l_b} \\
P_{ade2} &= \frac{P_{ad}}{4} - \frac{F_m \cdot (h_c - h_p)}{2 \cdot l_p} + \frac{F_m \cdot (h_p - r_e)}{2 \cdot l_b}
\end{aligned} \tag{68}$$

Organizando-se a eq.(68) e estendendo-se os resultados para os outros dois eixos do truque 2 da Fig. 19 e da Fig. 20 conforme a eq.(64), tem-se:

$$\begin{aligned}
P_{ade1} &= \frac{P_{ad}}{4} - \frac{F_m}{2} \left[\frac{(h_c - h_p)}{l_p} + \frac{(h_p - r_e)}{l_b} \right] \\
P_{ade2} &= \frac{P_{ad}}{4} - \frac{F_m}{2} \left[\frac{(h_c - h_p)}{l_p} - \frac{(h_p - r_e)}{l_b} \right] \\
P_{ade3} &= \frac{P_{ad}}{4} - \frac{F_m}{2} \left[\frac{-(h_c - h_p)}{l_p} + \frac{(h_p - r_e)}{l_b} \right] \\
P_{ade4} &= \frac{P_{ad}}{4} - \frac{F_m}{2} \left[\frac{-(h_c - h_p)}{l_p} - \frac{(h_p - r_e)}{l_b} \right]
\end{aligned} \tag{69}$$

A eq.(69) põe em evidência os dois termos que correspondem, respectivamente, à cabragem da caixa da locomotiva e a cabragem do truque. A cabragem da caixa da locomotiva, devido ao termo $(h_c - h_p) / l_p$, é originada do fato que o esforço resistente total e o esforço necessário à aceleração são aplicados em um ponto mais alto que o esforço motor transmitido pelo truque. Por sua vez, a cabragem do truque, devido ao termo $(h_c - r_e) / l_b$, existe porque o esforço resistente total e o esforço necessário à aceleração aplicados pela caixa da locomotiva aos truques são exercidos em um ponto mais alto que o centro da roda (Garreau, 1965).

A cabragem da caixa da locomotiva é máxima para uma altura nula do truque e diminui enquanto esta altura aumenta. De forma contrária, a cabragem do truque é proporcional ao aumento desta altura do truque. A altura do truque possui um efeito maior na cabragem do truque do que na cabragem da caixa da locomotiva porque a cabragem do truque depende da distância entre os eixos que é menor que a distância entre os truques. A Fig. 22 mostra a variação destes dois termos, $(h_c - h_p) / l_p$ e $(h_c - r_e) / l_b$, em conjunto, quando a altura do truque varia de zero até igual à altura do

engate (na realidade, a altura do truque jamais seria igual à altura do engate; para uma tração dita "alta", $h_b = 0,7 \cdot h_c$) para os quatro eixos da locomotiva (Garreau, 1965).

Fig. 22 – Comportamento da eq. (69) com a variação de h_p

A chamada "tração alta" é caracterizada por uma cabragem da caixa da locomotiva muito fraca e uma cabragem dos truques grande. Os eixos 1 e 3 da Fig. 22 estão descarregados. Para reduzir a cabragem do truque pode-se aumentar a distância entre os eixos. Por sua vez, a chamada "tração baixa" é caracterizada por uma cabragem do truque fraca e uma grande cabragem da caixa da locomotiva. Os eixos 1 e 2 da Fig. 22 estão descarregados. A redução da cabragem da caixa da locomotiva pode ser conseguida através de um aumento da distância entre os truques (Garreau, 1965). Nota-se que tanto na chamada "tração alta" quanto na chamada "tração baixa", o eixo que está mais a frente da locomotiva em relação ao sentido do movimento (no caso, o eixo 1 da Fig. 22) está descarregado. Em regime de freagem ocorre o oposto, ou seja, o eixo que está mais a frente da locomotiva é sobrecarregado (Filipović, 1995).

Conforme foi dito anteriormente, a cabragem é resultado das descargas e sobrecargas de origem estática sobre os eixos. A estas descargas e sobrecargas, que foram anteriormente equacionadas, se sobrepõem as variações dinâmicas de carga sobre os eixos devido à passagem do trem sobre as desigualdades da via que são variações não calculáveis e de sentido imprevisível. Isto pode resultar em, por exemplo, um eixo fortemente carregado, em certos casos, patinar primeiro (Garreau, 1965).

É importante observar que na análise feita, a caixa da locomotiva e cada um dos truques foram considerados em separado porque entre estes elementos existe a suspensão. Considerou-se que cada um destes elementos está em equilíbrio sob a influência dos esforços externos (esforço motor, esforço resistente total, esforço necessário à aceleração e as reações de apoio). Este fato é bastante válido para a caixa da locomotiva. Porém, na realidade, o truque não é uma montagem indeformável porque é composta de uma parte não suspensa (eixo), uma parte suspensa (chassi) ligadas elasticamente uma à outra, e dos motores e transmissões ligados um ao outro (Garreau, 1965).

De fato, se a análise feita for retomada, deve-se considerar separadamente (Garreau, 1965):

- o chassi do truque suspenso elasticamente sobre os eixos;
- a ligação motor-eixo com os diferentes tipos de suspensão de motor e transmissão.

Deve-se então considerar também que as reações verticais internas entre motores e eixos variam de um sistema de transmissão para o outro, mas a variação da carga sobre os eixos é independente do modo de ligação entre o motor e o eixo (Garreau, 1965).

Um outro ponto é admitir que a metade do esforço resistente total e a metade do esforço necessário à aceleração do trem são transmitidos da caixa da locomotiva para cada truque constituindo, como foi dito, o esforço motor desenvolvido pelo truque. Este procedimento despreza o esforço motor absorvido pelo próprio truque,

resultando em um erro sem importância pois esta parcela do esforço motor é pequena (Garreau, 1965).

Contudo, deve-se notar que todos os detalhes que não foram anteriormente considerados com o propósito de simplificar o equacionamento do fenômeno da cabragem não trazem modificações adicionais aos resultados (Garreau, 1965).

3.5.4.2 Influência dos motores de tração na patinagem

Conforme foi considerado, o esforço motor máximo permitido pela força de aderência é aquele a partir do qual o rolamento da roda sobre o trilho se transforma em patinagem, podendo destruir o motor. Porém se este início de patinagem for cessado, esta momentânea superação do esforço motor em relação à força de aderência não passará de um inconveniente. Neste caso, pode-se até admitir os esforços motores que provocam este início de patinagem aumentando, desta forma, o coeficiente de aderência (Garreau, 1965).

Para a análise do comportamento dos motores de tração durante a patinagem, dois componentes devem ser considerados (Moser, 1978):

- o comportamento natural dos motores de tração devido às suas características do esforço motor em função da velocidade porém sem a operação de sistemas de controle eletrônicos;
- a resposta do controle da alimentação dos motores de tração durante as mudanças nas condições da força de aderência, especialmente durante uma patinagem repentina.

Em outras palavras, esta análise é feita considerando a operação dos motores de tração sem a influência de controles eletrônicos sobre o conjugado e a velocidade de rotação destes motores.

Quando ocorre a patinagem de um par de rodas seja por um aumento do esforço motor, seja por uma queda local do coeficiente de aderência, a velocidade na periferia da roda aumenta causando também um aumento da velocidade de rotação

do motor. Este aumento da velocidade causa uma diminuição no conjugado do motor e, conseqüentemente, do esforço motor aplicado ao aro das rodas.

A diminuição no conjugado do motor e do esforço motor vai depender da característica do esforço motor em função da velocidade (conjugado em função da velocidade de rotação) do motor de tração empregado.

Se o valor do esforço motor devido a esta diminuição decorrente do aumento da velocidade atingir um valor menor ou igual à força de aderência, conforme a eq.(57), a patinagem cessa e tem-se a retomada do controle de marcha do trem. Pode-se notar, com o auxílio da Fig. 23, que isto ocorre se o valor do esforço motor decrescer mais rápido com a velocidade do que a força de aderência.

Fig. 23 – Efeito da característica do motor durante a patinagem

Em outros termos, quanto maior o quociente ($\Delta C_m / \Delta n_{rm}$) ou seja, quanto mais inclinada for a característica do esforço motor em função da velocidade for em relação à curva da força de aderência, maior é a probabilidade de que a patinagem, uma vez iniciada, cesse. É como se o coeficiente de aderência fosse mais elevado (Garreau, 1965).

A característica do esforço motor em função da velocidade de um motor monofásico com excitação em série é menos favorável que a de um motor série em corrente contínua devido às quedas de tensão nas indutâncias. Portanto, motores em corrente alternada possuem uma tendência maior à patinagem (Filipović, 1995).

O tipo de excitação do motor de tração também influencia a tendência à patinagem. Motores de tração com excitação separada são mais favoráveis por possuírem bem menos esta tendência (Filipović, 1995).

A conexão dos motores de tração também é um fator a ser considerado. Se os motores estão conectados em série, quando um par de rodas patina, o motor correspondente a este eixo terá a sua velocidade de rotação aumentada. Este aumento da velocidade de rotação causa um aumento na força contra-eletromotriz e uma conseqüente diminuição da corrente. Como os motores estão ligados em série, a corrente é a mesma para todos os motores de tração e, desta forma, o conjugado motor total e o esforço motor também diminuem. O motor de tração ligado ao eixo que está patinando tem então uma queda de tensão maior que os outros motores (Garreau, 1965); (Nouvion; Bernard, 1961) e (Filipović, 1995).

Já no caso da ligação dos motores em paralelo, a diminuição da corrente do motor que tem a sua velocidade de rotação aumentada afeta bem menos os outros motores. Neste caso, a queda de tensão coletiva de todos os motores não será grande pois os outros motores têm as suas correntes inalteradas. Deste modo, a tensão sobre o motor correspondente ao eixo que está patinando é "atenuada" pelos motores que estão operando normalmente (Garreau, 1965) e (Filipović, 1995).

3.6 Considerações finais sobre os esforços motor e resistente

Foi visto no item anterior que o esforço resistente total é a soma das resistências normais e das resistências suplementares ao movimento. Contudo, todas as expressões dadas para estas resistências são específicas.

Para que se possa reescrever a eq.(16) é necessário então convertê-las de N/kN para kN com o auxílio da eq.(32). Assim, tem-se:

$$R_i = r_i \cdot m \cdot g \cdot 10^{-3} = r_i \cdot p \cdot 10^{-3} \quad (70)$$

$$R_c = r_c \cdot m \cdot g \cdot 10^{-3} = r_c \cdot p \cdot 10^{-3} \quad (71)$$

As resistências normais são um caso um pouco mais complicado. Se a expressão geral utilizada forem as fórmulas de Strahl, a eq.(36) pode ser facilmente convertida de N/kN para kN com a aplicação da eq.(32) do seguinte modo:

$$R_{MPT} = r_{MPT} \cdot m \cdot g \cdot 10^{-3} = r_{MPT} \cdot p \cdot 10^{-3} \quad (72)$$

Caso a expressão geral utilizada forem as fórmulas de Davis, a eq.(35) deverá ser utilizada.

Dentro do que foi exposto, a eq.(16) e a eq.(30) podem então ser reescritas da seguinte maneira:

$$F_m - (R_{MPT} + R_i + R_c) = m' \cdot a \quad (73)$$

$$F_m - (R_{MPT} + R_i + R_c + F_f) = m' \cdot a \quad (74)$$

Lembrando que:

$$|F_m| \leq |F_{ad}| \quad (75)$$

$$|-F_m - F_f| \leq |F_{ad}| \quad (76)$$

3.7 Característica do esforço motor em função da velocidade

A definição da potência desenvolvida pelo trem apenas em termos do seu valor nominal não é suficiente para descrever a capacidade de trabalho deste trem. Isto pode ser feito somente com o auxílio da característica do esforço motor em função da velocidade (Moser, 1978).

Através da eq.(73) pode-se perceber que um trem deve desenvolver um esforço motor no aro das rodas superior à soma das resistências normais e suplementares para que este trem possa partir e acelerar. Ou seja, pode-se perceber que o excesso do esforço motor após superar o esforço resistente total está disponível para acelerar o trem (Hill, 1994a). Supondo-se este trem em velocidade constante ($a=0 \text{ m/s}^2$), a eq.(73) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$F_m = R_{MPT} + R_i + R_c \quad (77)$$

Relembrando que as resistências normais ao movimento são dadas através de expressões em função da velocidade do trem, pode-se observar que para cada inclinação da rampa, positiva ou negativa, existe uma parábola correspondente, considerando-se uma via sem curvas (Martins, 1986a).

O primeiro ponto da curva do esforço motor em função da velocidade que pode ser definido é a potência em regime contínuo. Durante o regime contínuo, os veículos motores poderão desenvolver permanentemente uma certa potência sem que sejam ultrapassados os limites de aquecimento dos motores de tração (Toledo et al., 1987). A potência em regime contínuo é o ponto de definição do equipamento (Courtois et al., 1998) correspondendo à operação dos motores de tração sob tensão e fluxo nominais no entreferro e uma velocidade entre 35 e 50% da velocidade máxima (Martins, 1986a). As velocidades inferiores a este ponto de definição são caracterizadas por uma operação do motor de tração com fluxo nominal no entreferro e tensão reduzida. As velocidades superiores a este ponto de definição, de modo contrário, são caracterizadas por uma operação do motor de tração com fluxo reduzido no entreferro e tensão nominal.

No caso das locomotivas destinadas ao transporte de cargas, a potência em regime contínuo é definida através da intersecção (ponto 1) da curva da força de aderência, dada pela eq.(55), com a parábola fornecida pela eq.(77) na condição de rampa máxima (Martins, 1986a). A Fig. 24 mostra esta intersecção.

Fig. 24 – Definição da potência em regime contínuo para uma locomotiva de carga

No caso de trens destinados ao transporte de passageiros, a potência em regime contínuo é definida pelos valores de aceleração e velocidade desejadas (Martins, 1986a).

Esta diferença entre o transporte de cargas e o transporte de passageiros ocorre porque normalmente as locomotivas destinadas ao transporte de cargas são caracterizadas por elevados esforços motores em baixas velocidades enquanto que os trens destinados ao transporte de passageiros exercem velocidades elevadas com baixos esforços motores (Martins, 1986a).

Deste modo, o limite da operação para os trens de passageiros está na potência desenvolvida por este trem em uma dada condição de rampa máxima e velocidade de equilíbrio ($a=0 \text{ m/s}^2$) desejada, e não no limite oferecido pela força de aderência, mesmo que este limite seja menor que a curva média fornecida pelos ensaios de E. W. Curtius e A. Kniffler. De modo contrário, para os trens de carga a força de aderência constitui um limite operacional (Garreau, 1965) e (Martins, 1986a).

Definida a potência em regime contínuo (ponto 1), a característica do esforço motor em função da velocidade, visando o acionamento mais econômico (Hill, 1994a), tem o aspecto apresentado na Fig. 25 a e b.

Fig. 25 – Aspecto da característica do esforço motor em função da velocidade

Pode-se notar que com uma simples mudança de coordenadas através da eq.(20) e da eq.(21) obtém-se a característica do conjugado dos motores de tração em função de suas velocidades de rotação.

A linha que liga o ponto 2 ao ponto 1 da Fig. 25 a e b representa o limite do esforço motor contínuo. Este esforço pode ser constante ou pode variar com a velocidade. Isto depende de dois fatores: das perdas em função da velocidade na parte do motor de tração sujeita à carga térmica mais alta, ou seja, o rotor e do tipo de sistema de resfriamento do motor em função da velocidade (Moser, 1978).

É interessante que a potência se conserve no valor dado em regime contínuo para que o trem possa acelerar além da velocidade de definição do regime contínuo. Para isto, o produto $F_m \cdot V$ deve se manter constante fazendo com que o valor do esforço motor disponível caia de forma proporcional com a velocidade do trem, como pode-se notar através da eq.(25). Esta curva de potência constante, representada na Fig. 25 a e b entre os pontos 1 e 3, é conhecida como hipérbole de equipotência (Courtois et al., 1998).

A operação em equipotência é obtida geralmente através de uma redução do fluxo no entreferro dos motores de tração (Moser, 1978) e (Courtois et al., 1998). Contudo, dependendo da característica natural destes motores de tração, esta operação em potência constante não é possível em altas velocidades e os motores de tração irão

desenvolver uma potência reduzida e não constante (Moser, 1978) e (Martins, 1986a), mostrada na Fig. 25 a e b através da curva entre os pontos 6, 3 e 4.

A velocidade máxima da característica do esforço motor em função da velocidade, na qual o ponto 4 da Fig. 25 a e b se encontra, condiciona a construção do motor de tração (limite na velocidade periférica do rotor) após uma escolha criteriosa da razão de transmissão e do diâmetro das rodas (Courtois et al., 1998). A velocidade máxima é tipicamente um terço da velocidade nominal (Hill, 1994a).

A região II da Fig. 25 a e b é caracterizada por um regime de sobrecorrente de curta duração. É a capacidade de sobrecarga do equipamento elétrico que vai limitar a corrente assim como o esforço motor máximo realizável durante a partida. Esta capacidade de sobrecarga é principalmente uma questão de determinação das constantes de tempo dos elementos bobinados como as indutâncias e os motores. O decrescimento do esforço motor máximo realizável durante a partida é uma função mais ou menos complexa da velocidade, vinda de uma relação entre a sobrecarga aceitável e os tempos mínimos de partida (Courtois et al., 1998).

Além desta determinação térmica do esforço motor máximo realizável, nos motores de tração dotados de comutadores o esforço motor máximo realizável é determinado também pelas escovas e pela comutação (Moser, 1978).

Pode-se perceber que durante esta região, também conhecida como partida, o esforço motor é maior que o limite de esforço contínuo, porém, a potência desenvolvida pelo trem é menor que a potência em regime contínuo (Moser, 1978).

A região III da Fig. 25 a e b é caracterizada por uma potência maior que a potência em regime contínuo, ou seja, uma sobrecarga de potência. No caso dos trens de passageiros, o esforço motor nesta região pode estar tanto abaixo quanto acima do limite do esforço motor contínuo (Moser, 1978) causando uma sobrecorrente, como pode-se observar através da Fig. 25 a e b.

O limite desta região, entre os pontos **5** e **6** da Fig. 25 a e b, é dado pela potência máxima que o motor de tração pode fornecer de acordo com os limites de aquecimento da classe de isolamento empregada e também de acordo com o limite de comutação para os motores de tração dotados de comutador.

Finalmente, a região I, cujos limites estão entre os pontos **2**, **1**, **3** e **4** da Fig. 25 a e b, corresponde à operação em regime contínuo dos motores de tração. Além dos limites estabelecidos, outros dois podem ser acrescentados. No caso da tração diesel-elétrica, o motor diesel impõe um valor de potência constante fazendo com que não se tenha uma sobrecarga de potência e também que o motor de tração não utilize sua plena capacidade. A eletrônica de potência também é um fator que limita tanto a sobrecarga de potência quanto o esforço motor contínuo (Moser, 1978).

Os limites anteriormente estabelecidos para a característica do esforço motor em função da velocidade correspondem aos esforços motores máximos que um trem pode desenvolver em função da velocidade. O condutor pode em qualquer instante escolher um ponto de funcionamento no interior desta região delimitada de modo que se estabilize o regime deste trem em função do perfil da via (Courtois et al., 1998), como pode-se perceber através da eq.(73).

3.8 Consumo de energia

Um trem transfere o esforço motor a uma certa velocidade aos trilhos. Nestas condições, a potência desenvolvida pelo trem é dada pela eq.(25). O trabalho realizado sobre este trem para que este sofra um deslocamento ao longo da via, considerando-se um esforço motor constante e também a eq.(16), é dado por:

$$\tau = F_m \cdot s \quad (78)$$

A energia específica consumida, isto é, o consumo de energia relacionado à massa do trem e à distância percorrida (em km) partindo do repouso e sem considerar as perdas no trem, pode ser dado através de (Filipović, 1995):

$$e_t = \tau_t \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{s \cdot 10^{-3}} = \frac{F_m}{m} 10^3 \quad (79)$$

Os valores numéricos, na prática, são quase que exclusivamente dados em Wh ou kWh (1 kWh=3600 kJ). A Tabela 12, extraída de (Filipović, 1995), traz alguns valores médios da energia específica consumida, incluindo as perdas na rede de alimentação e nos veículos, para alguns tipos de trens.

Tipo	Energia específica consumida	
	[Wh/t·km]	[kJ/t·km]
trens em linhas planas	20 a 30	72 a 108
trens em linhas de montanhas	30 a 65	108 a 234
trens interurbanos	50 a 75	180 a 270
bondes	40 a 90	144 a 324
tróleibus	90 a 130	324 a 468

Tabela 12 – Valores para a energia específica consumida

A energia específica consumida pode ser um ponto de partida para a determinação do consumo de energia de uma linha metro-ferroviária. Esta determinação é necessária não somente para o planejamento do consumo de energia durante um certo período de tempo mas também para, entre outras coisas, o cálculo do preço da energia consumida.

A determinação do consumo de energia de uma maneira precisa é feita, como será visto adiante, através da resolução da eq.(16). Contudo, é mostrado a seguir um procedimento mais simples encontrado em (Schmidt, 1988) e que, segundo o autor, produz resultados com exatidão suficiente servindo de forma satisfatória para os casos práticos.

O valor inicial deste procedimento é a eq.(79) A partir desta equação pode-se determinar a energia específica consumida no coletor de corrente do trem e na subestação. Se a velocidade do trem for constante ($a=0$ m/s²), a eq.(79) pode ser expandida com o auxílio da eq.(73) e da eq.(77) da seguinte forma:

$$e_i = \frac{R_{MPT} + R_i + R_c}{m} 10^3 \quad (80)$$

Entretanto, em uma linha que possui duas vias, uma de ida e outra de volta, um aclave na via de ida representa um declive na via de volta. Deste modo, o consumo específico de energia para a via de volta vale:

$$e_i = \frac{R_{MPT} - R_i + R_c}{m} 10^3 \quad (81)$$

Caso o valor da resistência devido às rampas seja maior ou igual à soma da resistência devido às curvas com a resistência normal ao movimento ($R_{MPT} + R_c \leq R_i$), a eq.(81) torna-se nula. Ou seja, durante um período de velocidade constante em um declive, o consumo específico de energia para a movimentação do trem é zero.

Considerando-se que o trem esteja igualmente carregado durante o percurso de ida e de volta, pode-se obter um valor médio do consumo específico de energia durante o período de velocidade constante. Assim, para ($R_{MPT} + R_c > R_i$) tem-se:

$$e_{if} = \frac{R_{MPT} + R_c}{m} 10^3 \quad (82)$$

Para ($R_{MPT} + R_c \leq R_i$) o consumo específico de energia durante o período de velocidade constante vale:

$$e_{if} = \frac{R_{MPT} + R_i + R_c}{2 \cdot m} 10^3 \quad (83)$$

Supondo-se, contudo, que o trem não esteja desenvolvendo uma velocidade constante, ou seja, que o trem esteja acelerando de uma velocidade inicial v_1 para uma velocidade final v_2 , o trabalho realizado sobre este trem pode ser dado, lembrando a eq.(4) e a eq.(14), através da expressão:

$$\tau_i = \frac{1}{2} m \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad (84)$$

A energia específica consumida para acelerar o trem de uma velocidade v_1 para uma velocidade v_2 , lembrando-se a eq.(79) e considerando-se uma distância média Δs entre as estações, é então dada por:

$$e_{ib} = \tau_t \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\Delta s \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m' \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{m \cdot \Delta s} 10^3 \quad (85)$$

Aplicando-se a eq.(13), tem-se:

$$e_{ib} = \frac{\xi \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot \Delta s} 10^3 \quad (86)$$

Nota-se que, apesar da aceleração acontecer durante apenas uma parte da distância média Δs entre as estações, esta distância é totalmente considerada, pois a partida é relacionada aos valores de maior consumo de energia (Schmidt, 1988).

Além do consumo específico de energia para acelerar e manter o trem em uma velocidade constante, deve-se considerar o consumo específico de energia dos serviços auxiliares como iluminação e ventilação. De acordo com (Schmidt, 1988), este consumo específico pode ser dado por:

$$e_m = 0,06 \cdot (e_{if} + e_{ib}) \quad (87)$$

Caso o trem possua aquecimento, um consumo específico de 4 kW/t-km (14,4 kJ/t-km) deve ser adicionado (Schmidt, 1988).

Deste modo, a energia específica consumida no pantógrafo ou coletor do terceiro trilho é expressa através de:

$$e_{isz} = \frac{(e_{if} + e_{ib})}{\eta_b} + e_m \quad (88)$$

Segundo (Schmidt, 1988) o rendimento médio do trem η_b é de 0,8 para trens completos alimentados em corrente alternada e entre 0,7 e 0,8 para trens também completos alimentados em corrente contínua.

O consumo específico de energia na subestação é relacionado com o consumo específico no pantógrafo ou no coletor do terceiro trilho através do rendimento médio do circuito de tração, tratado mais adiante no item 5.10:

$$e_{tuz} = \frac{e_{tsz}}{\eta_{trac}} \quad (89)$$

De acordo com (Schmidt, 1988), o rendimento médio do circuito de tração é de 0,98 para a corrente alternada monofásica em 50 Hz, 0,97 para corrente alternada monofásica em 16 2/3 Hz e entre 0,90 e 0,93 para corrente contínua.

A determinação do consumo específico acima descrito é válida para todos os tipos de composições. Se em um trecho considerado houver diversos tipos de composições, os valores individuais do consumo específico de energia devem ser determinados.

Calculado o valor da energia específica consumida no pantógrafo ou coletor do terceiro trilho pode-se calcular o consumo neste ponto durante o período de tempo t enquanto o trem percorre a distância s . Deste modo, tem-se:

$$E_{tsz} = e_{tsz} \cdot m \cdot s \cdot 10^3 \quad (90)$$

E o consumo de energia na subestação durante este mesmo período de tempo é dado por:

$$E_{tuz} = \frac{e_{tsz} \cdot m \cdot s \cdot 10^3}{\eta_{trac}} \quad (91)$$

O consumo total na subestação devido a todos os trens durante o período de tempo t pode ser expresso através de:

$$E_{tuz} = \sum_{j=1}^{n_t} E_{tuz_j} \quad (92)$$

Com o conhecimento das exigências mecânicas envolvidas no movimento dos trens pode-se agora investigar o desempenho dinâmico dos diferentes tipos de acionamentos para verificar sua adaptação aos propósitos da tração elétrica.

4. ACIONAMENTOS ALIMENTADOS EM CORRENTE CONTÍNUA

A tração elétrica envolve um grande número de sistemas e diferentes concepções técnicas. Em relação ao motor de tração, pode-se classificá-los em três grandes categorias (Kaller; Allenbach, 1995b): máquinas de coletor, máquinas síncronas trifásicas e máquinas assíncronas trifásicas.

As máquinas de coletor podem ser subdivididas de acordo com a sua alimentação em corrente contínua, corrente alternada monofásica e corrente pulsada. Esta última categoria compreende as máquinas de estator parcialmente laminado que são alimentadas tanto em CC quanto em CA através de recortadores (em inglês chopper e em francês hacheur) no primeiro caso ou através de retificadores controlados no segundo caso (Moser, 1978).

As máquinas trifásicas podem também ser subdivididas em máquinas rotativas ou máquinas lineares (Moser, 1978).

O objetivo do acionamento de tração, alimentado por uma rede de características fixas, é regular o esforço motor e a velocidade dos veículos ou, o conjugado e a velocidade angular do motor. Para isto, nas máquinas de coletor faz-se variar a tensão em seus terminais e sobre a sua excitação. Nas máquinas assíncronas faz-se variar além da tensão trifásica, a frequência na qual são alimentadas. Já no caso das máquinas síncronas, além destas duas grandezas pode-se variar também a tensão de excitação (Kaller; Allenbach, 1995b).

Dividindo-se os veículos de tração elétrica em duas categorias; uma englobando os veículos alimentados em corrente contínua e outra os veículos alimentados em corrente alternada monofásica, pode-se subdividir cada categoria segundo as técnicas de acionamento usadas, como mostra a Fig. 26 (Toledo et al., 1988), (Cabrita, 1990) e (Kaller; Allenbach, 1995b).

Fig. 26 – Acionamentos para a tração elétrica (Kaller; Allenbach, 1995b)

Algumas observações devem ser feitas sobre a tabela contida na Fig. 26.

Para as linhas de contato em corrente contínua (classe C), pode-se ajustar a tensão nos terminais das máquinas através de uma resistência variável em série com a máquina (C1, corrente contínua) ou através de um recortador (C2, corrente pulsada). O controle através de reostatos, bem antigo, é ainda utilizado em instalações atuais. Para as linhas de contato em corrente alternada monofásica (classe A) não são mais construídos veículos por motores diretos alimentados através de um transformador de relação variável (A1). Com efeito, se este tipo de acionamento permitiu o desenvolvimento da alimentação monofásica em frequência especial foi preciso um grande esforço na construção de um motor de qualidade discutível em certas condições de funcionamento, sobretudo durante a partida. Dispondo-se de um retificador fixo entre o transformador variável e o motor (A2), pode-se empregar a eletrificação em frequência industrial utilizando-se os motores de corrente pulsada (Kaller; Allenbach, 1995b).

A variação da tensão através de uma resistência (A3) não é mais aplicada na alimentação em corrente alternada monofásica, a não ser nos veículos bi-corrente que podem ser alimentados tanto em corrente contínua quanto em corrente alternada monofásica. De fato, trata-se de um veículo do tipo C1 que utiliza um grupo transformador-retificador durante a sua circulação em corrente alternada monofásica. No entanto, a configuração mais utilizada hoje é a variação da tensão através de retificadores controlados e motores alimentados em corrente pulsada (Kaller; Allenbach, 1995b).

Atualmente, os motores de coletor são construídos para levar em conta a característica pulsante da corrente e prefere-se, em geral, uma variação contínua do esforço motor (C2 ou A4). A configuração A5 é a configuração C2 adaptada à marcha monofásica através de um grupo transformador-retificador (Kaller; Allenbach, 1995b).

Não se pode regular adequadamente o conjugado e a velocidade das máquinas síncronas e assíncronas sem a utilização de um inversor trifásico de frequência variável alimentado em corrente contínua ou em corrente alternada. A alimentação do inversor pode ser feita diretamente da rede em corrente contínua ou através de um recortador intermediário e, para o caso de alimentação em corrente alternada, através de um retificador controlado. Tais aplicações (C3, C4, A6 e A7) são mais recentes e tornaram-se possíveis devido ao progresso da eletrônica de potência, sobretudo nos dispositivos GTO e IGBT (Kaller; Allenbach, 1995b).

Nota-se, portanto, que para uma alimentação em corrente contínua, há três possibilidades de acionamento: motores alimentados em corrente contínua (C1), motores alimentados em corrente pulsada (C2) e motores assíncronos trifásicos.

4.1 Motores de corrente contínua

4.1.1 Princípio de funcionamento

A máquina de corrente contínua é constituída de duas partes principais: uma parte fixa destinada à criação do campo magnético e uma parte móvel no qual ocorre a conversão da energia elétrica em energia mecânica.

O campo magnético principal é produzido pelos pólos que são montados no estator e que possuem os enrolamentos de campo (excitação). A conversão de energia ocorre em grupos de bobinas ligadas entre si e montadas no rotor da máquina em um enrolamento conhecido como enrolamento de armadura.

Fig. 27 – Pólos em uma máquina CC

Fig. 28 – Rotor de uma máquina CC

Como as tensões e correntes alternam de direção enquanto os condutores do enrolamento de armadura rotacionam, passando da influência de um pólo do estator para o outro, este enrolamento deve fornecer uma retificação "mecânica" destas tensões e correntes. Esta retificação é feita através do sistema escova-comutador.

Fig. 29 – Escovas e comutador

O enrolamento de armadura é então alimentado através de escovas de carvão que deslizam sobre os segmentos (ou teclas) do comutador (ou coletor), geralmente em cobre, que são conectados ao enrolamento de armadura, girando com o mesmo.

Conforme a armadura gira, as ligações das bobinas com o circuito externo são mudadas através da ação do comutador, de modo que o campo magnético de armadura, criado pela corrente de armadura, esteja sempre perpendicular ao campo magnético primário, criado pelo enrolamento de campo. As escovas são posicionadas de tal modo que a comutação ocorre quando os dois lados da bobina estão a meio caminho dos pólos de campo. Deste modo, um conjugado máximo é obtido para uma dada corrente de armadura. Nota-se que o conjugado pode ser expresso através da interação do campo magnético principal e da força magnetomotriz da armadura, fixa no espaço.

Fig. 30 - Esquema de funcionamento de uma máquina CC

O conjugado desenvolvido nas bobinas faz com que elas se movimentem no campo magnético principal, resultando em uma variação do fluxo concatenado por elas e uma conseqüente indução de uma força contra-eletromotriz no enrolamento de armadura.

4.1.2 Equacionamento do motor de corrente contínua

A representação esquemática da máquina de corrente contínua dividida em estator e rotor é mostrada na Fig. 31. A partir dela, pode-se descrever as equações

características da máquina de corrente contínua (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961) e (Rashid, 1999).

Fig. 31 – Circuito equivalente da máquina de corrente contínua

$$u_f = R_f \cdot i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (93)$$

$$u_a = R_a \cdot i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a \quad (94)$$

Como foi dito, o campo magnético principal, ou seja, o fluxo magnético é produzido pelo enrolamento de campo. Sobre uma faixa razoavelmente ampla de excitação, este fluxo magnético é linearmente proporcional à corrente total dos enrolamentos de campo. Em outras palavras, não estão sendo levados em conta os efeitos da saturação. Deste modo, pode-se escrever:

$$\Phi_m = K_8 \cdot i_f \quad (95)$$

E a força contra-eletromotriz pode ser dada por:

$$e_a = K_9 \cdot \Phi_m \cdot \omega_{rm} \quad (96)$$

Pode-se também substituir a eq.(95) na eq.(96):

$$e_a = K_{10} \cdot i_f \cdot \omega_{rm} \quad (97)$$

Se o conjugado do motor é proporcional à corrente de armadura e ao campo magnético, sua expressão pode ser dada por:

$$C_m = K_{10} \cdot i_f \cdot i_a \quad (98)$$

Deve-se observar que a constante de proporcionalidade da eq.(97) é numericamente igual à constante da eq.(98). Este fato pode ser comprovado através do equacionamento da potências mecânica e elétrica, iguais em regime permanente (Mohan; Undeland; Robbins, 1995):

$$\begin{cases} \omega_{rm} \cdot C_m = K_{10} \cdot i_f \cdot i_a \cdot \omega_{rm} = P_m \\ e_a \cdot i_a = K_{10} \cdot i_f \cdot \omega_{rm} \cdot i_a \end{cases} \quad (99)$$

Em condições de regime permanente, as derivadas no tempo das equações acima são nulas. Reescrevendo-as tem-se:

$$U_f = R_f \cdot I_f \quad (100)$$

$$U_a = R_a \cdot I_a + E_a \quad (101)$$

$$\Phi_m = K_8 \cdot I_f \quad (102)$$

$$E_a = K_{10} \cdot I_f \cdot \omega_{rm} \quad (103)$$

$$C_m = K_{10} \cdot I_f \cdot I_a \quad (104)$$

A partir da eq.(101) e da eq.(103) pode-se reescrever a equação de velocidade de um motor de corrente contínua.

$$\omega_{rm} = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{K_{10} \cdot \Phi_m} = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{K_{10} \cdot K_8 \cdot I_f} = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{K_{10} \cdot K_8 \cdot \frac{R_f}{U_f}} \quad (105)$$

Pode-se notar a partir da eq.(105) que é possível variar a velocidade da máquina através do controle da tensão no estator U_a , da corrente de campo I_f ou da resistência associada ao circuito de armadura (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961).

4.1.3 Tipos de motores de corrente contínua

Os enrolamentos de campo podem ser excitados independentemente, por uma fonte de corrente contínua externa ou podem ser auto-excitados, ou seja, a máquina pode suprir a sua própria excitação.

Para este último tipo de excitação, há três modos diferentes de ligação do enrolamento de campo com o enrolamento de armadura. O enrolamento de campo pode ser ligado em série com a armadura, resultando em um motor série, pode ser ligado em paralelo com a armadura, resultando em um motor em derivação (shunt), ou então o enrolamento de campo pode ser dividido em duas partes nas quais uma é ligada em série e a outra ligada em paralelo com a armadura, resultando em um motor composto (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961), como mostrado na Fig. 32.

Fig. 32 – Tipos de motores em corrente contínua

As duas primeiras montagens (excitação separada e excitação em derivação) são praticamente equivalentes pois o enrolamento de campo é alimentado por uma tensão constante (Tessier, 1978).

Em um motor em derivação o fluxo Φ_m é praticamente independente da carga e constante. Deste modo, a eq.(104) torna-se uma reta passando pela origem. Sendo o fluxo constante, a velocidade do motor é muito pouco variável pois a queda de tensão ($R_a \cdot I_a$) da eq.(105) não é mais que uma pequena fração da tensão U_a (Tessier, 1978).

No motor de excitação série, a corrente absorvida pela armadura produz também o fluxo no enrolamento de campo. Como a corrente de campo I_f é igual à corrente de armadura I_a , o conjugado do motor expresso na eq.(104) é, neste caso, proporcional a $(K_{10} \cdot I_a^2)$ (parábola).

Em relação à velocidade, ela diminui rapidamente com o aumento da carga. A eq.(105) mostra que para um aumento da corrente I_a , o fluxo Φ_m (denominador) aumenta na proporção $(K_8 \cdot I_a)$ enquanto o numerador diminui da queda ôhmica ($R_a \cdot I_a$) (variação hiperbólica com I_a).

Pode-se notar também através da eq.(105) que para uma tensão de armadura U_a constante, se a corrente de armadura for pequena, o fluxo magnético e a queda ôhmica ($R_a \cdot I_a$) também serão e o motor corre o risco de disparar. Isto pode ocorrer tanto para uma marcha em vazio quanto durante a patinagem (Tessier, 1978).

Nos motores de excitação composta, o fluxo magnético é produzido em parte pelo circuito de excitação em derivação e o restante pelo circuito de excitação em série. Estas duas excitações podem ser do tipo aditiva (se os fluxos se somam) ou do tipo diferencial (se os fluxos se subtraem). Na operação do modo motor, os campos são obrigatoriamente aditivos.

Nota-se que neste tipo de ligação o fluxo do enrolamento em derivação, essencialmente constante, será aumentado de um valor fornecido pelo enrolamento em série.

Quando aumenta-se a corrente de armadura I_a , o fluxo resultante do motor começa a aumentar, mas em um grau menor que em um motor série. Pela eq.(104) e pela eq.(105) pode-se observar que o ajuste do conjugado e da velocidade do motor com a carga ocorre de maneira menos acentuada que em um motor série. Pode-se observar também que o enrolamento em derivação limita o aumento excessivo da velocidade quando a corrente de armadura é pequena.

Apesar do motor com excitação composta seja utilizado às vezes em tração elétrica leve (trólebus), o motor série se impôs sobre os outros tipos de motores. Algumas razões para isto podem ser citadas (Patin, 1952) e (Nouvion, 1966):

- o motor série permite fornecer um alto conjugado motor durante a partida além de uma variação na sua velocidade;
- uma variação do esforço resistente em um motor em derivação causa uma variação proporcional da corrente de armadura porque o fluxo é constante. Já no motor série, esta mesma variação do esforço resistente causa um aumento pequeno de corrente pois, de acordo com a eq.(104), ($I_a \propto \sqrt{C_m}$);

- entre os eixos motores de um trem podem existir diferentes diâmetros de rodas e, de acordo com a eq.(24), diferentes tipos de motor. Estas variações de velocidade produzem também variações no conjugado do motor. No caso de um motor série, esta variação no conjugado é pequena, o que não ocorre no motor em derivação;
- o conjugado máximo de um motor em derivação depende do fluxo que, por sua vez, depende da tensão na linha de contato. Já no motor série o efeito da queda de tensão na linha de contato é reduzir a velocidade obtida no fim da partida.

Somado a estes pontos, há também o fato de, durante a perda de aderência, há uma forte aceleração no eixo. No motor série, o aumento da velocidade provoca uma diminuição do conjugado do motor, que reduz a aceleração (Kaller; Allenbach, 1995a). Este fato pode ser comprovado através da relação derivada das equações anteriores que dá o valor do conjugado do motor em função da velocidade:

$$C_m = \frac{U_a^2 \cdot K_8 \cdot K_{10}}{(R_a + K_8 \cdot K_{10} \cdot \omega_{rm})^2} \quad (106)$$

4.1.4 Controle dos motores do tipo série

Na alimentação em corrente contínua, os meios de se variar a tensão de alimentação dos motores de tração não são simples. Vários métodos são utilizados simultaneamente.

Um primeiro método consiste em agir sobre a excitação dos motores. A uma tensão constante, reduz-se a corrente de campo (o fluxo) e, conseqüentemente, a força contra eletromotriz do motor, aumentando-se a velocidade. Obtém-se, desta forma, características escalonadas do conjugado do motor em função da velocidade. No entanto, todo o plano $F_m(V)$ não é suficientemente coberto (Tessier, 1978).

Um método complementar consiste em se modificar o acoplamento dos motores que podem ser conectados em série, em série-paralelo e em paralelo, como mostra a Fig. 33. No caso de um trem alimentado em 1500 V e acionado por quatro motores, estes são alimentados sucessivamente em 375 V, 750 V e 1500 V (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978). Já no caso de um trem alimentado em 3000 V, características

construtivas e o processo de comutação não permitem que se ultrapasse 1500 V de tensão nominal dos motores de corrente contínua, o que obriga sempre os motores ligados no número de dois em série.

Fig. 33 – Acoplamento dos motores

Nota-se, portanto, que cada acoplamento corresponde a uma característica dita de campo pleno e diversas características escalonadas de campo enfraquecido (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978), como mostra a Fig. 34.

Fig. 34 – Curvas de campo pleno e campo enfraquecido

Os próximos itens trarão, de uma forma mais detalhada, o controle dos motores do tipo série.

4.1.4.1 Partida

Como pode-se observar na Fig. 34, resta cobrir uma porção do plano $F_m(V)$ situado entre a velocidade nula e a primeira curva de campo pleno. Esta região, como será dito no item 7.1.1, é conhecida como partida.

Durante a partida a corrente absorvida por um motor série é bastante elevada. O problema então, não é melhorar o conjugado do motor durante a partida; é essencialmente limitar o valor da corrente absorvida durante esta região do ciclo de tração (Tessier, 1978).

Para limitar a corrente de partida a um valor que o motor possa comutar satisfatoriamente, os motores são postos em movimento com uma resistência externa em série com a resistência de armadura. Esta resistência variável R_{rh} , chamada reostato, é eliminada conforme o motor ganha velocidade (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961). Deste modo, a eq.(105) pode ser assim reescrita:

$$\omega_{rm} = \frac{U_a - (R_a + R_{rh}) \cdot I_a}{K_{10} \cdot \Phi_m} \quad (107)$$

Os limites superior e inferior da corrente de partida são escolhidos de acordo com as seguintes considerações: a primeira, através das condições de limitação da corrente de partida que assegurem uma comutação satisfatória; a segunda, a partir da necessidade de se dispor de um conjugado do motor suficiente (Kostenko; Piotrovski, 1979a). No caso da tração elétrica, o limite máximo do conjugado é dado pela força de aderência, como mostra a Fig. 35.

Fig. 35 – Características reostáticas

Com base na Fig. 35, o esforço médio pode ser calculado da seguinte forma (Bendel et al. 1994):

$$F_{m \text{ méd}} = F_{m \text{ máx}} \frac{1 + \frac{F_{m \text{ mín}}}{F_{m \text{ máx}}}}{2} \quad (108)$$

Deve-se observar que o esforço motor máximo deve estar entre 1,1 e 1,2 vezes o esforço motor mínimo (Nouvion, 1966) e (Bendel et al. 1994). É importante observar também que quanto mais características reostáticas (com maior variação de R_{rh}) forem possíveis, menor será a diferença entre o esforço motor máximo e o esforço motor mínimo (Müller, 1979).

A variação do esforço motor entre os seus valores máximo e mínimo também afeta o coeficiente de aderência μ através de um fator multiplicador K_{11} dado por (Wende, 2003):

$$K_{11} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{F_{m \text{ mín}}}{F_{m \text{ máx}}} \right) \quad (109)$$

Nota-se, portanto, que o ideal sob o ponto de vista da aderência é realizar uma partida eliminando-se o reostato R_{rh} de uma maneira contínua para que o esforço motor seja desenvolvido de modo constante (Nouvion, 1966).

A relação entre as velocidades durante a partida, para uma resistência R_{rh} nula (ω_{rm0}) e para uma resistência de partida de valor qualquer (ω_{rm}) são dadas através de uma combinação entre a eq.(105) e a eq.(107) (Filipović, 1995):

$$\frac{\omega_{rm}}{\omega_{rm0}} = \frac{U_a - (R_a + R_{rh}) \cdot I_a}{U_a - R_a \cdot I_a} \quad (110)$$

A eq.(110) é válida pois nos dois casos os fluxos são iguais e, assim, as forças contra-eletromotrizes, que são função da corrente I_a , são proporcionais às velocidades (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978):

$$E_{a0}(I_a) = \frac{\omega_{rm}}{\omega_{rm0}} \cdot E_a(I_a) \quad (111)$$

4.1.4.2 *Ligações série-paralelo*

A resistência total de um motor de tração é inferior a $0,1 \Omega$ e a solução empregada para a limitação da corrente durante a partida foi, como visto, a utilização de um reostato que é eliminado progressivamente na partida do trem.

É aceitável durante a partida, que se limita a alguns minutos, que uma parte relativamente pequena de energia despedida durante o ciclo de tração seja perdida na resistência R_{rh} , a menos que o trem realize paradas freqüentes. Por outro lado, a utilização permanente do reostato como meio de regular a velocidade do trem é absolutamente proibitiva. Como foi comentado anteriormente, para completar o plano $F_m(V)$ outros dois parâmetros da eq.(105) são alterados: a tensão aplicada U_a e o campo indutor.

A mudança do acoplamento dos motores (variação da tensão aplicada) pode melhorar o rendimento do trem de forma a obter diferentes pontos de operação em "marcha econômica", ou seja, sem a inserção de uma resistência de partida (Martins, 1986a).

Supondo-se dois motores ligados em série, e considerando-se a hipótese de que as correntes dos mesmos sejam constantes durante a partida, a energia dissipada em R_{rh} será de 50%, como mostra a Fig. 36 a.

Dispondo-se inicialmente os motores em série, com aceleração através de R_{rh} até a metade da velocidade nominal e posteriormente a conexão em paralelo e a aceleração através de R_{rh} até a velocidade nominal, a energia total de aceleração dissipada será de 50%, como mostra a Fig. 36 b.

Fig. 36 – Perda de energia em R_{rh}

Supondo-se U_d a tensão sobre os motores, a eq.(105) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\omega_{rm} = \frac{U_d - R_a \cdot I_a}{K_{10} \cdot \Phi_m} \quad (112)$$

Para o exemplo citado de dois motores, a relação entre a velocidade na ligação série e a velocidade na ligação em paralelo será de aproximadamente 50% (Filipović, 1995).

4.1.4.3 Enfraquecimento de campo

No caso do enfraquecimento de campo a circunstância é diferente daquela encontrada durante a mudança do acoplamento ou regulação através de R_{rh} pois, de um modo geral, dentro do caso da regulação pela tensão, dada uma corrente, o esforço diminui quando se reduz a excitação.

A cada valor de taxa de excitação corresponde a uma característica especial $C_m(I_a)$ que é refletida no plano $C_m(\omega_{rm})$. Em outras palavras, o controle de campo possibilita variar a velocidade do motor, obtendo-se novas curvas escalonadas do esforço motor em função da velocidade, com rendimento elevado relativamente à operação com o reostato de partida (Martins, 1986a).

A redução do fluxo Φ_m é obtida mais simplesmente desviando-se uma parte da corrente através de uma resistência variável R_{sh} , chamada de "shunt" ou resistor indutivo (Kaller; Allenbach, 1995a), como mostra a Fig. 37.

Fig. 37 – Esquema do motor série com resistências de partida e indutiva

Uma análise do circuito na Fig. 37 pode levar ao equacionamento do fator ε que caracteriza o enfraquecimento de campo:

$$\varepsilon = \frac{I_f}{I_a} = \frac{R_{sh}}{R_f + R_{sh}} \quad (113)$$

Deve-se notar que as altas perdas no cobre da armadura e uma comutação mais crítica em campo enfraquecido restringem o enfraquecimento de campo (Leonhard, 2001).

Na prática, para motores não dotados de enrolamentos compensadores – localizados nos pólos com o propósito de diminuir a interação entre os fluxos dos enrolamentos de campo e de armadura em carga, conhecida como reação de armadura – pode-se enfraquecer o campo em até aproximadamente 50%. Já para os motores dotados de enrolamento compensador esta porcentagem sobe para 70, 80% (Filipović, 1995).

Levando-se em conta a eq.(113), a eq.(105) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\omega_{rm} = \varepsilon \cdot \left[\frac{U_a - \left(R_a + \frac{R_f}{\varepsilon} \right) \cdot I_a}{K_{10} \cdot \Phi_m} \right] \quad (114)$$

4.1.4.4 Excursão pelas curvas

Uma vez eliminada a resistência de partida, a excursão pelas várias curvas é determinada pelo aquecimento máximo admissível da classe de isolamento empregada, que fixa a corrente.

Determina-se sobre a curva $F_m(I_a)$ a pleno campo (Fig. 38), o ponto "o" dado o valor do esforço máximo que pode ser desenvolvido de modo contínuo. O ponto "q" corresponde na curva $F_m(V)$ a pleno campo o último acoplamento dada a velocidade na qual o esforço contínuo pode ser exercido. O regime neste ponto é o regime contínuo do trem (Nouvion, 1966).

Fig. 38 – Determinação do regime contínuo

Pode-se dizer que a regulagem de tensão através de resistências e dos diferentes acoplamentos é uma regulagem de conjugado constante ao passo que a regulagem de campo é uma regulagem de potência constante (Tessier, 1978).

Mais precisamente, a regulagem por tensão pode ser feita a uma corrente constante. Deste modo, a potência e a velocidade crescem com a tensão de armadura até que

esta atinja o seu valor nominal. É portanto uma regulação de conjugado constante e potência crescente quando a velocidade aumenta (Tessier, 1978) e (Rashid, 1999).

Por sua vez, a regulação de campo é feita à corrente e potência constantes. Deste modo, o conjugado decresce com a redução do fluxo, a velocidade do motor cresce e a potência permanece constante. É portanto, uma regulação à potência constante e conjugado motor decrescente quando a velocidade aumenta (Tessier, 1978).

4.1.4.5 Freagem elétrica

Durante a freagem elétrica dos trens, seus motores de tração, acionados por forças externas que agem sobre eles, funcionam como geradores (princípio da reversibilidade da máquina de corrente contínua). A energia produzida pode ser dissipada em resistores instalados no trem (freagem dinâmica), ou ainda ser enviada à rede de alimentação (freagem regenerativa) (Martins, 1986a). Estes conceitos são melhor abordados no item 7.3.3.2.

4.1.4.5.1 Freagem dinâmica

A freagem dinâmica pode ser realizada através da auto-excitação ou da excitação independente da máquina de corrente contínua. No primeiro caso, o motor é desconectado da fonte de alimentação externa e reconectado a uma resistência. Para que a máquina tenha condições de gerar energia, é necessário inverter a ligação do campo indutor de tal forma que a corrente gerada reforce o campo magnético residual mantido após o desligamento do motor (Martins, 1986a).

O escorvamento das máquinas funcionando como geradores série é possível graças ao magnetismo residual. Quando a corrente é cortada de um motor, os pólos conservam um resíduo de magnetização de mesma polaridade que na marcha normal. Para fazer funcionar um motor no modo gerador série sem mudar o sentido de rotação, este deve partir utilizando o magnetismo residual que é reforçado pela circulação de uma corrente produzida no sentido conveniente. Como o sentido da corrente no indutor é, por definição, diferente para o regime de tração, para o regime

de freagem deve-se inverter o sentido da corrente do indutor através da mudança das conexões entre campo e armadura (Patin, 1952).

Se for considerada a característica $E_a(I_a)$ do motor para uma dada velocidade, a corrente I_a se estabiliza em um valor tal que:

$$E_a(I_a) = (R_{rh} + R_a) \cdot I_a \quad (115)$$

O que, graficamente, corresponde à intersecção da curva $E_a(I_a)$ com a reta $(R_{rh} + R_a) \cdot I_a$, como mostra a Fig. 39.

Fig. 39 – Interpretação da eq.(115)

O controle do conjugado do motor durante a freagem é então feito com o auxílio da resistência R_{rh} : aumentando-se o seu valor, o conjugado motor diminui (Kaller; Allenbach, 1995a).

No entanto, a freagem a auto-excitação foi abandonada em detrimento da freagem dinâmica à excitação separada. As causas principais são as dificuldades associadas ao início da freagem pois esta só é possível a partir de um valor crítico de $(R_{rh} + R_a)$, como pode-se notar na Fig. 39, e a falta de um ajuste fino na regulação do esforço motor (Tessier, 1978).

No segundo caso anteriormente citado, a excitação independente, o motor é desconectado da fonte de alimentação e uma resistência R_{rh} é conectada a sua armadura. O campo indutor é alimentado a partir de uma fonte interna ao trem (bateria, grupo motor-gerador ou conversor estático) de tensão regulável (Martins,

1986a). Deve-se observar que esta geração não é fácil de se fazer pois ela deve fornecer uma corrente I_f elevada com uma tensão U_f baixa.

Como neste caso, $U_a=0$, a eq.(105), combinada com a eq.(102) e com a eq.(104), toma a seguinte forma (Kostenko; Piotrovski, 1979a):

$$\omega_{rm} = \frac{(R_a + R_{rh})}{\Phi_m^2} \cdot \frac{C_m}{K_{10} \cdot K_8} \quad (116)$$

Nos instantes iniciais do regime de freagem dinâmica, a velocidade de rotação da máquina praticamente não varia e, conseqüentemente, a força eletromotriz E_a também não. No entanto, a corrente I_a muda de sentido, visto que, como motor $I_a=(U_a-E_a)/R_a$, e como gerador, $I_a=-E_a/(R_{rh}+R_a)$. Por isto, no veio da máquina desenvolve-se um conjugado freante $-C_m$ (Kostenko; Piotrovski, 1979a).

Para um valor de corrente de excitação dada, a força eletromotriz E_a dos motores é proporcional à velocidade, como mostrado na eq.(103). Então para uma resistência R_{rh} dada, a corrente nesta resistência é proporcional à força eletromotriz do motor para uma dada velocidade. Se o fluxo indutor se mantiver constante, o conjugado motor e, conseqüentemente, o esforço motor são proporcionais à velocidade. Para uma excitação e uma resistência dada, a curva do motor em função da velocidade é então uma reta passando pela origem (Tessier, 1978).

Para cobrir o plano da característica do esforço motor em função da velocidade com um conjunto de curvas suficientemente próximas, opera-se com uma resistência de valor fixo e excitação variável. Para se obter um conjunto de curvas após a última correspondente à corrente máxima de excitação, a regulação do esforço motor pode ser feita a uma excitação máxima constante e a um valor de resistência variável e decrescente (Tessier, 1978), como mostra a Fig. 40.

Fig. 40 – Controle de freagem à excitação separada

Deve-se notar que a fonte de alimentação da excitação traz a possibilidade de uma regulagem fina sem haver problemas nas velocidades elevadas. Nesta região, o valor da corrente I_a deve ser tal que não seja ultrapassada a potência limite que pode ser dissipada no resistor R_{rh} ($R_{rh} \cdot I_a^2$). Estes pontos se situam sobre uma hipérbole de equipotência (Tessier, 1978), traçada na Fig. 40.

É importante notar que quando se trata de parar um trem, o esforço motor produzido durante a freagem dinâmica é insuficiente para assegurar uma desaceleração conveniente a um sistema de freagem. Deste modo, a freagem dinâmica é empregada somente como freagem de conservação ou como freagem de parada, se empregada em conjunto com uma freagem mecânica (Nouvion, 1966).

4.1.4.5.2 Freagem regenerativa

O problema da freagem regenerativa é muito diferente da freagem dinâmica. A diferença essencial é que os motores de tração (funcionando como geradores) fornecem correntes a uma rede de alimentação na qual a tensão U_d é imposta. Em vista disto, dois pontos devem ser observados. O primeiro é que a regeneração só é possível se a força eletromotriz E_a for superior à tensão da rede U_d . A excitação das máquinas, por qualquer método que seja, é limitada pelo aquecimento dos indutores e pela saturação. Deste modo, em baixas velocidades não se pode regenerar energia (Garreau, 1965).

O segundo ponto a ser observado é que se nenhuma resistência for inserida entre o gerador e o pantógrafo (ou coletor do terceiro trilho), tem-se ($E_a - U_a = R_a \cdot I_a$). A força eletromotriz E_a , todo instante superior a U_a , deve estar próxima da mesma, como durante o regime de tração (Garreau, 1965).

Os trens de concepção clássica (sem acionamento eletrônico) utilizam o motor em derivação para realizar a freagem regenerativa, tendo em vista que a sua característica $F_m(V)$ permite passar automaticamente do regime de tração para o regime de freagem, desde que a velocidade do motor seja superior a sua velocidade em vazio (Martins, 1986a).

Para o motor com excitação em série o problema é mais complicado, pois este tipo de motor não pode passar por si mesmo do modo de regime de tração para o regime de freagem regenerativa por simples aumento de velocidade. Aumentando-se a velocidade, diminui-se o fluxo Φ_m e a força contra-eletromotriz E_a pode aproximar-se do valor da tensão de armadura U_a , mas não pode ultrapassá-la (Kostenko; Piotrovski, 1979a).

Há também o fato da instabilidade da marcha dos geradores do tipo série. Supondo-se que uma máquina série comece a absorver da rede uma corrente I . Se, em um dado momento, a corrente começar a crescer, este acréscimo de corrente vai produzir um aumento do campo indutor e, por consequência, da força eletromotriz. Como a tensão nos terminais é praticamente fixa pela rede de alimentação, a corrente vai continuar a crescer e produzir uma freagem brutal (Patin, 1952).

De fato, o esforço de freagem de um gerador série diminui quando a velocidade aumenta. Se por acaso a velocidade aumentar ligeiramente, o esforço de freagem decresce, a velocidade aumenta e o trem se embala (Patin, 1952).

No caso do motor com excitação em derivação, a freagem regenerativa tem lugar quando a máquina, inicialmente funcionando como motor, passa a ser acionada pela carga a uma velocidade superior à do funcionamento em vazio. Neste caso, a força eletromotriz E_a torna-se maior que a tensão da rede e por isto a corrente $I_a = (U_a -$

$E_a)/R_a$ muda de sinal, mudando também o sinal do conjugado desenvolvido pela máquina, isto é, a máquina começa a funcionar como gerador em paralelo com a rede (Kostenko; Piotrovski, 1979a).

A corrente regenerada cresce com a velocidade e se anula a uma velocidade que pode ser calculada a partir da eq.(101), da eq.(102) e da eq.(103) (Tessier, 1978):

$$\omega_{rm} = \frac{U_a}{K_{10} \cdot \Phi_m} \quad (117)$$

Para cada valor de excitação, há uma reta representativa do esforço motor em função da velocidade. A corrente máxima admissível limita a utilização destas retas em uma hipérbole de equipotência máxima, como mostra a Fig. 41. A regulação do esforço de freagem é então obtida somente pela regulação da intensidade da excitação através de R_{sh} (Tessier, 1978) e (Kaller; Allenbach, 1995a).

Fig. 41 – Característica de $F_m(V)$ para freagem regenerativa de um motor em corrente contínua com excitação em derivação

Para o caso dos motores não dotados de enrolamentos compensadores, a reação de armadura modifica ligeiramente as características de esforço motor em função da velocidade (traçados pontilhados na Fig. 41) (Tessier, 1978).

É importante destacar também que outros sistemas de recuperação existiram ao longo do tempo além do sistema à excitação variável. Entre eles pode-se citar os sistemas de recuperação a esforço motor constante, os sistemas à excitação

constante, os sistemas que utilizavam um ou vários motores como excitatrizes dos outros motores e os sistemas a conversores (metadínamo) (Patin, 1952).

4.1.4.6 Aparelhagem utilizada no comando

Até agora foi visto que a regulação da velocidade dos motores de tração é feita através de resistências e acoplamentos. Estas operações são realizadas através de contadores que devem ser abertos ou fechados seguindo uma ordem rigorosa e acionados através da cabine de comando. Para assegurar esta ordem rigorosa de funcionamento, pode-se utilizar (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966) e (Tessier, 1978):

- equipamentos de comando coletivo por chave de cames;
- equipamentos de comando individual.

A chave de cames é composta por diversos discos metálicos que apresentam algumas ranhuras em suas bordas. Desta forma, a posição angular da chave faz com que cada disco feche ou não um contador, assegurando uma sucessão correta de todas as operações (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966); (Tessier, 1978) e (Assini; Masuda, 1985).

O comando por chave de cames apresenta a vantagem de assegurar uma ordem rigorosa das operações e simplificar, deste modo, os controles nos circuitos auxiliares de comando. Entretanto, este tipo de comando apresenta um funcionamento relativamente lento nos trens de alta potência que é aliado às dificuldades de abertura dos contadores de seccionamento além de uma relativa dificuldade na passagem do regime de tração para o regime de freagem elétrica (Tessier, 1978).

Assim, dispõe-se do segundo tipo de comando, o comando individual no qual cada contador possui seu próprio servo-motor de comando. O controle dos valores das resistências ou estágios é feito através das combinações dos contadores que são armazenadas em registradores ou memórias eletrônicas (Tessier, 1978) e (Assini; Masuda, 1985).

Vale lembrar também uma terceira categoria, a ação direta, hoje em desuso. Nesta categoria, para os trens e bondes alimentados em baixa tensão, o condutor comanda diretamente a abertura e o fechamento dos circuitos através de um graduador. Este aparelho é constituído de um tambor isolante que possui teclas de cobre na sua periferia que fazem o contato com os cabos provenientes dos motores e resistências. A abertura e o fechamento dos circuitos é feita através de uma manivela sobre o tambor (Patin, 1952).

Como exemplo de trens de acionamento eletromecânico pode-se citar os trens da Série 1700 e 4400 da CPTM.

4.1.5 Recortadores

Na década de 70, graças aos desenvolvimentos na eletrônica de potência, foi possível substituir o controle eletromecânico, visto no anterior, com seus problemas de manutenção e de penalização do rendimento do motor, por conversores estáticos CC-CC a tiristores, conhecidos como recortadores. O motor com excitação série que antes era alimentado em corrente contínua pura, passou a ser alimentado em corrente contínua pulsada, daí a sua designação de motor de corrente contínua pulsada (Cabrita, 2001).

Em corrente alternada, um transformador clássico é uma idéia simples para elevar ou abaixar a tensão. O mesmo não ocorre em corrente contínua. Com a resistência de partida e os diferentes acoplamentos dos motores, vistos anteriormente, dá a impressão de que a tensão fornecida para o trem não poderia ser "transformada". Entretanto, esta tensão constante pode ser fornecida em secções de largura definida e em um ritmo bastante rápido no qual faz-se variar a duração e os intervalos das mesmas obtendo-se, desta forma, uma tensão variável. Esta é a noção de um recortador (Cossidé, 1973).

4.1.5.1 Princípio de funcionamento

Dependendo do tipo de montagem do recortador, pode-se obter um circuito abaixador de tensão (montagem série) ou um circuito elevador de tensão (montagem

paralela) (Martins, 1986a). Em um circuito abaixador de tensão (step-down ou buck), a tensão média de saída é menor que a tensão de entrada. Já para o circuito elevador de tensão (step-up ou boost), a tensão de saída é maior que a tensão de entrada.

Para uma montagem série, a regulação da tensão pode ser obtida pelo esquema da Fig. 42, na qual um interruptor estático permite fornecer uma tensão periódica ao motor. A tensão média aplicada irá variar de acordo com os tempos de fechamento do interruptor (Cossíé, 1973).

Fig. 42 – Princípio do recortador

No entanto, para se obter um funcionamento satisfatório do motor deve-se completar o esquema com a adição de uma indutância, a indutância de alisamento, e de um diodo, o diodo de roda livre (Cossíé, 1973), como mostra a Fig. 43 a.

Quando o interruptor é fechado por um tempo t_2 , a corrente na indutância de alisamento cresce e é armazenada energia nesta indutância. Se o interruptor for aberto, a energia armazenada na indutância será transferida para o motor através do diodo de roda livre e a corrente da indutância cairá. Supondo-se um fluxo contínuo de corrente, a forma de onda da corrente no motor é mostrada na Fig. 43 b.

Fig. 43 – Princípio do recortador melhorado

Nota-se a partir da Fig. 43 b as formas de corrente nos diferentes pontos do circuito. A tensão aplicada ao motor pode ser decomposta em uma tensão contínua (valor médio) e uma tensão alternada (Cossidé, 1973), como mostra a Fig. 44.

Fig. 44 – Decomposição da tensão

Como o valor de L_a é muito baixo em comparação com o valor da indutância de alisamento, o componente contínuo (valor médio) aparece praticamente nos terminais do motor enquanto que o componente alternado aparece nos terminais da

indutância de alisamento. Deste modo, o motor é atravessado por uma corrente pulsada e a tensão aplicada a ele é praticamente contínua. O recortador comporta-se então como um transformador de tensão no qual a razão de transformação é igual à relação cíclica (ciclo de trabalho) δ_t (Cossíé, 1973). As flutuações de tensão podem ser bastante diminuídas através do uso de um filtro passa-baixa, constituído de um indutor e de um capacitor (Mohan; Undeland; Robbins, 1995).

O valor médio da tensão em condução contínua (corrente não cai para zero a cada ciclo de trabalho) pode ser dado com o auxílio da razão cíclica por:

$$U_a = U_d \frac{t_2}{t_1} = U_d \cdot \delta_t \quad (118)$$

A regulação da tensão pode ser feita de três modos diferentes (Martins, 1986a):

- mantendo-se a frequência fixa e variando-se o tempo de condução t_1 e a relação cíclica;
- variando-se a frequência e mantendo-se fixo o tempo de condução;
- variando-se a frequência e o tempo de condução (t_1 e t_2 variáveis).

De acordo com A. Cossíé (1973), a regulação da tensão é obtida pelo funcionamento à frequência fixa e variando-se os tempos de condução. A variação da frequência não é aceitável em razão dos riscos de interferência com as frequências utilizadas na sinalização.

A frequência deve ser variada em uma ampla faixa para se obter uma faixa completa de tensão na saída. Este tipo de controle geraria harmônicos em frequências imprevisíveis e o projeto de um filtro seria difícil (Rashid, 1999). Fazendo-se a frequência do recortador constante os tempos de condução são comandados através da variação da razão cíclica (Kaller; Allenbach, 1995a).

No entanto, a escolha da frequência de funcionamento do recortador resulta do melhor compromisso entre as limitações impostas pelos componentes do recortador,

as taxas de ondulação da corrente do motor e da corrente na linha de contato (Martins, 1986a).

4.1.5.2 Regulagem do campo indutor

Para cobrir a totalidade do plano $F_m(V)$, falta fazer a regulagem do campo indutor dos motores de tração após a regulagem da tensão.

Como foi comentado no item 4.1.4.3, a regulagem de campo era obtida por uma derivação da corrente através da resistência R_{sh} em paralelo ao indutor. Este sistema de regulagem descontínua do campo pode, evidentemente, ser reconstituído em um recortador. Além disto, é preferível fazer uma regulagem contínua do campo após uma regulagem contínua da tensão, o que pode ser feito pelos tiristores que compõem o recortador (Cossíé, 1973).

Deste modo, a regulagem contínua do campo indutor dos motores série pode ser realizada por intermédio de um tiristor em derivação. O disparo deste tiristor permite desviar para fora do campo indutor a corrente de armadura (Martins, 1986a), como mostra a Fig. 45.

Fig. 45 – Circuito simplificado para enfraquecimento de campo

Fazendo-se variar a razão cíclica é teoricamente possível fazer variar a resistência em derivação entre R_{sh} e 0 (Kaller; Allenbach, 1995a).

Os comandos independentes da tensão nos terminais e da excitação definem duas zonas no plano $F_m(V)$ (Kaller; Allenbach, 1995a), como mostra a Fig. 46. É importante notar a semelhança entre a Fig. 46 e a Fig. 38.

Fig. 46 – Recortador com enfraquecimento de campo

4.1.5.3 Freagem elétrica

A disposição dos elementos constituintes em um esquema de regulação de tensão através de recortadores pode ser utilizado para obter a freagem elétrica seja ela dinâmica, seja ela regenerativa (Cossíé, 1973). Para a realização da freagem elétrica, o recortador é montado em paralelo com os motores, funcionando como elevador de tensão (Martins, 1986a), como mostra a Fig. 47.

Fig. 47 – Montagem simplificada do recortador para a freagem elétrica

Deve-se notar que tanto na freagem dinâmica quanto na freagem regenerativa a excitação do motor é, em vários casos, do tipo separada e regulada para funcionar em geração com uma força eletromotriz E_a . Para diminuir as instabilidades que aparecem nas altas velocidades e a corrente de excitação que se anula às baixas velocidades, pode-se modificar o circuito de regulação de campo no caso de um motor de excitação série ou também assegurar a excitação através de uma fonte separada, variável ou não (Kaller; Allenbach, 1995a).

No caso de freagem dinâmica, durante o tempo de condução do recortador, a excitação independente do motor é regulada para que o motor funcione como gerador sendo uma pequena parte da energia dissipada na resistência R_a e a outra armazenada na indutância de alisamento (Martins, 1986a).

Controlando-se a razão cíclica δ_t , a resistência de freagem pode ser variada de R_a a (R_a+R_{rh}) e a potência de freagem pode ser controlada. Nestas condições, tudo se passa como se houvesse uma resistência de freagem cujo valor aparente fosse (Cossíé, 1973); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a):

$$R_{rh} \left(\frac{t_1 + t_2}{t_1} \right) = R_{rh} \cdot (1 - \delta_t) \quad (119)$$

A resistência R_{rh} determina a especificação da tensão máxima do recortador (Rashid, 1999).

