UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

ALLAN DE BARROS

Modelagem eletromagnética e mecânica de máquinas síncronas para estudo de vibrações no núcleo do estator

São Paulo
(2019)

ALLAN DE BARROS

Modelagem eletromagnética e mecânica de máquinas síncronas para estudo de vibrações no núcleo do estator

Dissertação de Mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências

Área de concentração: Sistemas de Potência

Orientador: Prof. Dr. Ivan Eduardo Chabu.

São Paulo

(2019)

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catalogação-na-publicação

Barros, Allan de
Modelagem eletromagnética e mecânica de máquinas síncronas para estudo de vibrações no núcleo do estator / A. Barros -- versão corr. -- São Paulo, 2019.
149 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.

1.Máquinas síncronas 2.Vibrações 3.Usinas hidrelétricas 4.Análise harmônica 5.Campo magnético I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II.t.

Dedico este trabalho aso meus pais Adailton e Célia
e à minha esposa Claudia

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, em quem tenho fé e confio meu caminho.

Aos meus pais, que proveram minha formação de base e sempre acreditaram em mim.

À minha esposa Claudia por ter sido meu maior porto seguro em todos os momentos.

Aos amigos pessoais, com quem compartilho alegrias e história de vida.

À Escola Politécnica da USP através do Departamento de Energia e Automação Elétricas por possibilitar este trabalho.

Ao prof. Dr. Ivan Eduardo Chabu, a quem tenho grande admiração e apreço e que orientou com paciência e dedicação este trabalho.

Ao Grupo de Máquinas Elétricas e Acionamentos da Escola Politécnica da USP, na pessoa do prof. Dr. Silvio Ikuyo Nabeta, que permitiu a realização de ensaios em laboratório sobre uma máquina síncrona real.

Ao meu grande amigo Rodrigo Luiz da Silveira, graduando em Engenharia de Automação na UFABC, que contribuiu enormemente na execução do trabalho experimental realizado na Escola Politécnica da USP.

À empresa onde trabalho, Voith Hydro Ltda, em especial aos colegas Thomas Hildinger, Egidio Faria, Carlos Haluska, Masaaki Miyoshi, Milton Endo, Marco Frazilli, Marcelo Tavares, Dirk Emmrich, Achim Frank, Alexandre Neto, Thierre Zulzke e Norio Kato pela transmissão de conhecimento e experiências.

“Mesmo que eu tivesse o dom da profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência; mesmo que tivesse toda a fé, a ponto de transportar montanhas, se não tiver caridade, não sou nada.” Apóstolo Paulo

RESUMO

O campo magnético estabelecido no entreferro das máquinas síncronas é responsável pela transmissão do torque e potência desejados, porém é também precursor de forças radiais inerentes. Tais forças combinadas à resposta dinâmica do sistema mecânico podem resultar em vibração excessiva do núcleo do estator, o que em geral é indesejável devido a eventuais danos e redução de vida útil decorrentes.

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver modelos e simulações focados nas forças eletromagnéticas atuantes no núcleo do estator de tal forma que estes possam contribuir para compreensão global dos fenômenos envolvidos bem como para refinamento de resultados já conhecidos. De forma complementar, modelos mecânicos analíticos do núcleo do estator existentes na literatura serão explorados com a finalidade de, em conjunto com as forças eletromagnéticas encontradas, se obter o comportamento vibracional global da estrutura do núcleo do estator.

Validação experimental dos resultados também é discutida com base em ensaios em duas máquinas reais.

Palavras-Chave: Máquina síncrona. Forças eletromagnéticas. Vibração. Harmônicas de campo. Hidrogeradores.

ABSTRACT

The magnetic field established in the airgap of a synchronous machine is responsible for the desired torque and power transmission; however it is also precursor of inherent radial forces. Such forces combined to the dynamic response of the mechanical system can result in excessive stator core vibration, what is in general undesirable due to eventual damages and life span reduction.

This work has the main objective of developing models and simulations focused on the electromagnetic forces acting on the stator core in such a way that they can contribute for the global comprehension of involved phenomena as well as for the refinement of already known results. Complementarily, analytical mechanical models of the stator core available in the literature will be explored with the goal of, in conjunction with the obtained electromagnetic forces, deriving the global vibrational behavior of the stator core structure.

Experimental validation of results is also discussed based on tests performed in two real machines.

Keywords: Synchronous machine. Electromagnetic forces. Vibration. Field harmonics. Hydrogenerators.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14
2 REVISÃO DA LITERATURA 16
3 MODELO ELETROMAGNÉTICO ANALÍTICO 18
3.1 VISÃO GLOBAL DO MODELO ELETROMAGNÉTICO ANALÍTICO 19
3.2 FMM GERADA POR UMA BOBINA 21
3.3 FMM GERADA PELO ENROLAMENTO DE CAMPO 24
3.3.1 Consideração da região entre polos salientes 26
3.4 FMM GERADA PELO ENROLAMENTO DO ESTATOR 27
3.5 ONDAS DE PERMEÂNCIA DO ENTREFERRO 30
3.6 MUDANÇA DE REFERENCIAL PARA UMA SÉRIE DE ONDAS 34
3.7 CAMPO MAGNÉTICO RESULTANTE NO ENTREFERRO 36
3.7.1 Generalização da equação de campo 38
3.8 FORÇAS RADIAIS NO DIÂMETRO INTERNO DO NÚCLEO 43
3.9 EFEITO DO ENROLAMENTO AMORTECEDOR 45
3.9.1 Enrolamento amortecedor com conexões ideais entre barras 46
3.9.2 Consideração da impedância de conexão entre barras 51
4 RESULTADOS DO MODELO ELETROMAGNÉTICO ANALÍTICO (CASOS EXEMPLOS) 56
4.1 MÁQUINA LABORATÓRIO OPERANDO EM VAZIO 56
4.2 MÁQUINA LABORATÓRIO EM CARGA SEM EFEITO AMORTECEDOR 60
4.3 MÁQUINA LABORATÓRIO EM CARGA COM EFEITO AMORTECEDOR 65
4.4 HIDROGERADOR EM CARGA COM E SEM AMORTECEDOR 71
4.5 CONCLUSÕES SOBRE MODELOS ANALÍTICOS 74
5 MODELO COMPARATIVO EM ELEMENTOS FINITOS 75

5.1 OBTENÇÃO DO PONTO DE OPERAÇÃO E FORÇAS ELETROMAGNÉTICAS 75
5.2 CONSIDERAÇÃO DAS FORÇAS TANGENCIAIS 77
5.3 RESULTADOS PARA MÁQUINA LABORATÓRIO 79
5.3.1 Consideração das forças tangenciais 81
5.4 RESULTADOS PARA HIDROGERADOR 82
5.4.1 Consideração das forças tangenciais 84
5.5 CONCLUSÕES SOBRE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS 85
6 MODELO MECÂNICO 87
6.1 RESUMO CONCEITUAL DO PROCESSO DE CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS 89
6.2 RESULTADOS DO MODELO MECÂNICO PARA FREQUÊNCIAS NATURAIS 90
6.2.1 Efeito dos números de onda $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{m}$ 91
6.2.2 Efeito da anisotropia 93
6.2.3 Efeito das dimensões do cilindro 95
6.2.4 Resultados para hidrogerador exemplo 96
6.3 RESPOSTA FORÇADA DO SISTEMA 97
6.4 CONCLUSÕES SOBRE O MODELO MECÂNICO 98
7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS 100
7.1 MEDIÇÕES SOBRE MÁQUINA LABORATÓRIO 100
7.1.1 Máquina laboratório operando em vazio 102
7.1.2 Máquina laboratório operando em curto circuito 103
7.2 MEDIÇÕES SOBRE O HIDROGERADOR 108
7.2.1 Modos e frequências naturais do hidrogerador 108
7.2.2 Hidrogerador operando a plena carga 112
8 CONCLUSÃO 116

9 REFERÊNCIAS 119

APÊNDICE A 122

APÊNDICE B..... 125

APÊNDICE C 135

APÊNDICE D 141

LISTA DE SIMBOLOS

a:	Raio médio do cilindro equivalente do núcleo do estator
A:	Área da seção transversal da barra amortecedora
b:	largura da base do dente do estator
B:	Indução magnética
c:	Número do circuito
d:	Entreferro; Diâmetro da barra amortecedora
D:	Denominador da fração q
Di:	Diâmetro interno do núcleo
dl:	Comprimento infinitesimal
dS:	Área infinitesimal
dt:	Tempo infinitesimal
e:	Diferença de tensão entre barras amortecedoras
E_x:	Modulo de Young na direção axial
E_y:	Modulo de Young na direção tangencial ou radial
I:	Corrente elétrica
i:	Corrente elétrica nas barras amortecedoras
F:	Força eletromagnética; Função genérica
f:	Frequência
f_n:	Frequência natural
FMM:	Força magnetomotriz
fp:	Fator de potência
$freq$:	Frequência da harmônica considerada
g:	Aceleração da gravidade
H:	Campo magnetizante
h:	Altura da abertura de ranhura da barra amortecedora; Altura radial da coroa do estator
j:	Unidade complexa
k:	Ordem espacial de harmônica; Numeral; Constante independente de dimensões físicas
l:	Ordem temporal de harmônica; Comprimento do cilindro equivalente do núcleo do estator

L:	Comprimento das barras amortecedoras; Comprimento do estator
L_d:	Indutância de dispersão da barra amortecedora
L_m:	Indutância de magnetização da barra amortecedora
m:	Número da fase; Ordem do modo axial
$M_{I_c I}$:	Matriz que relaciona correntes nas conexões com correntes nas barras amortecedoras
n:	Ordem do modo circunferencial; Numeral
N:	Numerador da fração q
$N_{barra/polo}$:	Número de barras amortecedoras por polo
$Nesp$:	Número de espiras
p:	Pressão magnética; Pares de polos
P_r:	Pressão magnética;
P_k:	Amplitude da componente de onda de pressão decomposta no modo k
P_{min} :	Número mínimo de polos para simetria de repetição
q:	Número de ranhuras por polo e por fase
r:	Distância à origem do plano cartesiano; Resistência ôhmica
R:	Matriz de resistência ôhmica das barras amortecedoras
R_n:	Raio de curvatura n
t:	Tempo
T_{dente}:	Torque eletromagnético no dente do estator referido à sua base
v:	Tensão elétrica nas barras amortecedoras
V:	Tensão elétrica de armadura
x_n, y_n:	Coordenadas do centro da curvatura n
x, y:	Coordenadas em plano cartesiano
Y:	Resposta em deslocamento do sistema mecânico
w_0:	Largura da abertura de ranhura da barra amortecedora
Z:	Operador impedância das barras amortecedoras$\left(r + L_d \frac{d}{dt}\right)$
Z_m:	Operador impedância de magnetização das barras amortecedoras
Zc:	Operador impedância da conexão entre barras amortecedoras
δ:	Função delta; Entreferro; Ângulo de fase da tensão de armadura
σ:	Tensor de Maxwell
γ:	Ângulo de fase da corrente de armadura

θ:	Posição angular
$d\theta$:	Ângulo infinitesimal
$\sqrt{\Delta}$:	Adimensional proporcional à frequência natural mecânica
φ:	Função fase (ângulo)
$\emptyset$:	Fluxo magnético
λ:	Permeância magnética específica; Parâmetro mecânico = $1 - \mu_{xy}\mu_{yz}$
ρ:	Resistividade elétrica; Densidade de massa
ρ_{max}^{t}:	Pressão mecânica de reação na extremidade da base do dente
τ_p:	Passo polar
Γ:	Período angular
ω:	Frequência angular de excitação mecânica
ω_0:	Frequência angular elétrica fundamental
ω_n:	Frequência angular natural
μ:	Permeabilidade magnética
μ_0:	Permeabilidade magnética do ar
μ_{yx}:	Coeficiente de Poisson

1 INTRODUÇÃO

As máquinas síncronas são máquinas elétricas de grande aplicação prática, com destaque especial na área de geração de energia hidroelétrica. Estes dispositivos basicamente consistem de um rotor e um estator entre os quais se estabelece um campo magnético, campo este responsável pela transmissão do torque e potência desejados, mas também precursor de forças radiais inerentes uma vez que estator e rotor são constituídos de material ferromagnético.

No referencial do estator este campo magnético está em constante movimento de tal forma que as forças radiais por ele provocadas são variáveis no tempo e no espaço. A combinação desta excitação dinâmica com a resposta mecânica do núcleo elástico-amortecido resulta em vibração e traz preocupações a respeito de eventuais fenômenos de ressonância. A vibração e ruído excessivos no estator podem ser inaceitáveis em algumas aplicações específicas, além de causar possíveis danos e redução da vida útil da máquina, o que torna este estudo de grande interesse prático.

Para avaliação dos principais aspectos do comportamento vibracional do núcleo do estator, este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- Revisão da literatura: onde se busca apresentar o “estado da arte” sobre o tema e identificar os pontos que possuem potencial de novos desenvolvimentos.
- Modelo eletromagnético analítico: onde se desenvolvem modelos matemáticos analíticos, ainda que com o auxílio de algumas ferramentas numéricas, para o cálculo dos campos magnéticos e forças radiais atuantes no núcleo do estator. Nestes modelos, complexidades como a influência dos enrolamentos amortecedores e saturação magnética são levadas em consideração de forma aproximada. As grandes vantagens decorrentes do desenvolvimento de tal modelo estão relacionadas à sua contribuição para a compreensão dos fenômenos físicos envolvidos no problema e sua velocidade computacional.
- Resultados do modelo eletromagnético analítico (casos exemplos): Resultados calculados pelo modelo eletromagnético analítico obtido para

duas máquinas síncronas reais (sobre as quais experimentos serão realizados posteriormente) são apresentados. Nesta seção é possível se explorar características gerais e particularidades a respeito do problema de vibração do núcleo do estator.

- Modelo comparativo em elementos finitos: os mesmos casos exemplo explorados via modelo analítico também são avaliados utilizando-se o método dos elementos finitos. Uma metodologia para o cálculo levando-se em consideração os parâmetros mais relevantes identificados para o problema é apresentada e discutida. Ao final, uma comparação direta com o modelo analítico eletromagnético é possível ser feita.
- Modelo mecânico: modelos analíticos existentes na literatura são apresentados de modo que seja possível uma discussão sobre os fenômenos físicos envolvidos do ponto de vista mecânico. Sobre este modelo e em conjunto com as forças eletromagnéticas obtidas anteriormente é possível se avaliar o comportamento vibracional final do estator.
- Resultados experimentais: medições realizadas em duas máquinas síncronas reais são apresentadas e comparadas com os resultados previstos pelos modelos teóricos obtidos anteriormente. Esta seção busca validar os modelos desenvolvidos neste trabalho

Algumas contribuições específicas deste estudo para a literatura existente se dão principalmente nas investigações de resultados comparativos e quantitativos considerando elementos normalmente tomados como secundários para o problema de vibração radial do núcleo pela maioria dos autores (tais como a saturação magnética, a contribuição das forças tangenciais nos dentes e a impedância de conexão entre barras amortecedoras) e que mostraram ter influência significativa. Resultados experimentais também são somados à literatura existente.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Do ponto de vista eletromagnético, diversos trabalhos relacionados às forças magnéticas radiais foram desenvolvidos levando-se em conta inclusive os efeitos de enrolamentos fracionários, isto é, com número não inteiro de ranhuras por polo e por fase. Walker et Kerruish (1) , Wachta (2) e Verma et Balan (3) calculam analiticamente as forças através de um modelo de ondas de força magneto motriz e permeância incluindo os efeitos das ranhuras do estator. Knight et al (4) e Traxler-Samek et al (5) tratam da influência dos enrolamentos amortecedores também através do método analítico de campos rotativos. Traxler-Samek et al (6) mostram resultados obtidos por modelos analíticos comparados a medições práticas. Ranlöf et Lundin (7) tratam da saturação magnética de forma equivalente sobre as ondas de permeância no modelo analítico de campos rotativos. Já tratando de efeitos de segunda ordem, Garvey et LeFlem (8) e Roivainen (9) mostram que as forças tangenciais nos dentes podem também ter impacto sobre a vibração radial do núcleo.

Todos estes trabalhos citados acima consideram unicamente as forças na interface entre os materiais ferromagnéticos e o ar e desprezam qualquer acoplamento entre as forças eletromagnéticas e as vibrações mecânicas resultantes da máquina. Alguns trabalhos, porém, incluem também efeito devido à magnetostricção e acoplamento magneto-mecânico, como é o caso de Belahcen (10) e Delaere et al (11). Naturalmente os efeitos das forças na interface ferro-ar devem ser os predominantes para o problema de vibração, mas em alguns casos específicos o papel da magnetostricção pode ter influência considerável, como são os casos mostrados por (10) (11). Já o acoplamento magneto-mecânico mostrou-se relevante em (10) apenas para frequências altas. Neste trabalho estes dois fenômenos de segunda ordem serão desprezados.

Do ponto de vista mecânico, diversos trabalhos foram realizados sobre as frequências naturais do núcleo utilizando tanto modelos analíticos, como são os casos de Arnold et Warburton (12), White (13) e Girgis et Verma (14), quanto modelos em elementos finitos, como é o caso de Minnier et al (15). Há também registro de verificações experimentais para diferentes tipos de estatores conforme reportado por Girgis et Verma (16) (17) e Verma et Balan (18). Um relatório recente

de pesquisa e desenvolvimento feito em conjunto com as instituições Voith Hydro, EDP, USP e IPT (19) mostra resultados experimentais e numéricos para um hidrogerador de grande porte, resultados estes que também podem ser encontrados em Barros et al (20). Nestes estudos diferentes considerações são feitas a respeito das influências dos dentes, da coroa, do empilhamento, do enrolamento, da carcaça e até mesmo da fundação do estator, impactando na complexidade dos modelos. No presente trabalho, contudo, como o enfoque é dado para o problema eletromagnético, será explorado apenas o modelo analítico apresentado em (12) (13), que trata o núcleo como um anel cilíndrico delgado (ou casca cilíndrica) podendo ter suas extremidades axiais livres ou simplesmente apoiadas.

Como contribuições deste trabalho adicionais à literatura existente supracitada podem-se destacar os seguintes pontos avaliados de forma comparativa e quantitativa:

- Consideração e investigação do impacto da impedância de conexão entre barras amortecedoras no modelo analítico e em elementos finitos sobre as forças radiais atuantes sobre o núcleo estatórico.
- Investigação numérica do efeito da saturação magnética sobre as forças radiais atuantes sobre o núcleo estatórico.
- Método alternativo para avaliação do efeito das forças tangenciais nos dentes do estator sobre a vibração radial do núcleo estatórico.
- Resultados experimentais.

3 MODELO ELETROMAGNÉTICO ANALÍTICO

O cálculo das forças no núcleo do estator requer necessariamente que se construa um modelo que também inclua os fenômenos eletromagnéticos que ocorrem no entreferro da máquina, uma vez que estas forças são consequência dos campos gerados nesta região. Com isso, o modelo a ser desenvolvido neste trabalho, apesar de aqui ser utilizado apenas para o problema de vibração do núcleo, tem aplicabilidade mais geral podendo-se citar como exemplo o cálculo de tensões e correntes em circuitos internos da máquina e o cálculo de harmônicas de campo.

Por ser um modelo analítico de um dispositivo com geometria muitas vezes complexa, as simplificações necessárias para sua concepção podem comprometer em parte a exatidão dos resultados. Contudo, esse tipo de modelo apresenta a grande vantagem de propiciar melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos além de exigir pouco esforço computacional quando comparado a métodos numéricos, o que é desejável na fase de projeto e estudos preliminares destas máquinas, por exemplo.

As equações utilizadas baseiam-se fundamentalmente na lei de Ampére em sua forma integral no vácuo:

$$\oint_C \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I \qquad \textbf{3-1}$$

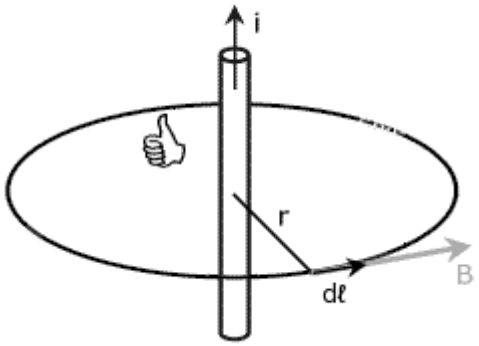


Figura 3-1 - Lei de Ampère

Métodos clássicos utilizam a estratégia de se obter ondas de força magneto motriz (relacionadas às correntes nos circuitos) combinadas a ondas de permeância (relacionadas às permeabilidades dos materiais e caminhos de integração) para

obtenção dos campos magnéticos (1) (2). Esta também será a estratégia fundamental do modelo aqui desenvolvido.

3.1 VISÃO GLOBAL DO MODELO ELETROMAGNÉTICO ANALÍTICO

De maneira geral, pode-se descrever o modelo analítico a ser desenvolvido com base em uma divisão macroscópica dos processos de cálculo envolvidos.

Primeiramente, sabe-se que partir de uma a distribuição de campo magnético conhecida pode-se calcular a força total (de origem magnética) aplicada a um corpo de material ferromagnético imerso em ar sob uma superfície fechada S através do tensor de Maxwell (21) (22) (23):

$$F = \oiint_S \overleftrightarrow{\sigma} \cdot d\vec{S} \qquad \textbf{3-2}$$

Onde, para um problema puramente magnético, de duas dimensões e em coordenadas cilíndricas, tem-se:

$$\overleftrightarrow{\sigma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\mu_0}({B_r}^2 - {B_t}^2) & \frac{1}{\mu_0} B_r B_t \\ \frac{1}{\mu_0} B_t B_r & \frac{1}{2\mu_0}({B_t}^2 - {B_r}^2) \end{bmatrix} \qquad \textbf{3-3}$$

Note que é utilizada a notação de dupla flecha conforme notação do Griffiths (23) para tensores de 2 índices: $\overleftrightarrow{\sigma}$.

A consideração de apenas duas dimensões é a primeira aproximação do modelo a ser desenvolvido neste trabalho, e a adoção do sistema de coordenadas cilíndricas é evidente frente à própria forma construtiva da máquina estudada (gerador síncrono convencional). Já pensando na distribuição de campo na linha média do entreferro de uma máquina convencional, onde a superfície $d\vec{S}$ possui apenas componente radial, assume-se a título de simplificação que a componente tangencial de campo pode ser desprezada quando comparada à componente radial, e por fim o tensor de Maxwell resultante pode ser interpretado como uma pressão magnética radial exercida tanto sobre o estator quanto o rotor, que fazem fronteira com este entreferro.

$$p(\theta,t) = -\frac{1}{2\mu_0} B_r(\theta,t)^2 \qquad \textbf{3-4}$$

O sinal negativo indica que o sentido da pressão aplicada ao estator aponta do raio mais externo para o raio mais interno. Conclui-se da equação acima que basta conhecer a distribuição de campo magnético radial na linha média do entreferro em função da posição angular θ e do instante t para se obter as forças atuantes sobre o núcleo do estator em função destas mesmas variáveis.

O próximo ponto, portanto, é calcular a distribuição $B_r(\theta,t)$. Para tanto, no modelo aqui descrito utiliza-se o método clássico de circuito magnético baseado em distribuições de força magneto motriz no entreferro frente a ondas de permeância magnética. Assumindo-se linearidade para o sistema, isto é, desprezando-se a saturação magnética, temos (1):

$$B_r(\theta,t) = FMM(\theta,t) \cdot \lambda(\theta,t) \qquad \textbf{3-5}$$

A equação acima ainda será ligeiramente adaptada ao longo deste trabalho, porém já é suficiente para expressar a ideia principal que se busca passar nesta seção. A força magneto motriz $FMM(\theta,t)$ é uma consequência exclusivamente das correntes em cada instante nos circuitos do estator e rotor enquanto que a permeância $\lambda(\theta,t)$ é função apenas das geometrias do entreferro e das permeabilidades dos materiais ferromagnéticos empregados.

Assumindo-se linearidade para o sistema, a força magneto motriz total pode ser compreendida como uma superposição dos efeitos individuais dos enrolamentos do estator, enrolamento de campo e enrolamento amortecedor. Os dois primeiros têm equacionamento imediato uma vez que o modelo a ser desenvolvido adota correntes conhecidas impostas por fontes externas a estes circuitos. Todavia, as correntes que circulam nos enrolamentos amortecedores não podem ser determinadas de antemão uma vez que são induzidas por efeitos internos da máquina (não possui fonte externa como nos outros casos). O problema neste caso torna-se mais complexo e a estratégia para sua resolução será encontrar uma matriz de impedâncias próprias e mútuas entre todas as barras amortecedoras e os circuitos que se fizerem necessários, acoplando-se então as tensões e correntes de interesse e as resolvendo na forma de um sistema linear.

De forma resumida, a discussão acima leva à conclusão de que o processo de cálculo envolvido no modelo pode ser esquematizado como:

- Cálculo da FMM gerada pelo enrolamento de campo
- Cálculo da FMM gerada pelo enrolamento do estator
- Cálculo das ondas de permeância do entreferro e materiais
- Obtenção das correntes (e consequente FMM) no enrolamento amortecedor através de matrizes de impedâncias próprias e mútuas
- Cálculo da distribuição de campo no entreferro a partir da FMM resultante e ondas de permeância
- Cálculo das forças de excitação do núcleo a partir da distribuição de campo magnético

As principais hipóteses simplificadoras adotadas são:

- Problema de duas dimensões
- Componente tangencial de campo na linha média do entreferro é desprezada quando comparada à componente radial
- Superposição de efeitos e linearidade do sistema (efeitos da saturação magnética não contemplados)
- Enrolamento de campo e do estator são alimentados por fonte ideal de corrente
- Estator e rotor em condições ideais de circularidade e concentricidade (os casos de excentricidade são brevemente discutidos no Apêndice D em caráter informativo)

Ao longo do texto outras simplificações ainda serão introduzidas.

3.2 FMM GERADA POR UMA BOBINA

A força magneto motriz de uma bobina qualquer inserida no circuito magnético da máquina e portadora de corrente pode ser ilustrada na figura a seguir:

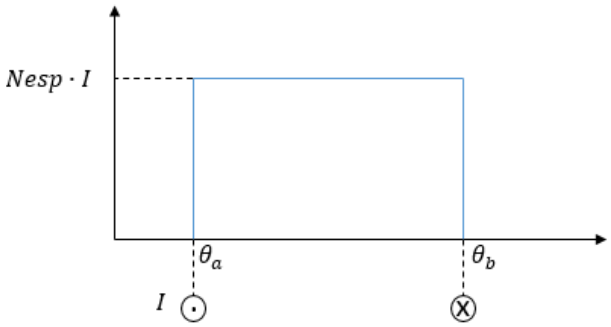


Figura 3-2 - FMM gerada por uma bobina

Note que nesta representação existe um valor médio não nulo para a FMM ao longo da posição θ, porém isso será descontado na decomposição em série Fourier que será feita.

Por conveniência, o equacionamento a seguir é feito no referencial da própria bobina, estando ela no estator ou no rotor. Posteriormente os resultados daqui obtidos podem ser facilmente redirecionados para o ponto de vista de um referencial qualquer através de uma simples conversão de referencial (equivalente a uma mudança de variáveis).

Seja uma $I(t)$ uma corrente que flui nos enrolamentos desta bobina cujo número de espiras é $Nesp$. A FMM gerada por essa corrente terá distribuição espacial conforme Figura 3-2 que pode ser descrito por:

$$FMM(\theta,t) = \begin{cases} \pm Nesp \cdot I(t), & \theta_a \leq \theta \leq \theta_b \\ 0 \quad , & \theta < \theta_a \; ; \; \theta > \theta_b \end{cases} \qquad \textbf{3-6}$$

O sinal ± é escolhido em função da orientação da bobinagem, podendo ser adotado, por exemplo, que o sinal positivo corresponde à bobina enrolada de forma que uma corrente positiva produza um campo no entreferro orientado do rotor para o estator. Tal distribuição pode ser analiticamente decomposta em sua série de Fourier para a variável θ dada por:

$$FMM(\theta,t) = I(t) \cdot \sum_k |FMM_k| \cos(k\theta + \varphi(FMM_k)) \qquad \textbf{3-7}$$

$$k = 1, 2, 3 \ldots$$

Onde FMM_k são números complexos que podem ser interpretados como coeficientes da série assumindo-se corrente elétrica constante e unitária. A expressão $\varphi(FMM_k)$ representa a fase associada a este número complexo. $I(t)$ neste contexto apenas modula as amplitudes desta série. Observe que o valor médio indesejável que a função $FMM(\theta, t)$ poderia assumir ao longo de θ já foi desconsiderado da série.

FMM_k é dado por:

$$FMM_k = 2\frac{1}{2p \cdot \tau_p}\int_{\theta_a}^{\theta_b} Nesp \cdot e^{-jk\theta} d\theta = 2\frac{Nesp}{2p \cdot \tau_p}\frac{j}{k}\left(e^{-jk\theta_b} - e^{-jk\theta_a}\right) \quad \textbf{3-8}$$

Assumindo que a corrente $I(t)$ tenha uma decomposição de Fourier temporal conhecida, podemos expressa-la por:

$$I(t) = \sum_l |I_l| \cos(l\omega_0 t + \varphi(I_l)) \quad \textbf{3-9}$$

Assim a função $FMM(\theta, t)$ fica representada pela multiplicação de duas séries independentes.

$$FMM(\theta, t) = \sum_k |FMM_k| \cos(k\theta + \varphi(FMM_k)) * \sum_l |I_l| \cos(l\omega_0 t + \varphi(I_l)) \quad \textbf{3-10}$$

Pode-se ainda utilizar uma identidade trigonométrica para converter este resultado em uma única série de ondas dependentes de θ e t. A obtenção de tal resultado utiliza-se da seguinte identidade aplicada a cada par de termos da multiplicação distributiva das séries:

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\cos(a + b) + \frac{1}{2}\cos(a - b) \quad \textbf{3-11}$$

Este recurso será muitas vezes utilizado ao longo deste trabalho, toda vez que for preciso se multiplicar duas séries. Como exemplo, pode-se dizer que para dois termos genéricos sendo multiplicados, temos:

$$
\begin{aligned}
&|FMM_k|\cos(k\theta+\varphi(FMM_k))*|I_l|\cos(l\omega_0 t+\varphi(I_l)) \\
&\qquad = \frac{|FMM_k||I_l|}{2}\cos(k\theta+l\omega_0 t+\varphi(FMM_k)+\varphi(I_l)) \\
&\qquad + \frac{|FMM_k||I_l|}{2}\cos(k\theta-l\omega_0 t+\varphi(FMM_k)-\varphi(I_l))
\end{aligned}
\tag{3-12}
$$

Ao final da multiplicação de todos os termos uma nova série é obtida e a função $FMM(\theta,t)$ fica representada por:

$$
FMM(\theta,t)=\sum_{k,l}\left|FMM_{k,l}\right|\cos\left(k\theta+l\omega_0 t+\varphi\left(FMM_{k,l}\right)\right) \tag{3-13}
$$

Onde k e l são, respectivamente, as ordens espaciais e temporais das harmônicas (podendo inclusive assumir valores negativos), e $FMM_{k,l}$ é um coeficiente complexo que guarda uma amplitude e uma fase. Os termos semelhantes (mesma ordem k e l), se houverem, ainda podem ser somados para obtenção final dos chamados coeficientes $FMM_{k,l}$. O resultado também é válido em casos de correntes constante no tempo fazendo-se $l=0$.

No final das contas conclui-se que a função $FMM(\theta,t)$ gerada por uma bobina pode ser obtida e armazenada na forma simples de uma tabela contendo os coeficientes $FMM_{k,l}$. Tais coeficientes são obtidos seguindo os passos:

1. Obtenção da série espacial de FMM para corrente elétrica unitária e constante.

2. Multiplicação da série espacial obtida pela série de Fourier temporal que representa a corrente, obtendo-se uma série de ondas que trafegam no entreferro.

3.3 FMM GERADA PELO ENROLAMENTO DE CAMPO

O enrolamento de campo de máquinas síncronas é excitado em corrente contínua fornecida por fonte externa. Neste trabalho será abordado, sem perda de generalidade, o enrolamento típico de máquinas com polos salientes que tem forma construtiva de uma bobina concentrada por polo. A menos de particularidades

construtivas, o mesmo princípio básico aqui desenvolvido também se aplica a máquinas com polos lisos e enrolamento de campo distribuído em ranhuras.

Como visto na seção 3.2, o primeiro passo é obter a série espacial da FMM para corrente unitária e constante no referencial do rotor. Conforme Figura 3-3, temos:

$$FMM_2(\theta_2, t) = I_2(t) \cdot \sum_k \left|FMM_{2_k}\right| \cos\left(k\theta_2 + \varphi\left(FMM_{2_k}\right)\right) \qquad \textbf{3-14}$$

Onde FMM_{2_k} é um número complexo dado por:

$$FMM_{2_k} = 2\frac{1}{2p \cdot \tau_p}\left[\int_0^{\tau_p} Nesp_2 \cdot e^{-jk\theta} d\theta + \int_{\tau_p}^{2\tau_p} -Nesp_2 \cdot e^{-jk\theta} d\theta + \cdots + \int_{(2p-1)\tau_p}^{2p\tau_p} -Nesp_2 \cdot e^{-jk\theta} d\theta\right] \qquad \textbf{3-15}$$

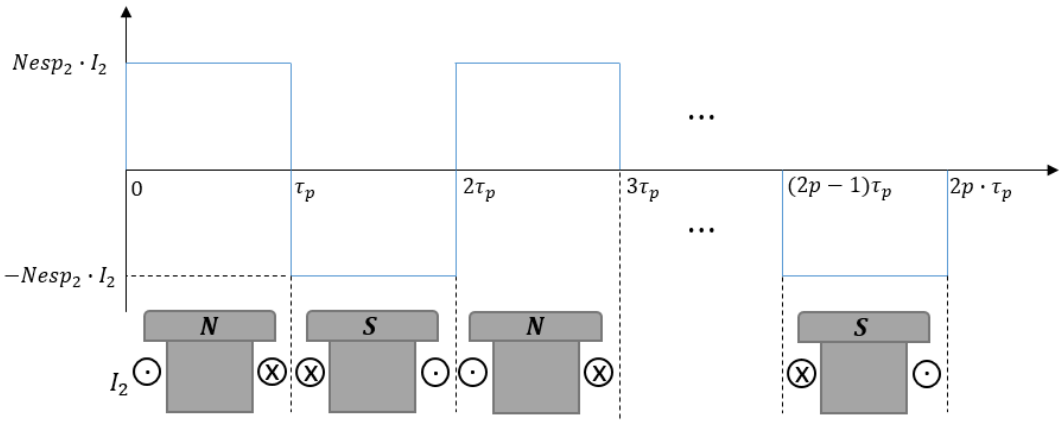


Figura 3-3 – FMM gerada pelo enrolamento de campo

Assumindo que todos os polos são iguais e apresentam simetria ímpar, FMM_{2_k}deve ser não nulo apenas para k múltiplo ímpar do número de pares de polos p. Além disso, se $I_2(t)$ é uma corrente constante I_2 que flui nos enrolamentos de campo, a equação 3-15 reduz-se para:

$$FMM_{2_k} = I_2 \cdot 2\frac{p}{2p \cdot \tau_p}\left[\int_0^{\tau_p} Nesp_2 \cdot e^{-jk\theta} d\theta + \int_{\tau_p}^{2\tau_p} -Nesp_2 \cdot e^{-jk\theta} d\theta\right]$$
$$= I_2 \cdot \frac{Nesp_2}{\tau_p}\left[\frac{j}{k}\left(2e^{-jk\tau_p} - 1 - e^{-jk2\tau_p}\right)\right] \quad \textbf{3-16}$$

$$k = n \cdot p$$

$$n = 1, 3, 5 \ldots$$

É importante notar que as equações 3-16 em sua essência independem de a corrente de campo ser constante no tempo. Assumindo que $I_2(t)$ seja uma função do tempo, os resultados aqui obtidos podem ser aplicados a casos mais gerais. De forma similar, os resultados podem ser facilmente extrapolados para casos em que o número de espiras não é o mesmo para todos os polos.

É fato que para I_2 constante a força magneto motriz é independente do tempo no referencial do rotor. Isto significa que as harmônicas geradas pelos polos neste caso giram solidárias ao rotor. Com isso, como será detalhado no item 3.6, no referencial do estator estas ondas serão dependentes do tempo e com frequência tanto maior quanto maior for a ordem espacial $k = n \cdot p$. Como exemplo será mostrado que a harmônica com ordem igual ao triplo do número de pares de polos ($n = 3$) terá frequência também igual ao triplo da frequência fundamental no referencial do estator. E como n assume apenas valores ímpares então também apenas frequências temporais múltiplas ímpares da fundamental existirão.

Outro fato importante de se ressaltar é que a corrente I_2 pode não ser conhecida a priori, e sim ser parte do problema a ser resolvido. Esta situação pode ser contornada de uma maneira iterativa conforme explorado na seção 4.

3.3.1 Consideração da região entre polos salientes

A fim de se melhorar a precisão da forma de onda na região entre duas sapatas polares em máquinas de polos salientes, utiliza-se a definição de que a força magneto motriz varia de forma gradual e linear nesta região de ranhura, assumindo uma forma trapezoidal como mostra a Figura 3-4 a seguir. Desta forma, os

resultados teóricos e medidos da distribuição de campo magnético ficam mais próximos como mostrará a seção 7.1.1 adiante.

A decomposição harmônica desta FMM se dá de forma análoga à apresentada no item 3.2 anterior, apenas respeitando o novo formato na região entre polos. As conclusões genéricas a respeito das ordens harmônicas presentes no espectro também continuam válidas.

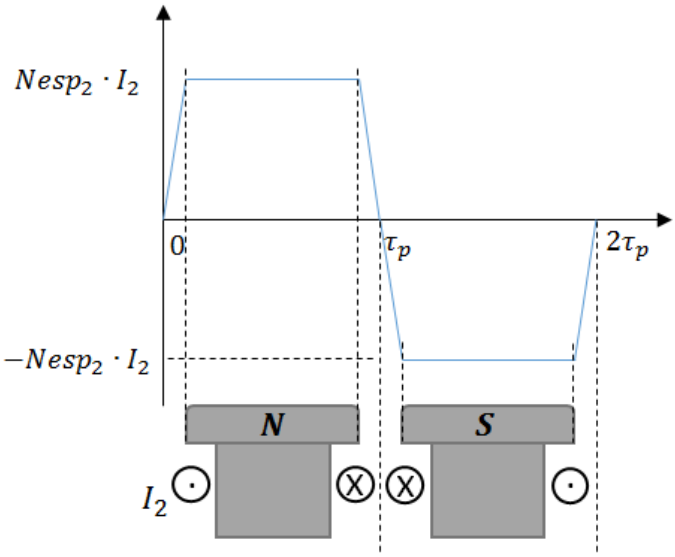


Figura 3-4 - FMM dos polos em forma trapezoidal para consideração da ranhura entre polos

3.4 FMM GERADA PELO ENROLAMENTO DO ESTATOR

O enrolamento do estator de máquinas síncronas em geral é distribuído ao longo de ranhuras, constituído de três fases e determinado número de circuitos paralelos por fase. A forma mais geral de descrevê-lo é considerar o conjunto de bobinas ou barras que constituem cada ramo paralelo de cada fase como um circuito independente pelo qual flui uma corrente $I_1^{m,c}$, onde os índices m e c representam o número da fase e de seu ramo paralelo, respectivamente.

Desta forma, além de ser possível se reproduzir o caso normal de operação das máquinas com correntes idealmente defasadas nas fases e idênticas em todos os ramos paralelos de cada fase, pode-se também reproduzir casos de desbalanceamento de carga e corrente circulante por alguma assimetria nos circuitos paralelos.

Como visto na seção 3.2, o primeiro passo é obter a série espacial da FMM para corrente unitária e constante no referencial do estator. Isso deve ser feito para cada circuito obtido. Conforme Figura 3-5, para um circuito qualquer com $Nesp_1$ espiras por bobina, temos:

$$FMM_1^{m,c}(\theta_1, t) = I_1^{m,c}(t) \cdot \sum_k \left|FMM_{1_k}^{m,c}\right| \cos\left(k\theta_1 + \varphi\left(FMM_{1_k}^{m,c}\right)\right) \qquad \textbf{3-17}$$

Onde $FMM_{1_k}^{m,c}$ é um número complexo dado pela soma das contribuições de cada bobina que integra o circuito analisado:

$$FMM_{1_k}^{m,c} = 2\frac{1}{2p \cdot \tau_p}\left[\int_{\theta_{1_1}}^{\theta_{1_2}} Nesp_1 \cdot e^{-jk\theta} d\theta + \int_{\theta_{1_3}}^{\theta_{1_4}} Nesp_1 \cdot e^{-jk\theta} d\theta + \int_{\theta_{1_5}}^{\theta_{1_6}} -Nesp_1 \cdot e^{-jk\theta} d\theta \quad \cdots\right] \qquad \textbf{3-18}$$

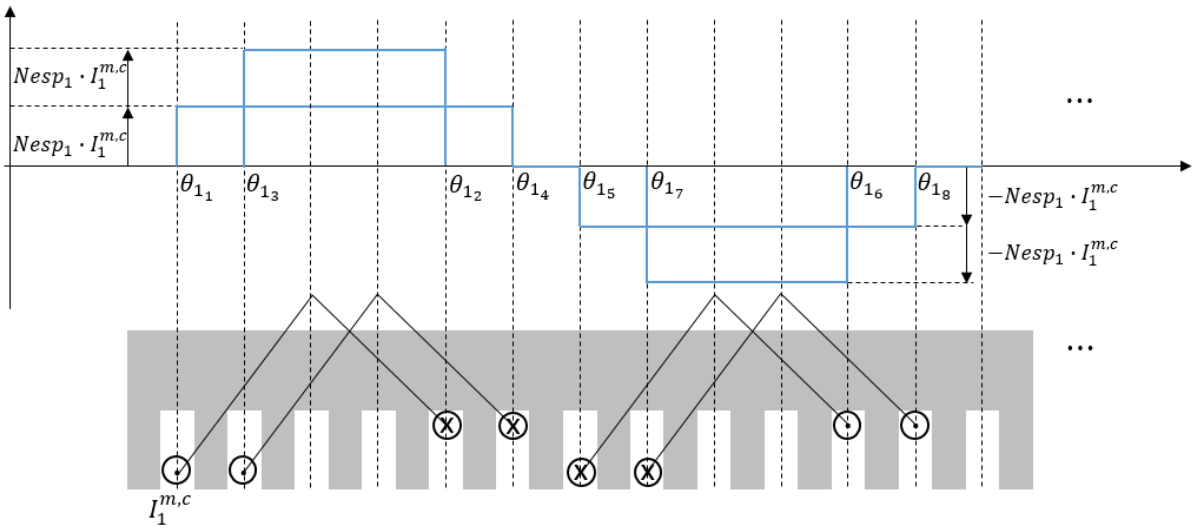


Figura 3-5 – FMM gerada pelo enrolamento de armadura

Assumindo que a distribuição espacial de força magneto motriz gerada pelo enrolamento possui simetria que se repete a cada P_{min} polos, então $FMM_{1_k}^{m,c}$ deve ser não nulo apenas para k múltiplo de $2p/P_{min}$. Assim, pode-se substituir k das equações 3-17 e 3-18 por:

$$k = n \cdot 2p/P_{min} \qquad \textbf{3-19}$$

$$n = 1, 2, 3 \ldots$$

Para um enrolamento típico de máquinas síncronas com fração $q = n^{\underline{o}}\, ranhuras/polo/fase = N/D$ (D é o denominador da fração), pode-se dizer que $P_{min} = D$ se D é par ou $P_{min} = 2D$ se D é ímpar (visto que P_{min} necessariamente é par).

