ANDRÉA DUARTE CARVALHO de QUEIROZ

Análise de Modelos de Pedestres para a Caracterização da Radiopropagação em Interiores.

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Eletrônicos Orientador: Luiz Cezar Trintinalia

> São Paulo 2014

Ao vô João, pelo dia dos pais em que eu faltei, à vó Ivone, pelo aniversário em que eu não cantei (parabéns), à vó Heloísa, pelas histórias que eu não ouvi.

Aos meus pais, pela companhia que eu não fiz, ao meu irmão, pelos telefonemas que eu não respondi, e ao Cristiano, pelos sábados de sol que eu perdi.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Cezar Trintinalia, por dividir seus conhecimentos, esclarecer minhas dúvidas e mostrar o caminho das pedras;

Aos professores Dr. Jorge Mieczyslaw Janiszewski e Dr. Antonio Fischer de Toledo pelas orientações e sugestões apresentadas na banca de qualificação.

Á Fundação Educacional Inaciana (FEI), de modo especial ao Prof. Dr. Renato Camargo Giacomini pela colaboração e incentivo.

Ao professor Rubener da Silva Freitas pelos esclarecimentos das funções matemáticas avançadas.

Aos Raphael Ardisson, Rodrigo Duarte, Vanessa Rodrigues e Vitor Duarte, pelos computadores e força de processamento.

E a todos aqueles, que de forma direta ou indireta, contribuíram para a conclusão deste trabalho.

RESUMO

QUEIROZ, A. D. C. Análise de Modelos de Pedestres para a Caracterização da Radiopropagação em Interiores. 2013. Tese – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

Neste trabalho, modelos de pedestres, utilizados para simular a caracterização da radiopropagação em interiores de edifícios, são reproduzidos, analisados e comparados em diversos ambientes e com diferentes fluxos de pedestres. Estes modelos têm como base o método de traçado de raios (imagens), e se diferenciam relação ao formato (lâmina, paralelepípedo e cilindro), constantes em eletromagnéticas (material absorvente, condutor e dielétrico) e mecanismos de espalhamento de onda eletromagnética (difração, reflexão ou ambos) considerados sobre o pedestre. Para cada um dos modelos, um algoritmo foi criado e detalhado através da apresentação de equações e estrutura dos dados. A análise dos modelos foi realizada em duas etapas de comparação: uma com dados empíricos e outra entre parâmetros de caracterização do canal, como desvanecimentos e dispersão no tempo, obtidos através de simulações com cada tipo de modelo de pedestre. Dentre os vinte e nove modelos ensaiados, os resultados da análise mostraram que o pedestre modelado por um cilindro condutor é aquele que apresenta resultados mais satisfatórios.

Palavras-chave: Radiopropagação, Interiores, Traçado de Raios, Modelos de pedestres.

ABSTRACT

QUEIROZ, A. D. C. Pedestrian Models Analysis for Characterization of Indoor Radio Propagation. 2013. Thesis – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

In this work, pedestrian models, used to simulate characterization of indoor radio propagation are reproduced, analyzed and compared in different environments with different pedestrian flows. These models are based on the image ray-tracing method, and differs themselves on shape (plate, cylinder and cuboid), electromagnetic constant (absorber, conductive and dielectric materials) and considered spread mechanisms (diffraction, reflection, or both). For each model, an algorithm is created and detailed through the presentation of equations and data structure. The models analysis were made in two comparison steps: one with empirical data and the other with the environment characterization parameters, like fading and time spread, obtained through simulations of each pedestrian model. Within twenty nine models simulation, the results analysis show that the most satisfactory results are given by the model that considers the pedestrian as a conducting cylinder.

Keywords: Indoor radio propagation, Simulation, Ray tracing method, bodyhuman models

SUMÁRIO

CAPÍTULO 01 -INTRODUÇÃO		
11 Εσταπό μα Αρτε	3	
1.2. OBJETIVO DO TRABALHO	8	
	·	
CAPÍTULO 02 - PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS	9	
2.1. MEIOS DE PROPAGAÇÃO	10	
2.2. PROPAGAÇÃO ATRAVÉS DE MEIOS DISTINTOS:	11	
2.2.1. REFLEXÃO E REFRAÇÃO	12	
2.2.2. DIFRAÇÃO	14	
2.3. ANÁLISE DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS A PARTIR DOS PRINCÍPIOS DA ÓTICA		
GEOMÉTRICA.	16	
2.3.1. REFLEXÃO E TRANSMISSÃO	20	
2.3.2. DIFRAÇÃO	22	
2.3.2.1. Difração em arestas	23	
2.3.2.2. Difração em superfícies arredondadas	26	
2.4. PROPAGAÇÃO NO CANAL DE MULTIPERCURSO	30	
2.4.1. DESVANECIMENTO EM GRANDE ESCALA	31	
2.4.2. DESVANECIMENTO EM PEQUENA ESCALA	32	
2.4.2.1. Desvanecimento plano	33	
2.4.2.2. Desvanecimento seletivo em frequência	33	
CAPÍTULO 03 -TRAÇADO DE RAIOS E MODELOS DE PEDESTRES	35	
3.1. FORMULAÇÃO DO TRAÇADO DE RAIOS – AMBIENTE DETERMINÍSTICO	36	
3.1.1. DEFINIÇÃO DO AMBIENTE	36	
3.1.2. DETERMINAÇÃO DOS PERCURSOS	37	
3.1.3. FUNÇÕES DE POLARIZAÇÃO, FASE E AMPLITUDE.	45	
3.2. ALGORITMOS DE INTERAÇÃO COM MODELOS DE PEDESTRES	57	
3.2.1. LOCALIZAÇÃO DAS IMAGENS DOS PEDESTRES	58	
3.2.2. TESTE DE INTERSECÇÃO ENTRE RAIOS E PEDESTRES	59	
3.3. APLICAÇÃO DOS MODELOS DE PEDESTRES	62	
3.3.1. CATEGORIA A – PEDESTRE ABSORVENTE	64	
3.3.2. CATEGORIA B – PEDESTRE GUME DE FACA	66	
3.3.3. CATEGORIA C – PEDESTRE DIFRATOR PARALELEPIPÉDICO	69	
3.3.4. CATEGORIA D – PEDESTRE DIFRATOR CILÍNDRICO	73	
3.3.5. CATEGORIA E– PEDESTRE REFLETOR PARALELEPIPÉDICO.	77	
3.3.6. CATEGORIA F – PEDESTRE REFLETOR CILÍNDRICO	80	
3.3.7. CATEGORIA G – PEDESTRE DIFRATOR E REFLETOR.	85	

	VIII
CAPÍTULO 04 -ANÁLISE DOS MODELOS	86
4.1. COMPARAÇÃO COM DADOS EMPÍRICOS	86
4.2. COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS.	97
4.2.1. ANÁLISE DOS AMBIENTES DETERMINÍSTICOS.	100
4.2.2. ANÁLISE DOS MODELOS DE PEDESTRES	105
4.3. ANÁLISE DOS ALGORITMOS E REQUISITOS DE SISTEMA	117
CAPÍTULO 05 -CONCLUSÃO	120
REFERÊNCIAS	124
APÊNDICE	132
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	(00
	133
APÊNDICE B- FUNÇÕES MATEMÁTICAS ESPECIAIS	139

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Mecanismo da Reflexão	12
Figura 2. Mecanismo da Difração	15
Figura 3. Geometria do tubo de raios	18
Figura 4. Geometria da Reflexão e Refração	21
Figura 5. Geometria do mecanismo de difração em arestas	23
Figura 6. Difração em cilindros	27
Figura 7. Representação das faces refletoras de obstáculos planos	36
Figura 8. Reflexão de raios em uma superfície plana	38
Figura 9. Árvore de Imagens	39
Figura 10. Trajetória dos raios refletidos	41
Figura 11. Trajetória dos Raios Refratados	43
Figura 12. Trajetória do raio difratado	45
Figura 13. Reapresentação da trajetória do raio refletido	49
Figura 14. Raio Refratado	53
Figura 15. Formatos dos modelos	58
Figura 16. Imagem do Pedestre e Intersecção com o raio	59
Figura 17. Pedestres Circunscritos por Cilindros	60
Figura 18. Modos de Intersecção entre raios e pedestres	61
Figura 19. Algoritmo de interação entre raios e pedestres	63
Figura 20. Modelo de Difração Gume de Faca	67
Figura 21. Modelo de Difração UTD em arestas	71
Figura 22. Modelo de Difração UTD para pedestres cilíndricos	73
Figura 23. Geometria da difração em superfícies cilíndricas - Plano [x, y]	76
Figura 24. Projeção $[x, y]$ do modelo de reflexão em pedestres em forma de	
lâminas	78
Figura 25. Orientação de pedestres para reflexão	79
Figura 26. Projeção $[x, y]$ do modelo de reflexão em pedestres cilindricos	81
Figura 27. Geometria de reflexão no cilindro projetada no plano $[x, y]$	82
Figura 28. Rotação do cilindro para a determinação do ponto de reflexão	84
Figura 29. Dados empiricos obtidos extraidos de (61)	87
Figura 30. Dados simulados versus dados empiricos	93
Figura 31. Ambientes Simulados	98
Figura 32. I rajetorias de Pedestres	100
Figura 33. Variação do nivel da amplitude do sinal recebido em termos da	404
posição do receptor.	101
Figura 34. Perils de atraso de potencia normalizados.	102
Figura 35. Variação do nivel medio do sinal recebido <i>aB</i> devido a presença de	100
Figure 26. Veriação de desvio podrão da desvenceimente lo granmal devido à	100
Figura 36. Variação do desvio padrão <i>aB</i> do desvanecimento lognormal devido a	1 110
Figure 27. Veriação Ester de Dise <i>d</i> ^D de desvenseimente em negueno escelo	
rigura 57. Vanação Fator de Rice <i>ab</i> do desvanecimento em pequena escala	110
Figure 29. Veriação de stress evenção médio a devido à presença de	
rigura so. vanação do atraso excessivo medio s devido a presençã de	115
Figure 20. Variação do oppolhamento do atrazo PMS a devido à presence do	
rigura 53. variação do espainamento de atraso Rivis s devido a presença de	116
Figure 10 Requisitos de tempo e sistemo	
ז וצעום דט. ולכיעוטונט עב נכווויט ב טוטנכווום	

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Modelo de Pedestres	65
Tabela 2. Valores de parâmetros empíricos	88
Tabela 3. Comparação entre dados empíricos e simulados	94

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
FDTD	Diferenças finitas no domínio do tempo
GO	Ótica Geométrica
GTD	Teoria geométrica da difração
ISB	Fronteira de sombra de raios incidentes
RCS	Secção transversal de radar (radar cross section)
RMS	Média quadrática (root mean square)
RSB	Fronteira de sombra de raios refletidos
RT	Traçado de Raios
RX	Receptor
SSB	Fronteira de sombra de superfície
ТХ	Transmissor
UTD	Teoria geométrica uniforme da difração

LISTA DE SÍMBOLOS

Α

A		
	$a_k(t)$	Processo aleatório referente à amplitude do componente de multipercurso k
	a_0	Raio do cilindro
	a_1	Raio da superfície refletora no plano de incidência
	<i>a</i> ₂	Raio da superfície refletora no plano perpendicular ao plano de incidência
	\vec{a}_h	Vetor que representa uma aresta horizontal do modelo do pedestre
	\vec{a}_v	Vetor que representa uma aresta vertical do modelo do pedestre
	$A_{\vec{u}_e}$	Ponto de origem da aresta difratora
	Α	Ponto de origem dos vetores \vec{u} e \vec{v} que definem um obstáculo plano
	A(s)	Fator de espalhamento
	Ai(x)	Função de Airy do tipo Keller
В		
	\widehat{b}_p	Vetor tangente pertencente à base ortonormal relacionada ao pedestre
С		
	C_0	Constante dependente dos parâmetros da antena
	CC_{xy}	Centro do circunferência base do cilindro no no plano $[x, y]$
	С	Coeficiente de interação do raio com o pedestre: pode ser de reflexão \mathcal{R} ou de difração \mathcal{D} , conforme o caso
D		
	d	Diâmetro, ou largura, do pedestre
	${\cal D}$	Coeficiente de difração
	\mathcal{D}^k	Coeficiente de difração de Keller
	\mathcal{D}^{c}	Coeficiente de UTD para o cilindro
	\mathcal{D}_m	Coeficiente da UTD em cilindros para incidência do raio no cilindro
	$D_{\rm s}$	Coeficiente da UTD em cilindros para a perda de raios de
	superfície	
Е		
	ê	Vetor Polarização do campo elétrico
	\hat{e}_0	Vetor Polarização da Antena
	$\hat{e}^{i,d,r}$	Vetores de polarização perpendicular (1), ou paralelo (II)ao plano
	°⊥,	de incidência, para raios incidente (i) , difratado (d) e refletido (r)
	\vec{E}	Vetor campo elétrico
	E_0	Amplitude do campo elétrico de referência para $s_0 = 1m$
	\vec{E}_{TX}	Vetor campo elétrico atribuído ao raio \vec{s}_{TX}
	$\vec{E}_{TX_{ped}}$	Vetor campo elétrico atribuído ao raio após a interação com o pedestre

	$ec{E}^d$	Vetor campo elétrico difratado
	\vec{E}^i	Vetor campo elétrico incidente
	\vec{E}^r	Vetor campo elétrico refletido
	E _m	Intensidade do campo elétrico médio para o ambiente sem pedestre
F		
	F[x]	Função de Transição UTD
	f_0	Frequência central da banda do sinal transmitido
Н		
	$h(\tau)$	Resposta Impulsiva do canal
	h	Altura do pedestre
	<i>h</i> _{1,2,3}	Porção da elipsoide de Fresnel bloqueada pelo pedestre
	\vec{H}	Vetor campo magnético
I		
	I _o	Intensidade da corrente que passa pela antena
	I_{TX}	Coordenadas da imagem de TX
	$I_{TX_{XY}}$	Projeção do ponto I_{TX} no plano $[x, y]$
	<i>I</i> _{1,2}	Ponto de intersecção entre raio e cilindro
	$I_{1,2_{xy}}$	Projeções dos pontos $I_{1,2}$ no plano $[x, y]$
	i	Quantidade de obstáculos em que o raio é refletido em sua trajetória
	i _{max}	Número máximo de reflexões sofridas pelo raio <i>š</i> ^r
J		
	j	Número sequencial atribuído à superfície refletora
	j	Componente complexo $\sqrt{-1}$
Κ		
	k	Constante de fase ou número de onda
_	k	Número atribuído ao transmissor gerador de uma imagem
L		
	L	Parametros de distancia associados as fronteiras de sombreamento
	l	Comprimento do dipolo
Μ		
	m	Modos de propagação do raio de superfície
Ν		
	n	Parametro que relaciona o angulo interno ao angulo externo da cunha
	\widehat{n}_{j}	Vetor normal à superfície j

	\hat{n}_p	Vetor normal pertencente à base ortonormal relacionada ao pedestre
	N _{ped}	Quantidade de pedestres que geram imagens válidas do transmissor
0		
	O_h	Ponto de origem do vetor \vec{a}_h
	O_{v}	Ponto de origem do vetor \vec{a}_v
	0	Ponto de origem dos vetores $ec{a}_v$ e $ec{a}_h$ para modelo gume de faca
Ρ		
	$P(\tau)$	Perfil de atraso de potência
	Р	Ponto de origem do vetor trajetória
	P_{RX}	Coordenadas do receptor
	P_{TX}	Coordenadas do transmissor
	${\cal P}$	Vetor de Poynting
_	$p^*(x)$	Função de Pekeris
Q		
	q_m	Raiz da função de Airy do tipo Keller
	Q_s	Ponto de destino do vetor trajetoria
	Q_r	Ponto de reflexao
	Q_d	Ponto de difração Pontos de difração no latoral de cilindro
	$Q_{d_{1,2}}$	
	$Q_{d_{1}xy}$	Projeção dos pontos $Q_{d_{1,2}}$ no plano [x, y]
R		
	RX_{xy}	Projeção do ponto P_{RX} no plano $[x, y]$
	${\mathcal R}$	Coeficiente de reflexão
S		
	S	Distância entre um ponto qualquer e a fonte transmissora
	<i>s</i> ₀ →	Distância de referência para determinação do campo E_0
	S →	Vetor trajetoria
	S_{TX}	Vetor trajetoria com origem em TX
	S _{ped}	Função trajetoria do raio apos interação com o pedestre
	S^{t}	Vetor I rajetória do Raio direto incidente
	S' →d	Vetor I rajetoria do Raio refletido
	S^{a}	Vetor I rajetoria do Raio refletido
	S_1^d	Vetor incidente no ponto Q_d antes da difração
	S_2^u	Vetor difratado a partir do ponto Q_d em direção ao receptor.
	$S_{1_{xy}}^{u}$	Projeção do vetor s_1^u no plano $[x, y]$
	$\vec{S}^d_{2_{xy}}$	Projeção do vetor \vec{s}_2^d no plano $[x, y]$
	<i>s</i> ₁	Distância entre I_{TX} e o pedestre para difração por gume de faca

т	<i>s</i> ₂	Distância entre P_{RX} e o pedestre para difração por gume de faca
	\hat{t}_p	Vetor tangente pertencente à base ortonormal relacionada ao pedestre
	Т	Coeficiente de transmissão
	t	Instante de observação relativo à movimentação dos objetos espalhadores
	t	Comprimento do arco entre dois pontos pertencentes a um cilindro
U		
	\vec{u}_{ρ}	Vetor que define a aresta difratora
v	C	
	12	Parâmetro de Fresnel-Kirchoff
	12	Fator de Rice
	12_	Velocidade de propagação do campo eletromagnético no ar
	<i>v</i> ₀	Velocidade de propagação do campo eletromagnético no moio 01
	v_1	Velocidade de propagação do campo eletromagnético no meio 01
v	v_2	velocidade de propagação do campo eletromagnetico no meio 02
Χ		
	x _{aux}	Raizes do polinomio utilizado para encontrar o ponto Q_r em cilindros
	$x(\tau)$	Sinal transmitido
Y		
	$v(t,\tau)$	Sinal recebido pela antena receptora
	$y(\iota, \iota)$	
	y(t, t) y_0	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso
	y(t, t) y ₀ y _{Lsf}	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala
	y(t, t) y ₀ y _{Lsf} y _{ssf}	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala
α	y(t, t) y ₀ y _{Lsf} y _{ssf}	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala
α	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala
α	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α α	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície
α	y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel,\perp}$	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha
α	y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel,\perp}$ α	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha
α	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel, \perp}$ α	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulos do referência utilizados para a UTD em cilindros
α β	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel, \perp}$ α $\beta_{1, 2}$	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha
α β Γ	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel,\perp}$ α $\beta_{1,2}$ γ	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros
α β	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel, \perp}$ α $\beta_{1,2}$ γ γ	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros
α β Γ	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel,\perp}$ α $\beta_{1,2}$ γ γ $\gamma_{1,2}$	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros Constante de propagação da onda eletromagnética Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros
α β Γ	$y_{(l, l)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel, \perp}$ α $\beta_{1,2}$ γ γ $\gamma_{1,2}$	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros Constante de propagação da onda eletromagnética Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros
α β Γ	$y_{(t, t)}$ y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel, \perp}$ α $\beta_{1,2}$ γ γ $\gamma_{1,2}$ $\delta(\tau)$	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros Constante de propagação da onda eletromagnética Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros Função Delta de Dirac
α β Γ Δ	y_{0} y_{Lsf} y_{ssf} α $\alpha_{m}^{\parallel,\perp}$ α $\beta_{1,2}$ γ γ $\gamma_{1,2}$ $\delta(\tau)$	Nível do sinal recebido esperado devido à perda de percurso Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em grande escala Nível do sinal recebido devido ao desvanecimento em pequena escala Fator de amortecimento ou constante de atenuação da onda Constante de atenuação de propagação de raios de superfície Ângulo interno à cunha Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros Constante de propagação da onda eletromagnética Ângulos de referência utilizados para a UTD em cilindros Função Delta de Dirac

η		
	η	Impedância intrínseca do meio
θ		
	$ heta_i$	Ângulo de incidência do raio axial na superfície refletora
	$\theta_{\rm k}(t)$	Processo aleatório referente à fase do componente de multipercurso k
	$ heta_r$	Ângulo de reflexão do raio axial na superfície refletora
	$ heta_t$	Ângulo de refração do raio axial na superfície refletora
	θ_0	Ângulo de entre o raio incidente e a aresta difratora
λ		
	λ	Comprimento de onda
Μ		
	μ	Permeabilidade magnética
	μ_{Lsf}	Média do processo de desvanecimento em grande escala
Ξ		
	ξ	Parâmetro de Fock
ρ		
	ρ	Densidade de cargas eletromagnéticas
_	ρ	Raios de curvatura de um tubo de raio
Σ		
	σ	
	σ_{Lsf}	Desvio padrão do processo de desvanecimento em grande escala
_	$\sigma_{ au}$	Espalhamento de atraso RMS
I	_	
	τ	Atraso excessivo medio
	$ au_{max}$	Atraso excessivo maximo
	τ_0	Instante de chegada do primeiro componente de multipercurso
	$T_k(l)$	Processo aleatono reference ao tempo de atraso do componente de multipercurso k
Φ		
	φ^i	Ângulo entre o raio incidente e a superfície de incidência na UTD
	φ^d	Ângulo entre o raio difratado e a superfície de incidência na UTD
	φ_{RSB}	Ângulo que define a fronteira de sombra de raios refletidos na UTD
	φ_{ISB}	Ângulo que define a fronteira de sombra de raios diretos na UTD
Ψ	-	
	ψ	Função eikonal
ω		
	ω	Frequência angular

Estrutura e Organização do Trabalho

De acordo com a estrutura recomendada pelo regimento do programa de pósgraduação em engenharia elétrica (PPGEE) da Universidade de São Paulo este trabalho está organizado da seguinte maneira:

O capítulo 1 apresenta a *revisão bibliográfica completa* e, com ela, a *justificativa* e o *objetivo* deste trabalho.

O capítulo 2 apresenta um *resumo teórico* da radiopropagação sob o ponto de vista da teoria eletromagnética e da ótica geométrica, assim como conceitos que envolvem ambientes de multipercurso e seus parâmetros de caracterização.

O capítulo 3 apresenta, de maneira detalhada, a formulação dos algoritmos de traçado de raios, bem como os algoritmos relacionados a cada modelo de pedestre, analisado por este trabalho.

O capítulo 4 apresenta análise dos modelos, realizada em duas etapas de comparação: uma com dados empíricos e outra entre os parâmetros de caracterização do canal através de simulações de diferentes tipos de ambiente com cada tipo de modelo de pedestre.

E, por fim, o capítulo 5, encerra o trabalho através da apresentação da conclusão e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 01 - Introdução

A demanda pelos serviços de comunicações móveis como telefonia celular e redes de computadores sem fio, vem crescendo de modo exponencial nas últimas décadas.

Este crescimento é resultado, principalmente, da possibilidade da eliminação de cabos e estrutura de cabeamento, da flexibilidade na troca e criação de usuários e, também, da liberdade de movimentação.

Entretanto, mesmo com o grande empenho, por parte dos pesquisadores e centros de pesquisa em atender às necessidades referentes à qualidade das comunicações, sérios problemas relacionados aos ambientes ainda não foram completamente resolvidos.

O principal deles é relacionado à variabilidade do canal, e vem do fato de os sistemas sem fio serem utilizados em ambientes repletos de obstáculos, onde dificilmente existe uma linha de visada direta entre transmissor e receptor.

Tais ambientes, chamados de ambientes de multipercurso, são altamente sujeitos a fenômenos como reflexão, difração, absorção e dispersão que ocorrem devido aos obstáculos e fazem com que o sinal transmitido atinja o receptor por mais de um caminho, produzindo, de modo aleatório, uma versão distorcida deste sinal.

Por este motivo, a análise detalhada do comportamento do sinal, neste tipo de ambiente, é de fundamental importância para o desenvolvimento de sistemas móveis futuros e para a otimização dos já existentes.

As primeiras análises datam da década de 1970 (1-2), e tiveram como objetivo a obtenção de dados empíricos de propagação em ambientes urbanos e da obtenção de modelos estatísticos. Estes modelos que serviram de base para os estudos da propagação em interiores, se tornaram ainda mais necessários na década seguinte, com o advento da telefonia celular, e são utilizados até os dias de hoje como base para novas pesquisas. (3-21).

Além da necessidade da transmissão de sinais em frequências mais altas e em bandas cada vez mais largas, a diversidade dos ambientes fez com que, paralelamente, algumas pesquisas fossem realizadas com o objetivo de tornar o método de caracterização mais preciso (através de medidas no domínio da frequência), mais acessível (através do uso de analisadores de espectro) e menos trabalhoso (através da elaboração de conjuntos de equipamentos) (22-29).

Embora a realização de campanhas de medidas seja, até o hoje, o método mais completo de caracterização de um canal, métodos de predição determinísticos baseados nestas medidas e realizados através de simulações vêm sendo propostos a fim de viabilizar e tornar ágil tal caracterização (30-33).

Dentre eles, os mais utilizados são: o método numérico das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) (34-36), baseado nas equações de Maxwell e condições de contorno, e o método do traçado de raios (RT), baseado nos princípios da ótica geométrica (GO) (37-41)

Embora, o método FDTD seja mais minucioso e detalhista, e, por isso, esteja sendo muito utilizado na caracterização da propagação em meios heterogêneos, como no caso da propagação intracorporal (42-48); o método do RT vem ganhando mais espaço na caracterização de ambientes em interiores devido a sua maior simplicidade e eficiência computacional (49-50). Por esse motivo, grande número de autores segue pesquisando métodos de otimização deste último tipo de algoritmo (51-53).

Ocorre, entretanto, que a grande parte dos desenvolvedores, objetivando um método determinístico e de simples simulação, optou por negligenciar certos aspectos estatísticos do canal, como a presença e movimentação de pedestres, principais causadores de desvanecimentos em interiores (54-64), cujas dimensões e características dielétricas são muito bem conhecidas (65-69).

Nos últimos quinze anos, visando preencher estas lacunas, alguns pesquisadores começaram a ajustar os algoritmos baseados no método do traçado de raios, através da inserção de obstáculos que pudessem representar os pedestres dentro dos ambientes simulados.

Muitas propostas de modelos foram apresentadas (70-92). Elas se diferenciaram, principalmente, pelo grau de complexidade e detalhamento.

1.1. Estado da Arte

O primeiro a considerar a presença de pedestres nas simulações baseadas no método de traçado de raios foi Qi, et al. (70) em 1995. Em sua simulação foi utilizado um modelo em duas dimensões baseado no método da força bruta¹, e os resultados foram comparados com dados empíricos. Os pedestres foram aproximados através de lâminas dielétricas, onde foram considerados apenas os efeitos de difração por obstáculo gume-de-faca (*knife-edge model*).

Seguindo a mesma linha de simulação em duas dimensões, porém através do método das imagens, Obayashi e Zander (71), em 1998, realizaram um estudo sobre o sombreamento causado pelo corpo humano.

¹ O método da Força Bruta é um método de traçado de raios que consiste em lançar raios, a partir de uma determinada fonte, com separação angular uniforme de modo a permitir a análise individual de cada componente de multipercurso até que ele atinja o receptor, ou sofra uma perda significativa em sua amplitude de modo que possa ser eliminado do processamento.

Diferentemente do anterior, eles realizaram um pré-estudo estatístico sobre os principais caminhos percorridos por pedestres naquele ambiente e encontraram os pontos de intersecção entre eles e os componentes de multipercurso do sinal. Sempre que um dos componentes possuísse tal ponto de intersecção, uma perda aditiva obtida através de dados empíricos era adicionada a perda de percurso do raio.

Ainda no mesmo ano, Sato e Manabe (72) também consideraram o corpo humano como um obstáculo puramente absorvente e realizaram outro pré-estudo estatístico sobre o sombreamento causado pelo pedestre na transmissão de sinais de rádio. Nesta simulação, entretanto, não foram consideradas as reflexões no chão e paredes de modo que só o percurso de linha de visada direta tenha sido analisado.

Nos dois anos seguintes, 1999 e 2000, Villanese liderou três trabalhos de simulação utilizando métodos híbridos tridimensionais, baseados no método das imagens e força bruta (73-75) para estudar a influência de corpos humanos, desta vez modelados como cilindros dielétricos homogêneos, nos ambientes de propagação de multipercurso.

Nos dois primeiros trabalhos, apenas os fenômenos de reflexão e difração, através da teoria geométrica uniforme de difração (UTD), foram considerados; sendo adicionado, no terceiro, o fenômeno da transmissão das ondas eletromagnéticas através do cilindro.

Em 2001, Scanlon e Ziri-Castro (76), visando aprimorar os trabalhos liderados por Villanese, apresentaram outro modelo de traçado de raios em três dimensões baseado no método das imagens. Entretanto, para este novo modelo, eles utilizaram o *radar-cross section* (RCS) de um modelo realístico de corpo humano, modelado através de simulações pelo método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), como meio de simular o espalhamento causado pelos pedestres.

