LUÍS CARLOS LORENZO ACÁCIO

**EQUALIZAÇÃO PRÉ-FFT DE SISTEMAS
BASEADOS EM ORTHOGONAL
FREQUENCY-DIVISION MULTIPLEXING**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

São Paulo
2004

LUÍS CARLOS LORENZO ACÁCIO

**EQUALIZAÇÃO PRÉ-FFT DE SISTEMAS
BASEADOS EM ORTHOGONAL
FREQUENCY-DIVISION MULTIPLEXING**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração:

Sistemas Eletrônicos

Orientadores:

Prof. Dr. Vítor Heloiz Nascimento

Prof. Dr. Max Gerken (*in memoriam*)

São Paulo
2004

FICHA CATALOGRÁFICA

Acácio, Luís Carlos Lorenzo

Equalização Pré-FFT de Sistemas Baseados em Orthogonal Frequency-Division Multiplexing. São Paulo, 2004.
192 p.

Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos.

1. Comunicações Digitais. 2. Equalização. 3. Televisão. I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos. II. t.

Dedico esta dissertação à memória dos professores Dr. Normonds Alens e Dr. Max Gerken, a quem tive o prazer de ter como orientadores e amigos. Que este trabalho contribua em manter viva a lembrança.

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Vítor Heloiz Nascimento pelo incentivo e orientação, bem como pelos longos períodos dedicados a esta tarefa em detrimento de seus próprios afazeres.

Aos meus pais pela paciência que tiveram em meus momentos de exaltação durante as várias etapas que tiveram de ser superadas até a conclusão desta dissertação.

À Itautec Philco S.A., empresa em que trabalho, pelas horas e esforços que me permitiram desviar a este trabalho.

RESUMO

Esta dissertação trata da equalização no domínio do tempo de sistemas de comunicações digitais baseados em orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM), normalmente referida na literatura técnica como equalização pré-FFT. Tais sistemas foram originalmente projetados de modo a não necessitar de equalização, porém podem se beneficiar com seu uso, como mostrado a seguir. Foi implementado, em programa de computador, um simulador não codificado do sistema de televisão digital terrestre utilizado na Europa, o digital video broadcasting (DVB-T), que é baseado em OFDM e se encontra implantado com sucesso há alguns anos. Diversas simulações foram executadas comparando o método tradicional de recepção do sistema DVB-T com a versão equalizada proposta. Foram utilizadas várias técnicas de processamento digital de sinais para simular: a geração do sinal, sua passagem por um canal de comunicação com multipercurso, presença de ruído branco Gaussiano aditivo, equalização LMS (Least Mean Square), entre outros fenômenos importantes. Para um firme embasamento, o trabalho apresenta estudos matemáticos sobre a teoria geral do OFDM, modelos de canais de comunicação e o princípio básico do algoritmo LMS. Tendo-se utilizado o DVB-T como estudo de caso prático, não poderia deixar de constar uma descrição técnica desse sistema em que são apresentados vários dos detalhes e problemas envolvidos na geração e recepção do sinal. Com a finalidade de posicionar o leitor histórica e tecnologicamente, o texto inclui ainda uma revisão dos principais fatos que marcaram o desenvolvimento do OFDM desde os estudos iniciais até os dias de hoje.

ABSTRACT

This dissertation deals with time-domain equalization of digital communications systems based on orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM), usually referred as pre-FFT equalization in the technical literature. Such systems were originally designed to require no time equalization but can profit from its use, as is shown in this work. An uncoded simulator of the OFDM-based European system for terrestrial digital television transmission, the digital video broadcasting (DVB-T), was implemented in software. Many simulations were run to compare the performance of the traditional DVB-T reception method with the equalized version proposed. Several digital signal processing techniques were used to simulate as diverse phenomena as: generation of the source signal, effect of multipath communications channels, presence of additive white Gaussian noise, LMS (Least Mean Square) equalization, among others. In order to develop a solid base, the work includes mathematical studies about the general OFDM theory, models of communications channels and the basic principle of operation of the LMS algorithm. Since the DVB-T was used as a practical study case, a technical description of the system is presented, in which many problems and aspects about its generation and reception are discussed. To provide the reader with a historical and technological insight on the subject, this work also includes a summary of the landmarks in the development of the OFDM since the first experiments.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	vii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos do trabalho	2
1.2 Breve história do OFDM	6
2 O princípio básico do OFDM	10
2.1 Descrição matemática do OFDM	11
2.2 O intervalo de guarda e o prefixo cíclico	20
2.3 Validação do modelo discreto em banda-base	32
2.4 Principais parâmetros não modelados	39
3 DVB-T: Sistema de TV Digital	42
3.1 Descrição básica do DVB-T	44
3.2 Espalhamento espectral	47
3.3 Codificador e intercalador externos	48
3.4 Codificador e intercalador internos	50
3.5 As constelações do DVB-T	59
3.6 A estrutura de quadros do DVB-T	60

3.7	Os sinais de referência	64
3.8	DVB-T versão v1.5.1	72
3.9	Simulador DVB-T	73
4	O canal de transmissão	75
4.1	Classificação do desvanescimento	77
4.2	O conceito de dualidade	80
4.3	Sistemas lineares variantes no tempo	82
4.4	As funções de correlação do canal	94
4.5	Desvanescimento por multipercurso	106
4.6	Desvanescimento por efeito Doppler	108
4.7	Modelo discreto de canal	111
4.8	Dualidade entre multipercurso e Doppler	116
5	A equalização pré-FFT	118
5.1	A equalização no domínio do tempo	119
5.2	O algoritmo LMS	123
5.3	A estimação de canal	129
5.4	A proposta original de equalização	132
5.5	A primeira modificação	135
5.6	A versão final do equalizador	136
6	Análise experimental	140
6.1	Estimação de canal	141

6.2	Equalização com estimação de canal	147
6.3	Modelo de canal real	153
7	Conclusão e comentários finais	158
7.1	Sobre a estimação de canal	159
7.2	Sobre a equalização	160
7.3	Comentários finais	163
	Referências Bibliográficas	165
	Apêndice A – Programas de codificação	169
	Apêndice B – Programas de decodificação	176
	Apêndice C – Programa de equalização	182
	Apêndice D – Programas auxiliares	189

LISTA DE FIGURAS

1	Diagrama mostrando onde é feita estimação de canal	4
2	Diagrama com equalização adaptativa e estimação de canal	5
3	Linha do tempo do OFDM	7
4	Ortogonalidade entre portadoras no OFDM	15
5	Diagrama de blocos do OFDM complexo em banda-base	18
6	Diagrama de blocos do OFDM na notação de bancos de filtros . .	19
7	Diagrama de blocos de demodulação do OFDM	19
8	Diagrama de demodulação do OFDM em banco de filtros	20
9	Efeito do canal multipercurso	21
10	Ação do intervalo de guarda	21
11	Diagrama do transmissor/receptor OFDM	22
12	Modelo de canal em processamento de bloco	26
13	Novo modelo de transmissão/recepção	30
14	Ilustração da ação do prefixo cíclico	32
15	Diagrama de blocos do OFDM real em RF	33
16	Diagrama de blocos de demodulação do OFDM real em RF	34
17	Relação entre o canal real e o modelo complexo	39
18	Multiplexação de programas no DVB-T	46
19	Geração do sinal DVB-T a partir do TS	46

20	Diagrama de multiplicação por PRBS para espalhamento espectral	47
21	Adaptação dos pacotes MPEG2 para o DVB-T	48
22	Codificação externa dos pacotes DVB-T	50
23	Intercalador externo dos pacotes DVB-T	51
24	Codificador interno do DVB-T	51
25	Intercalador interno não-hierárquico do DVB-T	53
26	Intercalador interno hierárquico do DVB-T	54
27	Constelações QPSK e 16QAM uniforme	59
28	Constelação 64QAM uniforme	60
29	Constelação 16QAM não-uniforme	61
30	Constelação 64QAM não-uniforme	62
31	Diagrama de geração da PRBS para as portadoras contínuas . . .	67
32	Posição das portadoras piloto espalhadas	68
33	Árvore de classificação do desvanescimento	77
34	Funções de desvanecimento multipercurso	107
35	Funções de desvanecimento Doppler	109
36	Modelo discreto de canal WSSUS com desvanescimento lento . . .	114
37	Desvanescimento GWSSUS de Rayleigh e Rice	115
38	Método de simulação do desvanescimento Doppler	116
39	Topologia básica do equalizador proposto por Armour	120
40	Topologia alternativa do equalizador proposto por Armour	121
41	Exemplo simplificado de estimação	124

42	Posição das portadoras piloto no DVB-T	130
43	Diagrama de blocos do LMS de estimação de canal	131
44	Diagrama de blocos da proposta original	133
45	Estimador LMS desejado para o equalizador	135
46	Estimador LMS adaptado ao DVB-T	137
47	Constelação de sinal OFDM recebido sem estimação de canal . . .	141
48	Constelações de sinal OFDM recebidas com estimação de canal . .	142
49	Comparação de vários métodos de estimação de canal	144
50	Estimação de canal simples e LMS com AWGN	145
51	Diferença entre as interpolações cúbica e linear	146
52	Desempenho do equalizador pré-FFT	147
53	Efeito da inclusão do equalizador	148
54	Desempenho do equalizador pré-FFT com PC=02	149
55	Erro de adaptação LMS do equalizador com PC=02	150
56	Desempenho do equalizador na presença de AWGN	151
57	Desempenho do equalizador com amplitude de eco variável	151
58	Comparação de soluções para efeito de borda	153
59	Respostas impulsiva e em frequência do canal Fremont	157

LISTA DE TABELAS

1	Algumas aplicações importantes do OFDM	3
2	Padrão de perfuração do codificador interno	52
3	Padrão de demultiplexação do intercalador interno	54
4	Parâmetros do DVB-T em canal de 6MHz	63
5	Durações do símbolo DVB-T	63
6	Fator de normalização das constelações do DVB-T	65
7	Posição das portadoras piloto contínuas	66
8	Posição das portadoras TPS	68
9	Conteúdo das portadoras TPS	69
10	Formato dos dados TPS nos bits $s_{23} \sim s_{29}$	70
11	Formato dos dados TPS nos bits $s_{30} \sim s_{39}$	71
12	Lista de variáveis de tempo e frequência	98
13	Canais reais usados nas simulações	155
14	Resultado das simulações na banda de VHF	156
15	Resultado das simulações na banda de UHF	156

1 INTRODUÇÃO

Vivemos em uma época em que a demanda por meios de comunicação cada vez mais rápidos cresce vigorosamente. Chega a ser espantosa a habilidade que os criadores de conteúdo possuem em tornar lentos os mais modernos meios de transmissão de dados. Quando os modems para linha telefônica atingiram os 28800bps, em fase de franca expansão mundial da Internet, surgiu um certo desconforto no mercado de comunicação de dados residencial no qual se comentava que a capacidade máxima do canal telefônico estava perto de ser atingida. O prodigioso aumento de velocidade de transmissão que partira de meros 300, 600 e 900bps e alcançara os 28800bps em poucos anos, estava fadado a um fim não muito distante, vítima da inexorável profecia de Shannon décadas atrás. Mais uma vez, a matemática triunfara, cumpriu-se o que estava escrito: os modems de linha telefônica alcançaram os 56600bps¹ e lá permanecem até a presente data.

Mas esses incríveis engenheiros e suas máquinas maravilhosas não se rendem e alegam que a capacidade do canal telefônico residencial é, em grande parte, limitada pela banda aproximada de 3400Hz entre origem e destino²; o par trançado que liga as residências às centrais telefônicas possui uma banda útil razoavelmente maior. Foi assim que surgiram os modems de banda-larga, que utilizam uma faixa

¹Uma taxa utópica para a grande maioria dos usuários, inclusive o autor, por requerer condições de linha telefônica demasiadamente favoráveis, difíceis de se obter na prática.

²Aqui, chamamos de “origem” o lado que inicia a chamada e “destino quem a recebe”. 3400Hz é a faixa de frequências do canal telefônico de voz. Os modems codificam os dados a serem transmitidos de modo a encaixá-los nessa faixa. Para a central telefônica é indiferente se o que trafega é voz ou dados.

de frequência que vai de aproximadamente 4kHz a 1,1MHz, da residência à central telefônica, e canais de dados de altas taxas entre centrais. Não se trata de uma afronta a Shannon, mas de uma esperta utilização, por partes, de seus princípios. Hoje, existem modems residenciais que atingem 1,5Mbps a custos acessíveis ao usuário final. Para atingir tais taxas, empregam-se modernas técnicas de modulação digital, como o OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), motivo de estudo deste trabalho que veremos em detalhe no capítulo 2.

Os modems residenciais de banda-larga são apenas uma das diversas aplicações do OFDM, a tabela 1 apresenta outras importantes. O avanço do OFDM ainda não atingiu o seu ponto de inflexão e continua na ascendente; enquanto os esforços até aqui se concentraram na viabilização, agora se direcionam à otimização. Linhas de pesquisa atuais almejam melhorar o desempenho através de diversas estratégias, como: equalização de canal, combinação com CDMA (Code Division Multiple Access), utilização de múltiplas antenas, antenas inteligentes, melhor codificação e outras.

Em suma, o estudo do OFDM é uma área bastante atual, ativa e interessante das comunicações digitais. Neste capítulo, pretendemos posicionar historicamente o OFDM e introduzir o que se pretende com este trabalho.

1.1 Objetivos do trabalho

Praticamente todos os meios atuais de comunicação por sinais eletromagnéticos utilizam alguma forma de compensação dos efeitos distorsivos do canal. Em sistemas nos quais o canal é invariante ou lentamente variante no tempo é comum a utilização de filtros ótimos do ponto de vista de alguma função custo [1]. Tal estratégia é válida mesmo em situações em que não se conhece a resposta do canal

DAB	<i>Digital Audio Broadcasting</i> : padrão europeu de radiodifusão de áudio digital terrestre, mantido pelo ETSI ^a . Possui 5 modos com diferentes parâmetros para a seleção do mais indicado em cada situação. Usa D-QPSK nas portadoras evitando a estimação de canal.
	Tx=0,6 a 1,7Mbps Np= 192 a 1536 B= 1,54MHz
DVB-T	<i>Digital Video Broadcasting - Terrestrial</i> : padrão europeu de radiodifusão de televisão digital terrestre, mantido pelo ETSI ^a . Possui parâmetros que permitem obter diversos modos alterando-se número de portadoras, constelação, taxa de correção de erro e outros.
	Tx=3,73 a 31,67Mbps Np= 1705/6817 B= 6/7/8MHz
ISDB-T	<i>Integrated Services Digital Broadcasting - Terrestrial</i> : padrão de radiodifusão de televisão digital terrestre usado no Japão, mantido pela ARIB ^b . Semelhante ao DVB-T, porém usa codificação mais forte que lhe fornece melhor desempenho para recepção móvel. Permite segmentação do espectro visando aplicações multimídia.
	Tx=3,65 a 30,98Mbps Np= 1405/2809/5617 B=6/7/8MHz
IEEE 802.11a	Extensão em OFDM, em torno de 5GHz, da família de padrões de rede sem fio IEEE802.11, é mantida pelo IEEE ^c . Originária dos Estados Unidos difundiu-se em vários outros países. Possui diversos níveis de taxa/robustez obtidos através de diferentes combinações de modulação da portadora e taxa de correção de erro.
	Tx=6 a 54Mbps Np= 52 B= 20MHz
Hiperlan/2	<i>High Performance LAN - Type 2</i> : especificação de rede sem fio, mantida pelo ETSI ^a , usada na Europa. É muito semelhante à IEEE802.11a em quase todos os parâmetros, as diferenças são sutis e ocorrem muito mais a nível lógico do que físico.
	Tx=6 a 54Mbps Np=52 B=20MHz
ADSL	<i>Asymmetric Digital Subscriber Line</i> : usado em modems banda-larga de linhas telefônicas residenciais. Há vários padrões, mas um dos mais difundidos é o T1.413-1998, baseado em OFDM e mantido pelo ANSI ^d . Suporta as taxas múltiplas de 32kbps do intervalo abaixo, embora taxas altas exijam condições de linha raras na prática.
	Tx=32 a 6144kbps Np= 255 B= 1,1MHz
Tx= Taxa de transmissão Np= Núm. de portadoras B= Banda de transmissão	
^a European Telecommunications Standards Institute. ^b Association of Radio Industries and Businesses. ^c The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. ^d American National Standards Institute, Inc.	

Tabela 1: Algumas aplicações importantes do OFDM.

antecipadamente, caso em que se usam seqüências de treinamento³. Para canais variantes no tempo, no entanto, isso não é tão adequado e recomenda-se o uso de

³Este método é bastante empregado nos modems residenciais de linha telefônica, pois o canal muda cada vez que se realiza uma nova ligação mas é razoavelmente estável durante a conexão.

alguma forma de adaptação às transições do canal. Este é o caso típico das comunicações sem fio, pois o meio aéreo é sujeito a variações climáticas, obstáculos móveis, receptores móveis e diversos outros fatores que influenciam a resposta do canal. Um método bastante tradicional nas comunicações digitais de lidar com este problema é a equalização adaptativa [1]. Em sistemas de múltiplas portadoras, também é comum a estimação de canal⁴ baseada em informações transportadas nas diversas portadoras [2].

No nosso trabalho, estaremos interessados na equalização adaptativa e na estimação de canal, e nelas concentraremos nossas atenções. Iniciamos apresentando o diagrama simplificado da figura 1 mostrando que a estimação de canal é normalmente feita após a *Transformada Discreta de Fourier* (TDF)⁵.

Figura 1: Diagrama mostrando onde é feita a estimação de canal.

A equalização adaptativa é normalmente realizada antes de qualquer outro tratamento digital do sinal. Uma equalização bem feita poderia eliminar completamente a necessidade da estimação de canal, mas elas não são técnicas mutuamente excludentes e podem ser usadas de forma complementar, como proposto em [3] e mostrado na figura 2, onde se utiliza realimentação após a estimação do canal.

⁴A estimação de canal é necessária quando a demodulação é coerente, mas pode ser dispensada quando é diferencial, veja [2].

⁵O uso da TDF na geração do OFDM é técnica comum, como veremos no capítulo 2

Figura 2: Diagrama com equalização adaptativa e estimação de canal.

A proposta deste trabalho é analisar a eficiência do esquema de equalização mostrado na figura 2 mas limitando o nosso estudo a apenas uma aplicação prática particular, o DVB-T (veja tabela 1 e figura 3); com isto, procuraremos tirar vantagens de características específicas do sistema.

Os principais objetivos deste estudo são:

- Ganhar experiência com sistemas OFDM de um modo geral ;
- Analisar a viabilidade e utilidade da equalização pré-FFT em sistemas OFDM, os quais foram criados de modo a não necessitar do equalizador;
- Conhecer em profundidade a aplicação específica DVB-T, que é um sistema de televisão digital utilizado em diversos países da Europa e Oceania. O Brasil se encontra em fase de estudos do sistema de TV digital a ser adotado nacionalmente, sendo este um assunto bastante atual em nosso país;
- Implementar um simulador de DVB-T que inclua os blocos necessários ao nosso estudo;
- Analisar a possibilidade de particularizar o esquema de equalização sugerido na figura 2 ao DVB-T. Se obtido sucesso, isso significaria uma melhor

utilização do canal de comunicação;

- Estudar modelos de canais de comunicação que simulem condições reais de recepção e utilizá-los para validar a equalização pré-FFT.

No capítulo 2 faremos uma introdução matemática ao OFDM, ferramenta básica para entendimento do DVB-T, o qual será apresentado em detalhes no capítulo 3. Quanto à caracterização de canais de comunicação, será abordada no capítulo 4. Voltaremos aos temas da estimação de canal e equalização pré-FFT no capítulo 5, onde as estudaremos em mais detalhes. Nos dois últimos capítulos, apresentaremos resultados experimentais e concluiremos o trabalho.

Encerramos este capítulo apresentando um rápido histórico do OFDM.

1.2 Breve história do OFDM

A história do OFDM já foi abordada em diversas publicações, como por exemplo [4], [2] e [5]. Assim, sem a pretensão de sermos completos ou exaustivos, apresentaremos apenas um resumo estruturado que permita uma visão histórica global do OFDM. Começamos chamando a atenção para a figura 3, que apresenta alguns fatos que marcaram o desenvolvimento do OFDM e são constantemente mencionados na literatura técnica. A divisão em fases objetiva apenas ressaltar os tipos de trabalhos mais marcantes de cada época e não se trata de uma classificação oficial.

O fato comumente considerado a pedra fundamental de sistemas de múltiplas portadoras é o KINEPLEX [6]⁶, embora existam rumores de trabalhos anteriores

⁶Infelizmente, não tivemos acesso a estes artigos. Eles constam da bibliografia por se tratarem de casos históricos importantes muito recorrentes na literatura técnica.

Figura 3: Linha do tempo com principais eventos na história do OFDM.

a esse (veja [5], página 4); trata-se de um modem de aplicações militares⁷. Em seguida, alguns outros trabalhos foram publicados, entre os quais se destaca o artigo escrito em 1966 por R. W. Chang [7]⁶, então funcionário do Bell Laboratories, que percebendo a potencialidade de aplicações práticas deu entrada com pedido de patente junto ao escritório de patentes dos EUA um mês antes da publicação de seu artigo. A patente [8] foi aprovada em 1970 sob o número 3.488.445.

Com a teoria suficientemente evoluída, as atenções voltaram-se para as primeiras implementações práticas, e já em 1967 surgiu o KATHRYN [9], modem com taxa variável de 75 a 2550bps, ocupando 3kHz do espectro implementado com base em um *transformador de Fourier analógico*. Mas as dificuldades práticas de construção analógica de sistemas multiportadora são muitas, particularmente quando o número de portadoras é grande e se exigem vários osciladores locais com fase e frequência precisas; os custos crescem rapidamente. A essa altura, o

⁷Como ocorre com praticamente todas as técnicas de espalhamento espectral, o OFDM também nasceu com fins militares.

famoso artigo de Cooley e Tukey sobre a FFT (Fast Fourier Transform) já havia sido publicado e a sua importância para o processamento de sinais reconhecida. Assim, o próximo grande avanço foi a identificação de um método baseado na FFT para a implementação de modems, marcando a entrada do OFDM na era digital. O primeiro artigo a esse respeito [10] foi publicado em 1971 por Weinstein e Ebert⁸.

A década de 70 foi marcada pela evolução da teoria de processamento digital de sinais e, como consequência, o avanço de técnicas de implementação do OFDM. Paralelamente, desenvolviam-se modelos de canal de RF cada vez mais precisos, uma tarefa que se iniciou em 1963 com Bello [11] e se estende até os dias de hoje [12], [13], [14] e [15]. Já em 1967, Saltzberg [16] alertava para a importância em lidar com o problema da interferência entre símbolos ocasionada pela dispersão do sinal. Nesta linha, o grande marco somente ocorreria em 1980, quando Peled e Ruiz [17] introduziram o uso do prefixo cíclico, no lugar do intervalo de guarda silencioso, como forma de preservar a ortogonalidade entre as portadoras e mitigar o efeito do canal dispersivo no tempo.

Com a revolução tecnológica dos processadores digitais de sinal ocorrida nos anos 80, os especialistas começaram a perceber que se aproximava o momento de saltar da teoria para a prática. Novas aplicações começaram a ser buscadas: em 1985 Cimini [18] realiza simulações para o uso do OFDM em canais de recepção móvel; em 1991 Chow [19] sugere o uso do OFDM⁹ em modems para comunicação através do par trançado de linhas telefônicas residenciais, lançando o ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line).

⁸O artigo menciona a existência de algoritmos de FFT, mas não cita o artigo de Cooley e Tukey.

⁹Costumeiramente, chama-se de DMT (Discrete Multi-Tone) o uso de OFDM em sistemas com fio, que em geral empregam distribuição espectral não-uniforme de informação (bit-loading), ou seja, divide-se o espectro em bandas e atribui-se mais informação às bandas com melhor relação sinal ruído.

A tecnologia madura e a teoria bem estabelecida resultaram em diversas aplicações práticas na década de 90 (veja tabela 1). Em 1995 o ANSI definiu o padrão [20] de ADSL, baseado em OFDM, que se tornaria a base de outras especificações¹⁰. Na mesma época, a Europa iniciava o processo de substituição da radiodifusão analógica de áudio pela digital. O padrão DAB [21] trazia, além de melhor qualidade para os usuários finais, vantagens para os órgãos governamentais controladores do espectro que passaram a poder contar com redes de frequência única¹¹. O OFDM foi também a solução usada pelos europeus (e, posteriormente, os japoneses) para transmissão de televisão digital terrestre, definida pelo padrão DVB-T [22] em 1997. Mais do que um meio de entrega de programas televisivos, o DVB-T é um canal de comunicações que pode transportar vídeo, áudio, dados auxiliares do canal, dados em banda-larga e qualquer outro tipo de informação digital. Outra aplicação que se difundiu rapidamente (e ainda continua a se expandir) foi o uso do OFDM em redes (de computador) móveis sem fio. Os padrões Hiperlan/2 [23] e IEEE802.11a [24], muito semelhantes entre si, permitem que computadores se comuniquem a algumas centenas de metros a taxas que variam de 6 a 54Mbps. O seu sucesso foi tanto que em 2003 foi aprovado o padrão IEEE802.16a [25] de redes fixas sem fio com abrangência da ordem de algumas dezenas de quilômetros, no qual duas das três especificações de meio físico são baseadas em OFDM.

¹⁰O padrão definido pelo ANSI foi considerado muito complexo e com demasiadas combinações. No entanto, foi endossado por outras especificações que incluíram [5]: simplificações para o usuário, redução de complexidade de hardware, favorecimento da distância alcançada e não da taxa, coexistência com padrões regionais, etc...

¹¹Redes de frequência única (SFN - Single Frequency Networks) se referem ao uso da mesma portadora (canal) de RF para transmissão em regiões vizinhas, economizando espectro. Através de uma delicada sincronização dos transmissores, elas podem abranger regiões grandes mas limitadas, basicamente definidas pelo tamanho do prefixo cíclico. Isto, graças à habilidade do OFDM em lidar com multipercuro.

2 O PRINCÍPIO BÁSICO DO OFDM

Em um sistema de transmissão de canal único, os dados são tipicamente enviados de forma seqüencial. Para se atingir as altas taxas de dados necessárias aos meios atuais de comunicação, a duração dos símbolos deve ser reduzida ao mínimo necessário que possa garantir a recepção em condições satisfatórias. Como a maioria dos canais de transmissão possuem resposta ao impulso dispersiva no tempo, ocorrem interferências entre símbolos (ISI - Inter Symbol Interference) que precisam ser eliminadas antes da decodificação dos dados. Uma alternativa para atenuar este efeito, mantendo a taxa de transmissão de dados, é aumentar o número de canais que são transmitidos simultaneamente, permitindo aumentar os períodos; se, por exemplo, transmitirmos dois canais simultaneamente, poderemos dobrar a duração dos símbolos¹ mantendo a mesma taxa de transmissão de dados.

A forma usual de transmissão de múltiplos canais é a multiplexação em frequência (FDM - Frequency Division Multiplexing), na qual se utiliza uma banda de frequência bem maior do que a requerida por cada canal. Utiliza-se esse excesso de banda para transmitir vários canais, cada um deles em torno de portadoras diferentes, que se sobrepõem no tempo, mas podem ser individualmente recuperados por não se sobreporem em frequência. A utilização de diversas portadoras para transmitir múltiplos canais é genericamente classificada como sistema de transmissão multiportadoras [1].

¹Símbolo é entendido, neste contexto, como o conjunto total de dados que são transmitidos simultaneamente.

O OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) é um tipo particular de FDM no qual as portadoras são ortogonais entre si, o que permite que elas sejam recuperadas individualmente mesmo ocorrendo superposição também em frequência [26]. Tira-se proveito desta dupla superposição reduzindo-se a banda de transmissão e aumentando-se o número de canais. Desta forma, é possível aumentar a duração total dos símbolos e reduzir a ISI causada pela resposta dispersiva no tempo do canal.

Durante a transmissão dos dados, diversos tipos de degradações se abatem sobre o sinal: adição de ruído branco gaussiano, desvanescimento por multipercurso e efeito Doppler, ruído impulsivo e outros [2]. As várias técnicas para lidar com cada uma dessas degradações serão discutidas em seções posteriores. Neste capítulo, apresentaremos o OFDM de forma precisa, o método mais comum de geração do sinal em banda-base e mostraremos como a utilização do intervalo de guarda e do prefixo cíclico aumenta ainda mais a robustez à dispersão no tempo. Em seguida, abordaremos a questão do modelo complexo discreto em banda-base que é constantemente utilizado em literatura técnica e muito empregado em simulações de computador. Finalmente, mencionaremos alguns fenômenos adicionais que não serão considerados nas simulações e logo, terão pouco espaço neste trabalho.

2.1 Descrição matemática do OFDM

Na forma tradicional de representação do OFDM, cada símbolo é obtido por uma soma de trechos de senóides de diferentes frequências codificadas em BPSK, QPSK ou QAM. Cada uma dessas senóides é chamada de portadora. Um símbolo OFDM pode ser formado por dezenas, centenas ou até milhares de portadoras. Como os diversos símbolos são transmitidos sequencialmente, pode-se imaginar

o sistema como um conjunto de canais paralelos, cada um deles transmitindo dados serialmente a baixas taxas². Assim, podemos representar o sinal OFDM em banda-base pela seguinte equação ([2] e [26]) :

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=0}^{N_p-1} \left(d_{l,k} \cdot e^{j \frac{2\pi k \cdot (t-l \cdot T_s)}{T_s}} \cdot P_{T_s}(t - l \cdot T_s) \right) \quad (2.1)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{ll} N_p & = \text{Número de portadoras;} \\ k & = \text{variável de indexação das portadoras;} \\ l & = \text{variável de indexação dos símbolos;} \\ t & = \text{variável temporal;} \\ T_s & = \text{Duração de um símbolo;} \\ d_{l,k} & = \text{dado (complexo) que se deseja transmitir na portadora } k \text{ do símbolo } l. \end{array} \right.$$

e:

$$P_T(t) = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \leq t < T, \\ 0, & \text{para } t < 0 \text{ ou } t \geq T. \end{cases}$$

O sinal $s(t)$ na equação (2.1) é o sinal OFDM complexo e em banda-base. Quando quisermos representar um único símbolo genérico ao invés do sinal completo, faremos referência ao sinal $x(t)$ definido por:

$$x(t) = P_{T_s}(t) \cdot \sum_{k=0}^{N_p-1} \left(d_k \cdot e^{j \frac{2\pi k t}{T_s}} \right) \quad (2.2)$$

²A taxa de cada canal é dita baixa por ser bem menor do que a necessária para um único canal transmitindo dados à mesma velocidade.

A ausência do índice l pode ser interpretada como uma referência ao símbolo $l = 0$ no intervalo $0 \leq t < T_s$; todos os demais símbolos serão similares a esse apenas deslocados no tempo e usando os respectivos dados d_k , não havendo, portanto, perda de generalidade. Na forma como foi definido $x(t)$, o índice $k = 0$ corresponde ao nível médio do símbolo e o índice $k = N_p - 1$ à sua portadora de frequência mais alta. Além disso, a diferença da frequência entre uma portadora e a(s) sua(s) adjacente(s) é de $\Delta_f = \frac{1}{T_s}$. Este valor não foi escolhido ao acaso, como veremos a seguir.

Tomando-se os d_k no corpo complexo, o conjunto de todos os possíveis $x(t)$, com as operações usuais de produto por escalar e soma de funções, forma um espaço vetorial $\mathbf{E}$ de dimensão N_p com base $B = \{1, e^{j2\pi t\Delta_f}, e^{j4\pi t\Delta_f}, \dots, e^{j2\pi t(N_p-1)\Delta_f}\} = \{b_0, b_1, b_2, \dots, b_{N_p-1}\}$, cujos elementos são as portadoras do símbolo OFDM. Este pode ser prontamente transformado em um espaço de Hilbert definindo-se o seguinte produto interno [1]:

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \frac{1}{T_s} \cdot \int_0^{T_s} x(t) \cdot y^*(t) dt \quad (2.3)$$

Aplicando-se este produto interno aos elementos de B dois a dois, obtemos:

$$\langle b_m, b_n \rangle = \frac{1}{T_s} \cdot \int_0^{T_s} e^{j2\pi t m \cdot \Delta_f} \cdot e^{-j2\pi t n \cdot \Delta_f} dt = \frac{1}{T_s} \cdot \int_0^{T_s} e^{j \frac{2\pi \cdot (m-n) \cdot t}{T_s}} dt$$

que resulta em:

$$\langle b_m, b_n \rangle = \begin{cases} 1, & \text{se } m = n, \\ 0, & \text{se } m \neq n. \end{cases} \quad (2.4)$$

Logo, B é uma base ortonormal de $\mathbf{E}$. Esta ortogonalidade entre as portadoras em um símbolo justifica a letra “O” na sigla OFDM. Da equação (2.4) também se conclui que:

$$\langle d_k \cdot b_m, b_m \rangle = d_k \cdot \langle b_m, b_m \rangle = d_k \quad \text{e} \quad \langle d_k \cdot b_m, b_n \rangle = d_k \cdot \langle b_m, b_n \rangle = 0 \quad (n \neq m)$$

Ou seja, é possível recuperar qualquer um dos d_k sem interferência dos demais, bastando para isso multiplicar pelo conjugado da respectiva portadora e integrar no intervalo $[0, T_s]$.

Para se entender a necessidade de $\Delta_f = \frac{1}{T_s}$, vamos analisar o resultado (2.4) mais de perto. O caso $m = n$ é imediato, pois a exponencial será elevada a zero. No caso $m \neq n$, obtemos:

$$\langle b_m, b_n \rangle = \frac{1}{T_s} \cdot \int_0^{T_s} e^{j2\pi t \cdot (m-n) \cdot \Delta_f} dt = \frac{1}{j2\pi \cdot (m-n) \cdot \Delta_f \cdot T_s} \cdot \left(e^{j2\pi \cdot (m-n) \cdot \Delta_f \cdot T_s} - 1 \right)$$

Para garantir que o lado direito da equação acima se anule independentemente de m e n , é preciso que³ $\Delta_f \cdot T_s = k, k \in \mathbb{Z}$. Perceba que isso é fundamental para que o resultado (2.4) seja válido e, portanto, se mantenha a ortogonalidade entre as portadoras. O menor inteiro positivo que atende essa condição é $k = 1$, ou seja, $\Delta_f = \frac{1}{T_s}$. Também poderíamos escolher $\Delta_f = \frac{k}{T_s}$, com $k > 1$, no entanto, estaríamos desperdiçando espectro, pois o espaçamento entre as portadoras seria maior do que o necessário.

³Basta lembrar que $e^{j2\pi k} = 1$ sempre que k for inteiro.

A figura 4, apresenta uma forma ilustrativa de se observar a ortogonalidade entre as diversas portadoras. Na equação (2.2), o fator $P_{T_s}(t)$ não depende de k , logo pode ser passado novamente para dentro da somatória. Desta forma, $x(t)$ pode ser visto como uma somatória de trechos de senóides [27] que, no domínio da frequência, resulta numa soma de sincs⁴. Como se observa na figura 4, em qualquer frequência f_n múltipla de Δf , apenas a portadora centrada em f_n possui valor diferente de zero, todas as demais se anulam. Essa propriedade garante a não ocorrência de ISI.

Figura 4: Ilustração da ortogonalidade entre portadoras no OFDM.

Para se obter o sinal OFDM real convertido em RF, basta multiplicar pela portadora de frequência desejada e tomar a parte real [22], ou seja:

$${}^4\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(\pi \cdot x)}{\pi \cdot x}, & \text{se } x \neq 0, \\ 1, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

$$s_{rf}(t) = \Re \left\{ s(t) \cdot e^{j2\pi f_p t} \right\} \quad (2.5)$$

Pela forma como foi definido $s(t)$ na equação (2.1), as subportadoras⁵ de $s(t)$ com índice $k = 0$ são convertidas, em $s_{rf}(t)$, na frequência $f = f_p$, e aquelas com índice $k = N_p - 1$ em $f = f_p + (N_p - 1) \cdot \Delta_f$. O problema de como passar de $s(t)$ para $s_{rf}(t)$ será abordado na seção 2.3. Trataremos agora da geração eficiente de $x(t)$ e de $s(t)$.

Pelo que foi visto nesta seção, é razoável supor que a maior parte da energia de $x(t)$ esteja contida entre $f = 0$ e $f = (N_p - 1) \cdot \Delta_f$, pois o espectro de cada uma das portadoras decai com $\frac{1}{|f|}$, que é uma característica da função $\text{sinc}(x)$. Para uma largura de banda de canal fixa, quanto maior o número de portadoras, tanto melhor será essa aproximação, pois maior será a duração do símbolo⁶ e menor a largura do lóbulo principal do espectro de cada portadora. Em implementações práticas, esta suposição torna-se bem mais realista, pois algumas das portadoras nas margens do espectro não são transmitidas para minimizar interferências entre canais adjacentes após a conversão em RF⁷.

Podemos então amostrar $x(t)$, de forma a satisfazer o teorema da amostragem, utilizando uma frequência $f_a = N_p \cdot \Delta_f = \frac{N_p}{T_s}$. Procedendo desta maneira, a partir da equação (2.2) obtemos:

⁵O termo subportadora será empregado para se referir a alguma das portadoras que compõem um símbolo somente quando o contexto permitir confusão com a portadora f_p de RF.

⁶Basta lembrar que $T_s = \frac{1}{\Delta_f}$.

⁷Como ilustração deste fato, volte à figura 4 e a imagine sem as duas portadoras que margeiam o espectro do sinal.

$$x(t) \Big|_{t=n \cdot \frac{T_s}{N_p}} = x\left(n \cdot \frac{T_s}{N_p}\right) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{N_p-1} (d_k \cdot e^{j \frac{2\pi k \cdot n \cdot T_s}{N_p \cdot T_s}}), & n = \{0, 1, 2, \dots, N_p - 1\}, \\ 0, & n < 0 \text{ ou } n \geq N_p. \end{cases}$$

definindo $x[n] \triangleq x\left(n \cdot \frac{T_s}{N_p}\right)$ e cancelando o T_s na exponencial, resulta:

$$x[n] = \begin{cases} \sum_{k=0}^{N_p-1} (d_k \cdot e^{j \frac{2\pi k \cdot n}{N_p}}), & \text{para } n = \{0, 1, 2, \dots, N_p - 1\}, \\ 0, & \text{para } n < 0 \text{ ou } n \geq N_p. \end{cases} \quad (2.6)$$

Relembramos a seguir a definição comumente usada em engenharia para a inversa da transformada discreta de Fourier (ITDF) de N pontos [28]:

$$y = ITDF\{Y\} \iff y[n] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} Y[k] \cdot e^{j \frac{2\pi k \cdot n}{N}} \quad (2.7)$$

A semelhança entre as equações (2.6) e (2.7) sugere de imediato que $x[n]$ pode ser gerado a partir da $ITDF\{d_k\}$, bastando apenas corrigir o fator de escala. Dado o alto grau de eficiência dos algoritmos usados para calcular a ITDF, este tornou-se um dos métodos mais empregados na prática para geração dos símbolos OFDM.

Voltando à equação (2.1), verificamos que $s(t)$ é composto por uma soma de diversos símbolos como $x(t)$ apenas deslocados no tempo. De forma similar, $s[n]$, a versão amostrada de $s(t)$, pode ser obtido pela soma dos diversos $x[n]$ devidamente deslocados. Uma vez obtido $s[n]$, basta fazer a conversão de tempo discreto para contínuo e temos $s(t)$. A figura 5 mostra um diagrama de blocos

que descreve o método de geração de $s(t)$ aqui discutido. Basicamente, é preciso: converter a seqüência de dados serial recebida $d_{l,k}$ para paralelo agrupando em blocos de N_p dados, aplicar a $ITDF\{\cdot\}$ nesses blocos de N_p pontos, reconverter para uma seqüência de dados serial e realizar a conversão de tempo discreto para contínuo.

Figura 5: Diagrama de blocos para geração do OFDM complexo em banda-base.

O mesmo diagrama da figura 5 pode ser redesenhado, sem o conversor discreto/contínuo, utilizando-se a notação usual de bancos de filtros [29], resultando no diagrama da figura 6. Neste trabalho, usaremos os dois tipos de notação indistintamente conforme a conveniência.

Tudo o que foi visto até aqui refere-se a como o transmissor deve proceder para gerar $s(t)$. Passamos agora a analisar como o receptor pode recuperar $d_{l,k}$ a partir de $s(t)$. A equação (2.4) fornece uma boa visão matemática sobre o porquê da demodulação ser possível, mas não é um método computacionalmente satisfatório. Pelo que foi descrito sobre a alta eficiência do diagrama da figura 5 em modular o sinal OFDM, é de se esperar, como de fato ocorre, que para

Figura 6: Diagrama de blocos do sinal OFDM na notação de bancos de filtros.

recuperar os dados eficientemente basta proceder na ordem inversa. Desta forma, o diagrama do demodulador OFDM fica conforme descrito na figura 7. A figura 8 mostra o mesmo diagrama, sem o conversor contínuo/discreto, na notação de bancos de filtros.

Figura 7: Diagrama de blocos de demodulação do sinal OFDM em banda-base.

A semelhança entre as figuras 6 e 8 nos mostra que a geração e a demodulação do OFDM, quando feitas através de processamento digital, requerem exatamente

Figura 8: Diagrama de demodulação do OFDM na notação de banco de filtros.

as mesmas operações. Apesar da aparente simplicidade de implementação deste sistema, não se deve subestimar os problemas práticos de implementação; entre eles, para que o sinal $s[n]$ demodulado seja realmente aquilo que pretendemos, é preciso que haja um sincronismo no tempo muito bom e que se aplique a TDF nos blocos de dados corretos.

2.2 O intervalo de guarda e o prefixo cíclico

Na seção 2.1, vimos uma forma de modulação multiportadora que permite prolongar a duração do símbolo por um fator igual ao número de portadoras N_p . Embora isto melhore bastante a robustez a multipercurso, ela ainda é insuficiente para aplicações práticas. Veremos agora como aumentar ainda mais essa robustez.