Tendo, portanto, a série espacial determinada pelos coeficientes complexos $FMM_{1_k}^{m,c}$ e conhecendo os coeficientes da série temporal da corrente $I_{1_l}^{m,c}$, pode-se aplicar a multiplicação de séries explorada na seção 3.2 e finalmente obter a série final:

$$\begin{aligned} FMM_1^{m,c}(\theta_1, t) &= \sum_l \left|I_{1_l}^{m,c}\right| \cos(l\omega_0 t + \varphi(I_{1_l}^{m,c})) \\ &* \sum_k \left|FMM_{1_k}^{m,c}\right| \cos\left(k\theta_1 + \varphi\left(FMM_{1_k}^{m,c}\right)\right) \end{aligned} \qquad \textbf{3-20}$$

$$= \sum_{k,l} \left|FMM_{1_{k,l}}^{m,c}\right| \cos\left(k\theta_1 + l\omega_0 t + \varphi\left(FMM_{1_{k,l}}^{m,c}\right)\right)$$

Para o caso particular de corrente puramente senoidal e, portanto, com uma única frequência, chega-se à conclusão imediata de que todas as harmônicas geradas terão a mesma frequência, independentemente da ordem espacial k.

Outro fato importante de se ressaltar é que as correntes $I_1^{m,c}$ podem não ser conhecidas, e sim parte do problema a ser resolvido. Esta situação pode ser contornada uma maneira iterativa conforme explorado na seção 4.

De maneira análoga à discutida na seção 3.3.1 anterior, pode-se substituir o perfil quadrado da FMM produzida por uma bobina do estator por um perfil trapezoidal utilizando o conceito de que a força magneto motriz varia de forma gradual e linear na região de ranhura. Ainda que as amplitudes da decomposição harmônica possam sofrer pequenas alterações com esta abordagem, as conclusões genéricas a respeito das ordens harmônicas presentes no espectro continuam válidas.

3.5 ONDAS DE PERMEÂNCIA DO ENTREFERRO

O valor da permeância específica em função da posição angular e do instante de tempo para um circuito magnético em ar (entreferro da máquina) é dado, no referencial da Figura 3-6, por:

$$\lambda(\theta, t) = \frac{\mu_0}{d(\theta, t)} \qquad \textbf{3-21}$$

Onde μ_0 é a permeabilidade magnética do ar e $d(\theta, t)$ é a distância percorrida pelas linhas campo ao cruzarem o entreferro. Esta distância pode ser estimada sabendo-se a curvatura da sapata polar e desprezando-se os efeitos das ranhuras estatóricas.

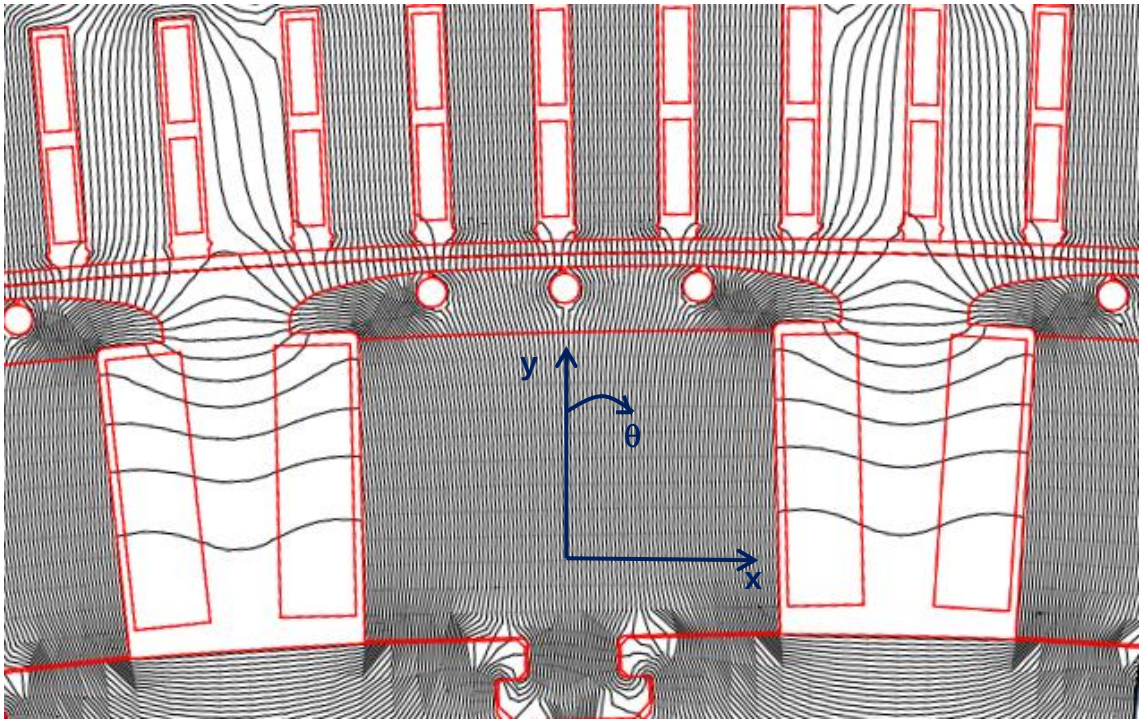


Figura 3-6 - Exemplo de linhas de campo para operação em vazio

No referencial do rotor estas distâncias são estáticas (não dependem do tempo), podendo ser representadas apenas por $d(\theta_2)$. Observa-se da figura que nas regiões próximas ao eixo direto as linhas se aproximam a retas na direção radial que partem do rotor em chegam ao estator, enquanto que na região entre polos (eixo em quadratura) estas linhas aproximam-se mais a arcos de circunferência.

A função $\lambda(\theta_2)$, no referencial do rotor e independente do tempo, pode ser decomposta em sua série de Fourier, mas de maneira geral esta decomposição de

forma analítica pode ser inviável ou impossível. Por este motivo, a estratégia utilizada neste trabalho é a de discretização do espaço e obtenção da série de Fourier numericamente. Para tanto, basta que se conheçam valores da função $d(\theta_2)$, e portanto da consequente função $\lambda(\theta_2)$, para um número suficiente de posições angulares.

Tomando como exemplo o caso de uma curvatura polar descrita por 3 raios como na Figura 3-7, o processo de cálculo de $\lambda(\theta_2)$ parte da descrição analítica de cada um dos 3 arcos:

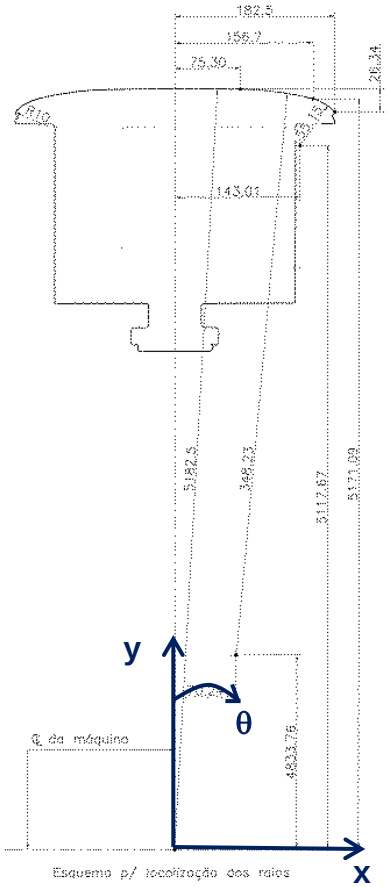


Figura 3-7 – Curvatura da sapata polar

No sistema de coordenadas da figura pode-se descrever a curvatura de cada arco de circunferência como:

$$R_n^2 = (x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 \qquad \textbf{3-22}$$

Onde R_n, x_n e y_n são, respectivamente, o raio e coordenadas x,y do centro do arco de circunferência n ($n = 1, 2\ ou\ 3$). Em coordenadas cilíndricas do mesmo sistema esta equação pode ser convertida para:

$$\begin{cases} x = r \cdot \operatorname{sen}\theta \\ y = r \cdot \cos\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow r(\theta) = x_n \operatorname{sen}\theta + y_n \cos\theta \sqrt{(x_n \operatorname{sen}\theta + y_n \cos\theta)^2 - x_n^2 - y_n^2 + {R_n}^2} \qquad \textbf{3-23}$$

Ou seja, para determinada posição θ no referencial da figura acima é possível se calcular a distância $r(\theta)$ de um ponto pertencente à curvatura da sapata polar ao centro da máquina. Com isso, nas regiões delimitadas pela sapata pode-se escrever a distância/entreferro $d(\theta_2)$ pela subtração:

$$d(\theta_2) = \frac{Di}{2} - r(\theta_2) \qquad \textbf{3-24}$$

Onde Di é o diâmetro interno do estator. Note que para obtenção de $r(\theta_2)$, no referencial geral do rotor, é necessário que uma simples mudança de referencial seja feita sobre $r(\theta)$ descrito anteriormente no referencial da Figura 3-7.

Nas regiões entre polos, entretanto, uma simplificação será tomada para descrever o caminho das linhas de campo. Esta simplificação consiste em assumir que as linhas seguem arcos de circunferência que passam pelo ponto da extremidade ou borda da sapata e são perpendiculares à superfície formada pela linha média do entreferro. Com essas duas condições é possível se demonstrar que a linha de campo que cruza o entreferro na posição θ é descrita por uma circunferência de raio r_c centrada nas coordenadas (x_c, y_c), o que permite se calcular o comprimento do arco somado à distancia entre a linha média e a superfície interna do estator, resultando no próprio $d(\theta)$. O equacionamento detalhado pode ser visto no Apêndice A deste trabalho e a figura a seguir ilustra as linhas aproximadas obtidas.

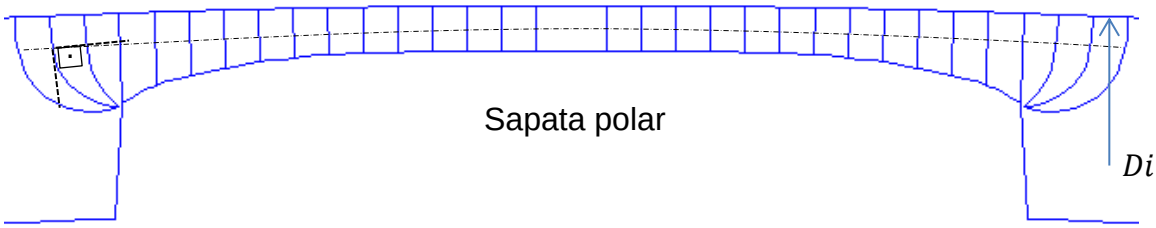


Figura 3-8 - Linhas de campo aproximadas no modelo

Como as equações obtidas para o entreferro tanto das regiões delimitadas pela sapata quanto nas regiões entre polos são demasiadamente complicadas para que se calcule analiticamente sua decomposição em série de Fourier, é preferível que apenas se compute os valores assumidos por $d(\theta_2)$, e consequentemente por $\lambda(\theta_2)$, em um número suficiente de posições para que seja possível uma decomposição numérica.

É possível afirmar que ao final do processo a permeância do entreferro pode ser representada por:

$$\lambda(\theta_2) = \sum_k |\lambda_k| \cos(k\theta_2 + \varphi(\lambda_k)) \qquad \textbf{3-25}$$

Para condição de simetria de todos os polos existirá apenas um valor médio para λ (equivalente a $k = 0$) e harmônicas múltiplas do número de polos $2p$ (equivalente a $k = n \cdot 2p$ com $n = 1,2,3$ ...). Vale lembrar que o efeito das ranhuras foi desprezado para obtenção deste resultado.

No referencial do estator, pode-se demonstrar a partir do exposto no item 3.6 a seguir que estas ondas serão dependentes do tempo e com frequência tanto maior quanto maior for a ordem espacial $k = n \cdot 2p$, assim como ocorre para a FMM gerada pelos polos. Como exemplo pode-se dizer que a harmônica fundamental com ordem igual ao de polos ($n = 1$; $k = 2p$) terá frequência igual ao dobro da frequência fundamental no referencial do estator.

3.6 MUDANÇA DE REFERENCIAL PARA UMA SÉRIE DE ONDAS

Dada uma função representada por uma série de Fourier com respeito ao referencial no estator ou do rotor, a conversão desta série para o referencial oposto pode ser obtida a partir da seguinte identidade:

$$\theta_1 = \theta_2 + \frac{\omega_0}{p} \cdot t + \theta_{2_0} \qquad \textbf{3-26}$$

Esta equação pode ser facilmente interpretada a partir da Figura 3-9 considerando que o rotor se move em relação ao estator com velocidade angular $\frac{\omega_0}{p}$ e na direção de θ_1 crescente. θ_{2_0} representa apenas uma defasagem arbitrária entre os referenciais estabelecidos.

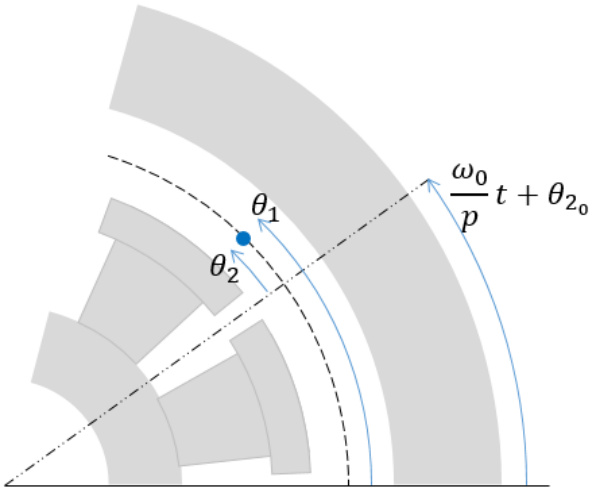


Figura 3-9 - Relação entre referenciais no estator e no rotor

Se, por exemplo, uma função qualquer $F(\theta_1, t)$ é dada por uma série no referencial do estator, então a conversão desta série para o referencial do rotor pode ser feita apenas substituindo θ_1 conforme equação 3-26.

$$F(\theta_1, t) = \sum_{k,l} |F_{k,l}| \cos\left(k\theta_1 + l\omega_0 t + \varphi(F_{k,l})\right)$$

$$F(\theta_2, t) = \sum_{k,l} |F_{k,l}| \cos\left(k(\theta_2 + \frac{\omega_0}{p} \cdot t + \theta_{2_0}) + l\omega_0 t + \varphi(F_{k,l})\right) \qquad \textbf{3-27}$$

O argumento da função cosseno pode ser reescrito como:

$$k\left(\theta_2 + \frac{\omega_0}{p} \cdot t + \theta_{2_0}\right) + l\omega_0 t + \varphi(F_{k,l}) = k\theta_2 + \left(l + \frac{k}{p}\right)\omega_0 t + k\theta_{2_0} + \varphi(F_{k,l})$$

Ocorre, portanto, uma modificação da série original que agora pode ser representada por:

$$F(\theta_2, t) = \sum_{k',l'} \left|F_{k',l'}\right| \cos\left(k'\theta_1 + l'\omega_0 t + \varphi\left(F_{k',l'}\right)\right)$$

$$k' = k$$

$$l' = \left(l + \frac{k}{p}\right) \qquad \textbf{3-28}$$

$$\varphi\left(F_{k',l'}\right) = \varphi\left(F_{k,l}\right) + k\theta_{2_0}$$

$$\left|F_{k',l'}\right| = \left|F_{k,l}\right|$$

De forma análoga, se a conversão é feita agora do referencial do rotor para o estator, tem-se:

$$k' = k$$

$$l' = \left(l - \frac{k}{p}\right) \qquad \textbf{3-29}$$

$$\varphi\left(F_{k',l'}\right) = \varphi\left(F_{k,l}\right) - k\theta_{2_0}$$

$$\left|F_{k',l'}\right| = \left|F_{k,l}\right|$$

De forma geral, pode-se dizer que uma mudança de referencial tem impacto nas frequências temporais e nas fases dos coeficientes complexos, porém não tem nenhum impacto sobre os índices espaciais (k) nem sobre os módulos dos coeficientes complexos. Este resultado pode ser utilizado toda vez que seja necessário converter o referencial de uma série obtida.

Um caso particular interessante de mencionar como exemplo é o visto no item 3.2 para FMM gerada pelo enrolamento de campo. No caso de corrente constante nos polos, a FMM gerada é independente do tempo no referencial do rotor, isto é, possui $l = 0$ para todas as harmônicas, as quais giram solidárias ao rotor. Caso se deseje converter a série para o referencial do estator, as novas frequências obtidas são:

$$l' = \left(l - \frac{k}{p}\right) = -\frac{k}{p} \qquad \textbf{3-30}$$

Mas como visto, neste caso as ordens espaciais são múltiplas do número de pares de polo: $k = n \cdot p$; $n = 1, 2, 3 \ldots$ Assim $l' = -n$. Isto significa que, por exemplo, a harmônica com ordem igual ao triplo do número de pares de polos ($n = 3$) terá frequência também igual ao triplo da frequência fundamental. Desta forma, quanto maior a ordem espacial, maior também será a frequência desta onda no referencial do estator.

3.7 CAMPO MAGNÉTICO RESULTANTE NO ENTREFERRO

Tendo em mãos as séries que descrevem as forças magneto-motrizes e as ondas de permeância do entreferro, o processo de cálculo do campo magnético resultante é relativamente simples.

O primeiro passo é a conversão de todos os resultados para um mesmo referencial. Isto pode ser feito a partir da metodologia descrita no item 3.6 trazendo todas as séries para o referencial do estator, por exemplo. Tendo o passo anterior feito, o próximo passo é a realização da soma complexa dos coeficientes semelhantes (mesmos índices k e l) das FMM dos diversos circuitos considerados, tanto no estator como no rotor. Com isso obtêm-se os coeficientes que representam a FMM resultante no entreferro, claro que ainda sem levar em conta os efeitos dos enrolamentos amortecedores.

O terceiro passo é a obtenção do campo radial resultante pela seguinte equação:

$$B_r(\theta, t) = FMM(\theta, t) \cdot \lambda(\theta, t) \qquad \textbf{3-31}$$

Esta equação recai, portanto, no caso de multiplicação de séries abordado no item 3.2. No final das contas, têm-se uma série resultante que representa o campo $B_r(\theta, t)$, no exemplo adotado, para o referencial do estator.

$$B_r(\theta_1, t) = \sum_{k,l} \left|B_{r_{k,l}}\right| \cos\left(k\theta_1 + l\omega_0 t + \varphi\left(B_{r_{k,l}}\right)\right) \qquad \textbf{3-32}$$

Do exposto nos itens anteriores pode-se desenvolver uma discussão sobre a origem e características das harmônicas de campo obtidas. A começar pelo rotor, sabe-se que para o caso prático de corrente constante as ondas de FMM são independentes do tempo no próprio referencial do rotor e múltiplas ímpares do número de pares de

polo p. As ondas de permeância, por sua vez, são também independentes do tempo no referencial do rotor, possuem um valor médio e harmônicas múltiplas do número de polos $2p$. Fazendo-se a multiplicação destas duas séries ainda no referencial do rotor conclui-se que o campo magnético será também independente do tempo e com harmônicas espaciais múltiplas de p, porém apenas ímpares. Ainda assim valem as mesmas conclusões obtidas para a FMM dos polos na hora de se fazer a conversão de referencial: no referencial do estator as ondas de campo geradas pelos polos serão dependentes do tempo e com frequência tanto maior quanto maior for a ordem espacial $k = n \cdot p$ ($n = 1, 3, 5$ ...). Como exemplo pode ser mostrado que a harmônica com ordem igual ao triplo do número de pares de polos ($n = 3$) terá frequência também igual ao triplo da frequência fundamental no referencial do estator.

Agora pensando no campo magnético provocado pela FMM do estator, a mesma discussão pode ser feita. Admitindo-se que as ondas de permeância são compostas majoritariamente por sua componente média ($k = 0$) e pela primeira harmônica com $k = 2p$, tem-se que a multiplicação da componente média pela FMM do estator produzirá um campo com a mesma característica da própria FMM do estator, isto é: ordem k com apenas múltiplos de $2p/P_{min}$, onde P_{min} é o número mínimo de polos para o qual o a distribuição espacial de FMM do enrolamento apresenta simetria de repetição, e todas as harmônicas com a mesma frequência (igual à frequência da corrente) no referencial do estator. No caso de multiplicação da harmônica de permeância com $k = 2p$, que no referencial do estator terá frequência igual ao dobro da fundamental, pela FMM do estator o resultado esperado é o conjunto de ondas de campo com ordem k também múltipla de $2p/P_{min}$ e frequências iguais à própria ou ao triplo da fundamental. No caso ainda mais geral considerando-se todas as harmônicas de permeância obtidas com $k = n \cdot 2p$ ($n = 1, 2, 3$ ...) a conclusão fica que as harmônicas de campo possuem ordens espaciais múltiplas de $2p/P_{min}$ e todas as frequências múltiplas ímpares da fundamental. Vale lembrar que para um enrolamento típico de máquinas síncronas com fração $q = n^{\underline{o}}\, ranhuras/polo/fase = N/D$ (D é o denominador da fração), pode-se dizer que $P_{min} = D$ se D é par ou $P_{min} = 2D$ se D é ímpar (visto que P_{min} necessariamente é par).

Em suma, as seguintes conclusões podem ser tiradas para o caso ideal de corrente constante no rotor, correntes com única frequência no estator, polos idênticos e entreferro simétrico por polo:

- O campo gerado pelo rotor tem apenas harmônicas espaciais múltiplas ímpares de p, cada uma com múltiplo correspondente da frequência fundamental no referencial do estator. Por exemplo: a harmônica com ordem $k = 3p$ tem frequência igual ao triplo da fundamental, a harmônica com ordem $k = 5p$ tem frequência igual a 5 vezes a fundamental, etc.
- O campo gerado pelo estator é majoritariamente formado por harmônicas espaciais múltiplas de $2p/P_{min}$ e todas com frequência igual à fundamental. Em menor amplitude também existem harmônicas de ordens múltiplas de $2p/P_{min}$ e com frequências múltiplas ímpares da fundamental.

Um fato interessante de se abordar após esta discussão é que a equação 3-31 de fato é um caso particular de uma formulação mais ampla. A expressão para $B_r(\theta, t)$ pode ser ainda adaptada para casos mais gerais conforme abordado no item 3.7.1 a seguir, que faz um adendo sobre o tema.

3.7.1 Generalização da equação de campo

O equacionamento feito até aqui e que teve como resultado a equação 3-31 que descreve o campo magnético como a multiplicação de uma série de ondas de FMM por uma série de ondas de permeância é válido apenas para as condições usuais onde as linhas de campo que saem de um polo se fecham totalmente nos polos imediatamente vizinhos. Numa máquina síncrona com enrolamento fracionário podem ocorrer, entretanto, situações em que esta premissa não seja válida para todas as harmônicas, especialmente quando se consideram os efeitos dos enrolamentos amortecedores.

A figura a seguir ilustra uma situação dessas, onde se tem corrente em apenas duas barras amortecedoras de polos diferentes em uma máquina de 4 polos. O campo magnético representado na figura seria o obtido pela simples multiplicação de séries e que certamente estaria incorreto, pois teria um valor médio não nulo ao longo do comprimento angular dos 4 polos. Para contornar esta situação será proposta uma correção da equação 3-31 partindo-se de um circuito magnético qualquer e utilizando-se a lei de Ampère de maneira genérica.

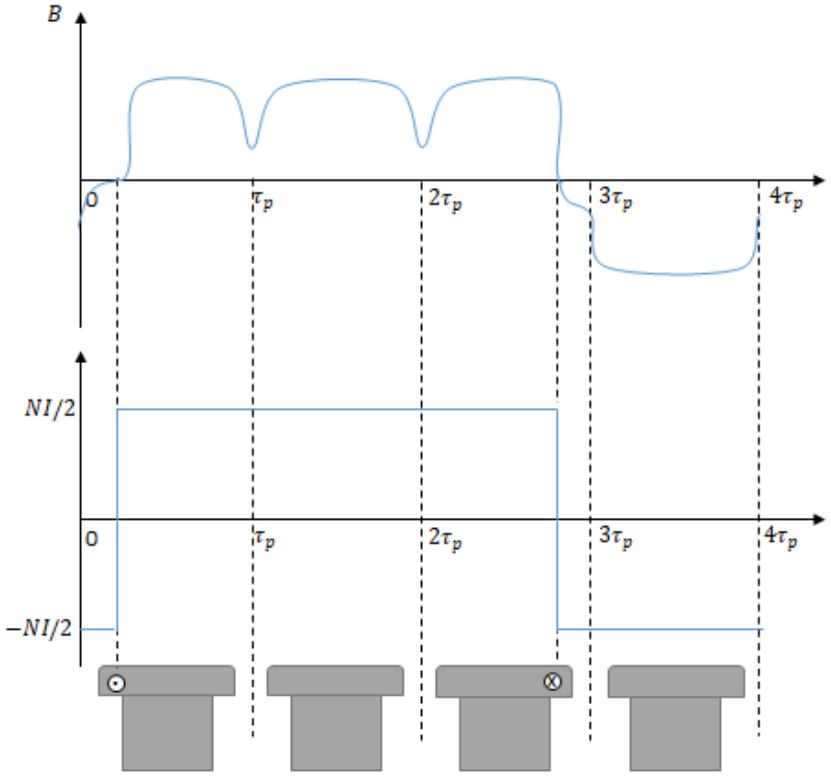


Figura 3-10 - Distribuição de campo incorreta que seria obtida para um caso não típico

Para uma distribuição de correntes qualquer em um circuito magnético como ilustrado na Figura 3-11 a seguir, podemos aplicar a lei de Ampère sobre a curva fechada C:

$$\oint_C \vec{H} \cdot \overrightarrow{dl} = I \qquad \textbf{3-33}$$

Onde I é a corrente total que concatena com a curva fechada C.

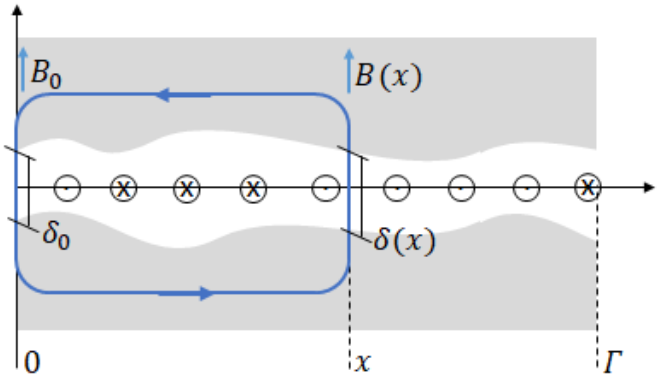


Figura 3-11 - Lei de Ampére em um circuito magnético com entreferro

O intervalo de 0 a Γ representa um período de simetria a partir do qual as grandezas envolvidas se repetem. Este período poderia ser, por exemplo, o próprio perímetro completo de uma máquina cilíndrica.

A partir desta formulação básica algumas aproximações podem ser convenientemente tomadas a fim de se transformar a equação integral e vetorial em uma simples multiplicação linear e escalar. A primeira destas aproximações, sabendo que a área hachurada seja constituída de material ferromagnético com permeabilidade muito superior à do ar (área não hachurada), é assumir que o valor da integral acima seja não nulo apenas nos trechos da curva em ar. Esta simplificação está embasada na equação abaixo quando a permeabilidade μ tende ao infinito.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \qquad \textbf{3-34}$$

Além disso, assumindo-se que o caminho percorrido pela curva C na região com ar seja coincidente com o caminho das linhas de campo, pode-se transformar a equação 3-33 em uma equação escalar uma vez que os vetores $\vec{H}$ e $\overrightarrow{dl}$ terão mesma direção. Finalmente, assumindo que $B(x)$ seja o valor equivalente do campo magnético ao longo do trecho de curva em ar na posição x e que B_0 seja o análogo, mas para a posição 0, a integral da equação 3-33 pode ser reduzida a uma simples multiplicação dada por:

$$B(x)\delta(x) - B_0\delta_0 = \mu_0 \cdot I \qquad \textbf{3-35}$$

A corrente que concatena com a curva fechada C é o somatório das correntes de 0 até x. Este somatório será denotado por $FMM_0(x)$. Introduzindo o parâmetro permeância magnética específica $\lambda(x) = \frac{\mu_0}{\delta(x)}$, pode-se reescrever a equação 3-35 como:

$$B(x) = \lambda(x)FMM_0(x) + \lambda(x)\frac{B_0\delta_0}{\mu_0} \qquad \textbf{3-36}$$

Se a função $FMM_0(x)$ possui um valor médio no período angular Γ dado por $\overline{FMM_0}$ e adotando que $FMM(x)$ seja $FMM_0(x)$ subtraída de sua componente média, isto é, $FMM(x)$ seja apenas a parcela alternativa de $FMM_0(x)$ ao longo de x, pode-se reescrever:

$$B(x) = \lambda(x)FMM(x) + \lambda(x)\left(\overline{FMM_0} + \frac{B_0\delta_0}{\mu_0}\right) \qquad \textbf{3-37}$$

No caso particular onde $\overline{FMM_0} + \frac{B_0\delta_0}{\mu_0} = 0$, a equação acima se reduz para o caso clássico anterior obtido já na equação 3-31 onde o campo $B(x)$ é a simples multiplicação da função de permeância $\lambda(x)$ pela dita função de força magneto motriz $FMM(x)$. Para o caso mais geral, onde não há necessariamente anulação do termo supracitado, é necessário o uso de mais uma equação uma vez que a variável B_0 a princípio é desconhecida. A equação adicional que torna o problema solúvel é a imposição de que a função $B(x)$ tenha valor médio nulo dentro do período angular de 0 a Γ. Esta condição traz o significado físico de que todas as linhas de campo são fechadas no próprio plano representado.

$$\int_0^{\Gamma} B(x)\,dx = \int_0^{\Gamma}\left[\lambda(x)FMM(x) + \lambda(x)\left(\overline{FMM_0} + \frac{B_0\delta_0}{\mu_0}\right)\right]dx = 0 \qquad \textbf{3-38}$$

Por manipulação matemática da equação acima, temos:

$$\int_0^{\Gamma} \lambda(x)\left(\overline{FMM_0} + \frac{B_0\delta_0}{\mu_0}\right)dx = -\int_0^{\Gamma} \lambda(x)FMM(x)dx$$

$$\Gamma\bar{\lambda}\left(\overline{FMM_0} + \frac{B_0\delta_0}{\mu_0}\right) = -\int_0^{\Gamma} \lambda(x)FMM(x)dx \qquad \textbf{3-39}$$

$$\left(\overline{FMM_0} + \frac{B_0\delta_0}{\mu_0}\right) = -\frac{1}{\Gamma\bar{\lambda}}\int_0^{\Gamma} \lambda(x)FMM(x)dx$$

Onde $\bar{\lambda}$ é o valor médio assumido por $\lambda(x)$ no período angular Γ.

Substituindo então o termo $\left(\overline{FMM_0} + \frac{B_0\delta_0}{\mu_0}\right)$ na equação 3-37, chega-se à formulação geral dada por:

$$B(x) = \lambda(x)\left(FMM(x) - \frac{1}{T\bar{\lambda}}\int_0^{\Gamma} \lambda(x)FMM(x)dx\right) \qquad \textbf{3-40}$$

Desta forma, conhecendo-se apenas as funções $\lambda(x)$ e $FMM(x)$ fica possível calcular-se $B(x)$ de forma geral.

Nas formulações clássicas que estudam a operação normal da máquina síncrona o termo com a integral na equação 3-40 costuma não aparecer pois, em geral, $\lambda(x)$ possui apenas harmônicas pares em x enquanto que $FMM(x)$ apenas harmônicas ímpares, o que faz com que o resultado da integral seja sempre nulo. Contudo, esta formulação mais geral será útil principalmente para o estudo desenvolvido mais adiante sobre os enrolamentos amortecedores.

Considerando a variável tempo, até então suprimida, como todas as integrais foram feitas apenas com respeito a x, pode-se simplesmente reescrever:

$$B(x,t) = \lambda(x,t)\left(FMM(x,t) - \frac{1}{T\bar{\lambda}(t)}\int_0^{\Gamma} \lambda(x,t)FMM(x,t)\,dx\right) \qquad \textbf{3-41}$$

Nota: $\bar{\lambda}(t)$ é o valor médio da permeância no período angular Γ para cada instante de tempo. Todavia, a menos que haja deformação das geometrias do estator e rotor durante a operação da máquina, $\bar{\lambda}(t)$ é constante no tempo e pode ser representado apenas por $\bar{\lambda}$.

Para tornar a equação 3-41 ainda mais compacta, pode-se denotar por $B'(x,t)$ o campo obtido conforme descrito no item 3.7 antes da generalização e reescrever 3-42 em 3-41:

$$B'(x,t) = \lambda(x,t)FMM(x,t) \qquad \textbf{3-42}$$

$$B(x,t) = B'(x,t) - \frac{\lambda(x,t)}{T\bar{\lambda}}\int_0^{\Gamma} B'(x,t)\,dx \qquad \textbf{3-43}$$

$$B(x,t) = B'(x,t) - \frac{\lambda(x,t)}{\bar{\lambda}}\overline{B}'(t) \qquad \textbf{3-44}$$

Onde $\overline{B}'(t)$ é a componente média de $B'(x,t)$ no período angular Γ para cada instante de tempo.

Ou seja, $B(x,t)$ pode ser obtido genericamente através do seguinte procedimento:

- Calcula-se $B'(x,t)$ através da técnica de multiplicação de duas séries ($\lambda(x,t)$ e $FMM(x,t)$) conforme já visto no item 3.7, obtendo-se uma série de Fourier com ordens espaciais k e temporais l que represente $B'(x,t)$.
- Obtém-se $B(x,t)$ corrigindo $B'(x,t)$ conforme equação 3-44 e notando que $\overline{B}'(t)$ corresponde aos termos da série de $B'(x,t)$ com ordem temporal l qualquer mas com ordem espacial k nula. Esta operação recai a uma simples soma ou subtração de séries (deve-se somar termos semelhantes, isto é, que possuam mesmas ordens espaciais k e temporais l).

Lembrete (equação 3-32):

$$B_r(\theta_1,t) = \sum_{k,l}\left|B_{r_{k,l}}\right|\cos\left(k\theta_1 + l\omega_0 t + \varphi\left(B_{r_{k,l}}\right)\right)$$

3.8 FORÇAS RADIAIS NO DIÂMETRO INTERNO DO NÚCLEO

Conhecendo-se a distribuição de campo radial no entreferro da máquina, pode-se escrever a densidade superficial de força magnética (ou pressão magnética) atuando sobre o diâmetro interno do núcleo como:

$$p(\theta,t) = -\frac{1}{2\mu_0} B_r(\theta,t)^2 \qquad \textbf{3-45}$$

Esta equação pode ser derivada a partir do tensor de Maxwell através de algumas simplificações conforme já descrito no item 3.1.

Com isso, pode-se interpretar o termo $B_r(\theta,t)^2$ como sendo a multiplicação da série que representa $B_r(\theta,t)$ por ela mesma e, portanto, as técnicas de multiplicação de séries apresentadas no item 3.2 podem novamente ser utilizadas:

$$p(\theta_1,t) = \frac{1}{2\mu_0}\left(\sum_{k,l}\left|B_{r_{k,l}}\right|\cos\left(k\theta_1 + l\omega_0 t + arg\left(B_{r_{k,l}}\right)\right)\right)\left(\sum_{k,l}\left|B_{r_{k,l}}\right|\cos\left(k\theta_1 + l\omega_0 t + arg\left(B_{r_{k,l}}\right)\right)\right) \qquad \textbf{3-46}$$

$$p(\theta_1,t) = \sum_{k,l}\left|p_{k,l}\right|\cos\left(k\theta_1 + l\omega_0 t + arg\left(p_{k,l}\right)\right) \qquad \textbf{3-47}$$

O problema passa então a ter a interpretação física de que ondas de pressão trafegam no entreferro da máquina, excitando a estrutura mecânica do núcleo dinamicamente na direção radial.

Vale aqui já adiantar e tecer uma discussão sobre quais são os principais harmônicos de pressão magnética esperados. Assumindo que o campo fundamental, que ocorre para $k = p$ e $l = -1$ (lembrando que o sinal do índice l indica o sentido de rotação da onda), tenha amplitude muito maior que as outras harmônicas, então é de se esperar que a maior harmônica de pressão ocorra para a multiplicação deste campo fundamental por ele mesmo, o que leva a uma harmônica de pressão de ordem espacial $2p$ e frequência $2\omega_0$ e outra de ordem e frequência ambas nulas (na multiplicação de séries somam-se/subtraem-se os argumentos do cosseno). Isso mostra que majoritariamente o espectro de pressão é constituído de uma pressão estática e uniforme ao longo do perímetro além de uma onda com ordem igual ao número de polos, com o dobro da frequência da rede e que gira em sincronismo com o rotor.

As próximas harmônicas de relevância que começam a aparecer são aquelas que surgem da multiplicação cruzada entre a fundamental de campo com as outras

harmônicas de campo. Em geral a multiplicação cruzada entre harmônicas ambas diferentes da fundamental produz resultado com amplitude desprezível. Para o caso das harmônicas de campo provenientes das FMM do rotor, que tem regra de formação dada por $k = np$ com $n = 1, 3, 5 \ldots$ e com frequência correspondente n vezes a fundamental (vide discussão no item 3.7), as harmônicas de pressão geradas terão ordem $k = 0$ e múltiplas pares de p (ou múltiplas do número de polos $2p$), com frequências múltiplas do dobro da fundamental. Já para o caso do campo gerado pelo estator que possui apenas harmônicas k múltiplas de $2p/P_{min}$ (onde P_{min} é o número mínimo de polos para o qual a distribuição espacial de FMM do enrolamento estatórico apresenta simetria de repetição) e cujas harmônicas mais relevantes têm frequências igual à fundamental, então a multiplicação cruzada pelo campo fundamental produz harmônicas de pressão com ordens múltiplas de $2p/P_{min}$ com frequências nulas ou iguais ao dobro da fundamental. Se as harmônicas de menor amplitude geradas pelo estator forem consideradas, que tem frequências múltiplas ímpares da fundamental, então harmônicas de pressão com as mesmas ordens espaciais obtidas acima, mas com frequências nulas ou múltiplas do dobro da fundamental também surgirão.

Será visto mais adiante que o núcleo tipicamente tem resposta mecânica mais acentuada para harmônicas espaciais de ordens mais baixas. Para máquinas síncronas com baixo número de polos, como turbogeradores por exemplo, a harmônica de pressão mais crítica para vibração tende a ser aquela gerada pelo próprio campo fundamental. Já para máquinas com muitos polos, como hidrogeradores por exemplo, as harmônicas de pressão mais críticas passam a ser aquelas geradas pelo estator (ordens múltiplas de $2p/P_{min}$), principalmente quando o enrolamento é bastante fracionário, isto é, quando o denominador D da fração $q = n^{\underline{o}}\, ranhuras/polo/fase = N/D$ for um número grande. Vale lembrar que para um enrolamento típico de máquinas síncronas pode-se dizer que $P_{min} = D$ se D é par ou $P_{min} = 2D$ se D é ímpar (visto que P_{min} necessariamente é par).

3.9 EFEITO DO ENROLAMENTO AMORTECEDOR

Como as harmônicas de campo geradas pelo estator não giram em sincronismo com o rotor, então correntes são induzidas no enrolamento amortecedor da máquina.

Estas correntes por sua vez serão responsáveis por geração de campo magnético, o que por consequência afeta também as forças radiais sobre o diâmetro interno do núcleo.

Para o cálculo das correntes induzidas uma estratégia seria obter o escorregamento relativo de cada harmônica de campo do estator e aplicar conceitos clássicos de correntes no rotor de máquinas assíncronas, superpondo os efeitos separadamente. No entanto, o cálculo que será feito neste trabalho tem como estratégia encontrar a matriz de impedâncias próprias e mútuas entre todas as barras amortecedoras e os circuitos que se fizerem necessários, acoplando-se então as tensões e correntes de interesse e as resolvendo na forma de um sistema linear. Esta abordagem permite uma formulação genérica que poderia servir para cálculo de correntes induzidas em outros circuitos, como nos circuitos do estator devido a um desbalanceamento de entreferro, por exemplo.

A seguir serão apresentadas duas etapas de cálculo, a primeira desprezando as impedâncias de conexão entre barras amortecedoras e a segunda trazendo as modificações necessárias nas equações do caso anterior para que as impedâncias de conexão sejam levadas em consideração. Esta separação foi feita em duas etapas a fim de se facilitar a compreensão do modelo obtido.