A característica do esforço motor em função da velocidade comporta uma porção de hipérbole equilátera à potência de freagem constante obtida fazendo-se crescer a excitação separada do motor progressivamente enquanto a velocidade decresce. Uma vez atingido o ponto de excitação máxima e também o ponto no qual (R_a+R_{rh}) é máximo, o recortador permite eliminar R_{rh} progressivamente de tal forma que F_m é constante enquanto a velocidade decresce até o ponto no qual $R_{rh}=0$. A partir daí, o esforço motor torna-se nulo (Tessier, 1978), como mostra a Fig. 48. É muito importante notar a semelhança entre a freagem dinâmica com o recortador e a freagem dinâmica apresentada no item 4.1.4.5.1. Também vale notar a semelhança entre a Fig. 48 e a Fig. 40.

Fig. 48 – Freagem dinâmica do motor CC com excitação independente comandado por recortador

Como foi dito, a operação da máquina série como gerador é instável quando funcionando em uma tensão de alimentação fixa. Deste modo, para operar em tração foi visto que um controle de excitação separada é necessário. No entanto, esta montagem é sensível às flutuações de tensão da rede de alimentação e uma resposta dinâmica rápida é necessária para se fornecer um controle adequado de freagem. A aplicação dos recortadores permite a freagem regenerativa das máquinas em corrente contínua do tipo série devido a sua resposta dinâmica rápida (Rashid, 1999).

De acordo com (Rashid, 1984), a freagem regenerativa de um motor série controlada através de recortadores pode ser considerada em termos de uma potência de freagem constante, de uma corrente de armadura constante ou através de uma combinação entre estes dois tipos. Deve-se observar que o controle é feito através da razão cíclica δ_t .

Para uma freagem combinada, uma potência máxima de freagem constante é aplicada até que o limite da corrente do motor seja atingido. A partir deste ponto, a freagem continua com uma corrente de armadura constante (Rashid, 1984).

A Fig. 49 mostra o comportamento do esforço motor em função da velocidade e da corrente de armadura para a freagem regenerativa de um motor série (Rashid, 1984) e (Kaller; Allenbach, 1995a).

Fig. 49 – Freagem regenerativa para o motor do tipo série

No caso de uma potência de freagem constante, a razão cíclica é dada por (Rashid, 1984):

$$\delta_t = 1 - \frac{\left[\frac{P_m}{I_a} - (R_a + R_f) \cdot I_a \right]}{U_d} \quad (120)$$

Já para o caso de uma corrente de armadura constante, a razão cíclica é dada por (Rashid, 1984):

$$\delta_t = 1 - \left[\frac{E_a - (R_a + R_f) \cdot I_a}{U_d} \right] \quad (121)$$

Deve-se salientar também que os autores de (Gouthière; Gregoire; Hologne, 1970) e (Gouthière; Hologne, 1976) propõem uma freagem dinâmica com o motor série auto-excitado, como visto no item 4.1.4.5.1. O funcionamento com o recortador é exatamente o mesmo daquele apresentado neste item. A diferença está no valor da resistência de freagem que passa a ter o seu valor crítico a partir de um valor mínimo de razão cíclica.

No caso da freagem regenerativa de uma máquina de excitação independente, contrariamente ao que foi visto no item 4.1.4.5.2, a força eletromotriz E_a , regulada a partir da excitação, deve ser inferior à tensão da linha de contato U_d . A esta força eletromotriz é adicionada a força eletromotriz produzida na indutância de alisamento, o que permite devolver energia à rede (Cossíé, 1973) e (Tessier, 1978).

Sem este artifício, a força eletromotriz E_a só seria superior à tensão na linha de contato U_d quando o trem estiver em velocidades elevadas, limitando, desta forma, a zona de emprego da freagem regenerativa (Tessier, 1978).

Nesta condição, a velocidade mínima e a velocidade máxima de freagem são dadas pelas seguintes equações (Rashid, 1999):

$$\begin{cases} \omega_{rm} = \frac{R_a \cdot I_a}{K_{10} \cdot K_8 \cdot I_f} & \text{mínima} \\ \omega_{rm} = \frac{U_d + R_a \cdot I_a}{K_{10} \cdot K_8 \cdot I_f} & \text{máxima} \end{cases} \quad (122)$$

Deve-se observar que a eq.(122) baseia-se na condição $0 \leq (E_a - R_a \cdot I_a) \leq U_d$ necessária para a transferência controlável de potência (Rashid, 1999).

É importante notar também que, como será visto no item 7.3.3.2, se a rede de alimentação for parcialmente receptiva, um controle das freagens dinâmica e regenerativa seria a forma mais eficiente sob o ponto de vista energético. Este controle é feito no recortador através da tensão da linha de contato. Se a tensão se tornar muito alta, mostrando que a corrente produzida durante a freagem não pode ser recebida pela linha, a razão cíclica δ_r do recortador é ajustada para reduzir a corrente de freagem a um nível aceitável. Caso for excedido os valores mostrados na Tabela 13 (rede não receptiva), a freagem regenerativa é removida e uma freagem dinâmica é aplicada de modo quase instantâneo, mesmo que momentaneamente (Rashid, 1999).

À medida que a freagem reduz a velocidade do trem, e portanto, a rotação dos motores (funcionando como geradores), a tensão gerada por eles se reduz, como mostra a eq.(103). Este efeito é compensado pela redução gradativa de R_{rh} .

Como exemplo de trens acionados por recortadores, tem-se os trens da Série 5000 e 5500 da CPTM (Bieri; Garnier; Navarro, 1978) e (Rodrigues, 2001) e os trens da Linha 1 do Metrô de São Paulo. Com relação aos trens do Metrô de São Paulo, é

importante destacar o pioneirismo na implantação desta tecnologia ainda em estado experimental nos Estados Unidos, Europa e Japão (Alouche, 1992).

4.1.5.4 Vantagens na utilização do recortador

A primeira vantagem que pode ser observada na utilização dos recortadores é que a partir da propriedade fundamental dos mesmos (variação da tensão), todos os pontos dentro dos limites do diagrama do esforço motor em função da velocidade correspondem aos regimes que podem ser mantidos de modo permanente (Tessier, 1978). O controle do esforço motor é feito de modo suave (sem degraus) além de oferecer uma rápida resposta às mudanças nas condições de controle e um controle de solavanco (Hill, 1994a). Estas características permitem um melhor desempenho pois os trens podem desenvolver um esforço motor durante a tração e durante a freagem mais próximo do limite estabelecido pela força de aderência (Alouche, 1992).

A economia de energia é também um ponto favorável na utilização dos recortadores. Como as perdas nas resistências de partida não existem, além de uma aptidão do recortador favorável à freagem regenerativa, a economia global de energia pode atingir, para um sistema metroviário, 35% (Alouche, 1992).

Vale observar que a economia dos sistemas acionados por recortadores tantos em termos de energia quanto em termos de confiabilidade era marginal nos conversores montados com tiristores de comutação forçada na década de 70. Entretanto, esta situação foi modificada na década de 80 com o surgimento dos tiristores do tipo GTO (Hill, 1994a).

Uma outra vantagem na utilização dos recortadores é a redução da corrente de linha durante a partida. Esta propriedade permite aumentar o número de partidas simultâneas sem sobrecarregar as subestações (Alouche, 1992).

A utilização de recortadores traz também uma redução da manutenção necessária se comparado com a utilização de um equipamento eletromecânico pois não há

contatores para as resistências e acoplamentos manobrados freqüentemente e em plena carga (Alouche, 1992).

Os recortadores trazem a possibilidade dos motores de tração serem ligados permanentemente em paralelo (Cabrita, 1981a), um esquema mais vantajoso para o caso de uma patinagem, como foi visto no item 3.5.4.2.

4.1.6 Diagramas

Para os propósitos de cálculo e simulação, dois modelos de um trem são possíveis: o modelo físico e o modelo de diagramas. O modelo físico calcula o esforço motor e a corrente captada pelo trem a partir das equações provenientes do modelo do motor de tração, como as equações vistas no item 4.1.2, levando-se em consideração o controle dos motores e todos os componentes elétricos do trem. É possível, portanto, calcular tensões e correntes em cada ponto do circuito de potência. O modelo de diagramas por sua vez utiliza apenas os diagramas de esforço motor e corrente captada pelo trem durante os regimes de tração e freagem e o circuito de potência é tratado como uma função de transferência (Hofmann; Lösel; Röhlig, 1995). Vale notar que ambos os modelos estão relacionados entre si.

A Fig. 50 traz os diagramas de esforço motor e corrente captada pelo trem durante o regime de tração baseados em todas as considerações até aqui feitas.

Fig. 50 – Diagramas para o motor CC em regime de tração

Através da Fig. 50, pode-se distinguir três regiões. Na primeira região ($0 \leq V \leq V_1$), o esforço motor é constante em seu valor máximo. Já a corrente captada pelo trem se

comporta de acordo com o controle. Para os acionamentos eletromecânicos, seu valor é constante podendo variar de acordo com o acoplamento dos motores visto no item 4.1.4.2. No caso dos acionamentos com recortadores, o valor desta corrente irá crescer linearmente com a velocidade até atingir o seu valor máximo em $V=V_1$ (Bendel et al. 1994) e (Wende, 2003). Equacionando-se esta corrente, tem-se:

$$I_t = \frac{I_{t(V=V_1)}}{V_1} V \quad (123)$$

Na segunda região ($V_1 \leq V \leq V_2$) a corrente captada pelo trem mantém o seu valor constante e o esforço motor cai de forma a manter constante a potência desenvolvida pelo trem. Seu valor é dado por (Bendel et al. 1994):

$$\frac{F_m}{F_{m(V=V_1)}} = \frac{V_1}{V} \quad (124)$$

Pode-se também relacionar as velocidades V_1 e V_2 com o valor mínimo do fator ε , que caracteriza o enfraquecimento de campo, através da seguinte equação (Bendel et al. 1994):

$$V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{\varepsilon_{min}}} \quad (125)$$

Para a última região ($V \geq V_2$), o valor mínimo do fator ε que caracteriza o enfraquecimento de campo, calculado através da eq.(125), é fundamental no cálculo do esforço motor e da corrente captada pelo trem. Deste modo, o esforço motor nesta região é dado por (Bendel et al. 1994):

$$\frac{F_m}{F_{m(V=V_1)}} = \frac{1}{\varepsilon_{min}} \cdot \left(\frac{V_1}{V} \right)^3 \quad (126)$$

E a corrente captada pelo trem pode ser expressa do seguinte modo (Bendel et al. 1994):

$$\frac{I_t}{I_t (V=V_1)} = \frac{1}{\varepsilon_{min}} \cdot \left(\frac{V_1}{V} \right)^2 \quad (127)$$

A utilização do modelo de diagramas pode também levar em conta a variação da tensão na linha de contato. Esta variação irá afetar o esforço motor, a potência desenvolvida e a corrente captada pelo trem (Cieřow; Hofmann, 1994).

Durante a primeira região da Fig. 50 ($0 \leq V \leq V_1$), a tensão na linha de contato não afeta o esforço motor e a potência desenvolvida pelo trem. Já a corrente captada pelo mesmo é linearmente dependente desta tensão. Na segunda região ($V_1 \leq V \leq V_2$) o esforço motor e a potência desenvolvida pelo trem são linearmente dependentes da tensão enquanto que a corrente captada pelo trem não sofre alterações. Para velocidades maiores que V_2 , a potência desenvolvida e a corrente captada pelo trem são linearmente dependentes da tensão na linha de contato. Por sua vez, o esforço motor apresenta nesta região uma dependência quadrática da tensão na linha de contato (Cieřow; Hofmann, 1994).

A Fig. 51 traz o diagrama do esforço motor e corrente fornecida pelo trem durante o regime de freagem. O diagrama aqui apresentado segue a orientação de (Bendel et al. 1994) para uma freagem com uma corrente constante.

Fig. 51 – Diagramas para o motor CC em regime de freagem

Através da Fig. 51 pode-se novamente distinguir três regiões. Na primeira região ($0 \leq V \leq V_1$) a corrente fornecida pelo trem é dada pela eq.(123) e o esforço motor é dado pela equação:

$$F_m = \frac{F_{m(V=V_1)}}{V_1} V \quad (128)$$

Durante a segunda região ($V_1 \leq V \leq V_2$) tanto o esforço motor quanto a corrente fornecida pelo trem se mantêm constantes. Já na terceira região ($V \geq V_2$) a corrente continua constante e o esforço motor cai de forma a manter constante a potência desenvolvida pelo trem. Deste modo, o esforço motor é dado por:

$$\frac{F_m}{F_{m(V=V_2)}} = \frac{V_2}{V} \quad (129)$$

É muito importante observar que o diagrama fornecido de $I_t(V)$ apresentado na Fig. 51 é diferente do diagrama dos trens da Linha 1 do Metrô de São Paulo que são equipados com recortadores, como mostrado em (Polloni, 1979).

Para este caso, o controle utilizado é semelhante ao sugerido em (Rashid, 1984) que combina uma potência de freagem constante com uma corrente de armadura constante. A corrente fornecida pelo trem apresenta alguns picos devido à variação da razão cíclica pois $I_t = n_m \cdot I_a \cdot (1 - \delta_t)$.

Se uma linearização desta corrente for feita, apenas a terceira região ($V \geq V_2$) é diferente do que foi exposto anteriormente e a corrente fornecida pelo trem pode ser dada por:

$$\frac{I_t}{I_{t(V=V_2)}} = \frac{V_2}{V} \quad (130)$$

4.2 Motores de indução trifásicos

4.2.1 Princípio de funcionamento

O estator de um motor de indução trifásico consiste de um enrolamento trifásico distribuído entre as ranhuras do estator. O rotor do tipo gaiola é constituído de um núcleo laminado no qual barras condutoras são incrustadas nas ranhuras deste

núcleo. Estas barras condutoras são curto-circuitadas juntas nas duas extremidades através de anéis condutores.

Fig. 52 – Esquema de um motor de indução do tipo gaiola

Quando o enrolamento do estator é excitado por uma tensão trifásica senoidal e equilibrada de frequência f , correntes irão surgir neste enrolamento que darão origem no entreferro a uma força magnetomotriz e a um fluxo. O número de pólos magnéticos que irão surgir é dado de acordo com a distribuição do enrolamento no estator (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961).

A força magnetomotriz produzida pelas três fases do estator é uma onda senoidal de amplitude constante e cuja velocidade angular, chamada velocidade angular síncrona, pode ser expressa através de:

$$\omega_s = \frac{4 \cdot \pi \cdot f}{n_p} \quad (131)$$

A velocidade da onda senoidal da força magnetomotriz pode também ser expressa através da velocidade de rotação, chamada velocidade de rotação síncrona, por:

$$n_s = \frac{120 \cdot f}{n_p} \quad (132)$$

Considerando-se que o rotor esteja girando na velocidade n_{rm} , que depende da sua carga, na mesma direção do campo girante produzido pelo estator, a diferença entre a velocidade de rotação síncrona e a velocidade de rotação do rotor é conhecida como

escorregamento. O escorregamento pode ser dado como uma porcentagem da velocidade de rotação síncrona ou através da velocidade angular síncrona por:

$$S = \frac{n_s - n_{rm}}{n_s} = \frac{\omega_s - \omega_{rm}}{\omega_s} \quad (133)$$

Esta diferença de velocidade entre o fluxo do estator e os condutores do rotor faz com que sejam induzidas tensões de uma frequência conhecida como frequência de escorregamento. Tal frequência é igual a:

$$f_{sl} = f \cdot S \quad (134)$$

As tensões induzidas no circuito do rotor dão origem a correntes de frequência f_{sl} . Estas correntes criam uma força magnetomotriz girante também na frequência f_{sl} em relação ao rotor. Somando-se a velocidade desta força magnetomotriz à velocidade do rotor tem-se a velocidade síncrona, como pode ser observado através de uma manipulação da eq.(133). Ou seja, esta força magnetomotriz criada pelo rotor é estacionária em relação à força magnetomotriz do estator.

O conjugado do motor desenvolvido é proporcional ao produto das amplitudes das forças magnetomotrizes do rotor e do estator. Sua expressão pode ser dada em função da força magnetomotriz do rotor e da força magnetomotriz resultante entre as forças magnetomotrizes do estator e do rotor e também do fluxo mútuo no entreferro produzido pelo efeito combinado das correntes do estator e do rotor (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961).

A grande parte do fluxo produzido pelo estator e pelo rotor cruza o entreferro e concatena o enrolamento do estator e as barras do rotor, sendo este fluxo chamado de fluxo mútuo Φ_m . A parte do fluxo produzido pelo estator que concatena, respectivamente, os enrolamentos do estator e as barras do rotor é chamado no primeiro caso de fluxo disperso do estator $\Phi_{\sigma s}$ e no segundo caso de fluxo disperso do rotor $\Phi_{\sigma r}$, como mostra a Fig. 53.

Fig. 53 – Fluxos em uma máquina assíncrona

O fluxo mútuo gera forças contra-eletromotrizs simétricas de frequência f no enrolamento trifásico do estator, de acordo com a Lei de Faraday, além de tensões induzidas no rotor.

4.2.2 Circuito equivalente da máquina de indução

O estator só tem conhecimento do que está acontecendo no rotor através das ondas de força magnetomotriz resultante e do rotor. Para o estator, não haveria diferença se o rotor fosse substituído por um outro de mesma força magnetomotriz, mesmo fator de potência e mesma velocidade.

Esta substituição leva à idéia de referir as quantidades do rotor ao estator. As considerações de fluxo e força magnetomotriz podem ser diretamente traduzidas em um circuito para a máquina em regime permanente. A máquina de indução pode ser vista como um transformador contendo um entreferro e uma resistência variável no secundário. O primário do transformador corresponde ao estator enquanto o secundário corresponde ao rotor (Nasar, 1984).

Desta forma, as máquinas de indução trifásicas de enrolamentos simétricos excitados por tensões trifásicas e equilibradas podem ter o seu princípio de funcionamento em regime permanente expresso em um circuito equivalente, mostrado na Fig. 54.

Fig. 54 – Circuito equivalente por fase do motor de indução

A corrente do estator, descontando as perdas no ferro (que causam um avanço do fasor de I_m em relação ao fasor de Φ_m) como de praxe, pode ser decomposta em duas partes: um componente de magnetização e um componente de carga.

O componente de carga ($-I_r$) produz uma força magnetomotriz que equilibra a força magnetomotriz real do rotor. O componente de magnetização (I_m) é a corrente de estator necessária para se criar o fluxo resultante no entreferro. Esta corrente está atrasada de 90° em relação à força contra-eletromotriz do estator e pode ser considerada como uma corrente atravessando um ramo paralelo composto pela indutância de magnetização L_m (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961).

Fasorialmente, a corrente do estator pode ser dada por:

$$\dot{I}_s = \dot{I}_m - \dot{I}_r \quad (135)$$

O quociente das magnitudes da força contra-eletromotriz e a corrente de magnetização é a reatância de magnetização ($\omega \cdot L_m$). Deste modo, tem-se (Kostenko; Piotrovski, 1979b):

$$-\dot{E}_a = j \cdot \omega \cdot L_m \cdot \dot{I}_m \quad (136)$$

Valores típicos para L_m estão entre 3 e 30 mH (Decottignies, 2005).

A corrente de magnetização também pode ser dada por:

$$i_m = \frac{N_s \cdot \Phi_m}{L_m} \quad (137)$$

E a força contra-eletromotriz por:

$$e_a = N_s \frac{d\Phi_m}{dt} \quad (138)$$

Sendo o fluxo mútuo uma onda senoidal de frequência f , o valor eficaz da corrente de magnetização pode ser expresso através de (Mohan; Undeland; Robbins, 1995):

$$I_m = K_{12} \cdot \Phi_m \quad (139)$$

Vale observar a semelhança entre a eq.(102) e a eq.(139).

O valor eficaz da força contra-eletromotriz do estator também pode ser expresso em termos de uma constante por:

$$E_a = K_{13} \cdot f \cdot \Phi_m \quad (140)$$

O efeito sobre as características elétricas da máquina dos fluxos de dispersão do estator e do rotor que induzem tensões nos próprios enrolamentos podem ser levados em conta através das indutâncias de dispersão do estator $L_{\sigma s}$ e do rotor $L_{\sigma r}$. Deve-se levar em conta também a queda ôhmica deste enrolamento representado através de R_s , cujo valor, segundo (Decottignies, 2005), está entre 10 e 40 mΩ. Assim, aplicando-se a Segunda Lei de Kirchhoff, a equação das tensões no estator, para uma máquina funcionando como motor, é dada por (Kostenko; Piotrovski, 1979b):

$$\dot{U}_s + \dot{E}_a - j \cdot \omega \cdot L_{\sigma s} \cdot \dot{I}_s = R_s \cdot \dot{I}_s \quad (141)$$

Deve-se notar que na eq.(141) o equilíbrio das forças eletromotrizes no qual a tensão U_s é considerada como ação de alimentação sobre o estator e a soma $(\dot{E}_a - j \cdot \omega \cdot L_{\sigma s} \cdot \dot{I}_s - R_s \cdot \dot{I}_s)$ é a reação do enrolamento em relação a esta alimentação (Kostenko; Piotrovski, 1979b).

Fig. 55 – Diagrama fasorial do motor de indução

Substituindo-se E_a pela eq.(136) tem-se:

$$\dot{U}_s = j \cdot \omega \cdot L_m \cdot \dot{I}_m + (R_s + j \cdot \omega \cdot L_{\sigma s}) \cdot \dot{I}_s \quad (142)$$

Aplicando-se a eq.(135) em I_m resulta em:

$$\dot{U}_s = j \cdot \omega \cdot L_m \cdot \dot{I}_r + [R_s + j \cdot \omega \cdot (L_{\sigma s} + L_m)] \cdot \dot{I}_s \quad (143)$$

Introduzindo-se o conceito de indutância completa (ou própria cíclica) ou seja, a indutância referente ao fluxo total (mútuo mais o fluxo de dispersão) que atravessa o enrolamento, a eq.(143) fica:

$$\dot{U}_s = j \cdot \omega \cdot L_m \cdot \dot{I}_r + (R_s + j \cdot \omega \cdot L_s) \cdot \dot{I}_s \quad (144)$$

Se for considerado o fluxo Ψ_s como o fluxo total através do enrolamento do estator, criado pelo fluxo mútuo e pelo fluxo de dispersão, a eq.(144) pode ser recombinação da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{U}_s = R_s \cdot \dot{I}_s + j \cdot \omega \cdot \dot{\Psi}_s \\ \dot{\Psi}_s = L_s \cdot \dot{I}_s + L_m \cdot \dot{I}_r = L_{\sigma s} \cdot \dot{I}_s + L_m \cdot \dot{I}_m \end{cases} \quad (145)$$

Vale notar que a eq.(145) representa o regime permanente. Uma equação mais geral da tensão é dada por (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Leonhard, 2001):

$$\dot{U}_s = R_s \cdot \dot{I}_s + j \cdot \omega \cdot \dot{\Psi}_s + \frac{d\dot{\Psi}_s}{dt} \quad (146)$$

Neste ponto é importante notar que alguns autores como (Rashid, 1999) simplificam o circuito equivalente através da mudança da indutância de magnetização para os terminais do enrolamento do estator partindo-se do princípio que:

$$(\omega \cdot L_m)^2 \gg R_s^2 + (\omega \cdot L_{\sigma s})^2 \quad (147)$$

Tal princípio sugere que a tensão aplicada ao ramo paralelo do circuito equivalente composto pela indutância de magnetização L_m é aproximadamente igual à tensão U_s aplicada aos terminais do estator.

Esta simplificação implica em um circuito que só envolve o estator e o rotor, ou seja, implica em uma corrente do estator igual à corrente do rotor. Segundo os autores de (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961) esta aproximação não é permitida para os motores de indução sob condições normais por causa dos altos valores atingidos pelas correntes de magnetização. Tal simplificação não será aplicada neste trabalho.

No rotor, atuam a força contra-eletromotriz criada pelo fluxo mútuo (E_a), a força contra-eletromotriz criada pelo fluxo de dispersão ($-j \cdot \omega \cdot L_{\sigma r} \cdot I_r$) e a queda ôhmica ($-R_r \cdot I_r$). A soma algébrica destas tensões é nula em um rotor curto-circuitado (Kostenko; Piotrovski, 1979b).

A relação entre a tensão induzida no rotor de frequência f_{sl} e a tensão induzida no estator de frequência f é o escorregamento S . A equação fasorial do rotor, aplicando-se novamente a Segunda Lei de Kirchhoff, pode então ser escrita assim (Kostenko; Piotrovski, 1979b):

$$S \cdot \dot{E}_a - j \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_{sl} \cdot L_{\sigma r}) \cdot \dot{I}_r + (-\dot{I}_r \cdot R_r) = 0 \quad (148)$$

Dividindo-se a eq.(148) por S , tem-se:

$$\dot{E}_a - j \cdot \omega \cdot L_{\sigma r} \cdot \dot{I}_r + \left(-\dot{I}_r \cdot \frac{R_r}{S} \right) = 0 \quad (149)$$

A eq.(149) mostra o efeito combinado da carga no eixo e a queda ôhmica do rotor através de uma resistência refletida R_r/S que é função do escorregamento e, deste modo, da carga mecânica (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961). Os valores típicos para R_r , de acordo com (Decottignies, 2005), são iguais a R_s .

Novamente, como feito para o estator, a eq.(149) pode ser recombinação do seguinte modo:

$$\begin{cases} 0 = \frac{R_r}{S} \dot{I}_r + j \cdot \omega \cdot \dot{\Psi}_r \\ \dot{\Psi}_r = L_r \cdot \dot{I}_r + L_m \cdot \dot{I}_s = L_{\sigma r} \cdot \dot{I}_r + L_m \cdot \dot{I}_m \end{cases} \quad (150)$$

Tal qual no estator, a equação geral da tensão no rotor é dada por (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Leonhard, 2001):

$$0 = \frac{R_r}{S} \dot{I}_r + j \cdot \omega \cdot \dot{\Psi}_r + \frac{d\dot{\Psi}_r}{dt} \quad (151)$$

Se a reatância de dispersão do rotor ($\omega \cdot L_{\sigma r}$) for muito pequena em comparação com a resistência do rotor, o ângulo de carga δ irá ter o seu valor ótimo de 90° . Caso isto não seja verdade, a onda da força magnetomotriz do rotor estará adiantada de $90^\circ - \varphi_r$. A primeira hipótese é verdadeira para a operação normal dos motores de indução (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961) e (Mohan; Undeland; Robbins, 1995).

Sendo a força magnetomotriz do rotor proporcional à corrente no rotor, pode-se expressar o conjugado do motor através de:

$$C_m = K_{14} \cdot \Phi_m \cdot I_r \cdot \sin \delta \quad (152)$$

Adotando-se a hipótese de que $\delta=90^\circ$, tem-se:

$$C_m \cong K_{14} \cdot \Phi_m \cdot I_r \quad (153)$$

É importante notar a semelhança da eq.(153) com a eq.(104) combinada com a eq.(102).

Também, através desta hipótese pode-se observar na Fig. 55 que os fasores de E_a e I_r estão em fase ($\varphi_r=0^\circ$) e os módulos das correntes no motor podem ser dados por:

$$I_s^2 \cong I_r^2 + I_m^2 \quad (154)$$

Sendo $\varphi_r=0^\circ$, da eq.(140) e da eq.(149) tem-se:

$$I_r \cong K_{15} \cdot \Phi_m \cdot f_{sl} \quad (155)$$

Combinado-se a eq.(153) com a eq.(155), o conjugado do motor pode ser expresso em termos ou do fluxo mútuo ou da corrente do rotor. Assim, tem-se:

$$C_m \cong K_{16} \cdot \Phi_m^2 \cdot f_{sl} \quad (156)$$

$$C_m \cong K_{16} \frac{I_r^2}{f_{sl}} \quad (157)$$

Nos motores normais, excetuando-se operação em baixos valores de f , tem-se (Mohan; Undeland; Robbins, 1995):

$$U_s \cong E_a \quad (158)$$

Substituindo-se a eq.(158) na eq.(140), tem-se:

$$U_s \cong K_{13} \cdot f \cdot \Phi_m \quad (159)$$

Expandindo-se a eq.(141) através da aplicação da eq.(154), e também levando-se em conta a simplificação anteriormente feita de que os fasores de E_a e I_r estão em fase, obtém-se:

$$\dot{U}_s \cong -\dot{E}_a - R_s \cdot \dot{I}_r + \omega \cdot L_{\sigma s} \cdot \dot{I}_m + j \cdot \left(-\omega \cdot L_{\sigma s} \cdot \dot{I}_r + R_s \cdot \dot{I}_m \right) \quad (160)$$

Fig. 56 – Diagrama fasorial para baixas frequências

A influência da parte imaginária do segundo termo da eq.(160) na magnitude do fasor de U_s é desprezível por estar perpendicular a este. Assim, a eq.(160) torna-se:

$$\dot{U}_s \cong -\dot{E}_a - R_s \cdot \dot{I}_r + \omega \cdot L_{\sigma s} \cdot \dot{I}_m \quad (161)$$

Como será visto posteriormente, se o fluxo mútuo for mantido constante, E_a irá variar linearmente com f de acordo com a eq.(140). Também, I_m será constante de acordo com a eq.(139). Deste modo, para um fluxo mútuo constante, a eq.(161) será simplificada para:

$$U_s \approx K_{17} \cdot f + R_s \cdot I_r \quad (162)$$

Entretanto, para baixos valores de f , o motor reduz a sua capacidade de produzir conjugado. Isto ocorre porque a resistência do estator R_s faz com que ocorram perdas que, de acordo com a eq.(162), não dependem da frequência e sim, da corrente do rotor.

Deste modo, para que o fluxo Φ_m se mantenha constante, é necessário que a queda ôhmica em R_s seja compensada através de um acréscimo (boost) na tensão U_s .

4.2.2.1 Potência e rendimento

O rendimento de uma máquina de indução alimentada simetricamente em regime permanente também pode ser dado através do circuito equivalente.

Se forem ignoradas as perdas no ferro e as perdas no cobre do estator, a potência ativa fornecida ao enrolamento do estator é passada para o rotor, onde é transformada em potência mecânica e perdas por aquecimento.

No circuito equivalente em regime permanente da Fig. 54, toda esta potência é dissipada na resistência sintética (R_r/S). No entanto, a resistência de cada fase do rotor é apenas R_r . Assim, a diferença entre a potência em (R_r/S) e a potência em R_r (perdas por aquecimento no rotor) corresponde à potência mecânica do motor que não pode ser modelada diretamente através do circuito equivalente (Leonhard, 2001). Deste modo, tem-se:

$$P_m = 3 \cdot I_r^2 \frac{R_r}{S} - 3 \cdot I_r^2 \cdot R_r = 3 \cdot I_r^2 \cdot R_r \cdot \left(\frac{1}{S} - 1 \right) = 3 \cdot I_r^2 \cdot R_r \cdot \left(\frac{1-S}{S} \right) \quad (163)$$

A eq.(164) traz uma estimativa do rendimento da máquina durante o regime de tração ($0 < S < 1$):

$$\eta_m = \frac{3 \cdot I_r^2 \cdot R_r \cdot \left(\frac{1-S}{S} \right)}{3 \cdot I_r^2 \cdot R_r \cdot \left(\frac{1}{S} \right)} = (1-S) \quad (164)$$

Vale observar que as perdas do motor são compreendidas em (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005):

- no estator: perdas por efeito Joule, perdas no ferro e perdas suplementares;
- no rotor: perdas por efeito Joule, perdas no ferro (pequenas), perdas suplementares e perdas mecânicas.

As perdas suplementares no estator e no rotor são difíceis de avaliar porque elas dependem do valor das ondas harmônicas de força magnetomotriz no espaço (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005).

Para os motores de tração metro-ferroviária de uma potência superior a 1 MW, o rendimento em funcionamento nominal entre a potência eletromagnética e a potência mecânica desenvolvida é aproximadamente 98% e o rendimento global é de mais ou menos 95% (Courtois et al., 1998).

Através da eq.(164) pode-se perceber que da potência total transferida ao rotor, a fração $(1-S)$ transforma-se em potência mecânica e a fração S é dissipada nas barras do rotor.

Ressaltando-se os aspectos de potência, o circuito equivalente do motor pode ser modificado. A resistência (R_r/S) pode ser dividida em R_r e $R_r \cdot (1-S)/S$, mostrando que a potência mecânica do motor por fase é igual à potência absorvida por $R_r \cdot (1-S)/S$ (Fitzgerald; Kingsley Jr., 1961).

4.2.3 Controle do motor de indução em regime de tração

Para uma dada máquina, as variáveis disponíveis para o controle da velocidade são a tensão e a frequência nos terminais do estator. Variando-se a velocidade apenas através da tensão não é uma opção viável pois a faixa de operação do motor será limitada porque o conjugado é proporcional ao quadrado da tensão, como mostra a eq.(156) e a eq.(159). Para uma utilização efetiva desta máquina, um motor de indução para a tração deve ter um controle tanto da tensão quanto da frequência (Hill, 1994b).

Este controle na variação da tensão e da frequência permite operar o motor não somente em velocidades de rotação abaixo da nominal mas também, em velocidades de rotação acima do dobro da velocidade nominal sem trazer problemas mecânicos (Mohan; Undeland; Robbins, 1995).

Além disto, um controle apropriado dos motores permite adaptar a amplitude e a frequência do sistema trifásico a cada caso e velocidade de rotação. A dinâmica do movimento não é mais garantida pelas características naturais do motor, como é o caso dos motores de corrente contínua do tipo série, mas pelo tipo de inversor. Em uma primeira aproximação, pode-se dizer que o motor de tração é regulado pela frequência do inversor e pela amplitude da tensão trifásica que permite adaptar o conjugado do motor ao conjugado resistente e à aceleração desejada (Kaller; Allenbach, 1995a).

Quando os motores de tração são alimentados através de inversores de tensão, três regiões distintas, que serão abordadas em seguida, podem ser encontradas.

Fig. 57 – Regiões de controle do motor de indução

4.2.3.1 Região de fluxo constante

Durante esta primeira região de controle, o fluxo mútuo é mantido em seu valor nominal (Courtois et al., 1998); (Steimel, 1998); (Steimel, 2004a) e (Decottignies,

2005). O fluxo mútuo pode ser mantido constante controlando-se a relação U_s/f (Volts/Hertz), tal qual mostrou a eq.(159), exceto em baixas velocidades, como dito anteriormente. Em outras palavras, é variada a velocidade da força magnetomotriz e do fluxo mútuo mantendo-os constantes em suas amplitudes nominais, evitando assim, uma saturação do material. A magnitude da tensão do estator U_s irá crescer proporcionalmente com a frequência até o seu valor nominal.

Se o fluxo mútuo é mantido constante, o motor irá fornecer um conjugado constante e também solicitará uma corrente rotórica constante no caso da frequência de escorregamento ser mantida constante como mostrou a eq.(155), a eq.(156) e a eq.(157).

Para um valor de conjugado nominal, o valor da frequência de escorregamento também deve ser nominal. Conseqüentemente, a corrente rotórica tem o seu valor nominal. Nota-se que nestas condições, variando-se a frequência e mantendo-se a frequência de escorregamento fixa, o escorregamento irá cair de $S=1$ (rotor parado) até seu valor nominal ao final desta região de controle.

É importante lembrar que o esforço motor, e conseqüentemente o conjugado do motor, são limitados pela força de aderência. Portanto, o limite desta região que se estende até a velocidade nominal será a força de aderência.

A velocidade nominal de um trem é a velocidade na qual o motor chega a sua potência nominal, e a partir da qual a tensão no estator se mantém constante em seu valor nominal. Esta velocidade se situa entre 30 e 80% da velocidade máxima, dependendo do tipo e do desempenho exigidos do trem (Hill, 1994b); (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005).

4.2.3.2 Região de potência constante

Aumentando-se a frequência além do seu valor nominal, a velocidade do motor também aumenta.

Mantendo-se a tensão no estator constante, o conjugado do motor irá cair por causa da diminuição do fluxo mútuo ($C_m \sim 1/\omega_{rm}$), como mostrou a eq.(159), e a máquina irá operar, como será mostrado adiante, com potência constante. O fluxo mútuo irá diminuir proporcionalmente com a frequência ($\Phi_m \sim 1/\omega_s$), assim como a corrente de magnetização I_m . Nota-se que esta região é análoga à regulação de campo no controle de velocidade de um motor de corrente contínua, como mostrou o item 4.1.4.4.

Combinando-se a eq.(156) com a eq.(159) tem-se:

$$C_m \cong K_{16} \cdot \left(\frac{U_s}{K_{13} \cdot f} \right)^2 \cdot f_{sl} \quad (165)$$

Aplicando-se as condições acima expostas, a eq.(165) pode ser simplificada para:

$$C_m \cong K_{18} \frac{1}{f^2} f_{sl} \quad (166)$$

Uma corrente rotórica constante pode ser conseguida pelo aumento da frequência de escorregamento, como mostra a eq.(155). Deste modo, nesta região o escorregamento será mantido constante. Aplicando-se a eq.(159) na eq.(155) resulta em:

$$I_r \cong K_{19} \frac{f_{sl}}{f} \quad (167)$$

Mantendo-se o escorregamento S constante, a eq.(167) pode ser ainda mais simplificada se aplicada a eq.(134):

$$I_r \cong K_{19} \frac{S \cdot f}{f} = \text{cte} \quad (168)$$

Retomando-se a eq.(166) e aplicando-se a eq.(134) para um escorregamento S constante, tem-se:

$$C_m \cong K_{20} \frac{1}{f} \quad (169)$$

Pode-se notar através da eq.(169) que o conjugado do motor nesta região será, como foi dito, inversamente proporcional à frequência da fonte.

Reescrevendo-se a eq.(133) em função de ω_{rm} , obtém-se a conhecida expressão:

$$\omega_{rm} = (1 - S) \cdot \omega_s \quad (170)$$

Mantendo-se o escorregamento constante, a eq.(170) pode ser simplificada para:

$$\omega_{rm} = K_{21} \cdot f \quad (171)$$

Reescrevendo-se a equação da potência desenvolvida pelo motor elevando-se em consideração a eq.(171) e a eq.(169) tem-se:

$$P_m \cong K_{21} \cdot f \cdot K_{20} \frac{1}{f} = \text{cte} \quad (172)$$

A eq.(172) mostra que a potência nesta região é constante, conforme foi dito no início deste item. O esforço motor será limitado nesta região pela potência dos motores e não mais pela força de aderência como na região anterior.

4.2.3.3 Região de potência reduzida

A tensão no estator é mantida constante em seu valor nominal. Aumentando-se a frequência, o fluxo irá cair proporcionalmente. Dependendo da construção do motor, entre 1,5 e 2 vezes a velocidade nominal, o fluxo será tão reduzido que o conjugado do motor se aproximará do conjugado máximo permitido pela máquina (Mohan; Undeland; Robbins, 1995). De acordo com (Hill, 1994b); (Steimel, 1998) e (Steimel, 2004a), o conjugado do motor é igual ao conjugado máximo permitido ao fim da região de potência constante e durante toda a região de potência reduzida.

Uma relação típica entre os valores nominal e máximo do conjugado é de 0,4 de acordo com (Steimel, 2004a) e de 0,8 de acordo com (Decottignies, 2005) durante a região de fluxo constante.

Ainda de acordo com P. Decottignies (2005), a amplitude das correntes do estator chegam então a um valor inaceitável e a frequência das correntes no rotor chega ao seu valor crítico. Por esta razão, a frequência de escorregamento é mantida constante nesta região de controle que vai até a velocidade máxima. O valor da frequência de escorregamento, segundo A. Steimel (1998) e (2004), está entre 80 e 100% do seu valor máximo. De acordo com (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005) a frequência de escorregamento, na prática, é menor que 3 Hz.

A tensão no estator é mantida em seu valor nominal e a frequência da fonte é aumentada. Deste modo, o fluxo mútuo e a corrente de magnetização continuam diminuindo proporcionalmente com a frequência ($\Phi_m \sim 1/\omega_s$).

Se a frequência de escorregamento é mantida constante, a eq.(166) modifica-se para:

$$C_m \cong K_{21} \frac{1}{f^2} f_{sl} \cong K_{22} \frac{1}{\omega_s^2} \quad (173)$$

A eq.(173) mostra que o conjugado do motor agora é inversamente proporcional ao quadrado da frequência aplicada. Uma redução da potência fornecida e conseqüente subutilização da potência do motor e do inversor são observadas. Segundo (Steimel, 2004a), a potência do motor será proporcional a $(1/\omega_s)$.

Pela eq.(167), pode-se observar que mantendo-se a frequência de escorregamento constante, a corrente do rotor irá cair do seu valor proporcionalmente à frequência f .

Segundo os autores de (In'kov et al., 1990) esta redução de potência fornecida é uma característica particular dos inversores de tensão (VSI). Quando os motores são alimentados através de inversores de corrente (CSI), uma característica de potência constante é conseguida até a velocidade máxima. Ou seja, a região de potência constante se estende até a velocidade limite.

4.2.4 Freagem

A freagem é realizada através da operação da máquina de indução como gerador sendo mecanicamente acionada acima da velocidade síncrona, que é função da frequência de alimentação.

O modo de excitação da máquina de indução, seguindo (Mohan; Undeland; Robbins, 1995), é através de uma fonte externa. As tensões alternadas devem estar presentes nos terminais do estator para que sejam produzidos fluxo e força magnetomotriz no entreferro. A corrente de magnetização será então fornecida através da fonte.

Caso a velocidade do rotor seja maior que a velocidade do campo girante produzido pelo estator alimentado por uma tensão de frequência f , o escorregamento será negativo como pode ser observado através da eq.(133).

As tensões induzidas no rotor e a corrente rotórica na frequência de escorregamento estarão na direção reversa com respeito às mesmas quantidades nas velocidades abaixo da velocidade síncrona.

A corrente induzida no rotor gera uma força magnetomotriz que gira no espaço à velocidade síncrona. Esta força magnetomotriz gira no mesmo sentido do rotor porém mais lentamente e ainda em interação com a força magnetomotriz do estator. O conjugado do motor será então resistente e a máquina funcionará como gerador fornecendo potência à fonte (Kostenko; Piotrovski, 1979b). O rendimento da máquina trabalhando como gerador ($S < 0$), a exemplo da eq.(164), é dado por (Leonhard, 2001):

$$\eta_m = \frac{1}{(1-S)} \quad (174)$$

Nota-se que a operação da máquina de indução como gerador é igual à operação como motor. A diferença está no sentido do fluxo de energia que no gerador flui do estator para o conversor. Este, nesta situação, irá agir não mais como um inversor, mas como retificador.

O circuito equivalente da Fig. 54 não sofre modificações na operação em freagem. As modificações serão observadas no diagrama fasorial (Kostenko; Piotrovski, 1979b); (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005).

Fig. 58 – Diagrama fasorial do gerador de indução

Como foi dito anteriormente, a tensão no estator U_s e a corrente de magnetização I_m permanecerão com a mesma fase da operação da máquina como motor e distantes 90° entre si, se aplicada a simplificação feita na eq.(158).

A corrente do rotor I_r irá sofrer uma modificação em sua fase. Mantendo-se ainda a simplificação de que o ângulo do fator de potência do rotor φ_r é aproximadamente zero, a corrente do rotor e a força contra-eletromotriz induzida E_a estão em fase na operação da máquina de indução como motor. Já na operação como gerador, o fasor de I_r estará defasado de 180° do fasor de E_a . Logo, o fasor da corrente do estator I_s estará defasado de um ângulo maior que 90° em relação ao fasor de $-E_a$.

Esta defasagem de mais de 90° entre os fasores de I_s e $-E_a$ (e conseqüentemente da tensão de armadura U_s) é levada em conta apenas sob o ponto de vista analítico.

De acordo com A. S. Langsdorf (1981), o componente de potência ativa da corrente do estator é considerado em oposição de fase à tensão para mostrar que a energia flui do motor para o conversor. O ângulo do fator de potência do estator φ_s de um

gerador de indução é considerado como o co-seno de 180° menos o ângulo entre os fasores de U_s e I_s . Em outras palavras, é o ângulo menor que 90° entre o eixo do fasor de U_s e o fasor de I_s .

4.2.4.1 Controle dos motores em regime de freagem

A característica do esforço motor em função da velocidade na freagem pode ter duas ou três regiões de controle distintas. Para o caso desta característica ter três regiões, tal qual a característica do esforço motor em função da velocidade anteriormente discutida, o controle dos motores será exatamente igual ao controle em regime de tração.

O controle dos motores em freagem aqui discutido é o utilizado quando a característica do esforço motor em função da velocidade possui duas regiões: uma de torque constante e outra de potência constante. Tal característica é comum nos trens alimentados em corrente contínua. Além disto, de acordo com (Plunkett; Lipo, 1976), a região de potência reduzida pode ser evitada na freagem através de um dimensionamento apropriado dos resistores de freagem.

A região de potência constante na freagem é controlada igualmente à região de potência constante no regime de tração (Plunkett; Plette, 1977). A tensão no estator U_s é mantida constante, assim como o escorregamento S e a corrente no rotor I_r . A corrente de magnetização I_m e o conjugado do motor C_m irão aumentar proporcionalmente com a queda da frequência f da tensão no estator.

Para a região de fluxo constante, a estratégia de controle é similar à da região de fluxo constante em tração. A frequência de escorregamento f_{sl} é mantida constante em um valor compatível com o conjugado do motor para um fluxo mútuo em seu valor nominal.

4.2.5 Alimentação do motor: esquemas possíveis com conversores estáticos

Os itens anteriores fizeram uma descrição da máquina de indução e a operação básica da mesma durante o regime de tração e o regime de freagem. É interessante

conhecer agora como um sistema trifásico de tensão e frequência variáveis é gerado a partir de uma rede de alimentação em corrente contínua. Há basicamente dois modos de se fazer isto: através de um inversor de corrente (CSI) ou através de um inversor de tensão (VSI) (Marugan, 1982).

Como os nomes já dizem, em um inversor de corrente, a rede de alimentação CC aparece como uma fonte de corrente (idealmente com uma resistência interna próxima do infinito). Por sua vez, em um inversor de tensão a rede de alimentação aparece como uma fonte de tensão (idealmente sem resistência interna) (Mohan; Undeland; Robbins, 1995).

O desenvolvimento dos tiristores de potência na década de 60 levou a vários acionamentos experimentais com inversores em tração elétrica. Entretanto, a baixa tensão dos componentes e os limites de corrente levaram a circuitos com vários tiristores ligados em série ou em paralelo para que a potência necessária fosse atingida. O próximo passo de desenvolvimento foram os tiristores de comutação forçada e alta potência que levaram na década de 70 ao desenvolvimento dos inversores de corrente (CSI). A fabricação dos tiristores do tipo GTO e do tipo IGBT fizeram com que os inversores de tensão (VSI) se tornassem uma proposta mais prática (Hill, 1994b).

Atualmente, a alimentação da máquina de indução através de um inversor de corrente é uma técnica em desuso. Os progressos tecnológicos dos semicondutores de potência como GTOs e IGBTs simplificaram a estrutura dos inversor de tensão tornando-o industrialmente mais interessante (Courtois et al., 1998).

4.2.5.1 Inversor de corrente (CSI)

Um inversor de corrente é idealmente alimentado a partir de uma fonte que tem capacidade de fornecer uma corrente constante. Para aplicação em tração elétrica, um recortador como pré-conversor é necessário para manter a corrente constante cuja demanda é satisfeita através da razão cíclica δ_r deste recortador (Hill, 1994b).

Se esta corrente constante é fornecida ao enrolamento do estator (grande indutância) de uma máquina trifásica, a tensão neste enrolamento é aproximadamente constante. Através de uma operação de abertura e fechamento apropriada, as três correntes dão origem a um sistema de tensões trifásicas virtualmente senoidais (Marugan, 1982).

O princípio básico de operação durante a região de fluxo constante é manter a corrente de magnetização constante e variar a frequência de escorregamento e a corrente da fonte (recortador) (Hill, 1994b). Entretanto, como pode-se observar através as eq.(157), o conjugado das máquinas de indução pode ser controlado variando-se a corrente do rotor. Esta variação é feita através da fonte de corrente que é prontamente acessível e a corrente do rotor, para uma corrente de entrada fixa, é dependente dos valores relativos das impedâncias do circuito equivalente (Rashid, 1999). Deste modo, lembrando-se que a frequência de escorregamento durante a região de fluxo constante é constante e igual ao seu valor nominal, a eq.(157) pode ser reescrita em função da corrente I da fonte da seguinte maneira (Courtois et al., 1998):

$$C_m \cong K_{16} \frac{I_r^2}{f_{sl}} \cong K_{22} \cdot I^2 \quad (175)$$

Acima da velocidade nominal, um enfraquecimento de campo traz uma operação em potência constante através do aumento da frequência enquanto são mantidos a tensão e a corrente da fonte (recortador) constantes. O escorregamento do motor é mantido constante em seu valor nominal (Hill, 1994b). Novamente, a eq.(157) pode ser reescrita em função da corrente I da fonte do seguinte modo (Courtois et al., 1998):

$$C_m \cong K_{16} \frac{I_r^2}{f_{sl}} \cong K_{23} \frac{I^2}{f} \quad (176)$$

4.2.5.2 Inversor de tensão (VSI)

Os inversores de tensão são geralmente classificados em dois tipos: inversor de onda quadrada (six-step, square wave) e o inversor de modulação de largura de pulso (PWM) (Bose, 1981).

Este tipo de conversor é um circuito de tensão e frequência variáveis (VVVF) e normalmente não necessita de uma tensão fixa na rede de alimentação CC além de poder lidar com uma variação de tensão entre -50 e +20% (Hill, 1994b).

Se uma sequência de chaveamento no circuito do inversor é iniciada, uma tensão será obtida nos terminais do conversor de tal modo que a tensão média confere a cada instante de tempo uma onda aproximadamente senoidal. Caso a largura dos pulsos positivos variem em relação aos pulsos negativos então o valor da tensão senoidal obtida irá variar. Similarmente, se a razão da sequência cíclica dos pulsos é variada, a frequência da onda obtida irá variar também (Marugan, 1982). O inversor de tensão gera então um sistema de tensões trifásicas e equilibradas que são reguláveis em amplitude e frequência.

Estes pulsos são gerados através de técnicas de modulação. Uma entre as diversas técnicas de modulação disponíveis – a natural sampling PWM – consiste de uma onda triangular (portadora) cuja frequência estabelece a frequência de chaveamento que é comparada com três ondas senoidais (modulante) com defasagem de 120° entre elas e de frequência desejável para a tensão de saída. Os pontos de comutação dos tiristores são determinados pela intersecção da onda portadora com a onda modulante. A relação entre o valor de pico da onda modulante e o valor de pico da onda portadora é chamada taxa de modulação. A tensão de saída do inversor pode então ser variada através da taxa de modulação (Bose, 1981); (Mohan; Undeland; Robbins, 1995) e (Decottignies, 2005).

Uma técnica que rapidamente se generalizou foi o uso de diferentes índices de frequência de modulação (relação entre a frequência da onda portadora e a frequência da onda modulante) para cada faixa de frequência a ser sintetizada. Esta técnica recebeu o nome de "gear shifting" ou "gear changing".

Em tração elétrica a geração da tensão trifásica é feita através de quatro tipos de modulação. Durante os primeiros instantes da partida do motor é utilizado o PWM assíncrono no qual a frequência da onda portadora é constante e ligeiramente inferior à frequência máxima do inversor a fim de minimizar as perdas de comutação no

GTO ou no IGBT. Depois, o ajuste de tensão é feito com uma frequência de onda portadora múltipla da frequência da tensão no estator. Este tipo de modulação é conhecido como PWM síncrono. Em seguida, o ajuste é feito através do PWM de ângulos calculados no qual os ângulos de comutação do GTO ou do IGBT são predeterminados. O PWM de ângulos calculados permite uma transição entre o PWM síncrono e a onda plena sem produzir uma variação significativa do conjugado motor. Finalmente, durante a onda plena, o inversor não permite mais a regulação de amplitude da tensão no estator que só depende do valor da tensão contínua (Hill, 1994b); (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005).

Deve-se notar que este tipo de modulação não é único. Em (Taufiq; Goodman; Mellitt, 1986a) e (Taufiq; Goodman; Mellitt, 1986b) há uma descrição de um esquema de PWM otimizado para a eliminação de componentes harmônicos que interferem no circuito de sinalização (circuito de via).

As grandezas de comando do inversor são, portanto, a taxa de modulação que regula a amplitude da tensão do estator e a frequência das correntes do estator que regula a fase da tensão U_s em relação ao fluxo Ψ_r (Courtois et al., 1998). Este controle dos inversores é feito através de técnicas de controle escalar e controle vetorial que serão abordadas em seguida.

4.2.6 Controle escalar e vetorial

A utilização do motor de indução do tipo gaiola em tração elétrica necessita de desempenhos dinâmicos expressivos, o que implica em agir diretamente sobre o conjugado do motor (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005).

4.2.6.1 Controle escalar

Conforme mencionado anteriormente, uma forma bastante simples de controle é manter a relação Volts/Hertz constante como mostra a eq.(165) mantendo-se o fluxo mútuo aproximadamente constante para velocidades abaixo da nominal e

aumentando-se apenas a frequência durante a região de potência constante, mantendo-se o escorregamento constante.

Este tipo de controle, chamado de controle escalar, é caracterizado por uma dependência de regulação do fluxo mútuo e do conjugado do motor que são funções da tensão e da frequência de alimentação. Atualmente, o controle escalar do tipo Volts/Hertz é utilizado para as velocidades acima da velocidade nominal, durante a região de potência constante na qual o inversor funciona a onda plena. O escorregamento é mantido constante com o ajuste da frequência de escorregamento. Esta frequência é utilizada no comando do inversor (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005).

Entretanto, como já foi dito, em baixas velocidades o controle Volts/Hertz não consegue manter o fluxo nominal constante causando variação no conjugado do motor. Um sistema de controle escalar melhorado, no qual o fluxo mútuo é mantido constante, é feito através do controle da corrente do estator juntamente com a frequência de escorregamento.

A relação entre o fluxo mútuo, através da corrente de magnetização, e a corrente do estator são dadas através de uma inspeção do circuito equivalente da Fig. 54 (Schönung; Stemmler, 1964); (Hödle; Stemmler, 1965); (Leonhard, 2001) e (Steimel, 2004a).

$$I_m = \frac{I_s \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S \cdot \omega_s \cdot \sigma \cdot L_{\sigma r}}{R_r} \right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{S \cdot \omega_s \cdot L_{\sigma r}}{R_r} \right)^2}} \quad (177)$$

No qual σ é o coeficiente de dispersão total (global da máquina) introduzido por H. Behn-Eschenburg e cujo valor é dado por:

$$\sigma = \frac{L_{\sigma r} \cdot L_{\sigma s} - L_m^2}{L_{\sigma r} \cdot L_{\sigma s}} = 1 - \left(\frac{L_m^2}{L_{\sigma r} \cdot L_{\sigma s}} \right) \quad (178)$$

A partir da eq.(177) pode-se notar que para um dado valor de corrente do estator em função da velocidade, $S \cdot \omega_s$ (proporcional à f_{sl}), pode-se ajustar, não importando qual valor desejado, o fluxo mútuo (Hödle; Stemmler, 1965).

Um exemplo deste tipo de controle é o circuito descrito por H. Hödle e H. Stemmler (1965). Este circuito é composto por três circuitos de regulação: corrente do estator, velocidade $S \cdot \omega_s$ e velocidade do rotor. A partir da medição do valor da velocidade do motor e da corrente do estator, estes três circuitos comparam os valores medidos com os valores desejados e, como no caso da característica de $I_s(S \cdot \omega_s)$, geram outros valores necessários para o controle do inversor.

O controle da frequência de escorregamento e da corrente do estator foi bastante utilizado até o final da década de 80 pois atendia aos requisitos dos tiristores utilizados até então. Como desvantagem, este tipo de controle escalar não apresenta uma boa resposta durante as mudanças bruscas de conjugado do motor. Além disto, durante a região de potência constante a corrente do estator não pode ser diretamente controlada e o conjugado é controlado apenas através da velocidade $S \cdot \omega_s$ (Steimel, 1998) e (Steimel, 2004a).

Entretanto, com o advento dos tiristores do tipo GTO e IGBT veículos de maior potência puderam ser construídos, o que exigiu um grande controle dinâmico. Além disto, o surgimento de microcontroladores e processadores de sinais digitais que ofereciam uma capacidade enorme de computação tornou possível esquemas de controle mais sofisticados (Steimel, 1998) e (Steimel, 2004a).

Desta forma, a atenção da tração elétrica foi voltada para esquemas de controle já utilizados na indústria. Até então a corrente do estator e a frequência de escorregamento eram controlados através de suas amplitudes como grandezas escalares. Agora estas variáveis poderiam ser controladas juntamente com a fase instantânea da corrente do estator.

4.2.6.2 Controle vetorial

O princípio da orientação de campo foi desenvolvido no final da década de 60. Através dele as equações dos fluxos concatenado com o enrolamento tanto do estator quanto do rotor poderiam ser utilizados. No entanto, dado a sua simplicidade devido à sua linearidade, as equações referentes à orientação do fluxo do rotor foram utilizadas primeiro e hoje este tipo de orientação é conhecido como controle vetorial (Steimel, 1998). Para uma explicação do controle vetorial, é necessário que o circuito equivalente da Fig. 54 seja modificado.

A expressão do conjugado do motor da eq.(153) descreve a interação entre a corrente no rotor e o fluxo mútuo. Como a corrente no rotor não pode ser medida em rotores do tipo gaiola de esquilo, é apropriado substituir a corrente I_r por uma quantidade que possa ser medida em um equipamento do estator. Uma boa escolha é o vetor de corrente magnetizante (ou vetor de campo) representando o fluxo no rotor (Leonhard, 2001). Esta corrente é dada a partir da eq.(179) (Blaschke, 1972):

$$\dot{I}_\mu = \frac{\dot{\Psi}_r}{L_m} = \dot{I}_s + \frac{L_r}{L_m} \dot{I}_r = \dot{I}_s + \dot{I}_r' \quad (179)$$

Retomando-se a eq.(145) do estator e a eq.(150) do rotor, pode-se derivar a corrente do rotor e o fluxo concatenado com o enrolamento do estator em termos de variáveis de estado. Deste modo, tem-se:

$$\dot{I}_r = \frac{1}{L_r} (\dot{\Psi}_r - L_m \cdot \dot{I}_s) \quad (180)$$

$$\dot{\Psi}_s = \sigma \cdot L_r \cdot \dot{I}_s + \frac{L_m}{L_r} \dot{\Psi}_r \quad (181)$$

Substituindo-se a eq.(180) e a eq.(181) nas equações do circuito do rotor e do circuito do estator resulta em:

$$\dot{U}_s = (R_s + j \cdot \sigma \cdot \omega \cdot L_s) \cdot \dot{I}_s + \frac{L_m^2}{L_r} j \cdot \omega \cdot \dot{\Psi}_r \quad (182)$$

$$0 = \frac{R_s}{S} \cdot \left[\frac{L_m}{L_r} \cdot (\dot{I}_\mu - \dot{I}_s) \right] + j \cdot \omega \cdot L_m \cdot \dot{I}_\mu \quad (183)$$

Se a eq.(183) for multiplicada por (L_m/L_r) , um fator de conversão de corrente segundo (Decottignies, 2005), e a quantidade $(I_\mu - I_s)$ for substituída pela corrente I_r' , resulta em:

$$0 = \frac{R_s}{S} \cdot \left[\frac{L_m}{L_r} \right]^2 \cdot \dot{I}_r' + j \cdot \omega \cdot \frac{L_m^2}{L_r} \dot{I}_\mu \quad (184)$$

Observando-se a eq.(182) e a eq.(184) pode-se notar que um novo circuito equivalente, chamado circuito Γ -inverso, foi derivado do circuito equivalente anteriormente apresentado. Neste circuito, (L_m^2/L_r) é a indutância mútua, $(\sigma \cdot L_s)$ é a indutância de dispersão total refletida no estator e $(R_s/S) \cdot (L_m/L_r)^2$ é a resistência do rotor.

Fig. 59 – Circuito Γ -inverso

Agora o controle do motor e do inversor pode ser feito através de duas grandezas elétricas I_μ e $-I_r$ que são, respectivamente, os componentes direto e em quadratura da corrente I_s . Estas correntes são mutuamente desacopladas e podem variar independentemente (Courtois et al., 1998). A corrente I_μ é análoga à corrente de campo I_f e a corrente $-I_r$ é análoga à corrente de armadura I_a de um motor de corrente contínua.

Como todo o fluxo de dispersão está concentrado no estator, $(\Phi_m = \Psi_r = L_m \cdot I_\mu)$ e a eq.(153) pode ser reescrita do seguinte modo:

$$C_m \cong K_{14} \cdot \Psi_r \frac{L_m}{L_r} I_r' \quad (185)$$

As grandezas Ψ_r e I_r' são controladas indiretamente pela tensão do estator U_s , que é ajustada em amplitude e fase através, respectivamente, da taxa de modulação e da frequência das correntes do estator. É necessário então utilizar os métodos de desacoplamento para dissociar a regulação entre as variáveis (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005).

Se a velocidade do motor não é muito baixa, o fluxo concatenado com o enrolamento do rotor é melhor calculado através de tensões e correntes do estator medidas e um modelo em tempo real da máquina. Este tipo de orientação de campo (através do fluxo do rotor) é conhecido como orientação direta e foi desenvolvido originalmente por F. Blaschke (1972). Por sua vez, a orientação indireta utiliza a posição do rotor para identificar o fluxo concatenado com o mesmo (Steimel, 1998) e (Steimel, 2004a).

A pilotagem vetorial é feita, segundo (Courtois et al., 1998) e (Decottignies, 2005), desde a partida até a velocidade nominal. O comando do inversor é feito utilizando-se o PWM assíncrono, o PWM síncrono e o PWM de ângulos calculados.

Um outro tipo de controle, não tão conhecido quanto o controle vetorial, que vem ganhando espaço na tração elétrica desde a década de 90 é o Direct Self-Control (DSC). O DSC foi desenvolvido por M. Depenbrock (1988) e envolve o cálculo do conjugado do motor e do fluxo concatenado pelo estator. Durante a região de fluxo constante, o fluxo do estator deve seguir uma trajetória hexagonal com seis direções possíveis do vetor do fluxo do estator. Esta trajetória é paralela a seis posições possíveis dos seis vetores espaciais do inversor. Como vantagens atribuídas ao DSC estão a robustez e a facilidade de implementação.

Como exemplos de trens acionados através de motores de indução e inversores de tensão, tem-se os trens da Série 3000 da CPTM e os trens da Linha 5 do Metrô de São Paulo (Rodrigues, 2001).

4.2.7 Vantagens na utilização do motor de indução

O motor de indução do tipo gaiola é um motor de extrema simplicidade em sua construção além de não possuir conexões externas com o rotor. A principal vantagem do motor de indução do tipo gaiola sobre os tradicionais motores do tipo série é a ausência de comutadores. Motores com comutadores limitam a sua capacidade de fornecer potência nominal em altas velocidades por causa do faiscamento excessivo do comutador (Largiadèr, 1970) e (Alouche, 1992).

A relação peso/potência e o momento de inércia do motor de indução do tipo gaiola é menor que nos motores de corrente contínua.

Os custos operacionais são reduzidos uma vez que não existem escovas para serem trocadas e comutadores para serem retificados, podendo-se dobrar o ciclo de manutenção dos truques (Marugan, 1982).

No entanto, o motor de indução apresenta desvantagens sobre o motor de corrente contínua em relação ao problema da divisão de cargas entre os motores de um trem. Um caso típico é aquele no qual os diâmetros das rodas associadas aos motores de tração sejam diferentes. Para uma configuração que, por exemplo, utiliza dois motores de corrente contínua ligados em paralelo, a relação entre os dois conjugados é igual ao inverso do quadrado da relação entre os diâmetros das rodas correspondentes (pouco maior que a unidade). Já para uma configuração feita com motores de indução ligados em paralelo e alimentados através de um inversor comum, esta relação será igual a dois.

4.2.8 Diagramas

A Fig. 60 traz o diagrama do esforço motor durante o regime de tração. Observa-se que o diagrama é o mesmo apresentado na Fig. 57.

Fig. 60 – Diagrama para o motor de indução em regime de tração

O comportamento do esforço motor e da potência mecânica desenvolvida pelo trem segue as três regiões de controle apresentadas no item 4.2.3. Durante a região de fluxo constante ($0 \leq V \leq V_1$), o esforço motor é constante e a potência desenvolvida pelo trem é dada pela eq.(25). A região de fluxo constante se estende até a velocidade V_1 que é a velocidade nominal do motor. Em condições nominais, a potência desenvolvida pelo trem em $V=V_1$ também é nominal. A partir da velocidade nominal a potência é constante até $V=V_2$ e o esforço motor é dado pela eq.(25).

Durante a região de potência reduzida ($V \geq V_2$) a potência mecânica desenvolvida pelo trem é dada por (Wende, 2003):

$$P_t = P_t (V=V_2) \frac{V_2}{V} \quad (186)$$

E o esforço motor, novamente, segue a eq.(25).

Durante o regime de freagem, o comportamento será o mesmo do regime de tração, como comentado no item 4.2.4. No entanto, se for considerada a aplicação de freios mecânicos, o diagrama segue a característica da Fig. 61.

Fig. 61 – Diagrama para o motor de indução no regime de freagem

O comportamento do esforço motor é o mesmo durante o regime de tração, possuindo apenas a região de fluxo constante e a região de potência constante. Entre a velocidade V_1 e a velocidade V_2 , o esforço motor é dado pela seguinte expressão:

$$F_m = \frac{F_m (V=V_2)}{(V_2 - V_1)} \cdot (V - V_1) \quad (187)$$

O esforço produzido pelos freios mecânicos é constante entre V_2 e a velocidade máxima. Para $(0 \leq V \leq V_1)$, este esforço é dado por:

$$F_f = \frac{F_f (V=V_2)}{V_2} V \quad (188)$$

Em relação à corrente captada pelo trem, esta é dada através da seguinte relação com a potência mecânica desenvolvida pelo mesmo (Pires; Nabeta; Cardoso, 2005):

$$I_t = \frac{P_t \cdot 10^3}{\eta_m \cdot \eta_t \cdot \eta_d \cdot U_d} \quad (189)$$

Deve-se notar que:

$$\eta_b \approx \eta_m \cdot \eta_t \cdot \eta_d \quad (190)$$

A dependência da variação da tensão na linha de contato também afeta o modelo de diagramas para um acionamento através de motores de indução e inversores. Durante a região de fluxo constante, a tensão irá afetar apenas a corrente captada pelo trem, como mostra a eq.(189). Na região de potência constante, a potência e o esforço motor são linearmente dependentes da tensão enquanto que a corrente captada pelo

trem não sofre alteração. Para a região de potência reduzida, P_t e I_t são linearmente dependentes da tensão na linha de contato enquanto o esforço motor depende quadraticamente da mesma (Ciebow; Hofmann, 1994).

4.3 Motor de indução linear (MIL)

As forças do eletromagnetismo podem ser aplicadas tanto para produzir movimento rotativo quanto movimento linear. Um motor linear pode ser definido como sendo resultado de uma máquina rotativa cilíndrica que foi mentalmente "cortada" ao longo do seu plano radial e "desenrolada" (Laithwaite, 1975), como mostra a Fig. 62.

Fig. 62 – Processo imaginário de "desenrolar" um motor convencional para a obtenção de um motor linear

Deste modo, qualquer tipo de máquina rotativa pode ser "cortada" e "desenrolada". No caso dos motores rotativos o conjugado e a velocidade angular são substituídos pela força e velocidade em uma máquina linear. Deve-se lembrar que todas as partes do motor rotativo devem ser reproduzidas no motor linear (Laithwaite, 1957) e (Laithwaite, 1975).

4.3.1 Tipos e configurações para a tração elétrica

Dois tipos de motores lineares são utilizados na tração elétrica: o motor síncrono linear (MSL) e o motor de indução linear (MIL), ambos com várias configurações (Alouche, 1992).

O motor síncrono linear (MSL) pode ser (Alouche, 1992):

- heteropolar de relutância com o primário trifásico instalado no trem e a via passiva dotada de uma estrutura ferromagnética de relutância variável;
- heteropolar com o primário instalado na via e o campo (excitação elétrica ou ímãs permanentes) instalados no trem e utilizado em trens rápidos como o sistema Transrapid e o Maglev Supercondutor;
- homopolar no qual o primário e o campo são instalados no trem e a via possui uma estrutura ferromagnética direcionadora de fluxo (experimental).

O motor de indução linear (MIL) pode ser do tipo primário simples ou duplo. O MIL de primário duplo tem encontrado uma aplicação bem limitada em tração elétrica devido às dificuldades técnicas para eliminar os problemas no secundário causados nas curvas e aparelhos de mudança de via (AMV). Também é mais difícil manter um entreferro pequeno (definido pela velocidade e pelo raio de curvatura) e uniforme neste tipo de configuração (Cardoso; Benites, 1992) e (Bendel et al. 1994). Protótipos de alta velocidade com o MIL de primário duplo foram construídos no Japão (Alouche, 1992).

Além da possibilidade do primário simples ou duplo, o MIL oferece ainda a possibilidade de um primário longo instalado ao longo da via ou um primário curto instalado no trem. Um primário trifásico ao longo da via demonstra ser, para um transporte urbano do tipo e capacidade de metrô, uma solução muito cara, mesmo que o peso do trem seja reduzido em mesmo que a linha de contato seja eliminada (Alouche, 1992).

Nota-se, portanto, que para o transporte urbano metro-ferroviário, o acionamento por motor linear mais viável é o MIL com primário simples e curto e sustentação

ferroviária convencional. Neste caso, as rodas não são mais propulsoras e servem apenas de apoio e guia. Os sistemas de levitação magnética são utilizados apenas nos trens de alta velocidade.