Como já foi mencionado, a incidência no receptor de múltiplos sinais que percorreram caminhos diferentes causa a sobreposição de trechos de símbolo adjacentes, conforme ilustrado na figura 9. Uma forma de combater este efeito é afastar os símbolos uns dos outros através da inserção de um período de silêncio no início de cada um, conforme ilustrado na figura 10. Este período de duração T_g , chamado *intervalo de guarda* [2], garante que não haja sobreposição de símbolos

adjacentes para percursos com diferença no instante de incidência no receptor de até T_g .

Exemplo de canal com multipercursos (3 caminhos).

As áreas marcadas com ISI são as regiões em que ocorre a interferência entre símbolos.

Figura 9: Efeito do canal multipercursos: geração de ISI.

O prolongamento da duração do símbolo havia acrescentado maior robustez ao multipercursos mas não eliminado a ISI; já o intervalo de guarda elimina completamente a ISI para diferenças até T_g . No entanto, ainda restou a interferência intra-símbolo, como pode ser observado na figura 10.

Exemplo de uso do Intervalo de Guarda.

Perceba que não ocorre interferência entre símbolos, porém ainda existe interferência intra-símbolo.

Figura 10: Ação do intervalo de guarda: elimina ISI.

Com a finalidade de analisar o efeito do intervalo de guarda de forma mais precisa, vamos supor que o canal seja linear, composto por multipercursos invariantes no tempo com a adição de ruído branco gaussiano. Iniciamos por conectar o transmissor OFDM da figura 5 com o receptor da figura 7, colocando entre eles o nosso modelo de canal. Para poder trabalhar apenas no domínio de tempo discreto, vamos amostrar o ruído branco e incorporar os blocos conversor D/C, resposta do canal $h(t)$ e conversor C/D em um único bloco $h[n]$ representando a resposta ao impulso discreta do canal. A figura 11 resume o que foi dito aqui. Por enquanto aceitaremos o modelo discreto com válido, na seção 2.3 falaremos mais sobre esse assunto.

Figura 11: Diagrama do transmissor/receptor OFDM: passagem para modelo discreto.

A partir do modelo apresentado na figura 11, obtemos [28] que⁸:

$$\boxed{r[n] = s[n] * h[n]} \quad (2.8)$$

Para poder usar a notação de processamento em bloco, mais adequada à nossa finalidade, vamos agregar os dados em grupos de N_p e definir:

⁸O símbolo $*$ significa convolução linear.

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \mathbf{s}[n] & = & [s[n \cdot N_p] \quad s[n \cdot N_p + 1] \quad s[n \cdot N_p + 2] \quad \dots \quad s[n \cdot N_p + N_p - 1]]^T \\ \mathbf{r}[n] & = & [r[n \cdot N_p] \quad r[n \cdot N_p + 1] \quad r[n \cdot N_p + 2] \quad \dots \quad r[n \cdot N_p + N_p - 1]]^T \\ \mathbf{h} & = & [h[0] \quad h[1] \quad \dots \quad h[L]]^T = [h_0 \quad h_1 \quad \dots \quad h_L]^T, \quad \text{com } L \ll N_p \\ \boldsymbol{\eta}[n] & = & [\eta[n \cdot N_p] \quad \eta[n \cdot N_p + 1] \quad \eta[n \cdot N_p + 2] \quad \dots \quad \eta[n \cdot N_p + N_p - 1]]^T \end{array} \right.$$

Com esta nova notação, podemos escrever um conjunto de N_p valores consecutivos de $r[n]$ como [30]:

$$\mathbf{r}[n] = \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{s}[n] + \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{s}[n - 1] \quad (2.9)$$

onde:

$$\mathbf{H}_0 \triangleq \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & h_0 & \vdots & \dots & \vdots \\ h_L & h_{L-1} & h_{L-2} & \dots & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & h_L & \dots & h_0 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}, \text{ e: } \mathbf{H}_1 \triangleq \begin{bmatrix} 0 & \dots & h_L & \dots & h_1 \\ \vdots & \ddots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \ddots & \dots & h_L \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}$$

Para mostrar que a expressão (2.9) é verdadeira, vamos expandi-la:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}[n] &= \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{s}[n] + \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{s}[n-1] \implies \\
\implies \left[\mathbf{r}[n] \right]_{i, i=\{0,1,\dots,N_p-1\}} &= \text{i-ésimo elemento de } \mathbf{r}[n] = \\
&= r[n \cdot N_p + i] = \sum_{j=1}^{N_p} \mathbf{H}_0(i+1, j) \cdot s[n \cdot N_p + j - 1] + \\
&\quad + \sum_{j=1}^{N_p} \mathbf{H}_1(i+1, j) \cdot s[(n-1) \cdot N_p + j - 1]
\end{aligned}$$

$$\text{mas } \begin{cases} \mathbf{H}_0(l, m) &= \text{elemento } (l, m) \text{ de } \mathbf{H}_0 = h[l - m], \\ \mathbf{H}_1(l, m) &= \text{elemento } (l, m) \text{ de } \mathbf{H}_1 = h[N_p + l - m], \\ h[n] &= \{\dots, 0, h[0], h[1], \dots, h[L], 0, \dots\} \end{cases}, \text{ logo:}$$

$$\begin{aligned}
r[n \cdot N_p + i] &= \sum_{j=1}^{N_p} h[i+1-j] \cdot s[n \cdot N_p + j - 1] + \\
&\quad + \sum_{j=1}^{N_p} h[N_p + i + 1 - j] \cdot s[(n-1) \cdot N_p + j - 1]
\end{aligned}$$

$$\text{e, fazendo } \begin{cases} l &= i + 1 - j \\ m &= N_p + i + 1 - j \end{cases}, \text{ obtemos:}$$

$$\begin{aligned}
r[n \cdot N_p + i] &= \sum_{l=i+1-N_p}^i h[l] \cdot s[n \cdot N_p + i - l] & + \\
&+ \sum_{m=i+1}^{i+N_p} h[m] \cdot s[n \cdot N_p + i - m] & = \\
&= \sum_{m=i+1-N_p}^{i+N_p} h[m] \cdot s[n \cdot N_p + i - m] & \xrightarrow{k=n \cdot N_p + i} \\
&\xrightarrow{k=n \cdot N_p + i} r[k] = \sum_{m=0}^L h[m] \cdot s[k - m] & \implies \boxed{r[k] = s[k] * h[k]}
\end{aligned}$$

Mas este é justamente o resultado (2.8), comprovando que a equação (2.9) está correta.

Podemos agora representar a inserção do intervalo de guarda na transmissão pela multiplicação de $\mathbf{s}[n]$ pela matriz em bloco $\mathbf{T}_{\mathbf{ig}}$, como definida na primeira equação em (2.10), obtendo-se $\tilde{\mathbf{s}}[n] = \mathbf{T}_{\mathbf{ig}} \cdot \mathbf{s}[n]$. O novo sinal recebido será $\tilde{\mathbf{r}}[n] = \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \tilde{\mathbf{s}}[n] + \tilde{\mathbf{H}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{s}}[n-1]$ adicionado do ruído branco $\tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]$, onde $\tilde{\mathbf{H}}_0$, $\tilde{\mathbf{H}}_1$ e $\tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]$ são definidos como $\mathbf{H}_0$, $\mathbf{H}_1$ e $\boldsymbol{\eta}[n]$, porém com dimensões $N_t = N_p + N_g$, em que N_g é o número de amostras que compõem o intervalo de guarda. Vamos assumir também que $L \leq N_g$, mais adiante comentaremos mais sobre as hipóteses usadas. A remoção do intervalo de guarda na recepção é obtida pela multiplicação de $\tilde{\mathbf{r}}[n] + \tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]$ pela matriz $\mathbf{T}_{\mathbf{rg}}$, também definida em (2.10).

$$\mathbf{T}_{\mathbf{ig}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_g \times N_p} \\ \mathbf{I}_{N_p} \end{bmatrix}_{N_t \times N_p}, \text{ e: } \mathbf{T}_{\mathbf{rg}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_p \times N_g} & \mathbf{I}_{N_p} \end{bmatrix}_{N_p \times N_t} \quad (2.10)$$

A figura 12 reproduz o trecho da figura 11 contido na região tracejada, porém na notação de processamento em bloco e já com a inserção/remoção do intervalo de guarda. Nessa figura, temos que:

$$\mathbf{r}_g[n] = \mathbf{T}_{rg} \cdot (\tilde{\mathbf{r}}[n] + \tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]) = \mathbf{T}_{rg} \cdot (\tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \tilde{\mathbf{s}}[n] + \tilde{\mathbf{H}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{s}}[n-1]) + \mathbf{T}_{rg} \cdot \tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]$$

Mas, pela forma como foram definidos $\tilde{\mathbf{H}}_1$ e $\mathbf{T}_{rg}$, $\mathbf{T}_{rg} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_1 = \mathbf{0}_{N_p \times N_t}$, logo:

$$\boxed{\mathbf{r}_g[n] = \mathbf{T}_{rg} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \tilde{\mathbf{s}}[n] + \mathbf{T}_{rg} \cdot \tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]} \quad (2.11)$$

A equação (2.11) nos mostra que o sinal recebido utilizando-se o intervalo de guarda, $\mathbf{r}_g[n]$, depende de $\tilde{\mathbf{s}}[n]$ e não mais de $\tilde{\mathbf{s}}[n-1]$. Em outras palavras, foi eliminada a ISI entre símbolos adjacentes. Note que para se obter este resultado foi necessário apenas que as N_g primeiras colunas de $\mathbf{T}_{rg}$ fossem nulas, mas nenhuma restrição foi colocada sobre as N_g primeiras linhas de $\mathbf{T}_{ig}$, isto sugere que outras opções são possíveis além de linhas nulas.

Figura 12: Modelo de canal na notação de processamento em bloco.

Um problema com o resultado (2.11) é que nada garante que a ortogonalidade entre as portadoras que compõem $\mathbf{s}[n]$ seja mantida em $\mathbf{r}_g[n]$. Para reverter esta situação indesejada, utiliza-se o *prefixo cíclico* [2] ao invés de silêncio durante o intervalo de guarda. O prefixo cíclico tem duração idêntica ao intervalo de guarda (T_g segundos ou N_g amostras), mas contém uma réplica das últimas N_g amostras de $\mathbf{s}[n]$. Para realizar a inserção do prefixo cíclico basta redefinir $\mathbf{T}_{ig}$ conforme

(2.12), ou seja, as primeiras N_g linhas não são mais nulas, e sim compostas pelas linhas finais de uma matriz identidade de dimensão N_p .

$$\mathbf{T}_{\text{ig}} \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}} \\ \mathbf{I}_{N_p} \end{bmatrix}_{N_t \times N_p}, \text{ onde: } \tilde{\mathbf{I}} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_g} \end{bmatrix}_{N_g \times N_p} \quad (2.12)$$

Para verificar como e em que condições este artifício garante a ortogonalidade das portadoras no sinal recebido, vamos expandir o primeiro termo do lado direito da equação (2.11) utilizando esta nova definição para $\mathbf{T}_{\text{ig}}$:

$$\mathbf{T}_{\text{rg}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \tilde{\mathbf{s}}[n] = \mathbf{T}_{\text{rg}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \mathbf{T}_{\text{ig}} \cdot \mathbf{s}[n], \quad \text{onde assumimos as seguintes hipóteses:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{H}1 : \quad h[n] = h_n \text{ para } 0 \leq n \leq L, \quad \text{canal linear e invariante no tempo} \\ \mathbb{H}2 : \quad h[n] = 0 \text{ para } n < 0 \text{ ou } n > L, \quad \text{resposta ao impulso é finita e causal} \\ \mathbb{H}3 : \quad L \leq N_p, \quad \text{intervalo de guarda maior ou igual à resposta ao impulso} \end{array} \right.$$

Na verdade, $\mathbb{H}1$ já havia sido imposta quando escrevemos a equação (2.8), é ela que nos deixa tratar o canal como um sistema linear; $\mathbb{H}2$ foi usada quando escrevemos a equação (2.9), sem ela não seria possível a representação por processamento em bloco; finalmente, usamos $\mathbb{H}3$ quando escrevemos a equação (2.11), graças a ela pudemos eliminar a matriz $\tilde{\mathbf{H}}_1$ de interferência entre símbolos. Elas foram explicitamente repetidas aqui apenas por questão de clareza. Prosseguindo com a análise, temos:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{T}_{\text{rg}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 = \\
& = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & h_L & h_{L-1} & \cdots & h_1 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & h_L & h_{L-1} & \ddots \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & h_L \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{N_p \times N_g} \left| \overbrace{\begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ h_{L-1} & \ddots & h_1 & h_0 & \ddots & \ddots & 0 \\ h_L & h_{L-1} & \ddots & h_1 & h_0 & \ddots & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & h_L & h_{L-1} & \cdots & h_1 & h_0 \end{bmatrix}}^{N_p \times N_p} \right.
\end{aligned}$$

$$\text{mas: } \mathbf{T}_{\text{rg}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \mathbf{T}_{\text{ig}} = \mathbf{T}_{\text{rg}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}} \\ \mathbf{I}_{N_p} \end{bmatrix}, \text{ de onde obtemos:}$$

$$\mathbf{T}_{\text{rg}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \mathbf{T}_{\text{ig}} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & h_L & h_{L-1} & \cdots & h_1 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & h_L & h_{L-1} & \vdots \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & h_L \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p} +$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ h_{L-1} & \ddots & h_1 & h_0 & \ddots & \ddots & 0 \\ h_L & h_{L-1} & \ddots & h_1 & h_0 & \ddots & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & h_L & h_{L-1} & \cdots & h_1 & h_0 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p} \implies \\
& \implies \mathbf{H} \triangleq \mathbf{T}_{\mathbf{rg}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_0 \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{ig}} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 & h_L & \cdots & h_2 & h_1 \\ h_1 & h_0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & h_3 & h_2 \\ h_2 & h_1 & h_0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & h_L \\ h_L & \ddots & \ddots & h_1 & h_0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & h_L & \ddots & \ddots & h_1 & h_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_L & h_{L-1} & \cdots & h_1 & h_0 \end{bmatrix}_{N_p \times N_p}
\end{aligned}$$

Desta forma, definindo $\boldsymbol{\eta}_g[n] = \mathbf{T}_{\mathbf{rg}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\eta}}[n]$ podemos re-escrever a equação (2.11) como⁹:

$$\mathbf{r}_g[n] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s}[n] + \boldsymbol{\eta}_g[n] \implies \boxed{\mathbf{r}_g[n] = \mathbf{s}[n] \circledast \mathbf{h}[n] + \boldsymbol{\eta}_g[n]} \quad (2.13)$$

⁹O símbolo $\circledast$ significa convolução circular módulo N_p . Em geral, omitiremos o módulo da convolução, exceto nos casos em que possa ocorrer ambigüidade.

Novamente, para se verificar que a implicação na equação (2.13) é verdadeira, basta expandir o lado esquerdo, de forma similar ao que foi feito com a equação (2.9). Com mais este resultado em mãos, re-desenhamos o modelo de transmissão como na figura 13, simplificando mais uma vez o diagrama da figura 11. A seguir, resumimos os resultados e a notação presentes na figura 13:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H} \text{ e } \mathbf{r}_g[n] \quad \text{conforme definido em (2.13)} \\ \mathbf{d}[n] = [d[n \cdot N_p] \quad d[n \cdot N_p + 1] \quad d[n \cdot N_p + 2] \quad \dots \quad d[n \cdot N_p + N_p - 1]]^T \\ \mathbf{s}[n] = [s[n \cdot N_p] \quad s[n \cdot N_p + 1] \quad s[n \cdot N_p + 2] \quad \dots \quad s[n \cdot N_p + N_p - 1]]^T \\ \mathbf{d}_g[n] = [d_g[n \cdot N_p] \quad d_g[n \cdot N_p + 1] \quad d_g[n \cdot N_p + 2] \quad \dots \quad d_g[n \cdot N_p + N_p - 1]]^T \end{array} \right.$$

$$\text{e:} \quad \left\{ \begin{array}{l} d[n \cdot N_p + m] = d_{l,k}|_{l=n,k=m} \\ d_g[n \cdot N_p + m] = r_{l,k}|_{l=n,k=m} \\ \text{com:} \quad d_{l,k} \text{ e } r_{l,k} \text{ conforme figura 11.} \end{array} \right.$$

Figura 13: Novo modelo de transmissão/recepção, com todas as hipóteses.

Assim, podemos escrever:

$$\begin{aligned}
\mathbf{d}_g[n] &= TDF\{\mathbf{r}_g[n]\} = TDF\{\mathbf{s}[n] \otimes \mathbf{h}[n] + \boldsymbol{\eta}_g[n]\} \\
&= TDF\{\mathbf{s}[n]\} \odot TDF\{\mathbf{h}[n]\} + TDF\{\boldsymbol{\eta}_g[n]\}
\end{aligned}$$

Onde o símbolo $\odot$ significa *produto elemento a elemento dos vetores envolvidos na operação*. Definindo $\boldsymbol{\Gamma}[n] \triangleq TDF\{\boldsymbol{\eta}_g[n]\}$ e $\mathbf{H}_f[n] \triangleq TDF\{\mathbf{h}[n]\}$, e observando que $\mathbf{s}[n] = ITDF\{\mathbf{d}[n]\}$, resulta:

$$\begin{aligned}
\mathbf{d}_g[n] &= TDF\{ITDF\{\mathbf{d}[n]\}\} \odot \mathbf{H}_f[n] + \boldsymbol{\Gamma}[n] \implies \\
&\implies \boxed{\mathbf{d}_g[n] = \mathbf{d}[n] \odot \mathbf{H}_f[n] + \boldsymbol{\Gamma}[n]}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

O que a equação (2.14) nos diz é: o dado recebido em uma certa portadora do símbolo n é o produto do dado correspondente enviado pela resposta do canal na frequência dessa portadora. Ou seja, *é mantida a ortogonalidade entre as portadoras e não ocorre interferência entre símbolos*. A compensação dos produtos pelos números complexos $\mathbf{H}_f[n]$ é feita na fase de estimação do canal.

Apresentamos a figura 14 a título de ilustração simplificada da ação do prefixo cíclico. Nela, são apresentados os dados transmitidos em uma portadora específica em dois símbolos OFDM consecutivos: o símbolo l e o símbolo $l - 1$. O intervalo de guarda está identificado como T_g e foi preenchido com o prefixo cíclico. O sinal passou por um canal com desvanescimento multipercurso de dois ecos. Como se observa, no sinal recebido existe interferência entre símbolos (ISI) apenas durante o intervalo de guarda, resultando em deformações da forma de onda. Durante o trecho útil dos símbolos (dados l e dados $l - 1$), a portadora continua sendo uma senóide perfeita, apenas com fase e amplitude diferentes da original devido à interferência entre portadoras (ICI) dentro de um mesmo símbolo. Como o prefixo cíclico é retirado na recepção, o que resta é uma senóide cuja nova fase e

amplitude representam exatamente o número complexo que deve ser compensado na estimação ou equalização do canal.

Figura 14: Ilustração da ação do prefixo cíclico.

2.3 Validação do modelo discreto em banda-base

Ao longo deste trabalho, usaremos sempre o modelo discreto, complexo e em banda-base do sistema de transmissão e recepção do OFDM. Uma questão que surge de forma natural é: por quê esse procedimento é válido se as principais degradações do sinal ocorrem durante a transmissão em RF? O intuito desta seção é mostrar que tal modelo realmente representa o processo físico envolvido no fenômeno sob certas suposições.

Como vimos na equação (2.5), o sinal OFDM em RF é definido por:

$$s_{rf}(t) = \Re \left\{ s(t) \cdot e^{j2\pi f_p t} \right\}, \quad \text{escrevendo} \quad s(t) = s_r(t) + j \cdot s_i(t), \quad \text{resulta:}$$

$$\boxed{s_{rf}(t) = s_r(t) \cdot \cos(2\pi f_p t) - s_i(t) \cdot \text{sen}(2\pi f_p t)} \quad (2.15)$$

Já vimos como gerar $s(t)$ na seção 2.1 logo, basta tomar a parte real para obter $s_r(t)$ e a parte imaginária para obter $s_i(t)$. Este procedimento sugere o diagrama da figura 15 para geração de $s_{rf}(t)$, o qual é o próprio diagrama da figura 5 acrescido das operações descritas aqui. O filtro passa-banda (FPB) que aparece na figura é para eliminar sinais indesejados do espectro de RF, introduzidos por imperfeições na modulação.

Figura 15: Diagrama de blocos para geração do sinal OFDM real em RF.

Supondo canal ideal, na recepção temos disponível o próprio sinal $s_{rf}(t)$ e a portadora de RF f_p . Para efetuar a recuperação de $s_r(t)$ e $s_i(t)$ fazemos a multiplicação por $\cos(2\pi f_p t)$ e $-\text{sen}(2\pi f_p t)$, respectivamente, conforme indicado a seguir [1]:

$$\begin{aligned}
s_{rf}(t) \cdot \cos(2\pi f_p t) &= s_r(t) \cdot \cos^2(2\pi f_p t) - s_i(t) \cdot \sin(2\pi f_p t) \cdot \cos(2\pi f_p t) = \\
&= s_r(t) \cdot \frac{1 + \cos(4\pi f_p t)}{2} - s_i(t) \cdot \frac{\sin(4\pi f_p t)}{2} \Rightarrow \\
\Rightarrow &\boxed{s_{rf}(t) \cdot (2 \cdot \cos(2\pi f_p t)) = s_r(t) + \underbrace{(s_r(t) \cdot \cos(4\pi f_p t) - s_i(t) \cdot \sin(4\pi f_p t))}_{\text{alta frequência}}}
\end{aligned}
\tag{2.16}$$

e, de forma similar, também obtemos:

$$\boxed{s_{rf}(t) \cdot (-2 \cdot \sin(2\pi f_p t)) = s_i(t) - \underbrace{(s_r(t) \cdot \sin(4\pi f_p t) + s_i(t) \cdot \cos(4\pi f_p t))}_{\text{alta frequência}}}
\tag{2.17}$$

Passando-se os sinais do lado direito das equações (2.16) e (2.17) por filtros passa-baixas, recuperamos os sinais $s_r(t)$ e $s_i(t)$, como desejado. A figura 16 resume este procedimento; note que o bloco marcado como FPB desta vez, se refere a um filtro passa-baixas.

Figura 16: Diagrama de blocos para demodulação do sinal OFDM real em RF.

O próximo passo é considerar um canal com resposta ao impulso $h(t)$ não ideal. Neste caso, o sinal recebido não será mais $s_{rf}(t)$, mas sim $r_{rf}(t) \triangleq s_{rf}(t) * h(t)$. Repetindo o procedimento de demodulação usado para canal ideal, porém no domínio de frequência¹⁰, obtemos¹¹ (veja [1]):

$$\begin{aligned} r_{rf}(t) = s_{rf}(t) * h(t) &\iff TF\{r_{rf}(t)\} = TF\{s_{rf}(t)\} \cdot TF\{h(t)\} \implies \\ \implies R_{rf}(f) &= S_{rf}(f) \cdot H(f), \quad \text{com } R_{rf}(f) \triangleq TF\{r_{rf}(t)\} \text{ e } H(f) \triangleq TF\{h(t)\} \end{aligned}$$

Mas, de (2.15), resulta¹²:

$$S_{rf}(f) = S_r(f) * TF\{\cos(2\pi f_p t)\} - S_i(f) * TF\{\sin(2\pi f_p t)\}$$

De onde se obtém¹³:

$$\begin{aligned} S_{rf}(f) &= S_r(f) * \frac{\delta(f + f_p) + \delta(f - f_p)}{2} - j \cdot S_i(f) * \frac{\delta(f + f_p) - \delta(f - f_p)}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{rf}(f) &= \left(S_r(f) * \frac{\delta(f + f_p) + \delta(f - f_p)}{2} - j \cdot S_i(f) * \frac{\delta(f + f_p) - \delta(f - f_p)}{2} \right) \cdot H(f) \\ \therefore R_{rf} &= \left(\left(S_r(f - f_p) + S_r(f + f_p) \right) + j \cdot \left(S_i(f - f_p) - S_i(f + f_p) \right) \right) \cdot \frac{H(f)}{2} \end{aligned}$$

Continuando com o procedimento de demodulação, para obter a parte real do sinal complexo desejado (que chamaremos de $r(t) \triangleq r_r(t) + j \cdot r_i(t)$), multiplicamos $r_{rf}(t)$ por $2 \cos(2\pi f_p t)$ e filtramos por um passa-baixas (veja figura 16), assim:

¹⁰Neste caso, é mais conveniente trabalhar no domínio de frequência devido à presença da convolução linear.

¹¹O símbolo $TF\{\cdot\}$ significa a *Transformada de Fourier* em variável contínua.

¹²E definimos: $\begin{cases} S_r(f) &\triangleq TF\{s_r(t)\} \\ S_i(f) &\triangleq TF\{s_i(t)\} \end{cases}$. Onde esta relação for clara, omitiremos este comentário.

¹³O símbolo $\delta(f)$ é a função *Delta de Dirac* em variável contínua.

$$\begin{aligned}
R_r(f) &= R_{rf}(f) * TF\{2 \cos(2\pi f_p t)\} = R_{rf}(f - f_p) + R_{rf}(f + f_p) = \\
&= \frac{H(f - f_p)}{2} \cdot \left(\left(S_r(f - 2f_p) + S_r(f) \right) + j \cdot \left(S_i(f - 2f_p) - S_i(f) \right) \right) + \\
&\quad + \frac{H(f + f_p)}{2} \cdot \left(\left(S_r(f) + S_r(f + 2f_p) \right) + j \cdot \left(S_i(f) - S_i(f + 2f_p) \right) \right)
\end{aligned}$$

Passando $R_r(f)$ pelo filtro passa-baixas, as componentes em torno de $2f_p$ são eliminadas, restando:

$$R_r(f) = \frac{H(f - f_p)}{2} \cdot \left(S_r(f) - j \cdot S_i(f) \right) + \frac{H(f + f_p)}{2} \cdot \left(S_r(f) + j \cdot S_i(f) \right) \quad (2.18)$$

Procedendo de forma similar para obter $r_i(t)$, multiplicamos $r_{rf}(t)$ por $-\sin(2\pi f_p t)$ e filtramos por um passa-baixas adequado (novamente, refira-se à figura 16). Após expandir as equações, chegamos a:

$$R_i(f) = \frac{H(f - f_p)}{2} \cdot \left(S_i(f) + j \cdot S_r(f) \right) + \frac{H(f + f_p)}{2} \cdot \left(S_i(f) - j \cdot S_r(f) \right) \quad (2.19)$$

De (2.18) e (2.19), concluímos que as partes real e imaginária do sinal analógico complexo recebido $r(t)$ são afetadas tanto pela parte real quanto pela parte imaginária do sinal transmitido¹⁴. Isto não ocorria no caso de canal ideal, como pode ser observado em (2.16) e (2.17), sendo portanto um efeito introduzido pelo canal. Mas $R(f) = R_r(f) + j \cdot R_i(f)$, logo, usando-se (2.18) e (2.19), chegamos a:

¹⁴Um caso particular ocorre quando $H(f - f_p) = H(f + f_p)$, em que as partes real e imaginária transmitidas afetam apenas as respectivas partes real e imaginária recebidas; mas para canais multipercurso, esse caso é uma exceção e não a regra.

$$\boxed{R(f) = H(f + f_p) \cdot (S_r(f) + j \cdot S_i(f)) = H(f + f_p) \cdot S(f)} \quad (2.20)$$

Em seguida, precisamos trazer $r(t)$ para o domínio de tempo discreto. Aqui é preciso tomar cuidado ao tentar amostrar $h(t)$, lembramos que o canal pode ter resposta em frequência muito larga, como é o caso do canal ideal (plana e infinita). Uma forma de contornar este problema, é usar o fato de que a parte que nos interessa da resposta em frequência do canal é somente aquela contida na banda do sinal $s_{rf}(t)$. Como $s_{rf}(t)$ tem banda limitada, podemos definir uma nova resposta $h_{bl}(t)$ para o canal da seguinte forma¹⁵:

$$\begin{cases} h_{bl}(t) &= ITF\{H_{bl}(f)\}, \quad \text{com:} \quad H_{bl}(f) = H(f + f_p) \cdot e^{-j\phi} \cdot P_B(f), \\ \phi &= \angle H(f)|_{f=f_p}, \quad \text{e} \\ P_B(f) &= \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq f < B \\ 0, & \text{se } f < 0 \text{ ou } f \geq B \end{cases} \end{cases}$$

Onde basta escolher $B = \text{largura da banda de } s_{rf}(t)$. Assim, podemos reescrever (2.20) da seguinte forma:

$$R(f) = H_{bl}(f) \cdot S(f) \cdot e^{j\phi} \quad (2.21)$$

Note que podemos amostrar todos os sinais presentes em (2.21), pois são limitados em frequência. Para fins de esclarecimento da notação, relembramos a seguir a relação entre a *Transformada de Fourier* (TF) de um sinal contínuo

¹⁵O símbolo $ITF\{\cdot\}$ significa *Inversa da Transformada de Fourier* a variável contínua.

no tempo e a *Transformada de Fourier a Tempo Discreto* (TFTD) de sua versão amostrada [28]:

$$X(e^{jw}) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(\frac{w - 2\pi k}{2\pi T}\right), \quad \text{onde:} \quad (2.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} w & = \text{frequência angular normalizada;} \\ T & = \text{período de amostragem, com } T < \frac{1}{B}; \\ X_c(f) & = \text{transformada de Fourier de } x_c(t); \\ x_c(t) & = \text{sinal contínuo no tempo que desejamos amostrar;} \\ X(e^{jw}) & = \text{transformada de Fourier de tempo discreto de } x[n]; \\ x[n] & = \text{versão amostrada de } x_c(t). \end{array} \right.$$

O termo $e^{j\phi}$, presente em (2.21), representa apenas a defasagem sofrida pelo sinal entre os instantes de transmissão e recepção, portanto podemos considerar $\phi = 0$ sem perda de generalidade¹⁶. Com esta suposição, e aplicando (2.22) em ambos os lados de (2.21), obtemos [28]:

$$\boxed{R(e^{jw}) = H_{bl}(e^{jw}) \cdot S(e^{jw}) \iff r[n] = s[n] * h_{bl}[n]}$$

Mas este é exatamente o resultado (2.8), usado como modelo de canal discreto na seção 2.2 para o estudo do intervalo de guarda. Note, no entanto, que o canal representado pelo modelo discreto que aparece na equação não é $h(t)$, que é real e possui banda muito larga, mas sim $h_{bl}(t)$, que é complexo e de banda limitada. Veja na figura 17 uma ilustração da relação entre $h(t)$ e $h_{bl}(t)$.

¹⁶Na verdade, a compensação de $e^{j\phi}$, que está implícita na suposição de conhecermos f_p , é feita na fase de recuperação da portadora.

Figura 17: Relação entre o canal real de banda-larga e o modelo complexo.

Uma peculiaridade que ocorre na passagem das equações (2.18) e (2.19) para (2.20), é o cancelamento dos termos em que aparece $H(f - f_p)$. Um olhar mais detalhado nos mostra que esse cancelamento somente ocorre se houver uma perfeita relação de fase entre $\cos(2\pi f_p t)$ e $\sin(2\pi f_p t)$. Isto exige o uso de osciladores analógicos de grande estabilidade e baixo ruído de fase. Para evitar este problema, algumas implementações práticas de modulador realizam a multiplicação por $\cos(\cdot)$ e $\sin(\cdot)$ ainda no domínio discreto, mas para uma frequência intermediária $f_i \ll f_p$, pequena o suficiente para ser tratável com os processadores digitais de sinal disponíveis. Em seguida, o sinal discreto resultante em torno de f_i é transformado em contínuo e convertido para f_p . O procedimento inverso pode ser usado na demodulação.

2.4 Principais parâmetros não modelados

Como mencionado anteriormente, neste trabalho usaremos sempre o modelo de sinal complexo e discreto em banda-base. Assim, existem alguns fenômenos

envolvidos no processo de comunicação entre a transmissão e a recepção que não serão levados em consideração. Entre os principais, citamos:

1. **Sincronismo em frequência:** como vimos na seção 2.1, o método mais empregado na prática para geração do OFDM é a TDF, a qual pode ser vista como uma amostragem de $S(f)$ nas frequências múltiplas de Δ_f (veja figura 4). Um pequeno erro δ_f cometido na recuperação da frequência da portadora f_p resultaria num deslocamento similar nos pontos de amostragem de $S(f)$, ou seja estaríamos amostrando $S(k \cdot \Delta_f + \delta_f)$ ao invés de $S(k \cdot \Delta_f)$, para $k \in \{0, 1, \dots, N_p - 1\}$. Pelo que foi discutido na seção 2.1, isto resultaria em ISI;
2. **Ruído de fase:** é similar ao efeito mencionado no item (1.), porém o erro em frequência δ_f é um ruído branco Gaussiano de média nula. Ele é usualmente introduzido por instabilidades nos osciladores locais;
3. **Conversão D/C e C/D:** existem diversas imperfeições que ocorrem nas conversões entre os domínios de tempo contínuo e discreto, tanto no sinal no tempo, quanto no seu espectro em frequência;
4. **Sincronismo no tempo:** ao aplicarmos a TDF no sinal discreto na recepção, é preciso garantir que as amostras usadas pertençam a um trecho do símbolo que esteja isento de ISI. O procedimento de determinação do trecho de amostragem ótimo chama-se *sincronização no tempo*. Erros pequenos não são críticos pois podem ser compensados na fase de estimação de canal; erros grandes, no entanto, resultam em diminuição da eficiência do prefixo cíclico aumentando a probabilidade de ocorrência de ISI;
5. **Codificação:** como veremos no capítulo 3, o DVB-T realiza o espalhamento espectral e implementa algoritmos de correção de erro que aumentam a robustez do sistema a diferentes tipos de ruído e multipercurso.

Os itens (1.) e (2.) não serão levados em consideração pois as simulações não incluem a conversão do sinal de banda-base para RF e vice-versa. O item (3.) também não se aplica, pois estaremos sempre trabalhando em tempo discreto. Com relação ao item (4.), faremos a suposição de que o sinal já foi devidamente sincronizado no tempo. Finalmente, o item (5.) não necessita ser considerado pois estamos interessados em resultados comparativos; veremos no capítulo 3 uma introdução à codificação usada pelo DVB-T.

Com as simplificações que introduzimos, não estamos de forma alguma afirmando que os efeitos desconsiderados não são importantes. Ao contrário, todos eles afetam fortemente o desempenho do receptor, porém a inclusão de todos tornaria o estudo demasiadamente complexo e estaríamos fugindo dos objetivos almejados nesta pesquisa.

3 DVB-T: SISTEMA DE TV DIGITAL

Mais do que um avanço tecnológico na transmissão de vídeo e áudio, a televisão digital representa um novo sistema de comunicação de dados em banda-larga. Não se trata de uma mera melhoria na qualidade dos sinais televisivos, mas de um novo meio de disponibilizar dados em diversas formas a milhões de pessoas simultaneamente. Dado o alto grau de inovação envolvido, não é surpresa que as maiores dificuldades na definição de um sistema de televisão digital¹ não estejam na implementação técnica, mas sim na definição de um *modelo de negócio*² adequado às condições locais.

Embora a televisão seja atualmente transmitida por diversos meios como satélite, cabo e terrestre, neste trabalho limitaremos nossa atenção à distribuição terrestre do sinal, que tem sido mundialmente a mais polêmica e é a que oferece as melhores oportunidades de serviços. Também pesa o fato que 87% dos lares brasileiros têm televisão, dos quais 79% recebem sinal somente via radiodifusão terrestre³. Entre as principais características da transmissão terrestre estão: for-

¹Existe uma tendência informal de denominar *sistema de TV digital* à completa descrição de como o sinal sai do gerador de conteúdo e chega ao consumidor; o termo *padrão* tem sido reservado para os diversos subsistemas envolvidos (compressão de vídeo/áudio, multiplexação dos dados, modulação, etc...).

²Por *modelo de negócio*, entende-se quais serviços serão oferecidos (televisão, e-mail, grau de interatividade, multimídia, etc...), a forma como eles serão disponibilizados (subsídio de equipamento por parte das emissoras, do governo ou nenhum, interface de usuário aberta ou fechada, acesso pago ou gratuito, etc...), objetivos do novo sistema (público alvo, inclusão digital, etc...) e outras questões nas quais pesam primordialmente fatores sócio-econômicos e perfil dos consumidores.

³Dados obtidos na página Internet do Ministério das Comunicações do Brasil: <http://www.mc.gov.br>.

nece programação regional voltada aos interesses da comunidade local; permite transmissão para receptores móveis e portáteis; graças às duas características anteriores, é a mais indicada para conteúdo multimídia; é, atualmente, a forma mais barata de recepção e a única acessível aos consumidores mais pobres. Além disso, é uma forma de transmissão à qual o OFDM, nosso objetivo de estudo, se adapta muito bem graças à sua grande robustez ao desvanescimento por multipercurso.

Os EUA adotaram oficialmente como seu sistema o ATSC [31] ao final de 1998; quase que simultaneamente, a Europa definiu o DVB-T [22]; ambos já estão em uso desde então. Algum tempo depois, o Japão definiu o seu sistema, denominado ISDB-T [32], mas ainda não iniciou as transmissões. O sistema americano é baseado em 8-VSB e os outros dois em OFDM. Além das variações técnicas, existem diferenças também nos modelos de negócio: os EUA optaram por valorizar a alta definição de imagens (HDTV - High Definition Television) e a área de abrangência; os Europeus deram ênfase à transmissão de múltiplos canais e mobilidade; os japoneses investiram na alta definição, mobilidade e multimídia. Não entraremos no mérito de o quanto cada um desses objetivos foram ou não atingidos em cada um dos sistemas, trata-se de uma questão polêmica que tem exaltado os ânimos de partes envolvidas no mundo inteiro. Gostaríamos, no entanto, de enfatizar que os três sistemas estabelecem uma conexão de dados e possuem taxas de transmissão similares, qual conteúdo é transmitido é uma mera questão de definição; são falácias, repetidas várias vezes na mídia, que: um sistema não transmite HDTV, outro não serve para dados multimídia, outro é melhor para múltiplos programas no mesmo canal, etc... Devido aos imensos interesses financeiros envolvidos, é preciso ouvir o que circula nos meios de comunicação com apurado senso crítico.

Atentos à importância das questões envolvidas, a Anatel (Agência Nacional de Telecomunicações) e o Ministério das Comunicações do Brasil têm dispendido grandes esforços na seleção de um sistema de TV digital adequado às condições sócio-econômico-ambientais do Brasil. Em um processo que se iniciou em 1998 e se estende até os dias de hoje, o Brasil vem estudando os fatores importantes envolvidos na escolha e identificando problemas e necessidades nacionais. Trata-se de uma decisão delicada que tem grande impacto na adoção do novo sistema pelos consumidores; muitas das opções feitas por outros países foram equivocadas e resultaram em atrasos, protestos e altos custos na implantação.

Conforme explicado na seção 1.1, vamos limitar o nosso estudo ao DVB-T para tentar tirar proveito de detalhes específicos dessa implementação. Neste capítulo pretendemos apresentar as principais características macroscópicas desse sistema, os leitores interessados em mais detalhes devem recorrer à referência [22].

3.1 Descrição básica do DVB-T

Os três sistemas de TV digital mencionados na seção anterior, apesar de diferentes, possuem vários pontos em comum. Isso se deve em parte ao fato de que são todos frutos de uma mesma geração tecnológica, e em parte à necessidade de se manter um alto grau de interoperabilidade. A semelhança entre as técnicas de codificação empregadas podem ser atribuídas à contemporaneidade dos sistemas; já a escolha de padrões consagrados como o MPEG2 para compressão de vídeo, transporte e multiplexação dos dados é resultado do interesse das diversas Nações em compartilhar informação. Sob este ponto de vista, o estudo do DVB-T é uma excelente forma de se iniciar o estudo de sistemas genéricos de TV digital, pois se apresentam todos os problemas envolvidos.

O passo inicial de geração do sinal DVB-T, como em qualquer outro sistema, é produzir o conteúdo que se deseja transmitir, composto de vídeo, áudio, dados auxiliares e quaisquer outros dados que se queira oferecer. Em seguida, o vídeo e o áudio são compactados usando-se a especificação MPEG2⁴. Uma grande variedade de dados auxiliares já foram definidos, tais como: closed-caption, classificação da programação por conteúdo, informações para o guia eletrônico, etc... Dados relativos a serviços independentes da programação de vídeo e áudio (e-mail, Internet, cotações da bolsa, etc...) também podem ser transmitidos e não são cobertos pelos padrões pois variam de acordo com a aplicação.

Na etapa seguinte, os vários programas, já devidamente codificados, são multiplexados formando os dados que serão efetivamente modulados. A multiplexação se dá em duas etapas: primeiro montam-se *Program Streams* (PS) agrupando-se conteúdos interrelacionados, como por exemplo o áudio e o vídeo de um mesmo filme; em seguida, forma-se o *Transport Stream* (TS), composto de um ou mais PS. Caso se opte por utilizar modulação hierárquica, é preciso dividir a informação contida no TS em dois outros menores: o TS mais prioritário e o TS menos prioritário. A idéia é transmitir o mais prioritário com maior robustez, e o menos prioritário com menor robustez porém a taxas maiores; mais adiante veremos como isto é feito. A figura 18 resume esta fase do processo. Não entraremos nos detalhes da codificação de vídeo/áudio, multiplexação e transporte do MPEG2, para o leitor interessado recomendamos consultar as referências citadas em [22].

O TS assim obtido (ou os dois TS no caso hierárquico) é, então: codificado para aumentar robustez às imperfeições do canal de comunicação; mapeado

⁴O MPEG2 é definido num conjunto de especificações reunidos no padrão ISO/IEC 13818, dividido em três partes: a parte 1 se refere a *sistemas* e cobre as definições de transporte e multiplexação; a parte 2 se refere a *vídeo* e trata da codificação das imagens; a parte 3 se refere a *áudio*, especificando a codificação do som.

Figura 18: Multiplexação de programas no DVB-T: baseada em MPEG2.

usando-se QAM para aumentar a taxa de transmissão; adicionado de portadoras auxiliares para sincronismo e estimação de canal; modulado em OFDM; passado para o domínio de tempo contínuo e convertido para a frequência de RF desejada. A figura 19 ilustra esses passos até a geração de $s[n]$, não representamos as conversões discreto/contínuo e em RF pois esses temas não serão abordados neste trabalho e são técnicas de uso corriqueiro.

