

**José Alberto Fernandes Ferreira Júnior**

**ANÁLISE DO RETIFICADOR TRIFÁSICO EM PONTE COM  
CAPACITORES EM SÉRIE NOS RAMOS CA**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para a obtenção do  
título de Mestre em Engenharia.

**São Paulo  
2008**

**José Alberto Fernandes Ferreira Júnior**

**ANÁLISE DO RETIFICADOR TRIFÁSICO EM PONTE COM  
CAPACITORES EM SÉRIE NOS RAMOS CA**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para a obtenção do  
título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:  
Engenharia Elétrica

Orientador:  
Prof. Dr. Walter Kaiser

**São Paulo**  
**2008**



Escola Politécnica - EPBC



31200043762

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de janeiro de 2008.

Assinatura do autor

José Alberto F. J.

Assinatura do orientador

Walter Kau

PEA

Escola Politécnica da USP  
Divisão de Biblioteca

FD - 4843  
Ed. rev.

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Ferreira Junior, José Alberto Fernandes

Análise do retificador trifásico em ponte com capacitores em série nos ramos CA / J.A.F. Ferreira Junior. -- ed.rev. -- São Paulo, 2008.

61 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.

1.Retificador trifásico 2.Capacitores em série I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II. t.

## Agradecimentos

Agradeço a valiosa e constante ajuda, sem a qual a conclusão deste trabalho não teria sido possível, do Prof. Dr. Walter Kaiser, pela paciência e pelos constantes ensinamentos, em de eletrônica de potência, bem como no desenvolvimento de diversas habilidades pertinentes à realização deste trabalho, e do Prof. Dr. Ricardo Paulino Marques, que pacientemente forneceu suporte e auxílio ao uso do programa Matlab, bem como com a resolução de dificeis problemas numéricos.

Agradeço também ao Prof. Dr. Wilson Komatsu, pela presença e apoio constantes.

## Resumo

Retificadores com comutação capacitiva são conversores comutados pela rede que têm capacitâncias em série com as indutâncias nos ramos CA. Essas capacitâncias melhoram a regulação de tensão do retificador e possibilitam sua operação com ângulos de disparo negativos.

Este trabalho apresenta o equacionamento da comutação capacitiva e da característica tensão versus corrente no lado CC do retificador, assumindo simetria do conversor e alisamento perfeito da corrente CC, e uma análise da faixa de valores de capacitâncias que viabilizam a sua operação.

## Abstract

Rectifiers with capacitive commutation are line-commutated converters that have capacitances in series with the inductances in the AC branches. These capacitances improve the rectifier's voltage regulation and enable converter operation with negative firing angles.

This work presents the mathematical formulation of the capacitive commutation and of the characteristic of voltage versus current on the rectifier's DC side, assuming converter symmetry, perfect smoothness of DC current, and a range of values of capacitances that make its operation feasible.

## Lista de Figuras

Figura 2.1	Retificador trifásico em ponte a diodos com alisamento perfeito da corrente CC	3
Figura 2.2	Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para $\mu=30^\circ$ .....	4
Figura 2.3	Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para $\mu=60^\circ$ .....	5
Figura 2.4	Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para $\alpha_d=15^\circ$ .....	5
Figura 2.5	Potenciais nos grupos G+, G- e correntes nos diodos para $\alpha_{d\max}=30^\circ$ .....	6
Figura 2.6	Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para $\mu=75^\circ$ .....	6
Figura 2.7	Retificador trifásico em ponte a diodos - Curva tensão CC (p.u.) versus corrente CC (p.u.).....	8
Figura 2.8	Retificador trifásico em ponte a tiristores e alisamento perfeito da corrente CC..	9
Figura 2.9	Potenciais dos grupos G+, G-, tensão CC e correntes nos tiristores p/ $\alpha=\mu=15^\circ$ .....	9
Figura 2.10	Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos tiristores para $\alpha=15^\circ$ , $\mu=60^\circ$ .....	10
Figura 2.11	Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos tiristores p/ $\alpha =15^\circ$ , $\alpha_d \approx 8^\circ$ , $\mu=60^\circ$ .....	10
Figura 2.12	Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos tiristores p/ $\alpha=45^\circ$ , $\mu=15^\circ$ , $\mu=75^\circ$ .....	11
Figura 2.13	Retificador trifásico em ponte controlado - Curva tensão CC (p.u.) versus corrente CC (p.u.).....	12
Figura 2.14	Retificador trifásico em ponte controlado - Curva $\mu$ versus corrente CC (p.u.)....	13
Figura 3.1	Modelo do retificador 3F2C controlado com comutação puramente capacitiva..	14
Figura 3.2	Tensões nos capacitores, e suas contribuições para a tensão da carga.....	15
Figura 3.3	Retificador com comutação capacitativa - Condição para operação com ângulo de disparo negativo.....	16
Figura 3.4	Retificador trifásico com comutação indutivo-capacitativa.....	16
Figura 3.5	Comutação indutivo-capacitativa - Tensão na carga, tensões e correntes nos capacitores.....	17
Figura 3.6	Detalhe dos incrementos de tensão nos capacitores devido às indutâncias durante a comutação.....	17
Figura 3.7	Círcuito equivalente da malha de comutação da válvula 1 para a válvula 3.....	18
Figura 3.8	Tensão numa válvula para $\alpha = 0^\circ$ , $I_{pu} = 0,5$ e diferentes valores de k.....	22
Figura 3.9	Diagramas mostrando os diodos em condução em um ciclo da rede p/ o retificador operando no Modo 1.....	23
Figura 3.10	Diagramas para análise dos sinais algébricos do denominador e numerador da expressão (3.29) para $I_{pu}$ .....	25
Figura 3.11	Curvas de $\alpha_{\text{crítico}}$ parametrizadas em $\mu$ e k.....	26
Figura 3.12	Domínio de validade do modelo para $\alpha = -1^\circ$ .....	27
Figura 3.13	Domínio de validade do modelo para $\alpha = -10^\circ$ .....	27
Figura 3.14	Domínio de validade do modelo para $\alpha = -20^\circ$ .....	28

Figura 3.15	Domínio de validade do modelo para $\alpha = -40^\circ$ .....	28
Figura 4.1	Ângulos de comutação ( $\mu$ ) e de disparo ( $\alpha \geq 0$ ) em função da corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).....	29
Figura 4.2	Ângulos de comutação ( $\mu$ ) e de disparo ( $\alpha < 0$ ) em função da corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).....	30
Figura 4.3	Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha \geq 0$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).....	31
Figura 4.4	Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha < 0$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).....	31
Figura 4.5	Valores mínimos de ângulo de disparo ( $\alpha$ ) versus corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).....	32
Figura 4.6	Formas de onda da tensão na válvula para $\alpha = 0^\circ$ , $I_{pu} = 0,5$ e diferentes valores de $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).....	33
Figura 4.7	Ângulos de comutação ( $\mu$ ) e de disparo ( $\alpha$ ) em função da corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).....	34
Figura 4.8	Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha \geq 0$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).....	34
Figura 4.9	Valores mínimos de ângulo de disparo ( $\alpha$ ) versus corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).....	35
Figura 4.10	Formas de onda da tensão na válvula para $\alpha = 0^\circ$ , $I_{pu} = 0,5$ e diferentes valores de $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).....	36
Figura 4.11	Máxima tensão reversa nas válvulas em função de $\alpha$ e $I_{pu}$ para diversos valores de $k$ .....	37
Figura 4.12	Máxima tensão direta nas válvulas em função de $\alpha$ e $I_{pu}$ para diversos valores de $k$ .....	37
Figura 4.13	Tensão na chave para $\alpha = 15^\circ$ , $k = 0,5$ , $I_{pu} = 0,4$ e $\mu = 36, 2109^\circ$ .....	39
Figura 4.14	Tensão retificada para $\alpha = 15^\circ$ , $k = 0,5$ , $I_{pu} = 0,4$ e $\mu = 36, 2109^\circ$ .....	39
Figura 4.15	Corrente de fase para $\alpha = 15^\circ$ , $k = 0,5$ , $I_{pu} = 0,4$ e $\mu = 36, 2109^\circ$ .....	40
Figura 4.16	Corrente CC versus ângulo de comutação ( $\mu$ ), para $k = 0,5$ e $\alpha = 30^\circ$ .....	40
Figura 4.17	Tensão CC versus ângulo de comutação ( $\mu$ ), para $k = 0,5$ e $\alpha = 30^\circ$ .....	41
Figura 4.18	Tensão CC versus Corrente CC, para $k = 0,5$ e $\alpha = 30^\circ$ .....	41
Figura 4.19	Mínimo ângulo de disparo ( $\alpha$ ) permitível versus ângulo de comutação ( $\mu$ ) para $k=1,04852$ .....	42
Figura 4.20	Potência reativa ( $Q_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha$ ) para $k=0$ (indutivo) ..	43
Figura 4.21	Potência reativa ( $Q_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha$ ) para $k=0,8$ .....	44
Figura 4.22	Potência reativa ( $Q_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha$ ) para $k=2$ .....	44
Figura 4.23	Retificador a diodos - Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) p/ diferentes valores de $k$ .	45
Figura 4.24	Retificador a diodos – Ângulo de comutação ( $\mu$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de $k$ .....	46
Figura 5.1	Diagrama unifilar simplificado da estação conversora de Garabi – primeira fase	49

## **Lista de Abreviaturas**

CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CCC	“Capacitor Commutated Converter”
FFT	“Fast Fourier Transformation
HVDC	“High Voltage Direct Current”
p.u.	“per unit”
3F2C	Três Fases e Dois Caminhos

## Simbologia

C	Capacitância por fase do ramo CA.
$E_m$	Valor de pico da tensão de fase.
I	Corrente CC na carga.
$I_{min}$	Corrente mínima para disparo com ângulo de disparo negativo.
$I_{pu}$	Valor em p.u. da corrente média na carga $I_{pu} = I / I_{sc}$ .
$I_{CA(pu)}I_{RMS}$	Valor eficaz da componente fundamental da corrente de linha.
	Valor de pico da corrente de curto circuito entre fases com elementos CA puramente
$I_{sc}$	indutivos $I_{sc} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_m}{2 \cdot L \cdot \omega}$ .
k	Relação entre as freqüências de ressonância do ramo CA e da rede $k = \omega_0 / \omega$
L	Indutância por fase do ramo CA.
$Q_{pu}$	Potencia reativa em p.u.
U	Valor médio da tensão retificada na carga.
$U_o$	Valor médio da tensão retificada na carga em vazio $U_o = \frac{3\sqrt{3} \cdot E_m}{\pi}$ .
$U_{pu}$	Valor em p.u. da tensão média retificada na carga $U_{pu} = \frac{U}{U_o}$ .
$U_{RET}$	Tensão na saída do retificador
$v_x(t)$	Valor instantâneo da tensão na fase x.
$v_{xy}(t)$	Valor instantâneo da tensão de linha entre as fases x e y.
$V_{cap10}$	Valor da tensão no capacitor da fase que deixa de conduzir após a comutação.
$V_{cap20}$	Valor da tensão no capacitor da fase que assume a corrente após a comutação.
$\Delta V_1$	Diferença de tensão no capacitor da fase que cessa a condução.
$\Delta V_2$	Diferença de tensão no capacitor da fase que inicia a condução.
$\Delta VC$	Máxima excursão de tensão em um capacitor.
$\alpha$	Ângulo de disparo, medido em relação ao instante de cruzamento das tensões de fase.

$\alpha_{\text{critico}}$	Ângulo de disparo crítico.
$\alpha_d$	Ângulo de atraso espontâneo no Modo 2.
$\varphi_{\text{ICA1}}$	Fase da componente fundamental da corrente de linha.
$\mu$	Ângulo de comutação.
$\mu_d$	Ângulo de comutação múltipla.
$\omega$	Freqüência angular da rede.
$\omega_0$	Freqüência de ressonância do circuito LC série $\omega_0 = 1/\sqrt{L \cdot C}$ .

## Sumário

<b>Agradecimentos .....</b>	<b>iii</b>
<b>Resumo .....</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de Abreviaturas .....</b>	<b>viii</b>
<b>Simbologia .....</b>	<b>ix</b>
<b>Capítulo 1 - Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 2 - Retificadores trifásicos em ponte com comutação indutiva. ....</b>	<b>3</b>
2.1 – Retificador trifásico em ponte não controlado. ....	3
2.1.1 – Retificador trifásico em ponte não controlado - Modos de operação.....	4
2.1.2 – Valores de base.....	7
2.1.3 – Curva característica CC tensão versus corrente para comutação indutiva. ....	7
2.2 – Retificador trifásico em ponte controlado. ....	8
2.2.1 – Retificador trifásico em ponte controlado - Modos de operação. ....	9
2.2.2 – Curva característica CC tensão versus corrente para comutação indutiva. ....	11
<b>Capítulo 3 – Conversor trifásico em ponte com comutação capacitiva.....</b>	<b>14</b>
3.1 – Retificador trifásico com comutação puramente capacitativa idealizado. ....	14
3.2 – Retificador trifásico com comutação capacitivo – indutiva . ....	16
3.2.1. Cálculo da corrente em função do ângulo de comutação. ....	18
3.2.2. Condição para início da comutação entre válvulas .....	20
3.2.3. Valor médio da tensão retificada na carga. ....	21
3.2.4. Tensão na válvula .....	22
3.3. Limites de validade do modelo.....	24
<b>Capítulo 4 – Curvas de operação do retificador com comutação capacitiva ...</b>	<b>29</b>
4.1. Operação capacitiva ( $k>1$ ).....	29
4.2. Operação indutiva ( $k<1$ ). ....	33
4.3. Tensões nas válvulas .....	36
4.4. Validação do modelo proposto .....	38
4.4.1. Validação de formas de onda .....	38
4.4.2. Validação da característica CC tensão versus corrente .....	40
4.5. Considerações sobre potência reativa.....	42
4.6. Curva característica do retificador a diodos .....	45
<b>Capítulo 5 – Considerações finais.....</b>	<b>47</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>50</b>
<b>Apêndice A — Equacionamento do retificador com comutação capacitiva ....</b>	<b>51</b>
A.1 – Incremento na de tensão no capacitor da fase que pára de conduzir corrente ( $\Delta V_1$ ). ....	51
A.2 - Corrente CC na carga ( $I_{pu}$ ). ....	54
A.3 - Valor médio da tensão CC.....	55
A.4 - Máxima excursão negativa do ângulo de atraso de disparo ( $\alpha$ ). ....	58
A.5 – Corrente CA do retificador .....	59

## Capítulo 1 - Introdução

Neste trabalho é analisado o funcionamento e equacionado o processo de comutação de um conversor comutado pela rede com capacitâncias em série com as conexões do lado CA, conhecido na literatura como CCC (Capacitor Commutated Converter). Os capacitores reduzem a demanda por energia reativa e provêem uma componente adicional de tensão para as chaves permitindo a operação com ângulos de disparo que não são possíveis para retificadores convencionais com comutação puramente indutiva. Dependendo dos valores de capacitâncias adotados, as chaves e os capacitores são submetidos a tensões elevadas.

As primeiras análises desta topologia foram publicadas por Busemann (BUSEMANN, 1954) há mais de 50 anos, porém (REEVE et all, 1968) foi o primeiro a realizar um equacionamento mais elaborado da sua operação em regime permanente. Uma aplicação em potencial para este tipo de conversor é a transmissão de energia em corrente contínua e alta tensão (HVDC - High Voltage DC) relatada por (REEVE et all, 1968), (GOMES et all, 2002), inclusive com algumas instalações já em funcionamento (MEISINGSET, 2000; SOOD, 2004).

As contribuições deste trabalho são um equacionamento analítico do CCC operando como retificador em regime permanente, uma análise detalhada do domínio de validade do modelo, a obtenção das curvas características do lado CC para os retificadores controlado e não controlado. Como conversor é adotada a ponte trifásica com alisamento perfeito da corrente CC. Também são apresentadas as principais curvas características, além de uma análise crítica dos parâmetros de projeto deste conversor. Para esse propósito, o trabalho valeu-se de uso intenso de ferramentas de simulação computacionais entre elas, o simulador PSIM e os aplicativos MATLAB.

O trabalho encontra-se dividido em 5 capítulos e contém um apêndice e um anexo.

No segundo capítulo é realizada uma breve descrição da característica de operação do retificador trifásico em ponte com comutação puramente indutiva. São descritos os modos de operação e a característica CC tensão versus corrente, da condição de circuito aberto até o curto-círcuito pleno.

O terceiro capítulo inicialmente descreve o funcionamento da ponte retificadora trifásica com elementos puramente capacitivos nos ramos CA. Na seqüência é realizado o equacionamento do processo de comutação para o ramo CA indutivo-capacitivo, bem como da

característica tensão versus corrente CC no Modo 1, ou seja, quando o conversor opera no modo de alternância entre condução simples e comutação simples.

No quarto capítulo são apresentadas as curvas características do conversor CCC com ramo CA indutivo-capacitivo, bem como uma análise da faixa de valores de capacitâncias que viabilizam a sua operação.

No capítulo cinco, são relatadas as considerações finais e apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

O apêndice A detalha os cálculos realizados no desenvolvimento deste trabalho e no anexo A encontra-se um CD com as rotinas Matlab utilizadas neste trabalho.

## Capítulo 2 - Retificadores trifásicos em ponte com comutação indutiva.

Neste capítulo são apresentadas breves descrições do comportamento dos retificadores trifásicos em ponte a diodos e a tiristores com comutação puramente indutiva e suas características tensão versus corrente no lado CC, da condição de circuito aberto, até o curto-círcito pleno.

Os retificadores trifásicos são utilizados em aplicações de médias e altas potências, sendo a configuração em ponte a mais difundida em função da sua simetria, modularidade e do bom aproveitamento do transformador.

### 2.1 – Retificador trifásico em ponte não controlado.

Os retificadores em ponte são constituídos de dois conjuntos de válvulas<sup>1</sup> formando os grupos G+ (válvulas com catodos em comum) e G- (válvulas com anodos em comum). A figura 2.1 mostra o circuito de um retificador trifásico em ponte no qual as válvulas são diodos. O alisamento perfeito da corrente CC permite representar o retificador como uma fonte de corrente constante alimentando uma carga genérica.

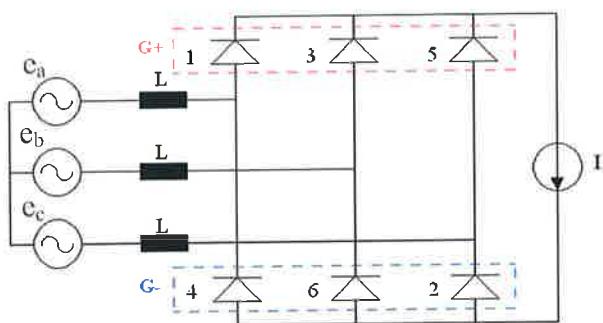


Figura 2.1 – Retificador trifásico em ponte a diodos com, alisamento perfeito da corrente CC.

Nos retificadores polifásicos a transferência de corrente de uma válvula (seja diodo ou tiristor) para a outra é denominada comutação. Este processo envolve a condução simultânea de duas ou mais válvulas de um mesmo grupo, provocando um curto-círcuito entre as fases envolvidas. A presença de indutâncias nos ramos CA impede que a transferência de corrente entre as fases seja instantânea. A comutação é dita simples em um retificador em ponte trifásico quando durante a transferência de corrente entre fases somente duas válvulas de um grupo e uma

---

<sup>1</sup> Válvula em retificadores comutados pela rede é a designação genérica dos dispositivos que operam como chaves (abertas ou fechadas) e que são responsáveis pela transferência de corrente do alimentador CA para carga CC.

do outro conduzem simultaneamente. A sua duração é determinada pelo ângulo “ $\mu$ ” medido em graus elétricos.

A duração da comutação, ou seja, o tempo necessário para haver transferência de corrente de uma fase para outra, depende da amplitude da corrente CC e dos valores de indutância dos ramos CA. Com o aumento da corrente CC, o processo de transferência de corrente de uma fase para outra passa a envolver a condução de um número maior de válvulas e a comutação deixa de ser simples, passando a ser múltipla. A operação de um retificador trifásico em ponte desde a condição de circuito aberto até o curto circuito pleno no lado CC envolve três modos de operação descritos na seqüência.

### 2.1.1 – Retificador trifásico em ponte não controlado - Modos de operação.

Neste item será analisado o funcionamento de um retificador trifásico em ponte não controlado desde a condição de circuito aberto até o curto circuito pleno no lado CC. O funcionamento envolve três modos de operação descritos na seqüência.

#### *Modo 1 – Comutação simples:*

O Modo 1, vide figura 2.2, é caracterizado pela seqüência de intervalos de comutação simples (áreas hachuradas), caracterizados pela condução simultânea de dois diodos do grupo G+ (G-) e de um diodo do grupo G- (G+), intercalados por intervalos de condução simples, durante os quais conduzem somente um diodo de cada grupo. A duração do intervalo de comutação é representada pelo ângulo “ $\mu$ ” que aumenta com a corrente CC na carga.

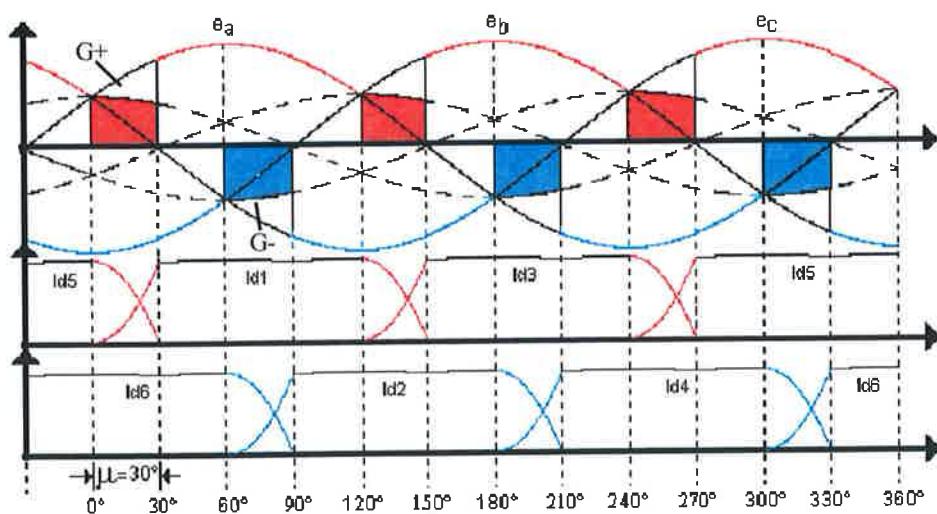


Figura 2.2– Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para  $\mu=30^\circ$ .

A condição limite deste modo ocorre para  $\mu = 60^\circ$  (vide figura 2.3), quando os intervalos de condução simples desaparecem.

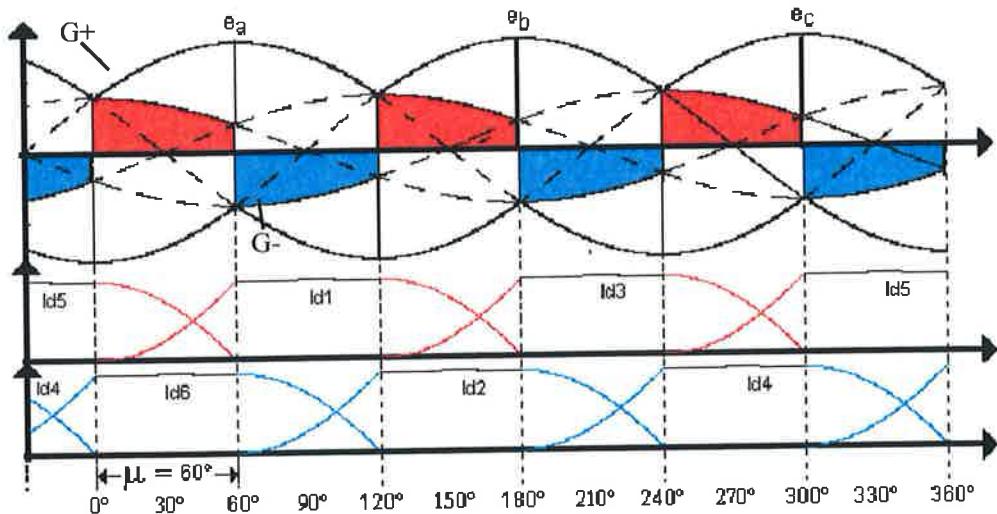


Figura 2.3 – Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para  $\mu=60^\circ$ .

#### Modo 2 – Comutação simples com ângulo de atraso de condução:

O Modo 2 é formado pela seqüência de intervalos de comutação simples. Para  $\mu=60^\circ$ , à medida que a corrente CC aumenta, a comutação em um grupo somente tem início após o término da comutação no outro grupo, visto que o potencial dos anodos (catodos) dos diodos do grupo G+ (G-) mantém dois diodos do grupo G- (G+) inversamente polarizados. Como consequência, o início da comutação sofre um atraso representado pelo ângulo “ $\alpha_d$ ”, indicado na figura 2.4.

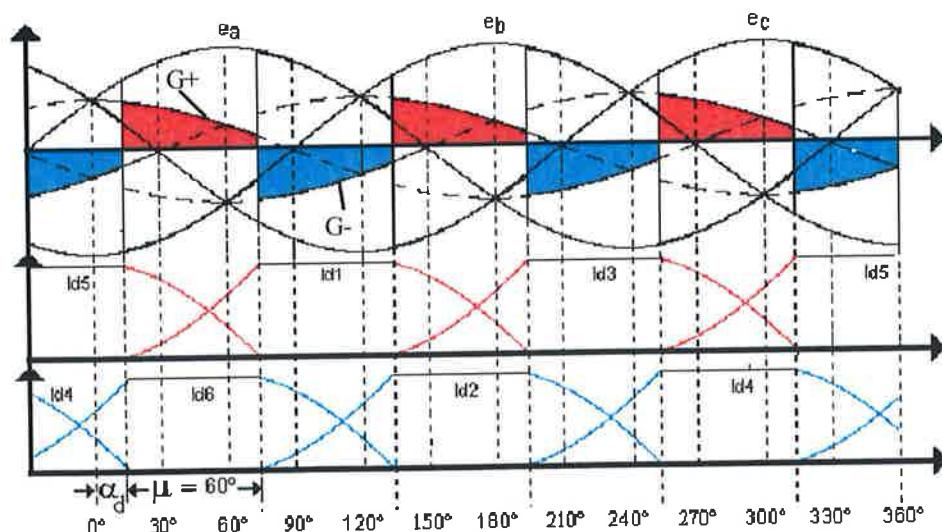


Figura 2.4 – Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para  $\alpha_d=15^\circ$ .

A condição limite para este modo, ocorre para  $\alpha_d=30^\circ$  (vide figura 2.5), quando o potencial dos anodos (catodos) dos diodos do grupo G+ (G-) torna-se negativo (positivo), polarizando diretamente um dos diodos do grupo G- (G+) e iniciando o processo de comutação neste grupo. Note que o ângulo de comutação se mantém constante em  $\mu = 60^\circ$ .

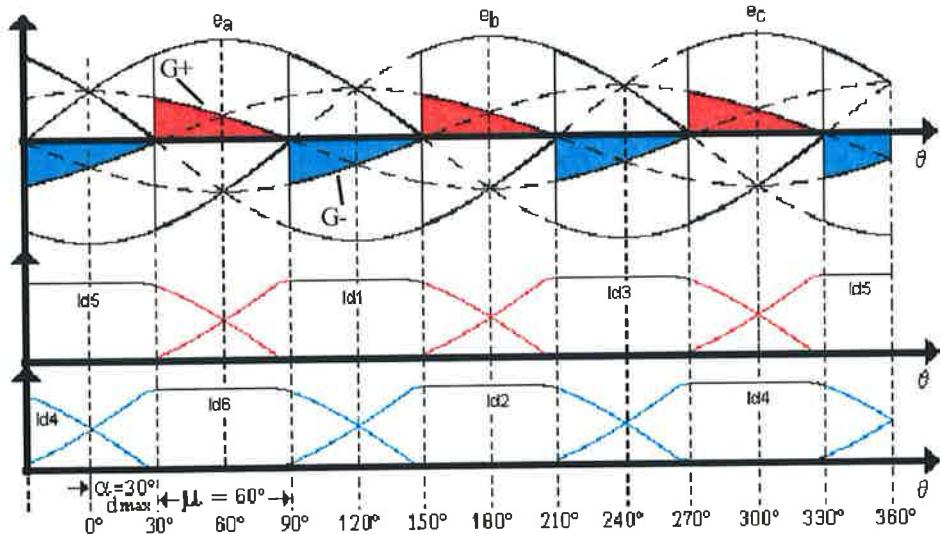


Figura 2.5 – Potenciais nos grupos G+, G- e correntes nos diodos para  $\alpha_{d\max}=30^\circ$ .