Exemplos comerciais de aplicação do MIL com o primário curto são o Sky Train de Vancouver e o metrô de Toronto, no Canadá, a Linha 7 do metrô de Osaka e a Linha 12 do metrô de Tóquio, no Japão (Alouche, 1992) e o metrô de Kuala Lumpur na Malásia.

4.3.2 Princípio de funcionamento

Como foi dito, um MIL pode ser obtido através de um "corte" do motor de indução ao longo do seu raio a partir do centro até a superfície externa do núcleo do estator e "desenrolando-o". O estator torna-se o primário e o rotor torna-se o secundário. O secundário de um MIL pode ser simplificado utilizando-se um núcleo sólido e substituindo-se a gaiola ou o enrolamento por uma placa não ferromagnética de alta condutividade por exemplo, alumínio. Esta placa é um circuito elétrico secundário com parâmetros distribuídos e o núcleo ferromagnético é um condutor tanto para o fluxo magnético quanto para a corrente elétrica (Gieras, 1994). Este conjunto, chamado de placa de reação, está localizado entre os trilhos ao longo de toda a via.

O enrolamento trifásico do primário localizado no trem produz uma onda de força magnetomotriz longitudinal que se move na velocidade síncrona dada por:

$$v_s = 2 \cdot f \cdot \tau_p \quad (191)$$

Esta onda induz uma força eletromotriz na placa de alta condutividade do secundário que por sua vez faz surgir nesta placa correntes em percursos circulares. Estas correntes dão origem a um fluxo contrário ao campo longitudinal inicial, tal qual sugere a Lei de Lenz. A interação entre estes dois campos produz uma força que tende a movimentar o primário com uma velocidade v menor que a velocidade síncrona. Nota-se que o esforço motor é transmitido diretamente através do campo magnético; a energia eletromagnética é transformada diretamente em energia mecânica, e não através do contato roda-trilho (Katano; Cunha Jr., 1993).

A Fig. 63 mostra esquematicamente os campos em um MIL de primário simples e curto.

Fig. 63 – Campos em um MIL

Além da força tangencial ao motor, em um MIL de primário simples, há na placa condutora do secundário uma força normal composta de um componente de atração entre os núcleos ferromagnéticos do primário e do secundário e um componente eletrodinâmico repulsivo devido à ação das correntes induzidas no secundário no campo magnético primário. O componente de atração existe também em uma máquina rotativa, mas este componente é compensado pela simetria da máquina, salvo no caso de um entreferro não uniforme (Gieras, 1994).

A diferença essencial entre o motor de indução linear e o motor de indução rotativo é que o entreferro é aberto no primeiro e fechado no segundo. Portanto, em um MIL o entreferro possui duas extremidades: a extremidade de entrada e a extremidade de saída.

O fato de um MIL apresentar duas extremidades faz com que fenômenos de natureza eletromagnética apareçam nestas extremidades. A estes fenômenos dá-se o nome de efeitos das extremidades. Os efeitos das extremidades podem ser divididos em longitudinais de natureza dinâmica ou estática e transversal (Repullo; Benites, 1992).

O efeito longitudinal dinâmico é considerado como sendo o mais importante. Basicamente, este efeito se explica devido à Lei de Lenz. O efeito de extremidade longitudinal dinâmico surge porque a onda de fluxo mútuo é "cortada" em cada extremidade (Repullo; Benites, 1992) e (Gieras, 1994).

Fig. 64 – Efeito de extremidade longitudinal dinâmico

A Fig. 64 é uma vista superior da Fig. 63. Por ela pode-se observar que o contorno de corrente induzida no secundário c_2 há um fluxo concatenado porém estacionário não produzindo, desta forma, nem força eletromotriz nem corrente. Já nos contornos c_1 (entrada) e c_3 (saída) há o aparecimento de uma força eletromotriz e correntes devido ao avanço, no contorno c_1 , e à saída, no contorno c_2 , da zona ativa.

Deste modo, contorno c_1 há uma reação contra o aumento de fluxo, que retarda o estabelecimento do mesmo, e no contorno c_2 há uma reação contra a diminuição do fluxo, retardando o desaparecimento do mesmo neste contorno.

Na extremidade de entrada o componente normal da densidade de fluxo magnético no entreferro é reduzido enquanto que na extremidade de saída este componente é aumentado (Gieras, 1994).

Este efeito de extremidade produz forças de freagem nas extremidades e um aumento das perdas Joule no secundário. O efeito longitudinal dinâmico é mais pronunciado para velocidades maiores que 72 km/h (Repullo; Benites, 1992).

O efeito longitudinal estático está relacionado ao comprimento do primário e ocorre independentemente do primário estar em movimento. As relutâncias magnéticas, assim como as impedâncias dos enrolamentos, ao longo do primário são diferentes nas extremidades e na região central. Esta diferença de impedâncias das fases do motor causa um desequilíbrio de correntes quando ao enrolamento do primário é aplicado um sistema de tensões equilibradas. Conseqüentemente, tem-se uma distribuição não uniforme da força magnetomotriz na coroa do primário que causa perdas adicionais e uma redução do esforço motor (Repullo; Benites, 1992) e (Gieras, 1994).

O efeito de extremidade transversal ocorre pois, como pode-se notar na Fig. 65, as correntes induzidas na placa de reação possuem componentes nos eixos x e z , fato que não ocorre nos motores rotativos. Os componentes no eixo x da Fig. 65 produzem forças de propulsão lateral que interagem com o campo no entreferro e geram instabilidade lateral no movimento (Repullo; Benites, 1992).

Fig. 65 – Efeito de extremidade transversal

4.3.3 Circuito equivalente do MIL

Em todas as aplicações do MIL é importante conhecer quantitativamente a natureza das forças eletromagnéticas desenvolvidas pela máquina sob várias condições de operação. Se os campos no entreferro são precisamente determinados, as forças eletromagnéticas podem ser calculadas a partir deles. Entretanto, em contraste com as máquinas de indução rotativas, a avaliação dos campos eletromagnéticos no entreferro de um MIL é difícil.

As principais fontes de dificuldades são as descontinuidades no circuito magnético nos finais de entrada e de saída do MIL. Tais efeitos contribuem, como foi dito, substancialmente para o desempenho total da máquina.

Em uma análise aproximada ou em um projeto, é mais vantajoso utilizar um circuito equivalente aproximado de parâmetros conhecidos. Para determinar os parâmetros do circuito pode-se adaptar as fórmulas de projeto de um motor de indução rotativo e aplicá-las ao MIL.

O circuito equivalente de um MIL é semelhante ao circuito de um motor de indução rotativo. Entretanto, por causa dos efeitos de extremidade, o circuito apresentado no item 4.2.2 não pode ser diretamente aplicado.

Há várias abordagens para o circuito equivalente de um MIL. A abordagem utilizada neste trabalho é dada por (Gieras, 1994) porém com algumas modificações. No circuito equivalente original, as perdas no ferro são consideradas e a resistência ôhmica do secundário não é constante, mas variável com a frequência do secundário, assim como a indutância de dispersão. Neste trabalho estes parâmetros são tratados tal qual em uma máquina rotativa. A diferença está na consideração dos efeitos de extremidade.

Retomando-se o circuito equivalente apresentado no item 4.2.2, Fig. 54, J. F. Gieras (1994) propõe tratar os efeitos de extremidade através de um ramo paralelo à L_m . Para o cálculo deste ramo paralelo, deve-se primeiramente calcular a impedância resultante no secundário Z_l através de:

$$Z_t = \frac{\left(\frac{R_r}{S} + j \cdot \omega \cdot L_{\sigma r} \right) \cdot (j \cdot \omega \cdot L_m)}{\frac{R_r}{S} + j \cdot \omega \cdot (L_{\sigma r} + L_m)} \quad (192)$$

O efeito longitudinal pode ser interpretado como uma superposição de duas ondas de densidade de fluxo magnético no entreferro. Ambas as ondas induzem força eletromotriz no enrolamento do primário. O fator do efeito de extremidade k_e pode ser dado pela divisão entre estas duas tensões induzidas. Um método de se levar em conta o efeito longitudinal das extremidades é calcular a força eletromotriz no enrolamento primário E_a reduzido do fator k_e da seguinte forma (Gieras, 1994):

$$E_a' = E_a \cdot (1 - k_e) \quad (193)$$

E o ramo paralelo que representa os efeitos longitudinais de extremidade é calculado por (Gieras, 1994):

$$Z_e = \frac{(1 - k_e)}{k_e} Z_t \quad (194)$$

Valores encontrados para k_e , que varia de acordo com a velocidade, estão entre 0 e 0,2 para velocidades até 72 km/h e até 0,7 para velocidades até 432 km/h (Gieras, 1994).

A Fig. 66 mostra o circuito equivalente de um MIL.

Fig. 66 – Circuito equivalente por fase do MIL

Com relação às potências discutidas no item 4.2.2.1, a potência eletromagnética transferida através do entreferro é reduzida de $(1 - k_e)^2$ (Gieras, 1994). No entanto, a

fração de $(1-S)$ como potência convertida em potência mecânica e a fração S dissipada como perdas no rotor continuam válidas.

4.3.4 Controle do MIL

Tal qual o motor de indução rotativo, o MIL teve a sua capacidade completamente explorada com os recentes avanços na tecnologia dos semicondutores. Tais avanços aliados às modernas técnicas de controle possibilitaram uma manipulação das características do MIL aumentando o campo de aplicação deste tipo de motor.

Relembrando-se o item 4.2.3, o controle de um MIL pode também ser feito através da variação da tensão e frequência do primário. Abaixo da velocidade nominal, o esforço motor e o fluxo mútuo são mantidos constantes. Acima do seu valor nominal, a velocidade de um MIL pode ser aumentada através de um aumento da frequência mantendo-se a tensão no estator e a potência constantes (Gieras, 1994). Nota-se que estão presentes apenas as regiões de fluxo e de potência constantes.

Um problema apresentado nos MILs é o grande entreferro, no mínimo cinco vezes maior que na máquina de indução rotativa, imposto por limitações mecânicas. Portanto, existem uma grande corrente no primário e uma grande frequência de escorregamento. Uma alta corrente no primário contribui para uma grande queda de tensão na impedância do primário resultando em uma baixa força contra-eletromotriz; bem menor que em um motor rotativo. Este fato influi diretamente no controle Volts/Hertz, discutido anteriormente (Gieras, 1994).

A freagem elétrica de um MIL alimentado através de inversores de tensão é conseguida através de uma reversão da corrente no lado CC do inversor. Durante a freagem, a polaridade da tensão no lado CC é a mesma que durante o regime de tração. Tanto a freagem dinâmica quanto a freagem regenerativa são possíveis (Gieras, 1994).

4.3.5 Vantagens e desvantagens na utilização do MIL

Um sistema com acionamento através de motores lineares apresenta vantagens e desvantagens em relação aos acionamentos convencionais que devem ser consideradas na escolha do sistema a ser adotado.

A aplicação do MIL em trens é uma possibilidade que vem sendo discutida desde o início do século XX mas somente na década de 70 é que foram concretizados projetos importantes para linhas de distâncias relativamente pequenas e velocidades não maiores que 100 km/h (Katano; Cunha Jr., 1993). De fato, os trens acionados por MIL e suspensão ferroviária convencional são construídos para velocidades menores que 100 km/h e linhas menores que 50 km ou seja, aplicações para o transporte público (Gieras, 1994). Como exemplos, o sistema de Vancouver pode atingir uma velocidade máxima de 100 km/h e o sistema de Kuala Lumpur uma velocidade máxima de 90 km/h. Este último sistema possui uma linha de 28,9 km.

A vantagem principal da utilização do MIL é a redução do custo de implantação em termos de construção civil (60 a 70% do custo total) uma vez que o diâmetro dos túneis são reduzidos em cerca de 25% e o volume de escavação em 50%. Isto se deve ao fato que em um sistema convencional, o motor e o sistema de transmissão são montados sobre o truque, o que determina a altura do piso do trem (aproximadamente 1,2 m). Já um sistema utilizando o MIL, este pode ser montado diretamente sobre o truque permitindo uma redução da altura do piso (aproximadamente 0,7 m) (Alouche, 1992); (Cardoso; Benites, 1992); (Repullo; Benites, 1992) e (Katano; Cunha Jr., 1993).

Como foi comentado anteriormente, o esforço motor é consequência direta das interações eletromagnéticas entre o primário e o secundário e não através do contato roda-trilho. Como pôde-se observar na eq.(57), o contato roda-trilho é o principal limitador das rampas máximas em um sistema metro-ferroviário.

O acionamento através de motores lineares permite então a construção de rampas mais acentuadas cujo limite são as condições de conforto dos passageiros. São

citados valores de 60‰ (Repullo; Benites, 1992), 100‰ (Alouche, 1992) e até 120‰ (Katano; Cunha Jr., 1993). A elevação do valor da rampa máxima permite um melhor ajuste do traçado das linhas com a topografia da cidade, possibilitando evitar solos mais difíceis, a construção de túneis menos profundos e estações mais rasas. A consequência direta deste fato é a redução dos custos de implantação de uma linha (Alouche, 1991) e (Alouche; Benites, 1993).

O traçado da linha pode ser mais flexível ainda no contorno dos obstáculos se o MIL for combinado com truques de inscrição radial, citados no item 3.4.3.2. Esta medida diminui o valor máximo permitido de ρ , que atualmente é de 300 m nos trechos operacionais e 150 m em pátios de manobra, para, respectivamente, 100 e 50 m (Alouche, 1991) e (Repullo; Benites, 1992).

Um trem acionado através de motores lineares é mais leve que um trem de acionamento convencional. Fazendo-se uma análise para uma mesma linha e dois trens idênticos – um com acionamento convencional e outro com acionamento por MIL – e levando-se em conta o que foi dito no item 3.7, pode-se concluir que, por ter uma massa menor, o trem acionado por MIL precisa de um esforço motor menor para uma mesma aceleração e, conseqüentemente, menos potência mecânica e elétrica e um menor consumo de energia.

Entretanto, o MIL apresenta, como foi dito, um grande entreferro (entre 5 e 15 mm) e efeitos de extremidade. Como consequência do grande entreferro, o MIL possui um baixo rendimento ($\eta_m \approx 0,6 - 0,7$) e o consumo de energia pode ser de 20 a 40% a mais que um motor de indução rotativo (Cardoso; Benites, 1992); (Repullo; Benites, 1992) e (Gieras, 1994).

O elevado entreferro traz também outras desvantagens como escorregamento nominal entre 30 e 40% (ante aos 3 a 4% em uma máquina rotativa) e um baixo fator de potência entre 0,45 e 0,60 (ante aos 0,85 a 0,95 de uma máquina rotativa). Este último ponto reflete em um superdimensionamento do inversor para garantir o suprimento de potência reativa necessária (Cardoso; Benites, 1992) e (Filipović, 1995).

4.3.6 Diagramas

A Fig. 67 mostra o diagrama do esforço motor em função da velocidade que, de acordo com (Gieras, 1994), é válido tanto durante o regime de tração quanto durante o regime de freagem.

Fig. 67 – Diagramas para o MIL em regime de tração e freagem

O comportamento do esforço motor segue as duas regiões de controle apresentadas no item 4.3.4. Durante a primeira região ($0 \leq V \leq V_1$) o esforço motor é mantido constante e a potência mecânica desenvolvida pelo trem pode ser calculada pela eq.(25). Durante a segunda região ($V \geq V_1$), a potência desenvolvida pelo trem é constante e o esforço motor é dado pela eq.(25).

A corrente captada pelo trem, tal qual em um acionamento através de motores de indução rotativos, pode ser dada pela eq.(189).

5. ALIMENTAÇÃO DA REDE DE TRAÇÃO ELÉTRICA

A rede de alimentação é composta por todos os equipamentos de geração e/ou provisão de energia além do coletor de corrente dos trens (Schmidt, 1988). Sob o aspecto técnico, a rede de alimentação compreende todas as instalações fixas do sistema de tração elétrica (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Nas instalações fixas pode-se distinguir o circuito alimentador, as subestações de tração, as cabines de paralelismo e a rede de suprimento de energia, que pode incluir a alimentação de força e luz das estações e das vias (De Castro; Alouche, 1981).

5.1 *Funções da rede de alimentação*

A tração elétrica tem como função o transporte de passageiros e/ou cargas com o auxílio de linhas eletrificadas. O objetivo da rede de alimentação é assegurar de forma ininterrupta, confiável e segura a operação do veículo de tração (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Para assegurar uma operação confiável do sistema de tração elétrica, alguns critérios de funcionamento devem ser obedecidos, especificamente em relação às linhas de contato (rede aérea, terceiro trilho ou catenária rígida) (Courtois, 1992); (Courtois et al., 1998) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

- alimentação permanente de energia nos coletores de corrente dos trens, atendendo às necessidades de tráfego;
- capacidade de receber continuamente energia regenerada através das freagens elétricas dos trens;
- detecção de falhas de alimentação para assegurar a segurança na circulação de trens e pessoas;
- conformidade com os parâmetros de qualidade específicos e normalizados para as tensões disponíveis nos pantógrafos e veículos de tração;
- possibilidade de corte voluntário da alimentação das catenárias ou terceiros trilhos e das subestações, em toda ou em parte, em vista de se efetuar suas manutenções, garantindo a segurança dos agentes de intervenção.

Adicionalmente a estes requisitos, deve-se levar em consideração que as cargas elétricas nos sistemas de tração diferem das outras cargas na rede pública de alimentação de energia não somente porque são, como foi visto, extremamente dependentes do tempo como também estão variando continuamente o local de consumo (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). O circuito de tração se deforma e é longo (Garreau, 1965) e (Kaller; Allenbach, 1995a).

5.2 Sistemas de alimentação: classificação e histórico

Para distinguir os vários tipos de sistemas de alimentação para tração elétrica, é usual especificar o tipo de corrente empregada.

Originalmente, a corrente contínua foi utilizada devido à característica hiperbólica, extremamente favorável, da curva de esforço motor em função da velocidade do motor série em corrente contínua utilizado no acionamento dos trens (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Os motores série em corrente contínua podiam, ligados diretamente à rede de alimentação, partir através do controle de um reostato em série com os motores de tração e funcionar através da mudança de uma ligação em série para uma ligação em paralelo de todos os motores de tração (Toledo et al., 1987) e (Hill, 1994c).

Progressos técnicos notáveis foram feitos na alimentação em corrente contínua. Entretanto, os motores série em corrente contínua, por serem máquinas dotadas de comutador, não permitem a aplicação direta de uma tensão maior que 1500 V (no caso de 3000 V, deve-se sempre ter dois motores em série). Esta restrição no aumento da tensão de alimentação torna-se um inconveniente pois cargas maiores acarretam correntes maiores e secções condutoras da rede de alimentação maiores. Além disto, correntes maiores também causam quedas de tensão maiores, conduzindo a um espaçamento menor entre os pontos de alimentação (Cabrita, 2000b).

A eletrificação em corrente alternada monofásica surgiu no início do século XX como uma alternativa mais econômica que a corrente contínua pois a tensão poderia ser mais elevada (Cabrita, 1981b).

De fato, a alimentação em corrente monofásica combinava as vantagens da utilização do motor série, alimentado através de um transformador, com as vantagens da alimentação em corrente alternada (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Naquela época, o objetivo era o acionamento através de motores série em corrente alternada alimentados por uma rede monofásica na frequência da rede de alimentação pública, que é de 50 Hz na Europa (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Devido ao estado do desenvolvimento tecnológico naquela época, alguns problemas surgiram (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

- desgaste do comutador do motor série alimentado em corrente alternada monofásica em 50 Hz;
- perturbações devido às harmônicas de corrente em 50 Hz nas redes telegráficas e telefônicas junto às linhas (Kaller; Allenbach, 1995a);
- inaceitável assimetria na tensão trifásica em 50 Hz devido à rede de alimentação monofásica.

Tais problemas não puderam ser resolvidos satisfatoriamente naquela época. Na Europa, a solução encontrada, principalmente devido à comutação do motor série em corrente alternada, foi a adoção de um sistema monofásico em 15 kV na frequência de $16 \frac{2}{3}$ Hz ($50 \text{ Hz} / 3$), Paralelamente às eletrificações em corrente contínua, este sistema na Europa foi implantado na Alemanha, Áustria, Suíça, Noruega e Suécia (Cabrita, 1981b); (Schmidt, 1988); (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Para a alimentação em corrente alternada monofásica a solução adotada foi a utilização de grupos rotativos conversores de frequência ligados à rede pública em

50 Hz, como é o caso da Suécia, ou então a construção de uma estrutura de geração, transmissão e distribuição de energia em $16 \frac{2}{3}$ Hz como é o caso da Alemanha, da Áustria e da Suíça (Cabrita, 1981b); (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Nos Estados Unidos, na mesma época, a eletrificação em corrente alternada monofásica foi feita em 11 kV e na frequência de 25 Hz (Cabrita, 1981b); (Hay, 1982) e (Kaller; Allenbach, 1995a).

Apesar da solução encontrada para os problemas da eletrificação em corrente alternada monofásica ter sido a utilização de uma frequência mais baixa, alguns engenheiros, desde o início tentaram com pouca sorte a concretização de um sistema, em princípio o mais simples, para levar a corrente alternada em frequência industrial (50 Hz ou 60 Hz) de uma central até o trem (Garreau; Nouvion, 1968).

Até 1929 várias linhas de minas na Alemanha e a linha de bondes em Saint-Avold na França foram eletrificadas em corrente alternada monofásica em 50 Hz. Contudo, foi na Hungria em 1931, após alguns testes bem sucedidos, que teve o início da primeira grande eletrificação em corrente alternada na frequência industrial. Em 1936 a Deutsche Reichsbahn-Gesellschaft (DRG), interessada nestas diversas experiências, eletrifica uma linha experimental, a linha do Höllental, em 50 Hz e 20 kV. (Garreau; Nouvion, 1968).

Tanto a experiência húngara da MÁV (Magyar Államvasutak) quanto a alemã da DRG foram limitadas pelas dificuldades impostas pelas locomotivas (Garreau; Nouvion, 1968). A técnica de construção de motores série em corrente alternada monofásica em 50 Hz não estava totalmente dominada. Devido a este fato, a solução encontrada pelos húngaros foi a construção de locomotivas equipadas com conversores rotativos de fase que alimentavam os motores de tração do tipo assíncrono trifásico de rotor bobinado. Os alemães, por sua vez, além de utilizarem uma locomotiva equipada com um conversor rotativo de fases, utilizaram duas locomotivas equipadas com retificadores à vapor de mercúrio que alimentavam os

motores em corrente contínua, e também uma locomotiva equipada com um motor série em corrente alternada em 50 Hz (Prot; Armand, 1948) e (Cabrita, 1981b).

Com o fim da Segunda Guerra as experiências interrompidas com o advento da mesma, foram retomadas. A S.N.C.F. impulsionada pela busca de uma fonte de energia diferente do carvão, escasso no pós-guerra, por um tipo de eletrificação menos onerosa que a já utilizada corrente contínua em 1500 V e que utilizasse a frequência da rede pública, decide estudar a eletrificação monofásica em 50 Hz. Para tanto, conta a colaboração técnica e a experiência alemã adquirida durante os ensaios na linha do Höllental, agora situada na zona francesa de ocupação (Prot; Armand, 1948).

Em 1950 os alemães realizam os testes de uma locomotiva e de uma automotriz que utilizavam motores alimentados diretamente em 50 Hz, porém de um tipo especial. Foram realizados também os testes de uma automotriz pertencente à S.N.C.F. equipada com motores de tração monofásicos do tipo série (Cabrita, 1981b).

Esta automotriz pertencente à S.N.C.F. tinha como destino a linha experimental de Savoie cuja construção se iniciou em 1947 e foi inaugurada em 1951. Os resultados positivos por parte da S.N.C.F. fizeram com que a eletrificação em corrente monofásica em 50 Hz fosse adotada em uma de suas principais linhas, a Valenciennes-Thionville em 1954 (Garreau; Nouvion, 1968).

Em relação aos trens, os ensaios na linha de Savoie confirmaram o que havia se percebido durante os ensaios da linha do Höllental em 1936: a locomotiva acionada através de motores monofásicos do tipo série tinha como concorrente a locomotiva equipada com retificadores e motores do tipo série em corrente contínua. Esta última tornou-se a solução para a alimentação em corrente alternada monofásica em 50 Hz, acompanhando ao longo do tempo a evolução da eletrônica de potência que compõe o retificador (Hill, 1994c) e (Kaller; Allenbach, 1995a).

Um quarto tipo de sistema de alimentação existente que porém não consta nas normas EN50163 (1995) e IEC60850 (Filipović, 1995) é o sistema trifásico. O

sistema trifásico em frequência fixa associou os progressos técnicos no transporte de energia elétrica em corrente trifásica com a robustez e simplicidade dos motores de indução trifásicos e também com a possibilidade de regulação da tensão através de transformadores. Por ser um sistema trifásico, as subestações são simples pois podem ser diretamente ligadas à rede pública de alimentação e também não necessitam de equipamentos especiais para a transferência, para esta rede pública de alimentação, da energia proveniente da freagem regenerativa dos trens (Cabrita, 1981b); (Hill, 1994c); (Filipović, 1995); (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Cabrita, 2000b).

É importante observar que esta vantagem da subestação conectada diretamente à rede pública de alimentação não existe em todos os sistemas trifásicos. Alguns sistemas foram estabelecidos a uma frequência mais baixa que a da rede pública de alimentação obrigando a construção de uma rede especial de produção e transporte de energia (Cabrita, 1981b).

Alguns fatores tanto em relação ao motor de tração quanto em relação à rede de alimentação fizeram com que o sistema trifásico não tivesse sucesso. O motor de indução, obrigado a funcionar em frequência constante, possuía um conjugado de partida reduzido, velocidades de trabalho perto da velocidade de sincronismo e impossibilitava uma retomada da freagem justamente por não se poder forçar a velocidade (Kaller; Allenbach, 1995a) e (Cabrita, 2000b).

Quanto à rede de alimentação, este sistema necessita de três condutores, em geral dois condutores aéreos e o trilho de rolamento, o que dificulta os cruzamentos e bifurcações devido ao cruzamento de fases (Patin, 1952). Além disto, os dois condutores aéreos não permitem um nível de tensão alto, o que acarretaria em um espaçamento maior entre as subestações (Filipović, 1995).

O sistema trifásico fez-se presente principalmente no norte da Itália que, devido aos inconvenientes expostos, foi substituído completamente até o ano de 1976. Nos Estados Unidos, uma linha situada nas Cascade Mountains foi eletrificada com o sistema trifásico em 1909 e em 1920, devido aos mesmos problemas, este sistema foi substituído pelo monofásico em 25 Hz (Cabrita, 1981b). Contudo, em algumas linhas

de tração à cremalheira na Suíça, onde é aceitável uma velocidade constante de circulação entre duas estações e as paradas são poucas, este sistema de alimentação é mantido até hoje (Kaller; Allenbach, 1995a). No Brasil, o sistema trifásico pode ser encontrado na Estrada de Ferro do Corcovado, eletrificada em 1910.

Fig. 68 – Linha de contato da E. F. do Corcovado

5.3 Escolha do sistema de alimentação

O projeto de eletrificação de um sistema metro-ferroviário requer uma solução para três problemas básicos (Delattre; Seiler, 1983):

- o tipo de corrente de alimentação;
- o modo de captação da corrente pelo veículo;
- a estrutura da rede de alimentação a ser construída, incluindo a conexão com a rede pública de alimentação local.

Como as soluções técnicas não são sempre óbvias, qualquer escolha deve, em princípio, ser resultado de uma comparação técnica e econômica entre as diferentes opções levando-se em conta ainda uma análise de custo e benefício (Delattre; Seiler, 1983).

Vale notar que, na prática, os problemas de integração com o ambiente existente, que são particularmente maiores em áreas urbanas, freqüentemente levam à adoção de

soluções de maior custo que terão grandes repercussões na operação e manutenção das diferentes instalações (Delattre; Seiler, 1983).

5.3.1 Tipo de corrente

Dentre os sistemas existentes, pode-se distinguir: corrente contínua, corrente alternada monofásica (frequência industrial e frequência especial) e corrente alternada trifásica. Para uma nova eletrificação, a corrente alternada trifásica, além de não ser normatizada através da EN50163 (1995) e da IEC 60850 (Filipović, 1995) é impraticável, como foi visto no item 5.2. Restam então os sistemas em corrente contínua e corrente alternada monofásica em frequência especial (16 $\frac{2}{3}$ e 25 Hz) e industrial (50 e 60 Hz).

A alimentação em corrente contínua requer subestações retificadoras. Para que a energia proveniente da freagem regenerativa dos trens retorne à rede pública de alimentação, as subestações devem ser equipadas com inversores (Filipović, 1995).

A alimentação em corrente alternada monofásica tem a vantagem da simplificação das subestações. Entretanto, estas subestações causam um grave desequilíbrio na rede pública de alimentação (trifásica), o que inviabiliza a corrente alternada monofásica para o transporte urbano (De Castro; Alouche, 1981).

A alimentação em corrente contínua por não permitir altos níveis de tensão por causa da alimentação direta dos motores de tração, requer correntes maiores, o que causa maiores quedas de tensão, conduzindo a uma distância menor entre as subestações (Filipović, 1995) e (Cabrita, 2000b). Entretanto, a alimentação em corrente alternada monofásica também pode conduzir a um número maior de subestações devido à impedância da linha (De Castro; Alouche, 1981).

Em relação às interferências causadas pelo sistema de alimentação ao ambiente, a alimentação em corrente contínua possui o problema da corrosão galvânica em estruturas metálicas enterradas. Por sua vez, a alimentação em corrente alternada, concebível apenas em altos níveis de tensão, o que implica a utilização de uma rede aérea como linha de contato, demanda proteções contra os efeitos dos campos

eletromagnéticos especialmente sobre os sistemas de telecomunicações. Esta proteção, dependendo das características do ambiente, pode ser custosa e até mesmo anular as vantagens econômicas deste sistema de alimentação (Delattre; Seiler, 1983).

Quanto aos custos, a alimentação em corrente contínua possui um custo mais elevado se comparado à alimentação em corrente alternada monofásica devido principalmente às subestações retificadoras e aos condutores da linha de contato, de maior secção transversal (Tessier, 1978). Entretanto se for tomado como regra que o custo e o tamanho de algumas instalações elétricas do material rodante aumenta com o nível de tensão, as altas tensões, particularmente aquelas adotadas na alimentação em corrente alternada monofásica, tornam-se proibitivas em alguns veículos utilizados no transporte urbano onde o espaço para estas instalações elétricas é demarcado e reduzido (Delattre; Seiler, 1983).

Atualmente, a corrente contínua em tensões menores que 1 kV alimenta a grande maioria das linhas de trens urbanos e suburbanos e todas as linhas de metrô, bondes e tróleibus. Para níveis de tensão entre 1 e 3 kV, a corrente contínua não teve grandes desenvolvimentos, como as linhas alimentadas em corrente alternada monofásica na frequência industrial, ficando restrita à complementação das linhas existentes (Kaller; Allenbach, 1995a). É importante observar que um nível de tensão menor que 1 kV na alimentação dos trens urbanos e suburbanos é utilizado devido aos potenciais perigosos que a alta tensão pode trazer (Schmidt, 1988).

Se para este mesmo nível de tensão fosse utilizada a corrente alternada, as quedas de tensão nas indutâncias dos condutores seriam elevadas, uma vez que as correntes possuem valores elevados. É por isto que a corrente contínua é preferível nestes casos (Schmidt, 1988).

A corrente alternada monofásica por sua vez, é aplicada sobretudo nas linhas de longa distância. O sistema monofásico na frequência especial também não teve grandes desenvolvimentos ficando também restrito à complementação das linhas existentes. Já o sistema monofásico na frequência industrial foi introduzido

massivamente em todas as eletrificações novas ou na construção de novas linhas de longa distância (Kaller; Allenbach, 1995a).

5.3.2 *Nível de tensão*

O nível de tensão da rede de alimentação tem sido determinado, ao longo do tempo, por diversas razões como o estágio tecnológico da época. Este fato originou uma diversidade de níveis de tensão, o que levou alguns órgãos a normatizar as tensões nominais da rede de alimentação (Alouche; Benites, 1994).

A Tabela 13, extraída da norma EN50163 (1995), mostra os níveis de tensão para os diversos sistemas de alimentação. Vale notar que tais níveis de tensão concordam com aqueles indicados pela norma IEC 60850 (Filipović, 1995) e também, no caso dos sistemas em corrente contínua, com a regra da UIC na qual a tensão na rede de alimentação pode variar entre +20% ($6/5 \cdot U_d$) e -33% ($2/3 \cdot U_d$) da tensão nominal (Delattre; Seiler, 1983) e (Martins, 1986a).

Ainda sobre a Tabela 13 é importante observar que os termos maior e menor tensão permanente referem-se às tensões máximas e mínimas, respectivamente, apresentadas indefinidamente e que os termos maior e menor tensão não permanente referem-se, respectivamente, às tensões máximas que podem ser apresentadas por um período máximo de 5 minutos e às tensões mínimas que podem ser apresentadas por um período de 10 minutos (EN50163, 1995).

sistema de alimentação	menor tensão não permanente [V]	menor tensão permanente [V]	tensão nominal [V]	maior tensão permanente [V]	maior tensão não permanente [V]
corrente contínua		400	600 ⁽¹⁾	720	770 ⁽²⁾
		500	750	900	950 ⁽³⁾
		1000	1500	1800	1950
		2000	3000	3600	3900
corrente alternada	11000	12000	15000	17250	18000 ⁽⁴⁾
	17500	19000	25000	27500	29000
(1) Futuros sistemas para bondes e ferrovias locais devem ter o valor nominal de tensão em 750 V, 1500 V ou 3000 V.					
(2) No caso de freagem regenerativa, o valor de 800 V pode ser admissível.					
(3) No caso de freagem regenerativa, o valor de 1000 V pode ser admissível.					
(4) Este valor deve ser confirmado através de medição e deve ser alterado.					

Tabela 13 – Níveis de tensão para os diversos sistemas de alimentação

Como curiosidade, vale lembrar que o nível de tensão de 50000 V em corrente alternada em 60 Hz já foi motivo de estudo nos Estados Unidos. Estudos sobre o nível de tensão de 6000 V em corrente contínua também foram realizados pela Itália e pela antiga União Soviética. O propósito destes últimos estudos foi dar uma alternativa ao aumento da seção nominal da linha de contato e do número de subestações nas linhas já eletrificadas em 3000 V, corrente contínua, que tiveram o tráfego sobre elas aumentado (Chambadal, 1974).

Atualmente nos transportes urbanos, alimentados em quase sua totalidade em corrente contínua, a tendência é a utilização de tensões nominais nos valores de 750 V e 1500 V. O valor de 3000 V é utilizado nas linhas de subúrbio ou trens metropolitanos por razões históricas (Alouche; Benites, 1994).

Vários parâmetros influenciam a escolha do nível de tensão. Entre elas podem-se destacar a capacidade de transporte, a potência unitária dos trens, o modo de captação da energia pelo trem, as possibilidades de instalação de subestações, as interferências eletromagnéticas causadas ao ambiente e a viabilidade técnica em termos de material rodante (Delattre; Seiler, 1983) e (Alouche; Benites, 1994).

A capacidade de transporte (passageiros/hora/sentido) de uma linha determina a potência necessária do sistema de alimentação. Capacidades de transporte maiores levam a correntes mais elevadas. Nos sistemas onde a linha de contato é feita através do terceiro trilho, a tensão nominal de 750 V é justificável. Para o caso de uma linha de contato aérea, de capacidade de condução de corrente menor que o terceiro trilho, em uma linha de alta capacidade de transporte, a tensão nominal deve ser no mínimo igual a 1500 V (Delattre; Seiler, 1983) e (Alouche; Benites, 1994).

A potência unitária dos trens torna-se também um fator que influencia a escolha do nível de tensão quando esta é alta e a quantidade de trens no sistema é pequena. Neste caso, podem ocorrer altas correntes de pico no sistema de alimentação, o que traz a necessidade do sobredimensionamento das subestações. É então altamente desejável aumentar a carga da subestação sem que se aumentem muito as correntes, como seria no caso de um curto-circuito. Isto pode ser conseguido através de um maior espaçamento entre as subestações. Entretanto, tal prática pode trazer excessivas quedas de tensão, o que pode levar à escolha de uma tensão nominal maior (Delattre; Seiler, 1983) e (Alouche; Benites, 1994).

O modo de captação de energia pelo trem também é um fator importante. Sua escolha pode ser baseada em outros critérios além do elétrico. Por exemplo, a utilização de um terceiro trilho como linha de contato em sistemas subterrâneos produz uma economia significativa em termos da construção do túnel (Delattre; Seiler, 1983). Um outro exemplo são as linhas que dividem espaço com um outro tipo de tráfego, como bondes e trens urbanos. Nestes casos, a linha de contato deve ser feita através de uma rede aérea (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

A tensão nominal deve então ser compatível com o modo de captação de energia pelo trem. Por exemplo, a alimentação através do terceiro trilho é compatível, por razões de segurança, somente com tensões baixas como valores situados entre 750 V e 1500 V (Alouche; Benites, 1994). Já a rede aérea utilizada nos trens urbanos pode ter uma tensão nominal entre 600 V e 800 V. Redes aéreas de sistemas convencionais utilizam as tensões nominais de 1500 V e 3000 V (Hill, 1994c).

A localização das subestações é um outro fator que influencia a escolha da tensão nominal. Em alguns casos, a localização das subestações pode ser afetada por problemas de disponibilidade de terreno ou pela distância da linha metro-ferroviária da rede de alimentação pública. Nestes casos, as subestações podem ter um espaçamento maior, o que requer uma tensão nominal mais elevada (Delattre; Seiler, 1983) e (Alouche; Benites, 1994).

5.4 Estrutura básica da alimentação em corrente contínua

A partir deste ponto, este trabalho irá tratar apenas da alimentação em corrente contínua. A razão disto é que a tração elétrica no Brasil, atualmente, está concentrada nos transportes urbanos não havendo linhas eletrificadas de longa distância (as que existiam estavam alimentadas em corrente contínua na tensão de 3000 V). Deste modo, todas as linhas eletrificadas no Brasil, com exceção da Estrada de Ferro do Corcovado, são alimentadas em corrente contínua.

As instalações fixas do sistema de tração elétrica podem, sob o ponto de vista da utilização da energia elétrica, ser divididas em quatro tipos (Patin, 1952); (Courtois et al., 1998) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

- geração;
- transmissão;
- distribuição;
- alimentação.

A grande maioria dos sistemas de alimentação em corrente contínua não possui um sistema de geração próprio, como ocorre, por exemplo, com a rede de alimentação

em corrente alternada monofásica em $16 \frac{2}{3}$ Hz na Suécia. Do mesmo modo a transmissão, que consiste no transporte da corrente sob a forma trifásica e em uma tensão elevada que deve ser abaixada antes da utilização no sistema de tração (Patin, 1952), também não se faz presente nos sistemas de alimentação em corrente contínua.

O suprimento de energia destes sistemas em corrente contínua provém da rede pública de alimentação. A conversão da corrente trifásica em corrente contínua na tensão nominal da linha de contato é feita através de subestações retificadoras. O uso de subestações inversoras tem se tornado viável através do desenvolvimento dos tiristores retificadores de alta potência. Nestas subestações, a energia regenerada pelos trens pode retornar à rede pública de alimentação quando não há trens que possam consumir esta energia. Entretanto, este sistema requer uma cuidadosa estratégia de operação incluindo uma combinação entre os sistemas de freagem dinâmica e regenerativa além de um monitoramento detalhado da tensão na linha (Hill, 1994c).

A conexão entre a rede pública de alimentação e as subestações retificadoras pode ser feita de duas maneiras. A primeira é a conexão direta da subestação retificadora na rede pública de alimentação. Esta solução é indicada para as linhas de subúrbio ou trens metropolitanos onde a distância entre as subestações é maior e as exigências de confiabilidade são menores devido às alternativas existentes em caso de falhas (De Castro; Alouche, 1981). Tal solução é adotada em algumas linhas da Companhia Paulista de Trens Metropolitanos (CPTM). A segunda alternativa, indicada para linhas de alta confiabilidade, como as linhas de metrô, é a adoção de um sistema de distribuição (De Castro; Alouche, 1981).

A função deste sistema de distribuição é receber a energia da rede pública de alimentação através de uma subestação primária que transforma e distribui esta energia em uma tensão adequada para as subestações retificadoras (De Castro; Alouche, 1981).

É importante observar também que quando se tem uma distância pequena entre as subestações retificadoras, em geral, não é possível encontrar para cada uma delas um ponto de conexão com a rede de alimentação capaz de fornecer energia de forma segura e de suportar, sem repercussões para os outros clientes desta mesma rede pública de alimentação, as variações brutais de carga próprias da tração elétrica. Neste caso, faz-se necessário também o uso de um sistema de distribuição (Tessier, 1978).

A configuração do sistema de distribuição pode ser basicamente de dois tipos: radial ou em anel. A escolha entre estas alternativas deve ser feita baseada em critérios de custo, confiabilidade, flexibilidade nas degradações, simplicidade operacional, seletividade de proteção e baixa interferência sobre os serviços auxiliares (De Castro; Alouche, 1981).

Um exemplo de uso de um sistema de distribuição é o Metrô de São Paulo, Linhas 1, 2 e 3. As subestações primárias (três na Linha 1 e quatro na Linha 3 sendo que uma é compartilhada com a Linha 2) recebem energia da rede pública de alimentação na tensão de 88 kV no caso da Linha 1 e 88 kV / 138 kV no caso das Linhas 2 e 3 e transformam para tensão da rede de distribuição, cujo valor nominal é de 22 kV. A distribuição desta energia é feita por uma rede de cabos disposta ao longo da via. Esta rede de distribuição alimenta as subestações retificadoras que convertem a corrente alternada trifásica em corrente contínua na tensão de 750 V (75% da energia consumida) e também as subestações auxiliares de cada estação, com o propósito de alimentar os seus serviços auxiliares na tensão de 647 V ou 460 V (Spatny, 1978); (De Castro; Alouche, 1981); (Saito; Wakatsuki, 1992); (Laudanna, 1997) e (Vasconcelos, 2005).

O quarto e último tipo de instalação fixa do sistema de tração elétrica é a alimentação. Este tipo de instalação é constituída da linha de contato e das subestações retificadoras ligadas a esta linha em paralelo (Courtois et al., 1998).

5.5 Subestações retificadoras

Conforme foi visto no item 5.4, o suprimento de energia provém da rede pública de alimentação. A corrente trifásica desta rede de alimentação é convertida em corrente contínua na subestação retificadora.

A conversão da corrente trifásica em contínua é um objeto de profunda evolução desde a origem da tração elétrica (Tessier, 1978).

A forma mais antiga desta conversão é através de um grupo motor-gerador: um motor síncrono trifásico aciona dois geradores de corrente contínua ligados em série. Surgiram depois o conversor síncrono trifásico, que é a condensação em uma só máquina do grupo motor-gerador, e o retificador a vapor de mercúrio, que se impôs universalmente (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

Entretanto, o surgimento de cada um destes tipos de conversores não constitui três períodos sucessivos e bem separados dentro da história da tração elétrica em corrente contínua. Um exemplo são as linhas de 3000 V que, por razões técnicas, continuaram a utilizar os grupos motor-gerador até o advento dos retificadores a vapor de mercúrio (Garreau, 1965).

Por fim, surgiram os retificadores a semicondutores de silício, hoje amplamente empregados, trazendo as seguintes vantagens (Tessier, 1978):

- simplicidade das instalações;
- diminuição no preço da construção;
- redução nos gastos com manutenção;
- aumento do rendimento em relação às formas anteriores de conversão.

5.5.1 Esquemas de ligação dos retificadores

Pode-se dividir os esquemas de ligação dos retificadores propriamente ditos e do transformador – sempre necessário e que faz a conexão destes retificadores à rede pública de alimentação – em duas grandes categorias: conexões de via simples e conexões de via dupla (Tessier, 1978).

As conexões de via simples (retificação de meia onda), utilizadas em sistemas mais antigos com retificadores a vapor de mercúrio, podem ser do tipo hexafásica em estrela simples ou dupla estrela (Tessier, 1978) e (Schmidt, 1988), como mostra a Fig. 69.

Fig. 69 – Conexões de via simples a) Hexafásica em estrela b) Dupla estrela

Na montagem do tipo dupla estrela, o secundário do transformador é formado por dois enrolamentos em estrela inversos (180° de diferença entre as fases de uma estrela e outra), onde seus pontos neutros são ligados em um terceiro enrolamento (autotransformador), também chamado de bobina de absorção, ou transformador de interfase, que permite que cada estrela conduza simultaneamente. A diferença de tensão instantânea entre as duas pontas da estrela causa a circulação de corrente na bobina de absorção definindo, desta forma, a tensão instantânea negativa da carga.

A característica comum entre a montagem hexafásica em estrela e a montagem hexafásica em dupla estrela é que cada um dos terminais de fase do transformador é ligado somente aos anodos dos retificadores.

Na prática, com retificadores a vapor de mercúrio, as conexões de via simples são mais favoráveis sob o ponto de vista do dimensionamento do transformador, uma vez que as conexões de via dupla com retificadores a vapor de mercúrio apresentam inconvenientes quedas de tensão. Com retificadores de silício, as quedas de tensão são de 1 V possibilitando as conexões de via dupla, que permitem um dimensionamento mínimo do transformador (Tessier, 1978).

As conexões de via dupla (retificação de onda completa), ou montagem em ponte, utilizada em sistemas mais modernos, podem ser uma ponte trifásica (conhecida na Europa como ponte de Graëtz) simples ou uma dupla ponte trifásica. A característica comum destas conexões é que os terminais de fase do transformador são ligados alternadamente aos anodos e aos catodos dos retificadores (Tessier, 1978), como mostra a Fig. 70.

Fig. 70 – Conexões de via dupla a) Ponte de Graëtz simples b) Ponte de Graëtz dupla

A montagem em ponte de Graëtz simples pode ser entendida como um arranjo de duas conexões em estrela defasadas de 60° . Estas duas formas de onda trifásica se adicionam resultando em uma ondulação (ripple) de 6 pulsos na tensão de saída (Schmidt, 1988).

Um fator de ondulação (ripple) menor pode ser conseguido através do aumento de 6 para 12 ou até 24 pulsos na tensão de saída. Isto é particularmente significativo na operação de motores de tração em corrente contínua e inversores que requerem uma interferência mínima de ondulação da linha nas frequências de saída (Hill, 1994c).

Para o fornecimento de uma tensão de saída com uma ondulação de 12 pulsos, utiliza-se a montagem em ponte dupla de Graëtz. Nesta montagem, como pode-se observar através da Fig. 70 b, o transformador comporta dois enrolamentos secundários, um ligado em estrela e o outro ligado em triângulo, constituindo dois

sistemas defasados de 30° . Cada secundário alimenta uma ponte de Graëtz trifásica. A ligação entre estas duas pontes pode ser em série ou em paralelo.

A ligação em série é feita através da conexão do terminal k_1 com o terminal A_2 da Fig. 70 b. Já a ligação em paralelo é feita através da conexão do terminal k_1 com o terminal k_2 da Fig. 70 b e do terminal A_1 com o terminal A_2 da Fig. 70 b.

De um modo geral, a ligação em série é empregada quando se deseja uma tensão de saída elevada que não podia ser obtida com uma única ponte. Já a ligação em paralelo é utilizada para os casos nos quais a corrente no lado CC é elevada (Barton, 1994).

Quando duas pontes são ligadas em paralelo, apesar das tensões médias serem iguais, as tensões instantâneas diferem substancialmente devido à defasagem de 30° entre elas. Para que esta diferença seja eliminada, um transformador (ou bobina) de interfase é inserido entre as duas pontes (Barton, 1994). Uma outra função do transformador de interfase é absorver componentes harmônicos de amplitudes prejudiciais ao sistema (Laudanna, 1992).

O transformador de interfase permite uma operação independente das duas pontes retificadoras e as características operacionais dos circuitos retificadores são quase as mesmas de um retificador em ponte simples (Tzeng; Chen; Wu, 1997).

Enquanto os transformadores das duas pontes forem perfeitamente simétricos, o transformador de interfase irá operar como um dispositivo de divisão de corrente, e não haverá interação entre as pontes. Entretanto, a presença de uma assimetria resulta em uma corrente desbalanceada entre as pontes e sérios problemas de saturação no transformador de interfase. O conseqüente aumento do transformador de interfase para amenizar o problema, acompanhado do aumento do custo do retificador, tem feito com que ele seja eliminado de algumas instalações (Tzeng; Chen; Wu, 1997).

É importante observar que para se ter as tensões de linha equilibradas, o número de espiras do secundário em triângulo da Fig. 70 b deve ser próximo de $\sqrt{3}$ vezes maior que o secundário em estrela da Fig. 70 b (Laudanna, 1992) e (Barton, 1994).

Como exemplo de utilização da montagem em ponte dupla de Graëtz tem-se o Metrô de São Paulo. Na Linha 1 entre as estações Santana e Jabaquara, cada subestação possui três conjuntos retificadores montados (um de reserva) em ponte de Graëtz dupla (chamados grupos retificadores) localizados em estações alternadas. Cada grupo retificador tem a potência de 2500 kW. Na Linha 3 e na Linha 1 entre as estações Jardim São Paulo e Tucuruvi existe um único grupo retificador de potência igual a 4250 kW instalado em cada estação. O mesmo ocorre na Linha 2. Na Linha 5 há quatro subestações com dois grupos retificadores 3500 kW cada. Na Linha 4, as subestações retificadoras são compostas por dois grupos com potência aproximada de 4000 kW cada. Os retificadores são compostos por duas pontes de Graëtz de seis pulsos ligadas em paralelo e defasadas de 30° , constituindo uma ponte de Graëtz dupla (Laudanna, 1992); (Almeida; Meca, 2004) e (Da Silva, 2006).

A CPTM também utiliza a montagem em ponte de Graëtz dupla em várias subestações. Como exemplo, pode-se citar a subestação Barra Funda, que alimenta a Linha B. Algumas subestações entretanto, apresentam a montagem em ponte dupla de Graëtz com o primário do transformador ligado em triângulo (diferentemente da Fig. 70 b como é o caso da subestação Osasco que alimenta as Linhas B e C e da subestação Pari, que alimenta as Linhas A e D.

É muito importante observar também que apesar da Fig. 69 e da Fig. 70 apresentarem as ligações do primário dos transformadores em estrela, pode-se em todos os casos ligar este primário em triângulo. A diferença entre estas ligações está na forma de onda das correntes no primário.

A conexão em triângulo provê um circuito fechado para as harmônicas múltiplas de três da corrente de magnetização do transformador. Deste modo, estas harmônicas são suprimidas e a distorção da corrente de linha é menor (Tessier, 1978); (Laudanna, 1992) e (Barton, 1994).

O Anexo A traz um modelo, para cada tipo de retificador visto aqui, que faz uma conexão entre a potência em corrente contínua, expressa em termos da tensão e da corrente na linha de contato, e as potências ativa, reativa e aparente na linha em corrente alternada que alimenta a subestação retificadora.

5.5.2 Localização e quantidade de subestações retificadoras

A localização das subestações retificadoras pode ser dividida em duas etapas: localização teórica e adequação desta localização em função da queda de tensão na linha de contato, das possibilidades de conexão à rede em corrente alternada e também dos custos das instalações (De Castro; Alouche, 1981); (Martins, 1986a) e (Martins, 1986b).

Uma solução é localizá-las junto às estações como ocorre nas Linhas 1, 2, 3 e 5 do Metrô de São Paulo pois a potência máxima é requerida durante a partida dos trens (De Castro; Alouche, 1981). Uma outra maneira é procurar ter uma igualdade de solicitação de energia fornecida pelas subestações. Nota-se que neste caso o espaçamento entre elas nos trechos de maior consumo é menor que nos trechos de menor consumo (Toledo et al., 1988).

O ponto de partida para esta última solução, conhecida como critério isoenergético, é o consumo de energia acumulado de um trem fornecido através de uma simulação de marcha. Nesta simulação considera-se a hipótese de que o valor da tensão aplicada ao trem seja 90% do valor da tensão nominal durante o regime de tração e 110% do valor da tensão nominal durante o regime de freagem (Martins, 1986a); (Martins, 1986b) e (Toledo et al., 1988).

A simulação de marcha fornece, lembrando-se o item 3.8, o valor da energia consumida pelo trem no coletor de corrente E_{tsz} em função, para este caso, do espaço percorrido no sentido de ida e no sentido de volta. É importante observar que para o sentido de volta, o valor inicial do consumo acumulado deve ser zero e não assumir o valor final do consumo acumulado no sentido de ida.

Tem-se, portanto, duas curvas, uma para cada sentido – $E_{tsz}(s)_{ida}$ e $E_{tsz}(s)_{volta}$ – que devem ser somadas obtendo-se, desta forma, o valor do consumo acumulado em cada trecho da linha.

Para esta soma, os autores de (Martins, 1986a); (Martins, 1986b) e (Toledo et al., 1988) recomendam que as curvas $E_{tsz}(s)$ para cada sentido sejam divididas em n partes por uma unidade de espaço Δs (em geral por quilômetro), como uma derivada destas curvas. Assim, para cada parte j tem-se:

$$\left(\frac{dE_{tsz_j}}{ds} \right)_{ida} = \frac{E_{tsz}(s + \Delta s)_{ida} - E_{tsz}(s)_{ida}}{\Delta s} \quad (195)$$

$$\left(\frac{dE_{tsz_j}}{ds} \right)_{volta} = \frac{E_{tsz}(s)_{volta} - E_{tsz}(s + \Delta s)_{volta}}{\Delta s} \quad (196)$$

O resultado será um valor de consumo constante para cada um dos n intervalos de espaço Δs , o que facilita a soma das curvas $E_{tsz}(s)_{ida}$ e $E_{tsz}(s)_{volta}$ em ambos os sentidos.

O consumo de energia do sistema de alimentação em um dado instante de tempo é conhecido como perfil energético (Martins, 1986a); (Martins, 1986b) e (Toledo et al., 1988) e é dado através da soma de cada uma das curvas $E_{tsz}(s)$ multiplicada pelo número de trens n_t na linha e também pela unidade de espaço Δs .

$$pE_{tsz} = \sum_{j=1}^n n_t \cdot \left[\left(\frac{dE_{tsz_j}}{ds} \right)_{ida} + \left(\frac{dE_{tsz_j}}{ds} \right)_{volta} \right] \cdot \Delta s \quad (197)$$

Nota-se que a multiplicação de cada um dos n intervalos de consumo constante por Δs faz com que o valor de consumo não seja mais constante no intervalo Δs , mas concentrado em $(s + \Delta s)$. O resultado obtido é então uma outra curva de consumo acumulado em função do espaço $pE_{tsz}(s)$. Pode-se notar também que na eq.(197) para j igual a n , tem-se o consumo total de energia no sistema de alimentação.

Este valor de consumo total de energia é então dividido pelo número de subestações n_{SE} , obtendo-se o consumo de energia para cada subestação. A localização de cada subestação é dada através da entrada da metade deste resultado na curva $pE_{tsz}(s)$, levando-se em consideração que a curva do perfil energético apresenta um consumo acumulado no sistema. Deste modo, para cada subestação x , levando-se em conta os índices utilizados na eq.(197), tem-se o seguinte consumo:

$$E_{uz}(x) = (x-1) \frac{pE_{tsz}(n)}{n_{SE}} + \frac{pE_{tsz}(n)}{2 \cdot n_{SE}} = pE_{tsz}(n) \frac{(2 \cdot x - 1)}{2 \cdot n_{SE}} \quad (198)$$

A Fig. 71, extraída de (Martins, 1986a); (Martins, 1986b) e (Toledo et al., 1988) traz um exemplo de aplicação do critério isoenergético para uma linha com três subestações.

Fig. 71 – Aplicação do critério isoenergético para três subestações

Quanto ao exemplo da Fig. 71, vale notar que a localização das subestações também pode ser dada pela semelhança de triângulos. A posição da subestação x é calculada de forma que o consumo E_{uz} desta subestação seja situado na curva do perfil energético em um intervalo entre j , de consumo menor que $E_{uz}(x)$, e $j+1$, de consumo maior que $E_{uz}(x)$ sendo que os intervalos j e $j+1$ foram estabelecidos na eq.(195), na eq.(196) e na eq.(197). Assim, a localização da subestação é dada por:

$$s(x) = \left[\frac{E_{uz}(x) - pE_{tsz}(j)}{pE_{tsz}(j+1) - pE_{tsz}(j)} \right] \cdot [s(j+1) - s(j)] + s(j) \quad (199)$$

Lembrando-se que $pE_{tsz}(j-1) \leq E_{uz}(x) < pE_{tsz}(j)$.

É muito importante observar que no caso das linhas de metrô e trens metropolitanos, a escolha do intervalo Δs deve ser cuidadosa. Isto porque a recuperação da energia através da freagem regenerativa nestas linhas é comum, e o consumo total de energia em cada sentido decresce durante estas situações. Uma unidade de espaço Δs fixa pode então conduzir a valores negativos na eq.(195) e na eq.(196).

Uma solução é fazer com que Δs seja variável e de valor igual à distância entre duas estações adjacentes. Deste modo, garante-se um valor positivo na eq.(195) e na eq.(196) pois tem-se neste intervalo um ciclo de tração completo.

Conforme foi dito, o critério isoenergético aproxima as subestações nas regiões de elevado consumo de energia. Esta característica contribui para a diminuição das quedas de tensão na linha de contato, pois estas são maiores nos trechos onde os trens absorvem maior potência e, conseqüentemente, maior energia (Martins, 1986a); (Martins, 1986b) e (Toledo et al., 1988).

Uma variação do critério isoenergético – o critério isoenergético modificado – estabelece que as penúltimas subestações tenham uma sobrecarga de 50% para o caso de desligamento das subestações da ponta da linha (Ribeiro, 1993). Deste modo, o perfil energético é dividido em $(2 \cdot n_{SE} - 1)$ partes sendo que caberá às subestações de ponta $5/3$ desta divisão e às penúltimas subestações $4/3$ desta divisão. O total de energia para estas quatro subestações é o equivalente à energia para três subestações localizadas fora das pontas.

O último critério aqui comentado é o isométrico. Através deste critério, as subestações são localizadas de forma a obter um igual espaçamento entre elas, dando uma importância igual aos trechos de maior e de menor consumo de energia (Martins, 1986a); (Martins, 1986b) e (Toledo et al., 1988).

Em (Mattos, 1985) é sugerido que a distância entre as subestações retificadoras seja uma função da tensão nominal da linha de contato. Deste modo, para uma tensão igual a 750 V, a distância sugerida está entre 1 e 3 km. Para uma tensão igual a

1500 V, a distância sugerida está entre 2 e 10 km e para uma tensão de 3000 V, esta distância está entre 3 e 20 km.

A pré-localização das subestações retificadoras deve ser adequada de forma a respeitar os limites dos níveis de tensão mostrados na Tabela 13 além da possibilidade de conexão com a rede em corrente alternada e viabilidade de construção. Esta adequação deve ser feita de forma que as subestações sejam posicionadas perto das respectivas localizações teóricas, visando uma minimização dos custos de implantação e alimentação (Martins, 1986a); (Martins, 1986b) e (Toledo et al., 1988).

A quantidade de subestações retificadoras depende da extensão da linha. Um pequeno número de subestações significa um maior espaçamento entre elas e, conseqüentemente, uma maior potência necessária para cada uma delas. Para que os limites de tensão estabelecidos na Tabela 13 sejam respeitados, a secção transversal dos condutores da linha de contato deverá ser maior, oferecendo uma menor resistência (Toledo et al., 1988).

Um grande número de subestações retificadoras significa um menor espaçamento entre elas e uma menor potência necessária para cada uma delas. Subestações retificadoras mais próximas significam também diminuição das correntes na linha de contato e conseqüentemente uma melhor detecção dos defeitos, redução das correntes de fuga, maior possibilidade de estratégias operacionais em caso de defeito ou manutenção em uma das subestações e diminuição da secção transversal da linha de contato (Alouche, 1980) e (Toledo et al., 1988).

A quantidade ótima de subestações depende de uma análise do custo total de implantação do sistema. Este custo é composto principalmente pelo custo das subestações retificadoras que é diretamente proporcional ao seu número e potência e pelo custo da linha de contato que é inversamente proporcional ao número de subestações previstas (De Castro; Alouche, 1981) e (Toledo et al., 1988), como mostra Fig. 72.

Fig. 72 – Custo total de implementação do sistema

O número ótimo de subestações retificadoras, bem como a distância média ótima entre elas, é dado pelo menor custo total, como mostra a Fig. 72.

Um modo prático para se encontrar o número de subestações é dado através do valor do perfil energético pE_{tsz} no final da linha ($s=l$) e da potência P_d que se estima por subestação. Estas variáveis são relacionadas através da seguinte equação (Ribeiro, 1993):

$$n_{SE} = \frac{pE_{tsz}(l)}{3600} \cdot \frac{1}{P_d \frac{2}{3}} \quad (200)$$

Nota-se na eq.(200) que o valor de $2/3$ garante uma reserva passiva (assunto que será tratado no item 5.5.5) para o socorro de uma subestação adjacente com defeito (Ribeiro, 1993).

Um outro modo de se calcular o número de subestações é através da energia consumida pelos trens, discutido no item 3.8. De acordo com (Giuriati; Labate Neto, 1992), pode-se calcular a energia consumida pelo trem no coletor de corrente E_{tsz} durante o seu percurso através da eq.(90). A potência média por trem é então dada por:

$$P_{el} = \frac{E_{tsz}}{t_c} \quad (201)$$

Deste modo, o número de subestações é dado através da seguinte equação:

$$n_{SE} = \frac{n_t \cdot P_{el}}{P_d} \quad (202)$$

É importante observar que, quando se calcula o perfil energético necessário na primeira abordagem, o tempo de ciclo veicular já está implícito nos cálculos, uma vez que durante a simulação, a energia consumida é calculada no intervalo de tempo Δt . Já a segunda abordagem calcula a energia através do teorema trabalho-energia cinética e só na eq.(201) o tempo de ciclo veicular é considerado.

5.5.3 Dimensionamento das subestações retificadoras

O dimensionamento das subestações depende dos valores eficazes e de pico das correntes a serem fornecidas. Caso se conte com o recurso da simulação elétrica, a potência instalada nas subestações de tração deve ser suficiente para atender a curva de carga prevista nas condições de operacionais mais severas do sistema de transporte (De Castro; Alouche, 1981); (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

As subestações retificadoras devem ser especificadas para atender uma certa capacidade de sobrecarga, uma vez que as curvas de carga são caracterizadas pela grande ocorrência de picos de potência de curta duração em função das possibilidades de partida simultânea de trens. Deste modo, as normas estabelecem as cargas que os retificadores utilizados devem suportar (De Castro; Alouche, 1981) e (Martins, 1986a).

A Tabela 14 traz as classes de operação e as cargas limites de acordo com as normas NEMA RI9 de 1968 e IEC 60146-1-1 de 1991.

Classe de operação		Cargas limites (% da potência nominal)
IEC 60146	NEMA RI9	
III	-	100% continuamente 150% durante 2 min. 200% durante 10 s.
IV	-	100% continuamente 125% durante 2 h. 200% durante 10 s.
V	-	100% continuamente 150% durante 2 h. 200% durante 1 min.
-	tração média	100% continuamente 155% durante 2 h. 200% durante 1min.
VI	tração pesada	100% continuamente 150% durante 2 h. 300% durante 1 min.
-	tração extra-pesada	100% continuamente 150% durante 2 h. 300% cinco períodos de 1 min. 450% durante 15 s.

Tabela 14 – Classes de operação segundo as normas NEMA RI9 e IEC 60146-1-1

A classe de operação tração extra-pesada da Tabela 14 é adotada no Metrô de São Paulo para as Linhas 1 e 3 (De Castro; Alouche, 1981). Para a Linha 4 a classe adotada é a tração pesada (Almeida; Meca, 2004).

As linhas ferroviárias de tráfego geral são, sob o ponto de vista da tração elétrica, caracterizadas por trens de várias categorias que atingem velocidades de até 200 km/h resultando em valores de demanda de potência de até 300 kW/km. A

característica da distribuição desta carga na linha pode ser descrita com o auxílio de funções de variação estocástica (Lingen; Schmidt, 1996) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Já as linhas de metrô e trens metropolitanos são caracterizadas por valores curtos de headway (termo que será tratado no item 7.2.1), por uma característica de distribuição de carga ao longo da linha totalmente diferente das linhas de tráfego geral e por uma corrente na linha de contato e nas subestações composta por impulsos. A demanda de potência para estes sistemas pode estar entre 1,7 e 2,5 MW/km (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Deste modo, as correntes presentes no sistema de alimentação são elevadas e aleatoriamente variáveis com o tempo e no espaço fazendo com que os ciclos de carga sejam irregulares e de difícil previsão. A quantidade de variáveis envolvidas e as incertezas nos comportamentos das mesmas fazem com que os métodos práticos de dimensionamento das subestações retificadoras sejam estimativos e aproximados pois adotam premissas e simplificações. Neste sentido, os métodos numéricos executados por computadores são mais completos e precisos (De Castro; Alouche, 1981).

Um método prático de dimensionamento que vale a pena ser exposto é o método de De Koranyi por ser referência nos projetos de linhas metroviárias em São Paulo. Os resultados fornecidos por este método apresentam, na maioria dos casos, precisão suficiente para utilização em uma fase preliminar de projeto (De Castro; Alouche, 1981); (Giuriati; Labate Neto, 1992) e (Labate Neto, 2005).

5.5.3.1 Método de De Koranyi

O método de De Koranyi assume que a duração do horário de pico é de duas horas, maior que a duração real, devido à grande constante de tempo dos transformadores. Assume também que o valor de corrente considerada para o dimensionamento da subestação é o valor eficaz e não o valor médio (De Koranyi, 1965).

Duas configurações para uma linha composta por duas vias são consideradas. Na configuração do tipo 1 as subestações estão localizadas nas estações, e na configuração do tipo 2, as subestações estão localizadas entre as estações. Estas configurações não são distantes da realidade. A Linha 1 do Metrô de São Paulo, assim como outras redes metroviárias no mundo, possui uma subestação para cada duas estações de passageiros. Uma configuração semelhante também é adotada na Linha 5. Já para as Linhas 2 e 3, a configuração é do tipo 1 (De Castro; Alouche, 1981) e (Laudanna, 1992).

Baseando-se na uniformidade, as correntes são consideradas igualmente distribuídas entre as subestações e os seus valores médios dados, tanto para a configuração do tipo 1 quanto para a configuração do tipo 2 por (De Koranyi, 1965):

$$I_{méd} = 2 \frac{n_{est}}{n_{SE}} \cdot \frac{t_{cm}}{hdw} I_t \quad (203)$$

Uma boa aproximação para o cálculo das correntes eficazes das subestações é obtida pela superposição dos efeitos das correntes de cada trem defasadas aleatoriamente no tempo. Deste modo, a corrente eficaz da subestação pode ser dada por (De Koranyi, 1965):

$$I_{rms} = \left[\left(2 \frac{n_{est}}{n_{SE}} \cdot \frac{t_{cm}}{hdw} \right) + K_4 \cdot (FF - 1) \right] \cdot I_t \quad (204)$$

Em relação à eq.(203) e à eq.(204) é muito importante observar que o valor da corrente do trem I_t utilizado é um valor médio ao longo do tempo comercial t_{cm} (De Koranyi, 1965).

Vale notar também que o fator de forma FF , definido como a razão entre o valor eficaz e o valor médio, utilizado na eq.(204) é o fator de forma de corrente do trem também durante o tempo comercial (De Koranyi, 1965).

A constante K_4 é dada pela Tabela 15 extraída de (De Koranyi, 1965).

Configuração	n_{est} / n_{SE}	K_4 [1]
tipo 1	1	1,25
	2	0,90
	≥ 3	0,85
tipo 2	1	0,85
	2	0,80
	≥ 3	0,65

Tabela 15 – Valores para a constante K_4

A corrente eficaz da subestação calculada na eq.(204) pode atingir valores de 150% da corrente nominal. Deste modo, a corrente de base da subestação deve ser maior ou igual a 2/3 desta corrente eficaz. Entretanto, a subestação também deve ser capaz de suportar uma corrente de pico 450% maior que a corrente de base, ou seja, a corrente de base deve ser maior ou igual a 2/9 da corrente de pico. Caso o valor de 2/3 da corrente eficaz não seja consideravelmente maior que o valor de 2/9 da corrente de pico, uma investigação maior sobre a duração e ocorrência desta corrente de pico deve ser feita (De Koranyi, 1965). Vale notar que os valores adotados de cargas limites correspondem à classe de operação tração extra-pesada, mostrada na Tabela 14.

Os outros métodos de cálculo da carga nas subestações são os métodos do ciclo equivalente padronizado e o método da curva de carga equivalente ponderada pelo tempo. Estes métodos, descritos a seguir, não são métodos rápidos como o método de De Koranyi mas são métodos bastante úteis na análise de resultados de uma simulação elétrica.

5.5.3.2 Método do ciclo equivalente padronizado

A curva da corrente $i_d(t)$ fornecida por uma simulação pode ser interpretada como um ciclo repetitivo de n pulsos. O ciclo equivalente padronizado transforma esta curva, durante um ciclo de duração T , em uma curva composta por dois pulsos: um máximo e um mínimo (Martins, 1986a).

A construção da curva do ciclo de carga equivalente é justificada para o caso da temperatura de junção dos semicondutores dos retificadores submetidos a este ciclo equivalente ser maior ou igual à temperatura máxima dos mesmos quando submetidos a um ciclo de carga repetitivo de n pulsos (Martins, 1986a).

O valor do pulso máximo $I_{m\acute{a}x}$ do ciclo equivalente padronizado é assumido como sendo igual ao valor do primeiro pulso da curva $i_d(t)$. Resta, portanto, calcular o valor do pulso mínimo $I_{m\acute{i}n}$ e o tempo de duração do pulso máximo ΔT (Martins, 1986a).