3.9.1 Enrolamento amortecedor com conexões ideais entre barras

A Figura 3-12 ilustra o circuito elétrico formado por todas as barras amortecedoras da máquina, ou por um número n suficientemente representativo. Por “suficientemente representativo” entende-se o conjunto de barras contidas em um setor mínimo de simetria da máquina em questão. Neste primeiro momento, por facilidade de compreensão, foram desprezadas as impedâncias de conexão de uma barra para outra. Mais adiante o modelo aqui discutido será generalizado para o caso incluindo também tais impedâncias de conexão. As equações básicas que regem este circuito simplificado são:

$$v_1 - r_1 i_1 - L_{d_1}\frac{di_1}{dt} = v_2 - r_2 i_2 - L_{d_2}\frac{di_2}{dt} = \cdots = v_n - r_n i_n - L_{d_n}\frac{di_n}{dt} \qquad \textbf{3-48}$$

$$i_1 + i_2 + \cdots + i_n = 0 \qquad \textbf{3-49}$$

Onde as tensões $v_1, v_2, \dots, v_n$ são as induzidas em cada barra amortecedora pelo campo resultante no entreferro (incluindo já os efeitos do próprio amortecedor), $r_1, r_2, \dots, r_n$ são as resistências de cada barra, e $L_{d_1}, L_{d_2}, \dots, L_{d_n}$ são as indutâncias de dispersão de cada barra, correlacionadas com o fluxo magnético que não se concatena cruzando o entreferro.

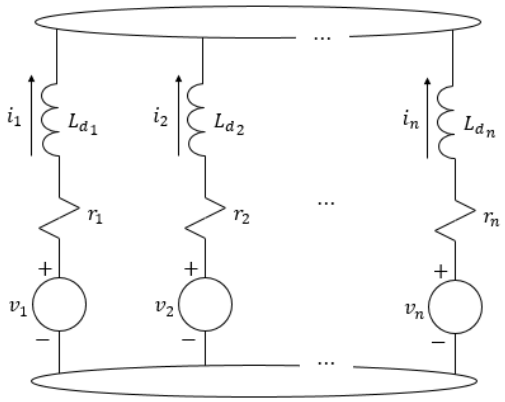


Figura 3-12 - Circuito formado pelas barras amortecedoras

Uma maneira conveniente de se reescrever o sistema é adotando a barra n como referência:

$$e_1 = (v_1 - v_n) = r_1 i_1 + L_{d_1}\frac{di_1}{dt} - r_n i_n - L_{d_n}\frac{di_n}{dt}$$

$$e_2 = (v_2 - v_n) = r_2 i_2 + L_{d_2}\frac{di_2}{dt} - r_n i_n - L_{d_n}\frac{di_n}{dt}$$

$$\vdots \qquad \textbf{3-50}$$

$$e_{n-1} = (v_{n-1} - v_n) = r_{n-1} i_{n-1} + L_{d_{n-1}}\frac{di_{n-1}}{dt} - r_n i_n - L_{d_n}\frac{di_n}{dt}$$

Com:

$$i_n = -i_1 - i_2 - \cdots - i_{n-1}$$

Com isso pode-se escrever o sistema de forma matricial em função apenas das primeiras $(n-1)$ correntes e das diferenças de tensão entre as primeiras $(n-1)$ barras e a última, tomada como referência.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + r_n & r_n & \cdots & r_n \\ r_n & r_2 + r_n & \cdots & r_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_n & r_n & \cdots & r_{n-1} + r_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{d_1} + L_{d_n} & L_{d_n} & \cdots & L_{d_n} \\ L_{d_n} & L_{d_2} + L_{d_n} & \cdots & L_{d_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ L_{d_n} & L_{d_n} & \cdots & L_{d_{n-1}} + L_{d_n} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix} \quad \textbf{3-51}$$

Ou ainda de forma mais compacta:

$$[e] = [R][i] + [L_d]\frac{d}{dt}[i] \quad \textbf{3-52}$$

As diferenças de tensão $[e]$, produzidas pelo campo resultante no entreferro, são parte devidas às harmônicas de campo do estator e parte devidas às próprias correntes nos enrolamentos amortecedores. Esta ideia pode ser expressa como:

$$[e] = [e_{ext}] - [e_{int}] = [R][i] + [L_d]\frac{d}{dt}[i] \quad \textbf{3-53}$$

Onde $[e_{ext}]$ representa o vetor de tensões “externas” (devidas às harmônicas de campo do estator) e $[e_{int}]$ as quedas de tensão “internas” (devidas às próprias correntes nos enrolamentos amortecedores). O fenômeno eletromagnético de acoplamento entre as barras que produz $[e_{int}]$ pode ser descrito como:

$$[e_{int}] = [L_m]\,\frac{d}{dt}[i] \quad \textbf{3-54}$$

A matriz $[L_m]$ está relacionada ao fluxo de magnetização concatenado entre as barras, que cruza o entreferro da máquina. Conhecendo-se as matrizes $[R]$, $[L_d]$,$[L_m]$ e o vetor$[e_{ext}]$ pode-se obter as correntes $[i]$ resolvendo-se o sistema:

$$[e_{ext}] = [R][i] + \big[[L_d] + [L_m]\big]\frac{d}{dt}[i] \quad \textbf{3-55}$$

Basta portanto se obter as matrizes e o vetor de tensões externas. A começar por $[R]$, a resistência de cada barra pode simplificadamente ser calculada como a resistência cc dada por $r = \rho L/A$, sendo ρ a resistividade do material na temperatura de trabalho, L o comprimento e A a área transversal da barra. Já $[L_d]$ é obtido pelo

fluxo de dispersão nas ranhuras onde as barras são alojadas. A Figura 3-13 a seguir representa o circuito magnético associado a esta indutância:

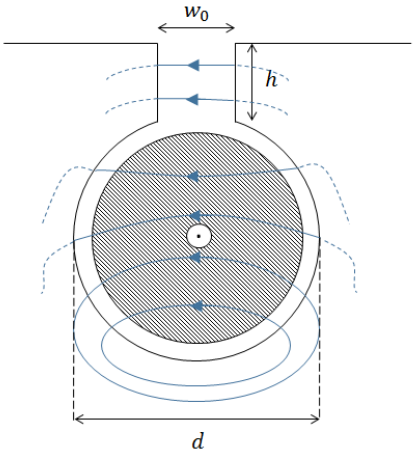


Figura 3-13 – Fluxo de dispersão em uma barra amortecedora circular

Pode-se demonstrar (24) que o fluxo magnético total nesta região por unidade de corrente, isto é, a indutância de dispersão, é dada por:

$$L_d = (0{,}66 + h/w_o) \cdot \mu_0 L \qquad \textbf{3-56}$$

Com L sendo o comprimento axial da máquina. Muitas vezes um fator de correção 2 é aplicado para estimar o fluxo adicional disperso no entreferro, isto é, que não cruza o circuito magnético do estator (25).

Na maioria dos casos pode-se assumir que tanto a resistência quanto a reatância de dispersão de todas as barras são iguais.

As indutâncias de magnetização concatenadas que compõe a matriz $[L_m]$, por sua vez, podem ser obtidas calculando-se o fluxo magnético gerado por cada corrente do sistema. Retomando a equação 3-54 da forma mais completa, temos:

$$\begin{bmatrix} e_{int_1} \\ e_{int_2} \\ \vdots \\ e_{int_{n-1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m_{11}} & L_{m_{12}} & \cdots & L_{m_{1(n-1)}} \\ L_{m_{21}} & L_{m_{22}} & \cdots & L_{m_{2(n-1)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ L_{m_{(n-1)1}} & L_{m_{(n-1)2}} & \cdots & L_{m_{(n-1)(n-1)}} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix} \qquad \textbf{3-57}$$

Esta equação está relacionada ao fluxo magnético concatenado com cada circuito da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \emptyset_{int_1} \\ \emptyset_{int_2} \\ \vdots \\ \emptyset_{int_{n-1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{m_{11}} & L_{m_{12}} & \cdots & L_{m_{1(n-1)}} \\ L_{m_{21}} & L_{m_{22}} & \cdots & L_{m_{2(n-1)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ L_{m_{(n-1)1}} & L_{m_{(n-1)2}} & \cdots & L_{m_{(n-1)(n-1)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix} \quad \textbf{3-58}$$

Por inspeção, os termos da matriz podem ser obtidos fazendo-se uma das correntes assumir valor unitário enquanto as outras são nulas, e repetindo-se este processo para cada uma das correntes, uma a uma. Fazendo-se, por exemplo, $i_1 = 1$ enquanto as outras correntes são nulas, os fluxos concatenados com cada circuito obtidos formam a primeira coluna da matriz $[L_m]$.

Fisicamente, os fluxos e correntes podem ser interpretados conforme Figura 3-14 a seguir. Como a barra n foi tomada como referência, então o fluxo $\emptyset_{int_k}$, onde k é um índice qualquer de 1 a $n-1$, é o fluxo delimitado entre as barras k e n. As correntes $i_1, i_2 \ldots i_{n-1}$ podem ser interpretadas como correntes que saem de cada uma das $n-1$ primeiras barras e entram na barra n, formando um circuito fechado. Desta forma a equação $i_n = -i_1 - i_2 - \cdots - i_{n-1}$ permanece respeitada. Ao realizar o processo de inspeção descrito no item anterior, fazendo-se uma das correntes assumir valor unitário enquanto as outras $n-2$ são nulas, a corrente i_n deve assumir simultaneamente o valor oposto (-1), já que a equação 3-49 (soma das correntes é nula) deve permanecer válida. De maneira global, tudo funciona como se a tensão e_{int_k}, o fluxo $\emptyset_{int_k}$ e a corrente i_k, onde k é um índice qualquer de 1 a $n-1$, estivessem relacionados a uma "pseudo-bobina" composta pelas barras k e n.

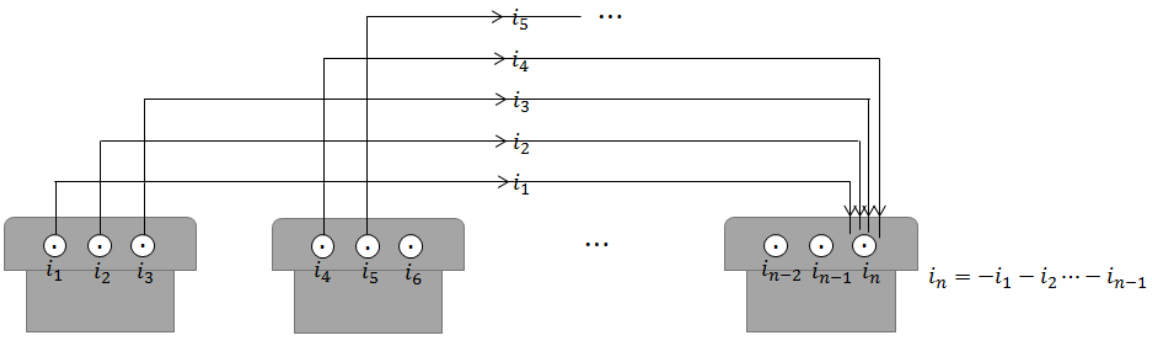


Figura 3-14 – Interpretação do circuito formado pelas barras amortecedoras

Para o cálculo do fluxo concatenado com cada circuito, basta que primeiro se calcule o campo gerado por cada uma das "pseudo-bobinas" da mesma forma como descrito nos itens 3.1 a 3.7, isto é, primeiro obtendo a FMM e depois a combinando

com as ondas de permeância. É importante lembrar que neste caso a formulação genérica desenvolvida no item 3.7.1 deve ser utilizada. O fluxo magnético sai diretamente da integração do campo radial na área delimitada por cada pseudo-bobina.

De maneira geral, é de se esperar que os amortecedores tenham efeito de atenuar as harmônicas de campo que não giram em sincronismo com o rotor, o que por consequência também atenua as forças radiais geradas por estas harmônicas. Esta tendência pode ser verificada nos resultados apresentados na seção 4.

3.9.2 Consideração da impedância de conexão entre barras

O modelo desenvolvido na seção 3.9.1 pode ser estendido para o caso mais geral incluindo a impedância de conexão entre barras. A Figura 3-15 a seguir ilustra esta extensão a partir do caso simplificado apresentado anteriormente na Figura 3-12.

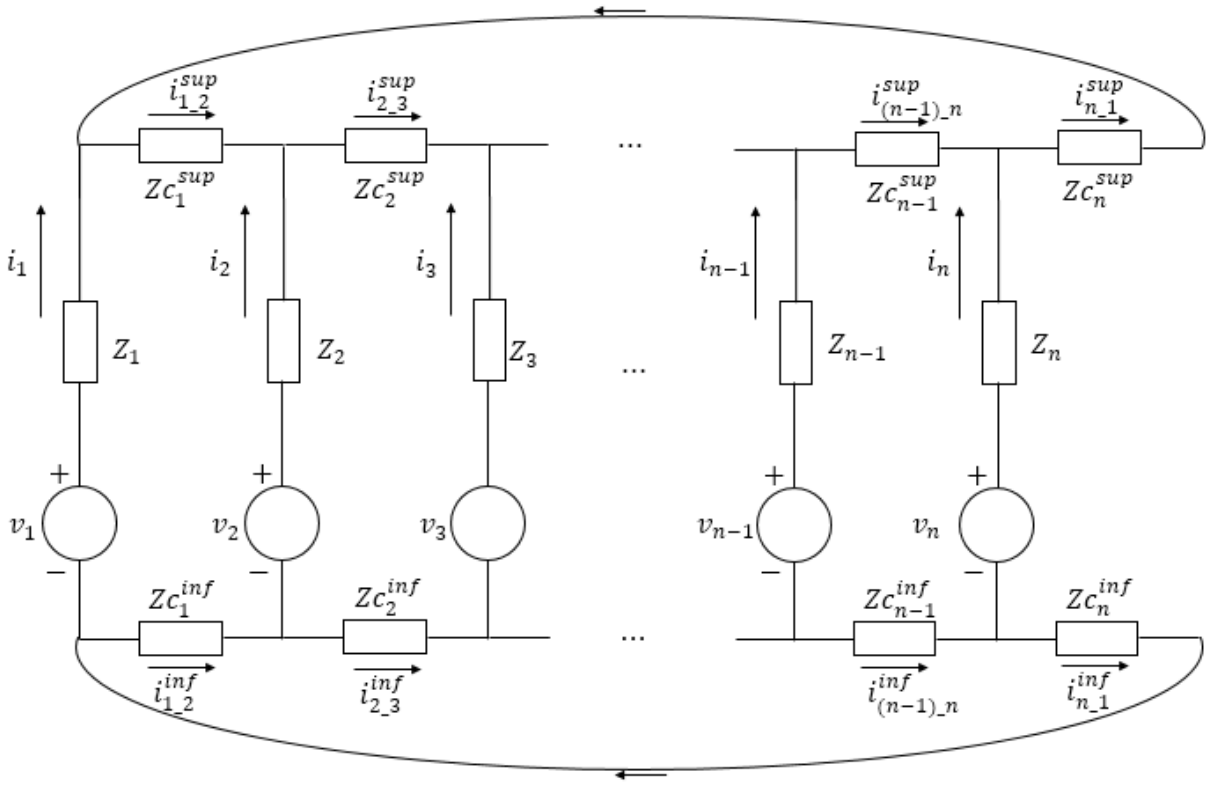


Figura 3-15 - Circuito elétrico das barras amortecedoras com impedância de conexão

Note que, por simplicidade de notação, foi introduzido nesta última figura o operador genérico $Z_k = r_k + L_k \frac{d}{dt}$. Fazendo-se referência à equação 3-48, por exemplo, tem-se que:

$$Z_1 i_1 = r_1 i_1 + L_{d_1} \frac{di_1}{dt}$$

Desta forma, os operadores Zc_k^{inf} e Zc_k^{sup}mostrados na Figura 3-15 representam tanto a resistência quanto a indutância dos elementos de conexão entre barras amortecedoras. Os índices inf e sup referem-se às conexões nas extremidades inferior ou superior das barras.

Podem-se escrever as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
e_1 = (v_1 - v_n) \\
&= Z_1 i_1 + \left(Zc_1^{sup} i_{1_2}^{sup} + Zc_2^{sup} i_{2_3}^{sup} + \cdots + Zc_{n-1}^{sup} i_{(n-1)_n}^{sup}\right) - Z_n i_n \\
&- \left(Zc_1^{inf} i_{1_2}^{inf} + Zc_2^{inf} i_{2_3}^{inf} + \cdots + Zc_{n-1}^{inf} i_{(n-1)_n}^{inf}\right) \\
\\
e_2 = (v_2 - v_n) \\
&= Z_2 i_2 + \left(Zc_2^{sup} i_{2_3}^{sup} + Zc_3^{sup} i_{3_4}^{sup} + \cdots + Zc_{n-1}^{sup} i_{(n-1)_n}^{sup}\right) - Z_n i_n \\
&- \left(Zc_2^{inf} i_{2_3}^{inf} + Zc_3^{inf} i_{3_4}^{inf} + \cdots + Zc_{n-1}^{inf} i_{(n-1)_n}^{inf}\right) \\
&\vdots \\
e_{n-1} = (v_{n-1} - v_n) &= Z_{n-1} i_{n-1} + \left(Zc_{n-1}^{sup} i_{(n-1)_n}^{sup}\right) - Z_n i_n - \left(Zc_{n-1}^{inf} i_{(n-1)_n}^{inf}\right)
\end{aligned} \qquad \textbf{3-59}$$

Com:

$$i_n = -i_1 - i_2 - \cdots - i_{n-1}$$

Pode-se observar que as equações acima se assemelham às equações 3-50 obtidas anteriormente, porém com termos adicionais que dependem das impedâncias de conexão entre barras. De forma matricial:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_n & Z_n & \cdots & Z_n \\ Z_n & Z_2 + Z_n & \cdots & Z_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_n & Z_n & \cdots & Z_{n-1} + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} Zc_1^{sup} & Zc_2^{sup} & \cdots & Zc_{n-1}^{sup} \\ 0 & Zc_2^{sup} & \cdots & Zc_{n-1}^{sup} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & Zc_{n-1}^{sup} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1_2}^{sup} \\ i_{2_3}^{sup} \\ \vdots \\ i_{(n-1)_n}^{sup} \end{bmatrix} \qquad \textbf{3-60}$$

$$- \begin{bmatrix} Zc_1^{inf} & Zc_2^{inf} & \cdots & Zc_{n-1}^{inf} \\ 0 & Zc_2^{inf} & \cdots & Zc_{n-1}^{inf} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & Zc_{n-1}^{inf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1_2}^{inf} \\ i_{2_3}^{inf} \\ \vdots \\ i_{(n-1)_n}^{inf} \end{bmatrix}$$

Ou ainda de forma mais compacta:

$$[e] = [Z][i] + \left[Z_c^{sup}\right]\left[i_c^{sup}\right] - \left[Z_c^{inf}\right][i_c^{inf}] \qquad \textbf{3-61}$$

Onde a matriz $[Z]$ está relacionada às resistências e indutâncias de dispersão das barras individuais (como já aparecia na equação 3-52) e $\left[Z_c^{sup}\right]$, $\left[Z_c^{inf}\right]$, $\left[i_c^{sup}\right]$ e $[i_c^{inf}]$ estão relacionadas às impedâncias e correntes nas conexões entre barras.

Para resolver o problema é ainda necessário se considerar as seguintes equações construtivas, que podem ser facilmente compreendidas a partir da Figura 3-15. Serão consideradas primeiramente as conexões superiores apenas:

$$Zc_1^{sup} i_{1_2}^{sup} + Zc_2^{sup} i_{2_3}^{sup} + \cdots + Zc_n^{sup} i_{n_1}^{sup} = 0$$

E:

$$\begin{gathered} i_{1_2}^{sup} = i_{n_1}^{sup} + i_1 \\ i_{2_3}^{sup} = i_{n_1}^{sup} + i_1 + i_2 \\ \vdots \\ i_{n_1}^{sup} = i_{n_1}^{sup} + i_1 + i_2 + \cdots + i_n \end{gathered} \qquad \textbf{3-62}$$

De forma matricial:

$$i_{n_1}^{sup} = -\left(\frac{1}{Zc_n^{sup}}\right) \cdot [Zc_1^{sup}\ Zc_2^{sup} \cdots\ Zc_{n-1}^{sup}] \cdot \begin{bmatrix} i_{1_2}^{sup} \\ i_{2_3}^{sup} \\ \vdots \\ i_{(n-1)_n}^{sup} \end{bmatrix}$$

E **3-63**

$$\begin{bmatrix} i_{1_2}^{sup} \\ i_{2_3}^{sup} \\ \vdots \\ i_{(n-1)_n}^{sup} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_{n-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{Zc_n^{sup}}\right) [Zc_1^{sup}\ Zc_2^{sup} \cdots\ Zc_{n-1}^{sup}] \begin{bmatrix} i_{1_2}^{sup} \\ i_{2_3}^{sup} \\ \vdots \\ i_{(n-1)_n}^{sup} \end{bmatrix}$$

Pode-se então escrever as correntes nas conexões entre barras em função das correntes que fluem em cada barra individualmente:

$$\left[i_c^{sup}\right] = \left[M_{I_cI}{}^{sup}\right][i] \qquad \textbf{3-64}$$

Onde a matriz $\left[M_{I_cI}{}^{sup}\right]$ que relacionas as correntes $\left[i_c^{sup}\right]$ com $[i]$ é dada por:

$$\left[M_{I_cI}{}^{sup}\right] = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} + \left(\frac{1}{Zc_n^{sup}}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \left[Zc_1^{sup}\ Zc_2^{sup} \cdots\ Zc_{n-1}^{sup}\right]\right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{3-65}$$

Analogamente, para as conexões inferiores tem-se:

$$\left[i_c^{inf}\right] = \left[M_{I_cI}{}^{inf}\right][i] \qquad \textbf{3-66}$$

$$\left[M_{I_cI}{}^{inf}\right] = -\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} + \left(\frac{1}{Zc_n^{inf}}\right)\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}\left[Zc_1^{inf}\ Zc_2^{inf} \cdots Zc_{n-1}^{inf}\right]\right)^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{3-67}$$

Substituindo-se, portanto, as equações 3-64 e 3-66 em 3-61 tem-se:

$$[e] = \left([Z] + \left[Z_c^{sup}\right]\left[M_{I_cI}{}^{sup}\right] - \left[Z_c^{inf}\right]\left[M_{I_cI}{}^{inf}\right] \right)[i] \quad \textbf{3-68}$$

Finalmente, assim como feito na seção anterior, o vetor de tensões resultantes $[e]$ pode ser dividido em:

$$[e] = [e_{ext}] - [e_{int}] \quad \textbf{3-69}$$

Onde $[e_{ext}]$ representa o vetor de tensões “externas” (devidas às harmônicas de campo do estator) e $[e_{int}]$ as quedas de tensão “internas” (devidas às próprias correntes nos enrolamentos amortecedores), tal que:

$$[e_{int}] = [Z_m][i] \quad \textbf{3-70}$$

Onde a matriz $[Z_m]$ está diretamente associada à matriz de indutâncias $[L_m]$ já mencionada e obtida na equação 3-54 da seção anterior.

Com isso o problema da consideração das impedâncias de conexão entre barras fica totalmente resolvido. A equação final, e análoga àquela obtida anteriormente na equação 3-55, é dada por:

$$[e_{ext}] = \left([Z] + [Z_m] + \left[Z_c^{sup}\right]\left[M_{I_cI}{}^{sup}\right] - \left[Z_c^{inf}\right]\left[M_{I_cI}{}^{inf}\right] \right)[i] \quad \textbf{3-71}$$

4 RESULTADOS DO MODELO ELETROMAGNÉTICO ANALÍTICO (CASOS EXEMPLOS)

O modelo eletromagnético descrito na seção 3 será aplicado para o estudo de duas máquinas síncronas reais. A primeira delas é um gerador pertencente ao laboratório de máquinas elétricas da Universidade de São Paulo enquanto que a segunda é um hidrogerador de potência elevada pertencente a uma usina hidrelétrica brasileira. Posteriormente dados experimentais destas mesmas máquinas serão explorados para validação dos modelos desenvolvidos neste trabalho. Os dados principais de cada uma delas estão sumarizados na tabela a seguir:

Tabela 4-1 Dados principais das máquinas

	Máquina Laboratório	Hidrogerador
Potência nominal (kVA)	100	190000
Tensão (V)	220	13800
Frequência (Hz)	60	60
Fator de potência	0.95	0.95
Número de polos	14	72
Diâmetro interno do estator (mm)	760	10200
Comprimento total do estator (mm)	230	2270
Comprimento do ferro do estator (mm)	200	1800
Número de ranhuras	72	405
Número de ranhuras por polo e por fase	1 5/7	1 7/8
Entreferro (mm)	10	17
Barras amortecedoras por polo	4	3
Conexão do enrolamento do estator	Y	Y

Diferentes condições de operação serão exploradas para cada uma das máquinas a fim de se caracterizar as forças eletromagnéticas e o modelo desenvolvido. Como citado anteriormente, será analisado apenas o caso de estator e rotor em condições ideais de circularidade e concentricidade (os casos de excentricidade são brevemente discutidos no Apêndice D em caráter informativo).

4.1 MÁQUINA LABORATÓRIO OPERANDO EM VAZIO

Nesta condição a simulação foi feita considerando-se tensão nominal nos terminais e corrente estatórica nula. Os efeitos do enrolamento amortecedor foram

desprezados uma vez que a influência das ranhuras do estator no circuito magnético não é contemplada no modelo e com isso as harmônicas de campo nesta condição giram todas em sincronismo com o rotor.

Como a distribuição de força magnética depende diretamente das induções no entreferro, será adotada a estratégia de se calcular a corrente de excitação que produza campo magnético nominal, isto é, campo e fluxo associados à tensão desejada nos terminais do estator. De maneira iterativa parte-se de um valor inicial para a corrente de campo I_2, avalia-se o campo magnético resultante e consequente tensão induzida no estator, e a partir do erro em relação à tensão esperada escolhe-se um novo valor para I_2 até que o processo convirja. O cálculo da tensão induzida em uma máquina a partir da distribuição de campo e do esquema de enrolamento pode ser encontrado em (26).

O gráfico a seguir ilustra a obtenção da corrente de excitação para o caso de operação estudado partindo-se do valor inicial de 40A:

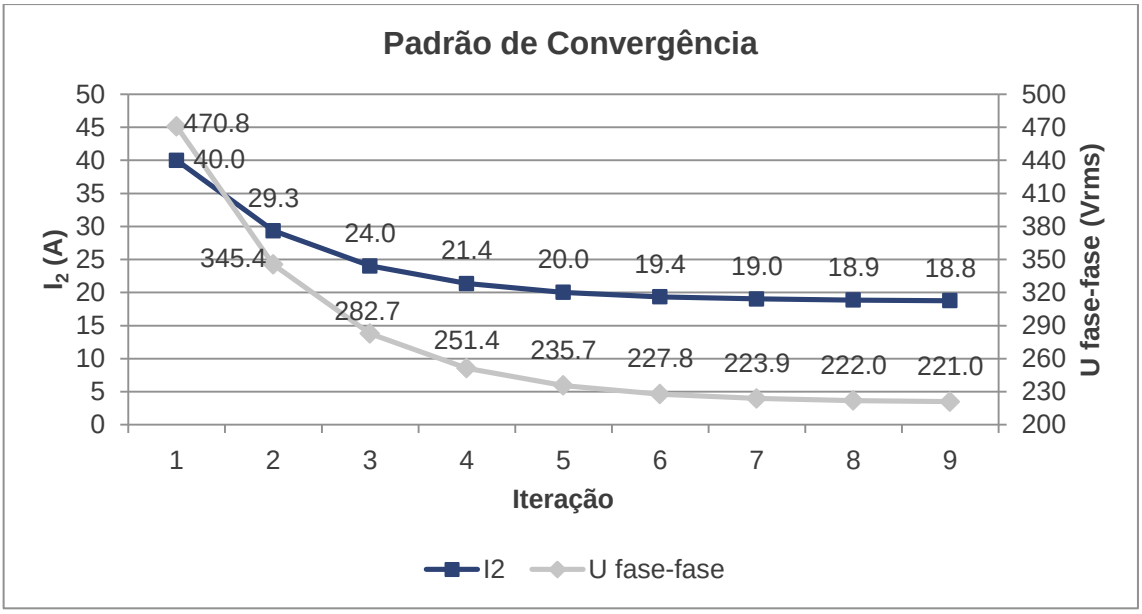


Figura 4-1 – Convergência da corrente de excitação para Máquina Laboratório

O processo convergiu após 9 iterações para corrente de excitação igual a 18,8A. A princípio tem-se a impressão de que o processo poderia ter convergido em apenas 2 iterações dada a relação linear entre corrente de excitação e tensão de armadura, o que de fato é verdade neste caso, porém o algoritmo aqui utilizado tem aplicação mais genérica e poderá ser aplicado para problemas que envolvem a máquina operando em carga nominal e saturação magnética, por exemplo.

As figuras seguintes ilustram a distribuição assumida para as linhas de campo e a consequente distribuição de permeância:

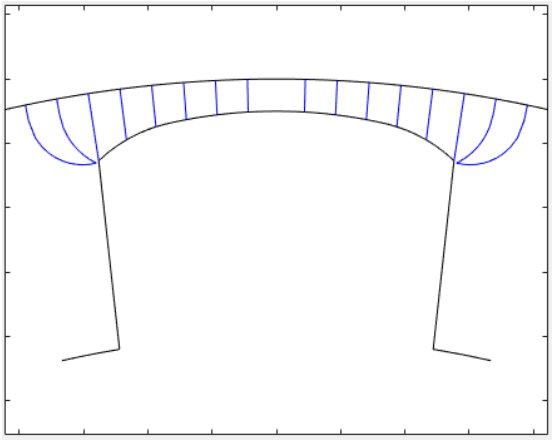


Figura 4-2 Linhas de campo para obtenção da distribuição de permeância

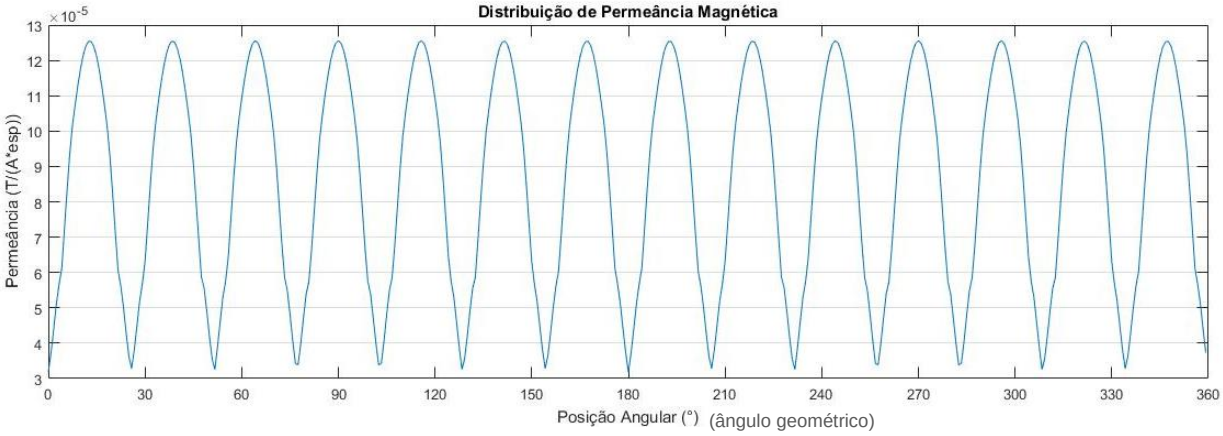


Figura 4-3 Distribuição de permeância magnética

A seguir estão ilustradas as distribuições de força magnetomotriz, campo resultante e pressão magnética a um determinado instante bem como as amplitudes das ondas obtidas:

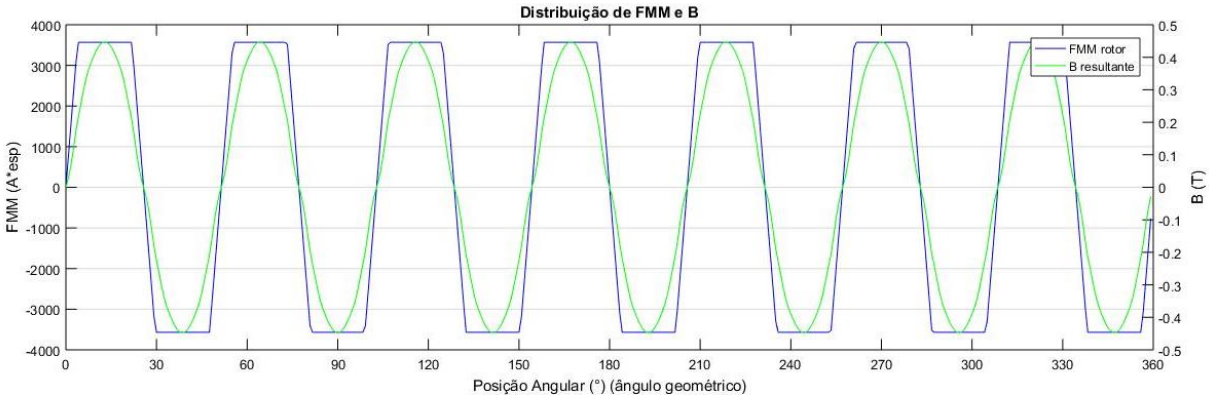


Figura 4-4 Distribuição de campo e força magneto motriz no entreferro

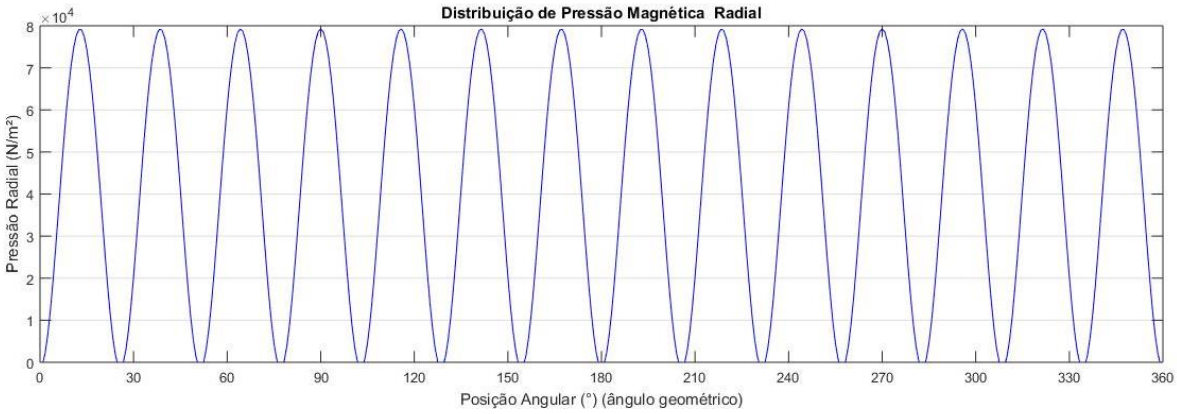


Figura 4-5 - Distribuição de pressão magnética

Tabela 4-2

Amplitude das harmônicas de indução (em Tesla) para máquina em vazio

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
7	0	0	0	0	0,4482	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0,0023	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0,0084	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 4-3

Amplitude das harmônicas de pressão (N/m²) para máquina em vazio

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0	0	0	0	0	40006	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	40333	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	1055	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

As equações que representam o campo e pressão magnética resultantes a partir das harmônicas identificadas nas Tabela 4-2 e Tabela 4-3 acima estão transcritas abaixo a partir das equações 3-32 e 3-47 apresentadas anteriormente.

$$B_r(\theta_1, t) = \sum_{k,freq} \left|B_{r_{k,freq}}\right| \cos\left(k\theta_1 + 2\pi \cdot freq \cdot t + arg\left(B_{r_{k,freq}}\right)\right) \quad \textbf{4-1}$$

$$p(\theta_1, t) = \sum_{k,freq} \left|p_{k,freq}\right| \cos\left(k\theta_1 + 2\pi \cdot freq \cdot t + arg\left(p_{k,freq}\right)\right) \quad \textbf{4-2}$$

Como esperado, o espetro da indução magnética tem amplitude fundamental correspondente à frequência nominal e número de onda correspondente ao número de pares de polos da máquina, e apenas múltiplos ímpares destes estão presentes. Neste caso a onda de campo fundamental corresponde à ordem $k = 7$ (7 pares de polos) e frequência de -60Hz, com amplitude de 0,4482T. Vale lembrar que as harmônicas representadas por frequência negativa aqui são aquelas que giram no mesmo sentido do rotor, enquanto que as com frequência positiva giram em sentido contrário.

Para as ondas de pressão magnética tem-se uma componente estática e constante (k=0, freq=0) que pode ser vista claramente na Figura 4-5, e componentes múltiplas do número de polos e do dobro da frequência da rede. O valor positivo de pressão observado na Figura 4-5 indica que esta atua sempre no sentido do raio mais externo para o mais interno, isto é, ela sempre “puxa” a coroa para o centro da circunferência.

4.2 MÁQUINA LABORATÓRIO EM CARGA SEM EFEITO AMORTECEDOR

Nesta condição a máquina foi simulada com corrente no rotor e no estator de forma a produzir tensão e potência elétrica nominais nos terminais da máquina. Embora sabendo que correntes elétricas poderiam ser induzidas nos enrolamentos amortecedores para esta condição, estes efeitos serão suprimidos por ora. A corrente de excitação e ângulo de carga serão obtidos iterativamente até que se represente o ponto de operação desejado.

Para operação em carga simétrica podemos representar as correntes e tensões em cada fase da máquina como sendo:

$$I_a(t) = I \cdot \cos(\omega t + \gamma)$$
$$I_b(t) = I \cdot \cos(\omega t - 120° + \gamma)$$
$$I_c(t) = I \cdot \cos(\omega t + 120° + \gamma)$$

$$V_a(t) = V \cdot \cos(\omega t + \delta)$$
$$V_b(t) = V \cdot \cos(\omega t - 120° + \delta)$$
$$V_c(t) = V \cdot \cos(\omega t + 120° + \delta)$$

O ângulo de fase γ é desconhecido a priori e será imposto como um valor inicial juntamente com uma corrente de excitação. A tensão induzida e seu ângulo de fase δ podem ser calculados a partir da distribuição de campo resultante como já mencionado na seção 4.1 anterior. Neste cálculo deve ser levado em consideração também as quedas de tensão da reatância de dispersão e resistência do estator, já que estes efeitos não estão contemplados na distribuição de campo radial no entreferro. Com isso, o processo iterativo para obtenção do ponto de operação desejado consiste escolher a corrente de excitação I_2 e o ângulo de fase γ de forma a se obter amplitude de tensão nominal e defasagem entre tensão e corrente que corresponda ao fator de potência desejado. Isso pode ser representado no diagrama seguir:

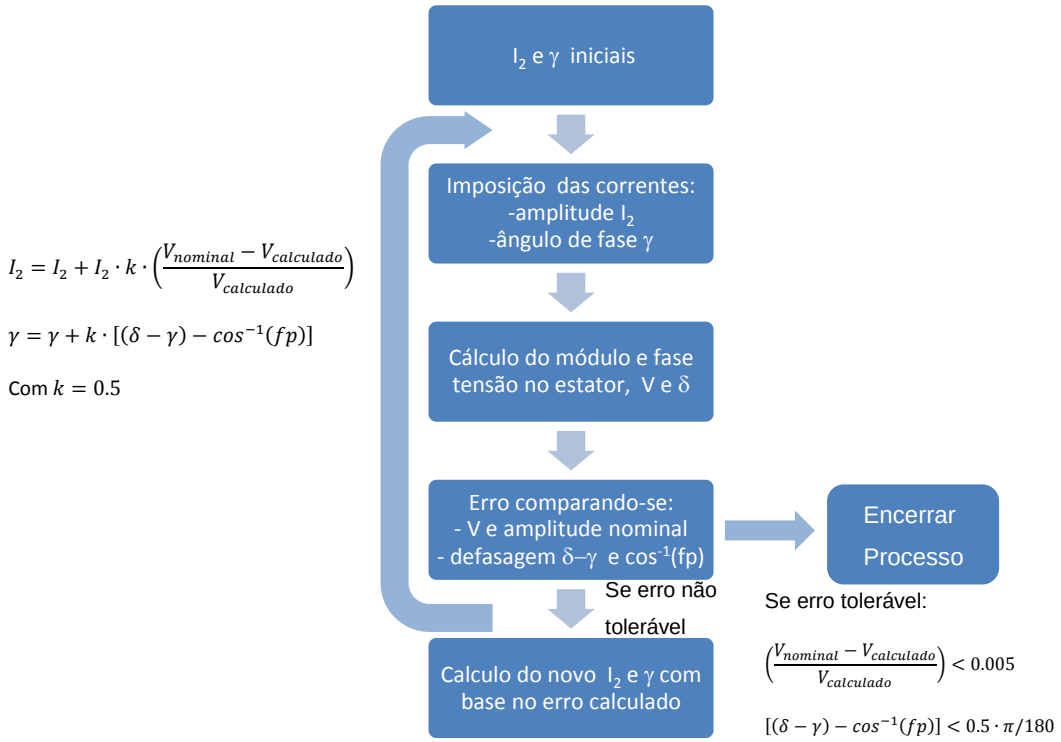


Figura 4-6 - Cálculo iterativo da corrente de excitação e ângulo de fase

Obs: a variável “fp” refere-se ao fator de potência nominal.

Partindo-se da corrente de excitação 40A e ângulo γ=186°, obtém-se o seguinte padrão de convergência que encerra em 26,3A e γ=197.9° após 8 iterações.