### Modo 3 – Comutação múltipla:

O Modo 3, vide figura 2.6), é formado pela seqüência de intervalos de comutação múltipla (condução de dois diodos de um mesmo grupo e dois diodos do outro grupo), intercalados por intervalos de comutação simples. Durante a comutação múltipla (indicada pelo ângulo “ $\mu_d$ ”) ocorre um curto-círcuito trifásico na entrada da ponte e a tensão na carga é nula.

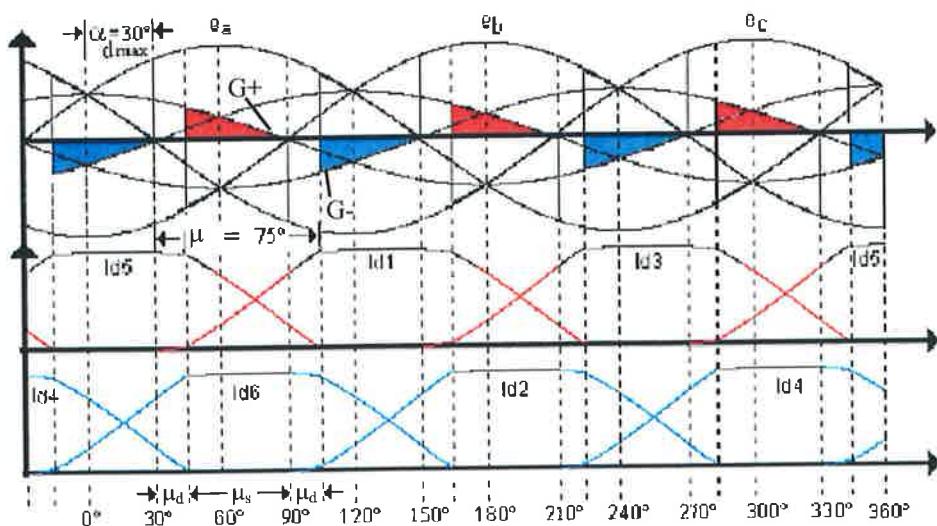


Figura 2.6 – Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos diodos para  $\mu=75^\circ$ .

Neste modo o retificador opera continuamente em comutação. O ângulo de comutação total “ $\mu$ ” é composto de dois intervalos de comutação múltipla e de um intervalo de comutação simples (indicado pelo ângulo “ $\mu_s$ ”). Com o aumento da corrente CC, o ângulo de comutação total  $\mu$  aumenta ( $\mu_d$  aumenta e  $\mu_s$  diminui) até alcançar 120° quando o valor médio da tensão de saída se anula.

### **2.1.2 – Valores de base.**

Para efeito de análise é conveniente que os valores médios de tensão e de corrente CC na saída do retificador sejam normalizados e expressos em valores por unidade (p.u.).

Para a tensão, adota-se como valor de base o valor médio da tensão de saída em vazio dado pela expressão:

$$U_{\text{BASE}} = U_o = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot E_m}{\pi}. \quad (2.1)$$

Para a corrente, adota-se conforme (MÖLTGEN, 1972) a amplitude máxima da corrente de curto-círcuito entre duas fases na entrada da ponte como valor de base, ou seja:

$$I_{\text{BASE}} = I_{sc} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_m}{2 \cdot \omega \cdot L}. \quad (2.2)$$

Esta convenção visa facilitar a comparação de desempenho entre retificadores e identificação das características introduzidas pela inserção de elementos capacitivos nos ramos CA em relação à comutação indutiva.

### **2.1.3 – Curva característica CC tensão versus corrente para comutação indutiva.**

A teoria convencional para análise de retificadores disponível na literatura, (MOELTGEN, 1972) e (HOELTERS, 1961) assume o conversor sem perdas (válvulas e indutores ideais com a impedância da fonte CA puramente indutiva), alisamento perfeito da corrente CC. A fonte de alimentação do retificador é modelada pelo circuito equivalente de Thevenin, no qual o transformador é representado pelas indutâncias de curto-círcuito magneticamente desacopladas.

Os valores médios de tensão e de corrente CC são obtidos a partir da expressão da tensão na saída do retificador durante um pulso (no caso, um sexto de ciclo da rede) e da corrente no diodo que conduz durante este intervalo para cada um dos modos de operação. A figura 2.7 apresenta a curva característica em p.u. do retificador trifásico em ponte a diodos.

É importante ressaltar que na condição nominal o retificador opera no Modo 1 e a característica tensão versus corrente é linear.

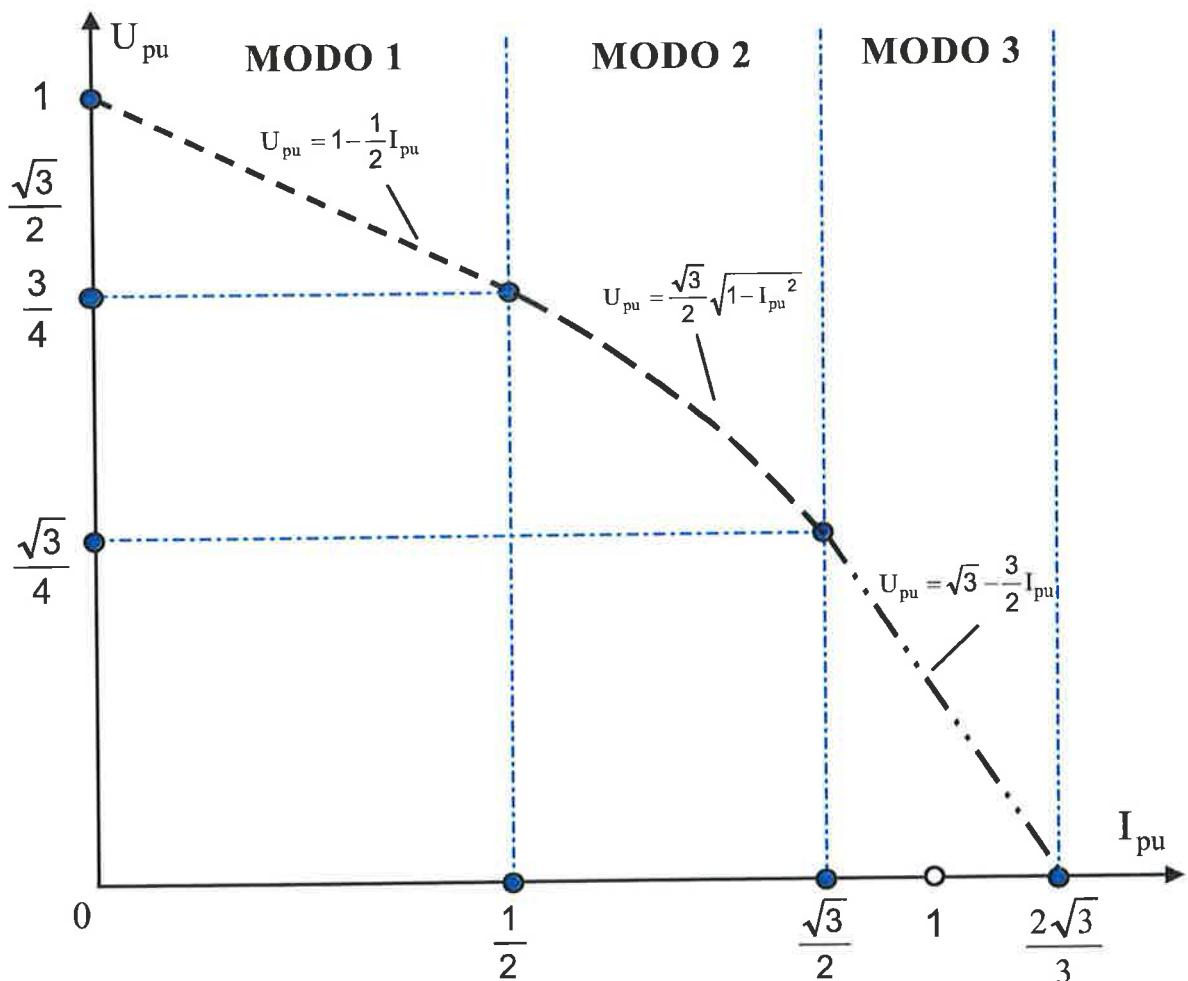


Figura 2.7 – Retificador trifásico em ponte a diodos - Curva tensão CC (p.u.) versus corrente CC (p.u.).

## 2.2 – Retificador trifásico em ponte controlado.

Nos retificadores em ponte controlados as válvulas são tiristores como mostra a figura 2.8. O alisamento perfeito da corrente CC permite representar o retificador como uma fonte de corrente constante (cujo valor é ajustado pelo ângulo de disparo “ $\alpha$ ”) alimentando uma carga genérica.

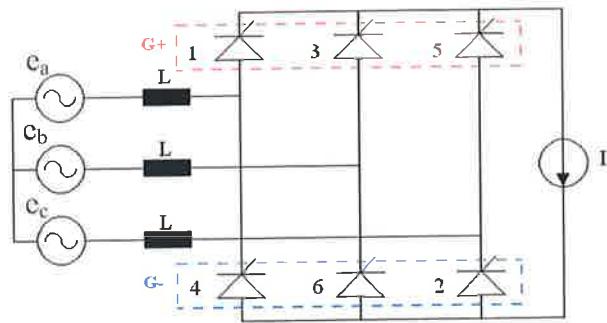


Figura 2.8 – Retificador trifásico em ponte a tiristores e alisamento perfeito da corrente CC.

### 2.2.1 – Retificador trifásico em ponte controlado - Modos de operação.

O retificador trifásico em ponte controlado apresenta os mesmos modos de operação do não controlado, porém a transição entre modos depende do valor do ângulo de disparo  $\alpha$ . A área duplamente hachurada nos gráficos deste item indica a diferença entre os potenciais  $G+$  e  $G-$  que compõem um pulso de  $60^\circ$  da tensão CC na carga.

#### Modo 1 – Comutação simples:

O Modo 1, vide figura 2.9, é formado por uma seqüência de intervalos com comutação simples (áreas em cinza), caracterizados pela condução simultânea de dois tiristores do grupo  $G+$  ( $G-$ ) e de um tiristor do grupo  $G-$  ( $G+$ ), intercalados por intervalos de condução simples, durante os quais conduzem somente um tiristor de cada grupo. A condição limite deste modo ocorre para  $\mu = 60^\circ$  quando os intervalos de condução simples desaparecem (vide figura 2.10).

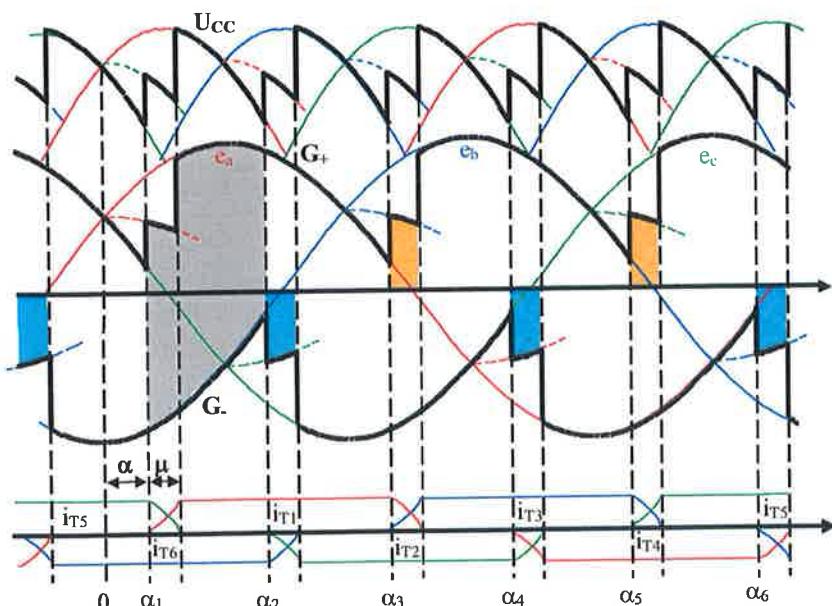


Figura 2.9 – Potenciais dos grupos  $G+$ ,  $G-$ , tensão CC e correntes nos tiristores para  $\alpha=\mu=15^\circ$ .

### Modo 2 – Comutação simples com ângulo de atraso de condução:

O Modo 2 é formado pela sucessão de intervalos de comutação simples nos quais o ângulo de comutação se mantém fixo em  $\mu=60^\circ$ , porém o início da comutação sofre um atraso representado pelo ângulo “ $\alpha_d$ ” e indicado na figura 2.11. A condição limite para este modo ocorre para  $\alpha_d+\alpha=30^\circ$ , quando o potencial dos anodos (catodos) dos tiristores do grupo G+ (G-) torna-se negativo (positivo), polarizando diretamente um dos tiristores do grupo G- (G+) e iniciando o processo de comutação neste grupo. Convém ressaltar que, para  $\alpha \geq 30^\circ$ , o Modo 2 deixa de existir e o retificador passa diretamente do Modo 1 para o Modo 3.

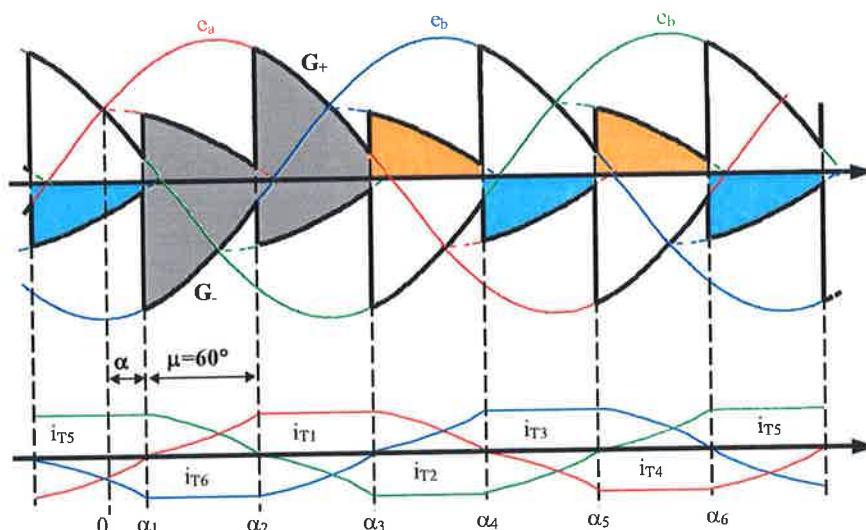


Figura 2.10 – Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos tiristores para  $\alpha=15^\circ$ ,  $\mu=60^\circ$ .

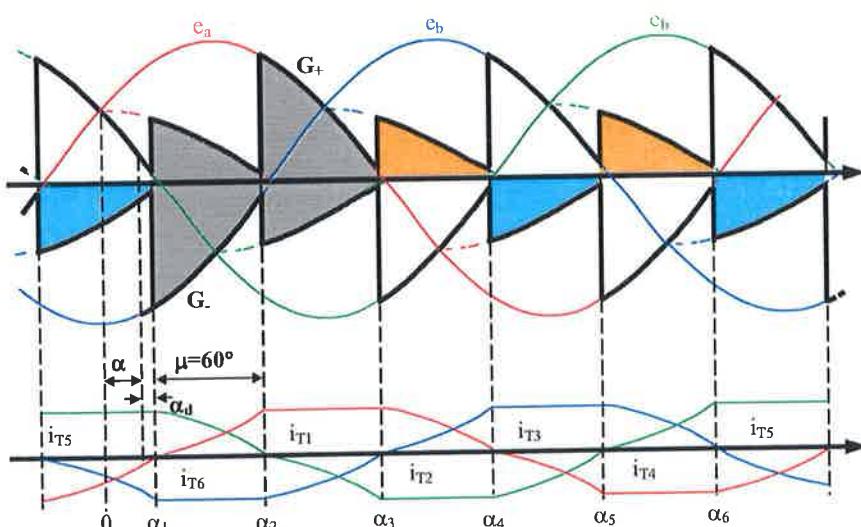


Figura 2.11 – Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos tiristores para  $\alpha=15^\circ$ ,  $\alpha_d \approx 8^\circ$ ,  $\mu=60^\circ$ .

### Modo 3 – Comutação múltipla:

O Modo 3 é constituído de intervalos de comutação múltipla (condução de dois tiristores de um mesmo grupo e dois tiristores do outro grupo), intercalados por intervalos de comutação simples. Durante a comutação múltipla (indicada pelo ângulo “ $\mu_d$ ”) ocorre um curto-círcuito trifásico e a tensão na carga é nula. A figura 2.12 mostra as formas de onda para  $\alpha=45^\circ$  (ou seja,  $\alpha > \alpha_{d\max}=30^\circ$ ), para uma condição de corrente na qual o retificador operando continuamente em comutação. O ângulo de comutação total “ $\mu$ ” é composto de dois intervalos de comutação múltipla e de um intervalo de comutação simples (indicado pelo ângulo “ $\mu_s$ ”). Com o aumento da corrente CC, o ângulo de comutação total  $\mu=\mu_d + 60^\circ$  aumenta ( $\mu_d$  aumenta e  $\mu_s$  diminui) até o valor médio da tensão de saída se anular. Na figura 2.12, as áreas com hachura cinza clara (cinza escuro) indicam que o valor instantâneo da tensão na saída do retificador é positivo (negativo).

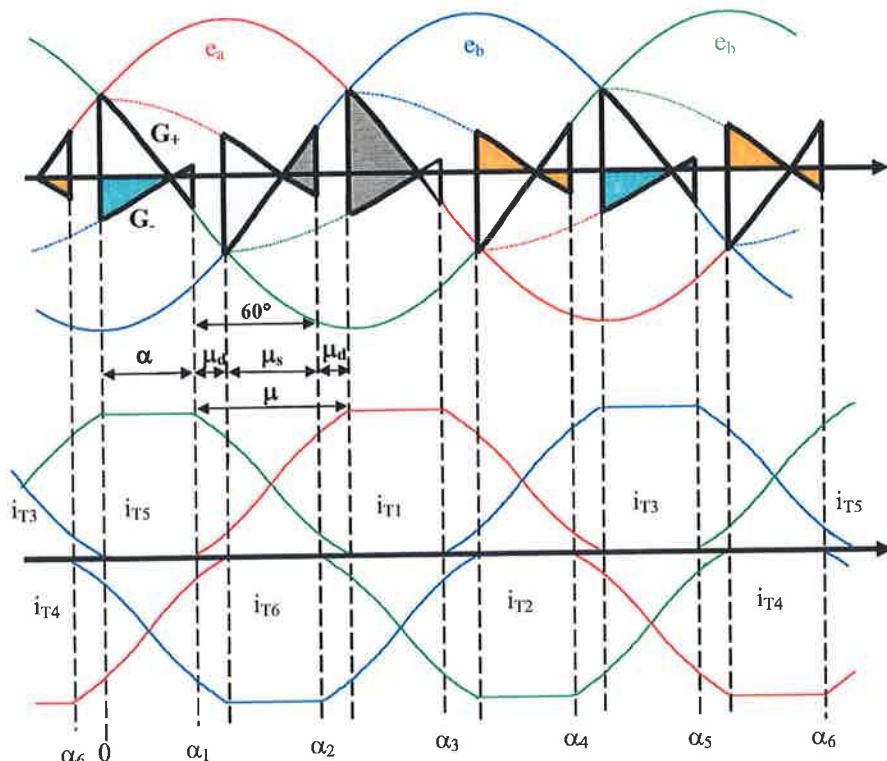


Figura 2.12 – Potenciais dos grupos G+, G- e correntes nos tiristores para  $\alpha=45^\circ$ ,  $\mu_d=15^\circ$ ,  $\mu=75^\circ$ .

#### 2.2.2 – Curva característica CC tensão versus corrente para comutação indutiva.

A teoria convencional para análise de retificadores controlados, disponível na literatura, (HARTEL, 1977) assume igualmente o conversor sem perdas (válvulas e indutores ideais com a impedância da fonte CA puramente indutiva) e alisamento perfeito da corrente CC. A fonte de

alimentação do retificador é modelada pelo circuito equivalente de Thévenin, no qual o transformador é representado pelas indutâncias de curto-círcuito magneticamente desacopladas. Para efeito de análise são utilizados os mesmos valores de base apresentados no item 2.1.2.

As figuras 2.13 e 2.14 apresentam as curvas características da tensão CC em p.u. e  $\mu$  versus corrente em p.u. do retificador trifásico em ponte a tiristores, da condição de operação em vazio, até o curto-círcuito pleno nos terminais da carga. Note que: i) para  $\alpha > 30^\circ$  o conversor nunca opera no Modo 2, ou seja, a reta do Modo 1 intercepta o prolongamento da elipse tracejada do Modo 2 do qual parte a reta do Modo 3 e ii) para  $\alpha > 60^\circ$  o conversor somente opera no Modo 1.

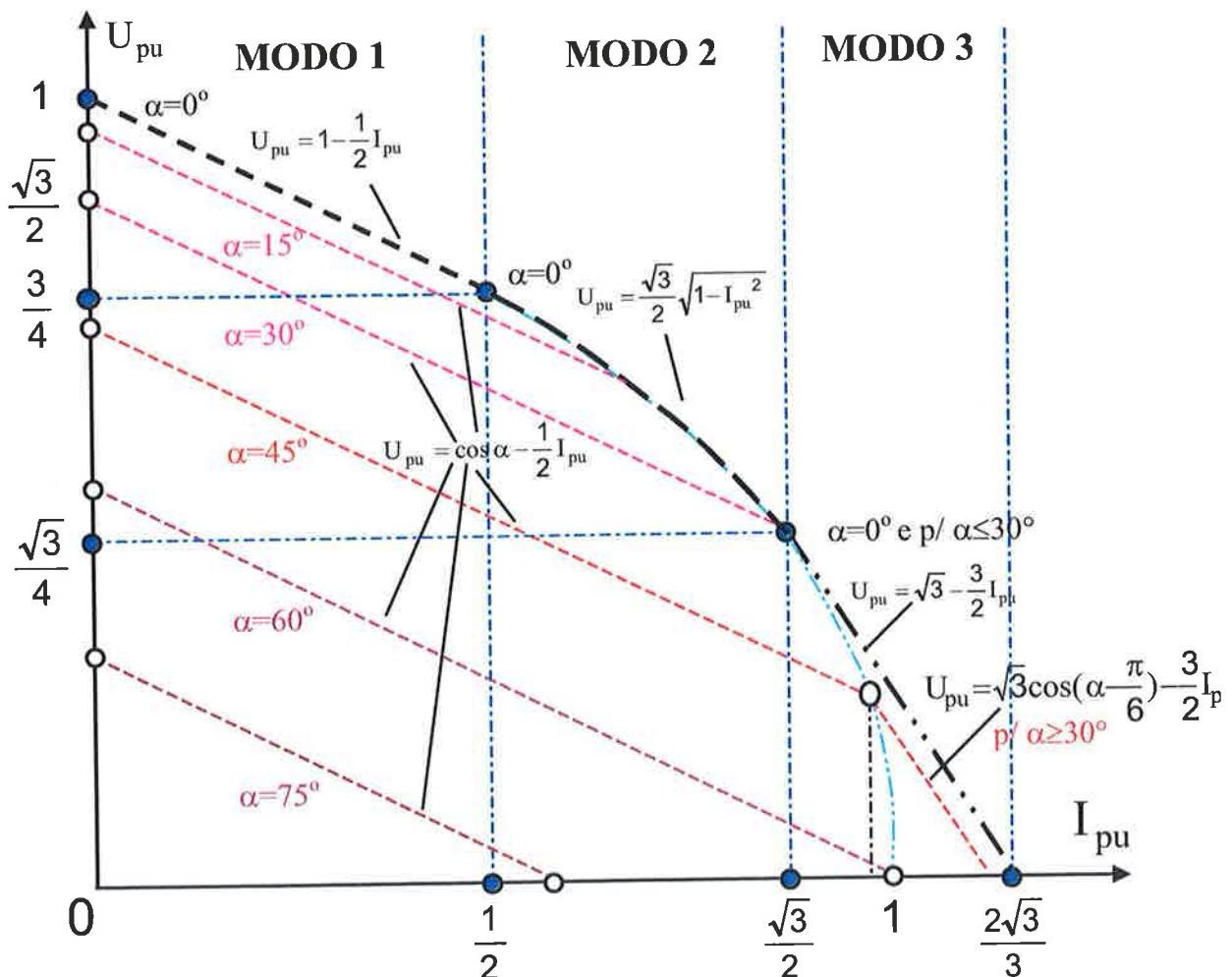


Figura 2.13 – Retificador trifásico em ponte controlado - Curva tensão CC (p.u.) versus corrente CC (p.u.).

A característica CC em p.u. do retificador controlado difere do não controlado nos seguintes aspectos:

- para  $\alpha \leq 30^\circ = \alpha_{dmax}$  o retificador pode operar nos três modos. No Modo 1 a característica tensão versus corrente é linear, e a inclinação das retas independe de  $\alpha$ , sendo a mesma do retificador não controlado.
- para  $30^\circ < \alpha < 60^\circ$  o Modo 2 deixa de existir e o retificador passa diretamente do Modo 1 para o Modo 3. A corrente de curto-circuito é inferior ao do retificador não controlado e o ponto de transição entre ambos os modos depende de  $\alpha$  sendo definido pela mesma equação que rege o Modo 2 (vide figura 2.13). Finalmente, a inclinação das retas independe de  $\alpha$ , sendo a mesma do retificador não controlado.

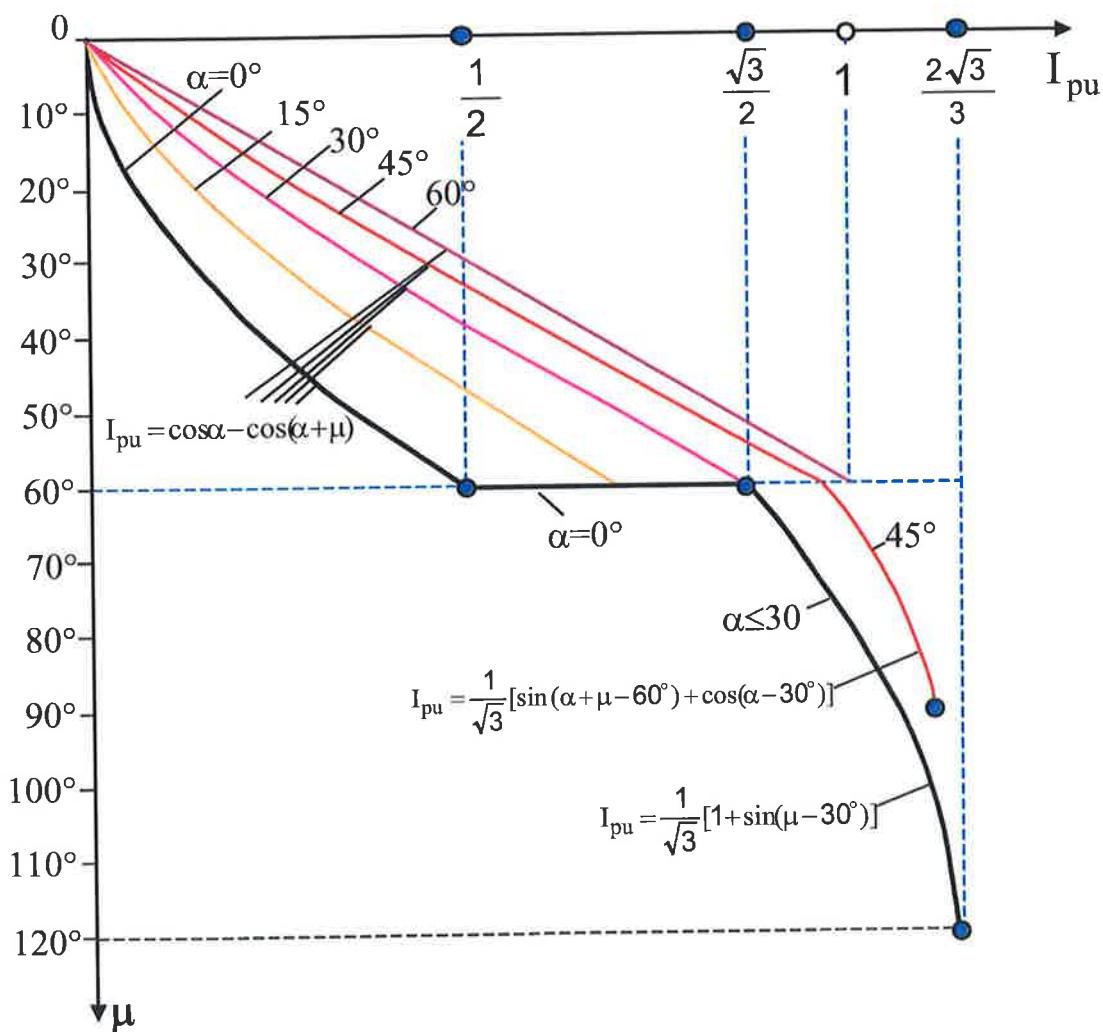


Figura 2.14 – Retificador trifásico em ponte controlado - Curva  $\mu$  versus corrente CC ( p.u.).