Figura 19: Geração do sinal DVB-T a partir do TS.

A parte opcional indicada na figura 19 se refere, mais uma vez, à modulação hierárquica. Na etapa de modulação existem dois modos de operação, chamados

de “2K”, por usar uma FFT de 2048 pontos e “8K”, por usar uma FFT de 8192 pontos. Cada um desses blocos será tratado, ainda que não profundamente, nas próximas seções; para evitar desnecessárias citações repetidas, antecipamos que as informações apresentadas foram retiradas da referência [22], exceto se mencionado em contrário.

3.2 Espalhamento espectral

Para garantir que existam transições binárias com uma frequência mínima adequada, e para obter uma distribuição (pseudo)aleatória dos dados a serem enviados, o primeiro passo da codificação é o espalhamento espectral. Com essa finalidade, realiza-se a multiplicação por uma sequência pseudo-aleatória (PRBS - Pseudo Random Binary Sequence) obtida conforme indicado na figura 20. Como se vê, é possível habilitar e desabilitar a multiplicação pela sequência através do sinal “habilita”: quando este for “0”, os dados de entrada saem inalterados. Após a inicialização da PRBS, ela deve ser continuamente atualizada independentemente de a multiplicação estar habilitada ou não. Observe ainda, que a multiplicação pela PRBS é feita em um modo “bit-a-bit”.

Figura 20: Diagrama de multiplicação por PRBS para espalhamento espectral.

O *Transport Stream* (TS) recebido é dividido em pacotes de 188 bytes, sendo o primeiro um byte de sincronismo de valor 0x47, conforme o padrão MPEG2. Respeitando essa estrutura, a especificação do DVB-T define que o byte de sincronismo não deve ser multiplicado pela sequência PRBS⁵. A sequência deve ser re-iniciada a cada 8 pacotes MPEG2 no primeiro bit do primeiro dado seguinte ao byte de sincronismo, e atualizada continuamente até o último bit do último byte do oitavo pacote. Para facilitar a sincronização dos pacotes na recepção, o primeiro byte de sincronismo de cada 8 pacotes deve ser complementado bit-a-bit, passando de 0x47 para 0xB8. A figura 21 ilustra essa nova estrutura.

Figura 21: Adaptação dos pacotes MPEG2 para o DVB-T.

3.3 Codificador e intercalador externos

O esquema de codificação utilizado pelo DVB-T é classificado na literatura como *codificação concatenada*. A denominação vem do fato que existem duas etapas de codificação/intercalamento aplicadas uma após a outra (veja figura 19).

⁵Pode-se usar o sinal “habilita” para essa finalidade, mas a atualização da sequência PRBS continua.

A primeira, que discutiremos nesta seção, é chamada de *externa*, trata-se de uma codificação sistemática em bloco e seu principal objetivo é corrigir vários erros em um mesmo pacote. Combinada com o intercalamento, a codificação externa fornece boa robustez a ruídos impulsivos que danificam trechos consecutivos ou próximos dos dados. A segunda etapa, denominada *interna*, é uma codificação convolucional que visa aumentar a robustez a ruído aditivo branco gaussiano. Este método de codificação concatenada tem demonstrado bastante eficácia em combater as imperfeições do canal de comunicação digital e é usado em um vasto número de aplicações.

A codificação externa é aplicada diretamente à estrutura de pacotes adaptados do DVB-T (veja figura 21) de forma síncrona, ou seja, os blocos codificados coincidem exatamente com os pacotes, não havendo particionamento destes. O código usado é o Reed-Solomon encurtado $RS(204,188,t=8)$, obtido a partir do código sistemático $RS(255,239,t=8)$, e atua a nível de bytes. A versão encurtada é derivada adicionando-se 51 bytes nulos à palavra código original de 188 bytes, obtendo-se uma nova palavra de 239 bytes. Após a codificação, os bytes nulos são descartados, passando da palavra codificada com 255 bytes para a que será transmitida com 204 bytes. Este procedimento é mostrado na figura 22, note que por se tratar de um código sistemático tanto os zeros inseridos como a integridade dos bytes de sincronismo são mantidos, simplificando a obtenção do novo pacote codificado. O código $RS(204,188,t=8)$ tem capacidade de correção de até 8 bytes em posições aleatórias do pacote.

A função do intercalador externo é distribuir os dados de um pacote protegido pelo código corretor de erros entre vários pacotes. Assim, se um pacote inteiro é perdido na recepção, após o desintercalamento isso representa a perda de pedaços de vários pacotes, dando uma chance ao código corretor de erros de atuar.

Figura 22: Codificação externa dos pacotes DVB-T.

O método de intercalamento do DVB-T é convolucional a nível de bytes. O intercalador é composto de 12 ramos conectados aos bytes transportados pelos pacotes DVB-T através de uma chave cíclica. O j -ésimo ramo, com $j = \{0, 1, \dots, 11\}$ é composto de j memórias FIFO (First-In, First-Out) em série, cada uma delas de 17 bytes. As saídas dos ramos são conectadas à saída do intercalador por outra chave cíclica sincronizada com a chave de entrada. A figura 23 resume este processo. As chaves devem ser sincronizadas também com os pacotes DVB-T de modo que os bytes de sincronismo e sincronismo invertido sempre passem pelo ramo “0”, assim, os bytes de sincronismo chegam primeiro no destino e podem ser tratados enquanto se espera pelos dados restantes.

3.4 Codificador e intercalador internos

O codificador interno é do tipo convolucional puncionado e atua a nível de bits. A figura 24 apresenta o diagrama de geração do código mãe com taxa de $1/2$ (cada bit de dado gera dois bits de código). A máquina de estados equivalente

Figura 23: Intercalador externo dos pacotes DVB-T codificados por RS.

possui 64 estados. O codificador deve ser sincronizado com o TS recebido do intercalador externo de tal modo que, ao se começar a gerar um símbolo OFDM, o bit mais significativo do primeiro byte (de sincronismo) de um super-quadro⁶ sempre esteja na posição marcada como “entrada” na figura 24. Isto é necessário para garantir que cada símbolo OFDM seja *consistente*, ou seja, possua toda a informação necessária para ser desmontado na recepção sem depender de símbolos vizinhos.

Figura 24: Codificador interno do DVB-T.

⁶Falaremos sobre os quadros do DVB-T mais adiante.

O conversor paralelo/serial que aparece na figura 24 também realiza a *perfuração* do código mãe quando se deseja obter uma taxa maior do que $1/2$ no codificador interno⁷. A tabela 2 mostra como é feita a seleção dos bits e a conversão paralela/serial para cada uma das possíveis taxas. A primeira coluna indica a taxa do código; a segunda coluna indica com “1” os bits de X e Y (veja figura 24) que serão transmitidos e com “0” os que serão desprezados⁸; a terceira coluna mostra a ordem em que os bits transmitidos devem ser organizados. Em particular, para taxa $1/2$ nenhum bit é desprezado, sendo que os bits de X são transmitidos primeiro.

Taxa do código	Padrão de perfuração ^a	Seqüência dos bits
1/2	$X: 1$ $Y: 1$	$x_1 y_1$
2/3	$X: 1 0$ $Y: 1 1$	$x_1 y_1 y_2$
3/4	$X: 1 0 1$ $Y: 1 1 0$	$x_1 y_1 y_2 x_3$
5/6	$X: 1 0 1 0 1$ $Y: 1 1 0 1 0$	$x_1 y_1 y_2 x_3 y_4 x_5$
7/8	$X: 1 0 0 0 1 0 1$ $Y: 1 1 1 1 0 1 0$	$x_1 y_1 y_2 y_3 y_4 x_5 y_6 x_7$

^aAs posições marcadas com “1” são transmitidas e as marcadas com “0” são desprezadas.

Tabela 2: Padrão de perfuração do codificador interno.

Em seguida, aplica-se o intercalador interno, cuja função é distribuir os pacotes entre as portadoras de um mesmo símbolo OFDM, evitando acúmulo em torno de uma pequena banda de frequências. Caso exista desvanescimento profundo em algum ponto específico do espectro, ainda pode ser possível recuperar os pacotes afetados a partir da informação das outras portadoras através da correção de erro. O intercalamento se dá em três etapas: demultiplexação do(s)

⁷A contrapartida de se melhorar a taxa do código com a *perfuração* é uma diminuição na capacidade de correção de erros.

⁸Cada bit de entrada sempre gera 1 bit em X e 1 bit em Y , quando ocorre a perfuração, alguns destes não são transmitidos.

TS, intercalamento de bits e intercalamento de símbolos⁹. A demultiplexação particiona o(s) TS de entrada em m seqüências de bits, onde: $m = 2$ quando se usa o QPSK, $m = 4$ no caso de 16QAM e $m = 6$ para o 64QAM. Cada uma dessas seqüências de bits é fornecida a um intercalador de bits, resultando em uma bateria de m intercaladores de bits que funcionam paralelamente. Os bits que saem simultaneamente dos intercaladores de bits formam os *símbolos*⁹ que são passados para o intercalador de símbolos. A figura 25 mostra como isso é feito para o caso não-hierárquico em que existe apenas um TS de entrada.

Figura 25: Intercalador interno não-hierárquico do DVB-T.

Para o caso hierárquico, existem dois TS de entrada, além disso, o mapeador QAM não tem a opção QPSK. Neste caso, modifica-se o diagrama de intercalamento interno conforme indicado na figura 26. Como se vê, o TS mais prioritário é sempre particionado em duas seqüências de bits e o TS menos prioritário é particionado em $(m - 2)$ seqüências de bits; daí em diante procede-se como no caso não-hierárquico. Mais adiante, falaremos do mapeador QAM, onde ficará claro que os dois bits mais significativos dos símbolos, correspondentes ao TS mais prioritário, são mesmo mapeados com maior robustez.

⁹Neste caso, *símbolo* significa o conjunto de bits que será transmitido numa mesma portadora, ou seja, 2bits para QPSK, 4bits para 16QAM e 6bits para 64QAM. Note que isto é válido tanto para o modo normal quanto para o hierárquico.

Figura 26: Intercalador interno hierárquico do DVB-T.

Os conversores serial/paralelo (ou demultiplexadores) das figuras 25 e 26 se comportam de maneira diferente para o caso hierárquico e não-hierárquico. A tabela 3 mostra como é feita a demultiplexação em cada modo.

Constelação	Modo não-hierárquico ^a	Modo hierárquico ^a
QPSK	$x_0 \mapsto b_{0,0} \quad x_1 \mapsto b_{1,0}$	Não se aplica.
16QAM	$x_0 \mapsto b_{0,0} \quad x_2 \mapsto b_{1,0}$ $x_1 \mapsto b_{2,0} \quad x_3 \mapsto b_{3,0}$	$x_0^+ \mapsto b_{0,0} \quad x_0^- \mapsto b_{2,0}$ $x_1^+ \mapsto b_{1,0} \quad x_1^- \mapsto b_{3,0}$
64QAM	$x_0 \mapsto b_{0,0} \quad x_3 \mapsto b_{1,0}$ $x_1 \mapsto b_{2,0} \quad x_4 \mapsto b_{3,0}$ $x_2 \mapsto b_{4,0} \quad x_5 \mapsto b_{5,0}$	$x_0^+ \mapsto b_{0,0} \quad x_1^- \mapsto b_{4,0}$ $x_1^+ \mapsto b_{1,0} \quad x_2^- \mapsto b_{3,0}$ $x_0^- \mapsto b_{2,0} \quad x_3^- \mapsto b_{5,0}$

^aA geração dos $b_{n,k}$ para $k = \{1, 2, \dots\}$ é feita de forma similar aos $b_{n,0}$ da tabela.

Tabela 3: Padrão de demultiplexação do intercalador interno.

Os intercaladores de bits $I_0, I_1, \dots, I_{m-1}$ atuam todos em blocos de 126 bits, mas com funções de permutação diferentes. Veremos mais adiante, quando falarmos dos quadros e super-quadros, que em qualquer modo do DVB-T, um símbolo OFDM sempre contém um número inteiro de blocos com $m \cdot 126$ bits¹⁰.

¹⁰Observe que o número de blocos com $m \cdot 126$ bits contido em um símbolo OFDM não depende da constelação usada, o número de intercaladores de m bits é quem se ajusta.

A entrada $\mathbf{b}_n$ e a saída $\mathbf{a}_n$ dos intercaladores são definidas por:

$$\mathbf{b}_n = [b_{n,0}, b_{n,1}, \dots, b_{n,125}]^T, \quad \mathbf{a}_n = [a_{n,0}, a_{n,1}, \dots, a_{n,125}]^T \quad \text{e} \quad n = \{0, 1, \dots, m-1\}$$

A relação entre a entrada e a saída de cada um dos intercaladores de bits é dada da seguinte forma:

$$a_{n,k} = b_{n,H_n(k)} \quad \text{com} \quad \left\{ \begin{array}{l} k = \{0, 1, 2, \dots, 125\}; \\ I_0: \quad H_0(k) = k; \\ I_1: \quad H_1(k) = (k + 63) \mod 126; \\ I_2: \quad H_2(k) = (k + 105) \mod 126; \\ I_3: \quad H_3(k) = (k + 42) \mod 126; \\ I_4: \quad H_4(k) = (k + 21) \mod 126; \\ I_5: \quad H_5(k) = (k + 84) \mod 126. \end{array} \right.$$

Os bits das saídas $\mathbf{a}_n$ que são gerados simultaneamente são agrupados de modo a formar a entrada $\mathbf{w}_n$ do intercalador de símbolos. Assim, $\mathbf{w}_n$ contém exatamente um bit de cada $\mathbf{a}_n$ e é descrito por:

$$\mathbf{w}_n = [a_{0,n}, a_{1,n}, a_{2,n}, \dots, a_{m-1,n}]^T$$

A ação do intercalador de símbolos é distribuir $l \cdot 126$ palavras $\mathbf{w}_n$ (de m bits) consecutivas ao longo de todo o espectro. No modo 2K, existem 1512 portadoras úteis e no modo 8K existem 6048, desta forma, $l = 12$ para o modo 2K e $l = 48$ para o modo 8K. Assim, a entrada do intercalador de símbolos é definida como

um vetor¹¹ $\mathbf{W}$ com $l \cdot 126$ palavras de m bits, conforme indicado abaixo:

$$\mathbf{W} = [w_0, w_1, w_2, \dots, w_{N_{max}-1}]^T \quad \text{com} \quad \begin{cases} N_{max} = l \cdot 126; \\ l = 12, & \text{para o modo 2K;} \\ l = 48, & \text{para o modo 8K.} \end{cases}$$

A saída do intercalador de símbolos é o vetor $\mathbf{V}$, conforme definido a seguir:

$$\mathbf{V} = [v_0, v_1, \dots, v_{N_{max}-1}]^T \quad \text{com} \quad \begin{cases} v_{H(q)} = w_q, & \text{para símbolos OFDM pares;} \\ v_q = w_{H(q)}, & \text{para símbolos OFDM ímpares;} \\ H(q) = & \text{função de permutação;} \\ q = & \{0, 1, 2, \dots, N_{max} - 1\}. \end{cases}$$

A classificação “par” ou “ímpar” se refere à ordem do *símbolo OFDM*¹², ou seja, à sua posição dentro de um quadro DVB-T, que será definida em uma seção mais adiante, em que trataremos desse assunto. Resta ainda definir a função de permutação dos símbolos $H(q)$, o que faremos ao longo dos próximos parágrafos.

Começamos definindo palavra binária auxiliar $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{i}}$ de $N_r - 1$ bits, com $N_r = 11$ para o modo 2K e $N_r = 13$ para o modo 8K, da seguinte maneira:

¹¹Aqui há uma ligeira mudança de notação: $\mathbf{w}_{\mathbf{n}}$ foi definido como um vetor, mas agora é tratado como uma palavra de m bits. Consideramos que isso não causará enganos, e o leitor mais exigente pode tratar $\mathbf{W}$ não como vetor, mas como uma matriz de bits. Repetiremos este truque mais adiante.

¹²Não confunda com os símbolos de m bits com os quais estamos lidando nesta seção.

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{i}} = [r_{i,N_r-2}, r_{i,N_r-3}, r_{i,N_r-4}, \dots, r_{i,1}, r_{i,0}]^T \quad \text{e :}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} M_{max} = & 2^{N_r}; \\ i = 0 \text{ ou } 1 & \Rightarrow \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{i}} = [0, 0, \dots, 0, 0]^T; \\ i = 2 & \Rightarrow \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{i}} = [0, 0, \dots, 0, 1]^T; \\ 2 < i < M_{max} & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{i}} = [r_{i,N_r-2}, r_{i-1,N_r-2}, r_{i-1,N_r-3}, \dots, r_{i-1,2}, r_{i-1,1}]^T; \\ 2K : \quad r_{i,N_r-2} = r_{i,9} = r_{i-1,0} \oplus r_{i-1,3}; \\ 8K : \quad r_{i,N_r-2} = r_{i,11} = r_{i-1,0} \oplus r_{i-1,1} \oplus r_{i-1,4} \oplus r_{i-1,6}. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Agora, obtemos $\mathbf{R}_{\mathbf{i}}$ a partir de $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{i}}$ fazendo a seguinte permutação de bits:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2K : \quad \mathbf{R}_{\mathbf{i}} = [r_{i,0}, r_{i,7}, r_{i,5}, r_{i,1}, r_{i,8}, r_{i,2}, r_{i,6}, r_{i,9}, r_{i,3}, r_{i,4}]^T; \\ 8K : \quad \mathbf{R}_{\mathbf{i}} = [r_{i,5}, r_{i,11}, r_{i,3}, r_{i,0}, r_{i,10}, r_{i,8}, r_{i,6}, r_{i,9}, r_{i,2}, r_{i,4}, r_{i,1}, r_{i,7}]^T. \end{array} \right.$$

Obtido o $\mathbf{R}_{\mathbf{i}}$, ele agora passa a ser tratado como um número binário de $N_r - 1$ bits, com isso estamos prontos para definir $H(q)$ através do algoritmo 3.1.

Algoritmo 3.1 Geração da função de permutação de símbolos.

```

 $q \leftarrow 0;$ 
 $i \leftarrow 0;$ 
enquanto  $i < M_{max}$ 
{
     $H(q) \leftarrow (i \bmod 2) \cdot 2^{N_r-1} + R_i;$ 
    se  $H(q) < N_{max}$  então  $q \leftarrow q + 1;$ 
     $i \leftarrow i + 1$ 
}
```

A saída final Y_n do intercalador interno, conforme indicado nas figuras 25 e 26, é definida como os elementos de $\mathbf{V}$; um processo inverso ao que foi feito ao gerar $\mathbf{W}$ a partir dos $\mathbf{a}_n$. A seguir reescrevemos isso:

$$Y_n = \mathbf{v}_n = [v_{0,n}, v_{1,n}, v_{2,n}, \dots, v_{m-1,n}]^T, \quad \text{com: } n = \{0, 1, 2, \dots, N_{max} - 1\}$$

A referência [22] fornece sugestões de como gerar os intercaladores de símbolos usando dispositivos lógicos, tanto para o caso hierárquico como para não-hierárquico.

Com isto encerramos o que normalmente é referido como a parte de *codificação do DVB-T* na literatura técnica. Como comentário final, gostaríamos de chamar a atenção ao fato de que o intercalador interno do DVB-T atua dentro de um único símbolo, logo representa um *intercalamento em frequência*. Já o intercalador externo espalha um pacote de 204 bytes por 2437 bytes consecutivos, e representa um *intercalamento no tempo*. No entanto, se estivermos usando o DVB-T no modo 8K com constelações de 64QAM, cada símbolo transportará um total de 4536 bytes; desta forma, nem todos os pacotes sofrerão espalhamento temporal. Isto diminui a robustez à perda de símbolos inteiros por interferências impulsivas. O ISDB-T [32], optou por um intercalamento no tempo bem maior, pois decidiu-se por enfatizar a recepção móvel, cujo canal de comunicação possui certas similaridades ao ruído impulsivo por apresentar transições bruscas e temporárias¹³. Este é um bom exemplo da importância de uma acertada definição prévia do modelo de negócios que se almeja implantar.

¹³Paga-se por esta vantagem com recursos adicionais de memória e aumento no tempo de latência do canal de transmissão, retardando operações que envolvam navegação entre canais (como ocorre na sintonia automática) e recuperação após perda de sinal.

3.5 As constelações do DVB-T

As portadoras de dados do DVB-T são sempre moduladas em um dos seguintes modos: QPSK, 16QAM, 64QAM, 16QAM não-uniforme ou 64QAM não-uniforme. Cada um dos modos não-uniformes possui 2 alternativas. Escolhida uma opção, todas as portadoras devem usá-la, não é possível variar as modulações nem entre portadoras e nem entre símbolos OFDM. As figuras 27 e 28 mostram como são as constelações uniformes.

Figura 27: Constelações QPSK e 16QAM uniforme.

As figuras 27 e 28 também mostram como deve ser feito o mapeamento das palavras binárias nos pontos das constelações. Note que se trata de um código de Gray¹⁴.

Quando se usa modo hierárquico, existe um parâmetro $\alpha \in \{1, 2, 4\}$ que determina um deslocamento dos pontos da constelação no sentido de afastá-los da origem. Isto é feito porque os dois bits mais significativos de cada palavra binária contém dados do TS mais prioritário, e determinam o quadrante ao qual pertence o ponto sendo demodulado. Em outras palavras, *o quadrante contém o*

¹⁴Dois símbolos vizinhos estão a uma distância de Hamming unitária um do outro.

TS mais prioritário, enquanto a posição dentro do quadrante contém o *TS* menos prioritário. Afastando-se todos os pontos contidos em um mesmo quadrante da origem, aumenta-se a margem de erro que se pode cometer na demodulação e ainda acertar o quadrante. Claramente, isto aumenta a robustez da transmissão do *TS* mais prioritário. As figuras 29 e 30 mostram como ficam as constelações no caso hierárquico. Note que quando $\alpha = 1$, resultam 16QAM ou 64QAM uniformes idênticos ao caso não hierárquico.

3.6 A estrutura de quadros do DVB-T

Até este ponto, estivemos estudando como os dados devem ser codificados para permitir a transmissão a uma taxa de erros satisfatória; nesta seção veremos que eles são organizados de modo que o receptor saiba que trecho do sinal

Figura 29: Constelação 16QAM não-uniforme, usada no modo hierárquico.

está sendo decodificado. Ou seja, a estrutura de quadros é que determina o quão satisfatória é a recuperação de sincronismo após perda de sinal. Além disso, portadoras contendo informação auxiliar são inseridas com a finalidade de informar ao receptor o modo atual de operação e permitir estimação dos efeitos do canal sobre o sinal transmitido. Veremos como isso é feito a seguir.

O sinal transmitido é organizado em *quadros* e *super-quadros*; um quadro é composto por 68 símbolos OFDM e um super-quadro é composto por 4 quadros. No modo 2K, um símbolo OFDM é composto por 1705 portadoras não-nulas e 343 portadoras nulas; das 1705 não-nulas, 1512 são usadas para transmitir os dados codificados e 193 são portadoras auxiliares. No modo 8K, 6817 são portadoras não-nulas e 1379 são nulas; das 6817 não-nulas, 6048 são de dados e

Figura 30: Constelação 64QAM não-uniforme, usada no modo hierárquico.

769 são auxiliares. Em qualquer caso, as portadoras não-nulas são indexadas por $k \in \{k_{min}, k_{min} + 1, \dots, k_{max} - 1, k_{max}\}$. A tabela 4 resume os parâmetros dos modos 2K e 8K para o caso de canal com 6MHz de banda; para 7MHz e 8MHz veja a referência [22].

A duração T_s do símbolo OFDM é a soma das durações útil T_u e do prefixo cíclico T_{pc} , ou seja: $T_s = T_u + T_{pc}$. Como vimos no capítulo 2, $T_u = \frac{1}{\Delta_f}$, para obter a ortogonalidade entre as portadoras. Para o prefixo cíclico, existem 4 possibilidades, conforme indica a tabela 5. O período de amostragem T_a é exatamente $7/48\mu s$ para canal de transmissão de 6MHz, $1/8\mu s$ para 7MHz e $7/64\mu s$ para 8MHz.

Parâmetro	Modo 2K	Modo 8K
Número total de portadoras	2048	8192
Número de portadoras não-nulas	1705	6817
Índice da portadora inicial k_{min}	0	0
Índice da portadora final k_{max}	1704	6816
Número de portadoras de dados	1512	6048
Número de portadoras auxiliares	193	769
Espaçamento das portadoras Δ_f	3.348,214Hz ^a	837,054Hz ^a
Largura de banda ^b entre k_{min} e k_{max}	5,71MHz ^a	5,71MHz ^a

^aValores apenas aproximados.
^bEsta é, muitas vezes, referida como *banda do sinal*.

Tabela 4: Parâmetros do DVB-T em canal de 6MHz: modos 2K e 8K.

Parâm.	Modo 2K ^a				Modo 8K ^a			
T_u	2048 T_a (298, 667)				8192 T_a (1194, 667)			
T_{pc}/T_u	1/4	1/8	1/16	1/32	1/4	1/8	1/16	1/32
T_{pc}	512 T_a (74, 67)	256 T_a (37, 33)	128 T_a (18, 67)	64 T_a (9, 33)	2048 T_a (298, 7)	1024 T_a (149, 3)	512 T_a (74, 67)	256 T_a (37, 33)
T_s	2560 T_a (373, 3)	2304 T_a (336)	2176 T_a (317, 3)	2112 T_a (308)	10240 T_a (1493)	9216 T_a (1344)	8704 T_a (1269)	8448 T_a (1232)
$T_a = 7/48\mu s$ em 6MHz $T_a = 1/8\mu s$ em 7MHz $T_a = 7/64\mu s$ em 8MHz								

^aValores entre parênteses se referem às durações aproximadas em μs para canal de 6MHz.

Tabela 5: Durações do símbolo DVB-T: total, útil e do prefixo cíclico.

Com isto, estamos prontos para expressar precisamente como é o sinal DVB-T transmitido em RF:

$$s(t) = \Re \left\{ e^{j2\pi f_c t} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{67} \sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} c_{m,l,k} \cdot \Psi_{m,l,k}(t) \right\} \quad (3.1)$$

$$\Psi_{m,l,k}(t) = \begin{cases} e^{j2\pi \cdot \frac{k'}{T_u} \cdot (t - T_{pc} - l \cdot T_s - 68 \cdot m \cdot T_s)}, & (l + 68 \cdot m) \cdot T_s \leq t \leq (l + 68 \cdot m + 1) \cdot T_s; \\ 0, & \text{para } t \text{ fora desse intervalo.} \end{cases}$$

$$\text{e: } \begin{cases} k, l, m, & \text{indexam a portadora, o símbolo e o quadro;} \\ k' = k - \frac{k_{max} + k_{min}}{2}, & \text{indexa as portadoras a partir do centro;} \\ f_c, & \text{frequência central de RF;} \\ c_{m,l,k}, & \text{dado da portadora } k, \text{ no símbolo } l, \text{ no quadro } m; \\ T_s, T_u, T_{pc}, & \text{são como antes.} \end{cases}$$

Comparando-se (3.1) com (2.1) e (2.5), notamos duas diferenças: usamos a portadora de RF na sub-portadora de menor frequência no capítulo 2 enquanto o DVB-T a coloca na portadora central; e o fato de que a estrutura de quadros do DVB-T dividiu a somatória de símbolos em duas somatórias, uma de símbolos (para formar os quadros) e outra de quadros (para formar os super-quadros).

Finalmente, para se obter sempre a mesma potência na saída do amplificador de RF, independentemente de qual constelação esteja sendo usada, os dados complexos $c_{m,l,k}$ que aparecem em (3.1) devem ser divididos pelo fator de normalização da tabela 6. Esses fatores são calculados de forma que se obtenha¹⁵ $\mathcal{E}_k\{c_{m,l,k} \cdot c_{m,l,k}^*\} = 1$, supondo todos os pontos da constelação usada como equiprováveis.

3.7 Os sinais de referência

Já vimos como são geradas as portadoras de dados, veremos agora quais são os sinais de referência inseridos entre os dados para transmitir informação auxiliar

¹⁵O símbolo $\mathcal{E}_k\{\cdot\}$ significa a esperança matemática sobre a variável k .

Constelação	Tipo ^a	Fator de normalização
QPSK	$\alpha = 1$	$\sqrt{2}$
16QAM	$\alpha = 1$	$\sqrt{10}$
	$\alpha = 2$	$\sqrt{20}$
	$\alpha = 4$	$\sqrt{52}$
64QAM	$\alpha = 1$	$\sqrt{42}$
	$\alpha = 2$	$\sqrt{60}$
	$\alpha = 4$	$\sqrt{108}$

^aOs casos $\alpha = 1$ devem ser usados tanto para o modo hierárquico quanto para o não-hierárquico.

Tabela 6: Fator de normalização das constelações do DVB-T.

relativa aos parâmetros dos modos usados. Estes permitem estimar o canal de comunicação e facilitam a sincronização no tempo e em frequência.

Os sinais de referência se dividem em *portadoras piloto* e *portadoras de sinalização dos parâmetros de transmissão* (TPS - Transmission Parameter Signaling). As pilotos são inseridas com a finalidade de permitir a estimação do canal e sincronização do demodulador; elas não transportam qualquer informação, são apenas sinais previamente conhecidos que servem de referência ao receptor. As portadoras TPS transportam informação auxiliar como: palavras de sincronização de quadro, tipo de constelação usada, tamanho do intervalo de guarda, etc...

As portadoras piloto são transmitidas com maior potência do que as demais, atendendo a seguinte equação: $\mathcal{E}_k\{c_{m,l,k} \cdot c_{m,l,k}^*\} = 16/9$. Elas se subdividem em *contínuas* e *espalhadas*. As contínuas são transmitidas sempre nas mesmas posições em todos os símbolos; as espalhadas mudam de portadora de um símbolo para outro de forma cíclica. A grosso modo, a idéia por trás deste esquema é que as portadoras contínuas forneçam uma amostragem das condições espectrais do canal de forma “fina” no tempo e “grosseira” em frequência; já as espalhadas desempenham função inversa entre tempo e frequência.

No modo 2K, existem 45 portadoras contínuas e no modo 8K elas são 177. A tabela 7 lista os índices k , conforme definido na equação (3.1), das portadoras contínuas para os dois modos. Note que o único parâmetro do qual elas dependem é número total de portadoras.

Modo 2K	Modo 8K
0, 48, 54, 87, 141, 156, 192, 201, 255, 279, 282, 333, 432, 450, 483, 525, 531, 618, 636, 714, 759, 765, 804, 873, 888, 918, 939, 842, 969, 984, 1050, 1101, 1107, 1110, 1137, 1140, 1146, 1206, 1269, 1323, 1377, 1491, 1683, 1704	0, 48, 54, 87, 141, 156, 192, 201, 255, 279, 282, 333, 432, 450, 483, 525, 531, 618, 636, 714, 759, 765, 804, 873, 888, 918, 939, 842, 969, 984, 1050, 1101, 1107, 1110, 1137, 1140, 1146, 1206, 1269, 1323, 1377, 1491, 1683, 1704, 1959, 1983, 1986, 2037, 2136, 2154, 2187, 2229, 2235, 2322, 2340, 2418, 2463, 2469, 2484, 2508, 2577, 2592, 2622, 2643, 2646, 2673, 2688, 2754, 2805, 2811, 2814, 2841, 2844, 2850, 2910, 2973, 3027, 3081, 3195, 3387, 3408, 3456, 3462, 3495, 3549, 3564, 3600, 3609, 3663, 3687, 3690, 3741, 3840, 3858, 3891, 3933, 3939, 4026, 4044, 4122, 4167, 4173, 4188, 4212, 4281, 4296, 4326, 4347, 4350, 4377, 4392, 4458, 4509, 4515, 4518, 4545, 4548, 4554, 4614, 4677, 4731, 4785, 4899, 5091, 5112, 5160, 5166, 5199, 5253, 5268, 5304, 5313, 5367, 5391, 5394, 5445, 5544, 5562, 5595, 5637, 5643, 5730, 5748, 5826, 5871, 5877, 5892, 5916, 5985, 6000, 6030, 6051, 6054, 6081, 6096, 6162, 6213, 6219, 6222, 6249, 6252, 6258, 6318, 6381, 6435, 6489, 6603, 6795, 6816

Tabela 7: Posição das portadoras piloto contínuas: modos 2K e 8K.

A posição das portadoras espalhadas é definida pela seguinte fórmula:

$$k = k_{min} + 3 \cdot l \mod 4 + 12 \cdot p, \quad \text{onde:} \quad \begin{cases} p \in \{0, 1, 2, \dots\}; \\ k \in [k_{min}, k_{max}]; \\ k, l, k_{min}, k_{max} \text{ são como em (3.1).} \end{cases}$$

Para se atribuir algum caráter estocástico à modulação das portadoras piloto, tanto contínuas quanto espalhadas, utiliza-se uma seqüência binária pseudo-aleatória (PRBS) w_k de máximo comprimento, gerada conforme a figura 31. A PRBS deve ser reiniciada a cada símbolo com a seqüência indicada na figura e de tal modo que w_0 coincida com a portadora $k = 0$. Gera-se um novo bit de saída da seqüência PRBS para cada portadora, seja ela piloto ou de dados.

Figura 31: Diagrama de geração da PRBS para modulação das portadoras contínuas.

Finalmente, a modulação das portadoras piloto, tanto contínuas quanto espalhadas, é feita da seguinte forma:

$$\begin{cases} \Re\{c_{m,l,k}\} &= \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot (\frac{1}{2} - w_k); \\ \Im\{c_{m,l,k}\} &= 0. \end{cases} \quad \text{com:} \quad \begin{cases} m, l, k & \text{são como em (3.1);} \\ w_k & \text{é a saída da PRBS.} \end{cases}$$

A título de ilustração, a figura 32 mostra como é a configuração das posições das portadoras piloto espalhadas; também se encontram marcadas as portadoras contínuas em $k = k_{min}$ e $k = k_{max}$. Embora a distribuição não seja uniforme, o número total de portadoras piloto (contínuas mais espalhadas) é sempre o mesmo para todos os símbolos OFDM.

Figura 32: Posição das portadoras piloto espalhadas.

Passando agora para as portadoras TPS, sua função é sinalizar ao receptor os parâmetros da transmissão. Elas são em número de 17 para o modo 2K e de 68 para o modo 8K. Todas as portadoras TPS de um mesmo símbolo transportam o mesmo dado mas diferem no símbolo complexo associado a esse dado. A modulação usada é o DBPSK, pois é bastante robusta¹⁶ e passível de decodificação no receptor mesmo antes da estimação do canal. A tabela 8 lista as posições usadas para transmitir as portadoras TPS.

Modo 2K	Modo 8K
34, 50, 209, 346, 413, 569, 595, 688, 790, 901, 1073, 1219, 1262, 1286, 1469, 1594, 1687	34, 50, 209, 346, 413, 569, 595, 688, 790, 901, 1073, 1219, 1262, 1286, 1469, 1594, 1687, 1738, 1754, 1913, 2050, 2117, 2273, 2299, 2392, 2494, 2605, 2777, 2923, 2966, 2990, 3173, 3298, 3391, 3442, 3458, 3617, 3754, 3821, 3977, 4003, 4096, 4198, 4309, 4481, 4627, 4670, 4694, 4877, 5002, 5095, 5146, 5162, 5321, 5458, 5525, 5681, 5707, 5800, 5902, 6013, 6185, 6331, 6374, 6398, 6581, 6706, 6799

Tabela 8: Posição das portadoras TPS: modos 2K e 8K.

Todas as portadoras TPS de um mesmo símbolo contém o mesmo dado, como já foi mencionado, logo cada símbolo OFDM contém a informação de um único

¹⁶As portadoras de dados são moduladas de forma coerente, logo só podem ser decodificadas após a estimação do canal. Usando-se modulação diferencial nas portadoras TPS, elas adquirem uma alta imunidade ao canal de transmissão; além disso, os mesmos dados são transmitidos de forma redundante em várias portadoras, aumentando ainda mais a robustez.

bit dos parâmetros de sinalização. De forma similar, um quadro contém 68 bits e um super-quadro 272 bits. Os dados dos 68 bits transmitidos em cada quadro estão descritos na tabela 9. Essa estrutura se repete em todos os super-quadros.

Bits	Informação transportada
s_0	Bit de inicialização da modulação DBPSK. É obtido a partir da sequência PRBS das portadoras piloto.
$s_1 \sim s_{16}$	Palavra de sincronização: 0011010111101110 nos quadros ímpares de um super-quadro e 1100101000010001 nos pares.
$s_{17} \sim s_{22}$	Número de bits do TPS: 010111 ou 011111.
s_{23}, s_{24}	Número do quadro dentro do super-quadro: 1, 2, 3 ou 4.
s_{25}, s_{26}	Tipo de constelação usada para as portadoras de dados.
$s_{27} \sim s_{28}$	Valor do fator α para o caso de modulação hierárquica.
$s_{30} \sim s_{32}$	Taxa do código convolucional do TS mais prioritário.
$s_{33} \sim s_{35}$	Taxa do código convolucional do TS menos prioritário.
s_{36}, s_{37}	Tamanho do intervalo de guarda.
s_{38}, s_{39}	Modo do DVB-T usado: 2K ou 8K.
$s_{40} \sim s_{47}$	Identificação da célula. Se não usados, deixar com zero.
$s_{48} \sim s_{53}$	Reservados para uso futuro, deixar em zero.
s_{54}, s_{67}	Bits de paridade das TPS. Usa BCH encurtado (67, 53, $t = 2$)

Tabela 9: Conteúdo das portadoras TPS.

As portadoras TPS são transmitidas na mesma potência que as de dados, tal que: $\mathcal{E}_k\{c_{m,l,k} \cdot c_{m,l,k}^*\} = 1$. Por usarem DBPSK, é preciso enviar um bit inicial (s_0 , na tabela 9), o qual é obtido da mesma sequência PRBS usada para a modulação das portadoras piloto. Atribui-se ao s_0 correspondente à portadora k o valor de w_k obtido conforme diagrama da figura 31, e k com os valores listados na tabela 8. O passo seguinte é calcular o símbolo complexo $c_{m,0,k}$ associado ao bit s_0 da portadora (TPS) k no símbolo 0 do quadro m , da seguinte forma:

$$\Re\{c_{m,0,k}\} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - w_k\right) \quad \text{e} \quad \Im\{c_{m,0,k}\} = 0.$$

Com $c_{m,0,k}$ calculado, os símbolos complexos $c_{m,l,k}$ associados a todos os demais bits s_l podem ser obtidos pela seguinte fórmula:

$$\begin{cases} \text{se } s_l = 0 \text{ então } & \Re\{c_{m,l,k}\} = \Re\{c_{m,l-1,k}\}; \\ \text{se } s_l = 1 \text{ então } & \Re\{c_{m,l,k}\} = -\Re\{c_{m,l-1,k}\}; \\ \Im\{c_{m,l,k}\} = 0. \end{cases}$$

Para encerrar a descrição dos sinais de referência usados pelo DVB-T resta apenas apresentar o formato das mensagens contidas nos bits cujo significado na tabela 9 permanece obscuro.

Os bits $s_{17} \sim s_{22}$ contém o índice do último bit TPS com dados úteis (excluindo a correção de erro). Assim, se os bits $s_{40} \sim s_{47}$ não forem utilizados eles valem $(010111)_{bin} = (39)_{dec}$; caso contrário, eles valem $(011111)_{bin} = (47)_{dec}$.

As tabelas 10 e 11 descrevem os bits $s_{23} \sim s_{39}$ e são auto-explicativas.

Bits	Conteúdo	Informação transportada
s_{23}, s_{24}	00	Quadro 1 do super-quadro.
	01	Quadro 2 do super-quadro.
	10	Quadro 3 do super-quadro.
	11	Quadro 4 do super-quadro.
s_{25}, s_{26}	00	Constelação QPSK.
	01	Constelação 16QAM.
	10	Constelação 64QAM.
	11	Reservado.
$s_{27} \sim s_{29}$	000	Modo não-hierárquico.
	001	Modo hierárquico: $\alpha = 1$.
	010	Modo hierárquico: $\alpha = 2$.
	011	Modo hierárquico: $\alpha = 4$.
	100 ~ 111	Reservados.

Tabela 10: Formato dos dados TPS nos bits $s_{23} \sim s_{29}$.

Bits	Conteúdo	Informação transportada
$s_{30} \sim s_{32}$ (TS+P) e também $s_{33} \sim s_{35}$ (TS-P)	000	Código convolucional com taxa=1/2.
	001	Código convolucional com taxa=2/3.
	010	Código convolucional com taxa=3/4.
	011	Código convolucional com taxa=5/6.
	100	Código convolucional com taxa=7/8.
	101 ~ 111	Reservados.
s_{36}, s_{37}	00	Intervalo de guarda: $T_{pc}/T_u = 1/32$.
	01	Intervalo de guarda: $T_{pc}/T_u = 1/16$.
	10	Intervalo de guarda: $T_{pc}/T_u = 1/8$.
	11	Intervalo de guarda: $T_{pc}/T_u = 1/4$.
s_{38}, s_{39}	00	Número de portadoras: modo 2K.
	01	Número de portadoras: modo 8K.
	10 e 11	Reservados.

Tabela 11: Formato dos dados TPS nos bits $s_{30} \sim s_{39}$.

Os bits opcionais $s_{40} \sim s_{47}$ podem conter 16 bits $[b_{15}, b_{14}, \dots, b_0]$ para identificação da célula transmissora: o byte mais significativo é transmitido nos quadros ímpares e o menos significativo nos quadros pares. Assim: nos quadros 1 e 3, s_{40} contém o bit b_{15} , s_{41} contém o bit b_{14} , $\dots$, s_{47} contém o bit b_8 ; de forma similar, nos quadros 2 e 4, s_{40} contém b_7 , s_{41} contém b_6 , $\dots$, s_{47} contém b_0 .