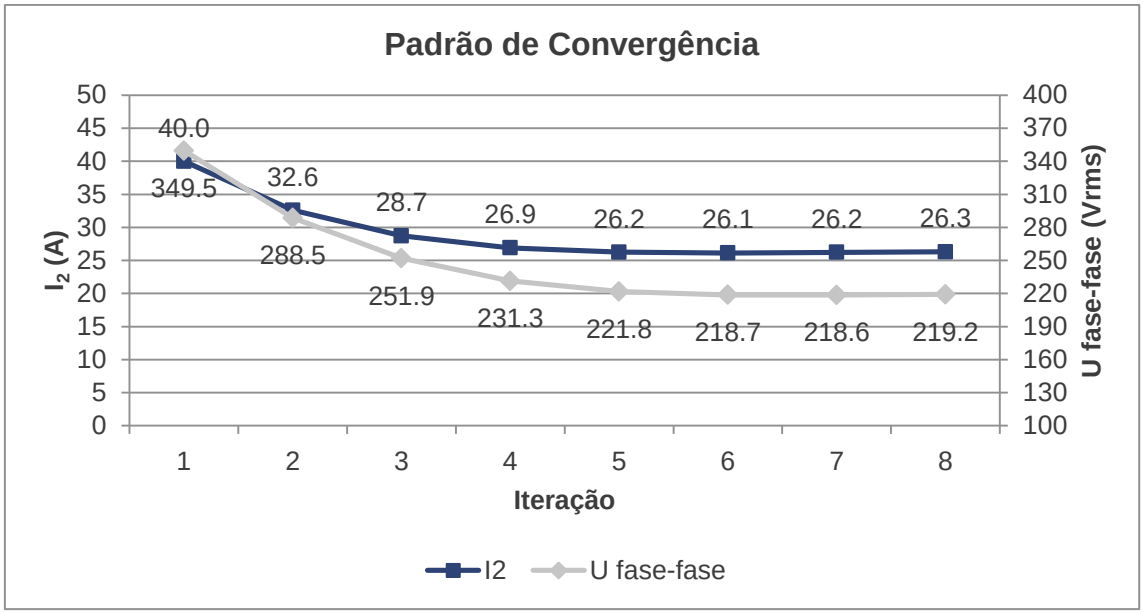


Figura 4-7 - Convergência da corrente de excitação

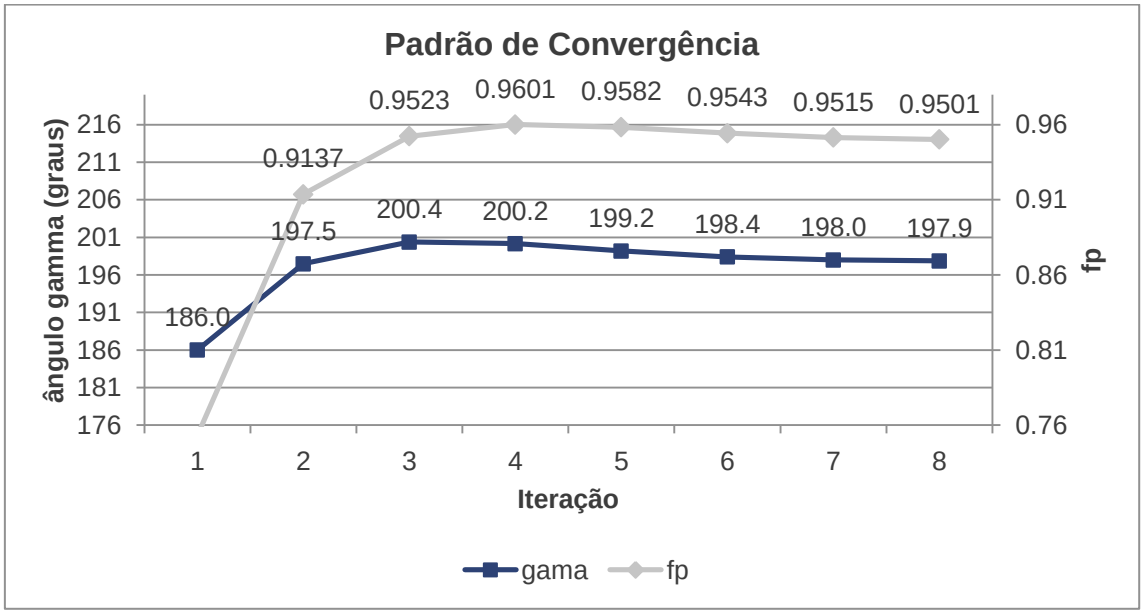


Figura 4-8 – Convergência do ângulo gamma

Ao final do processo, aplicando-se então a corrente de excitação e ângulo γ encontrados, temos como resultado as distribuições de forças magnetomotrizes, campo resultante e pressão magnética em um instante de tempo ilustradas a seguir, bem como as amplitudes harmônicas sumarizadas nas próximas tabelas:

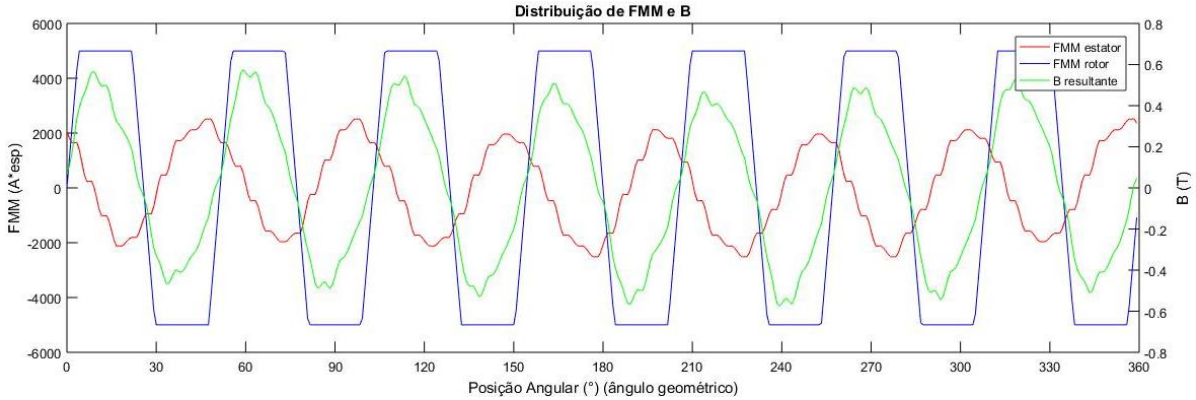


Figura 4-9 - Distribuição de campo e força magneto motriz

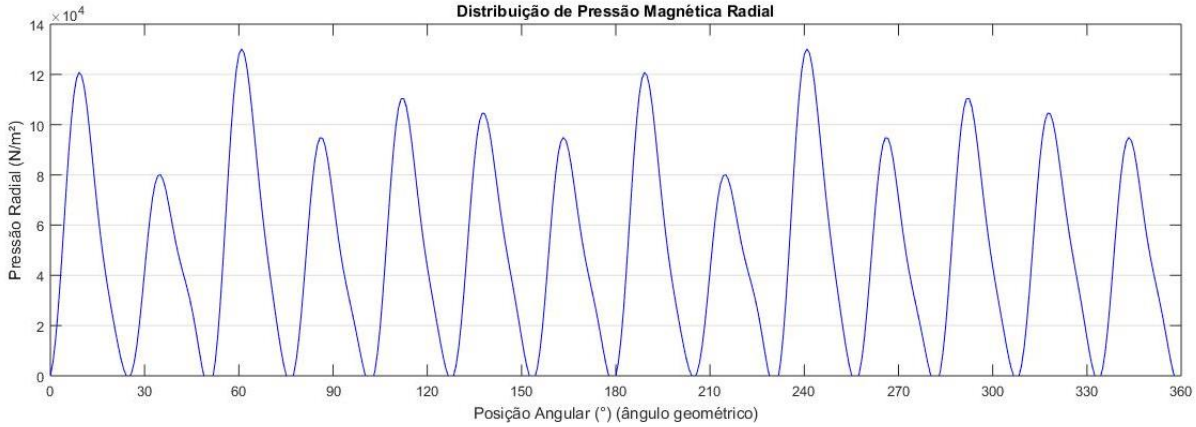


Figura 4-10 – Distribuição de pressão magnética radial

Tabela 4-4

Amplitude das harmônicas de indução (em Tesla) para máquina em carga e sem amortecedor

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0	0	0	0	0,0000	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0,0308	0	0	0	0	0	0,0001
2	0	0	0,0000	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0,0021	0	0	0	0	0	0,0004	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0,0001	0	0	0	0	0	0,0030	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0,4916	0	0	0	0	0	0,0003
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0,0008	0	0	0	0	0	0,0011	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0,0000	0	0	0	0	0	0,0080	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0,0135	0	0	0	0	0	0,0006
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0,0078	0	0	0	0	0	0,0014	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0,0002	0	0	0	0	0	0,0014	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0,0008	0	0	0	0	0	0,0003
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0,0468	0	0	0	0	0	0,0003	0	0

22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0,0001	0	0	0	0	0	0,0040	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0,0030	0	0	0	0	0	0,0000
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0,0025	0	0	0	0	0	0,0006	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 4-5

Amplitude das harmônicas de pressão (N/m²) para máquina em carga e sem amortecedor

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0	0	0	0	0	48912	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	717	0	0	0	0	0	171	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	89	0	0	0	0	0	1887	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	8625	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	7570	0	0	0	0	0	216	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	340	0	0	0	0	0	267	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	798	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	50319	0	0	0	0	0	56	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	173	0	0	0	0	0	933	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	1727	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	3365	0	0	0	0	0	100	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	1377	0	0	0	0	0	1164	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	613	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	160	0	0	0	0	0	46	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	10243	0	0	0	0	0	169	0	0	0

As células destacadas são aquelas com amplitude maior que 0.001T e 600N/m².

Pode-se verificar pela Figura 4-9 que o pico da componente fundamental de indução ocorre deslocado do eixo direto em alguns graus. Isso ilustra o ângulo de carga já que nesta simulação a máquina está operando com potência ativa nominal. Nesta mesma figura também se pode observar que, devido à FMM produzida pelo estator com enrolamento fracionário (número de ranhuras por polo e por fase igual a 1 5/7), o campo magnético passa a ter um padrão que se repete apenas após os 14 polos da máquina (a cada 7 polos tem-se mesma amplitude absoluta de campo porém com sinal trocado). Este fato implica que, diferentemente do caso anterior em vazio

(item 4.1), agora aparecem harmônicas de campo não apenas múltiplas ímpares do número de pares de polos e da frequência fundamental, mas harmônicas com ordens espaciais inclusive menores que a do campo fundamental. Pelo fato de não serem múltiplas inteiras da onda fundamental, muitas vezes estas novas harmônicas são chamadas de “sub-harmônicas”, e como já mencionado elas podem ser as principais responsáveis por vibração do estator de máquinas de elevado número de polos.

Na Figura 4-10 é possível se observar que a distribuição de pressão também passa a ter um padrão de repetição mais longo e com isso mais harmônicas de pressão aparecem em relação ao caso anterior sem carga. Elas possuem ordens k agora múltiplas de 1 (e não mais apenas múltiplas de 14) e frequências múltiplas de 120Hz devido ao próprio espectro de indução magnética (Tabela 4-4) e à dependência já conhecida entre pressão magnética e indução: $p(\theta,t) = \frac{1}{2\mu_0} {B_r}^2(\theta,t)$. Ou seja, as novas harmônicas de indução também trazem consigo novas harmônicas de pressão magnética, devidas portanto à corrente no estator.

As harmônicas com amplitudes mais elevadas continuam sendo as de k=14 / freq=-120Hz e k=0 / freq=0Hz. Estas são frutos basicamente da própria onda de campo fundamental com k=7 e freq=-60Hz, e por isso têm as maiores amplitudes. Logo em seguida (em termos de amplitude) podem-se citar as harmônicas com diferentes ordens k mas com frequência igual a ±120Hz.

4.3 MÁQUINA LABORATÓRIO EM CARGA COM EFEITO AMORTECEDOR

As novas harmônicas de campo observadas com a máquina operando em carga são em geral não síncronas com o rotor e, portanto, produzem correntes induzidas no enrolamento amortecedor. A partir do mesmo ponto de operação estabelecido no item anterior (corrente de excitação e ângulo de defasagem das correntes no estator) avaliou-se a influência das correntes no enrolamento amortecedor conforme formulação exposta na seção 3.9. A figura abaixo ilustra as correntes induzidas em 4 barras amortecedoras de um polo considerando-se primeiramente conexões ideais entre todas as barras (desprezando-se a impedância de conexão):

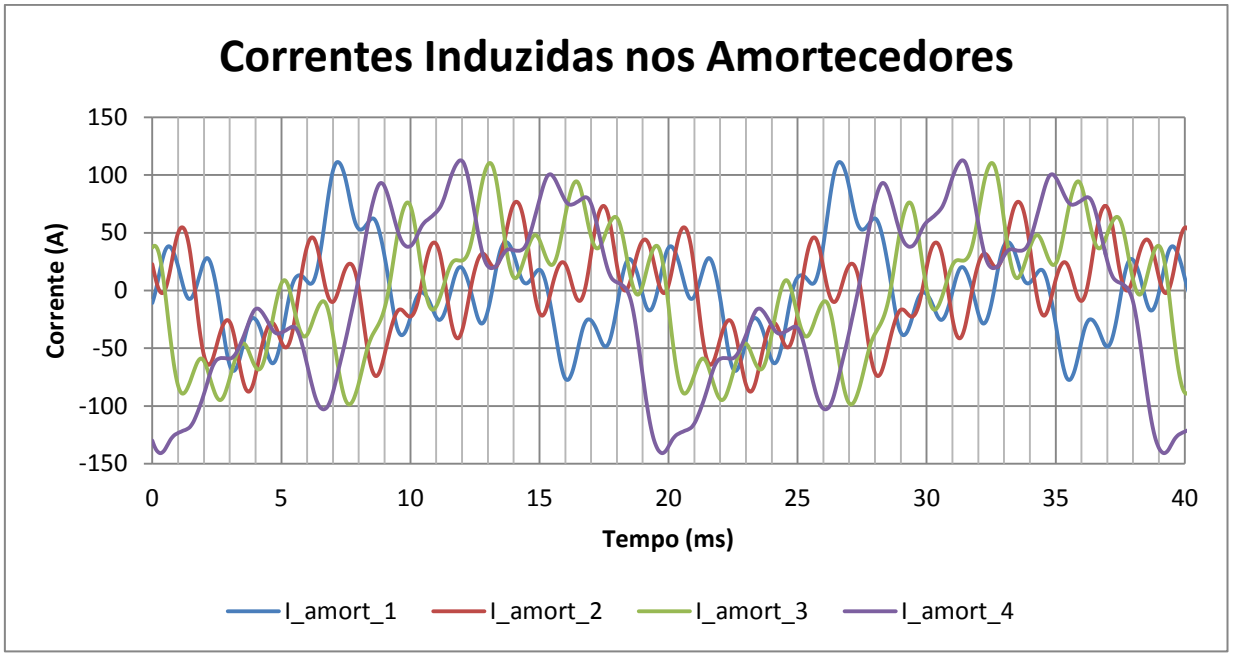


Figura 4-11 – Correntes nas barras amortecedoras

As frequências observadas podem ser previstas avaliando-se as ondas de campo magnético mostradas na Tabela 4-4 convertidas para o referencial do rotor conforme descrito na seção 3.6. As equações 3-28 vistas anteriormente indicam que de maneira genérica uma frequência no estator é percebida pelo rotor como:

$$f_{rotor} = f_{estator} + \frac{k}{p} \cdot f_0 \qquad \textbf{4-3}$$

Onde p é o número de pares de polos e f_0 é a frequência nominal da rede.

Como exemplo, a onda k=1 / freq.=-60Hz presente na Tabela 4-4 é percebida pelo rotor com frequência igual a $-60 + \frac{1}{7} \cdot 60 = -51{,}43Hz$, e por este motivo induz correntes de $51{,}43Hz$ nos amortecedores. Tal frequência de fato pode ser identificada no gráfico da Figura 4-11.

Observou-se também que as correntes das barras são diferentes para polos distintos devido ao enrolamento fracionário do estator que só se repete a cada 14 polos, implicando na existência de correntes que fluem de um polo para outro. Este fato levanta a hipótese de que a impedância de conexão entre polos pode ser importante para o problema e será estudada mais adiante.

O gráfico a seguir traz uma comparação entre as distribuições de campo com e sem o efeito do enrolamento amortecedor:

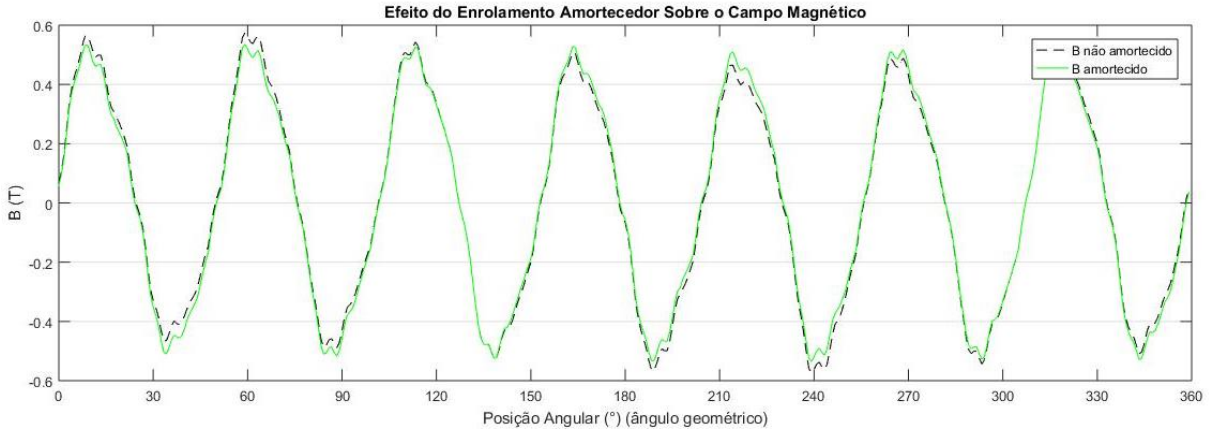


Figura 4-12 - Efeito do enrolamento amortecedor sobre o campo magnético

Nota-se que as correntes induzidas no amortecedor atuam no sentido de reduzir as assimetrias de campo de um par de polos para outro decorrentes do enrolamento fracionário. Esta mesma característica pode também ser observada na distribuição de pressão magnética representada na Figura 4-13 a seguir:

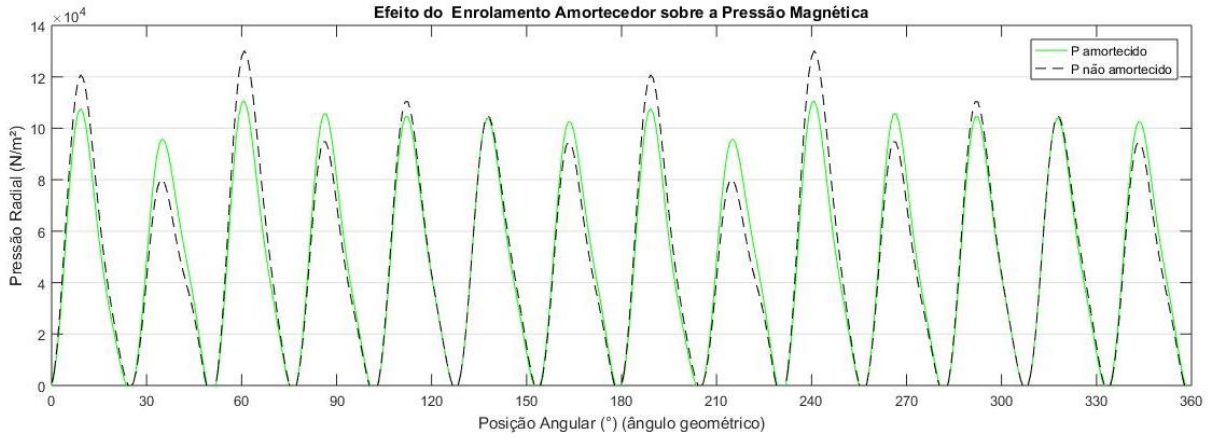


Figura 4-13 – Efeito do enrolamento amortecedor sobre a pressão magnética

As tabelas a seguir trazem as razões entre amplitudes das harmônicas com e sem efeito do enrolamento amortecedor. Os números adimensionais apresentados podem ser interpretados como um fator de amortecimento sobre as harmônicas de campo e de pressão:

Tabela 4-6

Fator de amortecimento de campo não saturado - Conexões ideais entre os amortecedores

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,022	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,259
2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,000	0,000	0,532	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,233	0,000	0,000
4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	1,165	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,336	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	3,111
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,798	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,138	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	5,590	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,728	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,592	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,289
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15	0,000	0,000	0,246	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,573	0,000	0,000
16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
17	5,136	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,730	0,000	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,173	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,679
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
21	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,717	0,000	0,000
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	1,279	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,819	0,000	0,000	0,000	0,000
24	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,762	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,241
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	0,000	0,000	0,536	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,764	0,000	0,000
28	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Permanecem em evidência as células já destacadas anteriormente nas Tabela 4-4 e Tabela 4-5.

Novamente se observa a atuação dos amortecedores no sentido reduzir a amplitude das ondas de campo que não são síncronas a ele. Para as harmônicas de campo k=7 / freq=-60Hz e k=21 / freq=-180Hz que são solidárias ao rotor, por exemplo, o fator de amortecimento é 1.

De forma semelhante, as ondas de pressão k=0 / freq=0Hz, k=14 / freq=-120Hz e k=28 / freq=-240Hz têm fatores de amortecimento próximos de 1 por dependerem predominantemente de harmônicas de campo síncronas ao rotor.

Tabela 4-7

Fator de amortecimento de pressão não saturado - Conexões ideais entre os amortecedores

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,995	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,000	0,403	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,331	0,000
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,000	0,671	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,692	0,000	0,000	0,000
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,198	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8	0,000	0,000	0,000	0,061	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,588	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,608	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,479	0,000	0,000	0,000
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,207	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14	0,000	0,000	0,000	0,995	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	0,000	0,596	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,714	0,000	0,000	0,000
17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,618	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	0,000	0,000	0,000	0,539	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,743	0,000
21	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
22	0,000	0,324	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,826	0,000	0,000	0,000
23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
24	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,937	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	0,000	0,000	0,000	0,332	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,032	0,000
27	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
28	0,000	0,999	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,027	0,000	0,000	0,000

Considerando-se agora impedância de conexão entre barras amortecedoras serão reavaliados os fatores de amortecimento de campo e de pressão. Como primeira aproximação é assumido que tanto a resistência quanto a indutância de conexão são proporcionais às resistências e indutâncias próprias das barras calculadas anteriormente (equação 3-56) em função razão do comprimento das conexões pelo comprimento das barras:

$$Z_c = Z_d \cdot \frac{\pi Di}{L} \cdot \frac{1}{2p \cdot N_{barra/polo}} \qquad \textbf{4-4}$$

Onde Z_c é a impedância de conexão, Z_d é a impedância de dispersão de uma barra, L é o comprimento axial da máquina, Di é o diâmetro interno do núcleo e $N_{barra/polo}$ é o número de barras amortecedoras por polo.

Tabela 4-8

Fator de amortecimento de campo não saturado - Conexões com impedância entre os amortecedores

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,336	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,084
2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,000	0,000	0,730	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,164	0,000	0,000
4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,935	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,498	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,496
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,910	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,297	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	4,509	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,775	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,688	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,080
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15	0,000	0,000	0,393	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,629	0,000	0,000
16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
17	4,064	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,785	0,000	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,166	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,666
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
21	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,766	0,000	0,000
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	1,011	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,850	0,000	0,000	0,000	0,000
24	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,788	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,150
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	0,000	0,000	0,652	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,794	0,000	0,000
28	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tem-se como resultado que os fatores de amortecimento tornaram-se significativamente menos atenuadores para muitas harmônicas comparando-se com os fatores da Tabela 4-6. É notável que a influência da impedância de conexão tende a ser maior para as harmônicas de ordem k mais baixas uma vez que estas envolvem correntes induzidas nos amortecedores que fluem através de um número maior de polos (padrão de repetição envolve mais polos). A exemplo disso pode-se citar a harmônica de campo k=1/freq.=-60 que teve seu fator de amortecimento aumentado de 0,022 para 0,336 após inclusão das impedâncias de conexão.

Para as harmônicas de pressão magnética os fatores de amortecimento também se tornaram menos atenuadores:

Tabela 4-9

Fator de amortecimento de pressão não saturado - Conexões com impedância entre os amortecedores

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,996	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,000	0,547	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,322	0,000
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,771	0,000	0,000	0,000
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,428	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8	0,000	0,000	0,000	0,361	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,648	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,667	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,635	0,000	0,000	0,000
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,394	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14	0,000	0,000	0,000	0,996	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	0,000	0,626	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,758	0,000	0,000	0,000
17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,681	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	0,000	0,000	0,000	0,674	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,771	0,000
21	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
22	0,000	0,494	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,839	0,000	0,000	0,000
23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
24	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,939	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,991	0,000
27	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
28	0,000	0,999	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,934	0,000	0,000	0,000

4.4 HIDROGERADOR EM CARGA COM E SEM AMORTECEDOR

São apresentados os resultados para o hidrogerador exemplo da Tabela 4-1 diretamente para a condição de carga nominal com e sem a influência dos amortecedores.

Como o padrão de simetria do enrolamento fracionário do estator se repete a cada 8 polos (Número de ranhuras por polo e por fase igual a 1 7/8) a máquina será simulada com seção equivalente a 8 passos polares (40°).

O ponto de operação (corrente de excitação e fase das correntes aplicadas no estator) foi obtido iterativamente assim como feito na seção 4.2.

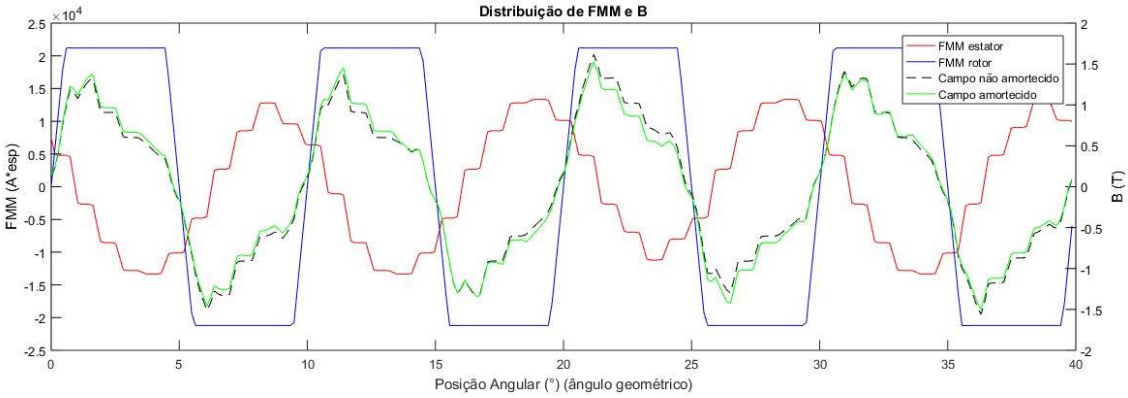


Figura 4-14 - Distribuição de campo magnético e força magneto motriz

Tabela 4-10

Amplitude das harmônicas de indução (em Tesla) para máquina em carga e sem amortecedor

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0	0	0	0	0,0000	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0,0908	0	0	0	0	0	0,0007
18	0,0010	0	0,0000	0	0	0	0,0446	0	0	0	0
27	0	0	0,0045	0	0	0	0	0	0,0014	0	0
36	0	0	0	0	1,1615	0	0	0	0	0	0,0015
45	0,0006	0	0	0	0	0	0,0211	0	0	0	0
54	0	0	0,0096	0	0	0	0	0	0,0025	0	0
63	0	0	0	0	0,0274	0	0	0	0	0	0,0006
72	0,0006	0	0	0	0	0	0,0042	0	0	0	0
81	0	0	0,0199	0	0	0	0	0	0,0020	0	0
90	0	0	0	0	0,0109	0	0	0	0	0	0,0001
99	0,0018	0	0	0	0	0	0,0066	0	0	0	0
108	0	0	0,2962	0	0	0	0	0	0,0038	0	0
117	0	0	0	0	0,0093	0	0	0	0	0	0,0002
126	0,0038	0	0	0	0	0	0,0115	0	0	0	0
135	0	0	0,0092	0	0	0	0	0	0,0016	0	0
144	0	0	0	0	0,0041	0	0	0	0	0	0,0003

Tabela 4-11

Amplitude das harmônicas de pressão (N/m²) para máquina em carga e sem amortecedor

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0	0	0	0	0	290744	0	0	0	0	0
9	0	762	0	0	0	0	0	11196	0	0	0
18	0	0	0	24371	0	0	0	0	0	805	0
27	0	0	0	0	0	55265	0	0	0	0	0
36	0	298	0	0	0	0	0	2140	0	0	0
45	0	0	0	51770	0	0	0	0	0	155	0
54	0	0	0	0	0	23402	0	0	0	0	0
63	0	1319	0	0	0	0	0	3160	0	0	0
72	0	0	0	296334	0	0	0	0	0	1636	0
81	0	0	0	0	0	10260	0	0	0	0	0
90	0	4009	0	0	0	0	0	5320	0	0	0
99	0	0	0	19858	0	0	0	0	0	302	0
108	0	0	0	0	0	2130	0	0	0	0	0
117	0	10781	0	0	0	0	0	3198	0	0	0
126	0	0	0	2267	0	0	0	0	0	172	0
135	0	0	0	0	0	3367	0	0	0	0	0
144	0	138646	0	0	0	0	0	9443	0	0	0

Tabela 4-12

Fator de amortecimento de campo não saturado - Conexões com impedância entre os amortecedores

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,080	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,399
18	0,538	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,230	0,000	0,000	0,000	0,000
27	0,000	0,000	0,967	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,199	0,000	0,000
36	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,660
45	1,546	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,670	0,000	0,000	0,000	0,000
54	0,000	0,000	0,733	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,363	0,000	0,000
63	0,000	0,000	0,000	0,000	0,644	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,089
72	1,469	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,840	0,000	0,000	0,000	0,000
81	0,000	0,000	0,284	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,830	0,000	0,000
90	0,000	0,000	0,000	0,000	0,401	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,041
99	1,549	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,834	0,000	0,000	0,000	0,000
108	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,834	0,000	0,000
117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,728	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,945
126	0,467	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,870	0,000	0,000	0,000	0,000
135	0,000	0,000	0,266	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,871	0,000	0,000
144	0,000	0,000	0,000	0,000	0,874	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,897

Tabela 4-13

Fator de amortecimento de pressão não saturado - Conexões com impedância entre os amortecedores

k \ Freq (Hz)	-300	-240	-180	-120	-60	0	60	120	180	240	300
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,992	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,000	1,532	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,690	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,318	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,170	0,000
27	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,221	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
36	0,000	2,489	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,597	0,000	0,000	0,000
45	0,000	0,000	0,000	0,110	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,563	0,000
54	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
63	0,000	1,405	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,721	0,000	0,000	0,000
72	0,000	0,000	0,000	0,995	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,985	0,000
81	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,500	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
90	0,000	0,592	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,703	0,000	0,000	0,000
99	0,000	0,000	0,000	0,493	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,224	0,000
108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,754	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
117	0,000	0,370	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,624	0,000	0,000	0,000
126	0,000	0,000	0,000	1,296	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,218	0,000
135	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,868	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
144	0,000	0,997	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,855	0,000	0,000	0,000

Os valores destacados nas tabelas são aqueles com amplitudes superiores a 0,001T e 600N/m².

Apesar das grandes diferenças nas dimensões, pode-se observar que comportamento geral do hidrogerador simulado é similar ao já discutido nas seções anteriores para a máquina do laboratório.

4.5 CONCLUSÕES SOBRE MODELOS ANALÍTICOS

Após estabelecer um método para determinação do ponto de operação da máquina de modo a buscar uma distribuição de campo realista nos modelos, foi possível identificar a influência dos campos gerados pelos enrolamentos de excitação e do estator no espectro de pressões radiais durante operação da máquina, com ênfase dada às harmônicas decorrentes do enrolamento estatórico fracionário (aquelas que têm maior importância para o problema de vibração mecânica em máquinas de alta polaridade, por exemplo).

Como esperado, as harmônicas de pressão com ordens espaciais inferiores ao número de polos têm ordens múltiplas de $2p/P_{min}$, onde $2p$ é o número total de polos e P_{min} é o número mínimo de polos representados devido à simetria da FMM produzida pelo enrolamento fracionário, e só têm amplitudes relevantes quando há efetivamente corrente no estator. No caso do hidrogerador exemplo em condições ideais de concentricidade as frequências temporais das ondas de pressão são múltiplas do dobro da frequência da rede (120Hz) e as ordens espaciais são múltiplas de 9, uma vez que a máquina possui 72 polos e o padrão de campo magnético se repete a cada 8 polos.

A participação do enrolamento amortecedor na atenuação ou amplificação das harmônicas de pressão foi explorada evidenciando-se que na maioria dos casos seu efeito é atenuante já que este tende a reagir contrariamente às ondas de campo não síncronas ao rotor. A exemplo disso pode-se verificar na seção 4.3 uma redução de 60% na amplitude da onda de pressão com ordem espacial 2 e frequência -120Hz após a consideração das correntes nos amortecedores da máquina, ainda quando a impedância de conexão entre barras é desprezada. Contudo, quando tal impedância entre barras é levada em consideração, as correntes nos amortecedores ficam mais limitadas e a atenuação de amplitude da mesma harmônica supracitada passa a se reduzir para 45%.

5 MODELO COMPARATIVO EM ELEMENTOS FINITOS

Nesta seção modelos comparativos em elementos finitos são desenvolvidos para as mesmas duas máquinas apresentadas na seção 4.

As influências de parâmetros como carga no estator, correntes no enrolamento amortecedor e saturação magnética são estudadas em detalhes, bem como a influência indireta das forças tangenciais nos dentes para a vibração radial da máquina. Apenas o caso com hipótese de máquina em condições ideais de circularidade, concentricidade e simetria de fluxo magnético será avaliado neste trabalho (os casos de excentricidade são brevemente discutidos no Apêndice D em caráter informativo).

Os detalhes da concepção do modelo para o hidrogerador exemplo, que foi análoga à da máquina laboratório, podem ser encontrados no Apêndice B. Nos itens 5.3 e 5.4 seguintes estão sumarizados os principais resultados e análises comparando-se sempre aos resultados analíticos apresentados na seção anterior.

5.1 OBTENÇÃO DO PONTO DE OPERAÇÃO E FORÇAS ELETROMAGNÉTICAS

Primeiramente, para obtenção do ponto de operação desejado é utilizado um procedimento iterativo similar àquele exposto na seção 4.2. Utilizando cálculos estáticos representando o mesmo instante de tempo, a amplitude da corrente de campo e os ângulos de fase das correntes no estator impostos como condição de contorno são alterados sucessivamente até que se obtenha tensão de armadura e fator de potência desejados. A tensão de armadura pode ser calculada com base nos fluxos magnéticos concatenados com cada fase, os quais são obtidos diretamente dos potenciais magnéticos em cada barra (21) (22). Com isso garante-se que no modelo se tenha níveis de indução magnética próximos dos valores reais, o que impacta diretamente nos valores das forças magnéticas como visto no modelo analítico.

Em seguida, as análises a serem feitas têm por objetivo a obtenção das forças radiais atuantes no núcleo do estator para diferentes condições:

- Avaliação da máquina em carga nominal sem influência dos amortecedores: nesta simulação além da corrente de excitação e campo magnético no entreferro, podem ser avaliados também o torque e ângulo de carga. As forças radiais no núcleo para esta condição de operação serão avaliadas.
- Avaliação da máquina em carga nominal com influência dos amortecedores: busca verificar a influência das correntes que fluem nos enrolamentos amortecedores sobre as forças radiais no núcleo.
- Avaliação da influência da saturação magnética: busca comparar os resultados dos campos e forças magnéticas quando se considera materiais ferromagnéticos ideais ou saturáveis.
- Avaliação da influência das forças tangenciais nos dentes: busca avaliar a contribuição indireta das forças tangenciais nos dentes para vibração radial do núcleo do estator.

Os cálculos de forças radiais, de maneira mais precisa, avaliarão as forças e torques atuantes em cada dente do estator ao longo do tempo através do método do trabalho virtual (21) (22) utilizando-se cálculos transientes. O software utilizado (Ansys) permite uma função que automaticamente integra as densidades de forças nos elementos de ar adjacentes a um objeto ferromagnético selecionado, fornecendo então força e torque total neste objeto.

As figuras a seguir ilustram como são as forças por elemento atuantes nos dentes do estator em um determinado instante.

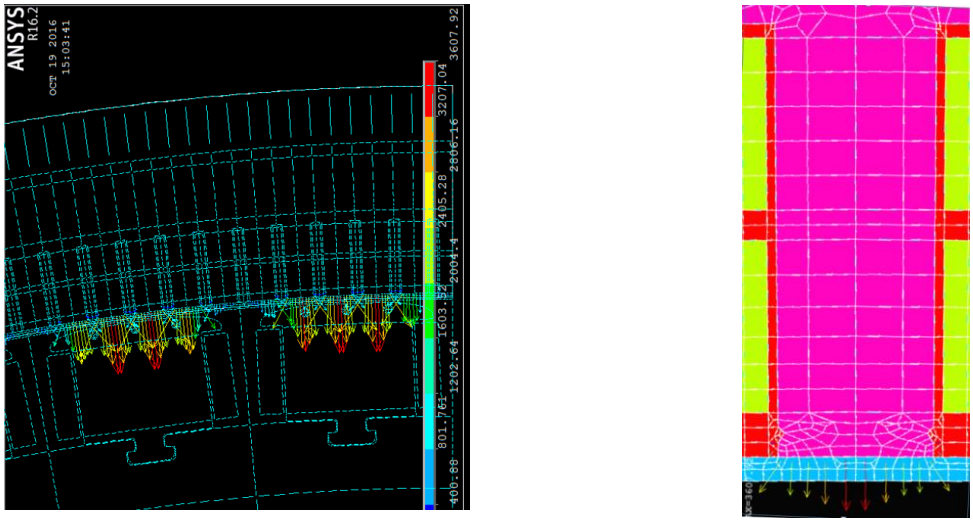


Figura 5-1 - Força magnética no dente do estator

Por ora, apenas a componente radial de força resultante por dente será considerada. A hipótese básica será de que apenas a coroa do estator é relevante e apresenta rigidez para as flexões causadas pelas forças radiais, enquanto que os dentes mecanicamente podem ser enxergados apenas como massas adicionais. Será admitido que a força radial em cada dente se transfere como uma pressão uniforme atuante sobre superfície interna da coroa do núcleo. Isso é ilustrado na figura a seguir, que representa o equilíbrio de forças no dente. Nesta formulação está embutida a hipótese de que o dente do estator se comporta como um corpo rígido.

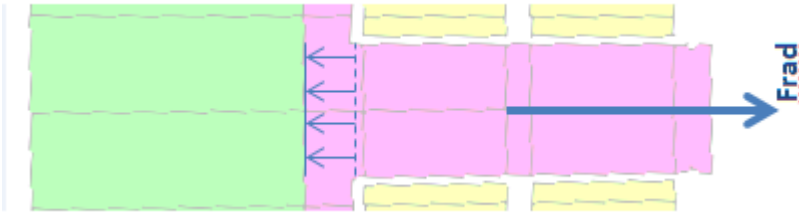


Figura 5-2 - Força radial no dente

Desta forma, a pressão na coroa do estator dentro do intervalo angular delimitado por cada dente pode ser calculada dividindo-se a força radial total calculada para este dente pelo comprimento do passo de ranhura referido ao diâmetro interno da coroa. Como o modelo 2D já fornece uma força total por unidade de comprimento, então o resultado da divisão mencionada no parágrafo anterior já é a própria pressão em N/m².

Posteriormente estes resultados de distribuição de pressão em cada dente e instante serão pós-processados para decomposição numérica em série de ondas de pressão atuantes sobre o diâmetro interno da coroa do estator, que é um resultado comparável àqueles obtidos nos modelos analíticos desenvolvidos na seção 4.

5.2 CONSIDERAÇÃO DAS FORÇAS TANGENCIAIS

As forças magnéticas tangenciais atuantes nos dentes do estator e responsáveis pela transmissão de torque podem influenciar a vibração radial do núcleo uma vez que produzem reações com componente radial na coroa do estator. Isso pode ser ilustrado na figura a seguir que representa o equilíbrio de forças em um dente:

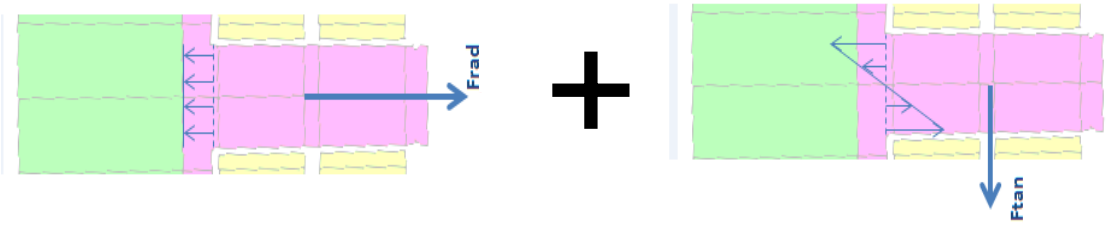


Figura 5-3 - Influência das Forças Tangenciais nos Dentes

Para casos de enrolamento estatórico fracionário, as reações radiais provocadas pelas forças tangenciais formam um padrão com repetição apenas a cada determinado número de polos, e com isso podem contribuir para as harmônicas de ordens espaciais mais baixas.

Tais reações das forças tangenciais podem ser calculadas com base nos torques magnéticos em cada dente com relação a sua base (obtidos via trabalho virtual) e assumindo-se as hipóteses de que:

- O dente movimenta-se apenas na direção radial, portanto com aceleração angular nula em relação a sua base.
- A rigidez é suficientemente alta para impedir qualquer deformação elástica.
- A presença do enrolamento estatórico e cunhas é desprezada.

Nestas hipóteses, o torque eletromagnético T_{dente} obtido no modelo 2D (portanto referente a 1m de comprimento axial da máquina) deve ser completamente equilibrado pelas forças radiais de reação indicadas na Figura 5-3. Roivainen (9) apresenta em seu trabalho uma formulação que aproxima as forças de reação na coroa por um binário de forças radiais equivalentes. Neste trabalho, porém, será assumido que estas reações se dão na forma de distribuição de pressão que varia linearmente de $-\rho_{max}^{t}$ a $+\rho_{max}^{t}$ ao longo da base do dente, sendo:

$$\rho_{max}^{t} = \frac{6 \cdot T_{dente}}{b^2} \qquad \textbf{5-1}$$

Onde b representa a largura da base do dente.