## Capítulo 3 – Conversor trifásico em ponte com comutação capacitiva

Neste capítulo são apresentados uma descrição do funcionamento do retificador trifásico em ponte a tiristores com comutação capacitativa e o equacionamento do processo de comutação com ramos CA indutivo-capacitivos para o conversor operando no Modo1.

O retificador com comutação capacitativa é um conversor CA/CC com capacitâncias em série com as indutâncias nos ramos CA. Por uma questão de conveniência didática, para explicar seu princípio de funcionamento, inicialmente assumem-se os ramos CA puramente capacitivos.

### 3.1 – Retificador trifásico com comutação puramente capacitiva idealizado.

A figura 3.1 mostra o circuito de um retificador trifásico em ponte com comutação puramente capacitativa com alisamento perfeito da corrente CC que permite ao retificador alimentar a carga com corrente constante.

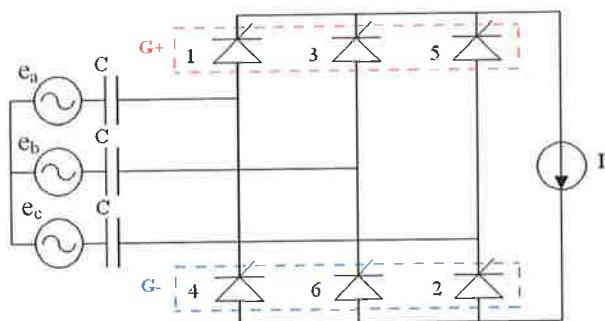


Figura 3.1 – Modelo do retificador 3F2C controlado com comutação puramente capacitativa.

Admitindo-se os ramos CA do retificador puramente capacitivos, a comutação entre válvulas é instantânea. Desta forma, quando um capacitor é conectado à carga pelo disparo do tiristor do grupo G-(G+), a sua tensão cresce (decresce) linearmente até atingir um patamar igual a  $\frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C}$  ( $-\frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C}$ ), mantendo-se constante durante  $60^\circ$  até ser novamente conectado a carga pelo tiristor do grupo G+(G-), quando a tensão decresce (cresce) linearmente até se estabilizar no patamar simétrico de sinal oposto. Portanto a tensão em cada capacitor é trapezoidal (vide figura 3.2) e com valor médio nulo.

Cada capacitor contribui para a tensão na carga durante o intervalo de tempo em que a sua fase correspondente estiver conectada ao lado CC e sua tensão estiver variando. O flanco positivo

(negativo) da tensão no capacitor é somada ao terminal CC negativo (positivo) e a contribuição total das tensões dos capacitores  $\Delta V_C$  tem o aspecto de um dente de serra indicado na figura 3.2.

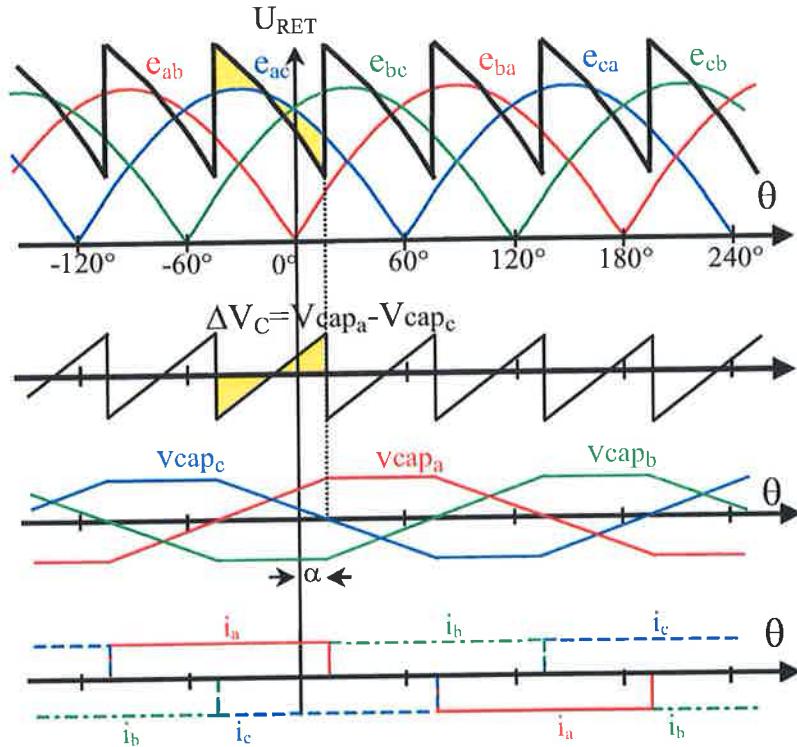


Figura 3.2 – Tensões nos capacitores, e suas contribuições para a tensão da carga.

Uma vez que o valor médio da tensão de saída e a corrente de linha são iguais, tanto para o retificador ideal, como para o retificador com elementos capacitivos nos ramos CA, a principal diferença entre ambos é o fato deste último poder funcionar com ângulos de disparo negativos, ou seja, adiantados em relação ao ponto de cruzamento das tensões de fase.

Conforme a figura 3.2, a comutação do tiristor 1 (fase a) para o tiristor 3 (fase b) somente ocorre quando a seguinte condição for satisfeita:

$$e_a - v_{cap_a} > e_b - v_{cap_b} \quad (3.1).$$

Esta condição depende da corrente de carga, de forma que, conforme (MÖLTGEN, 1972), ângulos de disparo negativos somente são possíveis quando:

$$\operatorname{sen} \alpha > -\frac{2\pi \cdot I}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot E_m \cdot \omega \cdot C} = -\frac{I}{\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot E_m \cdot \omega \cdot C}{\pi} \cdot \frac{2}{2}} = -\frac{I}{I_{min}} \quad (3.2).$$

sendo  $E_m$  o valor máximo da tensão de fase. O gráfico da figura 3.3 mostra as condições para operação com ângulo de disparo negativo estabelecidas pela expressão (3.2).

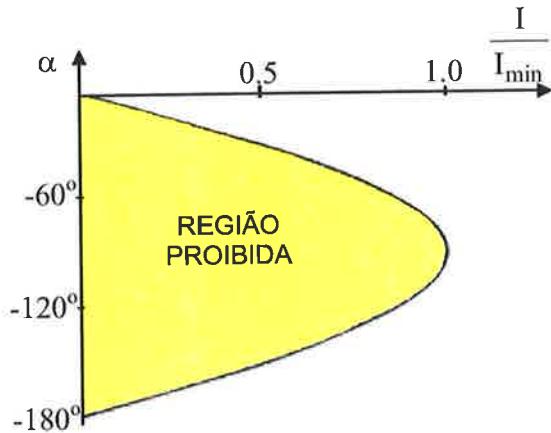


Figura 3.3 – Retificador com comutação capacitiva - Condição para operação com ângulo de disparo negativo.

### 3.2 – Retificador trifásico com comutação capacitivo – indutiva .

Na prática as indutâncias nos ramos CA não podem ser ignoradas e a figura 3.4 mostra o modelo mais realista do retificador trifásico de dois caminhos com comutação capacitativa. Detalhes do equacionamento do retificador encontram-se no Apêndice A.

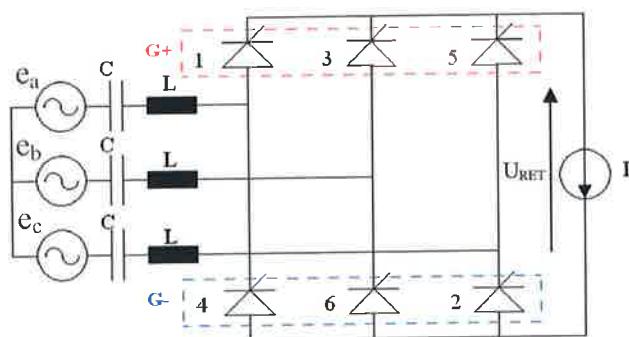


Figura 3.4 – Retificador trifásico com comutação indutivo-capacitativa.

O valor de pico da tensão no capacitor  $V_{cap_{max}}$  independe do ângulo de comutação e vale:

$$V_{cap_{max}} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C}, \quad (3.3)$$

onde,  $C$  é a capacidade série,  $I$  é a corrente CC da carga e  $\omega$  é a freqüência da rede.

A figura 3.5 apresenta a tensão  $U_{RET}$  na saída do retificador mostrando a superposição das tensões de linha e dos capacitores, bem como o fenômeno de comutação provocado pela presença de elementos indutivos nos ramos CA.

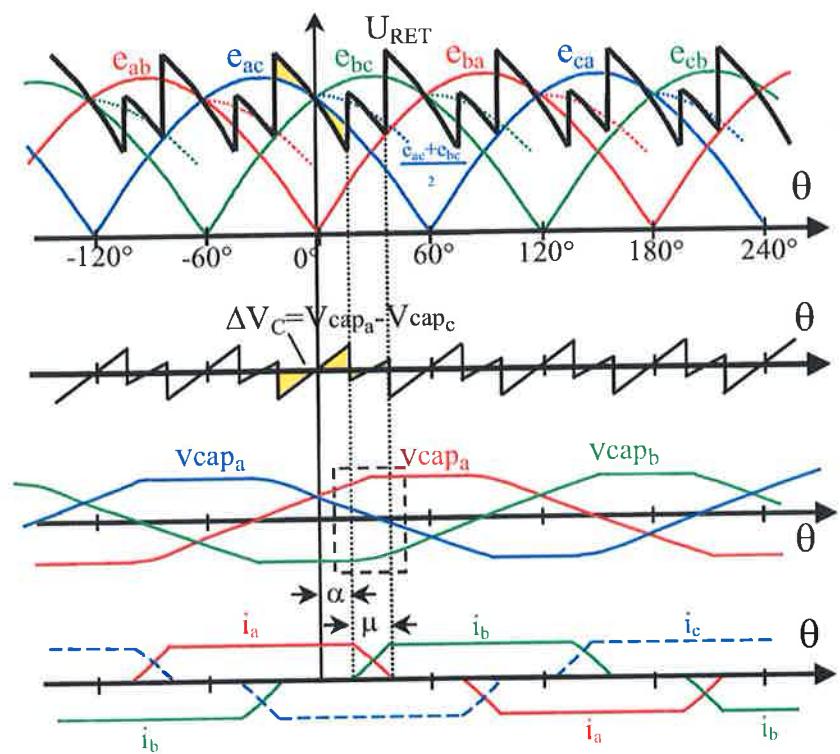


Figura 3.5 – Comutação indutivo-capacitiva - Tensão na carga, tensões e correntes nos capacitores.

A presença de indutâncias nos ramos CA impede que a transferência de corrente entre as fases seja instantânea. Durante a comutação, os flancos da forma de onda trapezoidal da tensão nos capacitores tornam-se arredondados e aparecem contribuições de tensão adicionais  $\Delta V_1$  e  $\Delta V_2$ , correspondentes às fases que estão começando e parando de conduzir, conforme ilustrado na figura 3.6.

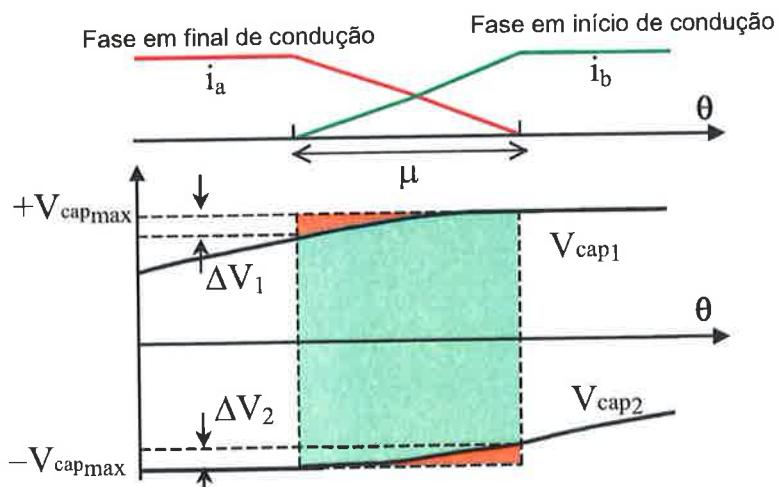


Figura 3.6 – Detalhe dos incrementos de tensão nos capacitores devido às indutâncias durante a comutação.

### 3.2.1. Cálculo da corrente em função do ângulo de comutação.

A figura 3.7 apresenta o circuito equivalente no domínio de Laplace que representa a comutação entre as válvulas 1 e 3. A fonte de tensão  $LI$  é o valor instantâneo da tensão sobre o indutor da fase que está parando de conduzir corrente.

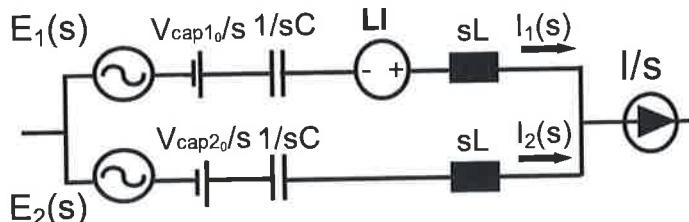


Figura 3.7 – Circuito equivalente da malha de comutação da válvula 1 para a válvula 3.

Durante a comutação, seja  $\Delta V_1$  a variação de tensão no capacitor da fase que está finalizando a condução e  $\Delta V_2$  a variação de tensão no capacitor da fase que está entrando no processo da comutação, a excursão total da tensão em um capacitor durante um semiciclo é de:

$$\Delta VC = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \left( \frac{2\pi}{3} - \mu \right) \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} \quad (3.4)$$

Uma vez que as tensões nos capacitores são simétricas (valores médios nulos) o capacitor ligado na fase que inicia a condução é carregado com a metade do valor da tensão, ou seja:

$$V_{cap2} = -\frac{1}{2} \cdot \left[ \Delta V_1 + \Delta V_2 + \left( \frac{2\pi}{3} - \mu \right) \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} \right] \quad (3.5)$$

e a tensão no capacitor ligado na fase que está deixando de conduzir é dada por:

$$V_{cap1} = \frac{1}{2} \cdot \left[ -\Delta V_1 + \Delta V_2 + \left( \frac{2\pi}{3} - \mu \right) \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} \right] \quad (3.6)$$

Lembrando que  $i_2 = I - i_1$  e convencionando  $\theta = \omega \cdot t$

$$\Delta V_2 = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_0^\mu i_2 \cdot d\theta = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_0^\mu I \cdot d\theta - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_0^\mu i_1 \cdot d\theta = \frac{\mu \cdot I}{\omega \cdot C} - \Delta V_1 \quad (3.7)$$

Portanto os valores iniciais das tensões nos capacitores envolvidos na comutação valem:

$$V_{cap20} = -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C}, \quad (3.8)$$

$$V_{cap10} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} - \Delta V_1, \quad (3.9)$$

e o sinal negativo em  $V_{cap2}$  indica a polaridade da tensão em relação a corrente de comutação.

Considerando os valores instantâneos das tensões de fase  $e_{a,b,c}(\theta)$  e de linha  $v_{ac,ba,cb}(\theta)$  da rede, dados por:

$$\begin{aligned} e_a &= E_m \cdot \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) & v_{ac} &= \sqrt{3} \cdot E_m \cdot \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) \\ e_b &= E_m \cdot \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) & v_{ba} &= \sqrt{3} \cdot E_m \cdot \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) \\ e_c &= E_m \cdot \cos(\theta - \pi) & v_{cb} &= \sqrt{3} \cdot E_m \cdot \cos(\theta + \frac{5\pi}{6}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Equacionando o circuito da figura 3.7 e substituindo-se as condições iniciais descritas em (3.8) e (3.9), bem como adotando os valores de base definidos em (2.1) e (2.2) a expressão do laplaciano da corrente normalizada da fase que cessa de conduzir é dada por:

$$I_{1pu}(s) = \frac{1/2 - \frac{\cos \alpha \cdot s - \frac{\sin \alpha \cdot \omega}{k^2 - 1}}{s^2 + \omega_0^2} - \left( \frac{\cos \alpha}{k^2 - 1} + \frac{I_{pu}}{2} \right) \cdot s + \left[ \frac{\pi k}{3} \cdot I_{pu} - \frac{3}{\pi \cdot k} \cdot \Delta V_{1pu} + \frac{k}{k^2 - 1} \cdot \sin \alpha \right] \cdot \omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \quad (3.11)$$

onde:

$I_{pu}$  Corrente CC em p.u.;

$\alpha$  Ângulo de disparo;

$\Delta V_{1pu}$  Variação de tensão no capacitor da fase que cessa a condução, em p.u.;

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ ;

$k = \frac{\omega_0}{\omega}$ .

A corrente normalizada da fase que cessa de conduzir no domínio do tempo é dada por:

$$\begin{aligned} i_{1pu}(\theta) &= I_{pu} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} \cdot k \cdot \sin(k \cdot \theta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(k \cdot \theta) \right) + \frac{3}{\pi \cdot k} \cdot \Delta V_{1pu} \cdot \sin(k \cdot \theta) \\ &\quad + \frac{1}{k^2 - 1} (-\cos(\theta + \alpha) + \cos \alpha \cdot \cos(k \cdot \theta) - k \cdot \sin \alpha \cdot \sin(k \cdot \theta)). \end{aligned} \quad (3.12)$$

No final da comutação, verifica-se que  $i_1(\mu) = 0$  e, consequentemente:

$$\Delta V_{1pu} = \left[ \frac{\cos(\frac{\mu}{2}) \cdot \operatorname{tg}(\frac{k\mu}{2}) - k \cdot \sin(\frac{\mu}{2})}{k^2 - 1} \cdot \cos(\alpha + \frac{\mu}{2}) + \frac{\mu}{4} \cdot I_{pu} \right] \cdot \frac{k^2 \cdot \pi}{3}. \quad (3.13)$$

Existe uma segunda expressão que relaciona  $I_{pu}$  com  $\Delta V_{1pu}$  utilizando o fato de que:

$$\Delta V_1 = \frac{1}{\omega C} \cdot \int_0^{\mu} i_1(\theta) \cdot d\theta \quad (3.14)$$

que é dada por:

$$\begin{aligned} \Delta V_{1pu} &= \frac{-k \cdot \sin(\alpha + \mu) + \cos \alpha \cdot \sin(k \cdot \mu) + k \cdot \sin \alpha \cdot \cos(k \cdot \mu)}{(k^2 - 1) \cdot (\cos(k\mu) + 1)} \cdot \frac{k \cdot \pi}{3} + \\ &+ \frac{[k(\frac{1}{2}\mu - \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2} \sin(k \cdot \mu) + \frac{k \cdot \pi}{3} \cos(k \cdot \mu)]}{\cos(k \cdot \mu) + 1} \cdot \frac{k \cdot \pi}{3} I_{pu} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Igualando (3.13) e (3.15) obtém-se a equação:

$$\frac{(\cos \alpha - \cos(\mu + \alpha))(1 + \cos(k \cdot \mu)) - k \sin(k \cdot \mu) \cdot (\sin \alpha + \sin(\alpha + \mu))}{k^2 - 1} + [k(\frac{1}{2}\mu - \frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(k \cdot \mu) + 1 + \cos(k \cdot \mu)] \cdot I_{pu} = 0 \quad (3.16)$$

que resulta na expressão para  $I_{pu}$  dada por:

$$I_{pu} = 2 \cdot \frac{k \cdot \cos(\frac{\mu}{2}) \cdot \sin(k \cdot \mu) - \sin(\frac{\mu}{2}) \cdot (1 + \cos(k \cdot \mu))}{k \cdot (\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(k \cdot \mu) + 1 + \cos(k \cdot \mu)} \cdot \frac{\sin(\alpha + \frac{\mu}{2})}{(k^2 - 1)} \quad (3.17)$$

a qual pode ser escrita na forma simplificada abaixo, para  $\mu \neq \frac{n \cdot \pi}{k}$  com  $n \in \{1, 2, \dots\}$ :

$$I_{pu} = 2 \cdot \frac{k \cdot \operatorname{tg}(\frac{k\mu}{2}) \cdot \cos(\frac{\mu}{2}) - \sin(\frac{\mu}{2})}{k \cdot (\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}) \cdot \operatorname{tg}(\frac{k\mu}{2}) + 1} \cdot \frac{\sin(\alpha + \frac{\mu}{2})}{k^2 - 1}. \quad (3.18)$$

### 3.2.2. Condição para início da comutação entre válvulas

No retificador com comutação capacitiva, o ângulo de disparo de uma válvula (considerando  $\alpha = 0^\circ$  medido a partir do instante em que as tensões de fase envolvidas no processo se igualam), pode assumir valores negativos. A presença dos capacitores defasa as tensões sobre as válvulas de forma que elas ficam diretamente polarizadas antes do instante em que  $\alpha = 0^\circ$ . O mínimo valor que o ângulo de disparo pode atingir, não é um valor pré-estabelecido, mas sim, uma função da corrente CC.

Em uma ponte retificadora, controlada ou não, cada semicondutor somente pode entrar em condução se estiver polarizado diretamente. Conforme a figura 3.5, a comutação do tiristor 1 (fase a) para o tiristor 3 (fase b) somente ocorre quando for satisfeita a desigualdade:

$$e_a - v_{cap_a} > e_b - v_{cap_b}. \quad (3.19)$$

A condição que estabelece os ângulos de disparo permissíveis é dada por:

$$\sin \alpha \geq -\frac{\pi \cdot k^2}{3} \cdot I_{pu} + \frac{3}{\pi} \cdot \Delta V_{1pu}. \quad (3.20)$$

Substituindo (3.13) e (3.17) em (3.20), obtém-se uma expressão matemática que é função somente do ângulo de comutação para os ângulos de disparo críticos  $\alpha_{crit}$  permissíveis, dada por:

$$\operatorname{tg}(\alpha_{critico}) = \frac{k^2 \cdot (\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot (\cos(k \cdot \mu) - \cos \mu) + k^2 \cdot \sin \mu \cdot (1 + \cos(k \cdot \mu)) - k \cdot \sin(k \cdot \mu) \cdot (1 + \cos \mu)}{k \cdot (\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot (\sin(k \cdot \mu) - k \cdot \sin \mu) + (2 - k^2 - k^2 \cdot \cos \mu) \cdot (1 + \cos(k \cdot \mu)) - k \cdot \sin \mu \cdot \sin(k \cdot \mu)}. \quad (3.21)$$

A polarização direta é uma condição necessária para a condução na ponte controlada, enquanto que numa ponte de diodos ela é uma condição suficiente. Como a expressão (3.20) foi obtida diretamente a partir da verificação da polarização direta das válvulas disparadas (condição suficiente para um diodo), uma ponte de diodos pode ser modelada como sendo uma ponte controlada com o ângulo de disparo dinamicamente ajustado para o mínimo valor permitido, para valores da corrente CC e de k pré-estabelecidos.

### 3.2.3. Valor médio da tensão retificada na carga.

O valor médio da tensão CC normalizada em função dos ângulos de disparo  $\alpha$  e de comutação  $\mu$  é dado por:

$$U_{pu} = \frac{U}{U_o} = \frac{3}{\pi \cdot U_o} \left[ \int_{\alpha}^{\mu+\alpha} v_{rect \text{ compu}} d\theta + \int_{\mu+\alpha}^{\frac{\pi}{3}+\alpha} v_{rect \text{ sem compu}} d\theta \right] \quad (3.22)$$

ou seja:

$$U_{pu} = \frac{3}{\pi} \left[ \int_{\alpha}^{\mu+\alpha} \left( \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{6} \cdot \cos(\theta) - I_{pu} \frac{\pi \cdot k^2}{4} \cdot (\theta - \alpha) + \frac{3}{2} \Delta V_{1pu} \right) d\theta + \int_{\mu+\alpha}^{\frac{\pi}{3}+\alpha} \left( \frac{\pi}{3} \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) - I_{pu} \cdot \frac{\pi \cdot k^2}{6} \cdot (2(\theta - \alpha) - \frac{\pi}{3}) + 2\Delta V_{1pu} \right) d\theta \right]$$

Portanto:

$$U_{pu} = \frac{\cos \alpha + \cos(\alpha + \mu)}{2} + \left( \frac{3 \cdot \mu^2}{4\pi} - \mu \right) \cdot \frac{\pi \cdot k^2}{6} \cdot I_{pu} + \left( 2 - \frac{3}{2\pi} \cdot \mu \right) \cdot \Delta V_{1pu} \quad (3.23)$$

Por conveniência, a equação (3.23) pode ser rescrita utilizando a relação (3.7) obtendo-se:

$$U_{pu} = \frac{\cos \alpha + \cos(\alpha + \mu)}{2} + \left( \frac{3 \cdot \mu}{4\pi} - 1 \right) \cdot (\Delta V_{2pu} - \Delta V_{1pu}) \quad (3.24)$$

O primeiro termo da equação (3.24) é idêntico ao da expressão da tensão CC de um retificador convencional com comutação puramente indutiva operando no Modo1. O efeito das capacitâncias no lado CA sobre a tensão CC se manifesta de duas formas. A mais significativa é no primeiro termo através da redução do ângulo de comutação e consequente elevação da tensão CC. A contribuição do segundo termo é pouco significativa e se deve às diferenças de tensão nos capacitores das fases envolvidas no processo de comutação como mostra a figura 3.6.

### 3.2.4. Tensão na válvula

As tensões nas válvulas de retificadores com comutação capacitiva podem exceder significativamente os níveis encontrados em retificadores com comutação puramente indutiva, principalmente para baixos valores de capacitâncias nos ramos CA (valores de  $k$  elevados).

A figura 3.8 mostra a forma de onda da tensão da válvula 1 (vide figura 3.4), obtida por simulação computacional, para um ciclo da rede. Nas simulações foram analisados casos com diferentes valores de  $k$ , sempre mantidos constantes o ângulo de disparo e a corrente CC.