O valor do pulso mínimo é dado por (Martins, 1986a):

$$I_{m\acute{i}n} = \frac{I_{m\acute{e}d} \cdot I_{m\acute{a}x} - I_{rms}^2}{I_{m\acute{a}x} - I_{m\acute{e}d}} \quad (205)$$

E o tempo de duração do pulso $I_{m\acute{a}x}$ por (Martins, 1986a):

$$\Delta T = \frac{I_{rms}^2 - I_{m\acute{e}d}^2}{I_{m\acute{a}x}^2 - 2 \cdot I_{m\acute{a}x} \cdot I_{m\acute{e}d} + I_{rms}^2} T \quad (206)$$

Vale observar que os valores $I_{m\acute{e}d}$ e I_{rms} presentes na eq.(205) e na eq.(206) representam, respectivamente, os valores médio e eficaz da corrente $i_d(t)$ durante o período de tempo T .

R. W. C. Martins (1986a) lembra ainda que, para o dimensionamento dos retificadores da subestação, a corrente nominal dos mesmos deve ser maior ou igual à corrente eficaz calculada I_{rms} e que o pulso máximo $I_{m\acute{a}x}$, de duração ΔT , deve ser menor ou igual à capacidade de sobrecarga do semicondutor.

5.5.3.3 Método da curva de carga equivalente ponderada pelo tempo

Um cálculo preciso da carga das subestações sujeitas a uma corrente $i_d(t)$ com base em uma simulação requer um esforço considerável. Entretanto, a utilização de uma curva de carga equivalente ponderada pelo tempo facilita este cálculo, além de ser um modelo realista, pois a característica de dependência do tempo da corrente $i_d(t)$

não é perdida (Röhlig, 1992); (Röhlig et al., 1993); (Lingen; Schmidt, 1996); (Hofmann; Röhlig, 1997) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

O ponto de partida deste método é a curva de carga da subestação $i_d(t)$ durante um certo período de tempo T . Normalmente, esta curva de carga é apresentada sob forma de uma seqüência de valores discretos no tempo e com um intervalo de tempo Δt definido (Röhlig, 1992); (Röhlig et al., 1993); (Lingen; Schmidt, 1996); (Hofmann; Röhlig, 1997) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

O próximo passo é definir um intervalo de tempo ou uma "janela" de tempo ΔT , que é movida ao longo de toda a curva de carga, em passos iguais a Δt , desde o instante inicial até o instante $(T-\Delta T)$. Este processo é repetido com intervalos de tempo variando desde o menor valor possível, isto é, Δt , até o maior valor possível, isto é, T (Röhlig, 1992); (Röhlig et al., 1993); (Lingen; Schmidt, 1996); (Hofmann; Röhlig, 1997) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Para todas as posições da "janela" de tempo ΔT é calculado o valor médio da corrente. O maior valor encontrado para cada variação do intervalo ΔT é então armazenado. Deste modo, obtém-se uma função das correntes máximas em relação ao intervalo de tempo ΔT , como mostra a eq.(207) (Röhlig, 1992); (Röhlig et al., 1993); (Lingen; Schmidt, 1996); (Hofmann; Röhlig, 1997) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

$$I_{méd}(\Delta T) = \max \left[\frac{1}{\Delta T} \sum_{t=t}^{t+\Delta T} i_d(t) \cdot \Delta t \right] \quad (207)$$

Entretanto, nos cálculos envolvendo o aquecimento, o valor eficaz da corrente de carga é decisivo. Esta corrente eficaz corresponde a uma corrente de valor contínuo que produziria o mesmo efeito térmico durante o mesmo período de tempo T . Deste modo, aplicando-se o mesmo método descrito anteriormente, tem-se (Röhlig et al., 1993); (Lingen; Schmidt, 1996); (Hofmann; Röhlig, 1997) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

$$I_{rms}(\Delta T) = \max \left[\sqrt{\frac{1}{\Delta T} \sum_{t=t}^{t+\Delta T} i_d(t)^2 \cdot \Delta t} \right] \quad (208)$$

Lembrando que: $0 \leq t \leq (T-\Delta T)$ e $\Delta t \leq \Delta T \leq T$.

5.5.4 Regulação, resistência interna e circuito equivalente da subestação

O termo regulação é utilizado para descrever a característica do equipamento quando carregado. No caso de um retificador, a regulação descreve a queda de tensão média para uma condição de carga em relação à condição do retificador em vazio ou em aberto (Lander, 1987). Sua expressão é dada por:

$$reg = 100 \frac{U_{d0} - U_d}{U_d} \quad (209)$$

Os principais fatores que contribuem para ajudar a queda na tensão de saída do retificador são a queda de tensão nos tiristores ou diodos, a resistência da fonte no lado CA incluindo cabos associados e, principalmente, a indutância da fonte no lado CA (Lander, 1987); (Barton, 1994) e (Hill, 1994c).

Deste modo, um circuito equivalente do retificador, como visto do seu lado CC e mostrado na Fig. 73, pode então ser montado. As três quedas de tensão podem ser representadas através de três resistências em série (que compõem R_{SE}) com uma fonte de tensão de valor U_{d0} . A queda de tensão nos tiristores e diodos podem ser representados por uma resistência constante (R_1 na Fig. 73) ou, de um modo mais preciso, através de uma queda de tensão constante (potencial de junção) associada à resistência do corpo de silício. Nos circuitos onde há a representação dos diodos e tiristores, a queda de tensão e a resistência equivalente podem depender do ângulo de disparo (Lander, 1987) e (Barton, 1994).

Fig. 73 – Circuito equivalente de uma subestação retificadora

A resistência da fonte CA e cabos associados pode ser considerada constante na maioria dos casos. Se em um ciclo, a corrente está sempre presente em duas fases, então a resistência por fase pode ser dobrada e adicionada ao circuito CC equivalente (R_2 na Fig. 73) (Lander, 1987).

A terceira e última resistência é a chamada resistência de comutação (R_3 na Fig. 73) e seu valor depende do tipo de montagem utilizada. O Anexo A traz as expressões da queda de tensão devido à comutação para as montagens mostradas no item 5.5.1. Esta queda de tensão devido à comutação é justamente uma queda produzida pela resistência de comutação quando percorrida pela corrente I_d .

Deste modo, a tensão na saída do retificador é dada por:

$$U_d = U_{d0} - I_d \cdot R_{SE} \quad (210)$$

Caso apenas a resistência de comutação for levada em conta, a eq.(210) torna-se:

$$\begin{aligned} U_d &= U_{d0} - \Delta U_c \\ (U_{d0} &= U'_d) \end{aligned} \quad (211)$$

É importante observar que na prática, a subestação é composta de grupos retificadores ligados em paralelo. Assim, a resistência interna total da subestação é calculada através das resistências de cada grupo em paralelo.

Para um retificador controlado, a eq.(210) torna-se (Flowers, 1995):

$$U_d = U_{d0} \cdot \cos\theta - I_d \cdot R_{SE} \quad (212)$$

A partir da eq.(210) e da eq.(212), pode-se calcular a resistência interna da subestação. Deste modo, tem-se:

$$R_{SE} = \frac{U_{d0} - U_d}{I_d} \quad (213)$$

$$R_{SE} = \frac{U_{d0} \cdot \cos\theta - U_d}{I_d} \quad (214)$$

Se for levada em conta apenas as tensões nominal e em vazio da subestação e a potência nominal da mesma, a eq.(212) e a eq.(213) podem ser escritas da seguinte forma:

$$R_{SE} = \frac{U_{d0} \cdot U_d - U_d^2}{P_d} \quad (215)$$

$$R_{SE} = \frac{U_{d0} \cdot U_d \cdot \cos\theta - U_d^2 \cdot \cos\theta}{P_d} \quad (216)$$

Conhecendo-se a regulação da subestação, a resistência interna da mesma pode também ser dada por (De Koranyi, 1965):

$$R_{SE} = \frac{reg}{100} \cdot \frac{U_d^2}{P_d} \quad (217)$$

Valores típicos da regulação das subestações estão entre 6 e 9% segundo (Hill, 1994c) e entre 7 e 10% segundo (Markvardt, 1958).

5.5.5 Reserva de potência

Feito o cálculo das potências máximas das subestações retificadoras, pode-se incluir em cada uma delas um grupo retificador adicional de potência igual aos calculados de forma a prevenir o sistema contra a pane de um dos grupos retificadores. Esta solução, conhecida como reserva passiva ou subestações concentradas, admite que cada subestação estará sempre em condições de alimentar a linha de contato (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a).

Pode-se imaginar as subestações sem grupos adicionais, o que custaria menos. Entretanto, deve-se admitir que uma subestação possa falhar. Deve-se então aproximar as subestações de modo que, no caso da falha de alguma delas, os dois intervalos da linha de contato alimentados por esta subestação em pane sejam alimentados pelas subestações colaterais. Esta alimentação deve ser feita dentro de condições aceitáveis, embora não tão boas quanto na solução anterior. Contudo, a falha de uma subestação cria uma pequena dificuldade temporária e localizada que deverá se perder dentro do conjunto. Nota-se que este arranjo exigiu menos grupos retificadores no total e que todos estes grupos são ligados à linha de contato. Esta solução é conhecida como reserva ativa ou subestações distribuídas (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a).

A adoção de uma reserva ativa pode fazer com que a potência nominal da subestação seja um pouco maior, uma vez que cada grupo retificador deverá suportar uma sobrecarga de potência no caso de falha da subestação vizinha. No total, com a aproximação das subestações e um eventual acréscimo na potência nominal de cada uma delas, a solução da reserva ativa não é uma solução privada de reservas. As reservas existem, mas, ao contrário da solução anterior onde estas estão localizadas em grupos retificadores inativos, elas são distribuídas entre os grupos em serviço, mais numerosos e, eventualmente mais potentes (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

É importante observar que o risco de falha de uma subestação vem diminuindo devido aos progressos realizados na área da fabricação dos equipamentos elétricos. Além disto, os retificadores são divididos em células independentes que são alimentadas em paralelo a partir do transformador. A falha em uma destas células elimina apenas uma fração da potência da subestação.

Fig. 74 – Diodo semiconductor

Fig. 75 – Diodos ligados em paralelo na subestação retificadora

Pode-se imaginar também uma solução intermediária entre a reserva passiva e a reserva ativa. Uma subestação é equipada com dois grupos retificadores que podem entrar em serviço simultaneamente durante os horários de pico. Durante o serviço normal, um grupo retificador é suficiente, e a subestação passa a ter uma reserva passiva. Caso ocorra uma falha em um dos grupos durante o horário de pico, o risco que se tem é a queda excessiva de tensão na linha de contato, uma vez que a subestação constitui um ponto fixo de alimentação, além da sobrecarga do grupo retificador restante (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

Um exemplo de reserva passiva é a Linha 1 do Metrô de São Paulo. A concepção inicial do seu projeto (sem o trecho entre Jardim São Paulo e Tucuruvi) previu uma subestação retificadora a cada três estações de passageiros. Cada subestação retificadora possui três grupos retificadores e, em condições normais de serviço, dois grupos operam e o terceiro fica como reserva no caso de falha (Vasconcelos, 2005).

Já as Linhas 2 e 3 do Metrô de São Paulo consistem um exemplo de reserva ativa. Cada estação possui uma subestação retificadora e cada uma delas possui somente um grupo retificador. Em caso de falha deste grupo, a subestação retificadora fica fora de serviço e as retificadoras das estações adjacentes assumem sozinhas a carga de todo o trecho das três estações envolvidas (Vasconcelos, 2005).

5.6 Circuito de tração

Conforme foi visto no item anterior, a alimentação do sistema de tração elétrica pode ser feita diretamente da rede pública de alimentação ou então através de um sistema de distribuição. Em ambos os casos, as subestações retificadoras fornecem corrente à linha de contato (rede aérea, catenária rígida ou terceiro trilho) na qual estão conectadas. Esta corrente é captada pelo trem através do pantógrafo, nos dois primeiros casos, ou coletor do terceiro trilho (sapata), no último caso, alimentando os motores de tração que convertem a energia elétrica em energia mecânica. Para assegurar a tração do trem, esta corrente deve retornar às subestações através de um circuito de retorno (Tessier, 1978).

De acordo com a norma EN50119 (2001), o circuito de retorno é constituído por todos os condutores que formam um caminho intencional para esta corrente de retorno. O circuito de retorno pode então ser constituído por trilhos de rolagem, cabos de aterramento e todos os outros condutores utilizados para o retorno da corrente em operação normal ou para as correntes de falta (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

O circuito de tração é formado pela linha de contato, pelo trem que utiliza a corrente e pelo circuito de retorno. Como foi dito, contrariamente às aplicações comuns, este

circuito se deforma e é mais ou menos longo, de acordo com a posição dos trens (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

5.6.1 Linha de contato

Segundo a norma EN50119 (2001), a linha de contato é um sistema condutor para fornecer energia elétrica aos trens através de um equipamento coletor de corrente. Em outras palavras, a linha de contato é um sistema de condutores elétricos utilizado de forma conjunta com um coletor deslizante de corrente para fornecer energia elétrica aos veículos (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

A função da linha de contato é alimentar os trens com a energia elétrica proveniente das subestações. Esta alimentação deve ocorrer de forma que as perdas sejam mínimas e, se possível, sem interrupções. Qualquer problema em uma linha de contato é localmente limitado. Entretanto, sua influência se estende a toda distância entre duas subestações (Schmidt, 1988).

As exigências de uma linha de contato resultam essencialmente da sua função dual de cabo de transmissão e contato deslizante. Estas exigências dos diferentes tipos de sistemas metro-ferroviários (urbano, subterrâneo, alta velocidade) sobre o sistema de alimentação não são iguais. É por isto que existem diferentes tipos de linha de contato (Schmidt, 1988).

As diferenças nos tipos de linha de contato são resultantes dos seguintes fatores (Schmidt, 1988):

- desenvolvimento histórico;
- necessidades mecânicas como gabarito, velocidade dos trens e tipo de coletor de corrente;
- diferentes necessidades elétricas como tipo de corrente, tensão nominal e transferência de potência.

Nas ferrovias urbanas ou linhas de longa distância utiliza-se normalmente uma rede aérea como linha de contato. Já nos metrô geralmente emprega-se um trilho

condutor ao lado da via como linha de contato (Schmidt, 1988). A Fig. 76 dá uma visão geral dos tipos de linha de contato.

Fig. 76 – Tipos de linhas de contato

5.6.1.1 Trilho condutor (3º trilho)

O trilho condutor é a forma mais antiga de fornecimento de energia para as linhas eletrificadas. Sua utilização é feita nos sistemas com uma tensão nominal abaixo de 1500 V. Acima desta tensão, somente sistemas experimentais são conhecidos (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Os trilhos condutores são virtualmente condutores rígidos que são instalados geralmente ao lado dos trilhos de rolagem em molduras isoladas fora da bitola da via. Todas as partes do trilho condutor, que são energizadas durante condições normais de operação, são protegidas, excluindo-se a parte do contato com o coletor de corrente, através de capas isolantes contra o contato acidental ou intencional (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

A instalação do trilho condutor pode ser feita para uma captação de corrente pela parte inferior, pela parte superior ou uma disposição para captação lateral (Seefehlner; Peter, 1926) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

No início, todos os trilhos condutores eram instalados para uma captação de corrente pela parte superior. Esta disposição apresenta o inconveniente de estar sujeito aos

depósitos sobre o contato além de ser difícil de se fazer uma proteção perfeita contra o contato acidental ou intencional. A captação de corrente pela parte inferior é melhor sob estes dois aspectos, mas esta instalação necessita de pontos de apoio mais caros (Seefehlner; Peter, 1926).

Até o início da segunda metade do século XX, somente trilhos condutores de aço eram utilizados. Tais trilhos possuíam uma resistividade entre 0,125 e 0,143 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$. Desde então, as especificações mudaram e a resistividade hoje não pode ser maior que 0,119 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Com a finalidade de aumentar a potência nos sistemas em corrente contínua dos transportes públicos, composições de alumínio e aço estão sendo utilizadas mais freqüentemente. A razão desta utilização é que a resistividade da liga utilizada, Al 99,75 MgSi, é aproximadamente 3,4 vezes menor que o aço puro além de possuir boas propriedades mecânicas (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). A Tabela 17 e a Tabela 36, ambas extraídas de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), mostram os valores de alguns parâmetros e propriedades físicas dos materiais para trilhos condutores.

material	massa [kg/m]	área da secção transversal [mm²]	resistência (20° C) [Ω/km]
aço	40	5100	0,0225
	60	7600	0,0154
	75	9200	0,0128
composição de alumínio e aço	6,4	2100	0,0148
	15,7	5100	0,0069

Tabela 16 – Característica dos trilhos condutores

material	resistividade (20° C) [$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$] ou [$10^{-6} \cdot \Omega \cdot \text{m}$]	condutividade (20° C) [$\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$] ou [$10^6 \cdot \text{S}/\text{m}$]
alumínio	0,03268	30,60
aço	0,1206	8,29

Tabela 17 – Propriedades elétricas dos materiais do trilho condutor

Vale notar que em (Siemens, 1984), é dado para o trilho condutor uma condutividade de $7,8 \text{ S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$ a 20° C e uma resistividade de $0,128 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ também a 20° C .

A Tabela 18, extraída de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), contém uma lista mostrando o valor da resistência por unidade de comprimento [$\text{m}\Omega/\text{km}$] do trilho condutor de aço de 5100 mm^2 com 55 junções por quilômetro.

temperatura do trilho [$^\circ\text{C}$]	desgaste [%]			
	0	10	15	20
-30	17,9	19,9	21,1	22,4
20	25,6	28,4	30,1	32,0
30	27,1	30,1	31,9	33,8

Tabela 18 – Resistência por unidade de comprimento ($\text{m}\Omega/\text{km}$) do trilho condutor de 5100 mm^2

5.6.1.2 Rede aérea

A rede aérea é um fio de contato montado a uma altura acima dos trens e diretamente sobre a via. Geralmente, o fio de contato pode ou não estar suspenso por uma catenária (Schmidt, 1988).

É muito importante observar que, de acordo com a norma EN50119 (2001), o fio de contato é o condutor no qual os coletores de corrente fazem contato e a catenária são os cabos longitudinais que dão suporte direto ou indireto ao fio de contato. Entretanto, segundo (Patin, 1952); (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978), o termo

catenária é uma abreviação de "linha de contato a suspensão catenária". Deste modo, com exceção do fio trólei, as linhas de contato são designadas pelo termo catenária.

Mecanicamente, a catenária constitui um sistema elástico submetido a variações de elasticidade e distribuição de massa. Sob a ação do pantógrafo, o plano de contato se eleva de uma quantidade variável, se deforma, oscila e, às vezes, entra em ressonância (Nouvion, 1966).

A rede aérea é o único tipo de linha de contato permitida para operações nas tensões acima de 1500 V por, como foi dito, razões de segurança. Sua classificação pode ser de acordo com suas aplicações ou de acordo com as características estruturais essenciais de projeto como a tensão nominal, o uso e a distribuição de um componente em específico e o tipo de suspensão (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

5.6.1.2.1 Fio trólei

O termo fio trólei é aplicado aos sistemas de tensões médias inferiores a 800 V que não tem uma catenária contínua possuindo, desta forma, uma estrutura muito simples e muito econômica (Seefehlner; Peter, 1926) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Fig. 77 – Linha de contato do tipo fio trólei a suspensão simples

Um fio trólei a suspensão simples possui uma flexibilidade grande entre os pontos de suspensão, como mostra a Fig. 77. Em comparação com as linhas de contato a suspensão catenária, a flecha apresentada pelo fio trólei é bem maior. Deste modo, a distância entre os suportes deve ser pequena para que a altura do fio de contato seja a mais constante possível. A temperatura ambiente tem uma grande influência sobre as flechas apresentadas (Tessier, 1978); (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Devido à diferença na altura do fio trólei, o pantógrafo deve balançar permanentemente. Se o veículo estiver em velocidades mais altas, a inércia do pantógrafo causa freqüentes perdas de contato com o fio trólei, principalmente nos suportes (pontos angulosos em plano vertical), causando abertura de arcos. Pode ocorrer também o oposto, onde há um valor alto de força no ponto de contato entre o pantógrafo e o fio trólei. Em ambos os casos têm-se um desgaste do fio de contato e

do pantógrafo. Por isto, a aplicação do fio trólei a suspensão simples está restrita aos bondes e trólebus (Tessier, 1978); (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

A velocidade recomendada para uma linha de contato do tipo fio trólei a suspensão simples é de no máximo 40 km/h (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Para evitar as desvantagens apresentadas pelo sistema de suspensão simples, outros tipos de suspensão mais flexíveis foram desenvolvidos. A utilização de suspensões flexíveis permite que os trens desenvolvam velocidades acima de 80 km/h. Pode-se citar entre as suspensões flexíveis, as suspensões pendulares, os suportes elásticos e as suspensões feitas com o auxílio de um outro cabo (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). A Fig. 78 mostra este último tipo de suspensão flexível.

Fig. 78 – Tipo de suspensão flexível para o fio trólei

5.6.1.2.2 Catenária

Conforme foi visto no item anterior, para que se tenha uma boa captação da corrente pelo trem deve-se assegurar que o pantógrafo não se separe da linha de contato qualquer que seja a velocidade do trem. Para tanto (Patin, 1952):

- o pantógrafo deve exercer uma pressão suficiente sobre o fio de contato;
- a linha de contato não deve apresentar grandes desníveis;
- a linha de contato deve ter uma tensão mecânica suficiente;
- a linha de contato deve ser flexível.

Uma solução é a utilização de um cabo de sustentação no qual o fio de contato está suspenso através de cabos igualmente espaçados (Patin, 1952). Tal solução dá a toda linha uma flexibilidade e uma elasticidade uniforme ao fio de contato sem que este apresente, em uma situação ideal, flecha alguma (Seefehlner; Peter, 1926).

As linhas de contato a suspensão catenária são caracterizadas por um, ou em alguns casos por dois, cabos condutores presos aos suportes por meio de isoladores e apresentando grandes flechas, chamados mensageiros que suportam o fio de contato através de suspensórios de comprimentos adequados e geralmente eqüidistantes. A Fig. 79 mostra um arranjo geral de um fio de contato a suspensão catenária.

Fig. 79 – Fio de contato a suspensão catenária

O propósito da suspensão catenária é dar suporte ao fio de contato em pontos próximos (suspensórios) enquanto mantém uma distância grande entre os pontos de suporte de todo o sistema reduzindo, desta forma, as variações de altura do fio de

contato a um mínimo prático sem introduzir excessivas tensões mecânicas no sistema de suspensão.

Devido à sua relativa simplicidade e às suas características favoráveis que permitem que os trens desenvolvam altas velocidades, a linha de contato a suspensão catenária tornou-se bastante usual. Este tipo de instalação permite maiores espaçamentos entre os suportes que o fio trólei além de apresentar um desgaste menor nos componentes que fazem o contato, o que tem tornado a linha de contato a suspensão catenária uma alternativa freqüente nos sistemas de transporte urbano de massa (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Suportes típicos para a catenária são postes individuais, braços de suspensão, pórticos rígidos e pórticos flexíveis onde a sustentação é feita por um cabo estendido entre dois postes (Toledo et al., 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Para se adequar às diferentes aplicações, vários tipos de linhas de contato a suspensão catenária foram desenvolvidos, diferindo entre si principalmente pelo arranjo individual dos condutores e cabos, pelo tipo de suporte e pela velocidade permitida para os trens (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Dentre os diversos tipos de catenárias apresentadas em (Garreau, 1965); (Tessier, 1978); (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001) pode-se distinguir dois tipos básicos: catenárias verticais e catenárias horizontais. Um exemplo de catenária vertical, a mais comum, pode ser visto na Fig. 79.

A catenária horizontal é montada de forma que os cabos de sustentação e o fio de contato estejam em um mesmo plano horizontal. A vantagem desta montagem é que este sistema não é fortemente afetado pelo vento, permite alturas menores e maior espaçamento entre os suportes além de apresentar uma compensação automática da expansão e contração térmica. Entretanto, as catenárias horizontais exigem um esforço maior no planejamento, instalação e manutenção que as catenárias verticais (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Um exemplo deste tipo de catenária são algumas instalações de trólebus.

O propósito principal do fio de contato é fornecer ininterruptamente a alimentação de energia elétrica aos pantógrafos instalados nos trens. Para assegurar um desgaste uniforme das lâminas coletoras do pantógrafo, o fio de contato é alinhado em ângulos alternados ao eixo da via em uma disposição em zig-zag. Este tipo de construção não é utilizado nas instalações para tróleibus (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Como exemplo, a CPTM utiliza na Linha B em tangente um zig-zag que varia 400 mm em relação ao eixo da via de bitola métrica, interna à via de bitola larga.

Os fios de contato são preferencialmente de secção transversal circular ranhurada que permite sua fixação através de conectores. A escolha da área desta secção transversal depende principalmente da corrente exigida, da estabilidade de tensão e dos esforços mecânicos a serem aplicados (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

A Fig. 80 mostra a secção transversal de um fio de contato cujas dimensões, que dependem da área (mm^2) estão presentes na Tabela 19.

Fig. 80 – Secção transversal do fio de contato

área da secção transversal [mm ²]	dimensões (Fig. 80) [mm]				
	a	b	c	d	r
80	5,6	8,0	3,8	10,6	0,4
100	5,6	8,6	4,0	12,0	0,4
107	5,6	8,6	4,0	12,3	0,4
120	5,6	8,6	4,0	13,2	0,4
150	5,6	8,6	4,0	14,8	0,4

Tabela 19 – Dimensões do fio de contato (EN50149)

É importante observar que os valores apresentados na Tabela 19 estão de acordo com a norma EN50149 (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Entretanto, outros valores podem ser encontrados, por exemplo, em (Schmidt, 1988).

A Tabela 20 mostra as dimensões da Fig. 80 para os fios de contato de secção transversal de 107 e 150 mm² segundo (Garreau, 1965). Vale lembrar que as dimensões do fio de contato de 107 mm² presentes na Tabela 20 coincidem com as dimensões do fio de contato utilizado pela CPTM.

área da secção transversal [mm ²]	dimensões (Fig. 80) [mm]				
	a	b	c	d	r
107	6,35	9,55	4,52	12,24	0,39
150	6,35	9,55	4,00	14,50	0,39

Tabela 20 – Dimensões dos fios de contato de 107 e 150 mm²

De acordo com a Tabela 19 e a Tabela 20, a máxima secção transversal é 150 mm² por causa do estágio atual da tecnologia de instalação. Entretanto, na prática, fios de contato de 161 e 170 mm² são utilizados em alguns casos (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). No Brasil pode-se encontrar também fios de 178 mm² (Toledo et al., 1988).

Nos sistemas em corrente contínua, principalmente naqueles cuja tensão nominal é de 3000 V, se há uma grande demanda de potência, é igualmente necessário instalar dois fios de contato em paralelo (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Algumas vezes, estes dois fios condutores podem ser substituídos pelo já citado fio de 178 mm² (Toledo et al., 1988).

As linhas da CPTM (3000 V) e a Linha 5 do Metrô de São Paulo (1500 V) apresentam esta configuração de dois fios de contato em paralelo. Em ambos os casos o fio de contato utilizado é de 107 mm².

Devido à sua alta condutibilidade, dureza, resistência mecânica e habilidade de resistir às mudanças de temperatura e corrosão, o cobre eletrolítico de têmpera dura e as ligas de cobre se estabeleceram como materiais para os fios de contato. Um outro ponto é que se exposto ao ambiente, o cobre, diferente do alumínio, forma um óxido condutor, o que torna um material apropriado para o contato deslizante (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Ligas aditivas como a prata (0,1%) ou o magnésio (0,5%) servem para melhorar as propriedades térmicas e mecânicas do cobre e assim permitir a aplicação de maiores esforços mecânicos. O uso do cádmio não é mais permitido na maioria dos países da Europa devido aos riscos de poluição associados. Vale notar que, excetuando-se a prata, as ligas de cobre tendem a reduzir a condutividade do material (Tessun, 1995) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). A Tabela 21 mostra este fato.

material	resistividade (20° C) [$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$] ou [$10^{-6} \cdot \Omega \cdot \text{m}$]	condutividade (20° C) [S·m/mm ²] ou [$10^6 \cdot \text{S}/\text{m}$]
Cu	0,01777	56,3
CuAg 0,1	0,01777	56,3
CuMg 0,5	0,02778	36,0

Tabela 21 – Propriedades elétricas dos materiais do fio de contato

Entretanto, a capacidade de condução de corrente da linha de contato como um todo é dificilmente prejudicada por este fato (Tessun, 1995).

A Tabela 22, extraída de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), traz as resistências por unidade de comprimento, a 20° C, de alguns fios de contato de cobre eletrolítico.

área da secção transversal [mm ²]	resistência (20° C) [mΩ/km]	
	novo	desgaste 20%
80	215	269
100	179	223
107	166	207
120	146	186
150	119	149

Tabela 22 – Resistência por unidade de comprimento do fio de cobre eletrolítico

Conforme foi dito anteriormente, as variações de altura do fio de contato devem ser mínimas. Também foi dito que a área da secção transversal do fio de contato não pode ser grande, por razões mecânicas, sendo recomendado um outro condutor, o já citado cabo mensageiro.

O cabo mensageiro possui então duas funções. A primeira é dar suporte ao fio de contato. A segunda é contribuir com a sua secção transversal ao circuito alimentador, pois, às vezes, é necessário, por causa das grandes quedas de tensão, uma secção condutora maior que a recomendada.

Por estas finalidades mecânica e elétrica, são utilizados cabos encordoados simples, geralmente de 7, 19 ou 37 fios. Materiais comuns para estes cabos são uma liga de cobre com magnésio (CuMg 0,5), também conhecido como Bz II, e o aço galvanizado (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Entretanto, no Brasil, na maioria das vezes, o cabo mensageiro é de cobre eletrolítico de 300 MCM ($\cong 152 \text{ mm}^2$) ou 500 MCM ($\cong 253 \text{ mm}^2$) (Toledo et al., 1988).

A Tabela 23, extraída de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), mostra os valores de resistência a 20° C por unidade de comprimento para alguns cabos mensageiros.

material	área da secção transversal [mm²]	resistência (20° C) [mΩ/km]
CuMg 0,5 (Bz II)	50	560
	70	431
	95	297
	120	237
	150	187
aço	50	4440

Tabela 23 – Resistência por unidade de comprimento do cabo mensageiro

O último elemento da suspensão catenária a ser comentado é o suspensório. A função do suspensório é conectar elasticamente o fio de contato e o mensageiro. Para isto, o suspensório deve possuir uma altura mínima que garanta a sua flexibilidade. Recomenda-se uma altura maior que 0,5 m no centro da flecha (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

O intervalo de instalação dos suspensórios determina a flecha do fio de contato entre os mesmos. Para limitar esta flecha, os intervalos de instalação dos suspensórios deve ser menor que 12 m (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

É importante observar que o suspensório pode ou não conduzir corrente. Suspensórios que conduzem corrente são utilizados especialmente nas linhas onde a corrente de curto-circuito é alta (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Para o caso do suspensório não conduzir corrente, o paralelismo entre o cabo mensageiro e o fio de contato é garantido através de uma ligação entre estes dois condutores por meio de um outro cabo, que pode ser do mesmo tipo do cabo mensageiro, em intervalos regulares.

A norma EN50119 (2001) define o suspensório como condutor, não condutor ou isolado. Ainda de acordo com a norma, os suspensórios condutores devem ser projetados para o regime permanente e para a condição de falta, levando-se em conta a distribuição de corrente entre os suspensórios em pelo menos um vão. A norma

também chama a atenção para o fato que em certos sistemas onde os suspensórios não conduzem corrente, estes podem estar sujeitos a uma corrente limitada.

A resistência por unidade de comprimento de algumas configurações de catenária é dada através da Tabela 24, extraída de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Os valores fornecidos foram calculados com o auxílio da tabela Tabela 21, da Tabela 22 e da Tabela 23 e estão de acordo com resultados medidos (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Os valores de R_{cat} são dados em mΩ/km para uma temperatura de 20° C.

fio de contato de cobre eletrolítico		mensageiro -área da secção transversal [mm ²]				
área da secção transversal [mm ²]	material	50	70	95	120	150
100	Bz II	136	125	112	102	91,8
	Cu	119	108	92,4	82,3	62,3
100 (desgaste 20%)	Bz II	160	146	128	115	102
	Cu	137	122	103	90,6	78,6
120	Bz II	118	110	99,2	91,5	83,2
	Cu	105	96,1	83,7	75,3	66,9
120 (desgaste 20%)	Bz II	140	129	114	104	93,7
	Cu	122	110	94,3	83,8	73,5

Tabela 24 – Resistência por unidade de comprimento de algumas configurações de catenária

Em (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966) e (Tessier, 1978) pode-se encontrar uma expressão prática para a resistência da catenária por quilômetro a 40° C baseada na resistividade do cobre.

$$R_{cat} = \frac{\rho_{Cu} \cdot 10^3}{S_{Cu}} = \frac{18,8}{S_{Cu}} \quad (218)$$

Deve-se notar que a secção equivalente em cobre S_{Cu} é a secção do condutor de cobre que teria a mesma resistência (por quilômetro) de todos os condutores

utilizados. Neste caso, deve-se levar em conta o fio de contato, o mensageiro e o alimentador, se este existir.

Para que uma comparação entre a Tabela 24 e a eq.(218) seja feita, os valores das resistências por quilômetro devem ser dados para uma mesma temperatura. Escolhendo-se 20° C como a temperatura para esta comparação e corrigindo-se a eq.(218), lembrando-se que o condutor é de cobre, tem-se a seguinte expressão:

$$R_{cat}(20^{\circ}C) = \frac{\rho_{Cu} \cdot 10^3}{S_{Cu}} = \frac{17,8}{S_{Cu}} \quad (219)$$

A Tabela 25 traz os valores da resistência da catenária por quilômetro fornecidos pela eq.(219) para os condutores de cobre.

fio de contato de cobre eletrolítico		mensageiro -área da secção transversal [mm ²]				
área da secção transversal [mm ²]	material	50	70	95	120	150
100	Cu	119	105	91,3	80,9	71,2
100 (desgaste 20%)	Cu	136	119	101,7	89	77,4
120	Cu	105	93,7	82,3	74,2	65,9
120 (desgaste 20%)	Cu	122	107	93,2	82,4	72,4

Tabela 25 – Resistência por unidade de comprimento de algumas configurações de catenária através da eq.(219)

Comparando-se a Tabela 24 com a Tabela 25 pode-se notar que a eq.(219) e, conseqüentemente, a eq.(218) não produzem resultados discrepantes lembrando que, segundo (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), os dados da Tabela 24 estão de acordo com valores medidos.

Em (Markvardt, 1958), pode-se encontrar a eq.(218) expandida para o caso de haver também cabos de alumínio presentes na catenária:

$$R_{cat} = \frac{\rho_{Cu} \cdot 10^3}{S_{Cu} + \frac{1,65}{S_{Al}}} \quad (220)$$

5.6.1.3 *Catenária rígida*

A utilização nas instalações metroviárias de uma linha de contato diferente do terceiro trilho tem sido feita por duas razões fundamentais. A primeira é em relação à segurança, pois, em caso de emergência, as equipes podem entrar na via sem que haja a necessidade de desligamento do circuito alimentador. A segunda razão é a construção de linhas metroviárias que operam dentro e fora dos túneis (Martins; Toledo, 1976).

Entretanto, estas razões que podem levar à adoção de uma rede aérea para os sistemas metroviários sempre se chocaram contra o maior custo do túnel uma vez que, diferentemente da linha de contato feita através do terceiro trilho, a rede aérea exige uma altura maior entre o intradorso do túnel e o teto do trem (Martins; Toledo, 1976).

Esta necessidade de uma linha de contato instalada no intradorso do túnel que exigisse um diâmetro do túnel menor que uma rede aérea além da necessidade de uma linha de contato que fizesse a conexão direta entre as linhas metroviárias em túneis e as linhas em superfície, fez surgir a catenária rígida (Martins; Toledo, 1976) e (Oura; Mochinaga; Nagasawa, 1998).

Existem dois tipos de catenária rígida: aquelas que utilizam um pequeno trilho condutor (Fig. 81 a) e aquelas que utilizam um fio de contato acoplado à montagem (Fig. 81 b) (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Fig. 81 – Tipos de catenária rígida

O trilho condutor pode ser de cobre e montado em suportes. O segundo tipo de catenária rígida utiliza um perfil de alumínio de 2214 mm^2 montado em suportes no qual o fio de contato é acoplado após o sistema ser instalado. Com um fio de contato de 107 mm^2 , a secção nominal a 40° C chega a um valor de 1288 mm^2 . Dependendo do espaçamento entre os suportes, a velocidade máxima recomendada dos trens pode variar entre 80 e 160 km/h (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

O uso da catenária rígida nas vias localizadas dentro dos túneis reduz o espaço exigido, pois a altura do sistema é menor se comparado a uma catenária convencional. Esta redução de espaço traz uma redução nos custos da construção de novos túneis e também nos custos de eletrificação de túneis já existentes (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Os autores de (Lörtscher; Wili; Furrer, 1994) apontam ainda, no caso da utilização do trilho condutor, que os componentes utilizados são resistentes e há poucos pontos móveis sendo que nestes pontos, o movimento é pequeno. Deste modo o desgaste também é pequeno e os gastos com manutenção e ajustes são reduzidos.

Um outro benefício da utilização da catenária rígida do tipo trilho condutor é que a área da secção transversal pode ser grande, o que permite altos valores de corrente. Tal fato foi verificado em testes onde se aplicou 3000 A durante oito horas em um trilho condutor (Lörtscher; Wili; Furrer, 1994).

Como exemplo de utilização da catenária rígida tem-se a Linha 4 do Metrô de São Paulo, sendo que no Pátio Vila Sônia, a catenária é do tipo convencional (Mantovani Jr.; Haga, 2004).

5.6.2 Circuito de retorno

Na maioria dos sistemas de tração elétrica metro-ferroviária, os trilhos de rolagem são utilizados como condutores de retorno e devem então estar ligados às subestações.

As dimensões necessárias dos trilhos de rolagem por razões mecânicas, conduzem a áreas de secção transversal que, apesar de baixa condutividade do aço como mostra a Tabela 26 extraída de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), possuem uma secção nominal relativamente grande (Seefehlner; Peter, 1926), compensando este ponto negativo.

material	$\rho_t (20^\circ \text{ C}) [\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}]$ ou [$10^{-6} \cdot \Omega \cdot \text{m}$]	condutividade (20° C) [$\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$] ou [$10^6 \cdot \text{S}/\text{m}$]
aço	0,207-0,228	4,50-4,83

Tabela 26 – Propriedades elétricas do aço utilizado nos trilhos de rolagem

Vale observar que em (Siemens, 1984), é dado para o trilho uma condutividade de $5,2 \cdot 10^6 \cdot \text{S}/\text{m}$ e uma resistividade de $0,192 \cdot 10^{-6} \cdot \Omega \cdot \text{m}$. Ambos os valores são dados a 20° C .

Contudo, os trilhos não estão totalmente isolados da terra pelos dormentes sobre os quais estão assentados. Uma parte da corrente de tração utiliza o solo para retornar às subestações. Perto das subestações, esta parte da corrente de tração volta do solo para os trilhos e para o aterramento das subestações. Um exame detalhado sobre o retorno das correntes pelo solo é feito no capítulo 6.

Dentro do possível, deve-se assegurar a máxima condutância da via. Se as condições de sinalização não se opuserem, os dois trilhos de rolagem são utilizados. Estes dois trilhos podem ser eletricamente conectados entre si através de cross bonds. Caso a

via seja dupla, os quatro trilhos também podem ser conectados entre si através de um track bond.

Portanto, é pouco econômico renunciar a esta vantagem, sobretudo se for considerada a complexidade de uma linha de contato bipolar ou a eletrificação de uma via já existente (Seefehlner; Peter, 1926) e (Hill, 1994c).

É igualmente indispensável melhorar o contato elétrico nas junções dos trilhos que em razão do grande número de conexões em série há um aumento considerável da resistência total.

Porém, a resistência do condutor de retorno representa apenas uma fração da resistência da linha de contato. Conseqüentemente, a parte da queda de tensão devido à corrente de retorno não representa mais que uma pequena parte da queda de tensão total admissível na linha (Seefehlner; Peter, 1926). Os autores de (Blondel; Dubois, 1898) admitem uma resistência para o condutor de retorno menor que um décimo da resistência da linha de contato.

Os trilhos, no entanto, não são contínuos. Por razões de transporte, fabricação e manuseio eles são laminados em perfis de 12 ou 18 m. As barras são emendadas na via por um par de placas especiais aparafusadas aos trilhos a fim de assegurar a continuidade mecânica para o material rodante. Estas placas são chamadas de talas de junção ou juntas.

As talas de junção ou juntas, entretanto, não estabelecem uma ligação elétrica boa entre os trilhos, uma vez que o contato entre barras é feito simplesmente por pressão entre a tala de junção e trilhos resultando em uma resistência grande. Para resolver este problema é soldado um condutor de cobre entre as duas extremidades das barras conhecido como rail bond. Este condutor é feito com secção de cobre tal que tenha a mesma resistência da secção em aço dos trilhos, garantindo a continuidade elétrica do circuito de retorno.

Deve-se levar em conta também que, como foi dito, parte da corrente de tração utiliza o solo para retornar às subestações e, em certos casos, outros condutores

paralelos enterrados. A queda de tensão não deve, portanto, ultrapassar certos valores estabelecidos, o que justifica também a utilização dos rail bonds (Seefehlner; Peter, 1926).

Portanto, a resistência do circuito de retorno, quando feita pelos trilhos de rolagem, não deveria ser calculada somente de acordo com as propriedades dos metais que compõem os trilhos, pois as numerosas junções conectadas em série aumentam a resistência total (Seefehlner; Peter, 1926).

Contudo, uma interessante expressão prática para o cálculo da resistência do circuito de retorno (2 trilhos) pode ser encontrada em (Seefehlner; Peter, 1926); (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966) e (Tessier, 1978):

$$R_{rt} = \frac{K_3}{m_t} \quad (221)$$

Segundo (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966) e (Tessier, 1978) o valor de K_3 é de 0,9. Já em (Seefehlner; Peter, 1926), o valor de K_3 é 1,0 ou está entre 1,38 e 1,69.

A eq.(221) pode ser obtida, de acordo com K. G. Markvardt (1958), em três passos. O primeiro é calcular a massa do trilho por metro através da sua secção transversal S_t e através da massa específica do material do trilho γ_t .

$$m_t = S_t \cdot \gamma_t \cdot 10^{-6} \quad (222)$$

A resistência do circuito de retorno pode então ser dada através da resistividade do trilho ρ_t e, novamente, através da massa específica do material do trilho γ_t . O segundo passo do processo é dado por:

$$R_{rt} = \frac{\gamma_t \cdot \rho_t}{m_t} 10^3 \quad (223)$$

Entretanto, o resultado fornecido pela eq.(223) é válido apenas para um trilho. Deve-se levar em conta o número de trilhos em paralelo n_{tp} . Um outro ponto importante são as já citadas junções que aumentam a resistência total.

Se a resistência das junções for substituída por um comprimento de trilho l_{et} de mesma resistência elétrica, a eq. (223) pode ser corrigida do seguinte modo:

$$R_{rt} = \frac{\gamma_t \cdot \rho_t}{m_t} 10^3 \left(\frac{l_t + l_{et}}{l_t} \right) \cdot \frac{1}{n_{tp}} \quad (224)$$

Vale observar que a EN50122-2 (1998) recomenda que a resistência do circuito de retorno devido às junções não aumente mais que 5% a resistência dos trilhos.

Como curiosidade, se forem tomados os valores $\gamma_t = 7,83 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e $\rho_t = 0,210 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ para um trilho de aço, encontrados em (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), e $l_t = 12,5 \text{ m}$ e $l_{et} = 2,5 \text{ m}$, encontrados em (Markvardt, 1958), tem-se para os dois trilhos em paralelo a seguinte expressão:

$$R_{rt} = \frac{7,83 \cdot 10^3 \cdot 0,210 \cdot 10^{-6}}{m_t} 10^3 \left(\frac{12,5 + 2,5}{12,5} \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{0,987}{m_t} \quad (225)$$

Nota-se que o valor de 0,987 é um valor para a constante K_3 um pouco maior que o sugerido por (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966) e (Tessier, 1978) e quase igual ao sugerido por (Seefehlner; Peter, 1926).

A Tabela 27, extraída de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), traz os valores da resistência por unidade de comprimento, a 20° C, para alguns tipos de trilhos soldados quando estes não estão conduzindo corrente. É importante observar que, apesar destes valores terem sido calculados com o auxílio da Tabela 26, estão de acordo com os valores medidos (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

tipo do trilho	desgaste [%]	$R_{rt} \cdot 10^{-3}$ [mΩ/km]		
		trilho	via singela	via dupla
S49	0	35,7	17,8	8,9
	15	42,0	21,0	10,5
UIC 54	0	32,0	16,0	8,0
	15	37,6	18,8	9,4
UIC 60	0	28,9	15,0	7,5
	15	34,0	17,0	8,5
R60	0	28,8	14,9	7,5
	15	33,0	17,0	8,5
R65	0	25,2	12,7	6,4
	15	29,9	14,9	7,5

Tabela 27 – Resistência por unidade de comprimento de alguns trilhos de rolagem

A Tabela 28 faz uma comparação entre os valores da resistência R_{rt} em mΩ/km apresentados na Tabela 27 para alguns tipos de trilho sem desgaste e em via singela, e os valores fornecidos através da eq.(221).

trilho	massa [kg/m]	Tabela 27	valores de K_3			
			0,9	1,0	1,38	1,69
S49	49,43	17,8	18,2	20,2	27,9	34,2
UIC 54	54,43	16,0	16,5	18,4	25,4	31,0
UIC 60	60,34	15,0	14,9	16,6	22,9	28,0

Tabela 28 – Comparação entre a Tabela 27 e a eq.(221)

Nota-se, portanto, que a eq.(221), utilizando um coeficiente K_3 igual a 0,9 não produz resultados discrepantes em relação aos dados da Tabela 27 que, como foi dito, concordam com valores medidos.

Em alguns poucos sistemas, o circuito de retorno é feito através de um outro trilho condutor isolado (o quarto trilho) montado no centro da via. Apesar desta instalação

ter sido originalmente concebida para prevenir que a corrente de retorno utilizasse o solo e, principalmente, outras estruturas metálicas, há a vantagem adicional do completo isolamento entre o circuito de tração e o circuito de sinalização (Hill, 1994c).

Um outro elemento que deve ser citado é o bonde de impedância. Este elemento não faz parte do circuito de alimentação, mas do circuito de sinalização (circuito de via), em CA para evitar um funcionamento intempestivo dos relés do circuito de via por uma corrente de retorno.

Os bondes de impedância são grandes reatores colocados entre os trilhos, no caso de circuito de via de dois trilhos, isolando dois circuitos de via diferentes (Martins; Toledo, 1976). Em outras palavras, o bonde de impedância fornece uma impedância alta para a corrente alternada do circuito de via e uma resistência baixa para a corrente contínua do circuito alimentador. Isto é conseguido através de uma secção de cobre elevada das bobinas e um grande volume de ferro no núcleo magnético.

A base do dimensionamento dos bondes de impedância é a circulação de uma corrente total máxima de tração que deve ser distribuída de forma equilibrada entre as metades da bobina, causando uma redução no valor da impedância do circuito entre trilhos de forma a não prejudicar o circuito de via (Martins; Toledo, 1976). Nota-se, portanto, que um cálculo preciso do circuito de retorno deve levar em conta também os bondes de impedância instalados na via.

Fig. 82 – Representação de um circuito de via com bonde de impedância para tração em corrente contínua

5.7 Alimentadores, cabines de paralelismo e cross bonds

A corrente que circula através da linha de contato depende do tipo dos trens que circulam nesta linha e do diagrama horário. A magnitude desta corrente é um fator dominante que influencia o tamanho e o número de condutores utilizados. Para manter uma catenária leve e simples, parte da área da seção transversal total da linha de contato é fornecida por um alimentador extra (reinforcing feeder) que é posicionado de forma adjacente à catenária e conectado a esta em intervalos freqüentes (Tessun, 1995). O alimentador permite, desta forma, aumentar a seção de cobre da linha de contato e, conseqüentemente, diminuir as quedas de tensão (Tessier, 1978). Da mesma forma, um condutor de retorno pode ser utilizado, reduzindo de forma significativa a corrente que percorre os trilhos e o solo (Tessun, 1995).

Nas linhas de via dupla, é de interesse geral fazer com que as duas linhas participem da alimentação de um trem. Faz-se então o uso de cabines de paralelismo ou cross bonds entre duas subestações. Esta prática reduz as quedas de tensão na linha de contato através da redução da resistência global da linha de contato, como será visto no item 5.9.2.3 (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Courtois et al., 1998).

É muito importante distinguir cabines de paralelismo de cabines de seccionamento. A função da cabine de paralelismo é a alimentação dos trens enquanto que a cabine de seccionamento é destinada a interromper o fornecimento de energia em uma parte reduzida da linha de contato entre duas subestações no caso da abertura de um disjuntor da subestação (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

A existência destes dois tipos de cabines depende da distância entre as subestações adjacentes. Por exemplo, para uma tensão de alimentação de 1500 V, pode-se utilizar uma cabine de cada tipo onde a distância entre as subestações é da ordem de 20 km. Para distâncias entre 12 e 15 km, pode-se utilizar apenas uma cabine de paralelismo. Se as subestações são muito próximas, não se faz necessária a utilização de nenhuma destas cabines (Tessier, 1978). Nota-se, portanto, que tais elementos não são facilmente encontrados nos transportes urbanos.

Com o mesmo propósito de manter as quedas de tensão e as perdas de potência menores possíveis, além de se conectar os dois trilhos de uma mesma via, pode-se interconectar os trilhos de uma via com os trilhos de outra via de uma mesma linha através de cross bonds, track-to-track cross bond, de acordo com a EN50122-1 (1997) e a EN50122-2 (1998).

5.8 Resistência do circuito de tração

O valor da corrente que circula através da linha de contato em qualquer ponto da linha é igual ao valor da corrente que circula através do circuito de retorno no mesmo ponto. Deste modo, a resistência equivalente do circuito de tração é dada por:

$$R_{trac} = R_{cat} + R_{rt} \quad (226)$$

Fazendo-se uma combinação entre a eq.(218) e uma variação da eq.(224) para o caso de dois trilhos tem-se:

$$R_{trac} = \frac{\rho_{Cu}}{S_{Cu}} 10^3 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{l_t + l_{et}}{l_t} \right) \cdot \frac{\rho_t}{S_t} 10^3$$

$$R_{trac} = \frac{2 \cdot l_t \cdot S_t \cdot \rho_{Cu} \cdot 10^3 + (l_t + l_{et}) \cdot \rho_t \cdot 10^3 \cdot S_{Cu}}{2 \cdot l_t \cdot S_t \cdot S_{Cu}} \quad (227)$$

Se forem tomados como valores $\rho_t = 0,210 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ e $\rho_{Cu} = 0,0178 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ (20° C) extraídos de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), a eq.(227) pode ser reescrita do seguinte modo:

$$R_{trac} = \frac{2 \cdot l_t \cdot S_t \cdot \rho_{Cu} \cdot 10^3 + 11,8 \cdot (l_t + l_{et}) \cdot \rho_{Cu} \cdot 10^3 \cdot S_{Cu}}{2 \cdot l_t \cdot S_t \cdot S_{Cu}}$$

$$R_{trac} = \frac{S_t \cdot \rho_{Cu} \cdot 10^3 + 5,9 \cdot \left(1 + \frac{l_{et}}{l_t} \right) \cdot \rho_{Cu} \cdot 10^3 \cdot S_{Cu}}{S_t \cdot S_{Cu}} \quad (228)$$

A eq.(228) pode ser interpretada como uma função de duas variáveis existente apenas para valores positivos de S_t e S_{Cu} . Os valores mínimos para esta função

ocorrem quando, para os valores adotados de resistividade, a secção transversal do trilho é aproximadamente igual a 6 vezes o valor da secção equivalente em cobre da linha de contato. Tal conclusão concorda com aquela apresentada em (Toledo et al., 1988).

5.9 Cálculo das quedas de tensão no circuito de tração

Entre a ou as subestações que alimentam um trem e o seu coletor de corrente, existe uma queda de tensão que depende da corrente absorvida e da resistência do circuito de tração no trecho considerado. Isto significa que um trem durante o seu percurso é alimentado por uma tensão constantemente variável. O problema das instalações fixas consiste em determinar as distâncias entre as subestações e a secção da linha de contato de forma que a tensão no coletor de corrente satisfaça às seguintes condições (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978):

- que a tensão média ao longo do percurso seja suficientemente próxima à tensão nominal para permitir aos trens uma utilização normal de sua capacidade de tração e assegurar uma marcha regular;
- que em nenhum ponto do percurso a tensão seja inferior a um certo valor mínimo, estabelecido no item 5.3.2, para o qual o equipamento do trem foi projetado.

Deve-se então considerar a queda de tensão média da via para um serviço normal, que deve ser no máximo 10% da tensão nominal, e também a queda de tensão máxima em certos pontos da via ou para certas circunstâncias como uma densidade anormal de trens ou uma subestação fora de serviço (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

As quedas de tensão média e máxima constituem dois objetivos a serem respeitados no momento da determinação das instalações fixas. Outros elementos devem, entretanto, ser levados em conta (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978):

- a posição no instante t dos diferentes trens e as correntes absorvidas por cada um deles;
- o valor da tensão nas subestações;

- a distância alimentada por uma subestação ou a distância entre duas subestações em paralelo;
- a resistência por quilômetro do circuito alimentador.

Com todos os elementos conhecidos, pode-se verificar se as quedas de tensão atendem às duas condições vistas anteriormente. As posições dos trens são, por definição, dados do problema pois obedecem a um tráfego imposto pelo horário. Quanto às correntes absorvidas, se for admitido que, em um certo ponto, o trem desenvolve uma certa potência, a corrente absorvida depende da tensão no coletor de corrente. Entretanto, é mais comum considerar as correntes absorvidas como dadas (lidas em um amperímetro na cabine do condutor) e não as potências (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

5.9.1 Configuração dos sistemas em corrente contínua

A Fig. 83, baseada em (Martins, 1986a), mostra os circuitos básicos para instalações das linhas de contato.

Fig. 83 – Circuitos básicos de alimentação

Pode-se distinguir quatro circuitos básicos: alimentação em ponta de linha (Fig. 83 a), utilizada tanto em linhas de via singela quanto em linhas de via dupla, alimentação em anel (Fig. 83 b), alimentação bilateral (Fig. 83 c) e alimentação bilateral com cabine de paralelismo (Fig. 83 d). Nota-se que destes três últimos esquemas de alimentação apenas a alimentação bilateral pode ser aplicada às linhas de via singela.

5.9.2 Exemplos de cálculos das quedas de tensão

Até este ponto foi visto a complexidade dos casos reais, que exigem o uso da simulação. É, entretanto, interessante calcular as quedas de tensão nas configurações vistas no item anterior para casos bem simples, somente para mostrar o encaminhamento do problema e a importância da ligação das duas vias em paralelo nos casos das linhas de via dupla.

Estes cálculos são mostrados para duas condições extremas de operação: um trem único absorvendo a corrente I_t (carga concentrada) e uma grande quantidade de trens uniformemente distribuídos, absorvendo cada um a mesma corrente I_t (carga uniformemente distribuída).

Nota-se que o caso real está situado entre estas duas condições extremas de operação. Para os cálculos, três hipóteses simplificadoras devem ser assumidas (Martins, 1986a):

- a tensão de saída das subestações é independente da carga e igual para duas subestações consecutivas;
- a corrente absorvida por um trem é constante ao longo do percurso;
- a resistência do circuito de tração é constante ao longo da linha e igual para as duas vias no caso de uma linha de via dupla.

5.9.2.1 Alimentação em ponta de linha

Supõe-se um trem numa posição s , em metros, na via 1 e uma subestação localizada no início da linha ($s = 0$ m) de comprimento l ($l > s$) semelhante ao esquema

apresentado na Fig. 83 a. Considerando-se R_{trac} a resistência total, por quilômetro, do circuito de tração (linha de contato e circuito de retorno), a queda de tensão no ponto de captação da corrente I_t é dada por:

$$\Delta U_d = \frac{s}{1000} R_{trac} \cdot I_t \quad (229)$$

A queda de tensão máxima $\Delta U_{dmáx}$ ($d\Delta U_d / ds = 0$) ocorre quando $s = l$. Por sua vez, a queda de tensão média $\Delta U_{dméd}$ tem a metade deste valor.

Supõe-se nesta mesma linha três trens nas posições s_1 , s_2 e s_3 consumindo, respectivamente, as correntes I_{t1} , I_{t2} e I_{t3} . A queda de tensão no ponto de captação da corrente I_{t3} é dada pela somatória das quedas de tensão nos três intervalos. Assim, para esta queda de tensão, tem-se (Markvardt, 1958) e (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_{d3} = \frac{R_{trac}}{1000} [(I_{t1} + I_{t2} + I_{t3}) \cdot s_1 + (I_{t2} + I_{t3}) \cdot (s_2 - s_1) + I_{t3} \cdot (s_2 - s_1)] \quad (230)$$

A eq.(230) pode ser simplificada do seguinte modo (Markvardt, 1958) e (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_{d3} = \frac{R_{trac}}{1000} [I_{t1} \cdot s_1 + I_{t2} \cdot s_2 + I_{t3} \cdot s_3] \quad (231)$$

Se o resultado for generalizado, tem-se então a seguinte expressão para o trem mais distante da subestação (Markvardt, 1958) e (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_{d3} = \frac{R_{trac}}{1000} \sum_{j=1}^{n_t} I_{tj} \cdot s_j \quad (232)$$

A eq.(232) fornece o também valor máximo da queda de tensão na linha $\Delta U_{dmáx}$. Se, no entanto, deseja-se conhecer a queda de tensão na posição s_2 tem-se (Markvardt, 1958):

$$\Delta U_{d2} = \frac{R_{trac}}{1000} [I_{t1} \cdot s_1 + (I_{t2} + I_{t3}) \cdot s_2] \quad (233)$$

O que leva à seguinte equação para a queda de tensão na posição de um trem x qualquer na via (Markvardt, 1958):

$$\Delta U_{dx} = \frac{R_{trac}}{1000} \left[\sum_{j=1}^x I_{tj} \cdot s_j + s_x \cdot \sum_{j=x+1}^{n_t} I_{tj} \right] \quad (234)$$

É muito importante observar que este resultado traz o equacionamento básico do método da viga elétrica, presente em (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988), que recebe este nome por ser semelhante ao equacionamento do momento fletor de uma viga.

Considere-se agora o mesmo caso com as cargas uniformemente distribuídas. A corrente uniformemente distribuída na linha para um grande número de trens n_t é dada através de (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

$$I_l = \frac{1}{l} \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \quad (235)$$

Na posição s ($s < l$) na via 1, a queda de tensão é dada por (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

$$\Delta U_d = \int_0^s I_l \frac{(l-s)}{1000} R_{trac} \cdot ds = \frac{I_l \cdot R_{trac}}{1000} \left(l \cdot s - \frac{s^2}{2} \right) \quad (236)$$

Aplicando-se ao resultado a eq.(235) tem-se (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_d = \frac{1}{l} \cdot \frac{R_{trac}}{1000} \left(l \cdot s - \frac{s^2}{2} \right) \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \quad (237)$$

Para o caso hipotético onde todos os trens consomem o mesmo valor de corrente, a eq.(237) torna-se (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_d = \frac{1}{l} \cdot \frac{n_t \cdot I_t \cdot R_{trac}}{1000} \left(l \cdot s - \frac{s^2}{2} \right) \quad (238)$$

O valor máximo da queda de tensão $\Delta U_{dm\acute{a}x}$ ocorre quando $s = l$. Já o valor médio da queda de tensão $\Delta U_{dm\acute{e}d}$ pode ser dado por (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{l} \cdot \int_0^l \Delta U_d \cdot ds = \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{trac}}{1000} \cdot l \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \quad (239)$$

Na prática, entretanto, a queda de tensão é um valor maior que aquele calculado utilizando-se a eq.(237) ou a eq.(238). Isto porque o número de trens em uma via e alimentados pelo mesmo circuito varia entre 1 e 5, não sendo uma grande quantidade como se assumiu. Para resolver este problema, a eq.(239) pode ser corrigida do seguinte modo, levando-se em conta a simplificação feita pela eq.(238) (Kuzin; Schmidt, 1963); (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{3} \cdot \frac{n_t \cdot I_t \cdot R_{trac}}{1000} \cdot l \cdot \left(1 + \frac{1,5 \cdot K_5 - 1}{n_t} \right) \quad (240)$$

O valor de K_5 é dado pelo quociente entre o tempo comercial t_{cm} e o tempo gasto durante a partida e o intermédio. Este valor pode ser empírico e varia de 2, para trens de tráfego regular, a 6, para um transporte de massa metropolitano (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

5.9.2.2 Alimentação em anel

Supõe-se novamente um trem numa posição s na via 1 e uma subestação localizada no início da linha ($s = 0$ m) de comprimento l ($l > s$) semelhante ao esquema apresentado na Fig. 83 b.

Na posição s , o trem é alimentado pelas correntes provenientes das duas vias. A queda de tensão nesta posição pode então ser calculada tanto através da corrente da via 1 I_{d1} quanto através da corrente da via 2 I_{d2} . Deste modo, para a corrente da via 1 I_{d1} , a queda de tensão é dada por (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a):

$$\Delta U_d = \frac{s}{1000} R_{trac} \cdot I_{d1} \quad (241)$$

E para a corrente da via 2, I_{d2} , a queda de tensão é dada por (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a):

$$\Delta U_d = \left(\frac{2 \cdot l - s}{1000} \right) R_{trac} \cdot I_{d2} \quad (242)$$

Pela lei das correntes de Kirchhoff, é válida a seguinte equação (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a):

$$I_t = I_{d1} + I_{d2} \quad (243)$$

Igualando-se a eq.(241) com a eq.(242) e aplicando-se a eq.(243) de forma a eliminar I_{d1} , tem-se:

$$\frac{s}{1000} R_{trac} \cdot (I_t - I_{d2}) = \left(\frac{2 \cdot l - s}{1000} \right) R_{trac} \cdot I_{d2} \quad (244)$$

Isolando-se I_{d2} da eq.(242) e substituindo-se o resultado na eq.(242) tem-se:

$$\Delta U_d = \left(\frac{2 \cdot l - s}{1000} \right) R_{trac} \frac{s \cdot I_t}{2 \cdot l} = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{s^2}{2 \cdot l} \right) \quad (245)$$

O valor máximo da queda de tensão ocorre quando $s = l$. O valor médio pode ser calculado da seguinte maneira (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{l} \cdot \int_0^l \Delta U_d \cdot ds = \frac{1}{l} \cdot \frac{R_{trac}}{1000} I_t \left(\frac{l^2}{2} - \frac{l^3}{6 \cdot l} \right) = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \frac{l}{3} \quad (246)$$

A relação entre os valores máximo e médio da queda de tensão é dada por (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{2}{3} \Delta U_{dmáx} \quad (247)$$

Considerando-se o caso das cargas estarem uniformemente distribuídas, pode-se notar que os valores da queda de tensão na posição s ΔU_d e os valores máximo $\Delta U_{dmáx}$ e médio $\Delta U_{dméd}$ da queda de tensão são a metade dos valores calculados no item anterior (Martins, 1986a). Deste modo, a queda de tensão na posição s na via 1 é dada por:

$$\Delta U_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{trac}}{1000} \left(l \cdot s - \frac{s^2}{2} \right) \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \frac{1}{l} \quad (248)$$

E o valor médio da queda de tensão pode ser dado por:

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{6} \cdot \frac{R_{trac}}{1000} l \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \quad (249)$$

5.9.2.3 Alimentação bilateral

O esquema da alimentação bilateral já foi mostrado na Fig. 83 c). Supõe-se um trem em uma posição s ($s < l$), em metros, na via 1 alimentado pela corrente I_{dA} , proveniente da subestação A e pela corrente I_{dB} , proveniente da subestação B. Levando-se em conta as três hipóteses estabelecidas no início deste item, a regra da divisão de corrente pode ser aplicada (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

$$\frac{I_{dA}}{I_t} = \frac{\frac{R_{trac}}{1000} (l - s)}{\frac{R_{trac}}{1000} l} \quad (250)$$

Se a subestação A for tomada como referência, a queda de tensão entre o início da linha e a posição s na via 1 pode ser dada, com a ajuda da eq.(250), por (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{s^2}{l} \right) \quad (251)$$

O valor máximo da queda de tensão ocorre quando $s = l/2$. Já o valor médio pode ser dado através da eq.(247) (Martins, 1986a):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{2}{3} \Delta U_{dmáx} = \frac{2}{3} \cdot \frac{R_{trac}}{1000} I_t \frac{l}{4} = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \frac{l}{6} \quad (252)$$

Considere-se agora três trens nas respectivas posições s_1 , s_2 e s_3 , menores que l , na via 1 da Fig. 83 c) consumindo, respectivamente, as correntes I_{t1} , I_{t2} e I_{t3} . Estes trens

estão posicionados entre as subestações A e B que fornecem, respectivamente, I_{dA} e I_{dB} .

A queda de tensão na posição de um dos trens pode ser dada através do método da viga elétrica, já citado no item 5.9.2.1. Para este caso, deve-se considerar uma viga simplesmente apoiada na qual são calculados os momentos fletores. As correntes I_{dA} e I_{dB} podem ser determinadas como reações de apoio. Deste modo, tem-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} I_{dB} \cdot l = I_{t1} \cdot s_1 + I_{t2} \cdot s_2 + I_{t3} \cdot s_3 \\ I_{dA} + I_{dB} = I_{t1} + I_{t2} + I_{t3} \end{cases} \quad (253)$$

Resolvendo-se o sistema, tem-se o valor da corrente I_{dA} :

$$I_{dA} = I_{t1} \left(1 - \frac{s_1}{l}\right) + I_{t2} \left(1 - \frac{s_2}{l}\right) + I_{t3} \left(1 - \frac{s_3}{l}\right) = \sum_{j=1}^{n_t} I_{tj} \cdot \left(1 - \frac{s_j}{l}\right) \quad (254)$$

E o valor da corrente I_{dB} na eq. (253) pode ser escrito do seguinte modo:

$$I_{dB} = \sum_{j=1}^{n_t} I_{tj} \frac{s_j}{l} \quad (255)$$

A queda de tensão na posição s_2 da via 1 pode ser dada através de um cálculo semelhante ao momento fletor:

$$\Delta U_{d2} = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot [I_{dA} \cdot s_2 - I_{t1} \cdot (s_2 - s_1)] \quad (256)$$

Substituindo-se a eq.(254) na eq.(256) resulta em:

$$\begin{aligned} \Delta U_{d2} = \frac{R_{trac}}{1000} & \left[I_{t1} \cdot s_2 \left(1 - \frac{s_1}{l}\right) + I_{t2} \cdot s_2 \left(1 - \frac{s_2}{l}\right) \right. \\ & \left. + I_{t3} \cdot s_2 \left(1 - \frac{s_3}{l}\right) - I_{t1} \cdot (s_2 - s_1) \right] \end{aligned} \quad (257)$$

Expandindo-se a eq.(257) tem-se:

$$\Delta U_{d2} = \frac{R_{trac}}{1000} \left[I_{t1} \cdot s_2 - I_{t1} \cdot s_2 \frac{s_1}{l} + I_{t1} \cdot s_1 - I_{t1} \cdot s_2 + I_{t2} \cdot s_2 \cdot \left(1 - \frac{s_2}{l} \right) + I_{t3} \cdot s_2 \cdot \left(1 - \frac{s_3}{l} \right) \right] \quad (258)$$

Rearranjando-se a eq.(258) obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta U_{d2} &= \frac{R_{trac}}{1000} \left[I_{t1} \cdot s_1 - I_{t1} \cdot s_2 \frac{s_1}{l} + I_{t2} \cdot s_2 \cdot \left(1 - \frac{s_2}{l} \right) + I_{t3} \cdot s_2 \cdot \left(1 - \frac{s_3}{l} \right) \right] \\ \Delta U_{d2} &= \frac{R_{trac}}{1000} \left[I_{t1} \cdot s_1 \cdot \left(1 - \frac{s_2}{l} \right) + I_{t2} \cdot s_2 \cdot \left(1 - \frac{s_2}{l} \right) + I_{t3} \cdot s_2 \cdot \left(1 - \frac{s_3}{l} \right) \right] \\ \Delta U_{d2} &= \frac{R_{trac}}{1000} \left[\frac{I_{t1} \cdot s_1}{l} (l - s_2) + \frac{I_{t2} \cdot s_2}{l} (l - s_2) + \frac{I_{t3} \cdot s_2}{l} (l - s_3) \right] \end{aligned} \quad (259)$$

Generalizando-se o resultado da eq.(259) tem-se:

$$\Delta U_{d2} = \frac{R_{trac}}{1000 \cdot l} \left[(l - s_x) \cdot \sum_{j=1}^x I_{tj} \cdot s_j + s_x \cdot \sum_{j=x+1}^{n_t} I_{tj} \cdot (l - s_j) \right] \quad (260)$$

É importante observar que a eq.(260) coincide com a equação apresentada em (Markvardt, 1958); (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001) para o cálculo da queda de tensão na posição de um trem qualquer entre duas subestações.

Caso as tensões U_{dA} e U_{dB} , respectivamente das subestações A e B, não forem iguais, contrariando a primeira hipótese anteriormente estabelecida, uma corrente irá fluir diretamente entre as subestações. O lado direito da eq.(260) deve então ser acrescido de $(U_{dA} - U_{dB}) \cdot s_x / l$ (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

As correntes nas subestações A e B também terão os seus valores alterados. Ao valor da corrente I_{dA} dado pela eq.(254), deve-se acrescentar $(U_{dA} - U_{dB}) / (R_{trac} \cdot l / 1000)$. Esta mesma parcela deve ser contabilizada na corrente I_{dB} dada pela eq.(255) que, ao invés de ser somada, deve ser subtraída do valor de I_{dB} (Markvardt, 1958).