A equação 5-1 é derivada da condição de equilíbrio de torque no dente.

Para uma consideração precisa deste padrão linear assumido para a pressão ao longo da base do dente, é empregada integração analítica durante a decomposição

em série de Fourier 2D para a dimensão θ (para a dimensão t continuou-se empregando integração numérica).

5.3 RESULTADOS PARA MÁQUINA LABORATÓRIO

Para a máquina operando em carga nominal, a Tabela 5-1 a seguir mostra o resultado das harmônicas de pressão obtidas no modelo em elementos finitos divididas pelos seus respectivos valores obtidos no cálculo analítico (Tabela 4-5 e Tabela 4-9). Neste primeiro momento considerou-se o modelo em elementos finitos com materiais ferromagnéticos não saturáveis sem e com o efeito dos enrolamentos amortecedores já incluindo as impedâncias de conexão entre barras. Foram destacadas apenas as harmônicas com amplitudes superiores a 600 N/m² no modelo analítico ou no modelo em elementos finitos.

Tabela 5-1

Amplitudes relativas das harmônicas de pressão (p.u. com base no cálculo analítico) para máquina em carga e material linear

	Sem amortecedor					Com amortecedor				
k \ Freq (Hz)	-240	-120	0	120	240	-240	-120	0	120	240
0	0,000	0,000	1,011	0,000	0,000	0,000	0,000	1,012	0,000	0,000
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,865	0,000	0,000	0,710	0,000	0,883	0,000	0,000	1,459
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,750	0,000	0,000	0,972	0,000	0,000	0,000	0,000	0,996	0,000
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,751	0,000	0,000	0,000	0,000	0,953	0,000	0,000
7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8	0,000	0,679	0,000	0,000	0,699	0,000	0,852	0,000	0,000	0,655
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,656	0,000	0,000	1,102	0,000	0,753	0,000	0,000	1,234	0,000
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,000	0,000	0,861	0,000	0,000	0,000	0,000	0,961	0,000	0,000
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14	0,000	0,861	0,000	0,000	0,388	0,000	0,862	0,000	0,000	0,000
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	0,573	0,000	0,000	1,313	0,000	0,708	0,000	0,000	1,478	0,000
17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,870	0,000	0,000	0,000	0,000	0,932	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	0,000	0,818	0,000	0,000	0,946	0,000	0,962	0,000	0,000	1,174
21	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
22	0,475	0,000	0,000	1,479	0,000	0,606	0,000	0,000	1,629	0,000
23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
24	0,000	0,000	1,651	0,000	0,000	0,000	0,000	1,712	0,000	0,000
25	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	0,000	0,564	0,000	0,000	0,462	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
28	0,646	0,000	0,000	1,649	0,000	0,646	0,000	0,000	1,819	0,000

Pode-se observar que existe uma diferença relativa entre os modelos que é menor que 20% para as harmônicas de ordens k mais baixas (i.e., k menor que 14), mas que pode chegar a 70% para as ordens mais altas. Esta variação ocorre tanto para mais quanto para menos nas harmônicas analisadas. Quando o enrolamento amortecedor é considerado, as variações relativas entre os modelos permanecem coerentes, indicando que os fatores de amortecimento observados na Tabela 4-9 (redução das amplitudes de pressão devido ao efeito amortecedor) são também verificados no modelo em elementos finitos.

Considerando-se o modelo em elementos finitos com materiais ferromagnéticos saturáveis, já com o efeito do amortecedor, a Tabela 5-2 a seguir mostra as amplitudes das harmônicas relativas quando se compara ao modelo em elementos finitos considerando material ferromagnético linear. A corrente de excitação e ângulo de fase das correntes no estator foram recalculados de modo que o campo fundamental continuasse representando o ponto de operação real da máquina.

O que se pode observar de maneira geral é que as amplitudes relativas são todas próximas de 1, indicando que os resultados não mudaram significativamente quando comparados ao caso anterior sem saturação. Isso pode ser explicado pelo fato de que esta máquina em particular possui entreferro grande para seu porte e portanto os efeitos de saturação são menos acentuados que caso do hidrogerador que, como será mostrado adiante na seção 5.4, tem suas amplitudes de pressão afetadas pela saturação.

Tabela 5-2

Amplitudes relativas das harmônicas de pressão (p.u. com base no cálculo MEF sem saturação) para máquina em carga, com amortecedor e material saturável

k \ Freq (Hz)	-240	-120	0	120	240
0	1,017	0,972	1,017	0,972	1,017
1	1,008	0,997	1,012	1,002	1,015
2	1,012	1,028	1,010	1,064	0,954
3	0,999	1,010	1,012	1,015	1,031
4	0,911	1,017	1,010	1,016	1,019
5	0,962	1,021	1,016	1,006	1,026
6	0,942	1,053	1,087	0,976	1,018
7	0,987	1,092	1,095	1,002	1,045
8	0,993	1,139	0,972	0,992	1,034
9	0,988	0,970	0,994	0,978	1,051
10	1,002	0,981	0,997	1,044	1,850
11	0,996	0,985	1,002	0,979	1,145
12	0,998	0,991	1,058	0,992	0,955
13	0,977	0,992	1,001	0,987	0,949
14	0,983	1,021	0,984	0,985	1,151
15	0,988	0,998	0,956	0,995	0,984
16	1,001	1,001	0,969	1,023	0,995
17	1,006	1,003	0,993	1,005	0,997
18	1,010	1,009	1,024	1,015	1,003
19	1,016	1,005	0,998	1,016	1,002
20	1,011	1,029	1,009	0,998	1,003
21	1,066	1,062	0,988	1,029	1,000
22	1,100	1,030	0,987	1,022	0,990
23	0,988	1,020	0,986	1,040	0,992
24	0,993	1,032	1,021	1,073	0,993
25	0,999	1,010	0,992	1,035	0,985
26	0,998	0,994	0,995	0,981	1,001
27	1,000	0,996	0,996	0,987	0,990
28	1,006	0,944	0,984	1,010	0,987

5.3.1 Consideração das forças tangenciais

Acrescentando-se o efeito das forças tangenciais conforme descrito na seção 5.2, já com o efeito do amortecedor e material saturável considerados, a Tabela 5-3 a seguir mostra as amplitudes das harmônicas relativas quando se compara ao modelo em elementos finitos considerando apenas forças radiais.

O que se pode observar é que as amplitudes relativas podem tanto aumentar quanto diminuir para as diferentes harmônicas após consideração das forças tangenciais. A exemplo disso verifica-se que para a harmônica k=4 e freq.=120Hz há um aumento de 9% enquanto que para k=8 e freq.=-120Hz há uma redução de 12% nas amplitudes. Para as harmônicas de ordens mais essa variação chegou a ser ainda maior.

Tabela 5-3

Amplitudes relativas das harmônicas de pressão (p.u. com base no cálculo MEF sem forças tangenciais) para máquina em carga, com amortecedor, material saturável e incluindo efeito das forças tangenciais

k \ Freq (Hz)	-240	-120	0	120	240
0	0,888	0,888	0,863	0,888	0,888
1	0,927	0,903	0,888	0,853	0,901
2	0,930	0,885	0,891	1,034	0,992
3	1,153	0,891	0,896	0,918	1,122
4	0,924	0,908	0,904	1,087	1,023
5	1,428	0,920	0,930	0,875	1,423
6	1,291	0,647	0,928	0,718	1,551
7	0,957	1,475	1,364	0,563	1,350
8	0,872	0,883	1,270	0,488	1,219
9	0,831	0,849	1,012	0,590	1,570
10	0,735	0,836	0,957	1,353	3,692
11	0,932	0,842	0,906	0,800	4,381
12	0,856	0,829	1,145	0,799	0,749
13	1,573	0,859	0,642	0,866	3,265
14	1,390	0,703	0,055	0,857	1,866
15	1,146	0,884	1,142	1,062	1,770
16	0,736	0,918	0,938	1,773	1,604
17	0,886	0,934	1,097	1,795	2,133
18	0,872	0,906	1,221	2,138	2,681
19	1,020	1,136	0,805	2,198	2,638
20	1,803	0,976	0,591	1,979	1,529
21	3,910	4,366	0,504	1,633	2,688
22	0,626	1,641	0,690	2,107	1,780
23	0,868	1,468	1,039	2,102	1,680
24	0,711	1,164	2,018	3,910	0,966
25	0,684	1,048	1,152	4,290	1,002
26	0,667	2,440	1,160	5,112	1,282
27	0,740	0,415	1,007	3,971	2,457
28	0,413	0,532	1,065	1,977	1,509

5.4 RESULTADOS PARA HIDROGERADOR

Para a máquina operando em carga nominal, a Tabela 5-4 a seguir mostra o resultado das harmônicas de pressão obtidas no modelo em elementos finitos divididas pelos seus respectivos valores obtidos no cálculo analítico (Tabela 4-11 e Tabela 4-13). Neste primeiro momento considerou-se o modelo em elementos finitos com materiais ferromagnéticos não saturáveis sem e com o efeito dos enrolamentos amortecedores já incluindo as impedâncias de conexão entre barras. Foram destacadas apenas as harmônicas com amplitudes superiores a 600 N/m² no modelo analítico ou no modelo em elementos finitos.

Tabela 5-4

Amplitudes relativas das harmônicas de pressão (p.u. com base no cálculo analítico) para máquina em carga e material linear

	Sem amortecedor					Com amortecedor				
k \ Freq (Hz)	-240	-120	0	120	240	-240	-120	0	120	240
0	0.000	0.000	1.017	0.000	0.000	0.000	0.000	1.019	0.000	0.000
9	0.910	0.000	0.000	0.922	0.000	1.003	0.000	0.000	0.867	0.000
18	0.000	0.891	0.000	0.000	1.084	0.000	0.785	0.000	0.000	1.249
27	0.000	0.000	0.874	0.000	0.000	0.000	0.000	0.908	0.000	0.000
36	0.971	0.000	0.000	0.929	0.000	0.875	0.000	0.000	0.948	0.000
45	0.000	0.850	0.000	0.000	1.857	0.000	0.848	0.000	0.000	2.565
54	0.000	0.000	0.878	0.000	0.000	0.000	0.000	0.753	0.000	0.000
63	0.799	0.000	0.000	1.075	0.000	0.763	0.000	0.000	1.116	0.000
72	0.000	0.887	0.000	0.000	1.353	0.000	0.888	0.000	0.000	1.379
81	0.000	0.000	0.875	0.000	0.000	0.000	0.000	0.843	0.000	0.000
90	0.735	0.000	0.000	1.122	0.000	0.727	0.000	0.000	1.193	0.000
99	0.000	0.817	0.000	0.000	1.991	0.000	0.886	0.000	0.000	1.469
108	0.000	0.000	0.909	0.000	0.000	0.000	0.000	1.047	0.000	0.000
117	0.676	0.000	0.000	1.151	0.000	0.723	0.000	0.000	1.298	0.000
126	0.000	0.611	0.000	0.000	0.925	0.000	0.854	0.000	0.000	2.460
135	0.000	0.000	0.964	0.000	0.000	0.000	0.000	0.959	0.000	0.000
144	0.621	0.000	0.000	1.284	0.000	0.62	0.000	0.000	1.341	0.000

Pode-se observar que existe uma diferença relativa entre os modelos que é menor que 20% para a maioria dos casos. Esta variação ocorre tanto para mais quanto para menos nas harmônicas analisadas, porém foi mais frequente o cálculo em elementos finitos mostrar amplitudes menores que o analítico (relação menor que 1). Quando o enrolamento amortecedor é considerado, as variações relativas entre os modelos permanecem coerentes de maneira geral, indicando que os fatores de amortecimento observados na Tabela 4-13 (redução das amplitudes de pressão devido ao efeito amortecedor) são também verificados no modelo em elementos finitos.

Considerando-se agora o modelo em elementos finitos com materiais ferromagnéticos saturáveis, já com o efeito do amortecedor, a Tabela 5-5 a seguir mostra as amplitudes das harmônicas relativas quando se compara ao modelo em elementos finitos considerando material ferromagnético linear. A corrente de excitação e ângulo de fase das correntes no estator foram recalculados de modo que o campo fundamental continuasse representando o ponto de operação real da máquina.

Pode-se verificar que o efeito da saturação magnética neste caso tende a diminuir consideravelmente as amplitudes de campo magnético e de pressão radial. Como exemplo, para a harmônica com k=9 e freq=120Hz observa-se uma redução de 1-0.537=46.3% na amplitude da onda de pressão.

Tabela 5-5

Amplitudes relativas das harmônicas de pressão (p.u. com base no cálculo MEF sem saturação) para máquina em carga, com amortecedor e material saturável

k \ Freq (Hz)	-240	-120	0	120	240
0	1.303	0.765	0.977	0.765	1.303
9	0.365	0.725	0.937	0.537	0.692
18	0.542	0.408	0.903	0.812	0.612
27	0.228	0.241	0.528	0.184	0.231
36	0.374	0.772	0.891	1.001	2.107
45	0.546	0.308	0.259	0.242	2.385
54	0.501	0.997	1.079	1.064	0.525
63	0.387	3.652	0.672	0.678	0.682
72	0.975	0.842	0.488	1.129	1.041
81	0.718	0.743	0.743	2.085	0.556
90	0.378	1.730	0.432	0.898	0.628
99	0.334	0.554	0.099	0.950	1.128
108	0.518	0.725	0.826	0.567	0.485
117	0.471	0.273	0.592	1.938	0.297
126	0.232	0.865	0.549	0.419	3.100
135	0.757	0.354	0.558	1.170	2.247
144	0.455	0.713	1.796	0.540	1.124

5.4.1 Consideração das forças tangenciais

Acrescentando-se o efeito das forças tangenciais conforme descrito na seção 5.2, já com o efeito do amortecedor e material saturável considerados, a Tabela 5-6 a seguir mostra as amplitudes das harmônicas relativas quando se compara ao modelo em elementos finitos considerando apenas forças radiais.

Pode-se observar que o efeito das forças tangenciais podem tanto amplificar quanto atenuar consideravelmente uma harmônica de pressão radial. A exemplo disso verifica-se que para a harmônica k=9 e freq.=120Hz há um aumento de 17% enquanto que para k=18 e freq.=-120Hz há uma redução de 20% nas amplitudes.

Tabela 5-6

Amplitudes relativas das harmônicas de pressão (p.u. com base no cálculo MEF sem forças tangenciais) para máquina em carga, com amortecedor, material saturável e incluindo efeito das forças tangenciais

k \ freq.(Hz)	-360	-240	-120	0	120	240	360
0	-	-	-	0.942	-	-	-
9	-	-	-	-	1.169	-	-
18	-	-	0.798	-	-	1.132	-
27	-	-	-	1.124	-	-	-
36	-	-	-	-	1.697	-	-
45	-	-	0.956	-	-	1.498	-
54	-	-	-	0.975	-	-	-
63	-	-	-	-	2.129	-	-
72	-	-	0.608	-	-	2.545	-

5.5 CONCLUSÕES SOBRE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS

Este trabalho apresentou resultados de simulações via método dos elementos finitos para as forças eletromagnéticas precursoras de vibração radial do núcleo do estator. Tais forças foram estudadas, assim como no modelo analítico, como uma série de ondas de pressão radial atuantes sobre a superfície interna da coroa do estator, uniformes ao longo do comprimento axial e dependentes apenas de duas dimensões: posição angular e tempo.

Foi possível se verificar, em linhas gerais, uma concordância entre os modelos numérico e analítico quanto às ondas de pressão resultantes tanto no caso em que o efeito do enrolamento amortecedor é desprezado quanto no caso em que este é levado em consideração.

Pode-se verificar também a relevância da saturação magnética para o problema, que chegou a alterar em 46% as amplitudes de algumas ondas de pressão para o caso do hidrogerador exemplo quando comparados aos seus equivalentes com material ferromagnético ideal (seção 5.4). Em geral, a saturação magnética é desprezada ou apenas tratada por aproximações lineares em cálculos analíticos tradicionais, evidenciando que este trabalho contribui para o refinamento e avaliação mais detalhada das forças magnéticas atuantes no núcleo graças à capacidade do método dos elementos finitos em considerar efeitos não lineares locais no material ferromagnético.

Um novo método para consideração da influência indireta das forças tangenciais nos dentes sobre a vibração radial do estator foi proposto e, por este método, as amplitudes de algumas harmônicas de pressão chegaram a se alterar consideravelmente, evidenciando a importância de tal consideração. A exemplo disso pode-se verificar na seção 5.4.1 que para a onda de pressão de ordem 9 e frequência 120Hz há um aumento de 17% enquanto que a de ordem 18 e frequência -120Hz há uma redução de 20% nas amplitudes. Esta abordagem sobre as forças tangenciais no contexto de vibração radial de grandes hidrogeradores contribui para a originalidade deste trabalho.

6 MODELO MECÂNICO

A partir das forças eletromagnéticas obtidas nos itens anteriores é possível se calcular, através de um modelo mecânico, a resposta e vibração resultante do núcleo do estator. Esta combinação entre os modelos eletromagnético e mecânico pode se dar de várias formas, mas a principal delas se dá através do método de superposição modal (27). Por este princípio assume-se que as forças de excitação sobre o sistema podem ser decompostas nas formas dos diferentes modos naturais da estrutura (autovetores do sistema de equações dinâmicas) e a vibração total é dada pela superposição dos efeitos de cada componente de força encontrada atuando unicamente sobre seu modo correspondente. A grande vantagem desta abordagem é a de que ao final do processo de cálculo tem-se profundo e detalhado conhecimento sobre o comportamento vibracional da estrutura, podendo-se avaliar separadamente a influência de cada componente de força. Será este, portanto, o método considerado neste trabalho.

Com isso, a parte chave do escopo mecânico consiste na determinação das frequências e modos naturais de vibrar do sistema. A partir dessas informações, já durante a fase de projeto de máquinas síncronas, o projetista pode buscar manter uma distância mínima entre as frequências naturais e as frequências de excitação conhecidas para determinados modos de vibração mais críticos. Tal exemplo deixa evidente a importância do cálculo das frequências próprias da estrutura.

Na literatura podem-se encontrar estudos com diferentes considerações feitas a respeito das influências dos dentes, da coroa, do empilhamento, do enrolamento, da carcaça e até mesmo da fundação do estator sobre as frequências naturais, tornando os modelos mais ou menos complexos. Da mesma forma, tanto modelos analíticos quanto modelos numéricos (e.g. utilizando o método dos elementos finitos) são encontrados. No presente trabalho, contudo, como o enfoque é dado para o problema eletromagnético, será explorado apenas o modelo analítico apresentado em (12) (13), que trata o núcleo como um anel cilíndrico delgado (ou casca cilíndrica) podendo ter suas extremidades axiais livres ou simplesmente apoiadas. Tal modelo é aplicável para anéis cilíndricos cuja espessura seja muito menor que seu raio (12).

Em primeira aproximação, um modelo linear simplificado do núcleo pode ser obtido analiticamente reduzindo-o a um tubo cilíndrico formado por sua coroa. Esta

concepção se justifica pois para as vibrações radiais geradas pelas forças eletromagnéticas ocorrem predominantemente os fenômenos de flexão e/ou alongamento do núcleo, fenômenos para os quais a energia elástica do sistema tem pouca contribuição dos dentes ou das barras inseridas nas ranhuras do estator. Estes dois últimos elementos podem ser vistos então, neste contexto, apenas como massas adicionais ao sistema. Os modos naturais de vibração associados a este modelo têm a forma de cossenoides de diversas ordens, ou com diferentes números de nós, e estão representados a seguir (12):

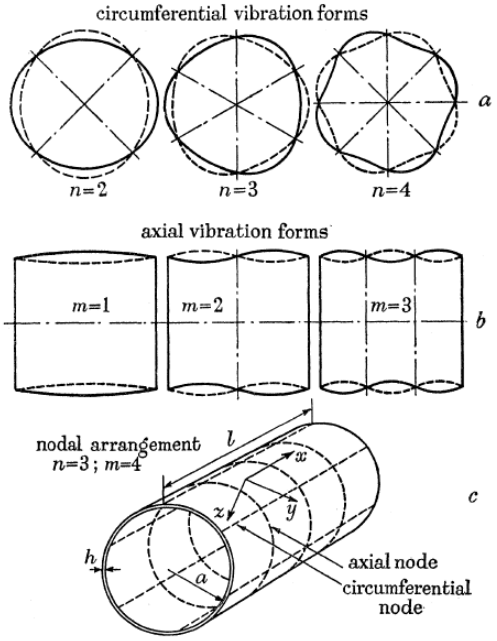


Figura 6-1 Modos de Vibração (figura extraída de Arnold et Warburton (12))

Os modos são então definidos em função do número de nós na circunferência e no comprimento axial. Como detalhado no Apêndice C, para cada um dos modos existem três frequências naturais distintas associadas, dependendo das amplitudes relativas do movimento nas três componentes x,y e z (Figura 6-1). Como caso prático interessa apenas a frequência associada a deslocamentos predominantemente radiais, que será explorada de forma mais detalhada no Apêndice C.

J.C. White (13) obtém ainda um modelo onde pode ser considerada uma anisotropia nas características do material que compõe o cilindro. Esta abordagem pode ser utilizada, por exemplo, para consideração de características anisotrópicas equivalentes para um cilindro constituído de lâminas empilhadas (como é o caso bastante comum de máquinas elétricas).

Dado este contexto, esta seção busca resumir o conteúdo dos artigos referência (12) e (13), trazendo os seus aspectos mais importantes. Busca-se um resumo conceitual do processo de cálculo das frequências naturais de cascas cilíndricas finas nos diferentes modos de vibração, conforme (12) e (13), para as condições de contorno de bordas livres ou simplesmente apoiadas.

Adicionalmente busca-se avaliar o comportamento de tais frequências em função de parâmetros de interesse.

6.1 RESUMO CONCEITUAL DO PROCESSO DE CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

O equacionamento proposto por (12) e (13) baseia-se nas equações de energia do sistema. No modelo, que despreza qualquer tipo de perda ou dissipação, as únicas energias envolvidas são a elástica e a cinética.

É possível escrever-se uma equação para cada uma das energias, totais em todo o volume, em função apenas dos deslocamentos e velocidades de pontos solidários a uma superfície intermediária adotada. Finalmente, relacionando-se as energias entre si através da equação de Lagrange, tem-se como resultado equações diferenciais em termos apenas das variáveis de deslocamento da superfície intermediária. Tais equações diferenciais permitirão a obtenção das frequências naturais do sistema.

Na prática, as equações diferenciais irão traduzir-se em um sistema de equações algébricas quando aplicado o conceito de modos naturais de vibração, que em essência são funções autovetores para os operadores diferenciais. Os modos naturais a serem considerados precisam atender às condições de contorno que se aplicam ao problema. No Apêndice C é explorado em mais detalhes o equacionamento das frequências naturais para a condição de contorno de bordas livres e simplesmente apoiadas (onde não há deslocamentos do cilindro nas duas extremidades axiais).

6.2 RESULTADOS DO MODELO MECÂNICO PARA FREQUÊNCIAS NATURAIS

Serão apresentados a seguir os resultados para o parâmetro adimensional $\sqrt{\Delta}$, que é proporcional à frequência natural f_n (como detalhado no Apêndice C) e possui a vantagem de não depender de dimensões e grandezas absolutas dos materiais. Nota-se que $\sqrt{\Delta}$ depende apenas dos parâmetros:

- $\frac{h}{a}$
- μ_{yx} (em geral = 0.3 para o aço)
- $\frac{E_x}{E_y}$
- $\delta = m \cdot \frac{\pi a}{l}$
- n

Onde:

h: Altura radial coroa do estator (espessura do cilindro)

a: Raio médio do cilindro equivalente do núcleo do estator

μ_{yx}: Coeficiente de Poisson

E_x: Modulo de Young na direção axial

E_y: Modulo de Young na direção tangencial ou radial

l: Comprimento do cilindro equivalente do núcleo do estator

m: Número de onda axial (conforme Figura 6-1)

n: Número de onda circunferencial (conforme Figura 6-1)

Obs: Consequentemente, $2n$ corresponde ao número de nós na circunferência para o modo em questão.

6.2.1 Efeito dos números de onda n e m

A título de exemplo, para $\frac{\pi a}{l} = 1$; $\frac{h}{a} = 0.05$; $\frac{E_x}{E_y} = 0.20$ tem-se como resultado:

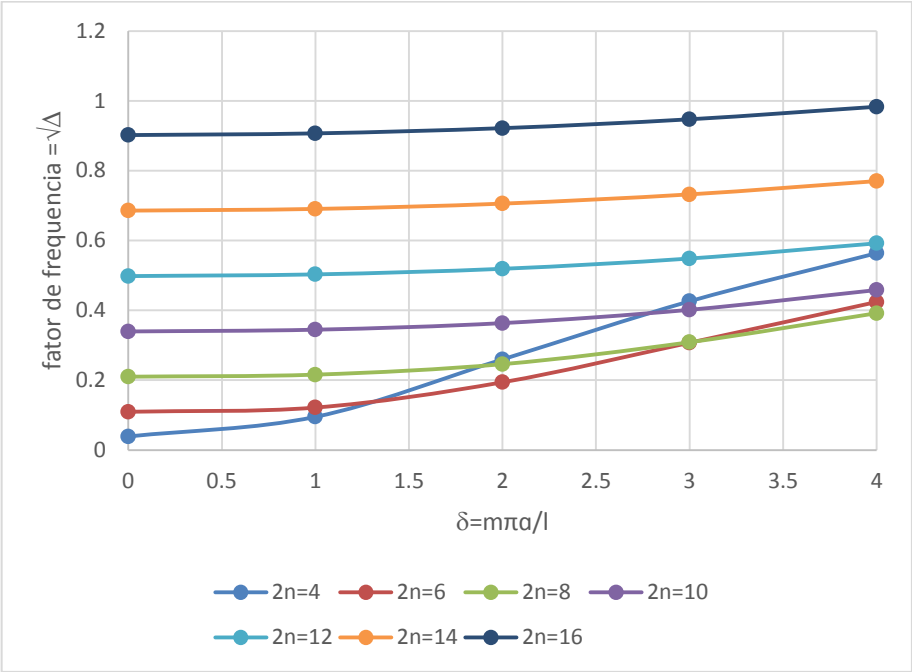


Figura 6-2 - Frequência natural em função do nº de nós circunferenciais e meia-ondas axiais

De forma equivalente, pode-se apresentar o mesmo gráfico com número de onda circunferencial n no eixo das abscissas, como segue:

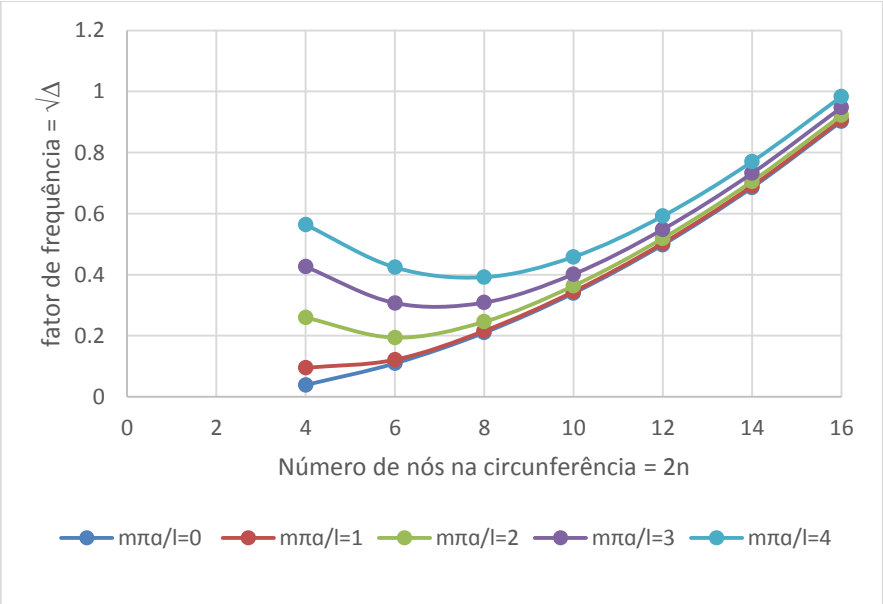


Figura 6-3 - Frequência natural em função do nº de nós circunferenciais e meia-ondas axiais

Ambos os gráficos mostram uma tendência de que para n elevado as frequências associadas a diferentes números m tendem a um mesmo valor. Ou ainda, de forma contrastante, para baixos valores de n o número de meia-ondas axiais m torna-se mais importante.

Nos gráficos está presente a curva correspondente a $m = 0$, que na verdade corresponde à condição de contorno de extremidades totalmente livres (nenhuma meia-onda axial presente). Pode-se notar que, devido ao fato exposto no parágrafo acima, a condição de contorno de bordas simplesmente apoiadas tem um impacto maior nas frequências associadas a baixos valores de n. Vale ainda ressaltar que mesmo que exista uma excitação em $m = 0$ para a condição de contorno de bordas simplesmente apoiadas (i.e. uma pressão constante em todo comprimento axial), serão excitados os modos com m ímpar já que o modo $m = 0$ não é permitido, cada um com uma amplitude diferente da força de excitação (amplitudes essas que podem ser calculadas a partir da força original).

Um fato curioso que se extrai daqui é que, apesar de $\sqrt{\Delta}$ crescer com n para valores elevados de n, este comportamento se inverte para baixos valores de n. Em outras palavras, para baixos valores de n, a frequência natural decresce com o aumento da complexidade do padrão de vibração. Este fato era inesperado por Arnold et Warburton (12), que primeiro derivaram este resultado de forma teórica, mas depois o comprovaram experimentalmente. A explicação conceitual que encontraram para isso reside na natureza da energia elástica armazenada no sistema, que pode ser separada em dois tipos: aquela associada à flexão e aquela associada ao alongamento da superfície intermediária. Separando estas duas componentes Arnold et Warburton (12) concluíram que para baixos valores de n prevalece a energia devida ao alongamento, e a medida que n aumenta a parcela devida à flexão vai se tornando mais importante. Desta forma, a energia elástica do sistema pode ser ilustrada qualitativamente conforme gráfico a seguir:

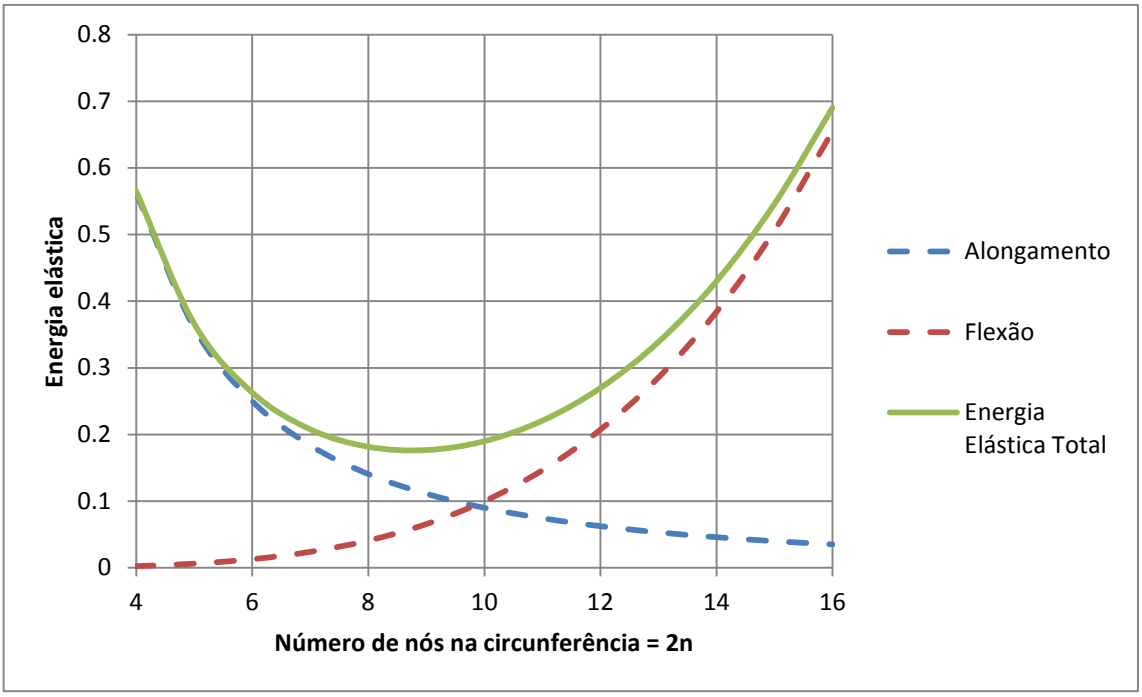


Figura 6-4 - Natureza da energia elástica em função do número de nós circunferenciais

Portanto, o decréscimo da energia elástica total para valores baixos de n explica o comportamento similar para as frequências naturais.

6.2.2 Efeito da anisotropia

Para ilustrar o efeito da anisotropia do material, tomam-se como exemplo dois casos: $m = 1$ e $m = 4$. Para ambos tem-se $\frac{\pi a}{l} = 1$; $\frac{h}{a} = 0.05$. Os gráficos a seguir mostram como varia o parâmetro $\sqrt{\Delta}$ em função da relação $\frac{E_x}{E_y}$ entre os módulos de elasticidade equivalentes nas direções x e y. Evidentemente o caso $\frac{E_x}{E_y} = 1$ corresponde à condição de isotropia.

Pode-se notar de imediato que o caso com $m = 4$ é mais sensível aos efeitos da anisotropia quando comparado com $m = 1$.

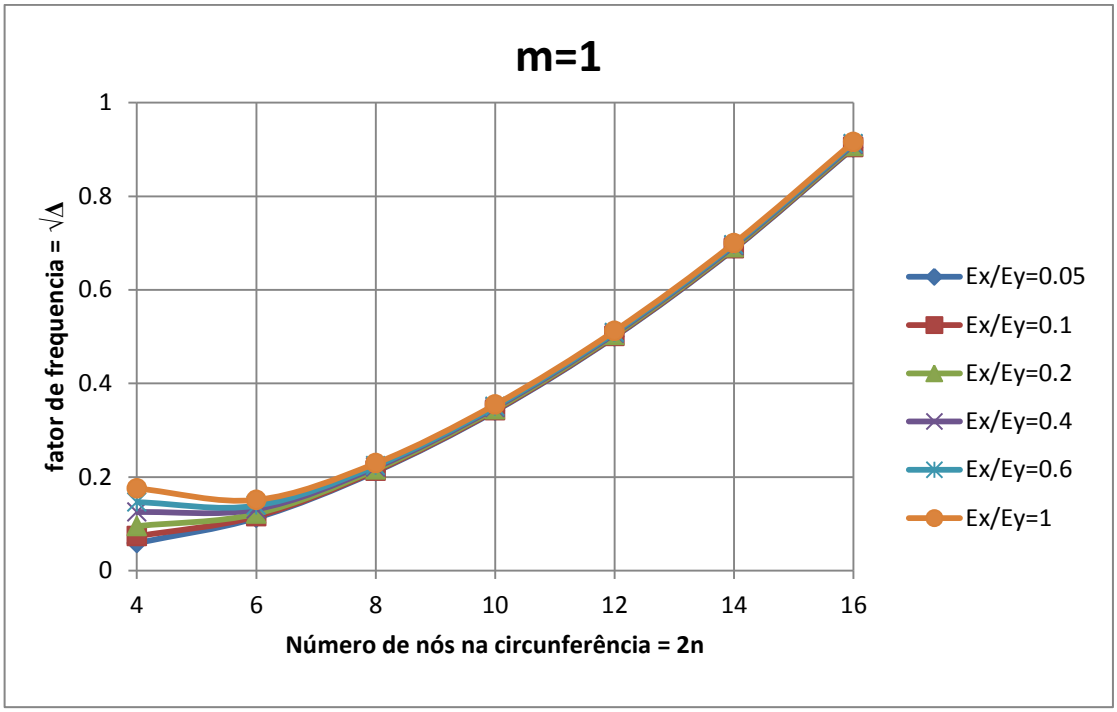


Figura 6-5 - Efeito da anisotropia em função no número de nós circunferenciais para m=1

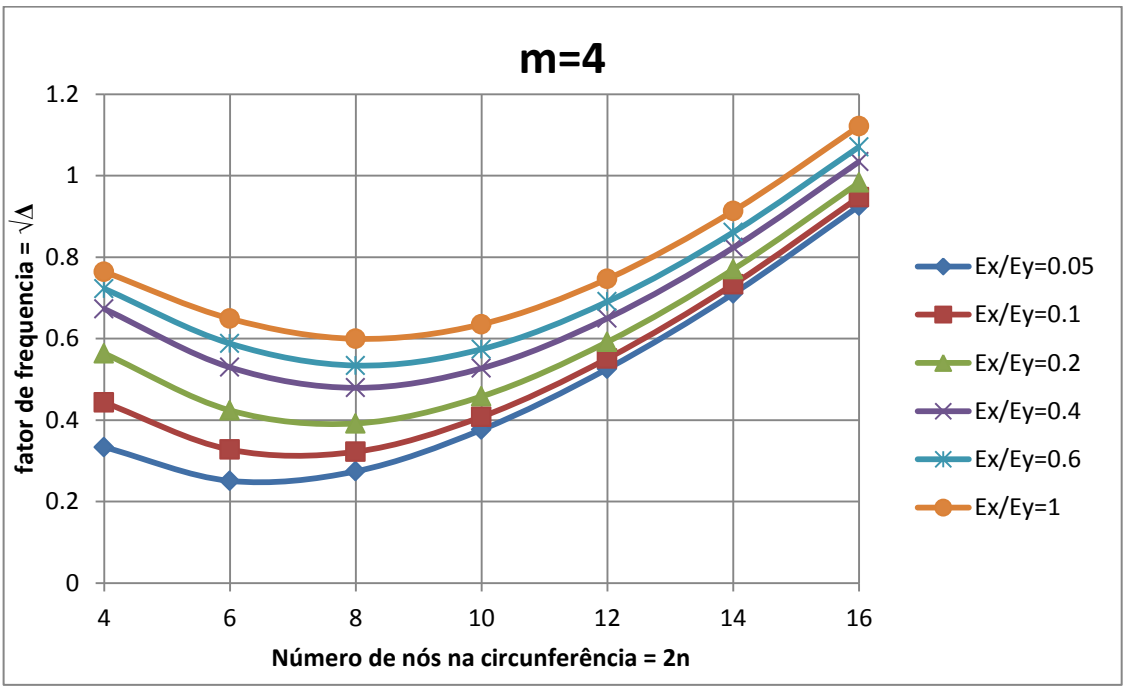


Figura 6-6 - Efeito da anisotropia em função no número de nós circunferenciais para m=4

Ambos os casos concordam que as diferentes curvas de $\frac{E_x}{E_y}$ tendem a convergir entre si conforme n aumenta. Em outras palavras, o efeito da anisotropia torna-se mais evidente para baixos valores de n (oposto do que acontece com relação a m).

6.2.3 Efeito das dimensões do cilindro

Para $\frac{\pi a}{l} = 1$ e $m = 1$ avalia-se o comportamento de $\sqrt{\Delta}$ em função da relação $\frac{h}{a}$ entre a espessura do cilindro e o raio da superfície intermediária.

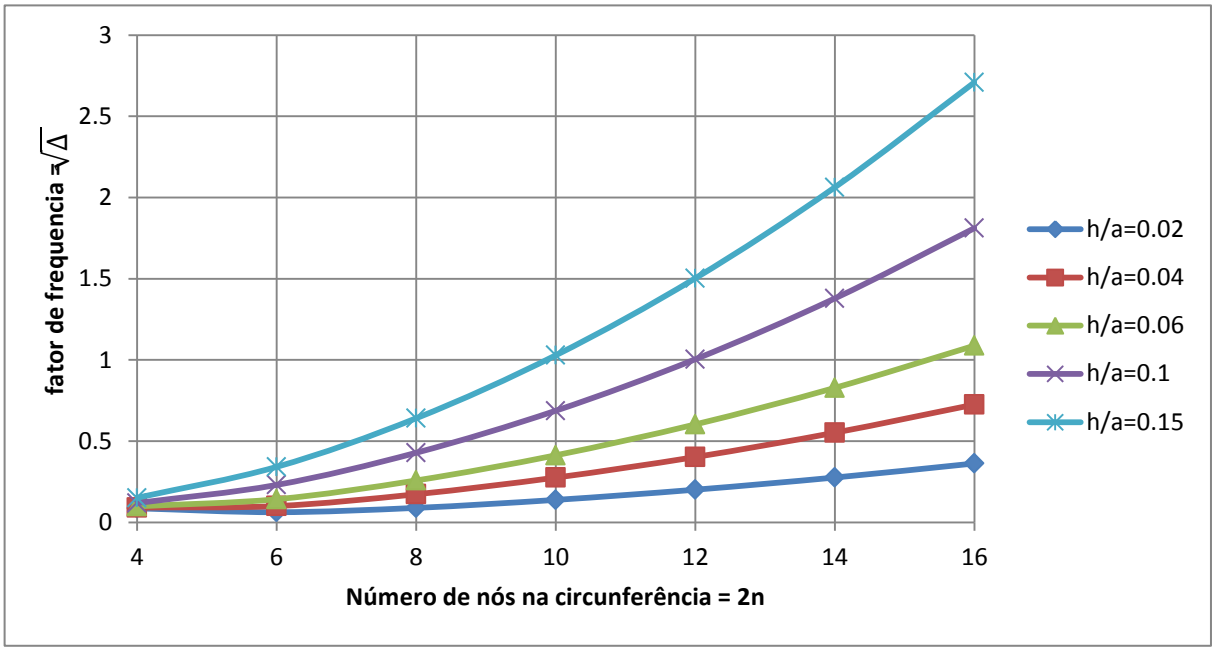


Figura 6-8 - Efeito da relação entre espessura e raio da superfície intermediária

Nota-se que há um efeito maior da relação $\frac{h}{a}$ para valores elevados de n. Isto significa que, por exemplo, se na fase de projeto de algum dispositivo deseja-se por algum motivo alterar a frequência natural associada a um valor n elevado, isso pode ser facilmente conseguido alterando-se a relação $\frac{h}{a}$. A mesma solução para o caso de baixo valor de n já não seria tão eficaz.

Por fim, para um determinado valor de $\sqrt{\Delta}$ sabemos (conforme detalhado no Apêndice C) que podemos calcular a frequência natural associada como sendo:

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{E_y g}{\rho\lambda}} \cdot \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = k \cdot \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \qquad \textbf{6-1}$$

Onde k simboliza uma constante independente das dimensões físicas do cilindro. g é aceleração da gravidade, ρ é a densidade de massa e λ é igual a $1 - \mu_{xy}\mu_{yz}$.

A equação acima mostra que a frequência natural ainda pode ser influenciada pelo valor absoluto do raio a. Para o mesmo valor de $\sqrt{\Delta}$ tem-se que quanto maior a menor será f_n.

6.2.4 Resultados para hidrogerador exemplo

A fim de exemplificar os resultados numéricos do modelo de cálculo das frequências naturais, foram considerados os dados dimensionais do hidrogerador exemplo apresentado na seção 4.

Considerando a massa total do núcleo e enrolamento do estator de 140990kg, altura radial da coroa de 141.5mm, diâmetro externo do núcleo de 11m e comprimento total de 2.27, a densidade equivalente dividindo-se a massa total pelo volume do anel cilíndrico formado pela coroa do estator é de 12870 kg/m³. Com estes dados chega-se às frequências naturais mostradas na Figura 6-9 a seguir utilizando o modelo analítico de núcleo livre no espaço (condição de contorno de extremidades totalmente livres).

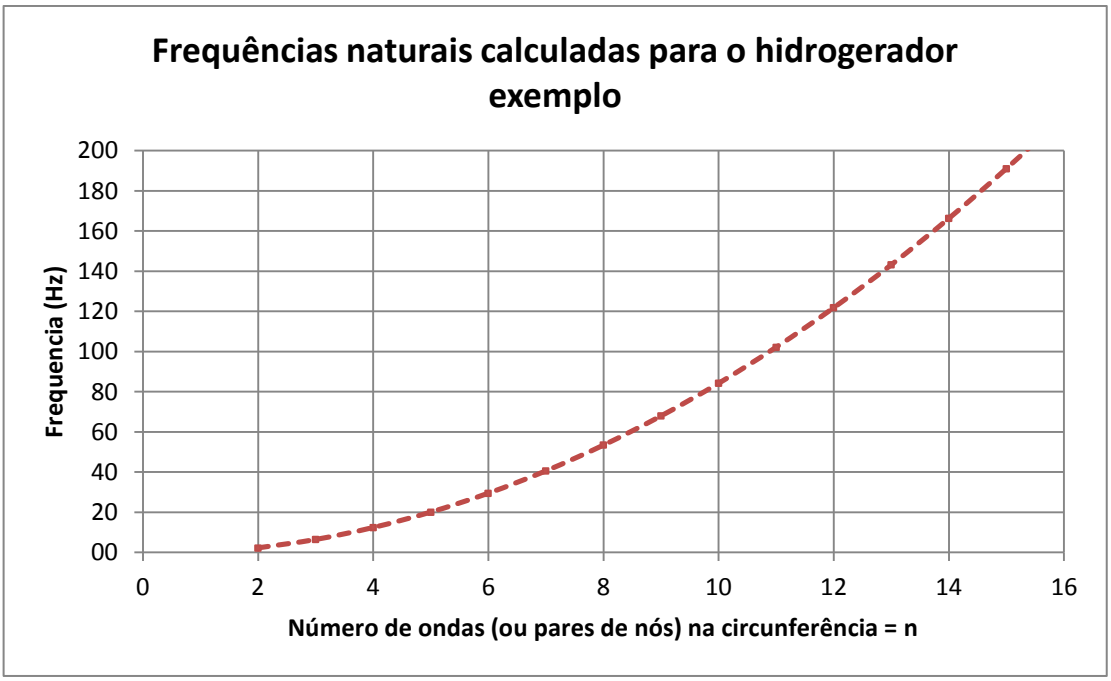


Figura 6-9 - Frequências naturais calculadas para o hidrogerador exemplo

6.3 RESPOSTA FORÇADA DO SISTEMA

Sabendo-se as forças de excitação do sistema e as frequências naturais é possível se estimar a resposta forçada a partir da equação básica de resposta de um sistema massa mola unidimensional simples (amortecimento desprezado):

$$Y(\omega) = \frac{1}{\omega^2 - {\omega_n}^2} \cdot \frac{F(\omega)}{m} \qquad \textbf{6-2}$$

Onde $Y(\omega)$ é o deslocamento do sistema massa para a frequência angular ω, $F(\omega)$ é a força de excitação nesta mesma frequência ω, m é a massa e ω_n a frequência angular natural ($\omega_n = 2\pi f_n$).

A ideia é que cada modo natural do sistema se comporte como um sistema massa mola simples e independente dos outros, de forma que a resposta total do sistema possa ser escrita como a superposição das respostas independentes destes modos (27). Para isso, as forças de excitação precisam ser decompostas em termos das formas dos modos naturais, que no caso estudado corresponderiam a ondas de pressão com as formas senoidais previstas na Figura 6-1.

De forma análoga à equação 6-2:

$$Y_k(\omega) = \frac{1}{\omega^2 - {\omega_n}^2} \cdot \frac{P_k(\omega)}{\rho \cdot h} \qquad \textbf{6-3}$$

Onde:

k: Modo natural avaliado

Y_k: Amplitude da resposta (deslocamento) do sistema para o modo k

P_k: Amplitude da componente de onda de pressão decomposta no modo k

ρ: Densidade do material

h: Altura radial da coroa (espessura do cilindro)

Para o caso de núcleo estatórico com bordas livres pode-se notar que as harmônicas de pressão magnética calculadas nas seções 4 e 5 deste trabalho (e.g. valores da Tabela 4-11) já correspondem justamente às formas dos próprios modos de vibração com $m = 0$ (axialmente uniformes).

A título de exemplo, para a onda de pressão da Tabela 4-11 com ordem $k = 9$ e freq.=120Hz tem-se amplitude de 11091 N/m². Esta onda de pressão excitaria unicamente o modo correspondente com $n = 9$ e $m = 0$ considerando o núcleo com bordas livres. Supondo que a frequência natural deste modo seja de 70Hz, a densidade de massa equivalente do núcleo seja 9000 kg/m³ e a altura radial da coroa seja de 150mm, a amplitude da resposta forçada do sistema causada pela onda de pressão em questão calculada com base na equação 6-3 seria:

$$Y_{k=9\,;120Hz} = \frac{1}{(2\pi \cdot 120)^2 - (2\pi \cdot 70)^2} \cdot \frac{11091}{9000 \cdot 0.150} = 21.9\ \mu m\ pico$$

Isso corresponderia, portanto, neste exemplo, a uma vibração forçada de 43.8 μm pico-a-pico causada unicamente pela onda de pressão com ordem $k = 9$ e freq.=120Hz.

6.4 CONCLUSÕES SOBRE O MODELO MECÂNICO

Pode-se observar que o processo de cálculo das frequências naturais de uma casca cilíndrica fina está baseado nas equações de energia do sistema, desprezando-se qualquer tipo de perda ou dissipação. Obtém-se como resultado um modelo analítico de um sistema linear com modos de vibração definidos em função do número de nós circunferenciais e axiais. Para cada um dos modos existem 3 frequências próprias associadas, sendo apenas aquela de valor mais baixo a de interesse prático, por estar relacionada com vibrações predominantemente radiais.

Os possíveis modos de vibração, e portanto as possíveis frequências naturais, são definidos em função das condições de contorno do sistema. Foi explorado o caso de bordas simplesmente apoiadas (onde não há deslocamentos do cilindro nas duas extremidades axiais), mas também foi possível se fazer uma comparação direta com o caso de extremidades totalmente livres, com $m = 0$ (nenhum nó axial). Nesta comparação nota-se que o impacto maior das condições de contorno avaliadas e do número de nós axiais m está nos modos com baixos valores de n (poucos nós circunferenciais). Sabendo-se que no caso de máquinas elétricas em geral os modos com baixos valores de n são aqueles associados às maiores amplitudes de vibração, conclui-se que a condição de contorno adotada é bastante importante para os estudos conduzidos nas fases de projeto de tais máquinas.

É interessante notar que, mesmo assumindo que as forças de excitação sejam invariantes no comprimento axial, a condição de contorno adotada pode não permitir vibrações com $m = 0$ (como é o caso de bordas simplesmente apoiadas) e neste caso acabarão sendo excitados diversos modos axiais, nos quais se pode decompor a força de excitação. Por exemplo, no caso de uma excitação constante no comprimento axial para a condição de contorno de bordas simplesmente apoiadas, todos os modos com m ímpar serão excitados, cada um com uma amplitude diferente da força de excitação (amplitudes essas que podem ser calculadas a partir da força original).

Os efeitos da anisotropia do material, por sua vez, mostraram-se mais evidentes também para baixos valores de n, ressaltando da mesma forma sua importância para o caso exemplo das máquinas elétricas.

Pôde-se avaliar o efeito das dimensões da casca cilíndrica nas frequências naturais. Desta avaliação pode-se concluir que, se na fase de projeto de algum dispositivo deseja-se por algum motivo alterar a frequência natural associada a um valor n elevado, isso pode ser facilmente conseguido alterando-se a relação $\frac{h}{a}$. A mesma solução para o caso de baixo valor de n mostra-se não ser tão eficaz.

Por fim, com base nas frequências naturais obtidas para cada modo e na decomposição das forças de excitação nas formas dos modos naturais mostrou-se como obter a resposta forçada do sistema (equação 6-3).

7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para validação do modelo analítico e do modelo em elementos finitos desenvolvidos neste trabalho, foram utilizados os resultados de alguns ensaios sobre as duas máquinas estudadas: a máquina laboratório e o hidrogerador apresentados na seção 4.

Os focos das medições nas duas máquinas, entretanto, foram diferentes. Na máquina laboratório foram feitas medições de campo magnético durante operação em vazio e em curto circuito enquanto que para o hidrogerador foram utilizados dados de medição de modos e frequências naturais (20) e de medição direta de vibração do núcleo estatórico através de acelerômetros durante operação em plena carga, dados estes extraídos de relatório de pesquisa e desenvolvimento realizado em agosto de 2017 (19).

Os detalhes das medições e comparações com resultados previstos pelos modelos nas mesmas condições operativas são apresentados a seguir.

7.1 MEDIÇÕES SOBRE MÁQUINA LABORATÓRIO

Todas as medições realizadas na máquina laboratório utilizaram os seguintes equipamentos:

- Transdutor de densidade de fluxo magnético por efeito hall
- Transdutor de corrente para instalação no terminal de uma fase do estator
- Transdutor de corrente para instalação no terminal do enrolamento de campo com capacidade de medição em corrente contínua
- Encoder (medidor de velocidade de rotação)
- Osciloscopio

Um motor assíncrono acionado por inversor foi utilizado conectado ao eixo da máquina laboratório de forma a fazer com que esta operasse no modo gerador. Uma fonte de corrente contínua controlável foi utilizada para alimentação do enrolamento de campo.

A foto a seguir ilustra a máquina utilizada para as medições.

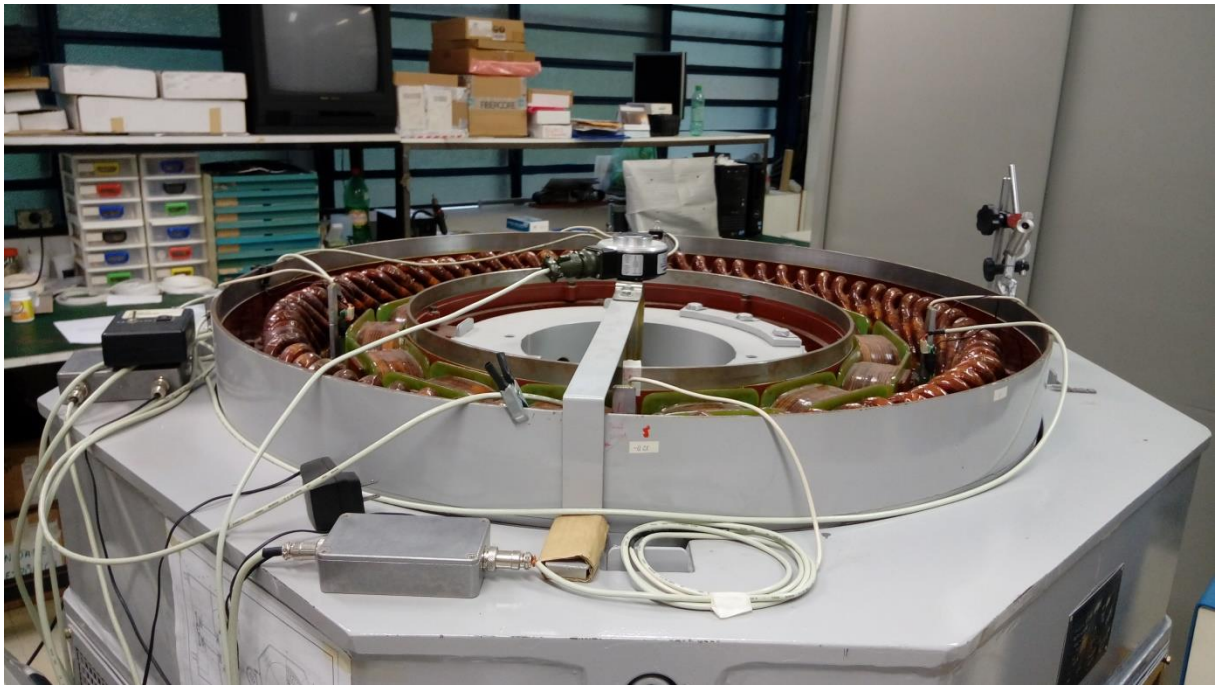


Figura 7-1 Máquina laboratório utilizada para as medições

O transdutor de fluxo magnético foi montado juntamente com duas cunhas auxiliares de modo a fazer com que este ficasse centralizado à meia altura de um pacote intermediário do núcleo e também a uma distância aproximada de 1,5 mm do dente do estator. Este dispositivo foi feito de tal modo que pudesse ser colocado em qualquer dente do estator.

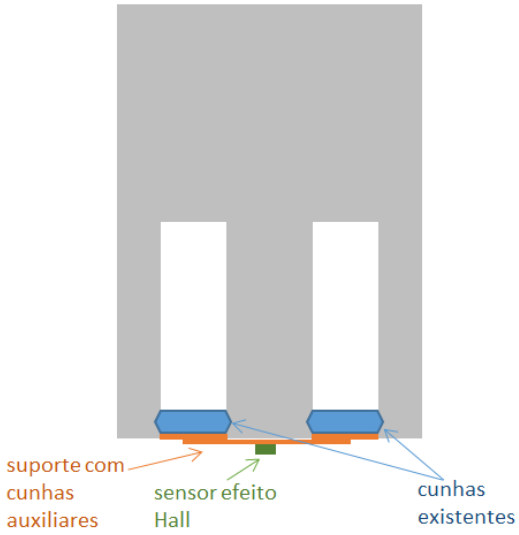


Figura 7-2 Dispositivo para colocação do transdutor de efeito hall

Duas condições operativas, com o estator em vazio e em curto circuito, foram avaliadas conforme detalhado a seguir.

7.1.1 Máquina laboratório operando em vazio

Para esta medição o transdutor de campo magnético foi fixado em um dente arbitrário do estator, o enrolamento de campo foi excitado com corrente contínua de 5,5 A e rotor foi girado manualmente até realizar uma volta completa. Os sinais campo magnético e os sinais do encoder foram registrados simultaneamente no osciloscópio de modo a tornar possível que se trace o sinal de campo magnético em função da posição angular do rotor.

Os resultados obtidos no ensaio bem como os valores previstos pelos modelos teóricos desenvolvidos neste trabalho para operação em vazio com a mesma corrente de campo são apresentados no gráfico a seguir para um ciclo completo do rotor:

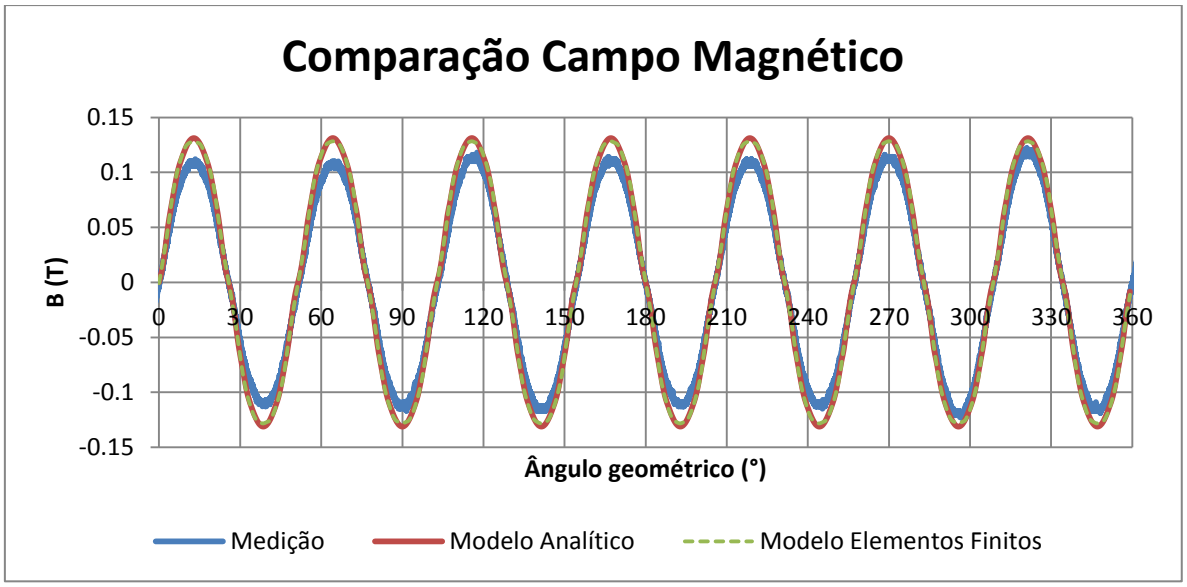


Figura 7-3 - Campo magnético medido e calculado para operação em vazio

Pode-se observar que o sinal medido tem amplitudes diferentes para cada um dos 14 polos da máquina. Isto se deve à natural variação de entreferro real da máquina para cada um dos polos. O gráfico a seguir mostra em mais detalhes a comparação entre valores teóricos e medidos quando se considera o par de polos com maior amplitude de campo medida:

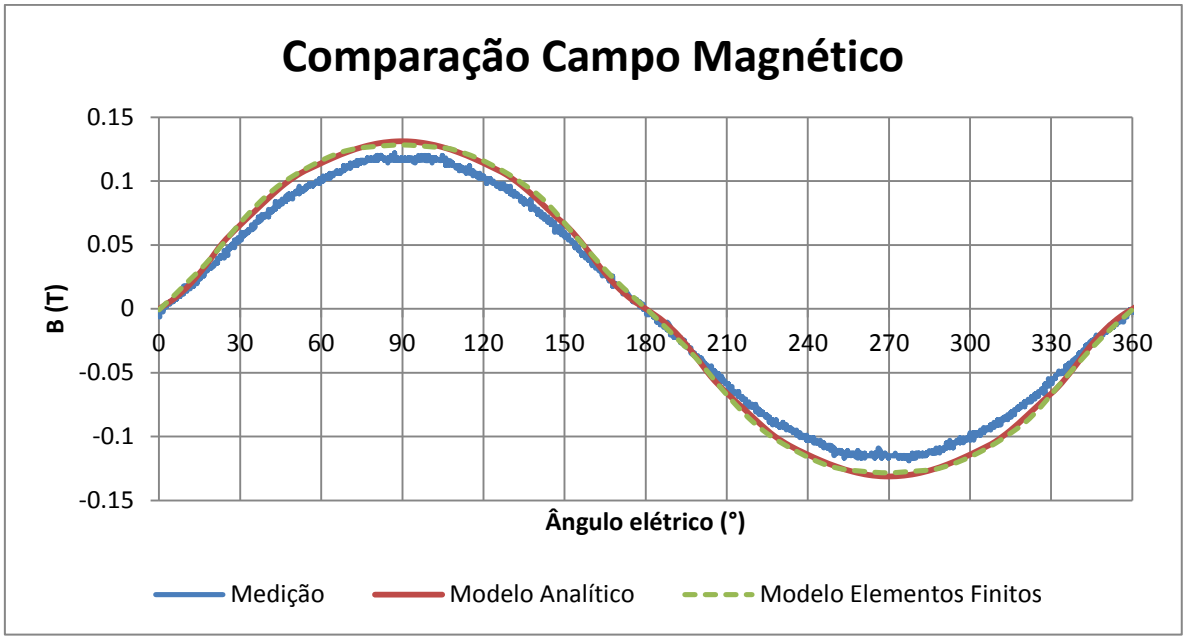


Figura 7-4 - Campo magnético medido e calculado em vazio para 2 passos polares

Nota-se que, embora haja uma diferença de amplitude, os sinais calculados e medido possuem forma muito semelhante e coerente entre si. Ambos os modelos de cálculo (analítico e elementos finitos) apresentam amplitude de campo de aproximadamente 0.13T enquanto que o sinal medido tem amplitude de 0.12T para os dois polos considerados. Tal diferença pode ser atribuída a uma possível diferença entre o entreferro real da máquina e ao seu valor nominal considerado nos modelos teóricos de cálculo de campo.

7.1.2 Máquina laboratório operando em curto circuito

Nesta etapa a máquina laboratório foi levada à rotação de 360 rpm (o que produz frequência elétrica de 42 Hz) enquanto que os terminais do estator foram conectados em curto circuito e o enrolamento de campo alimentado por uma corrente contínua de 9 A. Em tal condição a corrente induzida no enrolamento do estator foi de 182 A rms, a qual foi oscilografada juntamente com os sinais do encoder e do transdutor de campo magnético colocado em um determinado dente do estator.

O registro das medições supracitadas foi repetido 36 vezes, cada vez colocando-se o transdutor de campo em um dente subsequente do estator. Embora a máquina tenha 72 dentes, só foi possível se realizar as medições para 36 deles devido a

limitações físicas para colocação do sensor (interferência com outros componentes da máquina). Dado o fato de que o enrolamento do estator possui simetria ímpar a cada 7 passos polares, o que corresponde a uma abrangência de 36 dentes subsequentes, os resultados das medições podem ainda ser extrapolados para os 36 dentes não medidos de forma a se ter a distribuição global de campo ao longo da circunferência.

Como o sinal do encoder possui um “key-phasor” que indica quando o rotor passa por determinada posição, foi possível sincronizar todos os sinais medidos, incluindo as extrapolações simétricas para os 36 dentes não medidos, de modo a emular uma medição de campo simultânea em 72 dentes distintos durante uma revolução completa do rotor. Isso, portanto, traz informações sobre a distribuição temporal e espacial das ondas de campo no entreferro, objeto deste trabalho.

A intenção inicial do trabalho era se tomar estas medições também para frequências de rotação muito baixas, onde o efeito do enrolamento amortecedor ficasse suprimido. Entretanto não foi possível realizar esta etapa devido à limitação de torque do motor assíncrono quando acionado em baixa frequência.

De maneira ilustrativa, a figura a seguir mostra o exemplo de medição para um determinado dente ao longo do tempo. O sinal amarelo representa a medição do transdutor de campo enquanto que o sinal verde é a corrente induzida no estator:

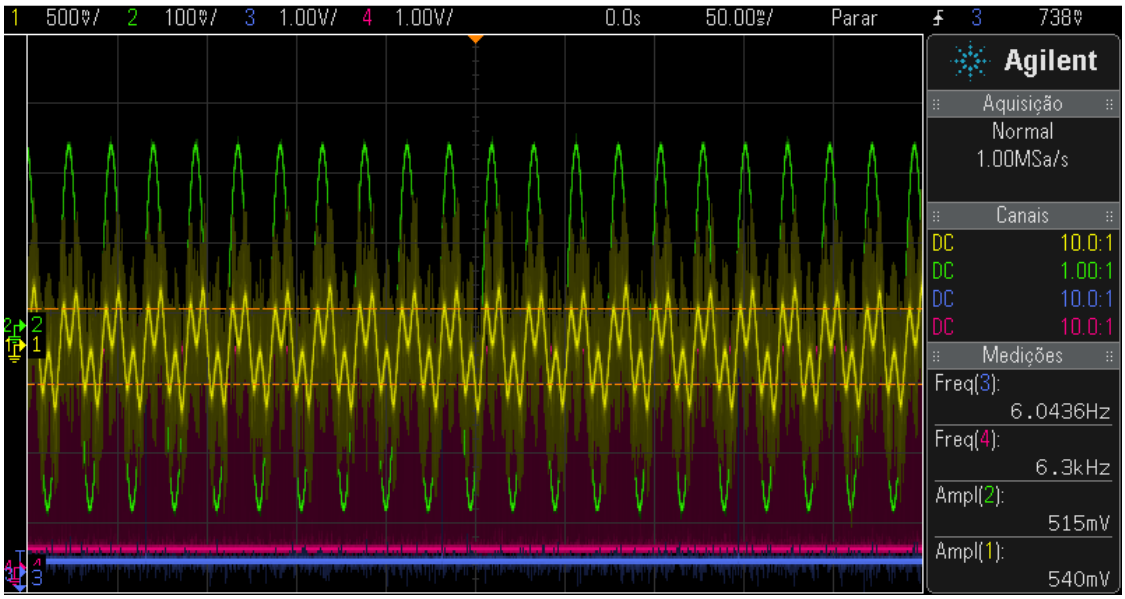


Figura 7-5 - Exemplo de medição de campo (amarelo) e corrente do estator (verde)

A decomposição harmônica em duas dimensões, da mesma maneira daquela vista nos resultados dos modelos teóricos apresentados na seção 4, aplicada aos sinais sincronizados reproduzidos para os 72 dentes da máquina resultou na seguinte tabela de conteúdo harmônico. Foram destacadas as amplitudes maiores que 0.001T.

Tabela 7-1

Amplitude das harmônicas de indução (em Tesla) medidas para operação em curto circuito

k \ Freq (Hz)	-210	-168	-126	-84	-42	0	42	84	126	168	210
1	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0050	0.0027	0.0003	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0001	0.0000	0.0003	0.0001	0.0005	0.0009	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0004	0.0005	0.0011	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0409	0.0004	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0007	0.0003	0.0003	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0002	0.0046	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0054	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.0000	0.0000	0.0011	0.0000	0.0003	0.0002	0.0003	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000
16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	0.0004	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0002	0.0011	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
18	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.0001	0.0000	0.0002	0.0001	0.0002	0.0001	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	0.0001	0.0179	0.0000	0.0005	0.0001	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000

Nota-se que as principais harmônicas presentes em termos de amplitude são aquelas de ordem de ordem fundamental (k=7, freq.=-42Hz) e de terceira ordem (k=21, freq. =-126Hz). Estas harmônicas são devidas majoritariamente à contribuição do enrolamento de campo e à componente fundamental da reação de armadura. As demais harmônicas, devidas às harmônicas geradas pelas correntes do estator, aparecem em menor magnitude. Existe ainda a presença não esperada da harmônica de ordem k=1, freq.= 0Hz, a qual pode ser fruto da imprecisão do processo de medição e extrapolação simétrica dos 36 dentes medidos para os outros 36 dentes não medidos (procedimento que pode ter levado ao aparecimento espúrio de um valor médio temporal, isto é, componente com freq.=0Hz).

A mesma condição de operação obtida durante o ensaio foi aplicada aos modelos teóricos desenvolvidos neste trabalho. Apenas para fins ilustrativos, a Figura 7-6 a seguir traz o sinal de campo magnético calculado para um dos dentes do estator ao longo do tempo através do modelo analítico. Contudo, para efeitos de comparação com os resultados das medições, é utilizada a tabela de decomposição harmônica também apresentada a seguir tanto para o modelo analítico quanto para o modelo em elementos finitos.

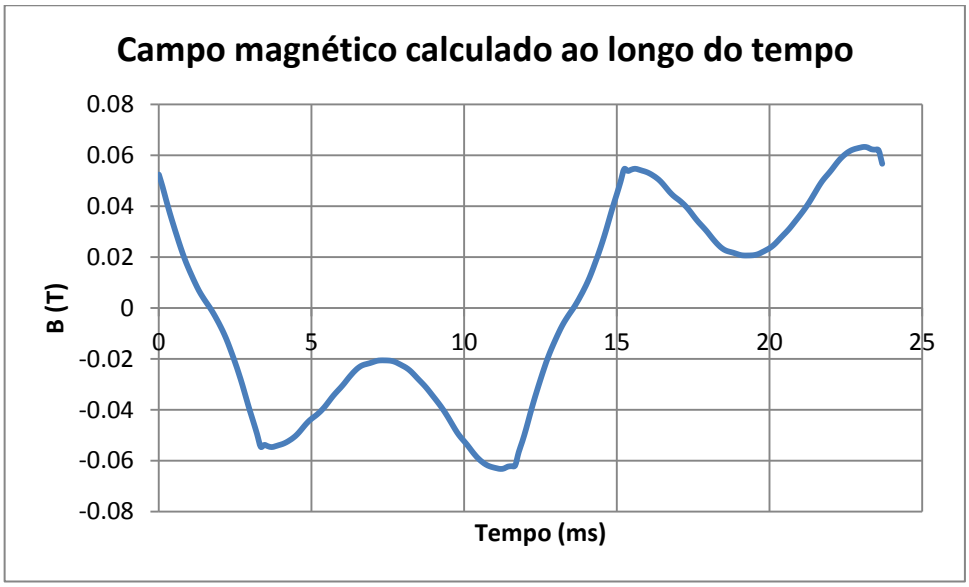


Figura 7-6 – Exemplo de campo ao longo do tempo para um dente do estator calculado pelo modelo analítico

Tabela 7-2

Amplitude das harmônicas de indução (em Tesla) calculadas conforme modelo analítico

k \ Freq (Hz)	-210	-168	-126	-84	-42	0	42	84	126	168	210
0	0	0	0	0	0.0000	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0.0069	0	0	0	0	0	0.0001
2	0	0	0.0000	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.0011	0	0	0	0	0	0.0000	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0.0001	0	0	0	0	0	0.0010	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0.0603	0	0	0	0	0	1.3E-05
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0.0005	0	0	0	0	0	0.0002	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0.0002	0	0	0	0	0	0.0046	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0.0036	0	0	0	0	0	8.26E-05
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0.0023	0	0	0	0	0	0.0005	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0.0006	0	0	0	0	0	0.0011	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0.0001	0	0	0	0	0	2.84E-05
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0.0288	0	0	0	0	0	0.0001	0	0

Tabela 7-3

Amplitude das harmônicas de indução (em Tesla) calculadas conforme modelo em elementos finitos

k \ Freq (Hz)	-210	-168	-126	-84	-42	0	42	84	126	168	210
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0071	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0526	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0044	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0031	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.0000	0.0000	0.0026	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000
16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	0.0000	0.0249	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000

Dos resultados se observa que, embora possa haver alguma divergência de amplitude entre as harmônicas medidas e calculadas, o comportamento geral e as ordens das harmônicas presentes são bastante consistentes. Como exemplo, a harmônica de ordem k=11 e freq.= 42Hz tem amplitude medida de 4,6mT enquanto que os modelos analítico e em elementos finitos, respectivamente, apresentam valores teóricos de 4,6mT e 4,4mT para esta mesma harmônica. Já a harmônica de ordem k=1 e freq.=-42Hz tem amplitude medida de 5,0mT, calculada segundo modelo analítico de 6,9mT e calculada segundo modelo em elementos finitos de 7,1mT.

As eventuais diferenças de amplitude observadas nas harmônicas estudadas podem ser atribuídas a fatores como a possível diferença de entreferro real de operação e imprecisões no próprio método de medição baseado no reposicionamento do sensor de campo magnético e posterior sincronização dos sinais, além das limitações dos modelos de cálculo teóricos.

7.2 MEDIÇÕES SOBRE O HIDROGERADOR

As medições realizadas sobre o hidrogerador tratado neste trabalho podem ser divididas em duas etapas:

- Medição dos modos e frequências naturais de vibração da estrutura mecânica do núcleo do estator acoplado à carcaça
- Medição de vibração radial do núcleo do estator através de acelerômetros durante operação em plena carga.

Os detalhes sobre procedimentos experimentais e equipamentos utilizados podem ser encontrados no artigo (20) e no relatório de pesquisa e desenvolvimento (19). A seguir são relatados os principais resultados e feitas comparações aos modelos teóricos desenvolvidos neste trabalho.

7.2.1 Modos e frequências naturais do hidrogerador

Neste ensaio foram levantados os modos e frequências naturais do conjunto núcleo-carcaça do estator através de um novo método para análise modal experimental desenvolvido no âmbito do projeto de pesquisa e desenvolvimento citado (19).

O método consiste em, mantendo a máquina em repouso, aplicar um impulso mecânico radial ao núcleo do estator por meio das forças eletromagnéticas decorrentes quando um impulso de corrente elétrica é aplicado aos enrolamentos de dois polos adjacentes do rotor. Tal impulso é repetido para diversas posições angulares do rotor enquanto que os sinais de acelerômetros instalados no diâmetro externo do núcleo estatórico são aquisitados simultaneamente aos sinais de corrente elétrica (que guardam relação quadrática com a intensidade das forças eletromagnéticas) imposta aos polos, fornecendo portanto as informações necessárias para recomposição das frequências e das formas dos modos excitados durante o ensaio.

Este método foi desenvolvido em resposta à dificuldade encontrada de se obter resultados conclusivos durante uma tentativa de análise modal experimental utilizando um martelo instrumentado convencional como fonte de impulso mecânico para o núcleo (detalhes sobre o método convencional utilizando martelo instrumentado podem ser encontrados em (20)). Dadas as dimensões do hidrogerador em questão sua dificuldade de acesso, a principal hipótese é que não teria sido transferida energia suficiente através do impacto pelo martelo convencional para que se pudesse distinguir os modos excitados em meio aos ruídos de medição.

Devido à uniformidade axial das forças magnéticas geradas pelos polos excitados, os modos majoritariamente excitados são radias e simétricos ao longo do comprimento axial, o que também é uma vantagem do método desenvolvido já que são estes os mesmos modos efetivamente excitados durante a operação normal do hidrogerador. Em outros termos, dos diversos modos de vibrar da estrutura que seriam excitados com um martelo instrumentado convencional, apenas modos relevantes para o problema de vibração da máquina são excitados durante o ensaio proposto com impulso dos polos, facilitando a análise posterior. A tabela e figuras a seguir ilustram os resultados obtidos.

Mais detalhes sobre o método experimental desenvolvido e aplicado com sucesso podem ser encontrados em (20).

Tabela 7-4

Ordem dos modos (n° de pares de nó na circunferência)	Frequência natural (Hz)
2	22
3	28
4	36
5	42
6	53

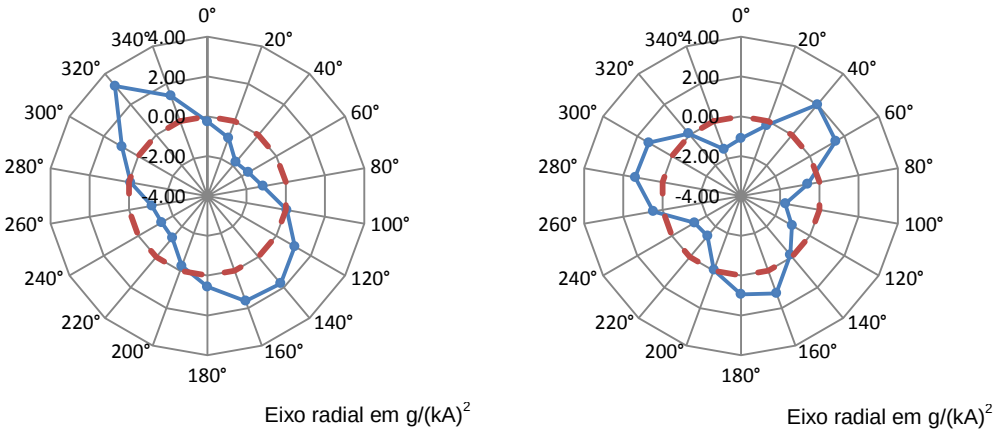


Figura 7-7 - Exemplos de forma dos modos obtidos (modo de ordem 2 à esquerda ordem 3 à direita)

A escala radial de valores na Figura 7-7 está em 2 g/(kA)^2 por divisão, sendo g a aceleração da gravidade, e representa a resposta normalizada nos sinais medidos pelos acelerômetros em relação ao sinal de corrente imposta aos polos, conforme detalhado em (20).

Estes resultados foram utilizados para calibração de um modelo mecânico numérico em elementos finitos como detalhado em (19). A concordância entre medições e modelo calibrado, bem como a comparação com os valores previstos pelo modelo mecânico analítico simplificado apresentado na seção 6 deste trabalho, estão representados na Figura 7-8 e na Figura 7-9 a seguir.

Pode-se observar no gráfico da Figura 7-9 que para os modos de ordens mais baixas existe uma influência bastante significativa da carcaça, a qual não é

considerada no modelo analítico de núcleo livre no espaço, fazendo com que as frequências naturais medidas tendam a ser maiores que a as calculadas pelo modelo analítico em questão. O modelo numérico calibrado incluindo a carcaça reproduz os resultados das medições e também torna possível a extrapolação teórica de modos e frequências que não foram capturados durante os ensaios.

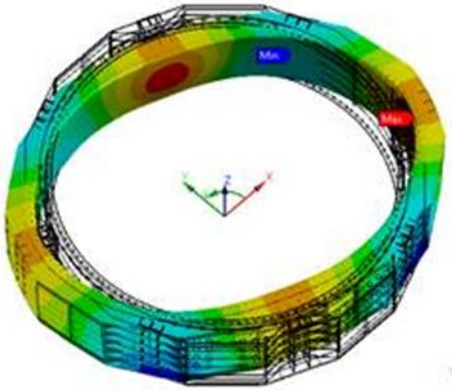


Figura 7-8 - Ilustração do modelo mecânico numérico do estator

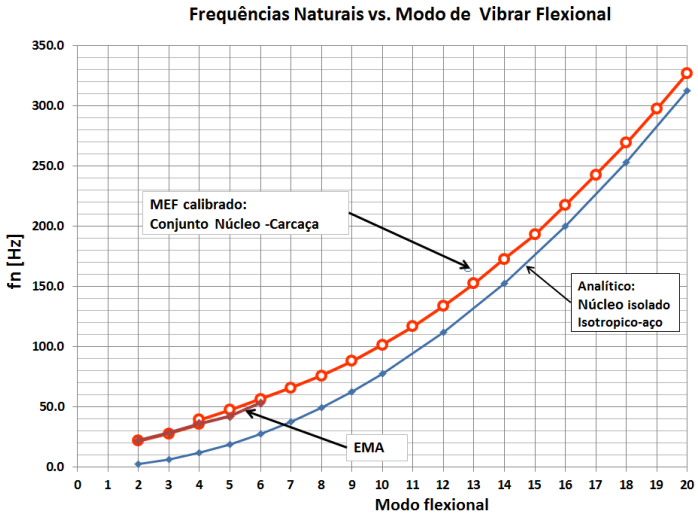


Figura 7-9 - Frequências naturais do conjunto núcleo-carcaça (EMA=Experimental Modal Analysis)

Os resultados de frequências naturais extrapolados do modelo numérico serão utilizadas a seguir para cálculo da reposta forçada do sistema em operação a plena carga quando se impõem as ondas de pressão previstas pelos modelos teóricos e apresentadas nas seções 4.4 e 5.4.

7.2.2 Hidrogerador operando a plena carga

O hidrogerador tratado neste trabalho foi colocado em carga gradativamente até que se atingisse a potência nominal enquanto que os sinais de 7 acelerômetros distribuídos pelo diâmetro externo do núcleo foram registrados. As medições ocorreram ao longo de 6 horas, até que a máquina atingisse estabilidade térmica e finalmente retornasse para a condição de operação em vazio.

Os principais resultados são apresentados nos gráficos da Figura 7-10 a seguir contendo o sinal de aceleração após 2 integrações (resultando portanto em deslocamento) e filtrado a 120Hz juntamente com as medições de temperatura do núcleo e da carcaça. Mais detalhes como equipamentos utilizados e posicionamento dos sensores podem ser obtidos em (19).

A Figura 7-10, dividida em dois diagramas, mostra primeiramente o valor pico-a-pico da vibração no núcleo do estator (componente à 120Hz, integrado de aceleração até deslocamento) para diferentes condições de carga. O segundo diagrama mostra a temperatura do núcleo e carcaça do estator para as mesmas condições.

Pode-se identificar uma correlação entre vibração e potência ativa como esperado, dado o aumento das amplitudes das harmônicas de campo geradas pelas correntes do estator, entretanto existe também uma correlação da vibração com a temperatura do núcleo. Após atingir o valor de potência ativa nominal o valor da vibração aumenta até 42 µm pico-a-pico e após 6h de operação esse valor é reduzido para 30 µm pico-a-pico quando a temperatura de equilíbrio já foi alcançada. Baseado neste comportamento, pode-se admitir como hipótese que exista significativa influência do contato entre núcleo e carcaça do estator, decorrente de dilatação térmica, sobre a resposta mecânica às forças de excitação.