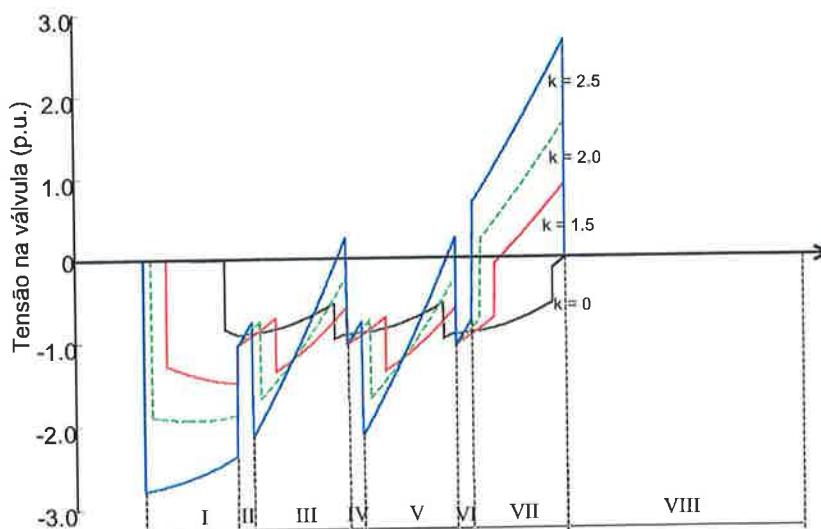


Figura 3.8 - Tensão numa válvula para  $\alpha = 0^\circ$ ,  $I_{pu} = 0,5$  e diferentes valores de  $k$ .

Nas formas de onda da figura 3.8 podem ser identificados oito intervalos (sendo um deles uma reta horizontal correspondente ao intervalo de condução da válvula). O valor de pico da tensão na válvula é o maior valor dentre os máximos dos intervalos, os quais não necessariamente ocorrem em seus flancos.

A figura 3.9 apresenta uma seqüência de diagramas que permitem identificar quais diodos encontram-se em condução durante cada um dos oito intervalos indicados na figura 3.8.

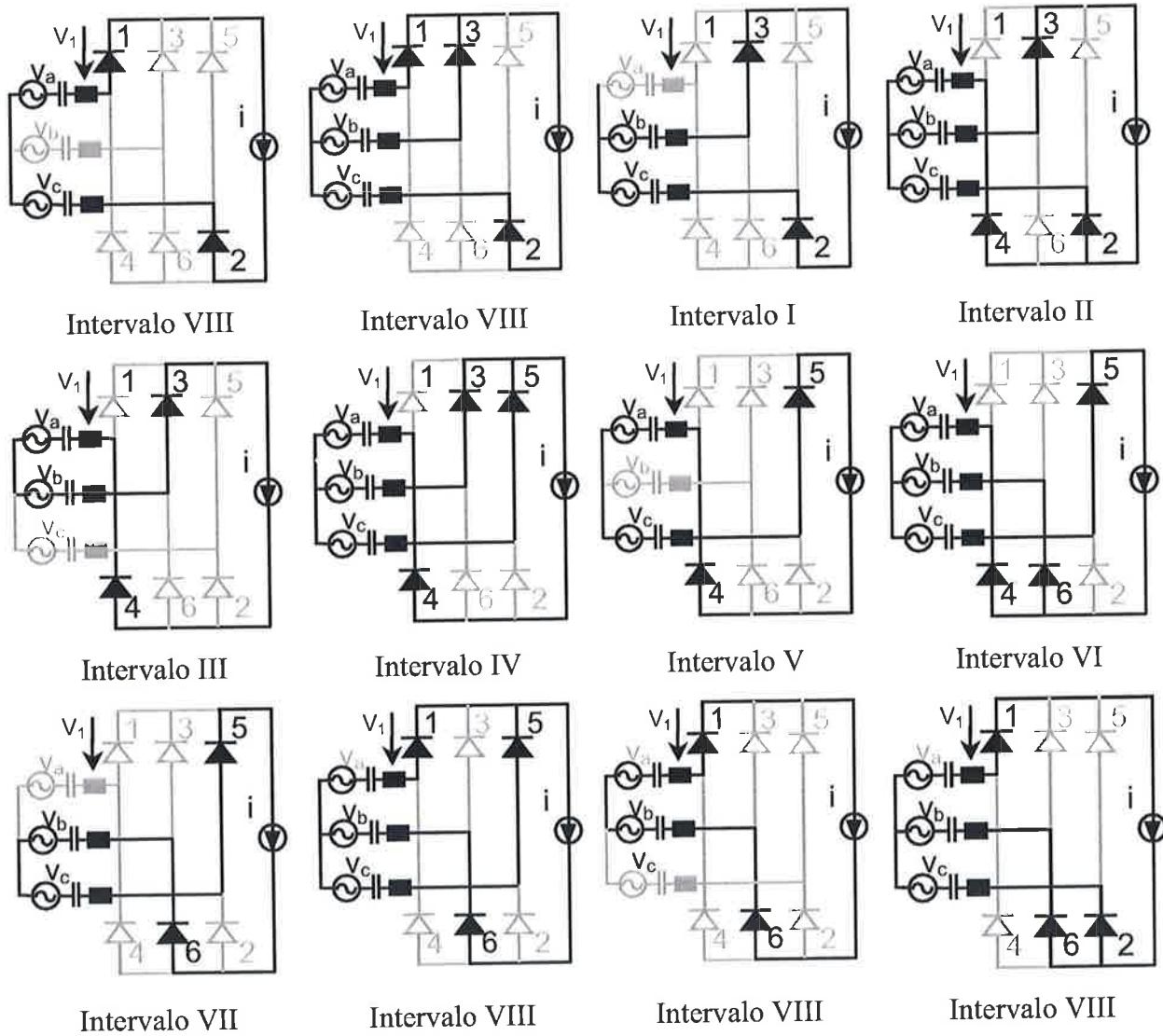


Figura 3.9 – Diagramas mostrando os diodos em condução em um ciclo da rede p/ o retificador operando no Modo 1.

Nos intervalos em que a válvula 4 está conduzindo, o terminal positivo da carga está sempre conectado ao catodo da válvula 1 e portanto, a tensão reversa da válvula 1 coincide com a tensão da carga. Dessa forma, dos 6 intervalos em que a válvula 1 encontra-se submetida à tensão reversa, somente no primeiro intervalo a tensão sobre a válvula difere da tensão da carga.

Nota-se pela figura 3.8 que os intervalos II, IV e VI possuem exatamente ,a mesma forma de onda, porém esta se encontra defasada no tempo, o mesmo ocorrendo com os intervalos III e V. Desta forma, para se avaliar o valor de pico da tensão reversa na válvula, basta determinar os máximos dos intervalos I, II e III, cujas expressões e respectivos domínios de validade encontram-se na seqüência:

$$V_{valv}^{(I)pu} = \frac{\pi}{3} \cdot \sin(\theta) + \Delta V_{1pu} - \frac{\pi \cdot k^2}{6} \cdot \left( \theta - \alpha - \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) \cdot I_{pu} \quad (\alpha + \mu \leq \theta \leq \alpha + \frac{\pi}{3}) \quad (3.25)$$

$$V_{valv}^{(II)pu} = \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{6} \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{3}{2} \cdot \Delta V_{1pu} - \frac{k^2 \cdot \pi}{4} \cdot \left( \theta - \alpha - \frac{\pi}{3} \right) \cdot I_{pu} \quad (\alpha + \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \alpha + \frac{\pi}{3} + \mu) \quad (3.26)$$

$$V_{valv}^{(III)pu} = \frac{\pi}{3} \cdot \sin(\theta) + 2 \cdot \Delta V_{1pu} - \frac{\pi \cdot k^2}{3} \cdot \left( \theta - \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cdot I_{pu} \quad (\alpha + \frac{\pi}{3} + \mu \leq \theta \leq \alpha + \frac{2\pi}{3}) \quad (3.27)$$

Para a se obter o valor de pico da tensão direta na válvula, basta calcular o valor máximo da tensão do intervalo VII, cuja expressão e domínio de validade são dados por:

$$V_{valv}^{(VII)pu} = \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\theta + \frac{7\pi}{6}\right) + \Delta V_{1pu} - \frac{k^2 \cdot \pi}{6} \cdot \left( \theta - \alpha - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot I_{pu} \quad (\pi + \alpha + \mu \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3} + \alpha) \quad (3.28)$$

### 3.3. Limites de validade do modelo

As equações deduzidas neste capítulo partem do princípio de que o retificador esteja operando no Modo 1, caracterizado pela alternância de intervalos de condução simples e comutação simples conforme descrito no item 2.2.1. Desta forma, o ângulo de comutação encontra-se confinado no intervalo  $0 \leq \mu \leq 60^\circ$ .

O modelo é aplicável para todos os valores de ângulos de disparo  $\alpha$  (válidos) e de comutação  $\mu$  que tornam  $I_{pu} \geq 0$ . Portanto, agrupando os termos do numerador e denominador da expressão (3.17), tem-se que:

$$I_{pu} = 2 \cdot \underbrace{\frac{k \cdot \cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \sin(k \cdot \mu) - \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot (1 + \cos(k \cdot \mu))}{k \cdot \left(\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin(k \cdot \mu) + 1 + \cos(k \cdot \mu)}}_{B} \cdot \underbrace{\frac{\sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right)}{\left(k^2 - 1\right)}}_{C} \geq 0. \quad (3.29)$$

A análise dos sinais algébricos dos termos A, B, C e D identificados na expressão (3.29) permite determinar os pares de  $\mu$  e  $k$  para os quais  $I_{pu} \geq 0$ , tanto para  $\alpha > 0$ , como para  $\alpha < 0$ .

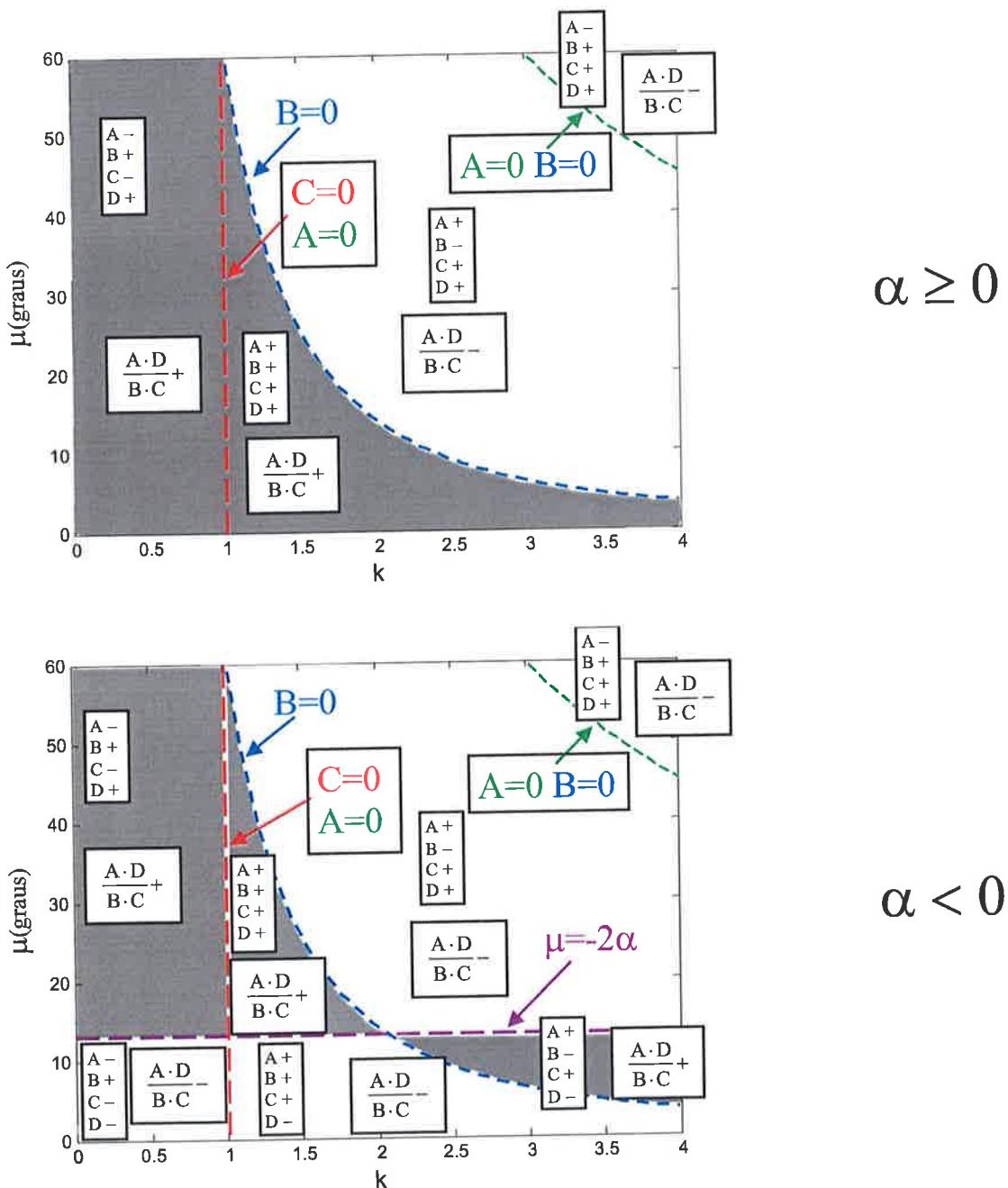


Figura 3.10 – Diagramas para análise dos sinais algébricos do denominador e numerador da expressão (3.29) p/.  $I_{pu}$ .

As curvas  $B=0$  e  $A=0$  na figura 3.10 representam os valores de  $\mu$  e  $0 \leq k \leq 4$  para os quais os termos  $B$  e  $A$  trocam de sinal respectivamente. Verifica-se portanto que: i) o termo  $B$  troca de sinal algébrico nas curvas  $B=0$ ; ii) o termo  $A$  troca de sinal nas curvas  $A=0$ ; iii) o termo  $C$  troca de sinal ao redor da reta  $k=1$  e iv) o termo  $D$  é o único que depende de  $\alpha$  e somente troca de sinal ao redor da reta  $\mu = -2\alpha$ .

As áreas hachuradas na figuras 3.10 identificam as regiões nas quais  $I_{pu} \geq 0$ . É importante notar que a reta  $k=1$  e a curva  $B=0$  não pertencem ao domínio de validade. Para se obter o domínio de validade do modelo, além da  $I_{pu} \geq 0$ , devem ser levados em consideração somente os ângulos de disparo  $\alpha$  válidos. Um ângulo de disparo é válido quando:

$$I_{pu}(k, \mu, \alpha) \geq I_{pu}(k, \mu, \alpha_{critico}) \quad (3.30)$$

sendo  $\alpha_{critico} \leq 0$  e definido pela expressão (3.21). A figura 3.11 mostra as curvas do ângulo de disparo  $\alpha_{critico}$  parametrizadas em  $\mu$  e  $k$ .

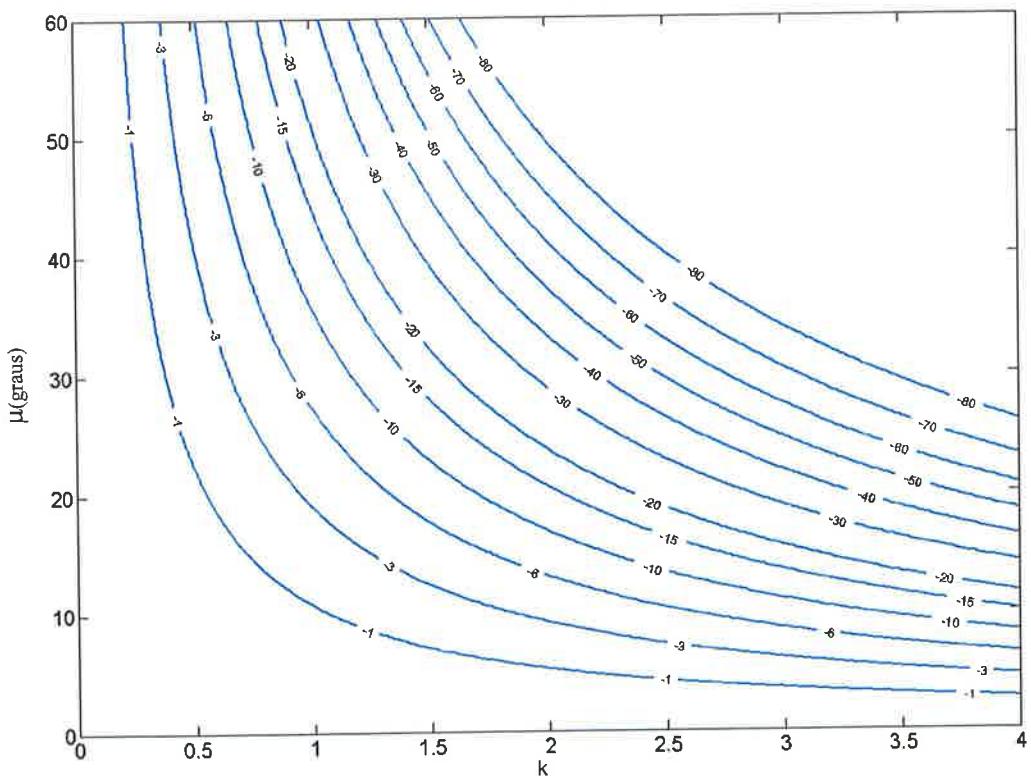
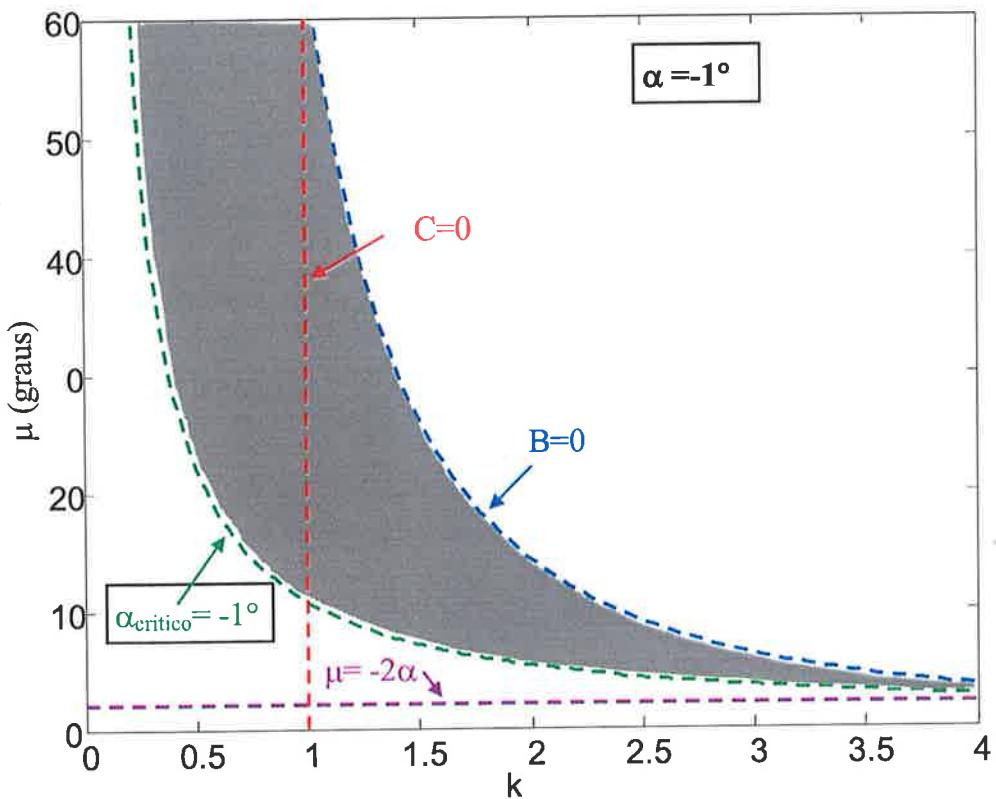
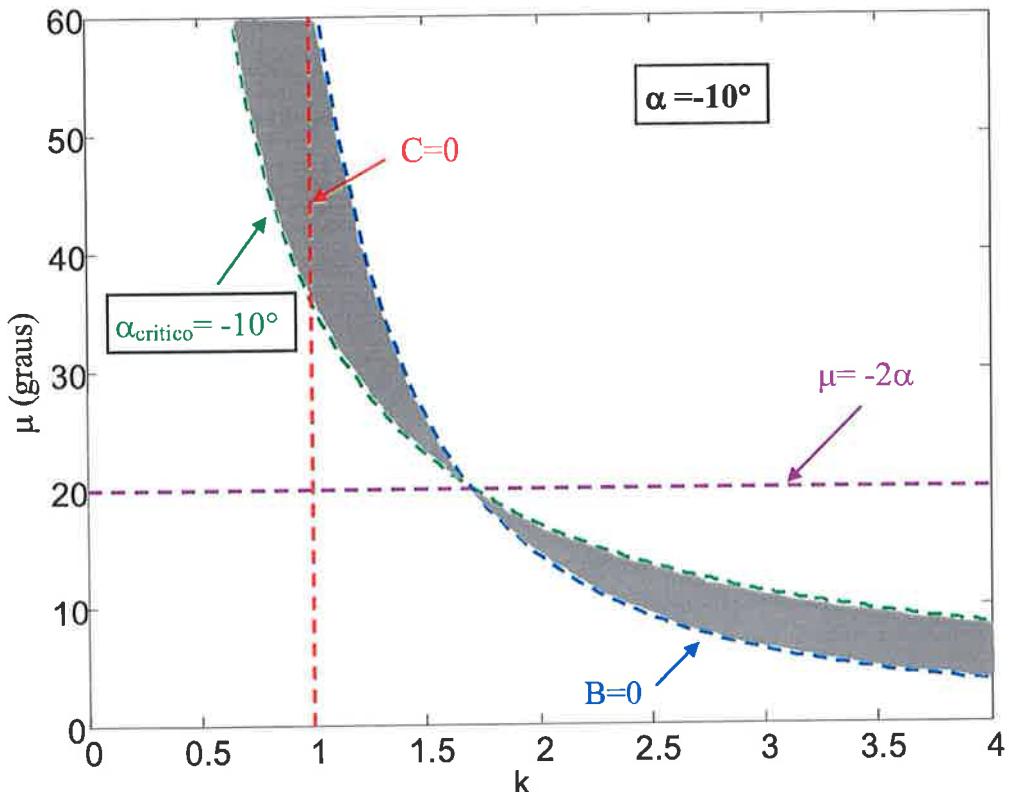
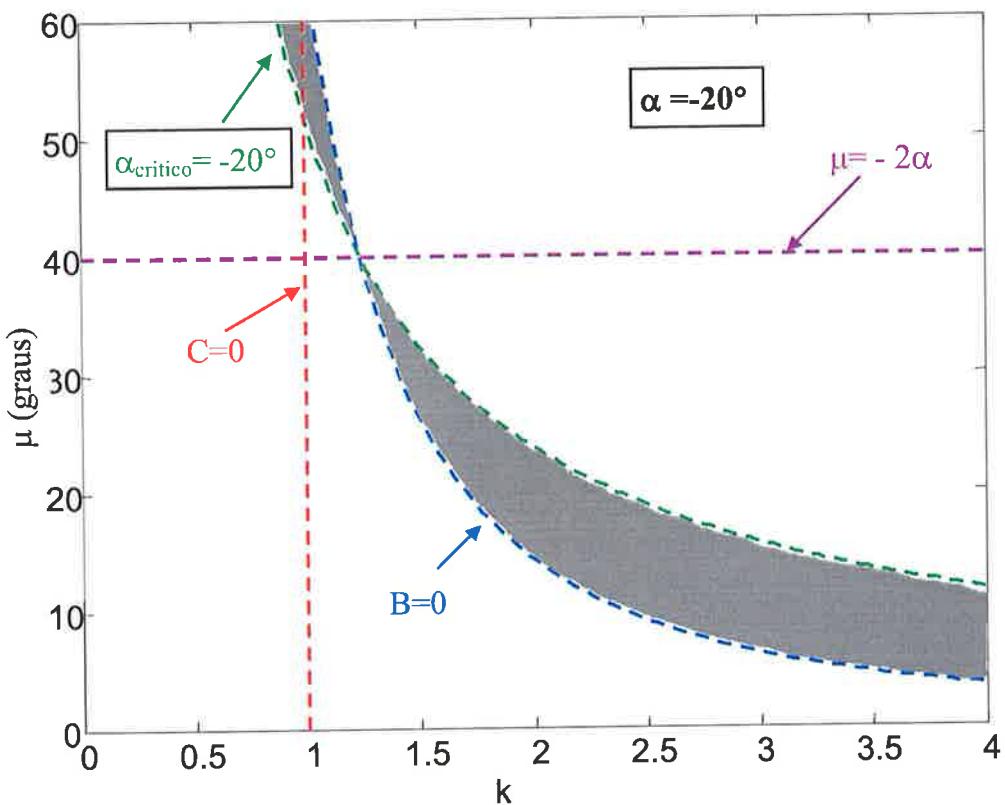
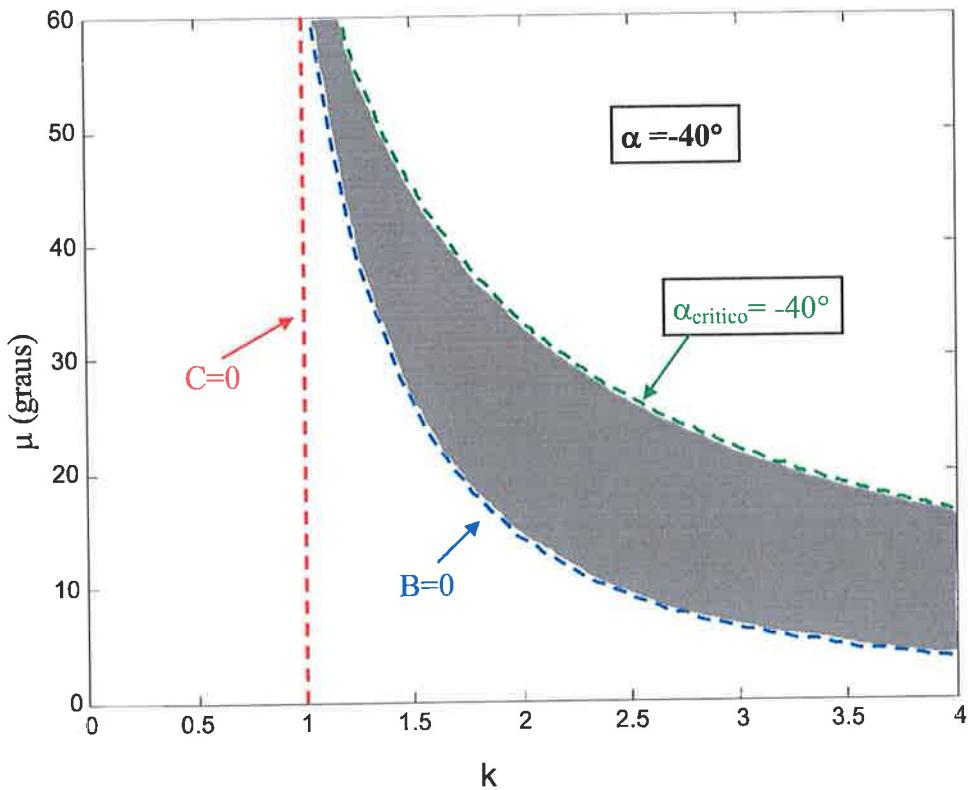


Figura 3.11 – Curvas de  $\alpha_{critico}$  parametrizadas em  $\mu$  e  $k$ .

Para ilustrar as condições de  $I_{pu} \geq 0$  para valores de  $\alpha$  válidos, são apresentados alguns valores representativos de ângulos de disparo negativos. As áreas hachuradas das figuras 3.12 a 3.15 indicam os domínios de validade do modelo para os ângulos de disparo  $\alpha = -1^\circ$ ,  $\alpha = -10^\circ$ ,  $\alpha = -20^\circ$  e  $\alpha = -40^\circ$ . Note que os domínios de validade para  $\mu > -2\alpha$  e  $\mu < -2\alpha$  correspondem às regiões acima e abaixo da curva  $\alpha_{critico}$  respectivamente. Convém ressaltar, que para  $k < 1$  o domínio de validade do modelo é restrito a uma faixa limitada de ângulos de disparo negativos.

Figura 3.12 – Domínio de validade do modelo para  $\alpha = -1^\circ$ .Figura 3.13 – Domínio de validade do modelo para  $\alpha = -10^\circ$

Figura 3.14 – Domínio de validade do modelo para  $\alpha = -20^\circ$ Figura 3.15 – Domínio de validade do modelo para  $\alpha = -40^\circ$

## Capítulo 4 – Curvas de operação do retificador com comutação capacitiva

Neste capítulo é analisado o comportamento do retificador com comutação capacitativa para impedâncias do ramo CA indutivas ( $k < 1$ ) e capacitivas ( $k > 1$ ).