Finalmente, chegamos aos bits $s_{54} \sim s_{67}$ usados para correção de erro dos 53 bits TPS com dados ($s_1 \sim s_{53}$). Para isso, usa-se o código BCH encurtado (67,53,t=2), obtido a partir do original BCH(127,113,t=2). O processo de codificação é similar ao que foi feito com o codificador externo, esquematizado na figura 22; a diferença é que lá foi usado o Reed-Solomon RS(255,239,t=8) para se obter o RS(204,188,t=8), e aqui se usa o BCH(127,113,t=2) para se obter o BCH(67,53,t=2). Além disso, no codificador externo são usados 51 bytes nulos

para completar o código não encurtado, aqui são necessários 60 bytes nulos. Veja a seguir o polinômio gerador do código BCH em questão:

$$h(x) = x^{14} + x^9 + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$$

Com isto, encerramos a parte que pretendíamos cobrir do padrão DVB-T, mais detalhes podem ser encontrados na referência [22]. Praticamente tudo aquilo que não foi exposto aqui trata de detalhes técnicos como tabelas com os parâmetros e taxas de transmissão para todos os possíveis modos, informações sobre as frequências centrais de RF, resultados de simulações de desempenho, sugestão de modelo de canal¹⁷ usado em simulações e outros pouco importantes para o que se pretende neste trabalho.

3.8 DVB-T versão v1.5.1

O sistema descrito neste capítulo se baseia na referência [22], que é a versão v1.4.1 do DVB-T, publicada em janeiro de 2001. Em junho de 2004, o ETSI publicou a versão v.1.5.1/*Final Draft*, cujas mudanças não tivemos tempo de incluir em nosso trabalho. As principais novidades da recente versão são:

- Um novo modo 4K com 4096 portadoras;
- Opções adicionais de controle de dados voltadas para o DVB-H;
- Opções de intercalamento interno mais profundo para os modos 2K e 4K;
- Uma nova opção de banda de canal de RF de 5MHz.

¹⁷Temos um capítulo inteiro somente sobre modelos de canais.

De um modo geral, pode-se dizer que as mudanças acrescentadas visam basicamente adequar o padrão às exigências de grupos locais e internacionais, inclusive do Brasil, insatisfeitos com alguns aspectos da versão original. Assim, o intercalamento mais profundo disponível para os modos 2K e 4K pretende melhorar o criticado desempenho do modo 2K na presença de ruído impulsivo. O novo modo 4K fornece um compromisso voltado para recepção móvel entre os modos 2K, considerado bom para recepção móvel mas ruim para redes de frequência única (RFU), e o modo 8K, bom para RFU mas ruim para móvel. Já as extensões para o DVB-H [33] (*Handheld*) visam permitir a recepção móvel e portátil de dados multimídia baseados em protocolos de rede; solicitação constantemente repetida especialmente pelos radiodifusores que visam aplicações outras não limitadas à TV digital. Finalmente, o novo canal de 5MHz tem por objetivo aumentar as chances de utilização do padrão em aplicações fora das bandas tradicionais de radiodifusão de televisão.

Excetuando-se essas novas opções, todas as características originais da versão v1.4.1 foram mantidas inalteradas.

3.9 Simulador DVB-T

Como comentamos na seção 1.1, um dos objetivos deste trabalho é a implementação de um simulador DVB-T com os blocos necessários aos testes. Assim, os blocos que foram efetivamente implementados são:

- Modos 2K e 8K;
- Todos os modos de mapeamento QAM-uniformes;
- Inserção das portadoras piloto;
- Inserção das portadoras TPS;

- ITDF para obtenção do sinal no tempo;
- Inserção do prefixo cíclico.

Não foram implementados os blocos anteriores ao mapeamento QAM por não serem necessários para a comparação de desempenho do equalizador pré-FFT que desejamos testar. Sistemas como esse são comuns na literatura técnica, normalmente referidos como *DVB-T não-codificado*, e se prestam bem aos nossos objetivos.

As constelações não-uniformes não foram implementadas por serem de aplicação demasiado específica, pois visam aplicação em sistemas com transmissão hierárquica. Além disso, não trariam nenhum ganho adicional ao nosso trabalho.

4 O CANAL DE TRANSMISSÃO

Vimos na seção 2.3 que não é preciso realizar as simulações de transmissão do sinal nas frequências de RF; mostramos que é possível utilizar apenas o modelo complexo de canal em banda-base h_{bl} . Veremos nesta seção quais os modelos mais utilizados nas simulações, assim, sempre que usarmos os termos *canal de transmissão* ou *canal de comunicação* estaremos nos referindo a h_{bl} , mesmo que utilizemos outros símbolos mais convenientes para representá-lo. Iniciamos com uma rápida introdução e em seguida passamos à descrição matemática.

Os primeiros modelos do mecanismo de ação do desvanecimento por multipercurso se iniciaram na década de 50 e se aprimoraram ao longo da década de 60. O artigo escrito por Philip A. Bello [11] em 1963 é considerado um marco por resumir o conhecimento a esse respeito até então. Trabalhos anteriores são citados tanto por Bello, nesse famoso artigo, quanto por John G. Proakis [1] (ver capítulo 14); quase todos tinham por finalidade modelar canais para comunicação além do horizonte, para estudos astronômicos ou para aperfeiçoamento do radar. Esses estudos cobriam uma larga faixa do espectro de RF, desde 3MHz até 30GHz, englobando desde canais de transmissão ionosférica até os de espalhamento troposférico [34]. Embora os meios de comunicação tenham desde então evoluído bastante até a telefonia celular e redes de computadores sem fio, a teoria dos modelos tradicionais ainda é útil e bastante utilizada com as devidas adaptações.

Com o rápido avanço das comunicações digitais na década de 90, tanto fixas como móveis, percebeu-se a importância de um profundo conhecimento do canal com desvanescimento, já que o tradicional canal puramente AWGN não mais satisfazia as necessidades. Entre os vários esforços realizados, destacam-se os da *European Cooperation in the Field of Science and Technical Research* (COST), que resultaram em 1989 no projeto COST207 (Digital Land Mobile Radio Communications) e em 1996 no COST231 (Evolution of Land Mobile Radio Communications). O projeto COST207 teve reflexos no desenvolvimento do sistema de telefonia celular digital DCS1800, e o COST231 no desenvolvimento do GSM, ambos utilizados na Europa [14].

A vasta utilização da comunicação pessoal, tanto por meio da telefonia celular quanto das redes de computadores sem fio, voltou as atenções também à propagação dos sinais nos interiores de residências, escritórios e edifícios. O artigo de H. Hashemi [35] realiza uma excelente revisão bibliográfica da evolução dos estudos até 1993; muitos dos resultados ali apresentados, e alguns posteriores, foram inclusos nos projetos COST231 e no mais recente COST259.

A teoria por trás de todos esses estudos não foge muito da apresentada no artigo de Bello [11], sendo acrescentados ao longo dos anos resultados de várias medições de campo, novos modelos estatísticos [36] e novas técnicas de simulação. No entanto, o modelo de canal WSSUS (Wide-Sense Stationary with Uncorrelated Scattering), já presente no artigo original de Bello, permanece até hoje como o mais utilizado na literatura técnica.

Neste trabalho, usaremos o modelo WSSUS adaptado ao canal VHF/UHF, que é usado na transmissão de TV digital. Daremos especial atenção ao caso de desvanescimento lento, em que as características do canal variam lentamente

com o tempo, um modelo bastante utilizado em recepção fixa. Os parâmetros são obtidos a partir de resultados de vários estudos disponíveis em publicações técnicas [15], [37], [38] e [39].

4.1 Classificação do desvanescimento

Usaremos a nomenclatura do artigo de Bernard Sklar [34] de 1997, que consideramos um bom resumo do jargão técnico comumente empregado ao se tratar de desvanescimento; não entraremos, no entanto, no grau de detalhe lá apresentado. Iniciamos apresentando a figura 33, que reproduz a árvore de classificação de desvanescimento introduzida nesse artigo e à qual faremos referência ao longo deste capítulo.

Figura 33: Árvore de classificação do desvanescimento.

Como se vê na figura 33, o primeiro nível de classificação divide os tipos de desvanescimento em de *larga-escala* e de *pequena-escala*. Os adjetivos *larga* e *pequena* se referem respectivamente ao desvanescimento devido a deslocamentos

em grandes regiões e ao causado por pequenos deslocamentos. Como exemplo do primeiro, podemos mencionar a degradação sofrida pelo sinal recebido por um usuário a 10km e sem visada direta da antena transmissora, em relação ao sinal recebido por um outro usuário a 2km e com visada direta. Como exemplo do segundo, podemos citar as fortes variações da qualidade do sinal observadas em um receptor com antena interna quando alguém caminha pela sala onde se dá a recepção. Ao contrário do que os nomes sugerem, em geral o desvanescimento de pequena-escala possui um efeito bem mais dramático sobre o sinal do que o de grande-escala.

O desvanescimento de grande-escala $L(d)$ é caracterizado por dois parâmetros: a perda média $\overline{L_p}(d)$ (bloco 2 na figura 33) e o desvio da média χ_σ (bloco 3). A perda média é função da distância entre o transmissor e o receptor, e o desvio da média é uma variável aleatória gaussiana de média nula. Desta forma, temos:

$$L(d)|_{(dB)} = \overline{L_p}(d)|_{dB} + \chi_\sigma \quad (4.1)$$

Note que χ_σ é uma gaussiana em decibel, logo $L(d)$ possui distribuição log-normal (veja Papoulis [40] página 99). A média $\overline{L_p}(d)$ é proporcional à n -ésima potência da relação entre a distância do receptor ao transmissor e uma distância padrão d_0 , ou seja:

$$\overline{L_p}(d) \propto \left(\frac{d}{d_0}\right)^n$$

A perda de referência $L_r(d_0)$ ocorrida à distância d_0 do transmissor é, em geral, obtida pela média de diversas medições à essa distância. Desta forma,

podemos re-escrever (4.1) da seguinte maneira:

$$L(d)|_{(dB)} = L_r(d_0)|_{dB} + 10 \cdot n \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + \chi_\sigma$$

O desvio da média χ_σ depende tanto da distância ao transmissor quanto das características do ponto de recepção (relevo, altura da antena, visada direta ou não, etc...). Tanto a determinação de n quanto de χ_σ são complexas e envolvem medições no campo. Para o leitor interessado em mais detalhes, recomendamos recorrer às referências citadas em [34].

Observe que uma vez modelada a perda $L(d)$, ela passa a representar um fator constante (*lentamente variável*) no tempo que não acrescenta grandes dificuldades ao modelo do canal. Por exemplo, se estabelecermos que para um bom funcionamento dos receptores necessitamos de uma relação sinal-ruído mínima de 15dB, podemos usar o modelo de perda para estimar a área atendida pelo transmissor. Em outras palavras, $L(d)$ está mais diretamente associada ao planejamento da transmissão do que propriamente ao desempenho do sistema em si. Por esse motivo, não é necessário considerá-la no modelo de canal quando se está interessado em estudar apenas efeitos relativos¹, como é o nosso caso. Assim, passamos a estudar nas próximas seções o desvanescimento de pequena-escala, que é o responsável pelos fenômenos em que estamos interessados.

¹Para evitar mal-entendidos, não estamos dizendo que a perda média não é importante, apenas que estamos interessados em estudar os efeitos de multipercurso e desvio-Doppler, ambos independentes de $L(d)$.

4.2 O conceito de dualidade

Observando a figura 33, percebe-se que existem dois pares de blocos indicados como *duais*². O conceito de dualidade é muito utilizado em literatura técnica mas poucas vezes explicado. Para o engenheiro elétrico, termos como “dualidade tensão-corrente” e “dualidade tempo-freqüência” são de uso comum, dada a similaridade entre propriedades das diversas representações que pode ter um certo sinal. Desta forma, achamos por bem gastar uma pequena seção clarificando o significado que daremos à palavra dual. Seguiremos a linha do artigo de Bello [41] escrito em 1964, mas direcionaremos as definições apenas ao que nos interessa nesta dissertação.

De tão repetida em publicações técnicas a dualidade tempo-freqüência já se tornou um fato até mesmo inconsciente e que justifica a nossa primeira definição:

Definição 4.1 (Variáveis Duais). *As variáveis usadas para representar um sinal no tempo e em freqüência são duais.*

Nesta definição, afirmamos sem explicação (apenas baseados no “senso-comum”) que se x e X são representações de um sinal nos domínios do tempo e freqüência, então eles são duais. Direcionando-nos para o contexto de processamento de sinais supomos um sistema que transforma a entrada $s(t)$ na saída $r(t)$, que têm $S(f)$ e $R(f)$ como respectivos espectros, e passamos à nossa segunda definição:

Definição 4.2 (Operadores Duais). *Dois operadores associados a um sistema são ditos duais se eles relacionam variáveis duais.*

²Na seção 4.8 comentaremos sobre o porquê de adicionarmos o asterisco à palavra *duais* na figura 33.

Assim, um operador³ que descreva, por exemplo, como $s(t)$ se transforma em $r(t)$ é dual de um operador que descreva como $S(f)$ se transforma em $R(f)$, pois de acordo com a definição 4.1, $s(t)$ é dual de $S(f)$, e $r(t)$ é dual de $R(f)$. Esta definição dá sentido a frases do tipo “(...) e (...) são formas duais de descrever o comportamento de entrada-saída do circuito...”, desde que as descrições em questão sejam baseadas em operadores de entrada-saída. Outras formas de descrição duais (que não baseadas em operadores) podem ser definidas de maneira similar, mas para nossa finalidade, esta será suficiente.

Definição 4.3 (Funções Duais). *Uma função $f(x)$ é dita o dual direto de $g(y)$ se $f(x) = \mathcal{F}\{g(y)\}$. A função $g(y)$ é dita dual inversa de $f(x)$.*

Por $\mathcal{F}\{\cdot\}$ nos referimos à transformada de Fourier em relação à todas as variáveis do que estiver entre chaves. Mais adiante, também usaremos $\mathcal{F}_t\{\cdot\}$ para nos referirmos à transformada de Fourier apenas na variável t . Esta definição também se aplica a processos estocásticos no seguinte sentido: $F(y)$ é um processo dual direto de $f(x)$ se as funções que compõem $F(y)$ forem exatamente as transformadas de Fourier das funções que compõem $f(x)$.

Definição 4.4 (Processos Duais Estatísticos). *Dois processos estocásticos são ditos duais estatísticos quando possuem as mesmas estatísticas que um par de processos duais (segundo a definição 4.3).*

Definição 4.5 (Processos Duais no Sentido-Amplo). *Dois processos estocásticos são ditos duais no sentido-amplo quando possuem as mesmas funções de autocorrelação que um par de processos duais.*

As duas últimas definições nos serão úteis quando estivermos falando sobre as funções de correlação de canais de comunicação. É preciso ressaltar que as

³Por *operador*, entenderemos sempre uma transformação $\mathcal{O}: \mathbb{L} \mapsto \mathbb{L}$, onde $\mathbb{L}$ é o espaço vetorial de todas as funções do tipo $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{C}$ que “despertam interesse” ao nosso estudo.

definições acima são apenas uma tentativa de dar alguma precisão a um conceito fundamentalmente pouco preciso⁴. Ao longo do texto, chamaremos a atenção para algumas relações de dualidade, mas uma leitura atenta revela que diversas outras podem ser encontradas, e embora possam não ter o mesmo “charme” são também resultado direto destas definições.

4.3 Sistemas lineares variantes no tempo

Como os canais de comunicação em que estamos interessados são variantes no tempo, nesta seção introduziremos a notação usada, a qual não é tão bem estabelecida como no caso de sistemas invariantes no tempo. O formato da apresentação é baseado no artigo de Bello [11] mas a nomenclatura considera tanto este quanto o artigo de Sklar [34] e o livro de Proakis [1], pois estes dois últimos usam um jargão mais comum nas publicações técnicas modernas.

Neste trabalho, estaremos somente lidando com *canais lineares*, ou seja, se $\mathcal{O}\{\cdot\}$ é o operador que representa a ação do canal sobre o sinal transmitido, então:

$$r(t) = \mathcal{O}\{s(t)\} \implies \left\{ \begin{array}{l} s(t) = \alpha \cdot s_1(t) + \beta \cdot s_2(t) \Rightarrow \\ r(t) = \alpha \cdot \mathcal{O}\{s_1(t)\} + \beta \cdot \mathcal{O}\{s_2(t)\}; \\ \text{com: } \alpha, \beta \in \mathbb{C}. \end{array} \right.$$

Nas expressões acima, $s(t)$ é o sinal de entrada (transmitido) e $r(t)$ é o sinal de saída (recebido) do sistema (canal). Sabemos da análise de Fourier que um sinal pode ser igualmente bem representado tanto por sua descrição no tempo $x(t)$ como por sua descrição em frequência $X(f)$. Desta forma, quando desejamos

⁴O ser humano possui uma necessidade natural de buscar padrões em tudo que o cerca.

representar um sistema linear com uma entrada e uma saída, existem quatro operadores de interesse que relacionam a saída r à entrada s :

$$r(t) = \mathcal{O}_{t,t}\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot K_1(t, u) du \quad (4.2)$$

$$R(f) = \mathcal{O}_{f,f}\{S(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(l) \cdot K_2(f, l) dl \quad (4.3)$$

$$r(t) = \mathcal{O}_{t,f}\{S(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) \cdot K_3(t, f) df \quad (4.4)$$

$$R(f) = \mathcal{O}_{f,t}\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot K_4(f, t) dt \quad (4.5)$$

Note que os operadores $\mathcal{O}_{t,t}\{\cdot\}$ e $\mathcal{O}_{f,f}\{\cdot\}$ são duais no sentido da definição 4.2, o mesmo valendo para os operadores $\mathcal{O}_{t,f}\{\cdot\}$ e $\mathcal{O}_{f,t}\{\cdot\}$. No que segue, estudaremos apenas alguns aspectos das *funções de sistema* $K_n(\cdot, \cdot)$ introduzidas nas equações (4.2) a (4.5), que serão suficientes para os nossos objetivos. Iniciamos chamando a atenção para a seguinte propriedade de $K_1(t, u)$:

$$r(t) = \mathcal{O}_{t,t}\{\delta(t - t_0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(u - t_0) \cdot K_1(t, u) du \implies r(t) = K_1(t, t_0)$$

Ou seja, $K_1(t, t_0)$ pode ser interpretada como o valor da resposta do sistema no instante t a uma excitação impulsiva ocorrida no instante t_0 . Por questões de causalidade, $K_1(t, u)$ deve se anular para $t < u$, uma notação não muito conveniente para manuseio algébrico. Para contornar esta inconveniência, define-

se uma nova função de sistema $g(t, \tau)$, chamada⁵ *Resposta ao Impulso Variante no Tempo* (Time-Variant Impulse Response), fazendo-se a mudança de variável $u = t - \tau$ em (4.2):

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} -s(t - \tau) \cdot K_1(t, t - \tau) d\tau \implies r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - \tau) \cdot g(t, \tau) d\tau \quad (4.6)$$

De forma semelhante ao que foi feito com $K_1(t, u)$, $g(t, \tau)$ pode ser interpretada como a resposta do sistema no instante t a uma excitação impulsiva ocorrida τ segundos antes de t . Devido a esta interpretação, τ é normalmente chamada de *variável de atraso*. Com isto, a causalidade exige que $g(t, \tau)$ se anule para $\tau < 0$. Isto sugere a definição de outra famosa função de sistema $T(f, t)$, chamada de *Função de Transferência Variante no Tempo* obtida pela transformação de Fourier⁶ de $g(t, \tau)$ ao longo da variável τ :

$$\begin{aligned} T(f, t) = \mathcal{F}_\tau\{g(t, \tau)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad \Longleftrightarrow \\ \Longleftrightarrow \quad g(t, \tau) &= \mathcal{F}_f^{-1}\{T(f, t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi f\tau} df \quad (4.7) \end{aligned}$$

Fisicamente, pode-se enxergar $T(f, t)$ como a resposta em frequência do sistema que seria medida se fosse possível “congelar” o tempo no instante t .

Uma interpretação física da integral em (4.6) como somatória infinita sugere que o sinal $s(t)$ sofre atrasos no intervalo $(\tau, t + d\tau)$ que resultam na modulação (multiplicação por) $g(t, \tau) \cdot d\tau$; ou seja, o sinal é primeiro atrasado e depois

⁵Bello [11] se refere a $g(t, \tau)$ como *Função de Dispersão no Tempo* (Delay-Spread Function) e chama $K_1(t, u)$ de *Resposta ao Impulso Variante no Tempo*.

⁶Talvez seja devido a esta relação que os autores modernos prefiram chamar a $g(t, \tau)$ de Resposta ao Impulso Variante no Tempo e não a $K_1(t, u)$.

modulado. Uma descrição análoga pode ser feita supondo-se que o sinal é primeiro modulado e depois atrasado, para isso, basta definir uma nova função⁷ $h(t, \tau) = g(t + \tau, \tau)$ e substituir em (4.6), obtendo:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - \tau) \cdot h(t - \tau, \tau) d\tau \quad (4.8)$$

A descrição feita até aqui dos sistemas lineares variantes no tempo se deu através do operador $\mathcal{O}_{t,t}\{\cdot\}$; uma caracterização inteiramente dual pode ser feita através do operador $\mathcal{O}_{f,f}\{\cdot\}$. Com essa finalidade, fazemos a mudança de variável $l = f - \nu$ em (4.3) e obtemos:

$$\begin{aligned} R(f) &= \int_{+\infty}^{-\infty} -S(f - \nu) \cdot K_2(f, f - \nu) d\nu \implies \\ &\implies R(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f - \nu) \cdot H(f, \nu) d\nu \quad (4.9) \end{aligned}$$

Da mesma forma que $g(t, \tau)$ expressa o quão distante do instante em que ocorre uma excitação concentrada no tempo $\delta(t - \tau)$ o sistema ainda apresenta resposta não nula, $H(f, \nu)$ expressa o quão distante da frequência de uma excitação concentrada em frequência $\delta(f - \nu)$ o sistema ainda apresenta resposta não nula. $H(f, \nu)$ recebe o nome de *Função de Espalhamento-Doppler* (Doppler-Spread Function)⁸. Por esta interpretação, ν é chamada *variável de desvio-Doppler*. Repetindo o que foi feito com $g(t, \tau)$, podemos calcular a inversa da transformada de Fourier de $H(f, \nu)$, obtendo uma nova função de sistema $M(t, f)$:

⁷Deixaremos esta e algumas outras funções de sistema sem nome para evitar confusões, já que não há consenso e estas serão funções apenas auxiliares.

⁸Como veremos mais adiante, este espalhamento é causado na prática por movimento de obstáculos, receptor, transmissor, etc... Por isso o nome desvio-Doppler.

$$\begin{aligned}
M(t, f) = \mathcal{F}_\nu^{-1}\{H(f, \nu)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} H(f, \nu) \cdot e^{j2\pi\nu t} d\nu \quad \Longleftrightarrow \\
\Longleftrightarrow \quad H(f, \nu) &= \mathcal{F}_t\{M(t, f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} M(t, f) \cdot e^{-j2\pi\nu t} dt \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Para analisar o significado físico de $M(t, f)$ substituímos $S(f - \nu)$ em (4.9), pela integral de Fourier equivalente e obtemos:

$$\begin{aligned}
R(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(f - \nu) \cdot H(f, \nu) d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-j2\pi(f-\nu)t} dt \right) \cdot H(f, \nu) d\nu = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot H(f, \nu) \cdot e^{-j2\pi(f-\nu)t} dt d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} H(f, \nu) \cdot e^{j2\pi\nu t} d\nu \right) \cdot e^{-j2\pi f t} dt
\end{aligned}$$

E, usando (4.10), resta:

$$R(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot M(t, f) \cdot e^{-j2\pi f t} dt \quad (4.11)$$

O resultado (4.11) é bastante interessante, pois nos diz que o espectro $R(f)$ do sinal de saída $r(t)$ pode ser calculado de forma bastante similar ao que se faz com o caso invariante no tempo. Note que se $M(t, f)$ fosse invariante no tempo poderia ser retirada da integral e $R(f)$ seria o produto de $S(f)$ por um certo $M(f)$. Mas no caso geral $M(t, f)$ varia no tempo; nesta situação, para calcular o espectro do sinal de saída do sistema, basta multiplicar o sinal de entrada $s(t)$ por $M(t, f)$, que caracteriza o canal, e então calcular a transformada de Fourier sobre a variável t . Assim, $M(t, f)$ pode ser interpretado como uma modulação dependente da frequência aplicada em $s(t)$, e é por isso denominada *Função de*

Modulação Dependente da Freqüência (Frequency-Dependent Modulation Function).

Outras duas funções que nos interessam podem ser definidas através da transformada de Fourier de $g(t, \tau)$ e $H(f, \nu)$ nas variáveis t e f :

$$\begin{cases} U(\tau, \nu) = \mathcal{F}_t\{g(t, \tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi\nu t} dt \\ V(\nu, \tau) = \mathcal{F}_f^{-1}\{H(f, \nu)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f, \nu) \cdot e^{j2\pi f\tau} df \end{cases} \quad (4.12)$$

De (4.6), (4.9) e (4.12), obtém-se que:

$$\begin{cases} r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - \tau) \cdot e^{j2\pi\nu t} \cdot U(\tau, \nu) d\nu d\tau \\ R(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(f - \nu) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \cdot V(\nu, \tau) d\tau d\nu \end{cases} \quad (4.13)$$

A equação (4.13) nos mostra que: para obter $r(t)$ basta causar um desvio-Doppler ν em $s(t)$, representado por $e^{j2\pi\nu t}$, e então integrar usando $U(\tau, \nu)$ como ponderação; e para obter $R(f)$, atrasa-se $S(f)$ de τ , representado por $e^{-j2\pi f\tau}$, e integra-se usando $V(\nu, \tau)$ como ponderação. Devido a estas propriedades, Bello [11] chama $U(\tau, \nu)$ e $V(\nu, \tau)$ respectivamente de: *Função de atraso e espalhamento-Doppler* e *Função de espalhamento-Doppler e atraso*.

Estabeleceremos agora algumas relações adicionais entre as funções de sistema apresentadas para uso futuro. Iniciamos calculando a inversa da transformada de Fourier com relação à variável f nos dois lados da segunda equação em (4.13), de onde obtemos:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} R(f) \cdot e^{j2\pi ft} df &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(f-\nu) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \cdot V(\nu, \tau) d\tau d\nu \right) \cdot e^{j2\pi ft} df \Rightarrow \\
\Rightarrow r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(f-\nu) \cdot e^{j2\pi f(t-\tau)} \cdot V(\nu, \tau) d\tau d\nu df = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} S(f-\nu) \cdot e^{j2\pi f(t-\tau)} df \right) \cdot V(\nu, \tau) d\tau d\nu
\end{aligned}$$

e, fazendo-se a mudança de variável $\Delta f = f - \nu$, vem:

$$\begin{aligned}
r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} S(\Delta f) \cdot e^{j2\pi \Delta f(t-\tau)} d\Delta f \right) \cdot V(\nu, \tau) \cdot e^{j2\pi \nu(t-\tau)} d\tau d\nu \Rightarrow \\
\Rightarrow r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-\tau) \cdot V(\nu, \tau) \cdot e^{j2\pi \nu(t-\tau)} d\tau d\nu \quad (4.14)
\end{aligned}$$

Comparando-se a primeira equação de (4.13) com (4.14), concluímos que:

$$U(\tau, \nu) = V(\nu, \tau) \cdot e^{-j2\pi \nu \tau} \quad (4.15)$$

Uma segunda relação interessante é obtida comparando-se os resultados (4.5) e (4.11), onde se nota que:

$$K_4(f, t) = M(t, f) \cdot e^{-j2\pi ft} \quad (4.16)$$

Substituindo-se (4.7) em (4.6), obtemos:

$$\begin{aligned}
r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-\tau) \cdot g(t, \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-\tau) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi f\tau} df \right) d\tau = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t-\tau) \cdot T(f, t) \cdot e^{j2\pi f\tau} df d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(t-\tau) \cdot e^{j2\pi f\tau} d\tau \right) df
\end{aligned}$$

e, fazendo-se a mudança de variável $\Delta t = t - \tau$, resulta:

$$\begin{aligned}
r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot \left(\int_{+\infty}^{-\infty} -s(\Delta t) \cdot e^{j2\pi f(t-\Delta t)} d\Delta t \right) df = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi ft} \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(\Delta t) \cdot e^{-j2\pi f\Delta t} d\Delta t \right) df \implies \\
&\implies r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) \cdot T(f, t) \cdot e^{j2\pi ft} df \quad (4.17)
\end{aligned}$$

Comparando (4.17) com (4.4), concluimos que:

$$K_3(t, f) = T(f, t) \cdot e^{j2\pi ft} \quad (4.18)$$

Usando (4.2) na relação entre $r(t)$ e $R(f)$, obtemos:

$$\begin{aligned}
R(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot K_1(t, u) du \right) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \\
&\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot K_1(t, u) \cdot e^{-j2\pi ft} du dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot K_1(t, u) \cdot e^{-j2\pi ft} dt du \implies \\
&\implies R(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} K_1(t, u) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \right) du \quad (4.19)
\end{aligned}$$

Comparando (4.19) com (4.5), chegamos a:

$$K_4(l, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_1(t, u) \cdot e^{-j2\pi lt} dt = \mathcal{F}_t\{K_1(t, u)\} \quad (4.20)$$

Substituindo $S(f)$ em (4.4) pela integral de Fourier, resulta:

$$\begin{aligned} r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) \cdot K_3(t, f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot e^{-j2\pi fu} du \right) \cdot K_3(t, f) df = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot e^{-j2\pi fu} \cdot K_3(t, f) du df = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot e^{-j2\pi fu} \cdot K_3(t, f) df du \Rightarrow \\ &\Rightarrow r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi fu} \cdot K_3(t, f) df \right) du \quad (4.21) \end{aligned}$$

Comprando (4.21) com (4.2), obtemos:

$$K_1(t, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi fu} \cdot K_3(t, f) df = \mathcal{F}_f\{K_3(t, f)\} \quad (4.22)$$

Logo, de (4.22) e (4.20), resulta que:

$$K_4(l, u) = \mathcal{F}_t\left\{\mathcal{F}_f\{K_3(t, f)\}\right\} \quad (4.23)$$

Finalmente, usando as equações (4.16), (4.18) e (4.23) concluimos que:

$$\begin{aligned}
M(u, l) \cdot e^{-j2\pi lu} &= \mathcal{F}_t \left\{ \mathcal{F}_f \{ T(f, t) \cdot e^{j2\pi ft} \} \right\} = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi ft} \cdot e^{-j2\pi fu} df \right) \cdot e^{-j2\pi lt} dt \implies \\
\implies M(u, l) &= e^{j2\pi lu} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi ft} \cdot e^{-j2\pi fu} \cdot e^{-j2\pi lt} df dt \implies \\
\implies M(u, l) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi(l-f)(u-t)} df dt \quad (4.24)
\end{aligned}$$

Faremos agora uma rápida pausa para analisar as relações de dualidade entre as funções obtidas até aqui. Note que $g(t, \tau)$ e $H(f, \nu)$ são duais, no sentido da definição 4.2, como se pode ver comparando as equações (4.6) e (4.9). A mesma relação se observa entre $U(\tau, \nu)$ e $V(\nu, \tau)$ através de (4.13). Para concluir a dualidade entre $T(f, t)$ e $M(t, f)$ basta comparar (4.16) e (4.18) e recordar que $K_3(t, f)$ e $K_4(f, t)$ são duais. Uma revisão das funções de sistema definidas denuncia que $h(t, \tau)$ foi deixado sem parceiro dual, uma situação que iremos agora remediar. Partindo de (4.17), obtemos:

$$\begin{aligned}
r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(l) \cdot T(l, t) \cdot e^{j2\pi lt} dl \implies \\
\implies R(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} S(l) \cdot T(l, t) \cdot e^{j2\pi lt} dl \right) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(l) \cdot T(l, t) \cdot e^{j2\pi t(l-f)} dl dt \implies \\
&\implies R(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(l) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} T(l, t) \cdot e^{j2\pi t(l-f)} dt \right) dl
\end{aligned}$$

e, fazendo a mudança de variável $\nu = f - l$, resulta:

$$\begin{aligned}
R(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(f - \nu) \cdot \overbrace{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} T(f - \nu, t) \cdot e^{-j2\pi t\nu} dt \right)}^{\triangleq G(f - \nu, \nu)} d\nu \implies \\
&\implies R(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f - \nu) \cdot G(f - \nu, \nu) d\nu \quad (4.25)
\end{aligned}$$

Comparando (4.8) e (4.25), concluímos que $G(f, \nu)$ é a procurada dual de $h(t, \tau)$. Note também que $G(f, \nu) = \mathcal{F}_t\{T(f, t)\}$. Mostraremos agora que $G(f, \nu)$ se relaciona também com $U(\nu, \tau)$ por uma transformada de Fourier; com essa finalidade, re-escrevemos a relação (4.12) entre $U(\nu, \tau)$ e $g(t, \tau)$:

$$\begin{aligned}
U(\tau, \nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi\nu t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi f\tau} df \cdot e^{-j2\pi\nu t} dt = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{-j2\pi\nu t} dt}_{G(f, \nu)} \cdot e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f, \nu) \cdot e^{j2\pi f\tau} df \implies \\
&\implies U(\tau, \nu) = \mathcal{F}_f^{-1}\{G(f, \nu)\} \iff G(f, \nu) = \mathcal{F}_\tau\{U(\tau, \nu)\} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

Relações similares às que foram encontradas acima para $G(f, \nu)$ também podem ser obtidas para $h(t, \tau)$, para isso partimos de (4.11):

$$\begin{aligned}
R(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot M(u, f) \cdot e^{-j2\pi fu} du \implies \\
&\implies r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot M(u, f) \cdot e^{-j2\pi fu} du \right) \cdot e^{j2\pi ft} df \implies \\
&\implies r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(u) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} M(u, f) \cdot e^{j2\pi f(t-u)} df \right) du
\end{aligned}$$

e, fazendo a mudança de variável $\tau = t - u$, resulta:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - \tau) \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} M(t - \tau, f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df \right) d\tau \quad (4.27)$$

Comparando as equações (4.8) e (4.27), concluímos que:

$$h(t, \tau) = \mathcal{F}_f^{-1}\{M(t, f)\} \iff M(t, f) = \mathcal{F}_\tau\{h(t, \tau)\} \quad (4.28)$$

Para concluir as relações entre funções de sistema falta obter a relação entre $V(\nu, \tau)$ e $h(t, \tau)$, dual da relação entre $U(\tau, \nu)$ e $G(f, \nu)$. Assim, partimos de (4.12):

$$\begin{aligned}
V(\nu, \tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} H(f, \nu) \cdot e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} M(t, f) \cdot e^{-j2\pi \nu t} dt \cdot e^{j2\pi f\tau} df = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{M(t, f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df}_{h(t, \tau)} \cdot e^{-j2\pi \nu t} dt \implies \\
&\implies V(\nu, \tau) = \mathcal{F}_t\{h(t, \tau)\} \iff h(t, \tau) = \mathcal{F}_\nu^{-1}\{V(\nu, \tau)\} \quad (4.29)
\end{aligned}$$

Encerramos esta seção com o seguinte diagrama que resume as relações entre as funções de sistema apresentadas:

4.4 As funções de correlação do canal

As funções de sistema fornecem uma caracterização determinística de canais lineares variantes no tempo. Infelizmente, raramente se dispõe de informações suficientes sobre um canal de comunicações aéreo para que tal tratamento seja possível. Um enfoque mais realista, e bastante útil na prática, é a descrição estatística do canal através de suas funções de correlação; nesta caracterização, as funções de sistema adquirem uma interpretação aleatória. Na seção anterior, supusemos implicitamente que os elementos do domínio e imagem dos operadores (as funções $s(t)$, $r(t)$, etc...) eram suficientemente bem comportados para que pudéssemos realizar indiscriminadamente as operações necessárias aos nossos objetivos⁹. Na mesma linha, ao passar a um tratamento estocástico, suporemos que as operações matemáticas realizadas são possíveis sem preocupações com as

⁹Por exemplo, em nenhum momento questionamos a existência de $\mathcal{F}\{s(t)\}$ ou a viabilidade de troca da ordem de integração.

nuances formais envolvidas. A título de exemplo, as integrais passam a ser calculadas no *sentido médio quadrático* (veja [40]) e as transformadas de Fourier são feitas utilizando-se essas integrais.

Dada uma variável aleatória complexa $v(x)$, a definição de função de autocorrelação que usaremos é a seguinte:

$$\mathcal{R}_v(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{v^*(x) \cdot v(y)\}$$

Aqui cabem duas observações. A primeira delas reflete o fato de que a variável $v(x)$ pode ter uma média não nula; no entanto, esta não apresenta nenhuma complicação formal ao nosso estudo, pois sempre poderemos considerar um canal aleatório como dois canais em paralelo, um determinístico constante e outro aleatório de média nula, ou seja:

$$\begin{aligned} v(x) = \bar{v} + v_\sigma(x) &\implies \mathcal{R}_v(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{(\bar{v} + v_\sigma(x))^*(\bar{v} + v_\sigma(y))\} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{|\bar{v}|^2 + \bar{v} \cdot v_\sigma^*(x) + \bar{v}^* \cdot v_\sigma(y) + v_\sigma^*(x) \cdot v_\sigma(y)\} \implies \\ &\implies \boxed{\mathcal{R}_v(x, y) = \frac{|\bar{v}|^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{v_\sigma^*(x) \cdot v_\sigma(y)\}} \end{aligned}$$

Assim, prosseguiremos supondo que a média de $v(x)$ é nula, sabendo que ao final isso pode ser facilmente remediado. A segunda observação é sobre o fato que os sinais que nos interessam são aqueles que atravessam fisicamente o canal, ou seja, os sinais modulados em RF do tipo apresentado na equação (2.5). Porém, como vimos na seção 2.3, estaremos sempre lidando com o modelo em banda-base. Na seção 2.3, usamos um modelo determinístico do canal e tratamos diretamente com os sinais; aqui usaremos de um modelo estocástico e lidaremos

com suas funções de autocorrelação. Para compatibilizar o que será apresentado aqui com o que foi visto no capítulo 2, chamamos a atenção para o seguinte fato:

$$\begin{aligned}
v_{rf}(t) &= \Re\{v(t) \cdot e^{j2\pi f_p t}\} \implies 2 \cdot \mathcal{R}_{v_{rf}}(t, u) = \mathcal{E}\{v_{rf}^*(t) \cdot v_{rf}(u)\} = \\
&= \mathcal{E}\left\{\Re\{v(t) \cdot e^{j2\pi f_p t}\}^* \cdot \Re\{v(u) \cdot e^{j2\pi f_p u}\}\right\} = \mathcal{E}\left\{\Re\{v^*(t) \cdot e^{-j2\pi f_p t}\} \cdot \Re\{v(u) \cdot e^{j2\pi f_p u}\}\right\} = \\
&= \mathcal{E}\left\{\Re\left\{\Re\{v^*(t) \cdot e^{-j2\pi f_p t}\} \cdot v(u) \cdot e^{j2\pi f_p u}\right\}\right\} = \Re\left\{\mathcal{E}\left\{\Re\{v^*(t) \cdot e^{-j2\pi f_p t}\} \cdot v(u) \cdot e^{j2\pi f_p u}\right\}\right\} = \\
&= \Re\left\{\mathcal{E}\left\{\frac{1}{2} \cdot (v^*(t) \cdot e^{-j2\pi f_p t} + v(t) \cdot e^{j2\pi f_p t}) \cdot v(u) \cdot e^{j2\pi f_p u}\right\}\right\} \implies \\
&\implies 2 \cdot \mathcal{R}_{v_{rf}}(t, u) = \Re\left\{\frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\left\{v^*(t) \cdot v(u) \cdot e^{j2\pi f_p(u-t)}\right\} + \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\left\{v(t) \cdot v(u) \cdot e^{j2\pi f_p(u+t)}\right\}\right\}
\end{aligned}$$

Mas as exponenciais complexas são funções determinísticas, logo podem ser retiradas de dentro da esperança, obtendo-se:

$$2 \cdot \mathcal{R}_{v_{rf}}(t, u) = \Re\left\{\frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\left\{v^*(t) \cdot v(u)\right\} \cdot e^{j2\pi f_p(u-t)} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\left\{v(t) \cdot v(u)\right\} \cdot e^{j2\pi f_p(u+t)}}_{\triangleq \tilde{\mathcal{R}}_v(t, u)}\right\}$$

E, finalmente:

$$\boxed{\mathcal{R}_{v_{rf}}(t, u) = \frac{1}{2} \cdot \Re\left\{\mathcal{R}_v(t, u) \cdot e^{j2\pi f_p(u-t)}\right\} + \frac{1}{2} \cdot \Re\left\{\tilde{\mathcal{R}}_v(t, u) \cdot e^{j2\pi f_p(u+t)}\right\}}$$

Logo, para um completo conhecimento de $\mathcal{R}_{v_{rf}}(t, u)$ é preciso conhecer $\mathcal{R}_v(t, u)$ e $\tilde{\mathcal{R}}_v(t, u)$. Em praticamente todos os casos de interesse, $\tilde{\mathcal{R}}_v(t, u) = 0$ (veja [41]). De fato, iremos estudar a situação particular em que $v_{rf}(t)$ (o sinal de interesse) e $v(t)$ (sua *envoltória complexa*) são estacionários no sentido amplo (WSS), neste caso a suposição é naturalmente satisfeita, pois:

$$\underbrace{\mathcal{R}_{v_{rf}}(t, u)}_{f(u-t)} = \frac{1}{2} \cdot \Re \left\{ \underbrace{\mathcal{R}_v(t, u) \cdot e^{j2\pi f_p(u-t)}}_{g(u-t)} \right\} + \frac{1}{2} \cdot \Re \left\{ \tilde{\mathcal{R}}_v(t, u) \cdot \underbrace{e^{j2\pi f_p(u+t)}}_{h(u+t)} \right\} \quad (4.30)$$

Para que o lado direito de (4.30) seja função apenas de $(u - t)$, como é o caso do lado esquerdo, é preciso que o segundo termo se anule. Desta forma, daqui por diante passaremos a nos preocupar apenas com $\mathcal{R}_v(t, u)$, supondo que ou $\tilde{\mathcal{R}}_v(t, u) = 0$ ou então que estamos lidando com um sinal WSS.