Depois de uma pausa de aproximadamente três anos nesta linha de pesquisa, em 2004, Ghaddar et al. (77) e Ghaddar, Talbi e Denidni (78) retomaram o esforço que vem sendo fortemente despendido a esta tarefa até os dias de hoje.

Em ambos os trabalhos, os pedestres foram aproximados por cilindros circulares de material condutor perfeito e, então, combinados com a técnica de traçado de raios, método das imagens, para lidar com as particularidades do cenário de propagação.

Para a obtenção das contribuições dos raios difratados, o método da UTD foi novamente utilizado. Ele foi escolhido como a melhor das opções UTD e GTD (teoria geométrica de difração), por apresentar uma solução contínua entre a área iluminada pelos raios provenientes do transmissor e a área sombreada pelos cilindros, fornecendo assim boa concordância com os dados empíricos.

Em 2005 e 2006, enquanto Ziri-Castro, Scanlon e Evans (79) confirmavam a boa concordância entre os dados empíricos e simulados, obtida em 2001, através de uma nova simulação com as mesmas características (método das imagens, modelo realístico, FDTD e RCS), realizada com mais pedestres dentro de um mesmo ambiente, Huang et al. (80-81) utilizou o modelo do cilindro condutor perfeito através do método das imagens unido a UTD para analisar o efeito da interação do corpo humano com as estruturas do ambiente na propagação de multipercurso.

Em 2007, visando justificar o uso de cilindros na simulação de pedestres, apresentada três anos antes, Ghaddar et al. (82) realizou uma campanha de medidas para observar a concordância dos dados simulados com os dados empíricos. Apesar de ter obtido boa concordância com o cilindro circular metálico, chegou a sugerir o uso do cilindro elíptico como alternativa para o modelo de pedestres.

O uso deste último cilindro, entretanto, foi descartado pelos próprios autores com a justificativa de que por ser, o cilindro circular, um caso particular do cilindro elíptico, este apresentava resultados similares, de modo que a preferência pelo o uso do cilindro circular foi justificada pela menor complexidade computacional que ele oferecia.

Seguindo esta linha, ainda no ano de 2007, alguns autores resolveram simplificar alguns métodos apresentados na literatura a fim de obter uma menor complexidade computacional.

Kashiwagi e Taga (83) e Kashiwagi, Taga e Imai (84), visando estudar o sombreamento causado pelos pedestres em canais de múltiplos-receptores e múltiplos-transmissores (MIMO), realizaram um estudo em três dimensões baseado na técnica de traçado de raios com método das imagens, onde os pedestres foram modelados através de cilindros de material dielétrico e tiveram seus coeficientes de reflexão e refração desprezados. Anos depois, em 2010, (85), obtiveram boa concordância entre os dados empíricos e o modelo simulado.

Além deles, ainda em 2007, Fuji e Ohta (86) simplificaram, ainda mais, os modelos existentes através do uso do método de traçado de raios em duas dimensões e o uso de pedestres modelados através de discos completamente absorventes de onda eletromagnética. Para estes modelos, além dos fenômenos de reflexão e transmissão, também foi desprezado o efeito de difração no pedestre.

O resultado desta simplificação foi validado através de medidas.

Para confirmar a heterogeneidade dos trabalhos que utilizam modelos de pedestres para simular os canais em interiores, os últimos anos apresentaram trabalhos bem diversificados nesta área.

O único trabalho que apresentou um novo modelo foi o de Chetcuti, Debono e Bruillot (87), que sugeriu o uso de um modelo humano construído a partir de seis cilindros que representariam braços, pernas, tronco e cabeça, compostos de dois materiais: água na camada externa e ar na camada interna. Porém, para efeito de simplificação em sua simulação, utilizou um cilindro dielétrico homogêneo e finito.

Os demais trabalhos, entretanto, não tinham mais o objetivo de propor novos modelos de pedestres, e, sim, o objetivo de obter dados de caracterização do ambiente através de modelos já apresentados.

Das Gupta e Ziri-Castro (88), utilizaram o modelo realístico simulado através da RCS do corpo humano; Fakharzdeh et al (89) utilizou o modelo dielétrico com efeitos de difração; Ali e Mughal (90) utilizaram um cilindro condutor perfeito; Wang, Prasad e Niemegeers (91) voltaram para o modelo onde o pedestre é considerado um corpo completamente absorvente e Jacob et al (92) utilizou o modelo gume-de-faca para representar a difração.

Assim, o que se observa é um crescente grau de complexidade dos modelos até meados desta última década e uma tendência decrescente nos últimos anos.

Uma breve análise dos resultados aponta que esta tendência decrescente pode vir do fato de que a elaboração de modelos muito complexos demanda grande trabalho e tempo de processamento, além de apresentar, em alguns casos, resultados tão satisfatórios quanto os resultados obtidos em modelos mais simples.

1.2. Objetivo do trabalho

Desse modo, levando em consideração as questões sobre a existência de muitos métodos e modelos para a simulação de pedestres em interiores e, principalmente, a ausência de uma conclusão sobre o melhor modelo a ser utilizado, o objetivo deste trabalho é analisar e comparar os diversos tipos de modelos, baseados naqueles apresentados no estado da arte deste trabalho, com o propósito de preencher esta lacuna.

Capítulo 02 - Propagação de Ondas Eletromagnéticas

O fenômeno da transmissão de ondas eletromagnéticas pode ser entendido como a propagação de campos eletromagnéticos, variantes no tempo e no espaço, através de um meio qualquer, cujo comportamento a uma distância *s* da fonte pode ser completamente caracterizado a partir das equações de Maxwell (93).

Obtidas a partir destas equações, as equações diferenciais de Helmholtz, dadas por

$$\nabla^2 \vec{E}_s(s) - \gamma^2 \vec{E}_s(s) = 0 \tag{2.1}$$

$$\nabla^2 \vec{H}_s(s) - \gamma^2 \vec{H}_s(s) = 0 \tag{2.2}$$

representam a propagação da onda eletromagnética em um determinado meio caracterizado pela constante de propagação da onda, γ , escrita em função de σ (a condutividade), ε (a permissividade) e μ (a permeabilidade) por

$$\gamma = \pm \sqrt{j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon}$$
(2.3)

onde seu termo real, $\alpha = Re[\gamma]$, é o chamado de fator de amortecimento, ou constante de atenuação, e seu termo imaginário $k = Im[\gamma]$ é denominado constante de fase, ou número da onda (*wavenumber*),.

A partir das equações de Helmholtz, uma relação linear entre os campos elétrico e magnético

$$\frac{\vec{E}_s(s)}{\vec{H}_s(s)} = \eta = \frac{\gamma}{\sigma + j\omega\varepsilon}$$
(2.4)

onde η é a impedância intrínseca do meio.

Esta relação η e a decomposição da constante de propagação do meio em suas partes, real e imaginária, faz com que todo o comportamento do campo propagado possa ser analisado, somente, a partir da forma fasorial de *E* como

$$\vec{E}(s) = \vec{E}_0 \cdot A(s) \cdot e^{-\alpha s} \cdot e^{-jks}$$
(2.5)

onde E_0 é um valor de referência do campo elétrico e A(s) é o fator de espalhamento, relacionado ao princípio de conservação de energia.

Este fator pode ser obtido a partir do postulado de Poynting que diz que uma potência que flui para fora de um determinado volume no meio de propagação é dada pela integral fechada que envolve este volume como

$$P = \oint \vec{E}(s) \times \vec{H}(s) \, dS \tag{2.6}$$

onde o produto vetorial

$$\mathcal{P} = \vec{E}(s) \times \vec{H}(s) \tag{2.7}$$

é o chamado vetor de Poynting que indica a direção do fluxo de potência instantâneo em um determinado ponto do espaço.

Desse modo, o fator de espalhamento é, então, escrito como

$$A(s) = \frac{\oint (\vec{E}(s) \times \vec{H}(s)) \, dS}{\oint (\vec{E}_0 \times \vec{H}_0) \, dS}$$
(2.8)

onde \vec{E}_0 e \vec{H}_0 são os campos em uma posição inicial de referência.

2.1. Meios de Propagação

A partir destas equações, pode-se concluir que os meios de propagação exercem um papel importante tanto na intensidade, quanto na velocidade

característica da onda eletromagnética e direção do campo eletromagnético propagado.

De acordo com esta influência, decorrente do tipo de corrente elétrica existente entre seus átomos, os meios de propagação são classificados como dielétricos, condutores ou quase-condutores (93).

Meios dielétricos (ou isolantes) são constituídos, principalmente, das chamadas cargas fixas, que embora possam sofrer pequenos deslocamentos em razão da aplicação de um campo elétrico, não contribuem para o processo de condução de corrente, fazendo com que a condutividade tenda a zero (94).

Por esse motivo, possuem uma constante de propagação de valor puramente imaginário, que faz com que o material dielétrico perfeito tenha a característica de, além de não ser dissipativo, apresentar os campos elétrico e magnético sempre em fase.

Por outro lado, materiais com condutividade $\sigma \neq 0$, chamados de materiais condutores e quase-condutores, são os materiais que possuem cargas livres em sua banda de condução, de modo a permitir o processo de corrente elétrica.

Por serem materiais dissipativos ($\alpha > 0$), apresentam sua impedância intrínseca complexa, de modo que a propagação do campo eletromagnético através dele possa ser inviável (94).

2.2. Propagação através de meios distintos:

De acordo com a teoria eletromagnética, as equações tratadas nas seções anteriores são verdadeiras apenas para regiões lineares, isotrópicas e homogêneas do espaço, caracterizadas por valores constantes de μ , ε e σ (95). Entretanto, devido aos obstáculos existentes no canal de propagação, o campo eletromagnético está sujeito a mudanças abruptas nos valores destas características, que através de mecanismos de propagação como reflexão, refração e difração, acabam por gerar o espalhamento destes campos (94).

2.2.1. Reflexão e Refração

A reflexão e a refração são dois mecanismos complementares de propagação que ocorrem quando uma onda, que se propaga em um determinado meio $(\mu_1, \varepsilon_1 e \sigma_1)$, incide sobre a superfície de um obstáculo $(\mu_2, \varepsilon_2 e \sigma_2)$ de dimensões muito maiores que seu comprimento de onda.

Esta incidência tem como consequência a divisão de sua energia em duas novas ondas, uma refletida de volta para o meio de origem e outra transmitida, ou refratada, para o interior do novo meio, conforme Figura 1.

Esta figura apresenta os sentidos de propagação das ondas incidente, refletida e refratada, que podem ser demonstrados a partir do postulado de Poynting, equação (2.7).



Figura 1. Mecanismo da Reflexão

De acordo com o princípio da continuidade dos campos, é possível estabelecer as condições de contorno para a transição entre meios como

$$\begin{cases} E_{\perp}{}^{i} + E_{\perp}{}^{r} = E_{\perp}{}^{t} \\ H_{\perp}{}^{i} - H_{\perp}{}^{r} = H_{\perp}{}^{t} \end{cases}$$

$$(2.9)$$

onde os expoentes *i*, *r* e *t* significam os campos incidente, refletido e transmitido, respectivamente e o índice \perp indica a parcela dos campos perpendiculares ao plano de incidência², mas tangentes à superfície do obstáculo.

A partir das condições de contorno, pode-se, então, encontrar a relação entre o campo elétrico da onda refletida e o campo elétrico da onda incidente como

$$E_{\perp,||}^r = \mathcal{R}_{\perp,||} E_{\perp,||}^i$$
(2.10)

onde $\mathcal{R}_{\perp,||}$ é o chamado de coeficiente de reflexão perpendicular (\perp) e paralelo (||), ao plano de incidência, tal que

$$\mathcal{R}_{\perp} = \frac{\eta_2 \cdot \cos\theta_i - \eta_1 \cdot \cos\theta_t}{\eta_2 \cdot \cos\theta_i + \eta_1 \cdot \cos\theta_t}$$
(2.11)

$$\mathcal{R}_{||} = \frac{\eta_2 \cdot \cos\theta_t - \eta_1 \cdot \cos\theta_i}{\eta_2 \cdot \cos\theta_t + \eta_1 \cdot \cos\theta_i}$$
(2.12)

E, da mesma forma, pode-se encontrar a relação do campo elétrico da onda refratada e o campo elétrico da onda incidente, como

$$E_{\perp,||}^{t} = T_{\perp,||}.E_{\perp,||}^{t}$$
(2.13)

onde $T_{\perp,||}$ é o chamado de coeficiente de refração, determinado em função do coeficiente de reflexão, tal que

² Entende-se como plano de incidência, o plano que contém os vetores de direção de propagação das três ondas: incidente, refletida e difratada.

$$\begin{cases} T_{\perp} = (1 + \mathcal{R}_{\perp}) \\ T_{||} = \frac{\eta_2}{\eta_1} . (1 - \mathcal{R}_{||}) \end{cases}$$
(2.14)

2.2.2. Difração

A difração é o mecanismo de propagação que ocorre quando uma onda, que se propaga em um determinado meio (μ_1 , $\varepsilon_1 e \sigma_1$), incide em um obstáculo (μ_2 , $\varepsilon_2 e \sigma_2$) de dimensões compatíveis com seu comprimento de onda, como, por exemplo, irregularidades em uma superfície, arestas ou até mesmo superfícies com curvatura acentuada.

Este mecanismo tem como base o princípio de Huygens (96) que estabelece que todos os pontos infinitesimais de uma frente de onda agem como fontes independentes, produtoras de novas ondas secundárias que, combinadas entre si, corroboram para a formação de uma nova frente de onda.

Desse modo, segundo este princípio, o campo elétrico irradiado por cada uma das fontes infinitesimais que formam uma frente de onda pode ser escrito como

$$d\vec{E} = \vec{E}_0.A(s).e^{-jks}ds$$
(2.15)

de modo que o campo resultante total num ponto Q_s localizado a uma distância s da fonte seja escrito através da somatória da contribuição de todas estas fontes (97) pela integral de Fresnel.

$$\vec{E}(Q_s) = \vec{E}_0 \cdot A(s) \cdot e^{-jks} \cdot \frac{e^{-\frac{j\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{j\pi}{2}u^2} du$$
(2.16)

Assim, quando uma parte da frente de onda é obstruída, ocorre um espalhamento da onda eletromagnética, de modo que parte de sua energia seja

absorvida ou refletida e parte continue a se propagar formando novas frentes de onda, conforme mostra a Figura 2.



Isso significa que o campo elétrico resultante em um ponto Q_s após a incidência de parte da frente de onda original no obstáculo é dado por

$$\vec{E}(Q_s) = \vec{E}_0.A(s).e^{-jks}.\frac{e^{-\frac{j\pi}{4}}}{\sqrt{2}}.\int_v^\infty e^{-\frac{j\pi}{2}u^2}du$$
(2.17)

onde v é o chamado de parâmetro de Fresnel-Kirchoff dado por

$$v = h \sqrt{\frac{2}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right)}$$
(2.18)

tal que *h* é a altura do obstáculo, em relação a linha de visada direta, que obstrui a frente de onda, s_1 é a distância percorrida pela onda incidente até o obstáculo e s_2 é a distância percorrida pela parte da onda que não foi obstruída, após o obstáculo.

 Análise de ondas eletromagnéticas a partir dos princípios da ótica geométrica.

A ótica geométrica é um método de aproximação que utiliza o princípio da propagação retilínea da luz³ para representar o comportamento do campo eletromagnético através de raios, que nada mais são do que a aproximação do campo por ondas de comprimento tendendo a zero, $\lambda \rightarrow 0$.

A estes raios, definidos como vetores paralelos à direção do vetor de Poynting são associadas funções de fase, amplitude, polarização e direção que, por sua vez, são obtidas a partir de uma solução assintótica das equações de Helmholtz.

Esta solução, proposta por Kline (98), com base em observações físicas dos princípios da ótica geométrica, tem como objetivo facilitar a análise do comportamento do campo eletromagnético de alta frequência em um meio isotrópico e a uma distância *s* suficientemente grande de sua fonte. Ela é dada⁴ por:

$$\vec{E}(s) \sim e^{j\gamma\psi(s)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\vec{E}(s)}{(j\omega)^n}$$
(2.19)

onde para altas frequências ($\omega \rightarrow \infty$, $\lambda \rightarrow 0$), sua somatória é reduzida apenas ao primeiro termo (n = 0), como

$$\vec{E}_{s}(s) = \vec{E}_{0} \cdot e^{-j\gamma\psi(s)}$$
(2.20)

de onde se verifica uma semelhança com a equação (2.5), exceto pela presença da função $\psi(s)$, chamada de *eikonal*.

³ O princípio de Fermat estabelece que a luz que se propaga entre dois pontos, se propaga pelo menor caminho ótico entre estes pontos. O que significa que em um ambiente homogêneo, a luz se propaga em linha reta.
⁴ Uma vez que já foi mostrada a linearidade entre o campo elétrico e o campo magnético, as equações que representam o campo eletromagnético serão apresentadas somente em função do campo elétrico.

A função *eikonal* (99) é uma manipulação matemática utilizada para ajustar a solução assintótica de Kline de acordo com o operador ∇ ,que atua de forma espacial nas equações de Maxwell.

Ela é diretamente relacionada à trajetória do raio, e, desse modo, oferece uma descrição conveniente, tanto da amplitude do campo, quanto da variação da fase ao longo do percurso.

Assim, uma vez que $|\nabla \psi| = 1$, se for considerado que a propagação ocorre em um ambiente homogêneo, a trajetória do raio, \hat{s} , pode ser definida a partir da função *eikonal* como

$$\hat{s} = \nabla \psi \tag{2.21}$$

que apresenta uma solução diferente para cada tipo de frente de onda. São exemplos:

$$\psi(x, y, z) = \begin{cases} \alpha x + \beta y + \gamma z \to para \text{ ondas planas} \\ \sqrt{x^2 + y^2} \to para \text{ ondas cilíndricas} \\ \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \to para \text{ ondas esféricas} \end{cases}$$
(2.22)

onde x, y e z são as coordenadas cartesianas e α , β , e γ são valores de ponderação.

Entretanto, além da variação descrita com o auxílio da função *eikonal*, a amplitude de um raio é, também, relacionada ao princípio do espalhamento de energia, representado na ótica geométrica através do conceito da transmissão de tubo de raios.

Um tubo de raios é entendido como um conjunto de raios adjacentes (paraxiais) que formam um tubo infinitesimalmente pequeno ao redor do raio principal (axial) e que partem em diversas direções a partir de um determinado ponto, conforme mostra Figura 3 (96).



Figura 3. Geometria do tubo de raios

Cada tubo de raios possui energia independente de outros tubos, de modo que todos os raios de mesma fase, provenientes de um mesmo ponto, apresentem o mesmo resultado para a função *eikonal,* assim como mostrado na figura para $\psi(0)$ e $\psi(s^i)$.

Isto permite que o campo elétrico seja calculado ao longo de qualquer raio propagado, através da variação de sua amplitude e fase como

$$\vec{E}(s) = \vec{E}(0).A(s).e^{-jks}$$
(2.23)

onde

$$\vec{E}(0) = \vec{E}_0 \cdot e^{-jk\psi(0)}$$
(2.24)

Nestas equações, o fator e^{-jks} relaciona a fase do campo elétrico em uma posição $\psi(s)$ com a fase do campo elétrico em uma posição de referência $\psi(0)$, como

$$e^{-j\gamma\psi(s)} = e^{-j\gamma\psi(0)} \cdot e^{-j\gamma s},$$
(2.25)

e o fator A(s), análogo ao fator de espalhamento da equação (2.8), relaciona a amplitude do campo elétrico em uma posição $\psi(s)$ com a amplitude do campo elétrico em uma posição de referência $\psi(0)$, devido ao espalhamento da energia. Assim, seja E_0 , a amplitude de um campo elétrico em um ponto de referência s = 0 e s a distância entre este ponto e um ponto de observação no espaço. Pode-se demonstrar (99) que, para este caso geral, o fator de espalhamento A(s) é dado por:

$$A(s) = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}}$$

(2.26)

onde ρ_1 e ρ_2 são os raios de curvatura da superfície da frente de onda, a que o ponto de observação pertence.

Entende-se como raios de curvatura, a distância medida sobre o raio central, entre uma superfície de referência (s = 0) e a cáustica do tubo de raios, definida como o ponto onde os raios do tubo se interceptam.

Desse modo, os raios de curvatura, ρ_1 e ρ_2 , assumem valores diferentes, de acordo com o tipo da onda e do mecanismo de propagação que o gerou.

Por exemplo: ondas planas apresentam $\rho_1 \rightarrow \infty$ e $\rho_2 \rightarrow \infty$, ondas cilíndricas apresentam $\rho_1 \rightarrow \infty$ e ρ_2 igual à distância entre a fonte e a superfície de referência, e ondas esféricas apresentam $\rho_1 = \rho_2$ igual à distância entre a fonte e a superfície de referência.

Já ondas geradas a partir de mecanismos de reflexão ou difração podem apresentar valores independentes para ρ_1 e ρ_2 dependendo da forma do objeto refletor ou difrator.

Para estes tubos de raios, que apresentam $\rho_1 \neq \rho_2$, é dado o nome de tubos de raios astigmáticos.
2.3.1. Reflexão e Transmissão

No contexto da ótica geométrica, a análise destes fenômenos é muito parecida com a apresentada na seção 2.2.1, podendo ser obtida a partir da incidência de um tubo de raios astigmático em um determinado ponto Q_r , pertencente a uma superfície grande e lisa.

A divisão da energia é representada a partir da formação de dois novos tubos de raios lançados a partir do mesmo ponto de incidência: um refletido e outro refratado.

A cada um destes tubos de raios, representados pelos seus raios axiais, coplanares ao raio axial do tubo incidente, são associadas novas funções de fase, amplitude, e direção.

Assim, seja θ_i o ângulo de incidência, θ_r o ângulo de reflexão e θ_t o ângulo de refração (ou transmissão), todos formados entre os respectivos raios (incidente, refletido e refratado) e a normal da superfície no ponto de incidência Q_r , conforme o apresentado pela na Figura 4, as direções dos novos raios são, então, definidas pelas leis da reflexão, dadas por

$$\theta_r = \theta_i \tag{2.27}$$

е

$$\theta_r = asen\left(\frac{v_2}{v_1}.sen(\theta_i)\right)$$
(2.28)

onde v_1 e v_2 são as velocidades de propagação da onda nos meios 1 e 2.



Figura 4. Geometria da Reflexão e Refração

De acordo com o item 2.2.1 e com os princípios da ótica geométrica, pode-se dizer que a fase a e amplitude de campo elétrico de um raio refletido e refratado são, então, dadas por

$$\vec{E}^{r}(P) = \vec{E}^{i}(Q_{r}).\mathcal{R}.\sqrt{\frac{\rho_{1}^{r}\rho_{2}^{r}}{(\rho_{1}^{r}+s^{r})(\rho_{2}^{r}+s^{r})}}.e^{-jks^{r}}$$
(2.29)

$$\vec{E}^{t}(P) = \vec{E}^{i}(Q_{r}).T.\sqrt{\frac{\rho_{1}^{t}\rho_{2}^{t}}{(\rho_{1}^{t} + s^{t})(\rho_{2}^{t} + s^{t})}}.e^{-jks^{t}}$$
(2.30)

onde, \mathcal{R} e T são, respectivamente, os coeficientes de reflexão e refração já apresentados pelas equações 2.11, 2.12 e 2.14; $E^i(Q_r)$ é o campo elétrico associado ao raio incidente no ponto de reflexão Q_r , encontrado a partir da equação 2.23, como

$$\vec{E}^{i}(Q_{r}) = \vec{E}_{0} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{1}^{i}\rho_{2}^{i}}{(\rho_{1}^{i}+s)(\rho_{2}^{i}+s)}} \cdot e^{-jks^{i}}$$
(2.31)

onde os índices *i*, *r* e *t* indicam, respectivamente, os raios incidentes, refletidos e refratados; *s* é o comprimento do raio axial do tubo de raios, e ρ_1 e ρ_2 são os raios

de curvatura dos tubos de raios envolvidos, obtidos, de acordo com o formato do obstáculo, como

$$\frac{1}{|\rho_1^{r,t}|} = \frac{1}{\rho_1^i} - \frac{2}{|a_1|\cos(\theta_i)}$$

$$\frac{1}{|\rho_2^{r,t}|} = \frac{1}{\rho_1^i} - \frac{2\cos(\theta_i)}{|a_2|}$$
(2.32)
(2.33)

tal que a_1 é o raio de curvatura da superfície, projetado no plano de incidência $[\vec{s}^i, \hat{n}_p]$ e a_2 é o raio de curvatura da superfície refletora, projetado no plano perpendicular ao plano de incidência (99).

2.3.2. Difração

No contexto da ótica geométrica, a análise do fenômeno da difração pode ser obtida a partir da chamada Teoria Geométrica da Difração (GTD), desenvolvida por Keller (100) com o objetivo de complementar os conceitos da ótica geométrica clássica, (que só envolviam raios diretos, refletidos e refratados) através da inclusão de uma solução, também, para os raios difratados.

Esta teoria (99) postula que a difração pode ser geometricamente tratada como um desvio na trajetória da frente de onda predita pela ótica geométrica, de modo que, quando uma frente de onda atinge um ponto de uma área não homogênea do obstáculo, novos raios são lançados a partir deste ponto, de acordo com a lei geral da difração.

Esta lei que diz que "quando um raio incidente atinge uma descontinuidade do obstáculo, formando com ela, um ângulo de incidência θ_0 , novos raios difratados são lançados em formato de um cone de raios, com ângulo de abertura igual a $2\theta_0$ ".

Desse modo, assim como a reflexão, a difração pode, também, ser tratada como um fenômeno local, de modo que seus raios satisfaçam os princípios da ótica geométrica, e sejam caracterizados por sua fase, amplitude e direção. (96)

2.3.2.1. Difração em arestas

O fenômeno da difração em arestas pode ser ilustrado a partir do esquema geral apresentado na Figura 5, onde um tubo de raio, representado por seu raio axial, incide obliquamente, com ângulo φ^i , em uma aresta da superfície de coeficiente de reflexão \mathcal{R} gerando, a partir daí, três regiões distintas de iluminação.



Figura 5. Geometria do mecanismo de difração em arestas.

Estas regiões diferenciam-se pelo tipo de campo predominante e são delimitadas pelas chamadas fronteiras de sombreamento: A primeira, chamada de fronteira de sombra de raios refletidos (*reflected shadow boundary* RSB), é definida pelo raio refletido exatamente no ponto Q_d , e forma com a superfície um ângulo

$$\varphi_{RSB} = \pi - \varphi^{\iota} \tag{2.34}$$

já a segunda, chamada de fronteira de sombra de raios incidentes (*incident shadow boundary* - ISB), é definida pelo raio do tubo de raios tangente ao mesmo ponto Q_d , e forma com a superfície um ângulo

$$\varphi_{ISB} = \pi + \varphi^i \tag{2.35}$$

Sendo φ^d , o ângulo entre o raio difratado e a superfície de incidência da frente de onda no obstáculo, o campo eletromagnético total em cada uma das regiões é, então, escrito por

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}^{i} + \vec{E}^{r} + \vec{E}^{d} & se \quad 0 \le \varphi^{d} < \varphi_{RSB} \\ \vec{E}^{i} + \vec{E}^{d} & se \quad \varphi_{RSB} < \varphi^{d} < \varphi_{ISB} \\ \vec{E}^{d} & se \quad \varphi_{ISB} < \varphi^{d} \le 2\pi - \alpha \end{cases}$$

$$(2.36)$$

onde E^i é o campo direto, E^r é o campo refletido , apresentado no item 2.3.1, e E^d é o campo difratado, dado por

$$\vec{E}^{d}(P) = \vec{E}^{i}(Q_{d}).\mathcal{D}^{k}.A(s^{d}).e^{-jks^{d}}$$
(2.37)

onde, $E^i(Q_d)$ é o campo da ótica geométrica incidente no ponto de difração Q_d .

Uma vez que, diferentemente dos demais tubos de raios, o tubo de raio difratado apresenta uma de suas cáusticas determinada pelo ponto Q_d , seu fator de espalhamento é, então, escrito como

$$A(s^{d}) = \sqrt{\frac{\rho_{2}^{d}}{s^{d}(\rho_{2}^{d} + s^{d})}}$$
(2.38)

 $e \mathcal{D}^k$, o coeficiente de difração dado pela teoria de Keller (100), é dado por:

$$\mathcal{D}_{\parallel,\perp}^{k} = \frac{-e^{-\frac{j\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}.\,sen(\theta_{0})} \left[\left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) - \cos\left(\frac{\varphi^{d} - \varphi^{i}}{n}\right)} \right) + R_{\parallel,\perp} \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) - \cos\left(\frac{\varphi^{d} + \varphi^{i}}{n}\right)} \right) \right]$$
(2.39)

onde α é o ângulo interno às superfícies, e relacionado através do parâmetro n por

$$\alpha = (2 - n)\pi \tag{2.40}$$

de modo que o ângulo externo à aresta seja, sempre, da ordem de $n\pi$.

Entretanto, apesar de fornecer bons resultados em regiões distantes das fronteiras, esta solução (GTD) apresenta certas deficiências nas regiões próximas a elas.

Em tais regiões, o campo descrito pela ótica geométrica clássica cai abruptamente para zero, fazendo com que o campo total difratado tenda ao infinito.

Por esse motivo, a Teoria Uniforme da Difração, (UTD) foi desenvolvida (101), a partir da GTD, com o objetivo de fornecer uma solução contínua em toda a região do campo difratado (102). Ela faz com que a descrição deste campo mude rápida e continuamente a partir da região iluminada até a região de sombra, evitando as singularidades existentes no método original.

Seu objetivo é alcançado através da multiplicação dos coeficientes de difração de Keller por uma função de transição obtida a partir da integral de Fresnel, de modo que o campo difratado resultante permaneça limitado nas regiões próximas aos limites de sombreamento (99).

Assim, um novo coeficiente de difração \mathcal{D} que relaciona o campo incidente com o campo difratado através da equação (2.37), é definido como

$$\mathcal{D}_{\parallel,\perp} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 + R_{\parallel,\perp}(\mathcal{D}_3 + \mathcal{D}_4)$$

tal que

$$\mathcal{D}_{1} = \frac{-e^{-\frac{j\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}.\,sen(\theta_{0})}\cot\left[\frac{\pi + (\varphi^{d} - \varphi^{i})}{2n}\right]F[kL^{i}a^{+}(\varphi^{d} - \varphi^{i})]$$
(2.42)

$$\mathcal{D}_2 = \frac{-e^{-\frac{j\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k.} \operatorname{sen}(\theta_0)} \operatorname{cot}\left[\frac{\pi - (\varphi^d - \varphi^i)}{2n}\right] F[kL^i a^- (\varphi^d - \varphi^i)]$$
(2.43)

$$\mathcal{D}_{3} = \frac{-e^{-\frac{j\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}.sen(\theta_{0})}\cot\left[\frac{\pi + (\varphi^{d} + \varphi^{i})}{2n}\right]F[kL^{rn}a^{+}(\varphi^{d} + \varphi^{i})]$$
(2.44)

(2.41)

$$\mathcal{D}_{4} = \frac{-e^{-\frac{j\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}.\,sen(\theta_{0})}\cot\left[\frac{\pi - (\varphi^{d} + \varphi^{i})}{2n}\right]F[kL^{ro}a^{-}(\varphi^{d} + \varphi^{i})]$$
(2.45)

onde F[x] é a função de transição, dada por

$$F[x] = 2j\sqrt{x} e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-ju^2 du}$$
(2.46)

e as funções $a^{\pm}(\varphi^d\pm\varphi^i)$ são definidas como

$$a^{\pm}(\varphi^{d} \pm \varphi^{i}) = 2\cos^{2}\left(\frac{2n\pi N^{\pm} - (\varphi^{d} \pm \varphi^{i})}{2}\right)$$
(2.47)

onde N^{\pm} são os inteiros mais próximos que satisfazem as igualdades

$$2\pi n N^{+} - \left(\varphi^{d} \pm \varphi^{i}\right) = \pi$$

$$2\pi n N^{-} - \left(\varphi^{d} \pm \varphi^{i}\right) = -\pi$$
(2.48)

(2.49)
e os termos
$$L^i$$
 e L^r são os chamados parâmetros de distância associados às

e os termos L^{i} e L^{i} sao os chamados parametros de distancia associados as fronteiras de sombreamento, e definidos por

$$L^{i,r} = \frac{s^d (\rho_e^{i,r} + s^d) \rho_1^{i,r} \rho_2^{i,r}}{\rho_e^{i,r} (\rho_1^{i,r} + s^d) (\rho_2^{i,r} + s^d)} sen^2(\theta_0)$$
(2.50)

onde $\rho_e^{i,r}$ é o raio de curvatura do tubo de raios definido no plano que contém o raio incidente e a aresta difratora.

2.3.2.2. Difração em superfícies arredondadas

Superfícies arredondadas são superfícies que, apesar de difratarem ondas eletromagnéticas, não possuem arestas e nem descontinuidades em sua superfície lateral.

Por este motivo, este tipo de superfície é entendido como um plano inteiro onde ângulo interno α , apresentado pela Figura 5, é igual a π , e o ângulo de incidência $\varphi^{i} = 0.$

Isso faz com que, se a difração for analisada com base nas equações apresentadas para arestas, os campos difratados que se propagam em direção à região de sombra serão considerados nulos (99).

Entretanto, experiências (102) indicam que os campos difratados nestas regiões possuem valores diferentes de zero, comprovando, assim, que as equações utilizadas para o cálculo do coeficiente de difração em arestas não são válidas para este tipo de obstáculo.

Aqui, o fenômeno pode ser ilustrado de acordo com a Figura 6, onde um tubo de raios incidentes, representado pelo seu raio axial, \vec{s}^i , atinge a superfície de um cilindro, de modo tangencial, no ponto, Q_{d_1} , se transformando em um conjunto de raios de superfície que carrega a energia até um dado ponto Q_{d_2} , onde se desprende, também, de modo tangencial, e segue seu percurso em uma trajetória retilínea, \vec{s}^d , até o ponto de destino.



Figura 6. Difração em cilindros

O resultado desta incidência, assim como no caso da difração em arestas, é a geração de regiões distintas de iluminação, que se diferenciam pelo tipo de campo predominante.

Para o cilindro, entretanto, as fronteiras RSB e ISB se coincidem, de modo a formar apenas uma fronteira, chamada de fronteira de sombreamento de superfície (*surface shadow boundary* - SSB) que delimita as áreas sombreada e iluminada pelo tubo de raios incidente.

Desse modo, sendo φ^d , o ângulo definido entre o raio difratado e raio incidente no obstáculo, o campo eletromagnético é, então, dado por

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}^{i} + \vec{E}^{r} + \vec{E}^{d} & se - \pi \le \varphi^{d} < 0 \\ \vec{E}^{d} & se & 0 < \varphi^{d} < \pi \end{cases}$$
(2.51)

onde E^i é o campo direto, E^r é o campo refletido na superfície, apresentado no item 2.3.1, e E^d é o campo difratado pela superfície, dado por

$$\vec{E}(Q_s) = \vec{E}(Q_{d_1}) \cdot \mathcal{D}^c_{\parallel,\perp}(Q_{d_1}, Q_{d_2}) \cdot A(s^d) e^{-jks^d}$$
(2.52)

tal que, $E(Q_{d_1})$ é a amplitude do campo relacionado ao raio incidente, rasante no ponto Q_{d_1} e tangente à superfície, $A(s^d)$ é o fator de espalhamento atribuído ao campo do raio difratado e e^{-jks^d} é a variação de fase desse raio a partir do ponto Q_{d_2} .

O coeficiente de difração na superfície, $\mathcal{D}_{\parallel,\perp}^{c}(Q_{d_{1}}, Q_{d_{2}})$, é definido (101) como

$$\mathcal{D}_{\parallel,\perp}^{c}(Q_{d_{1}}, Q_{d_{2}}) = \frac{j.m}{2k\sqrt{\pi}} \cdot e^{-jkt} \cdot \left[\frac{-F[(u\xi)^{2}]}{2\xi\sqrt{\pi}} + p^{*}(\xi, q_{\parallel,\perp})\right] \cdot A(t)$$
(2.53)

onde t é o arco entre os pontos $Q_{d_1} e Q_{d_2}$, e A(t) é o fator de espalhamento devido a propagação dos raios na superfície do cilindro dado por

$$A(t) = \begin{cases} 1 & p/onda \ cilíndrica\\ \sqrt{\frac{s^d}{s^d + t}} & p/onda \ esférica \end{cases}.$$
(2.54)

Além disso,

$$u = \frac{1}{m} \cdot \left(\frac{ks^i s^d}{2(s^i + s^d)}\right)$$
(2.55)

е

$$m = \left(\frac{ka_0}{2}\right)^{1/3}$$
(2.56)

tal que a_0 é o raio do cilindro, F[X] é a função de transição, definida na equação (2.46), e ξ é o chamado parâmetro de Fock, dado por

$$\xi = \frac{m.t}{a} \tag{2.57}$$

que indica se o ponto Q_s se encontra na região iluminada ($\xi < 0$) ou sombreada ($\xi > 0$).

A função de Pekeris, $p^*(\xi, q_{\parallel,\perp})$, que garante que o campo apresente uma resposta contínua para todos os valores de ξ (103), encontra-se detalhada no apêndice B e pode ser calculada, para a região de sombra como

$$p^{*}(\xi, q_{\parallel,\perp}) = \frac{1}{2} e^{-j\pi/6} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{e^{-j\xi\tau_{p}}}{\tau_{p} \cdot e^{-j2\pi/3} \cdot A_{i}(\tau_{p} \cdot e^{-j2\pi/3})^{2} - A_{i}'(\tau_{p} \cdot e^{-j2\pi/3})^{2}} - \frac{1}{2\xi}$$
(2.58)

onde τ_p é obtido através do desenvolvimento de Taylor da $p - \epsilon sima$ raiz da função

$$W_{2}'(z_{p}) - q_{\parallel,\perp}W_{2}(z_{p}) = 0$$
(2.59)

como

$$\tau_p = z_p + \frac{1}{z_p} q_{\parallel,\perp} - \frac{1}{2z_p^3} q_{\parallel,\perp}^2 + \left(\frac{1}{3z_p^2} + \frac{1}{2z_p^5}\right) q_{\parallel,\perp}^3 + \cdots$$
(2.60)

tal que A_i e W_2 são duas das funções de Airy (apresentadas no apêndice B) e $q_{\parallel,\perp}$ é o parâmetro de impedância da superfície, dado por

$$\begin{cases} q_{\parallel} = -jm.\eta/\eta_0 \\ q_{\perp} = -jm.\eta_0/\eta \end{cases}$$
(2.61)

tal que η é impedância intrínseca do material que constitui a superfície.

2.4. Propagação no Canal de Multipercurso

O canal de propagação de multipercurso é um canal repleto de obstáculos fixos ou móveis, onde o sinal eletromagnético propagado atinge o receptor através de diversos caminhos, que se formam devido a múltiplas reflexões, refrações e difrações.

Deste modo, o sinal recebido é formado por uma composição de diversas cópias do sinal transmitido com fases e amplitudes aleatoriamente distribuídas.

Estas cópias, chamadas de componentes de multipercurso ou raios, no âmbito da ótica geométrica (item 2.3), se combinam vetorialmente no receptor, causando distorções no sinal recebido, $y(t, \tau)$. Assim seu campo elétrico possa ser escrito (104) como o resultado de uma soma ponderada de cópias do sinal transmitido, $x(\tau)$, atrasadas e defasadas aleatoriamente, tal que

$$y(t,\tau) = \sum_{k} a_{k}(t) x[\tau - \tau_{k}(t)] e^{j\theta_{k}(t)}$$
(2.62)

onde *t* é o instante de observação relativo a movimentação dos obstáculos do ambiente e $a_k(t)$, $\tau_k(t)$ e $\theta_k(t)$ são processos aleatórios em função do tempo, *t*, referentes à amplitude, tempo de atraso e fase de cada componente de multipercurso *k*.

Estas distorções ou perdas aleatórias, que ocorrem além da já esperada perda no espaço livre (18), são desvanecimentos, e podem ser caracterizadas através de parâmetros estatísticos obtidos através de dois processos aleatórios:

- a) a variação do nível de sinal recebido em função do tempo (t) dada pela somatória vetorial dos componentes de multipercurso através da equação (2.62); e
- b) o perfil de atraso de potência (*power delay profile*), que representa o espalhamento da energia recebida em função do atraso destes componentes, dado por

$$P(t,\tau) = \frac{|h(t,\tau)|^2}{\int |h(t,\tau)|^2 d\tau}$$
(2.63)

onde $h(t,\tau)$ é a resposta impulsiva do canal determinada, também, por meio da equação (2.62), quando $x(\tau) = \delta(\tau)$.

2.4.1. Desvanecimento em grande escala

Também chamado de desvanecimento log-normal, o desvanecimento em grande escala é o resultado da obstrução do canal, por grandes objetos, que bloqueiam completa ou parcialmente a linha de visada, provocando uma queda temporária no nível do sinal recebido, cuja duração depende do tempo em que a parte móvel leva para atravessar a região sombreada (97).

Estas variações no nível do sinal são descritas por meio de uma distribuição log-normal de média $\mu_{Lsf} = 0$ e desvio padrão σ_{Lsf} , parâmetro, este, que caracteriza o canal em relação a este tipo de desvanecimento, (20).

2.4.2. Desvanecimento em pequena escala

O desvanecimento em pequena escala é a consequência de variações rápidas no canal de propagação, adicionais às flutuações resultantes do desvanecimento em grande escala.

Pode ser entendido como a consequência da propagação de multipercurso e é, diretamente, influenciado pela largura de banda do sinal transmitido e pela velocidade em que os objetos espalhadores e equipamentos móveis se deslocam dentro do ambiente.

Seus principais efeitos são mudanças rápidas na intensidade do sinal recebido, modulação aleatória em frequência e a dispersão do sinal no tempo.

A propagação de multipercurso, geradora de dispersão no tempo, causa o efeito do desvanecimento em frequência que pode ser classificado em dois tipos: plano e seletivo.

E o movimento relativo entre transmissor, receptor e os objetos espalhadores resulta em uma modulação de frequência devido ao efeito Doppler, que age diretamente em cada um dos componentes de multipercurso.

Entretanto, uma vez que os obstáculos móveis em interiores de edifícios se movimentam em baixa velocidade⁵, a modulação aleatória, resultante do efeito Doppler, se torna não significativa, podendo ser desprezada.

As outras variações de desvanecimento em pequena escala, entretanto, merecem ser detalhadas.

⁵ Considerando que os pedestres caminham a uma velocidade máxima de 5km/h, o espalhamento na frequência devido ao efeito Doppler para um sinal de 2,4 GHz é de apenas 22,4 Hz.

2.4.2.1. Desvanecimento plano

O desvanecimento plano, também chamado de desvanecimento Rayleigh (13) ou desvanecimento Rice (10), ocorre quando a largura de banda do sinal transmitido é menor que a banda passante do canal.

Isso faz com que, uma vez que a estrutura do canal preserva as características de espectro do sinal até que ele atinja o receptor, o sinal sofra flutuações rápidas devido à adição vetorial dos componentes, sem que haja a distorção do sinal recebido.

Os resultados são variações rápidas no nível do sinal que podem ser estatisticamente modeladas, através de uma variável aleatória do tipo Rice (27), onde o fator de Rice é o parâmetro que indica quanto o sinal proveniente do percurso direto influencia na composição do sinal recebido.

2.4.2.2. Desvanecimento seletivo em frequência

O desvanecimento seletivo em frequência ocorre quando o canal de transmissão não apresenta resposta em frequência linear sobre a banda do sinal transmitido, de modo que o sinal recebido apresente-se distorcido (105).

Este desvanecimento pode ser medido através da quantidade de componentes que atingem o receptor, modelada estatisticamente por uma distribuição de Poisson (13), e através dos parâmetros de dispersão no tempo, obtidos a partir do perfil de atraso de potência, $P(t, \tau)$.

Estes parâmetros são (106): O atraso excessivo máximo (*maximum excess delay*), τ_{max} , dado pela diferença entre os instantes de chegada do primeiro (τ_0) e do

último componente de multipercurso; o atraso médio (*mean delay*), $\bar{\tau}$, estatisticamente definido como o primeiro momento do processo aleatório dado pelo perfil de atraso de potência e, por fim, o espalhamento de atraso RMS (*RMS delay spread*) definido estatisticamente como o desvio padrão, ou segundo momento do processo aleatório dado pelo perfil de atraso de potência,

Este último parâmetro é considerado o melhor modo de se quantificar o espalhamento dos multipercursos, uma vez que é altamente influenciado por reflexões com níveis de sinal compatíveis com o nível do componente em τ_0 .

Detalhes sobre a extração destes parâmetros, assim como significados e valores esperados são amplamente discutidos no trabalho (27), que antecede este.

Capítulo 03 - Traçado de Raios e Modelos de Pedestres

O método de traçado de raios baseia-se na representação dos raios da ótica geométrica através da atribuição de funções de amplitude, fase, polarização e trajetória, determinadas de acordo com o tipo do campo que eles representam (107): direto (s^i), refletido (s^r) ou difratado (s^d).

Existem, basicamente, duas abordagens para a implementação desse método: uma baseada no método do lançamento de raios, também chamado de método da força bruta, e outra baseada na teoria das imagens.

O primeiro método consiste em lançar, a partir de um transmissor, raios em direções com separação angular uniforme e, então, acompanhá-los, individualmente, por todo seu percurso até que atinjam a área das proximidades do receptor ou, até que sofram perdas suficientemente grandes para que seus campos sejam considerados desprezíveis (96).

Já a técnica das imagens, escolhida para este trabalho, é capaz de prédeterminar, a partir de imagens do transmissor formadas nos obstáculos do ambiente, todos os raios que alcançarão o receptor de modo preciso, sem risco de redundância, fazendo com que o número de raios analisados seja consideravelmente menor que o utilizado no método anterior (108).

Neste trabalho, o método do traçado de raios é aplicado através de um conjunto de algoritmos, desenvolvido através do software MatLab®, que têm o objetivo de descrever, em um primeiro momento, o comportamento do campo propagado em ambientes descritos de forma determinística, ou seja, em ambientes onde não exista a presença de obstáculos móveis, e em um segundo momento, descrevê-lo sob a influência do trânsito de pedestres.

3.1. Formulação do Traçado de Raios – Ambiente Determinístico

A formulação do traçado de raios para o ambiente determinístico consiste, basicamente, na definição do ambiente através da localização dos obstáculos fixos; na obtenção das trajetórias dos raios através de imagens do transmissor; e, finalmente, na determinação de funções e coeficientes que possibilitam o cálculo do campo total na parte receptora.

3.1.1. Definição do Ambiente

Para a definição do ambiente analisado, todos os obstáculos (paredes, teto e chão), representados por suas faces voltadas para o interior do ambiente, são definidos como superfícies planas, retangulares e perpendiculares entre si.

Estas superfícies, às quais são atribuídos números sequenciais representados pela letra *j*, são definidas a partir de duas arestas, representadas pelos vetores \vec{u} e \vec{v} , perpendiculares entre si, e de origem em um dos vértices da superfície, chamado de ponto *A*.

Este ponto é escolhido de modo que o produto vetorial entre os vetores ($\hat{u} \times \hat{v}$) resulte em um vetor, \hat{n}_j , normal à superfície e com sentido voltado para o interior do ambiente, conforme apresentado pela Figura 7.



Figura 7. Representação das faces refletoras de obstáculos planos

3.1.2. Determinação dos Percursos

Uma vez que os raios da ótica geométrica representam ondas eletromagnéticas que se propagam em ambiente homogêneos, seus percursos são descritos através de trajetórias retilíneas, representadas na forma vetorial (95), como

$$\vec{s} = \overline{PQ_s} \tag{3.1}$$

onde P e Q_s representam, respectivamente, os pontos de origem e de destino deste vetor trajetória.

Estes pontos são definidos de acordo com o tipo de campo representado pelo raio: direto, refletido, refratado ou difratado.

a) Trajetórias de Raios Diretos

Raios diretos são aqueles que atingem o receptor através de uma trajetória retilínea a partir do transmissor, sem que haja qualquer obstrução ou desvio em seu caminho. São definidos por

$$\vec{s}_{TX} = P_{RX} - P_{TX} \tag{3.2}$$

onde P_{TX} é o ponto definido pelas coordenadas do transmissor e P_{RX} é o ponto definido pelas coordenadas do receptor.

b) Trajetórias de Raios Refletidos

Raios refletidos são aqueles que, provenientes do transmissor, atingem o receptor, após serem refletidos em *i* obstáculos, de modo que suas trajetórias sejam representadas por i + 1 vetores, conforme apresentado pelo exemplo da Figura 8, para i = 1.



Figura 8. Reflexão de raios em uma superfície plana

A partir da figura é possível verificar que, quando a reflexão ocorre em um obstáculo plano, a trajetória do raio refletido, \hat{s}^r , pode ser representada, de forma simplificada, por um único vetor de mesmo comprimento, definido por

$$\vec{s}^r = P_{RX} - I_{TX} \tag{3.3}$$

tal que I_{TX} é a imagem do transmissor formada na face do obstáculo.

A definição do ponto inicial do vetor trajetória como sendo a imagem do transmissor no obstáculo é válida não somente para raios refletidos apenas uma vez, mas, também, para raios refletidos em diversos obstáculos.

Para estes casos, as imagens do transmissor são geradas a partir de imagens geradas em outros obstáculos, através de um processo recursivo de geração de imagens, ilustrado pela Figura 9 e que utiliza como exemplo um ambiente com três obstáculos.

O processo é iniciado a partir da definição do transmissor original, denominado de TX = 1, ao qual são atribuídas as coordenadas da posição do transmissor real (P_{TX}) e os valores de condições iniciais (i_1, j_1, k_1) nulos.



Figura 9. Árvore de Imagens

Onde a condição i_{TX} indica a quantidade de reflexões consideradas para a formação desta imagem (daí o nome de imagem i - ária), a condição k_{TX} indica a partir de qual transmissor (real ou imagem) tal imagem foi gerada e a condição j_{TX} apresenta qual foi o obstáculo gerador desta imagem.

Assim, a partir destas condições iniciais, as imagens obtidas diretamente a partir do transmissor inicial em cada um dos obstáculos do ambiente são definidas.

A estas novas imagens, atribui-se a numeração sequencial TX = 2, TX = 3 e TX = 4, os índices $i_{2,3,4} = 1$, por se tratarem de imagens primárias, $k_{2,3,4} = 1$ por serem originadas a partir de TX = 1, e $j_2 = 1$, $j_3 = 2$ ou $j_4 = 3$ de acordo com o obstáculo que as gerou.

Suas coordenadas, I_{TX} , são determinadas por

$$I_{TX} = I_1 + 2. \, (\overrightarrow{A_{J_{TX}}} I_1 \cdot \hat{n}_{j_{TX}}) \hat{n}_{j_{TX}}$$
(3.4)

onde I_1 são as coordenadas do transmissor real, $\hat{n}_{j_{TX}}$ é o vetor normal ao obstáculo onde a imagem é gerada e $A_{j_{TX}}$ é o ponto de origem deste obstáculo, conforme apresentado na secção 3.1.1.

A partir destas imagens primárias, obtêm-se, então, as imagens secundárias, em todos os obstáculos do ambiente, com exceção do obstáculo j_{TX} que as criou.

A estas imagens, são atribuídos: a numeração sequencial TX = 5, TX = 6, TX = 7, TX = 8, TX = 9 e TX = 10; os índices $i_{5,6,7,8,9,10} = 2$, por se tratarem de imagens secundárias; os índices $j_{5,10} = 2$, $j_{6,8} = 3$ ou $j_{7,9} = 1$, de acordo com o obstáculo gerador e os índices $k_{5,6} = 2$, por serem originadas a partir de TX = 2, $k_{7,8} = 3$ por serem originadas a partir de TX = 3 e $k_{9,10} = 4$ por serem originadas a partir de TX = 4.

Do mesmo modo como apresentado na equação (3.4), suas coordenadas são, então, determinadas por

$$I_{TX} = I_{k_{TX}} + 2. (A_{j_{TX}} I_{k_{TX}} . \hat{n}_{j_{TX}}) \hat{n}_{j_{TX}}$$
(3.5)

onde $I_{k_{TX}}$ são as coordenadas da imagem primária, a partir da qual as imagens secundárias são criadas.

A partir destas imagens secundárias, continua-se o processo recursivo de criação de imagens, através da definição das imagens terciárias, quaternárias etc. até que i_{TX} atinja o valor $i_{max} = 4$, que representa a quantidade máxima⁶ de reflexões que um raio pode sofrer antes de atingir o receptor.

Uma vez definidas as possíveis imagens do transmissor em todos os obstáculos do ambiente, faz-se, então, necessária a utilização de uma técnica que objetiva a identificação das imagens válidas (109).

Esta técnica consiste em traçar raios a partir do receptor P_{RX} , que refletidos nos obstáculos alcançam o transmissor real $P_{TX} = I_1$, conforme o exemplo esquematizado na Figura 10, que ilustra um raio definido pela imagem secundária, numerada como TX = 10.



Figura 10. Trajetória dos raios refletidos

⁶ Não existe um padrão adotado pela maioria dos trabalhos, para a determinação do valor i_{max} . (92), por exemplo, considera $i_{max} = 2$, (41) faz $i_{max} = 5$ e (110) $i_{max} = 3$. Neste trabalho, optou-se por seguir (100) e utilizar i_{max} como o número de reflexões que, em média, gera perdas, suficientemente grandes para que a amplitude do raio decaia para, pelo menos, um décimo da amplitude de referência E_0 . Dados de simulação, realizados neste trabalho, mostram que para ângulos de incidência inferiores a $0,4\pi$, esta condição já é atendida a partir de $i_{max} = 4$. Conforme a figura, o raio traçado a partir de P_{RX} pode ser definido por três vetores \vec{s}_a , \vec{s}_b e \vec{s}_c , onde o primeiro é relacionado com o vetor \vec{s}_{TX} como

$$\frac{\vec{s}_a}{|\vec{s}_a|} = -\frac{\vec{s}_{TX}}{|\vec{s}_{TX}|} = \frac{I_{TX} - P_{RX}}{|I_{TX} - P_{RX}|}$$
(3.6)

A partir deste vetor, a existência de um ponto de intersecção entre ele e o plano que representa o último obstáculo gerador da imagem I_{TX} (apresentado na figura como j = 2) é verificada através do processo apresentado no apêndice A.

A não existência deste ponto indica a não existência desta imagem e, assim, o vetor \vec{s}_{TX} é retirado do restante do processamento.

Mas, caso este ponto exista, ele passa a servir como origem do vetor \hat{s}_b , determinado, a partir de \vec{s}_a

$$\hat{s}_b = \hat{s}_a - 2.\,(\hat{n}_2.\,\hat{s}_a)\hat{n}_2.$$
(3.7)

E, novamente, a partir do processo apresentado no apêndice A, é verificada a existência de um ponto de intersecção entre ele e o plano que representa o penúltimo obstáculo gerador da imagem I_{TX} (apresentado no exemplo da figura como j = 3).

Do mesmo modo, a não existência do ponto de intersecção indica uma trajetória não válida, e resulta na exclusão do vetor \vec{s}_{TX} . Mas, em contrapartida, a existência resulta no ponto de origem do vetor \vec{s}_c determinado em função de \hat{s}_b , por

$$\hat{s}_c = \hat{s}_b - 2.\,(\hat{n}_3.\,\hat{s}_b)\hat{n}_3 \tag{3.8}$$

Este processo é, então, realizado sucessivamente até que o último vetor (representado pelo exemplo como \hat{s}_c) determine o ponto P_{TX} , de modo a garantir a existência de uma trajetória válida, definida conforme a equação (3.3).

c) Trajetórias dos Raios Refratados

Raios refratados são os raios que para alcançarem o transmissor são transmitidos através de um ou mais obstáculos.

Sua trajetória real é composta de pelo menos três vetores em sequência: dois representando propagação no espaço livre e um representando a propagação dentro do obstáculo, conforme mostra a Figura 11.



Figura 11. Trajetória dos Raios Refratados

Entretanto, uma vez que as paredes do ambiente são construídas de material dissipativo e consideradas estreitas, quando comparadas com a distância percorrida pelo raio, as funções trajetórias destes raios podem, então, ser aproximadas por um único vetor dado por

$$\vec{s}_{TX} = P_{RX} - I_{TX} \tag{3.9}$$

já definido como trajetória do raio direto ou refletido pela equação (3.3).

A confirmação da existência do raio refratado é feita através do mesmo teste de intersecção entre a reta e o plano (apêndice A) que verifica se os vetores trajetória, obtidos para os raios diretos e refletidos, interceptam algum outro obstáculo que não esteja listado como percurso.

Caso ocorra alguma intersecção não prevista pela árvore de imagens da Figura 9, então este raio é considerado, além de refletido, refratado pelo obstáculo em questão e suas perdas devem ser levadas em consideração para o cálculo do campo total recebido.

d) Trajetórias dos Raios Difratados

Raios difratados são aqueles que, após atingir um ponto, Q_d , pertencente a um obstáculo com dimensões compatíveis com seu comprimento de onda, têm sua trajetória desviada da trajetória original.

De acordo com a teoria do traçado de raios (109), este ponto de difração passa, então, a ser tratado como um novo transmissor, que transmite raios em todas as direções, dando origem a novos raios diretos, refletidos e refratados, através do mesmo processo já descrito nos itens anteriores desta seção.

No entanto, este tratamento implica em, pelo menos, dobrar o tempo do processamento e a quantidade de memória necessária para a análise do ambiente.

Por este motivo, para a análise do ambiente determinístico, optou-se por não considerar raios sujeitos à difração seguidos de reflexão, ou vice-versa, de modo a considerar apenas o raio difratado cuja trajetória seja escrita por meio dos vetores

. . .

$$\begin{aligned}
\vec{s}_{1}^{a} &= P_{TX} - Q_{d} \\
\vec{s}_{2}^{d} &= Q_{d} - P_{RX}
\end{aligned}$$
(3.10)

onde P_{TX} e P_{RX} são, respectivamente, o transmissor e o receptor e Q_d é o ponto de difração pertencente ao obstáculo, conforme apresentado na Figura 12a.

Sua determinação é feita com base na Lei da Difração que afirma que "*uma vez* que raio difratado e seu correspondente raio incidente estão no mesmo meio de propagação, ambos formam ângulos, θ_0 , iguais com a aresta difratora, \vec{u}_e ," (109).



Figura 12. Trajetória do raio difratado a) Trajetória real b) trajetória que trás os dois raios para o mesmo plano

Desse modo, sendo a aresta difratora definida pelo vetor vertical $\vec{u}_e = [0, 0, z_{\vec{u}_e}]$ e pelo ponto de origem $A_{\vec{u}_e} = [x_{A_{\vec{u}_e}}, y_{A_{\vec{u}_e}}, 0]$, e os pontos do transmissor e receptor definidos, respectivamente, pelas coordenadas $[x_{P_{TX}}, y_{P_{TX}}, z_{P_{TX}}]$ e $[x_{P_{RX}}, y_{P_{RX}}, z_{P_{RX}}]$, as coordenadas $[x_{Q_d}, y_{Q_d}, z_{Q_d}]$ que definem o ponto Q_d podem, então, ser determinadas por

$$\begin{cases} x_{Q_d} = x_{A_{\vec{u}_e}} \\ y_{Q_d} = y_{A_{\vec{u}_e}} \\ z_{Q_d} = z_{P_{TX}} + \frac{\left|\vec{s}_{1_{xy}}^d\right|}{\left|\vec{s}_{1_{xy}}^d\right| + \left|\vec{s}_{2_{xy}}^d\right|} (z_{P_{RX}} - z_{P_{TX}}) \end{cases}$$
(3.11)

onde $\vec{s}_{1_{xy}}^d$ e $\vec{s}_{2_{xy}}^d$ são, respectivamente, as projeções dos vetores \vec{s}_1^d e \vec{s}_2^d no plano [x, y], conforme apresentado na Figura 12b.

3.1.3. Funções de polarização, fase e amplitude.

As funções de polarização, fase e amplitude são funções relacionadas às funções trajetórias e responsáveis pela determinação do campo elétrico relacionado a cada raio.

A função de polarização, especificamente, é uma função vetorial, dada por

$$\hat{e} = \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|}$$
(3.12)

e definida como a orientação do vetor campo elétrico (\vec{E}) que, de acordo com a teoria eletromagnética, é mutuamente perpendicular à trajetória, \vec{s} , e ao vetor campo magnético, (\vec{H}).

Em um ambiente homogêneo, este vetor mantem-se constante em toda a trajetória do raio, podendo ser alterado somente em casos de reflexão, refração e difração, de acordo com o formato e material do obstáculo, em que ocorrem estes fenômenos.

Já as funções de fase e amplitude são funções escalares, definidas em termos do comprimento do vetor trajetória, $|\vec{s}|$, que podem ser entendidas como funções responsáveis por corrigir a aproximação feita pela representação do campo elétrico através de raios de comprimento de onda $\lambda \rightarrow 0$.

Esta correção é feita através do fator $e^{-jk|\vec{s}|}$, que representa a variação de fase ao longo do percurso, e do fator de espalhamento, A(s), que representa a variação da amplitude devido ao princípio da conservação de energia.

Este fator, apresentado na equação (2.26), é reapresentado aqui por conveniência

$$A(s) = \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)}}$$
(3.13)

onde $\rho_{1,2}$ são os raios de curvatura do tubo de raios a qual o raio, seja ele direto, refletido, refratado ou difratado, pertence.

Além destas funções, a amplitude do campo associado ao raio é, também, resultado de coeficientes, definidos para cada tipo de campo: direto, refletido, refratado ou difratado, que serão detalhados, ainda, nesta seção.

a) Campo de Raios Diretos

Uma vez que estes raios alcançam o receptor diretamente a partir do transmissor, as funções relacionadas a eles são completamente dependentes do tipo de antena utilizada na simulação.

Neste trabalho, dois tipos de antenas foram considerados: uma antena filamentar infinita e um dipolo Hertziano, utilizados, respectivamente, para as representações bi e tridimensionais.

Para o caso bidimensional é considerada uma fonte filamentar e infinita que irradia um campo elétrico, cuja amplitude num determinado ponto Q_s , localizado na região de campo distante da antena, é dada por

$$E_{z}(Q_{s}) = C_{0} \frac{e^{-jk|\vec{s}|}}{\sqrt{|\vec{s}|}}$$
(3.14)

onde C_0 é uma constante, dependente dos parâmetros da antena (99) e de uma distância de referência (s_0), dada por

$$C_0 = -\frac{k^2 \cdot I_o}{4\omega\varepsilon} \sqrt{\frac{2}{k\pi}} e^{\frac{j\pi}{4}} \cdot \sqrt{\frac{1}{s_0}}$$
(3.15)

com I_o sendo a corrente que passa por este filamento; e $|\vec{s}|$ a menor distância entre ponto Q_s e este filamento, definido no sentido do eixo z das coordenadas cartesianas.

A partir da equação (3.14), pode-se notar que tanto a fase, quanto a amplitude do campo irradiado são funções dependentes da distância, de modo que se possa concluir que o fator de espalhamento, relacionado à função amplitude do raio irradiado a partir desta fonte, é dado por

$$A(s) = \frac{\sqrt{s_0}}{\sqrt{|s|}}.$$
(3.16)

Já para o caso tridimensional, onde se considera um dipolo Hertziano, posicionado no ponto P_{TX} , o campo elétrico irradiado por ele, num determinado ponto Q_s , é dado por

$$\vec{E}_{\theta}(Q_s) = C_0 \cdot sen\theta \cdot \frac{e^{-jk|\vec{s}|}}{|\vec{s}|}$$
(3.17)

onde C_0 é uma constante, dependente dos parâmetros da antena (99) e de uma distância de referência (s_0), dada por

$$C_{0} = \frac{I_{0} \cdot l \cdot \eta}{2\lambda} e^{\frac{j\pi}{2}} \cdot \frac{1}{s_{0}}$$
(3.18)

tal que I_o é a corrente que passa por este dipolo, η a impedância intrínseca do meio, *l* o comprimento do dipolo e $|\vec{s}|$ a distância entre o dipolo e o ponto Q_s , dada por

$$|\vec{s}| = |Q_s - P_{TX}| \tag{3.19}$$

A partir da equação (3.17), pode-se notar que, mais uma vez, a fase $(e^{-jk|\vec{s}|})$ e o fator de espalhamento, dado por

$$A(s) = \frac{s_0}{|\vec{s}|} \tag{3.20}$$

são funções, apenas, da distância.

Entretanto, o campo no ponto Q_s depende, ainda, do ângulo, θ , em que o raio é lançado a partir do dipolo, de modo que sua amplitude de referência seja dada por

$$\vec{E}_0 = C_0 \, \hat{e}$$
(3.21)

onde \hat{e} é o vetor polarização, dado em função da polarização da antena \hat{e}_0 , por

$$\hat{e} = \hat{s} \times (\hat{e}_0 \times \hat{s}) \tag{3.22}$$

Assim, com base nestas informações, os campos associados aos raios diretos podem ser escritos, de forma resumida, como

$$\vec{E}^{i}(P) = \begin{cases} C_{0} \frac{e^{-jk|\vec{S}^{i}|}}{\sqrt{|\vec{S}^{i}|}} \hat{e}_{0} & p/2D \\ C_{0} \frac{e^{-jk|\vec{S}^{i}|}}{|\vec{S}^{i}|} (\hat{s}^{i} \times (\hat{e}_{0} \times \hat{s}^{i})) & p/3D \end{cases}$$
(3.23)

b) Campo de raios Refletidos

Para raios refletidos em um ou mais obstáculos, as funções de polarização, fase e amplitude e, consequentemente, a determinação do campo relacionado a eles são completamente dependentes da trajetória real destes raios.

Assim, para ilustrar o método de obtenção destas funções, a Figura 13 apresenta um raio refletido em dois obstáculos.



Figura 13. Reapresentação da trajetória do raio refletido.

Nesta figura, é possível visualizar que, ao ser lançado a partir do transmissor em direção ao primeiro ponto de reflexão, denominado de Q_{r_1} , o raio tem comportamento semelhante ao comportamento de um raio direto, de modo que o campo neste ponto, $E^i(Q_{r_1})$, é determinado pelas equações apresentadas para os raios diretos.

Neste ponto, o raio é, então, refletido de modo que o campo elétrico imediatamente após a reflexão seja dado por

$$\vec{E}^r(Q_{r_1}) = \mathcal{R}.\vec{E}^i(Q_{r_1})$$
(3.24)

onde \mathcal{R} é uma matriz de coeficientes de reflexão, dada por

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{\parallel} & 0\\ 0 & \mathcal{R}_{\perp} \end{bmatrix}$$
(3.25)

onde $\mathcal{R}_{||}$ e \mathcal{R}_{\perp} são os coeficientes de reflexão para a polarização paralela e perpendicular ao plano de incidência, e encontrados através das equações (2.11) e (2.12).

Uma vez que os coeficientes de reflexão são apresentados em termos de suas parcelas paralela e perpendicular, é conveniente definir a questão da polarização, também, em termos da projeção do vetor campo elétrico em $\hat{e}_{||}$ (vetor unitário paralelo ao plano de incidência) e em \hat{e}_{\perp} (vetor unitário perpendicular ao plano de incidência) definidos através dos vetores que representam os raios incidente e refletido, $\vec{s}^{i,r}$, por

$$\hat{e}_{\perp}^{i,r} = \frac{\vec{s}_{\perp}^{i,r} \times \hat{n}_{j}}{|\vec{s}_{\perp}^{i,r} \times \hat{n}_{j}|}$$

$$\hat{e}_{\parallel}^{i,r} = \frac{\hat{e}_{\perp}^{i,r} \times \vec{s}_{\perp}^{i,r}}{|\hat{e}_{\perp}^{i,r} \times \vec{s}_{\perp}^{i,r}|}$$

$$(3.26)$$

$$(3.27)$$

onde \hat{n}_i é o vetor normal a superfície refletora *j*.

A partir da definição destes vetores de polarização, a equação (2.29) pode, então, ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{||}^{r}(Q_{r_{1}}) \\ \vec{E}_{\perp}^{r}(Q_{r_{1}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{||} & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i'} \\ \hat{e}_{\perp}^{i'} \end{bmatrix} \cdot \vec{E}^{-i}(Q_{r_{1}})$$

$$(3.28)$$

Onde o subscrito ' significa transposto, $E_{||}^r$ e E_{\perp}^r são as parcelas paralela e perpendicular do vetor campo elétrico refletido em Q_{r_1} , dado por

$$\vec{E}^{r}(Q_{r_{1}}) = [\hat{e}_{\parallel}^{r} \ \hat{e}_{\perp}^{r}] \left[\begin{matrix} \vec{E}_{\parallel}^{r}(Q_{r_{1}}) \\ \vec{E}_{\perp}^{r}(Q_{r_{1}}) \end{matrix} \right].$$
(3.29)

Após a reflexão, o raio segue de Q_{r_1} em direção a um novo ponto de reflexão, definido por Q_{r_2} e o campo elétrico relacionado a este raio é, então, novamente obtido a partir da equação (3.23), como

$$\vec{E}^{i}(Q_{r_{2}}) = \vec{E}^{r}(Q_{r_{1}}) \cdot A(s^{r}) \cdot e^{-jk|\vec{s}^{r}|}$$
(3.30)

onde $|\vec{s}^r|$ é o comprimento do raio $\overline{Q_{r_1}Q_{r_2}}$, e $A(s^r)$ é o fator de espalhamento, obtido por meio da equação (3.13), com raios de curvatura do tubo de raios refletidos dados por

$$\rho_1^r = s^i \tag{3.31}$$

е

$$\rho_2^r = \begin{cases} \infty & p/2D\\ s^i & p/3D \end{cases}$$
(3.32)

onde ρ_1^r o raio de curvatura do tubo refletido definido no plano de incidência (\vec{s}^i, \hat{n}_j) e ρ_2^r o raio de curvatura no plano (\hat{e}, \hat{n}_j) , tal que

$$A(s^{r}) = \begin{cases} \sqrt{\frac{|\vec{s}^{i}|}{|\vec{s}^{i}| + |\vec{s}^{r}|}} & p/2D \\ \frac{|\vec{s}^{i}|}{|\vec{s}^{i}| + |\vec{s}^{r}|} & p/3D \end{cases}$$
(3.33)

Para a determinação do campo no receptor, os mesmos cálculos realizados a partir da equação (**3.24**) devem ser repetidos, entretanto tendo como campo de referência inicial o campo $E^i(Q_{r_2})$.

Assim, sem perda de generalidade, pode-se dizer que o campo no ponto P_{RX} , resultante de *N* reflexões pode ser determinado por

$$\vec{E}^{r}(P_{RX}) = \prod_{n=1}^{N} \left(\begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{r_{n}} & \hat{e}_{\perp}^{r_{n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{||}^{n} & 0\\ 0 & R_{\perp}^{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i_{n}} \\ \hat{e}_{\perp}^{i_{n}} \end{bmatrix} \right) \vec{E}^{i}(P_{RX})$$
(3.34)

onde $\vec{E}^{i}(P_{RX})$ é o campo elétrico no ponto P_{RX} resultante da propagação do raio definido por \vec{s}_{TX} como se este fosse direto.

c) Campo de Raios Refratados

Assim como os raios refletidos, as funções de polarização, fase e amplitude e, consequentemente, a determinação do campo relacionado aos raios refratados são completamente dependentes da trajetória real destes raios.

Assim, para ilustrar o método de obtenção destas funções, a Figura 14 apresenta como exemplo um raio refratado em duas faces de um obstáculo.

Neste esquema, o primeiro vetor representa a incidência do raio \vec{s}_1 , na superfície do obstáculo, onde o campo elétrico associado a ele é determinado através do cálculo do campo do raio direto, como

$$\vec{E}^{i_1}(Q_{r_1}) = \vec{E}_0 \cdot e^{-jk|\vec{s}_1|} \cdot A(s_1).$$

(3.35)

onde $A(s_1)$ e E_0 são, respectivamente, o fator de espalhamento, equações (3.16) e (3.20), e a amplitude do vetor campo elétrico na fonte, equação (3.22), dados de acordo com o formato da onda incidente (cilíndrica ou esférica) e com o comprimento do raio \vec{s}_1 .



Figura 14. Raio Refratado

Ao incidir no ponto Q_{r_1} , parte da energia vinculada ao raio é refletida de volta para o espaço livre, e parte é refratada através de um novo raio \vec{s}_2 , de campo elétrico dado por

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{||}^{t_1}(Q_{r_1}) \\ \vec{E}_{\perp}^{t_1}(Q_{r_1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{||}^1 & 0 \\ 0 & T_{\perp}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i_1 \prime} \\ \hat{e}_{\perp}^{i_1 \prime} \end{bmatrix} \vec{E}^{i_1}(Q_{r_1})$$
(3.36)

onde *T* é o chamado de coeficiente de transmissão, encontrado em função do coeficiente de reflexão, pela equação (2.14), $\hat{e}_{||}^i \in \hat{e}_{\perp}^i$ são os vetores de polarização do raio incidente e $E_{||}^{t_1}$ e $E_{\perp}^{t_1}$ são as parcelas paralela e perpendicular do vetor campo elétrico refratado.

Assim, \vec{s}_2 se propaga através do obstáculo que, por ser composto de um material diferente do ar, gera perdas adicionais ao campo elétrico, fazendo com que $E^{i_2}(Q_{r_2})$, relacionado ao raio, quando este atinge a outra superfície do obstáculo, seja dado por

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{||}^{i_2}(Q_{r_2}) \\ \vec{E}_{\perp}^{i_2}(Q_{r_2}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{E}_{||}^{t_1}(Q_{r_1}) \\ \vec{E}_{\perp}^{t_1}(Q_{r_1}) \end{bmatrix} . A(s_2) e^{-j\gamma |\vec{s}_2|}$$

$$(3.37)$$

onde γ é a constante de propagação da onda, apresentada pela equação (2.3).

É importante ressaltar que, diferentemente dos raios refletidos, aqui não é necessário encontrar o campo total em função da soma vetorial de suas parcelas, antes de calcular os efeitos da próxima refração.

Isso porque, após o raio se propagar no interior do obstáculo, ele será novamente refratado por uma superfície paralela à primeira de modo que o plano de incidência e, consequentemente, as funções de polarização, permaneçam inalterados.

Desta maneira, ao atingir a outra superfície, o raio \vec{s}_2 tem sua energia, outra vez, dividida entre dois novos raios: um refletido para dentro do obstáculo e outro, que recebe o nome de \vec{s}_3 , transmitido para fora, com campo elétrico dado por

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{||}^{t_2}(Q_{r_1}) \\ \vec{E}_{\perp}^{t_2}(Q_{r_1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{||}^2 & 0 \\ 0 & T_{\perp}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{E}_{||}^{i_2}(Q_{r_2}) \\ \vec{E}_{\perp}^{i_2}(Q_{r_2}) \end{bmatrix}$$
(3.38)

de modo que campo refratado imediatamente após a refração seja, então, dado por

$$\vec{E}^{t_2}(Q_{r_2}) = [\hat{e}_{||}^{t_2 \prime} \ \hat{e}_{\perp}^{t_2 \prime}] \begin{bmatrix} \vec{E}_{||}^{t_2}(Q_{r_2}) \\ \vec{E}_{\perp}^{t_2}(Q_{r_2}) \end{bmatrix}$$
(3.39)

e o campo no ponto P_{RX} , é

$$\vec{E}^{t_2}(P_{RX}) = \vec{E}^{t_2}(Q_{r_2})A(s_3)e^{-jk|\vec{s}_3|}$$
(3.40)

Entretanto, conforme apresentado no item 3.1.2, uma vez que a parede é composta de material dissipativo e apresenta uma espessura, *l*, pequena quando comparada com a distância total entre transmissor e receptor, pode-se demonstrar

que a soma do módulo dos vetores que compõe a trajetória real do raio refratado pode ser aproximada como sendo a distância em linha reta entre o transmissor e o ponto P_{RX} .

Assim, as funções de amplitude e fase podem então, também, ser aproximadas por

$$A(s_{TX}) \cong A(s_1) \cdot A(s_2) \cdot A(s_3)$$

$$e^{-jks_{TX}} e^{-Re[\gamma]l} \cong e^{-jk|\vec{s}_1|} e^{-j\gamma|\vec{s}_2|} e^{-jk|\vec{s}_3|}$$
(3.41)
(3.42)

de modo que o campo refratado no ponto P_{RX} possa ser escrito por

$$\vec{E}^{t}(P_{RX}) = \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{t_{2}} & \hat{e}_{\perp}^{t_{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{||}^{2}T_{||}^{1} & 0 \\ 0 & T_{\perp}^{2}T_{\perp}^{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i_{1}} \\ \hat{e}_{\perp}^{i_{1}} \end{bmatrix} \vec{E}_{TX}(P) e^{-Re[\gamma]l}$$
(3.43)

onde $\vec{E}_{TX}(P_{RX})$ é o campo direto ou refletido, no caso de reflexão seguida de refração, calculado para o ponto P_{RX} nos itens anteriores.

d) Campo de Raios Difratados

Diferentemente dos casos anteriores, que fazem parte da ótica geométrica clássica, o tratamento do campo de raios difratados, pode ser realizado por pelo menos dois modos distintos: o método da aproximação de obstáculos por gume de faca e o método da teoria uniforme da difração (UTD), ambos apresentados na secção 2.3.2.

Nesta etapa do trabalho, entretanto, a difração ocorre somente em arestas, correspondentes à junção entre duas paredes (superfícies), que podem ser caracterizadas como obstáculos em forma de cunha com ângulo interno α .

Assim, como apresentado na seção 1.1 deste trabalho, o método da UTD foi escolhido para a caracterização do ambiente determinístico, uma vez que atende a
completamente difundido e validado.

Uma vez que a trajetória dos raios difratados é descrita em termos de dois vetores, \vec{s}_1^d e \vec{s}_2^d , as funções de fase e amplitude devem, também, ser descritas considerando a existência destes dois raios.

A partir do raio \vec{s}_1^d , emitido diretamente a partir do transmissor, o campo elétrico atribuído a ele no ponto Q_d é dado a partir da equação (3.23) por

$$E^{i}(Q_{d}) = \vec{E}_{0} \cdot A(s_{1}^{d}) \cdot e^{-jk|\vec{s}_{1}^{d}|}$$
(3.44)

Ao alcançar a aresta, entretanto, este raio tem sua energia dividida em diversos raios, de maneira que o campo elétrico logo após a difração seja dado como

$$\vec{E}^{d}(Q_{d}) = \begin{bmatrix} \hat{e}_{\parallel}^{d} & \hat{e}_{\perp}^{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{\parallel} & 0\\ 0 & \mathcal{D}_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{\parallel}^{i} \\ \hat{e}_{\perp}^{i} \end{bmatrix} \vec{E}^{i}(Q_{d})$$
(3.45)

onde D é o coeficiente de difração encontrado através da equação (2.41).

Do mesmo modo, o campo no ponto P_{RX} é, então, dado por

$$\vec{E}(P_{RX}) = \vec{E}^{d}(Q_{r_{2}})A(s_{2}^{d})e^{-jk|\vec{s}_{2}^{d}|}$$
(3.46)

ou

$$\vec{E}^{d}(PP_{RX}) = \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{d} & \hat{e}_{\perp}^{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{||} & 0\\ 0 & \mathcal{D}_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i} \\ \hat{e}_{\perp}^{i} \end{bmatrix} \vec{E}_{0}A(s_{1}^{d})A(s_{2}^{d})e^{-jk(|\vec{s}_{1}^{d}|+|\vec{s}_{2}^{d}|)}$$
(3.47)

onde $A(s_1^d)$ e $A(s_2^d)$ são os fatores de espalhamento obtidos de acordo com as equações (3.13) e (2.38), como

$$A(s_1^d) = \begin{cases} \sqrt{\frac{s_0}{|\vec{s}_1^d|}} & para \ o \ 2D \\ \frac{s_0}{|\vec{s}_1^d|} & para \ 3D \end{cases}$$

е

$$A(s_{2}^{d}) = \begin{cases} \sqrt{\frac{|\vec{s}_{1}^{d}|}{|\vec{s}_{2}^{d}|}} & para \ o \ 2D \\ \sqrt{\frac{|\vec{s}_{1}^{d}|}{|\vec{s}_{2}^{d}|(|\vec{s}_{2}^{d}| + |\vec{s}_{1}^{d}|)}} & para \ 3D \end{cases}$$
(3.49)

3.2. Algoritmos de Interação com modelos de Pedestres

Os algoritmos de interação com os pedestres são responsáveis pela interação dos raios obtidos para o ambiente determinístico com os modelos de pedestre, através da exclusão ou criação de novos raios, e da atribuição de perdas e defasagens, que ocorrem devido a esta interação.

Conforme apresentado pelo estado da arte deste trabalho, existem na literatura diversos modelos utilizados para simular a influência de pedestres na rádiopropagação em interiores de edifícios.

Estes modelos se diferenciam, basicamente, pelo formato e pelo material em que os pedestres são representados.

A definição do material, através de suas constantes eletromagnéticas ε , $\mu \in \sigma$, influencia diretamente na existência ou não dos raios refletidos, refratados ou difratados pelos pedestres, bem como nas funções de amplitude, fase, e polarização relacionadas a eles.

(3.48)

Já a definição do formato influencia não só na localização dos pontos de intersecção entre os raios e os pedestres, mas, consequentemente, nas trajetórias dos raios refletidos, refratados ou difratados por eles.

Neste trabalho, os formatos escolhidos para representar os pedestres são, basicamente, três: lâmina retangular (Figura 15a), cilindro (Figura 15b) e paralelepípedo (Figura 15c).

Os três com as mesmas dimensões de altura (h = 1,8m) e largura (d = 0,5m), escolhidas de acordo com (77).



Figura 15. Formatos dos modelos

3.2.1. Localização das imagens dos pedestres

A localização das imagens dos pedestres é feita com o objetivo de possibilitar o teste de intersecção entre pedestres e raios refletidos.

Um exemplo deste processo pode ser visto na Figura 16, onde um raio sofre duas reflexões antes de alcançar o receptor. Neste exemplo, os segmentos pontilhados representam a trajetória real do raio e, o cilindro hachurado representa um pedestre que, visivelmente, intercepta esta trajetória.



Figura 16. Imagem do Pedestre e Intersecção com o raio.

Entretanto, assim como apresentado na seção anterior, neste ponto da simulação, os raios estão representados por um único vetor, \vec{s}_{TX} , apresentado no exemplo da figura pela reta em linha cheia que une a imagem secundária do transmissor (I_3) ao receptor.

Como pode ser notado, este vetor \vec{s}_{TX} não intercepta o pedestre hachurado, no interior do ambiente, mas sim, uma de suas imagens, gerada pelos mesmos obstáculos (paredes) que geraram a imagem do transmissor.

Por este motivo, para cada uma das *N* posições dos pedestres, suas imagens são localizadas para que, só então, os testes de intersecção possam ser realizados.

A localização destas imagens é feita pelo mesmo processo utilizado para a localização das imagens do transmissor (secção 4.2.1) e em duas etapas, uma para cada extremidade do segmento de reta definido como o eixo central do pedestre.

3.2.2. Teste de Intersecção entre raios e pedestres

Com o objetivo de criar um algoritmo geral que pudesse servir como entrada para todos os modelos comparados neste trabalho, optou-se por representar, apenas neste primeiro momento, todos os pedestres através de cilindros que, conforme Figura 17, circunscrevem cada um dos formatos utilizados.



Figura 17. Pedestres Circunscritos por Cilindros

Esta escolha é justificada pelo fato de que os pedestres podem girar em torno do seu próprio eixo e movimentar seus braços de modo aleatório e independente do percurso traçado, de modo que, estatisticamente, eles ocupem um volume cilíndrico no espaço.

Assim, o teste de intersecção é realizado através da verificação da existência de um ponto que pertença, simultaneamente, ao segmento de reta, representado pelo raio \vec{s}_{TX} , e pela imagem do cilindro.

Esta verificação, detalhada no apêndice A, é realizada em duas etapas e a intersecção só é considerada válida se o resultado for positivo em ambas.

Para a primeira etapa consideram-se as projeções do segmento de reta e do cilindro no plano do chão [x, y], de modo a simular o ambiente bidimensional.

Estas projeções apresentam como resultado uma circunferência e um segmento de reta coplanares, a partir dos quais são encontrados dois pontos de intersecção, $I_{1_{xy}}$ e $I_{2_{xy}}$, descritos a partir de suas coordenadas cartesianas [x, y].

A partir destas coordenadas bidimensionais, a segunda etapa do teste calcula, através de uma análise linear, o valor da coordenada *z* para ambos os pontos, obtendo, assim, dois novos pontos, I_1 e I_2 com coordenadas tridimensionais e com projeção no plano do chão, dadas por $I_{1_{xy}}$ e $I_{2_{xy}}$.

Se, pelo menos, um destes pontos (I_1 ou I_2) pertencer ao cilindro, então, a intersecção é considerada verdadeira, associada ao pedestre e classificada de acordo com o apresentado na Figura 18 como:

- *"tipo 1*", quando o raio incide e deixa o cilindro através da superfície lateral;
- *"tipo 2*", quando o raio incide no cilindro pela superfície lateral e o deixa pela face superior; e
- "tipo 3", quando o raio incide pela face superior e o deixa pela lateral.



Figura 18. Modos de Intersecção entre raios e pedestres

3.3. Aplicação dos Modelos de Pedestres

Esta é a principal etapa do trabalho, pois é somente a partir dela que o objetivo de comparar os modelos de pedestres pode ser atingido.

Aqui, a partir dos dados obtidos na etapa anterior, um tratamento especial para cada um dos modelos é oferecido, de modo que todos eles sejam analisados em situações exatamente iguais, onde as intersecções ocorram entre os mesmo raios e os mesmos pedestres, sempre nos mesmos instantes.

O fluxograma geral do algoritmo que representa esta etapa é apresentado na Figura 19, onde se verifica a existência de apenas duas rotinas principais, indicadas por ① e ②. Essas rotinas são as responsáveis pelo cálculo das funções de campo, associadas a cada raio e a cada instante.

A rotina (2) é responsável pela aplicação dos dados obtidos na rotina (1) de modo a encontrar o novo campo $E_{TX_{ped}}$, relacionado ao raio após a intersecção do pedestre, como

$$\vec{E}_{TX_{ped}} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{d,r} & \hat{e}_{\perp}^{d,r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{||} & 0 \\ 0 & C_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i'} \\ \hat{e}_{\perp}^{i'} \end{bmatrix} E_{TX} \cdot A(\vec{s}_{ped}) e^{-jk(|\vec{s}_{ped}|)}$$
(3.50)

onde $\hat{e}_{\perp,||}^{i,d,r}$ são os vetores de polarização perpendicular e paralelo ao plano de incidência, para os raios incidente, difratado ou refletido, obtidos pelas equações (3.26) e (3.27); E_{TX} é o campo elétrico atribuído ao raio durante a análise do ambiente determinístico, $A(|\vec{s}_{ped}|)$ é o fator de espalhamento, obtido em função da nova trajetória, \vec{s}_{ped} , do raio e $C_{||,\perp}$ são coeficientes que podem ser de difração ($\mathcal{D}_{||,\perp}$), de reflexão ($\mathcal{R}_{||,\perp}$) ou ambos conforme o modelo do pedestre.



Figura 19. Algoritmo de interação entre raios e pedestres

Estes coeficientes, assim como as novas funções trajetórias, \vec{s}_{ped} , resultantes da intersecção dos raios com pedestres, são obtidos através da rotina (1) do fluxograma, que representa, efetivamente, a principal diferença entre os modelos apresentados neste trabalho.

Esta rotina pode ser implementada através de sete categorias de algoritmos, de modo que modelos de pedestre semelhantes possam ser analisados a partir de simples mudanças de parâmetro iniciais, tais como valores de ângulos internos e constantes eletromagnéticas, que escolhidas de acordo com a literatura que representam três tipos de material.

O primeiro representa o pedestre, seja qual for seu formato, como um sólido constituído de material absorvente perfeito de ondas eletromagnéticas, já o segundo o apresenta como um sólido condutor perfeito, de coeficientes de reflexão $\mathcal{R}_{||,\perp} = \pm 1$, (94), enquanto o terceiro representa o pedestre através de um material dielétrico dissipativo, definido de acordo com constantes eletromagnéticas, $\sigma = 1,81 Sm^{-1}$, $\varepsilon_r = 53,5 \text{ e } \mu_r = 1$, correspondentes ao músculo do ser humano (73).

Estas categorias são detalhadas nos itens subsequentes e associadas aos modelos de pedestres pela Tabela 1.

3.3.1. Categoria A – Pedestre absorvente

Este modelo de pedestre consiste no modelo mais simples apresentado na literatura, (71), (72), (86) e (91).

Trata da representação do pedestre por um obstáculo constituído de material completamente absorvente de ondas eletromagnéticas, onde a existência de um ponto de intersecção, entre ele o vetor \vec{s}_{TX} , tem o efeito de extinguir o raio e anular

seu campo, de modo que, na equação (3.50), o fator que multiplica o campo E_{TX} seja dado por

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{d,r} & \hat{e}_{\perp}^{d,r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{||} & 0\\ 0 & C_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i'}\\ \hat{e}_{\perp}^{i'} \end{bmatrix} \cdot A(s_{ped}) e^{-jk(s_{ped})} = 0$$

(3.51)

Categoria	Modelo	Formato	Material	
А	1	Cilindro	Abaanvanta	
В	2	Gume de Faca	Absorvente	
	3	Lâmina	Absorvente	
	4	Difrator	Metálico	
C C	5	UTD	Dielétrico	
C	6	Paralelepípedo	Absorvente	
	7	Difrator	Metálico	
	8	UTD	Dielétrico	
	9	Cilindro	Absorvente	
D	10	Difrator	Metálico	
	11	UTD	Dielétrico	
	12	Lâmina	Absorvente	
	13		Metálico	
	14	Kelletoi	Dielétrico	
	15	Dorololopípado	Absorvente	
	16	Refletor	Metálico	
	17	Relietoi	Dielétrico	
	18	Cilindro	Absorvente	
F	19	Refletor	Metálico	
	20	Relietoi	Dielétrico	
	21	Lômino	Absorvente	
	22	Refletor e Difrator	Metálico	
	23		Dielétrico	
	24	Baralolopípada	Absorvente	
G	25	Refletor e Difretor	Metálico	
	26		Dielétrico	
	27	Cilindro	Absorvente	
	28	Refletor o Difrator	Metálico	
	29		Dielétrico	

Tabela 1. Modelo de Pedestres

3.3.2. Categoria B – Pedestre gume de faca

O modelo de difração por obstáculo gume de faca é um modelo muito utilizado no projeto e análise de propagação de ondas eletromagnéticas para radioenlaces de longo alcance.

Ele apresenta, de modo aproximado, o efeito da perda por difração em uma frente de onda qualquer, quando esta encontra obstáculos íngremes, absorventes e de cumes, que quando analisados através de seu corte transversal, se assemelham ao gume de uma faca.

Nesta categoria, entretanto, assim como em (70) e (92), o modelo de gume de faca é utilizado para encontrar as perdas por difração, que ocorrem nas laterais e na cabeça⁷ de um pedestre, como resultado de uma intersecção entre o raio e a lâmina retangular que o representa.

Esta lâmina é posicionada sobre o diâmetro do cilindro, de modo que seu vetor normal, \hat{n}_p , paralelo à projeção do raio, \vec{s}_{TX} , no plano do chão, seja escrito por

$$\hat{n}_{p} = \frac{RX_{xy} - I_{TX_{xy}}}{|RX_{xy} - I_{TX_{xy}}|}$$
(3.52)

e os vetores, \hat{b}_p e \hat{t}_p , tangentes à superfície e que, juntamente com \hat{n}_p , formam uma base ortonormal relacionada ao pedestre, sejam escritos por

$$\hat{b}_{p} = \frac{\overline{RX_{xy} - CC_{xy}} \times \hat{n}_{p}}{|\overline{RX_{xy} - CC_{xy}} \times \hat{n}_{p}|}$$

$$\hat{t}_{p} = \frac{\hat{n}_{p} \times \hat{b}_{p}}{|\hat{n}_{p} \times \hat{b}_{p}|}$$
(3.53)

⁷ A difração na cabeça dos pedestres é considerada somente para a representação tridimensional do modelo, de modo a ser ignorada para análises bidimensionais.

onde RX_{xy} e $I_{TX_{xy}}$ são, respectivamente, as projeções das coordenadas do receptor e da imagem do transmissor no plano do chão e CC_{xy} as coordenadas da posição do pedestres no instante da intersecção, como pode ser visualizado pela Figura 20.



Figura 20. Modelo de Difração Gume de Faca

Consequentemente, as arestas verticais e horizontais desta lâmina são escritas a partir dos vetores

$$\vec{a}_{v} = 0 + h. b_{p}$$
 (3.55)

$$\vec{a}_h = 0 - d. \, t_p \tag{3.56}$$

onde $d \in h$ são, respectivamente, a largura e a altura do pedestre, definidas na secção 3.2, e 0 é o ponto de origem de ambas as arestas, definido por

$$O = CC_{xy} + \frac{d}{2}.\vec{t}_p \tag{3.57}$$

O ponto Q, comum ao raio e ao plano que representa o pedestre, é determinado a partir do processo descrito no Apêndice A, de modo que as distâncias h_1 , h_2 , h_3 , s_1 e s_2 sejam determinadas, respectivamente, por

$$h_1 = \frac{d}{2} - \left| \overline{CC_{xy} - RX_{xy}} \ \hat{t}_p \right|$$
(3.58)

$$h_2 = d - h_1 \tag{3.59}$$

$$h_3 = h - \left| \overline{Q - CC_{xy}} \ \hat{b}_p \right| \tag{3.60}$$

$$s_1 = |\overline{CC_{xy} - TX_{xy}} \ \hat{n}_p| \tag{3.61}$$

$$s_2 = \left| \overline{CC_{xy} - RX_{xy}} \ \hat{n}_p \right| \tag{3.62}$$

A determinação do campo resultante da difração é feita por meio da substituição do termo

$$\mathfrak{C} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{d,r} & \hat{e}_{\perp}^{d,r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{||} & 0\\ 0 & C_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{||}^{i}\\ \hat{e}_{\perp}^{i'} \end{bmatrix} \cdot A(s_{ped}) e^{-jk(s_{ped})}$$
(3.63)

apresentado na equação (3.50), por

$$\mathfrak{C} = \frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{2}} \left(\int_{\nu_1}^{\infty} e^{-j\pi/2u^2} du + \int_{\nu_2}^{\infty} e^{-j\pi/2u^2} du + \int_{\nu_3}^{\infty} e^{-j\pi/2u^2} du \right)$$
(3.64)

Nele, v_1 , v_2 e v_3 representam os parâmetros de Fresnel-Kirchoff obtidos através da equação (2.18), reapresentada aqui, por conveniência, como

$$v_{1,2,3} = h_{1,2,3} \sqrt{\frac{2}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right)}$$
(3.65)

onde $h_{1,2,3}$ são as porções do tubo de raios obstruídas pelo pedestre e $s_{1,2}$ são, respectivamente, a distância entre I_{TX} e o pedestre e a distância entre o pedestre e *RX*.

3.3.3. Categoria C – Pedestre difrator paralelepipédico

Conforme apresentado no estado da arte deste trabalho, a teoria da difração uniforme UTD (secção 2.3.2) é o método mais utilizado para estudar o efeito da difração em ambientes de multipercurso.

A vantagem desta teoria em relação ao modelo do gume de faca é que ela permite calcular os efeitos da difração em obstáculos de diferentes formatos e constituídos por diferentes tipos de materiais, bastando, para isso, uma simples mudança nos valores iniciais do algoritmo.

Entretanto, diferentemente da maioria dos trabalhos que utilizam a UTD com pedestres cilíndricos (vide secção 3.3.4), nesta categoria ela é utilizada para calcular os coeficientes de difração que ocorrem em pedestres representados num primeiro momento, por lâminas (ângulo interno $\alpha = 0$, Figura 15a) e num segundo momento, por paralelepípedos (ângulo interno $\alpha = \pi/2$, Figura 15c).

Apesar de não ter sido encontrado, na literatura, nenhum trabalho que utilizasse a UTD para determinar a difração em pedestres nestes formatos, este modelo foi incluído neste trabalho, pois acredita-se que ele possa apresentar bom desempenho, quando comparado aos modelos das categorias B e D.

Esta hipótese é baseada no fato de que, como dito anteriormente, a UTD foi desenvolvida especialmente para ser utilizada em conjunto com o traçado de raios

(Seção 2.3.2) e no fato de que estes obstáculos, formados por arestas lineares e superfícies planas, permitem o uso mais eficiente da álgebra linear.

Desse modo, para a determinação do efeito da difração causado pelos pedestres, assim como feito no modelo da categoria B, a análise deste tem início a partir do posicionamento dos sólidos, que representam os pedestres, de acordo com uma base ortonormal formada a partir dos vetores \hat{n}_p , $\hat{b}_p \in \hat{t}_p$.

Estes vetores são obtidos, respectivamente, a partir das equações (3.52), (3.53) e (3.54), reapresentadas aqui, por conveniência, como

$$\hat{n}_{p} = \frac{RX_{xy} - I_{TX_{xy}}}{|RX_{xy} - I_{TX_{xy}}|}$$
(3.66)

$$\hat{b}_{p} = \frac{\overline{RX_{xy} - CC_{xy}} \times \hat{n}_{p}}{|\overline{RX_{xy} - CC_{xy}} \times \hat{n}_{p}|}$$
(3.67)

$$\hat{t}_p = \frac{\hat{n}_p \times \hat{b}_p}{|\hat{n}_p \times \hat{b}_p|}$$
(3.68)

de modo que, conforme apresentado na Figura 21, as arestas difratoras (verticais ou horizontais) sejam escritas por

$$\vec{a}_v = O_v + h. \vec{b}_p$$

$$\vec{a}_h = O_h - d. \vec{t}_n$$
(3.69)

onde *d* e *h* são, respectivamente, a largura e a altura do pedestre (definidas na secção 3.2) e $O_{v,h}$ são os pontos de origem de cada uma das arestas, definidos de acordo com o formato do pedestre e com o tipo de intersecção entre o raio original, \vec{s}_{TX} , e o pedestre.



Figura 21. Modelo de Difração UTD em arestas a) Lâmina com intersecção tipo 01, b) lâmina com intersecção tipo 02, c) paralelepípedo com intersecção tipo 01 e d) paralelepípedo com intersecção tipo 02 Para difrações em arestas laterais (verticais), resultantes de intersecções do tipo 01, o ponto de origem O_v é dado por

$$O_v = CC_{xy} + \frac{d}{2}.\vec{t}_p \tag{3.71}$$

Já para difrações em arestas superiores (horizontais), resultantes de intersecções do tipo 02 ou 03, o ponto de origem O_h pode tomar diferentes valores de acordo com o formato do pedestre.

Assim, se forem definidas, as variáveis V_{form} e V_{modo}, tal que

$$V_{form} = \begin{cases} 0 \to p / \, l\hat{a}mina \\ 1 \to p / \, paralelepipedo \end{cases}$$
(3.72)

$$V_{modo} = \begin{cases} -1 \to modo \ 2\\ +1 \to modo \ 3 \end{cases}$$
(3.73)

então, o ponto de origem da aresta horizontal difratora pode ser escrito, a partir de *CC*, a extremidade superior do eixo central do pedestre, como

$$O_h = CC + \frac{d}{2}.\vec{t}_p + V_{modo}.V_{form}.\frac{d}{2}.\vec{n}_p$$
(3.74)

O ponto de difração no pedestre, Q_d , é, então, encontrado através do mesmo método apresentado na seção 3.1.2, para difração em arestas da parede, de modo que os raios \vec{s}_1^d e \vec{s}_2^d que compõem o raio difratado sejam escritos por

$$\begin{cases} \vec{s}_{1}^{d} = Q_{d} - I_{TX} \\ \vec{s}_{2}^{d} = RX - Q_{d} \end{cases}$$
(3.75)

definindo, assim, a nova trajetória do raio difratado no pedestre.

As funções de fase, polarização e amplitude são encontradas a partir desta nova trajetória composta por \vec{s}_1^d e \vec{s}_2^d , pelas equações apresentadas na secção 3.1.3 e então substituídas, então, na equação (3.50).

3.3.4. Categoria D – Pedestre difrator cilíndrico

. Esta quarta categoria representa os modelos de pedestres mais utilizados nos trabalhos de caracterizações de canais em interiores apresentados no estado da arte deste trabalho.

Ela utiliza a UTD para determinar os efeitos dos raios difratados em pedestres e poderia, assim, ser tratada como uma variante da categoria anterior.

Entretanto, aqui, os pedestres são representados através de cilindros circulares (Figura 15b), onde a difração ocorre não somente em arestas, mas, também em superfícies arredondadas (Figura 22), de modo que duas formulações distintas de UTD sejam necessárias: uma baseada na seção 2.3.2.1(arestas) e outra na seção 2.3.2.2 (superfícies arredondadas).



Figura 22. Modelo de Difração UTD para pedestres cilíndricos a) com intersecção do tipo 01 e b) com intersecção do tipo 02.

a) Formulação para a difração em arestas

A difração na aresta do cilindro ocorre quando o raio \vec{s}_{TX} intercepta o obstáculo, incidindo pela lateral e saindo pela superfície superior (intersecção tipo 2) ou incidindo pela superfície superior e saindo pela lateral (intersecção tipo 3).

A formulação para este caso é muito parecida com a formulação apresentada pela categoria C, exceto pelo fato de que como o cilindro possui um volume simétrico em relação ao seu eixo central, não é necessário que uma base ortonormal seja definida para a determinação do ponto de difração.

Ao contrário, este ponto pode ser diretamente encontrado a partir da determinação do ponto de intersecção entre o raio \vec{s}_{TX} e a superfície lateral do cilindro (Apêndice A), projetado no plano da base superior do cilindro, conforme apresentado pela Figura 22b.

Do ponto Q_d em diante, uma nova trajetória é descrita a partir dos raios

$$\vec{s}_1^d = Q_d - I_{TX}$$
$$\vec{s}_2^d = RX - Q_d$$

(3.76)

de maneira que as novas funções de fase, polarização e amplitude sejam encontradas e substituídas na equação (3.50).

b) Difração na superfície lateral

Este segundo tipo de difração ocorre quando o raio original, \vec{s}_{TX} , intercepta o pedestre, incidindo e saindo pela sua lateral, ou seja, quando a difração é resultante de uma intersecção do tipo 1.

Sua formulação é baseada na seção 2.3.2.2 e tem como principal objetivo (Vide Figura 22a) a determinação dos pontos de incidência (Q_{d_1}) e de difração (Q_{d_2}),

responsáveis por determinar a trajetória do raio difratado por meio dos vetores tangentes ao cilindro nestes pontos, dados por

$$\begin{cases} \vec{s}_{1}^{d} = Q_{d_{1}} - I_{TX} \\ \vec{s}_{2}^{d} = RX - Q_{d_{2}} \end{cases}$$
(3.77)

Assim, sejam Q_{d_1} e Q_{d_2} definidos em termos de suas coordenadas cartesianas

$$Q_{d_{1,2}} = \begin{bmatrix} x_{Q_{d_{1,2}}} \\ y_{Q_{d_{1,2}}} \\ z_{Q_{d_{1,2}}} \end{bmatrix}$$
(3.78)

as coordenadas destes pontos no plano [x, y] podem, então, ser determinados por

$$\begin{cases} x_{Q_{d_{1,2}}} = x_{CC} + \frac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_{1,2} \pm \beta_{1,2}) \\ y_{Q_{d_{1,2}}} = y_{CC} + \frac{d}{2} \cdot \sin(\gamma_{1,2} \pm \beta_{1,2}) \end{cases}$$
(3.79)

onde *d* é o diâmetro do pedestre (definido na seção 3.2), x_{cc} e y_{cc} são as coordenadas do eixo central do cilindro; $\gamma_{1,2}$ são ângulos de referência, apresentados na Figura 23, e definidos⁸ por

$$\gamma_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{y_{I_{TX}} - y_{CC}}{x_{I_{TX}} - x_{CC}}\right)$$
(3.80)

е

$$\gamma_2 = \operatorname{atan}\left(\frac{y_{RX} - y_{CC}}{x_{RX} - x_{CC}}\right)$$
(3.81)

e $\beta_{1,2}$ são ângulos definidos como

$$\beta_1 = \operatorname{acos}\left(\frac{\frac{d}{2}}{\left|I_{TX_{xy}} - CC_{xy}\right|}\right)$$
(3.82)

⁸ Os ângulos $\gamma_{1,2}$ podem assumir qualquer valor entre $-\pi e \pi$, de modo que seja necessária uma rotina de determinação de quadrante. No MatLab®, o comando atan2(x, y) executa esta função.

е

$$\beta_2 = \operatorname{acos}\left(\frac{\frac{d}{2}}{\left|RX_{xy} - CC_{xy}\right|}\right)$$
(3.83)

onde CC_{xy} , $I_{TX_{xy}}$ e RX_{xy} são, respectivamente, as projeções dos pontos CC, I_{TX} e RXno plano do chão, definido por [x, y].



Figura 23. Geometria da difração em superfícies cilíndricas - Plano [x, y]

As coordenadas $z_{Q_{d_{1,2}}}$ são obtidas, de modo linear, a partir das coordenadas $x_{Q_{d_{1,2}}}$ e $y_{Q_{d_{1,2}}}$, como

$$z_{Q_{d_1}} = z_{I_{TX}} + \frac{\left|Q_{d_{1_{XY}}} - I_{TX_{XY}}\right| \cdot (z_{RX} - z_{I_{TX}})}{\left|Q_{d_{1_{XY}}} - I_{TX_{XY}}\right| + \left|Q_{d_{2_{XY}}} - RX_{XY}\right| + \sqrt{(\Delta \emptyset. d/2)^2}}$$
(3.84)

е

$$z_{Q_{d_2}} = z_{RX} - \frac{\left|Q_{d_{2_{XY}}} - RX_{XY}\right| \cdot (z_{RX} - z_{I_{TX}})}{\left|Q_{d_{1_{XY}}} - I_{TX_{XY}}\right| + \left|Q_{d_{2_{XY}}} - RX_{XY}\right| + \sqrt{(\Delta \emptyset. d/2)^2}}$$
(3.85)

onde $Q_{d_{1}xy}$ e $Q_{d_{2}xy}$ representam as coordenadas das projeções dos pontos $Q_{d_{1}}$ e $Q_{d_{1}}$ no plano [x, y].

Devido à geometria não linear do cilindro é fácil verificar que a equação (3.79) não apresenta uma solução única, de modo que existam pelos menos dois raios (Figura 23) que, lançados a partir de I_{TX} , alcançam *RX* após serem difratados pela superfície.

Assim, estes dois raios têm seus campos obtidos novamente a partir da equação (3.50) e são somados vetorialmente (78) para formar o campo relacionado ao raio difratado pelo pedestre.

3.3.5. Categoria E– Pedestre refletor paralelepipédico.

Desenvolvido a partir dos mesmos pedestres (lâmina ou paralelepípedo) apresentados na categoria C, os modelos desta categoria foram baseados em (92), com objetivo de verificar a influência dos raios refletidos por pedestres, mas, principalmente, com o objetivo de facilitar o desenvolvimento dos algoritmos da categoria G (seção 3.3.7), por meio da inclusão dos efeitos dos raios difratados (categoria C – seção 3.3.3), aos efeitos dos raios refletidos.

Estes raios (os refletidos) são formados através de imagens de I_{TX} , geradas nas laterais dos pedestres, de modo a formar o campo total em *RX* dado por

$$\vec{E}_{Total} = \sum_{ped=1}^{N_{ped}} \vec{E}_{TX_{ped}}$$

(3.86)

onde $E_{TX_{ped}}$ é campo atribuído a cada raio após a reflexão nos pedestres, equação (3.50), e N_{ped} é a quantidade de pedestres que circulam pelo ambiente e que geram imagens válidas do transmissor.

Um exemplo de formação de campo em *RX* é apresentado na Figura 24, para pedestres em formato de lâminas, onde o raio original \vec{s}_{TX} , interceptado por um pedestre P_1 , é anulado, e raios refletidos em outros pedestres (P_2 e P_3) são criados de modo a formar o campo total recebido.



Figura 24. Projeção [x, y] do modelo de reflexão em pedestres em forma de lâminas

Uma vez que os pedestres apresentam faces refletoras planas, as trajetórias dos raios refletidos podem ser facilmente obtidas por meio do apresentado na secção 3.1.2, como

$$\vec{s}_{TX_{ped}} = RX - I_{TX_{ped}} \tag{3.87}$$

onde $I_{TX_{ped}}$ é a imagem do ponto I_{TX} na face do pedestre, dada por

$$I_{ped} = I_{TX} + 2. (O - I_{TX} \cdot \hat{n}_p) \hat{n}_p$$
(3.88)

onde 0 é o ponto de origem da face refletora e \hat{n}_p é o vetor normal à superfície, ambos apresentados pela Figura 25.



Figura 25. Orientação de pedestres para reflexão

Para possibilitar que as superfícies criem imagens válidas de I_{TX} na maioria dos casos, os pedestres refletores são orientados de acordo com uma base ortonormal definida pelos vetores \hat{n}_p , \hat{b}_p e \hat{t}_p , obtidos por

$$\hat{n}_{p} = \frac{RX_{xy} - CC_{xy}}{|RX_{xy} - CC_{xy}|} + 0.5 \left(\frac{I_{TX_{xy}} - CC_{xy}}{|I_{TX_{xy}} - CC_{xy}|} - \frac{RX_{xy} - CC_{xy}}{|RX_{xy} - CC_{xy}|} \right)$$

$$\hat{b}_{p} = \frac{CC - CC_{xy}}{|CC - CC_{xy}|}$$
(3.89)
(3.90)

$$\hat{t}_p = \frac{\hat{b}_p \times \hat{n}_p}{|\hat{b}_p \times \hat{n}_p|}$$
(3.91)

A partir destes vetores, a face refletora do pedestre é, então, definida por suas arestas dadas por

$$\vec{a}_v = 0 + h.\vec{b}_p \tag{3.92}$$

 $\vec{a}_h = 0 + d. \vec{t}_p \tag{3.93}$

onde $d \in h$ são, respectivamente, a largura e a altura do pedestre (definidas na secção 3.2) e 0 é o ponto de origem definido como

$$0 = CC_{xy} - \frac{d}{2}.\vec{t}_{p} + V_{form}.\frac{d}{2}.\vec{n}_{p}$$
(3.94)

onde CC_{xy} é a extremidade inferior do eixo central do pedestre e V_{form} é uma variável auxiliar, dada de acordo com o formato do pedestres como

$$V_{form} = \begin{cases} 0 \to p/ \, l \hat{a} mina \\ 1 \to p/ \, paralelep \hat{p} e do \end{cases}$$
(3.95)

3.3.6. Categoria F – Pedestre refletor cilíndrico

Desenvolvidos a partir dos mesmos pedestres cilíndricos utilizados na categoria D (seção 3.3.4), os modelos desta categoria são para verificar a influência dos raios refletidos pelos pedestres, mas principalmente, o objetivo de facilitar o desenvolvimento dos algoritmos da categoria G (seção 3.3.7), através da inclusão os efeitos dos raios difratados (categoria D), aos efeitos dos raios refletidos.

Por este motivo, sua formulação segue exatamente a formulação da categoria anterior, excluindo o raio interceptado por um pedestre e acrescentando novos raios que, refletidos nos demais pedestres do ambiente, são os responsáveis pela formação do campo no receptor, conforme mostra o exemplo da Figura 26.



Figura 26. Projeção [x, y] do modelo de reflexão em pedestres cilíndricos

A diferença entre as formulações, entretanto, encontra-se no fato de que o cilindro, por ser um objeto simétrico, não depende de ser orientado para gerar imagens válidas, mas, em contrapartida, por apresentar características não lineares, requer um procedimento mais complexo para localização do ponto de reflexão Q_r e, consequentemente, para a definição dos raios refletidos.

Este procedimento consiste em determinar, através do método apresentado por Glaeser (110), a projeção do ponto de reflexão no cilindro, Q_r , no plano do chão [x, y], para depois encontrar, de modo linear, sua coordenada z_{Q_r} , como

$$z_{Q_r} = z_{I_{TX}} + \frac{\left(z_{RX} - z_{I_{TX}}\right) \cdot |\vec{s}_{Xy}^i|}{\left|\vec{s}_{Xy}^i\right| + |\vec{s}_{Xy}^r|}$$
(3.96)

onde $z_{I_{TX}}$ e z_{RX} são as coordenadas *z* dos pontos I_{TX} e *RX*, respectivamente; e $\vec{s}_{Xy}^{i,r}$ são as trajetórias do raio incidente e refletido no pedestre, projetados, também, no plano do chão.

O método apresentado por Glaeser, aqui resumido, tem como base as raízes do polinômio algébrico de quarta ordem,

$$f(x_{aux}) = \sum_{k=0}^{4} c_k x_{aux}^k$$

(3.97)

de coeficientes dados por

$$\begin{cases} c_4 = u^2 \\ c_3 = -2. u(v. x_{TX} + w) \\ c_2 = v. (1 + 2. w. x_{TX}) + w^2 - 2. u \\ c_1 = 4. x_{TX}. v + 2. w. x_{TX}^2. v + 2w \\ c_0 = v. y_{TX} - v. (d/2)^2. (1 + 2. w. x_{TX} + w^2. x_{TX}^2) \end{cases}$$
(3.98)

onde

$$\begin{cases} u = \frac{2}{(d/2)^2} \\ v = \frac{1}{(x_{I_{TX}} - x_{CC})^2 + (y_{I_{TX}} - y_{CC})^2} \\ w = \frac{1}{x_{RX} - x_{CC}} \end{cases}$$
(3.99)

d é o diâmetro do cilindro e $[x_{I_{TX}}, y_{I_{TX}}]$, $[x_{RX}, y_{RX}]$ e $[x_{CC}, y_{CC}]$ são, respectivamente, as coordenadas do ponto I_{TX} , RX e CC_{xy} , apresentados na Figura 27.



Figura 27. Geometria de reflexão no cilindro projetada no plano [x, y]

A partir das raízes (x_{aux}) do polinômio, quatro soluções dadas por

$$\begin{cases} x_{Q_r} = x_{CC} + x_{aux} \\ y_{Q_r} = y_{CC} + \sqrt{r^2 - x_{Q_r}^2} \end{cases}$$
(3.10)

(3.100)

são obtidas como possíveis coordenadas do ponto Q_r .

Dentre estas soluções, apenas uma atende a condição dada pela lei da ótica geométrica, de que o ângulo de incidência, θ_i , deve ser igual ao ângulo de reflexão, θ_r . E é este o ponto, que atente a condição, o ponto definido como Q_r .

Entretanto, é importante ressaltar que estas equações consideram que o centro do cilindro encontra-se origem do plano cartesiano [0,0] na е que, consequentemente, a coordenada y_{RX} do receptor é nula. Desse modo, é necessário que o cilindro seja rotacionado sobre seu eixo central e, em alguns casos, espelhado em relação ao vetor CCRX, antes de encontrar as raízes do polinômio apresentado na equação (3.97). A Figura 28 mostra alguns exemplos.

A partir desta determinação, para cada um dos pedestres envolvidos na simulação, as funções trajetória e, consequentemente, as funções de amplitude, fase e polarização são, então, encontradas para cada um dos raios refletidos, de modo a possibilitar que o campo recebido seja, finalmente, obtido pela soma vetorial destes novos raios refletidos, como

$$\vec{E}_{Total} = \sum_{1}^{N_{ped}} \vec{E}_{TX_{ped}}$$
(3.101)

onde N_{ped} é a quantidade de pedestres no ambiente e $E_{TX_{ped}}$ é o campo atribuído a cada um dos raios após a reflexão no pedestres, conforme apresentado na equação (3.50).



Figura 28. Rotação do cilindro para a determinação do ponto de reflexão. A primeira figura apresenta a condição do cilindro já rotacionado. As demais figuras, apresentam diversas situações de posição relativa entre o cilindro, transmissor e receptor. Todas estas situações são convertidas para a primeira para que o ponto de reflexão seja encontrado.

Esta última categoria contém os modelos mais completos apresentados neste trabalho, (73) (74) (75) (92).

Diferentemente das demais, eles têm como objetivo analisar, de modo concomitante, os efeitos de raios difratados e refletidos em pedestres, na formação do campo no receptor.

Para isso, as funções de amplitude, fase e polarização que definem o campo associado a cada um dos raios nos modelos anteriores, são somadas vetorialmente, de modo que um novo campo associado a cada raio seja dado por

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_C + \vec{E}_E & p/l \hat{a}minas \ ou \ paralelep (pedos) \\ \vec{E}_D + \vec{E}_F & p/cilindros \end{cases}$$
(3.102)

onde $\vec{E}_C, \vec{E}_D, \vec{E}_E$ e \vec{E}_F são os campos vetoriais associados aos raios, obtidos, respectivamente, através dos modelos da categoria C (seção 3.3.3), D (seção 3.3.4), E (seção 3.3.5) e F (seção 3.3.6).

Capítulo 04 - Análise dos Modelos

Uma vez apresentados os modelos e seus respectivos métodos de implementação, os algoritmos desenvolvidos foram executados a fim de obter dados que permitissem sua validação e análise.

Embora a validação dos algoritmos, na qual um grande esforço foi despendido, não esteja detalhada neste trabalho, ela pode ser facilmente verificada a partir das etapas de análise, apresentadas nos item subsequentes.

Estas etapas compreendem desde uma comparação com dados empíricos até a análise de resultados de simulações realizadas em diversos ambientes e com diferentes trajetórias e fluxos de pedestres.

4.1. Comparação com dados empíricos

A primeira etapa de análise consiste na comparação dos dados simulados com dados empíricos.

Estes dados, extraídos de (61) e apresentados na Figura 29, foram obtidos através da transmissão de um sinal em 2,4 *GHz*, enquanto um único pedestre percorria seis trajetórias de dois modos: caminhando de frente e caminhando de lado.

Dentre estas trajetórias, três eram paralelas à linha de visada direta e posicionadas distantes dela em 0,8 m, 1,2 m e 1,6 m, enquanto as outras três eram perpendiculares à LOS e posicionadas, distante do ponto médio e em direção ao transmissor, em 0,0 m, 0,2 m e 0,4 m.



Figura 29. Dados empíricos obtidos extraídos de (61)

O eixo das abcissas representa a posição do pedestre na trajetória, onde a origem representa seu ponto médio, e o eixo das ordenadas representa, em *dB*, a variação do nível do sinal recebido em relação ao nível do sinal esperado, para o ambiente sem pedestre.

A análise desses dados mostra que tanto a posição das trajetórias, quanto os diferentes modos de caminhar do pedestre, podem causar efeitos instantâneos distintos, porém estatisticamente similares, no comportamento do nível do sinal recebido.

Esta semelhança estatística permite que o comportamento do sinal possa ser analisado a partir da definição de certos limites, obtidos a partir dos dados empíricos, dentro dos quais os dados simulados devem se encaixar.

Para as trajetórias paralelas, estes limites são definidos por

$$\begin{cases} L_{max} = \pm (\bar{x} + \sigma_x) \\ L_{min} = \pm (\bar{x} - \sigma_x) \end{cases}$$
(4.1)

onde x é o nível de flutuação do sinal a cada trajetória, definido como metade da diferença entre os valores máximo e mínimo do sinal recebido, \bar{x} é média destes valores e σ_x , o desvio padrão. Com isso, o que se deseja é que assim como os

valores empíricos, os valores simulados também oscilem com flutuações próximas a esses limites.

Já para as trajetórias perpendiculares, os limites são definidos através dos valores máximos e mínimos de atenuação causada pelo pedestre, quando este intercepta a linha de visada direta, e do período de sombra, definido como o intervalo em que o nível do sinal recebido permanece inferior ao nível mínimo definido pelos limites de flutuação, L_{min} .

Estes limites são apresentados na Tabela 2, juntamente com os dados obtidos em cada uma das trajetórias e modos de caminhar do pedestre.

Trajetória	Posição	Modo Caminhar	Atenuação Máxima (dB)	Sombra (<i>m</i>)	Flutuações (<i>dB</i>)
Perpen- dicular	0,0 <i>m</i>	Frente	16	0,55	
		Lado	21	0,40	
	0,2 <i>m</i>	Frente	15	0,55	
		Lado	11	0,45	
	0,4 <i>m</i>	Frente	7	0,60	
		Lado	13	0,50	
Paralela	0,8 <i>m</i>	Frente			<u>±1,2</u>
		Lado			<u>+</u> 1,7
	1,2 <i>m</i>	Frente			<u>+</u> 2,0
		Lado			<u>+</u> 1,8
	1,6 <i>m</i>	Frente			<u>+</u> 1,7
		Lado			<u>+</u> 3,0
Limite Máximo			7	0,40	<u>±2,5</u>
Limite Mínimo			21	0,60	<u>±1,3</u>
Média			12,3	0,50	1,9

Tabela 2. Valores de parâmetros empíricos.

Segundo os autores, o ambiente utilizado para a realização destas medidas era amplo e livre de mobília, onde a transmissão e recepção do sinal foram feitas por antenas do tipo corneta, posicionadas a pelo menos dois metros uma da outra, com linha de visada direta entre elas. Esta descrição, não muito rica do ambiente, leva a hipótese de que devido ao uso de antenas diretivas, os possíveis componentes refletidos nas paredes não tenham provocado efeitos significativos na composição do sinal recebido, de modo que se possa considerar que os dados obtidos sejam referentes, somente, à influência do pedestre no raio direto.

Além disso, o posicionamento das antenas a uma altura de 70 cm do solo (o que corresponde a menos da metade da altura dos pedestres) faz com que, de acordo com o apresentado por (99), o problema possa ser tratado de maneira bidimensional.

Assim, para esta comparação, optou-se por simular um ambiente infinito, sem reflexão ou difração em suas estruturas, onde as antenas foram posicionadas a aproximadamente 4,5 m uma da outra e os pedestres percorreram as mesmas seis trajetórias definidas para a obtenção dos dados empíricos: três paralelas à linha de visada direta e posicionadas, distantes dela, a 0,8 m, 1,2 m e 1,6 m, e três perpendiculares à LOS e posicionadas distantes do ponto médio e em direção ao transmissor, em 0,0 m, 0,2 m e 0,4 m.

As curvas típicas, obtidas através das simulações deste ambiente por cada um dos 29 modelos de pedestres, são apresentadas pela Figura 30 juntamente aos limites máximos e mínimos, referentes aos dados empíricos.

De onde, de um modo geral, uma boa concordância entre os dados empíricos e simulados pode ser verificada, sendo que apenas algumas não conformidades são observadas.

Essas não conformidades são encontradas, principalmente, nos modelos em que a perda devido à obstrução do pedestre tende a infinito e em alguns modelos

	Perpendicular	Paralela
Categoria A – Modelo 01	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria B – Modelo 02	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria C – Modelo 03	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria C – Modelo 04	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	0 -10 -20 -1 -1 -1 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria C – Modelo 05	$ \begin{array}{c} 10 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ \hline -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria C – Modelo 06	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria C – Modelo 07	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1

refletores, onde as flutuações de nível do sinal estão, visivelmente, fora dos limites apresentados pelos dados empíricos.

Categoria C – Modelo 08	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria D – Modelo 09	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
Categoria D – Modelo 10	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	0 -10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria D – Modelo 11	$ \begin{array}{c} 10 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria E – Modelo 12	$ \begin{array}{c} 10 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria E – Modelo 13	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
Categoria E – Modelo 14	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ \hline -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
Categoria E – Modelo 15	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria E – Modelo 16	$ \begin{array}{c} 10 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ \hline -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
----------------------------	---	------------------------------------
Categoria E – Modelo 17	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
Categoria F – Modelo 18	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ \hline -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	-10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria F – Modelo 19	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ \hline -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
Categoria F – Modelo 20	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
Categoria G – Modelo 21	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ -1 \\ -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	0 -10 -20 -1 -0.5 0 0.5 1
Categoria G – Modelo 22	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ \hline -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	
Categoria G – Modelo 23	$ \begin{array}{c} 10 \\ 0 \\ -10 \\ -20 \\ -30 \\ \hline -1 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 1 \end{array} $	



Figura 30. Dados simulados versus dados empíricos

Nestas figuras, as linhas cheias correspondem ao nível do sinal obtido em cada um dos modelos enquanto as linhas pontilhadas correspondem aos valores máximo e mínimo. O eixo das abcissas é apresentado em metros, onde a origem representa o ponto médio de cada trajetória e o eixo das ordenadas é apresentado em dB.

Entretanto, é a partir da Tabela 3 que uma avaliação mais precisa destes modelos pode ser realizada. Nesta tabela, os valores dos três parâmetros (atenuação máxima, sombra e flutuação) obtidos em cada um dos modelos são apresentados de modo a permitir a comparação com os limites fornecidos pelos dados empíricos, através da Tabela 2.

	Perpendicular					Paralela			
	Atenuação Máxima			Sombra			Flutuações sobre a média		
	(<i>dB</i>)			(<i>m</i>)			(<i>dB</i>)		
Limites	21,0		0,60			±2,5			
Empíricos	7,0		0,40			±1,3			
Média	12,3			0,50			<u>±1,9</u>		
Trajetória	0,0m	0,2m	0,4m	0,0m	0,2m	0,4m	0,8m	1,2m	1,6m
M1	8	8	8	0,50	0,50	0,50	0	0	0
M2	23,0	22,2	22,0	0,16	0,16	0,16	0	0	0
M3	23,0	22,2	21,5	0,16	0,16	0,16	0	0	0
M4	23,5	22,7	22,0	0,22	0,30	0,40	0	0	0
M5	23,3	22,6	22,0	0,19	0,19	0,30	0	0	0
M6	14,2	14,0	14,0	0,35	0,35	0,35	0	0	0
M7	14,4	14,4	14,5	0,35	0,35	0,35	0	0	0
M8	14,4	14,3	14,3	0,35	0,35	0,35	0	0	0
M9	8	8	8	0,50	0,50	0,50	0	0	0
M10	21,5	20,2	19,3	0,47	0,47	0,47	0	0	0
M11	21,7	20,4	21,0	0,50	0,47	0,47	0	0	0
M12	8	8	8	0,50	0,50	0,50	0	0	0
M13	8	8	∞	0,50	0,50	0,50	<u>+</u> 1,80	<u>+</u> 1,80	<u>+</u> 3,90
M14	8	8	∞	0,50	0,50	0,50	<u>+</u> 1,75	<u>+</u> 1,85	<u>+</u> 3,80
M15	8	8	8	0,50	0,50	0,50	0	0	0
M16	8	8	8	0,50	0,50	0,50	<u>+</u> 3,10	±11,85	±1,90
M17	8	8	8	0,50	0,50	0,50	<u>+</u> 3,10	<u>+6,25</u>	<u>+1,85</u>
M18	8	8	∞	0,50	0,50	0,50	0	0	0
M19	8	8	∞	0,50	0,50	0,50	<u>±0,25</u>	<u>±0,75</u>	±0,50
M20	8	8	∞	0,50	0,50	0,50	<u>+0,23</u>	<u>+</u> 0,70	<u>+</u> 0,45
M21	23,0	22,2	21,5	0,16	0,16	0,16	0	0	0
M22	23,5	22,7	22,0	0,20	0,22	0,22	<u>+</u> 1,80	<u>+</u> 1,80	<u>+</u> 4,00
M23	23,5	22,6	22,9	0,19	0,19	0,40	<u>+</u> 1,70	<u>+</u> 1,85	<u>+</u> 3,80
M24	14,2	14,0	13,8	0,35	0,35	0,35	0	0	0
M25	14,4	14,4	14,3	0,35	0,35	0,35	<u>+</u> 3,10	<u>+</u> 11,85	<u>+</u> 1,90
M26	14,4	14,3	14,2	0,35	0,35	0,35	<u>+</u> 3,10	<u>±6,25</u>	<u>±1,90</u>
M27	∞	8	∞	0,50	0,50	0,50	0	0	0
M28	21,5	20,2	19,3	0,47	0,47	0,47	<u>+0,25</u>	<u>+</u> 0,75	<u>+0,50</u>
M29	21,7	20,4	21,0	0,47	0,47	0,47	<u>+0,23</u>	<u>±0,70</u>	<u>±0,45</u>

Tabela 3. Comparação entre dados empíricos e simulados

A partir desta tabela, percebe-se que o nível de flutuação devido à reflexão no pedestre varia de acordo com a distância entre a trajetória e a linha de visada direta,

enquanto que nos parâmetros de atenuação e sombreamento, estes efeitos já não são tão perceptíveis.

Iniciando pelos valores de atenuação, verifica-se que os modelos numerados de 06 a 08 e de 24 a 26, que utilizam pedestres paralelepipédicos, e os modelos 10, 11, 28 e 29, que utilizam pedestres cilíndricos, são aqueles em que os valores simulados se encaixam nos limites empíricos.

Os demais modelos que utilizam pedestres laminares (numerados de 02 a 05 e de 21 a 23) e apresentam valores distantes do limite inferior em no máximo 2dB, e aqueles que utilizam pedestres absorventes (01, 09, 27 e de 12 a 20) e apresentam valores de atenuação tendendo ao infinito, entretanto, não devem ser imediatamente descartados. Isto pois, como discutido a seguir, estes valores de atenuação não estão distantes dos limites estabelecidos.

Como visto no Capítulo 03 o número máximo de reflexões nas paredes do ambiente (i_{max}) foi definido como a quantidade mínima de reflexões capaz de gerar perdas suficientemente grandes, a ponto de fazer com que a amplitude do campo elétrico, associado ao raio refletido, decaísse para pelo menos um décimo (ou 20*dB*) do valor de referência (E_0). Isso significa que para o algoritmo deste trabalho, qualquer perda superior a 20*dB* pode ser considerada uma atenuação total do raio, de modo que o limite de atenuação (21*dB*) e todas as atenuações maiores que estas tenham efeitos similares às atenuações que tendem ao infinito.

Assim, todos os modelos deste trabalho podem ser interpretados como se estivessem dentro dos limites definidos pelos dados empíricos, de modo que para análises com a precisão igual à adotada por este trabalho, todos os modelos apresentem valores satisfatórios em termos de atenuação máxima. Em relação ao sombreamento, entretanto, apenas os modelos em que o pedestre é representado pela forma cilíndrica (de 9 a 11 e de 27 a 29) e, também, aqueles em que os coeficientes de difração são desprezados, fazendo com que a perda máxima tenda ao infinito (01 e de 12 a 20), apresentaram resultados dentro dos limites estabelecidos. Os demais modelos, diferentemente, apresentaram dimensões de sombras bem inferiores, chegando a até 0,16*m* para os pedestres laminares.

Porém, assim como sugerido por (73), neste trabalho, o efeito da difração é levado em consideração somente quando o pedestre está obstruindo o raio, fazendo com que o receptor esteja na região de sombreamento profundo. Este mecanismo de otimização do algoritmo, entretanto, quando utilizado em pedestres com arestas, faz com que, mesmo utilizando o UTD, algumas mudanças abruptas de nível do sinal sejam observadas.

Acredita-se, embora este teste não tenha sido realizado, que se a difração fosse considerada enquanto o pedestre se aproxima ou se afasta do raio, antes e depois de interceptá-lo, estas mudanças abruptas poderiam ser suavizadas, de modo a alargar a região sombreada pelo pedestre.

Porém, com a forma atual de implementação desses modelos, conclui-se que para a análise do efeito de sombreamento causado pelo pedestre, os modelos de pedestres absorventes, independente do formato, e, também, os modelos cilíndricos, independente de serem constituídos de materiais condutores ou dielétricos, são aqueles que apresentam melhor concordância com os dados experimentais.

Em relação às flutuações sobre o nível do sinal, geradas devido à reflexão dos raios nos pedestres, pode-se perceber uma grande variação entre os valores obtidos a partir dos diversos modelos. Verifica-se que nos modelos em que as reflexões não

são consideradas e, também, naqueles onde os pedestres são constituídos de materiais absorventes, as flutuações sobre o nível médio, como era de se esperar, não estão presentes.

Diferentemente, elas estão em todos os demais modelos, sendo seus efeitos inferiores, porém próximos aos limites (menos de 1dB de diferença em média), nos modelos que utilizam pedestres cilíndricos (19, 20, 28 e 29).

Os modelos que utilizam pedestres laminares e paralelepipédicos, entretanto, apresentam valores que, dependendo da trajetória, geram sinais com oscilações que podem ser muito altas, chegando a $\pm 4dB$ e $\pm 11dB$, repectivamente, muito fora, portanto, das máximas oscilações observadas nos dados empíricos.

Já os modelos cilíndricos tendem a apresentar níveis de flutuação, sempre limitados, uma vez que suas faces arredondadas geram um maior espalhamento do raio refletido. Desse modo, mesmo apresentando valores de flutuação ligeiramente inferiores aos estabelecidos empiricamente, estes modelos são os mais indicados, , também para este caso.

4.2. Comparação entre Modelos.

A segunda etapa da análise dos modelos consiste na comparação entre os parâmetros de caracterização do canal, apresentados na seção 2.4, obtidos em diversos tipos de situação.

Como resultado, após 20 dias ininterruptos de processamento paralelo em um computador pessoal, equipado com processador Intel core i7® e 12 *Gbytes* de memória, um total de 3.672 arquivos foi gerado, totalizando, aproximadamente, 28 *GBytes* de dados simulados.

Estes arquivos correspondem aos conjuntos de dados obtidos em cada uma das possíveis combinações entre os 29 modelos e as 126 situações que compreendem diferentes fluxos de pedestres e configurações de ambientes. Asconfigurações de ambiente, apresentadas pela Figura 31, foram escolhidas de modo a apresentar um grau de complexidade crescente, possuindo de zero a sete obstáculos e podendo ser representados de maneira bi ou tridimensional.



Figura 31. Ambientes Simulados

As coordenadas que indicam o tamanho do ambiente estão em metros, e as paredes são representadas por linhas mais grossas.

A representação bidimensional consistiu em simular o pé direito do ambiente, os filamentos utilizados como antenas transmissora e receptora, e a altura dos pedestres envolvidos na simulação como se fossem infinitos. Já a representação tridimensional atribuiu dimensões finitas a todos estes itens, de modo que as antenas foram simuladas como dipolos curtos (verticalmente polarizados e com haste de sustentação medindo 1,5 m de altura em relação ao solo), o pé direito do ambiente foi, arbitrariamente, considerado igual a 3,5 m e a altura dos pedestres foi escolhida, conforme seção 3.3, igual a 1,8 m.

Em todas as configurações, a parte transmissora foi mantida em um único ponto fixo e a parte receptora foi posicionada em 628 pontos⁹, igualmente espaçados, formando uma circunferência de raio igual a 5 comprimento de onda (λ) do sinal de frequência $f_0 = 2,4 GHz$, igual aos dados empíricos.

Em relação ao fluxo de pedestres, 8 situações foram simuladas. Dentre estas situações, uma considerou o ambiente sem a presença de pedestres (ambiente determinístico), seis consideraram a presença de um ou dois pedestres caminhando em trajetórias pré-definidas (apresentadas pela Figura 32) e a última considerou a presença de cinco pedestres caminhando em trajetórias retilíneas, definidas por pares de pontos, cujas coordenadas foram descritas como variáveis aleatórias, uniformemente distribuídas em toda a área útil do ambiente.

A fim de simular a variação dos canais no tempo, as trajetórias dos pedestres foram divididas em N segmentos, onde o valor de N foi definido como resultado da divisão do comprimento da trajetória mais extensa por um quarto do comprimento de onda da frequência do sinal transmitido. Desse modo, cada um dos arquivos de

99

⁹ Estes pontos foram escolhidos de acordo com (27), de modo que fosse possível amostrar corretamente as interferências construtivas e destrutivas.

dados foi formado a partir de *N* execuções do mesmo algoritmo, realizadas com o propósito de obter as respostas impulsivas do canal, os níveis médios do sinal recebido em cada instante de tempo e, consequentemente, os parâmetros que caracterizam a propagação em cada uma das situações.



Nesta figura, as escalas estão em metros, a circunferência indica as posições do receptor e o triângulo indica a posição do transmissor. As setas indicam as trajetórias dos pedestres.

4.2.1. Análise dos ambientes determinísticos.

Esta análise tem como objetivo a obtenção de dados do comportamento do sinal propagado nestes ambientes, de modo a auxiliar a análise da influência dos pedestres. Assim, os dados relativos ao ambiente determinístico são apresentados na Figura 33 e na Figura 34, tal que a primeira apresenta a variação do nível do sinal recebido em função da posição do receptor e a segunda apresenta os perfis de atraso de potência, normalizados em τ_0 , para o receptor mais próximo do transmissor.



Figura 33. Variação do nível da amplitude do sinal recebido em termos da posição do receptor. A linha horizontal representa o valor médio (E_m) e a linha com média senoidal representa o valor do campo recebido em relação ao campo de referência E_0 . O eixo das abcissas apresenta a numeração atribuída a cada receptor posicionado na circunferência. Está numeração é crescente no sentido antihorário, tal que o receptor de número 1 corresponde a posição em 0°



O eixo das ordenadas apresenta a potência normalizada pela potência total do sinal recebido, enquanto o eixo das abcissas apresenta o instante de chegada (normalizado por 10⁻⁸) de cada

componente de multipercurso.

Iniciando pelo ambiente *A*, o mais simples, verifica-se que, conforme era esperado, o sinal é composto por apenas um componente, na representação bidimensional, e dois, na representação tridimensional.

Além disso, ele apresenta uma variação de nível relacionada, principalmente, à perda de espaço livre, de modo a apresentar, assim como nos demais ambientes,

um nível maior quando o receptor está posicionado nos pontos mais próximos do transmissor.

Para ambientes B, $C \in D$, que apresentam uma só parede posicionada em lugares distintos, verificam-se diferentes formas de interação entre o ambiente e o sinal transmitido. Nestes ambientes, quando representados de maneira bidimensional, verifica-se a existência de somente dois componentes de multipercursos, do quais um é o componente direto e o outro é resultado da interação com o ambiente.

No ambiente *B*, por exemplo, este componente é resultado da reflexão em uma parede posicionada atrás do transmissor, a uma distância tal que faz com ele esteja praticamente em fase com o sinal direto. Por esse motivo verifica-se que o nível do sinal em cada um dos receptores é resultado de uma interferência construtiva, que tem como consequência o aumento do nível médio do sinal recebido.

No ambiente *C*, o segundo componente também é resultado de uma reflexão na parede. Entretanto, esta parede está paralela à linha de visada direta, fazendo com que o sinal recebido em cada um dos receptores seja resultado de interferências destrutivas e construtivas alternadas, que causam flutuações no nível do sinal, sem que sua média seja alterada.

Já no ambiente *D*, diferentemente dos ambientes anteriores, a parede está obstruindo a linha de visada direta, o que faz com que o segundo componente seja resultado, não da reflexão, mas sim da difração em uma das arestas desta parede. Neste ambiente, percebe-se que o nível médio de sinal é significativamente menor que o nível médio observado nos ambientes anteriores, e isto se deve a que, ao ser transmitido através do obstáculo, o campo elétrico relacionado ao raio direto sofre uma perda de refração adicional à perda de espaço livre.

Esta mesma perda pode ser observada nos ambientes G e I, mostrando que, assim como era esperado, o nível médio é determinado, principalmente, pelo raio de menor percurso entre TX e RX, seja ele direto ou refratado.

Também, conforme o esperado, estes mesmos ambientes (B, $C \in D$), quando analisados de modo tridimensional, apresentam pelo menos mais um componente de multipercurso, resultado de uma ou múltiplas reflexões no teto e paredes.

As reflexões múltiplas, especificamente, ocorrem também nos demais ambientes (E, F, G, H e I), não só no caso tridimensional, mas também no caso bidimensional, uma vez que estes ambientes apresentam mais de uma parede. Isto explica a maior quantidade de componentes de multipercurso apresentadas pelos perfis de atraso de potência destes ambientes e, consequentemente, o maior espalhamento da potência do sinal no tempo.

Além disso, verifica-se que com o aumento da complexidade do ambiente, a quantidade de componentes de multipercurso também aumenta e, consequentemente, as flutuações observadas no nível dos sinais. Estas flutuações poderiam ser resultado tanto de desvanecimentos em pequena, quanto em grande escala.

Entretanto, conforme pode ser visto na Figura 31 todos os pontos da circunferência, definidos para o posicionamento do RX, estão sob as mesmas condições de sombreamento, de modo que os efeitos do desvanecimento em grande escala praticamente não existam nestes ambientes.

Com base nestas afirmações, pode-se dizer que estas flutuações são resultantes apenas das interferências entre componentes de multipercurso, ou seja, de desvanecimentos em pequena escala.

Nota-se que quanto menor o fator de Rice, que indica a influência do sinal direto na composição total do sinal, menor é a parcela de energia atribuída ao componente direto e, consequentemente, maior é o espalhamento do sinal no tempo. Este último, claramente, maior no ambiente bidimensional.

A justificativa para este comportamento é a representação bidimensional utiliza uma frente de onda cilíndrica, enquanto a representação tridimensional utiliza a frente de onda esférica. Isso faz com que os componentes da representação tridimensional apresentem uma perda exponencialmente maior, de modo que seus campos decaiam mais rapidamente e a concentração maior de energia esteja nos componentes com menor quantidade de reflexões. E é este mesmo motivo (onda esférica versus onda cilíndrica) que faz com que a média do sinal, assim como a quantidade de componentes de multipercurso que atingem o receptor, seja maior nos ambientes bidimensionais.

Todas estas afirmações podem ser verificadas através dos parâmetros de propagação, obtidos para cada um dos ambientes, e apresentados na próxima seção de modo a auxiliar na análise dos modelos de pedestres.

4.2.2. Análise dos modelos de pedestres

A análise dos modelos foi realizada através da comparação entre os parâmetros de propagação obtidos para os ambientes determinísticos e os parâmetros obtidos quando estes estão sujeitos ao tráfego de pedestres. Para isso, a simulação para a aquisição dos parâmetros foi realizada uma vez para cada modelo, de modo a permitir a análise da influência dos pedestres.

Para cada uma das posições dos pedestres na trajetória, o algoritmo obteve os parâmetros de caracterização instantâneos do canal, e os apresentou através de sua média ao final do processamento. A apresentação destas médias foi feita através da atribuição de cores a cada faixa de valores, que por meio de *pixels*, configuraram imagens do tipo tabela, apresentadas nos moldes da Figura 35.

Nestas figuras, os números de 1 a 29, dispostos horizontalmente, indicam os modelos de pedestres (Tabela 1), enquanto as letras de *A* a *I*, dispostas verticalmente, indicam os ambientes de análise. A letra *O* apresentada no extremo esquerdo da tabela corresponde aos valores dos parâmetros obtidos para o ambiente determinístico, comentado na seção anterior.

Entre duas letras consecutivas, sete linhas de pixels são apresentadas. Cada uma corresponde a uma condição de fluxo e trajetória de pedestres (apresentadas na Figura 32): onde as três primeiras são referentes à presença de um único pedestre, as três seguintes são referentes à presença de dois pedestres e a última é referente à presença de cinco pedestres.

Assim, o que se espera é que os modelos apresentem valores similares para cada combinação de ambiente e trajetória e, de preferência, próximos aos valores obtidos para os modelos cilíndricos, uma vez que foram aqueles que apresentaram a melhor concordância com os dados empíricos.

Iniciando pela análise do nível médio do sinal (Figura 35), verifica-se que a presença do pedestre influencia o nível médio do sinal recebido. Esta variação pode ser em maior ou menor escala e se deve, principalmente, ao bloqueio de alguns dos componentes de multipercurso pelo pedestre, que faz com que o sinal recebido seja resultado de uma nova combinação de raios, que se somam vetorialmente. Estes

componentes resultantes podem, então, interagir de maneira construtiva ou destrutiva, aumentando ou diminuindo o nível médio do sinal recebido.

Analisando cada ambiente individualmente percebe-se que, na maioria dos casos, o nível médio do sinal é menor nas trajetórias A (linha 1), G (linha 5) e F (linha 6), onde, a linha de visada direta é bloqueada pelo pedestre, e, também, em alguns modelos na trajetória G (linha 7), onde a presença de cinco pedestres andando aleatoriamente pode gerar obstruções, mais ou menos duradouras. A exceção se dá, entretanto, nas colunas 13, 14, 16, 17, 22, 23, 25 e 26, que representam modelos de pedestres com superfícies planas. Nestes modelos, a reflexão no pedestre (junto ou não com a difração) exerce grande influência na composição do campo final recebido, fazendo com que o nível médio do sinal aumente consideravelmente.

A análise dos demais modelos, entretanto, mostra um comportamento diferente, porém de acordo com o esperado. Neles, o nível médio do sinal não apresenta grandes variações em relação aos valores obtidos para o ambiente determinístico, além de apresentar, sempre, valores menores para as trajetórias em que há a obstrução da linha de visada direta.

Comparando-os através dos valores referentes às mesmas trajetórias e ambientes verifica-se que, de modo geral, quando se exclui os modelos refletores de faces planas, todos os outros modelos apresentam valores relativamente próximos um dos outros, diferenciando-se em apenas alguns poucos dBs para ambientes mais simples e chegando a até, no máximo, 5dB nos ambientes mais complexos com maior quantidade de pedestres.

Esta diferença, entretanto, é consideravelmente menor nos ambientes tridimensionais, chegando a no máximo 3dB no ambiente mais complexo (*I*) quando este está sujeito ao tráfego aleatório de cinco pedestres (linha 7).



ambiente.

Desse modo, uma vez que a principal diferença entre a representação bi e tridimensional (além da presença do teto) é o formato da frente de onda (esférica ou cilíndrica) e, consequentemente, a perda de propagação entre TX e RX, acredita-se que em ambientes onde as antenas sejam posicionadas com mais distância uma de outra, aumentando a perda de propagação entre elas, esta diferença tenda a diminuir ainda mais.

Assim, uma vez que não foram realizadas simulações para esta nova situação de distanciamento entre as antenas, conclui-se, então que para a determinação do nível médio do sinal devido à presença de pedestre nos ambientes, o modelo de pedestre mais adequado é o cilíndrico, seja ele condutor ou dielétrico, desde que sejam considerados os efeitos da reflexão em sua lateral.

Em relação ao desvio padrão relacionado ao desvanecimento em larga escala, (Figura 36), verifica-se que a existência de um único pedestre que cruza a linha de visada direta, já causa variações no valor deste parâmetro.

Por outro lado, verifica-se, também, que pedestres que não interceptam nenhum dos raios presentes no ambiente, simplesmente não interferem no valor obtido para o ambiente determinístico.

Além disso, de um modo geral, o que se observa é que, de acordo com o esperado, o desvio padrão tende a ser maior com a complexidade do ambiente e, naturalmente, ainda maior com aumento da quantidade de pedestres neste ambiente.

Entretanto, mesmo estando em acordo com o esperado, pode-se observar que os valores de desvio padrão apresentaram resultados diferentes (superiores a 2*dB*) para modelos distintos, nas mesmas condições de simulação.



Figura 36. Variação do desvio padrão (dB) do desvanecimento lognormal devido à presença de pedestres no ambiente.

Este fato decorre do observado na comparação com os dados empíricos, onde foi verificado que cada modelo gera atenuações diferentes, com durações diferentes, no campo relacionado ao raio interceptado, e de onde se pode concluir que os modelos cilíndricos eram os mais adequados. Note que são exatamente estas atenuações, grandes em relação ao comprimento de onda, que caracterizam o desvanecimento em grande escala.

Assim, apesar de todos os modelos apresentarem resultados compatíveis com o esperado, a opção pelo modelo mais adequado recai, devido à análise obtida através da comparação com dados empíricos, nos modelos cilíndricos, constituídos tanto de material dielétrico quanto condutor, onde a reflexão dos raios em sua superfície não é desprezada.

Cabe acrescentar que modelos cilíndricos que utilizam reflexão e difração (28 e 29) apresentam, para este caso, resultados muito semelhantes aos modelos cilíndricos que desprezam os coeficientes de difração e consideram somente o efeito da reflexão (19 e 20).

Para o fator de Rice (Figura 37), diferentemente dos parâmetros anteriores, verifica-se que este pode assumir valores que vão de cerca de 3*dB*, em alguns casos tridimensionais, tendendo ao infinito nos ambiente mais simples. Entretanto, uma vez que o fator de Rice é o parâmetro que relaciona a potência de um componente predominante à potência dos demais componentes de multipercurso, pode-se dizer que valores superiores a 20*dB* apresentam praticamente o mesmo efeito, ou seja, uma baixa variação de pequena escala no sinal medido.



Figura 37. Variação Fator de Rice (*dB*) do desvanecimento em pequena escala devido à presença de pedestres no ambiente.

Esta afirmação é baseada no fato de que a partir deste valor, a relação entre o nível de potência dos componentes secundários e o nível de potência do componente predominante é inferior a um décimo, de modo que para a precisão adotada neste trabalho, os componentes secundários possam ser considerados dentro do nível de ruído.

Independentemente desse fato, porém, o esperado para este parâmetro é que seu valor tenda a diminuir à medida que a quantidade de obstáculos refletores presentes nos entornos do ambiente aumenta. E é exatamente isso que se verifica, tanto nos ambientes determinísticos como nos aleatórios, em cada combinação de modelo, ambiente e trajetória.

Entretanto, assim como nos demais parâmetros apresentados, a utilização da reflexão em apenas alguns dos modelos faz com que certas diferenças entre os valores por eles obtidos em uma mesma linha sejam, visualmente, percebidas. Estas diferenças são maiores nos ambientes mais simples, tendendo a diminuir com o aumento da complexidade do ambiente, principalmente nos casos tridimensionais.

Isso faz supor que em ambientes tridimensionais ainda mais complexos, a presença, ou ausência, do pedestre não seja um fator tão importante na determinação do fator de Rice.

Mas, por ora, baseando-se no modelo que melhor representou as flutuações de nível de sinal empiricamente, conclui-se que os modelos cilíndricos (metálicos ou dielétricos), que consideram o efeito da reflexão em suas laterais, são aquele que mais se adequam, também, para a obtenção do fator de Rice.

Assim, tendo sido o modelo cilíndrico refletor mais uma vez escolhido, já é possível supor, com certa confiança, que ele será o eleito para a representação do canal.

Entretanto, para a confirmação desta suposição, a apresentação dos parâmetros de espalhamento no tempo é necessária, uma vez que são eles, os parâmetros, que auxiliam na determinação da taxa máxima de transmissão de símbolos em um canal digital.

Estes parâmetros são o atraso excessivo médio (Figura 38) e o espalhamento de atraso RMS (Figura 39) que, em ambos os casos, apresentem comportamentos parecidos entre si e de acordo com o esperado.

Verifica-se, assim como comentado para a análise do ambiente determinístico, a existência de um aumento gradativo no valor destes parâmetros, que ocorre com o aumento da complexidade do canal e, consequentemente, um aumento da influência dos componentes secundários, que ocorrem com o aumento de obstáculos nos entornos do ambiente. Porém, ainda assim, mais uma vez, uma diferença entre os valores obtidos através dos diversos modelos é observada.

Aqui, diferentemente do observado para o fator de Rice, esta diferença apresenta um comportamento distinto. Lá, ela tende a diminuir com a complexidade do ambiente, levando a crer que em ambientes muito mais complexos, todos os modelos apresentariam valores similares. Já aqui, o que se observa é que com o aumento da complexidade do ambiente, a diferença entre as colunas tende a ser ainda mais significativa, de modo que os pedestres tenham que ser sempre levados em consideração, ainda mais em casos mais complexos.

Assim, conclui-se, mais uma vez com base nos dados empíricos, que os modelos mais adequados, não só para a obtenção destes parâmetros de espalhamento no tempo, mas para a obtenção de todos os demais parâmetros citados neste trabalho, são aqueles em que o pedestre tem formato cilíndrico e a reflexão em suas faces não é desprezada (19, 20, 28 e 29).



Figura 38. Variação do atraso excessivo médio (s) devido à presença de pedestres no ambiente.



ambiente.

4.3. Análise dos algoritmos e requisitos de sistema

Para completar a apresentação dos modelos e, então, poder tomar uma decisão em favor de um ou outro, é importante também analisar as dificuldades de implementação, a complexidade computacional, os requisitos de sistema e o tempo de processamento, necessários para cada um dos algoritmos.

As dificuldades de implementação e a complexidade computacional puderam ser analisadas através do conteúdo apresentado pelo capítulo 3, que detalha passo a passo a formulação dos algoritmos.

Já os requisitos de sistema e a quantidade de memória necessária para o processamento podem ser analisados a partir da Figura 40, desde que seja levado em consideração que os dados por ela apresentados são baseados nos algoritmos descritos no capítulo 3, onde nenhuma forma de otimização adicional foi utilizada.



Figura 40. Requisitos de tempo e sistema.

Nesta figura, a letra O corresponde ao ambiente determinístico, enquanto as demais letras representam cada uma das categorias de modelos de pedestres apresentadas na Tabela 1, tal que as categorias D, F e G2, correspondem aos modelos de pedestres cilíndricos.

Em cada uma das categorias, cada ponto, corresponde a um pixel das figuras anteriores (da figura 35 a figura 39) e representa a simulação em um dado ambiente com um dado fluxo de pedestres.

Nestes gráficos, verifica-se que a partir da categoria E, onde a reflexão nos pedestres começa a ser considerada, o tempo de processamento e a requisição por memória aumentam significativamente, uma vez que mais raios são envolvidos e, consequentemente, mais testes de intersecção são realizados.

Isso faz pensar que se todos os modelos fossem equivalentes, a escolha seria, obviamente, feita em função do modelo A, ou pelo menos em função dos modelos que desprezam os coeficientes de reflexão.

Entretanto, o verificado nas etapas anteriores foi exatamente o contrário: através delas conclui-se que os modelos mais adequados para a caracterização de ambientes sujeitos ao tráfego de pedestres, são os modelos cilíndricos que, sim, consideram a reflexão, independentemente de considerarem (28 e 29, categoria *G*2) ou não (19 e 20, categoria *F*) a difração e, também, independente se o material que constitui o pedestre for condutor (28 e 19) ou dielétrico (20 e 29), de constante eletromagnéticas equivalentes às constantes do músculo humano, apresentadas no capítulo 3.

Assim, levando em consideração que:

 os modelos que desprezam os coeficientes de difração, atenuando completamente o campo do raio obstruído pelo pedestre, além de permitirem implementação mais simples, apresentam menor tempo de processamento, e que

 O coeficiente de reflexão de um material condutor perfeito pode ser calculado independentemente do ângulo de incidência do raio em sua superfície, facilitando mais ainda a implementação do algoritmo;

Conclui-se que o modelo mais adequado para as especificações apresentadas neste trabalho é o modelo 19: *Cilíndrico, refletor, condutor perfeito, que despreza a difração, atenuando completamente o campo do raio obstruído pelo pedestre.*

Capítulo 05 - Conclusão

Inicialmente, a ideia para este trabalho era dar continuidade ao trabalho anterior (27), onde técnicas e campanhas de medidas para a caracterização de interiores foram apresentadas. O objetivo seria, entretanto, incrementar tais técnicas, de modo que fosse possível, através de campanhas de medidas, analisar, também, a influência de pedestres na propagação de ondas eletromagnéticas neste tipo de canal.

Entretanto, durante a fase inicial da pesquisa bibliográfica, verificou-se que, atrelada às diversas campanhas da literatura, existia uma grande variedade de modelos de pedestres, sugeridos com o objetivo de otimizar a aquisição dos dados através de simulações.

Verificando as referências destes trabalhos, percebeu-se que a maioria delas sugeria modelos baseados em resultados de medidas, sem que qualquer menção, ou comparação, aos resultados obtidos pelas demais referências fosse citada.

Analisando mais profundamente estes modelos que, segundo seus autores, apresentavam boa concordância com os dados empíricos, um questionamento, sobre o porquê de se utilizar modelos cada vez mais complexos, uma vez que modelos mais simples já apresentavam resultados satisfatórios, veio à tona.

Foi neste momento que se deu, então, início a este trabalho, onde vinte e nove modelos de pedestres foram apresentados, detalhados e comparados entre si e com valores empíricos.

Estes modelos se diferenciavam em relação ao formato do objeto que representava o pedestre (lâmina, paralelepípedo ou cilindro), em relação ao material que o constituía (completamente absorvente, condutor ou dielétrico com perdas), em

relação aos mecanismos de propagação considerados ou desprezados (absorção, reflexão ou difração) e, no caso da difração, em relação sobre o método utilizado para calcular seus coeficientes (gume de faca ou UTD).

Para a análise destes modelos, um breve estudo sobre a propagação de ondas eletromagnéticas e seus diferentes métodos de simulação foi feito e, de acordo com a maioria dos trabalhos relacionados à propagação em interiores, foi feita a opção pelo traçado de raios, mais especificamente pelo método das imagens.

Assim, um algoritmo de traçado de raios para o ambiente determinístico foi desenvolvido, de modo que, a partir dele, cada um dos algoritmos dos vinte e nove modelos pudesse ser implementado.

Dentre os modelos, aqueles que utilizavam pedestres laminares com difração por gume de faca; cilindros absorventes, condutores ou dielétricos, com difração através da UTD e que desprezavam ou não os coeficientes de reflexão, foram extraídos da literatura. Já as demais variações, como aquelas que utilizaram pedestres laminares e paralelepipédicos; absorventes, condutores ou dielétricos; com coeficientes de difração desprezados ou obtidos através UTD; e com coeficientes de reflexão desprezados ou não, foram resultados de ideias que surgiram durante o desenvolvimento dos algoritmos dos anteriores.

A partir dos algoritmos prontos, uma comparação com dados empíricos foi realizada para todos os modelos, de onde se concluiu que os modelos de pedestres com faces laterais planas, como a lâmina e o paralelepípedo, que consideravam os efeitos da reflexão em suas faces, não apresentavam resultados satisfatórios, uma vez que as contribuições destas reflexões na formação do campo total recebido eram muito intensas.

Além disso, verificou-se que as reflexões nos pedestres devem, sim, ser levadas em consideração na composição do campo final, e os modelos com pedestres cilíndricos foram os que melhor aproximaram os resultados empíricos no que se refere à reflexão.

Em relação ao efeito da obstrução do raio, verificou-se que, com exceção feita aos pedestres laminares e paralelepipédicos em que os coeficientes de difração não são desprezados, todos os demais modelos apresentaram bons resultados, tanto em relação à atenuação quanto ao sombreamento.

Como o objetivo era a determinação de um modelo de pedestre capaz de descrever, da maneira mais adequada, o comportamento do sinal propagado em um determinado ambiente, de modo a caracterizá-lo a partir de seus parâmetros, uma comparação entre todos estes modelos foi realizada através da simulação em diversos tipos de ambientes, com um grau de complexidade crescente. A partir dessas simulações, os parâmetros de caracterização de propagação foram obtidos e então comparados para cada um dos modelos.

O resultado desta comparação foi similar ao obtido pela comparação com os dados empíricos, onde os únicos modelos que apresentaram bons resultados em todos os parâmetros foram os cilíndricos refletores, independente de serem condutores ou dielétricos com perdas, e independente de desprezarem ou não os coeficientes de difração.

Assim, concluiu-se que a melhor opção de modelo de pedestre para a simulação da propagação em interiores, pelo método do traçado de raios, é o modelo do cilindro refletor condutor perfeito, sem difração, pois dentre os modelos que apresentaram resultados satisfatórios, este é o que apresenta a menor complexidade computacional e a maior facilidade de implementação do algoritmo. Este resultado, entretanto, foi baseado na transmissão de sinais na frequência de 2,4 *GHz*, em modelos de 1,8 *m* de altura e 0,5 *m* de diâmetro, e em simulações de ambientes relativamente pequenos, onde o transmissor era fixo e os receptores permaneciam sempre na mesma circunferência de 5λ de raio, cujo centro se encontrava a 4 *m* do transmissor.

Assim, a análise destes modelos em outras faixas de frequência, em ambientes maiores, mais complexos e com um maior fluxo de pedestres ficam como propostas para trabalhos futuros, além, é claro, da ideia inicial da campanha de medida e, consequentemente, da análise da influência dos pedestres nos parâmetros de caracterização do canal.

Por fim, como contribuição à comunidade científica, ficam o detalhamento dos algoritmos desenvolvidos, a comparação entre os modelos e a indicação sobre o modelo mais adequado a ser utilizado na caracterização da radiopropagação em interiores.

REFERÊNCIAS

- 1. Turin, G.L. et al. Statistical model of urban multipath propagation. *IEEE transaction on vehicular technology.* fev. 1972, Vol. 21, pp. 1-9.
- 2. Suzuki, H. Statistical model for urban radio propagation. *IEEE transactions on communications.* 1977, Vol. 25, pp. 673-680.
- 3. Alexander, S.E. Characterizing buldings for propagation at 900MHz. *Electronics Letters.* set. 1983, Vol. 19(20), pp. 860-862.
- Devasirvatham, D.M.J. The delay spread measurements of wideband radio signals within a building. *Electronics Letters.* nov. 1984, Vol. 20(23), pp. 950-951.
- 5. **Baltitude, R.J.C.** Measurement, characterization and modeling of indoor 800/900MHz radio channels for digital communications. *IEEE communications Magazine*. jun. de 1987, Vol. 25 (6).
- Walfisch, J. e Bertoni, H.L. A theoretical Model for UHF propagation in Urban Environments. *IEEE Tansactions on Antennas and Propagation.* dez. de 1988, Vol. 36, pp. 1788-1796.
- A Statistical model for line-of-sight (LOS) factory radio channels. Yegani, P. and McGillen, C.D. São Francisco: s.n., 1989. Vehicular technology conference procedure. pp. 496-500. 39.
- Rappaport, T.S. Characterization of UHF multipath radio propagaton inside factory buildings. *IEEE transactions on antennas and propagation.* ago. 1989, Vol. 37, pp. 1058-1069.
- 9. Pahlavan, K. e Howard, S.J. Frequency domain measurements of indoor radio channel. *Electronics Letters.* nov. de 1989, Vol. 25(24), pp. 1645-1647.
- 10. Rappaport, T.S. e McGillem, C.D. UHF fading in factories. *IEEE Journal in selected areas communications.* jan. de 1989, Vol. 7(1), pp. 40-48.
- 11. Hawbacker, D.A. e Rappaport, T.S. Indoor wideband radiowave propagation measurements at 1.3 GHz and 4 GHz. *Electronics Letters.* out. de 1990, Vol. 26(21), pp. 1800-1802.
- 12. Howard, S. e Pahlavan, K. Doppler Spread Measurements of the Indoor Radio Channel. *Electronics Letters.* 1990, Vol. 26(2), pp. 107-109.
- 13. Saleh, A.A.M. e Valenzuela, R.A. Statistical model for indoor multipath propagation. *IEEE journal on selected areas in communication.* fev. de 1991, Vol. 5, pp. 128-137.
- 14. Ganesh, R. e Pahlavan, K. Statistical modeling an computer simulation of indoor radio channel. *IEE Proceedings.* jun. de 1991, Vol. 138, pp. 153-161.
- 15. **Hashemi, H.** The indoor propagation channel. *Proceedings of the IEEE.* jul. de 1993, Vol. 81(7).
- 16. Seidel, S.Y. e Rappaport, T.S. Site specific propagation prediction for wireless in-building personal communication-system design. *IEEE transactions on vehicular technology.* nov. de 1994, Vol. 43, pp. 879-891.

- 17. A Two-state Rician Model for Predicting Indoor Wireless Communication Performance. Roberts, J.A. e Abeysinghe, J.R. Seattle : s.n., 1995. IEEE International Conference on Communications. Vol. 1, pp. 40-43.
- Janssen, G.J.M. e Stigter, P.A. Wideband indoor channel measurements and BER analysis of frequency seletive multipath channels at 2.4, 4.75 and 11.5 GHz. *IEEE transactions o communications*. out. de 1996, Vol. 44, pp. 1272-1288.
- Toledo, A.F., Turkamani, A.M.D. e Parsons, J.D. Estimating coverage of radio transmission into and within buildings at 900, 1800 and 2300 MHx. *IEEE* personal communications. 1998, Vol. 5(2), pp. 40-47.
- Devasirvathan, D.M.J., Murray, R.R. e Banerjee, C. Time delay spread measurements at 850 MHz and 1.7GHz inside a metropolitan office building. *IEEE transactions on antennas and propagation.* out. de 2003, Vol. 51(10), pp. 194-196.
- Ciccognani, W., Durantini, A. e Cassioli, D. Time domain propagation measurements of the UWB indoor channel using PN-sequence in teh FCCcompliant band 3.6-6GHz. *IEEE transactions on antennas and propagation.* abr. de 2005, Vol. 53(4), pp. 1542-1549.
- 22. Vega, C.P. e Garcia, J.L.G. Polarisation behaviour in the indoor propagation channel. *Electronics Letters.* maio de 1997, Vol. 33(10), pp. 898-899.
- An Improved Three-Dimensional Propagation Model and Measurements for Indoor Wireless Communication Systems. Tan, S.Y. e Tan, H.S. 1997. 10th International Conference on Antennas and Propagation. pp. 2316-2318.
- Babich, F. e Lombardi, G. Statistical analysis and characterization of the indoor propagation channel. *IEEE transactions on communications.* mar. de 2000, Vol. 48(3), pp. 455-464.
- 25. **Zwick, T., Beukema, T.J. e Nam, H.** Wideband channelsounder with measurements and model for the 60 GHz indoor radio channel. *IEEE transactions on vehicular technology.* jul. de 2005, Vol. 54(4), pp. 1266-1277.
- 26. Bahreini , Y. e Siwiak, K. Radiowave Propagation and Antennas for Personal Communications. Boston : Artech House, 2007.
- Carvalho, A.D. Experimental Characterization of the Indoor Radio Propagation. MSc Dissertation. Polithecnic School, University of São Paulo, 2008 (in portuguese).
- Propagation measurements inside a B737 aircrafts for in-cabin wireless networks. Kaouris, A. et al. Singapore: s.n., 2008. IEEE Vehicular Technology Conference. pp. 2932-2936.
- 802.11a Channel Parameter Characterization on board a Business Jet. Debono, C.J., Pistorius, C.W.I. e Malherbe, J.A.G. 2009. Proceedings of the 2009 IEEE Aerospace Conference.
- Field Measurements and Ray Tracing Simulations for Indoor Wireless Communications. Yang, C.F., Ko, C.J. e Wu, B.C. Taipei, Taiwan : s.n., 1996. Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 70th IEEE Inter. Symp.
- 31. The impact of highly reflective ceilings on wireless systems in ocupied open plan offices. Lee, D.C.K., Sowerby, K.W. e Neve, M.J. 2004. IEEE International

Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. Vol. 3, pp. 2146-2150.

- Measurement and simulation for delay spread on the T-type hallway in indoor office building environment. Yoon, Y.K., Jung, M.W. e Kim, J.H. Toronto : s.n., 2010. Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. pp. 1-4.
- Thiel, M. e Sarabandi, K. A Hybrid Method for Indoor Wave Propagation Modeling. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* aug. de 2008, Vol. 56 (8).
- Calculation of electric fields and currents induced in a millimeter-resolution human model at 60Hz using the FDTD method with a novel time-to-frequencydomain conversion. Furse, C.M. e Gandhi, O.P. Baltimore: s.n., 1996. Antennas and Propagation Society International Symposium. Vol. 3, pp. 1789-1801.
- 35. Indoor channel characterization for wireless communications using reduced finite difference time domain. **Conference, Vehicular Technology.** 1999. Vol. 3.
- Indoor channel characterization: FDTD simulations and measurement. Ramirez, L.A., et al. Barcelona : s.n., 2010. Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation. pp. 1-3.
- 37. **Thomson, W.E. e Carvalho, P.F.** VHF and UHF link using mountain as reflector. *IEEE transactions on communications.* mar. de 1978, Vol. 26(3), pp. 391-400.
- McKown, J.W. e Hamilton, R.L., Jr. Ray tracing as a design tool for radio networks. *IEEE Network.* nov. de 1991, Vol. 5 (6), pp. 27-30.
- 39. Ikegami, F., Takeuchi, T. e Yoshida, S. Theoretical Prediction of Mean Field Strength for urban mobile radio. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* mar. de 1991, p. 299.
- Agelet, F.A. e Fontán, F.P. Fast Ray Tracing for Microcellular and Indoor Environments. *IEEE Transactions on magnetics.* mar. de 1997, Vol. 33(2), pp. 1484-1487.
- A Ray Tracing method for Predicting Path Loss and Delay Spread in Microcellular Environments. Schaubach, K.R., Davis, J.D. e Rappaport, T.S. Denver : s.n., 1992. IEEE 42nd Vehicular Technology Conference. pp. 932-935.
- 42. E-Field Errors Assossiated with RF Dosimeters for RF Human Exposure Assessment in Urban Environments. al., Bahillo A. et. Vancouver : s.n., 2008. Proceedings of 30th International IEEE EMBS Conference. pp. 2821-2824.
- Toftgard, J. e Hornsleth, N. Effects on Portable Antennas of the Presence of a Person. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* jun. de 1993, Vol. 41 (6).
- 44. Gandhi, O.P., Lazzi, G. e Furse, C.M. Electromagnetic absorption in the human head and Neck for mobile Telephones at 835 and1900MHz. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques.* out. de 1996, Vol. 44 (10), pp. 1884-1897.
- Human body modeling for FDTD evaluation of electromagnetic hazards. Holland, R.F. Baltimore : s.n., 1996. Antennas and Propagation Society International Symposium. Vol. 1, pp. 654-657.

- 46. **Bernardi, P. et al.** Human Exposure to Radio Base-Station in Urban Environment. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques.* nov. de 2000, Vol. 48 (11), pp. 1996-2002.
- 47. Channel modelling and propagation measurements for a bodyworn 5.2GHz terminal moving in the indoor environment. **Ziri-Castro, K.I. et al.** 2003. 12th International Conference on Antennas and Propagation. Vol. 1, pp. 67-70.
- 48. **Ziri-Castro, K.I., Scanlon, W.G. e Evans, N.E.** Indoor Radio Channel Characterization and Modeling for 5.2GHz Bodyworn Receiver. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters.* 2004, Vol. 3, pp. 219-222.
- 49. *omparison and Application of FDTD and Ray Optical Method for Indoor Wave Propagation modeling.* **Nagy, L.** Barcelona : s.n., 2010. Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation. Vol. 1, pp. 1-3.
- 50. Wang, Y., Safavi-Naeini, S. e Chaudhuri, S.K. a hybrid tecnique based on combining ray tracing and FDTD method for site-specific modeling. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* maio de 2000.
- 51. **Rajkumar, A. et al.** Prediting RF Coverage in Large Environment Using Ray-Beam Tracing and Partitioning Tree Represented Geometry. *Wireless Networks.* jun. de 1996, Vol. 9 (2), pp. 143-154.
- 52. Yangh, G.N. e Pahlavan, K. Sector antenna and DFE modens for high speed indoor radio communications. *IEEE transactions on vehicular technology.* nov. de 1994, Vol. 43, pp. 925-933.
- Optimization of the UMTS network radio coverage on-board an aircraft. Debono,
 C.J. e Farrugia, R.A. Big Sky : s.n., 2008. IEEE Aerospace Conference. pp. 1-7.
- Ganesh, R. e Pahlavan, K. Effects of Trafic and Local movements on multipath Characteristics of an Indoor radio Channel. *Electronics Letters.* jun. de 1990, Vol. 26(12), pp. 810-812.
- 55. **Sanchez, M.G. et al.** Human Operator Effect on Wide-Band Radio Channel Characteristics. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. ago. de 1997, Vol. 45(8), pp. 1318-1320.
- UHF- radio propagation predictor for temporal variations in populated indoor environments. Villanese, F., Scanlon, W.G. e Evans, N.E. Blacksburg : s.n., 2000. 10th Virginia Technology Symposium on Wireless Personal Communications. pp. 11-21.
- Propagation studies for mobile-to-mobile communications. Harrold, T.J., Nix, A.R. e Beach, M.A. Atlantic City: s.n., 2001. IEEE VTS 54th Vehicular Tecnology Conference. Vol. 3, pp. 1251-1255.
- 58. Welch, T.B. et al. The Effects of the Human Body on UWB Signal Propagation in an Indoor Environment. *IEEE Journal on selected areas in communications*. dez. de 2002, Vol. 20 (9).
- Ziri-Castro, K.I., Scanlon, W.G. e Evans, N.E. Measured pedestrian movemente and bodyworn terminal effects for the indoor channel at 5.2GHz. *European Transactions on Telecommunications.* nov. de 2003, Vol. 14, pp. 529-538.
- 60. Collonge, S., Zaharia, G. e Zein, G.E. Influence of the human activity on wideband characteristics of the 60GHz indoor radio channel. *IEEE Transactions on Wireless Communications.* nov. de 2004, Vol. 3(6), pp. 2396-2406.
- 61. The Effect of Human Activities on 2.4GHz Radio Propagation at Home Environment. Hongwei, H. et al. Beijing : s.n., 2009. 2nd IEEE International conference on Broadband Network and Multimedia Technology. pp. 95-99.
- The characterization of human body influence on indoor 3,5GHz path loss measurment. Bessis, Z.L. et al. Sydney: s.n., 2010. IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops. pp. 1-6.
- Human-body Shadowing Effects on Indoor MIMO-OFDM channels at 5.2GHz. Tan, H., DasGupta, J. e Ziri-Castro, K. Barcelona : s.n., 2010. Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP). pp. 1-5.
- Chiu, S. e Michelson, D.G. Effect of Human Presence on UWB Radiowave Propagation Within the Passenger Cabin of a Midsize Airline. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* mar. de 2010, Vol. 58(3), pp. 917-926.
- 65. Distribution of electromagnetc energy deposition in models of man with frequencies near resonance. **Ghandi, K. et al.** Boulder, CO: US government Printing office, 1975. selected papers of the USNC/URSI annual meeting.
- 66. Chen, K.M. e Guru, B.S. Induced EM field and absorbed power density inside human torsos by 1 to 500MHz EM waves. *IEEE transactions on microwave theory and techniques.* set. de 1977, Vol. 25(9), pp. 746-756.
- 67. Stuchly, M.A. e Stuchly, S.S. Permitivity of mammalian tissues in vivo and in vitro. Advances in experimental techniques and recent results. *International Jounal of Electronics.* 1984, Vol. 56, pp. 443-456.
- 68. **Hombach, V. et al.** The dependence of EM Energy Absorption upon human head modeling at 900MHz. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques.* out. de 1996, Vol. 44 (10), pp. 1865-1873.
- 69. Alabaster, C.M. Permittivity of human skin in milimetre wave band. *Electronics Letters.* oct. de 2003, Vol. 39 (21).
- Measurement and simulation of radio wave propagation in two indoor enviroinments. Qi, Y. et al. Toronto: s.n., 1995. Sixth IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication. Vol. 3, pp. 1171-1174.
- 71. **Obayashi, S. e Zander, J.** A body-shodowing model for indoor radio communication environments. *IEEE transactions on antennas and propagation.* jun. de 1998, Vol. 46 (6), pp. 920-927.
- Estimation of Propagation-Path Visibility for Indoor Wireless LAN Systems under Shadowing Condition by Human Bodies. Sato, K. e Manabe, T. Ottawa : s.n., 1998. 48th IEEE Vehicular Technology Conference. Vol. 3, pp. 2109-2113.
- Villanese, F. et al. Hybrid image/ray-shooting UHF radio propagation predictor for populated indoor environments. *Electronics Letters.* out. de 1999, Vol. 35(21), pp. 1804-1805.

- Statistical characteristics of pedestrian-induced fading for a narrowband 2,46GHZ indoor channel. Vilanese, F., Scanlon, W.G. e Evans, N.E. Boston : s.n., 200. 52nh Vehicular Technology Conference. Vol. 2, pp. 745-750.
- Pedestrian-Induced Fading for Indoor Channels at 2.45GHz, 5.7GHz and 62GHz.
 Villanese, F., Evans, N.E. e Scanlon, W.G. Boston : s.n., 2000. 52nd Vehicular Technology Conference. Vol. 1, pp. 43-48.
- Modelling of mimo channels for the populated indoor environment. Scanlon, W.G. e Ziri-Castro, K. 2001. IEEE Seminar on MIMO: Communications Systemas from Concept to Implementation. pp. 13/1 - 13/6.
- Modeling human body efects for indoor radio channel usint UTD. Ghaddar, M. et al. Montreal: s.n., 2004. Canadian Conference on Electrical and Computer Engeneering. Vol. 3, pp. 1357-1360.
- Ghaddar, M., Talbi, L. e Denidni, T.A. Human body modelling for prediction of effect of people on indoor propagation channel. *Electronics Letters.* dez. de 2004, Vol. 40(25).
- Ziri-Castro, K.I., Scanlon, W. e Evans, N.E. Prediction of Variation in MIMO Channel Capacity for the Populated Indoor Environment Using a Radar Cross-Section-Based Pedestrian Model. *IEEE Transactions on Wireless communications.* maio de 2005, Vol. 4 (3), pp. 1186-1194.
- Modeling Humana Motion for indoor radio channel at 10GHz. Huang, L. et al. Hong Kong : s.n., 2005. Proceedings of 2005 International Symposium Signal Processing and Communication Systems. pp. 733-736.
- Effect of human body upon line-of-sigth indoor radio. Huang, Y et al. Ottawa : s.n., 2006. Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. pp. 1775-1778.
- Bhaddar, M. et al. A conducting cylinder for modelling human body presence in indoor propagation channel. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* nov. de 2007, Vol. 55 (11), pp. 3099-3103.
- A Path Shadowing Model focused on the Effects of Human Activities in Indoor Environments. Kashiwaga, I., Taga, T. e Imai, T. Baltimore : s.n., 2007. IEEE 66th Vehicular Technology Conference. pp. 889-893.
- 84. A path shadowing model representing human activity effects in indoor environments. Kashiwagi, I. e Taga, T. Athens : s.n., 2007. 18th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. pp. 1-5.
- Kashiwagi, I., Taga, T. e Imai, T. Time-varying Path-shadowing model for indoor populated environments. *IEEE Transactions on Vehicular Technology.* jan. de 2010, Vol. 59 (1), pp. 16-28.
- Bynamic channel modeling for static terminals in indoor NLOS environments. Fujii, T. e Ohta, Y. Baltimore : s.n., 2007. IEEE 66th Vehicular Technology Conference. pp. 859-863.
- 87. The Effect of Human Shadowing on RF Signal Strengths of IEEE802.11a Systems on Board Business Jets. Chetcuti, K., Debono, C.J. e Bruillot, S. 2010. IEEE Aerospace Conference. pp. 1-9.

- Pedestrian effects on indoor MIMO-OFDM channel. DasGupta, J. e Ziri-Castro,
 K. Beijing : s.n., 2009. 5th International Conference on Wireless Communications Networking and Mobile Computing. pp. 1-4.
- The effect of human body on indoor radio wave propagation at 57-64GHz.
 Fakharzadeh, J. et al. Charleston : s.n., 2009. Proceedings of the Antennas and Propagation Society International Symposium. pp. 1-4.
- Narrowband Characterization of the 60GHz Indoor Radio Channel in the Presence of Human Bodies. Ali, S. e Mughal, J. Islamabad : s.n., 2010. Proceedings of the 6th International Conference on Emerging Technologies. pp. 226-229.
- Wang, J., Prasad, R.V. e Niemegeers, I. Analyzing 60GHz Radio Links for Indoor Communications. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. nov. de 2009, Vol. 55 (4), pp. 1832-1840.
- 92. Jacob, M., et al. A Ray Tracing Based Stochastic Human Blockage Model for the IEEE 802.11 ad60GHz Channel Model. *EuCap.* 2011, pp. 3084-3088.
- 93. Lima, Antonio Cezar de Castro. Fundamentos de Telecomunicações. Teoria eletromagnética e Aplicações. Salvador : s.n., 2010.
- 94. Hayt, Willian H. Eletromagnetismo. Rio de Janeiro : LTC, 2000. pp. 387 356.
- 95. Born, Max e Wolf, Emil. Principles of optics: Electromagnétic theory of propagation, interference and diffraction of light. Rochester : Cambridge university press, 2001.
- 96. **Schettino, D. e Moreira, F.J.S.** *Técnicas assintóticas para a predição de cobertura radioelétrica.* Dep. de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte : s.n., 2002. Dissertação de Mestrado.
- 97. **Rappaport, T.S.** *Comunicações sem fio. Princípios e práticas.* São Paulo : ed. Pearson Prentice Hall, 2008. pp. 71-92.
- Kline, M. An Asymptotic Solution of Maxwell's Equations. Comm. Pure Appl. Math. 1951, Vol. 4, pp. 225-262.
- 99. McNamara, D.A., Pistorius, C.W.I. e Malherbe, J.A.G. Introduction to the uniform geometrical theory of diffraction. Norwood,MA : Artech House, 1990. ISBN 0-89006-301-X.
- 100. Keller, J.B. Geometrical Theory of Diffraction. *Journal of the optical society of america.* fev. de 1962, Vol. 52(2), pp. 116-130.
- Hussar, P.E. A Uniform GTD Treatment of Surface Diffraction by Impedance and Coated Cylinders. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* jul. de 1998, Vol. 48 (7), pp. 998-1008.
- 102. Pathak, P., Burnside, W. e Marhefka, R. A uniform GTD analysis of the diffraction of electromagnetic waves by a smooth convex surface. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* set. de 1980, Vol. 28 (5), pp. 631-642.
- 103. A Modified UTD solution fon an Impedance Cylinder Surface. Phaebua, T. et al. Thailand : s.n., 2011. The 8th Electrical Engineering/ Electronics/ Computer Telecommunications and Information Technology (ECT).
- 104. **Hashemi, H.** The indoor radio propagation channel. *IEEE Proceedings .* jul. 1993, Vol. 19, pp. 943-968.

- 105. **Degli-Esposti, V., Lombardi, G. e Passerini, C.** Wide-bande measurement and ray-tracindo simulation of 1900 MHz indoor propagation channel. *IEEE transactions on Antennas and Propagation.* jul. de 2001, Vol. 49(7), pp. 1101-1110.
- 106. Sarkar, T.K., et al., et al. Smart Antennas. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2003. pp. 240-245.
- 107. **Faria, A.A.A.** *Rádio Propagação Indoor Utilizando Ray Tracing Força Bruta.* Comunicações, Universidade Estadual de Campinas. 1996.
- 108. Cavalcante, A.M., et al., et al. Uma nova abordagem paralela para técnicas de traçado de raios 3D aplicadas na predição da radiopropagação. IEEE Latin America Transactions. 2007, Vol. 5 (5).
- 109. **Schettino, D.N.** *Técnicas assintóticas para a predição de cobertura radioelétrica.* Engenharia Elétrica, UFMG. Belo Horizonte : s.n., 2002. dissertação de mestrado.
- 110. **Glaeser, G.** Reflection on Spheres and Cylinders of Revolution. *Journal of Geometry and Graphics.* 1999, Vol. 3 no.2, pp. 121-139.
- 111. **Yang, C.F., Wu, B.C e Ko, C.J.** A ray tracing method for modeling indoor wave propagation and penetration. *IEEE transactions on antennas and propagation.* jun. de 1998, Vol. 46, pp. 907-919.

APÊNDICE

Apêndice A – Intersecções

A1. Intersecção entre dois segmentos de reta.



Seja \overline{AB} um segmento de reta definido pelo vetor $\vec{u} = B - A$ e \overline{CD} um segmento de reta definido pelo vetor $\vec{v} = D - C$, coplanares e não paralelos, tal que

$$Det[\vec{u} \quad \vec{v} \quad \overline{CA}] = 0$$

е

$$|\vec{u} \times \vec{v}| \neq 0,$$

a intersecção entre eles acontece em um determinado ponto *I*, pertencente aos dois segmentos de reta.

Assim, pode-se dizer que o ponto *I* é pertencente ao segmento de reta \overline{AB} se, e somente se, existir um vetor

$$\overrightarrow{AI} = k_1 . \overrightarrow{u},$$

linearmente dependente de \vec{u} , onde k_1 é um valor escalar, tal que $0 \le k_1 \le 1$.

E, do mesmo modo, pode-se dizer que o mesmo ponto *I* pertence ao segmento de reta definida por \overline{CD} se, e somente se existir um vetor

$$\overrightarrow{CI} = k_2 \cdot \overrightarrow{v}$$

linearmente dependente de \vec{v} , onde k_2 é um valor escalar, tal que $0 \le k_2 \le 1$.

Isolando-se *I* nas duas equações e igualando-as, pode-se, então, escrever o sistema linear de duas incógnitas, dados por

$$\begin{bmatrix} \vec{u} & -\vec{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C - A \end{bmatrix}$$

onde, a partir da solução deste sistema, caso k_1 e k_2 estiverem dentro dos limites estipulador para a existência da intersecção, encontra-se o ponto *I*, como

$$I = k_1 \cdot \vec{u} + A$$

A2. Intersecção entre segmento de reta e paralelogramo.



Seja α um paralelogramo de vértices nos pontos *ABCD*, pertencente ao plano definido pelos vetores $\vec{u} = \vec{AC}$ e $\vec{v} = \vec{AB}$, e \vec{QP} um segmento da reta definida pelo vetor $\vec{s} = P - Q$, não paralelo ao plano, tal que

 $|\vec{u} \times \vec{s}| \neq 0$

е

 $|\vec{v} \times \vec{s}| \neq 0$,

a intersecção entre eles acontece em um determinado ponto *I*, simultaneamente, pertencente ao paralelogramo e ao segmento de reta.

Assim, pode-se dizer que o ponto *I* é pertencente ao paralelogramo α se, e somente se, existir um vetor

$$\overrightarrow{AI} = k_1 \cdot \overrightarrow{u} + k_2 \cdot \overrightarrow{v}$$

linearmente dependente de \vec{u} e \vec{v} , onde k_1 e k_2 são valores escalares, tal que $0 \le k_1 \le 1$ e $0 \le k_2 \le 1$.

E, do mesmo modo, pode-se dizer que o mesmo ponto, *I*, pertence ao segmento de reta definido por \overline{QP} se, e somente se existir um vetor

$$\overrightarrow{QI} = k.\overrightarrow{s}$$

linearmente dependente de \vec{s} , onde k é um valor escalar, tal que $0 \le k \le 1$.

Isolando-se *I* nas duas equações e igualando-as, pode-se, então, escrever o sistema linear de três incógnitas, dados por

$$\begin{bmatrix} \vec{u} & \vec{v} & -\vec{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q - A \end{bmatrix}$$

onde, a partir da solução deste sistema, caso k, $k_1 \in k_2$ estiverem dentro dos limites estipulador para a existência da intersecção, o ponto I pode ser encontrado como

$$I = k.\vec{s} + Q$$

A3. Intersecção entre cilindro e segmento de reta

Seja Γ , um cilindro representado pelo eixo central $\vec{o} = \overline{00'}$ (definido pelo vetor $\vec{o} = 0' - 0$) e pela base circular de raio r com centro em 0, e, \overline{QP} um segmento da

reta definida pelo vetor $\vec{s} = P - Q$, cuja distância entre ele e o eixo central do cilindro é menor ou igual a *r*, tal que

$$(Q-0).\frac{(\vec{s}\times\vec{o})}{|(\vec{s}\times\vec{o})|} \le r,$$

A intersecção entre o segmento de reta e a superfície ocorre nos pontos I_1 e I_2 , que podem pertencer, tanto à superfície lateral, quanto superior do cilindro, conforme o esquema, apresentado abaixo:



Pode-se, então, dizer que os pontos I_1 e I_2 pertencem à superfície (lateral ou superior) do cilindro se, e somente se:

 a circunferência, Σ, que descreve a base inferior do cilindro no plano α, por sua vez definido pelos vetores unitários

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} 1\\0\\0 \end{bmatrix} e \ \hat{y} = \begin{bmatrix} 0\\1\\0 \end{bmatrix},$$

possuir pelo menos um ponto em comum com o segmento de reta, definido pelo vetor \vec{s}_{α} , resultante da projeção do vetor \vec{s} neste plano, dado por

$$\vec{s}_{\alpha} = \begin{bmatrix} x_{\vec{s}} \\ y_{\vec{s}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

е

 pelo menos dois dos vetores que descrevem o paralelogramo, γ, resultante da projeção do corte longitudinal do cilindro no plano β, perpendicular a α e definido pelos vetores unitários

$$\hat{z} = \begin{bmatrix} 1\\0\\0 \end{bmatrix} e \,\hat{s} = \frac{\vec{s}}{|\vec{s}|},$$

possuírem um ponto de intersecção com o segmento de reta, definido pelo próprio vetor *s*.

Assim, pode-se dizer que os pontos $I_{1_{\alpha}} e I_{2_{\alpha}}$ são pertencentes ao segmento de reta $\overline{Q_{\alpha}P_{\alpha}}$ (onde $Q_{\alpha} e P_{\alpha}$ são as projeções dos pontos Q e P no plano α) se, e somente se, existirem os vetores

$$\overrightarrow{Q_{\alpha}I_{1_{\alpha}}} = k_1.\,\overrightarrow{s_{\alpha}}$$

е

$$\overrightarrow{Q_{\alpha}I_{2_{\alpha}}} = k_2.\,\vec{s}_{\alpha}$$

linearmente dependentes de \vec{s}_{α} , onde $k_1 \in k_2$ são valores escalares, tal que $0 \le k_1 \le 1 \in 0 \le k_2 \le 1$.

Se estes pontos, $I_{1_{\alpha}} e I_{2_{\alpha}}$, são pertencentes à circunferência, Σ , então pode-se encontrar os valores de $k_1 e k_2$ através da equação da circunferência dada por

$$(k_{1,2} \cdot x_{\vec{s}} + x_q - x_0)^2 + (k_{1,2} \cdot y_{\vec{s}} + y_q - y_0)^2 = r^2$$

de onde se pode encontrar $I_{1_{\alpha}}$ e $I_{2_{\alpha}}$ como

$$I_{1_{\alpha}} = k_1 \cdot \vec{s}_{\alpha} + Q_{\alpha}$$

е

$$I_{2_{\alpha}} = k_2 \cdot \vec{s}_{\alpha} + Q_{\alpha}.$$

A partir de onde os pontos I_1 e I_2 são encontrados através do teste de intersecção entre os vetores:

$$\begin{cases} \overline{QP} \ e \ (I_{1_h} - I_{1_{\alpha}}) \\ \overline{QP} \ e \ (I_{2_h} - I_{2_{\alpha}}) \\ \overline{QP} \ e \ (I_{2_h} - I_{1_h}) \end{cases}$$

a partir do procedimento apresentado no apêndice A1 para a intersecção entre dois segmentos de reta.

Apêndice B- Funções Matemáticas Especiais

B1. Integral de Fresnel

A integral de Fresnel é uma função de suma importância para o tratamento quantitativo da difração por obstáculo gume de faca. De acordo com (102), ela é dada por

$$F(x) = \int_{v}^{\infty} e^{-j(\pi/2)u^{2}du} = \int_{0}^{\infty} e^{-j(\pi/2)u^{2}du} - \int_{0}^{v} e^{-j(\pi/2)u^{2}du}$$

e é comumente escrita em termos das integrais seno e cosseno, como

$$F(x) = C(x) - jS(x)$$

onde

$$C(x) = \int_{v}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du = \int_{0}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du - \int_{0}^{v} \cos\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du = \frac{1}{2} - \int_{0}^{v} \cos\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du$$

е

$$S(x) = \int_{v}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du = \int_{0}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du - \int_{0}^{v} \sin\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du = \frac{1}{2} - \int_{0}^{v} \sin\left(\frac{\pi}{2}u^{2}\right) du$$

Estas integrais, entretanto, não possuem primitivas, de modo que uma solução numérica seja necessária.

Esta solução pode ser implementada, no MatLab®, através dos comandos

$$C(x) = \frac{1}{2} - mfun('FresnelC', v)$$

е

$$S(x) = \frac{1}{2} - mfun('FresnelS', v)$$

B2. Função de transição

A função de transição é utilizada para expressar o coeficiente de difração através da UTD. De acordo com (102), ela é dada por

$$F(x) = 2j\sqrt{x} \cdot e^{jx} \cdot \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-ju^2} du$$

e definida para x > 0, de modo que para x < 0 esta função seja dada por $F^*(|x|)$, onde o asterisco indica a conjugação complexa.

Assim como a integral de Fresnel, esta integral não possui primitiva. Entretanto, a função de transição pode ser aproximada por partes, de modo que

$$F(x) = \begin{cases} \left(\sqrt{\pi \cdot x} - 2 \cdot x \cdot e^{\frac{j\pi}{4}} - \left(\frac{2}{3}\right) x^2 e^{\frac{-j\pi}{4}}\right) e^{\frac{j\pi}{4}} \cdot e^{jx} & p/ \ x < 0,3 \\ 1 + \frac{j}{2x} - \frac{3}{4x^2} - \frac{j15}{8x^3} + \frac{75}{16x^4} & p/ \ x > 5,5 \\ F(x_i) \frac{F(x_{i+1}) - F(x_i)}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i) & p/ \ 0,3 \le x \le 5,5 \end{cases}$$

onde x_i , $F(x_i) \in \frac{F(x_{i+1}) - F(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$ são fornecidos pela tabela.

x _i	$F(x_i)$		$\frac{F(x_{i+1}) - F(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$	
	Real	Imaginário	Real	Imaginário
0,3	0,5729	0,2677	0,0	0,0
0,5	0,6768	0,2682	0,5195	0,0025
0,7	0,7439	0,2549	0,3355	-0,0665
1,0	0,8095	0,2322	0,2187	-0,0757
1,5	0,8730	0,1982	0,1270	-0,680
2,3	0,9240	0,1577	0,0638	-0,0506
4,5	0,9658	0,1073	0,0246	-0,0296
5,5	0,9797	0,0828	0,0093	-0,0163

B3. Função de Airy

De acordo com (99), existem pelo menos dois tipos de funções de Airy utilizadas na teoria de propagação eletromagnética: A função de Airy do tipo Keller (definidas para um argumento real) e a função de Airy do tipo Fock (definidas para um argumento complexo).

As funções de Airy do tipo Keller, A_i (primeiro tipo) e B_i (segundo tipo) são definidas por integrais representadas ao longo do eixo real como

$$A_{i}(x) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \cos(-\frac{z^{3}}{3} + xz) dz$$

е

$$B_i(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \sin\left(-\frac{z^3}{3} + xz\right) + e^{xz - z^3/3} dz$$

de modo que, assim como suas derivadas, A'_i e B'_i , sejam por si só, funções reais.

Já a função de Airy do tipo Fock, V(x), onde x, em geral, é complexo, é definida como (99)

$$V(x) = \frac{W_1(x) - W_2(x)}{2j}$$

onde $W_{1,2}(x)$ são funções definidas pela integral de contorno

$$W_{1,2}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{C_{1,2}} e^{\left(-\frac{z^3}{3} + xz\right)} dz$$

tal que C_1 vai de infinito a zero sobre a linha de $\arg(z) = -2\pi/3$ e de 0 a infinito no eixo real, e C_2 vai de infinito a zero sobre a linha de $\arg(z) = 2\pi/3$ e de 0 a infinito no eixo real, conforme apresentado pela figura, de onde se pode concluir que $W_1(\tau) = W_2^*(\tau)$.



Assim, pode-se relacionar as funções de Airy do tipo Keller e do tipo Fock por

$$V(x) = \frac{W_1(x) - W_2(x)}{2j} = \frac{\sqrt{\pi} (B_i(x) + jA_i(x)) - \sqrt{\pi} (B_i(x) - jA_i(x))}{2j} = \sqrt{\pi} A_i(x)$$

A solução para estas funções pode ser implementada, no MatLab®, através da função AIRY, tal que

$$\begin{cases} A_i = AIRY (0, x) \\ A'_i = AIRY (1, x) \\ B_i = AIRY (2, x) \\ B'_i = AIRY (3, x) \end{cases}$$

A tabela abaixo apresenta o módulo das dez primeiras raízes ($\tau_p = |\tau_p|e^{-j\pi/3}$) da função

$$W'_2(\tau_p) - q_{\parallel,\perp} \cdot W_2(\tau_p) = 0$$

obtidas a partir da análise dos gráficos criados no matlab, para os valores de $q_{\parallel,\perp}$ utilizados neste trabalho.

	q = 0	$q = \infty$	q = 0,3544 - j0,3544	q = -4,8039 - j4,8044j
1	1,018	2,338	2,739	1,023
2	3,248	4,087	4,493	3,219
3	4,820	5,520	5,903	4,825
4	6,163	6,786	7,153	6,168
5	7,372	7,944	8,299	7,376
6	8,488	9,022	9,364	8,490
7	9,535	10,040	10,343	9,536
8	10,527	11,008	11,302	10,520
9	11,471	11,930	12,230	11,470
10	12,384	12,828	13,120	12,390

B4. Integrais de Pekeris e de Fock

A integral de Pekeris (103), utilizada para calcular o campo difratado em superfícies cilíndricas e dielétricas, é definida a partir das funções de Airy por

$$p^*(\xi,q) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W_1'(z) - qW_1(z)}{W_2'(z) - qW_2(z)} e^{-j\xi z} dz$$

onde *q* é o parâmetro que caracteriza o material da superfície e ξ é o parâmetro de Fock, associado a coordenada angular do ponto de observação, que indica o limite SSB ($\xi = 0$), a região iluminada ($\xi < 0$) e a região sombreada ($\xi > 0$), pelo obstáculo. Ela pode ser relacionada com a integral de Fock (103) por

$$P(\xi,q) = p^*(\xi,q) - \frac{1}{2\xi}$$

a partir da qual é desenvolvida uma solução numérica, para cada uma das regiões de sombreamento.

Para a região sombreada ($\xi > B$, *tal que B* = 2), a solução numérica é obtida a partir do método dos resíduos, por

$$P(\xi,q) = = \frac{1}{2}e^{-j\pi/6} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{e^{-j\xi z_s}}{z_s \cdot e^{-j2\pi/3} \cdot A_i(z_s \cdot e^{-j2\pi/3})^2 - A_i'(z_s \cdot e^{-j2\pi/3})^2}$$

tal que z_s é dado por

$$z_s = z_p + \frac{1}{z_p} q_{\parallel,\perp} - \frac{1}{2z_p^3} q_{\parallel,\perp}^2 + \left(\frac{1}{3z_p^2} + \frac{1}{2z_p^5}\right) q_{\parallel,\perp}^3 + \cdots$$

e z_p são as raízes da função

$$W_2'(z_p) - q_{\parallel,\perp}W_2(z_p) = 0$$

apresentadas no apêndice B3.

Para a região iluminada ($\xi < A$, *tal que* A = -3), a solução numérica é obtida de maneira assintótica por

$$P(\xi,q) = \sqrt{\frac{-j\pi\xi}{4}}e^{\xi^3/12} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{3\xi^3} \right) f(z_s,q) - \frac{1}{2\xi}f'(z_s,q) - \frac{j\xi}{4}f''(z_s,q) \right]$$

tal que

$$f(z_s, q) = \frac{-j\sqrt{z_s} - q}{j\sqrt{z_s} - q} \bigg|_{\sqrt{z_s} = -0.5\xi}$$

E, para a região de transição ($A < \xi < B$, *tal que* A = -3 e B = 2), é feita pela integração de Filon (103) e pela integração por partes, de modo que

$$P(\xi,q) = \int_{-\infty}^{A} \frac{V(z) - qV(z)}{W_{2}'(z) - qW_{2}(z)} e^{-j\xi z} dz + \int_{A}^{B} \frac{V(z) - qV(z)}{W_{2}'(z) - qW_{2}(z)} e^{-j\xi z} dz + \int_{B}^{\infty} \frac{V(z) - qV(z)}{W_{2}'(z) - qW_{2}(z)} e^{-j\xi z} dz = I_{1} + I_{2} + I_{3}$$

onde

$$I_{1} = -e^{q(-A)} \left(\frac{f(-A,q)}{g'(-A)} - \frac{f'(-A,q)}{g'(-A)^{2}} + \frac{g(-A).f(-A,q)}{g'(-A)^{3}} \right) + \frac{jA}{2} - \frac{\xi A^{2}}{4} + \frac{j\xi^{2}A^{3}}{12}$$
$$I_{3} = -\frac{1}{2} e^{q(\xi B)} e^{-\frac{4}{3}B^{3/2}} \left(\frac{f(B,q)}{g'(B)} - \frac{f'(B,q)}{g'(B)^{2}} + \frac{g''(B).f(B,q)}{g'(B)^{3}} \right)$$

tal que

$$f(z,q) = \frac{-j\sqrt{z} - q}{j\sqrt{z} - q}$$

е

$$g(z) = j(\xi z - \frac{4}{3}z^{3/2})$$

E a terceira integral é dada por

$$I_{2} = \sum_{A}^{B} F \frac{V(z) - qV(z)}{W_{2}'(z) - qW_{2}(z)} e^{-j\xi z} \cdot \Delta_{z}$$

onde z é definido com passos $\Delta_z = 0,001$