Dependendo do valor de  $k$ , a impedância do ramo CA pode ser indutiva ( $k < 1$ ) ou capacitiva ( $k > 1$ ). Este trabalho leva em conta apenas a operação em regime permanente de um conversor com capacitações simétricas, dentro de uma faixa de operação na qual as comutações em ambas as meias pontes são independentes. As figuras nesse capítulo foram obtidas a partir das equações (3.13), (3.17), (3.21) e (3.23).

### 4.1. Operação capacitiva ( $k > 1$ ).

As figuras 4.1 e 4.2 mostram o comportamento do ângulo de comutação  $\mu$  em função de corrente retificada  $I_{pu}$  e do ângulo de disparo  $\alpha$  para diferentes valores de  $k$ . As curvas foram obtidas executando-se varreduras do ângulo de comutação de  $0 < \mu \leq 60^\circ$  para diversas combinações de  $k$  e  $\alpha$ , calculando-se em seguida  $I_{pu}$ . Os valores de  $I_{pu}$  foram obtidos pela expressão na forma (3.16), evitando-se eventuais divisões por zero. Note que apenas são válidas as soluções para  $I_{pu} \geq 0$  e ângulos de disparo permitidos (no caso de  $\alpha < 0$ ).

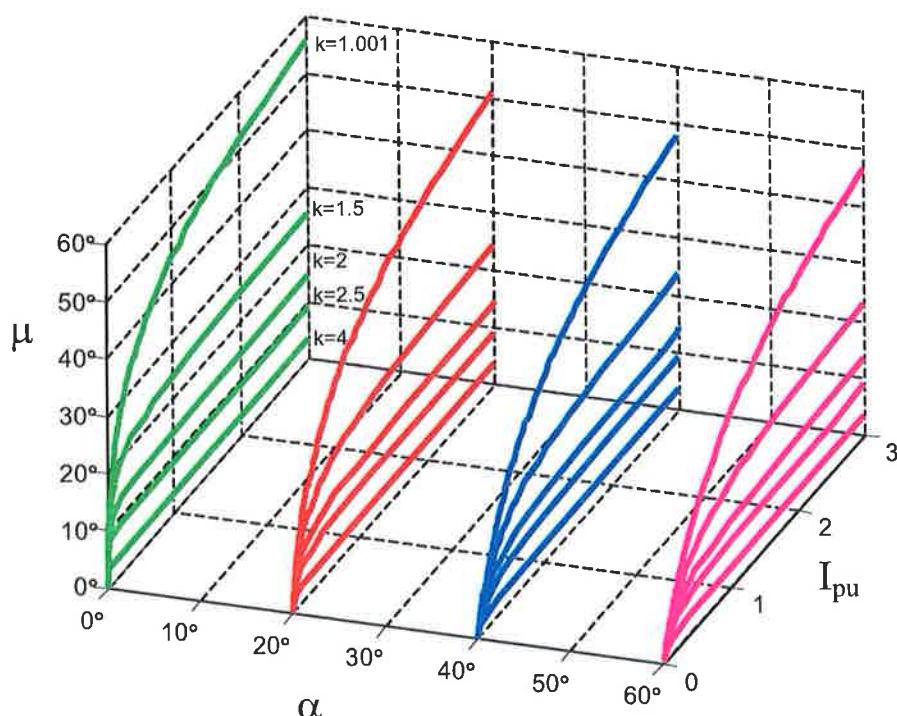


Figura 4.1 –Ângulos de comutação ( $\mu$ ) e disparo ( $\alpha \geq 0$ ) em função da corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de  $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).

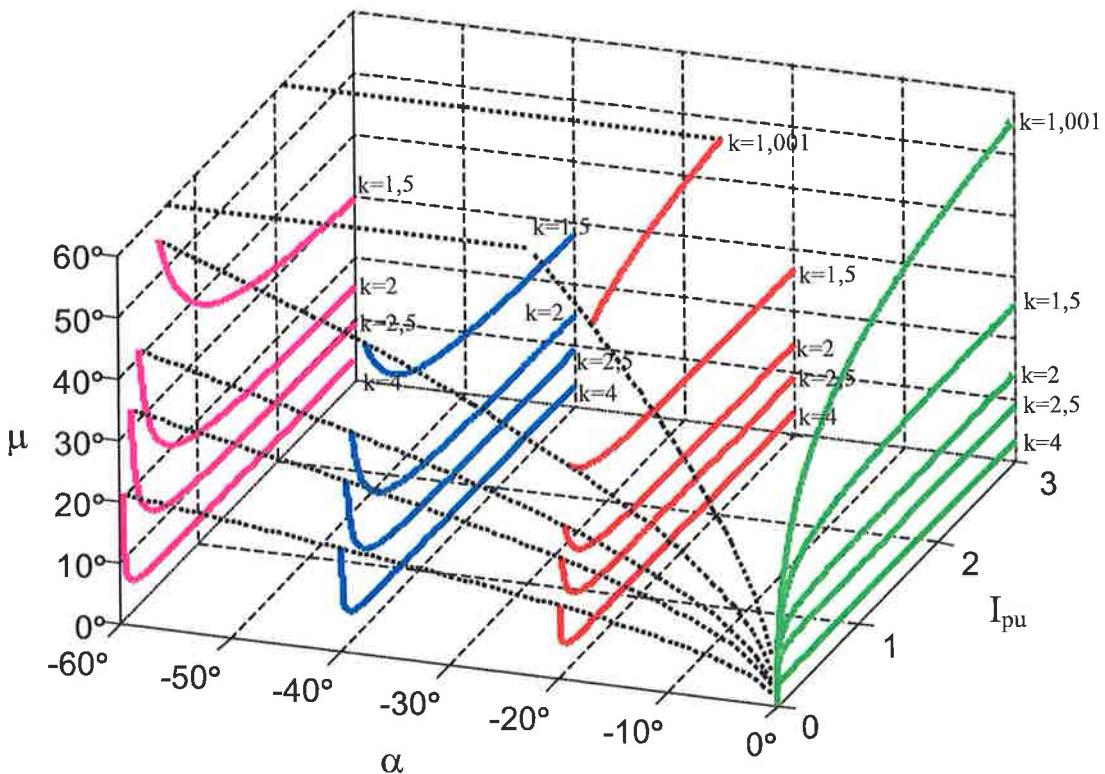


Figura 4.2 –Ângulos de comutação ( $\mu$ ) e disparo ( $\alpha < 0$ ) em função da corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de  $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).

Observa-se que, quanto maior o valor de  $k$  (quanto menor a capacidade), tanto maior será a tensão nos capacitores para uma dada corrente de carga, o que acelera o processo de transferência de corrente entre válvulas e reduz o ângulo de comutação. Além disso, quanto mais negativo o ângulo de disparo, tanto maior deve ser o valor de  $k$  para que a operação seja possível.

As figuras 4.3 e 4.4 mostram a característica CC do retificador em função do ângulo de disparo  $\alpha$  para diferentes valores de  $k > 1$ . As curvas foram obtidas de forma similar às das figuras 4.1 e 4.2, sendo  $U_{pu}$  calculado pela expressão (3.23). Verifica-se que a atuação da capacidade do ramo CA resulta em uma redução significativa do ângulo de comutação  $\mu$  para a mesma corrente de carga em relação à comutação puramente indutiva. No entanto, quanto mais negativo o ângulo de disparo para um mesmo valor de  $k$ , tanto pior se torna a regulação de tensão.

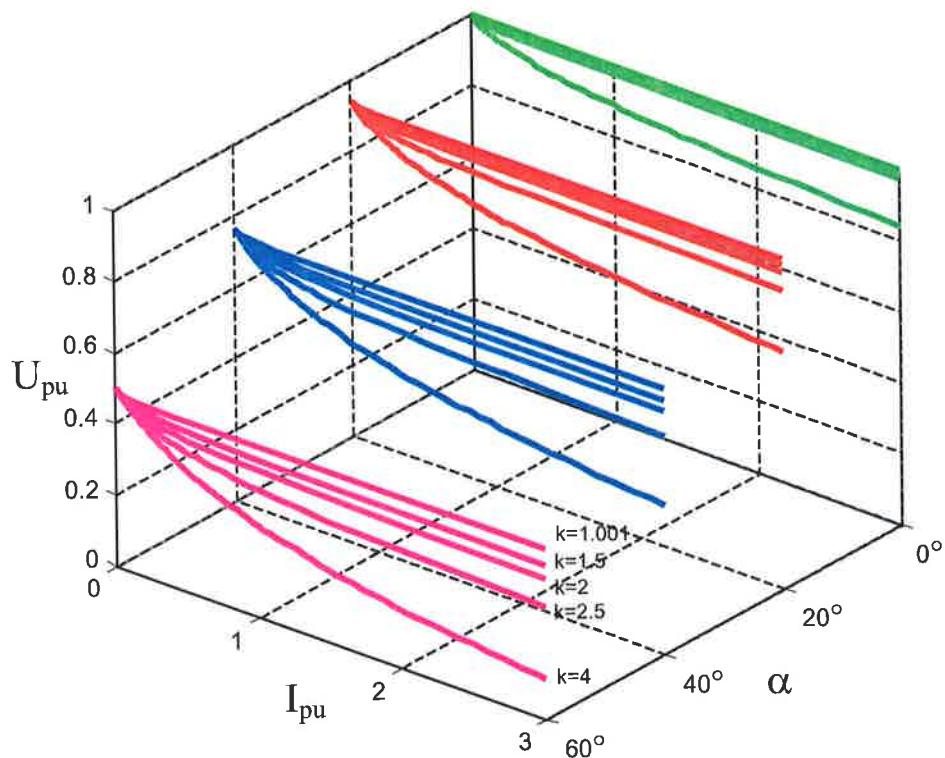


Figura 4.3 – Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha \geq 0$ ) para diferentes valores de  $k$ .  
Operação capacitiva ( $k>1$ ).

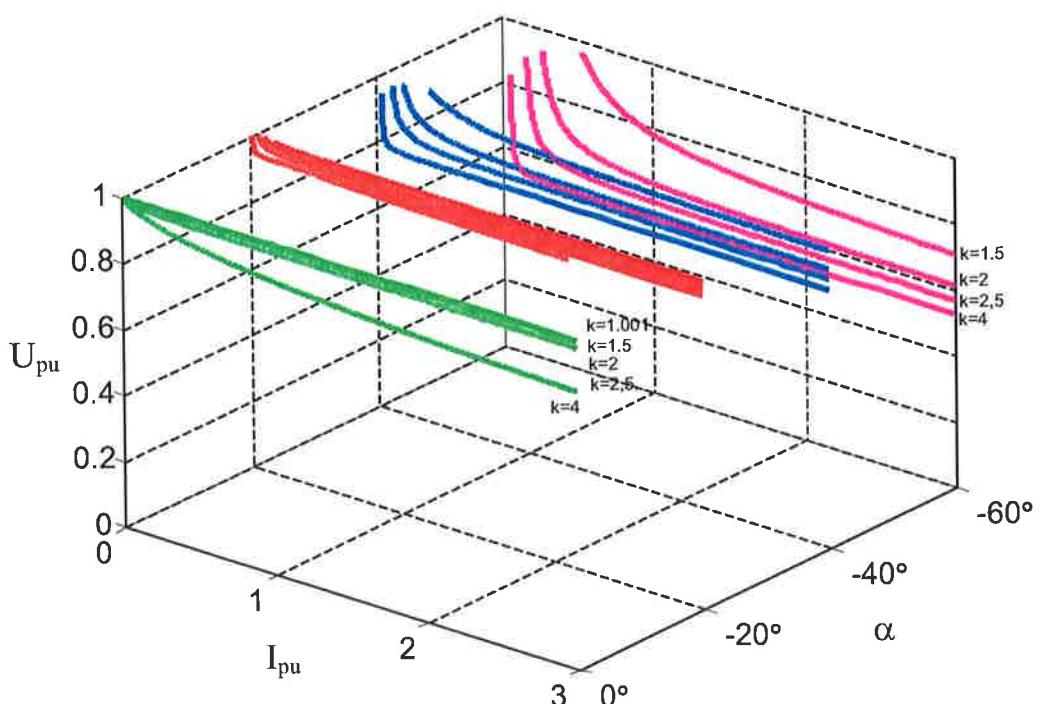


Figura 4.4 – Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha < 0$ ) para diferentes valores de  $k$ .  
Operação capacitiva ( $k>1$ ).

A figura 4.5 mostra a condição limite de operação com ângulo de disparo negativo (adiantado em relação à referência de disparo com comutação puramente indutiva) em função da corrente CC para diferentes valores de  $k$ . As curvas foram geradas executando-se varreduras do ângulo de comutação de  $0 < \mu \leq 60^\circ$  para diversos valores de  $k$  de forma a obter os valores de  $\alpha$  válidos pela expressão (3.21). Em seguida calcula-se  $I_{pu}$  pela expressão (3.16). A região acima de cada curva corresponde à condição de operação permitida, ou seja, as válvulas estão diretamente polarizadas. Se a corrente da carga exceder um certo valor mínimo, as comutações podem ocorrer com qualquer valor de ângulo de disparo ( $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ ) de tal forma que o conversor estará em posição de suprir ou consumir energia reativa. Portanto, o retificador com elementos capacitivos nos ramos CA necessita sempre de um valor mínimo de corrente na carga para operar com ângulo de disparo negativo.

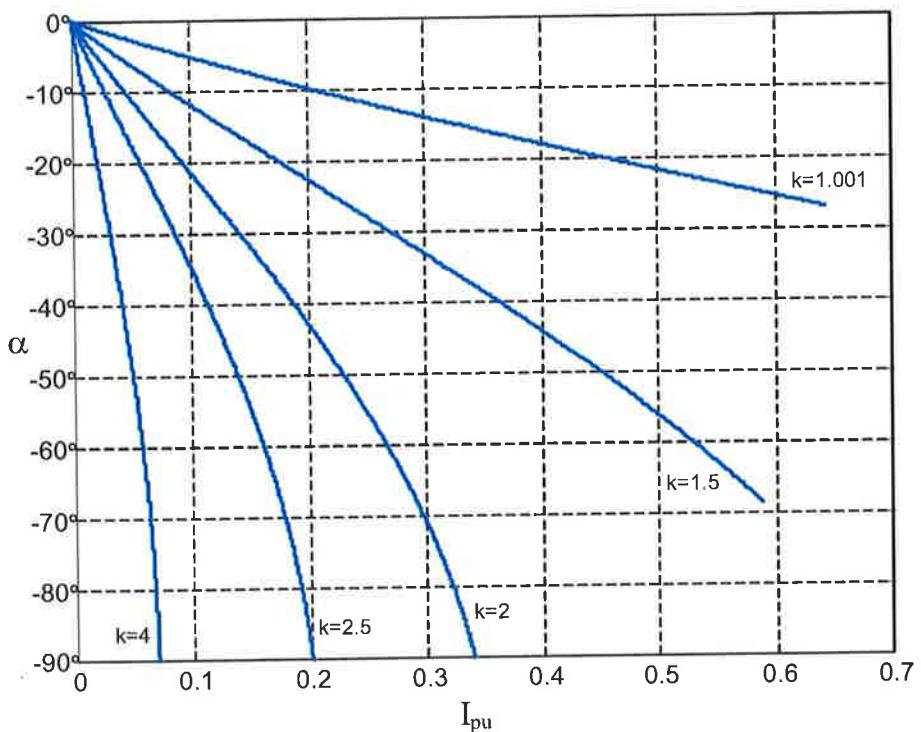


Figura 4.5 – Valores mínimos de ângulo de disparo ( $\alpha$ ) versus corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de  $k$ . Operação capacitiva ( $k > 1$ ).

A figura 4.6 mostra as formas de onda da tensão na válvula, obtida por simulação computacional, para um mesmo valor de ângulo de disparo e corrente CC e diferentes valores de  $k$ , além de  $k = 0$  (comutação indutiva).

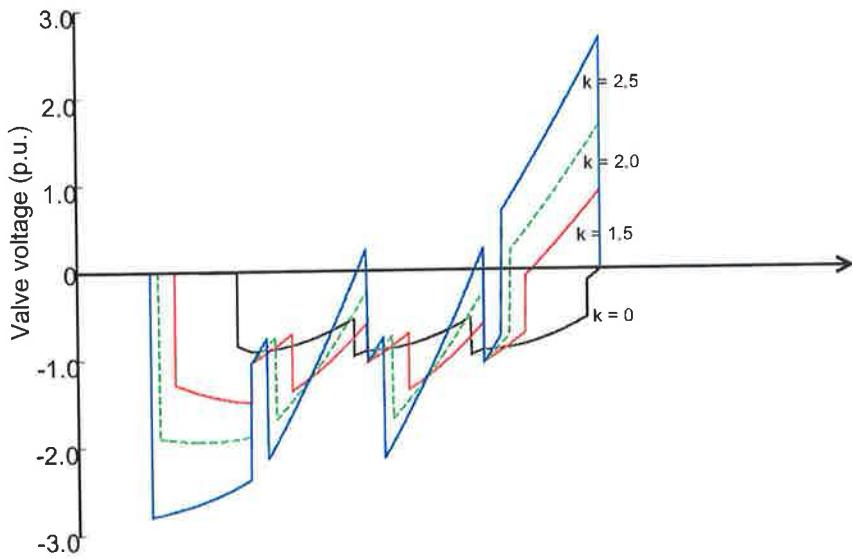


Figura 4.6 – Formas de onda da tensão na válvula para  $\alpha = 0^\circ$ ,  $I_{pu} = 0,5$  e diferentes valores de  $k$ .  
Operação capacitiva ( $k > 1$ ).

Para  $k > 1$ , as tensões nas válvulas de retificadores com comutação capacitativa podem exceder significativamente os níveis encontrados em retificadores com comutação puramente indutiva, principalmente quando forem utilizados baixos valores de capacitâncias nos ramos CA (valores de  $k$  elevados) visando operação em uma ampla faixa de ângulos de disparo negativos. Para uma dada capacitância, os limites de tensão nas válvulas não serão excedidos, desde que a corrente da carga esteja limitada a uma certa faixa. Em aplicações de transmissão em HVDC, a tensão da válvula é limitada à aproximadamente 110% dos valores admissíveis de um conversor convencional (HAMMER, 2003).

#### 4.2. Operação indutiva ( $k < 1$ ).

Para  $k < 1$ , incrementos na capacitância tendem a diminuir a impedância do capacitor de tal modo que, a medida em que  $k$  tende para zero, o capacitor torna-se um curto-circuito e o comportamento do conversor se aproxima do de um conversor com comutação puramente indutiva. Note pelas figuras 3.12 a 3.15 que para  $k < 1$  o domínio de validade do modelo é restrito a apenas uma faixa limitada de ângulos de disparo negativos cuja operação não será analisada.

A figura 4.7 mostra o comportamento do ângulo de comutação  $\mu$  em função de corrente retificada  $I_{pu}$  e do ângulo de disparo  $\alpha > 0$  para diferentes valores de  $k$ . Pode-se notar que, para uma dada corrente, o ângulo de comutação varia inversamente com  $k$ . Além disso, com o aumento de  $k$ , o valor limite da corrente para o qual as comutações em ambas as meias pontes deixam de ser independentes (limite de operação entre os Modos 1 na figura 2.3) se eleva.

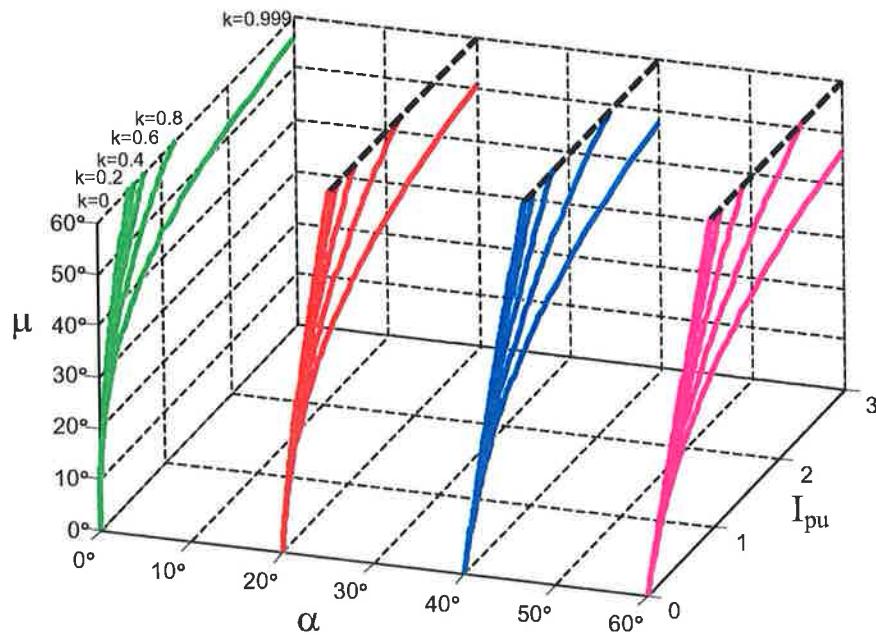


Figura 4.7 – Ângulos de comutação ( $\mu$ ) e de disparo ( $\alpha \geq 0$ ) em função da corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de  $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).

A figura 4.8 mostra a característica CC do retificador em função do ângulo de disparo  $\alpha$  para diferentes valores de  $k < 1$ . A capacidade do ramo CA reduz o ângulo de comutação  $\mu$  para a mesma corrente de carga e melhora a regulação da tensão retificada.

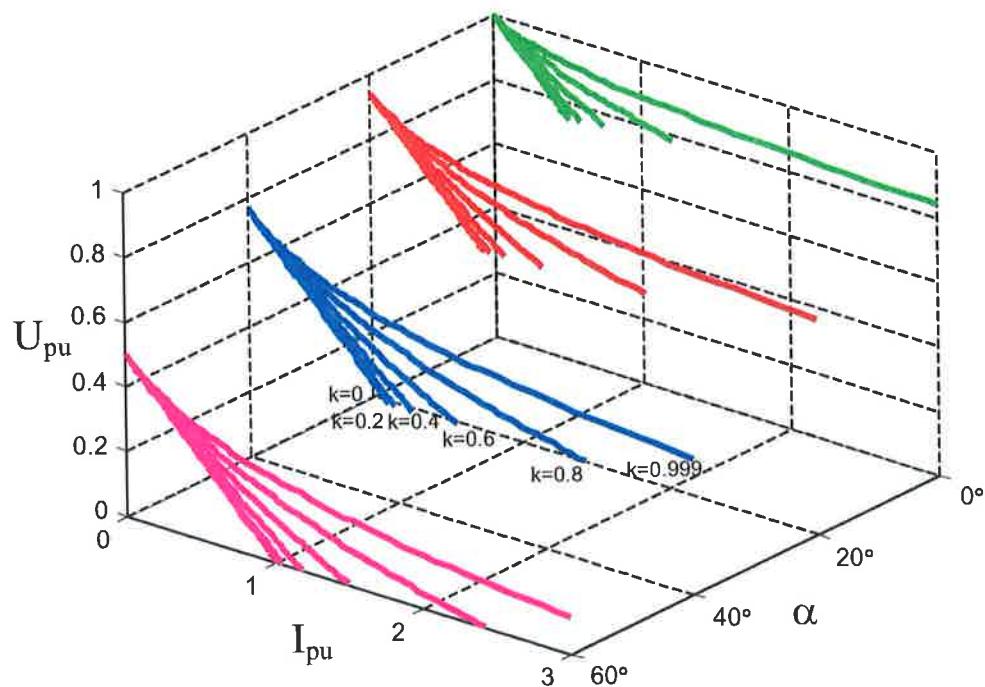


Figura 4.8 – Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha \geq 0$ ) para diferentes valores de  $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).

A figura 4.9 mostra a condição limite de operação com ângulo de disparo negativo (adiantado em relação à referência de disparo com comutação puramente indutiva) em função da corrente CC para diferentes valores de  $k$ . O gráfico foi gerado da expressão (3.21), limitando-se o ângulo de comutação em  $\mu \leq 60^\circ$ . A região acima de cada curva corresponde à condição de operação permitida, ou seja, na qual as válvulas estão diretamente polarizadas. Para uma dada corrente CC, quanto menor a capacidade (quanto maior o valor de  $k$ ), menor será a duração do intervalo de comutação.

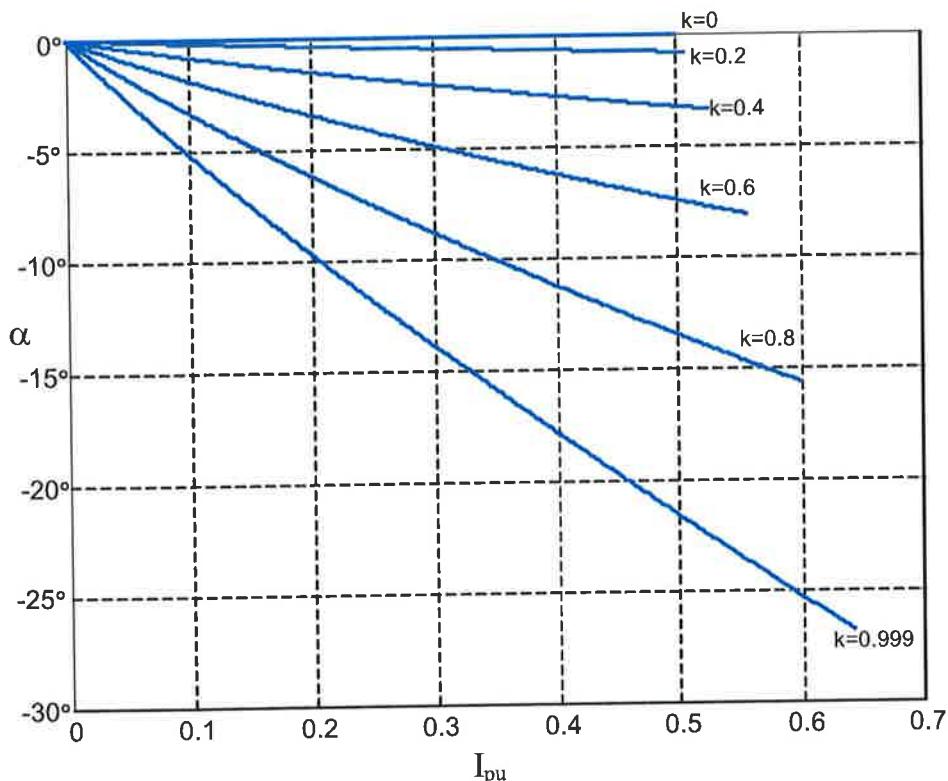


Figura 4.9 – Valores mínimos de ângulo de disparo ( $\alpha$ ) versus corrente CC ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de  $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).

A figura 4.10 mostra as formas de onda da tensão na válvula, obtida por simulação computacional, para um mesmo valor de ângulo de disparo e corrente CC e diferentes valores de  $k$ , além de  $k = 0$  (comutação puramente indutiva).

Para  $k < 1$  a tensão numa válvula é consideravelmente menor do que em operação capacitativa, porém os valores de capacidade são muito mais elevados.