Para o caso das cargas estarem uniformemente distribuídas, o valor instantâneo da queda de tensão é dado de forma semelhante ao valor encontrado para uma alimentação em ponta de linha. O que deve ser levado em conta é que a secção

alimentadora de uma subestação não é mais l e sim $l/2$ (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Deste modo, reescrevendo-se a eq.(236) tem-se:

$$\Delta U_d = \int_0^s I_l \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \left(\frac{l}{2} - s \right) \cdot ds = \frac{I_l \cdot R_{trac}}{1000} \left(\frac{l \cdot s}{2} - \frac{s^2}{2} \right) \quad (261)$$

Aplicando-se a eq.(235) tem-se:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{s^2}{2 \cdot l} \right) \quad (262)$$

Caso todos os trens estejam consumindo a mesma corrente, a eq.(262) torna-se:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \frac{1}{l} \cdot n_t \cdot I_t \cdot \left(\frac{l \cdot s}{2} - \frac{s^2}{2} \right) \quad (263)$$

O valor máximo da queda de tensão $\Delta U_{dmáx}$ ocorre quando $s = l/2$. O valor médio da queda de tensão $\Delta U_{dméd}$ pode ser dado por:

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{l} \cdot \int_0^l \Delta U_d \cdot ds = \frac{1}{12} \cdot \frac{R_{trac}}{1000} \cdot l \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \quad (264)$$

Se novamente for levado em conta que o número de trens na via alimentados por um mesmo circuito varia entre 1 e 5, a eq.(264) pode, tal como a eq.(240), ser corrigida do seguinte modo (Kuzin; Schmidt, 1963); (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{12} \cdot \frac{n_t \cdot I_t \cdot R_{trac}}{1000} \cdot l \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot K_s - 1}{n_t} \right) \quad (265)$$

5.9.2.4 Alimentação bilateral com cabines de paralelismo

Antes de se abordar o tópico, é muito importante observar que as considerações aqui feitas sobre as cabines de paralelismo são válidas também para os cross bonds vistos no item 5.7, considerando estes com uma resistência desprezível.

O estudo da queda de tensão na linha de contato devido à presença de um ou vários pontos de paralelismo entre duas subestações A e B, conforme a Fig. 83 d), pode ser iniciado através do conceito de comprimento equivalente da linha, introduzido por P. Schmidt (1975) e (1988).

Supõe-se um trem na posição s da via 1 da Fig. 83 d), anterior à cabine de paralelismo ($s < l/2$). O comprimento equivalente $l_{\bar{a}}$ desta linha pode ser interpretado como um fator que leva em consideração as diversas resistências elétricas em paralelo vistas do trecho onde se encontra o trem. A Fig. 84 traz um esquema desta interpretação para o caso considerado.

Fig. 84 – Comprimento equivalente da linha

Equacionando-se o problema, tem-se:

$$l_{\bar{a}} = \frac{l}{2} + \left(\frac{l}{2} // \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \right) = \frac{l}{2} + \frac{l}{6} = \frac{2}{3}l \quad (266)$$

Se o resultado for generalizado para várias cabines de paralelismo posicionadas de forma equidistante entre as subestações A e B, o comprimento equivalente pode ser dado por (Schmidt, 1975) e (Schmidt, 1988):

$$l_{\bar{a}} = \frac{l}{n_{pp} + 1} + \left(\frac{l}{n_{pp} + 1} // \frac{n_{pp}}{n_{pp} + 1} \cdot \frac{l}{2} \right) = \frac{l}{1 + \frac{n_{pp}}{2}} \quad (267)$$

Retornando-se ao problema original, de um trem e uma cabine de paralelismo, pode-se calcular então a queda de tensão na posição s ($s \leq l/2$) aplicando-se o resultado da eq.(266) na eq.(251), que dá a queda de tensão na posição s para uma alimentação bilateral. Deste modo, tem-se:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{s^2}{l_{\bar{a}}} \right) = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{3 \cdot s^2}{2 \cdot l} \right) \quad (268)$$

O valor máximo da queda de tensão ocorre em $s = l/3$. Já o valor médio da queda de tensão é dado por (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{l} \cdot \int_0^{l/2} \Delta U_d \cdot ds = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \frac{l}{8} \quad (269)$$

Comparando-se os resultados da eq.(269) com os resultados da eq.(252) pode-se notar que a inclusão de uma cabine de paralelismo fez com que o valor médio da queda de tensão fosse reduzido de 25% (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

Caso a posição s do trem seja menor que a metade do comprimento da linha ($l/2$), duas observações devem ser feitas. A primeira é que o comportamento da queda de tensão é simétrico em relação a ($l/2$), independentemente do número de cabines de paralelismo. A segunda observação é que a eq.(268) pode ser vista como uma função da posição do trem, ou seja, $f(s)$.

Deste modo, calcular a queda de tensão na posição s pode ser interpretada como calcular $f(s - l/3)$, causando uma translação horizontal da eq.(268). Assim, a queda de tensão para $s \geq l/2$ pode ser dada por:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{3 \cdot s^2}{2 \cdot l} + s - \frac{3 \cdot l}{6} \right) = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(2 \cdot s - \frac{3 \cdot s^2}{2 \cdot l} - \frac{l}{2} \right) \quad (270)$$

O valor máximo da queda de tensão ocorre para $s = 2 \cdot l/3$. Analisando-se os dois pontos de máxima queda de tensão, $l/3$ e $2 \cdot l/3$, pode-se generalizar estes resultados para cada trecho j ($j \leq n_{pp}+1$) na seguinte expressão (Schmidt, 1975) e (Schmidt, 1988):

$$\frac{j \cdot l}{n_{pp} + 2} \quad (271)$$

Aumentando-se o número de cabines de paralelismo posicionadas de forma equidistante, por exemplo duas, o valor da queda de tensão para um trem posicionado entre a subestação A e a primeira cabine de paralelismo pode ser dado através da combinação da eq.(267) com a eq.(251) como feito anteriormente. Deste modo, tem-se:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{s^2}{l_a} \right) = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{4 \cdot s^2}{2 \cdot l} \right) \quad (272)$$

Se o trem estiver entre a segunda cabine de paralelismo e a subestação B, as considerações anteriores também são válidas. A queda de tensão na posição do trem pode ser interpretada como calcular a função apresentada na eq.(272) para $f(s-2 \cdot l/4)$. O valor de $(2 \cdot l/4)$ pode ser encontrado através da aplicação da eq.(271) para o segundo trecho ($j = 2$). Assim, tem-se:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{4 \cdot s^2}{2 \cdot l} + 2 \cdot s - l \right) \quad (273)$$

Se o trem estiver localizado entre a primeira e a segunda cabine de paralelismo, o mesmo procedimento pode ser adotado:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{4 \cdot s^2}{2 \cdot l} + s - \frac{3 \cdot l}{8} \right) \quad (274)$$

Entretanto, na posição da primeira cabine de paralelismo ($l/3$), o valor da queda de tensão dado pela eq.(274) é inferior ao valor dado pela eq.(272), o que é incoerente. Deve-se então somar à eq.(274) um valor de queda de tensão de tal forma que na posição ($l/3$) o valor total seja igual ao valor fornecido pela eq.(272).

Assim, o valor da queda de tensão entre a primeira e a segunda cabine de paralelismo é dado por:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left(s - \frac{4 \cdot s^2}{2 \cdot l} + s - \frac{l}{3} \right) \quad (275)$$

Uma generalização das equações que fornecem os valores da queda de tensão também pode ser estabelecida. Para um trecho j qualquer ($j \leq n_{pp}+1$) tem-se (Schmidt, 1975) e (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left[j \cdot s - \frac{(n_{pp} + 2) \cdot s^2}{2 \cdot l} - \frac{\frac{1}{2} j \cdot (j-1) \cdot l}{n_{pp} + 1} \right] \quad (276)$$

Para este mesmo trecho j , o valor máximo da queda de tensão é dado por (Schmidt, 1975) e (Schmidt, 1988):

$$\Delta U_{dmax} = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \cdot \left[\frac{j^2 \cdot l}{2 \cdot (n_{pp} + 2)} - \frac{j \cdot (j-1) \cdot l}{2 \cdot (n_{pp} + 1)} \right] \quad (277)$$

O valor médio da queda de tensão para uma configuração que contenha um número ímpar qualquer de pontos de paralelismo é dado por (Schmidt, 1975):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \frac{2}{l} \cdot \left(\int_0^{\frac{l}{n_{pp}+1}} \Delta U_{d1} \cdot dx + \int_{\frac{l}{n_{pp}+1}}^{\frac{2 \cdot l}{n_{pp}+1}} \Delta U_{d2} \cdot dx + \dots \right. \\ \left. + \int_{\frac{1}{2} \frac{l}{n_{pp}+1}}^{\frac{1}{2} \frac{l}{n_{pp}+1}} \Delta U_{d \frac{n_{pp}+1}{2}} \cdot dx \right) \quad (278)$$

Caso o número de pontos de paralelismo seja par, é válida a seguinte expressão (Schmidt, 1975):

$$\Delta U_{dméd} = \frac{R_{trac}}{1000} I_t \frac{2}{l} \cdot \left(\int_0^{\frac{l}{n_{pp}+1}} \Delta U_{d1} \cdot dx + \int_{\frac{l}{n_{pp}+1}}^{\frac{2 \cdot l}{n_{pp}+1}} \Delta U_{d2} \cdot dx + \dots \right. \\ \left. + \int_{\frac{1}{2} \frac{l}{n_{pp}+1}}^{\frac{n_{pp}}{2} \frac{l}{n_{pp}+1}} \Delta U_{d \frac{n_{pp}}{2}} \cdot dx + \int_{\frac{n_{pp}}{2} \frac{l}{n_{pp}+1}}^{\frac{2(n_{pp}+2)}{1} \frac{l}{n_{pp}+1}} \Delta U_{d \frac{n_{pp}+2}{2}} \cdot dx \right) \quad (279)$$

Considerando-se o caso das cargas estarem uniformemente distribuídas, duas metodologias podem ser aplicadas. A primeira, pode ser encontrada em (Garreau, 1965); (Tessier, 1978) e (Martins, 1986a). A segunda, que apresenta resultados diferentes e será aplicado neste trabalho é desenvolvida seguindo o conceito de comprimento equivalente.

No item anterior, o cálculo da queda de tensão para cargas uniformemente distribuídas foi feito levando-se em conta que a seção alimentadora da subestação seria $(l/2)$. Para o caso da presença de uma cabine de paralelismo, a seção alimentadora de cada subestação passará a ser $(l_{\bar{a}}/2)$. Assim, a eq.(261) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta U_d = \int_0^s I_l \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \left(\frac{l_{\bar{a}}}{2} - s \right) \cdot ds = \frac{I_l \cdot R_{trac}}{1000} \left(\frac{l_{\bar{a}} \cdot s}{2} - \frac{s^2}{2} \right) \quad (280)$$

Aplicando-se a eq.(235) para o caso de um comprimento equivalente $l_{\bar{a}}$, tem-se:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \frac{1}{l_{\bar{a}}} \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{l_{\bar{a}} \cdot s}{2} - \frac{s^2}{2} \right) = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{s^2}{2 \cdot l_{\bar{a}}} \right) \quad (281)$$

Supondo-se uma cabine de paralelismo posicionada em $(l/2)$, e relembrando-se a eq.(267), o valor da queda de tensão entre a subestação A e a cabine de paralelismo é dada por:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{3 \cdot s^2}{4 \cdot l} \right) \quad (282)$$

Repetindo-se o procedimento adotado anteriormente para se chegar à expressão da queda de tensão entre a cabine de paralelismo e a subestação B tem-se:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{3 \cdot s^2}{4 \cdot l} + \frac{s}{2} - \frac{l}{4} \right) \quad (283)$$

Deste modo, a eq.(276) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta U_d = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left[\frac{j \cdot s}{2} - \frac{(n_{pp} + 2) \cdot s^2}{4 \cdot l} - \frac{1}{2} \cdot \frac{j \cdot (j-1) \cdot l}{(n_{pp} + 1)} \right] \quad (284)$$

E os pontos de máxima queda de tensão são também dados pela eq.(271). Para o caso de apenas uma cabine de paralelismo, o valor médio da queda de tensão é dado por:

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{l} \cdot \int_0^{l/2} \Delta U_d \cdot ds = \frac{R_{trac}}{1000} \cdot \sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \frac{l}{24} \quad (285)$$

Nota-se que a utilização da eq.(276) e da eq.(278) também é válida.

Novamente, se for considerado que o número de trens na via alimentados por um mesmo circuito varia entre 1 e 5, a eq.(285) pode ser modificada de acordo com (Schmidt, 1988), levando-se em conta o caso hipotético de todos estarem consumindo a mesma corrente. Deste modo, tem-se:

$$\Delta U_{dméd} = \frac{1}{24} \cdot n_t \cdot I_t \cdot \frac{R_{trac}}{1000} l \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot K_5 - 1}{n_t} \right) \quad (286)$$

Para finalizar este item, a Tabela 29 traz um resumo dos valores calculados.

	carga concentrada		carga distribuída	
	$\Delta U_d (s)$	ponto médio	$\Delta U_d (s)$	ponto médio
Alimentação em ponta de linha	$I_t \cdot s$	l	$\sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(s - \frac{s^2}{2 \cdot l} \right)$	l
Alimentação em anel	$I_t \cdot \left(s - \frac{s^2}{2 \cdot l} \right)$	l	$\sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{s^2}{4 \cdot l} \right)$	l
Alimentação bilateral	$I_t \cdot \left(s - \frac{s^2}{l} \right)$	$l / 2$	$\sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{s^2}{2 \cdot l} \right)$	$l / 2$
Alimentação bilateral com cabine de paralelismo	$I_t \cdot \left(s - \frac{3 \cdot s^2}{2 \cdot l} \right)$	$l / 3$	$\sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{3 \cdot s^2}{4 \cdot l} \right)$	$l / 3$
	$I_t \cdot \left(s - \frac{3 \cdot s^2}{2 \cdot l} - \frac{l}{2} \right)$	$2 \cdot l / 3$	$\sum_{x=1}^{n_t} I_{tx} \cdot \left(\frac{s}{2} - \frac{3 \cdot s^2}{4 \cdot l} - \frac{l}{4} \right)$	$2 \cdot l / 3$

Nota: Todos os valores deve ser multiplicados por $R_{trac} / 1000$.

Tabela 29 – Resumo dos cálculos de queda de tensão

A Fig. 85 mostra os gráficos da quedas de tensão (valores relativos à tensão nominal) para os casos abordados.

Fig. 85 – Comportamento das quedas de tensão ao longo da linha para as configurações estudadas

5.10 Rendimento do circuito de tração

Se em um certo instante, um trem consome uma corrente I_t , produzindo uma queda de tensão ΔU_d na posição do trem, o rendimento instantâneo do circuito de tração pode ser dado por (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978):

$$\eta_{trac} = \frac{(U_d - \Delta U_d) \cdot I_t}{U_d \cdot I_t} = 1 - \frac{\Delta U_d}{U_d} \quad (287)$$

Caso esse trem se desloque por todo o comprimento da linha durante um período de tempo t , o rendimento médio do circuito de tração é dado por (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978):

$$\eta_{trac} = \frac{\int_0^t (U_d - \Delta U_d) \cdot I_t \cdot dt}{U_d \cdot I_t \cdot t} = 1 - \frac{1}{U_d \cdot t} \cdot \int_0^t \Delta U_d \cdot dt \quad (288)$$

Supondo-se uma velocidade (ds / dt) constante deste trem, pode-se escrever (Garreau, 1965); (Nouvion, 1966) e (Tessier, 1978):

$$\frac{1}{t} \cdot \int_0^t \Delta U_d \cdot dt = \frac{1}{l} \cdot \int_0^l \Delta U_d \cdot ds = \Delta U_{dméd} \quad (289)$$

Aplicando-se o resultado da eq.(289) na eq.(288) tem-se:

$$\eta_{trac} = 1 - \frac{\Delta U_{dméd}}{U_d} \quad (290)$$

Da mesma forma, para uma carga uniformemente repartida, tem-se:

$$\eta_{trac} = \frac{\int_0^t (U_d - \Delta U_d) \cdot I_l \cdot dt}{\int_0^t U_d \cdot I_l \cdot dt} = 1 - \frac{1}{U_d \cdot t} \cdot \int_0^t \Delta U_d \cdot dt = 1 - \frac{\Delta U_{dméd}}{U_d} \quad (291)$$

Observa-se, portanto, através da eq.(289) e da eq.(291), que o rendimento do circuito de tração pode ser expresso através do valor médio da queda de tensão (Garreau, 1965) e (Tessier, 1978).

5.11 Influência do circuito de tração na potência que pode ser desenvolvida pelos trens

A potência elétrica desenvolvida por um único trem em uma posição s qualquer pode ser dada, com o auxílio da eq.(29), por:

$$P_{el} \cdot 10^3 = \frac{P_t \cdot 10^3}{\eta_b} = U_d \cdot I_t - \Delta U_d \cdot I_t \quad (292)$$

Se o comprimento da linha l é fixo, assim como para este caso, a posição do trem s , a eq.(292) pode ser reescrita em termos de uma constante K_6 que incorpora também os termos presentes na Tabela 29. Deste modo, tem-se:

$$P_{el} \cdot 10^3 = U_d \cdot I_t - K_6 \cdot R_{trac} \cdot I_t^2 \quad (293)$$

A eq.(293) descreve uma parábola em função da corrente, como mostra a Fig. 86.

Fig. 86 – Potência elétrica desenvolvida pelo trem em função da corrente

Pode-se notar também através da eq.(293) que a potência elétrica desenvolvida pelo trem possui dois termos: um termo de potência fornecida pela (ou pelas) subestações ($U_d \cdot I_t$) e um termo correspondente às perdas na linha ($K_6 \cdot R_{trac} \cdot I_t^2$). O primeiro termo citado pode ser representado graficamente na Fig. 86 através de uma reta que liga a origem dos eixos ao ponto onde as perdas são máximas ou seja, onde a corrente consumida pelo trem vale:

$$I_t = \frac{U_d}{K_6 \cdot R_{trac}} \quad (294)$$

Da eq.(293) pode-se obter a potência elétrica máxima que o trem pode desenvolver:

$$\frac{dP_{el} \cdot 10^3}{dI_t} = U_d - 2 \cdot K_6 \cdot R_{trac} \cdot I_t = 0 \quad (295)$$

De onde pode-se obter a máxima corrente consumida pelo trem:

$$I_t = \frac{U_d}{2 \cdot R_{trac} \cdot K_6} \quad (296)$$

Substituindo-se a eq.(296) na eq.(293) obtém-se o valor máximo da potência elétrica.

$$P_{el} \cdot 10^3 = U_d \cdot \left(\frac{U_d}{2 \cdot R_{trac} \cdot K_6} \right) - K_6 \cdot R_{trac} \left(\frac{U_d^2}{4 \cdot R_{trac}^2 \cdot K_6^2} \right) = \frac{U_d^2}{4 \cdot R_{trac} \cdot K_6} \quad (297)$$

Para um valor máximo de corrente consumida pelo trem, a tensão tem um valor igual a:

$$U_d - K_6 \cdot R_{trac} \cdot I_t = U_d - K_6 \cdot R_{trac} \left(\frac{U_d}{2 \cdot R_{trac} \cdot K_6} \right) = \frac{U_d}{2} \quad (298)$$

A partir da eq.(298) pode-se concluir que a potência elétrica máxima que um trem pode desenvolver corresponde a uma queda de tensão igual à metade da tensão nominal do sistema de alimentação (Tessier, 1978).

Pode-se concluir também, através do que foi exposto, que um aumento da corrente do trem acima do valor mostrado no segundo membro da eq.(296) não implicará no aumento da potência elétrica, e sim em uma diminuição da mesma. Isto ocorre porque as perdas no circuito de tração ($\Delta U_d \cdot I_t$) tornam-se excessivas. É muito importante observar que a análise em questão refere-se apenas à potência elétrica disponível para um trem, não sendo levado em conta o balanço de potência apresentado na eq.(29) e na eq.(292).

Um outro ponto importante é que a eq.(298) mostrou que para o valor máximo da corrente consumida pelo trem, a tensão no coletor de corrente será a metade da tensão nominal. Este fato não está de acordo com o que foi exposto no item 5.3.2. Deve-se, portanto, calcular o valor máximo da corrente consumida pelo trem para um valor mínimo de tensão na linha de contato permitido por norma. Reescrevendo-se a eq.(298) para um sistema alimentado em corrente contínua tem-se:

$$U_d - K_6 \cdot R_{trac} \cdot I_t = \frac{2}{3} U_d \quad (299)$$

E o valor máximo da corrente I_t é obtido através de uma manipulação da eq.(299):

$$I_t = \frac{U_d}{3 \cdot K_6 \cdot R_{trac}} \quad (300)$$

Aplicando-se este resultado na eq.(293) obtém-se o valor máximo da potência elétrica:

$$P_{el} \cdot 10^3 = U_d \cdot \left(\frac{U_d}{3 \cdot R_{trac} \cdot K_6} \right) - K_6 \cdot R_{trac} \left(\frac{U_d^2}{9 \cdot R_{trac}^2 \cdot K_6^2} \right) = \frac{2}{9} \cdot \frac{U_d^2}{R_{trac} \cdot K_6} \quad (301)$$

Como última observação, diz-se que uma linha é bem equipada quando nesta linha pode-se utilizar trens com as correntes para os quais foram projetados sem que este valor ultrapasse os limites estabelecidos pela eq.(296) ou pela eq.(300) (Garreau, 1965). Em outras palavras, a resistência do circuito de tração possui um valor suficientemente pequeno para que a potência elétrica requerida pelo trem seja menor que a potência máxima dada pela eq.(297) ou pela eq.(301) (Tessier, 1978).

6. CIRCUITO DE RETORNO E ATERRAMENTO

No item 5.6.2 falou-se que parte da corrente de tração utiliza o solo para retornar às subestações. Como foi dito, a corrente de tração sai das subestações retificadoras e, percorre a linha de contato, alimenta os trens e retorna pelos trilhos.

Entretanto, a resistência entre os trilhos e o solo não é infinita e, como foi visto, os trilhos possuem uma resistência longitudinal. Como consequência, uma parte da corrente de tração se desvia para a terra, especialmente na área próxima à carga, e então à subestação.

Esta corrente que circula pela terra, conhecida como corrente de fuga, pode encontrar em seu caminho canos metálicos, estruturas metálicas, ou cabos, instalados paralelamente à via, e utilizá-los como condutor. A corrente de fuga deixa então estes canos metálicos, estruturas metálicas e cabos e retorna à terra em direção à subestação. No ponto onde a corrente de fuga deixa os canos metálicos e cabos, a corrosão eletroquímica ocorre e, se a corrente for alta suficiente, estragos significantes podem ocorrer em um curto espaço de tempo (Case, 1999).

Outros efeitos da corrente de fuga incluem o aumento da perda de energia no circuito de tração e o surgimento de dificuldades na detecção e eliminação das faltas (Hill, 1997).

Fig. 87 – Corrente de fuga

6.1 Correntes de fuga e corrosão eletrolítica

As normas EN50122-1 (1998) e EN50122-2 (1999) definem a corrente de fuga como uma corrente que circula por outros meios que não sejam os meios intencionais.

Segundo A. Blondel e F. P. Dubois (1898), a preocupação com as correntes de fuga existe desde as primeiras instalações de bondes elétricos nos Estados Unidos. Nestas primeiras instalações, placas metálicas ligadas ao pólo negativo das estações eram enterradas em alguns pontos da via garantindo deste modo, mesmo com os trilhos interrompidos, o retorno da corrente.

Ainda segundo os autores, em 1892 observou-se em tais instalações que a corrente de fuga tinha um valor entre 25 e 40% do valor da corrente de retorno e causava dois tipos de problemas: a corrosão e uma diferença de potencial entre os canos de água e gás.

Nota-se então que a corrente de fuga constitui uma interferência eletromagnética. Nos sistemas metro-ferroviários em corrente contínua o acoplamento entre os trilhos e a terra é do tipo condutivo (galvânico) (Hill, 1997) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

No caso da corrosão eletrolítica, uma canalização metálica (em ferro, cobre...) enterrada e os trilhos dispostos sobre o solo são semelhantes a dois eletrodos mergulhados em um eletrólito, sabendo-se que o solo contém ácidos, bases e sais solúveis (Garreau, 1965).

Durante a corrosão eletrolítica, dois processos – a semi-reação no ânodo e a semi-reação no cátodo – acontecem paralelamente (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Tomando-se como exemplo o ferro, estes dois processos são assim equacionados:

– semi-reação no ânodo (oxidação)

– semi-reação no cátodo (redução)

Deste modo, para um pH maior que 7, a reação total de corrosão é dada por:

No entanto, as semi-reações no ânodo e no cátodo não ocorrem espontaneamente. Como é característica da eletrólise, uma corrente externa é necessária para produzir estas semi-reações químicas. Cabe então à corrente de fuga desencadear o processo descrito.

Quando a corrente de fuga entra numa canalização metálica pelo cátodo e sai desta canalização pelo ânodo é criado um fluxo de elétrons no sentido contrário ao da corrente. Este fluxo de elétrons fará com que elétrons sejam retirados do metal na região do ânodo (oxidando-o) e recombinados na região do cátodo, como pode-se observar nas semi-reações anteriormente descritas.

Nota-se, portanto, que a região catódica, por onde entra a corrente de fuga, não corre perigo. O contrário ocorre na região anódica, também chamada de região de corrosão. A região de canalização metálica situada entre o ânodo e o cátodo, a zona neutra, conduz o máximo de corrente que circula nesta canalização (Seefehlner; Peter, 1926).

Quando a corrosão ocorre, o metal se dissipa no solo. A massa do metal corroído m_c pode ser calculada através da primeira lei de Faraday da eletroquímica:

$$m_c = K_7 \cdot I_{ft}(t) \cdot \Delta_t \quad (302)$$

A constante K_7 depende do metal corroído. Seu valor é dado através da Tabela 30, extraída de (Yu; Goodman, 1992).

metal	K_7 [kg/A/s]
alumínio	$0,9285 \cdot 10^{-7}$
ferro	$2,8900 \cdot 10^{-7}$
zinco	$3,3875 \cdot 10^{-7}$
cobre	$8,4292 \cdot 10^{-7}$

Tabela 30 – Valores para a constante K_7

É muito importante observar que a eq.(302) apresenta a corrente de fuga I_{fi} como uma função do tempo observada em um mesmo ponto da via. A integração da corrente de fuga no tempo ($I_{fi} \cdot \Delta t$) representa a carga elétrica total (em Coulombs) que passa por este determinado ponto da via durante o intervalo de tempo Δt . Nota-se ainda que esta integração pode ser feita numericamente através da somatória da carga elétrica nos diversos intervalos de tempo.

6.2 Medidas preventivas contra as correntes de fuga

O objetivo de todas as medidas tomadas para a limitação das correntes de fuga é uma boa isolamento dos trilhos e todos os elementos condutores que podem acoplar condutivamente com a terra (Röhlig, 2001).

Além de uma boa isolamento, a queda de tensão longitudinal nos trilhos é, como foi comentado, um fator importante. Como esta queda de tensão depende da distância entre as subestações e da resistência do circuito de retorno, a proteção contra as correntes de fuga influencia no número de subestações e, como consequência, nos custos do projeto (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

As medidas preventivas podem ser classificadas como proteções ativas e passivas. As medidas passivas envolvem o revestimento das instalações metálicas com um material isolante ou um metal anticorrosivo. Já as medidas ativas são implementadas na rede de alimentação do sistema de tração (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001). Tais medidas podem ser:

- a redução da distância entre as subestações;
- a redução da condutância entre trilhos e a terra;
- a redução da resistência dos trilhos;
- a instalação de condutores paralelos à via e conectados aos trilhos em pequenos intervalos.

Uma forma interessante de proteção contra corrosão, tomando-se novamente o exemplo do ferro, é ligar placas de magnésio ou zinco ao cano metálico (eletrodo de sacrifício). Toda vez que a semi-reação no ânodo ocorrer, imediatamente o magnésio ou o zinco irá também se oxidar, fornecendo os dois elétrons perdidos pelo ferro. A este tipo de proteção dá-se o nome de proteção catódica.

Outros tipos de proteção previstos pela norma EN50122-2 (1999) utilizam instalações com diodos. O conceito aplicado é que o diodo fornece uma baixa resistência para a corrente de fuga que retorna aos trilhos (ou um outro ânodo) e bloqueia a corrente de fuga que circula para as canalizações metálicas (Case, 1999).

Esta filosofia também é aplicada em outros sistemas de proteção. Redes de coleta de corrente fuga, que podem ser a própria estrutura de concreto da via ou túnel ou mesmo uma rede exclusiva para este propósito, são conectadas a cada terminal negativo das subestações através de diodos (aterramento). A corrente de fuga irá então encontrar um caminho seguro para as subestações através desta rede coletora (Case, 1999) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Detalhando-se um pouco mais o sistema de aterramento por diodos, estes componentes são instalados em paralelo com contadores CC e relés. Acima de um nível de tensão, o relé energiza o contator CC e automaticamente aterra o sistema (Moody, 1994) e (Paul, 2002).

Um nível de tensão interessante e recomendado pela norma EN50122-2 (1999) é o de + 100 mV entre as estruturas metálicas e a terra. Uma variação do sistema de aterramento por diodos é o sistema de aterramento por tiristores do tipo GTO (Paul, 2002).

Ao contrário do sistema de aterramento por diodos, o sistema não aterrado (flutuante) não possui conexões entre o terminal negativo das subestações e a rede de coleta da corrente de fuga. Por isso, neste sistema de aterramento, a corrente é mínima (Moody, 1994); (Case, 1999) e (Paul, 2002).

É interessante citar também o sistema solidamente aterrado no qual o terminal negativo da subestação é conectado à rede de coleta de corrente de fuga sem nenhuma resistência intencional. Nota-se que neste tipo de sistema a corrente de fuga é maior e por isso, é encontrado apenas em instalações mais antigas (Moody, 1994) e (Paul, 2002).

A Tabela 31, extraída de (Moody, 1994) e (Paul, 2002), traz uma comparação entre os sistemas de aterramento apresentados.

sistema de aterramento	nível de corrente de fuga	tensão de toque/acessível
solidamente aterrado	alto	baixo
aterrado por diodos	moderado/alto	moderado/baixo
aterrado por tiristores	moderado/baixo	moderado/alto
não aterrado	baixo	alto

Tabela 31 – Comparação entre os sistemas de aterramento

A Tabela 31 apresenta como dado novo a tensão de toque e a tensão acessível que serão objetos do próximo tópico.

6.3 Tensão acessível e tensão do toque

A norma EN50122-1 (1998) define a tensão acessível como a parte da tensão dos trilhos para a terra que, sob condições normais, pode ser aplicada às pessoas, convencionalmente da mão aos dois pés ou de mão à mão com uma distância horizontal de 1 m entre elas.

Já a tensão de toque é definida pela norma EN50122-1 (1998) como a tensão entre partes, sob condições de falta, que podem ser tocadas simultaneamente.

As tensões de toque e acessível permitidas são distinguidas de acordo com o tempo de duração. Tem-se, portanto, a curta exposição ($t \leq 0,5$ s), a exposição temporária ($0,5 \text{ s} < t \leq 300 \text{ s}$) e a exposição permanente ($t > 300 \text{ s}$), sendo que a curta exposição só é aplicada à tensão de toque (EN50122-1, 1998).

A Tabela 32, extraída da norma EN50122-1 (1998), traz os valores máximos da tensão de toque em função do tempo para uma condição de curta exposição.

t [s]	tensão [V]
0,02	940
0,05	770
0,10	660
0,20	535
0,30	480
0,40	435
0,50	395

Tabela 32 – Máxima tensão de toque

A Tabela 33, também extraída da norma EN50122-1 (1998), traz os valores máximos da tensão acessível em função do tempo para uma condição de exposição temporária.

t [s]	tensão [V]
0,6	310
0,7	270
0,8	240
0,9	200
1,0	170
≤ 300	150

Tabela 33 – Máxima tensão acessível

Para uma condição de exposição permanente, a norma EN50122-1 (1998) recomenda que a tensão acessível não exceda 120 V, exceto em oficinas e locais similares onde o limite deve ser 60 V.

É muito importante observar que as normas não especificam os valores para a tensão de passo, uma vez que estes são maiores que os estabelecidos na Tabela 32 e na Tabela 33 (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Voltando-se ao item anterior, pode-se perceber que o controle das correntes de fuga e a minimização das tensões acessível e de toque são requisitos básicos e contraditórios, uma vez que as medidas preventivas aumentam a resistência entre os trilhos e a terra, aumentando também a tensão entre eles (Röhlig, 2001).

6.4 Métodos de análise

Até este ponto, foram feitas considerações sobre a corrente de fuga e as tensões acessível e de toque. É necessário desenvolver um modelo matemático para o cálculo desses parâmetros.

Entretanto, diferentemente do modelo do circuito de tração apresentado no item 5.8, os parâmetros do circuito de retorno, agora envolvendo condutâncias para a terra, não estão mais concentrados e sim uniformemente distribuídos ao longo da linha. Deste modo, a modelagem matemática é feita através das equações das linhas de transmissão e também da divisão do circuito de retorno em várias seções longitudinais, chamadas células finitas (Yu; Goodman, 1990).

Esta modelagem matemática deve ainda levar em conta as características construtivas de cada linha metro-ferroviária no que diz respeito às estruturas que conduzem tanto a corrente de tração que retorna às subestações quanto a corrente de fuga. Tais estruturas, genericamente chamadas de terras, são divididas em três tipos pelas normas EN50122-1 (1998) e EN50122-2 (1999) que serão explicadas a seguir.

O terra (TE), propriamente dito, é definido como uma massa de solo cujo potencial elétrico em qualquer ponto é convencionalmente igual a zero (EN50122-1, 1998) e (EN50122-2, 1999).

O terra do sistema de tração (TV) são os trilhos, quando estes são utilizados como circuito de retorno e está conectado intencionalmente ao terra. O terra do sistema de

tração inclui também todas as partes condutivas conectadas aos trilhos (EN50122-1, 1998) e (EN50122-2, 1999).

O terra do túnel (TT) é a interconexão das barras de reforço em túneis de concreto reforçado e, no caso de outros métodos de construção, a interconexão condutiva das partes metálicas do túnel (EN50122-1, 1998) e (EN50122-2, 1999). Uma definição igual ao terra do túnel, porém aplicada a estruturas metro-ferroviárias reforçadas como pontes, viadutos e leitos reforçados é encontrada na norma EN50122-2 (1999) sob o nome de terra da estrutura.

Nota-se, portanto, que existem dois modelos para um sistema metro-ferroviário. O primeiro, chamado de modelo dois terras, é utilizado em linhas construídas a céu aberto e possui o terra do sistema de tração (TV) e o terra (TE). O segundo, chamado de três terras, é geralmente utilizado nas linhas de construção subterrânea e possui o terra do sistema de tração (TV), o terra do túnel (terra da estrutura) (TT) e o terra (TE) (Da Silva, 1997).

6.4.1 Modelo dois terras

Em uma linha de comprimento l , a tensão entre o terra e o terra do sistema de tração U_{tve} varia de ponto a ponto, pois há uma queda de tensão devido à circulação da corrente do circuito de retorno I_{rt} na resistência R_{rt} deste circuito. Como R_{rt} é uma resistência por unidade de comprimento, a resistência de um comprimento infinitesimal ds é $R_{rt} \cdot ds$, como mostra a Fig. 88. O aumento da tensão U_{tve} quando s aumenta para ds pode ser dado por:

$$\begin{aligned} dU_{tve} &= -I_{rt} \cdot R_{rt} \cdot ds \\ \frac{dU_{tve}}{ds} &= -I_{rt} \cdot R_{rt} \end{aligned} \quad (303)$$

Fig. 88 – Tensão entre o terra do sistema de tração e o terra

A corrente I_r também varia de ponto a ponto levando-se em conta a corrente que circula para a terra. Esta corrente é resultado da tensão U_{tve} sobre a condutância G_{tve} entre o terra do sistema de tração e o terra. Em um comprimento infinitesimal ds a condutância em derivação é $G_{tve} \cdot ds$ e o aumento da corrente I_{rt} neste comprimento é dado por:

$$\begin{aligned} dI_{rt} &= -U_{tve} \cdot G_{tve} \cdot ds \\ \frac{dI_{rt}}{ds} &= -U_{tve} \cdot G_{tve} \end{aligned} \quad (304)$$

Há, portanto, duas equações diferenciais simultâneas cujas incógnitas são I_{rt} e U_{tve} . A solução consiste em encontrar I_{rt} e U_{tve} em função de s . O primeiro passo na solução é obter a equação diferencial de uma das incógnitas, por exemplo, U_{tve} . Isto é feito aplicando-se a segunda derivada da eq.(303) no termo dI_{rt}/ds da eq.(304) e obtendo-se:

$$\frac{d^2 U_{tve}}{ds^2} = R_{rt} \cdot G_{tve} \cdot U_{tve} \quad (305)$$

Utilizando-se o conceito de constante de propagação, a eq.(305) torna-se:

$$\frac{d^2 U_{tve}}{ds^2} = \gamma^2 \cdot U_{tve} \quad (306)$$

O único método universalmente aplicável para se solucionar uma equação diferencial é estimar uma solução e ver se ela satisfaz a equação. A eq.(306) indica que uma

solução interessante seria uma função cuja segunda derivada seja proporcional a ela mesma. Sabe-se que a função exponencial possui esta propriedade. Deste modo, a eq.(306) é satisfeita tanto por $e^{\gamma \cdot s}$ quanto por $e^{-\gamma \cdot s}$. A equação também é satisfeita através da função exponencial multiplicada por uma constante ou pela soma das duas soluções. Assim, tem-se:

$$U_{tve} = k_1 \cdot e^{\gamma \cdot s} + k_2 \cdot e^{-\gamma \cdot s} \quad (307)$$

Nota-se que a eq. (307) é uma solução geral da eq. (306).

A solução para a corrente nos termos das mesmas constantes da eq.(307) é obtida através da primeira derivada da eq.(307) e substituindo-a no termo dU_{tve}/ds da eq.(303).

$$I_{rt} = -\frac{\gamma}{R_{rt}} (k_1 \cdot e^{\gamma \cdot s} - k_2 \cdot e^{-\gamma \cdot s}) \quad (308)$$

Aplicando-se o conceito de resistência característica, a eq.(308) torna-se:

$$I_{rt} = -\frac{1}{R_0} (k_1 \cdot e^{\gamma \cdot s} - k_2 \cdot e^{-\gamma \cdot s}) \quad (309)$$

Os valores das constantes k_1 e k_2 dependem das condições de contorno, ou seja, dos valores de U_{tve} e I_{rt} em algum ponto da linha onde são conhecidos. Neste trabalho serão mostrados três abordagens diferentes para se encontrar U_{tve} e I_{rt} em função de s .

A primeira abordagem é dada por K. G. Markvardt (1958) que considera o comprimento da linha l infinito, como mostra a Fig. 89.

Fig. 89 – Representação da linha para l infinito

Se $l = \infty$, a constante k_1 torna-se nula para $s = l$ e a eq.(307) é reduzida em:

$$U_{tve} = k_2 \cdot e^{-\gamma \cdot s} \quad (310)$$

A eq.(309) também é modificada, tornando-se:

$$I_{rt} = \frac{1}{R_0} k_2 \cdot e^{-\gamma \cdot s} \quad (311)$$

Uma corrente I aplicada no ponto $s = 0$ irá se distribuir igualmente e cada metade do seu valor irá percorrer o circuito de retorno nas direções $+\infty$ e $-\infty$, como mostra a Fig. 89. A constante k_2 pode então ser calculada. Utilizando-se estas condições ($s = 0$ e $I_{rt} = I/2$) na eq.(311) resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{I}{2} &= \frac{1}{R_0} k_2 \\ k_2 &= R_0 \frac{I}{2} \end{aligned} \quad (312)$$

Aplicando-se este resultado na eq.(310) e na eq.(311) novamente tem-se:

$$\begin{aligned} U_{tve} &= \frac{R_0 \cdot I}{2} e^{-\gamma \cdot s} \\ I_{rt} &= \frac{I}{2} e^{-\gamma \cdot s} \end{aligned} \quad (313)$$

A corrente de fuga é o valor inicial da corrente I aplicada menos o valor da corrente de retorno. Deste modo, a corrente de fuga é dada por:

$$I_{ft} = \frac{I}{2} - I_{rt} = \frac{I}{2}(1 - e^{-\gamma \cdot s}) \quad (314)$$

A Fig. 90 mostra o comportamento da tensão e da corrente ao longo do circuito de retorno dada a aplicação de uma corrente I .

Fig. 90 – Tensão e corrente no circuito de retorno para uma fonte aplicada

Supõe-se agora uma outra fonte de corrente, de valor $-I$ e a uma distância l da primeira fonte. Para a mesma posição s utilizada nos cálculos anteriores, a tensão e a corrente terão o comportamento igual ao mostrado na Fig. 91.

Fig. 91 – Tensão e corrente no circuito de retorno para duas fontes aplicadas

Baseando-se na Fig. 91, para uma corrente de magnitude I saindo do circuito de retorno tem-se as seguintes equações:

$$\begin{aligned} U_{rte} &= -\frac{R_0 \cdot I}{2} e^{-\gamma \cdot (l-s)} \\ I_{rt} &= \frac{I}{2} e^{-\gamma \cdot (l-s)} \end{aligned} \quad (315)$$

Combinando-se a eq.(313) com a eq.(315) tem-se:

$$\begin{aligned} U_{rte} &= \frac{R_0 \cdot I}{2} [e^{-\gamma \cdot s} - e^{-\gamma \cdot (l-s)}] \\ I_{rt} &= \frac{I}{2} [e^{-\gamma \cdot s} + e^{-\gamma \cdot (l-s)}] \end{aligned} \quad (316)$$

Uma manipulação da eq.(316) dá a forma final do comportamento da tensão e da corrente em função de s para o caso de duas fontes (uma positiva e outra negativa) que podem ser vistas como um trem e uma subestação.

$$\begin{aligned} U_{rte} &= \frac{R_0 \cdot I}{2} e^{-\left(\frac{\gamma \cdot l}{2}\right)} \cdot \sinh\left[\gamma \cdot \left(\frac{l}{2} - s\right)\right] \\ I_{rt} &= \frac{I}{2} e^{-\left(\frac{\gamma \cdot l}{2}\right)} \cdot \cosh\left[\gamma \cdot \left(\frac{l}{2} - s\right)\right] \end{aligned} \quad (317)$$

Observa-se na Fig. 91 que a eq.(317) é representada pela linha tracejada.

Nestas condições, a resistência do circuito de retorno também pode ser calculada entre os pontos $s = 0$ e $s = l$ do seguinte modo:

$$\begin{aligned} R_{rt} &= \frac{U_{rte}(s=0) - U_{rte}(s=l)}{I} \\ R_{rt} &= \frac{R_0}{2} [(1 - e^{-\gamma \cdot l}) - (-e^{-\gamma \cdot l} - 1)] \\ R_{rt} &= R_0 (1 - e^{-\gamma \cdot l}) \end{aligned} \quad (318)$$

A segunda abordagem discutida neste trabalho é apresentada por L. Werner (1954) e H. Hampel (1962). A diferença básica entre esta e a abordagem anterior é que o

comprimento da linha não é mais infinito. Uma outra diferença é que a fonte de corrente I não está situada em $s = 0$ e sim em $s = l$.

Os autores propõem também que a corrente I tenha um comportamento teórico linear ao longo da linha dado por:

$$\frac{I}{l}s \quad (319)$$

Esta corrente teórica pode fazer com que a tensão U_{tve} tenha um valor inicial igual a U . Deste modo, a eq.(304) é modificada para:

$$\begin{aligned} dI_{rt} &= \frac{I}{l}ds + (U - U_{tve}) \cdot G_{tve} \cdot ds \\ U_{tve} &= \frac{I}{l \cdot G_{tve}} + U - \frac{1}{G_{tve}} \cdot \frac{dI_{rt}}{ds} \end{aligned} \quad (320)$$

Derivando-se a eq.(320) em s e aplicando-se a eq.(304) no resultado, tem-se a eq.(305) ou a eq.(306) cuja solução geral é a eq.(307). As constantes k_1 e k_2 são encontradas a partir da eq.(309), impondo-se como condição de contorno o comportamento teórico da corrente I imposta. Deste modo, para $s = 0$ tem-se $I_{rt} = 0$ e, pela eq.(309), $k_1 = -k_2$. Para $s = l$, $I_{rt} = I$ e a eq.(309) torna-se:

$$\begin{aligned} I &= -\frac{1}{R_0} (k_1 \cdot e^{\gamma \cdot s} - k_1 \cdot e^{-\gamma \cdot s}) \\ I &= -\frac{1}{R_0} k_1 \cdot (e^{\gamma \cdot s} - e^{-\gamma \cdot s}) \end{aligned} \quad (321)$$

E as constantes k_1 e k_2 , calculadas a partir da eq.(321), são dadas por:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{-I \cdot R_0}{2 \cdot \sinh(\gamma \cdot l)} \\ k_2 &= \frac{I \cdot R_0}{2 \cdot \sinh(\gamma \cdot l)} \end{aligned} \quad (322)$$

O valor da corrente I_{rt} em função de s é dada através da substituição das constantes na eq.(309).

$$I_{rt} = \frac{I}{2 \cdot \sinh(\gamma \cdot l)} (e^{\gamma \cdot s} - e^{-\gamma \cdot s})$$

$$I_{rt} = \frac{1}{\sinh(\gamma \cdot l)} \sinh(\gamma \cdot s) \quad (323)$$

O valor da tensão U_{tve} pode ser dado através da eq.(320) substituindo-se a derivada da eq.(323) no termo dI_{rt}/ds . Assim, tem-se:

$$U_{tve} = \frac{I}{l \cdot G_{tve}} + U - \frac{\gamma}{G_{tve}} \cdot \frac{I}{\sinh(\gamma \cdot l)} \cosh(\gamma \cdot s) \quad (324)$$

O valor desconhecido da tensão U é calculado impondo-se a condição de $U = 0$ para $s = l$ na eq.(324).

$$0 = \frac{I}{l \cdot G_{tve}} + U - \frac{I \cdot R_0}{\sinh(\gamma \cdot l)} \cosh(\gamma \cdot l)$$

$$U = \frac{I \cdot R_0}{\sinh(\gamma \cdot l)} \cosh(\gamma \cdot l) - \frac{I}{l \cdot G_{tve}} \quad (325)$$

Aplicando-se o resultado na eq.(324), tem-se:

$$U_{tve} = \frac{I}{l \cdot G_{tve}} + \frac{I \cdot R_0}{\sinh(\gamma \cdot l)} \cosh(\gamma \cdot l) - \frac{I}{l \cdot G_{tve}} - \frac{I \cdot R_0}{\sinh(\gamma \cdot l)} \cosh(\gamma \cdot s)$$

$$U_{tve} = \frac{I \cdot R_0}{\sinh(\gamma \cdot l)} [\cosh(\gamma \cdot l) - \cosh(\gamma \cdot s)] \quad (326)$$

A corrente de fuga em função de s é calculada através da diferença entre a corrente teórica I e a corrente I_{rt} . Deste modo, a corrente de fuga é dada através da seguinte expressão:

$$I_{ft} = I \left[\frac{s}{l} - \frac{\sinh(\gamma \cdot s)}{\sinh(\gamma \cdot l)} \right] \quad (327)$$

A terceira abordagem apresentada neste trabalho foi desenvolvida por J. A. P. da Silva (1997) tomando-se como base (Stevenson Jr., 1974). A diferença desta abordagem é que o resultado final não é somente uma função da corrente ou da tensão no espaço mas, um circuito pi equivalente de uma célula de comprimento l_c

($l_c < l$). O objetivo então não é tanto um cálculo manual das correntes de fuga e tensão entre o terra do sistema de tração e o terra, mas sim um modelo matemático para ser utilizado em cálculos computacionais. Por este fato, esta terceira abordagem tem a vantagem de poder ser aplicada em sistemas mais complexos do que os mostrados pelas abordagens anteriores.

As condições de contorno utilizadas para a eq.(307) e para a eq.(309) são um pouco mais genéricas. Para $s = 0$, $I_{rt} = I$ e $U_{tve} = U$, na qual U e I são, respectivamente, a tensão e a corrente na ponta da linha. Assim, a tensão entre o terra do sistema de tração e o terra é dada por:

$$U_{tve} = U \cdot \cosh(\gamma \cdot s) + I_0 \cdot R_0 \cdot \sinh(\gamma \cdot s) \quad (328)$$

E a equação da corrente no circuito de retorno é dada por:

$$I_{rt} = I \cdot \cosh(\gamma \cdot s) + \frac{U}{R_0} \cdot \sinh(\gamma \cdot s) \quad (329)$$

A partir da eq.(328) e da eq.(329) é possível encontrar um circuito equivalente que represente com precisão a linha através de uma rede com parâmetros concentrados. Se for considerado que um circuito pi simétrico, como mostrado na Fig. 92, seja o circuito equivalente da linha, a seguinte equação é válida:

$$U_{tve} = \left(\frac{R_1 \cdot G_1}{2} + 1 \right) \cdot U + R_1 \cdot I \quad (330)$$

Fig. 92 – Circuito pi equivalente

Os termos R_1 e G_1 apresentados na eq.(330) são obtidos através de uma comparação entre os membros da eq.(330) e da eq.(328). Deste modo, tem-se:

$$R_1 = R_0 \cdot \sinh(\gamma \cdot s) \quad (331)$$

$$\frac{G_1}{2} = \frac{1}{R_0} \tanh\left(\frac{\gamma \cdot s}{2}\right) \quad (332)$$

A eq.(331) e a eq.(332) são as equações das células finitas. A diferença está na igualdade $s = l_c$.

Pelo o que foi exposto até agora e também pelo o que foi apresentado em (Stevenson Jr., 1974), pode parecer tentador a utilização de uma única célula pi para a linha inteira. Entretanto, de acordo com (Yu; Goodman, 1990), o erro nos cálculos aumentam conforme os comprimentos das células aumentam.

Caso $\gamma \cdot l < 0,1$, a linha é considerada eletricamente curta e o efeito da constante de propagação é desprezível. Na prática, se os comprimentos das células forem menores que este comprimento crítico no qual a linha é considerada eletricamente curta, os erros produzidos pela modelagem através de células finitas ficam em 1% da solução exata (Yu; Goodman, 1990).

A utilização de células finitas de comprimento pequeno também pode resultar em uma simplificação dos cálculos dos parâmetros R_1 e G_1 do circuito pi equivalente. Em (De Filippi, 2004) mostrou-se, após alguns testes, que a aplicação direta de R_r e G_{lve} no circuito pi equivalente ($R_1 = R_{rr} \cdot l_c$ e $G_1 = G_{lve} \cdot l_c$) resulta em erros muito pequenos se comparados com a utilização da eq.(331) e da eq.(332). É importante observar que os fatores $\gamma \cdot l_c$ utilizados nos testes variam entre 0,025 e 0,082.

Vale notar também que a simplificação da eq.(331) e da eq.(332) fazendo-se $\tanh(\gamma \cdot l_c / 2) \approx (\gamma \cdot l_c / 2)$ e $\sinh(\gamma \cdot l_c) \approx (\gamma \cdot l_c)$ foi também testada em (Röhlig, 1992) resultando em um erro inferior a 0,1% para um comprimento $l_c = 1$ km. No entanto, o autor faz a recomendação de manter as células pi em um comprimento entre 250 e 300 m.

Em relação aos esquemas de aterramento das subestações apresentados no item 6.2 (sistema não aterrado, sistema solidamente aterrado e aterramento por diodos ou tiristores), estes podem ser incluídos na modelagem do sistema dois terras.

Utilizando-se de condições de contorno um pouco mais complicadas, os autores (Lee; Wang, 2001) desenvolveram a eq.(307) e a eq.(309) para os sistemas não aterrados e solidamente aterrados.

Nos sistemas não aterrados, o equacionamento permanece o mesmo apresentado até agora. A diferença está nos sistemas solidamente aterrados cuja modelagem leva em conta uma condutância virtual de valor alto entre o terra do sistema de tração e o terra localizado no terminal negativo das subestações. Esta condutância é contabilizada em paralelo com a condutância entre o terra do sistema de tração e o terra (Lee; Wang, 2001). Tal procedimento aplicado ao modelo apresentado aqui, e inicialmente em (Da Silva, 1997), foi adotado em (De Filippi, 2004).

Para sistemas aterrados por diodos ou tiristores, os autores de (Lee; Wang, 2001) recomendam a utilização do modelo de sistema não aterrado quando o diodo ou tiristor não está conduzindo e a utilização do modelo de sistema solidamente aterrado quando o diodo e o tiristor está conduzindo.

6.4.2 Modelo três terras

O modelo três terras, como foi dito anteriormente, contempla o terra do túnel ou estrutura além do terra dos sistema de tração e o terra. Uma primeira abordagem deste sistema é mostrada em (Röhlig, 1992) e considera o terra dos sistema de tração e o terra do túnel ou estrutura como uma malha interna à célula pi do modelo dois terras com ligação apenas no terra do sistema de tração. Um refinamento e um novo equacionamento do modelo três terras foi desenvolvido por J. A. P. da Silva (1997) e utiliza o mesmo princípio do equacionamento utilizado no item anterior para se calcular os parâmetros do circuito duplo pi equivalente. O circuito equivalente para o modelo três terras é mostrado na Fig. 93.

Fig. 93 – Circuito duplo pi equivalente

Os termos R_1 , R_2 , G_1 e G_2 são obtidos de acordo com os seguintes conjuntos de equações (Da Silva, 1997):

$$\begin{cases} k_1 = R_{rt} \cdot G_{tvt} \\ k_2 = R_{tt} \cdot G_{tvt} \\ k_3 = R_{tt} \cdot (G_{tvt} + G_{tte}) \end{cases} \quad (333)$$

$$\begin{cases} k_4 = \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_3}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{k_1 - k_3}{2}\right)^2 + k_1 \cdot k_2}} \\ k_5 = \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_3}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{k_1 - k_3}{2}\right)^2 + k_1 \cdot k_2}} \end{cases} \quad (334)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k_6 &= \frac{k_3 - k_4^2}{2 \cdot (k_5^2 - k_4^2)} \\ k_7 &= \frac{(k_3 - k_4^2) \cdot (k_3 - k_5^2)}{2 \cdot k_2 \cdot (k_5^2 - k_4^2)} \\ k_8 &= \frac{k_3 - k_4^2}{2 \cdot k_4 \cdot (k_5^2 - k_4^2)} R_{rt} \\ k_9 &= \frac{(k_3 - k_4^2) \cdot (k_3 - k_5^2)}{2 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot (k_5^2 - k_4^2)} R_{tt} \\ k_{10} &= \frac{k_3 - k_5^2}{2 \cdot (k_5^2 - k_4^2)} \\ k_{11} &= \frac{k_3 - k_5^2}{2 \cdot k_5 \cdot (k_5^2 - k_4^2)} R_{rt} \\ k_{12} &= \frac{(k_3 - k_4^2) \cdot (k_3 - k_5^2)}{2 \cdot k_2 \cdot k_5 \cdot (k_5^2 - k_4^2)} R_{tt} \end{aligned} \right. \quad (335)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k_{13} &= \frac{2 \cdot k_4}{R_{rt}} k_6 \cdot \sinh(k_4 \cdot l_c) - \frac{2 \cdot k_5}{R_{rt}} k_{10} \cdot \sinh(k_5 \cdot l_c) \\ k_{14} &= \frac{2 \cdot k_4}{R_{rt}} k_7 \cdot \sinh(k_4 \cdot l_c) - \frac{2 \cdot k_5}{R_{rt}} k_7 \cdot \sinh(k_5 \cdot l_c) \\ k_{15} &= \frac{2 \cdot k_4}{R_{rt}} k_8 \cdot \cosh(k_4 \cdot l_c) - \frac{2 \cdot k_5}{R_{rt}} k_{11} \cdot \cosh(k_5 \cdot l_c) \\ k_{15} &= \frac{2 \cdot k_4}{R_{rt}} k_9 \cdot \cosh(k_4 \cdot l_c) - \frac{2 \cdot k_5}{R_{rt}} k_{12} \cdot \cosh(k_5 \cdot l_c) \end{aligned} \right. \quad (336)$$

$$\left\{ \begin{aligned} R_1 &= \frac{(k_{15} - 1) \cdot (k_{16} + k_{15} + 1)}{k_{13}} \\ \frac{G_1}{2} &= \frac{k_{13}}{(k_{16} + k_{15} + 1)} \\ R_2 &= \frac{k_{16} \cdot (k_{16} + k_{15} + 1)}{k_{13}} \\ \frac{G_2}{2} &= \frac{k_{14} - k_{13}}{k_{16}} \end{aligned} \right. \quad (337)$$

6.5 Condutância entre o terra do sistema de tração e o terra

O terra até aqui considerado inclui todos os tipos de solo e rochas que compõem a crosta externa da Terra e contribuem para a condução de correntes.

O solo, tal qual os condutores metálicos, apresenta uma resistividade e uma condutividade em relação à circulação de correntes que depende das suas propriedades químicas e físicas. Quando uma tensão é aplicada a um condutor feito de material homogêneo e de secção transversal uniforme, a determinação da resistividade e da condutividade do material que compõe este condutor é uma tarefa simples. Entretanto, quando se trata da condução de corrente no solo, a análise torna-se bastante complexa por causa das grandes dimensões, se comparada aos condutores metálicos, e também pela grande variação de suas características (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

A Tabela 34, extraída de (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001), traz os valores das resistividades para os vários tipos de solo.

tipo de solo	resistividade do solo [$\Omega \cdot m$]
água do mar	1
solo pantanoso	5 – 40
argila, barro, húmus	50 – 350
areia	200 – 2500
cascalho	2000 – 3000
calcário	350
arenito	2000 – 3000
pedra	acima de 1000
granito	~ 3000 – 50000
moraina	acima de 30000

Tabela 34 – Resistividades de vários tipos de solo

No entanto, os trilhos não são assentados diretamente no solo. Eles são fixados nos dormentes sobre placas de apoio. Os dormentes por sua vez, são assentados sobre

estruturas de concreto ou sobre uma estrutura chamada lastro. Abaixo do lastro encontram-se ainda o sublastro e o solo (subleito). Trilhos, dormentes, lastro, sublastro e subleito são elementos da via permanente. Ao conjunto trilhos, dormentes lastro e sublastro dá-se o nome de superestrutura.

A condutância entre o terra do sistema de tração e o terra, que descreve o acoplamento condutivo ou galvânico, depende das características e condições da superestrutura. É importante observar que vários estudos analíticos e medições em vias construídas com dormentes de concreto mostraram que a condutância entre o terra do sistema de tração e o terra depende 90% do tipo de dormentes e lastro e 10% do sublastro e do solo (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

As características da superestrutura que influencia na condutância entre o terra do sistema de tração e o terra são principalmente (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001):

- o tipo dos dormentes e as placas de apoio que podem ser isolantes;
- o tipo do material onde os dormentes são assentados como o concreto ou um lastro de pedra britada.

A condição desta superestrutura é principalmente determinada, sob o ponto de vista elétrico, pelo grau de contaminação e pelas condições do tempo como umidade, chuva e neve (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

A condutância entre o terra do sistema de tração e o terra quando se trata de sistemas alimentados em corrente contínua pode ser prontamente determinada através de medições de potencial e resistência. Por exemplo, o método de Wenner é uma técnica padrão que permite um processamento direto dos resultados da condutância de uma via permanente com vários elementos assumindo-se estes como homogêneos e isotrópicos (Carpenter; Hill, 1993) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

Um outro modo de se obter a condutância é através do método dos elementos finitos (MEF), uma vez que o cálculo analítico é dificultado pelo fato da corrente se espalhar pelas várias camadas que compõem a via permanente e também porque cada

camada da via permanente possui um valor de condutividade diferente, como pode-se notar na Tabela 34.

Esta abordagem foi aplicada em (Cardoso, 2002) na qual a via permanente de uma linha ferroviária foi dividida em dormente, lastro, e solo (subleito) e a condutividade destas três camadas foi variada, resultando em diversas simulações. Os resultados obtidos mostraram uma variação da condutância entre o terra do sistema de tração e o terra de 0,184 a 0,629 S/km.

Uma interpolação feita com tais resultados gerou a seguinte expressão, que leva em conta as resistividades do dormente, do lastro e do solo (Pereira Filho, 2002):

$$G_{tve} = \frac{1}{0,0358 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_d} + 0,0881 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_l + 3,3240 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_s \quad (338)$$

A norma EN50122-2 (1999) recomenda alguns valores de condutância entre o terra do sistema de tração e o terra. Estes valores, mostrados na Tabela 35, são aplicáveis em seções de via singela durante a operação normal do sistema.

sistema	condutância [S/km]	
	céu aberto	túnel
ferrovia	0,5	0,5
transporte de massa	0,5	0,1
transporte de massa (trilhos enterrados)	2,5	-

Tabela 35 – Valores de condutância recomendados pela norma EN50122-2

7. SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE TRAÇÃO ELÉTRICA

As características de operação do sistema de tração elétrica podem ser pré-determinadas através da sua simulação a partir de modelos matemáticos. Uma vantagem da simulação como ferramenta de apoio ao projeto é permitir um ensaio das alternativas a custo reduzido, viabilizando uma posterior comparação das mesmas.

A simulação do sistema de tração elétrica compreende as características do movimento das composições e o comportamento dos sistemas de alimentação, distribuição e aterramento devido a sua solicitação em cada instante de período estudado (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

Os dados iniciais da simulação são constituídos pela geometria da linha a ser estudada (extensão, curvas e estações), pelas características da composição a ser simulada (como massa, tipo do acionamento, característica do esforço motor em função da velocidade), pelas características operacionais da linha (com tempo médio de parada em cada estação e tempos de manobra nas estações inicial e final) e pelas características do sistema de alimentação (como tensão, tipo de aterramento, localização das cabines de paralelismo e subestações retificadoras e tipo de condutores) (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

A partir deste grande volume de dados é realizada primeiramente uma simulação de marcha para que sejam determinadas as características elétricas e cinemáticas do movimento das composições. Esta simulação permite obter a posição da composição e a sua potência solicitada ao longo da linha (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

Após a simulação de marcha, dadas as características operacionais da linha, é feita uma simulação de tráfego obtendo-se um diagrama horário que corresponde à operação simultânea das composições necessária ao sistema. O diagrama horário fornece a cada instante a posição e a potência elétrica (ou corrente) solicitada por cada veículo presente neste sistema (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

A simulação elétrica então distribui as composições ao longo do sistema de alimentação de acordo com o diagrama horário e calcula as correntes e tensões ao longo do sistema de alimentação em cada instante. Este procedimento permite a obtenção da curva de carga das subestações que pode ser utilizada em seus dimensionamentos (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

A Fig. 94 mostra um diagrama de blocos com uma visão geral da simulação do sistema de tração elétrica.

Fig. 94 – Visão geral da simulação do sistema de tração elétrica

7.1 Simulação de marcha

O movimento de um trem faz com que ocorra uma mudança permanente em alguns parâmetros como deslocamento, aceleração e velocidade. Assim, o equipamento elétrico é sujeito a variações de carga. A avaliação destas condições faz com que a simulação de marcha seja indispensável (Filipović, 1995).

O objetivo da simulação de marcha de uma composição é calcular o seu desempenho em um dado percurso. A simulação de marcha é um poderoso instrumento para a operação e o dimensionamento do sistema de tração elétrica pois fornece o comportamento da composição ao longo do sistema (Martins, 1986a).

Para uma simulação de marcha, deve-se admitir (Filipović, 1995):

- os parâmetros da via (rampas, curvas e eventuais características);
- as velocidades permitidas e desejadas em cada trecho da via;
- os parâmetros do trem (tipo, massa, e peso aderente);
- as características do trem em regime de tração e freagem com dados completos como circuito, corrente do motor e valores limites;
- o esforço produzido pelos freios mecânicos;
- os requisitos particulares como acelerações desejadas e paradas.

O cálculo, como será visto, é feito ponto a ponto. Duas variações deste cálculo podem ser encontradas (Filipović, 1995). No primeiro caso, um certo valor de aceleração é desejado. Define-se, deste modo, a resistência total ao movimento e o esforço motor. Os limites de esforço motor, corrente e força de aderência devem ser observados. Caso estes limites forem ultrapassados, reduz-se a aceleração.

No segundo caso, utilizado neste trabalho, o esforço motor é definido levando em conta os valores limites de esforço motor, corrente e da força de aderência. A aceleração é resultante desta definição do esforço motor.

Os resultados da simulação de marcha fornecem a posição do trem na via e nesta posição, entre outros resultados, o tempo de percurso, a velocidade do trem, a aceleração, o esforço motor, a potência desenvolvida e a corrente captada pelo pantógrafo ou coletor do terceiro trilho (Martins, 1986a)

7.1.1 O ciclo de tração e o ciclo veicular operacional

O movimento de um trem entre duas estações é caracterizado pela variação da velocidade em função do tempo ou do espaço. Esta curva da velocidade em função do tempo ou do espaço proveniente da mecânica é conhecida como ciclo de tração (Sachs, 1973).

Fig. 95 – Comportamento das variáveis durante o ciclo de tração

A Fig. 95, extraída de (Hill, 1994a), apresenta um típico ciclo de tração entre duas paradas. Durante a primeira parte do ciclo de tração, conhecida como partida (Toledo et al., 1987), o esforço motor é constante e limitará a aceleração. A aceleração, por sua vez, é praticamente uniforme (Hill, 1994a).

A segunda fase do ciclo de tração, conhecida como intermédio (Toledo et al., 1987), é iniciada quando a velocidade de rotação nominal dos motores é superada. A partir deste ponto, a potência desenvolvida pelo trem é constante e passará a limitar a

aceleração (Hill, 1994a), que tem um valor menor que o da fase anterior (Filipović, 1995).

A fase seguinte, conhecida como regime (Toledo et al., 1987), é caracterizada por uma velocidade constante e implica uma aceleração nula. De acordo com a eq.(73) e a eq.(74), o esforço motor e o esforço resistente total são iguais durante esta fase. Nota-se que por não haver aceleração, o esforço motor, a potência desenvolvida pelo trem possuem valores reduzidos. Segundo (Hill, 1994a), esta fase do ciclo de tração ocorre eventualmente. Nota-se que um período de regime durante o ciclo de tração depende principalmente da distância entre as estações e da velocidade de regime.

A quarta fase do ciclo de tração é chamada de deslizamento (Toledo et al., 1987). Durante esta fase os motores de tração são desligados e o movimento do trem é regido apenas pelo esforço resistente total ou seja, o valor do esforço motor da eq.(73) e da eq.(74) é nulo. A velocidade do trem decresce até o trem atingir o valor do início da freagem. Vale observar que o deslizamento é adotado em apenas algumas linhas metro-ferroviárias (Giuriati; Labate Neto, 1992).

O deslizamento é seguido por um período de desaceleração controlada cujo valor é o máximo adequado para condições normais de operação (Giuriati; Labate Neto, 1992) até que o trem pare. Esta fase do ciclo de tração é conhecida como freagem (Toledo et al., 1987). Durante a freagem pode haver ou não solicitação dos motores de tração. No caso das composições de acionamento clássico, a freagem é caracterizada pelo desligamento dos motores de tração e pela aplicação do freio mecânico. Já nas composições equipadas com motores do tipo série em corrente contínua e recortadores (choppers) ou motores de indução e inversores, os motores de tração atuam com geradores durante o regime de freagem. Finalmente, tem-se a última fase do ciclo de tração, conhecida como parada (Toledo et al., 1987).

A Tabela 36, baseada em (Filipović, 1995), traz um resumo do comportamento das diversas variáveis da eq.(73) e da eq.(74), além da velocidade do trem e do esforço útil durante o ciclo de tração.

variável	positivo	nulo	negativo
F_m	partida e intermédio	deslizamento e parada	freagem
R_{MPT}	sempre	-	-
R_i	acrive	plano	declive
R_c	curva	reta	-
F_f	freagem	partida, intermédio, regime e deslizamento	-
F_u	partida e intermédio	regime e parada	deslizamento e freagem
a	partida e intermédio	regime e parada	deslizamento e freagem
V/v	partida, intermédio, regime, deslizamento e freagem	parada	-

Tabela 36 – Comportamento das variáveis durante o ciclo de tração

A distância percorrida pela composição é dada pela área abaixo da curva da velocidade em função do tempo ou seja, através da integral da velocidade no tempo (Sachs, 1973) e (Toledo et al., 1987).

O tempo que uma composição leva desde o início da partida até o final da freagem é conhecido como tempo de marcha ou tempo de deslocamento. Se a este tempo for somado o tempo médio de parada em cada estação, tem-se o tempo comercial t_{cm} (Toledo et al., 1987).

Entretanto, uma composição metro-ferroviária parte de uma base operacional, percorre a linha até a última estação e retorna à origem. Esta operação repetida periodicamente constitui um ciclo veicular operacional (Novaes, 1986). Nota-se, portanto, que durante um ciclo veicular operacional ocorrem diversos ciclos de tração, o que depende do número de estações n_{est} .

O tempo de ciclo veicular, t_c , é dado então pela soma de todos os tempos de marcha (ou deslocamento) e tempos médios de parada em cada estação que ocorrem durante o ciclo veicular além dos tempos de manobra na estação inicial e na estação final (Novaes, 1986).

7.1.2 A equação do movimento na forma diferencial

No capítulo 3 mostrou-se que o movimento de um trem, supondo sua massa concentrada em seu centro de gravidade, ao longo de uma via definida através de seu perfil, pode ser dado através da eq.(73) e da eq.(74). Entretanto, estas equações precisam ser modificadas. A utilização da eq.(73) e da eq.(74) é feita para avaliar as condições em um ponto específico da trajetória do trem ou para avaliar as condições hipotéticas de massa, aceleração, velocidade, rampa ou curva e não para descrever a trajetória completa do trem.

Como pôde-se notar no capítulo 3, as resistências suplementares são dadas em função do espaço e o esforço motor, as resistências normais ao movimento e também o esforço produzido pelos freios mecânicos são dados em função da velocidade do trem. Deste modo, a eq.(73) e a eq.(74) podem ser, respectivamente reescritas em função da velocidade:

$$F_m - (R_{MPT} + R_i + R_c) = m' \frac{dv}{dt} \quad (339)$$

$$F_m - (R_{MPT} + R_i + R_c + F_f) = m' \frac{dv}{dt} \quad (340)$$

A velocidade do trem, o tempo e o espaço, utilizado para avaliar as resistências suplementares, são relacionadas através da seguinte equação:

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (341)$$

Pode-se observar que o movimento de um trem agora é dado através de duas equações diferenciais lineares de primeira ordem que devem ser resolvidas

simultaneamente (Parodi; Tétrel, 1935). Porém, esta resolução também deve levar em conta algumas restrições impostas.

7.1.3 Restrições impostas ao movimento dos trens

A maioria das restrições ao movimento dos trens é em relação ao valor da velocidade desenvolvida presente na eq.(339) e na eq.(340). O traçado da via, como por exemplo os trechos em curva, impõe um limite de velocidade que não pode ser ultrapassado em hipótese alguma. Tal restrição é chamada de restrição civil de velocidade (Miyake, 1973).

O controle automático de trem (ATC) impõe limites de velocidades compatíveis com a segurança da operação em cada circuito de sinalização (circuito de via). As velocidades de cada circuito de via podem ser reduzidas ou aumentadas em função do distanciamento entre trens consecutivos. Contudo, o aumento da velocidade limite de cada circuito de via deve obedecer a um limite máximo estabelecido pela envoltória de ATC. Esta envoltória de ATC é constituída pelas velocidades limites de cada circuito de via que são aplicadas ao trem quando não há nenhuma interferência com outros trens (Miyake, 1973).

Por razões de segurança, estabelece-se que o sistema de sinalização deve impor a envoltória de ATC mais próxima da restrição civil de velocidade. Por esta razão, a imposição de uma velocidade limite obedecendo às restrições civis implica também a geração de uma envoltória de ATC que permita uma redução da velocidade do trem antes da restrição civil, além de garantir que não ocorra uma liberação da velocidade antes da saída total do trem deste trecho (Sanuki; Yano, 2004).

Pode-se notar que estas restrições ao movimento em relação à velocidade desenvolvida pelo trem são funções do espaço. Um outro tipo de restrição quanto ao valor da velocidade, que é sempre positivo conforme a Tabela 36, é dado pelo próprio trem através da velocidade máxima da característica do esforço motor em função da velocidade.

A variável espaço, presente na eq.(341), tem o seu valor máximo definido pelo comprimento da via. Esta variável também pode indicar, através de cálculos anteriormente feitos, em que ponto entre duas estações consecutivas o trem inicia o deslizamento (se houver) e a freagem.

Dependendo do tipo de controle dos motores de tração utilizado, a variação da aceleração com o tempo (solavanco) terá um valor máximo estabelecido tornando-se uma restrição à aplicação do esforço motor e do esforço produzido pelos freios mecânicos.

É importante observar que estas restrições ao movimento influenciam o ciclo de tração.

Se o trem entrar em um circuito de via com velocidade superior ao limite estabelecido pelo ATC, o trem deverá realizar o deslizamento e/ou freagem até atingir esta velocidade limite estabelecida. O mesmo ocorre quando o trem atinge o ponto entre duas estações em que deve iniciar o deslizamento (caso houver) e a freagem, só que desta vez até atingir a velocidade nula.

Caso o trem atinja uma velocidade limite seja ela imposta pelo ATC, pela restrição civil de velocidade ou mesmo pela característica do esforço motor em função da velocidade o trem inicia o regime, caso o controle dos motores de tração permita esta operação, ou o deslizamento até atingir uma velocidade menor e novamente iniciar a aceleração ou intermédio, como é o caso das composições de acionamento clássico (Toledo et al., 1987).

7.1.4 Resolução das equações diferenciais do movimento

A eq.(339), utilizada como exemplo, pode ser reescrita do seguinte modo:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_m - (R_{MPT} + R_i + R_c)}{m'} \quad (342)$$

Pode-se pensar em um primeiro instante no método analítico para a resolução da eq.(342). Para isto, a eq.(342) deve ser novamente reescrita, separando-se as variáveis:

$$dt = \frac{m'}{F_m - (R_{MPT} + R_i + R_c)} dv \quad (343)$$

A solução analítica da eq.(343), segundo (Parodi; Tétrel, 1935), é dada através de sucessivas integrações definidas de cada membro. Deve-se considerar o esforço motor e as resistências normais como rigorosamente exatas e dadas sob a forma analítica.

As resistências normais são dadas através de uma expressão matemática, ao contrário do esforço motor. Os autores de (Parodi; Tétrel, 1935) propõem a substituição do esforço motor por uma função matemática definida, no caso, uma hipérbole equilátera. De fato dependendo do tipo de acionamento, o esforço motor é constante até a velocidade de definição do regime contínuo e a partir daí assume uma forma hiperbólica (hipérbole de equipotência).

Entretanto, a combinação da equação de uma hipérbole com um polinômio que representa as resistências normais e também as resistências suplementares torna a resolução da eq.(343) extremamente complicada. Para simplificar, os autores de (Parodi; Tétrel, 1935) propõem que as resistências suplementares sejam igualmente constantes levando-se em conta o valor da velocidade inicial dos limites de integração.

Os limites de integração devem então ser escolhidos de tal forma que garanta que as resistências suplementares sejam constantes neste intervalo de velocidade, o que é difícil. Uma solução seria a utilização do conceito de perfil equivalente (Parodi; Tétrel, 1935).

A resolução da eq.(343) fornece o tempo de percurso no intervalo. O tempo de percurso total é dado pela soma dos resultados de todos os intervalos. Se o espaço

percorrido pelo trem também é uma variável dependente do tempo, tem-se então a seguinte identidade (regra da cadeia):

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{v} \quad (344)$$

E o espaço percorrido pode ser obtido através da eq.(343) e da eq.(344):

$$ds = \frac{m' \cdot v}{F_m - (R_{MPT} + R_i + R_c)} dv \quad (345)$$

A eq.(343) e a eq.(345) podem ser reduzidas de forma que as únicas variáveis presentes sejam o tempo t , a velocidade v , a aceleração a e o espaço s . Deste modo, tem-se para a eq.(345):

$$dt = \frac{dv}{a} \quad (346)$$

E:

$$ds = \frac{v \cdot dv}{a} \quad (347)$$

D. Wende (2003) propõe trabalhar com quatro tipos de simplificações de algumas das variáveis presentes na eq.(346) e na eq.(347) dentro de um intervalo de integração definido.

A primeira simplificação é adotar uma velocidade média constante ou uma aceleração média constante, o que reduz o problema, no intervalo de integração, a um movimento uniforme no primeiro caso e a um movimento uniformemente variado do segundo.

Um segundo tipo de simplificação pode ser feito se for considerada a aceleração como uma função do tempo. Pode-se fazer com que a aceleração varie com o tempo elevado a uma constante que depende da aceleração inicial e da aceleração final do intervalo de integração, conhecidos (Wende, 2003).

Uma outra abordagem é trabalhar com o solavanco $\ddot{a}$, fazendo com que este seja constante durante o intervalo de integração ou varie de acordo com uma função exponencial (crescente ou decrescente) (Wende, 2003).

O terceiro tipo de simplificação assume a aceleração como uma variável com a velocidade. Neste caso, esta variação pode ser linear, exponencial, parabólica, ou, como no caso anterior, variar com a velocidade elevada a uma constante que depende das acelerações inicial e final e das velocidades inicial e final do intervalo de integração (Wende, 2003). Nota-se que é necessário conhecer estes valores inicial e final do intervalo de integração.

Um exemplo bastante interessante da utilização de uma função parabólica para a aceleração pode ser encontrada em (Jentsch, 2003). A proposta de E. Jentsch (2003), é a utilização de uma função parabólica juntamente com outros cálculos auxiliares que fixam, durante o intervalo de integração, o espaço percorrido, o tempo de percurso ou as velocidades inicial e final.

Abordagem semelhante pode ser encontrada em (Lehmann, 2005) que estabelece um intervalo de velocidade constante e, dentro deste intervalo, são conhecidos os valores inicial e final da aceleração. A aceleração durante este intervalo pode ter um valor constante (valor médio) ou um valor que varie com a velocidade de forma linear ou através da regra de Simpson.

Pode-se notar que a solução analítica das equações diferenciais do movimento é um processo trabalhoso, mesmo adotando-se simplificações, ainda mais se for considerado todas as fases do ciclo de tração e também todas as restrições impostas ao movimento do trem.

Devido a estes inconvenientes, outros métodos de resolução das equações diferenciais do movimento tais como métodos gráficos, analógicos e numéricos (Martins, 1986a), foram desenvolvidos e aplicados.

7.1.4.1 Métodos gráficos

Os métodos gráficos são mais vantajosos que os analíticos não somente sob o ponto de vista da rapidez, mas também sob o ponto de vista da precisão e da facilidade de verificação (Parodi; Tétrel, 1935).

A integração da eq.(343) ou da eq.(345) resulta em uma função que pode ser visualizada não apenas como uma área mas, tal como outras funções, pode ser representada graficamente por uma curva.

O método de integração gráfica da eq.(343) onde a variável independente é o tempo e o método de integração gráfica da eq.(345) onde a variável independente é o espaço, são conhecidos no Brasil, respectivamente, como método do Professor Antonio Carlos Cardoso e o método de Kopniaeff (Toledo et al., 1987).

O primeiro passo de ambos os métodos é a construção da curva do esforço útil em nível e tangente, ou seja, do esforço motor menos as resistências normais, em função da velocidade.

Fig. 96 – Passo inicial da integração gráfica

Divide-se então o intervalo de definição deste esforço útil em nível e tangente em pequenos intervalos de velocidade cujo tamanho depende da precisão exigida (Toledo et al., 1987), como mostra a Fig. 96.

Se os pequenos intervalos (incrementos) de velocidade adotados forem suficientemente pequenos, pode-se assumir que os valores médios de esforço útil em

nível e tangente (aceleração) permanecem constantes durante este intervalo e que $\Delta v = dv$, $\Delta s = ds$ e $\Delta t = dt$ (Muller, 1923) e (Sachs, 1973).

Une-se o ponto médio destes pequenos intervalos à origem obtendo-se, desta forma, uma série de triângulos retângulos (Toledo et al., 1987), como mostra a Fig. 96.

A partir da origem O da Fig. 96 traça-se uma perpendicular à hipotenusa do triângulo Opq entre o intervalo de velocidade considerado (Toledo et al., 1987), como mostra a Fig. 97.

Fig. 97 – Obtenção de $v(s)$ pelo método de Kopniaeff

A comprovação do método de Kopniaeff é dada através da igualdade das tangentes trigonométricas do ângulo θ presente nos triângulos Opq e dc b da Fig. 97.

$$\frac{\overline{dc}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{pq}}{\overline{qO}} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta v} = \frac{v}{F_u} \quad (348)$$

Nota-se que a eq.(348) é diferente da eq.(345) apenas pela constante m' que é levada em conta no cálculo das escalas gráficas (Toledo et al., 1987) e pelas resistências suplementares.

O método do Professor Antonio Carlos Cardoso é bastante semelhante ao método de Kopniaeff. A diferença está no pólo de integração que ao invés de ser tomado no ponto O da Fig. 96, é tomado no semiplano negativo, sobre o eixo das ordenadas a uma certa distância da origem, dada pelas escalas gráficas adotadas. A Fig. 98 mostra este método de integração (Toledo et al., 1987).

Divide-se a curva da velocidade em função do tempo ou do espaço percorrido em pequenos intervalos de velocidade e projeta-se estes intervalos nos eixos das ordenadas e das abscissas (Toledo et al., 1987).

Para o método de Kopniaeff, tomam-se os pontos médios dos intervalos de velocidade projetados sobre o eixo das ordenadas e une-os ao pólo de integração criando-se desta forma, vários triângulos retângulos (Toledo et al., 1987).

A curva desejada é perpendicular à hipotenusa destes triângulos retângulos traçada no intervalo de espaço percorrido (Toledo et al., 1987), como mostra a Fig. 99.

Fig. 99 – Obtenção do tempo de percurso no método de Kopniaeff

No método do Professor Antonio Carlos Cardoso, deve-se traçar uma paralela ao eixo das ordenadas sobre o pólo de integração calculado. Prolonga-se então a projeção dos intervalos de velocidade até esta paralela ao eixo das ordenadas traçado (Toledo et al., 1987).

Une-se os pontos médios dos intervalos de velocidade projetados sobre a paralela ao eixo das ordenadas à origem criando-se também vários triângulos retângulos. A curva desejada é paralela à hipotenusa destes triângulos retângulos traçada no intervalo de tempo desejado (Toledo et al., 1987). A Fig. 100 mostra este procedimento.

Fig. 100 – Obtenção do espaço percorrido no método do Professor Antonio Carlos Cardoso

A determinação das outras curvas, como a variação da corrente total, dadas inicialmente em função da velocidade é feita através da simples substituição da variável velocidade, que é uma função do tempo ou do espaço percorrido. Deste modo, tem-se a representação de uma função de função (Toledo et al., 1987). A Fig. 101 mostra este processo.

Fig. 101 – Representação gráfica de uma função de função

A escolha das escalas gráficas é um ponto importante, como foi visto, nos métodos de integração gráfica. Para o método de Kopniaeff, as escalas de esforço, velocidade

e espaço percorrido se relacionam através da seguinte expressão (Toledo et al., 1987):

$$F_{u*} = \frac{V_*^2 \cdot m'}{S_*} \quad (351)$$

Portanto, não se pode escolher as três escalas arbitrariamente.

Para o método do Professor Antonio Carlos Cardoso, as escalas de esforço, velocidade e tempo podem ser adotadas. Contudo, a distância do pólo de integração à origem é dada por (Toledo et al., 1987):

$$k_1 = \frac{V_*^2 \cdot m'}{t_* \cdot F_{u*}} \quad (352)$$

Pode-se notar que a eq.(350) é semelhante à eq.(345) e que a eq.(352) é semelhante à eq.(343).

No caso da função inversa, a distância do pólo à origem é dada através da expressão (Toledo et al., 1987):

$$k_1 = \frac{S_*}{t_* \cdot V_*} \quad (353)$$

Até este ponto não foram mencionadas as resistências suplementares. No método do Professor Antonio Carlos Cardoso, as resistências suplementares podem ser levadas em conta através do conceito de perfil equivalente. Deste modo, ao invés de se construir uma curva do esforço útil em nível e tangente, constrói-se uma curva do esforço motor menos as resistências normais e a resistência do perfil equivalente.

No método de Kopniaeff, as resistências suplementares podem ser consideradas ao longo da via. Para isto, o pólo de integração deve ser deslocado. Se as resistências suplementares forem positivas, o pólo de integração, neste trecho da via, é deslocado para a esquerda a uma distância proporcional a este esforço resistente de acordo com a escala F_{u*} . Caso a resistência suplementar for negativa (declive), este deslocamento se dará à direita do pólo de integração original (Toledo et al., 1987).

Todo o procedimento visto também é válido para os períodos de deslizamento e freagem. A única diferença é que as curvas de esforço motor em freagem, esforço produzido pelos freios mecânicos e resistência normal em função da velocidade são traçadas à direita do eixo das ordenadas (Toledo et al., 1987).

7.1.4.2 Métodos analógicos

Os métodos analógicos foram desenvolvidos para permitir uma aplicação mais fácil e mais rápida dos métodos gráficos. Nestes métodos, as curvas são traçadas mecanicamente através de um aparelho (Bohl, 1950).

Este aparelho comporta integradores mecânicos que podem ser esféricos, em pratos, cilíndricos (Bohl, 1950) ou através de engrenagens (Smith, 1951) e que traçam diretamente as curvas de velocidade e tempo em função do espaço percorrido. Aparelhos mais complexos traçam também a energia consumida e o aquecimento dos motores de tração em função do espaço percorrido (Bernard, 1959) e (Frémaux, 1959).

Os dados de entrada são o diagrama do esforço útil ou aceleração em nível e tangente em função da velocidade e o perfil da linha com as resistências suplementares combinadas (Bohl, 1950); (Smith, 1951) e (Frémaux, 1959).

Para a obtenção dos gráficos da velocidade e do tempo em função do espaço percorrido são realizadas duas integrações utilizando-se o tempo como variável independente. A primeira integração é a da aceleração, resultando-se na velocidade e a segunda integração é a da velocidade, resultando-se no espaço percorrido (Bohl, 1950); (Bernard, 1959) e (Frémaux, 1959).

No caso do integrador esférico, este gira proporcionalmente ao tempo de percurso (termo dt) e são os valores de aceleração e velocidade que determinam a razão de transmissão deste integrador calculando, desta forma, a velocidade no primeiro caso e o espaço percorrido no segundo caso (Bohl, 1950) e (Frémaux, 1959).

O valor da resistência combinada de rampas e curvas é transmitido ao aparelho que faz a diferença entre o esforço útil em nível e tangente e esta resistência combinada de rampas e curvas (Bohl, 1950) e (Frémaux, 1959). A energia consumida e o aquecimento dos motores de tração são calculados da mesma maneira que a velocidade e o espaço percorrido (Frémaux, 1959).

7.1.4.3 Métodos numéricos

Os métodos numéricos executados por computadores são os mais utilizados em função da sua maior rapidez e precisão além de transferir todo o trabalho envolvido no cálculo para a máquina (Bernard, 1959); (Hay, 1982) e (Martins, 1986a).

Como pôde-se notar nos itens anteriores, um método bastante comum de resolver a eq.(339) e a eq.(340) é substituir a equação diferencial por uma integral definida correspondente.

Entretanto, a utilização de métodos de integração numérica, como a Fórmula de Simpson proposta por (Blondel; Dubois, 1898) para a resolução da eq.(343), não é uma boa idéia pois, como foi visto, o esforço útil não é somente função da variável independente adotada mas também, da variável dependente de forma direta, como é o caso da eq.(345), ou indireta, como é o caso da eq.(343). A utilização da fórmula de Simpson só é viável caso tenha-se uma função simplificadora de um dos quatro tipos apresentados anteriormente (Wende, 2003).

O objetivo dos métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais do movimento sob a forma de integrais definidas é justamente como obter aproximação da função velocidade no intervalo de integração, que neste caso é o intervalo de tempo (Albrecht, 1973) e (Hultquist, 1988).

Os métodos numéricos aqui mostrados fixam o tempo como variável independente e baseiam-se na expansão em série de Taylor da função velocidade em torno do tempo t (Humes et al, 1984) e (Martins, 1986a):

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \frac{dv(t)}{dt} \cdot \frac{\Delta t}{1!} + \frac{d^2v(t)}{dt^2} \cdot \frac{\Delta t^2}{2!} + \frac{d^3v(t)}{dt^3} \cdot \frac{\Delta t^3}{3!} + \dots \quad (354)$$

É importante observar que nestes métodos, o cálculo de cada aproximação dentro de um intervalo de tempo depende somente da aproximação anterior, motivo pela qual são conhecidos como métodos de passo simples (Albrecht, 1973); (Humes et al, 1984) e (Hultquist, 1988).

A principal vantagem dos métodos de passo simples é que os algoritmos podem ser iniciados sem dificuldades, uma vez que todas as condições são especificadas para a primeira aproximação (Albrecht, 1973) e (Hultquist, 1988).

7.1.4.3.1 Método de Euler

O método de Euler utiliza os dois primeiros termos da eq.(354) assumindo, desta forma, que a função velocidade é constante durante o intervalo de tempo ou seja, faz-se uma aproximação linear (Humes et al, 1984) e (Hultquist, 1988).

Assim, tomando-se a eq.(339) ou a eq.(342), e aplicando-a aos primeiros termos da eq.(354) tem-se para cada passo de tempo $j+1$ a seguinte expressão (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988):

$$V_{j+1} = V_j + \frac{F_m(V_j) - [R_{MPT}(V_j) + R_i(s_j) + R_c(s_j)]}{m'} \Delta t \quad (355)$$

Levando-se em consideração que o tempo de percurso para cada passo de tempo $j+1$ é dado por:

$$\begin{aligned} t_{j+1} &= t_j + \Delta t \\ t_{j+1} &= t_0 + j \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (356)$$

Conforme foi mostrado no item 7.1.2, o movimento de um trem é dado através de duas equações diferenciais. A segunda equação, a eq.(341), pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$ds = v \cdot dt \quad (357)$$

A obtenção do espaço percorrido pode ser feita através da integração numérica da eq.(357) utilizando a fórmula dos trapézios considerando o intervalo de integração igual ao intervalo utilizado na eq.(355). Deste modo, para cada passo de tempo $j+1$ tem-se:

$$s_{j+1} - s_j = \frac{V_{j+1} + V_j}{2} \cdot \Delta t \quad (358)$$

O erro produzido pela aproximação linear da função velocidade é dado em função do intervalo de integração (Δt) utilizado. Entretanto, uma diminuição neste intervalo de integração causa um aumento do número de passos. Além disto, a precisão do resultado obtida através desta prática é limitada pelo acúmulo de erros de arredondamento, o que limita o uso do método de Euler (Hultquist, 1988).

7.1.4.3.2 Métodos de Runge-Kutta

O método de Euler utiliza apenas os dois primeiros termos da expansão em série de Taylor da função velocidade, como foi visto no item anterior. Se mais termos fossem adotados, teria-se uma melhor aproximação da função velocidade no passo de tempo $j+1$. Contudo, seria necessário calcular as derivadas da velocidade em função do tempo como mostra a eq.(354) (Humes et al, 1984).

Os métodos de Runge-Kutta substituem estas derivadas da velocidade em função do tempo pelo cálculo da função velocidade em pontos convenientes que produzem resultados equivalentes (Albrecht, 1973) e (Humes et al, 1984).

A essência da construção das fórmulas de Runge-Kutta é assumir uma forma para a solução da equação. Para o caso das aproximações de segunda ordem tem-se para cada passo de tempo (Humes et al, 1984) e (Hultquist, 1988):

$$\begin{cases} v_{j+1} = v_j + \Delta t \cdot (\alpha_1 \cdot k_1 + \beta_1 \cdot k_2) \\ k_1 = F_u(t_j, v_j)/m' \\ k_2 = F_u(t_j + \gamma_1 \cdot \Delta t, v_j + \delta_1 \cdot \Delta t \cdot k_1)/m' \end{cases} \quad (359)$$

Os termos α_1 , β_1 , γ_1 , e δ_1 são constantes e os termos k_1 e k_2 são os valores da função aceleração calculados em pontos convenientes (Humes et al, 1984). Estes termos constantes são calculados igualando-se a expansão de v_{j+1} da eq.(359) com os termos da expansão de Taylor até a potência possível presentes na eq.(354) (Hultquist, 1988). O resultado é dado pelas condições:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 = 1 \\ \gamma_1 \cdot \beta_1 = \delta_1 \cdot \beta_1 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (360)$$

Nota-se que diferentes fórmulas podem ser construídas pois há três condições estabelecidas para quatro termos (Hultquist, 1988). Adotando $\beta_1=1$ a eq.(359) pode ser reescrita da seguinte (Martins, 1986a):

$$\begin{cases} V_{j+1} = V_j + 3,6 \cdot \Delta t \cdot (0 \cdot k_1 + k_2) \\ k_1 = F_u(t_j, V_j)/m' \\ k_2 = F_u\left(t_j + \frac{\Delta t}{2}, V_j + \frac{\Delta t}{2} k_1 \cdot 3,6\right)/m' \end{cases} \quad (361)$$

A eq.(361) também é conhecida como método de Euler modificado (Albrecht, 1973) e (Hultquist, 1988).

As fórmulas de Runge-Kutta de quarta ordem podem ser obtidas de forma análoga às fórmulas de segunda ordem. Estas fórmulas de quarta ordem são normalmente as mais utilizadas (Humes et al, 1984) e (Hultquist, 1988).

Para uma aproximação de quarta ordem, a velocidade em cada passo de tempo pode ser calculada através da fórmula clássica de Runge-Kutta (Albrecht, 1973) e (Martins, 1986a):

$$\begin{cases} V_{j+1} = V_j + 3,6 \frac{\Delta t}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4) \\ k_1 = F_u(t_j, V_j)/m' \\ k_2 = F_u\left(t_j + \frac{\Delta t}{2}, V_j + \frac{\Delta t}{2} k_1 \cdot 3,6\right)/m' \\ k_3 = F_u\left(t_j + \frac{\Delta t}{2}, V_j + \frac{\Delta t}{2} k_2 \cdot 3,6\right)/m' \\ k_4 = F_u(t_j + \Delta t, V_j + \Delta t \cdot k_3 \cdot 3,6)/m' \end{cases} \quad (362)$$

É importante observar que para cada passo de tempo, tal qual o método de Euler, o tempo e o espaço percorrido são calculados através da eq.(356) e da eq.(358), respectivamente.

Os métodos de Runge-Kutta são estáveis e relativamente eficientes se a função aceleração não for muito complicada. Além disto, os métodos de Runge-Kutta possuem a vantagem de que a mudança no tamanho do passo não causa problemas (Hultquist, 1988).

7.1.4.3 Método de Heun

O método de Heun é um método proveniente das fórmulas de Runge-Kutta de segunda ordem para o caso específico do termo β_1 da eq.(359) assumir o valor 1/2 (Albrecht, 1973) e (Hultquist, 1988). Desta forma, a eq.(359) pode ser reescrita do seguinte modo:

$$\begin{cases} V_{j+1} = V_j + 3,6 \frac{\Delta t}{2} \cdot (k_1 + k_2) \\ k_1 = F_u(t_j, V_j)/m' \\ k_2 = F_u(t_j + \Delta t, V_j + 3,6 \cdot \Delta t \cdot k_1)/m' \end{cases} \quad (363)$$

Considerando a eq.(356), a eq.(363) pode ser dividida em duas partes:

$$\begin{cases} V_{j+1} = V_j + 3,6 \cdot \Delta t \cdot F_u(t_j, V_j)/m' \\ V_{j+1} = V_j + 3,6 \cdot \frac{\Delta t}{2} \cdot [F_u(t_j, V_j) + F_u(t_{j+1}, V_{j+1})]/m' \end{cases} \quad (364)$$

Pode-se notar a igualdade entre o primeiro cálculo da velocidade no passo de tempo na eq.(355) e na eq.(364). Por isto, diz-se que o método de Heun utiliza o método de Euler para estimar os valores da velocidade e encontrar o valor aproximado da aceleração no passo de tempo podendo ser classificado como um método preditor-corretor de passo único (Hultquist, 1988).

Um valor mais preciso da velocidade é então calculado através da média entre a aceleração no início do intervalo, calculada no passo anterior, e a aceleração final do intervalo, estimada pelo método de Euler (Hultquist, 1988).

Um outro modo de se obter a segunda expressão da eq.(364) é através da substituição da função aceleração utilizada no método de Euler, mostrada na eq.(355), por uma interpolação linear entre o passo de tempo $j+1$ e o passo anterior (Hultquist, 1988).

Vale notar novamente que tal qual nos métodos anteriormente mostrados, o tempo e o espaço percorrido em cada passo de tempo são calculados através, respectivamente, da eq.(356) e da eq.(358).

7.1.4.3.4 Cálculo das demais grandezas

Os itens anteriores mostraram os métodos de cálculo da velocidade do trem em um passo de tempo. Foi mostrado também como o tempo e o espaço percorrido são avaliados neste passo de tempo. Resta agora calcular as demais grandezas envolvidas no movimento de um trem durante o passo de tempo em questão.

A aceleração e o esforço útil já foram calculados. Pode-se fazer um novo cálculo utilizando os valores de velocidade e espaço percorrido avaliados no início do passo de tempo.

Através da velocidade pode-se obter o coeficiente de aderência pela eq.(61) ou pela eq.(62) e então a força de aderência pela eq.(55). A velocidade é utilizada também para obter o esforço motor e então para calcular a potência desenvolvida através da eq.(25).

A dinâmica do movimento pode fornecer também as grandezas mecânicas do motor de tração durante o passo de tempo. O conjugado do motor pode ser calculado através da eq.(20) com o valor de esforço motor obtido durante o mesmo passo de tempo. A velocidade de rotação do motor pode ser calculada através da eq.(23) e a velocidade angular do motor através da eq.(24), ambas utilizando o valor de velocidade calculado. A potência mecânica do motor pode ser dada pela eq.(28) utilizando a potência desenvolvida pelo trem.

As grandezas mecânicas do motor de tração juntamente com a estratégia de controle e o modelo elétrico do motor adotados fornecem as grandezas elétricas de cada motor. As grandezas elétricas do trem levam em conta todos os motores de tração e também outros circuitos elétricos importantes como os serviços auxiliares, que são independentes do movimento do trem.

7.1.4.3.5 Controle de solavanco

Conforme foi dito no item 7.1.3 o valor máximo estabelecido pelo solavanco é uma restrição à aplicação do esforço motor e do esforço produzido pelos freios mecânicos dependendo do tipo de controle dos motores de tração utilizado.

Um modo de se levar em conta o controle de solavanco no método numérico é calcular a variação do esforço útil entre o passo de tempo $j+1$ e o passo de tempo anterior e compará-la com o esforço de solavanco. Tal esforço pode ser dado por:

$$F_{\ddot{a}} = m' \cdot \int_{t_j}^{t_{j+1}} \ddot{a} \, dt = m' \cdot \ddot{a} \cdot \Delta t \quad (365)$$

E em cada passo é avaliada a seguinte expressão:

$$\left| F_{u_{j+1}} - F_{u_j} \right| \leq \left| F_{\ddot{a}} \right| \quad (366)$$

Caso a condição estabelecida na eq.(366) não for satisfeita, o valor do esforço útil no passo de tempo $j+1$ assume o valor do esforço de solavanco, o esforço motor é recalculado e o passo de tempo $j+1$ é refeito.

7.2 Simulação de tráfego

Uma apresentação gráfica de $s(t)$ no plano (s, t) é uma curva conhecida como trajetória. As trajetórias fornecem um resumo claro, completo e intuitivo do movimento do trem em uma dimensão. Trajetórias válidas devem exibir um e somente um s para cada t (Daganzo, 1997).

Fig. 102 – Trajetória de um trem

A simulação de tráfego do sistema de tração elétrica fornece a partir das trajetórias dos trens, que podem ser obtidas através da simulação de marcha, a caracterização do movimento simultâneo destes trens na linha estudada em função da demanda de tráfego prevista (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

Este movimento simultâneo de trens em uma linha pode ser utilmente apresentado através de um gráfico horário (diagrama horário). O gráfico horário é constituído de uma épura sobre a qual são representados sob a forma de linhas os pontos das posições sucessivas dos trens em função do tempo: as coordenadas representam respectivamente o tempo e a distância dos trens à origem. Geralmente, o eixo horizontal corresponde ao espaço percorrido e o eixo vertical corresponde ao tempo (Blondel; Dubois, 1898).

Fig. 103 – Diagrama horário

Nota-se, neste caso, que uma linha vertical identifica os tempos nos quais os trens sucessivos passam por um observador parado e que uma linha horizontal identifica as posições dos trens em um dado instante de tempo (Daganzo, 1997).

O gráfico horário é uma excelente ferramenta para diagnosticar problemas nos sistemas existentes pois contém todas as informações relevantes em relação ao progresso dos trens no sistema durante o período estudado e mostra tais informações de um modo que podem ser prontamente interpretadas (Daganzo, 1997).

Em um caso muito simples, onde admite-se uma velocidade uniforme entre as estações, o gráfico horário é formado por linhas retas de inclinação constante (Blondel; Dubois, 1898).

O gráfico horário completo compreende os percursos efetuados em ambos sentidos. Os trens em uma mesma velocidade circulando em um mesmo sentido são representados por uma série de linhas semelhantes e paralelas ao primeiro trem; o mesmo ocorre aos trens circulando no sentido oposto. A distância das linhas paralelas, que pode ser constante, corresponde ao intervalo entre trens. As paradas

nas estações são representadas através de linhas paralelas ao eixo do tempo (Blondel; Dubois, 1898).

Deste modo, o gráfico horário fornece, durante o período simulado, a posição de cada trem em circulação. Além da posição de cada trem em circulação a simulação de tráfego também fornece a corrente ou potência consumida por cada trem em cada instante de tempo, possibilitando o cálculo das demandas de potência e quedas de tensão na rede de alimentação por uma simulação elétrica (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

É função, portanto, da simulação de tráfego controlar a movimentação dos trens necessários para atender ao volume de transporte previsto (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988).

Este volume de transporte previsto, quando se trata de transportes de massa, depende da capacidade do sistema que por sua vez, depende da capacidade e da frequência dos trens em operação.

A frequência dos trens em operação está relacionada com o headway e com o tamanho da frota efetiva necessária.

7.2.1 Headway, frequência de trens e dimensionamento da frota

Se um observador se posicionar em um ponto qualquer da linha e medir o intervalo médio de tempo entre as passagens sucessivas dos trens em uma mesma direção, obterá o headway (Novaes, 1986) e (Daganzo, 1997). Ou seja, o headway é o intervalo médio de tempo entre trens.

A relação entre o headway, o número efetivo de trens em operação e o tempo de ciclo veicular é dada por (Novaes, 1986):

$$hdw = \frac{t_c}{n_t} \quad (367)$$

Nota-se a partir da eq.(367) que conhecendo-se o tempo de ciclo veicular e o headway desejado, determina-se a frota efetiva necessária (número efetivo de trens em operação).

O headway é um elemento importante para o dimensionamento de sistemas metro-ferroviários. Seu limite inferior depende das condições operacionais e características tecnológicas utilizadas como o projeto de sinalização, tempos de manobras e paradas e tempo de reação dos equipamentos (Miyake, 1973) e (Novaes, 1986).

Vários trens trafegando em uma mesma direção pela via são impedidos de chegarem muito próximos uns dos outros pelo sistema de sinalização. A distância segura entre dois trens deve ser maior que a distância mínima de parada do trem que está atrás, assumindo que o trem que está na frente pare instantaneamente. A situação mais crítica ocorre nas proximidades das estações quando o trem que está na frente deve deixar a estação a tempo do trem que está chegando entrar na estação. É nesta situação que pode-se calcular o headway mínimo (Hill, 1994a).

Entretanto, o sistema de sinalização divide a via em vários blocos e o trem é detectado como ocupando um ou mais blocos. Um trem só pode entrar em um bloco se este não estiver ocupado e se a velocidade do trem for baixa o suficiente para que o trem pare antes de entrar em um bloco ocupado (Hill, 1994a).

Deste modo, a distância mínima entre dois trens é igual ao comprimento de um bloco e o headway mínimo não pode ser menor que o tempo que o trem gasta para percorrer este bloco (Novaes, 1986) e (Hill, 1994a).

Finalmente, a frequência dos trens é dada por:

$$f_t = 3600 \cdot \frac{n_t}{t_c} = \frac{3600}{hdw} \quad (368)$$

7.3 Simulação elétrica

O processo de dimensionamento da rede de alimentação das ferrovias de tráfego geral pode ser feito através do auxílio de funções de variação estocástica como

mostrado em (Hofmann; Schmidt, 1978), (Schmidt, 1988) e (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001) ou através de processos mais simplificados como os mostrado em (Markvardt, 1958).

Já o dimensionamento da rede de alimentação de linhas de tráfego pesado como metrô e trens metropolitanos exige a aplicação de métodos de análise próprios e específicos. Neste tipo de transporte, os padrões de tráfego não podem ser assumidos como um processo randômico (Kießling; Puschmann; Schmieder, 2001).

O grande número de variáveis envolvidas e as incertezas nos respectivos comportamentos fazem com que os métodos práticos de dimensionamento sejam fundamentalmente estimativos, aproximados e, de certo modo, probabilísticos (De Castro; Alouche, 1981).

Os métodos práticos como o de L. De Koranyi (1965) são utilizados na fase preliminar do projeto, com a definição dos critérios operacionais básicos a serem adotados visando determinar o número e a localização aproximada das subestações retificadoras, suas potências nominais e o número de grupos retificadores por subestação. Em uma fase posterior do projeto, o dimensionamento final do sistema é feito através da simulação elétrica da rede de alimentação (Giuriati; Labate Neto, 1992) e (Labate Neto, 2005).

A simulação elétrica da rede de alimentação nada mais é que a solução do circuito equivalente ao sistema de tração montado a cada instante de tempo e cujas posições e potências desenvolvidas por cada trem neste instante de tempo são dadas pela simulação de tráfego.

Tal qual a simulação de marcha, a simulação elétrica também pode ser feita através de métodos analíticos, gráfico, analógico e numéricos. Alguns métodos analíticos simples já foram discutidos no item 5.9.2. Os métodos analíticos mais complexos serão abordados juntamente com os métodos numéricos.

Uma atenção maior deve ser dada ao método da viga elétrica, discutido no item citado. Além de ser um método analítico um pouco mais genérico que os outros

apresentados, o método da viga elétrica é também base do método gráfico que será exposto no próximo item.

7.3.1 Método gráfico

De um modo geral, o estudo gráfico é feito com analogias às vigas, recorrendo-se aos princípios da grafo estática e fazendo-se a correspondência entre momentos fletores e queda de tensão e também entre cargas e correntes (Toledo et al., 1988).

O primeiro passo do método gráfico é desenhar as posições das subestações e dos trens em uma dada linha em um certo instante de tempo. Este desenho deve respeitar as escalas gráficas que serão tratadas adiante. O segundo passo é a construção do polígono das forças (polígono das correntes).

Para ilustrar o método gráfico, será considerado um esquema de alimentação bilateral no qual três trens nas respectivas posições s_1 , s_2 e s_3 entre as subestações A e B consomem as respectivas correntes I_{t1} , I_{t2} e I_{t3} . Este caso já foi visto no item 5.9.2.3 através do método analítico da viga elétrica.

A Fig. 104 mostra a montagem do polígono de forças para o caso de todos os trens estarem consumindo corrente (Fig. 104 a) e para o caso do trem 2 estar realizando freagem regenerativa (Fig. 104 b). A diferença é que no primeiro caso tem-se $I_{t1} + I_{t2} + I_{t3}$ e no segundo caso tem-se $I_{t1} - I_{t2} + I_{t3}$. É importante observar que o polígono de forças é construído respeitando-se uma escala gráfica de corrente I^* adotada.

Fig. 104 – Construção do polígono de forças (correntes)

A construção do polígono funicular, que fornece os valores das quedas de tensão ao longo da linha, é feita através da semelhança de triângulos com o polígono de forças (correntes).

Fig. 105 – Construção do polígono funicular

Através da Fig. 105 pode-se observar as seguintes relações geométricas (Seefehlner; Peter, 1926) e (Markvardt, 1958):

$$\begin{aligned}
 \frac{I_{t1}}{k_1 \cdot I_*} &= \frac{k_2 \cdot s_*}{s_1} \\
 \frac{I_{t2}}{k_1 \cdot I_*} &= \frac{k_3 \cdot s_*}{s_2} \\
 \frac{I_{t3}}{k_1 \cdot I_*} &= \frac{k_4 \cdot s_*}{s_3}
 \end{aligned}
 \tag{369}$$

As correntes nas subestações são encontradas considerando-se que o conjunto das correntes dos trens com as subestações A e B formam um sistema equivalente e, portanto, seus polígonos funiculares devem fechar-se. Deste modo, um novo lado no polígono funicular deve ser traçado unindo-se as duas extremidades. Este novo lado corresponde no polígono de forças à divisão de corrente total entre as subestações. A Fig. 106 mostra este procedimento.

Fig. 106 – Divisão de corrente entre as subestações no polígono de forças

Tal qual no item 5.9.2.3, pode-se agora encontrar a queda de tensão na posição s_2 . Nesta posição, a corrente resultante, levando-se em conta a analogia com as vigas, é igual a $(I_{dA} - I_{t1})$. Esta corrente resultante é representada no polígono de forças da Fig. 107 através do segmento dc.

O segmento dc é, por sua vez, representado no polígono funicular, como feito anteriormente, pela semelhança de triângulos mostrada na Fig. 107.

Fig. 107 – Cálculo da queda de tensão no polígono funicular

Ainda na Fig. 107, pode-se observar a seguinte relação geométrica:

$$\frac{k_5 \cdot s_*}{x} = \frac{\overline{dc}}{k_1 \cdot I_*}$$

$$\frac{k_5 \cdot s_*}{x} = \frac{(I_{dA} - I_{t1})}{k_1 \cdot I_*} \quad (370)$$

A distância x entre a corrente resultante e a posição s_2 pode ser calculada do mesmo modo que uma composição de forças paralelas de sentidos contrários (I_{dA} e I_{t1}). Partindo-se do ponto s_2 em direção à subestação A, a distância x é dada por:

$$x = \frac{I_{dA} \cdot s_2 - I_{t1} \cdot (s_2 - s_1)}{(I_{dA} - I_{t1})} \quad (371)$$

Aplicando-se a eq.(371) na eq.(370) e isolando-se a constante k_5 tem-se:

$$\frac{k_5 \cdot s_*}{\frac{I_{dA} \cdot s_2 - I_{t1} \cdot (s_2 - s_1)}{(I_{dA} - I_{t1})}} = \frac{(I_{dA} - I_{t1})}{k_1 \cdot I_*}$$

$$\frac{k_5 \cdot s_*}{I_{dA} \cdot s_2 - I_{t1} \cdot (s_2 - s_1)} = \frac{1}{k_1 \cdot I_*}$$

$$k_5 = \frac{1}{k_1 \cdot I_* \cdot s_*} [I_{dA} \cdot s_2 - I_{t1} \cdot (s_2 - s_1)] \quad (372)$$

O termo entre colchetes da eq.(372) pode ser comparado com a eq.(256) resultando em:

$$k_5 = \frac{1}{k_1 \cdot I_* \cdot s_*} \cdot \frac{\Delta U_{d2}}{\frac{R_{trac}}{1000}}$$

$$\left(k_1 \cdot I_* \cdot s_* \cdot \frac{R_{trac}}{1000} \right) \cdot k_5 = \Delta U_{d2} \quad (373)$$

A eq.(373) mostra que a constante k_5 é igual à queda de tensão ΔU_{d2} por meio das escalas gráficas, da resistência total do circuito de tração e da constante k_1 . A constante k_1 é chamada de distância polar de um polígono de forças cujo valor não é arbitrário e deve ser calculado.

A constante k_5 mantém também a seguinte relação com a queda de tensão ΔU_{d2} (Markvardt, 1958):

$$\Delta U_{d2} = k_5 \cdot U_* \quad (374)$$

A distância polar é dada igualando-se a eq.(373) com a eq.(374):

$$\left(k_1 \cdot I_* \cdot s_* \cdot \frac{R_{trac}}{1000} \right) \cdot k_5 = k_5 \cdot U_*$$

$$k_1 = \frac{U_*}{I_* \cdot s_* \cdot \frac{R_{trac}}{1000}} \quad (375)$$

Nota-se portanto que o segundo passo do método gráfico é a adoção das escalas gráficas de forma conveniente e o cálculo da distância polar do polígono de forças para que então o próprio polígono seja construído.

7.3.2 Método analógico

O método analógico é baseado na idéia de se substituir os cálculos por observações em modelos reduzidos. O modelo reduzido da rede de alimentação, ao contrário de alguns modelos mecânicos em escala, fornece os resultados de forma simples e rigorosamente exata (Bernard, 1950).

Uma outra vantagem da utilização do método analógico é que este resolve redes complexas compreendendo diversos trens e subestações além de poder levar em conta a variação da tensão no coletor de corrente do trem (Bernard, 1950).

Um exemplo deste tipo de método, descrito em (Bernard, 1950), considera duas barras gerais (uma positiva e uma negativa) na qual são conectados os elementos da linha de contato, representados por resistências, e os trens e subestações, representados por potenciômetros.

Montado o modelo reduzido, é possível então fazer leituras das quedas de tensão, das correntes e das cargas nas subestações através de voltímetros e miliamperímetros. Além do estudo em regime permanente, é possível também considerar a situação de curto-circuito.

7.3.3 Métodos numéricos

Durante o dimensionamento de uma rede de alimentação, várias alternativas devem ser contempladas. Cabe aos projetistas compararem o desempenho destas alternativas para chegar a uma solução satisfatória em termos de custos e pré-requisitos estabelecidos. Esta análise de alternativas requer a solução por computadores dos circuitos elétricos equivalentes de forma repetitiva com o objetivo de estabelecer uma visão da demanda, consumo de energia, tensões e correntes (Goodman; Siu; Ho, 1998).

O circuito elétrico equivalente incluindo modelos para trens, subestações, cabines de paralelismo, track bonds, linha de contato e aterramento é um circuito complexo, também chamado de rede elétrica. A solução pelos computadores desta rede elétrica requer técnicas avançadas e depende da montagem das equações que permitem a sua análise. Esta montagem, um método analítico, é feita através da análise de malhas como mostrado em (Goodman; Mellitt; Rambukwella, 1987), (Rambukwella et al., 1987) e (Goodman; Siu, 1994), ou através da análise nodal e suas variantes. Já a solução destas equações de rede depende de algoritmos eficientes, provenientes dos

métodos numéricos, que trazem soluções precisas em um tempo de computação razoável.

7.3.3.1 *Análise nodal*

Conceituando-se, um nó é um ponto onde dois ou mais elementos de rede elétrica têm uma conexão comum. A primeira lei estabelecida por Gustav Robert Kirchhoff, chamada de lei das correntes de Kirchhoff, diz que a soma algébrica de todas as correntes entrando em qualquer nó é zero.

Na análise nodal todos os elementos do circuito de tração são modelados em termos de fontes de corrente e condutâncias. Assim, as subestações que são apresentadas através de uma fonte de tensão de valor U_{d0} em série com a resistência interna R_{SE} , como visto no item 5.5.4, são modeladas na análise nodal através de uma fonte de corrente de valor (U_{d0} / R_{SE}) em paralelo com a resistência R_{SE} .

Os trens, por sua vez, são modelados por fontes ideais de corrente cuja posição e valor são dados através da simulação de marcha e da simulação de tráfego. Uma forma alternativa de se modelar o trem é através de uma condutância de valor (P_{el} / U_d^2) como apresentado em (Martins, 1986a), (Cai; Irving; Case, 1995b) e (Tse et al., 1998) ou através de uma fonte de corrente de valor $(2.P_{el} / U_d)$ e uma condutância de valor (P_{el} / U_d^2) como mostrado em (Tse et al., 1998).

As resistências (ou condutâncias) que fazem a conexão entre os trens e subestações são inseridas no circuito elétrico equivalente de acordo com a complexidade do mesmo.

Os circuitos equivalentes mais simples consideram a linha inteira como um único circuito no qual as resistências da rede de alimentação, R_{cat} e do circuito de retorno R_{rt} entre duas fontes de corrente são consideradas como uma única resistência em série (R_{trac}). O número de nós é igual ao número de fontes e o nó de referência é o terminal negativo das subestações, como mostra a Fig. 108 a.

Fig. 108 – Circuitos equivalentes

Um refinamento do circuito proposto é a utilização da resistência R_{cat} para conectar o terminal positivo das subestações aos trens e a resistência R_{rt} para conectar os trens ao terminal negativo das subestações. Entretanto, este circuito apresenta uma complicação sob o ponto de vista de análise nodal pois, como pode-se observar na Fig. 108 b, o nó de referência é o nó do terminal negativo de cada subestação, o que dificulta a montagem das equações.

Um aumento da complexidade do circuito equivalente pode ser feito através da inclusão de células finitas que incorporam os modelos de aterramento dois e três terras. Como pode-se observar na Fig. 108 c, que mostra um modelo dois terras, o nó de referência é o terra (TE) propriamente dito. Pode-se notar também um considerável aumento do número de nós.

O circuito equivalente ao sistema de tração pode ser ainda mais refinado se for considerado que uma linha pode conter duas vias (uma de ida e outra de volta) e que cada via pode ter um circuito separado, interconectados nas subestações.

Fig. 109 – Circuitos equivalentes para duas vias

Deste modo, tanto o nó que representa o terminal positivo da subestação quanto o nó que representa o terminal negativo são comuns a ambas as vias, como mostra a Fig. 109 a. para o caso de um modelo do tipo três terras, o nó que representa o terra do túnel ou estrutura localizado abaixo do terminal negativo da subestação também é comum a ambas as vias.

A utilização de dois circuitos separados para cada via traz a possibilidade de se incluir outros dois elementos discutidos no item 5.7: cabines de paralelismo e cross-bonds.

Como mostrado na Fig. 109 b, as cabines de paralelismo podem ser modeladas, tal qual as subestações, como um nó comum a ambas as vias interconectando, entretanto, apenas as resistências referentes à linha de contato.

Um cross-bond pode ser modelado através da condutância do cabo que conecta as vias, ligando dois nós de uma célula finita referentes aos trilhos e posicionados em vias diferentes como mostra a Fig. 109 c.

A análise nodal consiste em se determinar as tensões em todos os nós referidas ao nó de referência. Aplica-se então a lei das correntes de Kirchhoff para cada nó do sistema, obtendo-se equações com tensões incógnitas.

Toma-se como exemplo o circuito da Fig. 108 a contendo uma subestação e dois trens (três nós mais o terra como referência). As equações gerais para este circuito são dadas por um sistema linear de ordem $n=3$:

$$\begin{cases} G_{11} \cdot U_1 - G_{12} \cdot U_2 - G_{13} \cdot U_3 = I_1 \\ -G_{21} \cdot U_1 + G_{22} \cdot U_2 - G_{23} \cdot U_3 = I_2 \\ -G_{31} \cdot U_1 - G_{32} \cdot U_2 + G_{33} \cdot U_3 = I_3 \end{cases} \quad (376)$$

Tais equações podem ser escritas sob a forma de matrizes:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (377)$$

Na eq.(377), G_{11} é a condutância própria do nó 1, dado pela soma de todas as condutâncias ligadas ao nó 1. G_{12} é a condutância mútua entre os nós 1 e 2, obtida pela soma das condutâncias ligando 1 e 2. Por convenção, o seu sinal, diferentemente de G_{11} , é negativo.

Nota-se que $G_{13}=G_{31}$, o que confere à matriz de condutâncias $\mathbf{G}$ uma característica simétrica em relação à diagonal principal, além de ser uma matriz quadrada.

Ainda na eq.(377), I_1 é a soma de todas as correntes no nó 1. Também por convenção, a corrente que chega ao nó tem sinal positivo e a corrente que se afasta dele tem sinal negativo.

A eq.(377) pode ser escrita de forma geral:

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{I} \quad (378)$$

No qual $\mathbf{G}$ pode ser chamada de matriz de coeficientes, $\mathbf{U}$ de vetor de incógnitas e $\mathbf{I}$ de vetor dos termos independentes.

Antes de se passar à discussão sobre a resolução do sistema linear da eq.(378), é importante discutir um modo de operação dos trens que pode influir tanto no modelo físico dos trens e subestações como no sistema linear: a freagem regenerativa e dinâmica.

7.3.3.2 Freagem regenerativa e dinâmica e a análise nodal modificada

Existem três tipos possíveis de freagem em um trem: a freagem por atrito (mecânica), discutida no item 3.3.1, a freagem dinâmica e a freagem regenerativa (Laudanna, 1999).

A freagem dinâmica ocorre quando toda energia cinética proveniente da freagem do trem é transformada em energia elétrica nos motores de tração, que funcionam como geradores, é dissipada na forma de calor nos resistores de freagem instalados nos trens (mais comuns) ou nas subestações. Este tipo de freagem é utilizada para aliviar a freagem por atrito e também como complemento da freagem regenerativa (Laudanna, 1999).

O calor gerado nos resistores de freagem pode tanto ser uma vantagem como uma desvantagem. Em sistemas localizados em países de clima frio, este calor pode ser utilizado como aquecimento dos trens. Já em sistemas localizados em países de clima

mais quente, o calor gerado nos resistores de freagem constitui um problema que exige a necessidade de exaustão ou ventilação, principalmente no caso de linhas subterrâneas.

A freagem regenerativa (ou cogeração participativa da carga), tal qual a freagem dinâmica, ocorre quando a energia cinética dos trens durante a freagem é convertida em energia elétrica nos motores de tração e enviada para a linha de contato. Entretanto, isto só é possível se a energia gerada no processo de cogeração for consumida por outros trens ou armazenada em acumuladores e reenviada posteriormente para a linha de contato (Laudanna, 1999).

O armazenamento de energia em acumuladores é uma tecnologia recente que está sendo aplicada, atualmente, em sistemas de tração elétrica leve. Basicamente, existem dois tipos de acumuladores: o flywheel e um banco de capacitores. O modo de instalação destes acumuladores pode ser na linha junto das subestações retificadoras ou em outro ponto da linha ou mesmo no próprio trem. Este último modo de instalação ainda está em fase experimental (Moninger, 1998); (Habel; Kähler, Lösel, 2003); (Scholten; Steiner, 2003) e (Lösel; Röhlig, 2004).

A troca de energia entre trens está condicionada à receptividade da linha que pode ser entendida como sua capacidade de absorver energia proveniente da freagem regenerativa. É a receptividade que irá determinar se a freagem será puramente regenerativa, regenerativa e dinâmica (receptividade parcial) ou totalmente dinâmica (Laudanna, 1999).

A receptividade de uma linha é medida pelo valor da tensão da mesma. A tensão nos trens durante a freagem regenerativa tende a aumentar para manter disponível toda a energia gerada. Quanto maior for a tensão do trem durante a freagem regenerativa, maior a capacidade deste trem de alimentar um trem que está acelerando. No entanto, para prevenir danos ao sistema causados pela sobretensão, há limites máximos estabelecidos por normas e já comentados na Tabela 13. O controle dos trens é então projetado para reduzir a energia gerada para a linha de contato de modo a prevenir que este limite não seja excedido (Cai; Irving; Case, 1995b).

Conforme o total de energia gerada durante a freagem se aproxima da energia total consumida pelos outros trens, a tensão em algumas ou todas as subestações pode se tornar tão alta que a energia pode retornar às subestações. Se as subestações forem do tipo inversoras, esta energia pode ser enviada para a rede pública de alimentação ou para o sistema de distribuição interna. Porém, se as subestações forem do tipo retificadoras, os diodos simplesmente não conduzem uma corrente quando polarizados reversamente (Cai; Irving; Case, 1995b).

Nota-se portanto que o modelo do trem e da subestação através de uma fonte ideal de corrente não contempla nem o caso de receptividade parcial da linha nem o caso da corrente fluir do sistema para dentro da subestação retificadora.

O primeiro caso pode ser resolvido através da substituição do modelo de fonte de corrente ideal por um modelo de fonte de tensão ideal em série com uma condutância. A tensão nos terminais deste conjunto deve ser igual à tensão limite (Shao et al., 1994) e (Cai; Irving; Case, 1995b).

O cálculo do valor da tensão na fonte e da resistência pode ser feito utilizando-se o modelo apresentado em (Mellitt; Goodman; Arthurton, 1978); (Goodman; Mellitt; Rambukwella, 1987) e (Goodman; Siu, 1994) e mostrado na Fig. 110.

Fig. 110 – Modelo dos trens para freagem regenerativa

Pode-se notar através da Fig. 110 que uma fonte de valor $(2.U)$ fará com que se tenha uma queda de tensão de valor U na resistência de valor (U^2 / P_{el}) e uma conseqüente circulação da corrente I , mantendo-se a relação $(P_{el}=U.I)$.

É importante observar também que a potência desenvolvida por este conjunto deve ser menor ou igual à potência elétrica desenvolvida pelo trem representando,

respectivamente, uma receptividade total ou uma receptividade parcial da energia regenerada.

Para o caso da subestação retificadora, uma solução é a substituição do modelo anterior por uma fonte de tensão de valor igual à tensão em vazio da subestação em série com uma resistência. O valor desta resistência pode ser alto ($1000 \, \Omega$) ou ter o seu valor calculado a partir da diferença entre a maior tensão não permanente e a tensão em vazio dividida pela corrente reversa. Esta corrente, negativa e de valor baixo, é calculada a partir da maior tensão não permanente e da resistência reversa, assumida em $300 \, \Omega$ (Goodman; Mellitt; Rambukwella, 1987); (Shao et al., 1994) e (Cai; Irving; Case, 1995b).

A inclusão de fontes ideais de tensão na análise nodal traz uma complicação pois não se pode aplicar a lei das correntes de Kirchhoff nos nós conectados às fontes de tensão. O que pode-se fazer é considerar as correntes nas fontes de tensão como incógnitas suplementares, acrescentando-se no sistema linear uma equação por fonte (Ho; Ruehli; Brennan, 1975); (Orsini; Consonni, 2002) e (Wedepohl; Jackson, 2002).

Este processo, chamado de análise nodal modificada, considera então dois tipos de variáveis incógnitas: as tensões nodais encontradas através da aplicação da lei das correntes de Kirchhoff e as correntes nos ramos com fontes ideais de tensão. Estas últimas são encontradas através da aplicação da segunda lei estabelecida por Gustav Robert Kirchhoff, chamada lei das tensões de Kirchhoff (Orsini; Consonni, 2002). Tal lei diz que a soma algébrica de todas as tensões existentes em um caminho fechado em um circuito é zero.

Supondo-se que a fonte ideal de corrente no nó 3 da Fig. 108 a seja substituída por uma fonte ideal de tensão U e uma condutância G em série, será adicionada a seguinte equação à eq.(376):

$$U_3 - \frac{I}{G} = U \quad (379)$$

Na forma matricial, o sistema linear completo fica:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & 0 \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} & 0 \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1/G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ U \end{bmatrix} \quad (380)$$

Através da eq.(380) pode-se notar que as três primeiras equações referem-se à primeira lei de Kirchhoff e a última à segunda lei de Kirchhoff. É importante observar também que a corrente I_3 entrando no nó 3 foi incluída na eq.(380) apesar de ter o seu valor igual a zero quando apenas fontes de tensão estão presentes no ramo (Wedepohl; Jackson, 2002).

Feita esta excursão dos modelos de trens e subestações, pode-se passar agora aos métodos de resolução de sistemas lineares.

7.3.3.3 *Resolução de sistemas lineares*

Se $\mathbf{G}$ é uma matriz quadrada de ordem n , então $\mathbf{U}=\mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{I}$ e o sistema linear estaria resolvido. Apesar de parecer um método atraente, o cálculo da matriz inversa $\mathbf{G}^{-1}$ para resolver sistemas lineares envolve mais operações aritméticas que os métodos que serão mostrados. O mesmo ocorre com o método de Cramer. Os métodos tratados a seguir podem ser fundamentalmente divididos em dois tipos de aproximação: métodos diretos e métodos iterativos (Humes et al, 1984) e (Ueberhuber, 1997).

Os métodos diretos são baseados na eliminação algébrica. Na ausência de erros de arredondamento (caso hipotético), estes métodos produzem a solução exata do sistema linear após um número fixo de operações aritméticas.

Por sua vez, os métodos iterativos obtêm a solução através de procedimentos iterativos. Uma solução é assumida e substituída no sistema linear para obter o erro desta solução e calcular uma nova solução. Teoricamente, o número de operações aritméticas é infinito.

De um modo geral, sistemas lineares pequenos são melhores resolvidos através de métodos diretos. Já sistemas lineares grandes e esparsos (cuja matriz de coeficientes possuem um considerável número de elementos nulos) são melhores resolvidos através de métodos iterativos (Ueberhuber, 1997).

Apesar do grande número de métodos diretos e iterativos, este trabalho irá tratar apenas dos métodos já aplicados em sistemas de tração elétrica e apresentará um método alternativo para a simulação elétrica.

7.3.3.3.1 Métodos diretos

7.3.3.3.1.1 Eliminação de Gauss

Um dos métodos mais antigos de resolver um sistema de equações lineares é a eliminação de Gauss. Sua utilização é feita em (Martins, 1986a), (Röhlig, 1992), (Cai; Irving; Case, 1995a) e (Da Silva, 1997).

O método da eliminação de Gauss consiste em transformar o sistema linear em um sistema triangular, de mesma solução, no qual acima ou abaixo da diagonal principal (dependendo do tipo de matriz triangular resultante) todos os elementos são nulos. Um sistema triangular possui uma equação que contém apenas uma incógnita. Resolvida esta equação, a incógnita encontrada é então substituída na próxima equação, que contém duas incógnitas. Este processo de substituição é feito até que todas as incógnitas sejam conhecidas e o sistema triangular seja resolvido.

As equações gerais do método da eliminação de Gauss para transformação de um sistema linear de ordem n em um sistema triangular equivalente acima da diagonal principal durante o passo k ($1 \leq k \leq n-1$) são dadas por (Stagg; El-Abiad, 1968) e (Ueberhuber, 1997):

$$\begin{cases} G_{ij}^{(k)} = G_{ij}^{(k-1)} - \frac{G_{ik}^{(k-1)} \cdot G_{kj}^{(k-1)}}{G_{kk}^{(k-1)}} \\ I_i^{(k)} = I_i^{(k-1)} - \frac{G_{ik}^{(k-1)} \cdot I_k^{(k-1)}}{G_{kk}^{(k-1)}} \end{cases} \quad k+1 \geq j, i \geq n \quad (381)$$

A solução final é dada pela substituição reversa. Durante o passo k ($n-1 \leq k \leq 1$) é realizada a seguinte operação (Stagg; El-Abiad, 1968); (Humes et al, 1984); (Golub; van Loan, 1996) e (Ueberhuber, 1997):

$$U_k = \left(I_k - \sum_{i=k+1}^n G_{ki} \cdot I_i \right) / G_{kk} \quad (382)$$

Para $k=n$, a eq.(382) é reduzida em:

$$U_n = \frac{I_n}{G_{nn}} \quad (383)$$

A introdução de modelos mais refinados do sistema de tração causa um aumento do número de nós produzindo uma matriz grande e esparsa. O uso da eliminação de Gauss, na forma aqui apresentada, para a solução de tais sistemas lineares pode resultar na geração de novos elementos não nulos na matriz de coeficientes nas posições onde anteriormente haviam elementos nulos (fill-in). Além disto, operações da eq.(381) com elementos nulos traz um esforço computacional desnecessário (Cai; Irving; Case, 1995a) e (Ueberhuber, 1997).

Para eliminar estes inconvenientes, os autores de (Cai; Irving; Case, 1995a) aplicam o método de K. Zollenkopf (1971) para resolver o sistema linear.

7.3.3.3.1.2 *Bi-fatorização de Zollenkopf*

Um dos grandes diferenciais da bi-fatorização de Zollenkopf é que ela foi concebida para a aplicação em matrizes de coeficientes esparsas cujos elementos na diagonal não são nulos. Além disto, K. Zollenkopf (1971) introduz em seu artigo um esquema de armazenamento e cálculo, em linguagem FORTRAN, que trabalha apenas com os elementos não nulos e explora a simetria da matriz de coeficientes.

O método da bi-fatorização de Zollenkopf traz a solução do sistema linear através da inversão da matriz de coeficientes. Como foi dito, a inversão da matriz de coeficientes não é uma solução eficiente. Entretanto, esta inversão é feita através de uma combinação entre a decomposição triangular e a forma inversa através de produtos (product form of the inverse) em um processo similar à redução de Gauss-Jordan.

Pela redução de Gauss-Jordan, uma matriz de coeficientes de ordem n aumentada da matriz identidade, de mesma ordem, se transforma na matriz identidade aumentada da matriz inversa de coeficientes. Cada passo k ($k \leq n$) da redução de Gauss-Jordan pode ser interpretada como a multiplicação da matriz de coeficientes de ordem n por uma matriz de fatores, de mesma ordem, que difere da matriz identidade somente na k -ésima coluna. A forma inversa através de produtos estabelece então que a multiplicação de todas estas n matrizes de fatores é igual à matriz inversa de coeficientes.

O método de K. Zollenkopf é igual ao método acima descrito. A diferença entre os métodos é que na bi-fatorização de Zollenkopf a matriz de fatores é decomposta em duas matrizes triangulares (**L** e **R**). Deste modo, a forma da matriz inversa de coeficientes através de produtos é expressa por um múltiplo de $2.n$ matrizes de fatores, de onde vem o termo bi-fatorização. O equacionamento da matriz inversa de coeficientes é então dado através de (Zollenkopf, 1971):

$$\mathbf{G}^{-1} = \mathbf{R}^{(1)} \cdot \mathbf{R}^{(2)} \cdot \dots \cdot \mathbf{R}^{(n-1)} \cdot \mathbf{R}^{(n)} \cdot \mathbf{L}^{(n)} \cdot \mathbf{L}^{(n-1)} \cdot \dots \cdot \mathbf{L}^{(2)} \cdot \mathbf{L}^{(1)} \quad (384)$$

A seqüência da redução da matriz de coeficientes é dada por (Zollenkopf, 1971):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{G}^{(0)} = \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^{(1)} = \mathbf{L}^{(1)} \cdot \mathbf{G}^{(0)} \cdot \mathbf{R}^{(1)} \\ \mathbf{G}^{(2)} = \mathbf{L}^{(2)} \cdot \mathbf{G}^{(1)} \cdot \mathbf{R}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{L}^{(k)} \cdot \mathbf{G}^{(k-1)} \cdot \mathbf{R}^{(k)} \\ \vdots \\ \mathbf{G}^{(n)} = \mathbf{L}^{(n)} \cdot \mathbf{G}^{(n-1)} \cdot \mathbf{R}^{(n)} = \text{matriz identidade} \end{array} \right. \quad (385)$$

Durante o passo k , a matriz $\mathbf{G}$ é reduzida de acordo com as seguintes equações (Zollenkopf, 1971):

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{kk}^{(k)} = 1 \\ G_{ik}^{(k)} = 0 \\ G_{kj}^{(k)} = 0 \\ G_{ij}^{(k)} = G_{ij}^{(k-1)} - \frac{G_{ik}^{(k-1)} \cdot G_{kj}^{(k-1)}}{G_{kk}^{(k-1)}} \end{array} \right. \quad (386)$$

E as matrizes de fator $\mathbf{L}$ e $\mathbf{R}$ durante o passo k , levando-se em conta a simetria da matriz de coeficientes, são dadas por (Zollenkopf, 1971):

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{kk}^{(k)} = \frac{1}{G_{kk}^{(k-1)}} \\ L_{ik}^{(k)} = \frac{-G_{ik}^{(k-1)}}{G_{kk}^{(k-1)}} = R_{kj}^{(k)} \quad \text{para } i = j \neq k \end{array} \right. \quad (387)$$

7.3.3.3.1.3 Método de Cholesky

O método de Cholesky foi empregado em (Goodman; Mellitt; Rambukwella, 1987) e (Rambukwella et al., 1987) e é citado em (Goodman; Siu, 1994); (Shao et al., 1994) e (Goodman; Siu; Ho, 1998).

A matriz de condutâncias, se montada conforme explicado anteriormente, é uma matriz simétrica e positivo-definida ($\mathbf{U}^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{U} > 0$, para qualquer vetor $\mathbf{U}$ não nulo). Para este caso, há uma importante variante da eliminação de Gauss, o método de

Cholesky, que é baseado na fatorização (ou decomposição) da matriz de coeficientes na forma (Ueberhuber, 1997):

$$\mathbf{G} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \quad (388)$$

Na qual $\mathbf{L}$ é a matriz triangular inferior. Deste modo, para $1 \leq j \leq n$ e $j+1 \leq i \leq n$, a matriz $\mathbf{L}$ é assim calculada (Albrecht, 1973):

$$\begin{cases} L_{jj} = \sqrt{G_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{jk}^2} \\ L_{ij} = \left(G_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} \cdot L_{jk} \right) / L_{jj} \end{cases} \quad (389)$$

É interessante observar que a decomposição de Cholesky só funciona se todas as quantidades $(G_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{jk}^2)$ forem positivas para que as raízes sejam extraídas. Se a matriz de coeficientes é positivo-definida, estas quantidades são de fato positivas e o algoritmo da eq.(389) é numericamente estável.

Finalmente, a solução do sistema linear de ordem n é dada através de uma combinação entre a substituição direta feita em primeiro lugar e a substituição reversa, calculada depois (Albrecht, 1973); (Golub; van Loan, 1996) e (Ueberhuber, 1997):

$$\begin{cases} U_i = \left(I_i - \sum_{j=1}^{i-1} L_{ij} \cdot U_j \right) / L_{ii} & \text{para } 1 \leq i \leq n \\ U_i = \left(I_i - \sum_{j=i+1}^n L_{ji} \cdot U_j \right) / L_{ii} & \text{para } n \leq i \leq 1 \end{cases} \quad (390)$$

7.3.3.3.2 Métodos iterativos

Se forem comparados os métodos diretos com os métodos iterativos, uma desvantagem que pode ser apontada nos últimos é a sua falta de robustez. Este fato tem limitado a utilização dos métodos iterativos em aplicações industriais, apesar do apelo intrínseco destes métodos por grandes sistemas lineares (Saad, 2003).

De fato, nas décadas de 60 e 70, a solução de redes elétricas fez com que métodos diretos, conhecidos pela sua robustez e comportamento previsível, fossem especialmente desenvolvidos para a aplicação em matrizes esparsas. A característica básica destes métodos era a economia em termos computacional e armazenamento (Saad, 2003). Um exemplo é o método de K. Zollenkopf anteriormente descrito.

Na mesma época, os métodos baseados na teoria dos gradientes conjugados começaram a surgir. Gradualmente, estes métodos iterativos foram se equiparando, em termos de qualidade, aos métodos diretos. Somado a este fato há também o aumento ao longo dos anos da necessidade de solução de grandes sistemas lineares. O resultado disto é que tem-se observado em várias aplicações uma notável e rápida mudança em direção aos métodos iterativos (Saad, 2003).

Os próximos tópicos a serem discutidos são o método iterativo de Gauss e o método iterativo de Gauss-Seidel, utilizados em (De Mello, 1976) e (Martins, 1986a) e a proposta de utilização de um método baseado na teoria dos gradientes conjugados, o ICCG.

7.3.3.3.2.1 Método de Gauss e método de Gauss-Seidel

A tensão no nó i , em uma rede elétrica contendo n nós, pode ser dada através da reorganização das equações que compõem a eq.(376) da seguinte forma (Stagg; El-Abiad, 1968) e (Martins, 1986a):

$$U_i = \frac{1}{G_{ii}} \left(I_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \right) \quad (391)$$

O método iterativo de Gauss resolve as n equações do formato da eq.(391) assumindo-se primeiramente valores iniciais para as n tensões nodais U_j . Para cada nó i , calcula-se então o valor de U_i e o erro entre a tensão assumida e a tensão calculada para aquele nó. Nos passos subseqüentes, as n tensões nodais U_j calculadas no passo anterior servem de valores iniciais para o cálculo das novas tensões nodais

U_i . Calculado novamente o erro, o processo iterativo pára quando este for menor que uma dada tolerância (Martins, 1986a).

Como pode-se observar na eq.(391), as novas tensões U_j só são substituídas quando as n equações forem resolvidas. Um método alternativo é fazer uma substituição imediata nas equações subseqüentes para cada novo valor de U_j obtido (Stagg; El-Abiad, 1968). Este esquema iterativo, chamado Gauss-Seidel, é dado pela seguinte expressão para o nó i durante o passo k (Stagg; El-Abiad, 1968); (Albrecht, 1973); (Humes et al, 1984); (Martins, 1986a); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003):

$$U_i^{(k+1)} = \frac{1}{G_{ii}} \left(I_i - \sum_{j=1}^{i-1} G_{ij} \cdot U_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n G_{ij} \cdot U_j^{(k)} \right) \quad (392)$$

7.3.3.3.2 ICCG

O método dos gradientes conjugados (CG) é um método iterativo eficiente para resolver sistemas lineares cujas matrizes de coeficientes são simétricas e positivo-definidas. Uma característica deste método é que a solução de um sistema linear de ordem n pode ser encontrada em até n passos.

O método dos gradientes conjugados é iniciado no passo $k = 0$ com uma estimativa arbitrária $\mathbf{U}_k$ da solução da eq.(378). É calculado então o vetor residual $\mathbf{r}_k$ para esta estimativa do seguinte modo (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003):

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{I} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}_{k+1} \quad (393)$$

A nova aproximação, em $k+1$, é então calculada fazendo-se uma atualização do vetor $\mathbf{U}_k$ através de um múltiplo α do vetor residual $\mathbf{r}_k$ (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003):

$$\mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{U}_k + \alpha \cdot \mathbf{r}_k \quad (394)$$

Considerando-se $\mathbf{U}$ como a solução exata do sistema linear, pode-se definir o vetor erro como sendo $(\mathbf{U}_k - \mathbf{U})$ e cujo comprimento é diminuído a cada passo. Pode-se também definir uma função erro, que também é diminuída a cada passo, como (Hestenes; Stiefel, 1952) e (Ueberhuber, 1997):

$$f(\mathbf{U}_k) = (\mathbf{U}_k - \mathbf{U})^T \cdot \mathbf{G} \cdot (\mathbf{U}_k - \mathbf{U}) \quad (395)$$

Então, o escalar α da eq.(394) é calculado de forma que $f(\mathbf{U}_k + \alpha \cdot \mathbf{r}_k)$ seja minimizado em relação a ele. Deste modo, o escalar α é dado por (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003):

$$\alpha = \frac{\mathbf{r}_k^T \cdot \mathbf{r}_k}{\mathbf{r}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{r}_k} \quad (396)$$

Calculado $\mathbf{U}_{k+1}$ através da eq.(394), pode-se calcular novamente o vetor residual através da eq.(393). Um novo passo é então iniciado. No entanto, a nova aproximação da solução $\mathbf{U}_{k+1}$ não é mais calculada a partir do resíduo $\mathbf{r}_k$.

Um novo vetor direcional $\mathbf{p}_{k+1}$ é utilizado de forma que o vetor residual $\mathbf{r}_{k+1}$ seja ortogonal a $\mathbf{p}_{k+1}$ e que $\mathbf{p}_k$ e $\mathbf{p}_{k+1}$ sejam mutuamente conjugados em relação à matriz $\mathbf{G}$, ou seja (Ueberhuber, 1997):

$$\mathbf{p}_{k+1}^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k = \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k \cdot \mathbf{p}_{k+1}^T = 0 \quad (397)$$

A introdução deste novo vetor direcional, segundo M. R. Hestenes e E. Stiefel (1952), trouxe melhores resultados que a utilização apenas do vetor residual. Seu cálculo é feito através da combinação linear entre $\mathbf{r}_{k+1}$ e $\mathbf{p}_k$:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{r}_{k+1} + \beta \cdot \mathbf{p}_k \quad (398)$$

O escalar β é dado através da ortogonalidade entre $\mathbf{r}_{k+1}$ e $\mathbf{p}_k$ (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003):

$$\beta = \frac{-\mathbf{r}_{k+1}^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k}{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k} = \frac{-\mathbf{r}_{k+1}^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k} = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^T \cdot \mathbf{r}_{k+1}}{\mathbf{r}_k^T \cdot \mathbf{r}_k} \quad (399)$$

E a eq.(394) é modificada para (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003):

$$\mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{U}_k + \alpha \cdot \mathbf{p}_k \quad (400)$$

A eq.(396), que dá o valor do escalar α , também deve ser modificada de forma que $f(\mathbf{U}_k + \alpha \cdot \mathbf{r}_k)$ seja minimizado em relação a α . Deste modo, tem-se (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003):

$$\alpha = \frac{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k} \quad (401)$$

De acordo com (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996) e (Ueberhuber, 1997) é válida a seguinte relação:

$$\alpha = \frac{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k} = \frac{\mathbf{r}_k^T \cdot \mathbf{r}_0}{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k} = \frac{\mathbf{r}_k^T \cdot \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k} \quad (402)$$

O cálculo do vetor $\mathbf{r}_{k+1}$ também pode ser feito modificando-se a eq.(393) com o auxílio da eq.(400) (Ueberhuber, 1997):

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{I} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{I} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}_k - \alpha \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k = \mathbf{r}_k - \alpha \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k \quad (403)$$

Foi comentado que o método dos gradientes conjugados resolve um sistema linear de ordem n em até n passos. No entanto, esta convergência depende do condicionamento do sistema linear.

Um sistema linear é dito mal-condicionado quando pequenas variações na matriz $\mathbf{G}$ ou no vetor $\mathbf{I}$ causam erros maiores no vetor de incógnitas (Albrecht, 1973) e (Humes et al, 1984). Quanto mais mal-condicionado for o sistema linear, mais lenta é a convergência do método dos gradientes conjugados (Ueberhuber, 1997). Para que isto não ocorra, faz-se então um pré-condicionamento do sistema linear.

A idéia do pré-condicionamento é transformar o sistema linear original, com a ajuda de uma matriz $\mathbf{M}$, em um sistema linear equivalente, que tenha a mesma solução,

porém melhor condicionado (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003). Deste modo, a eq.(378) é modificada para:

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{I} \Leftrightarrow \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{I} \quad (404)$$

Uma das estratégias de preconditionamento mais importante envolve calcular uma decomposição incompleta de Cholesky de $\mathbf{G}$. A idéia por trás desta aproximação é calcular a matriz triangular inferior $\mathbf{L}$ de forma que ela tenha uma estrutura esparsa e que, de alguma forma, seja próxima à decomposição exata de Cholesky de $\mathbf{G}$, descrito no item 7.3.3.3.1.3. Entretanto, cada operação da eq.(389) só ocorre para $L_{ij} \neq 0$ (Golub; van Loan, 1996) e (Saad, 2003).

A matriz pré-condicionadora $\mathbf{M}$ é calculada de modo que (Golub; van Loan, 1996) e (Saad, 2003):

$$\mathbf{M} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \quad (405)$$

E o sistema linear da eq.(404) pode ser dividido e transformado em (Saad, 2003):

$$\begin{cases} \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{L}^T \cdot \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{I} \\ \mathbf{U} = \mathbf{L}^{-T} \cdot \hat{\mathbf{U}} \end{cases} \quad (406)$$

Nota-se agora que o sistema linear é resolvido primeiro para $\hat{\mathbf{U}}$ e depois para $\mathbf{U}$.

O método dos gradientes conjugados aplicado ao sistema da eq.(406) para encontrar a solução de $\hat{\mathbf{U}}$ é dada por (Saad, 2003):

$$\alpha = \frac{\hat{\mathbf{r}}_k^T \cdot \hat{\mathbf{r}}_k}{\hat{\mathbf{p}}_k^T \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{L}^T \cdot \hat{\mathbf{p}}_k}$$

$$\hat{\mathbf{U}}_{k+1} = \hat{\mathbf{U}}_k + \alpha \cdot \hat{\mathbf{p}}_k$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{k+1} = \hat{\mathbf{r}}_k - \alpha \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{L}^T \cdot \hat{\mathbf{p}}_k$$

$$\beta = \frac{\hat{\mathbf{r}}_{k+1}^T \cdot \hat{\mathbf{r}}_{k+1}}{\hat{\mathbf{r}}_k^T \cdot \hat{\mathbf{r}}_k}$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{k+1} = \hat{\mathbf{r}}_{k+1} + \beta \cdot \hat{\mathbf{p}}_k$$

Este método possui a característica indesejável que a matriz $\mathbf{L}$ deve ser computada. Entretanto, com algumas substituições cuidadosas, $\mathbf{L}$ pode ser eliminada. Fazendo-se $\hat{\mathbf{r}}_k = \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{r}_k$, $\hat{\mathbf{p}}_k = \mathbf{L}^T$ e utilizando-se as relações da eq.(405) e da eq.(406), chega-se à versão final do método dos gradientes conjugados utilizando a composição incompleta de Cholesky como preconditionador (ICCG). Deste modo, tem-se (Saad, 2003):

$$\alpha = \frac{\mathbf{r}_k^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k}$$

$$\mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{U}_k + \alpha \cdot \mathbf{p}_k$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k - \alpha \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{p}_k$$

$$\beta = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{k+1}}{\mathbf{r}_k^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{r}_k}$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{k+1} + \beta \cdot \mathbf{p}_k$$

Os autores de ; e sugerem ainda, com o propósito de eliminar cálculos repetitivos, a adoção de um vetor $\mathbf{z}_{k+1}$, calculado após $\mathbf{r}_{k+1}$, cujo valor é dado por $\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{k+1}$.

Deve-se lembrar ainda que para $k=0$, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{I} - \mathbf{G} \cdot \mathbf{U}_0$ e $\mathbf{z}_0 = \mathbf{p}_0 = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{r}_0$ (Hestenes; Stiefel, 1952); (Golub; van Loan, 1996); (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003).

Um critério de parada do processo iterativo pode ser que a norma do vetor $\mathbf{r}_k$ deve ser menor que 10^{-7} vezes a norma do vetor $\mathbf{I}$ ($\|\mathbf{r}_k\| \leq 10^{-7} \|\mathbf{I}\|$) (Ueberhuber, 1997).

7.3.3.3.2.3 Esquemas de armazenamento

Com o propósito de tornar o grande número de elementos nulos uma vantagem, esquemas especiais de armazenamento de matrizes esparsas são necessários. O objetivo principal de tais esquemas é representar somente os elementos não nulos da matriz de coeficientes e ser capaz de efetuar operações comuns (Saad, 2003).

Também, a eficiência de cada método iterativo depende indiretamente do método escolhido para o armazenamento da matriz de coeficientes pois este afeta as operações entre vetores e matrizes (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003).

Existem vários esquemas de armazenamento apresentados em (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003). Este trabalho irá abordar apenas três esquemas principais.

O esquema mais simples de armazenamento é o chamado formato de coordenadas (coordinate format, COO). A estrutura de dados consiste de três vetores: um vetor para armazenar os valores não nulos da matriz $\mathbf{G}$; um vetor contendo seus índices de coluna e um outro contendo seus índices de linha (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003).

Os elementos no formato COO podem ser armazenados em qualquer ordem. Entretanto, será considerado um armazenamento ordenado por linha. É importante observar também que se a matriz de coeficientes for simétrica, apenas a parte triangular inferior (ou superior) incluindo a diagonal é suficiente para um armazenamento não redundante (Ueberhuber, 1997).

Como exemplo, a Tabela 37 traz o armazenamento de uma matriz simétrica genérica $\mathbf{G}$ utilizada na eq.(377) no formato COO ordenado por linha.

Linha	Coluna	Elemento
1	1	G_{11}
2	1	G_{21}
2	2	G_{22}
3	1	G_{31}
3	2	G_{32}
3	3	G_{33}

Tabela 37 – Armazenamento no formato COO

Através da Tabela 37 pode-se notar que o vetor "Linha" contém informação redundante. Se este vetor for substituído por um outro que aponta para o início de cada linha nos vetores "Coluna" e "Elemento" tem-se então um outro formato de

armazenamento. Este formato, conhecido como armazenamento de linha comprimida (compressed sparse row, CSR ou compressed row storage, CRS) é mostrado na Tabela 38 (Ueberhuber, 1997) e (Saad, 2003).

Ponteiro	Coluna	Elemento
1	1	G_{11}
2	1	G_{21}
4	2	G_{22}
7	1	G_{31}
	2	G_{32}
	3	G_{33}

Tabela 38 – Armazenamento no formato CSR

Nota-se na Tabela 38 que o último valor do vetor "Ponteiro" corresponde a um valor fictício apontando para uma linha posterior ao final dos vetores "Coluna" e "Elemento".

Comparando-se os dois esquemas apresentados, o esquema CSR é preferido pois simplifica as operações entre matrizes e vetores. Sabe-se exatamente quando é iniciada uma linha na matriz $\mathbf{G}$ e quando esta linha termina. Por outro lado, o esquema COO é mais vantajoso por sua simplicidade e flexibilidade. A exclusão ou inserção de novos elementos na matriz $\mathbf{G}$ que, como visto, são comuns na simulação elétrica, é simples e não requer uma nova construção do vetor "Ponteiro".

Um terceiro esquema foi elaborado por F. H. Pereira, M. F. Palin e M. C. Costa (2004) e combina a facilidade do COO com a simplicidade nas operações entre matrizes e vetores do CSR.

Supondo-se um sistema linear de ordem n , este esquema é formado por dois vetores que contém n vetores: cada vetor do primeiro vetor armazena os índices da linha correspondente e cada vetor do segundo vetor armazena os valores relativos aos índices da coluna de cada elemento armazenado (Pereira; Palin; Costa, 2004). A Tabela 39 mostra este armazenamento aplicado ao exemplo utilizado.

Vetor 1				Vetor 2			
1	1			1	G_{11}		
2	1	2		2	G_{21}	G_{22}	
3	1	2	3	3	G_{31}	G_{32}	G_{33}

Tabela 39 – Armazenamento no formato vetores de vetores

Através da Tabela 39 pode-se notar que um armazenamento ordenado permite a facilidade de inserção ou exclusão de elementos, como no COO, além das operações entre vetores e matrizes, como no CSR.

7.3.3.4 Restrições de potência e tensão

O movimento de todos os trens na linha influencia a distribuição de potência na rede de alimentação como pôde-se observar na eq.(29). Um trem pode impor uma demanda de potência positiva ou negativa dependendo do seu modo de operação no instante de tempo considerado. Na solução do circuito equivalente cada trem, como foi visto, pode ser reapresentado por uma fonte ideal de corrente, uma condutância ou uma fonte ideal de corrente e uma condutância. Apesar deste conceito ser óbvio, há algumas dificuldades associadas à não linearidade no equipamento de tração e na rede de alimentação (Mellitt; Goodman; Arthurton, 1978).

Tanto durante o regime de tração quanto durante o regime de freagem, as relações entre corrente e tensão na rede de alimentação não são lineares. Esta dificuldade foi resolvida nos itens anteriores através da utilização de modelos lineares para os trens baseados em uma tensão constante na rede elétrica equivalente e a solução da mesma utilizando a teoria dos circuitos lineares (Mellitt; Goodman; Arthurton, 1978). No entanto, a não linearidade do problema requer técnicas de natureza iterativa.

Para cada modelo de trem apresentado há uma técnica iterativa associada. Estas técnicas iterativas são baseadas na solução do circuito equivalente e atualizações do modelo dos trens de acordo com as tensões calculadas, considerando-se constante a potência elétrica desenvolvida pelo trem (P_{el}) no instante de tempo estudado. O processo de solução do circuito equivalente e atualizações do modelo dos trens são

feitas até que uma tolerância desejada de tensão sobre o trem seja atingida (Cai; Irving; Case, 1995b).

Para o caso do trem ser modelado como uma condutância de valor (P_{el} / U_d^2) , a aplicação do processo iterativo acima descrito possui uma convergência mais lenta pois a relação entre a condutância e a tensão é quadrática para uma potência elétrica constante. Além disto, há uma desvantagem da matriz de coeficientes ser alterada a cada passo do processo iterativo acima descrito (Cai; Irving; Case, 1995b).

Esta última desvantagem também é encontrada no modelo do trem através de uma condutância (P_{el} / U_d^2) e uma fonte ideal de corrente $(2.P_{el} / U_d)$ apresentado por (Tse et al., 1998). Como vantagem, os autores mostram que a convergência do processo iterativo acima descrito é mais rápida entre os três modelos apresentados.

Por sua vez, o modelo do trem através de uma fonte ideal de corrente possui a vantagem de não ser necessário modificar a matriz **G** além de ter uma convergência rápida do processo iterativo acima descrito pois, a corrente e a tensão possuem uma relação linear para um valor de potência elétrica desenvolvida pelo trem constante (P_{el} / U_d) (Cai; Irving; Case, 1995b).

C. P. Parsch e W. Becker (1989) vão um pouco além do exposto. Além do modelo independente da tensão e das técnicas iterativas descritas, os autores propõem ainda uma integração maior entre a simulação de marcha e a simulação elétrica. Considerando-se que a tensão de alimentação dos trens influencia também o esforço motor, como mostrado em (Ciebow; Hofmann, 1994), o movimento dos trens será alterado de forma que a potência elétrica desenvolvida por cada um deles será variável até que, através de um processo iterativo, esta se torne constante assim como as tensões nos trens.

As restrições de tensão e potência podem, obviamente, ser atendidas com a utilização de modelos não lineares através da adaptação dos modelos de fluxo de potência em corrente alternada, tratados no próximo tópico.

7.3.3.5 Fluxo de potência modificado

As aplicações das técnicas de fluxo de potência em corrente alternada não são muito comuns na simulação elétrica. A grande motivação desta aplicação é a unificação dos fluxos de potência em corrente contínua e corrente alternada, como feito em (Talukdar; Koo, 1977) e (Tzeng; Wu; Chen, 1995). Apenas em (Urbano, 1977) e (Ku; Liu, 2002) é que foram encontrados a aplicação de uma técnica de fluxo de potência em corrente alternada na simulação elétrica em corrente contínua.

Matematicamente falando, a diferença entre as técnicas de análise nodal apresentadas nos itens anteriores e as técnicas aqui apresentadas é que as primeiras tratam da solução de sistemas lineares e as últimas tratam da solução de sistemas não lineares. A utilização de uma ou de outra depende do modelo utilizado.

Os sistemas não lineares podem ser resolvidos apenas através de métodos iterativos como os métodos de Gauss, Gauss-Seidel, Jacobi e Newton-Raphson, descritos a seguir.

Retornando-se ao problema, seja considerado um nó i qualquer em um circuito de n nós. A potência neste nó é dada pela equação $P_i = U_i \cdot I_i$. Retomando-se a eq.(376), a mesma potência pode ser dada da seguinte forma:

$$P_i = U_i \cdot \sum_{j=1}^n G_{ij} \cdot U_j \quad (407)$$

$$P_i = U_i^2 \cdot G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \cdot U_i \quad (408)$$

Estendendo-se o mesmo raciocínio para a eq.(391), que apresenta o método iterativo de Gauss e para a eq.(392), que apresenta o método iterativo de Gauss-Seidel utilizado por (Tzeng; Wu; Chen, 1995), tem-se (Stagg; El-Abiad, 1968):

$$U_i^{(k+1)} = \frac{1}{G_{ii}} \left(\frac{P_i}{U_i^{(k)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \right) \quad (409)$$

$$U_i^{(k+1)} = \frac{1}{G_{ii}} \left(\frac{P_i}{U_i^{(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} G_{ij} \cdot U_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n G_{ij} \cdot U_j^{(k)} \right) \quad (410)$$

Pode-se ainda aplicar o método de Jacobi, como feito em (Talukdar; Koo, 1977), que possui a seguinte equação (Golub; van Loan, 1996):

$$U_i^{(k+1)} = \frac{1}{G_{ii}} \left(\frac{P_i}{U_i^{(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} G_{ij} \cdot U_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n G_{ij} \cdot U_j^{(k)} \right) \quad (411)$$

Nota-se que não há diferença entre a eq.(409) e a eq.(411). Como pode-se notar da eq.(407) à eq.(411), a potência P_i no nó i não levou em conta o tipo de nó. Tomando-se como base os três tipos de nós apresentados em (van Ness; Griffin, 1961) e (Ramos; Dias, 1983) pode-se facilmente identificar os trens como nós de carga no qual a potência P_i é especificada, por exemplo, através da eq.(29).

Entretanto, as subestações retificadoras (ou inversoras) não podem ser identificadas como nós de geração ou oscilante (swing) pois a potência e a tensão não são conhecidas. Pelo contrário, estas grandezas são incógnitas que devem ser encontradas durante o fluxo de potência.

Apesar disto, em (Urbano, 1977) as subestações são modeladas como barras do tipo oscilante. Já a solução empregada em (Talukdar; Koo, 1977) foi a separação das equações dos nós das subestações retificadoras e dos nós de carga. Para os primeiros, há uma corrente constante e, tal qual nos métodos lineares anteriormente apresentados, a incógnita é a tensão. Resolvida esta primeira etapa, aplica-se então o valor destas tensões encontradas nas equações dos nós de carga.

Em (Ku; Liu, 2002), a solução encontrada foi também a separação entre os nós de carga e os nós das subestações. No entanto, ao invés de uma corrente constante, as subestações são representadas através da eq.(215), havendo uma iteração maior entre os dois grupos de equações.

A complexidade do fluxo de potência torna-se maior ainda se for considerado apenas subestações retificadoras (e não inversoras). Tem-se então as seguintes condições aplicadas aos nós do tipo subestação (Ku; Liu, 2002):

$$\begin{cases} P_i = \frac{U_i(U_{d0} - U_i)}{R_{SE}} & U_i \leq U_{d0} \\ P_i = 0 & U_i > U_{d0} \end{cases} \quad (412)$$

A não receptividade da linha também deve ser levada em conta no caso de freagem regenerativa. Uma solução que pode ser adotada é, como mostrado anteriormente, fixar o valor da tensão no nó de carga e este ser resolvido como um nó oscilante (swing) no qual a potência P_i é uma incógnita. Vale observar que em (Urbano, 1977), as barras de carga são equacionadas não em termos da potência elétrica mas em termos da corrente absorvida (ou fornecida) pelo trem. A não linearidade do problema é dada pelo fato que as curvas características de uma locomotiva de acionamento clássico podem ser ajustadas através de um polinômio de terceira ordem em função da tensão.

Feito estas considerações sobre os tipos de nós, pode-se abordar agora o método de Newton, também chamado de Newton-Raphson ou das tangentes.

O método de Newton para a solução de equações não lineares é um dos procedimentos mais bem conhecidos e poderosos em toda análise numérica. Ao contrário dos métodos de Gauss e Gauss-Seidel que, como relatado em (Ramos; Dias, 1983), possuem problemas de convergência, o método de Newton sempre converge se a aproximação inicial for suficientemente próxima da solução.

A idéia do método de Newton é simples. Considerando-se uma função não linear $f(U)$, pode-se aproximar localmente esta função por uma função $h(U)$, que é tangente a $f(U)$ em U_k , e encontrar a solução para $h(U)=0$. Esta solução no passo k é tomada como a aproximação seguinte $(k+1)$ da solução de $f(U)=0$. Deste modo, aplicando-se a interpretação geométrica da derivada de $f(U)$ em U_k , tem-se (Albrecht, 1973); (Humes et al, 1984); (Hultquist, 1988) e (Ueberhuber, 1997):

$$f'(U_k) = \frac{f(U_{k+1}) - f(U_k)}{U_{k+1} - U_k} \quad (413)$$

Isolando-se U_{k+1} e fazendo $f(U_{k+1})=0$, a eq.(413) é modificada para (Albrecht, 1973); (Humes et al, 1984); (Hultquist, 1988) e (Ueberhuber, 1997):

$$U_{k+1} = U_k - \frac{f(U_k)}{f'(U_k)} \quad (414)$$

A eq.(414) é aplicada repetitivamente até que o critério de convergência seja satisfeito.

Uma outra forma de se chegar no método de Newton é através da expansão linear em série de Taylor da função $f(U)$ em torno do ponto U_k :

$$f(U_{k+1}) = f(U_k) + f'(U_k) \cdot (U_{k+1} - U_k) + \dots \quad (415)$$

Este procedimento foi utilizado em (Stagg; El-Abiad, 1968) e (Ramos; Dias, 1983). Truncando-se a eq.(415) depois da primeira derivada, fazendo-se $f(U_{k+1})=0$ e isolando-se U_{k+1} , tem-se a eq.(414).

Se a eq.(414) for escrita na forma matricial para um sistema de n equações, tem-se (Stagg; El-Abiad, 1968) e (Ramos; Dias, 1983):

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} U_1^{(k+1)} - U_1^{(k)} \\ U_2^{(k+1)} - U_2^{(k)} \\ \vdots \\ U_n^{(k+1)} - U_n^{(k)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial f_1 / \partial U_1 (U^{(k)}) & \partial f_1 / \partial U_2 (U^{(k)}) & \dots & \partial f_1 / \partial U_n (U^{(k)}) \\ \partial f_2 / \partial U_1 (U^{(k)}) & \partial f_2 / \partial U_2 (U^{(k)}) & \dots & \partial f_2 / \partial U_n (U^{(k)}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \partial f_n / \partial U_1 (U^{(k)}) & \partial f_n / \partial U_2 (U^{(k)}) & \dots & \partial f_n / \partial U_n (U^{(k)}) \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} 0 - f_1(U_1^{(k)}) \\ 0 - f_2(U_2^{(k)}) \\ \vdots \\ 0 - f_n(U_n^{(k)}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (416)$$

Três observações devem ser feitas sobre a eq.(416). A primeira é que a matriz $n \times n$ é chamada de Jacobiano. A segunda é que o método de Newton utiliza um modelo linear de $f(U)$ fazendo com que um sistema não linear seja transformado em um

sistema linear. A última observação é que $f(U_{k+1})=0$ na eq.(413). Do mesmo modo, poderia se fazer $f(U_{k+1})$ igual a uma constante para cada nó e as equações do último vetor da eq.(416) seriam estas constantes menos $f(U_k)$.

Aplicando-se o método de Newton ao fluxo de potência modificado, para os nós de carga a eq.(408) é válida e P_i é um valor constante para cada nó. Os elementos do Jacobiano correspondentes aos nós de carga são dados por (Stagg; El-Abiad, 1968) e (Ramos; Dias, 1983):

$$\begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2 \cdot U_i \cdot G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \\ \frac{\partial P_i}{\partial U_j} = G_{ij} \cdot U_i \quad (j \neq i) \end{cases} \quad (417)$$

Caso o nó i seja uma subestação retificadora, a potência P_i deve ser equacionada levando-se em conta a eq.(408) e a eq.(412). Assim, tem-se:

$$\begin{cases} P_i = U_i^2 \cdot G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \cdot U_i - \left(\frac{U_i \cdot U_{d0} - U_i^2}{R_{SE}} \right) = 0 & U_i \leq U_{d0} \\ P_i = U_i^2 \cdot G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \cdot U_i & U_i > U_{d0} \end{cases} \quad (418)$$

E os elementos do Jacobiano podem ser calculados da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial U_i} = \frac{-U_{d0}}{R_{SE}} + \frac{2 \cdot U_i}{R_{SE}} + 2 \cdot U_i \cdot G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \\ \frac{\partial P_i}{\partial U_j} = G_{ij} \cdot U_i \end{cases} \quad \text{para } U_i \leq U_{d0} \quad (419)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2 \cdot U_i \cdot G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n G_{ij} \cdot U_j \\ \frac{\partial P_i}{\partial U_j} = G_{ij} \cdot U_i \end{cases} \quad \text{para } U_i > U_{d0} \quad (420)$$

Comparando-se as técnicas iterativas propostas no item 7.3.3.4 com o método de Newton, pode-se observar que o Jacobiano é modificado a cada iteração, o que pode levar a um tempo maior de cálculo (Cai; Irving; Case, 1995b).

8. APLICAÇÃO

A modelagem do sistema de tração elétrica em corrente contínua mostrada nos capítulos anteriores serviu de base para a elaboração de uma ferramenta computacional que realiza a simulação de marcha, a simulação de tráfego e a simulação elétrica. O próximo item vai abordar alguns aspectos desta ferramenta e, em seguida, será mostrado um exemplo de aplicação.

8.1 Aspectos computacionais

A ferramenta computacional desenvolvida, que recebeu o nome de EBahn, foi escrita na linguagem C++ sendo que a parte de interface gráfica foi feita utilizando-se o MFC (Microsoft Foundation Class Library). Além da biblioteca MFC, a ferramenta também utiliza bibliotecas fornecidas pelo programa MATLAB que permitem uma comunicação entre o EBahn e o MATLAB.

Esta comunicação entre os dois programas é feita através dos arquivos de resultados do EBahn que são gerados já no formato dos arquivos do MATLAB. No entanto, a ferramenta desenvolvida não precisa do MATLAB para fazer as simulações. Esta comunicação pode ser vista como uma extensão da ferramenta desenvolvida para análises mais avançadas dos resultados e também cálculos adicionais que utilizam os resultados fornecidos pelo EBahn.

Como foi comentado, a ferramenta desenvolvida faz as simulações de marcha, tráfego e elétrica. Contudo, esta sequência não precisa ser rigorosamente obedecida. Pode-se, por exemplo, fazer apenas a simulação de marcha e tráfego ou deixar para entrar os dados da rede de alimentação e realizar a simulação elétrica posteriormente. Pode-se também fazer apenas a simulação elétrica a partir de uma configuração fixa da rede de alimentação e trens.

8.1.1 Simulação de marcha

A partir da geometria da via de ida ou da geometria das vias de ida e volta (rampas e curvas), dos diagramas de esforço motor e freante (modelo de diagramas) em função

da velocidade e de alguns dados de operação como o tempo de parada nas estações e o tempo de reversão nas pontas da linha, é feita simulação de marcha. Como resultados da simulação de marcha, vistos no item 7.1, tem-se a velocidade, aceleração, potência mecânica, espaço percorrido e tempo de percurso da composição durante o seu trajeto.

A simulação de marcha utilizada pela ferramenta é também chamada de marcha padrão pois leva em consideração o máximo desempenho da composição, sendo este determinado ou pela velocidade máxima da composição, pela restrição civil de velocidade ou pelo envelope de ATC, vistos no item 7.1.3.

A composição é tratada como um ponto material localizado no centro de gravidade da mesma. Entretanto, este modelo não é o único tratado pela ferramenta. Há também a opção do modelo de massa uniformemente distribuída ao longo do trem sendo a referência a frente do mesmo.

Juntamente com a dinâmica do movimento, é calculada a corrente captada pela composição durante o percurso. Este cálculo pode ser feito através da interpolação de diagramas fornecidos da corrente em função da velocidade, como é o caso de composições equipadas com recortadores (choppers), ou através de funções de transferência a partir da potência mecânica desenvolvida, como é o caso das composições equipadas com motores de indução e inversores.

Dentre os métodos apresentados no item 7.1.4.3, foi escolhido o Método de Heun (item 7.1.4.3.3) por se tratar de um método que combina a precisão dos Métodos de Runge-Kutta (item 7.1.4.3.2) com a simplicidade de aplicação do Método de Euler (item 7.1.4.3.1) pois cada passo realiza apenas dois cálculos para a velocidade V_{j+1} .

Vale notar também que o passo de tempo Δt utilizado foi de 0,0625 s. Este valor foi adotado por trazer uma maior precisão durante os cálculos do ponto entre duas estações onde o trem deve iniciar a freagem.

A validação da simulação de marcha realizada pela ferramenta pode ser encontrada em (Pires; Nabeta; Cardoso, 2005). Abaixo estão as comparações dos dados medidos e simulados da velocidade e da potência desenvolvida pelo trem em função do espaço percorrido.

Fig. 111 – Comparação entre dados medidos e simulados da velocidade do trem

Fig. 112 – Comparação entre dados medidos e simulados da potência desenvolvida pelo trem

8.1.2 Simulação de tráfego

Para a simulação de tráfego e a montagem do diagrama horário tem-se como dado de entrada ou um headway uniforme (número de trens desconhecido) ou o número de

trens na linha (headway desconhecido). O cálculo da variável desconhecida é feito de acordo com o item 7.2.1. É necessário também a curva do espaço percorrido em função do tempo de percurso (trajetória) proveniente da simulação de marcha.

Com estes dados, a ferramenta irá deslocar as trajetórias dos n_t (fornecido ou calculado) trens no tempo de acordo com um headway uniforme (fornecido ou calculado) compondo o diagrama horário (ou grade horária).

8.1.3 Simulação elétrica

O circuito equivalente montado pela ferramenta faz a separação entre as duas vias que compõem uma linha e entre a linha de contato (catenária ou terceiro trilho) e os dois trilhos em paralelo. Além dos terminais positivo e negativo do sistema de alimentação, o circuito equivalente contempla também o sistema de aterramento, seja ele do tipo dois terras ou do tipo três terras. Trechos de diferentes resistividades da linha de contato, trilhos e aterramento ao longo da linha também são contemplados pela ferramenta.

Além das subestações retificadoras, a ferramenta leva em conta também outros elementos de instalações fixas como cabines de paralelismo e track bonds que põem os circuitos das duas vias em paralelo.

Como os trens estão constantemente variando de posição e carga, a simulação elétrica monta e resolve várias vezes o circuito equivalente para as diferentes condições de carga lembrando que as mesmas se repetem para cada headway. A ferramenta contempla esta situação simulando 25 configurações diferentes sendo que, necessariamente, uma configuração é o instante inicial e outra é aquela na qual o módulo da soma das correntes de todos os trens no sistema é o maior encontrado. É importante observar que esta simulação elétrica com 25 configurações é feita somente quando foram realizadas anteriormente as simulações de marcha e tráfego.

Estas simulações no tempo irão compor, para cada subestação, as curvas de corrente e potência no lado CC. Além destas curvas, para cada tipo de montagem de

retificadora, a ferramenta calcula a partir da potência CC as potências ativa, reativa e aparente no lado CA da retificadora, conforme mostrado no Anexo A.

Em relação à freagem regenerativa dos trens, há na ferramenta a opção desta ser considerada ou não. Caso esta seja considerada, a ferramenta monitora para cada simulação a tensão sobre as composições que estão regenerando e altera o seu modelo no circuito caso esta seja maior que os limites estabelecidos por norma fixando este valor, tal qual comentado no item 7.3.3.2. Esta alteração no modelo significa fisicamente que parte da energia é regenerada e parte é dissipada nos resistores de freagem sob a forma de calor.

Nas subestações, a freagem regenerativa não é contemplada pela ferramenta, de forma que as mesmas são desligadas do sistema de alimentação no caso de potência negativa. Novamente, este desligamento é feito através da mudança no modelo da subestação utilizando-se a análise nodal modificada, como comentado no item 7.3.3.2. Entretanto, o valor adotado da resistência em série com a fonte ideal é de $1\ \Omega$ para garantir uma tensão igual a U_{d0} nos terminais da subestação.

Pode-se notar então, que a solução de uma dada configuração não é fornecida através da primeira resolução. A ferramenta deve fazer, a cada passo, a verificação das tensões nos trens em freagem regenerativa e da corrente em cada subestação para substituir ou não o modelo adotado. Além destas verificações, a ferramenta deve fazer também algumas iterações para cumprir as restrições de potência, como visto no item 7.3.3.4. Só então é que a solução do circuito equivalente para o passo é dada.

O método de resolução do sistema linear adotado, dentre aqueles apresentados no item 7.3.3.3, é o ICCG, apresentado no item 7.3.3.3.2.2. A razão disto é que um estudo preliminar envolvendo os métodos apresentados indicaram a superioridade do ICCG tanto em termos de tempo de resolução quanto em termos de erro relativo. Este estudo foi feito para dois circuitos de tração. O primeiro tem de 9815 m de duas vias, aterramento do tipo dois terras, e contendo 8 trens, 4 subestações, 217 nós e 652 elementos não nulos (1,45%). O segundo é um sistema composto de 4 linhas, 14 subestações, 8 cabines de paralelismo, 92 trens, 1357 nós e 4203 elementos não

nulos (0,23%). A resolução do sistema linear utilizando os métodos descritos no item 7.3.3.3 foi feita no MATLAB e depois comparados com o resultado fornecido por um método bastante conhecido, a Eliminação de Gauss (item 7.3.3.3.1.1), produzindo então o erro relativo. A Tabela 40 e a Tabela 41 mostram estes resultados.

É importante observar que, para facilitar a comparação, a esparsidade da matriz de condutâncias não foi explorada e todos os tempos de simulação foram divididos pelo tempo de resolução do ICCG em cada caso.

	passos / operações	tempo	erro relativo [%]
Eliminação de Gauss	217	3,546	0%
Bi-fatorização de Zollenkopf	217	6,275	0%
Método de Cholesky	217	1,920	0%
Método de Gauss	217	7,239	0,872%
Método de Gauss-Seidel	217	7,243	0,690%
ICCG	82	1,000	0%

Tabela 40 – Comparação entre os métodos de resolução do sistema linear para o primeiro caso

	passos / operações	tempo	erro relativo [%]
Eliminação de Gauss	1357	0,895	0%
Bi-fatorização de Zollenkopf	1357	1,562	0%
Método de Cholesky	1357	0,384	0%
Método de Gauss	1357	2,343	0%
Método de Gauss-Seidel	1073	1,850	0%
ICCG	52	1,000	0%

Tabela 41 – Comparação entre os métodos de resolução do sistema linear para o segundo caso

Em relação à Tabela 40 e à Tabela 41 vale notar que a mesma estimativa inicial foi adotada para os três métodos iterativos. Esta estimativa inicial é feita de forma que os nós relativos à linha de contato possuem o valor da tensão nominal do sistema de alimentação e os outros nós são considerados como 0 V.

Deve-se observar também na Tabela 40 que um número máximo de iterações foi estabelecido (217) sendo que o Método de Gauss e o Método de Gauss-Seidel atingiram este limite e não apresentaram uma solução exata. Já para um número maior de nós, como é o caso da Tabela 41, o Método de Gauss-Seidel obteve uma solução exata em um número de iterações menor que o máximo estabelecido.

Vale lembrar também que o esquema de armazenamento de matriz esparsa adotado na ferramenta é o formato vetores de vetores, apresentado no item 7.3.3.3.2.3.

8.2 Exemplo de aplicação

O exemplo de aplicação aqui mostrado é a simulação da Linha C da CPTM entre as estações de Osasco e Jurubatuba.

8.2.1 Dados do trem

Os trens utilizados na simulação foram os trens da Série 3000, cujas características são mostradas na Tabela 42.

grandeza	valor
m	241 [t]
$\ddot{a}$ (máximo)	1 [m/s ³]
P_t (em tração, até 75 km/h)	2900 [kW]
P_t (em freagem)	2737,472 [kW]
F_m (contínuo, em tração)	250 [kN]
F_m (contínuo, em freagem até 52,7 km/h)	187 [kN]
F_f (contínuo)	265,2 [kN]
velocidade máxima	90 [km/h]
desligamento do freio elétrico	10 [km/h]
η_m (em tração)	0,91778
η_m (em freagem)	0,86157
η_t	0,96925
μ_0	0,16

Tabela 42 – Dados do trem da Série 3000

As resistências globais ao movimento em nível e tangente do trem da Série 3000 podem ser dadas através das fórmulas de Davis, das fórmulas de Strahl ou através da fórmula fornecida pelo próprio fabricante. Esta última foi a fórmula adotada durante as simulações. Escrevendo-se as fórmulas para a resistência em nível e tangente tem-se:

$$\begin{cases} R_{MPT} = 3,59979 + 0,03321 \cdot V + 7,70270 \cdot 10^{-4} \cdot V^2 & \text{fórmula de Davis} \\ R_{MPT} = 5,90851 + 7,79922 \cdot 10^{-4} \cdot (V + V_v)^2 & \text{fórmula de Strahl} \\ R_{MPT} = 3,44771 + 0,02352 \cdot V + 6,93504 \cdot 10^{-4} \cdot V^2 & \text{fórmula do fabricante} \end{cases}$$

A Fig. 113 mostra uma comparação entre estas fórmulas de resistência.

Fig. 113 – Comparação entre as fórmulas de resistência normal para o trem da Série 3000

8.2.2 Dados operacionais

A Linha C funciona entre as 04:00 e 24:00 hs. Durante os dias úteis, apresenta dois tipos de operação: horário de vale e horário de pico. Atualmente, o horário de pico ocorre durante a manhã entre 06:10 e 09:10 hs e o pico da tarde ocorre entre as 17:00 e as 20:00 hs. Durante os horários de pico, o headway é de 7,5 minutos. Já nos horários de vale, o headway é de 15 minutos.

Nota-se, portanto, que há duas simulações completas (simulações de marcha, de tráfego e elétrica) que devem ser feitas: a simulação no horário de pico e a simulação no horário de vale.

Outros dados operacionais importantes, encontrados em (Sanuki; Yano, 2004), são o tempo médio de parada nas estações (20 s) e o tempo de reversão nas estações de Osasco e Jurubatuba (90 s).

8.2.3 Dados da linha

A Tabela 43 mostra as posições das estações da Linha C. É importante observar que a posição quilométrica das estações da Linha C possui uma lógica diferente das

posições quilométricas das estações compartilhadas com a Linha B (Osasco e Presidente Altino). Por isto a posição de todas as estações e subestações foi considerada a partir de marco zero adotado. Este marco zero escolhido foi a subestação de Osasco.

estação	posição absoluta [m]
Osasco	1279
Presidente Altino	2978
Ceasa	4792
Villa Lobos – Jaguaré	6115
Cidade Universitária	8634
Pinheiros	10047
Hebraica-Rebouças	10973
Cidade Jardim	12527
Vila Olímpia	13535
Berrini	14831
Morumbi	16722
Granja Julieta	18013
Santo Amaro	21895
Socorro	23025
Jurubatuba	24838

Tabela 43 – Posição das estações da Linha C

A Tabela 44 mostra a posição e a potência de cada subestação. Vale observar que a tensão em vazio de todas elas é 3300 V e a configuração de todos os retificadores é dodecafásico ligado em série. É muito importante observar que foi considerada neste estudo a presença da subestação de Imperatriz Leopoldina que faz parte da Linha B e foi refletida para a Linha C por sua proximidade com a ligação entre a Linha B e C e também a subestação Jaguaré, em construção.

No caso da subestação Imperatriz Leopoldina, foi somada à sua resistência R_{SE} o valor de 0,232582 Ω que leva em conta a resistência da linha de contato em série

com os trilhos para uma distância de 4065 m entre esta subestação e a ligação elétrica entre a Linha C e a Linha B.

subestação	potência [kW]	posição absoluta [m]
Osasco	8000	0
Imperatriz Leopoldina	4000	6235
Jaguapé	8000	6252
Morumbi	8000	16505
Cidade Dutra	4000	28350

Tabela 44 – Posição e potência das subestações da Linha C

A linha de contato considerada é uma linha de contato à suspensão catenária (item 5.6.1.2.2) composta de um cabo mensageiro de 253 mm^2 (500 MCM) e dois fios de contato de 107 mm^2 , totalizando uma seção equivalente de cobre de 467 mm^2 . Pela eq.(219), a resistência da catenária por quilômetro a 20° C R_{cat} é igual a $38,115 \text{ m}\Omega/\text{km}$. A resistência de cada trilho considerando-se as conexões e bondes de impedância, como utilizada em (De Filippi, 2004), é igual a $19,1 \text{ m}\Omega/\text{km}$.

O aterramento da Linha C é do tipo dois terras (item 6.4.1). O valor adotado da condutância entre o terra do sistema de tração e o terra propriamente dito, é igual a $0,629 \text{ S/km}$, como adotado em (De Filippi, 2004) e calculado em (Cardoso, 2002).

8.2.4 Resultados obtidos

8.2.4.1 Simulação de marcha

A Fig. 114 mostra o gráfico da velocidade do trem em função do espaço percorrido no sentido de Osasco a Jurubatuba. Vale observar que a velocidade máxima permitida é dada pela restrição civil entre as estações de Osasco e Ceasa e pela envoltória de ATC entre as estações de Villa Lobos – Jaguapé e Jurubatuba. Para o mesmo percurso, a Fig. 115 mostra o esforço motor e a força de aderência e a Fig. 116 mostra a corrente captada pelo trem.

Fig. 114 – Velocidade do trem em função do espaço percorrido

Fig. 115 – Esforço motor em função do espaço percorrido

Fig. 116 – Corrente captada pelo trem em função do espaço percorrido

8.2.4.2 Simulação de tráfego

A Fig. 117 mostra o diagrama horário para um headway de 7,5 minutos. Recalculado-se este valor para um número inteiro de trens, obteve-se 7,15 minutos e 10 composições. O mesmo ocorre para o diagrama horário de um headway de 15 minutos, mostrado na Fig. 118. O valor recalculado do headway é de 14,30 minutos para 5 composições.

Fig. 117 – Diagrama horário para um headway de 7,5 minutos

Fig. 118 – Diagrama horário para um headway de 15 minutos

8.2.4.3 Simulação elétrica

A Fig. 119 mostra para, um headway de 7,5 minutos, o valor da tensão entre a linha de contato e o terra ao longo do comprimento da Linha C. A Fig. 120 mostra o comportamento da tensão entre o terra da via e o terra. Vale observar que o instante

de tempo escolhido (60,0625 s) é o instante de maior carregamento para este headway. Vale notar que nos gráficos, Via 1 refere-se ao sentido Osasco-Jurubatuba e Via 2 refere-se ao sentido Jurubatuba-Osasco.

Fig. 119 – Tensão entre a linha de contato e o terra para $t=60,0625$ s

Fig. 120 – Tensão entre o terra da via e o terra $t=60,0625$ s

A Fig. 121 mostra a evolução da tensão acessível ao longo do tempo para um passageiro localizado na estação Vila Olímpia e para um headway igual a 7,5 minutos.

Fig. 121 – Tensão acessível ao longo do tempo na estação Vila Olímpia

A Fig. 122 mostra a potência no lado CC do retificador da subestação Morumbi ao longo do tempo para um headway igual a 7,5 minutos. O mesmo ocorre com a Fig. 123, a Fig. 124, e a Fig. 125 que mostram, respectivamente, as potências ativa, reativa e aparente desta subestação. A Fig. 126 mostra a curva de carga ponderada pelo tempo, comentada no item 5.5.3.3.

Fig. 122 – Potência no lado CC do retificador em função do tempo

Fig. 123 – Potência ativa em função do tempo

Fig. 124 – Potência reativa em função do tempo

Fig. 125 – Potência aparente em função do tempo

Fig. 126 – Curva de carga ponderada pelo tempo

A Fig. 127 mostra o consumo da subestação Morumbi durante o período de funcionamento da Linha C. Este cálculo ilustra a expansão da ferramenta desenvolvida com o MATLAB. Um programa desenvolvido no MATLAB calcula o consumo de cada subestação através de uma montagem adequada dos resultados das simulações no horário de vale e no horário de pico, de acordo com os horários de operação da Linha C.

Fig. 127 – Consumo da SE Morumbi durante um dia

8.2.5 Análise dos resultados

Através de uma análise da Fig. 115 e da Fig. 116 pode-se notar a precisão com que a simulação de marcha foi calculada, sendo observado nos trechos de velocidade constante, a compensação do esforço motor para manter uma aceleração nula nos diversos trechos de rampas e curvas e seu reflexo na corrente captada pelo trem.

Para a simulação de tráfego, pode-se observar através da Fig. 117 e da Fig. 118 que, como esperado, o número de trens no sistema para um headway igual a 7,5 minutos é o dobro do número de trens para um headway igual a 15 minutos.

Os resultados da simulação elétrica contidos na Fig. 119 e na Fig. 120 para o instante de maior carregamento do sistema mostram que os valores de tensão sobre o trem (tensão entre a linha de contato e o terra menos a tensão entre o terra da via e o terra) estão dentro dos limites estabelecidos na Tabela 13.

A Fig. 121, que traz a tensão acessível ao longo do tempo para um passageiro localizado na estação Vila Olímpia, mostra que os valores estão muito abaixo dos limites estabelecidos na Tabela 33.

Com relação às potências da subestação Morumbi mostradas na Fig. 122, na Fig. 123, na Fig. 124 e na Fig. 125, pode-se notar que o formato das curvas, como esperado, é o mesmo da potência no lado CC do retificador sendo que apenas os valores são alterados, conforme deduzido no Anexo A. Nota-se também que a potência no lado CC não ultrapassa o valor nominal contido na Tabela 44.

Para esta mesma subestação a Fig. 127, que traz o consumo acumulado durante o dia, mostra claramente os horários de pico (trechos mais inclinados) e os horários de vale (trechos menos inclinados).

9. CONCLUSÃO

Pela leitura do trabalho desenvolvido, alguns pontos devem ser ressaltados. O primeiro deles é em relação à simulação de marcha.

Apesar do desenvolvimento apresentado no item 7.3, já ter sido feito em trabalhos anteriores, como em (Martins, 1986a) e (Toledo et al., 1988), é importante mostrar a precisão com que a simulação de marcha está sendo tratada, o que distingue este desenvolvimento de outros apresentados na literatura mais recente sobre o assunto, como (Jentsch, 2003), (Wende, 2003) e (Lehmann, 2005), que tratam a simulação de marcha de forma mais simplificada, como visto no item 7.1.4.

Um outro ponto é em relação ao desenvolvimento da simulação elétrica. Este trabalho agregou vários desenvolvimentos anteriores, de forma a aproximar o máximo possível a simulação das condições reais do sistema de alimentação. Dentre estes desenvolvimentos, pode-se destacar a separação entre as duas vias que compõem uma linha e a utilização de modelos de aterramento mais avançados possibilitando a montagem de um circuito elétrico mais complexo. Deve-se destacar também a incorporação de técnicas iterativas para a solução do fluxo de potência e a modelagem da freagem regenerativa dos trens quando em relação à receptividade da linha. Este último ponto traz também uma contribuição inédita que é a utilização da análise nodal modificada para a mudança do modelo dos trens em freagem regenerativa na condição de não receptividade e também das subestações quando ocorre o caso de uma potência negativa.

Uma outra contribuição inédita presente no trabalho é a utilização do ICCG como método de resolução do sistema linear gerado pelo circuito equivalente. Esta utilização mostrou-se superior aos outros métodos empregados na simulação elétrica e encontrados na literatura, como pode-se ver no item 8.1.3.

Como último ponto a ser ressaltado é a revisão bibliográfica feita. O Anexo A apresenta um estudo sobre os retificadores utilizados em tração, incluindo modelos mais recentes e os retificadores controlados. Foram introduzidos também alguns

conceitos e fórmulas mais recentes, como a revisão das resistências específicas (item 3.4.1) as revisões da fórmula de Davis (item 3.4.2.2.1) além da revisão de expressões mais antigas confrontadas com medições presentes na literatura mais recente como as fórmulas para o cálculo da resistência quilométrica da catenária (item 5.6.1.2.2) e para o cálculo da resistência quilométrica do circuito de retorno (item 5.6.2).

ANEXO A RETIFICADORES

Os retificadores, como foi visto, são uma parte importante do sistema de alimentação pois fazem a conversão da potência em corrente alternada para a potência em corrente contínua.

Por razões economias, redução de potência reativa e diminuição das harmônicas, os retificadores sem sistemas de tração elétrica são geralmente não controlados (retificadores com diodos). Desta forma, as considerações iniciais aqui feitas serão todas referentes aos retificadores não controlados. O item A.6 irá tratar a diferença entre retificadores controlados e não controlados.

É importante observar que cada tipo de retificador é aqui apresentado com apenas um tipo de ligação do primário do transformador (ou estrela, ou triângulo). Para o propósito de cálculo da potência ativa e reativa isto é mais que suficiente pois a potência de entrada é a mesma, independente da ligação do primário do transformador. Entretanto, vale ressaltar que, conforme foi dito no item 5.5.1, a ligação do primário do transformador irá afetar a forma de onda da corrente de entrada e, conseqüentemente, as harmônicas presentes nesta corrente.

Um outro ponto importante é o fator de potência. Em um sistema que possui formas de onda senoidais, o fator de potência é o cosseno da diferença de fase entre a corrente e a tensão. Em sistemas não senoidais, como os que estão em discussão, definir o fator de potência é mais difícil, uma vez que há harmônicas que devem ser consideradas adicionalmente às componentes fundamentais (Barton, 1994).

O fator de potência quando as formas de onda não são senoidais não é uma quantidade bem definida. Entretanto, há duas definições de uso geral: o fator de potência fundamental e o fator de potência convencional. O fator de potência fundamental é o cosseno da diferença de fase entre as componentes fundamentais de tensão e corrente, como mostrado em (Mohan; Undeland; Robbins, 1995). Neste trabalho, será utilizado o fator de potência convencional, que é a razão entre a potência ativa de entrada e a potência aparente de entrada, como convencionalmente

medida, isto é, o produto da tensão de linha pela corrente de linha multiplicado por $\sqrt{3}$ (Barton, 1994).

Em relação ao retificador propriamente dito, algumas considerações devem ser feitas. A primeira é que não há perdas no retificador. Deste modo, a potência ativa é numericamente igual à potência ativa em corrente contínua (Barton, 1994). Uma outra consideração é que a carga do lado CC do retificador é substituída por uma fonte de corrente de valor I_d (Mohan; Undeland; Robbins, 1995), o que é bastante conveniente uma vez que a simulação elétrica fornece a corrente contínua que é exigida da subestação retificadora sob uma certa condição.

Finalmente, a rede pública de alimentação é modelada como uma fonte de tensão senoidal, trifásica e equilibrada cujo valor eficaz de fase é U_{s0} .

A.1 Retificador hexafásico ligado em estrela

O retificador hexafásico aqui considerado é o mesmo da Fig. 69 a porém com o primário do transformador ligado em triângulo. Deste modo, a tensão de linha e a tensão de fase no primário terão o mesmo valor eficaz U_{s0} e cada fase do secundário terá uma tensão eficaz de U_{s0} / N_{ps} .

Nesta montagem, cada um dos diodos da Fig. 69 a conduz durante um período de $2\pi / 6$. A tensão média de saída U_d é dada então por (Lander, 1987) e (Barton, 1994):

$$U_d = U'_d = \frac{1}{\frac{2\pi}{6}} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{2} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \cdot \sin\theta \cdot d\theta = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (421)$$

A corrente de entrada I_{s0} é um pouco mais complicada de se determinar. Segundo (Barton, 1994), quando o transformador tem o seu primário ligado em triângulo, a forma de onda da corrente de entrada (linha) é dada pela Fig. 128.

Fig. 128 – Forma de onda da corrente de linha com o primário ligado em triângulo

Deste modo, o valor eficaz da corrente de entrada é dado por:

$$I_{s0} = \frac{I_d}{N_{ps}} \cdot \sqrt{\frac{2}{6}(1)^2 + \frac{2}{6}(-1)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{I_d}{N_{ps}} \quad (422)$$

A potência de entrada, conforme foi dito, pode ser expressa por:

$$S_s = \sqrt{3} \cdot U_{s0} \cdot I_{s0} \quad (423)$$

Substituindo-se a eq.(421) e a eq.(422) na eq.(423) tem-se:

$$S_s = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \cdot U_d \frac{I_d}{N_{ps}} N_{ps} = \frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d \quad (424)$$

Se a potência em corrente contínua P_d é igual à potência ativa P_s , o fator de potência pode ser dado por:

$$FP = \frac{U_d \cdot I_d}{\frac{\pi}{3} \cdot U_d \cdot I_d} = \frac{3}{\pi} \quad (425)$$

A.2 Retificador em dupla estrela

A conexão em dupla estrela, mostrada na Fig. 69 b, é essencialmente dois retificadores trifásicos em estrela operando em paralelo para dar uma saída de seis pulsos. Como cada retificador atua independentemente, cada diodo conduz um terço de cada ciclo e cada retificador é atravessado pela metade da corrente I_d (Lander, 1987).

Considerando-se a ligação do primário do transformador em triângulo, a tensão de saída é dada por (Lander, 1987):

$$U_d = U'_d = \frac{1}{\frac{2 \cdot \pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sqrt{2} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \cdot \sin \theta \cdot d\theta = \frac{3\sqrt{6}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (426)$$

De acordo com (Tessier, 1978) e (Lander, 1987), a corrente de entrada (linha) tem a forma de onda apresentada na Fig. 129.

Fig. 129 – Forma de onda da corrente de linha com o primário ligado em triângulo

Assim, o valor eficaz da corrente de entrada pode ser expresso através de:

$$I_{s0} = \frac{I_d}{N_{ps}} \cdot \sqrt{\frac{2}{6} \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{6} (1)^2 + \frac{2}{6} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{6} 1} = \sqrt{\frac{3}{6}} \cdot \frac{I_d}{N_{ps}} \quad (427)$$

Aplicando-se a eq.(426) e a eq.(427) na eq.(423) tem-se:

$$S_s = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{6}} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3\sqrt{6}} \cdot U_d \frac{I_d}{N_{ps}} N_{ps} = \frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d \quad (428)$$

E o fator de potência, considerando-se a potência em corrente contínua P_d igual à potência ativa P_s , é dado por:

$$FP = \frac{U_d \cdot I_d}{\frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d} = \frac{3}{\pi} \quad (429)$$

A.3 Retificador em ponte de Graetz

O retificador em ponte aqui utilizado é exatamente igual ao mostrado na Fig. 70 a, com o primário ligado em estrela. Desta forma, a tensão de linha será $\sqrt{3}$ vezes maior que a tensão eficaz por fase no primário do transformador. Como a comutação ocorre a cada um sexto do ciclo, a tensão média de saída é dada por (Kimbark, 1971); (Lander, 1987); (Barton, 1994) e (Mohan; Undeland; Robbins, 1995):

$$U_d = U'_d = \frac{1}{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sqrt{2} \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (430)$$

A forma de onda da corrente de linha é mostrada na Fig. 130, conforme (Kimbark, 1971); (Lander, 1987); (Barton, 1994) e (Mohan; Undeland; Robbins, 1995).

Fig. 130 – Forma de onda da corrente de linha com o primário ligado em estrela

O valor eficaz da corrente de entrada é, portanto, dado através de:

$$I_{s0} = \frac{I_d}{N_{ps}} \cdot \sqrt{\frac{2}{6}(1)^2 + \frac{2}{6}(-1)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{I_d}{N_{ps}} \quad (431)$$

Aplicando-se a eq.(430) e a eq.(431) na eq.(423) e lembrando-se que a tensão de linha de entrada é $\sqrt{3}$ vezes maior que a tensão de fase de entrada, tem-se:

$$S_s = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\pi}{3\sqrt{6}} U_d \frac{I_d}{N_{ps}} N_{ps} = \frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d \quad (432)$$

Considerando-se a potência em corrente contínua P_d igual à potência ativa P_s , tem-se o fator de potência:

$$FP = \frac{U_d \cdot I_d}{\frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d} = \frac{3}{\pi} \quad (433)$$

Observa-se, portanto, através da eq.(425), da eq.(429) e da eq.(433) que o fator de potência de um retificador de seis pulsos é o mesmo, independente da configuração.

A.4 Retificador em dupla ponte de Graëtz

Conforme foi dito no item 5.5.1 há dois tipos de ponte dupla de Graëtz: ligação em série e ligação em paralelo. Na ligação série, cada ponte fornece metade da tensão U_d e é percorrida pela corrente I_d . Na ligação em paralelo, cada ponte fornece a tensão U_d e é percorrida pela metade da corrente I_d (Lander, 1987); (Barton, 1994) e (Mohan; Undeland; Robbins, 1995). Sob o ponto de vista das potências no lado AC, nada muda. Deste modo, o retificador aqui considerado é a ponte dupla ligada em série e com o primário do transformador ligado em triângulo.

Desta forma, se for considerado que cada ponte fornece a metade da tensão U_d , pode-se escrever a eq.(430) da seguinte maneira:

$$U_d = U'_d = 2 \frac{3\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} = \frac{6\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (434)$$

A Fig. 131 mostra, de acordo com (Lander, 1987) e (Barton, 1994), a forma de onda da corrente de entrada.

Fig. 131 – Forma de onda da corrente de linha com o primário ligado em triângulo

Assim, a corrente eficaz I_{s0} pode ser dada de acordo com (Barton, 1994):

$$I_{s0} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \frac{I_d}{N_{ps}} \quad (435)$$

Aplicando-se a eq.(434) e a eq.(435) na eq.(423) tem-se:

$$S_s = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{6\sqrt{6}} U_d \frac{I_d}{N_{ps}} N_{ps} = \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot \pi \cdot U_d \cdot I_d \quad (436)$$

Novamente, considerando-se a potência ativa P_s igual à potência em corrente contínua P_d , pode-se calcular o fator de potência.

$$FP = \frac{U_d \cdot I_d}{\sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot \pi \cdot U_d \cdot I_d} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot \pi} \quad (437)$$

A.5 O efeito do transformador no fator de potência

Nas considerações sobre os retificadores feitas aqui, a rede pública de alimentação, modelada como uma fonte de tensão senoidal, trifásica e equilibrada, estava ligada diretamente aos retificadores. Nada foi dito à respeito do transformador.

Se a impedância do transformador, primariamente indutiva, for considerada, ela pode ser modelada como um indutor ligado em série com a fonte de tensão que representa a rede pública de alimentação.

O acréscimo de uma indutância em série com a fonte de tensão que alimenta os retificadores traz duas conseqüências: a primeira é em relação ao processo de comutação e a segunda é em relação à potência reativa de entrada.

A.5.1 Efeito na comutação

Em todos os cálculos que foram feitos, trabalhou-se com uma hipótese de uma indutância nula no lado CA do retificador, o que permite admitir que a transição da corrente no lado CA do retificador varia instantaneamente de um valor positivo para um valor negativo. Na realidade, não é exatamente isto que ocorre. A indutância em série com a fonte de tensão impede que as correntes variem instantaneamente. Esta transição requer um intervalo de tempo finito conhecido como tempo de comutação (Mohan; Undeland; Robbins, 1995).

Seguindo-se a orientação apresentada em (Mohan; Undeland; Robbins, 1995), este tempo de comutação resultará em uma variação no valor da tensão U_d no lado CC. Esta variação pode ser dada por ; ; e :

$$\Delta U_c = \frac{\text{n}^\circ \text{ de pulsos}}{2 \cdot \pi} X_{s2} \cdot I_d \quad (438)$$

Lembrando-se que X_{s2} é a reatância total por fase do transformador vista pelo enrolamento secundário do transformador.

Ainda de acordo com (Mohan; Undeland; Robbins, 1995), esta variação de tensão atua de forma que o valor da tensão U_d é diminuído. Neste trabalho será feito o inverso: ao invés de U_d ser diminuído de ΔU_c , U_d será aumentado de ΔU_c . A razão para isto é que o objetivo aqui é descobrir o reflexo da potência em corrente contínua no lado CA do retificador. Além disto, a tensão U_d possui valores nominal, máximo e mínimo estabelecidos por norma, conforme visto no item 5.3.2. Em outras palavras,

será considerado que a tensão U_d na linha de contato tem o seu valor já afetado pelo processo de comutação e que a variação da tensão de entrada ΔU_c será contabilizada na potência ativa de entrada. Deste modo, resta então recalcular a potência ativa e aparente para cada tipo de retificador.

Para um retificador hexafásico ligado em estrela, a tensão no lado CC do retificador é dada através do acréscimo da variação da tensão à eq.(421):

$$U_d = U'_d + \Delta U_c = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (439)$$

Se a tensão de entrada U_{s0} for isolada da eq.(439), tem-se:

$$U_{s0} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} N_{ps} \cdot \left(U_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d \right) = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} N_{ps} \cdot U_d + \frac{N_{ps}}{\sqrt{2}} X_{s2} \cdot I_d \quad (440)$$

Devido à comutação, a corrente de entrada terá sua forma de onda um pouco alterada. Ao invés de degraus retangulares, a corrente de entrada apresenta degraus trapezoidais. No entanto, se for assumida uma corrente de entrada de pulsos retangulares, além de simplificar e muito o equacionamento, o erro causado será de no máximo 7% para um retificador de seis pulsos, como mostrado por E. W. Kimbark (1971), Apêndice A.

Deste modo, a potência aparente pode ser calculada substituindo-se a eq.(440) e a eq.(422) na eq.(423) resultando em:

$$S_s = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{I_d}{N_{ps}} \cdot \left(\frac{\pi}{3} \cdot \frac{N_{ps}}{\sqrt{2}} U_d + \frac{N_{ps}}{\sqrt{2}} X_{s2} \cdot I_d \right) = \frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d + X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (441)$$

A potência ativa, levando-se em conta as considerações já feitas, é dada por:

$$P_s = U'_d \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \Delta U_c \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (442)$$

Assim, o fator de potência pode ser calculado da seguinte maneira:

$$FP = \frac{U_d \cdot I_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d + X_{s2} \cdot I_d^2} = \frac{U_d \cdot I_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\frac{\pi}{3} \left(U_d \cdot I_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \right)} = \frac{3}{\pi} \quad (443)$$

Comparando-se a eq.(443) com a eq.(425) pode-se notar que o fator de potência permanece igual.

No retificador dupla estrela, conforme dito anteriormente, são dois retificadores trifásicos em estrela operando em paralelo sendo que cada retificador é percorrido pela metade da corrente I_d . Deste modo, a tensão no lado CC do retificador, reescrevendo-se a eq.(426), é dado por:

$$U'_d = U_d + \Delta U_c = U_d + \frac{3}{2 \cdot \pi} X_{s2} \cdot I_d = \frac{3\sqrt{6}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (444)$$

De acordo com o que foi visto para o retificador hexafásico, o fator de potência será o mesmo que o calculado na eq.(429). Deste modo, resta calcular a potência ativa e a potência aparente.

A potência ativa, igual à potência no lado CC do retificador, pode ser dada por:

$$P_s = U'_d \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \Delta U_c \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \frac{3}{4 \cdot \pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (445)$$

A potência aparente pode ser dada dividindo-se a eq.(445) pela eq.(429). Assim, tem-se:

$$S_s = \frac{U_d \cdot I_d + \frac{3}{4 \cdot \pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\frac{3}{\pi}} = \frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d + \frac{1}{4} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (446)$$

Para o retificador em ponte de Graëtz, tem-se para a tensão no lado CC do retificador a seguinte expressão derivada da eq.(430):

$$U'_d = U_d + \Delta U_c = U_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (447)$$

Seguindo-se o mesmo processo dos retificadores anteriormente abordados, a potência ativa de entrada é dada por:

$$P_s = U'_d \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \Delta U_c \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (448)$$

E a potência aparente pode ser dada dividindo-se a eq.(448) pela eq.(433):

$$S_s = \frac{U_d \cdot I_d + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\frac{3}{\pi}} = \frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d + X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (449)$$

Para o retificador em dupla ponte de Graëtz ligado em série, tal qual o utilizado anteriormente, a tensão no lado CC do retificador é dada reescrevendo-se a eq.(434):

$$U'_d = U_d + \Delta U_c = U_d + \frac{6}{\pi} X_{s2} \cdot I_d = \frac{6\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (450)$$

Novamente, o fator de potência será o mesmo dado pela eq.(437) e a potência ativa de entrada igual à potência no lado CC do retificador. Assim, tem-se:

$$P_s = U'_d \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \Delta U_c \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \frac{6}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (451)$$

A potência ativa de entrada é calculada dividindo-se a eq.(451) pela eq.(437):

$$S_s = \frac{U_d \cdot I_d + \frac{6}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot \pi \cdot U_d \cdot I_d + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (452)$$

No entanto, uma ressalva deve ser feita para o retificador em dupla ponte de Graëtz ligado em paralelo. Conforme foi dito, para este tipo de configuração, a tensão de alimentação devido à comutação é a mesma para as duas pontes e a corrente é

dividida entre elas. Deste modo, a queda de tensão devido à comutação também é alterada. Reescrevendo-se a eq.

$$U'_d = U_d + \Delta U_c = U_d + \frac{3}{2 \cdot \pi} X_{s2} \cdot I_d = \frac{6\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \quad (453)$$

A potência ativa de entrada é dada por:

$$P_s = U'_d \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \Delta U_c \cdot I_d = U_d \cdot I_d + \frac{3}{2 \cdot \pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (454)$$

E a potência aparente de entrada é dada através da divisão da eq.(454) pela eq.(437):

$$S_s = \frac{U_d \cdot I_d + \frac{3}{2 \cdot \pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot \pi} = \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot \pi \cdot U_d \cdot I_d + \sqrt{\frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{36}} \cdot X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (455)$$

O segundo efeito da indutância do transformador em série com a fonte de tensão que alimenta os retificadores é um acréscimo na potência reativa de entrada. Apesar da comutação dos diodos também afetar de certa forma a potência reativa de entrada, uma indutância em série traz um acréscimo a esta potência reativa proporcional ao valor desta indutância total por fase do transformador, desta vez vista pelo enrolamento primário, e também proporcional ao quadrado da corrente de fase de entrada.

Para o retificador hexafásico ligado em estrela com o primário do transformador ligado em triângulo, tal qual o retificador anteriormente estudado, o aumento da potência reativa pode ser dado empregando-se a eq.(422), lembrando-se que a corrente de fase é $\sqrt{3}$ vezes menor que a corrente de linha.

$$\Delta Q_s = 3 \cdot X_{s1} \cdot \left(\frac{I_{s0}}{\sqrt{3}} \right)^2 = 3 \cdot X_{s1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{I_d^2}{N_{ps}^2} \cdot \frac{1}{3} \quad (456)$$

Considerando-se o transformador como ideal, é válida a seguinte relação:

$$N_{ps}^2 = \frac{X_{s1}}{X_{s2}} \quad (457)$$

Aplicando-se a eq.(457) na eq.(456), tem-se:

$$\Delta Q_s = X_{s1} \frac{2}{3} \cdot \frac{I_d^2}{N_{ps}^2} = \frac{2}{3} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (458)$$

Caso o primário do transformador for ligado em estrela, o valor da corrente de linha é igual ao valor da corrente de fase. Entretanto, este valor é $\sqrt{3}$ vezes menor que o apresentado na eq.(422). Deste modo, o acréscimo da potência reativa é o mesmo para ambas as ligações do primário do transformador.

Para o retificador em dupla estrela, com o primário do transformador ligado em triângulo, conforme a configuração já discutida anteriormente, ΔQ_s é calculado através da aplicação da eq.(427):

$$\Delta Q_s = 3 \cdot X_{s1} \cdot \left(\frac{I_{s0}}{\sqrt{3}} \right)^2 = 3 \cdot X_{s1} \frac{3}{6} \cdot \frac{I_d^2}{N_{ps}^2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (459)$$

O mesmo resultado vale para a ligação do transformador em estrela.

Utilizando-se a eq.(431) tem-se o valor de ΔQ_s para um retificador em ponte de Graëtz com o primário do transformador ligado em estrela, conforme visto anteriormente.

$$\Delta Q_s = 3 \cdot X_{s1} \cdot (I_{s0})^2 = 3 \cdot X_{s1} \frac{2}{3} \cdot \frac{I_d^2}{N_{ps}^2} = 2 \cdot X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (460)$$

O mesmo resultado é válido para uma ligação em triângulo do primário do transformador.

Finalmente, através da eq.(435) pode-se obter o valor do acréscimo de potência reativa de entrada para um retificador em ponte dupla de Graëtz com o primário do transformador ligado em triângulo, tal qual o retificador estudado anteriormente.

$$\Delta Q_s = 3 \cdot X_{s1} \cdot \left(\frac{I_{s0}}{\sqrt{3}} \right)^2 = 3 \cdot X_{s1} \cdot (4 + 2 \cdot \sqrt{3}) \cdot \frac{I_d^2}{N_{ps}^2} \cdot \frac{1}{3} = (4 + 2 \cdot \sqrt{3}) \cdot X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (461)$$

Novamente, este resultado é válido tanto na ligação do primário do transformador em estrela quanto a ligação do primário do transformador em triângulo.

Para o cálculo final das potências de entrada ativa, reativa e aparente é necessário primeiro calcular a potência reativa de entrada levando-se em conta apenas o efeito da comutação dos diodos através da conhecida expressão:

$$Q_s^2 = S_s^2 - P_s^2 \quad (462)$$

Neste trabalho, este cálculo não será feito em função da tensão e da corrente na linha de contato (U_d e I_d) pois, como pode-se perceber através do que foi exposto, os termos que surgem para os valores de Q_s são pouco práticos sendo melhor resolver o problema caso a caso numericamente.

Calculado o valor de Q_s levando-se em conta apenas o efeito de comutação dos diodos, faz-se então um novo cálculo das potências reativa e aparente levando-se em consideração o efeito do transformador na potência reativa. Deve-se lembrar também que o valor da potência ativa utilizado é o mesmo do cálculo feito anteriormente. Deste modo, tem-se:

$$S_s^2 = P_s^2 + (Q_s + \Delta Q_s)^2 \quad (463)$$

A.6 Retificadores controlados

Retificadores controlados são diferentes dos retificadores com diodos porque permitem o controle da tensão de saída U_d . Reguladores podem ser projetados para manter uma tensão de saída constante, para atuar como um retificador com uma queda de tensão programável ou para aumentar a tensão de saída com a carga. Estas características podem ser utilizadas para compensar flutuações da tensão da rede pública de alimentação, o que significa redução no número de subestações, e controlar o fluxo de potência das subestações para a carga (Flowers; Jacimovic, 1993) e (Flowers, 1995). A carga em uma subestação, em um certo período de tempo

e para um dado headway, pode se aproximar ou exceder a demanda contratada. Para minimizar o impacto desta demanda, as contribuições das subestações podem ser redistribuídas, direcionando a carga excedente para as subestações que não estejam na condição de demanda máxima (load shifting) (Griffiths; Sanders, 1999).

Este controle do fluxo de potência é feito através do controle da tensão em cada subestação relativa às subestações adjacentes. Um monitoramento da demanda em cada subestação, obedecendo a um valor máximo, pode ser feito de modo que o valor da tensão em cada regulador nas subestações seja modificado. Diminuindo-se a tensão da subestação mais carregada para um valor menor que as subestações adjacentes faz com que esta subestação se torne menos receptiva à carga do que as subestações cuja tensão está em um valor mais alto (Flowers, 1995).

Um exemplo de aplicação é o sistema de VLTs pertencente ao DART (Dallas Area Rapid Transit) nos Estados Unidos (Flowers, 1995) e (Griffiths; Sanders, 1999).

As desvantagens da utilização de retificadores controlados são o baixo fator de potência, em especial na faixa de baixas tensões de saída, e os harmônicos gerados no sistema de alimentação (Rashid, 1999). É apontado ainda o aumento da potência nos transformadores pelo aumento da tensão no sistema e pelo aumento do aquecimento causado pelo atraso no ângulo de disparo (Young, 1996).

A utilização de retificadores controlados é feita também na Linha 4 do Metrô de São Paulo. Estudos preliminares mostraram que esta utilização reduziu duas subestações do projeto que utilizaria retificadores não controlados (Almeida; Meca, 2004).

Até agora foram feitas considerações apenas sobre os retificadores com diodos, que fornecem uma tensão de saída fixa. A utilização de tiristores ao invés de diodos permite o controle da tensão de saída U_d através da variação do ângulo θ de disparo ou retardo.

Três modos de operação são possíveis em um retificador controlado: tensão constante para qualquer valor de carga, aumento de tensão com o aumento da carga

ou queda de tensão com o aumento da carga, tal qual nos retificadores não controlados (Flowers; Jacimovic, 1993). A combinação entre estes modos de operação também é possível. Uma forma, mostrada na Fig. 132 a, é manter os retificadores no modo de tensão constante até 100% da carga nominal, manter o ângulo θ constante no seu valor mínimo até 300% da carga nominal e manter a corrente constante em 300% da carga nominal (Flowers, 1995). Esta característica de operação é adotada no DART. Entretanto, ela não é única. De acordo com (Scotson, 1995), qualquer combinação de curvas tensão no retificador em função da corrente de carga pode ser utilizada, desde que esteja abaixo da curva característica do transformador. Um exemplo citado é manter a tensão constante ou fazer com que esta suba com a corrente de carga até 200% da carga nominal, mostrado na Fig. 132 b.

Fig. 132 – Modos de operação do retificador controlado

Contudo, T. Young (1996) contesta esta combinação de características do retificador alegando que após o estágio de projeto, os retificadores controlados operam tal qual os retificadores não controlados. Esta mudança, segundo o autor, reflete uma análise apropriada das perdas, fator de potência e do conteúdo harmônico necessários para manter uma característica constante da tensão em função da carga.

A tensão média de saída de um retificador hexafásico ligado em estrela controlado por um ângulo de disparo ou retardo θ é dado por (Lander, 1987) e (Barton, 1994):

$$U_d \cdot \cos(\theta) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \cos(\theta) \quad (464)$$

A tensão contínua do retificador, levando-se em conta o efeito do transformador na comutação, é dada através de uma modificação na eq.(439) (Kimbark, 1971):

$$U'_d = U_d \cdot \cos(\theta) + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{U_{s0}}{N_{ps}} \cos(\theta) \quad (465)$$

Se a tensão de entrada U_{s0} for isolada da eq.(465), tem-se:

$$U_{s0} = \frac{\pi \cdot N_{ps}}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\cos(\theta)} \cdot \left[U_d \cdot \cos(\theta) + \frac{3}{\pi} \cdot X_{s2} \cdot I_d \right] = \frac{\pi \cdot N_{ps}}{3\sqrt{2}} U_d + \frac{N_{ps}}{\sqrt{2}} X_{s2} \frac{I_d}{\cos(\theta)} \quad (466)$$

A forma de onda da corrente de linha é, como nos casos anteriores, retangular. Adotando-se a mesma simplificação anterior, a forma é independente do ângulo θ . Entretanto, a tensão de fase e a componente fundamental da corrente de linha estarão defasados de um ângulo igual a θ . Esta defasagem é conhecida como fator de deslocamento (displacement power factor).

Deste modo, a potência aparente pode ser calculada substituindo a eq.(466) e a eq.(422) na eq.(423) resultando em:

$$S_s = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{I_d}{N_{ps}} \cdot \left[\frac{\pi}{3} \cdot \frac{N_{ps}}{\sqrt{2}} U_d + \frac{N_{ps}}{\sqrt{2}} X_{s2} \frac{I_d}{\cos(\theta)} \right] = \frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d + X_{s2} \frac{I_d^2}{\cos(\theta)} \quad (467)$$

A potência ativa, levando-se em conta as considerações já feitas, é dada por:

$$P_s = U'_d \cdot I_d = U_d \cdot I_d \cdot \cos(\theta) + \Delta U_c \cdot I_d = U_d \cdot I_d \cdot \cos(\theta) + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \quad (468)$$

Assim, o fator de potência pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 FP &= \frac{U_d \cdot I_d \cdot \cos(\theta) + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\frac{\pi}{3} U_d \cdot I_d + X_{s2} \cdot \frac{I_d^2}{\cos(\theta)}} = \\
 &= \frac{U_d \cdot I_d \cdot \cos(\theta) + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2}{\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{\cos(\theta)} \left[U_d \cdot I_d \cdot \cos(\theta) + \frac{3}{\pi} X_{s2} \cdot I_d^2 \right]} = \frac{3}{\pi} \cos(\theta)
 \end{aligned} \tag{469}$$

Novamente, vale ressaltar que o fator de potência em consideração é o fator de potência convencional, ou seja, a razão entre a potência ativa de entrada e a potência aparente de entrada, como convencionalmente medida.

Nota-se que os procedimentos feitos para o retificador hexafásico podem ser facilmente estendidos aos outros tipos de retificadores, o que não será feito neste trabalho.

LISTA DE REFERÊNCIAS

- ALBRECHT, P. **Análise numérica: um curso moderno**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1973. 240p.
- ALMEIDA, C. E. P.; MECA, P. S. A. As novas tecnologias aplicadas ao sistema de tração da Linha 4 – Amarela. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 564, p. 192-194, 2004.
- ALOUCHE, P. L. Critérios adotados no projeto do sistema de alimentação elétrica da linha Leste/Oeste. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 425, p. 82-88, 1980.
- ALOUCHE, P. L. Tecnologias futuras para o material rodante dos metrô brasileiros. **Revista Ferroviária**, p. 33-36, Outubro 1991.
- ALOUCHE, P. L. Evolução dos sistemas de propulsão metro-ferroviários. In: III ENMAT, São Paulo, 1992. **Anais**. São Paulo: ABNT, 1992. p. 16-35.
- ALOUCHE, P. L.; BENITES, P. A. Aplicação da tecnologia do motor linear no transporte urbano. **Revista dos Transportes Públicos – ANTP**, n. 59, p. 51-56, 2º trimestre 1993.
- ALOUCHE, P. L.; BENITES, P. A. Escolha do nível de tensão de alimentação do material rodante em metros e ferrovias de passageiros. **Revista dos Transportes Públicos – ANTP**, n. 63, p. 95-109, 2º trimestre 1994.
- ARMAND; GARIN. La détermination des horaires des trains de voyageurs sur la région du sud-est. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 60, p. 276-290, Octobre 1941.
- ASSINI, E. F.; MASUDA, S. Sistemas de tração elétrica para veículos de transporte urbano sobre trilhos. **Revista Siemens**, v. 5, n. 2, p. 31-34, 1985.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Tração a motor elétrico – NBR 9158**. Rio de Janeiro, 1985.
- BARBOSA, R. S. Inscrição em curvas de pequeno raio. In: Congresso Internacional de Material Rodante e Via Permanente, 1., Brasília, 1994. **Anais**.
- BARTON, T. H. **Rectifiers, Cycloconverters, and AC Controllers**. Oxford: Oxford University Press, 1994. 687p.
- BENDEL, H. et al. **Die elektrische Lokomotive: Aufbau, Funktion, neue Technik**. 2.ed. Berlin: Transpress, 1994. 376p.

- BERNARD, M. La table de calcul électrique a courant continu de la S.N.C.F.. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 69, p. 119-126, Mars 1950.
- BERNARD, M. L'étude des problèmes de traction électrique a l'aide d'intégrateurs mécaniques ou de calculatrices électroniques: I – Exposé général. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 78, p. 145-152, Mars 1959.
- BERNARD, M. L'aérodynamique des trains. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 90, p. 90-96, Février 1971.
- BERNARD, M. Connaissances nouvelles sur la résistance à l'avancement à très grande vitesse (Expérimentation du TGV 001). **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 93, p. 584-590, Octobre 1974.
- BERNARD, M.; GUIHEU, C. Mesures récentes de la résistance a l'avancement de matériels roulants. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 95, p. 243-255, Avril 1976.
- BIERI, P.; GARNIER, J. P.; NAVARRO, G. R. Suburban trainsets Class 9000 of Ferrovia Paulista (FEPASA), São Paulo, Brazil. **Brown Boveri Review**, v. 65, n. 12, p. 816-822, 1978.
- BLASCHKE, F. Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung des Asynchronmaschine. **Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte**, v. 1, n. 1, p. 184-193, 1972.
- BLONDEL, A.; DUBOIS, F. P. **La traction électrique sur vois ferrées**. Paris: Librairie Polytechnique Baudry et Cie., 1898. 2v.
- BOHL, G. Appareil de la S.N.C.F. pour tracé des horaires des trains. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 69, p. 161-167, Avril 1950.
- BOSE, B. K. Introduction to AC drives. In: BOSE, B. K. **Adjustable speed AC drive systems**. New York: IEEE Press, 1981. p. 1-21. Section 1.
- CABRITA, C. M. P. O motor série em tracção eléctrica: análise comparativa do ponto de vista do binário. **Electricidade**, ano 25, n. 160, p. 75-82, fevereiro 1981.
- CABRITA, C. M. P. Os diferentes sistemas de tracção eléctrica e sua classificação. **Electricidade**, ano 25, n. 161, p. 117-125, março 1981.
- CABRITA, C. M. P. Classificação do material circulante motor em tracção eléctrica. **Electricidade**, ano 34, n. 265, p. 90-91, março 1990.
- CABRITA, C. M. P. Princípios fundamentais da tracção eléctrica. **Electricidade**, ano 44, n. 375, p. 69-81, março 2000.

- CABRITA, C. M. P. Desenvolvimento histórico e tendências actuais da tracção eléctrica. **Electricidade**, ano 44, n. 377, p. 120-132, maio 2000.
- CABRITA, C. P. A comutação do motor de tracção de corrente contínua ondulada alimentada por talhadores. **Electricidade**, ano 45, n. 386, p. 61-68, março 2001.
- CAI, Y.; IRVING, M. R.; CASE, S. H. Modelling and numerical solution of multibranch DC rail traction power systems. **IEE Proceedings on Electric Power Applications**, v. 142, n. 5, p. 323-328, September 1995.
- CAI, Y.; IRVING, M. R.; CASE, S. H. Iterative techniques for the solution of complex DC-rail-traction systems including regenerative braking. **IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution**, v. 142, n. 5, p. 445-452, September 1995.
- CARDOSO, A. C. **Contribuição ao Estudo da Eletrificação das Linhas da Companhia Paulista de Estradas de Ferro**. Jundiahy: 1922. 81p.
- CARDOSO, J. R. Sistemas de aterramento: análise de sistemas de aterramento de instalações metroviárias. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 488, p. 93-96, 1992.
- CARDOSO, J. R. **Influência das correntes de fuga no sistema e propostas de minimização**. São Paulo: Companhia Paulista de Trens Metropolitanos, 2002. (Relatório Técnico, RT AK2964-2).
- CARDOSO, J. R.; BENITES, P. A. Avaliação dos parâmetros de um motor de indução linear para a tração eléctrica. In: III ENMAT, São Paulo, 1992. **Anais**. São Paulo: ABNT, 1992.
- CARPENTER, D. C.; HILL, R. J. Continuous-function ground conductivity model for the determination of electric railway earth conductance. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 31, n. 5, p. 953-960, September 1993.
- CASE, S. So what's the problem? In: IEE Seminar on DC Traction Stray Current Control – "Offer a stray a good ohm?", London, 1999. **Anais**. London: IEE, 1999, p. 1/1-1/6.
- CHAMBADAL, M. Perspectives pour l'emploi d'un nouveau système de traction a courant continu a 6 kV sur le réseau des FS déjà électrifié en 3 kV. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 93, p. 685-689, Novembre 1974.
- CHAMBADAL, M. Les problèmes d'aérodynamique ferroviaire. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 102, p. 133-138, Mars 1983.
- CHANG, C. S.; KHAMBADKONE, A.; XU, Z. Modeling and simulation of DC transit system with VSI-fed induction motor driven train using PSB / MATLAB. In:

- IEEE Conference on Power Electronics and Drive Systems, 4., Bali, 2001. **Anais**. Bali: IEEE, 2001. p. 881-885. v. 2.
- CHAUVIN, L. L'étude des problèmes de traction électrique a l'aide d'intégrateurs mécaniques ou de calculatrices électroniques: III – Les calculs d'horaires d'énergies et d'échauffements sur ordinateurs. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 78, p. 162-169, Mars 1959.
- CIEBOW, G.; HOFMANN, G. Zur Spannungsabhängigkeit im Kennlinien – Triebfahrzeugmodell für die Bahnnetzberechnung. **Elektrie**, n. 11/12, p. 432-435, 1994.
- COOPER, S. B. Notas sobre o cálculo dos factores de movimento dos trens electricos. **Boletim do Instituto de Engenharia**, v. III, n. 10, p. 225-253, agosto 1920.
- COSSIE, A. Le hacheur en traction électrique a courant continu. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 92, p. 1-12, Janvier 1973.
- COURTOIS, C. L'alimentation du réseau de traction. **Revue Générale de l'Électricité**, n. 7, p. 23-30, Juillet 1992.
- COURTOIS, C. et al. **Traction électrique ferroviaire**. 1.ed. Paris: Techniques de l'ingénieur, 1998. 92p.
- CURTIUS, E. W.; KNIFFLER, A. Neue Erkenntnisse über die Haftung zwischen Treibrad und Schiene. **Elektrische Bahnen**, v. 21, n. 9, p. 201-210, 1950.
- DA SILVA, J. A. P. **Uma nova metodologia para a avaliação de sistemas de aterramento metro-ferroviários**. 1997. 71p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.
- DA SILVA, J. A. P. **Potência dos retificadores do Metrô**. [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <cassiano@pea.usp.br> em 27 set. 2006.
- DAGANZO, C. F. **Fundamentals of transportation and traffic operations**. New York: Pergamon, 1997. Cap. 1., p. 1-24: The time-space diagram.
- DAVIS JR., W. J. The tractive resistance of electric locomotive and cars. **General Electric Review**, v.29, n.10, p. 685-707, October 1926.
- DE CASTRO, F. E. B.; ALOUCHE, P. L. Planejamento e dimensionamento da eletrificação em sistemas de transporte de massa. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 431, p. 52-60, 1981.
- DE FILIPPI, J. A. **Método para a avaliação das correntes de fuga e tensões de toque entre trens e passageiros em redes de tração metro-ferroviárias em corrente contínua com o auxílio do software Electronics Workbench**. 2004.

- 272p. Monografia (Especialização em Tecnologia Metro-Ferroviária) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.
- DE KORANYI, L. Design of DC power supply for rapid transit systems. **IEEE Transactions on Industry and General Applications**, p. 123-130, Mar. /Apr. 1965.
- DE MELLO, L. S. H. **Predeterminação em computador do comportamento do sistema de tração elétrica de uma ferrovia**. 1976. 115p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1976.
- DE OLIVEIRA, J. W. **Predeterminação das características do transporte rodoviário: extensão do método de Kopniaeff**. 1944. 84p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia, Universidade Mackenzie. São Paulo, 1944.
- DECOTTIGNIES, P. **O motor assíncrono na tração elétrica**. Edição preliminar. São Paulo: 2005. 173 p.
- DELATTRE, D.; SEILER, W. Electrification of a urban transit system. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 102, p. 430-436, Juillet-Août 1983.
- DEPENBROCK, M. Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 3, n. 4, p. 420-429, October 1988.
- EUROPEAN STANDARD. **Railway Applications: Fixed Installations – Electric traction overhead contact lines – EN50119**. Brussels, 2001.
- EUROPEAN STANDARD. **Railway Applications: Fixed Installations Part 1: Protective provisions relating to electrical safety and earthing – EN50122-1**. Brussels, 1998.
- EUROPEAN STANDARD. **Railway Applications: Fixed Installations Part 2: Protective provisions against the effects of stray currents caused by d.c. traction systems – EN50122-2**. Brussels, 1999.
- EUROPEAN STANDARD. **Railway Applications: Supply voltages of traction systems – EN50163**. Brussels, 1995.
- FILIPOVIĆ, Ž. **Elektrische Bahnen: Grundlagen, Triebfahrzeuge, Stromversorgung**. 3.ed. Heidelberg: Springer, 1995. 277p.
- FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR., C. **Electric machinery: the dynamics and statics of electromechanical energy conversion**. 2.ed. New York: McGraw-Hill, 1961. 568p.
- FLOWERS, J. B. Load sharing with thyristor controlled rectifier substations. In: IEEE/ASME Joint Railroad Conference, Baltimore, 1995. **Anais**. Baltimore: IEEE, 1995. p. 69-73.

- FLOWERS, J. B.; JACIMOVIC, S. D. Why use thyristor controlled rectifiers? In: APTA Rapid Transit Conference, Miami, 1993. **Anais**. Miami: APTA, 1993.
- FRANK, A. Die Winderstände der Eisenbahnzüge und die zu ihrer Berechnung dienenden Formeln. **Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure**, Band 51, p. 94-100, Januar 1907.
- FREMAUX, P. L'étude des problèmes de traction électrique a l'aide d'intégrateurs mécaniques ou de calculatrices électroniques: II – Le tracé des horaires des trains complétés par les calculs d'énergie et d'échauffement a l'aide de l'intégrateur SNCF – AMSLER. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 78, p. 153-161, Mars 1959.
- GARREAU, M. **La traction électrique**. 1.ed. Paris: Éditions Scientifiques Riber, 1965. 459p.
- GARREAU, M.; NOUVION, F. 15 ans de traction électrique en courant monophasé de fréquence industrielle. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 87, p. 125-146, Mars 1968.
- GIERAS, J. F. **Linear induction drives**. Oxford: Oxford Science Publications, 1994. 298p.
- GIURIATI, M.; LABATE NETO, V. Sistemas elétricos: o dimensionamento preliminar de sistemas de metrô. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 488, p. 38-44, 1992.
- GOLUB, G. H.; VAN LOAN, C. F. **Matrix Computations**. 3.ed. Baltimore: The John Hopkins University Press, 1996. 694p.
- GOODMAN, C. J.; MELLITT, B.; RAMBUKWELLA, N. B. CAE for the electrical design of urban rail transit systems. In: International Conference on Computer Aided Design, Manufacture and Operation in the Railway and Other Mass Transit Systems, 1., Frankfurt, 1987. **Comprail 87**. Frankfurt: Computational Mechanics Institute, 1987. p. 173-193.
- GOODMAN, C. J.; SIU, L. K. DC Railway Power Network Solutions by Diakoptics. In: IEEE/ASME Joint Railroad Conference, Chicago, 1994. **Anais**. Chicago: IEEE, 1994. p. 103-110.
- GOODMAN, C. J.; SIU, L. K.; HO, T. K. A review of simulation models for railway systems. In: International Conference on Developments in Mass Transit Systems, London, 1998. **Anais**. London: IEE, 1998. p. 80-85.
- GOUTHIERE, J.; GREGOIRE, J.; HOLOGNE, H. Les hacheurs a thyristors en traction électrique. **ACEC Revue**, n. 2, p. 45-67, 1970.

- GOUTHIERE, J.; HOLOGNE, H. Les hacheurs a thyristors en traction électrique. **ACEC Revue**, n. 1-2, p. 3-22, 1976.
- GRIFFITHS, M.; SANDERS, M. Energy management of traction power substations on the Dallas Area Rapid Transit System. In: ASME/IEEE Joint Railroad Conference, Dallas, 1999. **Anais**. Dallas: IEEE, 1999.
- HABEL, D.; KÄHLER, S.; LÖSEL, T. Schwungmassen-Energiespeicher für Stadtbahnnetze. **Elektrische Bahnen**, v. 101, n. 12, p. 310-314, 2003.
- HAMPEL, H. Zur Frage der zweckmäßigsten Polarität der Fahrleitung bei Gleichstrombahnen. **Elektrie**, n. 10, p. 318-320, 1962.
- HAY, W. W. **Railroad Engineering**. 2.ed. New York: John Wiley & Sons, 1982. 758p.
- HESTENES, M. R.; STIEFEL, E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. **Journal of Research of the National Bureau of Standards**. v. 49, n. 6, p. 409-436, December 1952.
- HILL, R. J. Electric railway traction Part 1: Electric traction and DC traction drives. **Power Engineering Journal**, p. 47-56, February 1994.
- HILL, R. J. Electric railway traction Part 2: Traction drives with three-phase induction motors. **Power Engineering Journal**, p. 143-152, June 1994.
- HILL, R. J. Electric railway traction Part 3: Traction power supplies. **Power Engineering Journal**, p. 275-286, December 1994.
- HILL, R. J. Electric railway traction Part 4: Signalling and interlockings. **Power Engineering Journal**, p. 201-206, August 1995.
- HILL, R. J. Electric railway traction Part 7: Electromagnetic interference in traction systems. **Power Engineering Journal**, p. 259-266, December 1997.
- HILL, R. J.; LAMACQ, J. Railway traction vehicle electromechanical simulation using SIMULINK. In: Computer Aided Design, Manufacture and Operation in the Railway and Other Advanced Mass Transit Systems, 5., Berlin, 1996. **Computers in Railways V**. Southampton: Computational Mechanics, 1996. p. 81-90. v.2.
- HO, C. -W.; RUEHLI, A. E.; BRENNAN, P. A. The modified nodal approach to network analysis. **IEEE Transactions on circuit and systems**, v. 22, n. 6, p. 504-509, 1975.
- HÖDLE, H.; STEMMLER, H. Equipements de traction modernes et principes de commande nouveaux pour les véhicules de traction. **Revue Brown Boveri**, v. 52, n. 9/10, p. 706-719, Septembre/Octobre 1965.

- HOFMANN, G.; LÖSEL, T.; RÖHLIG, S. Simulationssystem für die Auslegung der Bahnenergieversorgung sowie von Triebfahrzeugen und Triebfahrzeugkomponenten. **VDI Berichte**, n. 1219, p. 331-351, 1995.
- HOFMANN, G.; RÖHLIG, S. Objektorientierte Modellierung von Bahnnetzen. **Elektrische Bahnen**, v. 93, n. 3, p. 73-78, 1995.
- HOFMANN, G.; RÖHLIG, S. Zeitgewichtete Belastungsdauerkurve bei elektrischen Bahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 95, n. 10, p. 272-279, 1997.
- HOFMANN, G.; SCHMIDT, P. Stochastische Dimensionierung elektrotechnischer Betriebsmittel elektrischer Bahnen. **Elektrie**, n. 10, p. 554-556, 1978.
- HOGAN, J. E. Train performance and tonnage ratings calculated by digital computer. **Electrical Engineering**, v. 77, n. 5, p. 424-429, May 1958.
- HOGAN, J. E. Train performance and locomotive tonnage ratings calculated by digital computer. **AIEE Transactions**, v. 77, parte II, p. 119-126, 1958.
- HULTQUIST, P. F. **Numerical methods for engineers and computer scientists**. Menlo Park: Benjamin/Cummings, 1988. 326p.
- HUMES, A. F. P. C. et al. **Noções de cálculo numérico**. São Paulo: McGraw-Hill, 1984. 201p.
- IN'KOV, YU. M. et al. Traction electric drive of advanced electric trains. **Elektrotehnika**, v. 61, n. 1, p. 65-69, 1990.
- THE INSTITUTION OF ELECTRICAL ENGINEERS. **7th Residential Course on Electric Traction Systems**. London: IEE, 2002. 398p.
- JENTSCH, E. Fahrzeitermittlung mit neuen Elementen der Zugfahrtsimulation. **ZEVrail Glasers Annalen**, v. 2, n. 127, p. 66-71, Februar 2003.
- KALLER, R.; ALLENBACH, J. –M. **Traction électrique**. 1.ed. Lausanne: Presses Universitaires Romandes, 1995. v.1. 292p.
- KALLER, R.; ALLENBACH, J. –M. **Traction électrique**. 1.ed. Lausanne: Presses Universitaires Romandes, 1995. v.2. 413p.
- KATANO, O. J.; CUNHA JR., H. Motor linear de tração elétrica. **Ferrovias**, ano 57, n. 149, p. 3E-12E, 1993.
- KIEBLING, F.; PUSCHMANN, R.; SCHMIEDER, A. **Contact lines for electric railways: planning, design, implementation**. 1.ed. Munich: Publicis Kommunikations Agentur, 2001. 822p.

- KIMBARK, E. W. **Direct current transmission**. New York: John Wiley & Sons, 1971. v.1. 508p.
- KOSTENKO, M.; PIOTROVSKI, L. **Máquinas eléctricas**. Porto: Lopes da Silva, 1979. 577p. v.1.
- KOSTENKO, M.; PIOTROVSKI, L. **Máquinas eléctricas**. Porto: Lopes da Silva, 1979. 761p. v.2.
- KU, B. -Y.; JANG, J. -S. R.; HO, S. -L. A modulized train performance simulator for rapid transit DC analysis. In: ASME/IEEE Joint Railroad Conference, Newark, 2000. **Anais**. Newark: IEEE, 2000. p. 213-219.
- KU, B. -Y.; LIU, J. -S. Solution of DC power flow for non-grounded traction systems using chain-rule reduction of ladder circuit Jacobian matrices. In: ASME/IEEE Joint Rail Conference, Washington, 2002. **Anais**. Washington: IEEE, 2002. p. 123-130.
- KUZIN, S. J.; SCHMIDT, P. Berechnung der Spannungsabfälle und Leistungsverluste im Fahrleitungsnetz elektrischer Bahnen mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. **Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List" in Dresden**. v. 10, n. 1, p. 149-159, 1962/1963.
- LABATE NETO, V. O dimensionamento preliminar e final de um sistema de tração. In: 11ª Semana de Tecnologia Metro-ferroviária, São Paulo, 2005. **Anais**. São Paulo: AEAMESP – Associação dos Engenheiros e Arquitetos de Metrô, 2005.
- LAITHWAITE, E. R. Linear induction motors. **Proceedings IEE**, v. 104A, p. 461-470, December 1957.
- LAITHWAITE, E. R. Linear induction machines – A personal view. **Proceedings of the IEEE**, v. 63, n.2, p. 250-290, February 1975.
- LANCIEN, D.; FONTAINE, M. Calcul des marches de trains économisant l'énergie de traction: le programme MARECO. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 100, p. 679-692, Novembre 1981.
- LANDER, C. W. **Power Electronics**. 2.ed. Maidenhead: McGraw-Hill, 1987. 415p.
- LANGSDORF, A. **Theory of alternating current machinery**. New Deli: Tata McGraw-Hill, 1981. Sec.8-21, p. 354-362: The asynchronous or induction generator.
- LARGIADÈR, H. Design aspects of induction motors for traction applications with supply through static frequency changers. **Brown Boveri Review**, v. 57, n. 4, p. 152-167, 1970.

- LAUDANNA, A. H. Retificadores em paralelo: aspectos de dimensionamento dos retificadores em paralelo. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 488, p. 45-49, 1992.
- LAUDANNA, A. H. Nova filosofia para tração elétrica em metrô e ferrovias. **Revista dos Transportes Públicos – ANTP**, n. 75, p. 101-112, 2º trimestre 1997.
- LAUDANNA, A. H. Conservação de energia: regeneração ou cogeração. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 536, p. 105-112, 1999.
- LEE, C. –H.; WANG, H. –M. Effects of grounding schemes on rail potential and stray currents in Taipei rail transit systems. **IEE Proceedings on Electric Power Applications**, v. 148, n. 2, p. 148-154, March 2001.
- LEHMANN, H. **Fahrdynamik der Zugfahrt – Theorie und Anwendung**. 1.ed. Aachen: Shaker, 2005. 436p.
- LEHMANN, S. Fahrdynamische Berechnungen mit dem elektronischen Analogrechner. **Glaser's Annalen**, v. 89, n. 2, p. 39-49, Februar 1965.
- LEHMANN, S. Ermittlung von Fahrzeiten und Energiekennwerten mit digitalen Rechenanlagen. **Glaser's Annalen**, v. 89, n. 4, p. 117-129, April 1965.
- LEONHARD, W. **Control of electrical drives**. 3.ed. Heidelberg: Springer, 2001. 460p.
- LINGEN, J. v.; SCHMIDT, P. Strombelastbarkeit von Oberleitungen des Hochgeschwindigkeitsverkehrs. **Elektrische Bahnen**, v. 94, n. 1/2, p. 38-44, 1996.
- LÖRTSCHER, M.; WILI, U.; FURRER, B. Stromschienenoberleitungen. **Elektrische Bahnen**, v. 92, n. 9, p. 249-259, 1994.
- LÖSEL, T.; RÖHLIG, S. Stand der Entwicklung von Energiespeichern bei Gleichstrom-Nahverkehrsbahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 102, n. 10, p. 426-432, 2004.
- MANTOVANI JR., R.; HAGA, A. Catenária rígida: nova forma de captação de energia de tração. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 564, p. 195-196, 2004.
- МАРКВАРДТ, К. Г. **Энергоснабжение электрических железных дорог**. Москва: Транспорт, 1958. 288p.
- MARTINS, R. W. C. **Sistemas de tração elétrica: análise e dimensionamento**. 1986. 311p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1986.

- MARTINS, R. W. C. Localização de subestações em sistemas de tração elétrica. **Mundo Elétrico**, p. 56-59, agosto 1986.
- MARTINS, W. W.; TOLEDO E. D. **Tração elétrica (Equipamentos)**. São Paulo: Grêmio Politécnico, 1976. v.2. 322p.
- MARUGAN, R. T. Problems and Outlook of three-phase traction in railways. In: Rolling Stock Work Group Meeting, Hamburg, 1982. **Anais**. Hamburg: UITP – International Metropolitan Railway Committee, 1982, p. 1-16.
- MATHEW, R.; FLINDERS, F.; OGHANNA, W. Locomotive "Total systems" simulation using Simulink. In: Electric Railways in a United Europe, Amsterdam, 1995. **Anais**. Amsterdam: IEE, 1995. p. 202-206.
- MATTOS, S. G. Subestações em corrente contínua para alimentação de ferrovias. **Revista Siemens**, v. 5, n. 2, p. 14-17, 1985.
- MELLITT, B.; GOODMAN, C. J.; ARTHURTON, R. I. M. Simulator for studying operational and power-supply conditions in rapid transit railways. **Proceedings IEE**, v. 125, n. 4, p. 298-303, April 1978.
- MELLITT, B.; MOUNEIMNE, Z. S.; GOODMAN, C. J. Simulation study of DC transit systems with inverting substations. **IEE Proceedings on Electric Power Applications**, v. 131, n. 2, p. 38-50, 1984.
- MIYAKE, M. Y. **Simulação da operação de uma linha de metrô**. 1973. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1973.
- MOHAN, N.; UNDELAND, T. M.; ROBBINS, W. P. **Power Electronics: Converters, Applications and Design**. 2.ed. New York: John Wiley & Sons, 1995. 802p.
- MONINGER, F. Drehmassenspeicher in Nahverkehrssysteme. **Elektrische Bahnen**, v. 96, n. 8, p. 257-260, 1998.
- MOODY, K. J. Stray current characteristics of grounded, ungrounded, and diode grounded DC transit systems. In: SZELIGA, M. J. **Stray current corrosion: The past, present and future of rail transit systems**. Houston: NACE International, 1994. p. 331-342.
- MOSER, R. A comparative study of the various types of electric traction motor in their specific fields of application. **Brown Boveri Review**, v.65, n.12, p. 795-810, 1978.
- MULLER, A. E. Starting diagram of electric trains with motors having a series characteristic. **The Brown Boveri Review**, v.10, n.6, p. 108-115, June 1923.
- MÜLLER, A. E. Reibungsverhältnisse bei Groß-Elektrolokomotiven. **Elektrotechnische Zeitschrift**. H.1., p. 17-19, Januar 1928.

- MÜLLER, S. **Elektrische und dieselelektrische Triebfahrzeuge: Leistungsfähigkeit, Wirtschaftlichkeit, Arbeitsweise**. Basel: Birkhäuser, 1979. 201p.
- MÜLLER, W. Ermittlung der Fahrzeiten durch Zeichnung. **Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure**, v. 67, n. 15, p. 368-371, April 1923.
- NASAR, S. A. **Máquinas elétricas**. São Paulo: McGraw-Hill, 1984. 217p.
- NATIONAL COUNCIL OF EXAMINERS FOR ENGINEERING AND SURVEYING. **Fundamentals of Engineering Supplied – Reference Handbook**. 5.ed. Clemson: 2001. p 112.
- NOUVION, F. **Les techniques de l'électricité ferroviaire**. Paris: École Supérieure d'électricité, 1966. 5 v.
- NOUVION, F.; BERNARD, M. Connaissances nouvelles sur l'adhérence des locomotives électriques. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 80, p. 133-157, Mars 1961.
- NOVAES, A. G. **Sistemas de Transporte**. São Paulo: Edgard Blücher, 1986. v.2. Cap. 9., p. 174-211: Ciclo veicular.
- OKAMOTO, I. Railway Technology Today 5 – How bogies work. **Japan Railway & Transport Review**, n. 18, p. 52-61, December 1998.
- ORSINI, L. Q.; CONSONNI, D. **Curso de circuitos elétricos**. 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002. v. 1, Cap. 3., p. 63-90: Análise nodal e suas variantes; análise de malhas.
- OURA, Y.; MOCHINAGA, Y.; NAGASAWA, H. Railway Technology Today 3 – Railway electric power feeding systems. **Japan Railway & Transport Review**, n. 16, p. 48-58, June 1998.
- PARODI, H.; TETREL, A. **La traction électrique et le chemin de fer**. Paris: Dunod, 1935. tome I. 559p.
- PARSCH, C. P.; BECKER, W. Simulation von Gleichstrombahnen zur Systemoptimierung. **ETG Fachbericht**, n. 30, p. 65-90, 1989.
- PATIN, P. **La traction électrique et diesel électrique**. Paris: Éditions Léon Eyrolles, 1952. 229p.
- PAUL, D. DC Traction power system grounding. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 38, n. 3, p. 818-824, 2002.

- PEREIRA, F. H.; PALIN, M. F.; COSTA, M. C. Análise e comparação do uso de contêineres da STL no armazenamento de matrizes esparsas. In: Momag, São Paulo, 2004. **Anais**. São Paulo: SBMAG/SBMO, 2004.
- PEREIRA FILHO, M. L. **Interpolação da condutividade**. [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <cassiano@pea.usp.br> em 23 out. 2002.
- PIRES, C. L.; NABETA, S. I.; CARDOSO, J. R. Modelo elétrico para TUEs acionados por motores de indução e inversores. **Revista dos Transportes Públicos – ANTP**, n. 105, p. 61-71, 1º trimestre 2005.
- PLUNKETT, A. B.; LIPO, T. A. New methods of induction motor regulation. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. IA-12, n. 1, p. 47-55, January/February 1976.
- PLUNKETT, A. B.; PLETTE, D. L. Inverter-Induction motor drive for transit cars. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. IA-13, n. 1, p. 26-37, January/February 1977.
- POLLONI, E. G. F. "Chopper control"; um instrumento moderno de regulação aplicado a locomotiva de corrente contínua. **Ferrovias**, ano 43, n. 66, maio/jun., n. 67, jul./ago. 1979.
- PORTAL CPTM. São Paulo. **Frota de trens**. Disponível em: <<http://www.cptm.sp.gov.br/br/index.asp>>. Acesso em 31 de março de 2004.
- PROT, M.; ARMAND, L. La traction électrique par courant monophasé a 50 périodes. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 67, p. 37-44, Février 1948.
- QUINCHON, C. Élaboration et tracé des horaires. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 102, p. 607-616, Octobre 1983.
- RAMBUKWELLA, N. B. et al. Traction equipment modelling and the power network solution for DC supplied rapid transit system studies. In: International Conference on Electric Railway Systems for a New Century, London, 1987. **Anais**. London: IEE, 1987. p. 218-224.
- RAMOS, D. S.; DIAS, E. M. **Sistemas elétricos de potência: regime permanente**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1983. v. 2. Cap. 1, p. 1-31: Fluxo de carga.
- RASHID, M. H. Regenerative characteristics of DC chopper controlled series motors. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 33, n. 1, p. 3-13, February 1984.
- RASHID, M. H. **Eletrônica de Potência: Circuitos, Dispositivos e Aplicações**. São Paulo: Makron Books, 1999. 828p.

- REPULLO, R. A.; BENITES, P. A. Motores de indução lineares: os efeitos das extremidades dos motores de indução lineares e suas formas de compensação. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 488, p. 90-92, 1992.
- RIBEIRO, W. T. Proposta da FEPASA para o dimensionamento do sistema elétrico de tração da linha sul e da linha de Campo Limpo da CPTM, utilizando simuladores matemáticos. In: I Congresso Internacional de Transportes Metropolitanos sobre Trilhos, São Paulo, 1993. **Anais**. São Paulo: CB6 – Comitê Brasileiro Metro-Ferroviário (ABNT), 1993. p. 173-192.
- RICARDO JR., G. Predeterminação do tempo de percurso de trens rebocados por locomotivas a vapor. **Boletim do Instituto de Engenharia**, v. V, n. 20, p. 1-13, Março e Abril 1923.
- RODRIGUES, E. Evolução tecnológica da frota. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 546, p. 115-119, 2001.
- RÖHLIG, S. **Beschreibung und Berechnung der Belastung von Gleichstrom – Nahverkehrsbahnen**. 1992. 163p. Tese (Doutorado) – Fakultät für Elektrotechnik, Telekommunikation und Prozeßautomatisierung, Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List". Dresden, 1992.
- RÖHLIG, S. Streuströme bei DC-Bahnen und elektrotechnische Anforderungen an den Gleisbau. **Elektrische Bahnen**, v. 99, n. 1/2, p. 84-89, 2001.
- RÖHLIG, S. et al. Höhere Leistungsfähigkeit der Bahnenergieversorgung bei modernen Stadt- und U-Bahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 91, n. 11, p. 359-365, 1993.
- SAAD, Y. **Iterative Methods for Sparse Linear Systems**. 2.ed. Philadelphia: Society for Industrial Applied Mathematics, 2003. 528p.
- SACHS, K. **Elektrische Triebfahrzeuge**. Wien: Springer, 1973. v.1 Erster Abschnitt., p. 9-93: Berechnungsgrundlagen.
- SAITO, M.; WAKATSUKI, M. T. Alimentação elétrica: otimização e racionalização da alimentação elétrica das linhas da rede básica do Metrô de São Paulo. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 488, p. 36-37, 1992.
- SANUKI, W. K.; YANO, M. **Simulação de marcha para sistema de sinalização ferroviária**. 2004. 68p. Monografia (Especialização em Tecnologia Metro-Ferroviária) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.
- SCHAEFER, H. –H. Vergleich der Zugwiderstandsformeln europäischer und außereuropäischer Eisenbahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 86, n. 2, p. 55-63, 1988.

- SCHMIDT, P. Berechnung der Spannungsabfälle zweigleisiger elektrischer Bahnen bei Anzahl von Querkuppelstellen. **Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List" in Dresden**, v. 22, n. 2, p. 401-417, 1975.
- SCHMIDT, P. **Energieversorgung elektrischer Bahnen**. 1.ed. Berlin: Transpress, 1988. 248p.
- SCHÖNUNG, A.; STEMMLER, H. Static frequency changers with "subharmonic" control in conjunction with reversible variable-speed A.C. drives. **The Brown Boveri Review**, v. 51, n. 8/9, p. 555-577, 1964.
- SCHOLTEN, J.; STEINER, M. Energiespeicher auf Gleichstrom-Schienefahrzeugen. **Elektrische Bahnen**, v. 101, n. 12, p. 533-538, 2003.
- SCOTSON, E. A. The use of thyristor controlled rectifiers for the DART system. In: APTA Rapid Transit Conference, New York, 1995. **Anais**. New York: APTA, 1995.
- SEEFELHNER, E. E.; PETER, H. H. **Traction Électrique**. Paris: Librairie Polytechnique Ch. Béranger, 1926. 694p.
- SHAO, Z. Y. et al. A new method of DC power supply modelling for rapid transit railway system simulation. In: International Conference on Computer Aided Design, Manufacture and Operation in the Railway and Other Mass Transit Systems, 4., Madrid, 1994. **Computers in Railways IV**. Southampton: Computational Mechanics, 1994. p. 551-558. v.1.
- SIEMENS. **Manual de Engenharia Elétrica**. São Paulo: Nobel, 1984. v.3. Cap. 10., p. 632-658: Tração elétrica.
- SMITH, S. V. A new train performance calculator. **AIEE Transactions**, v. 70, parte I, p. 657-660, 1951.
- SPATNY, W. Substations for the power supply to the São Paulo Metro. **Brown Boveri Review**, v. 65, n. 12, p. 840-847, December 1978.
- STAGG, G. W.; EL-ABIAD, A. H. **Computer methods in power system analysis**. 1.ed. Tokio: McGraw-Hill Kogakusha, 1968. 427p.
- STEIMEL, A. Control of induction machine in traction. **Elektrische Bahnen**, v. 96, n. 12, p. 361-369, 1998.
- STEIMEL, A. **Elektrische Triebfahrzeuge und ihre Energieversorgung: Grundlagen und Praxis**. München: Oldenbourg Industrieverlag, 2004. 368p.

- STEVENSON JR., W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. 1.ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1974. Cap. 5, p. 81-98: Relações entre tensão e corrente numa linha de transmissão.
- STRAHL, G. Verfahren zur Bestimmung der Belastungsgrenzen der Dampflokomotiven. **Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure**, Band 57, p. 251-257, Februar 1913, p. 326-332, März, 1913, p. 379-386, März 1913, p. 421-424, März 1913.
- STRAHL, G. Die Berechnung der Fahrzeiten und Geschwindigkeiten von Eisenbahnzügen aus Belastungsgrenzen der Lokomotiven. **Glaser's Annalen für Gewerbe und Bauwesen**, v. 73, n. 869, p. 86-91, September 1913, v. 73, n. 870, p. 99-104, September 1913, v. 73, n. 871, p. 124-127, Oktober 1913.
- TALUKDAR, S. N.; KOO, R. L. The analysis of electrified ground transportation networks. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 96, n. 1, p. 240-247, 1977.
- TAUFIQ, J. A.; GOODMAN, C. J.; MELLITT, B. Railway signaling compatibility of inverter fed induction motor drives for rapid transit. **IEE Proceedings on Electric Power Applications**, v. 133, n. 2, p. 71-84, March 1986.
- TAUFIQ, J. A.; GOODMAN, C. J.; MELLITT, B. Novel algorithm for generating near optimal PWM waveforms for AC traction drives. **IEE Proceedings on Electric Power Applications**, v. 133, n. 2, p. 85-94, March 1986.
- TESSIER, M. **Traction électrique et thermo-électrique**. Paris: Éditions Scientifiques Riber, 1978. 585p.
- TESSUN, H. Shaping up for the future – overhead contact lines for train speeds of up to 400 km/h. **ABB Review**, n. 3, p. 31-38, 1995.
- TOLEDO, E. D. et al. **Tração elétrica**. 1.ed. São Paulo: Nobel, 1987. v.1. 371p.
- TOLEDO, E. D. et al. **Tração elétrica**. 1.ed. São Paulo: Nobel, 1988. v.2. 309p.
- TOTTEN, A. I. Resistance of lightweight passenger trains. **Railway Age**, v.103, n.3, p. 75-80, July 1937.
- TSE, C. T. et al. Tracking techniques for DC traction loadflow. In: International Conference on Developments in Mass Transit Systems, London, 1998. **Anais**. London: IEE, 1998. p. 286-290.
- TZENG, Y. -S.; CHEN, N.; WU, R. -N. Modes of operation in parallel-connected 12-pulse uncontrolled bridge rectifiers without an interphase transformer. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 44, n. 3, p. 344-355, 1997.

- TZENG, Y. -S.; WU, R. -N.; CHEN, N. Unified AC/DC power flow for system simulation in DC electrified transit railways. **IEE Proceedings on Electric Power Applications**, v. 142, n. 6, p. 345-354, 1995.
- UEBERHUBER, C. W. **Numerical Computation: Methods, Software, and Analysis**. 1.ed. Heidelberg: Springer, 1997. 495p. v.2.
- UNREIN, H. Fahrzeitbestimmung über der Wegachse. **Glaser's Annalen für Gewerbe und Bauwesen**, v. 73, n. 865, p. 14-17, Juli 1913.
- URBANO, F. **Simulação digital de sistemas ferroviários eletrificados em corrente contínua**. 1977. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1977.
- VAN NESS, J. E.; GRIFFIN, J. H. Elimination methods for load-flow. **Transactions of the AIEE Part III – Power Apparatus and Systems**, v. 80, p. 299-304, 1961.
- VASCONCELOS, V. M. A. S. **Estudo de limitações de carga em subestações retificadoras de sistemas de transporte de passageiros utilizando tração elétrica**. 2005. 87p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.
- VORMS, G. Optimization of power supply for DC traction systems. **Brown Boveri Review**, v. 66, n. 7, p. 488-494, 1979.
- WEDEPOHL, L. M.; JACKSON, L. Modified nodal analysis: an essential addition to electrical circuit theory and analysis. **Engineering Science and Education Journal**, v. 11, n. 3, p. 84-92, June 2002.
- WENDE, D. **Fahrdynamik des Schienenverkehrs**. 1.ed. Wiesbaden: Teubner, 2003. 358p.
- WERNER, L. Aktiver Korrosionsschutz bei Gleichstrombahnen durch günstige Verlegung der Rückleitungen. **Elektrische Bahnen**, v. 25, n. 7, p. 165-172, p. 196-202, 1954.
- YOUNG, T. Thyristor traction rectifiers engineering and hype. In: ASME/IEEE Joint Railroad Conference, Oakbrook, 1996. **Anais**. Oakbrook: IEEE, 1996. p. 197-202.
- YU, D. et al. MRTS traction power supply system simulation using Matlab / Simulink. In: IEEE Vehicular Technology Conference, 55., Birmingham, 2002. **Anais**. Birmingham: IEEE, 2002. p. 308-312.
- YU, J. G.; GOODMAN, C. J. Modelling of rail potential rise and leakage current in DC rail transit systems. In: IEE Colloquium on "Stray Current Effects of DC Railway and Tramways", 1990. **Anais**. London: IEE, 1990. p. 2/2/1-2/2/6.

YU, J. G.; GOODMAN, C. J. Stray current design parameters for DC railways. In: ASME/IEEE Spring Joint Conference, Atlanta, 1992. **Anais**. Atlanta: IEEE, 1992. p. 19-28.

ZOLLENKOPF, K. Bi-factorization – Basic computational algorithm and programming techniques. In: The Oxford conference of the Institute of Mathematics and Its applications, Oxford, 1970. **Anais**. London: Academic Press, 1971. p. 75-96.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

- ALLAN, J. et al. Cost conscious design of power supply equipment using a simulator. In: IEE Colloquium on Cost Effective Industrial Simulation, London, 1990. **Anais**. London: IEE, 1990. p. 5/1-5/5.
- ALOUCHE, P. L. Desenvolvimento tecnológico em sistemas metroferroviários. In: ANTP/BNDES. **Transporte Metroferroviário no Brasil: situação e perspectivas**. São Paulo: 2005. v.2. p. 78-114.
- AUTRUFFE, H. Le moteur linéaire. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 90, p. 438-450, Juin 1971.
- BAADER, U.; DEPENBROCK, M.; GIERSE, G. Direct self control (DSC) of inverter-fed induction machine: a basis for speed control without speed measurement. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 28, n. 3, p. 581-588, May/June 1992.
- BECKMAN, F. S. The solution of linear equations by conjugate gradient method. In: RALSTON, A.; WILF, H. S. (Ed.). **Mathematical methods for digital computers**. New York: John Wiley & Sons, 1960. v. 1. p. 62-72.
- BEER, F. P.; JOHNSTON JR., E. R. **Mecânica vetorial para engenheiros – Dinâmica**. 3.ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1980. 545p. v.2.
- BENITES, P. A. **Simulação de estruturas ferromagnéticas com meios em movimento pelo método dos elementos finitos: uma aplicação ao motor de indução linear**. 1993. 156p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1993.
- BIESENACK, H. et al. **Energieversorgung elektrischer Bahnen**. 1.ed. Wiesbaden: Teubner, 2006. 728p.
- BLASCHKE, F. The principle of field orientation as applied to the new TRANSVEKTOR closed-loop control system for rotating-field machines. **Siemens Review**, v. 39, n. 5, p. 217-220, 1972.
- BORTOLETTO, J. C. et al. Motores lineares: estudos e aplicações de motores elétricos lineares para o transporte urbano. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 488, p. 85-89, 1992.
- BRANCO, J. E. C.; FERREIRA, R. (Ed.) **Tratado de estradas de ferro: material rodante**. Rio de Janeiro: AENFER – Associação dos Engenheiros Ferroviários, 2000. 438p.

- BRECHBÜHLER, M.; STEMMLER, H. Probleme bei der Entwicklung und Auslegung eines Oberleitungsversuchsfahrzeugs mit Asynchronfahrmotoren. **Elektrische Bahnen**, v. 43, n. 5, p. 106-116, 1972.
- CABRITA, C. M. P. A aderência nas unidades motoras em tracção ferroviária. Potência dos motores de tracção. **Electricidade**, ano 25, n. 159, p. 512-515, janeiro 1981.
- CABRITA, C. P.; RODRIGUES, A. L. O motor de indução como accionamento de baixa velocidade. **Electricidade**, ano 33, n. 256, p. 31-38, janeiro 1989.
- CABRITA, C. P.; RODRIGUES, A. L. Distribuição do ampo de indução magnética no entreferro do motor linear de indução. **Electricidade**, ano 33, n. 256, p. 233-242, maio 1989.
- CARDOSO, A. C. Notas sobre as linhas de "Construcção Catenaria" enpregadas na distribuição de corrente ás vias ferreas electrificadas. **Annuario da Escola Polythecnica da Universidade de São Paulo**, VI anno, 2ª série, p. 545-580, 1937.
- CARDOSO, J. R. **Estado da Arte do Aterramento de Sistemas Ferroviários**. São Paulo: Companhia Paulista de Trens Metropolitanos, 2002. (Relatório Técnico, RT AK2961-8).
- CHEN, C. S.; CHUANG, H. J.; CHEN, J. L. Analysis of dynamic load behavior for electrified mass rapid transit systems. In: Thirty-Four IAS Annual Meeting, Phoenix, 1999. **Anais**. Phoenix: IEEE, 1999, p. 992-998. v. 2.
- CHEN, C. S.; CHUANG, H. J.; FAN, L. J. Design of main transformer capacity for electrified railway power systems. In: International Conference on Power System Technology (PowerCon 2000), Perth, 2000. **Anais**. Perth: IEEE, 2000, p. 311-316. v. 1.
- COSSIE, A. Essai de transmission asynchrone avec convertisseur statique, a la S.N.C.F.. **Revue Générale des Chemins de Fer**, ano 96, p. 517-529, Octobre 1977.
- COTRIM, A. A. M. B. **Instalações Elétricas**. 3.ed. São Paulo: Makron Books, 1993. 887p.
- DA SILVA, J. A. P.; CARDOSO, J. R.; ROSSI, L. N. A new forth order differential-integral formulation applied to the simulation of subway grounding systems. **Electric Power Components and Systems**, v. 30, n. 4, p. 331-343, 2002.
- DA SILVA, J. A. P. et al. Uma formulação íntegro-diferencial de 4A. ordem aplicada à simulação de sistemas de aterramento metro-ferroviários. **SBA Controle & Automação**, v. 10, n. 3, p. 176-182, 1999.

- DE LUCA, C. A. **Tração elétrica em metropolitanos: alguns aspectos sobre o dimensionamento das subestações retificadoras**. 1970. 84p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1970.
- DEUTSCHMANN, P.; SCHNEIDER, E.; ZACHMEIER, M. Bahnrückstromführung und Erdung bei Bahnanlagen Teil 2: Wechselstrombahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 96, n. 4, p. 91-98, 1998.
- DOVER, A. T. **Electric Traction**. 4.ed. London: Sir Isaac Pitman & Sons, 1963. 467p.
- DUFFY, M. C. The mercury-arc rectifier and supply to electric railways. **Engineering Science and Education Journal**, v. 4, n. 4, p. 183-192, August 1995.
- EDMINISTER, J. A. **Circuitos elétricos**. 1.ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill do Brasil, 1971. 447p.
- EVERS, W. **Elektrische Bahnen, Linearantriebe und Magnetschwebesysteme**. 5.ed. Aachen: Institut für Elektrische Maschinen der RWTH Aachen, 2005. 145p.
- FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR., C.; KUSKO, A. **Máquinas elétricas**. São Paulo: Makron Books, 1975. 623p.
- FLORES, J. F. Perfil dos consumidores de energia elétrica no setor. In: ANTP/BNDES. **Transporte Metroferroviário no Brasil: situação e perspectivas**. São Paulo: 2005. v.2. p. 115-124.
- FLÖTER, W.; RIPPERGER, H. Field-oriented closed-loop control of an induction machine with the new TRANSVEKTOR control system. **Siemens Review**, v. 39, n. 6, p. 248-252, 1972.
- GIERAS, J. F.; DAWSON, G. E.; EASTHAM, A. R. Performance calculation for single-sided linear induction motors with a double-layer reaction rail under constant current excitation. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 22, n. 1, p. 54-62, January 1986.
- GIERAS, J. F.; DAWSON, G. E.; EASTHAM, A. R. A new longitudinal end effect factor for linear induction motors. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 2, n. 1, p. 152-159, March 1987.
- GIOSA, C. Aperfeiçoamentos introduzidos no material rodante do Metrô de S. Paulo. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 425, p. 76-81, 1980.
- GLADIGAU, A. Historische Entwicklung und Stand der Bahnstromsysteme. **Elektrische Bahnen**, v. 85, n. 12, p. 383-390, 1987.

- GUEDES, M. V. O motor de indução trifásico para tracção eléctrica. **Electricidade**, ano 36, n. 290, p. 205-208, junho 1992.
- GUEDES, M. V. O trólei. **Electricidade**, ano 40, n. 331, p. 65, março 1996.
- GUEDES, M. V. Corrente contínua na tracção urbana. **Electricidade**, ano 40, n. 331, p. 71, março 1996.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentos de física**. 3.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1994. v.1 Mecânica. 300p.
- HASSE, K. Zum dynamischen Verhalten der Asynchronmaschine bei Betrieb mit variabler Ständerfrequenz und Ständerspannung. **Elektrotechnische Zeitschrift – A**, v. 89, n. 4, p. 77-81, 1968.
- HATA, H. Railway Technology Today 4 – What drives electric multiple units?. **Japan Railway & Transport Review**, n. 17, p. 40-47, September 1998.
- HAWTHORNE, K. L.; HAWTHORNE, V. T. Railway engineering. In: KUTZ, M. **Handbook of Transportation Engineering**. New York: McGraw-Hill, 2004. p. 23.1-23.40.
- HAYT JR., W. H.; KEMMERLY, J. E. **Análise de circuitos em engenharia**. 1.ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1975. 619p.
- HEITZE, K.; WAGNER, R. Elektronischer Gleichstromsteller zur Geschwindigkeitssteuerung von aus Fahrleitungen gespeisten Gleichstrom-Triebfahrzeugen. **Elektrotechnischer Zeitschrift – A**, v. 87, n. 5, p. 165-170, 1966.
- HOFMANN, G. Besonderheiten bei der Berechnung elektrischer Bahnnetze. **Elektrische Bahnen**, v. 98, n. 3, p. 95-99, 2000.
- HOFMANN, G. et al. Simulationssysteme in der Bahnenergieversorgung – Stand, Aufgaben und Grenzen. **ETG Fachbericht**, n. 74, p. 157-161, 1999.
- HOFMANN, G.; RÖHLIG, S.; MOM, A. Berechnung von DC-Bahnnetzen mit einbezogenen AC-Versorgungsnetz. **Elektrische Bahnen**, v. 98, n. 7, p. 254-258, 2000.
- HOGAN, J. E. Train performance calculated by digital computer – Supplemental programs. **AIEE Transactions**, v. 79, parte II, p. 114-118, 1960.
- HUGHES, A. Visualising vector control in cage motors. In: IEE Seminar on Advances in Induction Motor Control, London, 2000. **Anais**. London: IEE, 2000, p. 1/1-1/4.

- JÄNECKE, M.; KREMER, R.; STEUERWALD, G. Direct self-control (DSC), a novel method of controlling asynchronous machines in traction applications. **Elektrische Bahnen**, v. 88, p. 81-87, 1990.
- KIMBARK, E. W. **Electrical Transmission of Power and Signals**. 1.ed. New York: John Wiley & Sons, 1949. 461p.
- KNAPP, P. Solid-state regulation units for motoring and braking D.C. traction vehicles. **Brown Boveri Review**, v. 57, n. 6/7, p. 252-270, 1970.
- KOSOW, I. L. **Máquinas elétricas e transformadores**. 13.ed. São Paulo: Globo, 1998. 667p.
- KU, B. -Y; HSU, T. Computation and validation of rail-to-earth potential for diode-grounded DC traction system at Taipei Rapid Transit System. In: ASME/IEEE Joint Rail Conference, Baltimore, 2004. **Anais**. Baltimore: ASME, 2004. p. 41-46.
- LAI, Y. -S. Machine modeling and universal controller for vector-controlled induction motor drives. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 18, n. 1, p. 23-32, March 2003.
- LAITHWAITE, E. R.; NASAR, S. A. Linear-motion electrical machines. **Proceedings of the IEEE**, v. 58, n. 4, p.531-542, April 1970.
- LÖSEL, T. Simulationsprogramm zur Auslegung und Nachrechnung von Gleichstromfahrzeugen. **Elektrische Bahnen**, v. 94, n. 5, p.135-139, 1996.
- LUKASZEWICZ, P. **Energy consumption and running time for trains**. 2001. 154p. Tese (Doutorado) – Department of Vehicle Engineering, KTH - Kungliga Tekniska högskolan. Stockholm, 2001.
- MARTIGNONI, A. **Máquinas elétricas de corrente contínua**. 5.ed. Rio de Janeiro: Globo, 1987. 257p.
- MARTIN, P. Train performance and simulation. In: Winter simulation conference, Phoenix, 1999. **Anais**. Phoenix: IEEE, 1999. p. 1287-1294. v.2.
- MARTINS, R. W. C. Localização de subestações em sistemas de tração elétrica. **Revista Politécnica**, ano 81, v. 188, p. 24-27, julho 1985.
- MATSUMOTO, Y.; OZAKI, S.; KAWAMURA, A. A novel vector control of single-inverter multiple-induction-motors drives for Shinkansen traction system. In: Sixteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, Anaheim, 2001. **Anais**. Anaheim: IEEE, 2001, p. 608-614. v.1.

- MELLITT, B.; GOODMAN, C. J.; ARTHURTON, R. I. M. Simulation studies of energy saving with chopper control on the Jubilee line. **Proceedings IEE**, v. 125, n. 4, p. 304-310, April 1978.
- MICHEL, O. Die neuste Entwicklung der elektrischen Fahrzeuge der Deutschen Reichbahn unter besonderer Berücksichtigung der elektrischen Fahrzeuge der Hollentbahn. **Elektrotechnische Zeitschrift**, ano 57, n. 38, p. 1073-1079, n. 39, p. 1113-1113, September 1936.
- MIER, G. Stahl / Aluminium – Stromschienen für S- und U-Bahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 89, n. 7, p. 212-215, 1991.
- MÜLLER, W. **Eisenbahnanlagen und Fahrdynamik**. Berlin: Springer, 1953. v.2 Bahnlinie und Fahrdynamik der Zugförderung. 354p.
- NATALE, F.; PAZZINATO, P. S.; ARRABAÇA, D. **Técnicas de acionamento de máquinas de corrente contínua**. São Paulo: Siemens, 1989. (Informativo técnico – vol. XXI). 183p.
- NONAKA, S.; HIGUCHI, T. Elements of linear induction motor design for urban transit. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 23, n. 5, p. 3002-3004, September 1987.
- NONAKA, S.; HIGUCHI, T. Design of single-sided linear induction motors for urban transit. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 37, n. 3, p. 167-173, August 1988.
- ORDEN, A. Matrix inversion and related topics by direct methods. In: RALSTON, A.; WILF, H. S. (Ed.). **Mathematical methods for digital computers**. New York: John Wiley & Sons, 1960. v. 1. p. 39-55.
- ORTHMANN, J. –M. H. J. O desenvolvimento da tecnologia de tração elétrica por acionamento trifásico. **Revista Siemens**, v. 8, n. 3, p. 12-18, 1988.
- PAI, R. M.; BOLDEA, I.; NASAR, S. A. A complete equivalent circuit of a linear induction motor with sheet secondary. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 24, n. 1, p. 639-654, January 1988.
- RICHEY, A. S. **Electric Railway Handbook**. 2.ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1924. 798p.
- SAGARELI, S.; GELMAN, V. Implementation of new technologies in traction power systems. In: ASME/IEEE Joint Rail Conference, Baltimore, 2004. **Anais**. Baltimore: ASME, 2004. p. 141-146.
- SAWADA, K.; MURAI, M. Railway Technology Today 12 – Magnetic levitation (Maglev) technologies. **Japan Railway & Transport Review**, n. 25, p. 58-67, October 2000.

- SCHNEIDER, E. Bahnrückstromführung und Erdung bei Bahnanlagen Teil 1: Grundsätze. **Elektrische Bahnen**, v. 96, n. 4, p. 85-90, 1998.
- SCHNEIDER, E.; ZACHMEIER, M. Bahnrückstromführung und Erdung bei Bahnanlagen Teil 3: Gleichstrombahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 96, n. 4, p. 99-106, 1998.
- SERDINOV, S. M. Electrification du réseau ferroviaire en URSS. **Rail International**, ano 12, n. 5, p. 209-224, Mai 1981.
- SIE, H. S.; MOSER, R. The behaviour of laminated commutator traction motors when supplied via a thyristor rectifier or a d.c. chopper circuit. **Bulletin Oerlikon**, n. 392/393, p. 41-50, 1970.
- SCHÖNUNG, A. Varying the speed of three-phase motors by means of static frequency changers. **The Brown Boveri Review**, v. 51, n. 8/9, p. 540-554, 1964.
- STEIMEL, A. Steuerungsbedingte Unterschiede von Wechselrichtergespeisten Traktionsantrieben. **Elektrische Bahnen**, v. 92, n. 1/2, p. 24-36, 1994.
- STEIMEL, A. Electric Railway Traction in Europe. **IEEE Industry Applications Magazine**, p. 7-17, November/December 1996.
- STEIMEL, A. Direct self-control and synchronous pulse techniques for high-power traction inverters in comparison. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 51, n. 4, p. 810-820, August 2004.
- STEIMEL, A.; WIESEMANN, J. Further development of Direct Self Control for application in electric traction. In: IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), Warsaw, 1996. **Anais**. Warsaw: IEEE, 1996, p. 180-185.
- TURBUK, D.; FRATINI, W. Consumo de energia: racionalização do consumo de energia no Metrô de São Paulo. **Engenharia – Revista do Instituto de Engenharia**, n. 488, p. 20-24, 1992.
- VAN HEIJST, T. C. M.; HAMELS, D. Verfahren zur genauen Berechnung der Energieverluste in einem Gleichstrom-Traktionsnetz. **Elektrische Bahnen**, v. 78, n. 7, p. 170-179, 1980.
- VEM – HANDBUCH. **Energieversorgung elektrischer Bahnen**. 1.ed. Berlin: VEB Verlag Technik, 1975. 536p.
- VIET, N. X. H.; SONG, H. -S.; NAM, K. Locating power supplies on a personal rapid transit system to minimize system losses. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 40, n. 6, p. 1671-1677, 2004.
- WAGNER, R. Possibilities for regenerative braking on D. C. traction vehicles. **Siemens Review**, v. 40, n. 1, p. 38-44, 1973.

- WALLACE, A. K.; PARKER, J. H.; DAWSON, G. E. Slip control for LIM propelled transit vehicles. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 16, n. 5, p. 710-712, September 1980.
- YANO, M.; IWAHORI, M. Transition from slip-frequency control to vector control for induction motor drives of traction applications in Japan. In: The Fifth International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS 2003), Singapore, 2003. **Anais**. Singapore: IEEE, 2003, p. 1246-1251. v.2.
- YU, D. et al. Analysis of dynamic MRTS traction power supply system based on dependent train movement simulation. In: ASME/IEEE Joint Rail Conference, Baltimore, 2004. **Anais**. Baltimore: ASME, 2004. p. 153-160.
- YU, J. G. The effects of earthing strategies on rail potential and stray currents in D. C. transit railways. In: International Conference on Developments in Mass Transit Systems, London, 1998. **Anais**. London: IEE, 1998. p. 303-309.
- ZWILLING, H. Theorie des Gleichstromkreises der U-Bahnen. **Elektrische Bahnen**, v. 43, n. 10, p. 218-224, 1972.