Assim, as funções de sistema tornam-se processos estocásticos; podemos então, estudar as suas funções de autocorrelação. No caso genérico, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_g(t, u; \tau, \eta) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{g^*(t, \tau) \cdot g(u, \eta)\} & \mathcal{R}_H(f, l; \nu, \mu) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{H^*(f, \nu) \cdot H(l, \mu)\} \\ \mathcal{R}_T(f, l; t, u) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{T^*(f, t) \cdot T(l, u)\} & \mathcal{R}_M(t, u; f, l) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{M^*(t, f) \cdot M(u, l)\} \\ \mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{U^*(\tau, \nu) \cdot U(\eta, \mu)\} & \mathcal{R}_V(\nu, \mu; \tau, \eta) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{V^*(\nu, \tau) \cdot V(\mu, \eta)\} \\ \mathcal{R}_G(f, l; \nu, \mu) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{G^*(f, \nu) \cdot G(l, \mu)\} & \mathcal{R}_h(t, u; \tau, \eta) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{h^*(t, \tau) \cdot h(u, \eta)\} \end{aligned}$$

Pelas relações de dualidade desenvolvidas na seção 4.3, as funções de autocorrelação acima que se encontram numa mesma linha são duais (no sentido-amplo) no sentido da definição 4.5. Devido à natureza bi-dimensional das funções de sistema, as autocorrelações dependem de quatro variáveis; para facilitar a leitura do texto, apresentamos a tabela 12 com as variáveis que usaremos nesta seção.

Usando a hipótese de canal estacionário no sentido-amplo (WSS), as funções de autocorrelação em que aparecem as variáveis de instante de observação t e u passam a depender apenas da diferença $\Delta t = u - t$, resultando a seguinte simplificação:

TEMPO ^a		FREQUÊNCIA ^b	
Instante de observação	Atraso	Frequência central	Desvio Doppler
$t, u, \Delta t, t', u', \Delta t'$	τ, η	$f, l, \Delta f, f', l', \Delta f'$	ν, μ

^aAs unidades para instante de observação e atraso são as mesmas (por exemplo, segundo).
^bAs unidades para frequência central e desvio-Doppler são as mesmas (por exemplo, hertz).

Tabela 12: Lista de variáveis de tempo e frequência.

$$\mathcal{R}_g(t, u; \tau, \eta) = \mathcal{R}_g(\Delta t; \tau, \eta) \quad (4.31)$$

$$\mathcal{R}_T(f, l; t, u) = \mathcal{R}_T(f, l; \Delta t) \quad (4.32)$$

$$\mathcal{R}_M(t, u; f, l) = \mathcal{R}_M(\Delta t; f, l) \quad (4.33)$$

$$\mathcal{R}_h(t, u; \tau, \eta) = \mathcal{R}_h(\Delta t; \tau, \eta) \quad (4.34)$$

Para obter $\mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu)$ para o caso WSS, partimos da relação entre $U(\tau, \nu)$ e $g(t, \tau)$ dada por (4.12):

$$\begin{aligned}
U(\tau, \nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi\nu t} dt \implies \mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E} \left\{ \left(\int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi\nu t} dt \right)^* \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} g(u, \eta) \cdot e^{-j2\pi\mu u} du \right) \right\} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g^*(t, \tau) \cdot g(u, \eta) \cdot e^{j2\pi\nu t} \cdot e^{-j2\pi\mu u} dt du \right\} = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E} \{ g^*(t, \tau) \cdot g(u, \eta) \} \cdot e^{j2\pi\nu t} \cdot e^{-j2\pi\mu u} dt du \implies \\
&\implies \mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_g(t, u; \tau, \eta) \cdot e^{j2\pi(\nu t - \mu u)} dt du
\end{aligned}$$

fazendo-se a mudança de variável $\Delta t = u - t$ e usando-se (4.31), resta:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_g(\Delta t; \tau, \eta) \cdot e^{j2\pi(\nu t - \mu t - \mu \Delta t)} dt d\Delta t = \\
&= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi t(\nu - \mu)} dt}_{= \delta(\nu - \mu)} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_g(\Delta t; \tau, \eta) \cdot e^{-j2\pi \mu \Delta t} d\Delta t}_{\triangleq \mathcal{S}_U(\tau, \eta; \mu)} \implies \\
&\implies \mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) = \mathcal{S}_U(\tau, \eta; \mu) \cdot \delta(\nu - \mu) \quad (4.35)
\end{aligned}$$

De forma similar, partindo-se da relação entre $V(\nu, \tau)$ e $h(t, \tau)$ dada por (4.29), usando-se (4.34), fazendo-se a mudança de variável $\Delta t = u - t$ e usando-se (4.34), resulta:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_V(\nu, \mu; \tau, \eta) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E} \left\{ \left(\int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi \nu t} dt \right)^* \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} h(u, \eta) \cdot e^{-j2\pi \mu u} du \right) \right\} = \\
&= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi t(\nu - \mu)} dt}_{= \delta(\nu - \mu)} \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_h(\Delta t; \tau, \eta) \cdot e^{-j2\pi \mu \Delta t} d\Delta t}_{\triangleq \mathcal{S}_V(\tau, \eta; \mu)} \implies \\
&\implies \mathcal{R}_V(\tau, \eta; \nu, \mu) = \mathcal{S}_V(\tau, \eta; \mu) \cdot \delta(\nu - \mu) \quad (4.36)
\end{aligned}$$

Usando agora a hipótese de canal com espalhamento não-correlacionado (US), as funções de autocorrelação em que aparecem as variáveis de atraso τ e η passam a ser descritas como uma função impulsiva de Dirac em $\tau = \eta$. O significado físico desta suposição é que perturbações causadas em sinais que percorreram caminhos diferentes entre o transmissor e o receptor não apresentam nenhuma correlação entre si¹⁰. Desta forma, obtemos:

¹⁰Não há problema com o caso especial em que caminhos diferentes resultam no mesmo atraso: se estiverem correlacionados ambos contribuem para a correlação; senão se anulam e não afetam a correlação.

$$\mathcal{R}_g(t, u; \tau, \eta) = \mathcal{S}_g(t, u; \tau) \cdot \delta(\eta - \tau) \quad (4.37)$$

$$\mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) = \mathcal{S}_U(\tau; \nu, \mu) \cdot \delta(\eta - \tau) \quad (4.38)$$

$$\mathcal{R}_V(\nu, \mu; \tau, \eta) = \mathcal{S}_V(\nu, \mu; \tau) \cdot \delta(\eta - \tau) \quad (4.39)$$

$$\mathcal{R}_h(t, u; \tau, \eta) = \mathcal{S}_h(t, u; \tau) \cdot \delta(\eta - \tau) \quad (4.40)$$

Para obter $\mathcal{R}_T(f, l; t, u)$ para o caso US, partimos da relação entre $T(f, t)$ e $g(t, \tau)$ dada por (4.7):

$$\begin{aligned} T(f, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \implies \mathcal{R}_T(f, l; t, u) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E} \left\{ \left(\int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \right)^* \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} g(u, \eta) \cdot e^{-j2\pi l\eta} d\eta \right) \right\} \implies \\ &\implies \mathcal{R}_T(f, l; t, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_g(t, u; \tau, \eta) \cdot e^{j2\pi(f\tau - l\eta)} d\tau d\eta \quad (4.41) \end{aligned}$$

Substituindo-se (4.37) em (4.41), resulta:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_T(f, l; t, u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_g(t, u; \tau) \cdot \delta(\eta - \tau) \cdot e^{j2\pi(f\tau - l\eta)} d\tau d\eta \implies \\ &\mathcal{R}_T(f, l; t, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_g(t, u; \eta) \cdot e^{-j2\pi\eta(\overbrace{l-f}^{\triangleq \Delta f})} d\eta \triangleq \mathcal{R}_T(\Delta f; t, u) \quad (4.42) \end{aligned}$$

Repetindo-se este procedimento, mas partindo-se da relação entre $M(t, f)$ e $h(t, \tau)$ dada por (4.28), usando-se (4.40) e fazendo-se a mudança de variável $\Delta f = l - f$, podemos obter $\mathcal{R}_M(t, u; f, l)$ para o caso US como:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_M(t, u; f, l) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E} \left\{ \left(\int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) \cdot e^{-j2\pi f \tau} d\tau \right)^* \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} h(u, \eta) \cdot e^{-j2\pi l \eta} d\eta \right) \right\} = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_h(t, u; \eta) \cdot e^{-j2\pi \eta \Delta f} d\eta \triangleq \mathcal{R}_M(t, u; \Delta f) \implies \\
&\implies \mathcal{R}_M(t, u; f, l) = \mathcal{R}_M(t, u; \Delta f) \quad (4.43)
\end{aligned}$$

Com os resultados de canais WSS e US obtidos até aqui, podemos finalmente passar para o canal WSSUS. Começamos comparando (4.31) com (4.37), e (4.34) com (4.40), o que nos permite concluir que para um canal WSSUS vale:

$$\mathcal{R}_g(\Delta t; \tau, \eta) = \mathcal{S}_g(\Delta t; \tau) \cdot \delta(\eta - \tau) \quad (4.44)$$

$$\mathcal{R}_h(\Delta t; \tau, \eta) = \mathcal{S}_h(\Delta t; \tau) \cdot \delta(\eta - \tau) \quad (4.45)$$

Da mesma forma, comparando-se (4.35) com (4.38), e (4.36) com (4.39), obtemos que para um canal WSSUS resulta:

$$\mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) = \mathcal{S}_U(\tau, \nu) \cdot \delta(\eta - \tau) \cdot \delta(\nu - \mu) \quad (4.46)$$

$$\mathcal{R}_V(\nu, \mu; \tau, \eta) = \mathcal{S}_V(\nu; \tau) \cdot \delta(\nu - \mu) \cdot \delta(\eta - \tau) \quad (4.47)$$

Similarmente, da comparação entre (4.32) e (4.42), e (4.33) e (4.43), nota-se que em um canal WSSUS também temos:

$$\mathcal{R}_T(f, l; t, u) = \mathcal{R}_T(\Delta f; \Delta t) \quad (4.48)$$

$$\mathcal{R}_M(t, u; f, l) = \mathcal{R}_M(\Delta t; \Delta f) \quad (4.49)$$

Além disso, usando o resultado (4.15), temos:

$$\begin{aligned}
 U(\tau, \nu) &= V(\nu, \tau) \cdot e^{-j2\pi\nu\tau} \implies \\
 \implies \mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{V^*(\nu, \tau) \cdot e^{j2\pi\nu\tau} \cdot V(\mu, \eta) \cdot e^{-j2\pi\mu\eta}\} \implies \\
 \implies \mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) &= \mathcal{R}_V(\nu, \mu; \tau, \eta) \cdot e^{j2\pi(\nu\tau - \mu\eta)} \quad (4.50)
 \end{aligned}$$

Observando agora (4.46) e (4.47) concluímos que só temos interesse em $\mathcal{S}_U(\tau, \nu)$ e $\mathcal{S}_V(\nu, \tau)$ quando $\eta = \tau$ e $\mu = \nu$, pois as respectivas autocorrelações se anulam em caso contrário. Mas (4.50) nos mostra que nessa condição vale $\mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) = \mathcal{R}_V(\nu, \mu; \tau, \eta)$, logo conclui-se que para um canal WSSUS:

$$\mathcal{S}_U(\tau, \nu) = \mathcal{S}_V(\nu, \tau) \triangleq \mathcal{S}(\tau, \nu) \quad (4.51)$$

O resultado (4.51) é extremamente interessante pois nos mostra que para um canal WSSUS basta o conhecimento de apenas uma função densidade espectral de potência¹¹; ou seja, a relação de dualidade entre as funções de sistema $U(\tau, \nu)$ e $V(\nu, \tau)$, apresentada no diagrama ao fim da seção 4.3, se torna uma relação de igualdade entre as densidades espectrais de potência $\mathcal{S}_U(\tau, \nu)$ e $\mathcal{S}_V(\nu, \tau)$ para o caso de canal WSSUS. Dada a importância deste resultado, a função $\mathcal{S}(\tau, \nu)$ recebe o nome particular de *Função de Espalhamento* (Scattering Function).

Obteremos a seguir um resultado semelhante a este a partir da relação entre $M(t, f)$ e $T(f, t)$ dada por (4.24):

¹¹A função $\mathcal{S}(\tau, \nu)$ é tratada como *densidade espectral de potência* pois é a transformada de Fourier da função de autocorrelação no tempo de um processo WSS.

$$\begin{aligned}
M(t, f) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} T(f', t') \cdot e^{j2\pi(f-f')(t-t')} df' dt' \implies \mathcal{R}_M(t, u; f, l) = \\
&= \frac{1}{2} \mathcal{E} \left\{ \left(\iint_{-\infty}^{+\infty} T(f', t') \cdot e^{j2\pi(f-f')(t-t')} df' dt' \right)^* \left(\iint_{-\infty}^{+\infty} T(l', u') \cdot e^{j2\pi(l-l')(u-u')} dl' du' \right) \right\} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \mathcal{R}_M(t, u; f, l) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_T(f', l'; t', u') \cdot e^{j2\pi(-ft-f't+f't+ft'+lu+l'u'-l'u-lu')} df' dt' dl' du'
\end{aligned}$$

Fazendo as mudanças de variáveis $\Delta f' = l' - f'$ e $\Delta t' = u' - t'$, e usando (4.48), obtemos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_M(t, u; f, l) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_T(\Delta f', \Delta t') \cdot \\
&\cdot e^{j2\pi(-ft+\Delta f'u'-\Delta f'\Delta t'+l'\Delta t'-\Delta f't+l't+fu'-f\Delta t'+lu-l'u-lu')} d\Delta f' d\Delta t' dl' du'
\end{aligned}$$

E, fazendo as novas mudanças de variáveis $\Delta f = l - f$ e $\Delta t = u - t$, usando (4.49), e separando os termos da integral que não dependem de l' e u' , resulta:

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_M(\Delta t, \Delta f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_T(\Delta f', \Delta t') \cdot e^{j2\pi\{-(l-\Delta f)(u-\Delta t)-\Delta f'\Delta t'-\Delta f'(u-\Delta t)-(l-\Delta f)\Delta t'+lu\}} \cdot \\
&\cdot \underbrace{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi l'(\Delta t'-\Delta t)} dl' \right)}_{=\delta(\Delta t'-\Delta t)} \cdot \underbrace{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi u'(\Delta f'-\Delta f)} du' \right)}_{=\delta(\Delta f'-\Delta f)} d\Delta f' d\Delta t' =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_T(\Delta f', \Delta t') \cdot e^{j2\pi(\Delta f u - \Delta f \Delta t - l u + l \Delta t - \Delta f' \Delta t' - \Delta f' u + \Delta f' \Delta t + \Delta f \Delta t' - l \Delta t' + l u)} \cdot \\
&\quad \cdot \delta(\Delta t' - \Delta t) \cdot \delta(\Delta f - \Delta f') d\Delta f' d\Delta t' = \mathcal{R}_T(\Delta f, \Delta t) \cdot \\
&\quad \cdot \underbrace{e^{j2\pi(\Delta f u - \Delta f \Delta t + l \Delta t - \Delta f \Delta t - \Delta f u + \Delta f \Delta t + \Delta f \Delta t - l \Delta t)}}_{=1} \implies \\
&\implies \mathcal{R}_M(\Delta t, \Delta f) = \mathcal{R}_T(\Delta f, \Delta t) \triangleq \mathcal{R}(\Delta f, \Delta t) \quad (4.52)
\end{aligned}$$

O resultado (4.52) nos mostra que a relação de dualidade entre $M(t, f)$ e $T(f, t)$, vista no diagrama ao fim da seção 4.3, também se transforma numa relação de igualdade entre as funções de autocorrelação $\mathcal{R}_M(t, u; f, l)$ e $\mathcal{R}_T(f, l; t, u)$. A função $\mathcal{R}(\Delta f, \Delta t)$ recebe a denominação de *Função de Correlação Espaçada em Frequência e no Tempo* (Spaced-Frequency Spaced-Time Correlation Function).

Os resultados para a função de espalhamento e a função de correlação espaçada em frequência e no tempo obtidos respectivamente em (4.51) e (4.52) são os dois mais importantes desta seção, o que justifica a atenção dada a eles. Procedendo de forma similar ao que foi feito para obtê-los, é possível mostrar que para um canal WSSUS também valem resultados do seguinte tipo [11]:

$$\begin{cases} \mathcal{R}_G(f, l; \nu, \mu) &= \mathcal{S}_G(\Delta f, \nu) \cdot \delta(\mu - \nu) \\ \mathcal{R}_H(f, l; \nu, \mu) &= \mathcal{S}_H(\Delta f, \nu) \cdot \delta(\mu - \nu) \end{cases}$$

e:

$$\begin{cases} \mathcal{S}_G(\Delta f, \nu) &= \mathcal{S}_H(\Delta f, \nu) \triangleq \mathcal{P}(\Delta f, \nu) \\ \mathcal{S}_g(\Delta t, \tau) &= \mathcal{S}_h(\Delta t, \tau) \triangleq \mathcal{Q}(\Delta t, \tau) \end{cases}$$

Encerraremos esta seção obtendo uma relação direta entre $\mathcal{R}(\Delta f, \Delta t)$ e $\mathcal{S}(\tau, \nu)$, da qual necessitaremos ao estudar desvanescimento multipercurso e Doppler. Para isso, partimos da definição de $\mathcal{R}_T(f, l; t, u)$ dada no começo desta seção e da relação entre $T(f, t)$ e $U(\tau, \nu)$ ilustrada no diagrama ao fim da seção 4.3:

$$\begin{cases} \mathcal{R}_T(f, l; t, u) &= \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}\{T^*(f, t) \cdot T(l, u)\} \\ T(f, t) &= \mathcal{F}_\tau\{\mathcal{F}_\nu^{-1}\{U(\tau, \nu)\}\} \end{cases} \implies$$

$$\implies \mathcal{R}_T(f, l; t, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_U(\tau, \eta; \nu, \mu) \cdot e^{j2\pi(f\tau - \nu t)} \cdot e^{j2\pi(\mu u - l\eta)} d\tau d\nu d\eta d\mu$$

Usando agora o resultado (4.46), obtemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_T(f, l; t, u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_U(\tau, \nu) \cdot \delta(\eta - \tau) \cdot \delta(\nu - \mu) \cdot e^{j2\pi(f\tau - \nu t + \mu u - l\eta)} d\tau d\nu d\eta d\mu \Rightarrow \\ \implies \mathcal{R}_T(f, l; t, u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}_U(\tau, \nu) \cdot e^{j2\pi(f-l)\tau} d\tau \cdot e^{j2\pi\nu(u-t)} d\nu \end{aligned}$$

Finalmente, usando (4.48), (4.51), (4.52) e fazendo as mudanças de variáveis $\Delta f = l - f$ e $\Delta t = u - t$, resulta:

$$\mathcal{R}(\Delta f, \Delta t) = \mathcal{F}_\nu^{-1}\{\mathcal{F}_\tau\{\mathcal{S}(\tau, \nu)\}\} \iff \mathcal{S}(\tau, \nu) = \mathcal{F}_{\Delta f}^{-1}\{\mathcal{F}_{\Delta t}\{\mathcal{R}(\Delta f, \Delta t)\}\} \quad (4.53)$$

Ao final da seção 4.6 apresentaremos um diagrama que liga o resultado acima aos resultados das próximas seções.

4.5 Desvanescimento por multipercurso

Passaremos agora a utilizar as ferramentas desenvolvidas na seção 4.4 para estudar o desvanescimento em pequena escala. Como já mencionado previamente, seguiremos a nomenclatura de Sklar [34], resumida na figura 33. Vale mencionar que essa divisão existe não somente para fins taxonômicos como também para simplificação de modelos de canais em situações onde apenas um dos efeitos seja significativo; embora na prática os vários fenômenos ocorram simultaneamente.

Iniciamos pelo desvanescimento de multipercurso, representado na figura 33 pelo bloco 5 e seus ramos (blocos 7 a 10). Como o próprio nome leva a perceber, este fenômeno é causado pela existência de múltiplos caminhos percorridos pelo sinal desde a saída do transmissor até a chegada no receptor, resultando em diversos sinais que são recebidos em instantes diferentes causando dispersão no tempo. Uma forma de analisar os efeitos de multipercurso (dispersão no tempo) sem se preocupar com a variação do canal no tempo (dispersão em frequência) é integrar a função de espalhamento $\mathcal{S}(\tau, \nu)$ na variável ν ; isto equivale a considerar apenas a potência total recebida em torno do atraso τ , independente das variações de frequência¹². Assim, a partir do resultado (4.53), obtemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(\tau, \nu) &= \mathcal{F}_{\Delta f}^{-1}\{\mathcal{F}_{\Delta t}\{\mathcal{R}(\Delta f, \Delta t)\}\} \implies \\ \implies \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}(\tau, \nu) d\nu &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}(\Delta f, \Delta t) \cdot e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \cdot e^{j2\pi\tau\Delta f} d\Delta f d\nu \end{aligned}$$

e, invertendo a ordem de integração:

¹²Também se pode considerar um canal fixo no tempo, caso em que não há espalhamento em frequência.

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}_\tau(\tau) &\triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}(\tau, \nu) d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}(\Delta f, \Delta t) \cdot \overbrace{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\nu \right)}^{=\delta(\Delta t)} d\Delta t \cdot e^{j2\pi\tau\Delta f} d\Delta f = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}(\Delta f, \Delta t) \cdot \delta(\Delta t) d\Delta t \right) \cdot e^{j2\pi\tau\Delta f} d\Delta f = \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\mathcal{R}(\Delta f, 0)}_{\triangleq \mathcal{R}_f(\Delta f)} \cdot e^{j2\pi\tau\Delta f} d\Delta f \implies \mathcal{S}_\tau(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{R}_f(\Delta f)\}
\end{aligned}$$

O $\mathcal{S}_\tau(\tau)$ definido acima possui dimensão de densidade espectral de potência e é chamada de *Perfil de Intensidade de Multipercurso* (Multipath Intensity Profile); já $\mathcal{R}_f(\Delta f)$ é uma autocorrelação denominada *Função de Correlação Espaçada em Freqüência* (Spaced-Frequency Correlation Function). Por uma questão de causalidade, $\mathcal{S}_\tau(\tau) = 0$ para $\tau < 0$. A figura 34 ilustra a forma típica destas funções.

Figura 34: Funções típicas de canal com desvanecimento multipercurso.

O intervalo T_m no qual $\mathcal{S}_\tau(\tau)$ é essencialmente não nula é chamado de *espalhamento multipercurso do canal*, e a faixa de freqüências Δf_m na qual $\mathcal{R}_f(\Delta f)$ é não nula é chamada de *banda de coerência do canal*. Como a figura 34 ilustra,

numa primeira aproximação podemos considerar: $\Delta f_m \cdot T_m \approx 1$. Um canal com banda de coerência Δf_m quando atravessado por sinal com banda W é dito *seletivo em frequência* se $\Delta f_m < W$; caso contrário é dito *plano* ou *não-seletivo em frequência*. Canais seletivos em frequência causam severas distorções no conteúdo espectral dos sinais que os atravessam; no entanto, é possível um canal apresentar desvanescimento profundo mesmo se $\Delta f_m \geq W$. Esta situação depende da distribuição dos canais em RF e ocorre no canal que coincidir sobre uma frequência de interferência destrutiva [34].

Na figura 33, o bloco 7 está diretamente associado à $\mathcal{S}_\tau(\tau)$; o bloco 8 à $\mathcal{R}_f(\Delta f)$; o bloco 9 representa canais em que $\Delta f_m < W$; e o bloco 10 canais em que $\Delta f_m \geq W$.

4.6 Desvanescimento por efeito Doppler

O desvanescimento por efeito Doppler é essencialmente causado pelo movimento: do transmissor; do receptor; carros, aviões, árvores e outros obstáculos e anteparos entre (e ao redor do) transmissor e receptor que se movam ou oscilem. Todas esses elementos causam variações da frequência do sinal transmitido tanto para mais como para menos, dependendo dos movimentos relativos envolvidos. O resultado é a recepção de um sinal com conteúdo espectral disperso em torno da frequência original. Em outras palavras, a existência do desvanescimento por efeito Doppler está diretamente associado à variação do canal no tempo (ou seja, entre diferentes instantes de observação). Ele está representado na figura 33 pelo bloco 6 e seus ramos (blocos 11 a 14).

De forma similar ao que foi feito com o multipercurso, podemos isolar os efeitos de desvanescimento Doppler integrando $\mathcal{S}(\tau, \nu)$ na direção da variável τ ,

ou seja:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_\nu(\nu) &\triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{S}(\tau, \nu) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}(\Delta f, \Delta t) \cdot e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \cdot e^{j2\pi\tau\Delta f} d\Delta f d\tau = \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}(\Delta f, \Delta t) \cdot \underbrace{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi\tau\Delta f} d\tau \right)}_{=\delta(\Delta f)} d\Delta f \cdot e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\mathcal{R}(0, \Delta t)}_{\triangleq \mathcal{R}_t(\Delta t)} \cdot e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \implies \mathcal{S}_\nu(\nu) = \mathcal{F}\{\mathcal{R}_t(\Delta t)\}
 \end{aligned}$$

A função $\mathcal{S}_\nu(\nu)$ é chamada de *Espectro de Potência Doppler* (Doppler Power Spectrum) e é uma medida da potência total do sinal que sofre um desvio Doppler de ν . $\mathcal{R}_t(\Delta t)$ é chamada de *Função de Correlação Espaçada no Tempo* (Spaced-Time Correlation Function). A figura 35 ilustra a forma típica destas funções.

Figura 35: Funções típicas de canal com desvanecimento Doppler.

A faixa de frequências B_d na qual $\mathcal{S}_\nu(\nu)$ é essencialmente não nula é chamada *espalhamento Doppler do canal*, e o intervalo Δt_d no qual $\mathcal{R}_t(\Delta t)$ é não nula é chamado de *intervalo de coerência do canal*. Como se vê na figura 35, numa primeira aproximação pode-se considerar: $\Delta t_d \cdot B_d \approx 1$. Um canal é classificado

como de *desvanescimento lento* quando o intervalo de coerência é muito maior do que a duração T_s dos símbolos do sinal que o atravessa, ou seja $T_s \ll \Delta t_d$; caso contrário, é dito de *desvanescimento rápido*.

Na figura 33, o bloco 11 está diretamente associado à $\mathcal{R}_t(\Delta t)$; o bloco 12 à $\mathcal{S}_\nu(\nu)$; o bloco 13 representa canais em que $T_s \approx \Delta t_d$; e o bloco 14 canais em que $T_s \ll \Delta t_d$.

Encerramos esta seção apresentando o diagrama abaixo que resume os principais resultados apresentados desde a seção 4.4 até aqui.

Este diagrama possui as seguintes propriedades:

- As funções $\mathcal{R}(\Delta f, \Delta t)$ e $\mathcal{S}(\tau, \nu)$ são duais, logo o conhecimento de apenas uma delas é suficiente para uma completa descrição de um canal WSSUS. Porém, com o conhecimento de ambas ganha-se em compreensão conceitual;
- As funções em uma mesma coluna vertical são duais;

- As funções à esquerda do diagrama fornecem uma descrição do desvanescimento Doppler do canal;
- As funções à direita do diagrama fornecem uma descrição do desvanescimento multipercurso do canal.

4.7 Modelo discreto de canal

Finalmente, chegamos ao modelo de canal que usaremos nas nossas simulações. A escolha desse modelo se baseia na literatura técnica referente a canais de transmissão que é vasta e cresce constantemente, acompanhando o desenvolvimento das telecomunicações no mundo inteiro. No nosso caso, temos especial interesse em canais de transmissão de televisão com recepção fixa (por exemplo, residencial), pois é um cenário de grande importância na transição de televisão analógica para digital. Para esta situação, o tipo mais empregado em simulações é o *Canal WSSUS Seletivo em Frequência com Desvanescimento Lento* [15], [37] e [38]. Passamos então a analisar como este tipo de canal pode ser utilizado em simulações digitais; usaremos basicamente a argumentação em Proakis [1].

Supondo que o sinal real em banda base a ser transmitido tenha banda W então o sinal complexo equivalente em banda-base $s(t)$, bem como o sinal real em RF, terá banda¹³ de $W/2$. Assim, podemos utilizar um período de amostragem $T = 1/W$ e supor reconstrução perfeita, obtendo o seguinte sinal amostrado [28]:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n \cdot T) \cdot \frac{\text{sen}(\pi \cdot (t - n \cdot T)/T)}{\pi \cdot (t - n \cdot T)/T} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s\left(\frac{n}{W}\right) \cdot \frac{\text{sen}(\pi W \cdot (t - n/W))}{\pi W \cdot (t - n/W)},$$

¹³Aqui, particularizamos para a transmissão em banda lateral única, como geralmente é o caso do OFDM.

o qual possui a transformada de Fourier $S(f)$ dada por:

$$S(f) = \begin{cases} \frac{1}{W} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n/W) \cdot e^{-j2\pi n f/W}, & |f| \leq W/2 \\ 0, & |f| > W/2 \end{cases}$$

Usando agora o resultado (4.17), obtemos o sinal recebido $r(t)$ como:

$$\begin{aligned} r(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) \cdot T(f, t) \cdot e^{j2\pi f t} df = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{W} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n/W) \cdot e^{-j2\pi n f/W} \right) \cdot T(f, t) \cdot e^{j2\pi f t} df \Rightarrow \\ &\Rightarrow r(t) = \frac{1}{W} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n/W) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} T(f, t) \cdot e^{j2\pi f(t-n/W)} df \end{aligned}$$

E, pela definição de $T(f, t)$ dada por (4.7), resulta:

$$r(t) = \frac{1}{W} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n/W) \cdot g(t, t - n/W) \quad (4.54)$$

Amostrando agora $r(t)$ nos instantes $t = k/W$ com $k \in \mathbb{Z}$, podemos reescrever (4.54) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} r(k/W) &= \frac{1}{W} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n/W) \cdot g(k/W, \overbrace{(k-n)}^{\triangleq l} / W) \Rightarrow \\ &\Rightarrow r(k/W) = \frac{1}{W} \cdot \sum_{l=-\infty}^{+\infty} s((k-l)/W) \cdot g(k/W, l/W) \end{aligned}$$

Retornando agora à variável t e usando n no lugar de l , resulta¹⁴:

$$r(t) = \frac{1}{W} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(t - n/W) \cdot g(t, n/W) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(t - n/W) \cdot \overbrace{\left(\frac{1}{W} \cdot g(t, n/W) \right)}^{\triangleq g_n(t)}$$

Note que existe uma imprecisão nesta última troca de k/W por t pois uma igualdade ocorre para variável discreta e a outra para variável contínua. Há duas formas de lidar com esta aparente inconsistência: podemos mais uma vez apelar para a amostragem com reconstrução perfeita, o que torna irrelevante a posição exata das amostras; ou usar o fato de que o modelo que finalmente usaremos é discreto supondo que somente observaremos $r(t)$ nos instantes $t = k/W$. Assim, chegamos ao resultado final procurado:

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n(t) \cdot s(t - n/W) \quad (4.55)$$

O resultado (4.55) nos mostra que o canal pode ser representado por uma linha de atraso com derivações a intervalos de $T = 1/W$ e coeficientes multiplicativos $g_n(t)$ variantes no tempo. A figura 36 mostra como implementar tal canal; nesta, $\eta(t)$ é AWGN (ruído branco Gaussiano aditivo), que devido à simplicidade de inclusão não foi considerado no equacionamento acima.

Para uma completa descrição do modelo, falta ainda uma análise dos coeficientes $g_n(t)$. Neste ponto, é necessário fazer mais algumas suposições sobre o comportamento estatístico do canal. A hipótese comumente utilizada no estudo

¹⁴Ao invés da seqüência de transformações feitas aqui, poderíamos observar que (4.54) representa uma somatória de convolução, logo permite a troca de posição da variável de indexação.

de canais aéreos é a de que a soma dos diversos fenômenos aleatórios envolvidos na transmissão do sinal entre transmissor e receptor resultam em distribuição Gaussiana, numa clara alusão ao teorema central do limite. Ou seja, os diversos $g_n(t)$, que são complexos, possuem partes reais e imaginárias com distribuição Gaussiana, resultando no modelo que é conhecido na literatura técnica como GWSSUS (Gaussian-WSSUS).

Figura 36: Modelo discreto de canal WSSUS com desvanescimento lento.

Escrevemos então $g_n(t) = gr_n(t) + j \cdot gi_n(t) = G_n(t) \cdot e^{j\phi_n(t)}$, onde: $gr_n(t)$ e $gi_n(t)$ são respectivamente as partes real e imaginária de $g_n(t)$, as quais são independentes entre si e possuem distribuição Gaussiana; e $G_n(t)$ e $\phi_n(t)$ são respectivamente a amplitude e fase de $g_n(t)$. Nestas condições, subdivide-se o desvanescimento em dois casos:

$$\text{Desvanescimento de } \begin{cases} \text{Rayleigh,} & \text{quando } \mathcal{E}\{g_n(t)\} = 0 \\ \text{Rice,} & \text{em caso contrário.} \end{cases}$$

A figura 37 ilustra ambos os casos.

Figura 37: Desvanescimento GWSSUS de Rayleigh e Rice.

Os nomes *Rayleigh* e *Rice* vêm do fato que $|G_n(t)|$ possui como função densidade de probabilidade as distribuições de Rayleigh e Rice, nos respectivos casos [1]. Estes modelos bastam para os objetivos deste trabalho, mas diversas outras distribuições podem ser usadas para representar as estatísticas de modelos de canais de comunicação, entre elas: distribuição-m de Nakagami, de Hoyt, Gaussiana unilateral, etc... Ao leitor interessado, recomendamos a referência [36], onde o autor apresenta as distribuições $\eta - \mu$ e $\kappa - \mu$, e mostra que todas as demais citadas nesta seção são casos particulares destas duas; ele mostra também que se pode obter uma aproximação da distribuição lognormal.

Estabelecido o comportamento dos coeficientes $g_n(t)$ no espaço amostral, resta modelar o seu comportamento no tempo, que como vimos, é o responsável pelo efeito Doppler. Vimos na seção 4.6 como caracterizar o desvanescimento Doppler através de seu espalhamento B_d ; uma solução para simular o efeito desejado, em uma primeira aproximação, é gerar os $g_n(t)$ passando um ruído AWGN complexo de potência σ_n^2 apropriada por um filtro passa-baixas de banda B_d e somar o valor médio $\mathcal{E}_t\{g_n(t)\}$ desejado para essa instância, conforme a figura 38.

Figura 38: Método de simulação do desvanescimento Doppler.

O artigo de Shimamura [39], por exemplo, usa um filtro de Butterworth. Lembrando que o canal foi suposto de desvanescimento lento, temos $T_s \ll \Delta t_d$, o que resulta em $B_d \ll W$. Desta forma, usar o mesmo intervalo de amostragem $T = 1/W$ que é usado na simulação de multipercurso seria uma sobrecarga desnecessária na complexidade computacional da simulação. Para contornar esta situação, pode-se utilizar um intervalo de amostragem bem maior na simulação do desvanescimento Doppler e interpolar os valores intermediários.

Assim, para um modelo completo, somente falta definir como obter valores adequados para σ_n^2 e $\mathcal{E}\{g_n(t)\}$, mais especificamente, como eles variam ao longo de n . Esta etapa pode ser baseada em resultados de medições de campo publicadas na literatura técnica.

4.8 Dualidade entre multipercurso e Doppler

Na figura 33, os pares de blocos (7 e 12) e (8 e 13), estão marcados como duais (*). A presença do asterisco, é somente para chamar a atenção ao fato de que

a idéia de dualidade entre esses blocos diverge um pouco da linha que adotamos neste capítulo; mas que também é largamente empregada na literatura.

Neste trabalho, optamos por usar a palavra *dual* com um significado que pode ser brevemente expresso por: *diferentes mas equivalentes*. Ou seja, conhecendo-se uma descrição de um fenômeno, a sua descrição dual pode ser utilizada por trazer novos enfoques e aumentar a familiaridade com o fenômeno, mas ela não conterà *novas informações*¹⁵. Na figura 33 os blocos (7 e 12) são complementares na descrição de desvanescimento que possua efeitos de multipercurso e Doppler simultaneamente; o mesmo ocorrendo com os blocos (8 e 13). Neste caso, o sentido que o autor deu à palavra *dual* foi algo como *as variáveis de tempo e frequência trocam de papéis*¹⁶.

Foi com o intuito de prevenir o leitor sobre os vários sentidos que são normalmente atribuídos à dualidade que dissemos na seção 4.2 estar *apenas tentando dar alguma precisão a um conceito fundamentalmente pouco preciso*, e que existe com o principal intuito de satisfazer a necessidade humana em encontrar padrões.

¹⁵Pense por exemplo, na descrição no tempo e em frequência; ambas descrevem o mesmo sinal tornando a outra desnecessária sob o ponto de vista de informação, mas não de conceito.

¹⁶Trocam de papéis no sentido em que a variável de tempo aparece na equação em posição antes ocupada pela variável de frequência e vice-versa.

5 A EQUALIZAÇÃO PRÉ-FFT

Com o grande crescimento observado ao longo dos últimos dez anos no número de aplicações práticas do OFDM, também cresceu o interesse nas particularidades desse sistema. Passada a fase de *desafio da implementação*, vivemos atualmente a fase de *melhoria da performance*. Nesta última linha, destacam-se esforços de duas naturezas diferentes: definir novos esquemas de transmissão para sistemas ainda não implementados buscando obter grandes ganhos de performance com poucas mudanças no que já se conhece; ou otimizar os receptores para sistemas já implantados tirando proveito de características ainda não exploradas. Como exemplos do primeiro caso, podemos mencionar: uso de múltiplas antenas de transmissão, uso do OFDM combinado com o CDMA, melhorias nas técnicas de codificação e outras. No segundo caso, podemos citar: melhoria nas técnicas de estimação de canal, uso de equalização adaptativa no domínio do tempo, uso de equalização combinada com múltiplas antenas¹, uso de antenas inteligentes na recepção e outras.

Neste trabalho, nos concentraremos no segundo enfoque tentando obter melhoria na performance de receptores do sistema de transmissão de televisão digital terrestre DVB-T. Por se tratar de um sistema já implantado, não é possível adicionar qualquer tipo de modificação ao transmissor para fins de otimização. Por outro lado, mudanças nos receptores que resultem em ganhos na qualidade do ser-

¹O artigo [42] ilustra uma boa combinação entre múltiplas antenas e equalização.

viço serão sempre bem-vindas. Optamos por estudar a equalização no domínio do tempo devido ao grande número de trabalhos que surgiram a esse respeito nos últimos anos (veja, por exemplo: [3], [43], [44], [42] e [45]), sendo portanto um assunto bastante atual. A nossa principal motivação em estudar a equalização é a possibilidade de obter um desempenho similar (ou melhor) e com um prefixo cíclico menor. Isto representa uma melhoria na eficiência de utilização do canal, elevando sua taxa de transmissão, já que nenhuma informação útil é transmitida durante o prefixo cíclico.

Começaremos apresentando o problema da equalização pré-FFT e mencionando os trabalhos que nos inspiraram. Em seguida, faremos uma introdução ao algoritmo LMS que será utilizado nas seções seguintes. Passaremos então ao estudo da estimação de canal, a qual utilizamos em combinação com a equalização no tempo. Finalmente, entramos no mérito da equalização com 3 seções dedicadas a esse assunto, onde apresentamos a proposta original da qual partimos, uma modificação com desempenho superior e, por fim, a solução de equalização que adotamos.

5.1 A equalização no domínio do tempo

O trabalho que inicialmente nos sugeriu a idéia da equalização pré-FFT foi o artigo de 1999 de Armour [3] e outros autores, o qual é também a referência mais antiga que possuímos sobre o assunto. Os mesmos autores publicaram mais tarde dois outros trabalhos na mesma linha: um deles abordando o uso da equalização pré-FFT no sistema DVB-T [43], e o outro analisando a complexidade de tal equalizador [44]. A topologia básica sugerida nesses trabalhos é a de um equalizador DFE (Decision Feedback Equalizer) [46] baseado no algoritmo LMS [47] com o diagrama ilustrado na figura 39.

Figura 39: Topologia básica do equalizador proposto por Armour e outros.

Os dados após recebidos são re-codificados e usados para calcular o erro de adaptação do LMS. Este método de equalização possui as seguintes características:

- a. Utiliza a equalização adaptativa e a estimação de canal como técnicas complementares.
- b. Não tira proveito de características específicas de um sistema em particular (por exemplo, o DVB-T), sendo aplicável à grande maioria das aplicações OFDM.
- c. É uma técnica pouco dependente do tamanho do prefixo cíclico permitindo o seu encurtamento e atendendo o objetivo de elevar a eficiência de transmissão de dados.
- d. Possui alta complexidade computacional de adaptação do equalizador, pois exige: a realização de uma TDF para decodificação dos dados; uma ITDF para codificação e obtenção do erro; e aplicação do algoritmo LMS.
- e. A alta complexidade do LMS usado resulta do fato de possuir centenas de coeficientes que são atualizados uma vez a cada período de amostragem.

- f. Conforme mencionado pelo autor [43], o uso de seqüências de treinamento a intervalos regulares eleva a eficiência do equalizador.

Percebendo o alto grau de complexidade desta solução para sistemas com grande número de portadoras, os mesmos autores propuseram uma variação específica para sistemas OFDM que utilizam portadoras piloto distribuídas por entre os dados, como é o caso do DVB-T. Em seu novo artigo [44], Armour e outros autores sugeriram uma variação na qual o equalizador DFE é substituído por um FIR, conforme apresentado na figura 40.

Figura 40: Topologia alternativa do equalizador proposto por Armour.

Nesta nova proposta, o algoritmo de obtenção dos coeficientes do filtro é o seguinte (mais adiante entraremos em mais detalhes):

- i. inicializam-se os coeficientes do filtro com um impulso unitário;
- ii. estima-se a resposta em frequência do canal através das portadoras piloto e obtém-se a resposta em frequência desejada do filtro;
- iii. calculam-se os novos coeficientes do filtro usando a ITDF da resposta em frequência;

- iv. no próximo símbolo, a saída da TDF fornecerá o produto da resposta em frequência do canal pela resposta do filtro. Assim, basta multiplicar a saída atual da TDF pela anterior para obter uma nova estimativa da resposta em frequência desejada para o filtro;
- v. repetem-se os itens iii. e iv. para todos os símbolos seguintes.

Este método alternativo se alinha com o enfoque que desejamos seguir no sentido que troca a generalidade de aplicação (característica b.) por uma menor complexidade (característica d.). Desta forma, esta proposta serviu como ponto de partida para o estudo que realizamos. Voltaremos a este tema na seção 5.4.