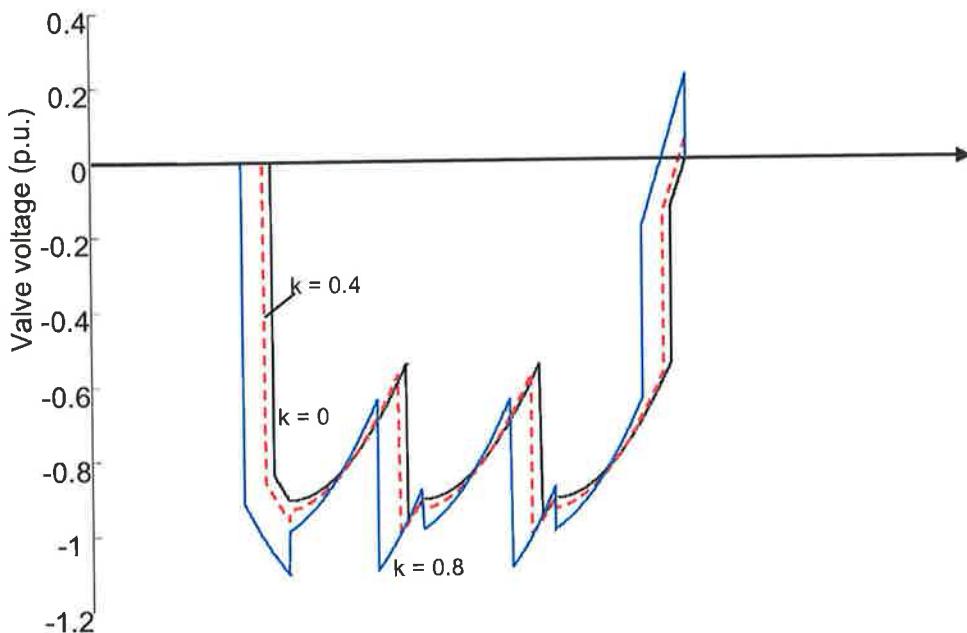


Figura 4.10 – Formas de onda da tensão na válvula para  $\alpha = 0^\circ$ ,  $I_{pu} = 0,5$  e diferentes valores de  $k$ . Operação indutiva ( $k < 1$ ).

### 4.3. Tensões nas válvulas

Os valores de pico, das tensões nas válvulas em um retificador com comutação capacitiva são substancialmente maiores do que para comutação indutiva, principalmente para valores de  $k$  elevados (baixas capacitações).

A figura 4.11 mostra os valores máximos da tensão reversa nas válvulas em função de  $I_{pu}$  e  $\alpha$  para três valores de  $k$ , sendo  $k = 0$  comutação puramente indutiva. As curvas foram obtidas a partir dos máximos das expressões (3.25) a (3.27) nos seus respectivos domínios de validade.

A figura 4.12 apresenta os valores máximos da tensão direta nas válvulas em função de  $I_{pu}$  e  $\alpha$  para três valores de  $k$ , sendo  $k = 0$  a condição de comutação puramente indutiva. As curvas foram obtidas a partir do máximo da expressão (3.28) no seu domínio de validade.

Observa-se que os ângulos de disparo nos quais ocorrem os valores de pico das tensões direta e reversa nas chaves diferem entre si e dependem do valor de  $k$ . No entanto, os valores máximos absolutos das tensões nas chaves nos sentidos direto e inverso são praticamente idênticos e aumentam significativamente com o valor de  $k$ .

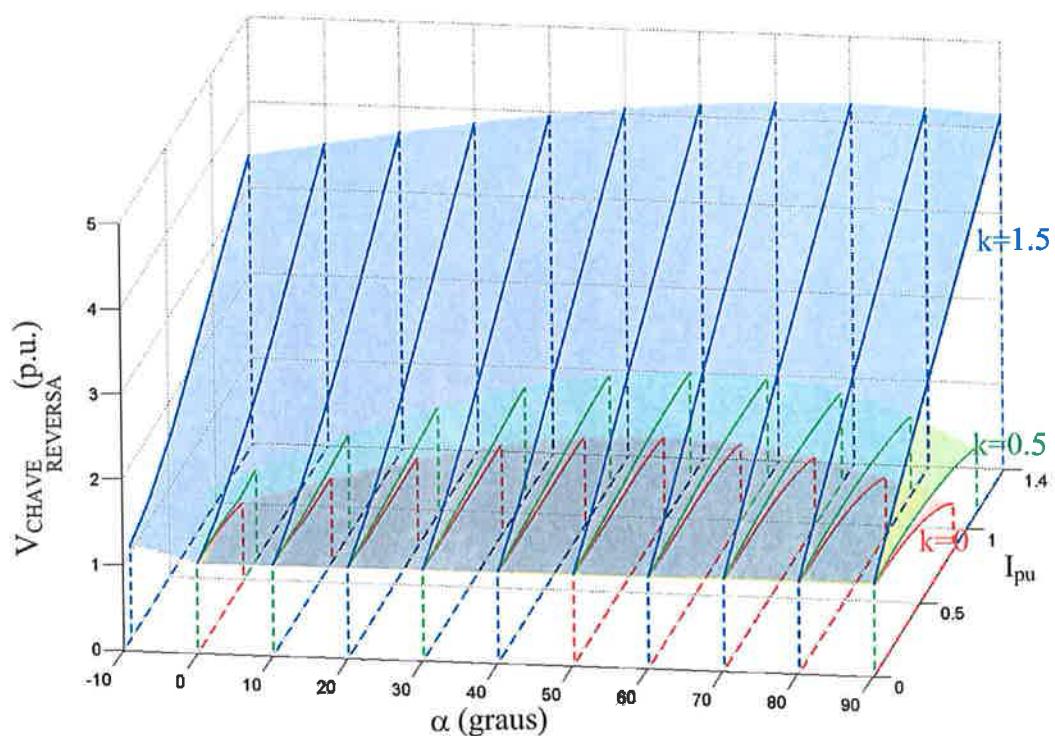


Figura 4.11 – Máxima tensão reversa nas válvulas em função de  $\alpha$  e  $I_{pu}$  para diversos valores de  $k$ .

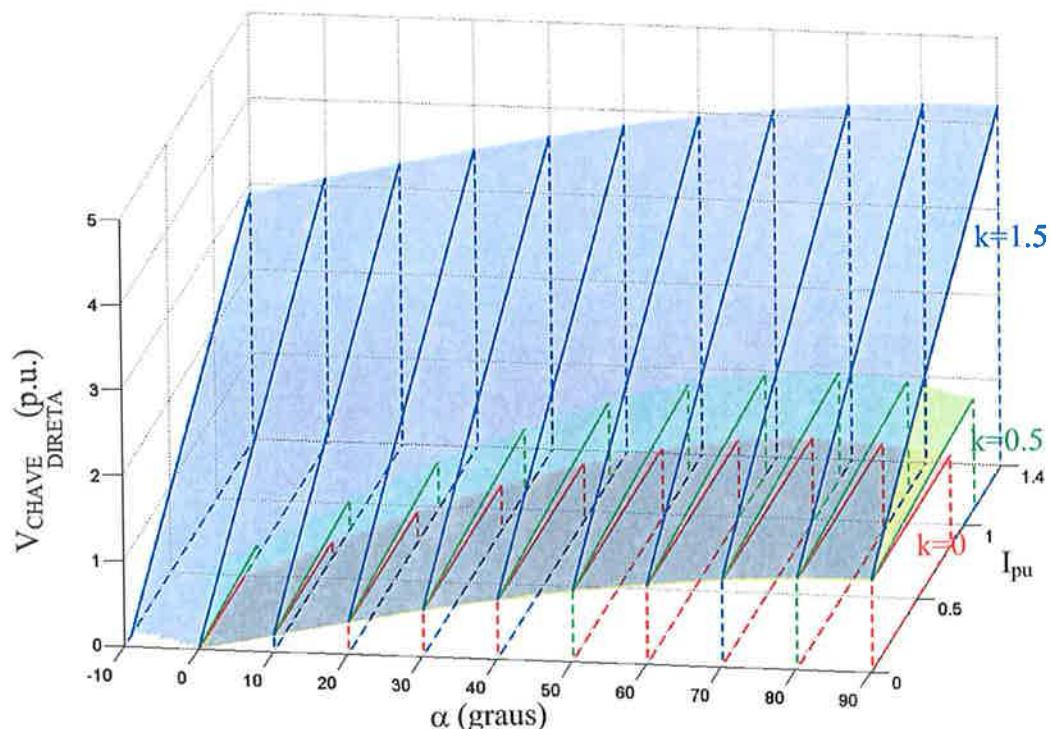


Figura 4.12 – Máxima tensão direta nas válvulas em função de  $\alpha$  e  $I_{pu}$  para diversos valores de  $k$ .

#### **4.4. Validação do modelo proposto**

Na caracterização e análise de retificadores de elevada potência é adotada a teoria convencional que modela o conversor sem perdas (válvulas e indutores ideais e impedância da fonte CA puramente reativa), com alisamento perfeito da corrente CC e representa a fonte de alimentação trifásica pelo seu circuito equivalente de Thevenin com as fases magneticamente desacopladas.

Devido à dificuldade de implementação de um protótipo experimental de potência elevada e ao fato de um protótipo de baixa potência apresentar valores de resistência e queda de tensão nas válvulas não desprezíveis, as validações das equações utilizadas foram feitas através de simulações computacionais utilizando o software PSIM.

Para validar o equacionamento, foram traçados gráficos e formas de onda no MATLAB e comparados com os resultados obtidos por simulação computacional no software PSIM.

Nas simulações utilizando o software PSIM adotaram-se valores de base unitários para tensão, corrente e freqüência angular da rede. O software PSIM permite ajustes no passo de simulação. Em todas as simulações foram adotados valores convenientes para que o erro resultante no somatório das correntes nas três fases fosse sempre inferior a  $10^{-5}$  pu. Convém ressaltar que uma redução do passo de simulação não necessariamente implica num aumento da precisão dos resultados (JIN, 1997). Para superpor as formas de onda teóricas traçadas no MATLAB com as simuladas pelo PSIM, ambas foram devidamente sincronizadas e o tempo de simulação no PSIM foi suficientemente longo para se garantir a operação em regime permanente.

##### **4.4.1. Validação de formas de onda**

Na seqüência são apresentados gráficos com superposição de formas de onda obtidas do equacionamento (MATLAB versão 6.5 ou superior) e por simulação computacional (PSIM versão 6.0).

A figura 4.13 mostra a tensão na chave obtida a partir das expressões (3.25) a (3.28) e verifica-se uma superposição perfeita das formas de onda calculada e simulada.

A figura 4.14 mostra a tensão na saída do retificador obtida da expressão (3.23) e novamente se verifica uma superposição perfeita das formas de onda calculada e simulada.

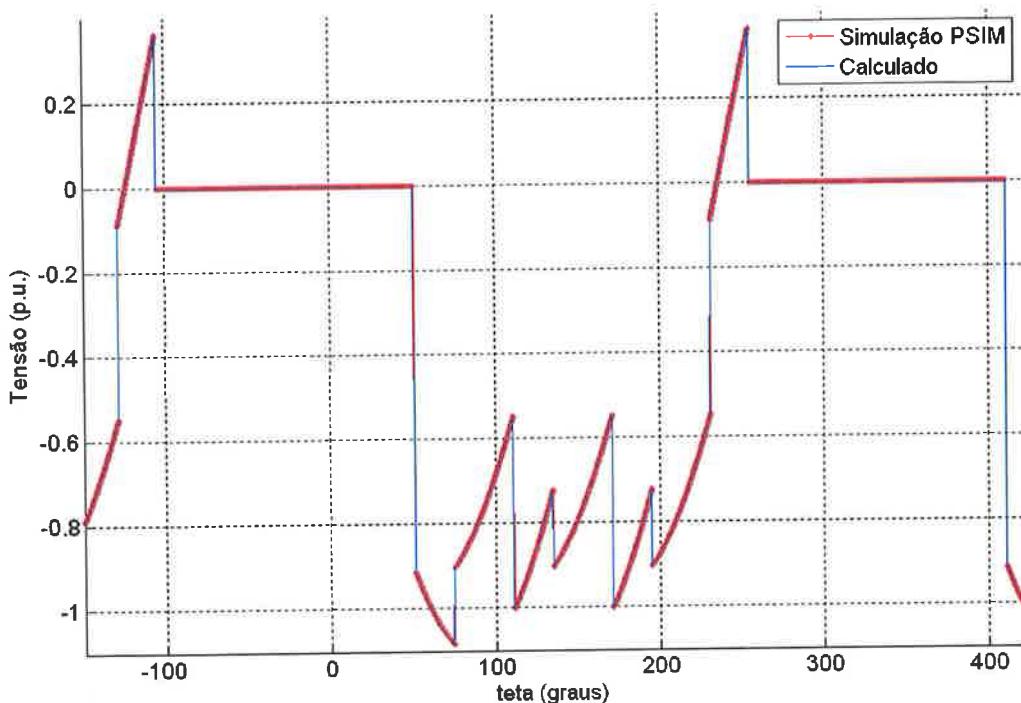


Figura 4.13 – Tensão na chave para  $\alpha = 15^\circ$ ,  $k = 0,5$ ,  $I_{pu} = 0,4$  e  $\mu = 36, 2109^\circ$ .

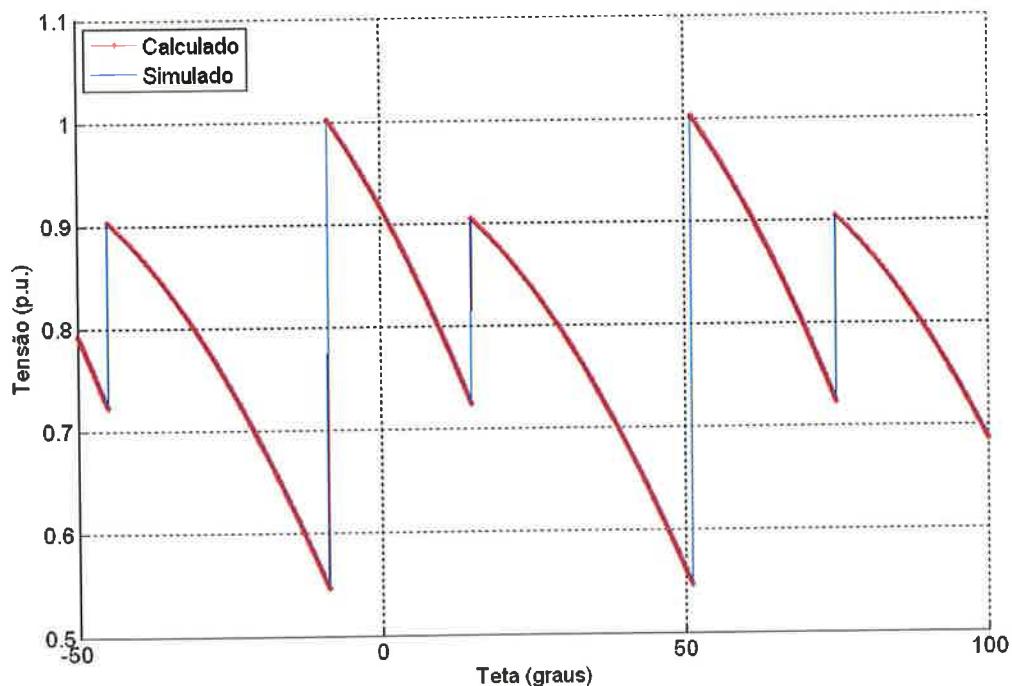


Figura 4.14 – Tensão retificada para  $\alpha = 15^\circ$ ,  $k = 0,5$ ,  $I_{pu} = 0,4$  e  $\mu = 36, 2109^\circ$ .

Finalmente a figura 4.15 apresenta a forma de onda da corrente em uma fase do retificador obtida a partir das expressões apresentadas no item A.5 do apêndice A, mostrando uma superposição perfeita das formas de onda calculada e simulada.

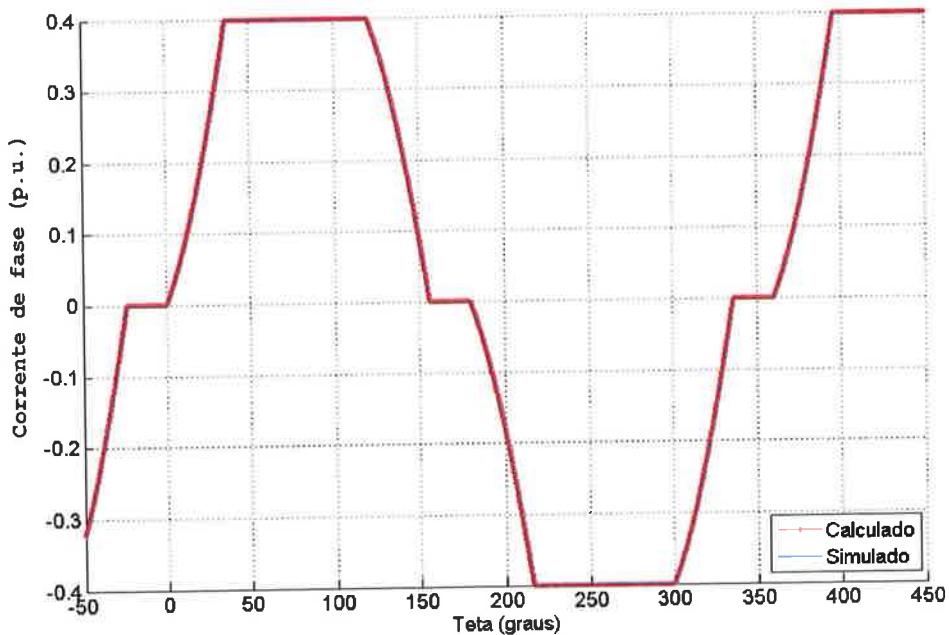


Figura 4.15 – Corrente de fase para  $\alpha = 15^\circ$ ,  $k = 0,5$ ,  $I_{pu} = 0,4$  e  $\mu = 36, 2109^\circ$ .

#### 4.4.2. Validação da característica CC tensão versus corrente

Para a validação da característica CC tensão versus corrente do retificador foram geradas inicialmente as curvas corrente CC versus ângulo de comutação (vide figura 4.16) e tensão CC versus ângulo de comutação (vide figura 4.17) para valores fixos de  $\alpha$  e  $k$ . As curvas teóricas foram obtidas das expressões (3.16) e (3.22) varrendo-se o ângulo de comutação  $\mu$  de zero a  $60^\circ$ .

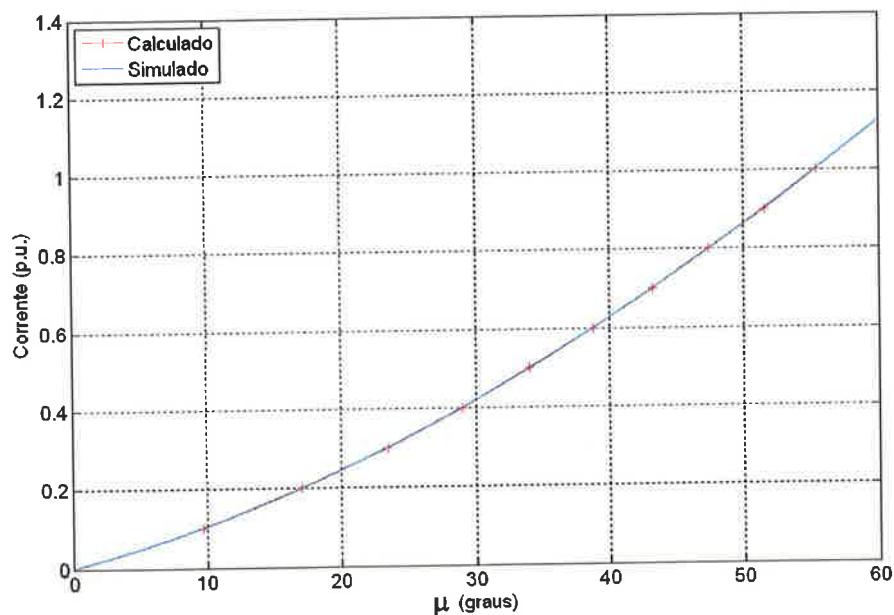


Figura 4.16 – Corrente CC versus ângulo de comutação ( $\mu$ ), para  $k = 0,5$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

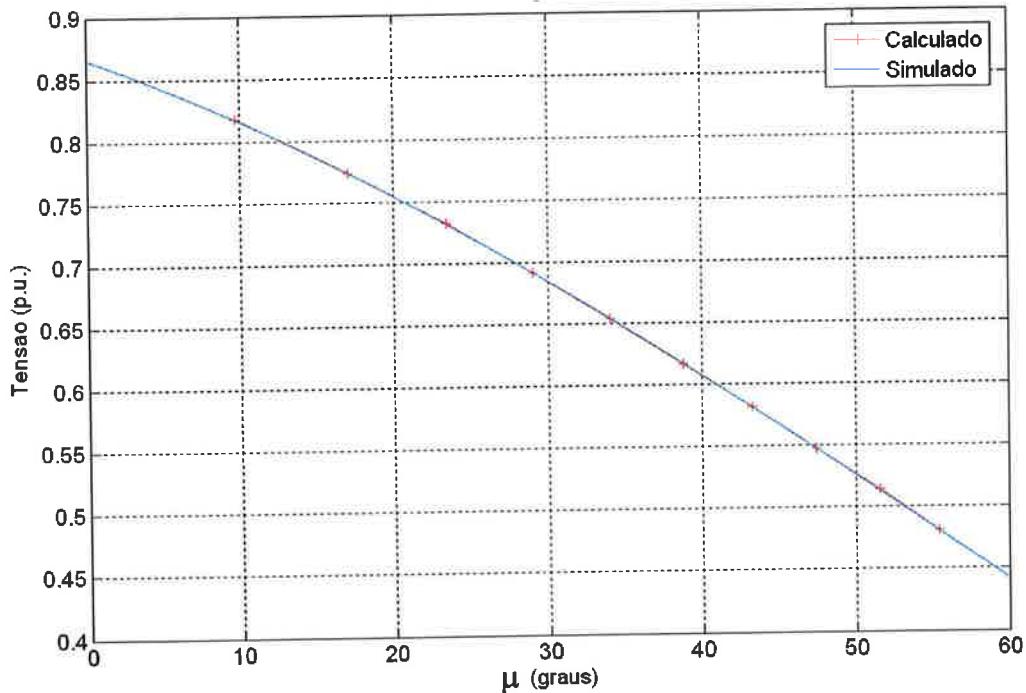


Figura 4.17 – Tensão CC versus ângulo de comutação ( $\mu$ ), para  $k = 0,5$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

A curva tensão CC versus corrente CC apresentada na figura 4.18 foi gerada por meio da varredura dos parâmetros comuns das expressões (3.16) e (3.22). Verifica-se uma aderência perfeita entre as curvas obtidas com os valores calculados e com os valores simulados.

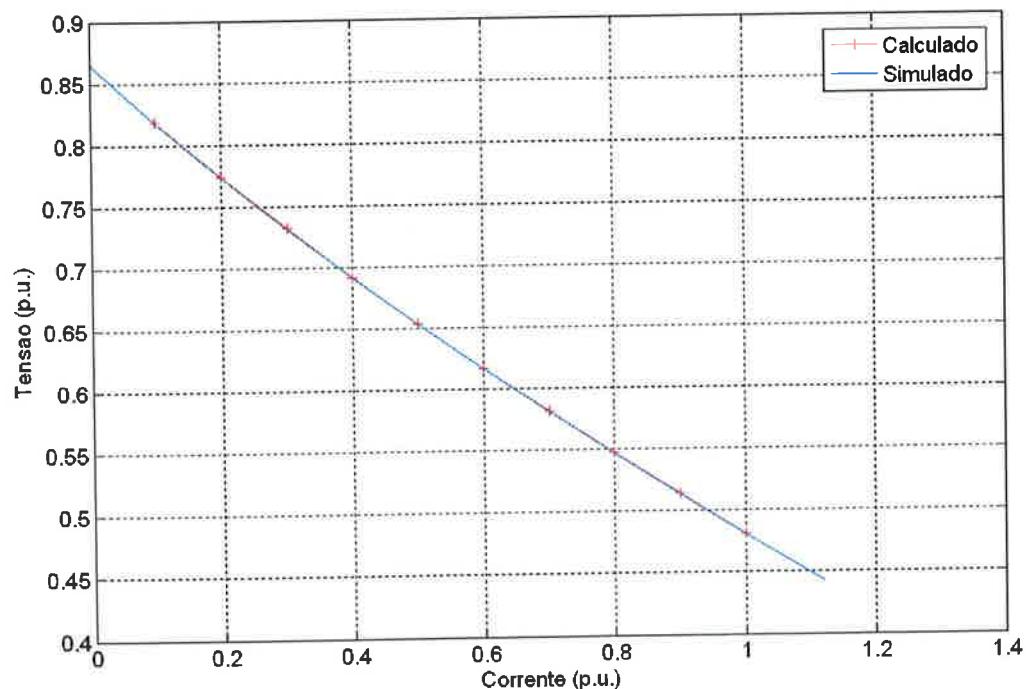


Figura 4.18 - Tensão CC versus Corrente CC, para  $k = 0,5$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

Para validar a expressão (3.21) que fornece a máxima excursão permissível do ângulo  $\alpha$ , realizou-se uma simulação com o software PSIM de uma ponte trifásica a diodos para um valor constante de  $k$ . O ângulo de disparo foi determinado a partir do instante em que a tensão na válvula se anula e o ponto de intersecção entre as correspondentes tensões de fase envolvidas no processo de comutação. A figura 4.19 apresenta a curva do mínimo ângulo de disparo negativo versus ângulo de comutação e novamente observa-se aderência perfeita entre os valores equacionados e simulados.

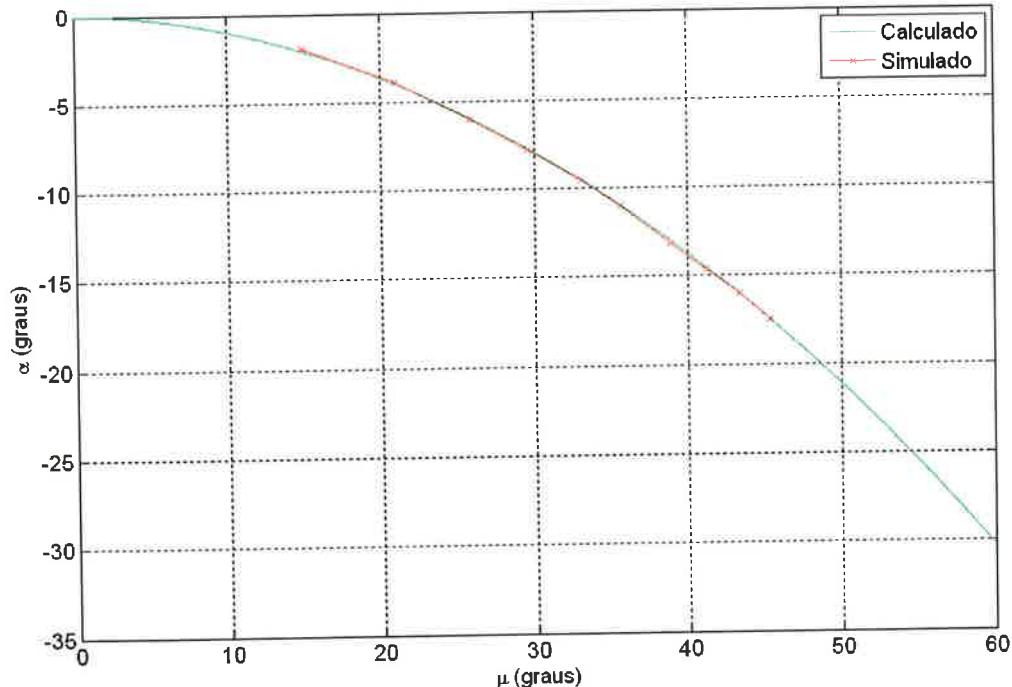


Figura 4.19 - Mínimo ângulo de disparo ( $\alpha$ ) permissível versus ângulo e comutação ( $\mu$ ) para  $k = 1,04852$ .

#### 4.5. Considerações sobre potência reativa

A potência reativa absorvida por cada fase do conversor é dada pelo produto dos valores eficazes das componentes fundamentais de tensão e de corrente multiplicado pelo seno da defasagem entre estas duas componentes. A amplitude e a defasagem da componente fundamental da corrente de fase foi obtida por processo numérico, aplicando-se a transformada rápida de Fourier (FFT) nas expressões algébricas deduzidas no item A.5 do apêndice A. A potência reativa em p.u. é dada por:

$$Q_{pu} = \frac{U_{pu}}{\sqrt{6}} \cdot I_{CA(pu)1_{RMS}} \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} + \phi_{I_{CA1}}\right) \quad (4.1)$$

onde:

$I_{CA(pu)1RMS}$  Valor eficaz da componente fundamental da corrente de linha;

$\Phi_{ICA1}$  Fase da componente fundamental da corrente de linha.