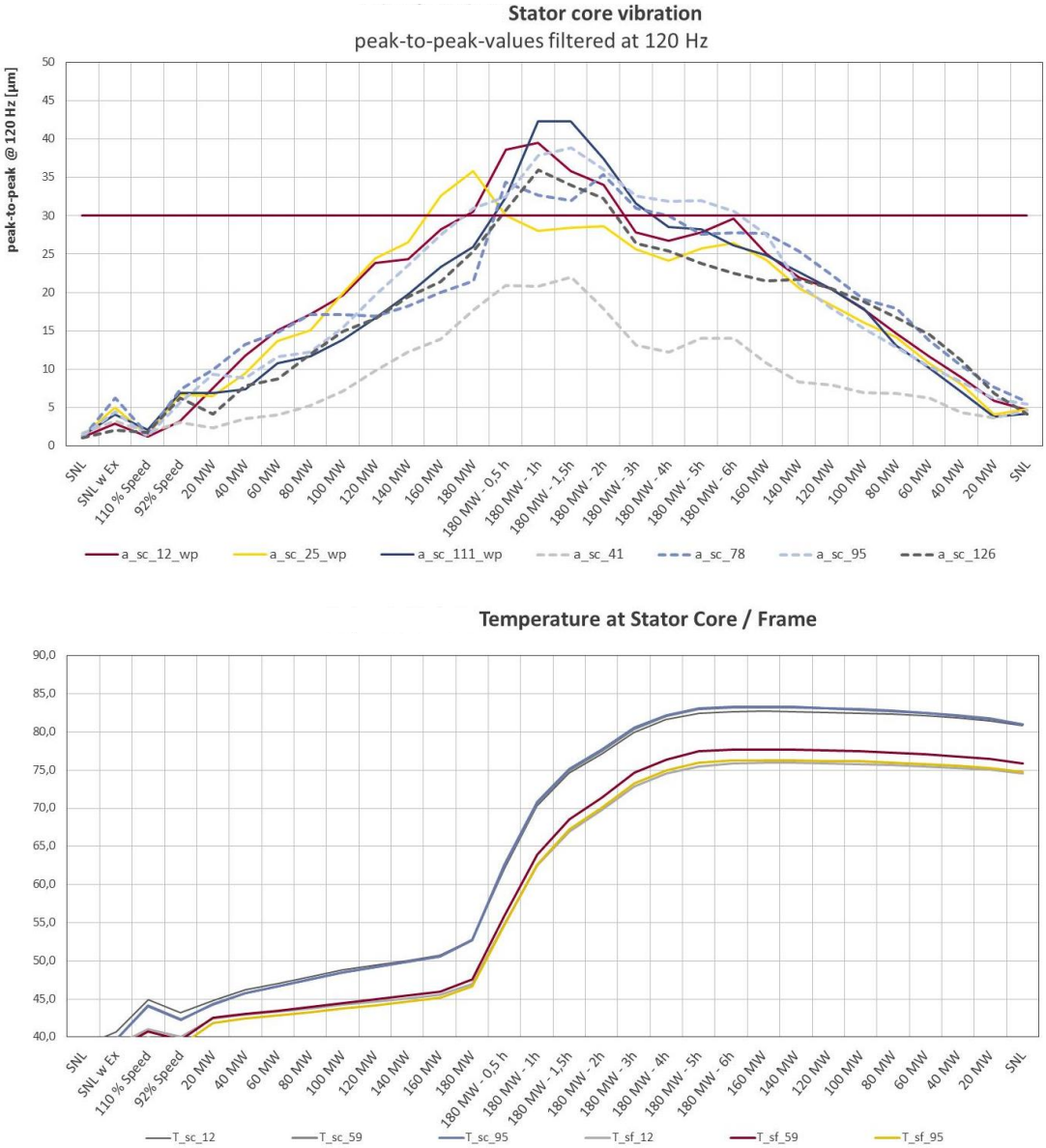


Figura 7-10 - Vibração e Temperatura no núcleo do estator

Para comparação com os valores previstos pelos modelos teóricos, serão aplicadas as ondas de pressão calculadas e apresentadas nas seções 4.4 e 5.4 à equação 6-3, que traduz a resposta forçada do sistema e que é reescrita abaixo:

$$Y_k(\omega) = \frac{1}{\omega^2 - {\omega_n}^2} \cdot \frac{P_k(\omega)}{\rho \cdot h} \qquad \textbf{7-1}$$

Onde:

k: Modo natural avaliado

Y_k: Amplitude da resposta (deslocamento) do sistema para o modo k

P_k: Amplitude da componente de onda de pressão decomposta no modo k

ρ: Densidade do material

h: Altura radial da coroa (espessura do cilindro)

A altura radial h da coroa do hidrogerador considerado é de 141.5mm. Tomando como ρ a divisão da massa total do sistema núcleo mais enrolamento do estator pelo volume do cilindro equivalente formado para sua coroa (ρ=12870 kg/m³)[1], como frequências naturais aquelas medidas e extrapoladas pelo modelo mecânico numérico calibrado (Figura 7-9), e como hipótese simplificadora a de que as formas modais do sistema mecânico correspondam aproximadamente às formas senoidais das ondas de pressão decompostas nos modelos teóricos (tabela 4-11 a tabela 4-13 e tabela 5-4 a tabela 5-6), tem-se como resultado a tabela 7-5 a seguir. Foram utilizados como dados de entrada as ondas de pressão finais obtidas pelos modelos analítico e em elementos finitos já considerando o efeito do enrolamento amortecedor, saturação magnética e efeito das forças tangenciais nos dentes (estes dois últimos apenas para o caso do modelo em elementos finitos).

Tabela 7-5

				Modelo Analítico		Modelo Elementos Finitos	
k (nº de pares de nós na circunferência)	Freq. Excitação (Hz)	Freq. Natural (Hz)	$\frac{1}{(\omega^2-\omega_n{}^2)\cdot\rho\cdot h}$ (m³/N)	P (N/m²)	Deslocamento pico a pico (μm)	P (N/m²)	Deslocamento pico a pico (μm)
9	120	90	2.208E-09	7723	34.0	4202	18.6
9	240	90	2.810E-10	1167	0.7	428	0.2
18	120	270	2.378E-10	7742	3.7	1979	0.9
18	240	270	9.091E-10	941	1.7	815	1.5
36	120	800	2.223E-11	1277	0.1	2056	0.1
				Soma quadrática	34.3	Soma quadrática	18.7

[1] Embora a densidade do ferro seja em torno de 7800 kg/m³, é adotada uma densidade equivalente superior a este valor para que se considere o volume formado apenas pela coroa do núcleo (de forma a melhor preservar a geometria de maior influência para sua rigidez à flexão) e, ao mesmo tempo, sejam incluídas as massas adicionais dos dentes e do enrolamento do estator, os quais possuem pouca influência sobre a rigidez à flexão.

Nota-se que o valor de vibração obtido tanto pelas ondas de pressão do modelo eletromagnético analítico quanto pelas ondas do modelo em elementos finitos são coerentes com o valor medido de aproximadamente 30 μm pico a pico.

Adicionalmente, uma conclusão possível de se tirar é que o principal modo que contribui para vibração do núcleo no hidrogerador estudado é aquele de ordem 9 (nove pares de nós na circunferência), excitado a 120Hz e cuja frequência natural estimada é de 90Hz. Esta informação é bastante relevante e poderia contribuir para a determinação de ações, caso fossem necessárias, para redução da vibração total do sistema. Exemplos destas eventuais ações poderiam ser a busca de modificações mecânicas para afastamento da frequência natural do modo em questão da frequência de excitação (120Hz) ou alteração do padrão de agrupamento do enrolamento estatórico a fim de minimizar a amplitude da harmônica de pressão de ordem 9.

8 CONCLUSÃO

As ondas de campo magnético presentes no entreferro das máquinas elétricas, incluindo as máquinas síncronas tratadas neste trabalho, são responsáveis pela transmissão de torque útil mas também pela geração de forças radiais inerentes precursoras de vibração do núcleo do estator. O grande interesse prático no estudo desta vibração reside no fato de que ruídos excessivos no estator podem ser inaceitáveis em algumas aplicações específicas, além de causar possíveis danos e redução da vida útil da máquina, o que embasa a relevância desta dissertação.

Os modelos discutidos e explorados neste trabalho contribuem para compreensão dos fenômenos físicos globais envolvidos bem como para a quantificação e identificação da influência de diversos fatores tais como a saturação magnética, efeito do enrolamento amortecedor, efeito do enrolamento estatórico fracionário e contribuição das forças tangenciais nos dentes.

Do ponto de vista eletromagnético, foco principal deste trabalho, algumas conclusões globais derivam do modelo analítico descrito na seção 3. Pode-se destacar como uma delas a compreensão sobre a influência dos campos gerados pelos enrolamentos de excitação e do estator no espectro de pressões radiais durante operação da máquina, com ênfase dada às harmônicas decorrentes do enrolamento estatórico fracionário (aquelas que têm maior importância para o problema de vibração mecânica a 120Hz em máquinas de baixa rotação). A participação do enrolamento amortecedor na atenuação ou amplificação das harmônicas de pressão também é elucidada através de um modelo de circuito considerando as indutâncias mutuas e próprias de cada barra. Este modelo evidencia que na maioria dos casos seu efeito é atenuante (já que este tende a reagir contrariamente às ondas de campo não síncronas ao rotor), e tem influência significativa sobre os resultados. O modelo também permite que se considerem as impedâncias de conexão entre as barras amortecedoras, e a demonstração quantitativa de que tal consideração pode alterar significativamente os resultados é contribuição deste trabalho. Resultados quantitativos do modelo analítico para exemplos reais estão reunidos na seção 4.

O modelo em elementos finitos, por sua vez, mostrou coerência com os resultados analíticos porém evidenciando diferenças quantitativas importantes nas amplitudes das ondas de pressão radial quando considerados os efeitos da saturação magnética e forças tangenciais nos dentes do estator. A saturação magnética, por exemplo, chegou a alterar em 46% as amplitudes de algumas ondas de pressão para o caso do hidrogerador exemplo quando comparados aos seus equivalentes com material ferromagnético ideal (seção 5.4). Em geral, a saturação magnética é desprezada ou apenas tratada por aproximações lineares em cálculos analíticos tradicionais, evidenciando a contribuição deste trabalho para o refinamento do cálculo das forças magnéticas atuantes no núcleo graças à capacidade do método dos elementos finitos em considerar efeitos não lineares locais no material ferromagnético.

Para avaliação do efeito indireto das forças tangenciais nos dentes sobre as ondas de pressão radial no modelo em elementos finitos, um novo método foi proposto inspirado em Roivainen (9). Por este método, as amplitudes de algumas harmônicas de pressão chegaram a se alterar consideravelmente, podendo em alguns casos aumentar ou diminuir na ordem de 10% a 20%, explicitando a importância de tal consideração. Esta abordagem sobre as forças tangenciais no contexto de vibração radial de grandes hidrogeradores contribui para a originalidade deste trabalho.

Do ponto de vista mecânico, foram explorados modelos analíticos existentes na literatura. Embora seja sabido que a carcaça e fundação sobre a qual se apoia o estator tenham grande influência sobre as frequências naturais (19) (20), os modelos considerados adotam o núcleo como uma casca cilíndrica livre no espaço ou simplesmente apoiada nas extremidades, e foram utilizados de maneira qualitativa para compreensão dos fenômenos envolvidos. Foi possível se verificar a característica crescente da curva de frequência natural em função no número de nós na circunferência dos modos, implicando a existência de uma faixa limitada de modos com frequências naturais próximas à frequência de excitação majoritária (tipicamente 120Hz), modos estes portanto relevantes para o estudo da vibração do núcleo. Os efeitos da anisotropia do núcleo laminado mostraram-se importantes principalmente para os modos de baixo número de nós quando estudado o modelo com condições de contorno de simples apoio na extremidade do núcleo. Com base

nas frequências naturais obtidas para cada modo e na decomposição das forças de excitação nas formas dos modos naturais, foi demonstrado como se obter a resposta forçada do sistema (equação 6-3), fazendo com isso a ligação entre os modelos das forças eletromagnéticas desenvolvidos e a análise de vibração mecânica propriamente dita.

Resultados de medições efetuadas em duas máquinas síncronas de diferentes portes indicam consistência entre os modelos desenvolvidos e a realidade. No caso da máquina laboratório, onde o foco foi a medição e comparação do campo magnético coletado no entreferro por um transdutor de efeito hall, nota-se que, embora haja diferenças de amplitudes, os sinais de campo calculados e medido possuem forma muito semelhante e coerente entre si. Isto pode ser verificado tanto na Figura 7-3, que representa as formas de onda para operação em vazio, quanto nas tabelas 7-1 a 7-3, que trazem as amplitudes das harmônicas detectadas quando os terminais do estator operam curto circuitados.

No caso do hidrogerador a comparação foi feita diretamente entre os níveis de vibração calculados e medidos através de acelerômetros no diâmetro externo do núcleo. Tendo os modos e frequências naturais reais, medidos na estrutura do estator, a vibração resultante lograda pela aplicação das ondas de pressão teóricas na equação de resposta forçada (equação 6-3) mostrou-se coerente com a vibração final medida com a máquina operando em plena carga. Desta verificação também foi possível se identificar indiretamente o modo de maior contribuição para a vibração total do estator.

Tem-se, portanto, como conclusão final, a de que os modelos teóricos estudados foram experimentalmente validados.

De maneira ainda mais geral, pode-se observar que os modelos desenvolvidos antes de derivarem as ondas de pressão magnética buscadas, passam pelo cálculo da distribuição de campo no entreferro ao longo do espaço e do tempo. Desta forma, os princípios e resultados intermediários obtidos podem ser aplicados a outros problemas da operação da máquina síncrona tais como o de cálculo de harmônicas de tensão ou de circulação de correntes induzidas, potenciais temas a serem explorados em trabalhos futuros.

9 REFERÊNCIAS

1. **WALKER, J. H. and KERRUISH, N.** Open-circuit noise in synchronous machines. *Proceedings of the IEE-Part A: Power Engineering.* 1960, Vol. 107, pp. 505-512.

2. **WACHTA, B.** Influence of stator slots on the development of noise-generating magnetic force waves. *Siemens Forschungs und Entwicklungsberichte.* 1981, Vol. 10, pp. 289-298.

3. **VERMA, S. P. and BALAN, A.** Determination of radial-forces in relation to noise and vibration problems of squirrel-cage induction motors. *IEEE transactions on energy conversion.* 1994, Vol. 9, pp. 404-412.

4. **KNIGHT, A. M., KARMAKER, H. and WEEBER, K.** Use of a permeance model to predict force harmonic components and damper winding effects in salient-pole synchronous machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion.* 2002, Vol. 17, pp. 478-484.

5. **TRAXLER-SAMEK, G., SCHWERY, A. and SCHMIDT, E.** Analytic calculation of the voltage shape of salient pole synchronous generators including damper winding and saturation effects. *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering.* 2003, Vol. 22, pp. 1126-1141.

6. **TRAXLER-SAMEK, G., LUGAND, T. and UEMORI, M.** Parasitic forces in large synchronous machines considering tooth ripple effects. *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on. IEEE.* 2010, pp. 1-6.

7. **RANLÖF, M. and LUNDIN, U.** The rotating field method applied to damper loss calculation in large hydrogenerators. *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on. IEEE.* 2010.

8. **GARVEY, S. D. and LE FLEM, G. D.** Tangential forces matter. *Proceedings of Ninth International Conference on Electrical Machines and Drives.* 1999, pp. 174-178.

9. **ROIVAINEN, J.** Unit-wave response-bases modeling of electromechanical noise and vibration of electrical machines. *Ph.D Dissertation, Helsinki University of Technology.* 2009.

10. **BELAHCEN, A.** Vibrations of Rotating Electrical Machines Due to Magnetomechanical Coupling and Magnetostriction. *IEEE Transactions on Magnetics.* Abril 2006, Vol. 42.

11. **DELAERE, K.; HEYLEN, W.; BELMANS, R.; HAMEYER, K..** Comparison of Induction Machine Stator Vibration Spectra Induced by Reluctance Forces and Magnetostriction. *IEEE Transactions on Magnetics.* 2002, Vol. 38, pp. 969-972.

12. **ARNOLD, R. N. and WARBURTON, G. B.** Flexural vibrations of the walls of thin cylindrical shells having freely supported ends. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.* 1949, pp. 238-256.

13. **WHITE, J. C.** The flexural vibrations of thin laminated cylinders. *Journal of Engineering for Industry.* 1961, Vol. 83, pp. 397-402.

14. **GIRGIS, R. S. and VERMA, S. P.** Method for accurate determination of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. *IEE Proceedings B (Electric Power Applications).* 1981, Vol. 128, pp. 1-11.

15. *Interaction of generator rotor/stator harmonic response under electromagnetic forces.* **MINNIER, A.; GOLD, B.; CHEN, L.; JANKE, S..** Portland, USA : s.n., 2015. Hydrovision.

16. **VERMA, S. P. and GIRGIS, R. S.** Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. Part 1: Models, experimental procedure and apparatus. *IEE Proceedings B (Electric Power Applications).* 1981, Vol. 128, pp. 12-21.

17. **VERMA, S. P. and GIRGIS, R. S.** Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. Part 2: Experimental investigations and results. *IEE Proceedings B (Electric Power Applications).* 1981, Vol. 128, pp. 22-32.

18. **VERMA, S. P. and BALAN, A.** Experimental investigations on the stators of electrical machines in relation to vibration and noise problems. *IEE Proceedings-Electric Power Applications.* 1998, Vol. 145, pp. 455-461.

19. **EDP, Voith Hydro, USP, IPT.** *Caracterização do Comportamento Dinâmico de Grandes Unidades Geradoras Kaplan.* s.l. : P&D ANEEL, 2017.

20. *A new method for experimental modal analysis of hydrogenerator's stator core using the excitation from the poles.* **Barros, A.; D'Agostini, A.; Penteado, A.T.Z; Kato, N.; Cunha, A.A.; Faria, E.J.; Haluska, C.; Hamaji, F.H.; Nabeta, S.I.; Chabu, I.E..** Liverpool : The 9th International Conference on Power Electronics, Machines and Drives PEMD, 2017.

21. **LOWTHER, D. A. and SILVESTER, P. P.** *Computer-aided design in magnetics.* s.l. : Springer Science & Business Media, 1986.

22. **BASTOS, J. P. A.** *Eletromagnetismo e cálculo de campos.* s.l. : Ed. da UFSC, 1989.

23. **Griffiths, D. J.** *Introduction to electrodynamics.* New Jersey : Prentice-Hall, 1999.

24. **SAY, M. G.** *Alternating Current Machines.* Great Britain : Pitman, 1976.

25. **Alger, P. L.** *The nature of polyphase induction machines.* s.l. : Wiley, 1951.

26. **Jordão, R. G.** *Máquinas Síncronas.* 2ª. Rio do Janeiro : Grupo Gen-LTC, 2013.

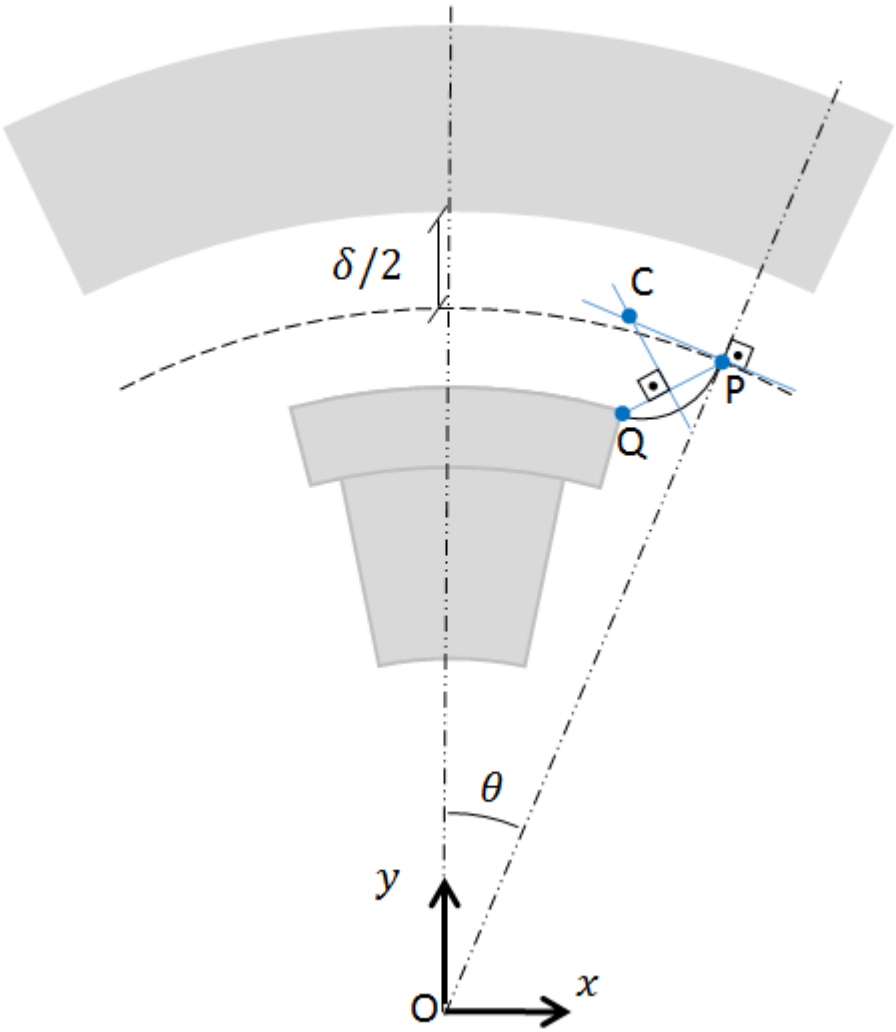
27. **Rao, S.** *Vibrações Mecânicas.* 4ª. São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2008.

28. Manual software Ansys.

APÊNDICE A

CÁLCULO DA PERMEÂNCIA DO ENTREFERRO NO EIXO EM QUADRATURA

Aproximando-se as linhas de campo por arcos de circunferência que passam pelo ponto da extremidade ou borda da sapata e são perpendiculares à superfície média do entreferro, é possível se demonstrar que a linha de campo que cruza a linha média do entreferro na posição θ é descrita por uma circunferência de raio r_c centrada nas coordenadas (x_c, y_c) somada à distância $\frac{\delta_0}{2}$ entre a superfície média e a superfície interna do estator. A seguir mostra-se o cálculo de r_c, x_c e y_c em função do ângulo θ.



A condição de que a circunferência cruza a linha média do entreferro no ponto P e que neste ponto as linhas sejam perpendiculares pode ser entendida como: o ponto C pertence à reta que passa por P e é perpendicular $\overline{OP}$.

$$\begin{cases} y = a_1 x + b_1 & \rightarrow \textit{equação geral da reta} \\ (x_P, y_P) \cdot (x, a_1 x) = 0 & \rightarrow \textit{condição de perpendicularidade} \\ y_P = a_1 x_P + b_1 & \rightarrow \textit{condição de passar por } P \end{cases}$$

Resolvendo o sistema chega-se aos coeficientes da reta em questão:

$$a_1 = -\frac{x_P}{y_P}$$

$$b_1 = y_P + \frac{{x_P}^2}{y_P}$$

Por outro lado, a circunferência deve também passar pelo ponto Q da extremidade da sapata. Pode-se dizer com isso que o ponto C pertence à reta que é perpendicular $\overline{QP}$ e que passa pelo ponto médio deste mesmo segmento $\overline{QP}$:

$$\begin{cases} y = a_2 x + b_2 & \rightarrow \textit{equação geral da reta} \\ \left(x_Q - x_P, y_Q - y_P\right) \cdot (x, a_2 x) = 0 & \rightarrow \textit{condição de perpendicularidade} \\ \dfrac{\left(y_Q + y_P\right)}{2} = \dfrac{a_2\left(x_Q + x_P\right)}{2} + b_2 & \rightarrow \textit{condição de passarpelo ponto médio de } \overline{QP} \end{cases}$$

Resolvendo o sistema chega-se a:

$$a_1 = -\frac{(x_P - x_Q)}{y_P - y_Q}$$

$$b_1 = \frac{y_P + y_Q}{2} + \frac{\left(x_P - x_Q\right)}{(y_P - y_Q)} \frac{\cdot (x_P + x_Q)}{2}$$

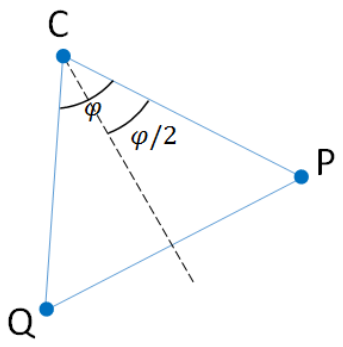
Como o ponto C deve pertencer às duas retas descritas acima simultaneamente, basta que se resolva o seguinte sistema para obtenção das coordenadas x_c e y_c:

$$\begin{cases} y_c = a_1 x_c + b_1 \\ y_c = a_2 x_c + b_2 \end{cases}$$

Para obtenção do raio r_c, já conhecendo x_c e y_c, basta aplicar a equação do círculo que passa por P ou Q:

$$r_c = \sqrt{(x_P - x_c)^2 + (y_P - y_c)^2}$$

Por fim, a figura a seguir ilustra que a partir do triângulo isósceles formado por C, P e Q pode-se determinar o ângulo φ proporcional ao comprimento de arco da linha de campo no entreferro.



$$\frac{\varphi}{2} = asen\left(\frac{\sqrt{(x_P - x_C)^2 + (y_P - y_C)^2}}{2 \cdot r_c}\right)$$

Somando-se o comprimento deste arco que vai até a linha média do entreferro com a distância restante $\frac{\delta_0}{2}$ entre a linha média e a superfície interna do estator, obtem-se a distância total $d(\theta)$ percorrida pela linha de campo:

$$d(\theta) = r_C \cdot \varphi + \frac{\delta_0}{2}$$

A permeância associada a esta distância é dada por:

$$\lambda(\theta) = \frac{\mu_0}{d(\theta)}$$

APÊNDICE B

CONCEPÇÃO DO MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

Para estudo e modelo eletromagnético da máquina através do método dos elementos finitos foi utilizado o software Ansys Emag 16.2.

Neste software foi desenvolvido um modelo em duas dimensões que leva em conta as informações de projeto mais relevantes e importantes do ponto de vista físico para o problema estudado.

As informações contidas no modelo podem ainda mudar conforme necessidade do tipo de simulação a ser feita. A saber, as principais categorias de simulação são:

- Análise estática: campos e correntes são estáticos no tempo. Pode ser utilizada para simulação da máquina em repouso ou em um instante qualquer durante a operação onde efeitos induzidos internamente (como indução de correntes, e efeito pelicular) podem ser desprezados.
- Análise harmônica: campos e corrente são senoidais e com única frequência. Pode ser utilizado apenas para máquina em repouso e traz como resultado grandezas em regime permanente.
- Análise transiente: considera cálculo do sistema passo a passo no tempo. Pode ser utilizada para máquina em repouso ou em operação e leva em conta efeitos induzidos internamente (como indução de correntes, e efeito pelicular), contemplando inclusive efeitos transitórios.

Neste trabalho serão exploradas apenas as análises estática e transiente, a depender da necessidade do que se busca simular.

Mais detalhes sobre os modelos podem ser encontrados a seguir.

Tipo de elemento, geometria e malha de discretização

Dos diversos tipos de elementos disponíveis no Ansys, adotou-se o elemento “Plane53” para todos os elementos geométricos utilizados no modelo. As características deste elemento segundo manual do software (28) encontram-se na figura a seguir.

PLANE53

2-D 8-Node Magnetic Solid

MP <> <> <> <> <> EM <> PP EME <>
Product Restrictions

PLANE53 Element Description

PLANE53 models 2-D (planar and axisymmetric) magnetic fields. The element is defined by 8 nodes and has up to 4 degrees of freedom per node: z component of the magnetic vector potential (AZ), time-integrated electric scalar potential (VOLT), electric current (CURR), and electromotive force (EMF). PLANE53 is based on the magnetic vector potential formulation and is applicable to the following low-frequency magnetic field analyses: magnetostatics, eddy currents (AC time harmonic and transient analyses), voltage forced magnetic fields (static, AC time harmonic and transient analyses), and electromagnetic-circuit coupled fields (static, AC time harmonic and transient analyses). The element has nonlinear magnetic capability for modeling B-H curves or permanent magnet demagnetization curves. See PLANE53 in the *Mechanical APDL Theory Reference* for more details about this element. A similar 4 node element (without voltage forced and magnetic-circuit coupled capability) is PLANE13.

Degree of freedom and force labels for this element are shown in the following table.

Table 53.1: DOF and Force Labels

Degree of Freedom		Force (reaction solution)	
Label	**Label Description**	**Label**	**Label Description**
AZ [1]	Magnetic Vector Potential	CSGZ [2]	Magnetic Current Segment
VOLT	Voltage	AMPS	Current Flow
CURR	Current Flow	VLTG	Voltage Drop
EMF	Electromotive Force	CURT	Current Flow

1. The label used with the CNVTOL command is A.
2. The label used with the CNVTOL command is CSG.

Figure 53.1: PLANE53 Geometry

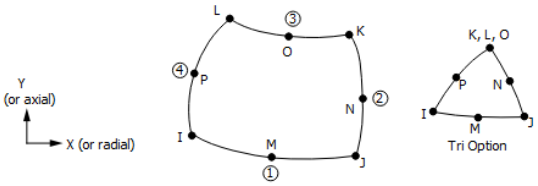


Figura B-1- Elemento Ansys Plane53 (28)

Os dados dimensionais utilizados para o modelo estão de acordo com os desenhos originais de projeto da máquina assumindo-se algumas aproximações convenientes e válidas.

Para a máquina em condições ideais de circularidade e concentricidade, basta-se representar um setor reduzido com simetria que se repita ao longo do perímetro completo. No caso específico do hidrogerador exemplo este setor reduzido corresponde ao conjunto compreendido por 8 polos vizinhos, visto que o número de ranhuras por polo e por fase do estator é 1 7/8 (denominador da fração é 8).

De maneira geral pode-se identificar as seguintes macro geometrias:

- Núcleo do estator: composto pelos dentes e coroa do estator, foi modelado desprezando-se os cortes na coroa para alocação das barras rabos de andorinha.
- Enrolamento do estator: modelado como dois blocos condutores por ranhura que representam as barras inferior e superior. As dimensões dos blocos correspondem à dimensão total do conjunto de condutores de cada barra.
- Núcleo do rotor: composto pelos polos e pela coroa do rotor, foi modelado desprezando-se os cortes nas chapas para alocação itens pertencentes ao sistema de fixação. Contudo, os perfis rabo de andorinha que acoplam os polos à coroa permaneceram representados.
- Enrolamento de campo: modelado como dois blocos condutores por polo, um à direita e outro à esquerda. As dimensões dos blocos correspondem à dimensão total do conjunto de espiras de cada bobina.
- Enrolamento amortecedor do rotor: modelado conjunto de barras sólidas circulares.

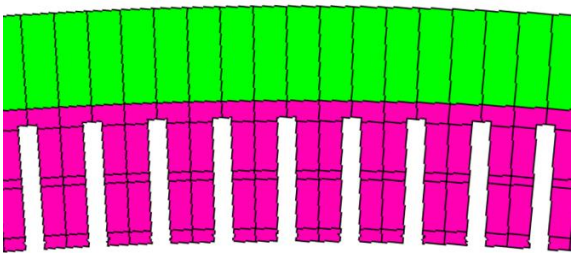


Figura B-2 - Núcleo do estator

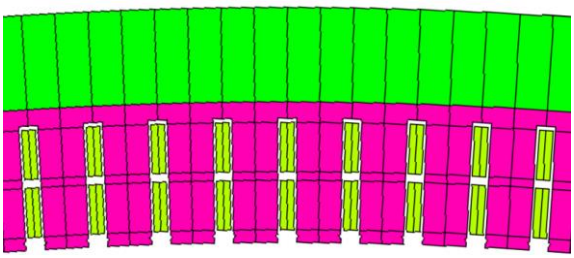


Figura B-3 - Enrolamento do estator

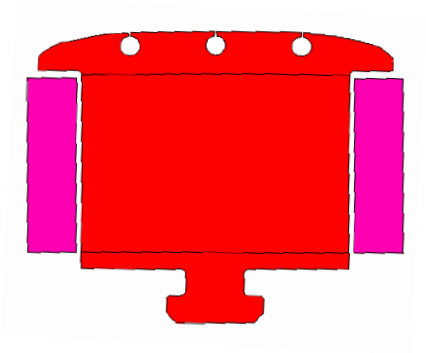


Figura B-4 - Enrolamento de campo

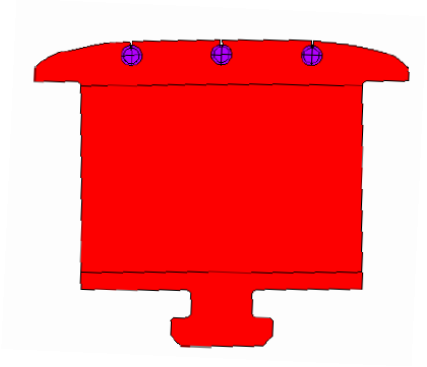


Figura B-5 - Enrolamento amortecedor

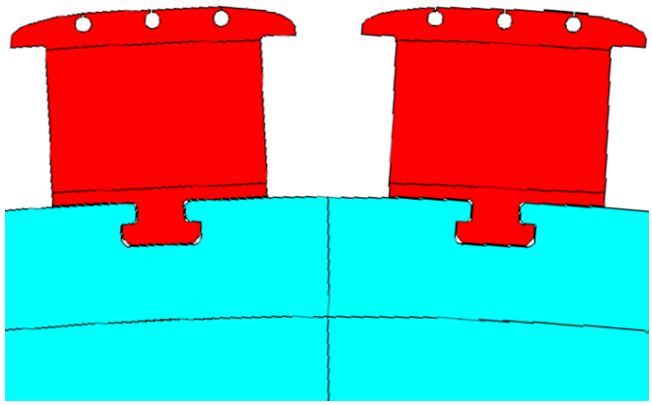


Figura B-6 - Núcleo do rotor

Adicionalmente aos itens citados acima, foram ainda modelados setores de círculo que envolvem o diâmetro externo da coroa do estator e o diâmetro interno da coroa do rotor. Estes setores representarão posteriormente camadas de ar que envolvem a geometria principal que se busca estudar e servirão para imposição de algumas condições de contorno.

A geometria completa obtida foi discretizada em elementos tipo “Plane53” com tamanhos variáveis de acordo com a necessidade de cada região. Locais com variação de campo mais acentuadas, como o entreferro, utilizaram de elementos pequenos quando comparados aos comprimentos dessas variações enquanto que regiões como as coroas do núcleo do estator e do rotor, onde a variação de campo esperada é mais suave, puderam utilizar de elementos maiores.

Alguns testes de controle da malha gerada foram tomados a fim de se avaliar sua qualidade. Um deles que pode ser citado como exemplo é o refinamento sucessivo da malha com avaliação da variação dos resultados. Em um modelo suficientemente discretizado, a variação do tamanho dos elementos deve provocar variação desprezível nos resultados daquilo que se está estudando (neste caso, das forças magnéticas no entreferro).

Ao final do processo, a malha obtida encontra-se representada nas seguintes figuras:

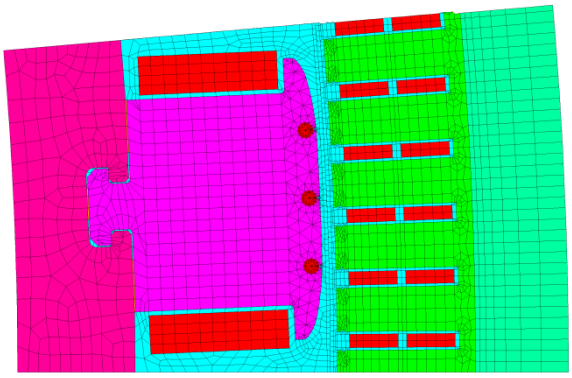


Figura B-7 - Malha de um setor polar

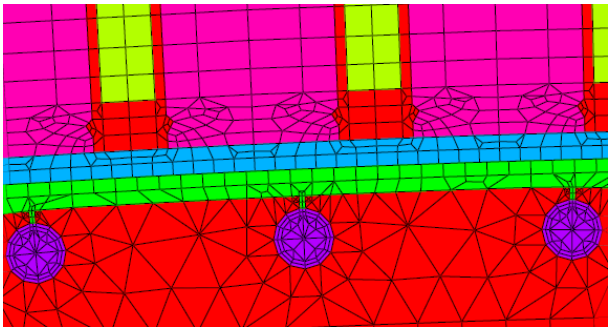


Figura B-8 - Malha do entreferro

A Figura B-8 pode causar a impressão, à primeira vista, de que existe uma falha ou mau condicionamento de elementos do entreferro que fazem interface entre rotor e estator visto que alguns nós aparentam não estar conectados a nenhum outro. Esta interface entre estator e rotor será abordada adiante em mais detalhes, esclarecendo que não existe mau condicionamento.

Propriedades dos materiais

As propriedades associadas a cada elemento estão de acordo com os materiais empregados na máquina real conforme esquema a seguir:

- Materiais ferromagnéticos: são caracterizados por sua curva BH. Sua resistividade elétrica neste modelo é irrelevante uma vez não serão calculadas correntes induzidas nas chapas dos núcleos do estator e rotor (modelo 2D).
- Condutores: do ponto de vista magnético tem característica linear igual à do vácuo. A resistividade elétrica adotada é a do cobre corrigida para a temperatura aproximada esperada de operação. Esta resistividade torna-se relevante apenas quando é parte do problema calcular as correntes induzidas em um material (por exemplo, nos amortecedores).
- Ar: do ponto de vista magnético tem característica linear igual à do vácuo. Sua resistividade é irrelevante uma vez que não serão calculadas correntes neste meio.
- Isolantes: têm propriedades idênticas às do ar descritas acima.

Uma particularidade dos meios ferromagnéticos (núcleo do estator e do rotor) é que em geral estes são constituídos de materiais laminados. Para levar em conta este efeito o modelo aqui descrito considera o fator de empilhamento para fazer uma correção na curva BH teórica do material, obtendo assim uma curva BH equivalente. De forma similar, quando um meio possui dutos de ventilação (como é o caso do estator) uma correção análoga é feita de forma a considerar o comprimento efetivo sem os dutos em relação ao comprimento total com os dutos. Desta forma, a correção total a ser feita fica sendo:

$$B'(H) = B(H) \cdot \frac{l}{l_{ref}} \cdot b + (1 - \frac{l}{l_{ref}} \cdot b) \cdot \mu_0 H$$

Onde:

b: fator de empilhamento

l: comprimento axial sem dutos de ventilação

l_{ref}: comprimento axial total de referência (com dutos de ventilação)

Um exemplo das curvas antes e após correção pode ser observado a seguir.

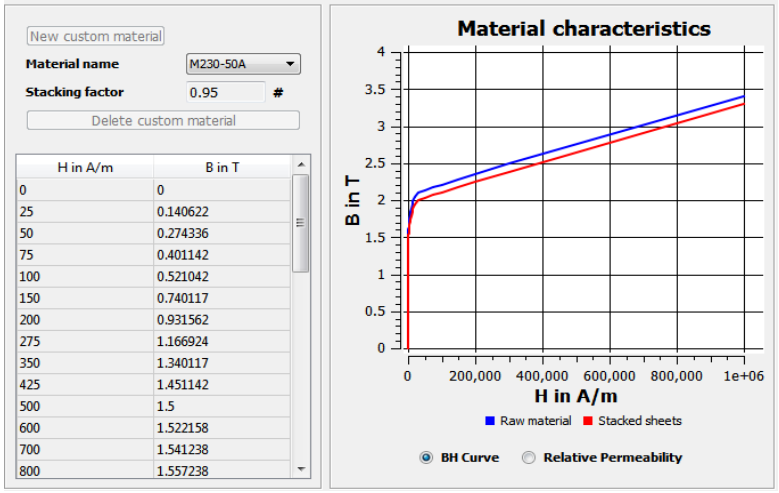


Figura B-9 - Curva de saturação do material magnético

Condições de contorno

As condições de contorno podem mudar dependendo do tipo de análise que está sendo feita, porém algumas delas são mais gerais e serão utilizadas em todas as análises a serem feitas neste trabalho. São elas:

- Potencial magnético nulo (fluxo paralelo): aplicado ao diâmetro interno da camada de ar anterior à coroa do rotor, este potencial serve para indicar que essa região já está suficiente distante das regiões onde os campos magnéticos atuam. Além disso, o valor nulo para o potencial magnético faz dessa região um referencial para o sistema.
- Potencial magnético constante (fluxo paralelo): aplicado ao diâmetro externo da camada de ar posterior à coroa do estator, este potencial tem função muito parecida que o anterior. A diferença reside no fato de que não se assume potencial nulo, e sim um potencial igual para todos os nós desta região podendo assumir qualquer valor.
- Simetria de repetição do potencial magnético: aplicada às extremidades laterais do modelo de modo a forçar que elas tenham mesmos potenciais (ponto a ponto). Desta forma esta condição de contorno permite a simulação da máquina completa através da representação de apenas um setor que apresente tal simetria repetição. No caso do hidrogerador exemplo, assumindo condições ideais de circularidade e concentricidade, este setor reduzido corresponde ao conjunto compreendido por 8 polos vizinhos.

As três condições de contorno exploradas acima podem ser esquematizadas na figura a seguir, onde A_z representa o potencial magnético:

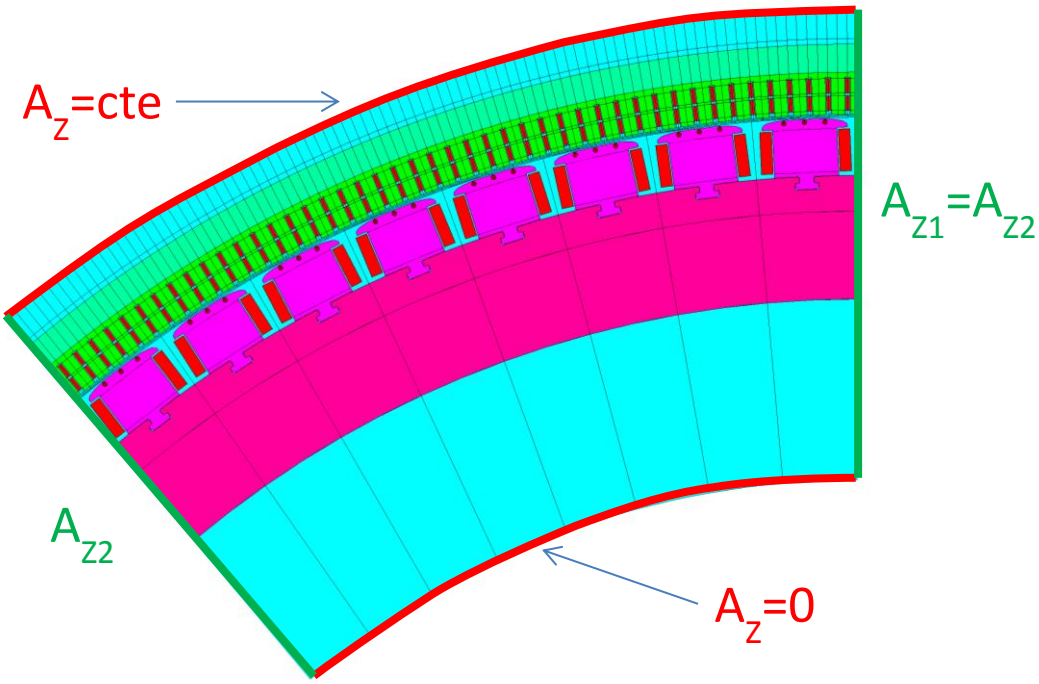


Figura B-10 - Condições de contorno para potencial magnético

Além destas condições de contorno supracitadas, uma quarta condição é utilizada para emular diferentes posições do rotor sem de fato ter que se rotacionar a sua geometria (o que demandaria tempo computacional). Para tanto, foi criada uma interface no entreferro que separa as partes estáticas das partes rotativas, e os nós dos elementos pertencentes a esta interface são acoplados via condição de contorno de maneira conveniente. Desta forma, é possível acoplar-se um nó de um elemento no rotor a outro nó de um elemento no estator em posições angulares diferentes (ambos os elementos pertencentes a esta interface no entreferro). O efeito de rotação pode então ser obtido fazendo o acoplamento dos nós da interface estator-rotor de forma sistemática e obedecendo a um deslocamento angular desejado.