Outras técnicas encontradas recentemente na literatura sugerem o uso da redundância presente no prefixo cíclico, o qual é adicionado no domínio do tempo, para uma estimação de canal mais precisa no domínio da frequência², como observado nos artigos [48] e [49]. Estas propostas possuem como limitação o fato de que quanto menor o prefixo cíclico, menor sua eficiência, sendo mais úteis para melhoria de performance do que para elevação da eficiência da transmissão.

Uma outra linha interessante de equalização é a mencionada no artigo de 2003 de autoria de Romano e Barbarossa [42]. Nesse trabalho, os autores mostram que, sob determinadas condições, é possível obter equalização perfeita do canal no domínio do tempo em um sistema SIMO (Single-Input Multiple-Output). Ao contrário de um sistema MIMO (Multiple-Input Multiple-Output), que exige um planejamento anterior à implantação, um sistema SIMO pode ser obtido a partir de um SISO (Single-Input Single-Output) já instalado, pois as modificações têm

²Neste ponto, vale mencionar que em algumas situações é difícil distinguir entre *estimação de canal* e *equalização*. Neste texto, sempre usaremos *equalização* para métodos que atuem no domínio do tempo e *estimação de canal* no domínio de frequência.

de ser feitas apenas do lado do receptor³. No entanto, a complexidade deste sistema como um todo está além do escopo deste trabalho.

A linha que pretendemos seguir no nosso estudo é a sugerida por Armour nos artigos [3], [43] e [44], em que o principal objetivo é o aumento da eficiência de transmissão pela redução do prefixo cíclico. Nos limitaremos também às alternativas que mantenham a complexidade de implementação em níveis tratáveis de um ponto de vista mais prático.

5.2 O algoritmo LMS

Como veremos nas próximas seções, a principal técnica de filtros adaptativos empregada neste trabalho é o algoritmo LMS. Assim, apresentaremos agora uma rápida revisão desse assunto. As principais referências desta seção são: o livro de Simon Haykin [46] e o livro de Paulo Diniz [47]. A notação usada será a da primeira referência por lidar com números complexos. As regras de derivação complexa e vetorial usadas podem ser encontradas no apêndice B de [46].

O algoritmo LMS é uma forma prática e de relativamente baixa complexidade de se obter os coeficientes de um filtro adaptativo. Nos limitaremos aqui à estudar o caso de sistemas digitais usando um filtro FIR, no qual reside o nosso interesse. Assim, utilizando a figura 41 como referência, começamos enunciando um problema simples de estimação que nos levará ao LMS:

Dadas uma sequência de entrada $u[n]$ e uma sequência de referência

$d[n]$, obter o conjunto de coeficientes $w_k[n]$ que minimiza a média

³Estamos considerando apenas o caso de transmissão de radiodifusão aérea terrestre, que é o que nos interessa. Nesta situação, supondo um sistema SISO já implantado, para transformá-lo em SIMO basta fazer a recepção através de várias antenas, uma técnica de *diversidade no espaço*.

quadrática da função erro $e[n]$, definida por $e[n] = d[n] - \hat{d}[n]$, onde

$$\hat{d}[n] = \sum_{k=1}^{N_f} w_k^*[n] \cdot u[n - k + 1].$$

Figura 41: Exemplo simplificado de estimação.

Analisaremos este problema usando notação matricial complexa, com as seguintes definições:

$$\begin{cases} \mathbf{u}[n] &= \begin{bmatrix} u[n] & u[n-1] & u[n-2] & \dots & u[n-N_f+1] \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{w}[n] &= \begin{bmatrix} w_1[n] & w_2[n] & w_3[n] & \dots & w_{N_f}[n] \end{bmatrix}^T \\ N_f &= \text{número de coeficientes do filtro FIR} \end{cases}$$

Desta forma, podemos escrever:

$$e[n] = d[n] - \hat{d}[n] = d[n] - \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{u}[n] \quad (5.1)$$

E a função que desejamos minimizar é a média quadrática de $e[n]$, a qual chamaremos de $J[n]$ e expandimos a seguir:

$$\begin{aligned} J[n] &= \mathcal{E}\{e[n] \cdot e^*[n]\} = \mathcal{E}\{(d[n] - \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{u}[n]) \cdot (d[n] - \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{u}[n])^H\} = \\ &= \mathcal{E}\{d[n] \cdot d^*[n] - d[n] \cdot \mathbf{u}^H[n] \cdot \mathbf{w}[n] - \mathbf{w}^H[n] \cdot d^*[n] \cdot \mathbf{u}[n] + \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{u}[n] \cdot \mathbf{u}^H[n] \cdot \mathbf{w}[n]\} \end{aligned}$$

Supondo $d[n]$ e $u[n]$ conjuntamente estacionários e definindo:

$$\begin{cases} \sigma_d^2 &= \mathcal{E}\{d[n] \cdot d^*[n]\} = \text{variância de } d \\ \mathbf{p} &= \mathcal{E}\{d^*[n] \cdot \mathbf{u}[n]\} = \text{correlação cruzada de } u \text{ e } d \\ \mathbf{R} &= \mathcal{E}\{\mathbf{u}[n] \cdot \mathbf{u}^H[n]\} = \text{autocorrelação de } u \end{cases}, \text{ obtemos:}$$

$$J[n] = \sigma_d^2 - \mathbf{p}^H \cdot \mathbf{w}[n] - \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{p} + \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}[n] \quad (5.2)$$

O que estamos procurando é o vetor de coeficientes $\mathbf{w}^*[n]$ que minimiza $J[n]$. Logo, basta diferenciar (5.2) com relação a $\mathbf{w}^*[n]$ e igualar a zero para obter os extremantes. Uma função importante que aparece nesse processo é $\nabla_w J$, chamada de *função gradiente* e definida em (5.3).

$$\nabla_w J \triangleq \frac{\partial J[n]}{\partial \mathbf{w}^*} = -\mathbf{p} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}[n] \quad (5.3)$$

Fazendo $\nabla_w J = 0$, temos que a solução ótima ocorre para $\mathbf{p} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}[n]$. A fim de verificar que se trata mesmo de um mínimo e não de um máximo, observamos que a derivada de $\nabla_w J$ em relação a $\mathbf{w}[n]$ é $\mathbf{R}$, a qual é uma matriz positiva semi-definida pois se trata da autocorrelação de $u[n]$. Quando $\mathbf{R}$ é inversível, a

solução ótima $\mathbf{w}_o = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{p}$ é chamada de *solução de Wiener*.

Infelizmente, a solução ótima nem sempre é de fácil obtenção devido a: $\mathbf{R}$ e $\mathbf{p}$ geralmente não são conhecidos; em sistemas variantes no tempo, $\mathbf{R}$ e $\mathbf{p}$ geralmente variam; o cálculo de $\mathbf{w}_o$ envolve uma inversão de matriz, o que não costuma ser uma operação numericamente simples.

Uma forma de contornar parcialmente a complexidade numérica é obter a solução de Wiener de forma iterativa através do *algoritmo do gradiente*, o qual tira proveito da conhecida propriedade do gradiente de apontar sempre na direção e sentido de maior crescimento da função. Como $J[n]$ é uma função quadrática, então ela possui um único extremante (no caso um mínimo) o qual pode ser atingido dando pequenos passos na direção contrária a $\nabla_w J$. Assim, obtemos o seguinte algoritmo:

$$\begin{cases} \mathbf{w}[0] = \mathbf{w}_{ci} & (\text{condição inicial}) \\ \mathbf{G}[n] = \nabla_w J|_{w=w[n]} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{w}[n] - \mathbf{p} \\ \mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] - \mu \cdot \mathbf{G}[n] \end{cases} \quad (5.4)$$

Deve-se escolher μ suficientemente pequeno para que as iterações se estabilizem nas proximidades da solução de Wiener. Note que neste procedimento não ocorrem inversões de matrizes. No entanto, ainda restam os problemas de que $\mathbf{R}$ e $\mathbf{p}$ são geralmente desconhecidos e podem variar no tempo.

A solução usualmente empregada para lidar simultaneamente com a indeterminação e variação temporal das matrizes de correlação é o uso do LMS. O procedimento é basicamente o mesmo do algoritmo do gradiente mas se utili-

zam as seguintes estimativas para $\mathbf{R}$ e $\mathbf{p}$ respectivamente: $\hat{\mathbf{R}}[n] = \mathbf{u}[n] \cdot \mathbf{u}^H[n]$ e $\hat{\mathbf{p}}[n] = d^*[n] \cdot \mathbf{u}[n]$. Basicamente, variáveis médias são trocadas por valores instantâneos. Antes de escrever a versão final, vamos expandir a última linha de (5.4) substituindo estas estimativas a fim de obter um resultado mais compacto para o algoritmo:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}[n+1] &= \mathbf{w}[n] - \mu \cdot \mathbf{G}[n] = \mathbf{w}[n] - \mu \cdot (\hat{\mathbf{R}}[n] \cdot \mathbf{w}[n] - \hat{\mathbf{p}}[n]) = \\ &= \mathbf{w}[n] - \mu \cdot (\mathbf{u}[n] \cdot \mathbf{u}^H[n] \cdot \mathbf{w}[n] - d^*[n] \cdot \mathbf{u}[n]) = \mathbf{w}[n] - \mu \cdot \mathbf{u}[n] \cdot (\mathbf{u}^H[n] \cdot \mathbf{w}[n] - d^*[n]) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \mu \cdot \mathbf{u}[n] \cdot \underbrace{(d[n] - \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{u}[n])}_{=e[n]}^* \end{aligned}$$

e, usando a equação (5.1), obtemos o resultado desejado:

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \mu \cdot e^*[n] \cdot \mathbf{u}[n] \quad (5.5)$$

Combinando o algoritmo do gradiente dado em (5.4) com o resultado (5.5), obtemos a versão final do algoritmo LMS:

$$\begin{cases} \mathbf{w}[0] = \mathbf{w}_{\text{ci}} & (\text{condição inicial}) \\ e[n] = d[n] - \mathbf{w}^H[n] \cdot \mathbf{u}[n] \\ \mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \mu \cdot e^*[n] \cdot \mathbf{u}[n] \end{cases} \quad (5.6)$$

Se as variações temporais de $\mathbf{R}$ e $\mathbf{p}$ forem suficientemente lentas, o LMS será capaz de rastreá-las. Além disso, onde antes ocorria um produto de matriz por vetor, agora há apenas um produto escalar entre vetores; ou seja, a complexidade computacional se reduziu ainda mais. Devido à semelhança com o algoritmo do

gradiente e ao caráter aleatório adquirido principalmente das estimativas usadas para $\mathbf{R}$ e $\mathbf{p}$, muitas vezes o LMS é chamado de *algoritmo do gradiente estocástico*.

Ao longo deste capítulo, utilizaremos o LMS com duas finalidades diferentes: estimar a resposta em frequência do equalizador que iremos estudar; e estimar as deformações sofridas pelo sinal entre a transmissão e a recepção. Para facilitar a leitura das próximas seções, adiantamos aqui, de maneira abreviada, a notação que iremos usar. Utilizaremos $F_n(k)$ para nos referir à estimativa da resposta em frequência do equalizador na frequência da portadora k no instante n , e $f_n(k)$ para o coeficiente k da resposta ao impulso do equalizador no instante n . Além disso, $w_n(k)$ representará a estimativa da deformação sofrida pelo sinal na frequência da portadora k no instante n . Note que em um sistema não equalizado, $w_n(k)$ é uma estimativa da resposta em frequência $C_n(k)$ do canal pelo qual passou o sinal. Porém, quando se adiciona o equalizador, $w_n(k)$ passa a representar uma estimativa de $F_n(k) \cdot C_n(k)$. Para evitar confusões, usaremos $C_n(k)$ sempre para nos referirmos ao canal verdadeiro e nunca a sua estimativa; $w_n(k)$, por outro lado, será sempre uma estimativa ou de $C_n(k)$ (sem equalização) ou de $F_n(k) \cdot C_n(k)$ (com equalização).

Para encerrar esta seção, enunciamos a seguir uma versão do que a literatura técnica costuma chamar de *teoria da independência*, que resume um conjunto de hipótese simplificadoras na análise do LMS. É importante ressaltar que essas condições nunca são observadas na prática e portanto não farão parte do nosso trabalho. Elas servem apenas para transformar o estudo do comportamento do LMS em um problema tratável matematicamente. Decidimos incluí-las em parte porque são muito citadas na literatura e em parte para uma apresentação mais completa do algoritmo LMS.

Teoria da Independência:

- i. Existe a relação $d[n] = \hat{\mathbf{w}}^H[n] \cdot \mathbf{u}[n] + v[n]$, com $\mathcal{E}\{v^*[n] \cdot \mathbf{u}[n]\} = 0$.
- ii. As variáveis $\mathbf{u}[n]$ e $d[n]$ são conjuntamente estacionárias de segunda ordem.
- iii. As seqüências $\mathbf{u}[n]$ e $d[n]$ são independentes e identicamente distribuídas.
- iv. $d[n]$ é dependente de $\mathbf{u}[n]$, mas $d[k]$ é independente de $\mathbf{u}[n] \forall k \neq n$.

5.3 A estimação de canal

Como visto na seção 2.2, o uso do prefixo cíclico previne a ISI para canais com desvanescimento multipercurso com atrasos menores do que o intervalo de guarda, mas ainda é preciso recuperar o número complexo pelo qual cada portadora é multiplicada para cancelar o seu efeito. Este processo é chamado de *estimação de canal* e a maioria dos sistemas OFDM possui em seu projeto alguma forma de facilitá-lo. No caso do DVB-T, portadoras piloto inseridas entre os dados possibilitam obter uma boa noção do estado do canal nas respectivas frequências, conforme descrito na seção 3.7. Uma vez conhecidos os números complexos nas frequências das portadoras, basta interpolá-los para o restante do espectro.

Em princípio, este método de estimação de canal permitiria obter exatamente o efeito do canal em todas as portadoras para desvanescimento invariante no tempo com atrasos menores do que o prefixo cíclico. O custo computacional de tal precisão, no entanto, é demasiadamente elevado. A título de ilustração, a figura 42, já vista na seção 3.7, mostra a posição das portadoras piloto no DVB-T.

Como sugere a figura, a cada 3 portadoras uma ou é portadora piloto contínua ou se torna portadora piloto espalhada em algum símbolo. No caso do modo 2K do

Figura 42: Posição das portadoras piloto no DVB-T.

DVB-T em canal de RF de 6MHz, para interpolar a informação colhida por essas portadoras piloto sem perda, seria preciso utilizar um filtro de interpolação tipo $\text{sinc}(x)$ com resolução de aproximadamente $(6\text{MHz}/2048)/3$, ou seja: $\approx 1\text{kHz}$ em um canal de 6MHz. O filtro resultante certamente exigiria algumas centenas de somas e multiplicações para cada portadora.

Este exemplo não considera o fato de que a distribuição de portadoras piloto do DVB-T em frequência é uma superamostragem do canal, uma vez que o maior prefixo cíclico previsto no padrão é de apenas $1/8$ do tamanho da porção útil do símbolo. Mas mesmo levando isto em consideração, ainda restariam algumas dezenas de multiplicações e somas para cada portadora, um número ainda exageradamente alto.

Existem várias técnicas disponíveis para estimação de canal na literatura, entre elas: Sandell [50] compara algumas técnicas de filtragem bi-dimensional que tira proveito da distribuição em frequência e da variação das posições das portadoras de um símbolo para outro; Edfors [51] analisa a possibilidade de uso da decomposição em valores singulares. Estas técnicas são até implementáveis para sistemas que utilizem um número de portadoras não muito grande, como os padrões de rede sem fio IEEE802.11a [24] ou a Hiperlan/2 [23], mas são demasi-

adamente complexas para uso no DVB-T.

Seguindo a linha de manter a complexidade em níveis toleráveis, neste trabalho optamos por utilizar um método de estimação de canal baseado no LMS. Assume-se que cada portadora é afetada por um desvanescimento plano; utiliza-se então um algoritmo LMS de um único coeficiente para estimar o número complexo associado à ação do canal em cada uma das portadoras piloto; finalmente, interpola-se para as demais portadoras usando alguma técnica de baixa complexidade, como por exemplo, interpolação linear ou cúbica. Respeitando a estrutura de portadoras do DVB-T, os estimadores que atuam sobre as portadoras piloto contínuas são adaptados uma vez em cada símbolo recebido, já os que atuam sobre portadoras piloto espalhadas são atualizados uma vez a cada quatro símbolos recebidos (veja figura 42 para melhor visualização).

A figura 43 apresenta um diagrama de blocos simplificado de como seria o LMS utilizado, onde: $P_n(k)$ é o dado transmitido na k -ésima portadora piloto no instante n ; $\hat{P}_n(k)$ é o dado complexo recebido na k -ésima portadora piloto no instante n ; $e_n(k)$ é o erro de adaptação do LMS relativo à k -ésima portadora piloto no instante n ; e $w_n(k)$ é a estimativa da resposta em frequência do canal de comunicação na frequência da k -ésima portadora piloto no instante n .

Figura 43: Diagrama de blocos do LMS de estimação de canal.

Desta forma, obtemos o seguinte algoritmo para adaptação do LMS:

$$\begin{cases} w_0(k) = \hat{P}_0(k)/P_0(k) \\ e_n(k) = \hat{P}_n(k) - P_n(k) \cdot w_n(k) \\ w_{n+1}(k) = w_n(k) + \mu \cdot e_n(k) \cdot P_n^*(k) \end{cases} \quad (5.7)$$

Note que a primeira linha de (5.7) já é em si uma forma pobre de estimação de canal, pois representa a relação entre o que foi recebido e o que foi transmitido, ou seja, a ação do canal. Veremos, porém, na parte de análise experimental deste trabalho que tal técnica possui desempenho insatisfatório, particularmente na presença de ruído AWGN, e que o uso do LMS de um coeficiente representa uma complexidade adicional perfeitamente justificada. Ainda na parte de análise experimental, faremos comparações usando diferentes métodos de interpolação.

5.4 A proposta original de equalização

Como mencionado na seção 5.1, o nosso ponto de partida foi a alternativa de menor complexidade de Armour. Assim, entraremos agora em mais detalhes da sua implementação. Iniciamos com um novo diagrama de blocos de tal proposta, conforme a figura 44, onde: $f_n(k)$ é o k -ésimo coeficiente do equalizador no instante n ; $F_n(k)$ é a k -ésima raia da resposta em frequência desejada para o equalizador no instante n ; $w_n(k)$ é a k -ésima raia da resposta em frequência estimada para o canal no instante n ; e N_f é o número de coeficientes do equalizador.

O autor se refere a este método como um algoritmo de adaptação direta baseado em CSI (Channel State Information), pois se trata de uma forma de obter os coeficientes do equalizador diretamente a partir da resposta em frequência

Figura 44: Diagrama de blocos da proposta original.

estimada (estado do canal). A idéia básica é que após a fase de estimação de canal do DVB-T com o auxílio das portadoras piloto, já possuímos informação suficiente para obter os coeficientes do equalizador. O equalizador é inicializado com resposta plana, assim, logo após a recepção do primeiro símbolo o estimador irá obter uma estimativa $w_n(k)$ para a resposta em frequência do canal de RF propriamente dito ($C(k)$). No entanto, nos símbolos subsequentes o equalizador deixa de ter resposta plana e o estimador passa a obter uma estimativa do produto $F_n(k) \cdot C(k)$. Assim, para obtermos sempre a resposta $F_n(k)$ desejada, devemos proceder da seguinte maneira:

$$\begin{cases} F_0(l) = 1 \\ F_{n+1}(l) = F_n(l)/w_n(l) \\ f_n(k) = IFFT(F_n), \quad k = 0, 1, \dots, N_f - 1 \end{cases} \quad (5.8)$$

O autor menciona em seu artigo [44] que, para garantir a convergência do algoritmo, é preciso dividi-lo em duas fases: uma etapa de inicialização em que se transmite uma seqüência de treinamento em todas as portadoras; e uma etapa de rastreamento, na qual se aplica o algoritmo (5.8) usando apenas as portadoras

piloto para estimação de canal. Na fase de inicialização, é preciso que as seguintes condições sejam atendidas ⁴:

- Os símbolos recebidos sejam de treinamento, ou seja, todas as portadoras são piloto;
- O receptor tenha conhecimento dos dados transmitidos para treinamento;
- Não ocorra ISI, o que pode ser assegurado usando-se um prefixo cíclico suficientemente longo nesta fase;
- O equalizador seja mantido desabilitado nesta fase.

Na etapa de rastreamento, a qual deve ser usada em funcionamento normal, as condições necessárias são menos restritivas:

- Existam portadoras piloto em número suficiente para uma boa estimação do canal;
- Não ocorra ISI, o que pode ser assegurado com um prefixo cíclico adequado ou com o equalizador já atuando satisfatoriamente;
- O receptor possui conhecimento dos dados nas portadoras piloto.

A idéia é que após a fase de inicialização o equalizador já consiga reduzir a ISI a um nível suficientemente baixo para garantir o funcionamento na fase de rastreamento. Por considerarmos as condições de convergência demasiadamente exigentes, implementamos o método proposto sem nos preocuparmos com elas; infelizmente, o resultado se demonstrou demasiadamente instável nas simulações, mesmo atendendo as condições de rastreamento (nunca testamos a fase de inicialização). Ele inicia fazendo uma equalização razoavelmente boa, porém diverge em menos de um quadro do DVB-T (cada quadro possui 68 símbolos).

⁴As condições foram basicamente traduzidas do artigo original.

5.5 A primeira modificação

Não implementamos as restrições exigidas pelo método de Armour por considerá-las não realistas para um cenário típico do DVB-T como, por exemplo, o implantado no Reino Unido desde 1998, o qual não prevê a utilização de seqüências de treinamento. Optamos por buscar alguma forma de estabilizar o algoritmo que não agredisse a implementação básica do DVB-T.

A primeira idéia que surgiu foi a utilização do LMS, que já é utilizado na estimação de canal, também para a estimação dos coeficientes do equalizador. A topologia idealizada seria a ilustrada na figura 45, onde: $C_n(k)$ é a resposta do canal na freqüência da k -ésima portadora piloto; $\tilde{P}_n(k)$ é o dado complexo recebido na k -ésima portadora piloto, após a TDF; $P_n(k)$ é o dado complexo transmitido na k -ésima portadora piloto; e $e_n(k)$ é o erro de adaptação do LMS.

Figura 45: Estimador LMS desejado para o equalizador.

O problema com esta implementação do LMS é que para que ela convergir para a resposta desejada é preciso o conhecimento de $C_n(k)$, o qual não está disponível. Para resolver este problema, lembramos que $F_n(k)$ é justamente uma estimativa para $1/C_n(k)$. Desta forma, basta fazer a substituição de $P_n(k)/C_n(k)$ por $P_n(k) \cdot F_n(k)$. Assim, obtemos a seguinte variante do LMS:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 = \delta(k) \\ F_0(l) = P_0(l)/\tilde{P}_0(l); \\ e_n(l) = \tilde{P}_n(l) \cdot F_n(l) - P_n(l) \cdot F_n(l); \\ F_{n+1}(l) = F_n(l) - \mu \cdot e_n(l) \cdot \tilde{P}_n(l); \\ f_n(k) = IFFT(F_n), \quad k = 0, 1, \dots, N_f - 1 \end{array} \right. \quad (5.9)$$

Esta versão do algoritmo se demonstrou bastante estável. No entanto, um problema que foi observado é que ela pode convergir para dois possíveis pontos de equilíbrio: $F_n(k) = 1/C_n(k)$, que é a solução desejada, e $F_n(k) = 0$. Isto exige que a condição inicial do algoritmo seja muito bem selecionada para evitar que ocorra convergência para a solução errada. Infelizmente, durante as simulações observamos que algumas raias ocasionalmente migram para a solução $F_n(k) = 0$ e nela permanecem aprisionadas, devido a imprecisão numérica e/ou má inicialização.

5.6 A versão final do equalizador

Descontentes com o mal comportamento da versão estabilizada do equalizador, começamos a buscar formas de evitar o ponto de equilíbrio indesejado. Percebemos que a sua causa é justamente a utilização de $F_n(k)$ no lugar de $1/C_n(k)$, que faz com que o erro de adaptação do LMS seja calculado por: $e_n(k) = [\tilde{P}_n(k) - P_n(k)] \cdot F_n(k)$. Como se vê, uma vez atingido $F_n(k) = 0$, o erro passará a ser sempre nulo, independentemente do valor de $\tilde{P}_n(k)$.

Passamos então a estudar os motivos que nos impediam de utilizar uma forma mais ortodoxa do LMS ligeiramente adaptado ao DVB-T, algo como o diagrama apresentado na figura 46, onde: $\hat{P}_n(k)$ é o símbolo complexo recebido

na portadora k antes da equalização, e os demais sinais são como na figura 45. O bloco segmentado desenhado em linha tracejada e marcado com "TDF" indica quais sinais aparecem antes e quais aparecem depois da TDF usual do processo de decodificação do DVB-T.

Figura 46: Estimador LMS adaptado ao DVB-T.

Em uma primeira análise, pareceria ser esta a opção natural desde o princípio, dada a sua simplicidade, resultando no algoritmo (5.10), que é basicamente o LMS tradicional. É preciso considerar no entanto, que $\hat{P}_n(k)$ não está disponível para ser utilizado como regressor, pois ele é o símbolo complexo recebido na k -ésima portadora *antes da equalização*.

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 = \delta(k) \\ F_0(l) = P_0(l) / \hat{P}_0(l) \\ e_n(l) = P_n(l) - \hat{P}_n(l) \cdot F_n(l) \\ F_{n+1}(l) = F_n(l) + \mu \cdot e_n(l) \cdot \hat{P}_n^*(l) \\ f_n(k) = IFFT(F_n), \quad k = 0, 1, \dots, N_f - 1 \end{array} \right. \quad (5.10)$$

Apesar da indisponibilidade de $\hat{P}_n(k)$, após a TDF certamente dispomos de $\tilde{P}_n(k)$, mas, como se vê na figura 46, $\tilde{P}_n(k) \approx \hat{P}_n(k) \cdot F_n(k)$; não ocorre a igualdade porque a multiplicação é indiretamente feita através da convolução de $f_n(k)$ com

o sinal recebido, e esta é uma versão truncada de $ITDF\{F_n(k)\}$. Logo, podemos modificar o algoritmo para a seguinte versão:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 = \delta(k) \\ F_0(l) = P_0(l)/\tilde{P}_0(l) \\ e_n(l) = P_n(l) - \tilde{P}_n(l) \\ F_{n+1}(l) = F_n(l) + \mu \cdot e_n(l) \cdot \tilde{P}_n^*(l)/F_n^*(l) \\ f_n(k) = IFFT(F_n), \quad k = 0, 1, \dots, N_f - 1 \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Resumindo, o método descrito na equação 5.11 pode ser visto como uma adaptação natural do LMS para sistemas OFDM que utilizam portadoras piloto como auxílio à estimação de canal. As principais diferenças entre este algoritmo e o LMS tradicional são:

- i. A equalização ocorre antes da TDF, mas o erro é calculado após a TDF.
- ii. O sinal $\tilde{P}_n^*(k)/F_n^*(k)$ é apenas uma aproximação de $\hat{P}_n^*(k)$, pois os $f_n(k)$, coeficientes do equalizador, são uma versão truncada da ITDF de $F_n(k)$.
- iii. Na presença de ISI, a aproximação de $\hat{P}_n^*(k)$ por $\tilde{P}_n^*(k)/F_n^*(k)$ torna-se ainda mais pobre.

Estas diferenças são grandes o suficiente para justificar estudos futuros sobre as condições de estabilidade desta nossa variação do LMS, as quais provavelmente não serão idênticas às do LMS tradicional. Neste trabalho, no entanto, nos contentamos com a boa estabilidade observada nas simulações.

Para encerrar esta seção, resta comentar que ao truncarmos $f_n(k)$ aos N_f primeiros coeficientes da ITDF de $F_n(k)$, conforme descrito em (5.11), acabamos

por perder o controle das componentes de $F_n(k)$ com altas taxas de oscilação. Se nenhuma ação fôr tomada, estas componentes divergem aos poucos e acabam por degradar $F_n(k)$ e, por consequência, também $f_n(k)$. Para contornar este problema, periodicamente recalculamos $F_n(k)$ através da TDF de $f_n(k)$, com a resposta impulsiva completada com o número adequado de zeros. Isto é equivalente a passar $F_n(k)$ por um filtro passa-baixas eliminando as componentes de altas taxas de oscilação. Nas nossas simulações, executamos este procedimento uma vez a cada 1 ou 2 super-quadros do DVB-T (cada super-quadro contém 272 símbolos) por segurança, mas observamos ser esta uma frequência conservadora. Note que isto não aumenta a complexidade computacional, pois no símbolo em que recalculamos $F_n(k)$, não calculamos $f_n(k)$, e ambas exigem a mesma capacidade computacional.

6 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Neste capítulo, apresentaremos os resultados de diversas simulações para ilustrar o que foi discutido de forma teórica no capítulo 5. Seguiremos a linha a que nos propusemos de mostrar que a equalização pré-FFT é uma alternativa viável ao uso do prefixo cíclico, elevando a eficiência de utilização do canal de transmissão em sistemas OFDM.

Como vimos no capítulo 3, o DVB-T possui diversos modos e parâmetros de operação. Iremos nos concentrar, no entanto, no modo 2K em que a equalização seria de aplicação mais apropriada, tanto do ponto de vista de ganhos acrescentados quanto de complexidade de implementação. Além disso, esse modo vem sendo usado no Reino Unido desde de 1998, sendo de grande interesse prático. O modo 8K possui prefixo cíclicos de duração quatro vezes maiores do que o modo 2K, desta forma, um equalizador para o modo 8K teria de ser também aproximadamente quatro vezes maior para trazer os mesmos benefícios que traria para o modo 2K. Neste estudo, tentamos manter a complexidade a níveis não muito elevados, por isso nos limitamos nas simulações ao modo 2K.

As simulações foram divididas em 3 seções: na primeira estudamos o DVB-T apenas com estimação de canal; na segunda introduzimos o equalizador e estudamos o seu comportamento sob diversos aspectos utilizando canal com eco único; e na terceira realizamos testes com canais reais obtidos da literatura técnica.

6.1 Estimação de canal

Nesta seção apresentaremos o desempenho do método de estimação de canal por nós selecionado. Iniciaremos mostrando a necessidade da estimação de canal e em seguida compararemos o uso do LMS com o método mais imediato, que é a divisão dos símbolos complexos recebido nas portadoras piloto pelos transmitidos. Ao longo da discussão, comentaremos sobre outros assuntos relacionados, como a influência do método de interpolação usado.

Como vimos na seção 5.3, a etapa de estimação de canal em um decodificador OFDM tem a finalidade de identificar o canal pelo qual passou o sinal transmitido e compensar seus efeitos. Para verificar a sua necessidade, executamos a simulação de um sinal OFDM passando por um canal com eco um único eco de amplitude 0,25 e atraso de 20 amostras. O sinal recebido foi decodificado sem se realizar a estimação de canal, e a constelação recebida pode ser vista na figura 47.

Figura 47: Constelação de sinal OFDM recebida sem estimação de canal.

Como se vê, mesmo utilizando 16QAM, os pontos da constelação de maior amplitude já apresentam erros de decodificação. No caso de se utilizar 64QAM, os erros seriam ainda mais sérios. Uma curiosidade que se observa na figura 47 é que os símbolos complexos recebidos se distribuem em círculos centrados no ponto ideal. Isto ocorre porque o canal usado é de um único eco com coeficiente real, o qual tem uma resposta em frequência que pode ser modelada por:

$$C(e^{j\omega}) = 1 + \alpha \cdot e^{-j\beta\omega t} = \left(1 + \alpha \cdot \cos(\beta \cdot \omega \cdot t)\right) - j \cdot \alpha \cdot \sin(\beta \cdot \omega \cdot t)$$

Desta forma, quando se percorrem portadoras de diferentes frequências ω , a parte real varia acompanhando $\alpha \cdot \cos(\beta \cdot \omega \cdot t)$ e a parte imaginária é exatamente $\alpha \cdot \sin(\beta \cdot \omega \cdot t)$. A figura de Lissajous recebida nessas condições é um círculo.

Para comparação, a figura 48 é a constelação recebida no mesmo sinal anterior em duas situações diferente: a constelação da esquerda usa a estimação de canal simplificada (sem LMS); e a da direita usando o LMS. Como se vê ambos os caso apresentaram sensível melhora com relação ao caso anterior.

Figura 48: Constelações de sinal OFDM recebidas com estimação de canal.

Também se percebe na figura 48 uma vantagem de desempenho para o método de estimação usando o LMS. Para quantificar o quanto se ganha usando o LMS, e simultaneamente verificar a influência do tipo de interpolação usada para obter a resposta do canal nas portadoras de dados, executamos a seguinte sequência de simulações, listadas em ordem decrescente de desempenho:

- Com estimação LMS de canal, prefixo cíclico de 128 amostras e com interpolação cúbica da resposta em frequência;
- Com estimação LMS de canal, prefixo cíclico de 128 amostras e com interpolação linear da resposta em frequência;
- Com estimação LMS de canal, prefixo cíclico de 64 amostras e com interpolação linear da resposta em frequência;
- Com estimação simples de canal, prefixo cíclico de 64 amostras e com interpolação linear da resposta em frequência;

Em todos os casos, as condições das simulações foram as seguintes:

- DVB-T não codificado em modo 2K;
- Canal de RF de 6MHz (taxa de amostragem = $7/48\mu s$);
- Constelação uniforme 64QAM;
- Canal de eco único com amplitude de 0,3;
- Atraso do eco variando de 40 a 170 amostras;
- Simulação executada por 32 quadros DVB-T (2176 símbolos).

Os resultados são mostrados na figura 49 em que são plotadas as respectivas SNIR (Signal to Noise+Interference Ratio), a qual é calculada re-codificando os símbolos complexos transmitidos (salvos em arquivo), subtraindo-os dos dados recebidos e calculando o inverso da variância. Os dois segmentos de reta tracejados na vertical indicam as posições dos prefixos cíclicos usados, 64 e 128 amostras.

Figura 49: Comparação de vários métodos de estimação de canal.

A partir da figura 49, observam-se as seguintes características:

- i. Para ecos com atrasos muito mais longos do que o prefixo cíclico, todas as curvas que usam LMS tendem para uma curva comum com desempenho de aproximadamente 15dB superior ao método de estimação simplificado;
- ii. Para ecos mais curtos do que o prefixo cíclico, a vantagem do LMS sobe para mais de 20dB quando se usa interpolação linear;
- iii. Para ecos com atrasos inferiores a 64 amostras, o uso de prefixo cíclico maior do que 64 amostras (no caso, 128 amostras) não trouxe vantagens;

- iv O uso da interpolação cúbica adicionou outros 15dB de vantagem para atrasos entre 60 e 128 amostras.

A explicação para (i.) vem do fato que para atrasos demasiadamente longos a ISI resulta muito maior do que o ruído residual do método de estimação usado. A característica (ii.) é explicada pela grande habilidade do LMS em lidar com ruído aditivo branco Gaussiano (AWGN), e como os dados transmitidos possuem um alto grau de (pseudo-)aleatoriedade, a ISI acaba sendo enxergada no receptor como AWGN na constelação; voltaremos a este ponto na figura 50. A observação (iii.) reflete o fato que o prefixo cíclico lida muito bem com ecos de atrasos mais curtos do que ele. Finalmente, a vantagem da interpolação cúbica comentada em (iv.) é resultado de sua melhor adequação às altas taxas de oscilação presentes na resposta em frequência do canal de eco simples com grandes atrasos (veja figura 51); para atraso menores (não plotado na figura 49), esta vantagem diminui.

Figura 50: Estimação de canal simples e LMS com AWGN.

Para analisar a vantagem do LMS, conforme observado anteriormente, plotamos a figura 50, a qual mostra uma curva de variação da SNIR observada

na constelação recebida em função da SNR em banda-base para um canal de um único eco com 0,3 de amplitude e atraso de 40 amostras. Foi usado prefixo cíclico de 64 amostras e a SNR em banda-base foi variada de 3dB até 50dB. Como se vê, o desempenho do LMS decai graciosamente, enquanto o método de estimação simplificado se mostra comparável (≈ 2 dB inferior) somente para valores de SNR entre 10dB e 20dB.

Figura 51: Diferença entre as interpolações cúbica e linear.

A figura 51 ilustra o porque a interpolação cúbica apresenta melhor desempenho para grandes atrasos de eco. Nela, aparecem plotadas de cima para baixo: um trecho da resposta ideal de um canal com eco de amplitude 0,3 e atraso de 90 amostras entre as portadoras 280 e 380; a resposta estimada nas simulações anteriores na frequência das mesmas portadoras usando interpolação cúbica; e idem a anterior porém usando interpolação linear.

6.2 Equalização com estimação de canal

Veremos nesta seção como a utilização combinada da equalização com a estimação de canal permite usar um prefixo menor e obter maior desempenho, resultando assim em um ganho na taxa de transmissão do canal de comunicação.

Exceto onde observado em contrário, as condições de simulação desta seção são as mesmas descritas na seção anterior para geração da figura 49, exceto que desta vez introduzimos um equalizador FIR adaptativo de 512 coeficientes antes da TDF de decodificação do DVB-T. A implementação deste equalizador segue a descrição dada em detalhes na seção 5.6.

Iniciamos a análise de desempenho realizando uma simulação com o equalizador utilizando um prefixo cíclico de 64 amostras com interpolação linear e comparando com os resultados obtidos na seção anterior. Obtemos assim a figura 52, onde se encontra plotado o resultado desta simulação ao lado das três melhores curvas da figura 49.

Figura 52: Desempenho do equalizador pré-FFT.

Observe que, para atrasos menores ou iguais a 128 amostras, o desempenho do sistema utilizando o equalizador simultaneamente com a estimação de canal apesar de usar um prefixo cíclico de apenas 64 amostras e interpolação linear, obteve um desempenho semelhante ao sistema com apenas estimação de canal com prefixo cíclico de 128 amostras e interpolação cúbica. Para atrasos mais longos do que 128 amostras, o desempenho do sistema com equalizador foi mais de 10dB superior ao outro. A título de curiosidade, incluímos a figura 53, na qual plotamos a constelação recebida com e sem equalizador, para o caso de eco com amplitude 0,3 e atraso de 100 amostras com interpolação linear.

Figura 53: Efeito da inclusão do equalizador.

A simulação com equalizador acima foi feita com prefixo cíclico de 64 amostras para nos atermos ao padrão DVB-T, cuja a opção mais curta é de $1/32$ do tamanho do símbolo útil (2048 amostras, no caso). Porém, o equalizador não depende do tamanho do prefixo cíclico para funcionar, pois se baseia em minimizar o erro da resposta em frequência sobre as portadoras piloto. Esta idéia nos levou a repetir a simulação reduzindo o prefixo cíclico para apenas 2 amostras (não foi zerado apenas por simplicidade de implementação); o resultado está mostrado na figura 54, juntamente com a três melhores curvas do gráfico anterior.

Figura 54: Desempenho do equalizador pré-FFT com PC=02.

Como se observa, o desempenho com prefixo cíclico de 2 amostras (do ponto de vista prático, sem prefixo cíclico) foi bastante satisfatório: perdeu por ≈ 5 dB para o mesmo equalizador com prefixo cíclico de 64 amostras para pequenos atrasos, onde a SNIR ainda é bastante boa; mas praticamente empatou para atrasos maiores ou iguais a 100 amostras, onde a SNIR tende a reduzir bastante.

Para se ter uma idéia da velocidade de convergência desta configuração do receptor, também plotamos o erro de adaptação do LMS do equalizador para o caso de canal com atraso de 100 amostras e equalizador com prefixo cíclico de 2 amostras. O resultado está plotado na figura 55 para os 8 primeiros quadros da simulação (544 símbolos) e uma portadora selecionada ao acaso (o resultado é muito similar para todas as verificadas).

Percebe-se que o algoritmo é bem inicializado, o que resulta do fato de usarmos como condição inicial a divisão do símbolo complexo recebido na portadora piloto pelo que foi transmitido. Apesar de ruidoso, este é um estado inicial bem favorável. Além disso, nota-se que após aproximadamente 2 quadros (136

Figura 55: Erro de adaptação LMS do equalizador com $PC=0.2$.

símbolos), o erro de adaptação do LMS já caiu para menos de 30dB.

Para verificar se a adição do equalizador havia deteriorado o desempenho do receptor na presença de ruído em banda-base, repetimos a simulação com AWGN feita na seção anterior. Desta vez, comparamos o uso do equalizador com prefixo cíclico de 2 amostras e interpolação linear, contra o sistema com apenas estimação de canal usando prefixo cíclico de 128 amostras e interpolação cúbica. Foi utilizado um canal com eco único de amplitude 0,3 e atraso de 80 amostras e AWGN com SNR variando de 3dB a 50dB. O resultado está plotado na figura 56. Como se observa, praticamente não houve perda de desempenho, exceto quando a SNR se aproxima de 50dB, região onde o sistema com interpolação cúbica leva vantagem quando o eco tem atraso de apenas 80 amostras.

Prosseguindo com a análise de desempenho, traçamos o gráfico da figura 57 para analisar como o equalizador se comporta para ecos com atrasos longos e de grande amplitude. A amplitude do eco foi variada de 0,1 até 1,0, sempre com atraso de 100 amostras. Foram comparadas as seguintes situações:

Figura 56: Desempenho do equalizador na presença de AWGN.

- com equalizador, interpolação linear e prefixo cíclico de 2 amostras (PC=02);
- somente estimação de canal, interpolação cúbica e PC=128;
- somente estimação de canal, interpolação cúbica e PC=64.

Figura 57: Desempenho do equalizador com amplitude de eco variável.

Como se percebe, o desempenho do equalizador praticamente sem prefixo cíclico, foi intermediário entre o caso com prefixo cíclico de 64 amostras e o caso com 128 amostras, ambos com interpolação cúbica. Mais uma vez, se verifica que o uso do equalizador é um bom substituto para o prefixo cíclico.

Finalmente, encerramos esta seção apresentando um fenômeno pouco comentado na literatura técnica mas que afeta a eficiência da equalização. Como vimos no capítulo 3, o DVB-T utiliza portadoras nulas nas margens de seu espectro para servirem como bandas de guarda, reduzindo a interferência entre canais de RF adjacentes. Isto é procedimento padrão em diversos sistemas OFDM. Essas portadoras nulas também impedem que se obtenha uma estimativa do estado do canal nessas frequências. Para se obter a resposta ao impulso do equalizador, no entanto, necessitamos da resposta completa do canal.

Testamos duas possíveis soluções para lidar com este problema, o qual chamamos de *efeito de borda*:

- *Repete Média*: na qual completamos as margens do espectro com o valor médio da resposta em frequência estimada nas portadoras piloto;
- *Repete Borda*: na qual completamos a margem esquerda do espectro com a resposta na posição da portadora piloto mais à esquerda, e a margem direita com a resposta na posição da portadora piloto mais à direita.

Com o espectro completado de uma das duas formas acima, podemos calcular os coeficientes do filtro usando a IFFT. Comparamos o desempenho de ambas as soluções traçando os gráficos na figura 58, no qual repetimos a simulação com equalizador habilitado, prefixo cíclico de 64 amostras e interpolação linear.

Figura 58: Comparação de soluções para efeito de borda.

Observa-se que o desempenho do método de complementação do espectro *Repete Borda* foi superior ao outro. Isto ocorre porque quanto maior a ordem da primeira derivada descontínua de um sinal, mais rápido cai o seu espectro em frequência [52]. É claro que o mesmo vale quando se passa da resposta em frequência para a resposta impulsiva. Quando usamos o método *Repete Média*, forçamos uma descontinuidade na derivada de ordem zero exatamente nos 2 pontos de transição entre as portadoras nulas e as não-nulas. Quando usamos o método *Repete Borda*, a complementação é feita de forma contínua, ocorrendo descontinuidade somente a partir da derivada de primeira ordem. Em outras palavras, o *fenômeno de Gibbs* [28] impede que o método *Repete Média* forneça o valor exato nas proximidades dos pontos de transição entre portadoras nulas e não-nulas.

6.3 Modelo de canal real

Nesta seção, realizamos testes com canais do tipo GWSSUS (Gaussian Wide Sense Stationary Uncorrelated Scatterers) com distribuição de Rayleigh e sem

desvanescimento Doppler, conforme estudado no capítulo 4. Os modelos que utilizamos para simulação foram retirados de um artigo de Hufford [15] publicado em 1992. Neste artigo, o autor realiza medições em diversas cidades dos EUA e levanta um modelo de canal para cada uma delas. Este artigo foi selecionado pelas seguintes razões:

- Os estudos foram feitos em canais de RF nas bandas de VHF e UHF, visando exatamente aplicações em TV digital;
- As conclusões apresentadas pelo autor, apesar de usarem dados de 1992, são suportadas por estudos similares feitos no artigo de Erceg e outros autores [13] em 1999. Este porém, visa canais fixos sem fio em frequências acima de 1,8GHz, não sendo tão adequados às nossas finalidades;
- São apresentados resultados e fornecidos os parâmetros obtidos através de medições em diversos tipos de terreno e de ocupação humana.

O modelo genérico apresentado por Hufford se baseia em dois parâmetros: r , que representa a significância dos termos de atraso não nulo em relação ao termo de atraso nulo; e T_m , que representa o espalhamento multipercurso do canal. A equação que descreve o modelo pode ser vista em (6.1).

$$g(t) = \delta(t) + \sqrt{r \cdot \frac{\tau}{T_m}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n \cdot \frac{\tau}{2T_m}} \cdot \eta_n(t) \cdot \delta(t - n \cdot \tau) \quad (6.1)$$

$$\text{onde: } \begin{cases} \eta_n(t) = & \text{variável aleatória complexa de média nula e } \sigma^2 = 1/2 \\ T_m = & \text{modela o espalhamento multipercurso do canal} \\ r = & \text{modela a importância dos termos com atraso} \\ \tau = & \text{período de amostragem da resposta ao impulso} \\ t = & \text{variável de atraso do canal} \end{cases}$$

A função $g(t)$ descrita acima possui todas as propriedades de um canal WSSUS sem desvanescimento Doppler, conforme analisado no capítulo 4.

Para as nossas simulações, selecionamos 14 dos mais de 50 canais levantados por Hufford, sendo 7 na banda de VHF e 7 na banda de UHF. A escolha foi aleatória, porém selecionando um canal para cada tipo de terreno e tomando o cuidado de incluir tanto canais com longos atrasos (T_m grande) quanto com curtos atrasos, entre as opções disponíveis. A tabela 13 resume os canais selecionados listando as regiões onde foram feitas as medições (todas nos EUA), tipo de terreno e os parâmetros r e T_m para as bandas de VHF e UHF.

Região	Tipo de terreno	VHF		UHF	
		r (dB)	T_m (μ s)	r (dB)	T_m (μ s)
Denver leste	Área rural plana	-13,3	5,50	-13,6	6,06
Santa Cruz	Área rural irregular	-6,6	2,97	-8,1	0,82
Fremont	Residencial aberta	-11,9	2,95	-6,5	6,39
Palo Alto	Residencial arborizada	-11,4	7,84	-10,4	6,07
Santa Clara	Centro suburbano	-6,7	4,65	-7,1	2,04
Berkeley	Área urbana	-8,2	3,02	-9,4	1,21
Denver norte	Urbano próximo a centro	-9,2	14,88	-12,0	7,25

Tabela 13: Canais reais usados nas simulações.

Utilizando os parâmetros da tabela 13, realizamos simulações comparando o desempenho das três seguintes configurações do receptor:

- Com equalizador habilitado, interpolação linear e PC=02;
- Só estimação de canal com LMS, interpolação linear e PC=128;
- Só estimação de canal com LMS, interpolação cúbica e PC=128;

Os resultados para ambas as bandas, VHF e UHF, estão listados respectivamente nas tabelas 14 e 15. Como se observa, das 14 simulações executadas, somente em três o equalizador deixou de apresentar o melhor desempenho: em Santa Cruz e Santa Clara, na banda de VHF; e em Santa Cruz na banda de UHF.

Região	Equalizador/PC=02	Linear/PC=128	Cúbica/PC=128
Denver leste	55,90dB	40,90dB	41,71dB
Santa Cruz	40,41dB	43,63dB	44,12dB
Fremont	64,88dB	50,87dB	45,96dB
Palo Alto	44,61dB	33,99dB	35,79dB
Santa Clara	28,11dB	33,55dB	36,64dB
Berkeley	58,16dB	42,90dB	43,31dB
Denver norte	26,35dB	23,71dB	24,37dB

Tabela 14: Resultado das simulações na banda de VHF.

Região	Equalizador/PC=02	Linear/PC=128	Cúbica/PC=128
Denver leste	55,52dB	39,98dB	40,75dB
Santa Cruz	50,80dB	62,15dB	45,63dB
Fremont	32,28dB	30,05dB	32,00dB
Palo Alto	49,07dB	35,61dB	37,77dB
Santa Clara	50,70dB	48,97dB	42,33dB
Berkeley	67,63dB	60,75dB	46,02dB
Denver norte	45,86dB	35,41dB	37,17dB

Tabela 15: Resultado das simulações na banda de UHF.

Sobre os resultados das simulações também valem as seguintes observações:

- As três configurações do receptor apresentaram comportamento similar do ponto de vista que canais que resultam em baixa (alta) SNIR em uma também resultam em baixa (alta) SNIR nas outras duas;
- Nas configurações sem equalização, nem sempre a configuração com interpolação cúbica deu o melhor resultado, mostrando a dependência com o tipo de resposta do canal;
- O desempenho da configuração com equalização, praticamente sem prefixo cíclico, foi surpreendentemente boa.

Como ilustração, plotamos as respostas ao impulso e em frequência do canal Fremont, as quais podem ser vistas na figura 59.

Figura 59: Respostas impulsiva e em frequência do canal Fremont.

Este bom resultado das simulações com canais reais mais uma vez mostra que a equalização se apresenta como um bom substituto ao uso do prefixo cíclico.

7 CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS FINAIS

A equalização pré-FFT em sistemas OFDM é um vasto e complexo problema e, como tal, é melhor enfrentado através da filosofia *dividir para conquistar*. Em um sistema OFDM completo, a quantidade de pequenas peculiaridades com grandes conseqüências no desempenho é tão grande que se torna pouco viável considerá-las todas ao mesmo tempo.

Neste trabalho, optamos por considerar alguns pontos particulares e levantar alguns padrões genéricos de comportamento, bem como ganhar experiência com as principais dificuldades enfrentadas em tal empreitada. Entre as motivações deste trabalho encontra-se a busca por resposta às perguntas: A equalização no tempo de sistemas OFDM é viável do ponto de vista prático? Ela tem condições de substituir o prefixo cíclico? Sob quais condições ela funciona bem?

Ainda que certamente não tenhamos esgotado o assunto, estamos agora em muito melhor condição de opinar do que antes da realização deste trabalho. É sabedoria corrente que em várias situações do dia-a-dia o *ótimo* torna-se *inimigo do bom*; muitas vezes é mais sábio dar por encerrada uma etapa em um bom estágio de desenvolvimento do que aguardar indefinidamente por um ótimo resultado.

Mantendo em mente estas idéias, passaremos as próximas seções apresentando conclusões e fazendo comentários sobre tudo o que foi visto nos capítulos 5 e 6

desta dissertação, os quais resumem o estágio em que este estudo se encontra. Em alguns momentos, mencionaremos especificamente o DVB-T e, em outros, sistemas OFDM em geral; em ambos os casos estaremos nos referindo a sistemas OFDM com características de projeto similares ou comparáveis ao DVB-T.

7.1 Sobre a estimação de canal

Na seção 6.1, verificamos que a estimação de canal é uma etapa fundamental no processo de decodificação do DVB-T e não se questiona a sua necessidade; sem ela a constelação de símbolos complexos recebida se deteriora rapidamente mesmo para canais bem simples e sem ruído. A questão mais complexa que se coloca é qual técnica empregar.

As curvas plotadas nas figuras 49 e 50 nos mostram que a utilização de uma técnica de estimação de canal demasiadamente simples, baseada somente na divisão dos símbolos recebidos pelos transmitidos, penaliza a recepção em mais de 20dB para canais limpos. Embora esta diferença seja bem menos significativa para canais com SNR entre 10dB e 20dB em banda-base, consideramos que o ganho obtido justifique a complexidade adicional que se obtém com técnicas mais apuradas.

Embora a decisão de se utilizar a estimação de canal baseada em LMS possa depender de questões práticas associadas a disponibilidade de poder computacional, a conclusão inegável é que o uso do LMS traz algumas dezenas de decibéis de vantagem para canais com baixo ruído em banda-base.

Já a utilização da interpolação cúbica é mais questionável por depender do formato particular da resposta em frequência do canal. Na figura 49 em que se

utiliza canal com um único eco e longos atrasos, a interpolação cúbica encontrou condições favoráveis; mas a mesma vantagem não foi observada nas simulações com canais reais na seção 6.3. Para uma decisão bem calçada, são precisos testes com uma variedade maior de canais e uma boa noção do poder computacional disponível.

7.2 Sobre a equalização

Nas seções finais do capítulo 5, apresentamos três propostas de equalização: a proposta original de Armour [44]; uma primeira modificação estável da proposta original; e a versão final do nosso equalizador. Concentramos o nosso estudo, no entanto, na terceira implementação.

As razões para isso são simples e diretas: a versão original é instável em condições reais de utilização, não satisfazendo os nossos propósitos; a primeira versão modificada apresenta o grande inconveniente de possuir dois pontos de equilíbrio; a versão final do equalizador resolve o problema dos dois pontos de equilíbrio sem acréscimo de complexidade computacional. Além disso, a solução selecionada possui um certo "charme" por se tratar de uma adaptação natural do tradicional algoritmo LMS para sistemas OFDM que empreguem portadoras piloto para estimação de canal. Assim, decidimos concentrar esforços nesta última versão.

Verificamos na figura 52 que a introdução do equalizador proposto com um prefixo cíclico de 64 amostras ($PC=64$) apresentou desempenho superior ao melhor dos métodos de estimação de canal (sem equalização) com $PC=128$ amostras para canal com eco único e atrasos longos. Verificamos, em seguida, na figura 54 que o equalizador pode ser utilizado praticamente sem prefixo cíclico com pouca

penalização (para ecos de pequenos atrasos). Certificamo-nos na figura 56 de que a adição do equalizador não afetou o desempenho do sistema na presença de ruído AWGN. Para aproximar o estudo à realidade prática, executamos na seção 6.3 simulações com modelos de canais obtidos por Hufford [15] através de medições em diversas cidades americanas e em diferentes condições de terreno e ocupação humana. Em todos esses testes, o equalizador teve desempenho similar ou superior aos sistemas equivalentes com um prefixo cíclico de até 128 amostras sem equalização.

Já na figura 57, onde plotamos o desempenho do equalizador para amplitude de eco variável, verificamos que quando o eco possui simultaneamente atraso e amplitude grandes, o desempenho do equalizador sem prefixo cíclico é intermediário ao do sistema sem equalização com prefixo cíclico entre 64 e 128 amostras. Embora ecos tão intensos com atrasos tão grandes sejam infreqüentes em sistemas de radiodifusão tradicionais, eles certamente ocorrerão em *redes de freqüência única*.

Finalmente, pudemos verificar na figura 55 que o equalizador demora aproximadamente 2 quadros do DVB-T para convergir para o seu estado final. Embora não testada, esta característica pode representar uma limitação ao uso do equalizador em sistemas onde o canal de transmissão varie rapidamente no tempo, como é o caso em recepção móvel.

O resumo acima das simulações realizadas nos leva a concluir que, do ponto de vista de desempenho, o uso do equalizador é perfeitamente viável para sistemas de radiodifusão tradicionais (*multi-freqüenciais*) GWSSUS invariantes no tempo (estudados no capítulo 4). Porém, sua aplicação em sistemas com rede de freqüência única e/ou sistemas de recepção móvel devem ser melhor avaliados.

Do ponto de vista prático, o equalizador propriamente dito poderia ser implementado em um circuito integrado dedicado de aplicação específica (ASIC, da sigla em inglês), pois a fácil paralelização das operações comumente empregadas em um filtro FIR os torna mais apropriados do que processadores de sinais digitais de uso genérico. Em outras palavras, um equalizador FIR de 512 coeficientes como foi empregado neste trabalho não é de difícil realização prática. Quanto ao algoritmo de adaptação, o uso do equalizador quase que exatamente dobra as operações necessárias para a decodificação, pois exige:

- Uma ITDF do mesmo tamanho que a TDF de decodificação do DVB-T;
- O uso do algoritmo LMS de mesma complexidade que o usado na estimação de canal do DVB-T;
- interpolação da resposta em frequência nas portadoras piloto para as demais portadoras como é feito na estimação de canal do DVB-T;
- Um truncamento da resposta impulsiva de forma similar ao que é feito para eliminação do prefixo cíclico.

Como se sabe [28], a complexidade computacional de cálculo da TDF quando se usa o algoritmo da FFT cresce com $N \cdot \text{Log}_2(N)$, onde N é o número de pontos da TDF. Logo, a complexidade de decodificação do modo 8K do DVB-T é mais de 4 vezes maior do que a do modo 2K.

Em outras palavras, a existência de decodificadores do modo 8K para o DVB-T atesta que o equalizador proposto é implementável com tecnologia atual, pois ele requer menos da metade do poder computacional para adaptação e o equalizador propriamente dito pode ser feito com um ASIC dedicado.

7.3 Comentários finais

Acreditamos ter respondido duas das três perguntas que mencionamos no início deste capítulo, pois concluímos que a equalização pré-FFT é viável na prática e pode ser vista como alternativa ao prefixo cíclico. Já as condições em que ela realmente pode ser usada são um ponto mais complexo e que exige mais estudos. Embora a execução e os resultados obtidos com este trabalho nos tenham sido motivo de extrema satisfação, reconhecemos que muito ainda resta a ser feito, tal como:

- Testes com modelos de canais ainda mais realistas que incluam desvanescimento Doppler, variação no tempo e ruído impulsivo;
- O equalizador deste trabalho é do tipo FIR e possui 512 coeficientes para manter a complexidade em níveis controláveis. No entanto, o uso de um filtro IIR teria bastante a contribuir para a solução proposta. O desafio aqui é encontrar uma forma de passar da resposta em frequência para a descrição de tal filtro com baixa complexidade;
- A variação do LMS adaptada a sistemas OFDM que testamos neste trabalho se afasta em alguns pontos da versão tradicional, como comentado na seção 5.6. Seria de grande valor teórico fazer uma análise de suas novas condições de estabilidade;
- Ainda na seção 5.6, também comentamos que o truncamento da ITDF de $F_n(k)$ para obter $f_n(k)$ faz com que as componentes de altas taxas de oscilação de $F_n(k)$ não sejam controladas pelo LMS. A solução que usamos foi recalcular $F_n(k)$ periodicamente. Ao invés disto, poderíamos estudar outros algoritmos que limitassem naturalmente essas componentes de altas taxas de oscilação, como por exemplo o *leaky LMS* [53];

- Vimos na seção 6.2, que o algoritmo LMS demora aproximadamente dois quadros do DVB-T para convergir. Valeria a pena buscar outros algoritmos de baixa complexidade que tivessem maior velocidade de convergência, como o LMS de passo variável, por exemplo. Isto poderia ser especialmente útil para uso com canais de comunicação variantes no tempo;
- Ainda na seção 6.2, verificamos que para ecos com longos atrasos e grandes amplitudes o desempenho do equalizador piora. Para tentar obter melhor resultado, valeria a pena testar outros métodos de interpolação da resposta em frequência para as portadoras de dados, bem como outras técnicas de extrapolação para as portadoras nulas nas margens do espectro.

Estamos convencidos, no entanto, de que cumprimos satisfatoriamente todos os objetivos propostos na seção 1.1.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. 4th. ed. 1221 Avenue of the Americas, New York 10020: McGraw-Hill, 2001. ISBN 0-07-232111-3.
- 2 NEE, R. van; PRASAD, R. *OFDM for Wireless Multimedia Communications*. 46 Gilligham Street, London SW1V 1AH: Artech House, 2000. ISBN 0-89006-530-6.
- 3 ARMOUR, S.; NIX, A.; BULL, D. Pre-FFT equaliser design for OFDM. *IEE Electronics Letters*, v. 35, n. 7, p. 539–540, abr. 1999.
- 4 ZOU, W. Y.; WU, Y. COFDM: An overview. *IEEE Transactions on Broadcasting*, v. 41, n. 1, p. 1–8, mar. 1995.
- 5 BINGHAM, J. A. C. *ADSL, VDSL and Multicarrier Modulation*. Electronic. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2000. ISBN 0-471-20072-7.
- 6 MOSIER, R. R.; CLABAUGH, R. G. Kineplex, a bandwidth efficient binary transmission system. *AIEE Trans.*, v. 76, p. 723–728, jan. 1958.
- 7 CHANG, R. W. Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission. *Bell Systems Technical Journal*, v. 45, p. 1775–1796, dez. 1966.
- 8 _____. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*. jan. 1970. Patente 3.488.445 dos EUA, entrou no escritório de patentes em novembro de 1966. Os estudos foram feitos pelo autor no Bell Laboratories.
- 9 ZIMMERMAN, M. S.; KIRSCH, A. L. The AN/GSC-10 (KATHRYN) variable rate data modem for HF radio. *IEEE Transactions on Communications Technology*, v. 15, p. 197–205, abr. 1967.
- 10 WENSTEIN, S. B.; EBERT, P. M. Data transmission by frequency-division multiplexing using the Discrete Fourier Transform. *IEEE Transactions on Communications Technology*, v. 19, n. 5, p. 628–634, out. 1971.
- 11 BELLO, P. A. Characterization of randomly time-variant linear channels. *IEEE Transactions on Communications Systems*, p. 360–393, dez. 1963.
- 12 ALSHAMALI, A.; AL-OQLEH, M. Delay spread statistics in simulcast transmission system. *IEE Electronics Letters*, v. 38, n. 17, p. 992–994, ago. 2002.
- 13 ERCEG, V. et al. A model for the multipath delay profile of fixed wireless channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 17, n. 3, p. 399–410, mar. 1999.

- 14 FLEURY, B. H.; LEUTHOLD, P. E. Radiowave propagation in mobile communications: An overview of european research. *IEEE Communications Magazine*, p. 70–81, fev. 1996.
- 15 HUFFORD, G. A characterization of the multipath in the hdtv channel. *IEEE Transactions on Broadcasting*, v. 38, n. 4, p. 252–255, dez. 1992.
- 16 SALTZBERG, B. R. Performance of an efficient parallel data transmission system. *IEEE Transactions on Communications Technology*, v. 15, n. 6, p. 805–811, dez. 1967.
- 17 PELED, A.; RUIZ, A. Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms. In: *International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing*. Denver, CO: [s.n.], 1980. p. 964–967.
- 18 CIMINI, L. J. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency-division multiplexing. *IEEE Transactions on Communications*, v. 33, n. 7, p. 665–675, jul. 1985.
- 19 CHOW, P. S.; TU, J. C.; CIOFFI, J. M. A discrete multitone transceiver system for HDSL. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 9, n. 6, p. 895–908, ago. 1991.
- 20 ANSI. *Network and Customer Installation Interfaces - Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) Metallic Interface*. 1998. Padrão ANSI T1.413-1998, revisão do ANSI T1.413-1995, publicado pelo American National Standards Institute, Inc.
- 21 ETSI. *Radio Broadcasting Systems; Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers*. maio 2001. Padrão ETSI EN 300 401 v1.3.3, publicado pelo European Telecommunications Standards Institute.
- 22 _____. *Digital Video Broadcasting (DVB); Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television*. jan. 2001. Padrão ETSI EN 300 744 v1.4.1, publicado pelo European Telecommunications Standards Institute.
- 23 _____. *Broadband Radio Access Networks (BRAN); HIPERLAN Type 2; Physical (PHY) layer*. dez. 2001. Padrão ETSI TS 101 475 v1.3.1, publicado pelo European Telecommunications Standards Institute.
- 24 IEEE. *Part11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications: High-speed Physical Layer in the 5GHz Band*. set. 1999. Padrão IEEE Std 802.11a-1999, suplementar ao IEEE Std 802.11-1999, publicado pelo IEEE.
- 25 _____. *Part16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems - Amendment 2: Medium Access Control Modifications and Additional Physical Layer Specifications for 2-11GHz*. jan. 2003. Padrão IEEE Std 802.16a-2003, suplementar ao IEEE Std 802.16-2001, publicado pelo IEEE.

- 26 CIMINI, L. J.; GREENSTEIN, L. J. Orthogonal Frequency-Division Multiplexing. In: PROAKIS, J. G. (Ed.). *Wiley Encyclopedia of Telecommunications and Signal Processing*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2003. Artigo disponibilizado na página Internet da editora.
- 27 REIMERS, U. Digital video broadcasting. *IEEE Communications Magazine*, p. 2–8, jun. 1998.
- 28 OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. *Discrete Time Signal Processing*. 2nd. ed. Upper Sadle River, New Jersey 07458: Prentice Hall, Inc., 1999. ISBN 0-13-754920-2.
- 29 VAIDYANATHAN, P. P. Filter banks in digital communications. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, v. 1, n. 2, p. 4–25, 2001.
- 30 WANG, Z.; GIANNAKIS, G. B. Wireless multicarrier communications: where fourier meets shannon. *IEEE Signal Processing Magazine*, p. 29–48, maio 2000.
- 31 ATSC. *ATSC Digital Television Standard - Doc. A/53B*. ago. 2001. Revisão B do padrão Doc.A/53, publicado pelo Advanced Television Systems Committee.
- 32 ARIB. *Transmission System for Digital Terrestrial Television Broadcasting*. maio 2001. Padrão ARIB STD-B31 Version 1.0, publicado pela Association of Radio Industries and Businesses.
- 33 DVB. *DVB-H Transmission System for Handheld Terminals*. jun. 2004. Padrão DVB-H Draft, publicado pelo consórcio DVB-Digital Video Broadcasting.
- 34 SKLAR, B. Rayleigh fading channels in mobile digital communications systems Part I: Characterization. *IEEE Communications Magazine*, p. 102–109, jul. 1997.
- 35 HASHEMI, H. The indoor radio propagation channel. *Proceedings of the IEEE*, v. 81, n. 7, p. 943–968, jul. 1993.
- 36 YACOUB, M. D. General fading distributions. *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, v. 17, n. 1, p. 01–13, jun. 2002.
- 37 HOEHER, P. A statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 41, n. 4, p. 461–468, nov. 1992.
- 38 YIP, K. W.; NG, T. S. Discrete-time model for digital communications over a frequency-selective Rician fading WSSUS channel. *IEE Proceedings on Communications*, v. 143, n. 1, p. 37–42, fev. 1996.
- 39 SHIMAMURA, T. Equalisation of time variant multipath channels using amplitude banded techniques. In: *International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing*. Munich: [s.n.], 1997. v. 3, p. 2497–2500.

- 40 PAPOULIS, A. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. 2nd. ed. [S.l.]: McGraw-Hill International Editions, 1984. ISBN 0-07-Y66465-X.
- 41 BELLO, P. A. Time-frequency duality. *IEEE Transactions on Information Theory*, p. 18–33, jan. 1964.
- 42 ROMANO, F.; BARBAROSSA, S. Non-data aided adaptive channel shortening for efficient multi-carrier systems. In: *International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 4, p. 233–236.
- 43 ARMOUR, S.; NIX, A.; BULL, D. Performance analysis of a pre-FFT equalizer design for dvb-t. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, p. 544–552, ago. 1999.
- 44 _____. Complexity evaluation for the implementation of a pre-FFT equalizer in an ofdm receiver. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, p. 428–437, ago. 2000.
- 45 TKACENKO, A.; VAIDYANATHAN, P. P. A low-complexity eigenfilter design method for channel shortening equalizers for DMT systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 51, n. 7, p. 1069–1072, jul. 2003.
- 46 HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. 2nd. ed. [S.l.]: Prentice Hall, Inc., 1991. ISBN 0-13-013236-5.
- 47 DINIZ, P. S. R. *Adaptive Filtering - Algorithms and Practical Implementation*. 1st. ed. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1997. ISBN 0-7923-9912-9.
- 48 TARIGHAT, A.; SAYED, A. H. An optimum OFDM receiver exploiting cyclic prefix for improved data estimation. In: *International Conference on Acoustic Speech and Signal Processing*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 4, p. 217–220.
- 49 VAIDYANATHAN, P. P.; VRCELJ, B. Fast and robust blind-equalization based on cyclic prefix. In: *International Conference on Communications*. New York: [s.n.], 2002. v. 1, p. 1–5.
- 50 SANDELL, M.; EDFORS, O. *A comparative study of pilot-based channel estimators for wireless OFDM*. [S.l.], 1996. Relatório técnico disponível em <http://www.sm.luth.se/csee/sp/publications.html>.
- 51 EDFORS, O. et al. *OFDM channel estimation by singular value decomposition*. [S.l.], 1996. Relatório técnico disponível em <http://www.sm.luth.se/csee/sp/publications.html>.
- 52 HAMMING, R. W. *Digital Filters*. 3rd. ed. [S.l.]: Dover Publications, 1998. ISBN 0-486-65088-X.
- 53 NASCIMENTO, V. H.; SAYED, A. H. Unbiased and stable leakage-based adaptive filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 12, p. 3261–3276, dez. 1999.

APÊNDICE A – PROGRAMAS DE CODIFICAÇÃO

Programa de chamada inicial de codificação DVB-T.

```
% Realiza a codificacao do DVB-T
clear;
% Inicializacao das propriedades do OFDM
Ofdm.NPort=2048; % N. de portadoras
Ofdm.TempAm=7e-6/48; % Periodo de amostragem
Ofdm.FreqAm=1/Ofdm.TempAm;
Ofdm.TUtil=Ofdm.NPort * Ofdm.TempAm;
Ofdm.DeltaF=Ofdm.FreqAm/Ofdm.NPort;
Ofdm.PrefCic=1024; % Prefixo ciclico
Ofdm.FCentral=Ofdm.FreqAm/2;
% Ofdm.FCentral=0;
Ofdm.TPrefCic=Ofdm.TUtil/Ofdm.PrefCic;
Ofdm.TSimb=Ofdm.TUtil+Ofdm.TPrefCic;
Ofdm.FatorAm=1;
Ofdm.FSobreAm=Ofdm.FreqAm*Ofdm.FatorAm;
Ofdm.FPort=Ofdm.FSobreAm/2-Ofdm.FCentral; % Frequencia da portadora
Ofdm.TSobreAm=1/Ofdm.FSobreAm;
Ofdm.Constelacao='64QAM'; % Tipo de constelacao
Ofdm.TaxaCodInt='2/3'; %Codigo convolucional
Ofdm.Mensagem='Nao'; % Imprime mensagens
Ofdm.NTotFrame=8; % Total de quadros a codificar MULTIPLO DE 4.
switch Ofdm.NPort
case 2048,
    Ofdm.Banda=1705*Ofdm.DeltaF; Nutil=1512;
case 8192,
    Ofdm.Banda=6817*Ofdm.DeltaF; Nutil=6048;
end;
switch Ofdm.Constelacao
case 'QPSK',
    NbyteUtil=2*Nutil/8; % Numero de bytes uteis em um simbolo.
case '16QAM',
    NbyteUtil=4*Nutil/8;
case '64QAM',
    NbyteUtil=6*Nutil/8;
```

```

otherwise,
    NbyteUtil=Nutil;
end;
NTotFrame=Ofdm.NTotFrame; Nbytes=4*68*NbyteUtil;
Kpc=Ofdm.PrefCic; banda=Ofdm.Banda;
Ksa=Ofdm.FatorAm; Ns=Ofdm.NPort; Tss=Ofdm.TSobreAm;
% Exemplo de modelo de canal obtido na DVB.ORG
% -----
FadAmp=[0.057662 0.176809 0.407163 0.303585 0.258782 ...
        0.061831 0.150340 0.051534 0.185074 0.400967 ...
        0.295723 0.350825 0.262909 0.225894 0.170996 ...
        0.149723 0.240140 0.116587 0.221155 0.259730];
FadFas=[4.855121 3.419109 5.864470 2.215894 3.758058 ...
        5.430202 3.952093 1.093586 5.775198 0.154459 ...
        5.928383 3.053023 0.628578 2.128544 1.099463 ...
        3.462951 3.664773 2.833799 3.334290 0.393889];
FadAtr=[1.003019 5.422091 0.518650 2.751772 0.602895 ...
        1.016585 0.143556 0.153832 3.324866 1.935570 ...
        0.429948 3.228872 0.848831 0.073883 0.203952 ...
        0.194207 0.924450 1.381320 0.640512 1.368671]*1e-6;
RicK=sqrt(10*sum(FadAmp .* FadAmp));
RayK=1/sqrt(sum(FadAmp .* FadAmp));
td=round(FadAtr/Tss); t1=(1:length(td));
ht(td)=RayK*FadAmp((t1)) .* exp(-i*2*pi*FadFas(t1));
ht(1)=RicK; Nht=length(ht);
NSuperQuadro=Ns*Ksa*((Kpc+1)/Kpc)*4*68;
PotRuido=1e-6;
NomeArqDados='Dados'; % Arquivo com dados enviados
arq_dados=fopen([NomeArqDados '_Env.fdm'],'wb');
NomeArqDVB='SinalOfdm_cc'; % Arquivo com sinal DVB-T
arq_real=fopen([NomeArqDVB '_Real.fdm'],'wb');
arq_imag=fopen([NomeArqDVB '_Imag.fdm'],'wb');
fprintf(['\n\n ===== Gerando ' num2str(NTotFrame/4) ...
' super-quadros DVB-T =====\n\n']);
xs=(1+i)*ones(NSuperQuadro,1);
UltAmostras=zeros(Nht-1,1);
cwr=0; cwr=0; cwi=0;
VetVarSinal=zeros(NTotFrame/4,1);
for SuperFrame=1:(NTotFrame/4),
    fprintf(['Super Quadro ' num2str(SuperFrame) ': ']);
    ds=round(rand(Nbytes,1)*256-0.5);
    for Nframe=1:4,
        fprintf([' Q' num2str(Nframe)]);
        ind1=(1+(Nframe-1)*NbyteUtil*68):(NbyteUtil*68*Nframe);
        ind2=(1+(Nframe-1)*Ns*Ksa*(Kpc+1)/Kpc*68):(Ns*Ksa*(Kpc+1)/Kpc* ...
            68*Nframe);
        [xs(ind2),dsm]=CodOfdm(ds(ind1),Nframe,Ofdm);
    end;
    fprintf(' ---> Aplicando canal...');
    xsc=conv(xs,ht); % Adiciona multi-percurso.

```



```

xsc(1:(Nht-1))=xsc(1:(Nht-1))+UltAmostras;
UltAmostras=xsc((NSuperQuadro+1):(NSuperQuadro+Nht-1));
VetVarSinal(SuperFrame)=abs(var(xsc(1:NSuperQuadro)));
xsc=xsc+sqrt(PotRuido)*randn(size(xsc));    % Adiciona AWGN.
cwd=cwd+fwrite(arq_dados,ds,'uchar');
cwr=cwr+fwrite(arq_real,real(xsc(1:NSuperQuadro)),'float64');
cwi=cwi+fwrite(arq_imag,imag(xsc(1:NSuperQuadro)),'float64');
fprintf(' Terminado!\n');
end;
Ofdm.SNRPotencia=mean(VetVarSinal)/PotRuido;
save ofdmconf Ofdm;
fclose(arq_dados);
fclose(arq_real);
fclose(arq_imag);
fprintf('\n ===== FIM =====\n\n');

```

Programa que ordena rotinas de codificação DVB-T.

```

% CodOfdm:    [xs,dsm]=CodOfdm(ds,Nframe,Ofdm)
% -----
% Esta rotina apenas ordena as demais rotinas para a correta
% geracao do OFDM.
function [xs,dsm]=CodOfdm(ds,Nframe,Ofdm)
dsm=MapSimbolo(ds,Ofdm);
dp=ModSerialPar(dsm,Nframe,Ofdm);
xp=MontaSaida(dp,Ofdm);
xs=ModParSerial(xp,Ofdm);

```

Programa de mapeamento dos bytes em símbolos complexos.

```

% MapSimbolo:    dsm=MapSimbolo(ds,Ofdm)
% -----
% Converte o vetor de bytes "ds" no vetor "dsm" de simbolos complexos
% de acordo com as constelacoes QPSK, 16QAM ou 64QAM do DVB-T.
function dsm=MapSimbolo(ds,Ofdm)
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf('\n Fazendo mapeamento de símbolos...');
end;
switch Ofdm.Constelacao
case 'QPSK',
    Nbits=2; Fcorr=sqrt(2);
    Constelacao=[(+1+1*i) (+1-1*i) (-1+1*i) (-1-1*i)];    % simbs 0:3
case '16QAM',
    Nbits=4; Fcorr=sqrt(10);
    Constelacao=[(+3+3*i) (+3+1*i) (+1+3*i) (+1+1*i) ... % simbs 0:3
        (+3-3*i) (+3-1*i) (+1-3*i) (+1-1*i) ... % simbs 4:7
        (-3+3*i) (-3+1*i) (-1+3*i) (-1+1*i) ... % simbs 8:11
        (-3-3*i) (-3-1*i) (-1-3*i) (-1-1*i) ];    % simbs 12:15
case '64QAM',

```

```

Nbits=6; Fcorr=sqrt(42);
Constelacao=[(+7+7*i) (+7+5*i) (+5+7*i) (+5+5*i) ... % simbs 0:3
              (+7+1*i) (+7+3*i) (+5+1*i) (+5+3*i) ... % simbs 4:7
              (+1+7*i) (+1+5*i) (+3+7*i) (+3+5*i) ... % simbs 8:11
              (+1+1*i) (+1+3*i) (+3+1*i) (+3+3*i) ... % simbs 12:15
              (+7-7*i) (+7-5*i) (+5-7*i) (+5-5*i) ... % simbs 16:19
              (+7-1*i) (+7-3*i) (+5-1*i) (+5-3*i) ... % simbs 20:23
              (+1-7*i) (+1-5*i) (+3-7*i) (+3-5*i) ... % simbs 24:27
              (+1-1*i) (+1-3*i) (+3-1*i) (+3-3*i) ... % simbs 28:31
              (-7+7*i) (-7+5*i) (-5+7*i) (-5+5*i) ... % simbs 32:35
              (-7+1*i) (-7+3*i) (-5+1*i) (-5+3*i) ... % simbs 36:39
              (-1+7*i) (-1+5*i) (-3+7*i) (-3+5*i) ... % simbs 40:43
              (-1+1*i) (-1+3*i) (-3+1*i) (-3+3*i) ... % simbs 44:47
              (-7-7*i) (-7-5*i) (-5-7*i) (-5-5*i) ... % simbs 48:51
              (-7-1*i) (-7-3*i) (-5-1*i) (-5-3*i) ... % simbs 52:55
              (-1-7*i) (-1-5*i) (-3-7*i) (-3-5*i) ... % simbs 56:59
              (-1-1*i) (-1-3*i) (-3-1*i) (-3-3*i) ]; % simbs 60:63

end;
Nbytes=length(ds); Nconst=2^Nbits;
Nsimb=8*Nbytes/Nbits; dsm=zeros(Nsimb,1);
ind1=1:3:(Nbytes-2);
dado=ds(ind1)+256*ds(ind1+1)+65536*ds(ind1+2);
Naux=24/Nbits; ind2=1:Naux:(Nsimb-Naux+1);
for k=1:Naux,
    dsm(ind2)=Constelacao(mod(dado,Nconst)+1);
    dado=fix(dado/Nconst); ind2=ind2+1;
end;
dsm=dsm/Fcorr;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```

Programa que adiciona pilotos e converte dados de serial para paralelo.

```

% ModSerialParalelo: dp=ModSerialPar(ds,Nframe,Ofdm)
% -----
% Esta funcao converte o vetor coluna ds de dados em uma matriz com
% Ns linhas e 68 colunas (exatamente 1 frame DVB-T). As colunas de
% dp correspondem aos simbolos OFDM ja' acrescidos das portadoras
% piloto e tps de acordo com o padrao usado.
function dp=ModSerialPar(ds,Nframe,Ofdm)
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf('\n Inserindo portadoras e convertendo Série --> Paralelo...');
end;
Ns=Ofdm.NPort; Nsimb=68;
% Inicializa as variaveis
switch Ns
case 2048,
    Nativa=1705;
    Nutil=1512;

```

```

Ncont=45;
Nscat=131;
Ntps=17;
indcont=[0 48 54 87 141 156 192 201 255 279 282 333 432 450 483 525 ...
531 618 636 714 759 765 780 804 873 888 918 939 942 969 984 ...
1050 1101 1107 1110 1137 1140 1146 1206 1269 1323 1377 1491 ...
1683 1704]'+1;
indtps=[34 50 209 346 413 569 595 688 790 901 1073 1219 1262 1286 ...
1469 1594 1687]'+1;
case 8192,
Nativa=6817;
Nutil=6048;
Ncont=177;
Nscat=524;
Ntps=68;
indcont=[0 48 54 87 141 156 192 201 255 279 282 333 432 450 483 ...
525 531 618 636 714 759 765 780 804 873 888 918 939 942 ...
969 984 1050 1101 1107 1110 1137 1140 1146 1206 1269 1323 ...
1377 1491 1683 1704 1752 1758 1791 1845 1860 1896 1905 ...
1959 1983 1986 2037 2136 2154 2187 2229 2235 2322 2340 ...
2418 2463 2469 2484 2508 2577 2592 2622 2643 2646 2673 ...
2688 2754 2805 2811 2814 2841 2844 2850 2910 2973 3027 ...
3081 3195 3387 3408 3456 3462 3495 3549 3564 3600 3609 ...
3663 3687 3690 3741 3840 3858 3891 3933 3939 4026 4044 ...
4122 4167 4173 4188 4212 4281 4296 4326 4347 4350 4377 ...
4392 4458 4509 4515 4518 4545 4548 4554 4614 4677 4731 ...
4785 4899 5091 5112 5160 5166 5199 5253 5268 5304 5313 ...
5367 5391 5394 5445 5544 5562 5595 5637 5643 5730 5748 ...
5826 5871 5877 5892 5916 5985 6000 6030 6051 6054 6081 ...
6096 6162 6213 6219 6222 6249 6252 6258 6318 6381 6435 ...
6489 6603 6795 6816]'+1;
indtps=[34 50 209 346 413 569 595 688 790 901 1073 1219 1262 1286 ...
1469 1594 1687 1738 1754 1913 2050 2117 2273 2299 2392 ...
2494 2605 2777 2923 2966 2990 3173 3298 3391 3442 3458 ...
3617 3754 3821 3977 4003 4096 4198 4309 4481 4627 4670 ...
4694 4877 5002 5095 5146 5162 5321 5458 5525 5681 5707 ...
5800 5902 6013 6185 6331 6374 6398 6581 6706 6799]'+1;
otherwise,
Nativa=Ns; Nutil=Ns; Ncont=0; Nscat=0;
Ntps=0; indcont=[]; indtps=[];
end;
% Gera sequencia binaria pseudo-aleatoria (PRBS) e TPS.
SeqPRBS=GeraPRBS(Nativa)'; SeqTPS=GeraTPS(Ofdm,Nframe)';
dp=(1+i)*ones(Ns,Nsimb); inddesloca=(Ns-Nativa+1)/2;
TPSanterior=2*(1/2 - SeqPRBS(indtps));
for l=0:(Nsimb-1),
simb=l*Nutil+1;
% Gera os indices das portadoras piloto espalhadas.
aux1=((3*mod(l,4)):12:(Nativa-1))'+1;
% Exclui os indices das portadoras que ja' sao continuas.

```

```

aux2=find(wcommon(aux1,indcont)==1);
indscat=aux1(1:(aux2(1)-1));
for k=2:length(aux2),
    indscat=[indscat ; aux1((aux2(k-1)+1):(aux2(k)-1))];
end;
indscat=[indscat ; aux1((aux2(length(aux2))+1):length(aux1))];
% Gera os indices das portadoras de dados.
aux3=zeros(Nativa,1);
aux3([indcont ; indscat ; indtps])=1;
indutil=find(aux3==0);
% Atribui os dados (ja' recebidos nas devidas amplitudes).
dp(indutil+inddesloca,l+1)=ds(simb:(simb+Nutil-1));
% Atribui as portadoras piloto continuas (amplitude 4/3 maior).
dp(indcont+inddesloca,l+1)=8*(1/2 - SeqPRBS(indcont))/3;
% Atribui as portadoras piloto espalhadas (amplitude 4/3 maior).
dp(indscat+inddesloca,l+1)=8*(1/2 - SeqPRBS(indscat))/3;
% Atribui as portadoras tps (amplitude normal).
if (SeqTPS(l+1)==0)
    dp(indtps+inddesloca,l+1)=TPSanterior;
else
    dp(indtps+inddesloca,l+1)=-TPSanterior;
    TPSanterior=-TPSanterior;
end;
% Zera as portadoras das "margens" do OFDM.
dp(1:inddesloca,l+1)=0; dp((Ns-inddesloca+2):Ns,l+1)=0;
end;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```

Programa que realiza a ITDF e acrescenta o prefixo cíclico.

```

% MontaSaida:   xp=MontaSaida(dp,Ofdm)
% -----
% Calcula a IFFT das colunas de dp e acrescenta o prefixo ciclico (PC).
function xp=MontaSaida(dp,Ofdm)
[Ns,Nsimb]=size(dp); Ksa=Ofdm.FatorAm;
Kpc=Ofdm.PrefCic; Nfft=Ksa*Ns; Npc=Nfft/Kpc;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf('\n Fazendo a IFFT dos dados...');
end;
idp=ifft([dp ; zeros(Ns*(Ksa-1),Nsimb)]);
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
    fprintf('\n Adicionando o prefixo ciclico...');
end;
xp=[idp((Nfft-Npc+1):Nfft,:) ; idp];
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```

Programa re-converte os dados para formato serial.
--

```
% ParaleloSerial:    xs=ModParSerial(xp)
% -----
%
% Converte a matriz xp em um vetor coluna.
function xs=ModParSerial(xp,Ofdm)
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf('\n Fazendo conversao Paralela --> Serial...');
end;
[Nc,Nsimb]=size(xp);
xs=ones(Nc*Nsimb,1)*(1+i);
for k=1:Nsimb,
    simb=(k-1)*Nc+1;
    xs(simb:(simb+Nc-1))=xp(:,k);
end;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
end;
```

APÊNDICE B – PROGRAMAS DE DECODIFICAÇÃO

Programa de chamada inicial de decodificação DVB-T.

```
% Realiza a decodificacao do DVB-T sem equalizacao
clear;
fprintf('\n\n ----- INICIANDO DEMODULAÇÃO DO OFDM -----\n');
% Carrega configuracao Ofdm e sinal modulado
fprintf('\n Carregando sinal OFDM... ');
load ofdmconf;          % Carrega a estrutura Ofdm
load ofdmmbbsc;         % Carrega o sinal OFDM sem canal (xs).
load ofdmmbbcc;         % Carrega o sinal OFDM com canal (xsc).
fprintf(' Terminado!\n');
% Inicializa diversas variaveis
Nbutil=6048; Nutil=Nbutil*6/8; Nbytes=4*68*Nutil;
Kpc=Ofdm.PrefCic; banda=Ofdm.Banda; Ksa=Ofdm.FatorAm;
Ns=Ofdm.NPort; df=Ofdm.DeltaF; Tpc=Ofdm.TPrefCic;
Tu=Ofdm.TUtil; T=Ofdm.TSimb; fs=Ofdm.FreqAm;
Ts=Ofdm.TempAm; fc=Ofdm.FCentral; fss=Ofdm.FSobreAm;
Tss=Ofdm.TSobreAm; fp=Ofdm.FPort; Wfft=512;
fprintf('\n Fazendo sincronização no tempo... ');
deltat=SincTempo(xsc,6,Ofdm);
if (deltat ~= 0) & (deltat ~= (Ns+Ns/Kpc))
    fprintf('\n\n Erro na sincronização no tempo!!!!\n');
    fprintf(' -----\n');
    fprintf('\n      Programa encerrado!\n\n');
    return;
end;
fprintf(' Terminado!\n');
dst=zeros(Nutil*68*4,1);
dsm=zeros(Nbutil*68*4,1); % Salva so um frame para economizar memoria.
for k=1:4,
    fprintf(['\n ---- Iniciando extração do Frame ' num2str(k) ...
            ' ----\n']);
    ind1=(1+(k-1)*Nutil*68):(Nutil*68*k);
    ind2=(1+(k-1)*Ns*Ksa*(Kpc+1)/Kpc*68):(Ns*Ksa*(Kpc+1)/Kpc*68*k);
    ind3=(1+(k-1)*Nbutil*68):(Nbutil*68*k);
    [dst(ind1),dsm(ind3),Nframe(k)]=DecodOfdm(xsc(ind2),Ofdm);
```

```

end;
load dados; % Carrega dados transmitidos (ds) para comparacao.
BytesErr=length(find((dst-ds)~=0));
fprintf('\n Calculando a densidade espectral de potência... ');
[Pxx,F]=psd(xsc,Wfft,fss,hanning(Wfft),Wfft/Kpc);
Pxx=Pxx/max(abs(Pxx));
fprintf(' Terminado!\n');
figure;
plot(F/1e6,10*log10(Pxx));
title(['Espectro do OFDM recebido de ' num2str(Ns) ' portadoras ( ' ...
      Ofdm.Constelacao ').']);
xlabel('Frequência (MHz)');
ylabel('PSD (dB)');
grid;
hfig=DiagOlho(dsm,64,'corr');
title(['Constelação do OFDM recebido ( ' Ofdm.Constelacao ').']);
fprintf(['\n Total de dados transmitidos= ' num2str(4*68*Nutil) ...
      ' bytes\n']);
fprintf(['\n Total de erros na transmissão= ' num2str(BytesErr) ...
      ' bytes\n']);
fprintf('\n\n ----- FIM ----- \n');

```

Programa que ordena rotinas de decodificação DVB-T.

```

% DecodOfdm: [ds,dsm,Nframe]=DecodOfdm(xs,Ofdm)
% -----
% Esta rotina apenas ordena as demais para a correta
% decodificacao do OFDM.%
function [ds,dsm,Nframe]=DecodOfdm(xs,Ofdm)
xp=DemodSerialPar(xs,0,Ofdm);
dp=MontaEntrada(xp,Ofdm);
[dsm,Nframe]=DemodParSerial(dp,Ofdm,'dados');
ds=DemapSimbolo(dsm,Ofdm);

```

Programa de conversão dos dados de serial para paralelo.
--

```

% DemodSerialPar: xp=DemodSerialPar(xs,deltat,Ofdm)
% -----
% Esta rotina converte o vetor xs em uma matriz (NtotalxNsimb)
% onde Ntotal e' o numero de amostras por portadora e Nsimb e'
% o numero de simbolos OFDM contidos em xs.
function xp=DemodSerialPar(xs,deltat,Ofdm)
if (Ofdm.Mensagem=='Sim')
    fprintf('\n Fazendo conversão Serial --> Paralela...');
end;
Ntotal=Ofdm.FatorAm * (Ofdm.NPort + Ofdm.NPort/Ofdm.PrefCic);
Nsimb=fix((length(xs)-deltat)/Ntotal);
xp=ones(Ntotal,Nsimb)*(1+i);
for k=1:Nsimb,

```

```

    simb=(k-1)*Ntotal+1;
    xp(:,k)=xs(simb:(simb+Ntotal-1));
end;
if (Ofdm.Mensagem=='Sim')
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```

Programa que retira prefixo cíclico e realiza a TDF.
--

```

% MontaEntrada:    dp=MontaEntrada(xp,Ofdm)
% -----
%
% Esta rotina retira o prefixo ciclico de xp e faz a FFT.
function dp=MontaEntrada(xp,Ofdm)
if (Ofdm.Mensagem=='Sim')
    fprintf('\n Retirando o prefixo cíclico e fazendo FFT...');
end;
Npc=Ofdm.FatorAm * Ofdm.NPort/Ofdm.PrefCic;
Ntotal=Ofdm.FatorAm * (Ofdm.NPort+Ofdm.NPort/Ofdm.PrefCic);
% Extrai o prefixo ciclico e faz a FFT
dp=fft(xp((1+Npc):Ntotal,:));
% Decima para obter n.de linhas = n.de portadoras
dp=dp(1:Ofdm.NPort,:);
if (Ofdm.Mensagem=='Sim')
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```

Programa que estima canal e re-converte dados para serial.
--

```

% DemodParSerial:    [dsm,Nframe]=DemodParSerial(dp,Ofdm[,quertps])
% -----
% Converte a matriz dp no vetor coluna dsm e realiza a estimacao
% de canal. O LMS e' reiniciado toda vez que se chama esta rotina.
function [dsm,Nframe]=DemodParSerial(dp,Ofdm,quertps)
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf('\n Extraindo TPS e número do Frame...');
end;
[Ns,Nsimb]=size(dp);
% Inicializa as variaveis
switch Ns
case 2048,
    Nativa=1705; Nutil=1512;
    indcont=[0 48 54 87 141 156 192 201 255 279 282 333 432 450 483 525 ...
531 618 636 714 759 765 780 804 873 888 918 939 942 969 984 ...
1050 1101 1107 1110 1137 1140 1146 1206 1269 1323 1377 1491 ...
1683 1704]'+1;
    indtps=[34 50 209 346 413 569 595 688 790 901 1073 1219 1262 1286 ...
1469 1594 1687]'+1;
case 8192,

```



```

Nativa=6817; Nutil=6048;
indcont=[0 48 54 87 141 156 192 201 255 279 282 333 432 450 483 ...
525 531 618 636 714 759 765 780 804 873 888 918 939 942 ...
969 984 1050 1101 1107 1110 1137 1140 1146 1206 1269 1323 ...
1377 1491 1683 1704 1752 1758 1791 1845 1860 1896 1905 ...
1959 1983 1986 2037 2136 2154 2187 2229 2235 2322 2340 ...
2418 2463 2469 2484 2508 2577 2592 2622 2643 2646 2673 ...
2688 2754 2805 2811 2814 2841 2844 2850 2910 2973 3027 ...
3081 3195 3387 3408 3456 3462 3495 3549 3564 3600 3609 ...
3663 3687 3690 3741 3840 3858 3891 3933 3939 4026 4044 ...
4122 4167 4173 4188 4212 4281 4296 4326 4347 4350 4377 ...
4392 4458 4509 4515 4518 4545 4548 4554 4614 4677 4731 ...
4785 4899 5091 5112 5160 5166 5199 5253 5268 5304 5313 ...
5367 5391 5394 5445 5544 5562 5595 5637 5643 5730 5748 ...
5826 5871 5877 5892 5916 5985 6000 6030 6051 6054 6081 ...
6096 6162 6213 6219 6222 6249 6252 6258 6318 6381 6435 ...
6489 6603 6795 6816]'+1;
indtps=[34 50 209 346 413 569 595 688 790 901 1073 1219 1262 1286 ...
1469 1594 1687 1738 1754 1913 2050 2117 2273 2299 2392 ...
2494 2605 2777 2923 2966 2990 3173 3298 3391 3442 3458 ...
3617 3754 3821 3977 4003 4096 4198 4309 4481 4627 4670 ...
4694 4877 5002 5095 5146 5162 5321 5458 5525 5681 5707 ...
5800 5902 6013 6185 6331 6374 6398 6581 6706 6799]'+1;
otherwise,
    Nativa=Ns; Nutil=Ns; indcont=[]; indtps=[];
end;
inddesloca=(Ns-Nativa+1)/2; indaux=indtps+inddesloca;
mtps=real(dp(indaux,1:(Nsimb-1)) .* conj(dp(indaux,2:Nsimb)));
TPSlido=sign(mean(mtps)); TPSlido(find(TPSlido==+1))=0;
TPSlido(find(TPSlido==-1))=1;
[TPScorr,Nerros]=bchdeco([TPSlido(54:67) TPSlido(1:53) zeros(1, ...
60)],113,2);
SeqTPS=TPScorr(1:53); Nframe=SeqTPS(24)+2*SeqTPS(23)+1;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
end;
% Verifica se deseja apenas o TPS.
if exist('quertps','var')==0
    quertps='dados';
else
    quertps=deblankl(quertps); quertps=quertps(1:min(length(quertps),5));
end;
if length(quertps)<5
    quertps='dados';
end;
if quertps=='tpsnc'
    dsm=TPSlido(1:53); return;
end;
if quertps=='tpsce'
    dsm=TPSlido(1:53); return;
end;

```

```

end;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf('\n Fazendo conversao Paralela --> Serial...');
end;
dsm=(1+i)*ones(Nutil*Nsimb,1);
% Gera sequencia binaria pseudo-aleatoria.
SeqPRBS=GeraPRBS(Nativa)';
% Indice das posicoes que possuem portadora piloto em algum simbolo.
indpiloto=(0:3:Nativa)'+1;
for l=0:(Nsimb-1),
    simb=l*Nutil+1;
% Gera os indices das portadoras piloto espalhadas.
    aux1=((3*mod(l,4)):12:(Nativa-1))'+1;
% Exclui indices que coincidem com portadoras continuas.
    aux2=find(wcommon(aux1,indcont)==1);
    indscat=aux1(1:(aux2(1)-1));
    for k=2:length(aux2),
        indscat=[indscat ; aux1((aux2(k-1)+1):(aux2(k)-1))];
    end;
    indscat=[indscat ; aux1((aux2(length(aux2))+1):length(aux1))];
% Indice de todas as portadoras piloto do simbolo atual.
    indport=[indcont ; indscat];
% Gera os indices das portadoras de dados
    aux3=zeros(Nativa,1);
    aux3([indcont ; indscat ; indtps])=1;
    indutil=find(aux3==0);
% Inicializa o canal de comunicacao
    if l==0
        EstimaCanal=spline(indport, real(((8*(1/2-SeqPRBS(indport))/3)) ./ ...
dp(indport+inddesloca,l+1)), 1:Nativa)' + ...
            i*spline(indport, imag(((8*(1/2-SeqPRBS(indport))/3)) ./ ...
dp(indport+inddesloca,l+1)), 1:Nativa)';
        wn=EstimaCanal(indpiloto); % Inicializa o LMS
    else
        EstimaCanal=spline(indpiloto,real(wn), 1:Nativa)' + ...
            i*spline(indpiloto,imag(wn), 1:Nativa)';
    end;
% Salva os dados contidos neste simbolo
    dsm(simb:(simb+Nutil-1)) = dp(indutil+inddesloca,l+1) ./ ...
        EstimaCanal(indutil);
% Aplica o LMS para estimar as portadoras piloto.
    indwn=1+(indport-1)/3;
    erroLMS= dp(indport+inddesloca,l+1) - wn(indwn) .* ...
        (8*(1/2-SeqPRBS(indport))/3);
    wn(indwn)=wn(indwn) + 0.1 * erroLMS .* (8*(1/2-SeqPRBS(indport))/3);
end;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```

Programa de mapeamento dos símbolos complexos em bytes.

```

% DemapSimbolo:    ds=DemapSimbolo(dsm,Ofdm)
% -----
% Converte o vetor de simbolos "dsm" no vetor "ds" de bytes, de
% acordo com as constelacoes QPSK, 16QAM ou 64QAM uniformes, do DVB-T.
function ds=DemapSimbolo(dsm,Ofdm)
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf('\n Fazendo mapeamento de símbolos em bytes...');
end;
switch Ofdm.Constelacao
case 'QPSK',
    Nbits=2; Fcorr=sqrt(2); Escala=1; Translado=1;
case '16QAM',
    Nbits=4; Fcorr=sqrt(10); Escala=4; Translado=2;
case '64QAM',
    Nbits=6; Fcorr=sqrt(42); Escala=16; Translado=4;
end;
% Corrige amplitudes.
dsm=dsm*Fcorr;
% Determina primeiro quadrante dos simbolo.
raux=sign(real(dsm)); raux(find(raux==+1))=0;
raux(find(raux== -1))=1;iaux=sign(imag(dsm));
iaux(find(iaux==+1))=0;iaux(find(iaux== -1))=1;
dsaux=(iaux+2*raux)*Escala;
% Determina segundo e terceiro quadrantes.
for k=1:(Nbits/2-1),
    dsm=abs(real(dsm))+i*abs(imag(dsm))-(1+i)*Translado;
    Escala=Escala/4; Translado=Translado/2;
    raux=sign(real(dsm)); raux(find(raux==+1))=0;
    raux(find(raux== -1))=1;iaux=sign(imag(dsm));
   iaux(find(iaux==+1))=0;iaux(find(iaux== -1))=1;
    dsaux=(iaux+2*raux)*Escala+dsaux;
end;
Tds=Nbits*length(dsm)/8;
ds=zeros(Tds,1); Nconst=2^Nbits;
Nlinhas=24/Nbits; Nelementos=length(dsaux);
Ncolunas=Nelementos/Nlinhas; xaux=zeros(1,Ncolunas);
for k=1:Nlinhas,
    xaux=dsaux(k:Nlinhas:Nelementos)' * 2^(Nbits*k-Nbits)+xaux;
end;
for k=1:3,
    ds(k:3:Tds)=mod(xaux,256); xaux=fix(xaux/256);
end;
if Ofdm.Mensagem=='Sim'
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```

APÊNDICE C – PROGRAMA DE EQUALIZAÇÃO

Programa de decodificação e equalização pré-FFT do DVB-T.

```
% Programa que realiza a demodulacao e equalizacao do sinal OFDM.
clear;
fprintf('\n\n ===== Iniciando a demodulação do DVB-T =====\n');
% Inicializa variaveis
% -----
fprintf('\n Inicializando variaveis... ');
load ofdmconf;          % Carrega a estrutura Ofdm
Ns=Ofdm.NPort;          % Numero total de portadoras
switch Ns
case 2048,
    Nativa=1705;        % Numero de portadoras nao nulas.
    Nutil=1512;         % Numero de portadoras de dados.
    indcont=[0 48 54 87 141 156 192 201 255 279 282 333 432 450 483 525 ...
531 618 636 714 759 765 780 804 873 888 918 939 942 969 984 ...
1050 1101 1107 1110 1137 1140 1146 1206 1269 1323 1377 1491 ...
1683 1704]'+1;
    indtps=[34 50 209 346 413 569 595 688 790 901 1073 1219 1262 1286 ...
1469 1594 1687]'+1;
case 8192,
    Nativa=6817; Nutil=6048;
    indcont=[0 48 54 87 141 156 192 201 255 279 282 333 432 450 483 ...
525 531 618 636 714 759 765 780 804 873 888 918 939 942 ...
969 984 1050 1101 1107 1110 1137 1140 1146 1206 1269 1323 ...
1377 1491 1683 1704 1752 1758 1791 1845 1860 1896 1905 ...
1959 1983 1986 2037 2136 2154 2187 2229 2235 2322 2340 ...
2418 2463 2469 2484 2508 2577 2592 2622 2643 2646 2673 ...
2688 2754 2805 2811 2814 2841 2844 2850 2910 2973 3027 ...
3081 3195 3387 3408 3456 3462 3495 3549 3564 3600 3609 ...
3663 3687 3690 3741 3840 3858 3891 3933 3939 4026 4044 ...
4122 4167 4173 4188 4212 4281 4296 4326 4347 4350 4377 ...
4392 4458 4509 4515 4518 4545 4548 4554 4614 4677 4731 ...
4785 4899 5091 5112 5160 5166 5199 5253 5268 5304 5313 ...
5367 5391 5394 5445 5544 5562 5595 5637 5643 5730 5748 ...
5826 5871 5877 5892 5916 5985 6000 6030 6051 6054 6081 ...
```

```

        6096 6162 6213 6219 6222 6249 6252 6258 6318 6381 6435 ...
        6489 6603 6795 6816]'+1;
    indtps=[34 50 209 346 413 569 595 688 790 901 1073 1219 1262 1286 ...
    1469 1594 1687 1738 1754 1913 2050 2117 2273 2299 2392 ...
    2494 2605 2777 2923 2966 2990 3173 3298 3391 3442 3458 ...
    3617 3754 3821 3977 4003 4096 4198 4309 4481 4627 4670 ...
    4694 4877 5002 5095 5146 5162 5321 5458 5525 5681 5707 ...
    5800 5902 6013 6185 6331 6374 6398 6581 6706 6799]'+1;
    otherwise,
        Nativa=Ns; Nutil=Ns; indcont=[]; indtps=[];
    end;
    % Indice das as posicoes que sao piloto em algum simbolo.
    indpiloto=(0:3:Nativa)'+1;
    % Correcao nos indices das portadoras devido as nulas nas margens.
    inddesloca=(Ns-Nativa+1)/2;
    indreglin=((inddesloca+1):(Ns-inddesloca+1))';
    % Inicializa matriz da regressao linear
    Sn=Nativa; Sx=sum(indreglin);
    Sxx=sum(indreglin .* indreglin); Ax=pinv([Sn Sx ; Sx Sxx]);
    % ##### Area de opcoes de decodificacao #####
    DesabEstimaCanal=0; % Desabilita estimacao de canal
    DesabFiltro=0; % Desabilita filtro adaptativo
    DesabFiltLMS=0; % Desabilita LMS de estimacao do filtro
    DesabDadosLMS=0; % Desabilita LMS de estimacao dos dados
    DesabFiltInterp=1; % Desabilita filtro de suaviz. da interpolacao
    MetInterp='linear'; % Seleciona metodo de interpolacao
    PassoLMSd=0.1; % Passo do LMS dos dados
    PassoLMSf=0.1; % Passo do LMS do filtro
    FrameLimpaLMSf=4; % Numero de quadros para "limpar" LMS.
    NFiltFir=32; % Tamanho do filtro interp. TEM QUE SER PAR
    BandaFiltInterp=0.9; % Banda do filtro de interpolacao
    RefAtraso=64; % Posicao de atraso "0" na resposta do equ.
    SincAtraso=0; % Atraso de sincronizacao no tempo.
    MaxAtraso=0; % Maximo atraso antes de corrigir atraso.
    Nw=512; % Numero de coeficientes do equalizador (PAR).
    % #####
    % filtro de teste para suavizacao da interpolacao (nao usar)
    Ffir=fir1(NFiltFir,BandaFiltInterp); MascInterp=0;
    SeqPRBS=GeraPRBS(Nativa)'; % Gera sequencia PRBS
    Const=Ofdm.Constelacao; % Tipo de constelacao
    % Inicializa as variaveis de acordo com o tipo de constelacao.
    switch Const
        case 'QPSK',
            NbyteUtil=2*Nutil/8; % Numero de bytes uteis em um simbolo.
        case '16QAM',
            NbyteUtil=4*Nutil/8;
        case '64QAM',
            NbyteUtil=6*Nutil/8;
        otherwise,
            NbyteUtil=Nutil;
    end

```

```

end;
% -----
NTotFrame=Ofdm.NTotFrame; % Numero total de quadros
Kpc=Ofdm.PrefCic; % Tamanho do Prefixo Ciclico.
Npc=Ns/Kpc; % Numero de amostras do PC.
Ftnw=[1; zeros(Nw-1,1)]; % Inicializa coefs. do filtro (ideal).
Ffwn= ones(Ns,1); % Inicializa resp. do filtro (ideal).
EstimaCanal=ones(Ns,1); % Inicializa canal estimado (ideal).
EstimaFn=ones(size(indpiloto)); % Inicializa filtro estimado (ideal).
TamSimb=(Kpc+1)*Ns/Kpc; % Tamanho total de um simbolo com PC.
xsc=(1+i)*ones(70*TamSimb,1); % Reserva memoria para xsc.
decsimb=(1+i)*ones(68*Nutil,1); % Reserva memoria para decsimb.
fprintf(' Terminado!\n'); % Inicializando variaveis...
% Inicia Decodificacao do sinal OFDM
% =====
fprintf('\nAbrindo/Criando arquivos de entrada/saída... ');
NomeArqCod='SinalOfdm_cc'; % Abre arquivos de sinal.
arqcod_real=fopen([NomeArqCod '_Real.fdm'],'rb');
arqcod_imag=fopen([NomeArqCod '_Imag.fdm'],'rb');
NomeArqSimb=[NomeArqCod '_Simb']; % Cria arquivos de simbolos.
arqsimb_real=fopen([NomeArqSimb '_Real.fdm'],'wb');
arqsimb_imag=fopen([NomeArqSimb '_Imag.fdm'],'wb');
fprintf(' Terminado!\n'); % Abrindo/Criando arquivos...
ContaFrame=1; % Conta os quadros decodificados.
DoisUltSimb=(1+i)*ones(2*TamSimb,1); % Reserva memoria.
fprintf(['\n ----- Iniciando decodificação de ' ...
num2str(NTotFrame) ' quadros:']);
while (ContaFrame<=NTotFrame),
% -----
% Le 1 quadro inteiro do arquivo de sinal OFDM, mantendo sempre
% 1 simbolo extra antes do frame e outro depois (70 simbolos).
% Acrescenta um simbolo de 0's no inicio e outro no final.
% -----
fprintf(['\nQ' num2str(ContaFrame) ': ']);
switch ContaFrame
case 1, % Zera primeiro simbolo e le 69 simbolos.
xsc(1:TamSimb)=zeros(TamSimb,1);
xsc((TamSimb+1):(70*TamSimb))=fread(arqcod_real,69*TamSimb, ...
'float64') +i*fread(arqcod_imag,69*TamSimb,'float64');
case NTotFrame, % Inicia 2 primeiros, le 67 e zera ultimo.
xsc(1:(2*TamSimb))=DoisUltSimb;
xsc((2*TamSimb+1):(69*TamSimb))=fread(arqcod_real,67*TamSimb, ...
'float64') +i*fread(arqcod_imag,67*TamSimb,'float64');
xsc((69*TamSimb+1):(70*TamSimb))=zeros(TamSimb,1);
otherwise, % Inicia 2 primeiros e le 68 simbolos.
xsc(1:(2*TamSimb))=DoisUltSimb;
xsc((2*TamSimb+1):(70*TamSimb))=fread(arqcod_real,68*TamSimb, ...
'float64') +i*fread(arqcod_imag,68*TamSimb,'float64');
end;
% Atualiza os dois ultimos simbolos.

```

```

DoisUltSimb=xsc((68*TamSimb+1):(70*TamSimb));
for Simbolo=1:68,
% -----
% Etapa1: -> Estima atraso de fase linear;
%         -> Calcula ITDF() e obtem novo Ptwn;
%         -> Gira resosta para compensar atraso de fase linear;
%         -> Decima Ptwn e obtem Ftwn (coef. co equalizador).
% -----
    Fase=unwrap(angle(Ffwn(indreglin)));
    Sy=sum(Fase);
    Sxy=sum(indreglin .* Fase); % Estima coeficientes da
    RegLin=Ax * [Sy ; Sxy];    % regressao linear.
    EstAtraso=round(RegLin(2)*Ns/(2*pi)); % Estima atraso
    AtrasoFiltro=RefAtraso;
    Ptwn=ifft(Ffwn); % Calcula novos coeficientes do filtro.
    if AtrasoFiltro>0
        Ptwn=[Ptwn((Ns-AtrasoFiltro+1):Ns) ; Ptwn(1:(Ns-AtrasoFiltro))];
    else
        Ptwn=[Ptwn((-AtrasoFiltro+1):Ns) ; Ptwn(1:(-AtrasoFiltro))];
    end;
    Ftwn=Ptwn(1:Nw); % Usa apenas os Nw primeiros coeficientes.
% -----
% Etapa 2: -> Filtra um simbolo completo e (Nw-1) no fim e no comeco
%         -> Retira o Prefixo Ciclico e calcula a TDF.
% -----
    xnaofilt=xsc((Simbolo*TamSimb-Nw+1):((Simbolo+1)*TamSimb+Nw-2));
    xfilt=conv(Ftwn,xnaofilt); % Filtra sinal de entrada.
    xindinicial=Nw+Npc+RefAtraso+SincAtraso+1;
    xsimb=xfilt((xindinicial):(xindinicial+Ns-1)); % Retira PC.
    dsimb=fft(xsimb); % Obtem dados complexos.
% -----
% Etapa3: -> Gera indices de portadoras variaveis por simbolo;
%         -> Inicializa e atualiza o LMS de estimacao do canal;
%         -> Intepola a resposta do canal e salva dados corrigidos;
% -----
% Gera os indices das portadoras piloto espalhadas.
    aux1=((3*mod(Simbolo-1,4)):12:(Nativa-1))'+1;
% Exclui os indices das portadoras que ja' sao continuas.
    aux2=find(wcommon(aux1,indcont)==1);
    indscat=aux1(1:(aux2(1)-1));
    for k=2:length(aux2),
        indscat=[indscat ; aux1((aux2(k-1)+1):(aux2(k)-1))];
    end;
    indscat=[indscat ; aux1((aux2(length(aux2))+1):length(aux1))];
% Indice de todas as portadoras piloto do simbolo atual.
    indport=sort([indcont ; indscat]);
% Gera os indices das portadoras de dados.
    aux3=zeros(Nativa,1);
    aux3([indcont ; indscat ; indtps])=1;
    indutil=find(aux3==0);

```

```

% Dados que foram transmitidos na portadoras piloto.
TransmPort=(8*(1/2-SeqPRBS(indport))/3);
% ##### LMS de extracao dos Dados
if ((ContaFrame==1)&(Simbolo<3))|(DesabDadosLMS)
    TempCanal=dsimb(indport+inddesloca) ./ TransmPort;
% Interpola o canal
MascNumPort=round(length(indport)/20);
% MascMedIni=mean(TempCanal(1:MascNumPort));
% MascMedIni=TempCanal(1);
MascMedIni=mean(abs(TempCanal));
% MascMedFim=mean(TempCanal((length(TempCanal)-MascNumPort+1):length(TempCanal)));
% MascMedFim=TempCanal(length(TempCanal));
MascMedFim=MascMedIni;
MascInd=[(1:(inddesloca-MascInterp))'; ...
    (indport + inddesloca) ;...
    ((Ns-inddesloca+MascInterp+2):Ns)'];
MascVal=[MascMedIni*ones(inddesloca-MascInterp,1); ...
    TempCanal;...
    MascMedFim*ones(inddesloca-MascInterp-1,1)];
EstimaCanal= interp1(MascInd,real(MascVal),1:Ns,MetInterp)' ...
    + i*interp1(MascInd,imag(MascVal),1:Ns,MetInterp)';
% Inicializa LMS
EstimaWn=EstimaCanal(indpiloto+inddesloca);
else
% Aplica o LMS
indwn=(indport-1)/3 +1;
ErroLMSd= dsimb(indport+inddesloca) - TransmPort .* EstimaWn(indwn);
EstimaWn(indwn)=EstimaWn(indwn) + PassoLMSd * ErroLMSd .* TransmPort;
% Interpola o canal
MascNumPort=round(length(indpiloto)/20);
% MascMedIni=mean(EstimaWn(1:MascNumPort));
% MascMedIni=EstimaWn(1);
MascMedIni=mean(abs(EstimaWn));
% MascMedFim=mean(EstimaWn((length(EstimaWn)-MascNumPort+1):length(EstimaWn)));
% MascMedFim=EstimaWn(length(EstimaWn));
MascMedFim=MascMedIni;
MascInd=[(1:(inddesloca-MascInterp))'; ...
    (indpiloto + inddesloca) ;...
    ((Ns-inddesloca+MascInterp+2):Ns)'];
MascVal=[MascMedIni*ones(inddesloca-MascInterp,1); ...
    EstimaWn;...
    MascMedFim*ones(inddesloca-MascInterp-1,1)];
EstimaCanal= interp1(MascInd,real(MascVal),1:Ns,MetInterp)' ...
    + i*interp1(MascInd,imag(MascVal),1:Ns,MetInterp)';
% Suaviza a interpolacao e atualiza estimativa LMS (nao usar)
if ~DesabFiltInterp, % filtro de teste (nao usar)
    SuaveEstimaCanal=conv(EstimaCanal,Ffir);
    indsuavecanal=(fix(NFiltFir/2)+1):(Ns+fix(NFiltFir/2));
    EstimaCanal=SuaveEstimaCanal(indsuavecanal);
    EstimaCanal(1:NFiltFir)= EstimaCanal((NFiltFir+1):(2*NFiltFir));

```



```

        EstimaCanal((Ns-NFiltFir+1):Ns)= ...
            EstimaCanal((Ns-2*NfiltFir+1):(Ns-NFiltFir));
        EstimaWn=EstimaCanal(inddesloca+indpiloto);
    end;
end; % Termina o "if"
% ##### LMS de estimacao do equalizador
    if ((ContaFrame==1)&(Simbolo<2))|(DesabFiltLMS)
        Ffwn= Ffwn ./ EstimaCanal;
% Inicializa LMS
        EstimaFn=Ffwn(indpiloto+inddesloca);
    else
% Aplica o LMS
        if ((mod(ContaFrame,FrameLimpaLMSf)==0)&(Simbolo==68)) | ...
            (EstAtraso>MaxAtraso)
Ffwn=fft([Ftwn((RefAtraso-EstAtraso+1):Nw); ...
        zeros(Ns-Nw,1); Ftwn(1:(RefAtraso-EstAtraso))]);
        EstimaFn=Ffwn(indpiloto+inddesloca);
        SincAtraso=SincAtraso+EstAtraso;
    else
        indfn=(indport-1)/3 +1;
        ErroLMSf= TransmPort - dsimb(indport+inddesloca);
        EstimaFn(indfn)=EstimaFn(indfn) + PassoLMSf*ErroLMSf .* ...
            conj(dsimb(indport+inddesloca) ./ EstimaFn(indfn));
% Interpola o canal
        MascNumPort=round(length(indpiloto)/20);
%         MascMedIni=mean(EstimaFn(1:MascNumPort));
        MascMedIni=EstimaFn(1);
%         MascMedIni=mean(abs(EstimaFn));
%
%         MascMedFim=mean(EstimaFn((length(EstimaFn)-MascNumPort+1):...
%             length(EstimaFn)));
        MascMedFim=EstimaFn(length(EstimaFn));
%         MascMedFim=MascMedIni;
        MascInd=[(1:(inddesloca-MascInterp))'; ...
(indpiloto + inddesloca) ;...
        ((Ns-inddesloca+MascInterp+2):Ns)'];
        MascVal=[MascMedIni*ones(inddesloca-MascInterp,1); ...
        EstimaFn; MascMedFim*ones(inddesloca-MascInterp-1,1)];
        Ffwn= interp1(MascInd,real(MascVal),1:Ns,MetInterp)' ...
        + i*interp1(MascInd,imag(MascVal),1:Ns,MetInterp)';
% Suaviza a interpolacao e atualiza estimativa LMS (nao usar)
        if ~DesabFiltInterp, % filtro de teste (nao usar)
            SuaveFfwn=conv(Ffwn,Ffir);
            indsuaaveFfwn=(fix(NFiltFir/2)+1):(Ns+fix(NFiltFir/2));
            Ffwn=SuaveFfwn(indsuaaveFfwn);
            Ffwn(1:NFiltFir)=Ffwn((NFiltFir+1):(2*NFiltFir));
            Ffwn((Ns-NFiltFir+1):Ns)=Ffwn((Ns-2*NFiltFir+1):(Ns-NFiltFir));
            EstimaFn=Ffwn(inddesloca+indpiloto);
        end;
    end;
end;

```

```

        end; % Termina o "if"
% -----
        if DesabFiltro,
            Ffwn=ones(size(Ffwn)); % desabilita filtro para teste
        end;
% Salva dados complexos do simbolo corrigidos pelo canal estimado.
% -----
        inddecsimb=((Simbolo-1)*Nutil+1):(Simbolo*Nutil);
        if DesabEstimaCanal,
            decsimb(inddecsimb)=dsimb(indutil+inddesloca);
        else
            decsimb(inddecsimb)=dsimb(indutil+inddesloca) ./ ...
                EstimaCanal(indutil+inddesloca);
        end;
        fprintf(' ');
    end; % Termina o "for"
% Salva em disco um quadro inteiro de simbolos
    cswr=fwrite(arqsimb_real,real(decsimb),'float64');
    cswi=fwrite(arqsimb_imag,imag(decsimb),'float64');
    ContaFrame=ContaFrame+1;
end; % Termina o "while"
fclose(arqcod_real); % Fecha arquivos com sinal OFDM.
fclose(arqcod_imag);
fclose(arqsimb_real); % Fecha arquivos de simbolos.
fclose(arqsimb_imag);
% =====
fprintf('\n\n ===== TERMINADA A DEMODULAÇÃO DO OFDM =====\n');

```

APÊNDICE D – PROGRAMAS AUXILIARES

Programa de geração das portadoras TPS.

```
% GeraTPS:      seqb=GeraTPS(Ofdm,Nframe)
% -----
% Cria o vetor seqb com a sequencia binaria TPS.
function seqb=GeraTPS(Ofdm,Nframe)
seqb=zeros(1,68);
% Bit de inicializacao do DBPSK.
seqb(1)= 0;
% Palavra de sincronizacao.
switch Nframe
    case {1,3},
        seqb(2:17)=[0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 0];
    case {2,4},
        seqb(2:17)=[1 1 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
end;
% Indicador de comprimento.
seqb(18:23)=[0 1 0 1 1 1];
% Numero do frame.
switch Nframe
    case 1,
        seqb(24:25)=[0 0];
    case 2,
        seqb(24:25)=[0 1];
    case 3,
        seqb(24:25)=[1 0];
    case 4,
        seqb(24:25)=[1 1];
end;
% Tipo de constelacao.
switch Ofdm.Constelacao
    case 'QPSK',
        seqb(26:27)=[0 0];
    case '16QAM',
        seqb(26:27)=[0 1];
    case '64QAM',
```

```

    seqb(26:27)=[1 0];
end;
% Informacao de hierarquia.
seqb(28:30)=[0 0 0];
% Taxa do codigo convolucional para o HP.
switch Ofdm.TaxaCodInt
    case '1/2',
        seqb(31:33)=[0 0 0];
    case '2/3',
        seqb(31:33)=[0 0 1];
    case '3/4',
        seqb(31:33)=[0 1 0];
    case '5/6',
        seqb(31:33)=[0 1 1];
    case '7/8',
        seqb(31:33)=[1 0 0];
end;
% Taxa do codigo convolucional para o LP.
seqb(34:36)=[0 0 0];
% Intervalo de guarda.
switch Ofdm.PrefCic
    case 32,
        seqb(37:38)=[0 0];
    case 16,
        seqb(37:38)=[0 1];
    case 8,
        seqb(37:38)=[1 0];
    case 4,
        seqb(37:38)=[1 1];
end;
% Modo de transmissao.
switch Ofdm.NPort
    case 2048,
        seqb(39:40)=[0 0];
    case 2048,
        seqb(39:40)=[0 1];
end;
% Reservado para uso futuro, deixar em "0".
seqb(41:54)=0;
% Correcao de erro BCH(67,53,2).
codigo=bchenco([seqb(2:54) zeros(1,60)],127,113);
seqb(55:68)=codigo(1:14);

```

Programa de geração da sequência binária psedo-aleatória (PRBS).

```

% GeraPRBS:    seqb=GeraPRBS(N)
% -----
% Gera uma sequencia binaria pseudo-aleatoria de maximo
% comprimento com N bits. O polinomio gerador e':
%    p(X)=  X^11 + X^2 + 1

```

```
function seqb=GeraPRBS(N)
seqb=ones(1,N);
for k=12:N,
    if seqb(k-11)==seqb(k-9)
        seqb(k)=0;
    end;
end;
```

Programa que desenha constelações QAM/QPSK.

```
% DiagOlho:  hfig=DiagOlho(xqam,N [,corrige])
% -----
% Esta rotina plota a constelacao (diagrama do olho) dos
% simbolos contidos em xqam.
%
%   QPSK:  N=4  (as vezes chamada de 4QAM)
%   16QAM: N=16
%   64QAM: N=64
function hfig=DiagOlho(xqam,N,corrige)
switch N,
    case 64,
        Fcorr=sqrt(42); modulacao='64QAM';
    case 16,
        Fcorr=sqrt(10); modulacao='16QAM';
    case 4,
        Fcorr=sqrt(2);  modulacao='QPSK';
end;
n=sqrt(N);
if exist('corrige','var')~=0
    xqam=xqam*Fcorr;
end;
eixos.Box='on'; eixos.Xlim=[-n n]; eixos.Ylim=[-n n];
eixos.XGrid='on'; eixos.YGrid='on';
eixos.XTick=(-n:2:n); eixos.YTick=(-n:2:n);
fig.Resize='off'; hfig=figure; hold on;
axis; heixos=get(hfig,'CurrentAxes');
set(heixos,eixos); set(hfig,fig);
title(['Constelação do ' modulacao]);
xlabel('Eixo Real'); ylabel('Eixo Imaginário');
plot(real(xqam),imag(xqam),'.');
hold off;
```

Programa que verifica sincronização no tempo.

```
% SincTempo:  deltat=SincTempo(xs,Nsimb,Ofdm)
% -----
%
% Esta rotina usa Nsimb simbolos OFDM de xs para determinar o
% inicio do primeiro simbolo OFDM completo de xs.
```

```

function deltat=SincTempo(xs,Nsimb,Ofdm)
if (Ofdm.Mensagem=='Sim')
    fprintf('\n Fazendo sincronização no tempo...');
end;
Nutil=Ofdm.FatorAm*Ofdm.NPort;
Npc=Nutil/Ofdm.PrefCic;
Ntotal=Nutil+Npc;
Ncorr=Ntotal*Nsimb-Npc+1;
corrsimb=zeros(Ncorr,1);
enersimb=zeros(Ncorr,1);
xref= xs(1:(Ntotal*Nsimb));
xdesl= xs((1+Nutil):(Ntotal*Nsimb+Nutil));
xprod= xref .* conj(xdesl);
xquad= (abs(xref) .^2 + abs(xdesl) .^2)/2;
% Calcula correlacao do sinal
for k=1:Ncorr,
    corrsimb(k)= sum(xprod(k:(k+Npc-1)));
    enersimb(k)= sum(xquad(k:(k+Npc-1)));
end;
funcml= abs(corrsimb)-enersimb;
% Estima deslocamento ate inicio dos simbolos
indmax= find(funcml == max(funcml));
Nmult=fix(indmax(1)/Ntotal);
indaux= indmax(1)-(Nmult-1)*Ntotal;
indini= indaux-Npc-Ntotal;
for k=2:(Nsimb-1),
    indice=max(1,indaux-Npc):min(indaux+Npc,length(funcml));
    vetmax(k-1)=find(funcml(indice) == max(funcml(indice)))-1;
    indaux=indaux+Ntotal;
end;
deltat=round(mean(vetmax))+indini-1;
if (Ofdm.Mensagem=='Sim')
    fprintf(' Terminado!\n');
end;

```