A potência reativa total em p.u. absorvida pelo conversor operando no Modo 1 é apresentada nos gráficos das figuras 4.20 a 4.22 em função da corrente de carga  $I_{pu}$  e do ângulo de disparo  $\alpha$  para três valores representativos de  $k$ :  $k=0$  (comutação puramente indutiva),  $k=0,8$  e  $k=2$ .

Para  $k=0$  (comutação indutiva) a potência reativa aumenta com  $\alpha$  e  $I_{pu}$ . Note que as curvas terminam nos valores limites de corrente do Modo 1 estabelecidos no gráfico da figura 2.13.

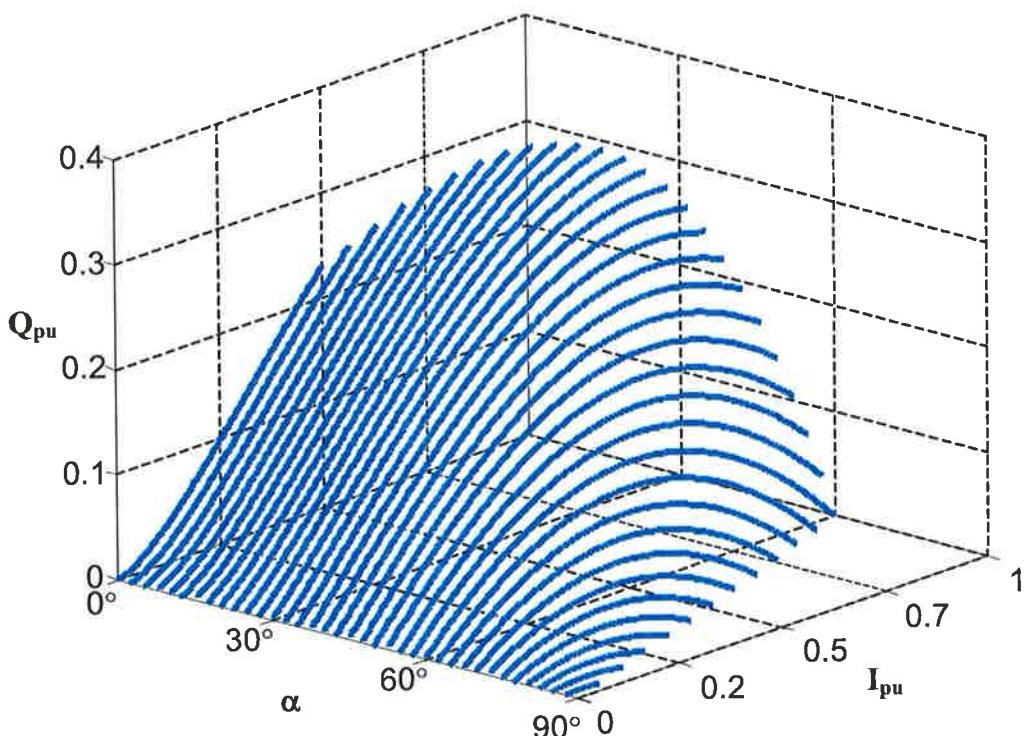


Figura 4.20 – Potência reativa ( $Q_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha$ ) para  $k=0$  (puramente indutivo).

Para  $k=0,8$  o conversor consegue operar numa estreita faixa com ângulos de disparo negativos, porém a potência reativa ainda é indutiva e o seu comportamento em função do ângulo de disparo e da corrente na carga segue o padrão observado da figura 4.21.

Para  $k=2$  a potência reativa é capacitiva para ângulos de disparo negativos. O valor máximo ocorre na faixa  $-60^\circ < \alpha < 30^\circ$  e depende da corrente na carga. Para ângulos de disparo positivos a potência reativa é indutiva e o seu comportamento em função do ângulo de disparo e da corrente na carga segue o padrão observado na figura 4.22.

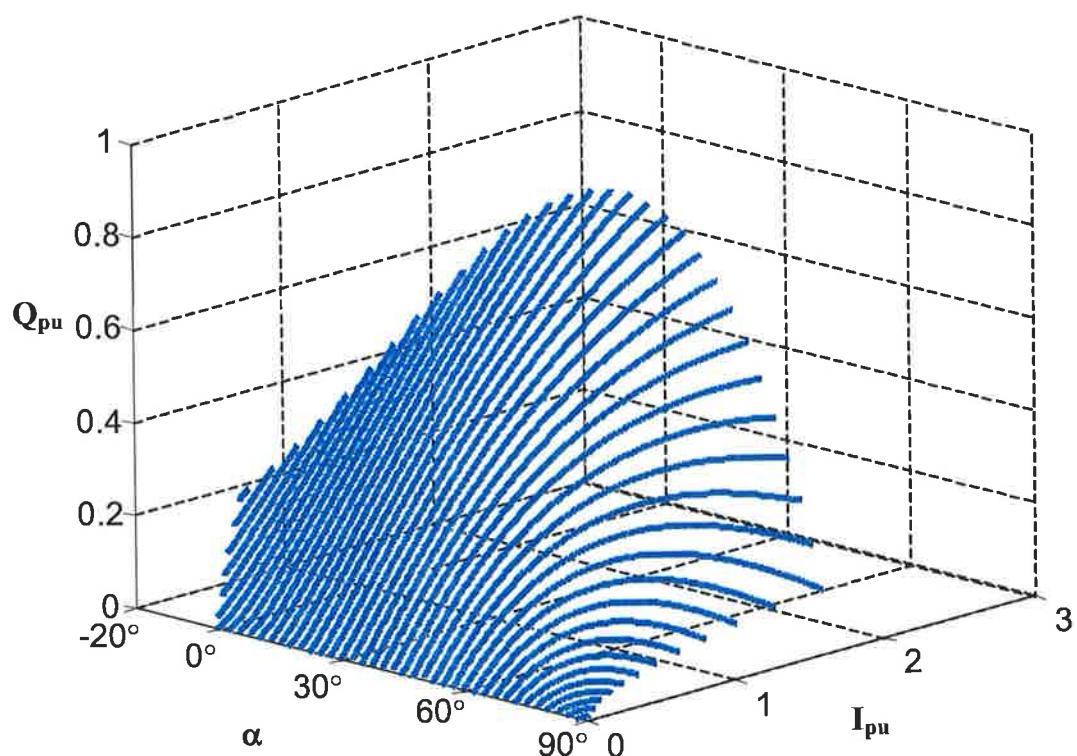


Figura 4.21 – Potência reativa ( $Q_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha$ ) para  $k=0,8$ .

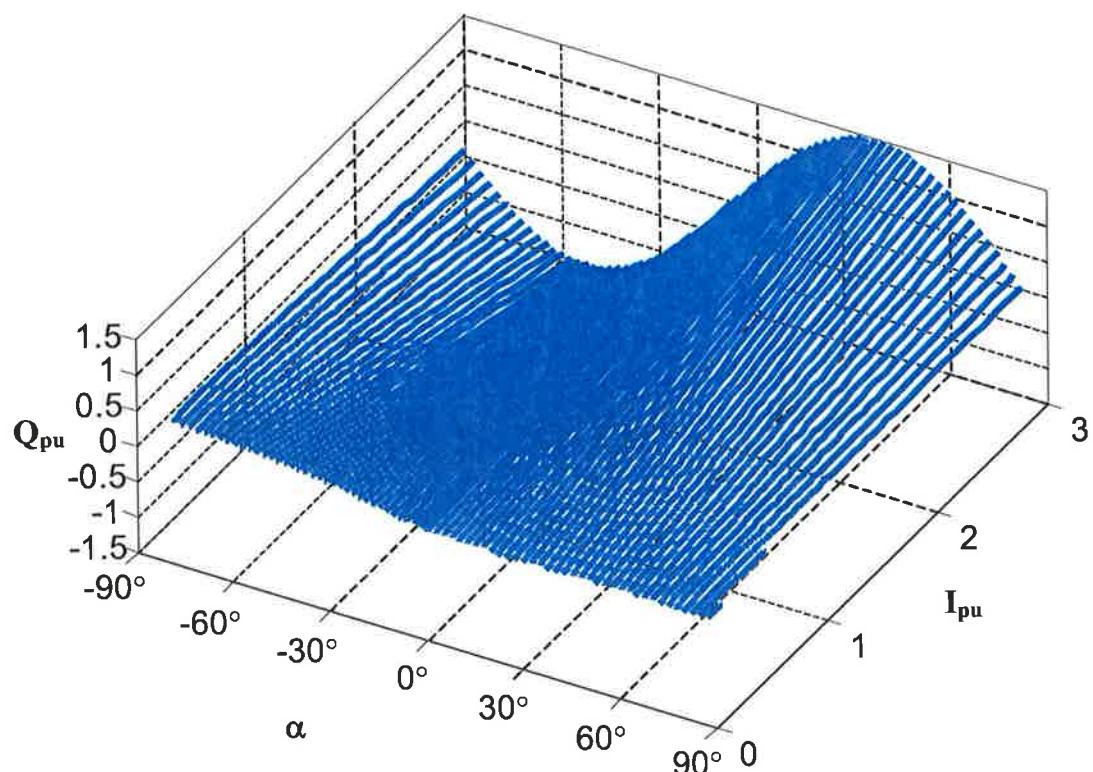
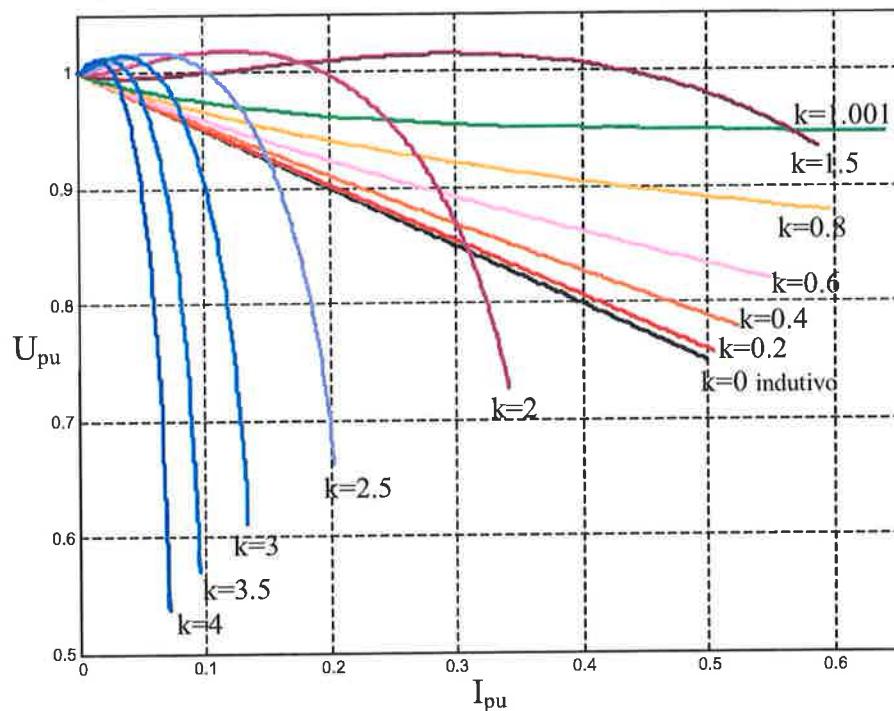


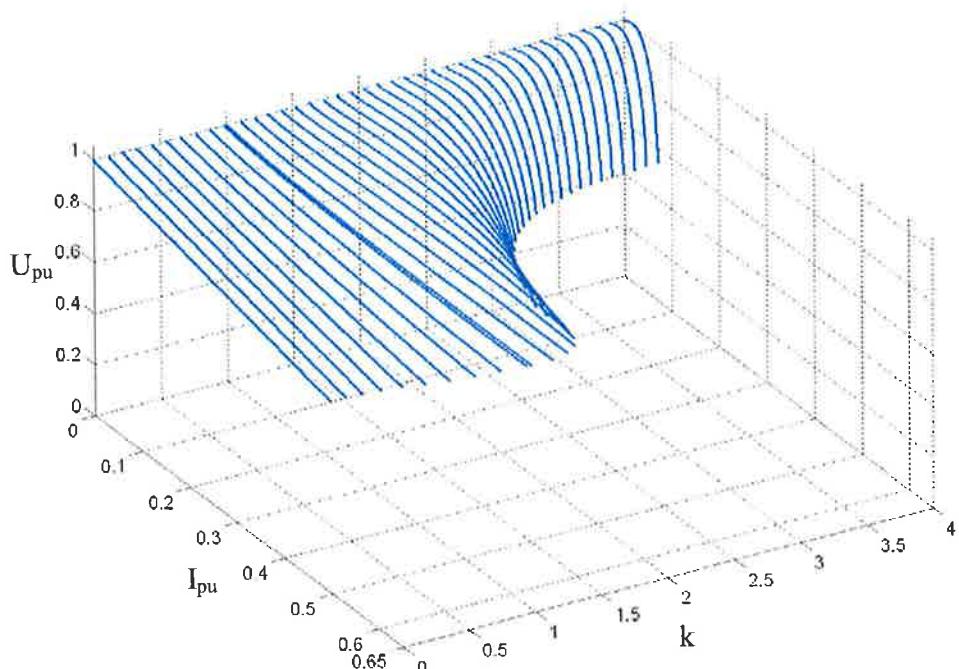
Figura 4.22 – Potência reativa ( $Q_{pu}$ ) em função do ângulo de disparo ( $\alpha$ ) para  $k=2$ .

#### 4.6. Curva característica do retificador a diodos

A figura 4.23 mostra um conjunto de curvas da curva tensão CC versus corrente CC do retificador a diodos operando no Modo 1 para diversos valores de  $k$ .



(a) Vista lateral



(b) Representação tridimensional

Figura 4.23 – Retificador a diodos - Tensão ( $U_{pu}$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de  $k$ .

As curvas foram obtidas com o aplicativo Matlab a partir das equações matemáticas deduzidas para a ponte controlada, porém ajustando-se dinamicamente o ângulo de disparo para o mínimo valor permitido e variando-se a corrente CC para valores de  $k$  pré-estabelecidos. Observa-se que para  $0 < k < 1$  a regulação de tensão melhora em relação a comutação puramente indutiva ( $k=0$ ) e esta degrada sensivelmente para valores de  $k \geq 2$ , ou seja, para valores de capacidade reduzidos, como previamente detectado nas figuras 4.3 e 4.4.

A figura 4.24 mostra o comportamento do ângulo de comutação  $\mu$  em função da corrente de carga normalizada  $I_{pu}$  para o retificador a diodos operando no Modo 1 para diferentes valores de  $k$ . Para  $0 < k < 1$  o valor limite de corrente CC em que o retificador opera no Modo 1 é mais elevado em relação à comutação puramente indutiva ( $k=0$ ).

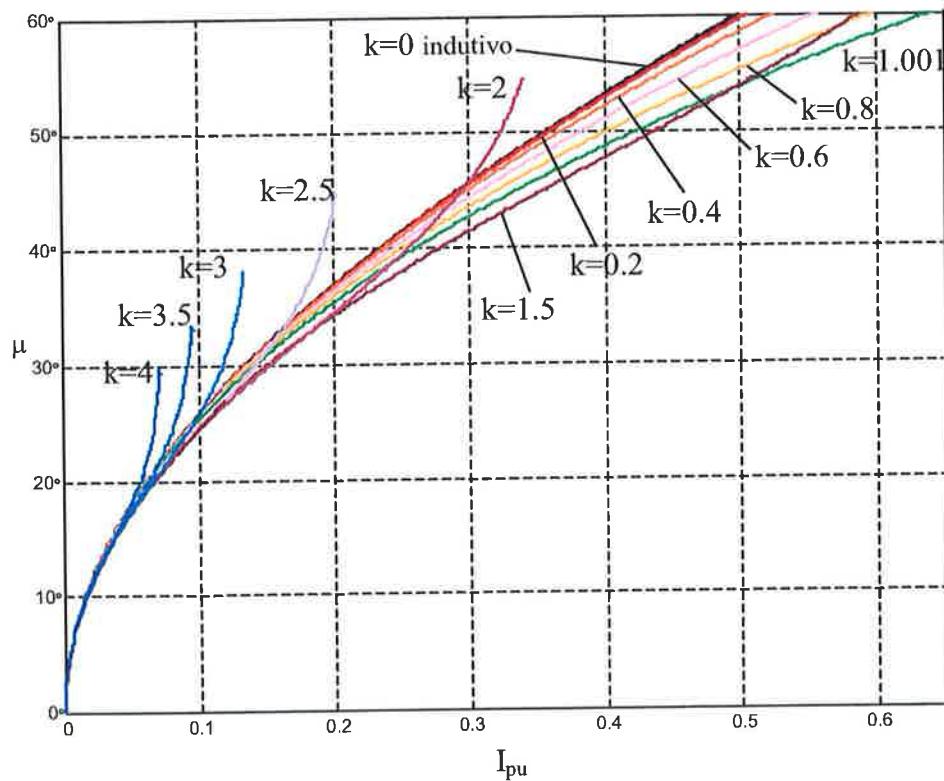


Figura 4.24 – Retificador a diodos – Ângulo de comutação ( $\mu$ ) versus corrente ( $I_{pu}$ ) para diferentes valores de  $k$ .

## Capítulo 5 – Considerações finais

Neste trabalho foi realizado o equacionamento do processo de comutação de um retificador trifásico em ponte controlado com elementos capacitivos em série com os ramos CA, conhecido na literatura como CCC (“Capacitor Commutated Converter”). Com base neste equacionamento, validado por simulações computacionais do modelo no software PSIM, foram obtidas diversas curvas que descrevem o comportamento deste conversor.

Na modelagem do retificador assumiu-se operação em regime permanente. Admitiu-se que cada um dos seis pulsos de tensão CC é gerado pela condução simples de duas válvulas seguido de um intervalo no qual conduzem simultaneamente três válvulas (comutação simples). A rede foi modelada como um sistema trifásico balanceado com tensões perfeitamente senoidais e fases magneticamente desacopladas. As válvulas foram modeladas por chaves ideais com queda de tensão nula durante a condução e todos os componentes passivos foram considerados sem perdas. A corrente no lado CC foi admitida constante e com alisamento perfeito.

Para a validação do modelo, optou-se pela sua simulação computacional no software PSIM, devido à dificuldade de implementação de um protótipo experimental de potência elevada e pelo fato de um protótipo em escala reduzida apresentar resistências nos componentes passivos e quedas de tensão nas válvulas que não são representativas de um sistema real.

Este modelo já havia sido proposto na literatura, porém não havia sido feita uma análise mais detalhada do seu domínio de validade, que foi uma das contribuições deste trabalho. As três condições que determinam a validade do modelo são: i) a corrente CC sempre deve ser positiva; ii) um conjunto de ângulo de disparo e corrente CC é permitível se possibilitar polarização direta da válvula que deve entrar em condução e iii) o ângulo de comutação deve ser inferior ou igual a  $60^\circ$  para que não mais que três válvulas conduzam simultaneamente.

A principal contribuição deste trabalho foi a obtenção das curvas características normalizadas dos retificadores controlado e não controlado parametrizadas pela corrente CC, ângulo de disparo e por um parâmetro  $k$  que relaciona a capacidade e indutância do ramo CA com a freqüência da rede. Como valores de base de tensão e corrente foram adotados a tensão CC em vazio e o valor de pico da corrente de curto-círcuito entre duas fases na entrada do retificador com comutação puramente indutiva.

A análise das curvas obtidas permite elaborar as seguintes considerações sobre o CCC operando como retificador:

- Dependendo da escolha do capacitor série, o ramo CA pode se tornar indutivo ( $k < 1$  ou valores elevados de capacitância) ou capacitivo ( $k > 1$  ou baixos valores de capacitância);
- A presença de capacitâncias nos ramos CA permite adiantar o ângulo de disparo em relação à referência de cruzamento entre as tensões de fase ( $\alpha = 0$ ) tornando-o negativo. A faixa de operação para valores negativos de ângulo de disparo depende da corrente CC, sendo limitada para  $k < 1$  e ampla à medida que se reduz a capacitância CA ( $k > 1$ );
- A presença da capacitância nos ramos CA aumenta os valores de tensão direta e inversa sobre as válvulas. Para baixos valores de capacitância ( $k > 1$ ) e correntes CC elevadas, as tensões sobre as válvulas podem atingir valores proibitivos;
- Para valores de  $k < 1$  a regulação de tensão do CCC é sempre melhor do que a de um conversor com ramo CA puramente indutivo ( $k = 0$ ) devido à redução do ângulo de comutação imposta pela presença do capacitor. Com o aumento de  $k$ , o limite de corrente para o qual as comutações em ambas as meias pontes deixam de ser independentes se eleva;
- Para  $k < 1$  a regulação de tensão piora para um mesmo valor de corrente quando se reduz o valor do capacitor (aumenta o valor de  $k$ );
- A presença de capacitâncias no retificador não controlado melhora a regulação de tensão para  $k < 1$ , porém os valores de capacitância necessários tornam esta solução impraticável;
- Uma das vantagens da operação do CCC com ângulos de disparo negativos para  $k > 1$  é o fator de potência do conversor se tornar capacitivo;
- O sistema requer proteções contra sobretensões nos capacitores, pois durante transitórios podem aparecer componentes contínuas de tensão nos mesmos que colocam em risco o sistema.

O CCC é uma alternativa interessante para aplicações em transmissão de energia em CC. Esta tecnologia já está sendo utilizada comercialmente, e como exemplo pode ser citada a subestação de Garabi.

A subestação de Garabi é responsável pela interligação entre as redes elétricas do Brasil (em 60 Hz) e da Argentina (em 50 Hz). Na primeira fase, que entrou em operação em 2000, foram construídos dois blocos de 550 MW, cada um formado por dois conversores de 12 pulsos

(2 pontes trifásicas ligadas em série) conectados na configuração “back to back”. Cada conversor de 12 pulsos é alimentado por 3 transformadores monofásicos de 192 MVA que abaixam a tensão de transmissão de para aproximadamente 52 kV. Cada bloco de 550 MW utiliza um banco de capacitores para comutação de 190 MVar no lado de 50 Hz e de 322 MVar no lado de 60 Hz. Portanto, em cada ponte de 6 pulsos está conectado um banco de capacitores de 31,6 MVar/ fase ( $V_{nom} = 15,4$  kV) no lado de 50 Hz e de 53,7 MVar/fase ( $V_{nom} = 26,1$  kV) no lado de 60 Hz. A reatância de curto-círcuito dos transformadores na entrada de cada ponte trifásica é de 0,072 p.u. no lado brasileiro e de 0,06 p.u. do lado argentino (CIGRÉ, 2000) e a indutância de dispersão por fase de cada transformador é 2,72 mH.

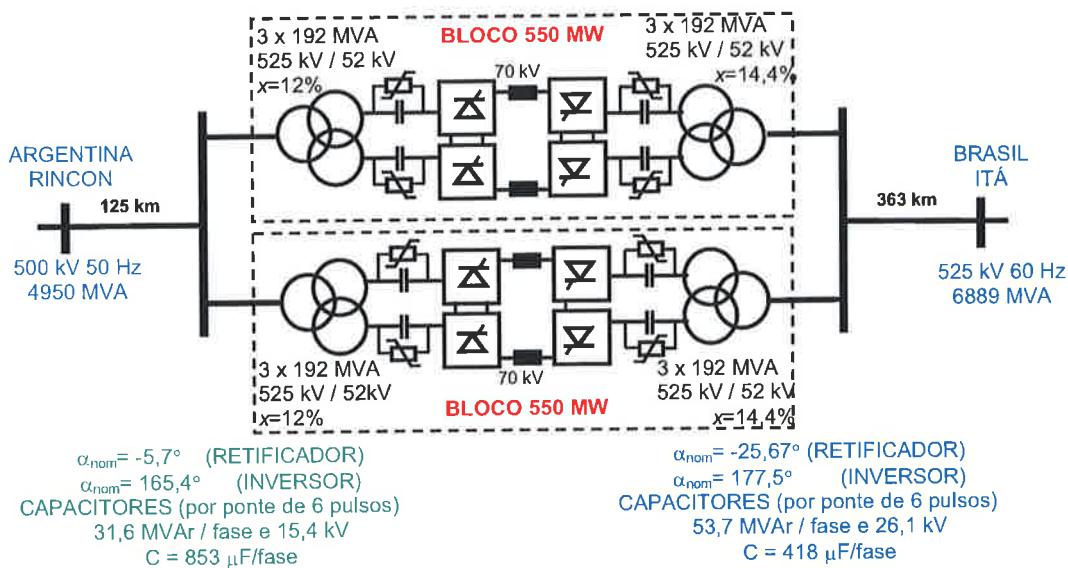


Figura 5.1 – Diagrama unifilar simplificado da estação conversora de Garabi – primeira fase.

Portanto, levando em conta somente a contribuição do transformador na reatância de comutação os valores de  $k$  para os lados brasileiro e argentino são estimados em 2,49 e 2,08 respectivamente. Note que, apesar do conversor operar com valores de sobretensão elevados nas válvulas em relação à comutação puramente indutiva, a escolha da tensão no lado CC de 70 kV e permite utilizar associações de tiristores com capacidade de bloqueio de centenas de quilovolts, comercialmente utilizados em HVDC.

Como sugestões para a continuidade deste trabalho, são propostas:

- Equacionamento do conversor operando com comutações múltiplas;
- Aprimorar o modelo incluindo quedas de tensão nas válvulas e resistências de perdas;
- Montagem de um protótipo em escala para validação empírica das equações.

## Referências Bibliográficas

- BUSEMAN, F., Economic Supply of Reactive Power for HVDC Inverter Stations, **Direct Current**, v. 2, n. 1, p. 8-15, 1954.
- CIGRÉ BRASIL CE-14, Voltage Source Converters and Series Compensated HVDC Schemes, Workshop Rio de Janeiro, March 2000.
- GOMES S. JR., JONSSON T., MENZIES D., LJUNGQVIST R., Modeling Capacitor Commutated Converters in Power System Stability Studies, **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 17, n. 2, p. 371-377, 2002.
- HAMMER W., **Dynamic Modeling of Line and Capacitor Commutated Converters for HVDC Power Transmission**, Diss. Swiss. Fed. Inst. of Tech. Zurich, 2003.
- HARTEL W., **Stromrichterschaltungen**, Berlin , Springer Verlag, 1977.
- HOELTERS F., Current and voltage conditions from no-load to short circuit in three-phase bridge circuits, **Direct Current**, v. 5, p. 112-132, 1961.
- JIN, H. Behavior-mode simulation of power electronic circuits, **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 12, n. 3, p. 443-452, 1997.
- KAZACHKOV Y., Fundamentals of a Series Capacitor Commutated HVDC Terminal, **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 13, n. 4, p. 1157-1161, 1998.
- MATH WORKS INC, **MATLAB**, Natick, s.d.
- MÖLTGEN G., **Line Commutated Thyristor Converters**, London, Siemens AG and Pitman Publishing, 1972.
- MEISINGSET M., **Application of capacitor commutated converters in multi-infeed HVDC-schemes**, Siemens Winnipeg, Manitoba, Canada, 2000.
- POWERSIM INC, **PSIM**, Woburn, MA, s.d.
- REEVE J., BARON J. A., HANLEY J. A., Technical Assessment of Artificial Commutation of HVDC Converters with Series Capacitors, **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 87, n. 10, p. 1830-1840, 1968.
- SOOD V. K., **HVDC and FACTs controllers**, Massachussets, EUA, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- YANG F., CHANG, Y., Study on Capacitor Commutated Converter applied in HVDC projects, **IEEE Power Engineering Society General Meeting**, p. 1- 5, 2007.

## Apêndice A — Equacionamento do retificador com comutação capacitiva

### A.1 – Incremento na de tensão no capacitor da fase que pára de conduzir corrente ( $\Delta V_1$ ).

A figura A.1 apresenta um modelo elétrico e seu respectivo circuito equivalente em Laplace durante o processo de comutação simples de duas válvulas do grupo G+. Neste circuito, o ramo com índice 1 representa a fase que está parando de conduzir, enquanto que, o ramo com índice 2 representa a fase que está entrando em condução.