Na prática o acoplamento não é feito nó a nó, mas sim através de uma função que pondera a influência de cada nó sobre outros. A figura a seguir representa o acoplamento de um nó do estator com um conjunto de nós do rotor, como exemplo.

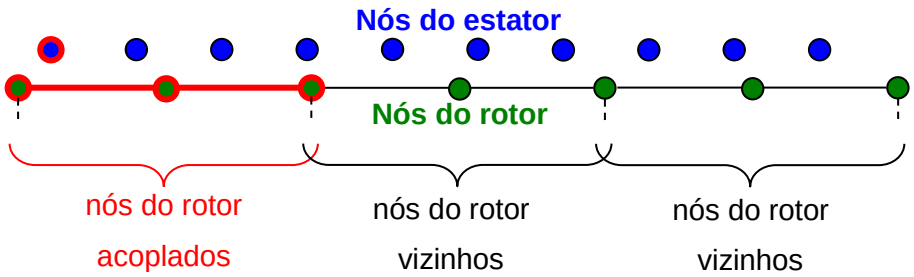


Figura B-11 - Acoplamento dos nós na interface estator-rotor

As excitações provenientes de fontes externas podem também ser interpretadas como condições de contorno. No caso do enrolamento de campo uma densidade de corrente constante no tempo é imposta sobre os elementos que fazem parte deste item de acordo com o ponto de operação que se deseja simular. No caso do enrolamento do estator uma densidade de corrente é imposta aos elementos de cada barra individual levando em conta a maneira como estas são conectadas (esquema de enrolamento) e de forma a reproduzir as correntes instantâneas nos circuito em determinado momento. De forma ilustrativa, a figura a seguir representa a distribuição de correntes no estator em determinado instante.

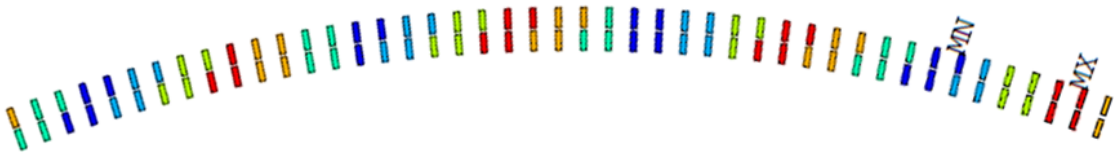


Figura B-12 - Densidades de corrente impostas às barras

Em ambos os casos anteriores as densidades de corrente são tidas como parâmetros conhecidos do problema, e ao se impor um valor constante para uma dada região implica-se em assumir hipótese de que efeitos de adensamento de corrente podem ser desprezados no escopo do estudo.

No caso dos enrolamentos amortecedores, por outro lado, a situação é diferente visto que as correntes nestes elementos não são conhecidas, e sim fazem parte do problema a ser resolvido. Em simulações transientes podem-se calcular tensões induzidas pelos campos magnéticos, porém para se levar em consideração a ligação paralela entre as barras e se calcular as correntes resultantes faz-se necessário o uso de elementos de circuito externo, que serão explorados a seguir. No caso simulações estáticas os amortecedores serão simplesmente desconsiderados.

Elementos de circuito externo

No caso de simulações não estáticas muitas vezes as correntes em determinados elementos não são conhecidas, fazendo parte integrante do problema a ser resolvido. Nestes casos o cálculo de campo do método dos elementos finitos é capaz de calcular tensões induzidas nestes elementos, porém a corrente final que irá circular dependerá de como estes elementos estão conectados em forma de circuito.

O software Ansys oferece uma ferramenta que permite introduzir elementos de circuito externo (tais como resistências, indutâncias, fontes de tensão, etc.) que possam ser acoplados a elementos do modelo original. Desta forma a formulação do problema considera uma matriz única incluindo as equações provenientes dos acoplamentos com circuitos externos e resolvendo todo o sistema simultaneamente.

A figura a seguir proveniente do manual do software Ansys (28) ilustra como elementos do modelo original podem ser representados e acoplados na forma de circuitos.

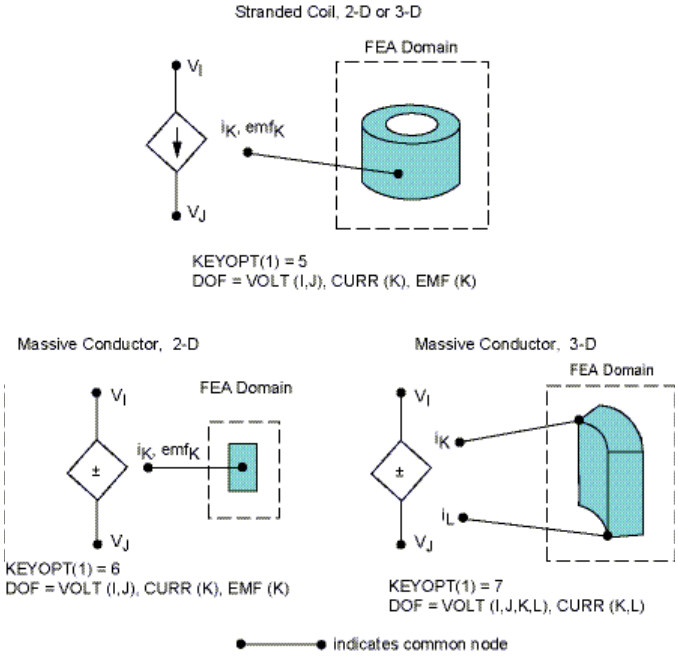


Figura B-13 – Acoplamento de elementos a circuitos externos (28)

Neste trabalho esta ferramenta será utilizada particularmente para representação das barras amortecedoras nos cálculos de análise transiente. Estas serão representadas de acordo com a opção “Massive Conductor. 2-D” da figura acima.

O circuito final obtido segue representado a seguir, onde os elementos pertencentes a cada barra amortecedora foram conectados a um mesmo potencial e representados como uma fonte de tensão única. Cada uma destas fontes (representantes do conjunto de elementos de cada barra) foi conectada às outras através de uma impedância equivalente à impedância de conexão entre as barras.

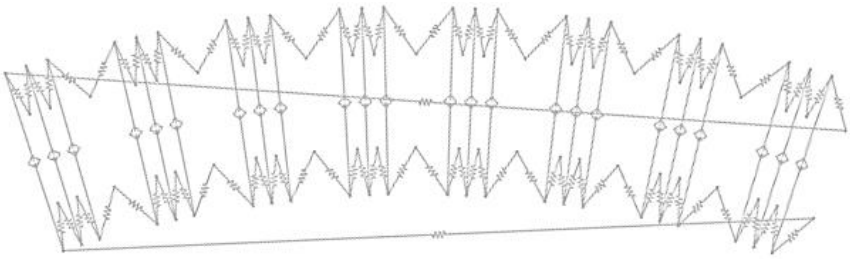


Figura B-14 - Elementos de circuito externo (28)

APÊNDICE C

CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO NÚCLEO

Terminologia

Durante o desenvolvimento desta seção será utilizada a mesma terminologia empregada por J.C. White (13):

Nomenclature

The co-ordinate system used is illustrated in Fig. 1.

A, B, C = indeterminate amplitudes of motion of a point on the middle surface in axial, peripheral, and radial directions, respectively
E = Young's modulus
G = shear modulus
S = strain energy stored in shell
T = kinetic energy of shell
a = mean radius of shell
e = direct strain
f_n = natural frequency
g = gravitational acceleration
h = shell thickness
l = shell length
$m + 1$ = number of axial nodes in vibration pattern
$2n$ = number of peripheral nodes in vibration pattern
p = a wave-length factor for the built-in case
t = time
u, v, w = displacements of a point on the middle surface in the axial, peripheral, and radial directions, respectively
β = $h^2/12a^2$
γ = shear strain
Δ = dimensionless frequency factor
δ = a wave-length factor for the simply supported case
λ = $1 - \mu_{xy}\mu_{yx}$
μ = Poisson's ratio
ξ = per-unit thickness of one of the two types of laminations making up the shell
ρ = density of shell
σ = direct stress
τ = shear stress
ω = $2\pi f$

Subscripts x, y, and z denote parameters associated with the three co-ordinate directions. Subscripts 1 and 2 denote parameters associated with the two types of laminations making up the shell.

Figura C-1 - Terminologia (figura extraída de J.C. White (13))

Derivação das equações de energia

Para obter as equações de energia quem regem o problema, considere o elemento infinitesimal representado na Figura C-2, onde a representa o raio da superfície intermediária adotada.

Será admitido que a espessura h é bem menor que o raio a. A energia elástica total armazenada, desprezando-se a forma trapezoidal do elemento infinitesimal, pode então ser escrita como:

$$S = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{l}\int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h}\left[\sigma_x e_x + \sigma_y e_y + \tau_{xy}\gamma_{xy}\right] a\, dz dx d\varphi \qquad \textbf{C-1}$$

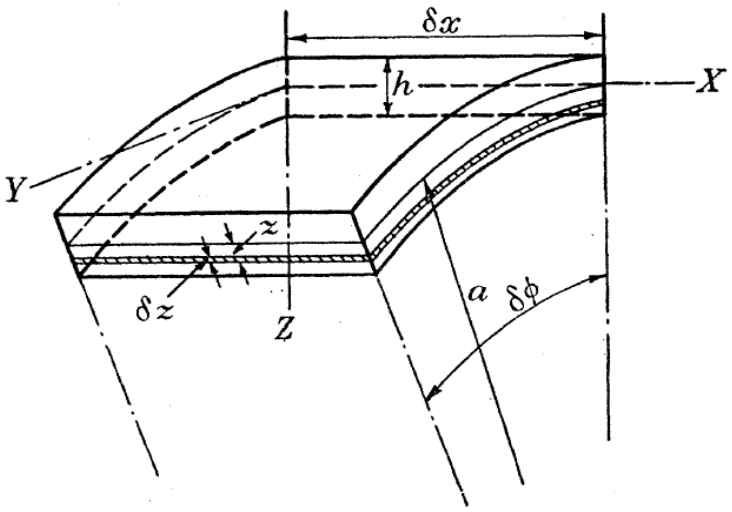


Figura C-2 - figura extraída de Arnold & Warburton (12)

Na equação C-1 já foram desprezados também a tensão na direção radial σ_z bem como as deformações de cisalhamento envolvendo a direção radial γ_{yz} e γ_{zx}.

Já considerando características anisotrópicas do material nas direções x e y (vide sistema de coordenadas da Figura C-2), a equação pode ser reescrita como:

$$S = \frac{1}{2\lambda}\int_0^{2\pi}\int_0^{l}\int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h}\left[E_x {e_x}^2 + E_y {e_y}^2 + 2\mu_{yz}E_x e_x e_y + \lambda \mathrm{G}_{xy}{\gamma_{xy}}^2\right] a\, dz dx d\varphi \qquad \textbf{C-2}$$

As variáveis e_x, e_y, e_z podem ser escritas em termos dos deslocamentos u, v, w da superfície intermediária de raio a e substituídas na equação acima.

$$e_x = \frac{du}{dx} - z\frac{d^2w}{dx^2} \qquad \textbf{C-3}$$

$$e_y = \frac{1}{a}\left(\frac{dv}{d\varphi} - w\right) - \frac{z}{a^2}\left(\frac{d^2w}{d\varphi^2} + \frac{dv}{d\varphi}\right) \qquad \textbf{C-4}$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{dv}{dx} + \frac{1}{a}\frac{du}{d\varphi}\right) - \frac{2z}{a}\left(\frac{d^2w}{dxd\varphi} + \frac{dv}{dx}\right) \qquad \textbf{C-5}$$

Por outro lado, a energia cinética do sistema é dada por:

$$T = \frac{\rho}{2g}\int_0^{2\pi}\int_0^{l}\int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h}\left[\left(\frac{du}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dt}\right)^2\right] a\, dzdx\, d\varphi \qquad \textbf{C-6}$$

Para correlacionar as duas energias de forma mais prática, pode-se substituir os termos u, v, w pelas expressões modais esperadas do problema, que dependem por sua vez das condições de contorno a serem aplicadas. A seguir expõe-se este processo de cálculo para condição de contorno de bordas simplesmente apoiadas.

<u>Derivação das frequências naturais para condição de contorno de bordas simplesmente apoiadas</u>

Para tal condição de contorno, onde não há deslocamentos do cilindro nas duas extremidades axiais, as variáveis u, v, w podem de antemão ser escritas como:

$$u = U \cdot cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right) cos(n\varphi) \qquad \textbf{C-7}$$

$$v = V \cdot sin\left(\frac{m\pi x}{l}\right) sin(n\varphi) \qquad \textbf{C-8}$$

$$w = W \cdot sin\left(\frac{m\pi x}{l}\right) cos(n\varphi) \qquad \textbf{C-9}$$

Onde U, V, W são funções que dependem apenas tempo.

Substituindo estas expressões em C-3, C-4 e C-5 e aplicando em C-2 obtém-se:

$$\begin{aligned} S = \frac{\pi l h}{4a\lambda}\{&E_x\delta^2[U^2 + W^2\delta^2\beta] + E_y[(Vn - W)^2 + \beta(Vn - Wn^2)^2] \\ &- 2\mu_{yx}E_x\delta[U(Vn - W) + W(Vn - Wn^2)\delta\beta] + \lambda G_{xy}[(V\delta - Un)^2 \\ &+ 4\beta\delta^2(V - Wn)^2]\} \end{aligned} \qquad \textbf{C-10}$$

Onde foram definidos

$$\beta = \frac{h^2}{12a^2} \qquad \textbf{C-11}$$

$$\delta = \frac{m\pi a}{l} \qquad \textbf{C-12}$$

Utilizando as formas modais esperadas na equação C-6, tem-se:

$$T = \frac{\pi\rho lha}{4g}[\dot{U} + \dot{V} + \dot{W}] \qquad \textbf{C-13}$$

Onde o ponto indica derivada no tempo.

Assumindo que U, V e W sejam expressos por funções harmônicas de amplitudes independentes e indeterminadas, temos:

$$U = A\cos(\omega t) \qquad \textbf{C-14}$$

$$V = B\cos(\omega t) \qquad \textbf{C-15}$$

$$W = C\cos(\omega t) \qquad \textbf{C-16}$$

Como A, B e C foram assumidos independentes, podemos aplicar as equações de Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{U}}\right) - \frac{\partial T}{\partial U} = -\frac{\partial S}{\partial U} \qquad \textbf{C-17}$$

De modo análogo, a mesma equação se aplica para V e W, levando ao seguinte sistema de equações algébricas:

$$\begin{bmatrix} (\alpha_{11} - \Delta) & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{12} & (\alpha_{22} - \Delta) & \alpha_{23} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & (\alpha_{33} - \Delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = 0 \qquad \textbf{C-18}$$

Onde:

$$\alpha_{11} = \frac{E_x}{E_y}\delta^2 + \frac{\lambda G_{xy}}{E_y}n^2 \qquad \textbf{C-19}$$

$$\alpha_{12} = -\delta n\left(\frac{\mu_{xy}E_x}{E_y} + \frac{\lambda G_{xy}}{E_y}\right) \qquad \textbf{C-20}$$

$$\alpha_{13} = \frac{\mu_{yx}E_x}{E_y}\delta \qquad \textbf{C-21}$$

$$\alpha_{22} = n^2(1+\beta) + \frac{\lambda G_{xy}}{E_y}\delta^2(1+4\beta) \qquad \textbf{C-22}$$

$$\alpha_{23} = -n(1+n^2\beta) - \beta n\delta^2\left(\frac{\mu_{xy}E_x}{E_y} + \frac{4\lambda G_{xy}}{E_y}\right) \qquad \textbf{C-23}$$

$$\alpha_{33} = 1 + \beta\left(n^4 + \frac{E_x}{E_y}\delta^2\right) + 2\beta\delta^2 n^2\left(\frac{\mu_{xy}E_x}{E_y} + \frac{2\lambda G_{xy}}{E_y}\right) \qquad \textbf{C-24}$$

$$\Delta = \frac{\rho\lambda a^2\omega^2}{E_y g} \qquad \textbf{C-25}$$

As frequências naturais podem então ser determinadas igualando-se o determinante da matriz a zero. Isto leva a uma equação cubica em Δ, com três raízes reais positivas.

Rearranjando a equação C-25, a frequência natural relacionada a cada Δ pode ser calculada como:

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta E_y g}{\rho\lambda a^2}} \qquad \textbf{C-26}$$

<u>Significado físico das 3 raízes para Δ</u>

Substituindo cada possível valor de Δ no sistema de equações C-18, tem-se como resultado um sistema possível e indeterminado, isto é, é possível calcular-se apenas 2 parâmetros em função do terceiro. Pode-se obter então as razões A/C e

B/C para cada uma das três possíveis raízes de Δ, tornando possível avaliar-se qual dos 3 valores A, B, C tem maior magnitude em relação aos outros. Fazendo isso, J.C. White (13) conclui em seu trabalho que:

a) A raíz de valor mais baixo indica que predomina o movimento radial (C predomina).
b) A raiz de valor intermediário indica que predomina o movimento tangencial (B predomina).
c) A raiz de valor mais alto indica que predomina o movimento axial (A predomina).

Para a maioria dos casos, incluindo o caso exemplo das máquinas elétricas, apenas a raiz de valor mais baixo (onde predomina o movimento radial) é de interesse, já que as outras raízes estão associadas a modos que não serão excitados e também estão associados a energias mais altas (mais difíceis de serem excitadas). Portanto, serão utilizados para discussão apenas os resultados para a raiz de valor mais baixo.

APÊNDICE D

Resultados para hidrogerador com excentricidade

Para os estudos sobre excentricidade dois casos serão levados em conta. No primeiro será imposta uma excentricidade ao estator (muitas vezes chamada de excentricidade estática) equivalente a 10% do entreferro da máquina, fazendo com que o rotor gire sempre mais próximo de uma determinada região do estator. No segundo caso será imposta uma excentricidade também equivalente a 10% do entreferro, porém desta vez ao rotor (muitas vezes chamada de excentricidade dinâmica), fazendo com que este gire mais próximo do estator em regiões que se alternam durante uma rotação completa. A figura a seguir mostra estes conceitos ilustrando o estator como o círculo azul externo, o rotor como o círculo vermelho interno e o centro de rotação como o ponto preto.

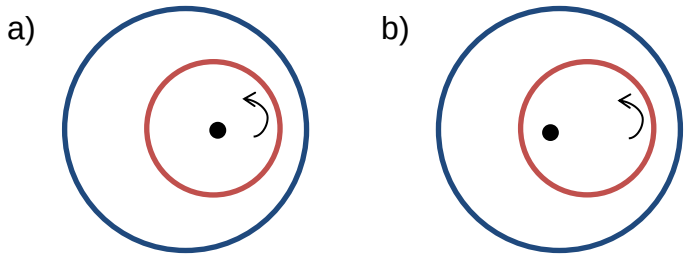


Figura D-1 - a) Excentricidade do Estator b) Excentricidade do Rotor

Após as simulações considerando excentricidade equivalente a 10% do entreferro, simulações adicionais considerando excentricidade equivalente a 5% do entreferro também são avaliadas a fim de se verificar a dependência das forças eletromagnéticas radiais com o nível de excentricidade. Espera-se que exista uma relação linear.

Por fim, uma avaliação da relação entre a excentricidade mecânica da máquina (no caso de excentricidade no rotor) e a excentricidade magnética que seria percebida por um sensor de fluxo magnético é estudada a fim de se viabilizar que a partir de uma leitura experimental deste sensor seja possível se estimar a excentricidade mecânica equivalente da máquina.

Modelo eletromagnético

Tanto para o caso de excentricidade no estator quanto no rotor é necessário se obter um modelo completo com todos os 72 polos da máquina, e tratando as conexões dos circuitos paralelos do estator da mesma forma feita para o enrolamento amortecedor, já que correntes circulantes devem surgir em função das excentricidades.

A Figura D-2 a seguir ilustra o modelo obtido.

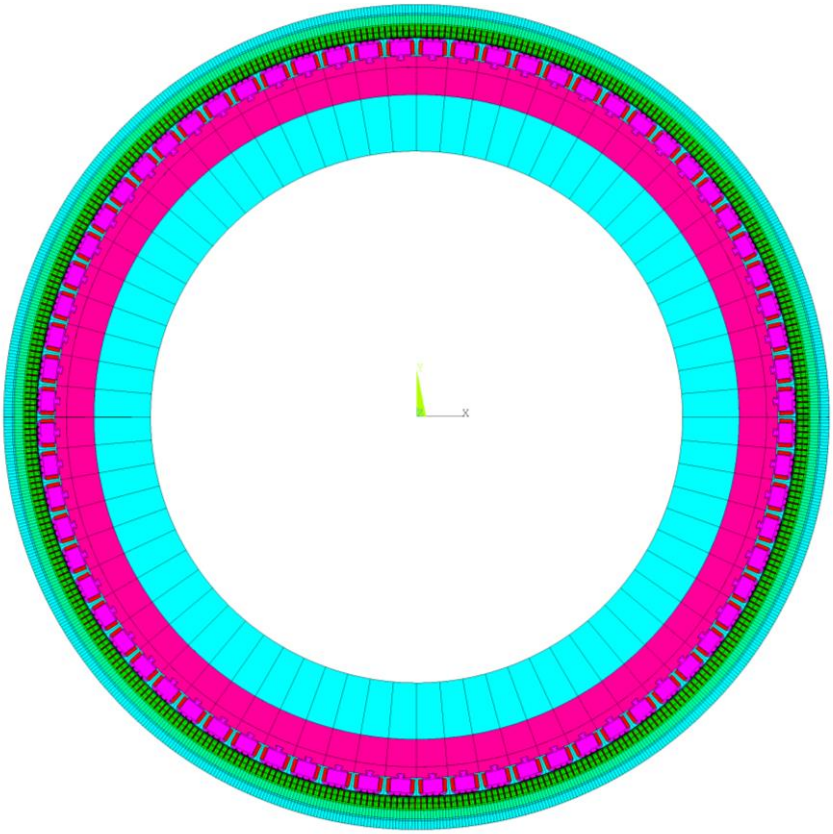


Figura D-2 - Modelo eletromagnético 360°

Devido à maior complexidade do modelo, o tempo computacional requerido para as simulações aumenta consideravelmente quando comparado ao caso de máquina idealmente concêntrica.

O período de tempo mínimo a ser analisado a partir do qual se pode esperar uma repetição cíclica dos resultados continua sendo 1/60Hz=16.67ms para o caso de excentricidade do estator. Porém, para o caso de excentricidade do rotor espera-se que os resultados se repitam apenas após um volta completa dos 72 polos, levando portanto a um período mínimo de 1/1.667Hz=600ms (1.667Hz corresponde à

frequência de rotação mecânica da máquina correspondente a 100RPM). Este último fato também contribui para um aumento considerável no tempo computacional necessário para simulação do caso com excentricidade no rotor.

Além disso, para simulações transientes é necessário que se tenha a estabilização das correntes induzidas não apenas nos enrolamentos amortecedores, mas também entre os circuitos paralelos do estator, o que também contribui novamente para o acréscimo do tempo computacional necessário.

As correntes do estator não são mais impostas como densidades de corrente sobre a seção transversal das barras como anteriormente, já que estas passam a fazer parte do problema que se busca resolver. Em lugar disso, depois de realizados todos os acoplamentos entre as barras por elementos de circuito externo conforme esquema de ligação da máquina real, uma fonte de corrente trifásica senoidal é acoplada aos pontos do enrolamento que correspondem aos terminais de fase. As amplitudes e fases dessas correntes devem corresponder ao ponto de operação que se deseja simular.

Resultados para forças eletromagnéticas

As simulações para os dois tipos de excentricidade considerados foram tomadas assumindo-se circuito magnético saturável e sob influência de correntes circulantes tanto no enrolamento amortecedor quanto nos circuitos paralelos do estator. A máquina encontra-se nas mesmas condições nominais de operação calculadas na seção 5.4 (corrente de excitação e ângulo de carga). Foi considerada em primeiro momento excentricidade equivalente a 10% do entreferro.

Primeiramente, são apresentados na Tabela D-1 valores relativos para as amplitudes das harmônicas de pressão comparadas às do caso anterior semelhante com condições ideais de concentricidade. Para uma análise mais global, a influência das forças tangenciais nos dentes não é levada em conta neste primeiro momento. Como feito anteriormente, foram apresentados valores apenas para casos com amplitudes maiores que 600N/m². A coluna k corresponde às ordens espaciais das harmônicas.

	Excentricidade no Estator							Excentricidade no Rotor						
k \ freq.(Hz)	-360	-240	-120	0	120	240	360	-360	-240	-120	0	120	240	360
0	-	-	-	0.999	-	-	-	-	-	-	1.000	-	-	-
9	-	-	-	-	0.990	-	-	-	-	-	-	0.991	-	-
18	-	-	0.961	-	-	1.131	-	-	-	0.962	-	-	1.134	-
27	-	-	-	0.998	-	-	-	-	-	-	0.997	-	-	-
36	-	-	-	-	0.996	-	-	-	-	-	-	0.997	-	-
45	-	-	0.873	-	-	1.130	-	-	-	0.875	-	-	1.138	-
54	-	-	-	1.109	-	-	-	-	-	-	1.110	-	-	-
63	-	-	-	-	1.023	-	-	-	-	-	-	1.023	-	-
72	-	-	0.994	-	-	0.897	-	-	-	0.994	-	-	0.900	-

Tabela D-1 - Amplitudes Relativas (p.u.) das Harmônicas de Pressão com Efeito da Excentricidade Equivalente a 10% do entreferro

A seguir são apresentadas na Tabela D-2 novas harmônicas de pressão, com ordens espaciais e temporais que só são possíveis devido à excentricidade. Os valores apresentados estão em N/m² ainda sem levar em consideração a influência das forças tangenciais nos dentes e uma coluna com variação percentual representa o efeito destas forças.

Excentricidade no Estator				Excentricidade no Rotor			
k	Freq. (Hz)	Amplitude (N/m²)	Variação forças tangenciais (%)	k	Freq. (Hz)	Amplitude (N/m²)	Variação forças tangenciais (%)
1	0	11725	-8.6	1	-1.667	12461	-8.4
2	0	2925	6.3	2	1.667	3034	7.2
4	0	1490	6.4	4	-1.667	1685	6.5
5	0	980	5.5	5	1.667	1042	6.8
7	0	752	9.6	7	-1.667	817	10.0
67	-120	667	30.3	67	-121.667	670	36.6
68	-120	543	16.1	68	-118.333	674	23.3
70	-120	2405	11.5	70	-121.667	2218	22.0
71	-120	2732	-13.5	71	-118.333	2852	-41.0

Tabela D-2 - Novas Harmônicas de Pressão Provenientes de Excentricidade Equivalente a 10% do entreferro

A partir destas duas tabelas pode-se notar que:

- A presença de excentricidade no rotor ou estator afeta apenas marginalmente as amplitudes das forças que já se observavam em condições ideias de concentricidade (as variações são menores que 5% na maioria dos casos e

não ultrapassam 15% em nenhum caso).

- Para ambos os casos de excentricidade as novas harmônicas que surgem têm mesmas ordens espaciais, porém diferentes frequências. No caso de excentricidade no estator as frequências são nulas para as ordens k mais baixas (próximas a 1) e -120Hz para k's mais altos (próximos a 72). No caso de excentricidade no rotor estas mesmas frequências aparecem afetadas por adicionais ±1.667Hz. Vale notar que 1.667Hz corresponde à frequência de rotação da máquina (100 RPM).
- Como já discutido anteriormente, apenas harmônicas com ordens k baixas apresentam maiores riscos de problemas de vibração nesta faixa de frequências observadas. Como consequência, conclui-se que apenas o caso de excentricidade no rotor apresenta potenciais riscos de problema de vibração, já que as frequências no caso de excentricidade no estator são nulas para tais ordens espaciais.

Estes resultados poderiam em partes ser previstos analiticamente através da equação que descreve a pressão magnética deduzida a partir do tensor de Maxwell:

$$P_r(\theta, t) = \frac{1}{2\mu_0} {B_r}^2(\theta, t)$$

Onde

$P_r(\theta, t)$ é a pressão magnética radial pra uma posição θ e instante t

$B_r(\theta, t)$ é o campo magnético radial no entreferro pra uma posição θ e instante t

μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo

Considerando-se a simplificação de que as excentricidades afetam a distribuição de campo como uma modulação da forma representada em ${B_r}'(\theta, t)$ a seguir, pode-se aproximar a nova distribuição de pressão ${P_r}'(\theta, t)$.

$${B_r}'(\theta, t) = B_r(\theta, t) \cdot \ [1 + e \cdot \cos(\theta - \beta \cdot 2\pi f_{rot} \cdot t)]$$

$${P_r}'(\theta, t) \approx P_r(\theta, t) \cdot \ [1 + 2 \cdot e \cdot \cos(\theta - \beta \cdot 2\pi f_{rot} \cdot t)]$$

Onde ${B_r}'(\theta, t)$ e ${\rho_r}'(\theta, t)$ são as novas distribuições de campo e pressão, e é a excentricidade percentual e f_{rot} a frequência de rotação. β é uma constante binária

que representa o tipo de excentricidade, assumindo valor 0 para excentricidade estatórica e 1 para rotórica.

Da relação trigonométrica a seguir, chega-se que o novo espectro de pressão terá as mesmas harmônicas que no caso sem excentricidade, mas com harmônicas adicionais de ordens k afetadas por ±1 e frequências afetadas por $\pm\beta \cdot f_{rot}$

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(a-b)$$

Como as harmônicas de maior amplitude ocorrem para $k = 0$ / freq.=0Hz e $k = 72$ / freq.=-120Hz, é de se esperar que as novas harmônicas de pressão oriundas da excentricidade sejam predominantemente aquelas com $k = \pm 1$ / freq.= $\pm\beta \cdot f_{rot}$ e $k = 72 \pm 1$ / freq.= $-120 \pm \beta \cdot f_{rot}$. Contudo, vale lembrar que o modelo via MEF considera efeitos de saturação e amortecimento das correntes induzidas, o que justifica o aparecimento de novas harmônicas e divergências nas amplitudes que seriam previstas estritamente por estas equações analíticas.

A fim de se analisar a dependência das amplitudes das novas harmônicas de pressão provenientes de excentricidade com o nível de excentricidade estudado, simulações adicionais considerando excentricidade no rotor equivalente a 5% do entreferro também foram avaliadas.

A tabela a seguir sumariza a relação entre as novas amplitudes obtidas por aquelas do caso anterior com excentricidade de 10% do entreferro

Excentricidade no Rotor		
RHO	**Freq. (Hz)**	**Amplitude (p.u.)**
1	-1.667	0.458
2	1.667	0.536
4	-1.667	0.533
5	1.667	0.534
7	-1.667	0.551
67	-121.667	0.685
68	-118.333	0.616
70	-121.667	0.611
71	-118.333	0.294

Tabela D-3 - Valores relativos das Novas Ondas de Pressão Considerando Excentricidade Equivalente a 5% do Entreferro

Com isso pode-se concluir que para as harmônicas de interesse (aquelas com ordens espaciais mais baixas) as amplitudes das ondas de pressão radial variam

praticamente de forma linear com o nível de excentricidade da máquina, como esperado.

Relação excentricidade magnética/mecânica e avaliação de dados experimentais

O objetivo desta seção é avaliar a relação da excentricidade mecânica de entreferro da máquina com a excentricidade magnética percentual que seria registrada por um sensor de fluxo magnético situado no estator no caso de excentricidade rotórica. Com esta informação é possível se estimar, apenas a partir da leitura do sensor de fluxo magnético, qual seria a excentricidade equivalente de entreferro que deveria ser utilizada em uma simulação que buscasse reproduzir as condições reais de concentricidade da máquina.

Desta forma garante-se que a informação realmente importante para cálculo das forças magnéticas, isto é, a excentricidade em termos do campo magnético propriamente dito, esteja livre de eventuais erros de cálculo que poderiam estar presentes caso se considerasse apenas o valor de excentricidade mecânica medido fisicamente. Deve-se lembrar, por exemplo, que uma medição de entreferro feita com a máquina em repouso não reproduz o entreferro real durante a operação, ao passo que a leitura ‘online’ feita pelo sensor de fluxo magnético traz característica reais de operação além de também levar em conta eventuais curtos entre espiras no enrolamento de campo.

A partir das mesmas simulações anteriores considerando excentricidade rotórica de 5% e 10% de entreferro foram obtidos os comportamentos da indução $B(t)$ ao longo do tempo no centro da face de cada um dos dentes estatóricos presentes no modelo. A figura a seguir ilustra a envoltória superior de $B(t)$ obtida em 4 diferentes dentes para o caso de excentricidade de 10% de entreferro. Os dados correspondem a uma volta completa do rotor.

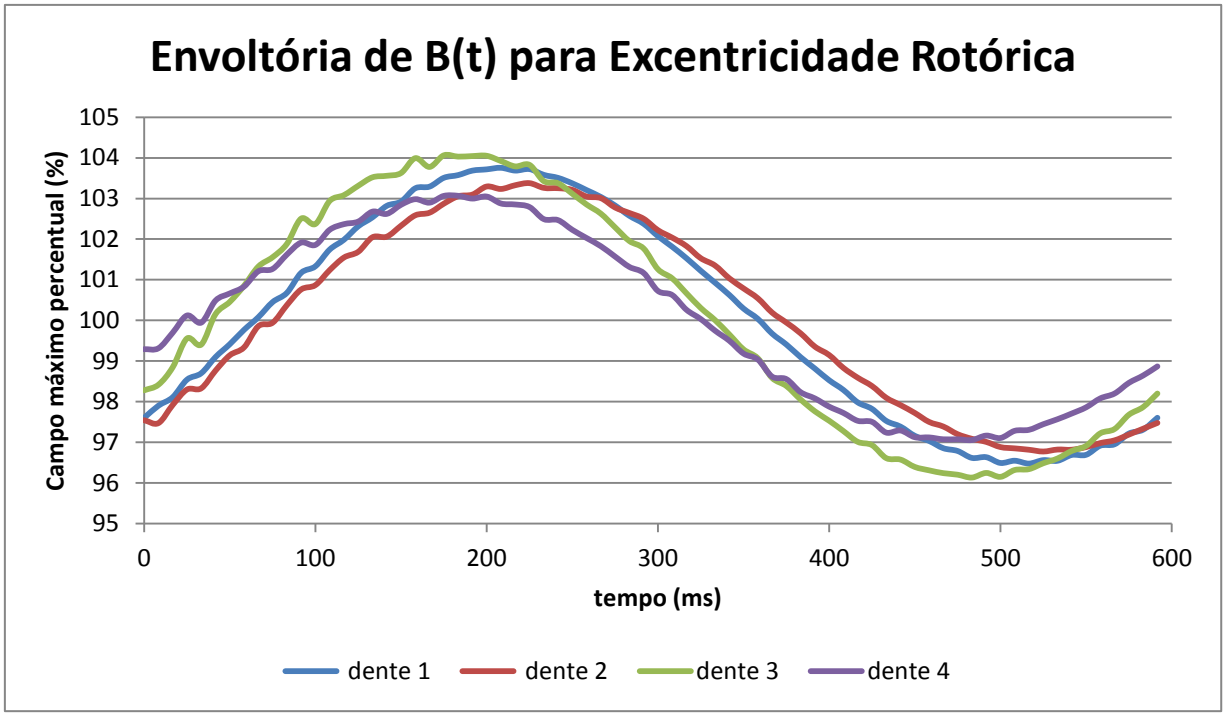


Figura D-3- Envoltória de B(t) para excentricidade rotórica de 10% do entreferro

Uma análise detalhada considerando inclusive a decomposição harmônica da envoltória de $B(t)$ em todos os dentes revelou que tanto para os casos de excentricidade equivalente a 10% e a 5% do entreferro é mantida a seguinte relação:

- Para cada 1% de excentricidade rotórica mecânica em relação ao entreferro tem-se em média 0.27% de excentricidade na envoltória de $B(t)$

Onde excentricidade na envoltória de $B(t)$ (ou excentricidade magnética) foi definida como a amplitude percentual das ondas fundamentais representadas na Figura .

Essa amplitude varia a depender de qual dente é considerado, de tal forma que o valor 0.27% refere-se a uma média de todos os valores encontrados para os dentes representados no modelo. A variação de dente para dente não é grande e ficou limitada entre 0.20% e 0.33%, justificando portanto a utilização apenas do valor médio de 0.27% para representar a relação entre excentricidades mecânica e magnética.

É natural o fato de a excentricidade magnética ser menor que a correspondente excentricidade mecânica um vez que se sabe que os circuitos paralelos no estator tendem a circular correntes que se opõem à variação de fluxo magnético e portanto amortecem os efeitos da excentricidade.

Avaliando-se os dados experimentais obtidos em campo pelo sensor de fluxo magnético e decompondo sua envoltória em série de Fourier chega-se às seguintes conclusões:

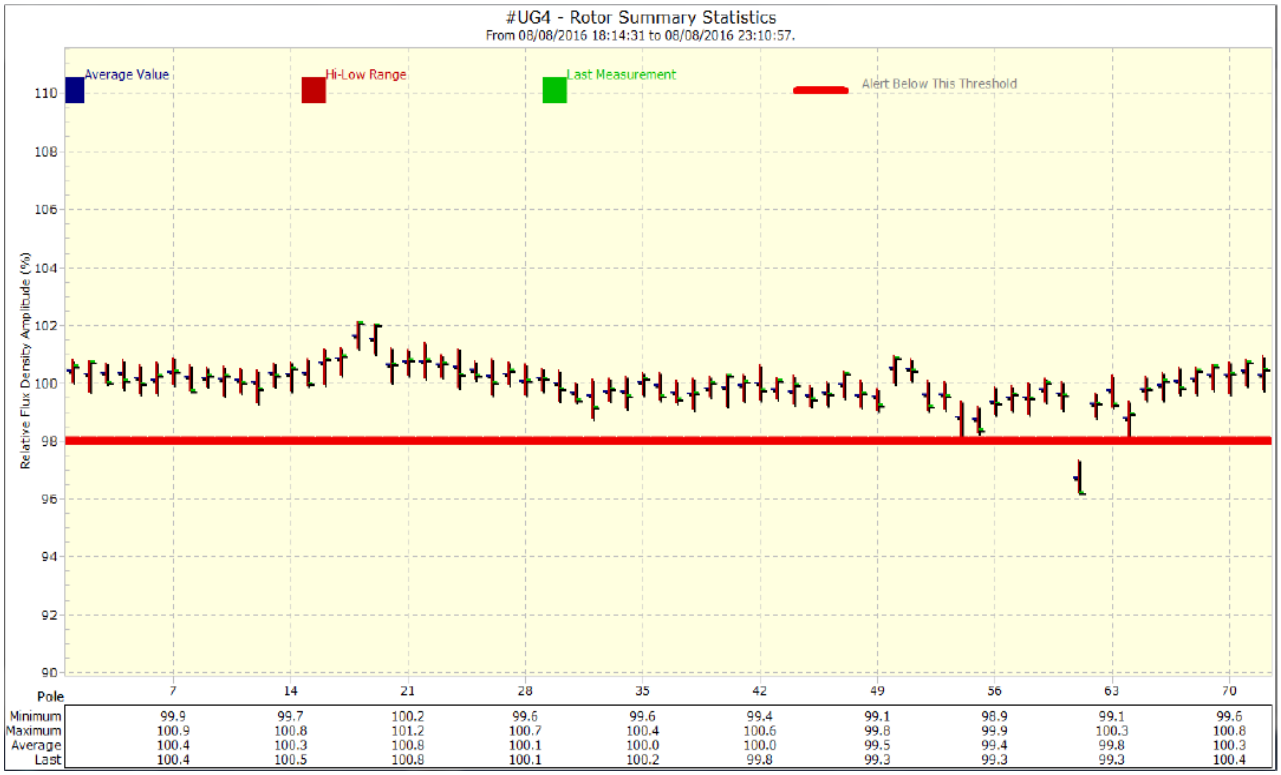


Figura D-4 - Medição de fluxo magnético para máquina em carga nominal

- Aparentemente existe 1 polo com curto entre espiras (polo 61)
- A excentricidade magnética obtida desprezando-se o polo 61 (amplitude da componente fundamental do gráfico da Figura) é de 0.5%
- A excentricidade magnética obtida considerando-se o polo 61 (portanto levando-se em conta o efeito de um eventual curto entre espiras) é de 0.6%

Com isso pode-se depreender que a excentricidade mecânica equivalente quando se despreza polo 61 é de 0.5%/0.27=1.85% do entreferro. Quando se considera o polo 61 este valor passa a ser 0.6%/0.27=2.22%.

Para estudos de vibração devido à excentricidade rotórica na máquina real pode-se portanto escalar proporcionalmente as forças apresentadas na Tabela 5-11, que são referentes a excentricidade de 10% do entreferro, para os valores equivalentes de 1.85% ou 2.22% do entreferro. O primeiro caso referir-se-á apenas à excentricidade geométrica do rotor enquanto que o segundo contemplará também o efeito de um suposto curto entre espiras do rotor.