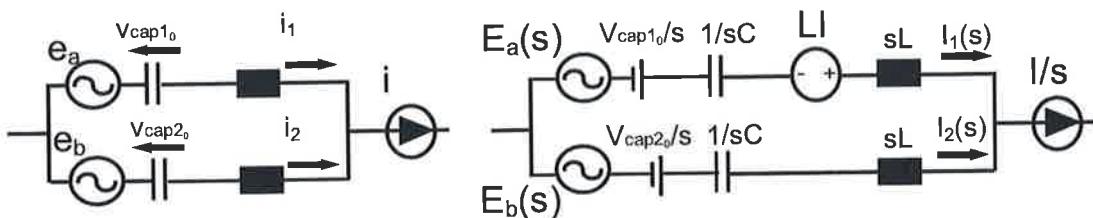


Fig. A.1 – Circuito equivalente durante a comutação

Com base nesse modelo, pode-se inferir o seguinte sistema de equações e seu respectivo sistema laplaciano equivalente:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 - \omega \cdot L \cdot \frac{di_1}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int i_1 \cdot d\theta = v_+ \\ e_2 - \omega \cdot L \cdot \frac{di_2}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int i_2 \cdot d\theta = v_+ \\ i_1 + i_2 = I \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_1(s) - s \cdot L \cdot i_1(s) + L \cdot I - \frac{I_1(s)}{s \cdot C} - \frac{V_{Cap1\_0}}{s} = V_+(s) \\ E_2(s) - s \cdot L \cdot i_2(s) - \frac{I_2(s)}{s \cdot C} - \frac{V_{Cap2\_0}}{s} = V_+(s) \\ I_1(s) + I_2(s) = \frac{I}{s} \end{array} \right. \quad (A.1)$$

Logo:

$$E_1(s) - s \cdot L \cdot I_1(s) + L \cdot I - \frac{I_1(s)}{s \cdot C} - \frac{V_{Cap1\_0}}{s} = E_2(s) - s \cdot L \cdot \left( \frac{I}{s} - I_1(s) \right) - \frac{\left( \frac{I}{s} - I_1(s) \right)}{s \cdot C} - \frac{V_{Cap2\_0}}{s}$$

Isolando  $i_1(s)$ , obtém-se:

$$I_1(s) = \frac{\left( \frac{E_1(s) - E_2(s)}{2} + L \cdot I + \frac{I}{2 \cdot s^2 \cdot C} + \frac{V_{Cap2\_0} - V_{Cap1\_0}}{2 \cdot s} \right)}{\left( s \cdot L + \frac{1}{s \cdot C} \right)}$$

Multiplicando o numerador e o denominador por  $\frac{s}{L}$ , tem-se que:

$$I_1(s) = \frac{\left( \frac{E_1(s) - E_2(s)}{2} \cdot \frac{s}{L} + s \cdot I + \frac{I}{2 \cdot s \cdot L \cdot C} + \frac{V_{Cap2\_0} - V_{Cap1\_0}}{2 \cdot L} \right)}{\left( s^2 + \frac{1}{L \cdot C} \right)}$$

Definindo  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$  e decompondo em frações parciais resulta:

$$I_1(s) = \frac{E_1(s) - E_2(s)}{2 \cdot L} \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_0^2)} + I \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{I}{2} \cdot \frac{\omega_0^2}{s \cdot (s^2 + \omega_0^2)} + \frac{V_{Cap2\_0} - V_{Cap1\_0}}{2 \cdot L} \cdot \frac{1}{(s^2 + \omega_0^2)} \quad (A.2)$$

Como:

$$\begin{cases} V_{Cap2\_0} = -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} \\ V_{Cap1\_0} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} - \Delta V_1 \end{cases} \Rightarrow V_{C2\_0} - V_{C1\_0} = -\frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} + \Delta V_1$$

Tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{V_{Cap2\_0} - V_{Cap1\_0}}{2 \cdot L} &= -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{I}{\omega \cdot L \cdot C} + \frac{\Delta V_1}{2 \cdot L} \\ \frac{V_{Cap2\_0} - V_{Cap1\_0}}{2 \cdot L} &= -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{I \cdot \omega_0^2}{\omega} + \frac{\Delta V_1}{2 \cdot L} \end{aligned} \quad (A.3)$$

E como:

$$e_1 - e_2 = -\sqrt{3} \cdot E_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Tem-se que:

$$\begin{aligned} E_1(s) - E_2(s) &= \sqrt{3} \cdot E_m \cdot \frac{(-s \cdot \sin(\alpha) + \omega \cdot \cos(\alpha))}{s^2 + \omega^2} \\ \frac{E_1(s) - E_2(s)}{2 \cdot L} \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_0^2)} &= \frac{\sqrt{3} \cdot E_m}{2 \cdot L} \cdot \frac{(-s^2 \cdot \sin(\alpha) + s \cdot \omega \cdot \cos(\alpha))}{(s^2 + \omega^2) \cdot (s^2 + \omega_0^2)} \\ \frac{E_1(s) - E_2(s)}{2 \cdot L} \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_0^2)} &= \frac{\sqrt{3} \cdot E_m}{2 \cdot L \cdot \omega} \cdot \frac{(-s^2 \cdot \omega \cdot \sin(\alpha) + s \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha))}{(s^2 + \omega^2) \cdot (s^2 + \omega_0^2)} \end{aligned} \quad (A.4)$$

Substituindo A.3 e A.4 em A.2, tem-se que:

$$I_1(s) = \frac{\sqrt{3} \cdot E_m}{2 \cdot L \cdot \omega} \cdot \frac{(-s^2 \cdot \omega \cdot \sin(\alpha) + s \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha))}{(s^2 + \omega^2) \cdot (s^2 + \omega_0^2)} + I \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{I}{2} \cdot \frac{\omega_0^2}{s \cdot (s^2 + \omega_0^2)} - \frac{\pi}{3} \cdot \frac{I \cdot \omega_0^2}{\omega \cdot (s^2 + \omega_0^2)} + \frac{\Delta V_1}{2 \cdot L \cdot (s^2 + \omega_0^2)} \quad (\text{A.5})$$

Definindo  $k = \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)$  pela relação entre as freqüências de ressonância  $\omega_0$  e da rede  $\omega$  e sendo

$I_{sc} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_m}{2 \cdot L \cdot \omega}$  o valor de pico da corrente de curto-circuito dupla fase, resulta:

$$I_{1pu}(s) = \frac{(-s^2 \cdot \omega \cdot \sin(\alpha) + s \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha))}{(s^2 + \omega^2) \cdot (s^2 + \omega_0^2)} + I_{pu} \cdot \frac{s}{(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{I_{pu}}{2} \cdot \frac{\omega_0^2}{s \cdot (s^2 + \omega_0^2)} - \frac{\pi}{3} \cdot \frac{k \cdot I_{pu} \cdot \omega_0}{(s^2 + \omega_0^2)} + \frac{3 \cdot \Delta V_{1pu}}{k \cdot \pi} \cdot \frac{\omega_0}{(s^2 + \omega_0^2)}$$

Agrupando-se os termos que multiplicam  $I_{pu}$ , tem-se que:

$$I_{1pu}(s) = \frac{(-s^2 \cdot \omega \cdot \sin(\alpha) + s \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha))}{(s^2 + \omega^2) \cdot (s^2 + \omega_0^2)} + I_{pu} \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot s} + \frac{s}{2 \cdot (s^2 + \omega_0^2)} - \frac{k \cdot \pi}{3} \cdot \frac{\omega_0}{(s^2 + \omega_0^2)} \right) + \frac{3 \cdot \Delta V_{1pu}}{k \cdot \pi} \cdot \frac{\omega_0}{(s^2 + \omega_0^2)} \quad (\text{A.6})$$

Antittransformando (A.6), tem-se que:

$$i_{1pu}(\theta) = \frac{1}{k^2 - 1} \cdot (-\cos(\theta + \alpha) + \cos(\alpha) \cdot \cos(k \cdot \theta) - k \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(k \cdot \theta)) + I_{pu} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} \cdot k \cdot \sin(k \cdot \theta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(k \cdot \theta) \right) + \frac{3}{\pi \cdot k} \cdot \Delta V_{1pu} \cdot \sin(k \cdot \theta) \quad (\text{A.7})$$

Uma vez que  $\Delta V_1 = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_0^\mu i_1(\theta) \cdot d\theta \Rightarrow \Delta V_{1pu} = \frac{k^2 \cdot \pi}{6} \cdot \int_0^\mu i_{1pu}(\theta) \cdot d\theta$ , resulta:

$$\Delta V_{1pu} = \frac{\frac{1}{|k^2 - 1|} \cdot (-k \cdot \sin(\alpha + \mu) + \cos(\alpha) \cdot \sin(k \cdot \mu) + k \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(k \cdot \mu)) + I_{pu} \cdot \left[ k \cdot \left( \frac{1}{2}\mu - \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{2} \cdot \sin(k \cdot \mu) + \frac{k \cdot \pi}{3} \cdot \cos(k \cdot \mu) \right]}{\cos(k\mu) + 1} \cdot \frac{k \cdot \pi}{3} \quad (\text{A.8})$$

Porém, como  $i_{1pu}(\mu) = 0$ , pode-se obter uma outra expressão para  $\Delta V_{1pu}$ , dada por:

$$\Delta V_{pu} = \frac{\frac{1}{(k^2 - 1)} \cdot (\cos(\mu + \alpha) - \cos(\alpha) \cdot \cos(k \cdot \mu) + k \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(k \cdot \mu)) + \left(\frac{\pi}{3} \cdot k \cdot \sin(k \cdot \mu) - \frac{1}{2} \cdot \cos(k \cdot \mu) - \frac{1}{2}\right) \cdot I_{pu}}{\sin(k \cdot \mu)} \frac{\pi}{3} \cdot k \quad (A.9)$$

Somando e subtraindo  $\left(\frac{k \cdot \mu}{4} \cdot \sin(k \cdot \mu)\right) \cdot I_{pu}$  no numerador de (A.8), tem-se que:

$$\Delta V_{pu} = \frac{\frac{1}{(k^2 - 1)} \cdot (\cos(\mu + \alpha) - \cos(\alpha) \cdot \cos(k \cdot \mu) + k \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(k \cdot \mu)) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{k\mu}{2} \cdot \sin(k \cdot \mu) - \frac{2\pi}{3} \cdot k \cdot \sin(k \cdot \mu) + \cos(k \cdot \mu) + 1\right) I_{pu} + \left(\frac{k\mu}{4} \cdot \sin(k \cdot \mu)\right) I_{pu}}{\sin(k \cdot \mu)} \frac{\pi}{3} \cdot k$$

que pode ser reescrito como:

$$\Delta V_{pu} = \frac{\frac{1}{(k^2 - 1)} \cdot \left(\frac{(\cos(\mu + \alpha) + \cos(\alpha)) \cdot (1 - \cos(k \cdot \mu)) + k \cdot \sin(k \cdot \mu) \cdot (\sin(\alpha) - \sin(\alpha + \mu))}{2}\right) + \left(\frac{k\mu}{4} \cdot \sin(k \cdot \mu)\right) I_{pu}}{\sin(k \cdot \mu)} \frac{\pi}{3} \cdot k$$

e que, simplificado, resulta em:

$$\boxed{\Delta V_{pu} = \left[ \cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \frac{\cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{k \cdot \mu}{2}\right) - \sin\left(\frac{\mu}{2}\right)}{k} - \frac{\sin\left(\frac{\mu}{2}\right)}{k^2 - 1} + \frac{\mu \cdot I_{pu}}{4} \right] \cdot \frac{k^2 \cdot \pi}{3}} \quad (A.10)$$

## A.2 - Corrente CC na carga ( $I_{pu}$ ).

Igualando as expressões A.6 e A.7 obtém-se:

$$I_{pu} = \frac{1}{(k^2 - 1)} \cdot \frac{(\cos(\mu + \alpha) - \cos(\alpha)) \cdot (1 + \cos(k \cdot \mu)) + k \cdot \sin(k \cdot \mu) \cdot (\sin(\alpha) + \sin(\alpha + \mu))}{k \cdot \left(\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin(k \cdot \mu) + 1 + \cos(k \cdot \mu)} \quad (A.11)$$

Mas,

$$\begin{cases} \cos(\mu + \alpha) - \cos(\alpha) = -2 \cdot \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right) \\ \sin(\alpha) + \sin(\alpha + \mu) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right) \end{cases} \quad (A.12)$$

Substituindo as expressões de (A.12) em (A.11), tem-se que:

$$I_{pu} = \frac{1}{(k^2 - 1)} \cdot \frac{-2 \cdot \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right) \cdot (1 + \cos(k \cdot \mu)) + k \cdot \sin(k \cdot \mu) \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right)}{k \cdot \left(\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin(k \cdot \mu) + 1 + \cos(k \cdot \mu)} \quad (\text{A.13})$$

Colocando  $2 \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right)$  em evidência, tem-se que:

$$I_{pu} = \frac{2 \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right) \cdot -\sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot (1 + \cos(k \cdot \mu)) + k \cdot \sin(k \cdot \mu) \cdot \cos\left(\frac{\mu}{2}\right)}{(k^2 - 1) \cdot k \cdot \left(\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin(k \cdot \mu) + 1 + \cos(k \cdot \mu)} \quad (\text{A.14})$$

Dividindo-se o numerador e denominador por  $(1 + \cos(k \cdot \mu))$ , tem-se que:

$$I_{pu} = \frac{2 \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right) \cdot -\sin\left(\frac{\mu}{2}\right) + k \cdot \frac{\sin(k \cdot \mu)}{1 + \cos(k \cdot \mu)} \cdot \cos\left(\frac{\mu}{2}\right)}{(k^2 - 1) \cdot k \cdot \left(\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \frac{\sin(k \cdot \mu)}{1 + \cos(k \cdot \mu)} + 1} \quad (\text{A.15})$$

mas como  $\mu < 60^\circ$  tem-se que:

$$\frac{\sin(k \cdot \mu)}{1 + \cos(k \cdot \mu)} = \operatorname{tg}\left(\frac{k \cdot \mu}{2}\right) \quad (\text{A.16})$$

Substituindo-se (A.16) em (A.15), tem-se que:

$$I_{pu} = \boxed{\frac{2 \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\mu}{2}\right) \cdot k \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{k \cdot \mu}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\mu}{2}\right) - \sin\left(\frac{\mu}{2}\right)}{k^2 - 1 \cdot k \cdot \left(\frac{\mu}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{k \cdot \mu}{2}\right) + 1}} \quad (\text{A.17})$$

### A.3 - Valor médio da tensão CC

Assumindo como ponto de referência o cruzamento das tensões  $v_a$  e  $v_b$ , o valor médio da tensão na carga é dado por:

$$U = \frac{3}{\pi} \cdot \left( \int_{\alpha}^{\mu+\alpha} v_{ret_{com}} \cdot d\theta + \int_{\mu+\alpha}^{\frac{\pi}{3}+\alpha} v_{ret_{s/com}} \cdot d\theta \right) \quad (\text{A.18})$$

Sendo  $v_{ret_{com}}$  e  $v_{ret_{s/com}}$  respectivamente os valores instantâneos das tensões na carga durante e fora da comutação obtidas na seqüência.

Durante a comutação  $\alpha \leq \theta \leq \alpha + \mu$ :

$$v_{ret_{com}} = v_+ - vc - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\alpha}^{\theta} I \cdot d\theta$$

Sendo  $v_+$  a tensão no terminal positivo (vide expressões (A.1)) da carga dada por:

$$\begin{cases} v_+ = e_a - \omega \cdot L \cdot \frac{di_1}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int i_1 \cdot d\theta \\ v_+ = e_b - \omega \cdot L \cdot \frac{di_2}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int i_2 \cdot d\theta \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

Portanto:

$$v_+ = \frac{1}{2} \cdot \left[ e_a - \omega \cdot L \cdot \frac{di_1}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\alpha}^{\theta} i_1 \cdot d\theta + e_b - \omega \cdot L \cdot \frac{di_2}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\alpha}^{\theta} i_2 \cdot d\theta \right] \quad (\text{A.20})$$

e como  $i_1 + i_2 = I$ :

$$v_+ = \frac{1}{2} \cdot \left[ (e_a + e_b) - \omega \cdot L \cdot \frac{d(I - i_2)}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\alpha}^{\theta} (I - i_2) \cdot d\theta - \omega \cdot L \cdot \frac{di_2}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\alpha}^{\theta} i_2 \cdot d\theta \right] \quad (\text{A.21})$$

Uma vez que:

$$v_{cap_{a0}} = \frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3} - \Delta V_1 \quad \text{e} \quad v_{cap_{b0}} = -\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3}$$

resulta:

$$v_+ = \frac{1}{2} \cdot [e_a + e_b] - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\alpha}^{\theta} I \cdot d\theta = \frac{1}{2} \cdot E_m \cdot \cos(\theta) - \frac{I(\theta - \alpha)}{2 \cdot \omega \cdot C} + \frac{\Delta V_1}{2} \quad (\text{A.22})$$

por outro lado:

$$v_{cap_{c0}} = -v_{cap_{a0}} - v_{cap_{b0}} = -\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3} + \Delta V_1 + \frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3} = -\Delta V_1 \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{aligned} v_{ret_{com}} &= \frac{1}{2} \cdot E_m \cdot \cos(\theta) - E_m \cdot \cos(\theta - \pi) - \frac{I \cdot (\theta - \alpha)}{2 \cdot \omega \cdot C} + \frac{\Delta V1}{2} - \frac{I \cdot (\theta - \alpha)}{\omega \cdot C} + \Delta V1 \\ v_{ret_{com}} &= \frac{3}{2} \cdot E_m \cdot \cos(\theta) - \frac{3 \cdot I \cdot (\theta - \alpha)}{2 \cdot \omega \cdot C} + \frac{3 \cdot \Delta V1}{2} \end{aligned} \quad (A.24)$$

$$v_{ret_{com}}(pu) = \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{6} \cdot \cos(\theta) - \frac{I_{pu} \cdot k^2 \cdot \pi}{4} \cdot \theta + \frac{3 \cdot \Delta V1_{pu}}{2} \quad (A.25)$$

Durante o intervalo de condução simples:  $\mu + \alpha \leq \theta \leq \alpha + \frac{\pi}{3}$

$$v_{ret_{s/com}} = vb - \omega \cdot L \cdot \frac{dI}{d\theta} - \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\mu+\alpha}^{\theta} i_b \cdot d\theta - vc + \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot \int_{\mu+\alpha}^{\theta} i_c \cdot d\theta \quad (A.26)$$

$$v_{cap_{b\mu}} = -\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3} + \Delta V2 = -\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{I \cdot \mu}{\omega \cdot C} - \Delta V1 \quad (A.27)$$

$$v_{cap_{c\mu}} = -v_{cap_{b\mu}} - v_{cap_{a\mu}} = -\left(-\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{I \cdot \mu}{\omega \cdot C} - \Delta V1\right) - \left(\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{I \cdot \mu}{\omega \cdot C} + \Delta V1 \quad (A.28)$$

$$v_{ret_{s/com}} = \underbrace{E_m \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)}_{v_{bc}} - \frac{I}{\omega \cdot C} \cdot (\theta - \alpha - \mu) - v_{cap_{b\mu}} - \frac{I}{\omega \cdot C} \cdot (\theta - \alpha - \mu) + v_{cap_{c\mu}} \quad (A.29)$$

como  $i_B = I$  e  $i_C = -I$

$$v_{ret_{s/com}} = E_m \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{I}{\omega \cdot C} \cdot (\theta - \alpha - \mu) - \left( -\underbrace{\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{I \cdot \mu}{\omega \cdot C} - \Delta V1}_{v_{cap_{b\mu}}} - \underbrace{\frac{I}{\omega \cdot C} \cdot (\theta - \alpha - \mu) + \left(\Delta V1 - \frac{I \cdot \mu}{\omega \cdot C}\right)}_{v_{cap_{c\mu}}} \right) \quad (A.30)$$

$$v_{ret_{s/com}} = \sqrt{3} \cdot E_m \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{I}{\omega \cdot C} \cdot \left(2 \cdot (\theta - \alpha) - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cdot \Delta V1 \quad (A.31)$$

$$v_{ret_{s/com}}(pu) = \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - I_{pu} \cdot \frac{\pi \cdot k^2}{6} \cdot \left(2 \cdot (\theta - \alpha) - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \cdot \Delta V1_{pu} \quad (A.32)$$

Resolvendo a integral da expressão (A.18) obtém-se:

$$U = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot E_m \cdot \frac{\cos(\alpha) + \cos(\alpha + \mu)}{2} + \left(\frac{3 \cdot \mu}{4 \cdot \pi} - 1\right) \cdot \mu \cdot \frac{I}{\omega \cdot C} + \left(2 - \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \mu\right) \cdot \Delta V1 \quad (A.33)$$

cujo valor em p.u. é dado por:

$$U_{pu} = \frac{\cos(\alpha) + \cos(\alpha + \mu)}{2} + \left( \frac{3 \cdot \mu}{4 \cdot \pi} - 1 \right) \cdot \mu \cdot \underbrace{\frac{\frac{I \cdot \omega_0^2 L}{\omega}}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot E_m}}_{\pi} + \left( 2 - \frac{3}{2\pi} \mu \right) \cdot \underbrace{\frac{\Delta V1}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot E_m}}_{\Delta V1_{pu}} \quad (A.34)$$

$$\boxed{U_{pu} = \frac{\cos(\alpha) + \cos(\alpha + \mu)}{2} + \left( \frac{3 \cdot \mu}{4 \cdot \pi} - 1 \right) \cdot \mu \cdot \frac{\pi \cdot k^2}{6} \cdot I_{pu} + \left( 2 - \frac{3}{2 \cdot \pi} \cdot \mu \right) \cdot \Delta V1_{pu}} \quad (A.35)$$

#### A.4 - Máxima excursão negativa do ângulo de atraso de disparo ( $\alpha$ )

Em uma ponte retificadora, seja ela controlada (utilizando tiristores como chaves) ou não controlada (utilizando diodos como chaves), cada semicondutor necessita estar polarizado diretamente para poder entrar em condução. Conforme a fig. 3.3, a comutação da chave D1 (fase a) para a chave D3 (fase b) somente ocorre quando a seguinte condição for satisfeita:

$$e_b - v_{cap_b} > e_a - v_{cap_a} \quad (A.36)$$

ou seja:

$$E_m \cdot \cos(\theta + \alpha - \frac{\pi}{3}) - (-\frac{\pi I}{3\omega \cdot C}) > E_m \cdot \cos(\theta + \alpha + \frac{\pi}{3}) - (\frac{\pi I}{3\omega \cdot C} - \Delta V1)$$

$$\text{logo } \sqrt{3}E_m \cdot \cos(\theta + \alpha - \frac{\pi}{2}) > -\frac{2\pi I}{3\omega \cdot C} + \Delta V1$$

Portanto:

$$\sqrt{3}E_m \cdot \sin\alpha > -\frac{2\pi I}{3\omega \cdot C} + \Delta V1 \quad (A.37)$$

$$I_{min} \geq \underbrace{\frac{3\sqrt{3}E_m}{\pi} \cdot \frac{\omega C}{2} \sin\alpha}_{U_0} + \frac{3\Delta V1}{2\pi} \cdot \omega C \quad (A.38)$$

Em p.u.:

$$I_{min(p.u.)} \geq -\frac{\frac{3\sqrt{3}E_m}{\sqrt{3} \cdot E_m} \cdot \frac{\omega C}{2} \sin\alpha}{2L\omega} + \frac{\frac{3\Delta V1}{\sqrt{3} \cdot E_m}}{2L\omega} = -\frac{3}{\pi k^2} \sin\alpha + \Delta V1_{pu} \cdot \left(\frac{3}{\pi k}\right)^2 \quad (A.39)$$

ou

$$\operatorname{sen} \alpha \geq -\frac{\pi k^2}{3} \cdot I_{\min (\text{p.u.})} + \frac{3}{\pi} \cdot \Delta V I_{\text{pu}} \quad (\text{A.40})$$

Substituindo-se (A.9) e (A.17) em (A.37), tem-se que:

$$\tan \alpha_{\text{critico}} = \frac{k^2(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot \operatorname{sen} k\mu (\cos k\mu - \cos \mu) + k^2 \operatorname{sen} k\mu \cdot \operatorname{sen} \mu (1 + \cos k\mu) - k(1 - \cos^2 k\mu)(1 + \cos \mu)}{k(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot \operatorname{sen} k\mu (\operatorname{sen} k\mu - k \cdot \operatorname{sen} \mu) - k^2 \operatorname{sen} k\mu (1 + \cos \mu)(1 + \cos k\mu) - k \operatorname{sen} \mu (1 - \cos^2 k\mu) + 2 \operatorname{sen} k\mu (1 + \cos k\mu)}$$

$1 - \cos^2 k\mu$  foi substituído por  $\operatorname{sen}^2 k\mu$

$$\tan \alpha_{\text{critico}} = \frac{k^2(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot \operatorname{sen} k\mu (\cos k\mu - \cos \mu) + k^2 \operatorname{sen} k\mu \cdot \operatorname{sen} \mu (1 + \cos k\mu) - k(\operatorname{sen}^2 k\mu)(1 + \cos \mu)}{k(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot \operatorname{sen} k\mu (\operatorname{sen} k\mu - k \cdot \operatorname{sen} \mu) - k^2 \operatorname{sen} k\mu (1 + \cos \mu)(1 + \cos k\mu) - k \operatorname{sen} \mu (\operatorname{sen}^2 k\mu) + 2 \operatorname{sen} k\mu (1 + \cos k\mu)}$$

O numerador e o denominador foram divididos por  $\operatorname{sen}^2 k\mu$

$$\tan \alpha_{\text{critico}} = \frac{k^2(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot (\cos k\mu - \cos \mu) + k^2 \cdot \operatorname{sen} \mu (1 + \cos k\mu) - k(\operatorname{sen} k\mu)(1 + \cos \mu)}{k(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot (\operatorname{sen} k\mu - k \cdot \operatorname{sen} \mu) - k^2 (1 + \cos \mu)(1 + \cos k\mu) - k \operatorname{sen} \mu (\operatorname{sen} k\mu) + 2(1 + \cos k\mu)}$$

No denominador, o termo  $-k^2 (1 + \cos \mu)(1 + \cos k\mu)$  foi escrito como  $k^2 (-1 - \cos \mu)(1 + \cos k\mu)$

$$\tan \alpha_{\text{critico}} = \frac{k^2(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot (\cos k\mu - \cos \mu) + k^2 \cdot \operatorname{sen} \mu (1 + \cos k\mu) - k(\operatorname{sen} k\mu)(1 + \cos \mu)}{k(\mu - \frac{4\pi}{3}) \cdot (\operatorname{sen} k\mu - k \cdot \operatorname{sen} \mu) + k^2 (-1 - \cos \mu)(1 + \cos k\mu) - k \operatorname{sen} \mu (\operatorname{sen} k\mu) + 2(1 + \cos k\mu)}$$

No denominador, os termos  $k^2 (-1 - \cos \mu)(1 + \cos k\mu)$  e  $2 \cdot (1 + \cos k\mu)$  foram agrupados resultando:

$$\tan(\alpha_{\text{critico}}) = \frac{k^2 \cdot (\mu - \frac{4\pi}{3})(\cos k\mu - \cos \mu) + k^2 \cdot \operatorname{sin} \mu \cdot (1 + \cos k\mu) - k \cdot \operatorname{sen} k\mu \cdot (1 + \cos \mu)}{k \cdot (\mu - \frac{4\pi}{3})(\operatorname{sen} k\mu - k \cdot \operatorname{sen} \mu) + (2 - k^2 - k^2 \cdot \cos \mu)(1 + \cos k\mu) - k \cdot \operatorname{sen} \mu \cdot \operatorname{sen} k\mu} \quad (\text{A.41})$$

## A.5 – Corrente CA do retificador

A expressão matemática da corrente de linha da fase A na entrada do retificador para cada intervalo é dada por: