ITAMAR MAGNO BARBOSA

ESTUDO DAS DISPERSÕES METROLÓGICAS EM REDES NEURAIS
ARTIFICIAIS DO TIPO MULTILAYER PERCEPTRONS ATRAVÉS DA
APLICAÇÃO EM CURVAS DE CALIBRAÇÃO

São Paulo
2010

ITAMAR MAGNO BARBOSA

ESTUDO DAS DISPERSÕES METROLÓGICAS EM REDES NEURAIS
ARTIFICIAIS DO TIPO MULTILAYER PERCEPTRONS ATRAVÉS DA
APLICAÇÃO EM CURVAS DE CALIBRAÇÃO

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Engenharia Elétrica

São Paulo
2010

ITAMAR MAGNO BARBOSA

ESTUDO DAS DISPERSÕES METROLÓGICAS EM REDES NEURAIS
ARTIFICIAIS DO TIPO MULTILAYER PERCEPTRONS ATRAVÉS DA
APLICAÇÃO EM CURVAS DE CALIBRAÇÃO

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Engenharia Elétrica

Área de Concentração:
Sistemas Eletrônicos

Orientador: Professor Associado Emílio
Del Moral Hernandez

São Paulo
2010

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 04 de janeiro de 2010.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Barbosa, Itamar Magno

Estudo das dispersões metrológicas em redes neurais artificiais do tipo multilayer perceptrons através da aplicação em curvas de calibração / I.M. Barbosa. -- ed.rev. -- São Paulo, 2010.

p. 210

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos.

**1. Redes neurais 2. Instrumentação e medidas elétricas
3. Eletroquímica industrial 4. Métodos estatísticos para a aprendizagem 5. Sensor I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos II. t.**

DEDICATÓRIA

Aos que insistiram nos princípios, meus pais, e aos que os repassarei.

AGRADECIMENTOS

À Pró-Reitoria de Pós-Graduação da Universidade de São Paulo (USP).

À Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e aos membros de sua administração.

Ao meu orientador, pela compreensão e compartilhamento dos assuntos exorbitados ao curso de doutoramento.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES.

Ao Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), à sua Diretoria e ao Túnel de Vento TA2.

Ao Instituto de Fomento e Coordenação Industrial (IFI) e à sua Diretoria, ao Sistema de Metrologia Aeroespacial (SISMETRA) e à Divisão de Confiabilidade Metrológica Aeroespacial (CMA).

Ao Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (DCTA) e ao seu Comando.

Aos representantes da Universidade Autônoma de Barcelona (UAB), Grupo de Sensores e Biosensores (GSB).

À minha irmã, Roseli Barbosa Deganut, pelo seu contagiante e incessante estímulo.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente na elaboração deste trabalho.

Entre as teorias que proveram as civilizações sobreviventes, a humanidade transpôs ao Teocentrismo e ao Antropocentrismo. Estaríamos vivendo o Logocentrismo?
(O autor)

RESUMO

Este trabalho é um estudo das dispersões metrológicas em aproximações de funções tidas como não conhecidas ou não totalmente conhecidas. A metodologia alternativa para esse fim são as redes neurais artificiais do tipo Multilayer Perceptrons (MLP), aqui utilizadas como aproximadoras de funções. As funções aproximadas são curvas de calibração decorrentes de indicações de instrumentos ou sistemas de medição numa calibração. Essas curvas levam consigo propriedades metrológicas e possuem, neste trabalho, papel de ponte entre os elementos considerados da teoria metrológica e os elementos considerados da teoria da Inteligência Computacional: as Multilayer Perceptrons (MLPs). Uma balança externa de medição de esforços aerodinâmicos e uma Língua Eletrônica (LE), aplicada na medição da concentração de cátions, foram os meios de aplicação dos conceitos dessa metodologia alternativa. As proposições desta tese visam implementar melhorias na exatidão do ajuste das curvas de calibração por meio da consideração dos seguintes fatores: grandezas de influências, incertezas nos Valores Objetivos (VOs), tendência de medição de erros sistemáticos ocultos ou não solvidos e indicadores de desempenho metrológicos. A indicação da qualidade na medição ou a indicação da competência metrológica de um laboratório de calibração é estabelecida pelos valores das incertezas, e a curva de calibração é o ponto de partida para os cálculos desses valores. Visto que o estabelecimento dessa curva é uma das dificuldades para o cálculo das incertezas e a própria curva é uma fonte de incerteza, sua aproximação requer uma cuidadosa e meticulosa metodologia, daí a importância estratégica deste trabalho. As dispersões metrológicas possuem conotação de incertezas nas medições e elas são a base para a determinação de seu valor numérico; assim, os indicadores de desempenho podem representar essas dispersões e a recíproca também é verdadeira: a incerteza padrão pode ser um dos indicadores de desempenho. Sintetizando, nesta tese é mostrado de que forma a teoria da inteligência computacional adentra na teoria da metrologia e vice versa, nas esferas dos elementos aqui considerados.

Palavras-chave: Instrumentação. Multilayer Perceptrons. Medição. Calibração. Ensaio. Curva de Calibração. Dispersão Numérica. Ajuste de Funções.

ABSTRACT

The present study investigates metrological dispersions in fitting partially or totally unknown functions. An alternative method is the application of a multilayer perceptron neural network used here to fit functions. The fitting functions are calibration curves from calibration indications of measurement systems or instruments. These curves hold metrological properties and establish a link between elements of Metrological theory and elements of Computing Intelligence theory: the Multilayer Perceptrons. An external balance of aerodynamic forces and moments and an electronic tongue applied in the measurement of cation concentrations were the measurement systems used to apply the concepts of this alternative methodology. This thesis proposes improvements in the accuracy of fitting calibration curves considering the following factors: influence quantities, uncertainties about target values, tendency of hidden or not solved systematic errors and metrological performance functions. The measurement quality indicator or the laboratory metrological competence indicator is established by uncertainty values and the calibration curve is the starting point for the calculation of these values. The establishment of this curve is one of the difficulties in assessing uncertainties and the curve itself is an uncertainty source. Therefore, a careful and meticulous methodology is necessary in curve approximation, which explains the strategic importance of this work. Metrological dispersions have connotation of uncertainty in measurements and are the basis for calculating their numerical values, the performance functions can represent metrological dispersions and the opposite is also true: the standard uncertainty can be a performance function. Making a synthesis, this thesis demonstrates how computing intelligence theory takes into account the metrological theory and vice versa, in the elements of these theories that were discussed in the present study.

Keywords: Instrumentation. Multilayer Perceptrons. Measurement. Calibration. Test. Calibration Curve. Metrological Dispersion. Function Fitting.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
I.1 O OBJETIVO DA TESE	16
I.2 A ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	16
I.3 O VOCABULÁRIO INTERNACIONAL DE METROLOGIA	20
CAPÍTULO 1 MULTILAYER PERCEPTRONS	31
1.1 O ALGORITMO DE APRENDIZADO LEVENBERG MARQUARDT	40
CAPÍTULO 2 CONVERGÊNCIA EM MULTILAYER PERCEPTRONS ..	44
2.1 A APROXIMAÇÃO UNIVERSAL.....	46
2.2 A MULTILAYER POLINOMIAL DE DUAS CAMADAS.....	51
CAPÍTULO 3 O TÚNEL DE VENTO TA2	54
3.1 TÚNEIS DE VENTO E O TÚNEL DE VENTO TA2.....	54
3.2 O INSTRUMENTO PRINCIPAL DE MEDIÇÃO DO TÚNEL DE VENTO: A BALANÇA EXTERNA	57
3.2.1 A calibração da balança externa do túnel de vento TA2.....	63
CAPÍTULO 4 A LÍNGUA ELETRÔNICA	69
4.1 SENSORES, LÍNGUA ELETRÔNICA E SENTIDOS	69
4.2 O PRINCÍPIO DE MEDIÇÃO DA LÍNGUA ELETRÔNICA	71
4.3 ELETRODOS SELETIVOS IÔNICOS.....	85
4.4 CALIBRAÇÕES DE LÍNGUAS ELETRÔNICAS	89
CAPÍTULO 5 GRANDEZA DE INFLUÊNCIA NO ALGORITMO DE APRENDIZADO.....	93
5.1 A GRANDEZA DE INFLUÊNCIA	94

5.2 MÚLTIPLAS CALIBRAÇÕES ALFA.....	95
5.3 A CALIBRAÇÃO BETA	96
5.3.1 Modelamento matemático atual para calibração β	97
5.3.2 Aproximação por MLPs	99
CAPÍTULO 6 A PROPOSTA DE ALGORITMO DE APRENDIZADO DOTADO DE INCERTEZAS NOS VALORES OBJETIVOS.....	101
6.1 O ALGORITMO DE APRENDIZADO DOTADO DE INCERTEZAS	102
6.2 APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE APRENDIZADO DOTADO DE INCERTEZAS	105
CAPÍTULO 7 PREDIÇÕES E RASTREABILIDADE	117
7.1 AVALIANDO O PODER DE PREDIÇÃO DA CURVA DE CALIBRAÇÃO	120
CAPÍTULO 8 A PROPOSTA DE CURVAS DE CALIBRAÇÃO COMBINADAS	126
8.1 FUNÇÃO DE REFERÊNCIA, FUNÇÃO PRINCIPAL E FUNÇÃO TENDÊNCIA	128
8.2 APROXIMANDO A FUNÇÃO PRINCIPAL.....	129
8.3 COMBINANDO A FUNÇÃO PRINCIPAL E A FUNÇÃO TENDÊNCIA	131
8.4 COMBINANDO POLINÔMIOS E MLPs	132
8.4.1 Análise dos resultados das Combinações.....	133
8.5 GENERALIZAÇÕES DAS FUNÇÕES COMBINADAS	136
CAPÍTULO 9 A PROPOSTA DE INDICADORES DE DESEMPENHO ALTERNATIVOS	148
9.1 UMA CALIBRAÇÃO DA LÍNGUA ELETRÔNICA.....	150
9.2 INDICADORES DE DESEMPENHO NA CC DA LÍNGUA ELETRÔNICA	153
9.3 FUNÇÕES TENDÊNCIA NA CC DA LÍNGUA ELETRÔNICA	157
CAPÍTULO 10 DESFECHO	163

10.1 DISCUSSÕES E CONCLUSÕES GERAIS	163
10.1.1 Primeira conclusão: a Função de Referência é uma referência para a interpolação.....	163
10.1.2 Segunda conclusão: a Função Tendência é uma ponte entre o conhecimento analítico prévio e o conhecimento experimental.	164
10.1.3 Terceira conclusão: as Multilayer Perceptrons resolvem o problema de arquitetura das relações entre as grandezas envolvidas na medição.	165
10.1.4 Quarta conclusão: as considerações de incertezas nos Valores Objetivos do modo aprendizado da MLP alteram a velocidade de convergência para cada grandeza de saída e redistribui suas respectivas dispersões.	166
10.1.5 Algumas limitações do algoritmo proposto por Levenberg – Marquardt.....	167
10.1.5.1 Quinta conclusão: a utilização das Curvas de Calibração Combinadas minimiza as tendências e rebaixa os valores de dispersões e incertezas.....	168
10.1.5.2 Sexta conclusão: a consideração da variação da grandeza de influência pode corrigir a não convergência no aprendizado.....	168
10.1.5.3 Sétima conclusão: o Desvio Padrão da Média do Ajuste pode ser um Indicador de Desempenho e automaticamente atribui incertezas aos Valores Objetivos, caso essas incertezas forem desconhecidas.....	169
10.1.5.4 Oitava conclusão: a utilização de Indicadores de Desempenho alternativos delineia a arquitetura da MLP e a quantidade de dados replicados na calibração.	169
10.1.6 Fecho.....	170
10.2 LIMITES DAS PROPOSTAS DA TESE, CONTINUÍSMO E TRABALHOS FUTUROS	170
REFERÊNCIAS CITADAS OU COMPLEMENTARES.....	173
APÊNDICE A – SINAL TÍPICO DE CADA ELETRODO SELETIVO IÔNICO (ESI)	185
ANEXO A – DADOS [B] DA BALANÇA EXTERNA DO TÚNEL DE VENTO TA2	188

ANEXO B – DADOS PARA CALIBRAÇÃO DA LÍNGUA ELETRÔNICA RELATIVOS AO ELETRODO SELETIVO IÔNICO - ESI DE NÚMERO 8	
.....	195

ANEXO C – PRINCIPAIS PUBLICAÇÕES DURANTE O DOUTORAMENTO	209
--	------------

P.1. PUBLICAÇÕES INTERNACIONAIS	209
---------------------------------	-----

P.1.1 Publicações em livros ou periódicos	209
---	-----

P.1.2 Publicações em anais de congressos	209
--	-----

P.2. PUBLICAÇÕES NACIONAIS	210
----------------------------	-----

P.2.1 Publicações em livros ou periódicos	210
---	-----

P.2.2 Publicações em anais de congressos	210
--	-----

INTRODUÇÃO

A Metrologia nasceu com as próprias ciências exatas quando adotou os conceitos de grandezas, associou a elas números e um sistema de unidades de medida. A busca contínua em relacionar a interpretação humana à realidade dos fenômenos naturais, levou a humanidade a quantificar e a medir. Em certas circunstâncias mede - se para entender a natureza, em outras, as medições servem para auxiliar a uma tomada de decisão, seja essa decisão de qualquer grau de importância, seja ela tomada por quem mediu ou não.

Cabe aos metrologistas zelarem pela harmonia entre as premissas teóricas e a representação numérica do entorno de nosso universo, fortalecendo e consolidando o importante papel que a ciência desempenha na sociedade contemporânea.

Então medir é o papel do metrologista? Não, em perquirição. O que o metrologista precisa gerar é confiança nas medições que apresenta ao requerente e sobre isso ele é cobrado.

O conceito de uma grandeza é testemunhado pela veracidade da investigação fundamental e pelo minucioso experimentalismo, e, em sendo expresso por um número, sua quantificação se perfaz no enalço de uma unidade de medida, aquela em que seus múltiplos completam as representações de suas magnitudes. A confiança nas medições é a confiança nessa quantificação.

Então o que significa o ato de medir? Medir significa reproduzir a unidade de medida. Se estivermos medindo, estaremos conceitualmente repetindo a unidade de medida assim como ela foi concebida, porém, infelizmente o conceito não é sempre satisfeito. A unidade de medida convencionada, associada às grandezas de mesmo tipo, é formulada em condições de isolamento fenomenológico, isto é, sob um Quadro de condições ideais, estáveis, isento de qualquer intervenção de qualquer fenômeno inesperado e sob exatidão absoluta.

Todavia, o ato de medir não pode representar uma unidade de medida tão exatamente quanto se queira, pois se funda num ato experimental, sob circunstâncias nunca ideais e sempre incertas. Resta-nos acatar um valor convencionado como não incerto para a unidade de medida (convencionada). A esse valor denominamos de valor convencional. Os Laboratórios Nacionais de

Metrologia possuem ou geram as unidades de medidas convencionadas, materializadas por padrões nacionais, para um determinado país. Alguns desses laboratórios detêm as unidades de medidas convencionadas internacionalmente, materializadas por padrões internacionais utilizados como referência por um grupo de países, tal como definido na Convenção do Metro, da qual o Brasil é membro integrante (BIPM, 1875, 1907, 1921).

Faz-se necessário, então, que o instrumento ou sistema de medição, que terá como resultado a indicação de um múltiplo da unidade de medida, seja rastreado por meio de comparações com a unidade de medida convencionada, comparações que chamamos de calibrações. Um instrumento ou sistema de medição jamais representará a unidade de medida convencionada por si só, sendo obstado ainda por variações em suas características metrológicas, as quais são perceptíveis por meio de calibrações periódicas. Cabe, ainda, ressaltar que a calibração por si só gera erros oriundos de seu processamento.

O nível de exatidão necessário não é o mesmo para qualquer medição, por isso não se justifica a calibração de qualquer sistema de medição contra o padrão internacional diretamente. A manutenção desses padrões internacionais é de alto custo e as calibrações contra esses padrões são efetuadas normalmente pelos Laboratórios Nacionais de Metrologia, sendo essas calibrações também onerosas. Portanto, os motivos econômicos também são limitações para calibrações diretas ao padrão internacional. A solução é a utilização das cadeias de reatreadabilidade metrológicas.

O instrumento de medição, sistema de medição, e ainda, o material que serve de referência para comparação são padrões de medição, e, neste trabalho, àquele que indica valores de grandeza e não é o padrão chamaremos de calibrando. O fruto da comparação ou calibração entre sistemas e instrumentos de medição é a relação estabelecida entre os valores das grandezas promovida por padrões de medição e as correspondentes indicações do calibrando. Essa calibração pode ser expressa por um diagrama de calibração, por uma Curva de Calibração (CC) ou por uma tabela de calibração (BIPM et al., 2008; INMETRO, 2009). Não longe, as expressões podem ser erros entre o padrão e o calibrando.

A CC ainda recebe vários nomes na engenharia, um deles é curva característica, denominação muito utilizada na área de Engenharia Elétrica. Já o diagrama de calibração tem um conceito um pouco diferente, é a representação

gráfica entre os resultados das medições (em um eixo) e indicações (no outro eixo). Logo esse diagrama e a tabela de calibração podem ser extraídos de uma Curva de Calibração. Portanto, a Curva de Calibração é encarada neste trabalho como a mais completa forma de expressar a calibração, mesmo que não necessariamente seja a melhor escolha em casos particulares.

É importante ainda citar que são vários os fatores influentes na qualidade metrológica, e são nesses fatores que encontramos as fontes de erros e incertezas na medição. Abaixo citamos os fatores mais comuns dessas fontes de erros ou incertezas:

- ✓ Rastreabilidade;
- ✓ Equipamentos de medição;
- ✓ Metodologia de medição;
- ✓ Condições ambientais;
- ✓ Grandezas de Influência;
- ✓ Amostragem;
- ✓ Recursos Humanos.

Note que os equipamentos de medição são apenas um dos fatores de qualidade metrológica. De nada adianta um equipamento de alta exatidão se os demais fatores limitam a exatidão líquida do mesmo, inclusive o fator em que este trabalho se enquadra: a metodologia de medição.

É nesse contexto que foi aplicada uma subárea da Inteligência Computacional: as Redes Neurais Artificiais (RNAs), como ferramenta alternativa para a metodologia de aproximação da Curva de Calibração (CC). Dentre as Redes Neurais Artificiais existe um modelo chamado de Multilayer Perceptron (MLP), que foi o escolhido para ser aqui aplicado.

O perceptron foi proposto como uma imitação (grosseira) de neurônios biológicos e a combinação de vários desses perceptrons por meio de uma rede denominamos de Multilayer Perceptrons (MLP). A MLP ganhou sustentação matemática para aproximação de funções nas décadas de 80 e 90, quando se provou matematicamente sua capacidade universal de aproximação, daí a proposição da sua utilização para representar a CC.

I.1 O OBJETIVO DA TESE

O objetivo da tese é representar Curvas de Calibração (CCs) por meio das Redes Neurais Artificiais (RNAs) do tipo Multilayer Perceptrons (MLPs), com a intenção de pesquisar o desempenho dessa ferramenta alternativa pela busca da minimização das dispersões.

Basicamente, este trabalho está direcionado às calibrações e sua expressão, para que seja resgatado um valor da grandeza após uma indicação pelo calibrando. Uma situação comum para a representação por uma Curva de Calibração é quando as indicações do sistema ou instrumento de medição representam uma grandeza diferente daquela submetida à medição (realização da grandeza), como acontece neste trabalho, em que a representação da relação entre essas grandezas é absolutamente necessária, mesmo sob condições determinísticas.

I.2 A ORGANIZAÇÃO DA TESE

Estrutura e estratégia: a Figura I.1 é um esquema apresentando a estratégia de estudo do trabalho e é equivalente a estrutura da tese. Os meios de aplicação foram o túnel de vento TA2 e uma Língua Eletrônica (LE). Os elementos da Metrologia e da Multilayer Perceptron (MLP) apresentados nessa figura representam as motivações iniciais do trabalho. Em prol da apresentação e visão global do trabalho serão comentadas, a seguir, as seções da tese e seus inter-relacionamentos.

Item I.3 desta introdução: dado que as Multilayer Perceptrons (MLPs) são frequentemente munidas com valores oriundos de medições, esse item convida o leitor a conhecer os termos utilizados nos meios metrológicos e proporciona o conhecimento do estado da arte nessa área pela apresentação dos conceitos fundamentais atuais em Metrologia. Visa, sobretudo, auxiliar o leitor a entender de que forma esta tese está localizada no contexto desses conceitos fundamentais e, durante a leitura da tese, como ela auxilia na evolução e na aplicação desses conceitos fundamentais em campo por meio da utilização das MLPs.

Capítulo 1: apresenta o conceito de perceptron e MLP, bem como o algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) utilizado no treinamento da MLP e amplamente aplicado em ajustes de funções matemáticas não lineares.

Capítulo 2: esse capítulo apresenta a razão da proposta desta tese para aproximação de Curvas de Calibração utilizando MLPs: a capacidade de aproximação universal de funções matemáticas. Esse capítulo ainda propõe a representação de polinômios por meio de uma rede Multilayer Polinomial (MLPol).

Capítulo 3: esse capítulo apresenta um dos meios onde as MLPs foram aplicadas para ajuste de uma CC multivariada: a balança externa do túnel de vento TA2. Juntamente com uma breve apresentação de túneis de vento, é mostrada a construção da balança externa, o princípio de medição dos esforços aerodinâmicos, os fatores que envolvem a medição e as possíveis fontes de erros. O túnel de vento TA2 possui papel importante no desenvolvimento de veículos aéreos e é palco dos testes em aeronaves que impulsionam a indústria aeronáutica brasileira.

Capítulo 4: esse capítulo apresenta o outro meio onde as MLPs foram aplicadas para ajuste de uma CC multivariada: a Língua Eletrônica (LE). Lá são apresentados os princípios de funcionamento desse instrumento de medição, a sua construção, os fatores que envolvem a medição e as possíveis fontes de erros.

Capítulo 5: a proposta de consideração da grandeza de influência para convergência das MLPs no aprendizado utilizando o algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) é aqui apresentada. A forma com que a grandeza de influência pode ser considerada também é tratada nesse capítulo.

Capítulo 6: a proposta de consideração de Valores Objetivos (VOs) dotados de incertezas no algoritmo de aprendizado LM é abordada. Também é demonstrado como atuam essas incertezas na convergência do processo de aprendizado das MLPs por meio da análise das dispersões.

Capítulo 7: nesse capítulo é apresentado o estudo do poder de predição das MLPs em condição de repetitividade, posterior ao ajuste de seus parâmetros no

modo aprendizado, servindo de ponte entre os capítulos 5 e 6 (direcionados ao aprendizado) e os capítulos 8 e 9 (direcionados à predição). Sob a luz do conceito de rastreabilidade metrológica, a problemática de se obter um resultado de uma medição oriundo de uma indicação é apresentada. Os resultados desse capítulo serão a motivação para a apresentação das propostas dos capítulos 8 e 9.

Capítulo 8: é apresentada a proposta das CCs combinadas entre uma Função Principal (FP) ou Função de Referência e uma (ou mais) Função Tendência (FTEN). O estudo, nesse capítulo, está voltado à influência das tendências de medição no aprendizado das MLPs utilizando o algoritmo de LM. É demonstrado como essas CCs combinadas podem retomar a convergência no aprendizado das MLPs e solucionar os problemas de predição apresentados no capítulo 7.

Capítulo 9: a proposta desse capítulo é a utilização de Indicadores de Desempenho (IDs) alternativos de cunho metrológico no aprendizado das MLPs. Dentre os benefícios dessa proposta está a possibilidade de se atribuir incertezas aos VOs das MLPs e a sinalização da possibilidade de relacionamento entre a quantidade de medições replicadas, o número de neurônios da camada oculta da MLP de duas camadas e a estatística da medição. A proposta da utilização das CCs combinadas como correção das tendências é consolidada nesse capítulo.

Parte desta introdução e os capítulos de 1 a 5 são as bases fundamentais da teoria utilizada na tese, onde também são apresentados os meios dos trabalhos de pesquisa. As aplicações utilizando as MLPs e o algoritmo LM estão descritas nos capítulos de 6 a 9, onde em cada um deles são apresentados os resultados, as discussões, algumas conclusões e as propostas da tese, todos respectivos aos próprios capítulos.

Capítulo 10, o Desfecho: como desfecho da tese, são apresentadas as conclusões gerais reunindo os assuntos num contexto geral e caminhando de modo inverso aos resultados, comentários e conclusões, até então espargidos nos capítulos, aglutinando-os em uma visão única: a aproximação da Curva de Calibração (CC). Conclusões gerais são possíveis graças, principalmente, à possibilidade de aplicação universal do método proposto, podendo ser utilizado em

diversos meios de aplicação, mesmo com princípios de medição diferentes, tal como os dois apresentados nesta tese: a balança externa de esforços aerodinâmicos e a Língua Eletrônica (LE).

Elementos pós-textuais: além das referências e do apêndice, como um dos anexos, tem-se uma lista dos principais artigos publicados durante o doutoramento, relacionados com os capítulos da tese e considerados pelo autor como os mais importantes.

Considerações:

- ✓ A aplicação em campo guiou o trabalho desta tese e dos resultados foram extraídos as vantagens e desvantagens de utilização destas redes, revelando seus limites nas aplicações.
- ✓ A tese aqui apresentada aplicou as MLPs para representar as Curvas de Calibração em sistemas de medição multivariados, estudando as dispersões em torno do modelo matemático que denota as MLPs.
- ✓ Em ambas as aplicações, tratamos de curvas multivariadas com interferências entre as grandezas. Os Indicadores de Desempenho (IDs) utilizados na aproximação das Curvas de Calibração possuíam conotação também de indicadores de dispersão.
- ✓ Os métodos, resultados, discussões e algumas conclusões são apresentados pulverizados nos capítulos num primeiro momento. Se alguns deles assim não fossem, ou seja, se todos esses tópicos fossem agrupados, levaria a um desconfortável fluxo e refluxo na leitura da tese, com riscos de perda de compreensão. Além disso, os resultados das investigações das partes serviram de base para alavancar as propostas apresentadas na tese para os capítulos subsequentes. Por fim, no desfecho, as conclusões voltam a ser aglutinadas resgatando a visão geral da tese.

I.3 O VOCABULÁRIO INTERNACIONAL DE METROLOGIA

Uma referência merece este item dedicado, o Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais em Metrologia, o VIM (INMETRO; SENAI, 2007; BIPM et al., 2008; INMETRO, 2009).

Frequentemente, em calibrações ou ensaios são efetuados relatórios constando os dados e resultados das medições. Esses documentos devem ter seus termos de Metrologia bem definidos para que não haja conflitos nos entendimentos em uso diário por profissionais que se utilizam da medição. Lembre-se que da medição segue uma decisão, conforme já mencionado, portanto a linguagem utilizada nos documentos de Metrologia deve ser tratada com esmero.

Não raro deparamo-nos com termos utilizados erroneamente, um dos mais comuns é o termo calibração. O que aconteceria com um cliente que encomendasse uma calibração de um laboratório e descobrisse que o instrumento saiu nas mesmas condições que entrou (desajustado)? Uma vez que um instrumento foi calibrado ele estaria apto ao uso? O que significa ter um certificado de calibração em mãos? O fato é que a calibração não garante qualquer melhoria no instrumento para a sua possibilidade de uso. Como mencionamos, a calibração é sinônimo apenas do termo comparação. A decisão sobre a sua utilização é de quem o utiliza, ou seja, do cliente da calibração. A calibração também não é sinônimo do termo ajuste, logo o instrumento ou sistema de medição não terá seus erros corrigidos. Também não é sinônimo de manutenção e o instrumento não será melhorado ou mesmo consertado. Salvo acordos entre o cliente e o laboratório, essa definição de calibração é muito importante, pois seu conceito é o de revelar o quanto o calibrando se desvia do valor convencional, e o certificado apenas expressa essa relação. O entendimento conflitante de um termo metrológico pode ser ainda mais desastroso no âmbito da Metrologia legal. Uma interpretação inadequada de um termo qualquer pode levar a julgamentos inadequados e prejuízos a pessoas inocentes.

O comércio globalizado ainda é outro forte fator para a necessidade de estabelecer termos bem definidos para a Metrologia. As exportações e importações estão sujeitas às comprovações metrológicas dos produtos comercializados, e uma linguagem bem definida e entendida pelos envolvidos é de extrema importância. Por esses motivos, entidades internacionais se uniram em prol de criar um vocabulário

específico para a Metrologia, o VIM, eles formam o Comitê Conjunto para Guias em Metrologia (JCGM – Joint Committee for Guides in Metrology):

- ✓ BIPM – Bureau Internacional de Pesos e Medidas;
- ✓ IEC – Comissão Internacional de Eletrotécnica;
- ✓ IFCC – Federação Internacional de Química Clínica e de Laboratórios de Medicina;
- ✓ ISO – Organização Internacional para Normalização;
- ✓ IUPAC – União Internacional de Química Pura e Aplicada;
- ✓ IUPAP – União Internacional de Física Pura e Aplicada;
- ✓ OIML – União Internacional de Metrologia Legal;
- ✓ ILAC – Cooperação Internacional para Acreditação de Laboratórios.

Não mais haveria a citar sobre o VIM do que um guia para um vocabulário bem definido e esmerado a ser seguido nas formalidades da área metrológica, se não fossem outras importantes funções: a fundamentação da Metrologia e o registro histórico de sua respectiva evolução.

Definir os termos em Metrologia não é uma tarefa trivial, além do consenso entre os participantes, o que está na realidade sendo escrito são os conceitos fundamentais da Metrologia no seu estado da arte. Em outras palavras, definir os termos metrológicos é definir os conceitos fundamentais em Metrologia. Como os conceitos fundamentais dependem do estado da arte naquele momento, atualizar esses termos significa também registrar historicamente essas evoluções.

Versões do VIM se multiplicam das línguas originais (inglês e francês) para as línguas nacionais. O Brasil, independentemente de outros países de língua portuguesa, possui sua própria versão do VIM (INMETRO; SENAI, 2007). Esse documento está baseado no VIM editado pela JCGM (BIPM et al., 2008), mas com paridade com a versão anterior do VIM na língua inglesa editado em 1993. Muito embora a versão brasileira do VIM esteja sendo revisada (INMETRO, 2009), não significa que a versão brasileira anterior do VIM (INMETRO; SENAI, 2007) está interdita para o uso¹. A versão brasileira (INMETRO; SENAI, 2007) é uma versão

¹ Uma revisão da edição brasileira do VIM (INMETRO, 2009) foi publicada em 23 de outubro de 2009, após o depósito da primeira edição desta tese em 10 de setembro de 2009 e durante a elaboração da edição revisada. A decisão do autor foi de manter como referências as duas versões brasileiras, a

oficial aprovada, ainda válida e à disposição para aquisição, sendo que dentro do território brasileiro ela claramente pode ser referenciada, outrossim, ela foi trabalhada para atender às necessidades do estado da arte da linguagem metrológica brasileira e definir as correspondências com os termos estrangeiros.

Neste trabalho mencionamos as duas fontes de referência por reconhecermos o documento brasileiro como guia aos leitores brasileiros no uso do jargão nacional, e o documento na língua estrangeira para conscientização das mudanças ora tidas em alguns termos e para introdução aos novos termos. O outro objetivo de utilizar essas duas fontes do VIM é evidenciar a evolução dos conceitos e mostrar como esta tese acompanhou essa evolução.

Todavia, nem todos os termos do jargão metrológico possuem definição categórica, seja porque possuem significados genéricos, seja porque são definições primitivas, seja ainda porque definir categoricamente todo e qualquer termo pode delimitar a utilização desse e incentivar a proliferação de novos. Abaixo seguem alguns termos não definidos no VIM:

- ✓ Grandeza expressa por uma unidade de medida;
- ✓ Unidade derivada não coerente;
- ✓ Unidade de medida dentro de um sistema e fora de um sistema;
- ✓ Sistema de unidades CGS;
- ✓ Fidelidade nas condições de medição;
- ✓ Exigência;
- ✓ Sinal;
- ✓ Condições de operação;
- ✓ Objeto dotado de indicações que está sendo calibrado (aqui chamado de calibrando).

Muito embora já utilizamos alguns termos de Metrologia em itens anteriores, no início desta introdução, em prol do entendimento da essência metrológica em que

anterior e a atual, devido aos seguintes motivos: a argumentação comparativa desta introdução entre a versão anterior e a versão atual do VIM continua válida; a nova versão é uma tiragem preliminar, e, em não sendo definitiva (INMETRO, 2009, página i), a versão brasileira anterior ainda continua aprovada e válida para utilização. O autor levou também em consideração que a versão anterior (na forma impressa) do VIM (INMETRO; SENAI, 2007) foi ainda distribuída pela Sociedade Brasileira de Metrologia e pelo próprio INMETRO no Congresso Brasileiro de Metrologia, realizado de 09 a 13 de novembro de 2009 em Salvador, Bahia, Brasil.

esta tese está posicionada, o leitor está convidado agora a conhecer esses e mais alguns termos com definição categórica e formal do VIM na versão anterior (INMETRO; SENAI, 2007), e que permaneceram sem modificações conceituais e sem conceitos acrescentados no VIM com nova versão atualizada (BIPM et al., 2008; INMETRO, 2009):

Mensurando: Grandeza que se pretende medir.

Valor Verdadeiro (de uma grandeza): Valor de uma grandeza compatível com a definição da grandeza.

Incerteza de Medição: Parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas.

Rastreabilidade: Propriedade do resultado de uma medição pela qual tal resultado pode ser relacionado a uma referência através de uma cadeia ininterrupta e documentada de calibrações, cada uma contribuindo para a incerteza de medição.

Unidade de Medida: Grandeza escalar real, definida e adotada por convenção, com a qual outra grandeza do mesmo tipo pode ser comparada para expressar, na forma de um número, a razão entre as duas grandezas.

Grandeza: Propriedade de um fenômeno, de um corpo ou de uma substância, que pode ser expressa quantitativamente sob a forma de um número e de uma referência.

Sistema Internacional de Unidades: Sistema de unidades, baseado no Sistema Internacional de Grandezas, incluindo os nomes e os símbolos das unidades e uma série de prefixos com seus nomes e símbolos, em conjunto com regras de utilização, adotados pela Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM).

Medição: Processo de obtenção experimental de um ou mais valores que podem ser, razoavelmente, atribuídos a uma grandeza.

Exatidão de Medição: Grau de concordância entre um valor medido e um valor verdadeiro de um mensurando.

Sistema de Medição: Conjunto de um ou mais instrumentos de medição e freqüentemente outros dispositivos, compreendendo, se necessário, reagentes e insumos, montado e adaptado para fornecer informações destinadas à obtenção dos valores medidos, dentro de intervalos especificados para grandezas de tipos especificados.

Padrão Nacional: Padrão reconhecido por uma autoridade nacional para servir dentro de um estado ou economia, como base para atribuir valores a outros padrões de grandezas do mesmo tipo.

Padrão Internacional: Padrão reconhecido pelos signatários de um acordo internacional, tendo como propósito a sua utilização mundial.

Valor: Conjunto, formado por um número e por uma referência, que constitui a expressão quantitativa de uma grandeza.

Resultado de Medição: Conjunto de valores atribuídos a um mensurando, completado por todas as outras informações pertinentes disponíveis.

Condição de Repetitividade: Condição de medição num conjunto de condições, as quais compreendem o mesmo procedimento de medição, os mesmos operadores, o mesmo sistema de medição, as mesmas condições de operação e o mesmo local, assim como medições repetidas no mesmo objeto ou em objetos similares durante um curto período de tempo.

Uma atenção especial deve ser dada ao conceito de valor verdadeiro. O valor verdadeiro é o valor que seria obtido por uma medição perfeita, mas, como o paradigma atual da Metrologia parte do princípio de que toda medição é incerta e de que pode ser associado um valor a essa incerteza (ABNT; INMETRO - GUM, 2003), valores verdadeiros não são únicos. A problemática da medição é aproximar ou corrigir, quanto possível, a indicação do sistema de medição a pelo menos um valor verdadeiro. Esse valor frequentemente recebe o nome de valor convencional, principalmente quando atribuído a um padrão (veremos a definição formal um pouco mais adiante), sendo tratado ou acreditado como um valor único para contabilização dos erros na calibração.

Vamos conhecer alguns termos na nova versão do VIM (BIPM et al., 2008; INMETRO, 2009) cujas definições estão dotadas de novas conceituações ou com conceituações acrescentadas perante a penúltima versão brasileira (INMETRO; SENAI, 2007). Em seguida serão efetuados alguns comentários.

Calibração: Operação que estabelece, numa primeira etapa e sob condições especificadas, uma relação entre os valores e as incertezas de medição fornecidos por padrões e as indicações correspondentes com as incertezas associadas; numa segunda etapa, utiliza esta informação para estabelecer uma relação visando à obtenção de um resultado de medição a partir de uma indicação.

Os termos muitas vezes são definidos categoricamente por meio de outros termos também definidos categoricamente, como nessa definição. Alguns foram citados no parágrafo anterior e outros serão citados em parágrafos posteriores. A evolução do conceito de calibração perante a penúltima versão brasileira (INMETRO; SENAI, 2007), é a presença expressa da incerteza de medição associada aos valores de grandeza e aos dizeres sobre a utilização da relação extraída da calibração para obter um resultado final ou líquido da medição. Esta é uma das evoluções dos conceitos alinhados com esta tese; é exatamente a essa relação que esta tese está dedicada, melhor explicando, tendo os dados da calibração em mãos, o objetivo é criar uma Curva de Calibração que relacione

valores de uma determinada grandeza para indicações em outra grandeza em momentos que incluem a própria calibração e também em momentos posteriores à calibração.

Grandeza de Influência: Grandeza que, numa medição direta, não afeta a grandeza efetivamente medida, mas afeta a relação entre a indicação e o resultado de medição.

Agora a definição de grandeza de influência está bem mais clara. Na penúltima versão brasileira (INMETRO; SENAI, 2007), a definição de grandeza de influência era a grandeza que não é o mensurando, mas afeta o resultado deste. Nessa nova definição é esclarecido que a grandeza de influência não afeta a grandeza que é realmente medida, e o resultado não é modificado por consequência de influências no mensurando. O que a grandeza de influência afeta é a relação entre indicação e o resultado da medição, tema também dentro do campo de estudo desta tese. Sua importância é tal para este trabalho que o capítulo 5 foi dedicado a esse fator na qualidade da apresentação do valor de medição, onde os resultados extraídos conseguiram explicar problemas de aproximação de funções no algoritmo de aprendizado Levenberg–Marquardt (LM) utilizado nas Multilayer Perceptrons (MLPs).

Padrão: Realização da definição de uma dada grandeza, com um valor determinado e uma incerteza de medição associada, utilizada como referência.

Uma novidade nessa definição é que o padrão é uma realização que pode ser um instrumento de medição, um material de referência ou um experimento qualquer que gere valores fixados da grandeza. A outra novidade é a presença expressa de incerteza associada aos valores gerados pelo padrão. Uma proposição desta tese é justamente levar em consideração valores de incertezas associadas aos valores de grandeza utilizados no treinamento das MLPs. O capítulo 6 foi dedicado para essa proposição.

Deriva: Variação da indicação ao longo do tempo, contínua ou incremental, devida a variações nas propriedades metrológicas de um instrumento de medição.

A definição categórica de deriva agora possui duas modificações importantes. A primeira é que a deriva acontece no decorrer do tempo, não claro na definição da versão anterior do VIM que associava a deriva à mudança de características metrológicas dependente de qualquer variável. A segunda modificação é a definição de mudanças de características metrológicas contínuas ou incrementais ao invés de mudanças simplesmente lentas, conforme definição da versão anterior do VIM. Esse conceito é explorado, entre outros, nos capítulos 7, 8 e 9 desta tese.

Sistema de Medição: Conjunto de um ou mais instrumentos de medição e freqüentemente outros dispositivos, compreendendo, se necessário, reagentes e insumos, montado e adaptado para fornecer informações destinadas à obtenção dos valores medidos, dentro de intervalos especificados para grandezas de tipos especificados.

A nova definição categórica de sistema de medição agora possui conotação de meio de prover informação quando se gera valores de grandezas, uma vez que algumas medições podem não definir diretamente o mensurando, entretanto seu conhecimento é necessário. A definição da versão anterior do VIM era de simplesmente um conjunto de instrumentos de medição destinados a uma medição específica.

Ajuste: Conjunto de operações efetuadas em um sistema de medição, de modo que ele forneça indicações prescritas correspondentes a determinados valores de uma grandeza a ser medida.

A definição categórica da versão anterior do VIM para ajuste era operação destinada a fazer com que um instrumento de medição tenha seu desempenho compatível com seu uso. A definição agora está direcionada aos sistemas de medição que podem ser ajustados em conjunto e induz ao ajuste dependente dos resultados de uma calibração, pois os valores da grandeza devem ser gerados e servirão como referência. O ajuste de um sistema de medição pode ser efetuado por meio de softwares e, nesse caso, a Curva de Calibração (CC) é o elemento a ser conformado. O termo ajuste é citado por diversas vezes neste trabalho por se tratar de um exercício de ajustes dos parâmetros da CC. No sentido da definição atual de ajuste, esse termo bem pode ser aplicado com o conceito apresentado acima para os parâmetros da CC, desde que ela seja considerada como parte integrante do sistema de medição.

Correção: Compensação de um efeito sistemático estimado.

A definição categórica atual trocou o termo erro sistemático da versão anterior por efeito sistemático e a expressão soma algébrica pela palavra compensação além de suprimir o termo fator de correção. Essa nova fundamentação do VIM para o termo correção vai ao encontro do trabalho desta tese, como poderemos verificar na proposta apresentada no capítulo 8, portanto as novas fundamentações são congruentes com os trabalhos aqui apresentados.

Erro de medição: Diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência.

Nas definições categóricas da versão anterior do VIM existiam os termos erro de medição e desvio. Os dois eram definidos como uma diferença, o primeiro como diferença entre o valor de grandeza medido e o valor verdadeiro do mensurando, como o valor verdadeiro do mensurando é incerto, então não é conhecido, podendo apenas ser estimado (o valor verdadeiro convencional), portanto tratava-se de uma definição qualitativa e não quantitativa. Já o segundo termo, o desvio de medição, era equivalente à definição atual de erro de medição. O termo desvio então passou a ser suprimido e o termo erro passou a possuir um significado quantitativo.

Ainda existem termos que foram definidos categoricamente apenas nessa última versão do VIM (BIPM et al., 2008; INMETRO, 2009); ora, pois, veremos algumas:

Avaliação do Tipo A da incerteza de medição: Avaliação de uma componente da incerteza de medição por uma análise estatística dos valores medidos, obtidos sob condições definidas de medição.

Avaliação do Tipo B da incerteza de medição: Avaliação de uma componente da incerteza de medição determinada por meios diferentes daquele adotado para a avaliação do Tipo A da incerteza de medição.

Incerteza Padrão: Incerteza de medição expressa na forma de um desvio-padrão.

Essas novas definições categóricas das incertezas complementam a definição de incerteza de medição. Conforme já definido, a incerteza de medição pode ser qualquer parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando. Quando a avaliação desse(s) parâmetro(s) é escolhida de modo

a seguir uma análise congruente com a teoria estatística, temos uma incerteza do tipo A, em caso diferente é uma incerteza do tipo B. A incerteza do tipo B pode ser extraída de documentos que apresentam dados tais como erro máximo, encontrado em alguns catálogos de instrumentos, ou a própria menor divisão da escala. Qualquer que seja a fonte de incerteza do tipo B onde pode ser associada uma distribuição estatística acreditada, as mais comuns são a distribuição quadrada, trapezoidal ou triangular. Como o desvio padrão é frequentemente utilizado na estatística como um dos parâmetros de caracterização de dispersão, o termo incerteza padrão é utilizado quando a incerteza de medição é atribuída a um desvio padrão. Note que esse último termo não especifica qual é o tipo de desvio padrão, por exemplo, se ele é o desvio padrão da população, desvio padrão da amostragem ou desvio padrão da média, nem qual seria a distribuição, todos esses exemplos podem ser chamados de incerteza padrão.

O conceito de dispersão está presente em todos os trabalhos desta tese, a começar pelo próprio título. Os Indicadores de Desempenho (IDs) utilizados nos algoritmos de aprendizado das Multilayer Perceptrons (MLPs) (e assim aqui chamados) medem dispersões e por isso possuem conotação de incerteza de medição, quando os dados utilizados no aprendizado são frutos de medições. O capítulo 9, entre outros tipos de incerteza, trata também do estudo das incertezas padrões de medição nas aproximações de Curvas de Calibração pelas MLPs.

Para concluirmos esta seção, vamos citar algumas das novas definições categóricas da última versão do VIM (BIPM et al., 2008; INMETRO, 2009):

Sistema Internacional de Grandezas: Sistema de grandezas baseado nas sete grandezas de base: comprimento, massa, tempo, corrente elétrica, temperatura termodinâmica, quantidade de substância e intensidade luminosa.

Valor Convencional: Valor atribuído a uma grandeza por um acordo, para um dado propósito.

Cadeia de Rastreabilidade Metrológica: Sequência de padrões e calibrações utilizada para relacionar um resultado de medição a uma referência.

Calibrador: Padrão utilizado numa calibração.

Tendência de Medição: Estimativa de um erro sistemático.

Curva de Calibração: Expressão da relação entre uma indicação e o valor medido correspondente.

Vamos explicar sobre esses últimos termos. A Convenção do Metro se baseia no sistema internacional de grandezas, portanto as sete grandezas descritas na definição são as grandezas dos padrões internacionais, com a mais alta qualidade metrológica, dispostos nos Laboratórios Internacionais de Metrologia. Já a cadeia de rastreabilidade metrológica, assim como ela foi definida, viabiliza e justifica a existência de calibração em condições locais. Ademais, todo calibrador é um padrão, então o termo padrão pode ser utilizado ao invés do termo calibrador desde que não recaia em confusões, aqui optamos pela utilização do termo padrão.

Por fim, os dois últimos termos aqui ilustrados são conceitos já utilizados nesta tese desde meados de 2004, quando ela começou a ser escrita, e podem ser evidenciados nos artigos frutos deste trabalho. O conceito de tendência de medição foi explorado no capítulo 8.

Como pôde ser percebido pelos termos ou conceitos fundamentais citados nesta introdução, esta tese está localizada entre o estado da arte dos conceitos fundamentais metrológicos mundiais, tratando de temas em pleno desenvolvimento, tais como as curvas de calibração, as tendências de medição, as avaliações de incerteza e as dispersões. Os trabalhos procuraram contribuir com o desenvolvimento desses conceitos fundamentais e alavancar o estado da arte nos meios metrológicos (bem como nos meios da inteligência artificial).

Figura I.1 – Estrutura e estratégia utilizada na tese. Os elementos da Metrologia e da Multilayer Perceptron apresentados nesta figura são as motivações iniciais do trabalho proposto.

CAPÍTULO 1 MULTILAYER PERCEPTRONS

Uma importante classe das Redes Neurais Artificiais (RNAs) é formada pelas redes do tipo Multilayer Perceptrons (MLPs). Basicamente, essas redes são formadas por uma camada de entrada, contendo, por exemplo, unidades de sensores; uma ou mais camadas intermediárias, também chamadas de camadas ocultas (assim chamadas por não promoverem diretamente os valores de saída da MLP); e uma camada de saída. Os nós da rede são os Neurônios Artificiais, também chamados de perceptrons (MINSKY; PAPERT, 1988; HAYKIN, 1999).

A Figura 1.1 mostra a arquitetura de uma RNA do tipo MLP (KOVÁCS, 1996). Muito embora nada impeça que a MLP seja formada por múltiplas camadas, foi provado matematicamente que duas camadas possuem a propriedade da aproximação universal, conforme veremos no capítulo 2; por esse motivo e por motivos de iniciar um trabalho comparativo com a teoria existente, utilizamos neste trabalho a MLP com uma camada oculta apenas.

O neurônio artificial ou perceptron está esquematizado na Figura 1.2. Recebe esse nome por herança da motivação biológica, pois é uma cópia grosseira dos neurônios biológicos. As características mais evidentes que ainda persistem congruentes entre os dois neurônios, o artificial e o biológico, são:

- ✓ Múltiplas entradas e apenas uma única saída;
- ✓ Por vezes possui uma Função de Transferência (FT) ϕ em forma de S, denominada sigmoidal;
- ✓ Ação excitatória ou inibitória dos sinais de entrada refletidos no sinal de saída;
- ✓ Limiar de ação dos sinais de entrada refletidos no sinal de saída.

Os valores de entrada são combinados linearmente em cada neurônio da primeira camada oculta formando um valor de campo induzido, calculado por meio da fórm.(1.1) e apresentada na Figura 1.2; a seguir o valor de campo induzido é transformado por uma Função de Transferência (FT), também conhecida como Função de Ativação ϕ , conforme mostrado na Figura 1.2. Os sinais de saídas dos neurônios da primeira camada são os sinais de entrada para cada neurônio da

segunda camada e assim sucessivamente até a última camada, resultando então em valores de saída representados pelas saídas formadas uma a uma por cada neurônio da última camada.

Figura 1.1 – Arquitetura da rede Multilayer Perceptron (MLP)

Uma vez que definimos o perceptron ou o neurônio Artificial, conforme a Figura 1.2, e o Campo Induzido, conforme a fórm.(1.1), além da representação da MLP pelo grafo da Figura 1.1, alternativamente podemos também representar a MLP por meio de uma função matemática para cada saída y_j de acordo com a fórm.(1.2) (HAYKIN, 2009). Em outras palavras, a MLP é uma função matemática e, além disso, possui propriedades de aproximação de funções. As funções MLP são as funções aproximadoras referenciadas em todo o contexto deste trabalho, e são

exatamente essas funções que estão sendo propostas como metodologia alternativa à aproximação de Curvas de Calibração.

A fórm.(1.2) pode ser escrita com dependência ou não da interação n , nesse último caso o indicador da interação n deve apenas ser suprimido da fórmula. A supressão do indicador de interação n acontece quando estamos admitindo os pesos sinápticos $w_{ij}^{[l]}$ já ajustados e constantes. Os Valores de Entrada são apenas transformados em Valores de Saída pela função MLP. Esta condição de operação é chamada comumente de operação em modo simulação (ou modo simulação) (HAGAN; DEMUTH; BEALE, 1996).

Figura 1.2 – Diagrama de blocos de um neurônio artificial também denominado de perceptron

Onde:

x_i Sinais (Valores) de Entrada;

Φ Função de Transferência (FT) ou Função de Ativação;

w_i Pesos Sinápticos = Parâmetros de Ajuste;

y_j Sinal (Valor) de Saída.

$$A_i(n) = \sum w_{ij}^{[l]}(n) y_j^{[l-1]}(n) \quad (1.1)$$

Onde:

$A_i(n)$ Campo induzido;

$w_{ij}^{[l]}(n)$ Peso sináptico j do neurônio i da camada l ;

$y_j^{[l-1]}(n)$ Valor de saída do neurônio ou do Valor de Entrada j pertencente à camada anterior $l-1$;

l Camada à qual o neurônio pertence;

i Número do neurônio dentro da camada $l-1$:
 $i = 0, 1, 2, \dots, [\text{Quantidade de neurônios da camada } l-1]$;

j Número do neurônio dentro da camada anterior l :
 $j = 0, 1, 2, \dots, [\text{Quantidade de neurônios da camada } l]$;

n Número da iteração.

$$y_{\Lambda}(n) = \phi_{\Lambda}^{[k]} \left(\sum_{\Xi=0}^{\Theta[k-1]} w_{\Lambda, \Xi}^{[k]}(n) \phi_{\Xi}^{[k-1]} \left(\dots \phi_{\omega}^{[2]} \left(\sum_{\psi=0}^{\Theta[1]} w_{\omega, \psi}^{[2]}(n) \phi_{\psi}^{[1]} \left(\sum_{\zeta=0}^{\Theta[0]} w_{\psi, \zeta}^{[1]}(n) X_{\zeta}^0(n) \right) \right) \dots \right) \right) \quad (1.2)$$

Onde:

$\phi_{\psi}^{[l]}$	Função de Transferência ou Função de Ativação do neurônio ψ da camada l ;
$[l]$	Número da camada de neurônios $[l]$ ou sensores $[0]$: $l = 0, 1, 2, 3, \dots k$;
k	Quantidade total de camadas de (somente) neurônios da MLP;
n	Número da iteração;
$X_j^{[0]}$	Valor de entrada da MLP da camada de entrada ou de sensores;
$X_0^{[0]} = 1$ $\phi_0^{[l]}(Argumento) = 1$	Entradas com valor unitário positivo nos Neurônios Artificiais ou Perceptrons da camada l ;
$w_{\psi 0}^{[l]}$	Valor de limiar ou peso sináptico respectivo à entrada de valor unitário positivo do Neurônio Artificial ψ da camada l ;
$\Theta[l]$	Quantidade nós ou de neurônios da camada l ;
$\zeta, \psi, \omega, \Xi, \Lambda$	Indexadores do respectivo número do elemento (neurônio ou sensor): $\zeta, \psi, \omega, \Xi, \Lambda = 0, 1, 2, 3, \dots, \Theta[l]$.
y_{Λ}	Saída Λ do neurônio Λ da camada de saída: $\Lambda = 0, 1, 2, 3, \dots, [Quantidade de saídas da MLP]$

Já a primeira condição, considerando a interação n , os valores dos pesos sinápticos $w_{ij}^{[l]}$ são ajustados em cada iteração através de um algoritmo de aprendizado, assim sendo, os valores dos campos induzidos também variam, bem como os valores das saídas de todos os neurônios artificiais da MLP. Costuma-se chamar esse processo de ajuste dos pesos sinápticos de operação em modo aprendizado (HAGAN; DEMUTH; BEALE, 1996).

A operação em modo simulação é também chamada de operação em sentido direto, já a operação em modo aprendizado é também denominada de operação em

sentido direto e reverso (HERTZ; KROGH; PALMER, 1991), ou ainda, dependendo se o algoritmo utilizado no aprendizado possuir base estatística, ele também pode ser nomeado de regressão não linear nos parâmetros (FULLER, 1987).

No modo aprendizado, os valores de $w_{ij}^{[l]}$ são ajustados de forma a reduzir o erro entre o Valor de Saída (y_i na fórm.(1.2)) e o Valor Objetivo da Saída ou Valor Desejado de Saída (VO). O algoritmo que ajusta esses pesos sinápticos é chamado de Algoritmo de Aprendizado. Na operação em sentido direto, o algoritmo deve computar os Valores de Saída da rede e os erros extraídos da diferença desses perante os Valores Objetivos de Saída (VOs)(fórm.(1.3). Em seguida, o algoritmo deve corrigir os valores dos pesos sinápticos em busca de minimizar esses erros; essa segunda operação é a operação em sentido reverso. Neste ponto, é importante frisar que na concepção original da MLP os VOs são valores sem qualquer incerteza no seu entorno. O capítulo 6 é uma das propostas desta tese e trata de um algoritmo de aprendizado dotado de incertezas nos VOs.

$$e(n) = VO - VS \quad (1.3)$$

Os valores que aparecem na saída da rede no modo operação são resultantes de um processamento normalmente não linear e contínuo, ocasionado pelas FTs (também normalmente não lineares e contínuas) que transformam as combinações lineares da saída dos neurônios de uma determinada camada neural por meio dos neurônios da próxima camada. O resultado é que a MLP possui qualidades para aproximar funções suaves e não lineares (MHASKAR, 1996). Neste trabalho, essas qualidades foram aproveitadas em combinação com outros tipos de aproximadores de funções, conforme veremos no capítulo 8, sendo esse capítulo outra proposta desta tese.

Um tipo de FT não linear e diferenciável utilizada nas MLPs é a fórm.(1.4), conhecida como função logística

$$y_j = [1 + \exp(-A_i)]^{-1} \quad (1.4)$$

Onde A_i é o campo induzido (fórm.(1.1)), podendo esse argumento ser substituído pelos valores de entrada na primeira camada, e y_j é o valor de saída de um neurônio artificial j .

Outra função comumente utilizada é a função tangente hiperbólica, a fórm.(1.5) abaixo descreve essa função.

$$y_j = \left\{ 2 / [1 + \exp(-2A_i)] \right\} - 1 \quad (1.5)$$

A principal diferença entre essas duas fórmulas é que o âmbito da variável dependente da fórm.(1.5) é de -1 a 1, enquanto que da fórm.(1.3) é de 0 a 1, muito embora ambas são sigmóides.

Outras FTs também são frequentemente utilizadas em Multilayer Perceptrons (MLPs), são elas: a função identidade (1.6) e a função degrau (1.7) utilizada em Multilayer Perceptrons sob regime de domínio binário. Essa última é apresentada somente como ilustração e não será utilizada neste trabalho.

$$y_j = v_j \quad (1.6)$$

$$y_j = \begin{cases} 0 & \text{se } v_j \leq 0 \\ 1 & \text{se } v_j \geq 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

A Figura 1.3 mostra o formato das funções representadas pelas equações de (1.4) a (1.7), outros nomes comuns dessas funções, oriundos da língua inglesa (e também apresentadas nessas figuras) são: Sigmoid, Tan-hyperbolic, Linear e Step, respectivamente à sequência de fórmulas de (1.4) a (1.7).

O neurônio artificial possui ainda um Valor de Limiar (VL) e um peso sináptico $w_{j0}^{(l)}$ pode ser escolhido como constante para representá-lo. É também comum a utilização do símbolo $b_j^{(l)}$ como Valor de Limiar. Podemos então escolher $b_j^{(l)}(n) = w_{j0}^{(l)}(n)$ se a respectiva entrada desse peso sináptico é constante e igual a um. O

Valor de Limiar é um valor de repouso na variável independente da FT do respectivo neurônio quando os sinais de entrada possuem valor nulo.

O treinamento pode ser efetuado para cada par de vetores formados pelos valores de entrada e Valores Objetivos (VOs) de saída $(\vec{V}_S, \vec{V}_O)$, como também podemos treinar a rede em batelada, ou seja, com todos os pares de vetores $(\vec{V}_S, \vec{V}_O)$ ao mesmo tempo. Os pesos sinápticos, incluindo os valores de limiares, são ajustados a cada iteração n .

Depois da operação da rede no modo aprendizado, esperamos que ela seja capaz de representar uma função multidimensional, tal que ao se apresentar os Valores de Entrada teremos Valores de Saída relativamente próximos aos VOs, pelo menos para os valores utilizados no treinamento. No entanto, não bastam apenas computar os valores de entrada e saída do sistema para aproximação de uma função se uma Grandeza de Influência variante qualquer não for considerada, esse assunto será tratado no capítulo 5.

Figura 1.3 – Formato das Funções de Transferência utilizadas em neurônios artificiais. Nome na língua portuguesa respectivamente na ordem de leitura: identidade, degrau, logística e tangente hiperbólica

Fonte: UNESCO/IHE (2009).

Além dos parâmetros pesos sinápticos que serão ajustados pelo algoritmo de aprendizado. Há certos itens e decisões de projeto que normalmente não possuem seus valores ajustados por esses algoritmos, são eles:

- ✓ Os valores iniciais dos pesos sinápticos da MLP;
- ✓ As FTs que serão utilizadas em cada neurônio artificial;
- ✓ O número de camadas ocultas;
- ✓ O número de neurônios em cada camada oculta;
- ✓ O número de ciclos de treinamento;
- ✓ O incremento da taxa de aprendizado no algoritmo de aprendizado.

A estes parâmetros, escolhidos a priori, chamaremos, neste trabalho, de parâmetros predeterminados. O número de camadas ocultas será um, conforme já mencionado, o número de neurônios dessa camada oculta será variado, as causas dessas táticas de escolhas serão melhores explicadas no capítulo 2.

Quanto à inicialização dos pesos sinápticos e limiares, poder-se-ia iniciá-los aleatoriamente que seguem uma distribuição com média zero². No entanto, como verificado em Barbosa (2004), esse procedimento resulta em valores de saída também aleatórios, necessitando de grande número de processos iterativos para se atingir erros satisfatórios, além disso, o algoritmo pode ser aprisionado em diversos mínimos locais, de modo que os erros chegam a patamares diferentes de acordo com a inicialização particular utilizada³. Devido a estes fatos, somado a dificuldade em comparar os resultados das estratégias de aprendizado das MLPs, iniciaremos os pesos sinápticos com valores baixos, porém não zero, assim como também utilizados naquela referência como solução a esses problemas.

Os demais parâmetros prefixados estarão explicitados oportunamente nos demais capítulos conforme ocorrerem as aplicações em campo. O algoritmo de aprendizado utilizado neste trabalho e o significado do incremento da taxa de aprendizado serão apresentados no item seguinte deste capítulo e mais

² Um exemplo de distribuição utilizada é a distribuição retangular de -1 a 1. Ela pode ser normalizada, ou seja, com a somatória dos quadrados dos valores iguais a unidade, sendo o desvio padrão (MATLAB, 2007):

$$\sigma = \sqrt{1/(quantidade_valores - 1)}$$

³ Considerações sobre esta escolha no capítulo 10 (Desfecho), seção 10.2.

profundamente no capítulo 6, onde esse algoritmo será deduzido e redefinido. A definição de ciclo de treinamento também será apresentada no item seguinte.

1.1 O ALGORITMO DE APRENDIZADO LEVENBERG MARQUARDT

O algoritmo escolhido para nosso caso de estudo foi o algoritmo proposto por Levenberg-Marquardt (LM). O texto dessa referência comenta que a velocidade desse algoritmo chega a ser de 10 a 100 vezes maior do que o algoritmo clássico de retropropagação (back-propagation) e alcança pequenos erros para a aproximação de funções (HAGAN; MENHAJ, 1994).

Neste capítulo, esse método será apenas apresentado, visto que no capítulo 6, seção 6.1, esta tese propôs uma modificação desse algoritmo levando em consideração as incertezas nos Valores Objetivos (VOs) e para tanto o algoritmo foi desenvolvido desde suas premissas, explicando profundamente de onde ele é proveniente.

Esse algoritmo de aprendizado em sua forma clássica, utilizado neste trabalho, é dado pela fórm.(1.8):

$$\vec{w}(n+1) = \vec{w}(n) - \left[J^T(n)J(n) + \lambda \vec{I} \right]^{-1} J^T(n) \vec{e}(n) \quad (1.8)$$

Onde:

$\vec{w}(n+1)$ Matriz coluna de pesos sinápticos que serão utilizados na próxima iteração $n+1$;

$\vec{w}(n)$ Matriz coluna de pesos sinápticos na iteração n ;

λ Taxa de aprendizado;

$\vec{I}$ Matriz identidade;

$\vec{e}(n)$ Matriz coluna de erros na iteração n ;

J é a matriz Jacobiana dos erros em relação aos pesos sinápticos dada pela representação da fórm.(1.9).

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1}{\partial w_1} & \frac{\partial e_1}{\partial w_2} & \cdots & \frac{\partial e_1}{\partial w_m} \\ \frac{\partial e_2}{\partial w_1} & \frac{\partial e_2}{\partial w_2} & \cdots & \frac{\partial e_2}{\partial w_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_n}{\partial w_1} & \frac{\partial e_n}{\partial w_2} & \cdots & \frac{\partial e_n}{\partial w_m} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

(n x m)

A função do algoritmo é rebaixar os valores de erros, rebaixando o Indicador de Desempenho (ID), ou seja, a Somatória Quadrática dos Erros (SQE) conforme fórm.(1.10), considerando todos os erros N_e de todos os pares (VS, VO) em todos os vetores de entrada e saída:

$$SQE = \sum_{N_e} e^2 \quad (1.10)$$

Note que a matriz inversa na fórm.(1.8) não pode ser singular, pois a matriz singular não admite inversa. O parâmetro de ajuste λ tem seu valor mínimo igual a zero e pode recair a esse valor caso a matriz inversa não seja singular. Se o valor da SQE cresce o valor da taxa de aprendizado também deve crescer, pois é a região onde a aproximação do erro (linearização do erro) é menos significativa. Esta providência visa reduzir possíveis instabilidades no aprendizado. Aos valores quantificados de incremento da taxa de aprendizado chamamos incremento da taxa de aprendizado ou simplesmente de taxa de incremento.

O tamanho da matriz Jacobiana é $P \times Q$ onde P é o número de pesos e limiares e Q é o número de pares (VS, VO) utilizados no treinamento. O termo

$\left[J^T(n)J(n) + \lambda \vec{I} \right]$ será então uma matriz quadrada $P \times P$ e, portanto, possui inversa se não for singular. A multiplicação desse termo com o vetor coluna $\left[J^T(n)\vec{e}(n) \right]_{P \times 1}$ trará a solução para os $\Delta w = w(n+1) - w(n)$, sendo que terá o número de linhas iguais ao número de colunas P da matriz quadrada inversa e o número de colunas igual ao número de colunas de $\left[J^T(n)\vec{e}(n) \right]$, ou seja, 1. Portanto, a dimensionalidade final do termo à direita da equação (1.8) é igual à dimensionalidade do vetor coluna de pesos sinápticos e limiares.

Uma matriz Jacobiana pode ser grande demais para ser computada. Utilizando a propriedade de representação de uma matriz Jacobiana por submatrizes Jacobianas, conforme fórm.(1.11), é possível delimitar tamanho das Jacobianas visando a economia de memória no processamento.

$$\begin{aligned} J^T &= J_1^T J_2^T \\ J &= J_1 J_2 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Novamente cabe lembrar que nesse algoritmo de aprendizado as atualizações dos pesos sinápticos são efetuadas do modo batelada, ou seja, os pesos sinápticos e os limiares são alterados após apresentação de todos os pares de treinamento de uma só vez. A cada uma dessas apresentações chamamos de ciclo de treinamento.

Um dos motivos que levam a este algoritmo ser conhecido como um algoritmo rápido tem sua causa na computação. O algoritmo mais clássico (ou original) para rebaixamento dos erros é o algoritmo de Newton. Para transformar o algoritmo LM no algoritmo de Newton, basta substituir a matriz inversa pela matriz Hessiana inversa e igualar λ a zero, esta é a diferença entre estes dois algoritmos. Entretanto, o cálculo da Hessiana exige uma grande quantidade de computação e, conseqüentemente, tempo de computação. Como as Jacobianas são multiplicadas, entre si, a substituição da matriz Hessiana pelas matrizes Jacobianas é equivalente a substituir as derivadas segundas pelas derivadas quadradas. Como as derivadas quadradas exigem menor tempo de computação que as derivadas segundas, esse é um dos motivos do algoritmo LM ser considerado um algoritmo rápido. Para maiores

detalhes podem ser consultadas, entre várias outras, as referências Hagan e Menhaj (1994), Hagan, Demuth e Beale (1996) e Barbosa (2004).

CAPÍTULO 2 CONVERGÊNCIA EM MULTILAYER PERCEPTRONS

Este capítulo trata da aproximação de diversos tipos de funções matemáticas por outra ou ainda pela própria função que, no entanto, não era conhecida anteriormente. Esse tipo de técnica possui valor quando as informações numéricas da função a ser aproximada se apresentam incompletas, pois, se houvesse tal informação, a aproximação poderia não ser necessária. Todavia, mesmo se conhecendo a formulação completa da função, inclusive a sua representação numérica, sua aproximação ainda pode ser necessária por motivos de limitações numéricas em seu cálculo. Por exemplo, as funções de derivada e de integral não podem ser representadas por completo pelos atuais computadores digitais, uma vez que são máquinas digitais; sendo assim, uma aproximação dessas funções por outras funções matemáticas, plausíveis aos cálculos em sistemas digitais, pode ser programada. Existem vários outros motivos nos quais são necessárias aproximações de funções. Nos casos aqui estudados, as aproximações de funções são tidas como necessárias nas seguintes situações:

- ✓ Quando não se conhece por completo a função a ser aproximada numérica ou algebricamente;
- ✓ Não se conhece partes algébricas ou numéricas das funções a serem aproximadas;
- ✓ Não se conhece numericamente as funções a aproximar;
- ✓ O sistema não é determinado, isto é, a quantidade de pares de valores de entrada e saída do sistema (função matemática) é diferente da quantidade de parâmetros a serem determinados numericamente, não sendo possível o equacionamento das relações entre variáveis.

O conceito de convergência, título do presente capítulo, se relaciona à aproximação de funções. Esperar-nos-emos que após uma ou várias iterações numéricas, a função matemática resultante, incluindo seu modelo matemático e os valores de seus parâmetros, represente o fenômeno matemático em questão com aceitável fidelidade. Estamos nos ocupando de aproximações de funções nas quais conhecemos os valores de entrada e saída, mas não conhecemos sua expressão

completa. Aos valores de saída dessa função a ser aproximada denominamos aqui de Valores Objetivos (VOs). Nossa tarefa é encontrar pelo menos uma função matemática que gere valores de saída sistematicamente semelhantes aos VOs. Já a fidelidade da aproximação é medida pelo erro entre os valores apresentados pela saída da função aproximada e os VOs.

Para estudar melhor a convergência nas aproximações, aos conceitos utilizados neste trabalho serão atribuídos os significados abaixo.

Convergência Absoluta (da função aproximada): quando não há erros entre os valores de saída utilizados para aproximação e os valores de saída apresentados pela função aproximada, sendo que os Indicadores de Desempenho (IDs) apresentam valores zero ou não são definidos.

Convergência ou Convergência Predominante (da função aproximada): quando os valores de erros resultam no decaimento sistemático do valor do ID, após uma alteração do valor de pelo menos um parâmetro identificado, ou após uma sequência identificada de alterações de valores desse(s) parâmetro(s), mesmo que tal sequência possua vicissitudes nos valores do indicador dentro do intervalo considerado.

Não Convergência ou Não Convergência Predominante (da função aproximada): idem ao conceito de convergência, contanto que os valores de erros não resultem no decaimento sistemático o valor do ID.

Divergência ou Divergência Predominante (da função aproximada): idem ao conceito de convergência, contanto que os valores de erros resultem no incremento sistemático do valor do ID.

Uma assíntota é, segundo Priberam (2009), uma linha reta disposta em relação a uma ramificação infinita de curva, de modo que a distância dum ponto da curva a esta reta tende para zero quando o ponto se afasta indefinidamente sobre a curva. Neste trabalho utilizaremos o termo Convergência Assintótica Predominante ou simplesmente Convergência Assintótica, tal como definido por esta última referência, no entanto, utilizando outras palavras, entenderemos Convergência

Assintótica como sendo um valor constante qualquer, tal que a distância dum ponto desta curva de decaimento em relação a esse valor tende a zero, (mas nunca decididamente zero) quando o valor de abscissa aumenta, admitindo-se, todavia, vicissitudes no intervalo de abscissa considerado.

A função aproximadora, acerca da qual discutimos neste trabalho, é montada pelas arquiteturas das Multilayer Perceptrons (MLPs). A seguir mostraremos de onde surgiram os teoremas de capacidade de aproximação universal por meio das funções impostas nas arquiteturas das MLPs e o motivo pelo qual estamos utilizando apenas as MLPs de duas camadas.

2.1 A APROXIMAÇÃO UNIVERSAL

Conforme estudado por Cybenko (1989), Funahashi (1989), Gallant e White (1988), Hornik (1989, 1991), uma Multilayer Perceptron (MLP) com o último neurônio dotado da função linear, descrita no capítulo 1 (Figura 1.3), pode aproximar qualquer função univariável, em função de n variáveis mediante o teorema abaixo.

A soma finita da fórm.(2.1), possui a propriedade da fórm.(2.2).

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \phi(w_i \vec{x} + \theta_i) \quad (2.1)$$

Com $F(\vec{x}) \in [0,1]$.

$$\left| F(\vec{x}) - f(\vec{x}) \right| < \varepsilon \quad (2.2)$$

Onde:

ε Número arbitrariamente pequeno, porém maior que zero;

$f(\vec{x})$ Função a ser aproximada, para de $f(\vec{x}) \in [0,1]$;

$\phi(x)$	A Função de Transferência (FT) que inclui as funções sigmoidais;
$\vec{x}$	Vetor multivariável dos valores de entrada $x \in R^n$;
$\vec{w}_i$	Vetor multivariável de pesos sinápticos – camadas escondidas (parâmetros variáveis da MLP);
a_i	Pesos da superposição – camada de saída (parâmetros variáveis da MLP);
$F(\vec{x})$	Função aproximada $F(\vec{x}) \subset [0,1]$ imposta pela arquitetura da MLP;
N	Número de neurônios da camada oculta.

A FT definida nesse contexto é uma função contínua que apresenta uma saturação em 1 quando o seu argumento tende a $+\infty$ e a zero quando tende a $-\infty$, ou seja:

$$\phi(x) \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{para } x \rightarrow +\infty \\ 0 & \text{para } x \rightarrow -\infty \end{cases} \quad (2.3)$$

De início, esses autores propuseram as funções sigmoidais para representar a FT; ou seja, era conveniente que fossem monotônicas crescentes, como é o caso da função logística conforme a fórm.(1.4) e Figura 1.3, ou que tivessem algumas descontinuidades contáveis tal como a função da fórmula (1.7) e Figura 1.3, por exemplo, (para o domínio binário).

Já o autor Pinkus (1999) provou que se a saída desejada é contínua, basta uma FT localmente integrável por integral de Riemann para a Rede Neural Artificial

do Tipo Multilayer Perceptron (MLP) dada por (2.1) aproximar qualquer ponto desejado da saída dentro de um conjunto compacto K.

Neste estudo somente utilizamos as funções sigmoidais contínuas mostradas na Figura 1.3. A função logística não gera saídas negativas, em conformidade com os teoremas de aproximação, o que nos causa um inconveniente quando temos que trabalhar com valores negativos. A função alternativa para utilização seria então a função Tangente Hiperbólica, a qual trabalha com valores negativos. A priori, pode parecer que ela não segue a fórm.(2.3), mas é equivalente, pois difere da Função Logística apenas por uma constante quando aplicada na fórm.(2.1). Como prova, iniciamos o procedimento abaixo substituindo a fórmula da Função Logística (1.4) na fórm.(2.1).

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left[\frac{\vec{w}_i^T \vec{x} - \theta_i}{1 + \exp(-\vec{w}_i^T \vec{x} - \theta_i)} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

Substituindo agora a fórmula da Função Tangente Hiperbólica (1.5) na mesma fórm.(2.1) e desenvolvendo-a:

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left[\frac{\exp(A) - \exp(-A)}{\exp(A) + \exp(-A)} \right] \quad (2.5)$$

Sendo o campo induzido dado pela fórm.(1.1):

$$A = (\vec{w}_i^T \vec{x} + \theta_i) \quad (1.1)$$

E continuando o desenvolvimento:

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left[\frac{\exp(A)/\exp(A) - [\exp(-A)/\exp(A)]}{\exp(A)/\exp(A) + \exp(-A)/\exp(A)} \right] \quad (2.6)$$

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left[\frac{1 - \exp(-2A)}{1 + \exp(-2A)} \right] = \sum_i^N a_i \left[\frac{2 - 1 - \exp(-2A)}{1 + \exp(-2A)} \right] \quad (2.7)$$

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left\{ \frac{2 - [1 + \exp(-2A)]}{1 + \exp(-2A)} \right\} \quad (2.8)$$

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left\{ \frac{2 - [1 + \exp(-2A)]}{1 + \exp(-2A)} \right\} \quad (2.9)$$

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left\{ \frac{2}{1 + \exp(-2A)} - \frac{[1 + \exp(-2A)]}{1 + \exp(-2A)} \right\} \quad (2.10)$$

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i \left[\frac{2}{1 + \exp(-2A)} - 1 \right] \quad (2.11)$$

Substituindo o campo induzido conforme fórm.(1.1):

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N 2a_i \frac{1}{\underset{\rightarrow}{w}_i \underset{\rightarrow}{x} + \underset{\rightarrow}{\theta}_i} - a_i \quad (2.12)$$

Efetutando-se as mudanças de variáveis:

$$a_i^* = 2a_i \quad ; \quad \underset{\rightarrow}{w}^* = 2 \underset{\rightarrow}{w} \quad ; \quad \underset{\rightarrow}{\theta}_i^* = 2\underset{\rightarrow}{\theta}_i \quad \text{teremos:}$$

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a_i^* \frac{1}{\underset{\rightarrow}{w}^* \underset{\rightarrow}{x} + \underset{\rightarrow}{\theta}_i^*} - \sum_{i=1}^N a_i \quad (2.13) \text{ c.q.d.}$$

Como queríamos demonstrar (c.q.d), a fórmula acima é equivalente à fórm.(2.4) a menos de uma constante, onde utilizamos a função Tangente

Hiperbólica no lugar da Função Logística, podendo ser escrita ainda como a fórm.(2.14).

$$F(\vec{x}) = \sum_{i=0}^N a_i^* \frac{1}{1 + \exp[-2(w^* \vec{x} + \theta_i^*)]} \quad (2.14)$$

Para a_0^* , que poderíamos chamar de limiar do neurônio linear da última camada, dado pela fórm.(2.15).

$$a_0^* = \sum_{i=1}^N a_i = \sum_{i=1}^N \frac{a_i^*}{2} \quad (2.15)$$

Embora estas pesquisas de aproximação de função pela MLP provaram a possibilidade de se aproximar qualquer função no hipercubo unitário, elas não definem quais os valores dos pesos sinápticos, dada uma FT escolhida, e qual o número de neurônios da camada oculta a serem utilizados. A tarefa de determinar os valores dos pesos sinápticos cabe ao Algoritmo de Aprendizado, daí a necessidade de treinamento da MLP. A maioria desses algoritmos se baseiam em considerações estatísticas (vide seção 1.1, por exemplo), podendo, em alguns casos particulares, ser determinista. Já para a determinação do número de neurônios na camada oculta, paira uma inquisição de como poderíamos determiná-la. Como veremos do capítulo 5 em diante, o número de neurônios na camada oculta é variado em busca das arquiteturas que mais se adequariam à representação das Curvas de Calibração trabalhadas. No capítulo 9, esse assunto é tratado através da Curva de Calibração (CC) de uma Língua Eletrônica (LE) com grande quantidade de dados de calibração. Utilizando Indicadores de Desempenho (IDs) alternativos, nesse último capítulo foi possível sinalizar um caminho às possíveis definições de arquiteturas.

No caso de aproximação multivariada em que temos $F(\vec{x}) \subset R^z$ (para z sendo um inteiro qualquer maior que zero), seguindo a arquitetura da Figura 1.1, pode ser observado que o caso se trata de superposição, sem perda de generalidade, da fórm.(2.4). O que há de restrição nesses casos é que os pesos sinápticos da(s) camada(s) oculta(s) serão comuns às diversas saídas. O algoritmo

de Aprendizado, nesse caso, procurará os valores de pesos sinápticos que diminuam os erros de aproximação como um todo, ajustando-os para melhor situação em comum ou para os mínimos valores de FPs possíveis.

2.2 A MULTILAYER POLINOMIAL DE DUAS CAMADAS

Considerando as MLPs à luz de uma representação gráfica unidirecional (sem recorrências) tal como a Figura 1.1, resumida numa formulação matemática dada por (2.1) e extrapolando a escolha da Função de Transferência (FT) como sendo uma função polinomial finita qualquer de grau N, assim como considerado para FT tipo identidade na Figura 1.3 para o grau N=1, definiremos a FT polinomial como sendo um polinômio de grau N e a rede contendo neurônios artificiais com estas FTs de Multilayer Polinomial (MLPol).

Um fato importante a ser relevado desde o início é que a MLPol de duas camadas, com a camada de saída formada por um neurônio de FT identidade (soma ponderada), não é capaz de aproximar qualquer função com erros arbitrários (tão pequenos quanto quisermos) conforme provado matematicamente por Leshno et al (1992), em contraste com a capacidade de aproximação universal das MLPs.

Todavia, considerando que em muitos casos de instrumentos e sistemas de medição é comum um comportamento polinomial das indicações perante a realização da grandeza utilizada como padrão (pelo menos em primeira ordem de aproximação), e que proporemos a combinação de polinômios e MLPs no capítulo 8, vale a pena estudarmos as MLPols neste item.

Iremos então desenvolver as MLPols para estudar seu comportamento e suas particularidades. Partindo da fórm.(2.1) e substituindo as FTs sigmoidais por FTs polinomiais, cada uma delas com ordens diferentes e crescentes até a ordem N, e ainda sendo A dado pela fórm.(1.1), chegamos à fórm.(2.16).

$$F(\vec{x}) = a_1(b_{10} + b_{11}A) + a_2(b_{20} + b_{21}A + b_{22}A^2) + \dots + a_N(b_{N0} + b_{N1}A + \dots + b_{N(N-1)}A^{(N-1)} + b_{NN}A^N) \quad (2.16)$$

Substituindo as constantes conforme fórm.(2.17), teremos a fórm.(2.18).

$$a_i b_{ij} = c_{ij} = c_{ij} \quad \text{para} \quad i, j=1,2,3,\dots,N \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} F(\vec{x}) &= c_{i0} + c_{i1}A + c_{i20} + c_{i21}A + c_{i22}A^2 + \dots \\ &+ c_{iN0} + c_{iN1}A + \dots + c_{iN(N-1)}A^{(N-1)} + c_{iNN}A^N = \\ &(c_{i0} + c_{i20} + \dots + c_{iN0}) + (c_{i1} + c_{i21} + \dots + c_{iN1})A + \dots \\ &+ (c_{i1N} + \dots + c_{i(N-1)N} + c_{iNN})A^N \end{aligned} \quad (2.18)$$

Substituindo novamente as constantes conforme fórm.(2.19), teremos então as fórm.(2.20) e fórm.(2.21).

$$(c_{1j} + c_{2j} + \dots + c_{Nj}) = a_{ij} \quad (2.19)$$

$$F(\vec{x}) = a_{i0} + a_{i1}A + a_{i2}A^2 + \dots + a_{iN(N-1)}A^{(N-1)} + a_{iNN}A^N \quad (2.20)$$

$$F(\vec{x}) = a_{i0} + a_{i1} \left(\vec{w} \vec{x} + \theta_i \right) + \dots + a_{iNN} \left(\vec{w} \vec{x} + \theta_i \right)^N \quad (2.21)$$

c.q.d.

A fórm.(2.20) é o polinômio finito de grau N, congruente com o maior grau de $\rightarrow$ FT polinomial para a variável A, o campo induzido. Se $\rightarrow$ $\vec{x}$ for de uma variável única x , o problema é univariável e a fórm.(2.20) é válida também para x substituindo-o em A, obviamente as constantes terão valores diferentes. Já para o desenvolvimento $\rightarrow$ da fórm.(2.21) para $\vec{x}$ multivariado iremos chegar aos polinômios multivariados homogêneos (pois todas as variáveis apresentam o mesmo grau) com seus termos cruzados com graus de menor ordem. Uma observação importante é que se utilizarmos um polinômio de grau 2 na FT do(s) neurônio(s) da MLPol, a forma resultante da função aproximada é exatamente o polinômio homogêneo de grau 2 utilizado no túnel de vento TA2 para a Calibração Alfa, conforme veremos no capítulo 3, seção 3.2.1.

Note que, seguindo o mesmo procedimento acima e escolhendo FT polinomiais quaisquer, sem necessariamente ser FTs com graus crescentes, além da MLPol não conseguir aproximar um polinômio de grau maior ao grau da FT polinomial de maior grau, também não conseguirá aproximar polinômios que possuam os termos (graus polinomiais) que não sejam considerados como FTs.

Outra possibilidade de utilização é aquela em que repetimos FTs polinomiais com o mesmo grau em diversos neurônios da camada oculta, nesse caso, todos os neurônios com FTs polinomiais iguais podem ser substituídos por um único neurônio e a demonstração é semelhante à utilizada acima, bastando considerar alguns neurônios ou mesmo todos os neurônios com uma mesma FT.

As MLPs ou MLPols (nesse caso, os conceitos de MLPs e MLPols se fundem) com FT única em todos os neurônios e iguais ao polinômio de primeiro grau são conhecidas como MADALINE e aproximam uma função do tipo afim, ou polinômio de primeiro grau. Como todos os neurônios de FTs iguais podem ser representados por um único neurônio, a MADALINE pode ser representada por um único neurônio na camada oculta. Como o neurônio da camada de saída também possui uma FT de primeiro grau, um único neurônio pode representar toda a MADALINE. Esta MLPol é conhecida como ADALINE, sendo um resultado particular da demonstração dos MLPols acima. Esta equivalência é exibida na referência Kovacs (1996), porém não como um caso particular do estudo aqui apresentado. Ali também é exibido que esse resultado em particular é aplicável para uma MLPol (ou MLP como denominada nesta referência) com mais de duas camadas.

No capítulo 8 utilizaremos a combinação de polinômios e de MLPs como uma das propostas da tese para aproximar as CCs, onde foram extraídos interessantes resultados do ponto de vista da convergência na aproximação e na predição através da utilização das MLPs.

CAPÍTULO 3 O TÚNEL DE VENTO TA2

Neste capítulo efetuaremos a descrição de um dos meios no qual foi aplicada a metodologia alternativa de aproximação da Curva de Calibração (CC) (as redes Multilayer Perceptrons (MLPs) propostas neste trabalho): o túnel de vento subsônico TA2 do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) pertencente ao Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (DCTA)⁴. Utilizaremos para esta tarefa informações coletadas naquele local por gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), túnel de vento TA2, pertencente ao Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (DCTA), e nortearmos os conceitos de túneis de vento e de balanças externas pelas referências AIAA (2003), Barlow, Rae e Pope, (1999), Bain, Backer e Rowat (1971), Pankhurst e Holder (1968), Gorlin e Slezinger (1966), além de outras pertinentes ao assunto e as quais estão relacionadas na lista de referências. O foco do texto apresentado neste capítulo é a calibração e o sistema de medição utilizado para tal, a balança externa, no intuito de entender a problemática no entorno do tema da tese. Os assuntos referentes aos túneis de vento são extensos e uma obra deste porte não é suficiente para esgotá-los; o texto procura então apenas exibir o contexto e o cenário técnico e científico em que a calibração ocorre.

3.1 TÚNEIS DE VENTO E O TÚNEL DE VENTO TA2

Os túneis de vento são utilizados para prover informações às soluções de problemas aerodinâmicos. Eles abrangem toda a complexidade do escoamento de fluido real e promovem larga quantidade de dados relativamente confiáveis. Dos meios para a condução de pesquisas aerodinâmicas e obtenção de dados com a intenção de apoiar decisões de projeto de produtos aeroespaciais, os túneis de vento são os mais rápidos, econômicos e promovem a melhor exatidão nas medições. Para o desenvolvimento de produtos, os túneis de vento são utilizados nos projetos de veículos aéreos, terrestres e civis, bem como numa grande gama de

⁴ Os fundamentos da metodologia alternativa de aproximação de CCs utilizando MLPs estão descritos nos capítulos 1 e 2 e as aplicações no ambiente desse meio estão expostas nos capítulos de 5 a 8.

produtos onde existem esforços aerodinâmicos como, por exemplo, em estruturas de edificações e torres. O melhor resultado está no fato que seu uso poupa recursos financeiros e vidas humanas. A confiança depositada nos ensaios de túneis de vento é deveras intensa que resultou no surgimento de uma frase bem popular e peculiar no ambiente de desenvolvimento aeronáutico: Se a aeronave voa seguramente no túnel de vento, então ela voa no ar (ditado verbal)⁵.

A importância dos ensaios em túneis de vento subsônicos é tal que existe uma organização internacional para prover meios de intercâmbios de técnicas e soluções de problemas dedicados exclusivamente aos experimentos aerodinâmicos subsônicos e aos meios para este fim: a Associação de Ensaios Aerodinâmicos Subsônicos, ou na língua Inglesa, Subsonic Aerodynamic Testing Association (SATA), da qual o Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (DCTA) é um de seus membros.

Os trabalhos de pesquisa e os programas de desenvolvimentos de produtos em aerodinâmica de modo geral, atualmente, são baseados em informações de três categorias de abordagem: analítica, experimental e computacional. A última categoria é a mais moderna dentre as três, devido ao desenvolvimento dos computadores e sua difundida utilização. As contribuições da computação são inúmeras e incursionam desde o controle dos equipamentos de ensaio até a própria simulação de vôo. As propostas desta tese utilizam, com efeito, os meios computacionais como contribuição ao problema da melhoria da qualidade dos dados de medição coletados nas calibrações ou ensaios, focando a metodologia associada ao tratamento desses dados como uma das soluções deste problema.

Há mais de uma forma de classificar os túneis de vento, porém, quanto à velocidade do escoamento, eles podem ser classificados em subsônico, sônico, transônico, supersônico e hipersônico. Com relação ao tipo de construção dos túneis, duas são as classificações mais relevantes: os de circuito aberto e os de circuito fechado. O túnel de vento de circuito aberto é formado por um caminho reto por onde flui o ar entrando pela admissão, passando por uma contração na seção de ensaio (onde está disposto o modelo de ensaio), seguindo por um difusor, depois pela seção do ventilador e por fim pela exaustão de ar. Já o túnel fechado, como é o

⁵ Ditado obtido através de contatos profissionais no ambiente do 24th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference no período de 24/06/2004 a 01/07/2004, com diversos palestrantes, e durante a realização dos ensaios no túnel de vento TA2 no período de 2004 a 2009.

caso do túnel de vento TA2, possui os mesmos elementos, contudo, nele, não há a entrada e a exaustão do ar, pois são interligadas. Somente a título de ventilação, há troca de ar entre o anel e o meio ambiente, podendo ainda circular sem nenhuma troca de ar. A Figura 3.1 mostra a planta do circuito fechado do túnel de vento TA2 e a Figura 3.2 mostra a fotografia desse túnel no interior do DCTA.

As vantagens do túnel de vento de circuito fechado, quando comparadas ao túnel aberto são:

- ✓ O fluxo é bem controlado, independente de outras atividades do prédio e não possui forte dependência das condições meteorológicas;
- ✓ Menor energia é requerida à operação, sendo uma característica útil em ensaios de longa duração;
- ✓ Há menos ruído ambiental na operação.

Figura 3.1 – Planta do circuito fechado do túnel de vento TA2. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), túnel de vento TA2, pertencente ao DCTA.

Já a desvantagem relevante do túnel de circuito fechado comparado ao túnel aberto é o seu custo inicial.

Existe ainda a possibilidade de se utilizar seções de ensaio abertas ou fechadas, mas para um túnel de vento subsônico com circuito fechado, é

aconselhável a utilização de seção de ensaio fechada para se evitar problemas de flutuação do fluxo de ar, assim como ruídos ambientais. Por esses motivos o túnel de vento TA2 possui a seção de ensaio fechada, a Figura 3.3 é uma fotografia desta seção de ensaio com um modelo de veículo aéreo em ensaio.

O Quadro 3.1 resume as principais características do túnel de vento TA2.

Figura 3.2 – Fotografia do túnel de vento TA2. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), túnel de vento TA2, pertencente ao DCTA.

3.2 O INSTRUMENTO PRINCIPAL DE MEDIÇÃO DO TÚNEL DE VENTO: A BALANÇA EXTERNA

O propósito da medição dos esforços aerodinâmicos no modelo de ensaio é tornar disponíveis os valores de forças e os momentos para conjeturar desempenho aerodinâmico do veículo ou produto em sua escala normal. Portanto é de fundamental importância para o sucesso do projeto ou da pesquisa, a confiança depositada nos dados de ensaio.

Os mais frequentes sistemas de medição para a obtenção dos valores dos esforços aerodinâmicos são as balanças, contudo, não são a única forma de mensuração. A título de ilustração podemos citar outras formas de medição utilizadas, em ordem de ocorrência, são elas: a medição da distribuição de stress mecânico no modelo, a medição de pressões de ar nas paredes da seção de ensaio, o levantamento topográfico do fluxo de ar e, finalmente, a medição do movimento do modelo sob a ação dos esforços aerodinâmicos.

Característica	Especificações
Seção de ensaio	<ul style="list-style-type: none"> ✓ área: 6,30 m²; ✓ dimensões: 3,000 m x 2,10 m; ✓ comprimento: 3,28 m; ✓ forma geométrica: retangular.
Contração	✓ contração: 14,3/1.
Velocidade da Seção de ensaio	<ul style="list-style-type: none"> ✓ máxima sem bloqueio: 500 km/h (139 m/s); ✓ mínima: 5 km/h (1,4 m/s).
Fator de turbulência média	✓ 1,02.
Motor	<ul style="list-style-type: none"> ✓ tipo: AC, trifásico de indução com anéis; ✓ tensão de trabalho: 4160 V; ✓ Corrente máxima: 400 A; ✓ Potência máxima: 1,2 MW; ✓ Rotação máxima: 400 rpm.

Quadro 3.1 – Principais características do túnel de vento TA2. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) pertencente ao DCTA.

Neste trabalho consideramos somente a medição através da balança externa sob o ponto de vista que esse é o sistema utilizado no túnel de vento TA2 e, não obstante, é igualmente o sistema pelo qual aproximaremos as Curvas de Calibração. A Figura 3.4 mostra o desenho esquemático desta balança bem como a seção de ensaio e o modelo de ensaio. Perceba-se que os sensores de medição, que são as células de carga, estão fora do modelo, por isso o nome balança externa. Quando os sensores estão dentro do modelo, denominamos o sistema de medição de Balança Interna.

Figura 3.3 – Fotografia da seção de ensaio no interior do túnel de vento TA2. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), túnel de vento TA2, pertencente ao DCTA.

As bases vetoriais mais utilizadas para decompor os esforços aerodinâmicos são as bases ortogonais com sua origem no modelo ou com sua origem no vento. Um túnel de vento perfeitamente alinhado possui os versores da base vetorial de vento exatamente paralelos aos versores da base vetorial do modelo. Não havendo o perfeito alinhamento, pode ser aplicado o procedimento matemático de mudança de base vetorial (Boulos; Camargo, 2005). A base vetorial do modelo pode também ser alinhada à base vetorial do túnel ou do vento, se assim não for possível, pode-se aplicar novamente um segundo modelo matemático para mudança de base vetorial. Neste trabalho não vamos nos ater às conversões de bases vetoriais propriamente ditas, mas sim e somente à base vetorial com origem no modelo, onde são projetadas as componentes dos vetores dos esforços aerodinâmicos aplicados exatamente neste modelo. O motivo é que a balança externa mede estes valores das componentes dos vetores na base vetorial do modelo e, se forem necessárias mudanças de bases vetoriais, as dispersões associadas aos novos valores serão contabilizadas a partir da propagação das dispersões associadas aos primeiros valores.

Os versores da base vetorial com origem no modelo estão mostrados na Figura 3.5 e recebem denominação própria conforme explicitado no quadro 3.2. Uma vez que a balança externa possui deflexões, esta base vetorial acompanha o movimento do modelo.

Figura 3.4 – Desenho esquemático da balança externa do túnel de vento TA2. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), túnel de vento TA2, pertencente ao DCTA.

As balanças aerodinâmicas são projetadas com a intenção de separar as forças e momentos e também serem sensíveis às pequenas diferenças sob a ação de grandes valores de forças. Obviamente esta atribuição gera uma árdua responsabilidade aos projetistas deste sistema de medição. Os valores individuais dos componentes de forças e momentos aerodinâmicos variam largamente, bem como os valores entre si, complicando muito o projeto da balança. É esperado então, que a balança não consiga resolver o problema de separação das componentes dos esforços a qualquer nível de erro, arbitrariamente, tão pequeno quanto se possa desejar.

Voltando à balança do túnel de vento TA2, em relação à sua arquitetura, ela é categorizada como uma balança externa do tipo piramidal. Para explicar esta categorização examinemos a Figura 3.4 e veremos três mesas horizontais. Acima da mesa superior existem quatro pernas dispostas ao longo das arestas de uma pirâmide (vide linhas tracejadas), daí o nome.

A configuração piramidal possui importância fundamental porque é capaz de separar os esforços aerodinâmicos e, além disso, é possível alinhar seu ápice à origem do vento. Ela separa os momentos, visto que a estrutura gira em torno do ápice da pirâmide provocando giros independentes, ela separa também as forças, dado que o deslocamento do ápice é independente para cada componente da força aplicada. Não seria necessário, via de regra, relacionar matematicamente as forças e os momentos entre si.

Figura 3.5 – Desenho esquemático das cargas no corpo de prova (modelo) ensaiado da balança externa do túnel de vento TA2 do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) pertencente ao DCTA.

É igualmente de grande importância o modo como os transdutores são dispostos na balança. A balança externa do túnel de vento TA2 foi fabricada em

1948 pela empresa Taller e Cooper; desde então manutenções e melhorias foram nela efetuadas. Uma delas foi a melhora do alinhamento dos transdutores (que neste caso são células de carga), tornando-os removíveis para calibração independente em laboratório específico. Entretanto, por motivos de restrições construtivas os braços que transmitem o movimento às células de carga correspondentes à força lateral e ao momento de guinada estão num mesmo plano conforme pode ser verificado na Figura 3.4 e Figura na 3.6. Esse fato provoca uma dependência muito forte entre estes dois esforços. Uma força repercute nos dois braços e afeta a célula de carga R2, mas a célula de carga R6 também experimenta um deslocamento. Já um momento de guinada afeta substancialmente as duas células de carga R2 e R6.

Símbolo	Denominação em português	Denominação em inglês	Símbolo para medição	Transdutor na Figura 3.4
D	Força de arrasto	Drag	F1	R1
Y	Força lateral	Side force	F2	R2
L	Força de sustentação	Lift	F3	R3
rol	Momento de rolamento	Rolling moment	F4	R4
arf	Momento de arfagem	Pitching moment	F5	R5
gui	Momento de guinada	Yawing moment	F6	R6
CA	Centro aerodinâmico	Aerodynamic center		

Quadro 3.2 – Denominações das cargas aerodinâmicas no Corpo de Prova ensaiado no túnel de vento TA2 do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) pertencente ao Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (DCTA).

Pelo fato que as células de carga geram valores de diferenças de potencial elétrico (ddps), as quais nós chamamos de grandezas de saídas, medindo indiretamente os esforços aerodinâmicos dados por forças e momentos mecânicos os quais chamamos de grandezas de entrada, temos que ajustar uma Curva de Calibração (CC) representada por um modelo matemático que relaciona as grandezas em questão. Note que, mesmo se as grandezas de entrada e saída fossem as mesmas, a CC seria necessária para contabilização das dispersões.

3.2.1 A calibração da balança externa do túnel de vento TA2

A balança é fixada em uma sólida base de concreto para manter a estabilidade do conjunto. Devido às suas dimensões e seu peso ela é fixa e solidária ao túnel, sendo que sua calibração ocorre no local. Para sua instalação foi necessária a calibração inicial seguida de ajustes nas células de carga e alinhamentos de seus componentes, sendo necessário um tempo de cerca de três meses e uma equipe de especialistas para esta tarefa.

Figura 3.6 – Balança externa do túnel de vento TA2. Parte externa à seção de ensaio. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) pertencente ao DCTA.

Atualmente a calibração ainda necessita de uma equipe para a tarefa e leva alguns dias: não mais que uma semana. Ela consiste em içar massas flutuantes por meio de cabos e roldanas numa cruz de calibração colocada no lugar do modelo de ensaio, como mostrado no desenho da Figura 3.7 e na fotografia da Figura 3.8. Conhecendo-se os valores destas massas, as dimensões da cruz e o valor da gravidade local, conhecemos também os valores das forças (forças peso) e momentos aplicados no ápice da pirâmide da balança. Observe que todo o sistema

de calibração deve ser devidamente alinhado, gerando forças paralelas ou perpendiculares à cruz de calibração.

Novamente, o próprio sistema de calibração é uma fonte de erros quando procuramos exatidão nas medições, visto que, na realidade, a perfeição dos desvios zeros absolutos não são alcançados. As próprias estimativas dos valores dos esforços mecânicos são dotadas de desvios e causam momentos indesejáveis e não percebidos no momento da calibração.

Figura 3.7 – Esquema de massas içadas na balança externa do túnel de vento TA2 para fins de calibração. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) do DCTA.

Com as massas içadas, os valores de ddps são registrados, e conhecendo-se ambos, os valores de entrada e os valores de saída, é possível aproximar uma Curva de Calibração (CC). Com o modelo em ensaio, precisamos das medidas dos esforços aerodinâmicos em função das medidas de ddps. Esta relação é exatamente a relação inversa da calibração, por isto o que vamos aproximar na verdade é a CC Inversa também conhecida como Função Inversa, no entanto, neste trabalho, denominá-la-emos simplesmente CC.

O ângulo de arfagem α do modelo de ensaio, uma vez montado na balança externa do túnel de vento TA2, pode variar na faixa de $\pm 30^\circ$ e o ângulo de guinada β na faixa de $\pm 45^\circ$. Quando a calibração é efetuada com ângulo $\alpha = 0^\circ$ e com ângulo $\beta = 0^\circ$ ela é chamada de Calibração Alfa naquele túnel. Nestas circunstâncias o modelo matemático utilizado atualmente naquele túnel como base para a CC é um polinômio de segundo grau com termos cruzados para cada esforço $F_i(S)$ ($i=1,2...6$) conforme a fórm.(3.1) com S_i ($i=1,2...6$) sendo os valores dos sinais gerados pelos transdutores Ri mostrados na Figura 3.4 e relacionados na quinta coluna do Quadro 3.2.

São efetuadas 73 medidas do vetor de seis esforços com o ângulo $\beta=0$ (a estratégia amostral pode ser conferida no anexo A).

Figura 3.8 – Cruz de calibração colocada no lugar do modelo para fins de calibração. Gentileza do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) do DCTA.

Note que este modelo prevê contribuições proporcionais das indicações das células de carga dadas pelos termos $a_{ji}S_i$, contribuições quadráticas dadas pelos termos $a_{ji}S_i^2$ e dependências entre indicações dadas pela somatória dos termos e pelos termos cruzados $a_{ji}S_iS_k$ ($K \neq i$).

Os parâmetros ajustáveis são calculados através do Método dos Mínimos Quadrados. Os polinômios são lineares nos parâmetros e para o cálculo dos valores desses parâmetros é necessária apenas uma iteração. A seguir mostraremos como esses parâmetros são calculados baseados na referência Helene (2006).

Uma matriz dos fatores $\vec{P}$ definida na fórm.(3.3), conhecida como Matriz Projeto, multiplicada pela matriz $\vec{a}$ definida na fórm.(3.4), resultam na matriz $\vec{F}$, cujos elementos são os esforços F_{ij} , vide fórm.(3.2).

$$\begin{aligned}
 F_i(S) = & a_{1i}S_1 + a_{2i}S_2 + a_{3i}S_3 + a_{4i}S_4 + a_{5i}S_5 + a_{6i}S_6 \\
 & + a_{7i}S_1^2 + a_{8i}S_2^2 + a_{9i}S_3^2 + a_{10i}S_4^2 + a_{11i}S_5^2 + a_{12i}S_6^2 + \\
 & a_{13i}S_1S_2 + a_{14i}S_1S_3 + a_{15i}S_1S_4 + a_{16i}S_1S_5 + a_{17i}S_1S_6 + \\
 & a_{18i}S_2S_3 + a_{19i}S_2S_4 + a_{20i}S_2S_5 + a_{21i}S_2S_6 + \\
 & a_{22i}S_3S_4 + a_{23i}S_3S_5 + a_{24i}S_3S_6 + \\
 & a_{25i}S_4S_5 + a_{26i}S_4S_6 + \\
 & a_{27i}S_5S_6
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\vec{F} = \vec{P}\vec{a} \tag{3.2}$$

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} S_{1(1.1)} & \cdot & S_{6(1.6)} & S_{1(1.7)}^2 & \cdot & S_{6(1.12)}^2 & S_1S_{2(1.13)} & \cdot & S_5S_{6(1.27)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{1(73.1)} & \cdot & S_{6(73.6)} & S_{1(73.7)}^2 & \cdot & S_{6(73.12)}^2 & S_1S_{2(73.13)} & \cdot & S_5S_{6(73.27)} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_{(1.1)} & \cdot & \cdot & a_{(1.6)} \\ \dots & \cdot & \cdot & \dots \\ \dots & \cdot & \cdot & \dots \\ a_{(27.1)} & \cdot & \cdot & a_{(27.6)} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

A fórm.(3.2) é válida quaisquer que sejam as dimensões da Matriz de Projeto $\vec{P}$ e da matriz de parâmetros $\vec{a}$, desde que o número de colunas da primeira seja igual ao número de linhas da segunda. No caso da Calibração Alfa, com 73 medições do vetor de 6 esforços aerodinâmicos e 27 parâmetros no modelo matemático, as dimensões das matrizes estão mostradas na fórm.(3.5).

Os valores dos parâmetros a_{ji} são calculados através da fórm.(3.6). As razões desta formulação provêm da formulação de pseudo - inversa e maiores detalhes podem ser encontrados nas referências Bevington e Robinson (2003) e Helene (2006).

$$\vec{P}_{[(nm=73) \times (na=27)]} \quad \vec{a}_{[(na=27) \times (nF=6)]} \quad \vec{F}_{[(nm=73) \times (nF=6)]} \quad (3.5)$$

$$\vec{a} = (\vec{P}^T \vec{P})^{-1} \vec{P}^T \vec{F} \quad (3.6)$$

Note que nesta regressão serão aproximados 27 parâmetros para cada esforço F_i totalizando $27 \times 6 = 162$ valores de parâmetros.

Este estudo está direcionado à aplicação de uma metodologia alternativa às Curvas de Calibração utilizadas nas calibrações da balança externa do túnel de vento TA2. O modelo matemático é aquele imposto pela concepção das MLPs assim como explícito no capítulo 1, e a proposta de utilização desta metodologia tem como base a sua capacidade de aproximação universal conforme exibido no capítulo 2.

A aplicação do modelo imposto pela MLP implica nas diferenças entre as montagens das matrizes para a determinação dos parâmetros ajustáveis do polinômio (Calibração Alfa) e dos parâmetros ajustáveis da MLP. Nas MLPs utilizamos a matriz coluna de erros (um ajuste a cada conjunto de medição) ao invés da matriz de valores de esforços $\vec{F}$ (ajuste com todos os conjuntos de medição). Conseqüentemente as dimensões das matrizes do ajuste do polinômio e do aprendizado da MLP são diferentes. Os valores de pesos sinápticos da camada oculta da MLP serão os mesmos para todos os esforços aerodinâmicos (ou valores de saída da MLP) e a quantidade de valores de parâmetros será igual à quantidade

de parâmetros ajustáveis da MLP (pesos sinápticos), em contraste com o que acontece no ajuste do polinômio.

Para finalizar o capítulo, registra-se que a Calibração Alfa não leva em consideração nenhuma grandeza de influência. No capítulo 5 verificaremos como uma nova variável, a grandeza de influência ângulo β , influencia no aprendizado das MLPs. No túnel de vento TA2, a Calibração Alfa é efetuada com o ângulo beta nulo, $\beta = 0$, porém, também no capítulo 5, veremos que esta não é uma condição necessária para a Calibração Alfa quando utilizamos o modelo matemático imposto pelas MLPs como CCs.

CAPÍTULO 4 A LÍNGUA ELETRÔNICA

Neste capítulo efetuaremos a descrição de outro meio no qual foi aplicada a metodologia alternativa de aproximação da CC (as redes Multilayer Perceptrons (MLPs) propostas neste trabalho): a chamada Língua Eletrônica (LE)⁶ desenvolvida pelo Grupo de Sensores e Biossensores (GSB) da Universidade Autônoma de Barcelona (UAB). Utilizaremos para essa tarefa informações gentilmente cedidas pelo próprio GSB da UAB, e como apoio teórico utilizaremos principalmente as referências Cortina (2005, 2006), Castellan (1983), Ticianelli (2005), Gutés (2006, 2007), Krantz-Rülcker et al. (2001) e Gallardo (2003). Mais referências de base estão relacionadas na lista de referências, dentre elas, algumas delas ainda serão citadas no texto.

Assim como no capítulo anterior, não é objetivo deste capítulo o conhecimento profundo de todos os elementos e de todos os assuntos relacionados às Línguas Eletrônicas (LEs), tarefa que necessitaria de muitas outras obras mais extensas do que esta tese. Este texto procura exibir apenas o contexto e o cenário técnico e científico nos quais ocorre a calibração da LE, particularmente a utilizada nesse trabalho.

4.1 SENSORES, LÍNGUA ELETRÔNICA E SENTIDOS

Com o desenvolvimento da instrumentação eletrônica e da computação em diversas áreas da metrologia, ao invés de medirmos as grandezas dos fenômenos físicos de modo individual, hoje, com relativa facilidade, medimos várias grandezas em um mesmo momento em prol da detecção de suas inter-relações. Mesmo quando o esforço depositado no projeto de um sistema de medição é orientado à medição das grandezas individualmente, em certo grau de exatidão requerido as grandezas de influência terão efeitos não desprezíveis, daí surge uma das necessidades da medição multivariada. Quando as medições são aplicadas aos processos químicos fabris, essa necessidade é extremamente evidente, sendo

⁶ Os fundamentos da metodologia alternativa de aproximação de CCs utilizando MLPs estão descritos nos capítulos 1 e 2, e as aplicações no ambiente desse meio estão expostas no capítulo 9.

necessária a medição de diversos parâmetros em tempo real e ao mesmo instante porque, não raro, as substâncias estão ali, na mesma solução.

Um conjunto de sensores colocados lado a lado é útil na química analítica para medir simultaneamente diversas grandezas ou diversos valores de uma mesma grandeza, a exigência básica é que os respectivos sinais desses sensores devam ser dependentes das grandezas químicas a serem medidas nas soluções. Como a concepção desses conjuntos de sensores nasceu no contexto da aplicação a líquidos, voltados à indústria de bebidas, o termo Língua Eletrônica (LE), ou ainda “sensor de sabor”, surgiu pela analogia com o sentido do sabor da língua humana. Uma aplicação frequente da LE é de verificação da presença de certas quantidades de substâncias na água para o monitoramento de sua qualidade, e essa é a aplicação da LE explorada neste trabalho. O objetivo da aplicação final da LE estudada neste trabalho é o monitoramento das concentrações de cálcio, magnésio, sódio e potássio em amostras de soluções de água potável.

Os sensores utilizados na LE deste estudo geram diferenças de potenciais (ddps) dependentes da atividade química (e da concentração) de íons diluídos em meio aquoso. A situação ideal era que esses sensores fossem sensíveis somente a uma única espécie de íon em particular, porém a tecnologia atual de sua construção assim não o permite, e os sensores são sensíveis a vários íons ao mesmo tempo, portanto há superposição de sinais quando esses sensores são aplicados em conjunto. Mas, nem tudo está perdido; um padrão de sinal é gerado para cada combinação de íons na água e ele pode ser relacionado com certas características, qualidades ou mesmo com a metroquímica da amostra sob estudo (neste trabalho a grandeza atividade ou a grandeza concentração).

Verifique-se que a geração de padrões para diferentes combinações de íons também sugere uma analogia com o sistema de interpretação humana do sabor, uma vez que os neurônios-sensores da língua humana produzem padrões de sinais a serem interpretados pelo cérebro, mesmo que essa interpretação seja qualitativa.

Assim como no caso da balança externa do túnel de vento TA2, é necessário relacionar as indicações (ou valores das grandezas de entrada como aqui chamadas) do sistema de medição (a LE neste caso) com os valores de grandezas medidos (ou com as grandezas de saídas como aqui chamadas). Em outras palavras, a tarefa é relacionar as concentrações dos íons, em função das ddps dos sensores, através de uma Curva de Calibração (CC). Esta relação faz parte do

objetivo principal desta tese: conceber Curvas de Calibração multivariadas que relacionem grandezas de naturezas diferentes e que separem as sobreposições causadas pelo cruzamento de sinais dos sensores. Embora a LE e a balança externa de esforços aerodinâmicos sejam de naturezas diferentes, a metodologia para ajuste da Curva de Calibração (CC) é a mesma, pois é numérica e pode ser aplicada universalmente.

A seguir vamos descrever os princípios de funcionamento dos sensores e os sensores aplicados neste trabalho. Não obstante, vamos verificar também como se processou a calibração da LE. Essa visualização é necessária devido ao fato que as dispersões da aproximação da CC não são exclusivas da metodologia utilizada, mas também dos fatores metrológicos, que envolvem o processo de calibração, ou seja, das demais fontes de erros.

4.2 O PRINCÍPIO DE MEDIÇÃO DA LÍNGUA ELETRÔNICA

Esta seção apresenta o princípio de medição dos eletrodos em geral numa solução. Visa, principalmente, mostrar o desenvolvimento das formulações e o estudo do fenômeno físico a partir dos princípios da termodinâmica. Mostra as aproximações efetuadas nessas formulações, e, como essas aproximações são fontes de erros sistemáticos, são importantes de identificação numa medição de alta exatidão. O leitor que pretende apenas entender o princípio de funcionamento da Língua Eletrônica (LE) de modo genérico, sem atentar para as causas raízes do fenômeno, ou mesmo se estiver acostumado com o emprego da equação de Nernst, pode, opcionalmente, ler diretamente a seção 4.3 deste capítulo.

O princípio de funcionamento dos sensores da LE utilizada neste trabalho, está baseado em eletrodos, no mínimo um par, mergulhados em solução conforme ilustrado na Figura 4.1. A eletrização de um dos eletrodos com cargas negativas, oriundas de fonte externa, atrai íons positivos da solução à sua superfície, enquanto o eletrodo eletrizado com cargas positivas atrai íons negativos à sua superfície. A esse processo de separação de elementos químicos de substâncias químicas, de soluções químicas, ou mesmo de misturas químicas, através de polarização elétrica de eletrodos, chamamos de eletrólise.

Mesmo se a fonte de energia elétrica externa (a pilha da Figura 4.1) não existir, haverá uma reação espontânea nas superfícies dos eletrodos durante um período de transiente até que se estabeleça um equilíbrio. A formação de íons resultantes da reação estabelece um potencial elétrico em cada eletrodo, e uma ddp entre os eletrodos pode ser medida, em outras palavras, a solução eletrolítica com dois eletrodos mergulhados também é uma fonte de energia elétrica, sendo também denominada como pilha ou célula eletrolítica. A situação em que há o equilíbrio na solução é a situação explorada neste item, esta situação de equilíbrio se caracteriza por possuir corrente elétrica nula e uma ddp, a ser medida nos eletrodos, cujo valor pode ser diferente de zero.

Figura 4.1 – Eletrólise de uma solução iônica. Fonte: Brasil-Escola (2009).

Um dos eletrodos é chamado de eletrodo de referência e pode ser um eletrodo padrão de hidrogênio, cujo potencial elétrico é convencionalmente nulo, e o potencial contabilizado é apenas do outro eletrodo, o eletrodo sensor. Outros exemplos de eletrodos de referência são o eletrodo de calomelano e o eletrodo de Ag com AgCl em sua superfície, assim como foi o eletrodo utilizado neste trabalho. Em relação aos sensores podemos ainda possuir mais de um eletrodo como no caso

do estudo em questão; eles terão respostas dependentes dos íons na solução como veremos um pouco mais adiante.

Os eletrodos aqui utilizados são conhecidos como sensores potenciométricos, caracterizados como um sólido condutor que não reage quimicamente com a solução, não tendo sua composição química modificada através do fluxo de cargas elétricas durante o tempo, exceto durante o transiente na sua superfície. Se as reações químicas ocorrerem durante todo o tempo, inclusive durante o período estacionário, o sensor é chamado de sensor amperométrico.

Para demonstrar o princípio de medição utilizado pela LE, iniciaremos lembrando que, na situação de equilíbrio de todo o sistema, o equilíbrio termodinâmico da solução causa o equilíbrio eletroquímico do sistema. Então, o trabalho elétrico W_{el} produzido é igual à transformação de energia dada pela diminuição da energia de Gibbs $-\Delta G$ nas reações da solução, conforme mostra a fórm. (4.1).

$$W_{el} = -\Delta G \quad (4.1)$$

Iniciamos nosso estudo aplicando os princípios termodinâmicos a um gás ideal para posteriormente aplicar esses princípios a uma solução química por analogia.

A energia de Gibbs G é uma propriedade de estado termodinâmico composta de outras propriedades de estado; num gás ideal ela é dada pela fórm.(4.2).

$$G=U+pV-TS=U+W-Q \quad (4.2)$$

Onde as variáveis de estado relacionadas ao sistema são:

U	Energia do sistema;
p	Pressão;
V	Volume;
T	Temperatura;

S	Entropia;
W	Trabalho mecânico no sistema $W=pV$;
Q	Quantidade de calor no sistema $Q=TS$.

As condições de contorno dos nossos cálculos determinar-se-ão a partir das seguintes hipóteses:

- ✓ O sistema está em equilíbrio, portanto, a energia do sistema U é constante;
- ✓ O volume V do sistema é sempre constante;
- ✓ A pressão pode variar infinitesimalmente em relação ao equilíbrio;
- ✓ A temperatura pode variar infinitesimalmente em relação ao equilíbrio.

Considerando então a variação infinitesimal da energia de Gibbs, conforme fórm. (4.3), podemos desenvolver a fórm.(4.2) nas condições da fórm.(4.3), resultando então na fórm.(4.4).

$$dG = \frac{\partial G}{\partial T} dT + \frac{\partial G}{\partial p} dp \quad (4.3)$$

$$dG = -SdT + Vdp \quad (4.4)$$

Se ainda temos, por hipótese, que a temperatura não varia durante o processo de transformação, o primeiro termo à direita da fórm.(4.4) desaparece.

Sendo G° o valor da energia de Gibbs na pressão de referência, integramos a fórm.(4.4) e chegamos na fórm.(4.5).

$$\int_{G^\circ}^G dG = \int_{p_{referência}}^p V dp = \int_{p^\circ}^p \frac{n_{moles} RT}{p} dp \quad (4.5)$$

Onde utilizamos a lei dos gases ideais dada pela fórm.(4.6).

$$pV = n_{\text{moles}}RT \quad (4.6)$$

Para:

n_{moles}

Número de moles;

$R = 8,314 JK^{-1}mol^{-1}$

Constante dos gases ideais.

Logo, chegamos à relação dada pela fórm.(4.7).

$$G - G^{\circ} = n_{\text{moles}}RT (\ln p - \ln p_{(\text{referência})}) \quad (4.7)$$

Onde $p_{(\text{referência})}$ é um valor de pressão de referência.

Dividindo todos os membros da fórm.(4.7) todos pelo n_{moles} e, definindo o potencial químico do gás μ como a fórm.(4.8), chegamos à fórm.(4.9).

$$\mu = \frac{G}{n_{\text{moles}}} \quad (4.8)$$

$$\mu = \mu^{\circ} + RT \ln \frac{p}{p_{\text{referência}}} \quad (4.9)$$

Para $\mu^{\circ} = G^{\circ} / n_{(\text{moles})}$.

Se escolhermos a pressão $p_{(\text{referência})}$ como sendo 1 atmosfera, teremos um potencial químico somente dependente da pressão p conforme fórm.(4.10).

$$\mu = \mu^o + RT \ln p \quad (4.10)$$

Uma propriedade importante é que o potencial químico de um elemento ou substância química numa mistura de gases se mantém; ou seja, o potencial químico do elemento ou da substância pura fora da mistura é igual ao potencial químico na solução conforme fórm.(4.11).

$$\mu_i = \mu_i^o + RT \ln p_i \quad (4.11)$$

Sendo i o indexador do elemento ou da substância química.

A semelhança entre o comportamento de um gás ideal e um meio líquido é revelada se levando em consideração o equilíbrio entre a solução no meio líquido e seu respectivo vapor, que é considerado um gás ideal. As energias de Gibbs de ambos, do vapor e do meio líquido, devem ser iguais no equilíbrio e, conseqüentemente, seus potenciais químicos também o são conforme mostrado na fórm.(4.12).

$$\mu_{\text{líquido}} = \mu_{\text{vapor}} \quad (4.12)$$

Antes de continuar, precisamos definir a fração molar conforme fórm.(4.13).

$$x = \frac{n_i}{\sum n_i} = \frac{c_i \sum Mol_i}{Mol_i \sum c_i} \quad (4.13)$$

Onde:

n_i

Número de moles da substância química i na

solução;

c_i Concentração da substância química i na solução;

Mol_i Massa molar da substância química i na solução;

$\sum g_i$ Somatória dos valores de grandeza g_i :
 $i = 0, 1, 2, \dots$, [Quantidade de valores de grandeza].

As relações entre pressões de vapor da solução e as frações molares seguem a lei de Raoult. A pressão de vapor é proporcional à fração molar do solvente, conforme fórm.(4.14).

$$p = x_{\text{solvente}} p^{\circ} \quad (4.14)$$

Onde p° é a pressão de vapor para $x_{\text{solvente}} = 1$ ou solvente puro.

Convém citar que essa lei é verificada geralmente em soluções diluídas (baixa concentração de soluto).

Substituindo $\mu^{\circ}_{\text{vapor}}$ na fórm.(4.12) e considerando o vapor com o comportamento igual ao do gás ideal chegamos à fórm. (4.15.a).

$$\mu_{\text{líquido}} = \mu^{\circ}_{\text{vapor}} + RT \ln p \quad (4.15.a)$$

$$\mu^{\circ}_{\text{líquido}} = \mu^{\circ}_{\text{vapor}} + RT \ln p^{\circ} \quad (4.15.b)$$

Já com a presença do soluto, o líquido se torna uma solução. Utilizando a lei de Raoult, fórm.(4.14), na fórm.(4.15.a), chegamos à fórm.(4.16).

$$\begin{aligned} \mu_{\text{líquido}} &= \mu_{\text{solução}} = \mu^{\circ}_{\text{vapor}} + RT \ln (x_{\text{solvente}} p^{\circ}) \\ \mu_{\text{líquido}} &= \mu^{\circ}_{\text{vapor}} + RT \ln p^{\circ} + RT \ln x_{\text{solvente}} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Com a substituição da fórm.(4.15.b) na fórm.(4.16) chegamos à fórm.(4.17), a qual relaciona o potencial químico de uma solução em função da fração molar do solvente.

$$\mu_{\text{solução}} = \mu^{\circ}_{\text{solução}} + RT \ln x_{\text{solvente}} \quad (4.17)$$

A relação entre os potenciais químicos da solução e do soluto e das concentrações do soluto e do solvente provém da lei de Gibbs – Duhem dada pela fórm.(4.18).

$$d\mu_i = -\frac{x_{\text{solvente}}}{x_i} d\mu_{\text{solução}} = -\frac{c_{\text{solvente}}}{c_i} \frac{Mol_i}{Mol_{\text{solvente}}} d\mu_{\text{solução}} \quad (4.18)$$

Onde c_i é a concentração da segunda substância química, o único soluto neste caso particular, e μ_i o potencial químico desse soluto.

Derivando a fórm.(4.17) em relação à fração molar de solvente, chegamos à fórm.(4.19).

$$d\mu_{\text{solução}} = \frac{RT}{x_{\text{solvente}}} dx_{\text{solvente}} \quad (4.19)$$

Calculando a derivada da fração molar do solvente em relação à concentração do soluto, chegamos à fórm.(4.20).

$$x_{\text{solvente}} + x_i = 1 \quad ; \quad dx_{\text{solvente}} = -dx_i \quad (4.20)$$

Substituindo (4.19) e (4.20) na fórm.(4.18) e integrando ambos os lados, chegamos à fórm.(4.21).

$$\mu_i = \mu_i^\circ + RT \ln x_i = K_A + RT \ln c_i \quad (4.21)$$

Para $K_A = \mu_i^\circ - RT \ln \frac{\text{Mol}_{\text{solvente}}}{\text{Mol}_i c_{\text{solvente}}}$. O significado de μ_i° é o potencial químico

do soluto líquido puro, visto que seu valor é determinado quando $x_i = 1$.

Observe-se que se considerássemos a pressão de referência $p_{(\text{referência})}$ com outro valor qualquer na fórm.(4.10) o efeito seria apenas de modificação do valor da constante K_A na fórm.(4.21) para o valor K_B , visto que esta pressão também é uma constante.

A fórm.(4.21) finalmente relaciona o potencial químico em função da concentração do soluto (por onde queríamos percorrer). Contudo, mais um aspecto tem de ser considerado, em soluções reais, nem todos os íons de uma mesma substância participam da composição do potencial químico, então, ao invés da concentração c_i , utilizamos a denominada atividade a_i , sendo seu valor aproximado dado pela fórm.(4.22).

$$a_i = \gamma_i c_i \quad (4.22)$$

Onde γ_i é o coeficiente de atividade, sendo função da temperatura, da espécie do soluto, da carga elétrica do ânion ou cátion e finalmente da própria concentração do soluto⁷.

Então, com rigor, a fórm.(4.21) aplicada às soluções ideais é dada pela fórm.(4.23).

$$\mu_i = K_A + RT \ln a_i \quad (4.23)$$

Quando temos vários solutos numa mesma solução e queremos determinar o potencial químico do conjunto de solutos, desdobramos a fórm.(4.24), calculando a soma dos logaritmos neperianos de cada atividade a_i , de cada soluto ou, de forma equivalente, calculando o logaritmo da produtória das atividades a_i , chegando à fórm.(4.24).

$$\mu_{\text{solutos}} = K_A + RT \sum_i \ln a_i = K_A + RT \ln \left(\prod_i a_i \right) \quad (4.24)$$

Agora vamos relacionar as grandezas elétricas com as grandezas químicas. Para tal tarefa, iniciamos com a definição de trabalho elétrico e sua variação infinitesimal conforme fórm.(4.25) e fórm.(4.26).

$$W_{21} = W_2 - W_1 = \varphi_2 q - \varphi_1 q = (\varphi_2 - \varphi_1) q = \varepsilon q \quad (4.25)$$

⁷ Cf. MEIER, 1982, p. 363 -368.

$$dW_{\text{elétrico}} = \varepsilon dq \quad (4.26)$$

Onde:

W_{21}	Trabalho elétrico para levar a carga elétrica q do ponto 2 ao ponto 1;
W_1	Trabalho elétrico para levar a carga do infinito ao ponto 1;
W_2	Trabalho elétrico para levar a carga do infinito ao ponto 2;
φ_1	Potencial elétrico no ponto 1 definido como $\varphi_1 = W_1/q$;
φ_2	Potencial elétrico no ponto 2 definido como $\varphi_2 = W_2/q$;
q	Quantidade de carga elétrica envolvida no processo;
ε	Diferença de potencial (ddp) elétrico $\varphi_2 - \varphi_1$;
$dW_{\text{elétrico}}$	Trabalho infinitesimal produzido para transferir uma quantidade infinitesimal de carga elétrica dq na direção do ponto 2 ao ponto 1;
dq	Quantidade infinitesimal de carga elétrica envolvida na transferência.

Uma vez que os eletrodos são polarizados, conforme Figura (4.1), o eletrodo de metal carregado negativamente atrairá os íons positivos na solução e será depositado em sua superfície; já o eletrodo de metal carregado positivamente receberá elétrons e sua superfície será dissolvida até o estabelecimento do equilíbrio. A redução no eletrodo negativo diminui o potencial químico, enquanto a oxidação no eletrodo positivo aumenta o potencial químico. Esse fato gera uma

variação do potencial químico ou, equivalentemente, da energia de Gibbs, pois as concentrações de íons são alteradas.

A variação da energia de Gibbs para a reação é dada pela fórm.(4.27).

$$\begin{aligned}\Delta G &= \mu^{\circ}_1 n_{\text{moles}1} + \mu^{\circ}_2 n_{\text{moles}2} + n_{\text{moles}1} RT \ln a_{\text{oxidado}} - n_{\text{moles}2} RT \ln a_{\text{reduzido}} \\ \Delta G &= \Delta G^{\circ} + \frac{n_{\text{moles}1}}{n_{\text{moles}2}} RT \ln \frac{a_{\text{oxidado}}}{a_{\text{reduzido}}} = \Delta G^{\circ} + \frac{V_1 n_{\text{moles}}}{V_2 n_{\text{moles}}} RT \ln \frac{a_{\text{oxidado}}}{a_{\text{reduzido}}} \\ \Delta G &= \Delta G^{\circ} + RT \ln \frac{a_{\text{oxidado}}^{V_1}}{a_{\text{reduzido}}^{V_2}}\end{aligned}\tag{4.27}$$

Onde:

V_i	Coeficiente estequiométrico do elemento i ;
$V_i n_{\text{moles}}$	Múltiplo estequiométrico de um número de moles qualquer;
$\Delta G^{\circ} = \mu^{\circ}_1 n_{\text{moles}1} + \mu^{\circ}_2 n_{\text{moles}2}$	Energia de Gibbs padrão da solução.

Como a energia de Gibbs variou, isso significa que houve uma quantidade de energia transformada. Tal energia transformada é a energia elétrica responsável pelo trabalho elétrico provocado pelo deslocamento dos íons conforme fórm.(4.27). Substituindo a fórm.(4.25) na fórm.(4.1), chegamos à fórm.(4.28).

$$\Delta G = -\varepsilon q = -\varepsilon z F \tag{4.28}$$

Onde:

z

Carga elétrica do íon;

$F = 9,6446E + 4(C.mol^{-1})$ Constante de Faraday, representando a carga elétrica de um mol de íons.

Substituindo a fórm.(4.27) na fórm.(4.28) e se criando a constante $\mathcal{E}^{\circ} = \Delta G^{\circ} / zF$, chegamos à fórmula de Nernst, a qual relaciona a ddp de equilíbrio $\mathcal{E}(\text{equilíbrio})$, medida nos eletrodos, com as atividades dos íons envolvidos na oxidação e na redução conforme fórm.(4.29).

$$\mathcal{E}_{(\text{equilíbrio})} = \mathcal{E}^{\circ} - \frac{RT}{zF} \ln \frac{a_{\text{oxidado}}^{v_1}}{a_{\text{reduzido}}^{v_2}} \quad (4.29)$$

O eletrodo de trabalho que estamos utilizando é de prata e possui um revestimento de cloreto de prata (AgCl), o qual é carregado negativamente. A polarização elétrica do AgCl resulta na formação da prata metálica depositada no próprio eletrodo e na formação do íon Cloreto (Cl^{-}) (oxidação). Como o Cloreto de Prata e a Prata são sólidos e ambos possuem atividade igual a 1, somente a atividade do íon cloreto é contabilizada na fórm.(4.29). Se a atividade do íon Cl^{-} é constante, e sabe-se qual o seu valor, podemos então modificar a fórm.(4.29) para a fórm.(4.30).

$$\mathcal{E}_{(\text{equilíbrio})} = K_1 - \frac{RT}{zF} \ln a_{\text{oxidado}}^{v_1} \quad (4.30)$$

Para $K_1 = \mathcal{E}^{\circ} + \frac{RT}{zF} \ln a_{\text{ion}_{Cl^{-}}}$.

O conjunto eletrodo de referência é o eletrodo de referência de Ag/AgCl banhado por uma solução saturada de KCl e AgCl. A solução desse conjunto

eletrodo de referência está em contato com a solução de prova através de uma membrana. A junção entre as duas soluções através da membrana é chamada de junção dos líquidos. Essa junção dos líquidos causa um acúmulo de íons nas superfícies da membrana e conseqüentemente uma diferença de potencial (ddp) elétrico entre as soluções; então a fórm.(4.30) deve ser modificada para conter esse Potencial da Junção Líquida $\mathcal{E}_{ul}$ para a fórm.(4.31).

$$\mathcal{E}_{(equilíbrio)} = K_1 - \frac{RT}{zF} \ln a_{oxidado}^{v_1} - \mathcal{E}_{ul} = K_2 - \frac{RT}{zF} \ln a_{oxidado}^{v_1} \quad (4.31)$$

Para $K_2 = K_1 - \mathcal{E}_{ul}$

Esse é o princípio de medição das atividades de elementos químicos ou substâncias químicas numa solução por uma Língua Eletrônica (LE). Desde que sejam mantidas constantes todas as atividades dos demais íons (e conseqüentemente todas as demais ddp's) a variação da atividade do íon mensurando pode ser contabilizada. Se somente a atividade do íon mensurando for variada e conhecida, é possível determinar numericamente as constantes K_j como também a constante RT/zF . Em termos metrológicos, o fato mais importante da fórm. (4.31) é que a grandeza atividade ou a grandeza concentração podem ser medidas indiretamente pela grandeza diferença de potencial (ddp) entre dois eletrodos. Em outras palavras, uma variação da atividade, ou da concentração do soluto na solução, causa uma variação na ddp de dois eletrodos montados e eletrizados conforme a configuração da Figura 4.1. A restrição a essa fórmula é que é conveniente utilizá-la quando há apenas a atividade de um íon a ser medido na solução ou quando o eletrodo é absolutamente seletivo para um único íon.

Como não há seletividade nos eletrodos para um íon, ou pelo menos uma família de íons, a form.(4.29) e a form.(4.31) podem ser reescritas para considerar mais de um íon conforme fórm.(4.29.a).

$$\mathcal{E}_{(equilíbrio)} = \mathcal{E}^o - \frac{RT}{zF} \ln \frac{\prod_i a_{i_oxidado}^{v_1}}{\prod_i a_{i_reduzido}^{v_2}} \quad (4.29.a)$$

$$\mathcal{E}_{(equilíbrio)} = K_3 - \frac{RT}{zF} \ln \prod_i a_{i_oxidado}^{v_i} \quad (4.31.a)$$

$$\text{Para } K_3 = \mathcal{E}^o - \frac{RT}{zF} \ln \frac{1}{\prod_i a_{i_reduzido}^{v_i}}.$$

No próximo item veremos como é possível a construção de eletrodos seletivos para determinados íons, pelo menos seletivos determinantemente.

4.3 ELETRODOS SELETIVOS IÔNICOS

O interesse na construção do sensor da Língua Eletrônica (LE) é classificar uma substância química (ou algumas substâncias químicas), no entanto, ao invés disso, a contabilização da ddp total $\mathcal{E}_{(equilíbrio)}$, no eletrodo, ocorre através dos portadores de cargas elétricas indistintamente, qualquer que seja a substância polarizada (basta possuir polarização inversa ao eletrodo). Então, para tornar a contabilização da ddp do eletrodo seletivo, se faz necessário o uso de uma membrana seletiva que permita a passagem de uma família de íons (se fosse ideal permitiria a passagem de apenas um íon) e, com isso, se constrói um Eletrodo Seletivo Iônico (ESI).

Essa membrana deve possuir uma substância que reaja de maneira reversível e seletiva, de modo que seja mantida uma relação de equilíbrio na superfície do sensor. Raciocinando pela hipótese da seleção de um único íon pela membrana seletiva, o íon selecionado deve permanecer na superfície de um dos lados da membrana, chamada de atividade externa, sendo a membrana compensada por íons em seu outro lado, chamada de atividade interna. Essa diferença de atividades gera uma diferença de potencial (ddp) de membrana $\mathcal{E}_{membrana}$ (também chamado de potencial de membrana), dada também pela fórmula de Nernst (4.32).

$$\mathcal{E}_{membrana} = -\frac{RT}{zF} \ln \frac{a_{i(externa-seletiva)}^{v_1}}{a_{i(interna)}^{v_2}} \quad (4.32)$$

Onde:

$\mathcal{E}_{membrana}$ Diferença de potencial (ddp) da membrana;

$a_{i(externa)}$ Atividade de cada íon no lado externo da membrana;

$a_{i(interna)}$ Atividade de cada íon no lado interno da membrana.

O ESI pode possuir um eletrólito entre o eletrodo metálico e a membrana seletiva ou um condutor sólido não metálico (all solid state). Esse último foi o tipo utilizado neste trabalho como veremos um pouco mais adiante. Em todos os casos, a atividade do meio entre o eletrodo e a membrana seletiva, ou seja, a atividade interna $a_{i(interna)}$ da form.(4.32) é uma constante, e essa fórmula pode então ser reescrita pela fórm.(4.33).

$$\mathcal{E}_{membrana} = K_4 - \frac{RT}{zF} \ln a_{i(externa)}^{v_1} \quad (4.33)$$

$$\text{Para } K_4 = -\frac{RT}{zF} \ln \frac{1}{a_{i(interna)}^{v_2}}.$$

Resta então calcular a ddp entre o conjunto eletrodo de referência e o ESI conforme fórm.(4.34).

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{(equilíbrio)} &= K_2 - K_4 - \frac{RT}{zF} \ln a_{i(externa-seletiva)}^{v_1} \\ &= K_5 - \frac{RT}{zF} \ln a_{i(externa-seletiva)}^{v_1} \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\text{Para } K_5 = K_2 - K_4.$$

A fórm.(4.34) compreende uma estrutura igual à estrutura da fórmula (4.31), portanto o princípio de medição da atividade (ou da concentração) do elemento ou substância química é equivalente nas duas fórmulas. O que difere entre essas duas fórmulas são: os valores numéricos da constante e da atividade correspondente ao íon selecionado pela membrana seletiva.

Temos ainda uma imperfeição, as membranas não são absolutamente seletivas, logo, em vez da fórm.(4.34) outra fórmula foi desenvolvida para a contabilização dos íons interferentes. Essa é a formula (4.35) de Nikolskii-Eisenmann (DIAMOND, 1998).

$$\mathcal{E}_{(equilíbrio)} = K - \frac{RT}{zF} \ln \left(a_i + \sum_j C_{i,j} a_j^{z_i/z_j} \right) \quad (4.35)$$

Onde:

a_j	Atividade do íon interferente;
a_i	Atividade do íon principal;
z_j	Carga elétrica do íon interferente;
z_i	Carga elétrica do íon principal;
$C_{i,j}$	Parâmetros da somatória das atividades interferentes.

Os ESIs construídos na Universidade Autônoma de Barcelona (UAB), Grupo de Sensores e Biossensores (GSB), possuem formato cilíndrico para facilitar sua aplicação em meios tubulares, conforme pode ser visto na fotografia da Figura 4.2. O desenho da Figura 4.3 apresenta os componentes desses ESIs. O contato elétrico é montado no corpo tubular de metacrilato. O tubo de metacrilato é preenchido com um contato ôhmico interno de epóxi-grafite, o qual terá o papel do eletrodo propriamente dito. Uma membrana a base de PVC incorporada com portadores

neutros é moldada nas paredes de um furo interno efetuado no eletrodo de composto condutivo.

Os elementos responsáveis pelo reconhecimento do íon na membrana são moléculas neutras, cuja união aos íons não altera a carga final, tais como os ionóforos (empregados na fabricação de antibióticos) utilizados neste trabalho. Esses ionóforos foram escolhidos de modo a selecionar os íons de cálcio, magnésio, sódio e potássio em solução aquosa.

Figura 4.2 – Fotografia dos Eletrodos Seletivos Iônicos (ESIs) em formato tubular a serem montados num conjunto enfileirado de ESIs. Gentileza da Universidade Autônoma de Barcelona (UAB), Grupo de Sensores e Biossensores (GSB).

Já a composição da membrana é formada por uma base de PVC, pelos ionóforos, por um plastificante e por aditivos iônicos. O apresenta a composição das membranas de cada um dos oito ESIs utilizados neste estudo. Uma vez formadas, as membranas são condicionadas em uma solução de 0,01M de seu respectivo íon primário durante 24 horas. Duas das membranas não possuem seletividades orientadas a nenhum dos quatro íons, cujos respectivos ESIs são aqui chamados de genéricos (gen.).

4.4 CALIBRAÇÕES DE LÍNGUAS ELETRÔNICAS

Basicamente as calibrações em LEs consistem em sujeitar as membranas dos ESIs a uma solução, na qual as substâncias químicas presentes são conhecidas e, ao menos, a estimativa de suas respectivas concentrações.

Figura 4.3 – Desenho dos ESIs apresentando seus componentes. Gentileza da Universidade Autônoma de Barcelona (UAB), Grupo de Sensores e Biossensores (GSB). Em língua portuguesa: (A) Conector + Tubo de Metacrilato; (C) Composto de epóxi-grafite; (E) Membrana Seletiva de íons; (F) Solução de acondicionamento.

Em busca da concepção de diversas combinações de concentrações em diversas combinações de substâncias químicas para o emprego em diversas finalidades, foram desenvolvidos equipamentos de automação da preparação da solução. O sistema utilizado nas calibrações das LEs na Universidade Autônoma de Barcelona (UAB), Grupo de Sensores e Biossensores (GSB), foi a Análise por Injeções Sequenciais, cujos equipamentos são demonstrados na Figura 4.4, e o diagrama de tubos na Figura 4.5.

O sistema Análise por Injeções Seqüenciais inclui os ESIs de forma tubular, conforme apresentados no item anterior. Quando o equipamento de Análise por

Injeções Sequenciais passa a funcionar, as membranas dos ESIs serão banhadas por amostras sucessivas de soluções.

ESI PVC (%)	Plastificante (%)	Ionóforos (%)	Aditivo Iônico (%)
Ca-1 (32.9)	oNPOE (66.0)	Tetronasin (1.0)	K+TpClPB- (0.14)
Ca-2 (33.3)	oNPOE (65.2)	ETH1001 (1.0)	K+TpClPB- (0.36)
Mg-1 (32.7)	oNPOE (65.6)	ETH4030 (1.0)	K+TpClPB- (0.65)
K-1 (30.0)	DOS (68.4)	Valinomycin (1.0)	K+TpClPB- (0.56)
Na-1 (21.8)	oNPOE (70.0)	BCMDMM (6.0)	K+TpClPB- (2.24)
Na-2 (33.0)	oNPOE (66.1)	TBCTA (0.7)	K+TpClPB- (0.20)
gen.-1 (38.9)	TBP (58.4)	TBCOO (1.9)	Na+TFPB- (0.78)
gen.-2 (29.9)	DOS (67.0)	DBC (4.0)	---

Quadro 4.1 – Composição das membranas dos Eletrodos Seletivos IÔNICOS (ESIs) utilizados na Língua Eletrônica (LE). Gentileza da Universidade Autônoma de Barcelona (UAB), Grupo de Sensores e Biossensores (GSB).

Figura 4.4 – Análise por Injeções Sequenciais, utilizada na calibração de Línguas Eletrônicas (LEs). Gentileza da Universidade Autônoma de Barcelona (UAB) Grupo de Sensores e Biossensores (GSB).

Após o tempo de exposição essas amostras de soluções são descartadas.

Iremos apresentar o sistema Análise por Injeções Sequenciais descrevendo seu funcionamento. O processo se inicia pela ação da microbureta do tipo seringa que injeta determinada quantidade da solução portadora no sistema. Seguindo o fluxo tubular, a solução passa por uma serpentina cuja função é dispersar a solução portadora e reservar certa quantidade de solução para estabelecer rapidamente o fluxo para as próximas injeções.

Figura 4.5 – Diagrama multitubos da Análise por Injeções Sequenciais utilizada na calibração de Línguas Eletrônicas (LEs). Gentileza da Universidade Autônoma de Barcelona (UAB), Grupo de Sensores e Biossensores (GSB).

A Válvula Multivias, também chamada de Válvula Multiportas (MVP), tem o papel de direcionar as quantidades das substâncias de prova e da solução portadora para o misturador magnético, cujo papel é a homogeneização da solução. Logo em seguida, a MVP direciona a solução à Língua Eletrônica (LE). Por fim a solução é dispensada. Todos os elementos hidráulicos do sistema Análise por Injeções Sequenciais são conectados com conectores de baixa pressão líquida. A microbureta, a válvula MVP e o misturador magnético são controlados pelo software LabView[®] instalado num computador pessoal (PC) com comunicação digital através do protocolo RS232. O sistema de medição, contendo os ESIs possui um eletrodo de referência de Ag/AgCl, como mencionado anteriormente, e um circuito de oito

canais conectados ao condicionador de sinais NI6221 da Texas Instruments, que por sua vez também é conectado ao PC.

A estratégia mais comum de medição é o registro dos valores das ddps em regime de repouso da solução em contato com os ESIs sob regime de estabelecimento de equilíbrio termodinâmico. A estratégia de medição utilizada pela UAB é ligeiramente diferente. Consiste em recolher os valores de ddps do sinal de transiente causado na chegada da amostra de solução à LE. O motivo é a riqueza de informações que esse sinal produz e que também inclui a primeira metodologia em seus valores finais, uma vez que nos últimos instantes da medição a solução se encontra em repouso e o equilíbrio é estabelecido.

Doravante no capítulo 9, uma calibração será mostrada em profusão utilizando a Curva de Calibração (CC) utilizando MLPs.

Grandes são os esforços na construção das Línguas Eletrônicas (LEs) em levar em consideração todos os fatores nocionais apresentados neste capítulo. Contudo, tão importante quanto os esforços na construção das LEs e em sua calibração automatizada é o ajuste da CC, uma vez que temos duas necessidades evidentes: a relação entre grandezas diferentes decorrente de uma medição indireta dos valores de concentrações transformados em valores de ddps e a necessidade de separação entre as superposições dos sinais dos ESIs ocasionadas pela seletividade limitada destes sensores. Além disso, o processo de calibração em si gera mais fatores nocionais a serem considerados no estabelecimento da CC como se procurou demonstrar neste texto.

Com o número de medições abundantes, será possível, no capítulo 9, a análise de diversos Indicadores de Desempenho (IDs), contribuindo com novos ângulos de visão quanto à escolha do volume de dados utilizados quando comparados à concepção das arquiteturas das MLPs.

CAPÍTULO 5 GRANDEZA DE INFLUÊNCIA NO ALGORITMO DE APRENDIZADO

A demonstração de que é possível o emprego da convergência assintótica, conforme apresentada no capítulo 2, à aplicação na Curva de Calibração (CC) da balança externa do túnel de vento TA2 está documentado nas referências Barbosa (2004) e Reis (2004). Naquelas referências, observou-se um comportamento assintótico da Somatória Quadrática dos Erros (SQE), dirigindo-se a um valor mínimo, na medida em que a quantidade de neurônios na camada oculta aumenta (desde que a quantidade de ciclos de treinamento e os valores iniciais dos pesos sinápticos sejam mantidos constantes). Os valores da SQE das MLPs foram mais baixos que os valores da SQE calculados para o polinômio atualmente em utilização no ajuste da Curva de Calibração (CC) do Túnel TA2; fato entusiasta para aplicação das MLPs e congruente com a teoria apresentada no capítulo 2. As convergências das MLPs só não foram absolutas devido às limitações impostas na operação do modo aprendizado, principalmente pelo critério de parada escolhido para o algoritmo de aprendizagem (número determinado de iterações). Mais à frente, nas seções deste capítulo e de capítulos seguintes, esses fatos poderão ser conferidos em diversas figuras (gráficos da SQE x número de neurônios da camada oculta).

Contudo, os trabalhos efetuados nessas referências levaram em consideração somente um ângulo de guinada $\beta = 0^\circ$; a esse tipo de calibração, ou seja, uma calibração na qual se ajusta uma CC com um ângulo β fixo e determinado, dá-se o nome de Calibração Alfa no túnel de vento TA2. Por questões trigonométricas, inspecionando a Figura 3.5, apresentada no capítulo 3, é fácil notar que haverá modificações nos valores das células de cargas entre β com valores diferentes de zero e β com valor igual a zero, mesmo mantendo as cargas (massas) dos pratos. Trata-se da decomposição angular das forças exercidas no modelo aerodinâmico em ensaio.

Neste capítulo veremos qual é a influência da variação desse ângulo na utilização dos polinômios e da MLP sob a fundamentação da Grandeza de Influência, empregando como ID a SQE.

⁸ Cf. Figura 3.5 e Quadro 3.2, ambos do capítulo 3.

5.1 A GRANDEZA DE INFLUÊNCIA

A grandeza de influência é a grandeza que, numa medição direta, não afeta a grandeza efetivamente medida, mas afeta a relação entre a indicação e o resultado de medição, de acordo com a definição do VIM (BIPM et al., 2008; INMETRO, 2009). Nosso mensurando, neste caso, são os esforços aerodinâmicos num modelo aeronáutico; basicamente seis grandezas, como já mencionadas: três forças e três momentos, as forças de sustentação, lateral e arraste e os momentos de arfagem, guinada e rolamento. Observe-se que os ângulos não estão diretamente vinculados ao conceito de nosso mensurando.

Nada mais seria medido além do mensurando se não considerássemos outras grandezas que podem influir em seus valores. Os ângulos de posicionamento do modelo em relação ao vento causador desses esforços possuem forte influência nos valores de grandeza de nosso mensurando. São esses ângulos comumente denominados de ângulos de arfagem e guinada, análogos com as denominações de dois momentos, pois os giros no plano desses ângulos são os causadores daqueles momentos.

Em termos de calibração, que é o objetivo deste trabalho, são efetuadas calibrações somente em diferentes ângulos de guinada no túnel de vento TA2, todavia essas calibrações não são efetuadas para diferentes ângulos de arfagem. Segundo informação do pessoal envolvido com as calibrações naquele túnel, os motivos dessa ausência de medição possuem cunho aeronáutico e de execução prática da calibração. O Processo de içamento das massas leva muito tempo e considerável mão de obra (um grupo de pessoas) para a execução da calibração e levantar a CC em diferentes ângulos ou combinações desses ângulos seria inviável no túnel TA2 no presente momento. Portanto, com frequência, os levantamentos dos valores dos esforços aerodinâmicos são efetuados através de cálculos de projeção trigonométrica dos esforços medidos em alguns diferentes ângulos β^9 .

⁹ Não iremos tratar ou aprofundar tal questão neste estudo, mas, sim, direcionar nossos esforços à verificação, à validação e, se possível, à melhoria das calibrações realizadas atualmente no túnel de vento TA2, deixando essa questão, num primeiro momento, a outros futuros trabalhos de dissertação, tese ou investigação científica dos quais o túnel de vento venha a ser o meio de investigação.

5.2 MÚLTIPLAS CALIBRAÇÕES ALFA

Podemos realizar múltiplas calibrações alfa com diversos ângulos β diferentes de zero. Na atualidade, no túnel de vento TA2, são realizados os levantamentos de dados para o ângulo $\beta = 0$, $\beta = +30^\circ$ e $\beta = -30^\circ$. Tais levantamentos podem ser encarados, todos, como uma calibração alfa e, por conseguinte, as grandezas de saída e entrada podem ser relacionadas independentemente dos desmembramentos das componentes trigonométricas das forças. Isso pode ser efetivado tanto para o polinômio como para a MLP.

Diante dessa circunstância, retomamos o trabalho realizado pelas referências supracitadas, repetindo a aproximação as mesmas CCs daquelas, porém utilizando os novos dados mostrados no anexo A. A esses dados chamaremos de dados [B], para calibrações com os valores dos ângulos β , tais como os utilizados atualmente no túnel TA2. A Figura 5.1 exibe os valores da SQE para todas as CCs de cada ângulo β , tanto para o polinômio utilizado nos dias de hoje no túnel TA2 como para as MLPs com diversas quantidades de neurônios na camada oculta, sendo os parâmetros predeterminados apresentados na Tabela 5.1.

Podemos verificar que o comportamento das Calibrações Alfa com ângulo β diferentes de zero demonstram uma convergência na medida em que aumentamos o número de neurônios na camada oculta, para uma mesma quantidade de ciclos de treinamento. O comportamento é análogo ao comportamento das aproximações executadas em trabalhos anteriores com ângulo $\beta = 0$, mesmo se utilizando uma nova base de dados. Isso significa que, desde que a Grandeza de Influência não varie durante o Processo de Calibração (PC), ou que varie atenuadamente, logo alcançaremos convergência aplicando o polinômio ou a MLP. No caso da MLP, nós conseguimos melhores valores de SQE a partir de certa quantidade de neurônios na camada oculta, quando comparada ao polinômio. Podemos dizer que, nesses processos de calibração, a Grandeza de Influência existe, contudo não a identificamos no processo de aproximação da CC devido à sua pequena ou desprezível variação.

5.3 A CALIBRAÇÃO BETA

Mais necessário do que aproximar a relação de entrada e saída por ângulos de guinada β específicos é aproximar uma Curva de Calibração (CC) considerando diversos ângulos de guinada β ao mesmo tempo. Como já argumentado, é uma tarefa muito árdua e inviável a calibração em diversos ângulos de guinada, por isso uma aproximação da CC que ajuste os valores de esforços com dependência ao ângulo de guinada, mais do que possa ser interessante, é necessária.

Tabela 5.1 – Parâmetros predeterminados das MLPs

Número de camadas ocultas	1
Função de Transferência	Tangente Hiperbólica
Algoritmo de aprendizado	Levenberg - Marquardt (LM - capítulo 1)
Inicialização dos pesos sinápticos	0.0001
Taxa de incremento	10
Número de ciclos de treinamento	1000

Figura 5.1 – Valores da Somatória Quadrática dos Erros (SQE) na aproximação da CC de calibrações múltiplas para diferentes valores de β com polinômios e MLPs.

Ao processo de calibração com variação relevante do ângulo de guinada β para os valores atuais de + 30°, 0° e - 30°, a administração do túnel de vento TA2 dá

o nome de “Calibração Beta”. A matriz de medidas é formada por 73 combinações de medições dos seis esforços ($73 \times 6 = 438$ medidas) por cada valor do ângulo β , tal como fosse uma calibração alfa por cada valor do ângulo β . Como são três ângulos β medidos, uma única matriz de medidas total é formada pela justaposição das matrizes anteriores, totalizando 219 combinações dos seis esforços ($219 \times 6 = 1314$ medidas), com mais 219 medidas da grandeza de influência β consideradas constantes a cada 73 combinações.

Para avaliar o comportamento da aproximação da MLP diante de uma possível aproximação, que não considera uma notável grandeza de influência, foi realizada a aproximação tomando em consideração somente o mensurando, ou seja, consideraram-se apenas os sinais das células de carga e os valores de esforços.

A Figura 5.2 exibe os valores da SQE em função do aumento da quantidade de neurônios na camada oculta. Esses valores são ordens de grandeza maiores do que na Figura 5.1, além disso, não se nota decaimento no valor da SQE na medida em que aumentamos a quantidade de neurônios na camada oculta. Em outras palavras, não houve uma convergência do processo de aproximação da MLP; fato atribuído ao não decaimento dos valores de SQE.

O fato interessante deste experimento de aproximação é que foi verificada a interferência de uma grandeza de influência não contabilizada na convergência da MLP. No caso aqui estudado, é sabido e identificável qual é a grandeza de influência, bem como é notória sua influência no mensurando, mesmo sem a aproximação. Mas nem todos os processos possuem grandezas de influência fáceis de se identificar e, o fundamental da demonstração é que a convergência da aproximação pode ser limitada pela não consideração das grandezas de influências.

5.3.1 Modelamento matemático atual para calibração β

O modelamento atualmente utilizado para representar a CC no túnel de vento TA2 é o expressado na fórm.(5.1). Basicamente é o polinômio utilizado na calibração α , descrito no capítulo 3, acrescido de termos proporcionais ao seno e cosseno de β , tal como uma decomposição trigonométrica dos sinais em suas componentes. Esses últimos termos acabam por corrigir os valores de esforços diretamente proporcionais às células de carga quando o ângulo β é diferente de zero. Assim como a regressão

linear efetuada para calibração α atribui valores aos parâmetros a_i , é possível utilizar esse procedimento para a calibração beta, uma vez que o modelo matemático ainda continua linear nos parâmetros e o seno e o cosseno de β entram como constantes para β conhecido. Em outras palavras, esse procedimento ainda pode ser considerado uma regressão polinomial.

Figura 5.2 – Valores da Somatória Quadrática dos Erros (SQE) na aproximação da CC de calibrações múltiplas para diferentes valores de ângulo β , não considerado como grandeza de influência.

$$\begin{aligned}
 F_1(S) = & a_1S_1 + a_2S_2 + a_3S_3 + a_4S_4 + a_5S_5 + a_6S_6 + a_7S_1^2 + a_8S_1S_2 + \\
 & a_9S_1S_3 + a_{10}S_1S_4 + a_{11}S_1S_5 + a_{12}S_1S_6 + a_{13}S_2^2 + a_{14}S_2S_3 + a_{15}S_2S_4 + \\
 & a_{16}S_2S_5 + a_{17}S_2S_6 + a_{18}S_3^2 + a_{19}S_3S_4 + a_{20}S_3S_5 + a_{21}S_3S_6 + a_{22}S_4^2 + \\
 & a_{23}S_4S_5 + a_{24}S_4S_6 + a_{25}S_5^2 + a_{26}S_5S_6 + a_{27}S_6^2 + \\
 & (a_{28}S_1 + a_{29}S_2 + a_{30}S_3 + a_{31}S_4 + a_{32}S_5 + a_{33}S_6).sen\beta + \\
 & (a_{34}S_1 + a_{35}S_2 + a_{36}S_3 + a_{37}S_4 + a_{38}S_5 + a_{39}S_6).cos\beta
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

5.3.2 Aproximação por MLPs

Na aproximação da CC através de MLPs de duas camadas, utilizamos como sinais de entrada as diferenças de potencial (ddps) das células de carga e uma nova variável: o ângulo β . Como Valores Objetivos (VOs) de saída da MLP, no treinamento, nós utilizamos os valores de esforços e o valor do ângulo β . Tal ângulo foi considerado na saída da MLP, pois, experimentalmente, observaram-se menores valores de SQE para as mesmas condições de treinamento.

A Figura 5.3 demonstra os resultados para os valores de SQE, tanto para o modelamento matemático (polinômio) utilizado atualmente no túnel de vento TA2 como para as MLPs. As MLPs voltaram a convergir quando a grandeza de influência foi levada em consideração, no treinamento, confirmando sua importância na aproximação da CC.

Figura 5.3 – Valores da Somatória Quadrática dos Erros (SQE) na aproximação da CC de calibrações múltiplas para diferentes valores de ângulo β , considerado como grandeza de influência.

Um fato importante da aproximação através de MLPs é que não fora efetuada nenhuma transformação trigonométrica a priori, entrando com os valores nas MLPs como foram medidos ou determinados. Isso ilustra a ocorrência da aproximação de

funções desconhecidas (neste caso conhecida, mas ignorada) no ponto de vista da análise da aproximação através da SQE.

CAPÍTULO 6 A PROPOSTA DE ALGORITMO DE APRENDIZADO DOTADO DE INCERTEZAS NOS VALORES OBJETIVOS

Conforme o capítulo 1, os Valores Objetivos (VOs) utilizados no aprendizado da MLP são tidos como absolutos e determinísticos, ou seja, não são dotados de qualquer tipo de incerteza. Do ponto de vista de uma função matemática determinística, na qual os valores são tidos como verdadeiros, é razoável executar um algoritmo de aprendizado que não faça distinção entre a velocidade de aproximação desse ou daquele VO, pois todos possuem a mesma importância do ponto de vista da determinação de seus valores por uma função aproximadora.

Como estamos tratando da aproximação de Curvas de Calibração (CCs), pelo conceito de mensurando e pelo conceito de incerteza na medição do Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM) (BIPM et al, 2008, INMETRO, 2009), utilizar VOs com valores absolutos é uma argumentação um tanto utópica. Sim, porque o conceito de incerteza na medição diz que a grandeza intencionada a ser medida está condicionada a erros, sejam eles sistemáticos ou aleatórios. Em outras palavras, esse conceito diz que toda medição é incerta ou que todo valor de medição nunca pode ser determinado absolutamente, logo, um indicador numérico de incerteza deve ser atribuído à medição, em contraste com o sistema determinista.

Salvo se os VOs possuem valores de incertezas desprezíveis, ou se esses valores representam valores de funções matemáticas determinísticas, seria salutar que esses valores estivessem acompanhados de sua estimativa de incerteza, uma vez que tais valores aqui apresentados são emanados de valores estimados de medições.

Em plena conformidade com os fundamentos metrológicos atuais, por conseguinte, seria interessante um algoritmo de aprendizado às MLPs, o qual levasse em consideração as incertezas atribuídas aos VOs, distinguindo esses valores por suas incertezas atribuídas e estabelecendo prioridades de aproximação numérica.

6.1 O ALGORITMO DE APRENDIZADO DOTADO DE INCERTEZAS

Nesta seção apresentaremos um algoritmo de aprendizado que leva em consideração as incertezas nos VOs, reformulando o método de Levenberg – Marquardt (LM), apresentado no capítulo 1, através da ponderação aos valores de incertezas particulares correspondentes a cada grandeza de saída (LIRA, 2002).

O algoritmo de aprendizado visa, principalmente, diminuir os erros, portanto vamos iniciá-lo aproximando os erros da iteração $n+1$ por sua expansão de Taylor (BUTKOV, 1988) de primeira ordem em torno dos pesos sinápticos da iteração n . A fórm.(6.1) é essa aproximação escrita em notação matricial, cuja matriz de erros $\vec{e}$ é dependente da iteração n do algoritmo de aprendizado e da matriz de pesos sinápticos $\vec{w}$ conforme fórm.(6.1).

$$\vec{e}(n+1) = \vec{e}(n) + J(n)[\vec{w}(n+1) - \vec{w}(n)] \quad (6.1)$$

Nessa fórmula, foi preservado o termo de primeiro grau e os demais termos de ordens superiores foram negligenciados, por isso, valer lembrar que a fórm.(6.1) não é exatamente uma igualdade, mas apenas uma aproximação muitas vezes chamada de “aproximação de primeira ordem” ou “aproximação linear”. Com isso escrevemos os erros em função dos pesos sinápticos e, por sua vez, em função da iteração n .

Aqui se supõe uma aproximação de uma função suave, pois as funções suaves são as classes de funções que podem ser aproximadas pela série de Taylor. Além do mais, esperamos que a função seja analítica, ou seja, que os erros da iteração $(n+1)$ sejam próximos ao erro da iteração n , onde a aproximação linear seria válida (HELENE, 2006).

O objetivo do método LM, como já comentado, é o rebaixamento dos quadrados dos erros, ou melhor, da Somatória Quadrática dos Erros (SQE). A velocidade com que esses erros são rebaixados, utilizando o algoritmo LM, não leva em consideração a incerteza associada a cada VO, sendo a velocidade de

convergência determinada exclusivamente pela excursão dos valores da Jacobiana durante o método iterativo.

Como proposta para se levar em consideração as incertezas associadas a cada VO, vamos ponderar os VOs com essas próprias incertezas, multiplicando os primeiros pelos inversos dos segundos. Tal procedimento para a realização de ponderações pelo inverso das incertezas já é utilizado em metrologia (WEISE, 1999). O procedimento para ajustar funções matemáticas com incertezas associadas é conhecido como Método dos Mínimos Quadrados Ponderados. Para avançarmos em nossa proposição precisamos, portanto, escrever a SQE ponderada pelo inverso das incertezas na forma matricial conforme fórm.(6.2).

$$SQE = \vec{e}^T (u_y^2)^{-1} \vec{e} \quad (6.2)$$

A matriz u_y^2 é a matriz quadrada de covariâncias; neste caso, uma matriz diagonal quadrada, pois estamos tratando da ponderação apenas das incertezas e as covariâncias não estão sendo aqui consideradas ou, da mesma forma, igualadas a zero.

Podemos estabelecer a matriz de variação (correção) do valor de pesos sinápticos conforme fórm.(6.3).

$$\Delta \vec{w}(n) = \vec{w}(n+1) - \vec{w}(n) \quad (6.3)$$

Substituindo essa variável na fórm.(6.1) e o resultado dessa substituição na fórm.(6.2), temos, em notação matricial, a fórm.(6.4).

$$SQE = \{ \vec{e}(n) + J(n) \Delta \vec{w}(n) \}^T (u_f^2)^{-1} \{ \vec{e}(n) + J(n) \Delta \vec{w}(n) \} \quad (6.4)$$

Queremos determinar em que situação a SQE seria a mínima possível para cada iteração n , ou, em outras palavras, qual variação $\vec{\Delta w}(n)$ levaria a essa situação. Sabemos que na situação de mínimo, a primeira derivada é zero, portanto derivaremos a fórm.(6.4) em relação aos pesos sinápticos $\Delta w_i(n)$ da matriz $\vec{\Delta w}(n)$ e igualaremos o resultado a zero. Partindo da hipótese, com a qual estamos lidando, cujas incertezas não dependem dos pesos sinápticos $w_i(n)$ ajustados no processo de aprendizagem ou mesmo de sua variação $\Delta w_i(n)$, podemos escrever então o resultado da derivação conforme fórm.(6.5).

$$\begin{aligned} 2 J^T(n)(u_F^2)^{-1} [\vec{e}(n) + J \vec{\Delta w}(n)] &= \\ 2 J^T(n)(u_F^2)^{-1} \vec{e}(n) + 2 J^T(n)(u_F^2)^{-1} J(n) \vec{\Delta w}(n) &= 0 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Sendo esta a condição de mínimo, assim chegamos ao algoritmo de aprendizado, ou de forma equivalente, à variação necessária dos pesos sinápticos para rebaixamento da SQE que leva em consideração as incertezas nos Valores Objetivos (VOs) conforme fórm.(6.6).

$$\vec{\Delta w}(n) = - \left[J^T(n)(u_F^2)^{-1} \vec{J}(n) \right]^{-1} J^T(n)(u_F^2)^{-1} \vec{e}(n) \quad (6.6)$$

Ao inspecionar o algoritmo da fórm.(6.6) se pode verificar de imediato que três fatores podem levar a SQE a não convergir para um valor mínimo. Primeiramente é necessário que a derivada zero corresponda a um mínimo. Segundo, como partimos da série de Taylor, essa fórmula é válida somente aos valores de pesos sinápticos corrigidos próximos aos valores dos pesos sinápticos não corrigidos para uma função suave. Por último, a matriz a ser invertida não pode ser singular em nenhuma

iteração. Em qualquer um desses casos, devemos atenuar a variação de pesos sinápticos, quando percebido um incremento indesejável da função de desempenho (SQE). Procede-se então a um “artifício” computacional conhecido como taxa de aprendizado λ , a qual deve ser somada na diagonal da matriz a ser invertida, tal como na fórm.(6.7).

$$\vec{w}(n+1) = \vec{w}(n) - \left[J^T(n)(u_F^2)^{-1}J(n) + \lambda \vec{I} \right]^{-1} J^T(n)(u_F^2)^{-1}\vec{e}(n) \quad (6.7)$$

Com $\vec{I}$ sendo a matriz identidade e a matriz de variações de pesos sinápticos substituída pelos valores dos pesos sinápticos corrigidos e não corrigidos.

Para controle da taxa de aprendizagem λ , foi utilizado um algoritmo lógico que incrementa os valores dessa taxa mediante monitoramento do valor de SQE; se não houver rebaixamento após valor máximo da taxa, o valor de SQE é mantido constante até à finalização dos ciclos máximos admitidos. Obviamente, é necessário determinar o passo de incremento dessa taxa, o qual chamamos aqui de taxa de incremento.

6.2 APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE APRENDIZADO DOTADO DE INCERTEZAS

Para ilustrar, analisar e demonstrar a aplicação do algoritmo de aprendizado dotado de incertezas nos Valores Objetivos (VOs), efetuamos a aproximação da Curva de Calibração (CC) de uma Calibração Alfa do túnel de vento TA2. Novos dados denominados [C], seguindo a estratégia amostral do anexo A (referente aos dados [B]), mas com valores diferentes, foram utilizados neste caso.

A estimativa de incerteza é um estudo à parte nesse túnel, e o objetivo deste capítulo é avaliar somente o comportamento do algoritmo de aprendizado proposto, sejam quais forem os valores de incertezas adotados, por isso, os valores que foram aproveitados são os valores utilizados atualmente no túnel de vento TA2 como pode ser verificado na referência Reis (2000). Os valores dessas incertezas para as cargas de calibração são exibidos na Figura 6.1.

Iniciamos a demonstração apresentando a Tabela 6.1 de parâmetros predeterminados ao aprendizado da MLP. Note que, os algoritmos de aprendizados utilizados no treinamento da MLP são o Levenberg – Marquardt, (LM), e Levenberg – Marquardt dotado de incertezas nos VOs, o qual abreviaremos LMY.

A SQE foi contabilizada de duas formas, primeiramente contabilizando a SQE global considerando todos os erros de aproximação da ordenada da CC para todas as grandezas envolvidas, ou seja, para todas as saídas das MLPs. Segundo, em outras contabilizações, mostrando a SQE de cada grandeza de ordenada da CC, ou melhor, de cada saída da MLP. Esses últimos resultados obtidos, distintos por cada contabilização individual das saídas da MLP, são os resultados que despertam atenção para a proposta do algoritmo LMY apresentado no item anterior.

Figura 6.1 – Valores de Incertezas para as saídas da MLP (Cargas de calibração do túnel de vento TA2 do IAE pertencente ao DCTA). Dados denominados [C]. Forças de F1 a F3 em Kgf, momentos de F2 a F6 em Kgfm.

Tabela 6.1 – Parâmetros predeterminados das MLPs.

Função de Transferência	Tangente Hiperbólica
ALGORÍTIMO DE APRENDIZADO PROPOSTO	LMY
Inicialização dos pesos sinápticos	0.0001
Taxa de incremento	50
Número de ciclos de treinamento	2000

A Figura 6.2 exibe o resultado da SQE para MLPs com diferentes quantidades de neurônios na camada oculta. O gráfico está dotado de uma demonstração canônica qualitativa de velocidade de convergência do LMY comparado ao LM.

Notamos que o algoritmo de aprendizado proposto LMY, na faixa de abscissas considerada, é predominantemente mais lento que o algoritmo LM como mostra o gráfico canônico, porém essa diferença é muito baixa, de modo que a partir de 17 neurônios na camada oculta os valores de SQE dos dois algoritmos se entrelaçam mostrando equivalência na aplicação dos dois algoritmos quando computada a SQE global.

Figura 6.2 – Valores da Somatória Quadrática dos Erros (SQE) em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração alfa do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valor global do SQE.

Esse comportamento merece especial atenção. Embora, num primeiro momento possa parecer que, em termos de análise dos valores de SQE, os dois algoritmos pareçam equivalentes, sem diferenças evidentes, veremos nos gráficos seguintes que o comportamento das convergências da SQE, com os algoritmos

considerando ou não as incertezas para cada grandeza de saída da MLP, contabilizadas individualmente, modifica-se notoriamente.

A Figura 6.1 foi ordenada pelos valores de incertezas das cargas de calibração em ordem decrescente com o intuito de expor, através dos gráficos de convergência de cada saída da MLP, a influência desses valores nas velocidades dessa convergência.

As Figuras de 6.3 a 6.8 são semelhantes à Figura 6.2, exceto que a SQE contabilizada é aquela referente aos erros causados para cada grandeza de saída da MLP (no caso da Calibração Alfa é cada carga de calibração). A ordem das figuras corresponde à ordem das cargas respectivas das incertezas da Figura 6.1.

O resultado da utilização do algoritmo LMY dotado de incertezas nas grandezas de saída da MLP nesta Calibração Alfa foi a alteração da velocidade de convergência da SQE de cada grandeza, em regime de rebaixamento de seus valores. As velocidades de convergência do algoritmo LMY são sensibilizadas pelos valores de incertezas atribuídas às cargas. As velocidades de convergência são predominantemente mais altas para valores de incertezas mais baixos (consoante cargas F2 e F6) e são predominantemente mais baixas para valores de incerteza mais altos (consoante carga F3). As cargas F1, F2 e F5 ilustram o comportamento de transição entre as relativas incertezas associadas de maior valor àquelas de menor valor.

É claro que a velocidade de convergência não é somente função das incertezas associadas às grandezas de saída das MLPs, todavia, através dessa demonstração se pode notar que no algoritmo LMY essa relação de dependência foi alcançada, ou seja, a velocidade de convergência também como função das incertezas associadas.

Como vimos no capítulo 5, um dos fatores que igualmente influenciam na convergência da MLP é a grandeza de influência. Como, no caso da $C\beta$, altera-se também o número de grandezas consideradas na saída da MLP, da mesma forma pode ser atribuída uma incerteza a essa grandeza de influência. O valor dessa incerteza estimada no túnel de vento TA2 atualmente é de $9.3E-3$. O novo perfil de incertezas nas grandezas de saída da MLP segue o perfil apresentado na Figura 6.1 com o acréscimo da grandeza ângulo de guinada β e com o respectivo valor mais alto de incerteza entre todas as incertezas consideradas.

Figura 6.3 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração alfa do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F3.

Figura 6.4 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração alfa do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F1.

Figura 6.5 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração alfa do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F5.

Figura 6.6 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração alfa do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F2.

Figura 6.7 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração alfa do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F4.

Figura 6.8 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração alfa do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F6.

A Figura 6.9 exibe as aproximações dos algoritmos LM e LMY para a contabilização da SQE global, com sete grandezas de saídas na MLP. Como o número de grandezas consideradas na saída da MLP para a $C\beta$ possui uma grandeza a mais, e o volume de dados a ser tratado na aproximação foi aumentado, a faixa de neurônios considerados na camada oculta também foi ampliada. O valor da SQE do polinômio utilizado na atualidade no túnel de vento também está expresso no gráfico através da representação de uma linha constante.

Figura 6.9 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valor global de SQE.

Já as Figuras de 6.10 a 6.15 mostram os valores de SQE nessas mesmas condições, porém com contabilizações das grandezas individuais correspondentes a cada saída da MLP. Os comportamentos das velocidades de convergências nessas condições experimentam a mesma argumentação e verificações das condições anteriores, quando não se é considerada a grandeza de influência. A novidade neste caso é o gráfico de convergência da SQE, conforme a Figura 6.16, referente à própria grandeza de influência, a qual define ainda mais a argumentação sobre a velocidade de convergência sob influência da incerteza associada. Devido ao fato de o valor de incerteza ser maior que os demais, a velocidade de convergência é

notadamente maior com a utilização do algoritmo LM do que com a utilização do algoritmo LMY.

Finalizamos o capítulo demonstrando que é possível distinguir a aproximação da CC de cada grandeza de saída da MLP pela sua incerteza associada. Tal procedimento prioriza a aproximação das grandezas que possuem menor valor de incerteza. O algoritmo LMY, que leva em consideração as incertezas associadas aos VOs, não causa prejuízos na operacionalidade da MLP, tampouco em sua convergência. Há uma redistribuição das dispersões nas aproximações das grandezas de tal forma que a contabilização da dispersão global, aqui representada pela SQE, permanece experimentalmente com poucas alterações em seus valores. A proposta ainda é compatível com a consideração da grandeza de (grande) influência, tal como o ângulo de guinada β . Outrossim, considerar incertezas nos valores medidos está de acordo com a boa prática metrológica adotada internacionalmente.

Figura 6.10 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F3.

Figura 6.11 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F1.

Figura 6.12 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F5.

Figura 6.13 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F2.

Figura 6.14 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F4.

Figura 6.15 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para a carga F6.

Figura 6.16 – Valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta para calibração beta do túnel de vento TA2. Algoritmos de aprendizagem dotados ou não de incertezas nas saídas da MLP. Valores de SQE para o ângulo de guinada β .

CAPÍTULO 7 PREDIÇÕES E RASTREABILIDADE

Iniciamos este capítulo discorrendo sobre as razões da necessidade da Calibração. Do ponto de vista do usuário de um Sistema de Medição calibrado, o que ele pode esperar da Calibração é a confiança na representatividade de suas medições em campo, isto é, mesmo que a medida não possua o valor como um múltiplo absoluto da unidade de medida, quer dizer, um valor dotado de erros como é o esperado, os dados da calibração irão auxiliá-lo a corrigir tais erros, tornando o valor lido, ou o valor esperado da medição, mais próximo o possível do múltiplo da unidade de medida. Sendo assim, o usuário de um Sistema de Medição é também um importante usuário dos dados da calibração, nos quais ele irá depositar, com efeito, sua confiança, mesmo que dotados de incertezas, pois essas incertezas, uma vez sendo expressas por valores numéricos, também devem ser dignas de sua confiança.

A definição de calibração segundo a versão anterior brasileira do Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM) (INMETRO; SENAI, 2007) era:

Calibração: Conjunto de operações que estabelece, sob condições especificadas, a relação entre os valores indicados por um instrumento de medição ou sistema de medição ou valores representados por uma medida materializada ou um material de referência, e os valores correspondentes das grandezas estabelecidos por padrões.

Já a nova versão do VIM, editada pelo BIPM et al (2008) e INMETRO (2009), como vimos na introdução, modificou a definição de calibração adicionado o período seguinte à frase da definição anterior (considerando algumas equivalências lingüísticas nesse primeiro período): numa segunda etapa, utiliza esta informação para estabelecer uma relação visando à obtenção de um resultado de medição a partir de uma indicação. Esse segundo período da definição atual de calibração é a essência deste capítulo. Este trabalho começou a ser desenvolvido antes mesmo da edição do VIM (BIPM et al, 2008, INMETRO, 2009), como pode ser verificado na referência do próprio autor (BARBOSA et al, 2006), e em consonância com a evolução dos fundamentos em metrologia, traçou o desenvolvimento desta tese.

Diante da última definição, o que realmente o usuário do Sistema de Medição procura em seus dados de calibração disponíveis é, pois, a manutenção da

rastreabilidade em cada medição executada em campo; pelo menos aquela associada ao Sistema de Medição e sua respectiva Calibração.

Contudo, a manutenção da rastreabilidade não é efeito somente da exatidão do sistema de medição, ou de sua respectiva calibração, mas também de outros fatores que devem ser levados em conta na medição. As condições de repetitividade, com sua definição reproduzida na introdução, contribuem para esses outros fatores. Mas o que este fator significa para o nosso usuário do sistema de medição calibrado? Imaginando condições de absoluta repetitividade tanto no campo quanto no momento da calibração, ele poderia supor que o Sistema de Medição responde da mesma forma a qualquer tempo, em outras palavras, se as condições de medição em campo fossem exatamente iguais às condições de calibração, ele esperaria os mesmos resultados nos valores de medição e poderia aplicar suas correções tranquilamente, de acordo com os erros encontrados na calibração. Mas na verdade esse fato não ocorre, porquanto não é uma situação verdadeira, é apenas verossímil. As condições em campo dificilmente reproduzem com exatidão as condições de um laboratório de calibração, mesmo que o tal campo seja o próprio laboratório, ou ainda em circunstâncias mais remotas, quando a medição em campo não ocorre no mesmo ambiente do laboratório de calibração, muitas vezes, nem em um laboratório.

No entanto, vamos imaginar exatamente as mesmas condições de calibrações para a medição em campo (ou em teste), compreendendo todos os fatores, inclusive operadores ou qualquer outro fator não instrumentado – os valores de medições deveriam ser iguais? Pelo princípio da incerteza associada à medição, a resposta é não (ABNT; INMETRO - GUM, 2003).

Além da incerteza oriunda de flutuações estatísticas, podem ainda existir erros sistemáticos. Um dos fatores que provocam esses erros é a deriva instrumental, com sua definição reproduzida na introdução, e da qual a hipótese da manutenção de absoluta condição de repetitividade a qualquer tempo é refutada. Verifique-se que deriva (e não deriva instrumental) segundo a versão brasileira do VIM (INMETRO, 2007) é a variação lenta de uma característica metrológica, não sendo definida em função do tempo, tampouco associada apenas ao instrumento. O VIM atualizado (BIPM et al, 2008; INMETRO, 2009) definiu o conceito de deriva instrumental, e não mais o conceito de deriva apenas que não era associada restritivamente ao instrumento de medição. O novo conceito também atribuiu à

deriva instrumental somente a função da grandeza tempo e retirou-lhe a premissa que se tratava de uma variação lenta. Essa última definição complementa ainda mais a premissa que um sistema de medição pode variar em diferentes momentos da medição ou da calibração, mesmo sob condições de repetitividade, não somente por motivos de aleatoriedade, mas também por motivos de derivas instrumentais.

Além da deriva existem ainda erros sistemáticos oriundos dos próprios valores das grandezas medidas, utilizadas como valores de medição na calibração. Erros que não foram corrigidos, seja por serem considerados insignificantes num primeiro momento, ou por ser de extrema dificuldade sua estimativa.

Por outro lado, com relação à teoria que envolve aplicações de MLP, é previamente conhecido que baixos erros no aprendizado não significam baixos erros em aplicações sucessivas da MLP no modo simulação para novos dados, como referências a esse assunto nós podemos citar Haykin (1999) e Hagan (1996), como exemplos de proposições MacKay (1992) e Foresee e Hagan (1997), e como referências recentes de aplicações Saegusa (2008), Kupka (2008) e Floares (2008).

Até sob uma mesma amostragem de dados, a aproximação da CC pela MLP pode também levar a aproximações de variações aleatórias, chamadas também de ruídos (overfitting), e isso causará maiores erros à sua aplicação no modo simulação. O termo ensaio ou teste é muito utilizado nesta área, quando se quer verificar as dispersões em conjuntos de dados que não foram utilizados no treinamento, da mesma forma, é comum utilizar o termo validação cruzada, quando esses conjuntos de teste são utilizados para corrigir os pesos sinápticos originais do treinamento, ou durante o treinamento das MLPs. Do ponto de vista particular do algoritmo de aprendizado Levenberg – Marquardt (LM), ele ainda pode gerar erros tendenciosos, ou em outras palavras, os valores podem ser dotados de erros sistemáticos.

Até o momento analisamos os erros da CC multivariada através dos erros de sua aproximação pelas MLPs e pelos polinômios utilizados no túnel de vento TA2, de forma individualizada e aplicada a uma calibração apenas. Todavia, se nos preocuparmos agora se a CC aproximada irá minimizar os erros também na sua utilização em campo, então nós temos que aplicar a CC em novas medições e medir seu desempenho. É o que propomos neste capítulo, analisar o comportamento da dispersão dos erros em sucessivas aplicações sob condições de repetitividade. A melhor maneira que encontramos para manter essas condições de repetitividade no

túnel de vento TA2 foi a de utilizar os dados de três calibrações sucessivas, num intervalo de tempo de cinco dias, oriundos de um novo banco de dados de calibração que chamamos de dados [D]. Esses dados novamente possuem a mesma disposição e quantidade de elementos dos dados [B] (mostrados no anexo A) replicados por três vezes com os valores das células de carga diferentes entre si e entre os conjuntos de dados.

7.1 AVALIANDO O PODER DE PREDIÇÃO DA CURVA DE CALIBRAÇÃO

Vamos, portanto, seguir o caminho experimental para verificar a capacidade de predição da aproximação da CC efetuada em uma calibração típica do túnel de vento TA2.

Iniciamos com a utilização das MLPs para efetuar a aproximação da CC na primeira calibração, assim como já vem sendo realizado nos capítulos anteriores deste trabalho, e chamaremos essa aproximação de aprendizado. Também nos valeremos do polinômio utilizado atualmente no túnel de vento TA2 para servir de comparação e de referência e denominaremos essa aproximação (pelo polinômio) de ajuste ou regressão. As duas calibrações seguintes e consecutivas serão empregadas para averiguação da capacidade das aproximações utilizando MLPs ou o polinômio em prever os resultados dessas calibrações subsequentes.

A computação da predição se dará pelo cálculo dos erros das simulações, ou seja, a diferença entre os valores de saída e os valores medidos e conhecidos (estimados), neste caso, as cargas aplicadas, e os resultados das saídas das CCs aproximadas pelas MLPs e pelo polinômio, tendo como valores de entrada os novos valores medidos nas calibrações subsequentes. Os parâmetros ajustáveis da CC, obtidos na sua respectiva aproximação efetuada na primeira calibração, são mantidos fixos (modelo matemático numérico), simulando a utilização da CC em campo.

A computação dos erros é possível, uma vez que se tratam de calibrações consecutivas, por conseguinte, são conhecidos tanto os valores de entrada da CC, os valores da célula de carga, como também os valores de saída da CC e os valores das cargas aplicadas. À contabilização do Indicador de Desempenho (ID) da Somatória Quadrática dos Erros (SQE) na segunda calibração chamaremos de

Predição 1, à terceira de Predição 2 e assim sucessivamente quando houver mais de duas calibrações utilizadas para predições (como veremos no capítulo 9 com mais de duas calibrações).

Para avaliar a influência de escolha de um dos parâmetros predeterminados da MLP, a Função de Transferência (FT) para a camada de saída da MLP, utilizamos duas configurações de MLPs exibidas na primeira e segunda coluna na Tabela 7.1. Já os demais parâmetros predeterminados das MLPs seguiram os valores da Tabela 7.3.

A Tabela 7.2 exibe os valores da SQE contabilizada após o ajuste ou a regressão polinomial na primeira calibração. Ela também exibe as SQEs das simulações da segunda e terceira calibrações subsequentes, chamadas de predição 1 e predição 2; mantendo-se os valores dos parâmetros ajustáveis com valores fixos e determinados na primeira calibração. Em todos os casos foram utilizados os dados da Calibração Alfa - $C\alpha$ do conjunto de dados [D].

Tabela 7.1 – Configurações das Funções de Transferência (FT) para a camada de saída da MLP.

FTs Camada oculta	FTs Camada de saída	SQE Aprendizado (1ª Calibração) Figura	SQEs Simulação (Predições 1 e 2 : 2ª e 3ª Calibrações) Figura
Tang. Hip.	Tang. Hip.	7.1	7.3
Tang. Hip.	Identidade	7.2	7.4

Tabela 7.2 – Valores da Somatória Quadrática dos Erros (SQE) para os diferentes modos de operação do polinômio.

Modo de Operação	SQE	Figura
Ajuste - 1ª Calibração	2,5268	7.1 e 7.2
Predição 1 - 2ª Calibração	2,7095	7.3
Predição 2 - 3ª Calibração	6,7200	7.4

Tabela 7.3 – Parâmetros predeterminados das MLPs.

Algoritmo de Aprendizado	Levenberg – Marquardt (LM)
Inicialização dos pesos sinápticos	0.0001
Taxa de incremento	50
Número de ciclos de treinamento	1000

As Figuras 7.1 e 7.2 exibem os valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta das MLPs, após o aprendizado na primeira calibração,

para cada tipo de FT utilizada na camada de saída respectivamente, conforme indicado na terceira coluna da Tabela 7.1. Essas figuras exibem também os valores das SQEs contabilizadas para os polinômios após o ajuste dos parâmetros ajustáveis, conforme a terceira coluna da Tabela 7.2.

As Figuras 7.3 e 7.4 exibem os valores da SQE em função da quantidade de neurônios na camada oculta das MLPs, operando no modo simulação para as predições 1 e 2. Não obstante, essas figuras são recíprocas às FTs utilizadas na camada de saída conforme indica a quarta coluna da Tabela 7.1. Os valores das SQEs do polinômio, operando também no modo simulação para a predição 1 e predição 2, são igualmente exibidos nessas figuras conforme indica a terceira coluna da Tabela 7.2 para comparação.

Figura 7.1 – Valores da Somatória Quadrática dos Erros (SQE) da MLP e do polinômio para a Calibração Alfa da balança de esforços aerodinâmicos do túnel de vento TA2 em função da quantidade de neurônios na camada oculta da MLP. Funções de Transferência da camada de saída do tipo tangente hiperbólica. Valores de SQE globais. Modo de operação aprendido para a MLP e ajuste para o Polinômio na 1ª calibração.

As Figuras 7.1 e 7.2 mais uma vez mostram que, no modo aprendizado, a aproximação da CC pela MLP atinge valores de SQEs bem menores do que o polinômio utilizado atualmente no túnel de vento TA2. Verifica-se também que na

utilização da FT Identidade no neurônio da camada de saída da MLP a convergência é mais rápida.

No modo predição as MLPs, tanto com FT tangente hiperbólica como identidade, não convergem como ocorre no caso do aprendizado, sendo que, no caso da primeira, a SQE chega a divergir com o aumento do número de neurônios na camada oculta.

Figura 7.2 – Valores da SQE da MLP e do polinômio para a Calibração Alfa da balança de esforços aerodinâmicos do túnel de vento TA2 em função da quantidade de neurônios na camada oculta da MLP. Funções de Transferência da camada de saída identidade. Valores de SQE globais. Modo de operação de aprendizado para a MLP e ajuste para o polinômio na 1ª calibração.

Se o processo de calibração fosse absolutamente repetitivo, ou se a SQE devido a esse processo dependesse apenas da aproximação da CC, o problema da aproximação da CC estaria resolvido para os pontos levados em consideração (pontos medidos). Se estivéssemos aproximando uma Função Matemática determinística (porém não conhecida) ou, se pelo menos se tratasse de uma CC de referência, o problema resumir-se-ia em quais os pontos e em qual quantidade de pontos seria considerado, e tal fato seria condizente com a teoria de aproximação universal apresentada no capítulo 2.

No entanto, o que temos nesse exemplo de aplicação não é uma CC de referência e nem um processo de calibração absolutamente repetitivo. A repetitividade depende, além da metodologia utilizada na aproximação da CC, de fatores tais como recursos humanos, condições ambientais, amostragem, procedimentos de medição, armazenamento, cadeia de sinal, fontes de incertezas, entre outros, assim como foram citados na introdução.

Figura 7.3 – Valores da SQE da MLP e do polinômio para a Calibração Alfa da balança de esforços aerodinâmicos do túnel de vento TA2 em função da quantidade de neurônios na camada oculta da MLP. Funções de Transferência da camada de saída tangente hiperbólica. Valores de SQE globais. Modo de simulação da 2ª e 3ª calibrações (predições 1 e 2 respectivamente) para a MLP e para o polinômio.

Uma forte candidata a fator de influência na convergência da CC, tanto na calibração como na predição, é a própria metodologia utilizada para sua aproximação tal qual é assunto em questão neste trabalho. Não só pelo fato de também contribuir para erros sistemáticos, mas ainda pela possibilidade, aparentemente paradoxal, da própria metodologia corrigir os erros da calibração bem como os próprios erros (desde que modificada).

Para entender melhor esse efeito, basta perceber que dependendo das FTs escolhidas e, portanto, dependendo do modelo matemático escolhido para

representar a CC, as magnitudes das vicissitudes na convergência podem ser alteradas tanto no aprendizado como na predição (vide as Figuras de 7.1 à 7.4).

No próximo capítulo iremos propor combinações entre polinômios e MLP para aproximar a CC da balança externa do túnel de vento em busca da obtenção de melhores resultados pela correção de erros.

Figura 7.4 – Valores da SQE da MLP e do polinômio para a Calibração Alfa da balança de esforços aerodinâmicos do túnel de vento TA2 em função da quantidade de neurônios na camada oculta da MLP. Funções de Transferência da camada de saída identidade. Valores de SQE globais. Modo de simulação da 2ª e 3ª calibrações (predições 1 e 2 respectivamente) para a MLP e para o polinômio.

CAPÍTULO 8 A PROPOSTA DE CURVAS DE CALIBRAÇÃO COMBINADAS

Uma das características de alguns instrumentos de medição é sua linearidade na calibração. Infelizmente a linearidade não é definida no VIM (BIPM et al., 2008), muito embora seja um termo vastamente utilizado em metrologia, talvez seja por causa das múltiplas interpretações que lhe têm sido atribuídas. Aqui esse termo significa uma função afim, ou seja, quando afirmamos que um instrumento ou sistema de medição possui um comportamento linear na calibração, queremos dizer que a Curva de Calibração (CC) segue uma função afim. Por exemplo, numa calibração de um padrão e um calibrando (instrumento ou sistema de medição a ser calibrado perante o padrão), que possui indicações de mesma grandeza e mesma unidade de medida, a CC esperada deve ser uma função afim. As calibrações de alguns manômetros são dessa natureza, sendo o padrão o manômetro de coluna líquida e o calibrando um manômetro de tubo de Bourdon, com indicação a ponteiro, da mesma unidade de medida, espera-se como CC uma função afim do tipo identidade. Obviamente, por causa da presença de Erros Sistemáticos e Erros Aleatórios no processo de calibração, a CC não será exatamente uma função identidade, nem mesmo uma função afim. À qualidade, que a CC exibe em ser uma função afim, chamamos de linearidade neste trabalho.

Analisando o comportamento da CC no capítulo anterior, aproximada pelo polinômio da Calibração Alfa no banco de dados [D], vamos verificar minuciosamente os valores dos parâmetros a desse polinômio, escrevendo os valores da matriz $\vec{a}$ da Calibração Alfa do banco de dados [D] no formato vistos na Tabela 8.1.

Os valores em destaque na Tabela 8.1 correspondem aos coeficientes de maior influência numérica no modelo polinomial dado pela fórm.(3.1). Esses coeficientes são exatamente os coeficientes das relações de função afim multivariada entre os sinais das células de carga e os valores de cargas. Ou seja, numa primeira aproximação, a balança externa do túnel de vento TA2 possui linearidade. Se não fosse a significativa influência da carga F6 à carga F2, em uma primeira aproximação, a linearidade bem poderia não ser sequer multivariada. Logo a balança possui comportamento linear, porém não em absoluto. O curioso aqui é

comentar que ela foi projetada para possuir um comportamento linear (conforme explanado no capítulo 3), mesmo as grandezas medidas não sendo idênticas e sem possuírem unidades de medidas iguais entre entrada x saída.

Tabela 8.1 – Valores dos coeficientes $a_{n,i}$ do polinômio para a Calibração Alfa do banco de dados [D].

$i \Rightarrow$ $termo \Downarrow$	1	2	3	4	5	6
1	<u>9.07E-01</u>	1.62E-03	4.22E-02	4.10E-03	-2.79E-03	-3.84E-03
2	-2.23E-03	<u>-2.03E+00</u>	2.00E-02	9.48E-03	2.82E-02	2.48E-02
3	-1.13E-02	5.64E-03	<u>-2.60E+01</u>	2.80E-01	4.92E-02	-3.66E-03
4	-2.95E-03	-3.01E-03	-3.40E-03	<u>-5.72E+00</u>	7.18E-03	1.63E-03
5	3.06E-03	1.13E-03	-1.65E-02	3.51E-03	<u>4.88E+00</u>	8.36E-04
6	2.06E-03	<u>-2.11E+00</u>	4.75E-02	-8.86E-03	1.09E-02	<u>2.99E+00</u>
7	9.14E-05	1.23E-04	-1.53E-03	-1.53E-04	-2.20E-05	-2.56E-05
8	-5.18E-06	-3.98E-05	8.58E-04	1.04E-04	5.55E-06	-1.43E-05
9	4.02E-04	-7.69E-05	1.22E-02	-6.29E-03	-7.34E-03	-1.39E-03
10	3.89E-04	-2.30E-04	2.31E-02	-1.07E-03	-1.75E-03	-3.15E-04
11	-2.06E-03	-8.22E-03	1.10E-01	1.17E-02	2.85E-03	3.35E-03
12	1.22E-04	-5.78E-04	1.21E-02	1.08E-03	-6.10E-04	-1.38E-04
13	-1.37E-05	-1.67E-05	1.67E-04	3.57E-05	5.71E-06	2.85E-05
14	2.81E-05	2.37E-04	-2.07E-03	-4.21E-04	-3.63E-04	-8.74E-05
15	7.77E-05	2.48E-04	-9.96E-04	1.26E-04	1.32E-05	2.60E-04
16	3.29E-05	-1.02E-04	-4.98E-04	1.85E-05	9.35E-05	1.17E-04
17	8.29E-06	6.86E-05	-9.30E-05	-3.62E-04	5.38E-06	1.54E-04
18	3.67E-05	-1.98E-05	-5.98E-04	4.57E-04	-1.55E-05	2.95E-04
19	-8.17E-05	-2.33E-04	-2.89E-04	2.30E-05	3.47E-05	8.41E-05
20	-1.11E-05	-2.30E-04	1.58E-03	4.31E-05	5.90E-05	-2.62E-04
21	-3.80E-06	7.03E-06	1.96E-03	1.52E-04	-5.97E-04	-2.68E-04
22	-1.22E-03	-4.17E-03	4.75E-02	1.38E-02	1.02E-03	2.54E-03
23	-1.58E-03	-4.25E-03	5.04E-02	4.58E-03	-1.18E-03	1.57E-03
24	2.87E-04	-1.16E-03	-1.19E-03	4.15E-04	-6.18E-04	-5.18E-04
25	1.45E-04	4.21E-03	-4.01E-02	-4.91E-03	-1.95E-03	-1.72E-03
26	1.40E-04	1.79E-04	-5.18E-04	6.82E-05	1.49E-03	1.06E-03
27	-7.16E-05	2.62E-04	6.18E-04	1.81E-04	-2.23E-04	1.44E-04

Como nosso interesse é melhorar a exatidão das medições efetuadas neste túnel, os demais termos não lineares são também importantes para serem

considerados, pois ignorá-los significa admitir tendências a não linearidade. A própria calibração visa, sobretudo, verificar qual é essa linearidade e quais são os erros de linearidade.

Uma vez que o melhor modelo matemático para representar uma função afim é o polinômio de primeira ordem e, supondo que haja funções não polinomiais desviando a linearidade da CC da balança externa do túnel de vento TA2, propomos a combinação das funções polinomiais com as funções representadas pelas MLPs nos itens do capítulo a seguir.

8.1 FUNÇÃO DE REFERÊNCIA, FUNÇÃO PRINCIPAL E FUNÇÃO TENDÊNCIA

Incorporaremos inicialmente o conceito de Função de Referência. Mediante o avanço da física, na atualidade, existem modelos matemáticos oriundos dos estudos dos fenômenos físicos, os quais podem ser aplicados diretamente à tratativa matemática e numérica de medições. Os exemplos são muitos e podemos citar o movimento uniforme, o movimento orbital de corpos rígidos, a lei de ohm, a oscilação harmônica, a estequiometria, a lei de Nernst e muitos outros, além de suas combinações. Quando temos em mãos uma lei da física ou um modelo matemático conhecido, ainda que não sabido numericamente, mas o qual podemos associar a um fenômeno qualquer, assim como um processo de medição, neste capítulo chamaremos tal modelo matemático de Função de Referência.

Como uma medição está sujeita a erros, é possível que o modelo teorizado e representado por uma Função de Referência qualquer não seja satisfatório por completo, muitas vezes por particularidades que geram erros sistemáticos no momento da medição ou, simplesmente, por flutuação estatística por vezes dissimulada como erro sistemático. Quando existem erros representados por outras funções que sistematicamente desviam o comportamento da Função de Referência, atribuiremos a essas funções o nome de Função Tendência (FTEN). A calibração considera a existência dessas funções como um de seus mais importantes atributos. Quando os erros ocorrem sistematicamente ao longo do tempo, bem podemos chamar essas funções de Função Tendência de Deriva Instrumental, face à definição de Deriva Instrumental concebida pelo VIM (BIPM et al., 2008).

Há casos dos quais não conhecemos as leis da física que mais se aproximam do fenômeno a ser aproximado e conhecemos apenas os valores das grandezas de entrada e de saída, tal como uma “caixa preta”, cujo processamento interno é desconhecido ou ainda não explicado. Utilizamos então um modelo experimental matemático que acreditamos representar o fenômeno, tais como os clássicos polinômios ou mesmo as MLPs, como efetuado até o momento nesta tese. Assim concebemos a definição de Função Principal (FP), portando a mesma definição da Função de Referência, com a particularidade de ser um modelo matemático que não foi baseado num conceito preconcebido das leis da física. Em outras palavras, a Função de Referência é uma Função Principal (FP) particular na qual conhecemos o comportamento matemático geral do fenômeno através de uma explicação física da relação entre as grandezas.

8.2 APROXIMANDO A FUNÇÃO PRINCIPAL

Dado que a aproximação polinomial resultou em bons resultados para predições de calibrações consecutivas como visto no capítulo 7, os polinômios serão escolhidos como FPs. Neste caso essas FPs também podem ser chamadas de Funções de Referência, visto que é da construção da balança externa do túnel de vento TA2 possuir certa linearidade, como vimos no estudo de sua construção no capítulo 3.

Para estudar a influência dos termos quadráticos no polinômio da Calibração Alfa e compará-los à aplicação das MLPs, o que vamos fazer é a segmentação desse polinômio para utilizá-lo como FP, isto é, a utilização de polinômios de primeira e segunda ordem, com ou sem os termos cruzados.

De início vamos ajustar uma Curva de Calibração (CC) que passa na origem, ou seja, os polinômios não possuem uma constante em seus termos. A segunda coluna da Tabela 8.2 demonstra esses polinômios. Ainda, considerando que a Função de Referência seja uma função afim, a qual pode ou não passar pela origem, utilizamos também Polinômios que não passam na origem, conforme se verificará na segunda coluna da Tabela 8.3.

As Tabelas 8.2 e 8.3 são ainda acompanhadas dos valores da SQE, no ajuste polinomial como pode ser visto na terceira coluna. A quarta e a quinta coluna

mostram as SQEs da Predição das outras duas Calibrações Alfa subsequentes, lembrando que a predição é a contabilização dos erros se mantendo os parâmetros ajustados na primeira Calibração Alfa, e apenas substituindo os valores de entrada da CC para a obtenção de novos valores de saída. As denominações ajuste, aprendizado, predição 1 e predição 2 são idênticas às do capítulo 7 e seguem o mesmo conceito. Os valores de SQE do polinômio P3 também coincidem com os valores mostrados no capítulo 7, pois trata - se do mesmo banco de dados [D].

Tabela 8.2 - Função de Referência / Função Principal (FP) (polinômios) utilizados para representar a Curva de Calibração (CC) que passa pela origem da balança do túnel de vento TA2.

Polinômio	Formulação	SQE Ajuste	SQE Predição 1 2ª calibração	SQE Predição 2 3ª calibração
P1	$F_i = P_{i1} = \sum_{j=1}^6 a_{ji} S_j$	11.5712	7.5379	5.2584
P2	$F_i = P_{i2} = P_{i1} + \sum_{j=7}^{12} a_{ji} s_{j-6}^2$	10.5129	7.0067	5.2885
P3	fórm.(3.1)	2.5268	2.7095	6.7200

Tabela 8.3 - Função de Referência / Função Principal (FP) (polinômios) utilizados para representar a Curva de Calibração (CC) que **não** passa na origem da balança do túnel de vento TA2.

Polinômio	Formulação	SQE Ajuste	SQE Predição 1 2ª calibração	SQE Predição 2 3ª calibração
P4	$F_i = P_{i4} = b_i + \sum_{j=1}^6 a_{ji} S_j$	4.1861	5.0936	6.5380
P5	$F_i = P_{i5} = P_{i4} + \sum_{j=7}^{12} a_{ji} s_{j-6}^2$	3.9245	4.7916	6.4554
P6	fórm.(3.1) somada à constante b_i	1.7006	3.5571	7.6654

É curioso notar que os valores de SQE nas predições podem ser menores do que no ajuste conforme ocorreu com o polinômio P1 e polinômio P2. Do ponto de vista da SQE, a aproximação efetuada para a CC, mesmo utilizando dados da primeira calibração, representa melhor o processo de calibração das duas calibrações subsequentes (predições) do que do próprio ajuste.

8.3 COMBINANDO A FUNÇÃO PRINCIPAL E A FUNÇÃO TENDÊNCIA

A combinação entre a FP e a FTEN (ou FTENs) é efetuada por superposição, a Figura 8.1 apresenta a síntese dessa combinação para uma CC operando no modo simulação com a FTEN e a Função de Referência já com parâmetros ajustados¹⁰.

Figura 8.1 - Combinações entre Polinômios (Função Principal) e MLP (Função Tendência).

Efetuando uma analogia direta com a CC da Calibração Alfa, S1 a S6 são as entradas dessa CC; a aplicação da transformação matemática efetuada segundo o modelo matemático da FP irá gerar diretamente os valores de saída das CCs F1' a F6'. Porém esses valores de saída estão desviados dos valores conhecidos das cargas aplicadas na calibração. Se tais erros forem representados pela transformação matemática da FTEN, expressos na Figura 8.1 como F1D a F6D, eles podem ser somados aos primeiros em prol de um resultado líquido corrigido de seus

¹⁰ A combinação proposta está referenciada pelo conceito de erro sistemático como uma diferença. A proposta é a operação inversa do aparecimento do erro sistemático (ou da diferença). Porém não foram verificados, neste trabalho, óbices à combinação da FP e FR através de outra (ou outras) operação matemática. Na seção 10.2, no final da tese, será feito uma menção a este fato.

erros, representados na figura por $F1''$ a $F6''$. Obviamente esses valores líquidos não estão totalmente isentos de erros, no entanto, se ambas as funções FP e FTEN convergirem, os erros líquidos serão menores. Tal resultado está demonstrado na fórm.(8.1).

Se o valor do erro da FP (D_i) for menor que F_i e o valor do erro da FTEN (d_i) for menor que F_{id} a minimização será rápida e garantida, pois desejamos que os erros caminhem para o valor nulo. O resultado final é que diminuimos os erros D_i para os erros d_i que, pela convergência, são menores do que os primeiros.

$$F_i = F_i' + D_i = F_i' + F_{id} + d_i \quad (8.1)$$

Para D_i aproximado pela FTEN, dado pela fórm.(8.2)

$$D_i = F_{id} + d_i \quad (8.2)$$

8.4 COMBINANDO POLINÔMIOS E MLPS

Utilizaremos as MLPs como FTEN que terá como Valores Objetivos (VOs) os erros causados pela aproximação polinomial.

A segunda, terceira e quarta colunas da Tabela 8.4 exibem as combinações entre polinômios e MLPs utilizadas para representar a CC combinada que passa pela origem. Já as mesmas colunas da Tabela 8.5 exibem as combinações entre os polinômios e as MLPs utilizadas para representar a CC combinada que não passa pela origem. Essas tabelas indexam os gráficos ilustrativos das SQEs em função do número de neurônios na camada oculta das MLPs, em todas as combinações.

As SQEs nos valores de aprendizado das combinações atingiram, em alguns casos, valores tão baixos quanto os valores mínimos de software ou de máquina

aqui utilizados¹¹. Como o software distingue esses valores como zero, alguns pontos não foram plotados no gráfico logarítmico.

Tabela 8.4 - Combinações entre polinômios e MLPs utilizadas para representar a Curva de Calibração (CC) que passa pela origem.

Combinação	Polinômio	MLP – FT Camada oculta	MLP – FT Camada de saída	Convergência	SQE Aprendizado ou Predição	Valor mínimo da SQE
C1.1	P1	Tangente Hiperbólica	Tangente Hiperbólica	Sim	Figura 8.2	4,16E-09
C2.1	P2	Tangente Hiperbólica	Tangente Hiperbólica	Sim	Figura 8.3	3,32E-09
C3.1	P3	Tangente Hiperbólica	Tangente Hiperbólica	Sim	Figura 8.4	5,85E-07
C1.2	P1	Tangente Hiperbólica	Identidade	Sim	Figura 8.5	4,28E-28
C2.2	P2	Tangente Hiperbólica	Identidade	Sim	Figura 8.6	9,11E-30
C3.2	P3	Tangente Hiperbólica	Identidade	Sim	Figura 8.7	8,80E-06

As Figuras 8.14 e 8.15 são os gráficos de combinações que passam pela origem e que não passam pela origem, respectivamente, plotados novamente, em uma única escala para visualização comparativa imediata. Ainda na Figura 8.16 são plotadas de novo todas as combinações que passam ou não pela origem, também em uma única escala, para visualização comparativa global imediata.

8.4.1 Análise dos resultados das Combinações

Do comportamento dos polinômios no ajuste conforme a terceira coluna das Tabelas 8.2 e 8.3 no aprendizado, utilizados isoladamente, pode-se verificar, uma vez que houve convergência, o predominante rebaixamento dos valores da SQE do ajuste na medida em que aumentamos a complexidade do modelamento matemático. Já para as combinações nem sempre tal fato foi verdade, como não aconteceu com a combinação C6.1, tendo como Função Principal (FP) o polinômio

¹¹ O equipamento utilizado foi um computador pessoal com processador AMD Sempron 2.8Ghz, disco rígido de 200GB, memória de 512MB e os softwares utilizados foram a referência Microsoft (2002) e a referência MATLAB (2007).

multivariado de segundo grau com termos cruzados que não passa na origem e como FTEN as MLPs.

A função afim multivariada (P1) pode ser eleita uma Função de Referência, assim como essa função com superposição dos termos cruzados seria outra candidata (P2). Cabe então uma segunda função para representar os erros à primeira, e, a função aqui escolhida foi aquela representada por uma MLP de duas camadas em prol da detecção de erros sistemáticos.

Como dito, na apresentação da fórm.(8.1), o cálculo da FTEN, nos moldes aqui apresentados, requer, para minimização dos erros totais, a convergência dos aproximadores. Esse fato não foi verdadeiro quando a MLP foi utilizada combinada com o Polinômio P3 que não passa na origem, onde a FP não convergiu conforme aumentamos o número de neurônios da camada oculta. Portanto esse é um dos limites da aplicação das combinações, muito embora os valores das SQEs ainda sejam menores do que quando aplicamos os polinômios. Nada podemos dizer se houve uma convergência, ainda que pequena, para um intervalo de um número baixo de neurônios.

Tabela 8.5 - Combinações entre Polinômios e MLPs utilizadas para representar a Curva de Calibração (CC) que **não** passa pela origem.

Combinação	Polinômio	MLP – FT Camada oculta	MLP – FT Camada de saída	Convergência	SQE Aprendizado ou Predição	Valor mínimo da SQE
C4.1	P4	Tangente Hiperbólica	Tangente Hiperbólica	Sim	Figura 8.8	1,74E-10
C5.1	P5	Tangente Hiperbólica	Tangente Hiperbólica	Sim	Figura 8.9	2,91E-10
C6.1	P6	Tangente Hiperbólica	Tangente Hiperbólica	Não	Figura 8.10	1,73E-04
C4.2	P4	Tangente Hiperbólica	Identidade	Sim	Figura 8.11	5,28E-30
C5.2	P5	Tangente Hiperbólica	Identidade	Sim	Figura 8.12	9,11E-30
C6.2	P6	Tangente Hiperbólica	Identidade	Não	Figura 8.13	1,66E-04

As convergências podem não ocorrer quando uma grandeza de influência, conforme visto no capítulo 5, não está sendo considerada, e ainda há outras

combinações de parâmetros predeterminados da MLP que podem influenciar na velocidade dessas convergências.

É interessante observar que, se não tivéssemos uma Função de Referência para empregar como uma FP, nós poderíamos utilizar aquelas MLPs vistas no capítulo 7 para definir essa FP.

Excluindo as combinações que não obtiveram convergência no aprendizado, ou seja, as combinações C6.1 e C6.2, todas as outras combinações convergiram os valores das SQEs das predições nos valores entre $1\text{E-}03$ a $1\text{E-}01$, sugerindo, em termos do Indicador de Desempenho (ID) considerado, que há uma compensação pelas MLPs utilizadas como FTEN dos erros remanescentes da aproximação pela FP. Em outras palavras, a partir de certo número de neurônios na camada oculta, com os parâmetros predeterminados da MLP constantes, particularidades de uma possível FP, que por algum motivo deveria ser mais complexa, incluindo termos com características não lineares, apresentam esta complexidade resolvida pela utilização da MLP como FTEN.

Figura 8.2 – Combinação do C1.1 de polinômio afim multivariado que passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

8.5 GENERALIZAÇÕES DAS FUNÇÕES COMBINADAS

A utilização de um polinômio de primeiro grau ou do tipo função afim não é novidade em aplicações de Redes Neurais Artificiais (RNAs), em Van Aken (1998a, 1998b, 1999) foi utilizado esse tipo de polinômio como um neurônio com função de transferência linear na camada oculta numa MLP, sendo os outros neurônios com função de transferência tipo tangente hiperbólica para aplicação em balança aerodinâmica em túnel de vento, semelhante ao utilizado neste trabalho. A Figura 8.17 é o grafo representativo deste tipo de configuração. Já GUTÉS et al (2007) utilizou uma função do tipo afim multivariada em Wavelet Neural Networks, uma RNA não utilizada neste trabalho, mas que exemplifica a adoção da função identidade em um dos neurônios ocultos. No entanto, em nenhum desses trabalhos a tratativa é aquela que segue a visão do presente estudo, ou seja, não utiliza pontualmente os fundamentos de Função de Referência, Função Principal (FP) e Função Tendência (FTEN).

O modelo matemático da combinação entre o polinômio de primeiro grau e a MLP com a FT na camada de saída do tipo identidade, com apenas um neurônio na camada de saída e somente uma camada oculta, pode ser expresso pela fórm.(8.3) ou fórm.(8.4).

$$F_i(\vec{x}) = \theta_i + c^* \begin{matrix} \rightarrow^T \\ \rightarrow \end{matrix} x + \sum_{i=1}^N w_{ij} \left[1 + \exp \left(- \begin{matrix} \rightarrow^T \\ \rightarrow \end{matrix} w_j x - \theta_j \right) \right]^{-1} \quad (8.3)$$

$$F_i(\vec{x}) = \theta_i + a_{0i} \begin{matrix} \rightarrow^T \\ \rightarrow \end{matrix} c x + \sum_{i=1}^N w_{ij} \left[1 + \exp \left(- \begin{matrix} \rightarrow^T \\ \rightarrow \end{matrix} w_j x - \theta_j \right) \right]^{-1} \quad (8.4)$$

Figura 8.3 – Combinação do C2.1 de polinômio afim multivariado com termos cruzados que passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.4 – Combinação do C3.1 de polinômio de segundo grau multivariado com termos cruzados que passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência Tangente Hiperbólica. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.5 – Combinação do C1.2 de polinômio afim multivariado que passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica e Identidade. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.6 – Combinação do C2.2 de polinômio afim multivariado com termos cruzados que passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica e Identidade. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.7 – Combinação do C3.2 de polinômio de segundo grau multivariado com termos cruzados que passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência Tangente Hiperbólica e Identidade. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.8 – Combinação do C4.1 de polinômio afim multivariado que não passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.9 – Combinação do C5.1 de polinômio afim multivariado com termos cruzados que não passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.10 – Combinação do C6.1 de polinômio de segundo grau multivariado com termos cruzados que não passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência Tangente Hiperbólica. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.11 – Combinação do C4.2 de polinômio afim multivariado que não passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica e Identidade. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.12 – Combinação do C5.2 de polinômio afim multivariado com termos cruzados que não passa na origem e MLP multivariada com Funções de Transferência tipo Tangente Hiperbólica e Identidade. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.15 – Gráficos das combinações entre polinômios e MLPs que não passam na origem e são plotados novamente. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Figura 8.16 – Gráficos das combinações entre polinômios e MLPs que passam e que não passam na origem e são plotados novamente. SQE: Somatória Quadrática dos Erros.

Para a MLP com mais de um neurônio na camada de saída temos a fórm.(8.5).

$$\vec{F}(\vec{x}) = \theta_i + \vec{a}_{0i} \vec{c}^T \vec{x} + \vec{w} \vec{h}_j \quad (8.5)$$

Onde:

$\vec{c}^* = a_0 \vec{c}$ Vetor multivariável dos parâmetros lineares do ajuste da função afim;

$F_i(\vec{x})$ Saída i da MLP;

a_{0i} Constante da combinação linear final da saída i da MLP para a função afim multivariada ou peso sináptico do neurônio da camada de saída;

$\vec{c}^T$ Vetor coluna transposto das constantes lineares da função afim multivariada;

$\vec{x}$ Vetor coluna dos valores de entrada da MLP;

w_{ij} Peso sináptico j dos neurônios i da camada de saída da MLP;

$[1+\exp(.)]^{-1}$ Função de Transferência (FT) tangente hiperbólica dos neurônios da camada oculta da MLP;

$\vec{w}_j$ Vetor coluna transposto dos pesos sinápticos w_{kj} do neurônio j da camada oculta da MLP;

θ_j Valor de limiar do neurônio j da camada oculta da MLP;

θ_i Valor de limiar do neurônio i da camada de saída da MLP;

$\vec{F}(\vec{x})$	Vetor coluna dos valores F_i ;
$\vec{a}_{0i}$	Vetor coluna dos valores a_{0i} ;
$\vec{w}$	Matriz de pesos sinápticos w_{ij} ;
$\vec{h}_j$	Vetor coluna das funções $\left[\begin{matrix} \vec{x}^T \vec{w}_j - \theta_j \\ 1 + \exp(-) \end{matrix} \right]^{-1}$.

Cabe apontar que nos itens anteriores deste capítulo, todos os a_{0i} foram considerados iguais a 1, e que o efeito dessa constante é apenas definir um peso sináptico para o perceptron de saída.

A fórm.(8.3) pode, por conseguinte, ser representada pelo gráfico unidirecional que revela a arquitetura da RNAs, conforme Figura 8.17.

Figura 8.17 – MLP com um neurônio dotado de Função de Transferência linear na camada oculta.

Ao invés das entradas e das saídas para o treinamento da MLP serem comuns, ou seja, os pares (y_i, x_i) na função afim e nos neurônios sigmoidais, nas

combinações propostas aqui, a MLP, utilizada como FTEN, tem como Valor Objetivo (VO) os erros com relação à FP, isto é, os pares (D_i, x_i) . Isso significa que na essência da aproximação dessa diferença, o que temos aqui é um novo algoritmo de aprendizado.

Note que as FTENs podem ser aplicadas também aos erros gerados pela primeira ordem de combinação de apenas uma FTEN, bem como, sucessivamente, nas demais ordens de combinações. A Figura 8.18 explana melhor esse conceito através de um esquema de como ele seria utilizado.

Obviamente deverá haver um critério de parada para o algoritmo. Uma sugestão é as aproximações sucessivas das FTENs até se atingir valores de erros satisfatórios à aplicação à qual se destina a CC. Outra sugestão seria as aproximações das FTENs até a estagnação dos valores de erros.

O que podemos perguntar é – estamos ainda representado uma Rede Neural Artificial? Uma resposta seria – se é artificial então admite qualquer artifício, desde que tenhamos uma proposta lógica. O apelo neuronal biológico persiste ainda na representação gráfica unidirecional, na presença das sigmóides e no conceito de aprendizado (não exatamente através de regressão estatística). Mas esse apelo vem daquilo que conhecemos grosseiramente da biologia apenas, pois não conhecemos todos os mistérios de tais elementos presentes nos animais e não poderíamos afirmar (ou mesmo negar), sem conhecimento total das causas, que um modelamento matemático assim não faria também parte desses componentes biológicos.

Figura 8.18 – Aprendizado utilizando diversas Funções Desvios.

CAPÍTULO 9 A PROPOSTA DE INDICADORES DE DESEMPENHO ALTERNATIVOS

Neste capítulo vamos aproximar a Curva de Calibração (CC) multivariada de uma Língua Eletrônica (LE) consoante a apresentação no capítulo 4. A novidade aqui é a utilização de outros Indicadores de Desempenho (IDs) da aproximação, além da Somatória Quadrática dos Erros (SQE). Há uma estreita relação entre a SQE e os IDs que serão utilizados no decorrer deste texto. Além da SQE ser a base para concepção do algoritmo de aprendizado Levenberg – Marquardt (LM), ela também está presente em alguns indicadores de comportamento estatístico. As conotações, que esses IDs propiciam, guiam-nos para novas interpretações do comportamento das aproximações. Um dos objetivos do presente capítulo é justamente comparar esses IDs, bem como enriquecer o entendimento das aproximações; para isso, vamos iniciar o capítulo descrevendo-os na sequência.

O Erro Quadrático Médio (EQM) é, igualmente, comumente utilizado em Redes Neurais Artificiais (THOMSEY,1995). Sua formulação é dada pela fórm.(9.1).

$$EQM = \sqrt{\sum_1^{N_e} e^2 / N_e} = \sqrt{SQE / N_e} \quad (9.1)$$

Lembrando que e é o erro considerado e N_e a quantidade de erros considerados, conforme definido na fórm.(1.10).

Este ID, o EQM, difere da SQE devido ao fato que o primeiro é a última rateada pelo número de erros considerados, sugerindo uma SQE média. Extraída a raiz quadrada, é possível perfazer comparações proporcionais. Quando utilizada uma mesma unidade de medida em todas as saídas, ele apresenta a mesma dimensão e natureza dos erros, podendo, então, ainda ser utilizado para comparações relativas. É muito útil também quando estamos comparando desempenhos de MLPs ou Curvas de Calibração (CCs) multivariadas, todavia com quantidade de saídas diferentes.

É importante frisar a idéia de erro que o EQM sugere: se todos os erros considerados fossem constantes (iguais), eles seriam o EQM. Além disso, ele

promove uma idéia de dispersão dos erros e pode lhes ser comparado numericamente.

O Desvio Padrão do ajuste (DP), utilizado em estatística e em metrologia (HELENE, 1991; MARTENS, 1991), pode ser igualmente eleito um ID para aproximação da MLP. Sua formulação é dada pela fórm.(9.2).

$$DP = \sqrt{\sum_1^{Ne} e^2 / GL} = \sqrt{SQE / GL} \quad (9.2)$$

Onde o GL significa Graus de Liberdade, calculados como sendo a diferença entre a quantidade de relações entre entradas e saídas do modelo matemático e a quantidade de parâmetros (pesos sinápticos na MLP) a terem seus valores determinados no processo de aprendizado ou ajuste (BEVINGTON; ROBINSON, 2003).

A fórm.(9.2) é conhecida como Desvio Padrão do Ajuste (DP ou s). Já este ID representaria o Desvio Padrão das saídas do modelo matemático se todos eles fossem iguais. Quando não sabemos o valor do Desvio Padrão na ordenada, esse valor pode representá-lo (PRATT; RAIFFA; SCHLAIFER, 1994), aqui então chamá-lo-emos apenas de Desvio Padrão (DP). Em termos de formulação, os denominadores da fórm.(9.1) e (9.2) representam a diferença conceitual entre o EQM e o DP. Não obstante, numa melhor apreciação desse fato, verificamos que o DP é dependente (também) do número de parâmetros do modelo matemático, sendo definido quando o GL é maior ou igual à unidade. Já o EQM não depende do número de parâmetros do modelo matemático, sendo possível o seu cálculo quando o GL é menor do que a unidade, faixa em que o DP não está definido.

O DP como calculado na fórm.(9.2) é na verdade uma aproximação do valor do Desvio Padrão correto. O seu valor exato é alcançado quando o número de pontos considerados é infinito e, pelo Teorema do Valor Médio (MORETTIN; BUSSAB, 2006; ABNT; INMETRO - GUM, 2003; DEVORE, 2004), quando a distribuição de probabilidades é gaussiana. Quando o número de pontos considerados é pequeno, a distribuição de probabilidades segue a distribuição de Student (ABNT; INMETRO - GUM, 2003). A correção do DP, referente à distribuição Gaussiana para o Desvio Padrão Corrigido (DPC), da distribuição de Student, é efetuada pela multiplicação do fator t dependente dos GL. O DPC é maior que o DP

para GL baixos e próximo ao DP para GL altos; sendo sua fórmula dada pela fórm.(9.3).

$$DPC = t.DP = t.\sqrt{\sum_1^{Ne} e^2 / GL} = t.\sqrt{SQE / GL} \quad (9.3)$$

Todos estes IDs são medidas de dispersões e geram a idéia de incertezas na aproximação de uma CC, no entanto, a definição de dispersão que estaria mais próxima da definição de incerteza seria o Desvio Padrão da Média do Ajuste (DPM). O DPM é a medida de dispersão do valor estimado (ou valor médio) de vários valores medidos, sendo representado pela fórm.(9.4):

$$\begin{aligned} DPM &= DPC / \sqrt{Ne} = t.DP = t.\sqrt{\sum_1^{Ne} e^2 / Ne.GL} \\ &= t.\sqrt{SQE / Ne.GL} \end{aligned} \quad (9.4)$$

O DP é uma medida da dispersão da amostra e pode se manter no entorno de um valor se a estatística do experimento (ou ensaio) permanecer a mesma. Já o DPM depende da quantidade de medidas efetuadas; sim, porque, quanto mais medimos, melhor se define o histograma e maior é a confiança naquele valor, ou seja, quanto mais medidas forem efetuadas, melhor o DPM se consolida. O resultado é que se a estatística permanecer, quanto mais medirmos, menor será o valor de DPM ou, em outras palavras, menor a incerteza.

A incerteza padrão de medição é definida por meio do aqui chamado DPM¹².

9.1 UMA CALIBRAÇÃO DA LÍNGUA ELETRÔNICA

Os meios e alguns materiais utilizados na calibração da Língua Eletrônica (LE) foram descritos no capítulo 4. Neste item vamos ainda descrever os pormenores de uma dessas calibrações, utilizando a metodologia alternativa para ajuste da Curva de Calibração (CC) multivariada através das MLPs. Abaixo, seguem as descrições complementares da calibração.

¹² Cf. item 4.2.3 página 10 da referência ABNT; INMETRO – GUM (2003).

Composição da solução portadora: Cloreto de cálcio (Riedelde Haën), cloreto de magnésio (Merck), cloreto de sódio (Merck), cloreto de potássio (Fluka), hidróxido de lítio (Merck), ácido cítrico (Panreac) e água duplamente destilada. Solução com pH 5.

Metodologia da Calibração: Foi efetuada a medição das diferenças de potencial (ddps) dos eletrodos, variando a concentração (atividade) de um quarteto de íons: K^+ , Na^+ , Mg^{2+} e Ca^{2+} . Primeiramente a medição foi efetuada com atividade zero; com concentração diferente de zero para cada íon unicamente e, finalmente, com atividades diferentes de zero para todos os íons. Nas medições com atividades diferentes de zero para todos os íons, foram registrados os valores dos eletrodos por duas vezes. Tais combinações serão os valores de saída da CC a ser aproximada estão exibidas na Tabela 9.1. O total de (sub) combinações com diferentes concentrações é $CT1 = 1 + 4 + 2 = 7$. Os valores de ddps, correspondentes a estas combinações de concentrações, foram medidos em 150 instantes crescentes e equidistantes de tempos, na faixa de 0 a 14,9s, para cada combinação de concentração (oito valores de ddp ou valores de entrada da CC), totalizando $CT2 = CT1 * 150 = 1050$ combinações de medição. Em cada tempo os valores de medição dos ESIs derivam, pois se trata de um período de transiente. Além disso, essas combinações de concentrações em diferentes tempos foram repetidas por cinco vezes em condições de repetitividade, resultando no total de pares de vetores de Entradas x Saídas de $PT = CT2 * 5 = 5250$.

Estratégia de Medição: Como mencionado no capítulo 4, a medição é efetuada no momento em que a amostra de solução atinge a LE, durante o período de 14,9 segundos. O Anexo B ilustra o tabelamento dos dados utilizados em um ESI, no caso, o ESI de número 8. Mais interessantes são os gráficos de cada ESI apresentados no Apêndice A, os quais resumem o sinal típico por cada ESI em função do tempo, e em função de cada configuração de concentrações entre os íons.

Curva de Calibração (CC): A metodologia para aproximação da CC multivariada foi a representação da CC multivariada pelas MLPs com múltiplas

saídas. Elas representarão as Funções Principais (FPs) e, quando for necessário, também representarão as Funções Tendências (FTENs).

Aprendizado da MLP: A MLP foi treinada com os conjuntos CT2 das combinações de medições de concentrações e tempo, ou seja, conjuntos de 1050 pares de vetores de Entradas x Saídas. O vetor de entrada sendo formado pelas leituras dos oito ESIs, e o valor de tempo e o vetor de saída formado pelos valores das concentrações e também pelo valor de tempo. O valor de tempo, neste caso, foi contabilizado como grandeza de influência, tal como efetuado no capítulo 5 para grandeza de influência ângulo. O primeiro conjunto de treinamento consistiu no primeiro grupo de medições de concentrações efetuadas nos 150 tempos (1050 pares de vetores de treinamento), o segundo conjunto de treinamento consistiu novamente no primeiro grupo de medições justaposto ao segundo grupo de medições, totalizando um conjunto de $2 \times 1050 = 2100$ pares de treinamento e assim por diante (exaustivamente), até 5250 pares de vetores de treinamento (ou 5 grupos de medições). Todos os IDs foram contabilizados.

Tabela 9.1 – Concentrações molares utilizadas na calibração (número de moles / dm^3).

Ca^{2+}	Mg^{2+}	Na^+	K^+
0	0	0	0
5.00925E-03	0	0	0
0	2.01875E-03	0	0
0	0	2.00550E-03	0
0	0	0	1.99875E-03
2.50463E-03	1.00938E-03	1.00275E-03	9.99375E-04
2.50463E-03	1.00938E-03	1.00275E-03	9.99375E-04

Predições: Na devida ordem, a cada configuração de treinamento, a MLP foi utilizada no modo simulação por cada outro conjunto de medições não contabilizadas no treinamento, iniciando com $4 \times 1050 = 4200$ pares de vetores de predição, depois $3 \times 1050 =$ pares de vetores de predição e assim sucessivamente até não haver mais pares de vetores para predição. Com as saídas simuladas (concentrações), foi contabilizado o indicador EQM para cada conjunto de medição individual não utilizado no treinamento das MLPs.

Características da Rede: Os parâmetros predeterminados das MLPs treinadas foram aqueles exibidos na Tabela 9.2.

Tabela 9.2 – Parâmetros predeterminados das MLPs.

Função de Transferência	Tangente Hiperbólica
Algoritmo de Aprendizado	Levenberg – Marquardt (LM)
Inicialização dos pesos sinápticos	0.0001
Taxa de incremento	50
Número de ciclos de treinamento	1000

9.2 INDICADORES DE DESEMPENHO NA CC DA LÍNGUA ELETRÔNICA

Para melhor entender o que acontece por cada grandeza de saída da MLP, os IDs foram contabilizados separadamente para cada uma dessas grandezas, ou seja, cada íon e a grandeza de influência tempo foram contabilizados individualmente, mesmo a MLP sendo multivariada.

As Figuras de 9.1 a 9.5 exibem essas contabilizações de cada um dos IDs (eixo Z) da MLP, em função do número de neurônios da camada oculta (eixo X: 1-10), e a quantidade de conjuntos (de 1050 pares de vetores) de entrada e de saída utilizados no treinamento, conforme explicado na seção anterior “metodologia da calibração” (eixo Y: 1-5). As quatro primeiras figuras (gráficos) são dedicadas às concentrações de cada íon e a última figura (gráfico) à grandeza de influência tempo. A nomenclatura 1SQE significa a consideração de apenas um conjunto de treinamento da MLP e o ID quantificado é o SQE. Já a nomenclatura 5DPM significa que foram utilizados todos os 5 conjuntos no treinamento da MLP, e o ID quantificado é o Desvio Padrão da Média do ajuste (DPM).

Primeiramente analisaremos os gráficos referentes às concentrações iônicas e deixaremos o gráfico da grandeza de influência tempo para uma segunda discussão. Analisando esses gráficos não se verifica grandes vicissitudes na convergência dos IDs, nas faixas de abscissa consideradas, sendo o eixo da abscissa logarítmico, fato importante, pois auxilia na visualização de um patamar conforme incrementamos o número de neurônios ocultos, atingido com 5 neurônios nos IDs das concentrações iônicas (Figuras de 9.1 a 9.4).

Figura 9.1 – Indicadores de Desempenho (IDs) (eixo Z) de treinamento da MLP na aproximação de uma Curva de Calibração (CC) para o íon K^+ em função do número de neurônios da camada oculta da MLP (eixo X: 1-10) e do número de conjuntos de medição utilizados no treinamento (eixo Y: 1-5) para cada ID. SQE: Somatória Quadrática dos Erros; EQM: Erro Quadrático Médio; DPC: Desvio Padrão do Ajuste Corrigido; DPM: Desvio Padrão do ajuste para a Média.

A SQE varia de valor conforme aumentamos os conjuntos de medições somados no treinamento da MLP. Obviamente, se por hipótese, os valores dos erros nos pontos considerados a cada conjunto justaposto são próximos, uma vez que aumentamos a população de pontos considerados, esse indicador aumentará o seu valor, pois os erros quadráticos são todos positivos. Portanto, a utilização desse indicador como Indicador de Desempenho (ID) para comparação se restringe a uma mesma quantidade de pontos considerados para contabilização dos erros, mas compila o comportamento da MLP, em função do número de neurônios da camada oculta, como os demais indicadores aqui considerados.

O EQM variou muito pouco quando variamos o número de conjuntos de medição. Isso significa que a cada novos 1050 valores estimados de medição, contabilizados de cada novo conjunto utilizado no treinamento, o novo modelo matemático oriundo da MLP se manteve não muito distante de todos os erros, inclusive os novos. Isso porque o EQM seria constante se todos os erros de todos os pontos entre todos os conjuntos fossem iguais. No entanto, a variação do EQM, apesar de pequena, é decrescente com o aumento dos conjuntos de treinamento considerados. A exceção a esse decrescimento é para o íon Mg^{2+} no qual houve um

considerável incremento desse valor, do primeiro conjunto considerado para o segundo.

Figura 9.2 – IDs (eixo Z) de treinamento da MLP na aproximação de uma Curva de Calibração (CC) para o íon Na^+ em função do número de neurônios da camada oculta da MLP (eixo X: 1-10) e do número de conjuntos de medição utilizados no treinamento (eixo Y: 1-5) para cada ID. SQE: Somatória Quadrática dos Erros; EQM: Erro Quadrático Médio; DPC: Desvio Padrão do Ajuste Corrigido; DPM: Desvio Padrão do ajuste para a Média.

Quando o EQM e o DP se mantêm constantes ou com pequena variação, o DPM irá decair conforme aumentamos o número de conjuntos considerados. À luz do conceito do DPM, quanto maior o número de medições consideradas, os valores estimados pela CC são consolidados, uma vez que menor será o valor de incerteza de medição associada a esses valores conforme argumentação anteriormente realizada. Realmente é o que aconteceu conforme pode ser notado nas Figuras de 9.1 até 9.5 (mesmo para o íon Mg^{2+}).

As Figuras de 9.6 a 9.9 exibem os EQMs contabilizados novamente no aprendizado (EQMTR), em comparação com os valores mínimos (EQMMIN) e máximos (EQMMAX) das predições nos conjuntos de medição não utilizados no treinamento da MLP para os íons e, na Figura 9.10, para a grandeza de influência tempo. Esses valores são demonstrados para cada conjunto de medidas, por exemplo: 1.EQMMAX valor de predição máximo encontrado para apenas um conjunto de dados considerados no treinamento (valor máximo para quatro

predições respectivas aos quatro conjuntos de dados restantes). A quantidade de predições efetuadas para cada treinamento é igual ao número total de conjuntos de medições subtraído do número de conjuntos utilizados para treinamento, respectivamente: 4, 3, 2, 1 e 0.

Os gráficos das predições para os íons frizam o ponto de início de patamar na dependência pelos números de neurônios na camada oculta e acabam por consolidar a arquitetura da MLP de duas camadas.

Figura 9.3 – IDs (eixo Z) de treinamento da MLP na aproximação de uma Curva de Calibração (CC) para o íon Mg^{2+} em função do número de neurônios da camada oculta da MLP (eixo X: 1-10) e do número de conjuntos de medição utilizados no treinamento (eixo Y: 1-5) para cada ID. SQE: Somatória Quadrática dos Erros; EQM: Erro Quadrático Médio; DPC: Desvio Padrão do Ajuste Corrigido; DPM: Desvio Padrão do ajuste para a Média.

Note a característica do chamado sobreaprendizado (overfitting) ou inflexibilidade do aprendizado no gráfico da Figura 9.8 referente ao íon Mg^{2+} . Quando avaliamos os IDs no aprendizado, conforme gráficos das Figuras 9.1 a 9.4, o EQM e o DP (bem como o SQE) do gráfico correspondente ao íon Mg^{2+} , Figura 9.3, eram dissonantes dos outros. Na realidade o EQM do aprendizado para um (ou primeiro) conjunto de dados considerado no treinamento não é constante, ele é notavelmente menor do que o valor de EQM considerando dois ou mais conjuntos

no treinamento. O EQM não é constante tampouco possui pequenas variações, por consequência, esse é o caso em que os valores de EQM aprendizado x EQM predição mais se distanciam, conforme a Figura 9.8. Melhores desempenhos na predição são aqueles que consideram mais de um conjunto de dados no aprendizado nesse íon; em contrapartida, não são os melhores desempenhos no aprendizado (os valores de EQM e DPC são maiores).

Figura 9.4 – IDs (eixo Z) de treinamento da MLP na aproximação de uma CC para o íon Ca^{2+} em função do número de neurônios da camada oculta da MLP (eixo X: 1-10) e do número de conjuntos de medição utilizados no treinamento (eixo Y: 1-5) para cada ID. SQE: Somatória Quadrática dos Erros; EQM: Erro Quadrático Médio; DPC: Desvio Padrão do Ajuste Corrigido; DPM: Desvio Padrão do ajuste para a Média.

9.3 FUNÇÕES TENDÊNCIA NA CC DA LÍNGUA ELETRÔNICA

No caso da CC da Língua Eletrônica (LE) não há divergências consideráveis (contabilizadas separadamente) observadas no aprendizado e nas predições em todos os íons, quando utilizado somente a Função Principal (FP) multivariada, ao contrário, há convergência tanto no aprendizado como nas predições. Foi efetuada uma aproximação com a Função Tendência (FTEN) multivariada aproximada por MLPs (conforme a proposta do capítulo 8) com número de neurônios da camada

oculta variando de 1 a 10, sendo a FP multivariada utilizada a MLP treinada na seção anterior com cinco neurônios na camada oculta. Entretanto, a aplicação dessa FTEN não mostrou melhorias significativas na redução dos valores dos Indicadores de Desempenho (IDs) dos íons. Portanto, não é necessário e nem conveniente a apresentação dos resultados das combinações para os IDs dos íons, haja vista que os valores desses IDs foram praticamente semelhantes.

Figura 9.5 – IDs (eixo Z) de treinamento da MLP na aproximação de uma CC para a grandeza de influência Tempo em função do número de neurônios da camada oculta da MLP (eixo X: 1-10) e do número de conjuntos de medição utilizados no treinamento (eixo Y: 1-5) para cada ID. SQE: Somatória Quadrática dos Erros; EQM: Erro Quadrático Médio; DPC: Desvio Padrão do Ajuste Corrigido; DPM: Desvio Padrão do ajuste para a Média.

Focando agora o gráfico da grandeza de influência tempo, com o ID EQM contabilizados separadamente, verificamos que ele não acompanha o comportamento das aproximações exibidas nos gráficos dos íons, nem no aprendizado, nem nas predições, como demonstram as Figuras 9.5 e 9.10. Há divergências locais ao invés de convergência e também verificamos vicissitudes na contabilização do EQM.

Figura 9.6 – Erro Quadrático Médio (EQM) da CC do íon K⁺ em função do número de neurônios na camada oculta no treinamento e nas previsões das MLPs. As curvas de 5 conjuntos de vetores de entrada e saída são exibidas, sendo a quantidade desses vetores crescente proporcionalmente à quantidade de conjuntos de medições considerados.

Figura 9.7 – EQM da CC do íon Na⁺ em função do número de neurônios na camada oculta no treinamento e nas previsões das MLPs. As curvas de 5 conjuntos de vetores de entrada e saída são exibidas, sendo a quantidade desses vetores crescente proporcionalmente à quantidade de conjuntos de medições considerados.

Figura 9.8 – EQM da CC do íon Mg^{2+} em função do número de neurônios na camada oculta no treinamento e nas predições das MLPs. As curvas de 5 conjuntos de vetores de entrada e saída são exibidas, sendo a quantidade desses vetores crescente proporcionalmente à quantidade de conjuntos de medições considerados.

Figura 9.9 – EQM da CC do íon Ca^{2+} em função do número de neurônios na camada oculta no treinamento e nas predições das MLPs. As curvas de 5 conjuntos de vetores de entrada e saída são exibidas, sendo a quantidade desses vetores crescente proporcionalmente à quantidade de conjuntos de medições considerados.

Figura 9.10 – EQM da CC para a grandeza de influência tempo em função do número de neurônios na camada oculta no treinamento e nas predições das MLPs. As curvas de 5 conjuntos de vetores de entrada e saída são exibidas, sendo a quantidade desses vetores crescente proporcionalmente à quantidade de conjuntos de medições considerados.

Como os valores de entrada e saída dessa grandeza são exatamente os mesmos, sem variações, sua dispersão (incerteza) foi desprezada (função determinística), e espera-se que a MLP aproxime uma função identidade. A pseudodispersão observada no gráfico da Figura 9.10 pode então ser causada por erros sistemáticos gerados pela própria aproximação da CC.

De fato, após a aplicação da FTEN aproximada pela MLPs, nota-se que o EQM do aprendizado e das predições voltou a convergir, conforme mostra a Figura 9.11.

Esse exemplo consolida a utilização da CCs combinadas na correção de erros sistemáticos na aproximação da CC pelas Funções Tendências (FTENs). Mesmo sendo outra a aplicação, bem diferente da balança de esforços aerodinâmicos do túnel de vento TA2, a presença de erros sistemáticos na primeira aproximação pela Função Principal (FP) multivariada, representada pelas MLPs, resulta na divergência do ID EQM no aprendizado e nas predições, com relação à grandeza de influência tempo. Mas com a aplicação da FTEN multivariada a

convergência voltou a ocorrer igualmente como se viu no capítulo 8 para aquela balança.

Figura 9.11 – EQM da CC para a grandeza de influência tempo em função do número de neurônios na camada oculta no treinamento e nas previsões das MLPs, porém com aplicação da Função Tendência (FTEN) e Função Principal (FP). Essa última com 5 neurônios na camada oculta. As curvas de 5 conjuntos de vetores de entrada e saída são exibidas, sendo a quantidade desses vetores crescente proporcionalmente à quantidade de conjuntos de medições considerados.

CAPÍTULO 10 DESFECHO

Nos capítulos anteriores, os resultados e conclusões foram apresentados de modo segmentado, correspondente ao assunto do capítulo, pois uma junção desses elementos levaria à frequentes e incômodos retornos ao texto, prejudicando o entendimento das partes. Neste capítulo, apresentaremos as conclusões gerais, procurando mostrar como os resultados obtidos se relacionam entre si e no contexto da calibração, seguindo o caminho inverso, ou seja, dirigir-nos-emos das partes estudadas à unificação.

Não longe, serão apresentadas propostas de trabalhos futuros que podem ser auferidos a partir das investigações desta tese.

10.1 DISCUSSÕES E CONCLUSÕES GERAIS

Desde que uma calibração, como definido na introdução, visa estabelecer uma relação entre os valores da realização da grandeza, utilizados como padrão, e as indicações, pelo menos dois valores estão envolvidos em cada ponto de verificação. Sendo assim, a relação entre eles pode ser estimada através de uma Curva de Calibração, quão simples seja essa curva.

10.1.1 Primeira conclusão: a Função de Referência é uma referência para a interpolação.

De fato, algumas Curvas de Calibração são previsíveis. Sabemos que quando a grandeza e a unidade de medida da indicação são as mesmas da realização da grandeza utilizada como valor padrão, a Curva de Calibração (CC) resultará em uma função identidade. Mesmo no caso cuja unidade de medida é diferente entre a indicação e o valor da grandeza utilizado como padrão, a CC continua previsível, uma vez que ela será representada por uma função afim.

Surge de imediato uma questão: se certas calibrações possuem relações previsíveis, e podemos conhecer a CC antecipadamente, por que então aproximá-la? A resposta também é imediata: o que estamos interessados na calibração é justamente a quantificação da relação que está afora da previsão! A calibração é um

ato cerimonial, um protocolo, assim como as avaliações e verificações da qualidade assim os são, portanto a calibração é um conjunto de operações experimentais, tal como a metrologia é uma ciência verdadeiramente experimental.

A consequência dessa experimentação, a princípio, é o tratamento dos erros aleatórios via métodos estatísticos, em virtude da determinação de uma CC sistemática pelo menos em média (ou em termos de esperança estatística). A relação previsível pode servir de orientação ou de referência à interpolação (em média) da CC. Essa foi a proposta de Função de Referência apresentada no capítulo 8, no qual uma referência numérica serve de base à sustentação de uma Função Principal (FP) que bem poderia aproximar a CC.

Além dos exemplos da função afim e da função identidade supracitadas, as Funções de Referência podem também ser relações matemáticas complexas, oriundas de um conceito físico, por exemplo, e são, na aproximação da CC, tão importantes quanto as relações experimentais obtidas na calibração.

10.1.2 Segunda conclusão: a Função Tendência é uma ponte entre o conhecimento analítico prévio e o conhecimento experimental.

Além do tratamento dos erros aleatórios, queremos também verificar quais são os erros de medição e as tendências que justamente demonstram a almejada quantificação da relação afora da Função de Referência. Novamente o capítulo 8 soluciona essa questão pela proposta da Função Tendência (FTEN), a qual quantifica sistematicamente o que não foi previsto ou referenciado ou, até mesmo, não determinado por uma aproximação prévia da Curva de Calibração.

Uma importante conclusão do capítulo 8 é a possibilidade de junção de duas vertentes das ciências exatas:

- ✓ O conhecimento lógico dedutivo oriundo do entendimento do fenômeno, tal como as sólidas leis da física;
- ✓ A quantificação do não previsto ou não anteriormente determinado, seja por desconhecimento, seja por complexidade à sua determinação.

10.1.3 Terceira conclusão: as Multilayer Perceptrons resolvem o problema de arquitetura das relações entre as grandezas envolvidas na medição.

A importância da aproximação da Curva de Calibração não cessa somente na necessidade de relacionar as indicações e os valores das realizações das grandezas tidos como padrão. O cálculo das incertezas, seja pelo método analítico, consolidado através do Guia para Expressão da Incerteza de Medição (ABNT; INMETRO - GUM, 2003), seja por métodos computacionais conforme o método de Monte Carlo, por exemplo, é o mesmo: a escolha do modelo matemático (CC) que melhor representa o fenômeno da medição. A escolha do modelo matemático influencia nos valores das incertezas de modo que os métodos para o seu cálculo, assim como o Método da Minimização dos Quadrados, implicam valores de incertezas finais influenciados pela seguinte dualidade:

- ✓ A estimativa das incertezas associadas às grandezas envolvidas com o modelamento matemático (as fontes de incerteza);
- ✓ O modelamento matemático escolhido para representar o fenômeno de medição (a CC).

A consequência dessa dualidade do modelamento matemático x fontes de incerteza, no cálculo das incertezas finais, recai sobre a necessidade de delineamento do modelo matemático mais adequado, envolvendo não só a agregação possível das grandezas envolvidas na medição, mas também pelo trabalho em arquitetar como são as relações matemáticas entre essas grandezas. Tal esforço reúne conhecimentos teóricos, conhecimentos práticos, os conhecimentos particulares e, muitas vezes, os conhecimentos adquiridos através de experimentos.

Uma das mais importantes conclusões desta tese é que, utilizando as Redes Neurais Artificiais do tipo Multilayer Perceptrons (MLPs), poupamos o exaustivo trabalho em expressar as relações matemáticas entre as grandezas de entrada no modelamento matemático. Em vez disso, o modelamento matemático é imposto pelo modelamento da própria MLP, além, é claro, de elas serem capazes de estimar as relações entre as grandezas de entrada e saída. Esses fatos importantes no intento da medição são, com efeito, consequências das seguintes características das MLPs:

- ✓ A capacidade de aproximação universal, explicada no capítulo 2, que permite o modelamento matemático experimental do fenômeno da medição;
- ✓ Da total conectividade da rede em suas camadas, visto que essa característica embute as relações entre as grandezas de entrada, conforme capítulo 1.

Quando a aproximação através da utilização das MLPs é comparada aos tradicionais polinômios finitos, multivariados ou não, a aplicação das MLPs resolve a questão da relação expressa entre as grandezas. Além disso, outra vantagem da utilização das MLPs que temos que manter em mente, é que os polinômios finitos não são capazes de aproximar qualquer função com erros arbitrários, tão pequenos quanto quisermos (LESHO et al, 1993), em contraste com a capacidade de aproximação universal das MLPs.

10.1.4 Quarta conclusão: as considerações de incertezas nos Valores Objetivos do modo aprendizado da MLP alteram a velocidade de convergência para cada grandeza de saída e redistribui suas respectivas dispersões.

A aproximação da Curva de Calibração (CC) através das MLPs ainda poderia atingir erros arbitrariamente pequenos se as grandezas envolvidas não fossem dotadas de incertezas. Nas utilizações clássicas das MLPs no modo aprendizado, os Valores de Saída da rede são direcionados a se igualarem aos Valores Objetivos (VOs), uma relação entre os Valores de Entrada com desempenho máximo isento de erros. Todavia, se os VOs são medições, valores de estimativas, então haverá uma dúvida acerca desse valor, pois não são valores determinísticos.

A outra importante conclusão a ser destacada desta tese é que podemos considerar as dispersões (ou incertezas) nos VOs de acordo com o algoritmo proposto no capítulo 6. Aquela proposta torna condizente o paradigma atual das medições incertas da metrologia e permite a utilização das MLPs para aproximação das Curvas de Calibração (CCs) também condizentes a esse paradigma. Como consequência, foi demonstrado que as considerações de incertezas nos VOs, de forma ponderada, causam alterações na velocidade de convergência das MLPs,

trabalhando condizentemente a dualidade entre o modelamento matemático e as fontes de incertezas.

10.1.5 Algumas limitações do algoritmo proposto por Levenberg – Marquardt.

As provas matemáticas que pairam sobre as MLPs, desenvolvidas até o presente momento, provam sua capacidade de aproximação universal e ditam duas camadas na MLP como sendo suficientes para aproximação de funções. No entanto, elas não determinam quais são os valores dos demais parâmetros predeterminados das MLPs e a quantidade de neurônios na camada oculta. Também não determinam quais devem ser os valores dos pesos sinápticos, estando essa tarefa a cargo do algoritmo de aprendizado.

O algoritmo proposto por Levenberg – Marquardt (LM) tem por base o Método dos Mínimos Quadrados e permite a aproximação de funções matemáticas não lineares nos parâmetros, como é o caso da função imposta pela concepção das MLPs de acordo com a explanação no capítulo 1. Esse algoritmo tem sido largamente utilizado em diversos problemas que envolvem aproximação de funções em geral e não somente nas MLPs, visto que não há limitações de empregabilidade para qualquer modelamento matemático, exceto na utilização da aproximação de funções lineares nos parâmetros (as quais dispensam a iteratividade desse algoritmo). Contudo, sua utilização não garante uma aproximação com os menores erros de medição e as menores dispersões possíveis devido aos seguintes fatores:

- ✓ Não é garantida a convergência do algoritmo;
- ✓ As aproximações podem ser tendenciosas;
- ✓ Para pequenos valores numéricos, a computação impõe erros sistemáticos devido ao mínimo valor de representação numérica da máquina ou do software;
- ✓ Os valores utilizados na aproximação, oriundos do processo de calibração, podem conter erros sistemáticos, logo esses erros podem ser propagados na aproximação da Curva de Calibração (CC).

Note que das hipóteses acima de inclusão de erros não aleatórios, somente a última não é oriunda da metodologia da própria aproximação. As outras hipóteses

implicam que a aproximação pode gerar erros muitas vezes tratados como aleatórios, quando na verdade são sistemáticos. O resultado final é que a metodologia em si é uma fonte de incerteza, gerando erros sistemáticos, aleatórios e pseudoaleatórios (erros sistemáticos tratados como aleatórios).

10.1.5.1 Quinta conclusão: a utilização das Curvas de Calibração Combinadas minimiza as tendências e rebaixa os valores de dispersões e incertezas.

O capítulo 7 demonstrou o baixo poder de predição das Curvas de Calibração aproximadas pelo algoritmo de aprendizado Levenberg – Marquardt (LM) aplicado às MLPs, no caso da balança externa do túnel de vento TA2. Como a tese propõe a correção das tendências causadas pelo algoritmo de aprendizado, ou por qualquer outra fonte embutida nos valores considerados na aproximação, foi idealizada e fundamentada a Função Tendência (FTEN), apresentada no capítulo 8, como solução a esse problema. A conclusão neste caso é que o desmascaramento das tendências na aproximação das Curvas de Calibração pelas FTENs leva à queda no valor da contabilização das dispersões e, por consequência, nos valores de incertezas.

Em sequência natural da tratativa desta tese, no capítulo 9, a aplicação das FTENs foi consolidada ao verificarmos a atribuição de uma dispersão para uma das grandezas consideradas na aproximação, a grandeza tempo, mesmo se sabendo que sua respectiva incerteza havia sido desprezada. A aplicação das FTENs corrigiu o que na verdade eram tendências e diminuiu os valores de dispersão encontrados.

10.1.5.2 Sexta conclusão: a consideração da variação da grandeza de influência pode corrigir a não convergência no aprendizado.

A não convergência do algoritmo Levenberg – Marquardt (LM) foi tratada no capítulo 5. As importantes conclusões desse capítulo são que pelo menos uma das causas de não convergência é a não consideração de uma intensa grandeza de influência. Outra observação importante é que a grandeza de influência pode estar presente e não considerada, mas ainda haverá convergência da MLP, com aprendizado por esse algoritmo, desde que ela permaneça constante. A conclusão é que a MLP com esse algoritmo de aprendizado pode ser utilizada à análise de

possíveis grandezas de influência, nas quais sua respectiva relação com as outras grandezas seja desconhecida ou complexa.

10.1.5.3 Sétima conclusão: o Desvio Padrão da Média do Ajuste pode ser um Indicador de Desempenho e automaticamente atribui incertezas aos Valores Objetivos, caso essas incertezas forem desconhecidas.

No capítulo 9 foram propostos novos Indicadores de Desempenho (IDs). Um deles, o Desvio Padrão da Média do Ajuste (DPM), é utilizado com frequência como quantificação de incerteza metrológica. Além disso, decorre do Método dos Mínimos Quadrados que, sendo as incertezas atribuídas aos Valores de Saída com valor único (valores iguais), então essa única incerteza atribuída é o DPM. A conclusão é que, em sendo possível a utilização do DPM como ID, um valor de incerteza automaticamente será atribuído aos VOs utilizados no treinamento da MLP, para ser utilizado quando não conhecermos os valores de incertezas individuais por cada grandeza de saída, seja por ignorá-los ou por dificuldades em suas determinações. Seguindo o mesmo raciocínio, o Desvio Padrão do Ajuste (DP) também pode ser aplicado como estimativa do desvio padrão único nos VOs da MLP.

10.1.5.4 Oitava conclusão: a utilização de Indicadores de Desempenho alternativos delinea a arquitetura da MLP e a quantidade de dados replicados na calibração.

Para assegurar um aprendizado confiável da MLP, é comum a idéia de se levantar uma grande quantidade de dados, mesmo porque essa idéia é condizente com a estatística frequentista. Não longe, está a necessidade de assegurar qual a melhor arquitetura da MLP para representar a Curva de Calibração (CC), ou seja, o número de neurônios em sua camada oculta. A conclusão do capítulo 9 segue essa direção. O que podemos notar através da utilização dos IDs alternativos propostos é que a arquitetura da MLP se consolida na medida em que conhecemos melhor qual é a estatística do experimento, em outras palavras, o valor da esperança (valor médio) e o desvio padrão. A partir de determinada região no gráfico dos valores dos IDs, seus valores podem ser premeditados devido à constância do ID Desvio Padrão (DP) e do Erro Quadrático Médio (EQM). Isso significa que, a partir de certa quantidade de dados e também de neurônios da camada oculta da MLP, novos

incrementos da quantidade de ambos são desnecessários, pois pouco auxiliam nas contabilizações das dispersões. A conclusão é que a quantidade de dados necessária à aproximação é aquela suficiente para delinear a estatística do experimento (ou medição).

10.1.6 Fecho

Em suma, esta tese contribui à elucidação dos problemas inerentes à aproximação de Curvas de Calibração através da aplicação das MLPs, sendo esses os problemas:

- ✓ Não convergências;
- ✓ Revelação de tendências;
- ✓ Consideração de incertezas na metodologia de aproximação;
- ✓ Determinação de dispersões e incertezas associadas;
- ✓ Algoritmo de aprendizado;
- ✓ Delineamento da quantidade replicada de dados;
- ✓ Delineamento da arquitetura da MLP;
- ✓ Poder de predição;
- ✓ Relacionamento matemático entre as grandezas;
- ✓ Aproximação universal;
- ✓ Interpolação de dados.

10.2 LIMITES DAS PROPOSTAS DA TESE, CONTINUÍSMO E TRABALHOS FUTUROS

Quanto à grandeza de influência, estudos futuros de quão as grandezas de influência podem afetar a convergência do algoritmo de aprendizado podem ser efetuados. Pequenas influências sistemáticas podem estar sendo tratadas como erros aleatórios, valendo a pena determinar em que limites elas podem deixar ou não de serem consideradas.

A tese propôs um algoritmo que leva em consideração as incertezas associadas aos Valores de Saída aplicados às MLPs. Não foram consideradas as

incertezas nos Valores de Entrada. É convidativo, portanto, enveredar por este caminho e tornar os algoritmos de aprendizado mais condizentes à realidade metrológica.

Melhores estimativas de esperança (valor médio) e de dispersões associadas aos Valores de Saída e Valores de Entrada, utilizados nas MLPs, podem ser conseguidas por meio de interações no processo de aproximação, utilizando o valor de Desvio Padrão da Média do Ajuste (DPM) da primeira aproximação numa segunda aproximação e assim sucessivamente. Essa metodologia pode ser útil nos casos que não se conhecem as incertezas associadas aos valores utilizados na aproximação.

O poder de predição das Curvas de Calibração representadas pela MLPs pode ser avaliado para um longo tempo de medições após a calibração, visto que neste trabalho foram considerados apenas curtos períodos de tempo.

As Curvas de Calibração (CCs) combinadas, propostas no capítulo 8 (naquele caso utilizando polinômios combinados com MLPs), possuem a limitação de que os aproximadores possam divergir. Estudos relacionados a esse problema podem determinar em que condições ocorrem tais divergências ainda possam persistir.

A combinação proposta na seção 8.3, ainda do capítulo 8, foi de uma somatória entre a Função Principal (ou Função de Referência) e a(s) Função(ões) de Referência. A combinação poderia se dar através de outra operação matemática qualquer (como uma multiplicação por exemplo). Como continuísmo a esta proposta pode ser estudadas Funções de Referência que combinam com a Função Principal através de uma operação matemática (ou conjunto de operações matemáticas) diferente da somatória.

A sinalização percebida através dos Indicadores de Desempenho (IDs) alternativos, utilizados no capítulo 9, convida ao estudo da determinação da relação quantitativa entre a quantidade de medições replicadas, do número de neurônios ocultos na MLP de duas camadas e da estatística da medição.

Como mencionado no capítulo 1, as inicializações dos valores de pesos sinápticos escolhidos foram próximos de zero. Tal procedimento pode aprisionar o algoritmo de aprendizado em apenas um mínimo local (ou poucos mínimos locais), em contraste com a escolha da inicialização randômica (que aprisiona o algoritmo de aprendizado em vários mínimos locais).

Contudo, esta característica não refuta as propostas apresentadas nesta tese, pois elas não dependem diretamente das inicializações. O que as inicializações influenciam é o resultado líquido final dos valores dos Indicadores de Desempenho. Para entender esta afirmação, basta apenas imaginar que, se escolhemos os pesos sinápticos e limiares mais adequados nas inicializações, então, sequer precisamos do processo iterativo de aprendizado. Sendo assim, um convidativo trabalho futuro seria a investigação com estratégias de inicialização diferentes daquela utilizada nesta tese.

REFERÊNCIAS CITADAS OU COMPLEMENTARES

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. INMETRO - Instituto de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial. **Guia para Expressão da Incerteza da Medição - GUM**. 3a edição Brasileira. Rio de Janeiro. 2003.

AIAA - AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS. **Recommended Practice: calibration of subsonic and transonic wind tunnels**. Reston. AIAA. 2003.

ANDERSON, J. A. ROSENFELD, E. **Neurocomputing**. Cambridge. MIT Press. 1988. Foundation of Research.

BAIN, D. C. BAKER, P. J. ROWAT, M. J. **Wind Tunnels: an aid to engineering structure design**. UK. British Hydromechanics Association. 1971.

BARBOSA, I. M. et al. **Estudo da influência da incerteza e da repetitividade na curva de calibração de uma balança multivariável utilizando redes neurais artificiais do tipo MLP**. Encontro para a qualidade Laboratorial – ENQUALAB. São Paulo. 2006. CD dos anais.

BARBOSA, I. M. **Aplicação das Redes Neurais Artificiais na Confiabilidade Metrológica**. São Paulo. Universidade de São Paulo. 2004. Dissertação De Mestrado.

BARBOSA, I. M. et al. **Língua Eletrônica: Uma Aproximação da Curva de Calibração**. São Paulo. IBERSENSOR 2008 - 6th Ibero-American Congress on Sensors. 2008. Proceedings of the 6th Ibero-American Congress on Sensors.

BARFORD, N. C. **Experimental Measurements: Precision, Error and Truth. 2nd edition**. Great Britain. John Wiley & Sons. 1985.

BARLOW, J. B. RAE, J. R., W. H. POPE, A. **Low Speed Wind Tunnel Testing**. 3a edição. New York. John Wiley & Sons. 1999.

BEVINGTON P. R. ROBINSON D. K. **Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences**. 3a edição. USA. McGraw Hill. 2003.

BIPM – Bureau Internacional de Pesos e Medidas; IEC – Comissão Internacional de Eletrotécnica; IFCC – Federação Internacional de Química Clínica e de Laboratórios de Medicina; ISO – Organização Internacional para Normalização; IUPAC – União Internacional de Química Pura e Aplicada; IUPAP – União Internacional de Física Pura e Aplicada; OIML – União Internacional de Metrologia Legal; ILAC – Cooperação Internacional para Acreditação de Laboratórios. **International Vocabulary of Metrology- Basic Concepts and Associated Terms - VIM**. 3a edição. BIPM - JCGM WG2. 2008. Disponível em http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_200_2008.pdf. Acesso em: 05/09/2007.

BIPM - Bureau Internacional de Pesos e Medidas. **Convention du Mètre**. Paris. 1875, 1907 e 1921. Disponível em: www.bipm.org/utils/em/pdf/metre_convention.pdf. Acesso em: 26/05/2009.

BITCH, W. PENNECHI, F. **The GUM, Guide to the expression of uncertainty in measurement, and related documents**. Present status and future developments. Anais em CDROM. Rio de Janeiro. In: XVIII IMEKO World Congress. 2006.

BOULOS, P. CAMARGO, I. **Geometria Analítica, um tratamento vetorial**. 3a edição. Pearson Prentice Hall. 2005.

BRASIL. Congresso. Câmara dos Deputados. Manual de redação. Brasília: Câmara dos Deputados, Coordenação de Publicações, 2004. Disponível em <http://www2.camara.gov.br/internet/publicacoes/manualredacao>. Acesso em 03/09/2009.

BRASILESCOLA. **Caderno de Química do Brasil Escola**. 2009. Disponível em: <http://www.brasilescola.com/quimica/funcao-eletrolise.htm>. Acesso em: 22/04/2009.

BUTKOV, E. **Física Matemática**. Rio de Janeiro. Editora Guanabara. 1988.

CALVO, D. **Construcció de Sensors Eletroquímics Amb el Nou Inòfor Tetronasina i Aplicació em Estratègies Analitiques Avançades**. Barcelona, Espanha. 2007. 232 paginas. Universidade Autônoma de Barcelona, Grupo de Sensores e Biosensores.

CANAVES, M. POMPEIA P. J. **Uncertainty of the density of moist air: GUM x Monte Carlo**. Curitiba. Brazilian Archives of Biology and Technology - Evaluation of Measurement Uncertainties. 2006. Scielo Brazil. 49.

CARRANO, G. E. et al. **A Genetic Algorithm for Multiobjective Training of ANFIS Fuzzy Networks**. IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008). 2008. p. 3258 - 3264.

CARROLL, R. J. RUPPERT D. **Transformation and Weighting in Regression**. USA. Chapman and Hall. 1988.

CASTELLAN, G. **Fundamentos de Físico - Química**. Rio de Janeiro. LTC - Livros Técnicos e Científicos. 1983.

CHEN C. H. **Fuzzy Logic and Neural Network Handbook**. USA. McGraw Hill. 1996.

CORTINA, M. et al. **Sequential injection system with higher dimensional electrochemical sensor signals. Part 2: Potentiometric e-tongue for the determination of alkaline ions**. Science Direct, Talanta. 2005. p. 1197 - 1206. Talanta. 66. Disponível em: www.elsevier.com/locate/talanta. Acesso em: 09/10/2008.

CORTINA, M. et al. **A sequential injection electronic tongue employing the transient response from potentiometric sensors for anion multidetermination**. Springer Verlag. 2006. p. 1186 - 1194. 385.

CURRY, B. **Parameter redundancy in neural networks: an application of Chebyshev polynomials.** Colum Drive, UK. Springer - Verlag. 2006.

CYBENKO, G. **Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function.** New York. **Mathematics of Control, Signals, and Systems.** 1989. p. 303-314.

COWAN, J. D. SHARP, D. H. **Neural Nets an Artificial Intelligence.** Daedalus.1988.p. 85 - 121. Proceedings of American Academy of Arts and Sciences.

DEVORE, J. L. **Probability and Statistics.** 6a edição. Canada. Thomson Brooks Cole. 2004.

DIAMOND, D. **Principles of chemical and biological sensors.** New York. John Wiley & Sons. 1998.

DOEBELIN, E. O. **Measurement Systems: Application and Design.** 4th edition. Singapore. McGraw - Hill. 1990.

DOUGHERTY, E. R. **Probability and Statistics for the Engineering.** USA. Prentice Hall. 1990. Computing and Physical Sciences.

EA - European co-operation for Accreditation. **Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration - EA4/02.** EAL Comittee 2. 1999.

EDQM - European Directorate for the Quality of Medicines. **European Pharmacopeia.** 6a edição. 2007. Disponível em: <http://online6.edqm.eu/ep604/>.

EPUSP - ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. **Diretrizes para apresentação de dissertações e teses.** 3a edição. São Paulo. EPUSP- Divisão de Biblioteca. 2006. Disponível em: www.poli.usp.br/media/biblioteca/Diretrizes3.pdf.

FELLER, W. **Introduction to Probability Theory and Its Applications.** 3a edição. New York. Wiley International Edition. 1968.

FLOARES, A. G. **Automatic Inferring Drug Gene Regulatory Networks with Missing Information Neural Networks and Genetic Programming.** International Joint Conference on Neural Networks - IJCNN. 2008. p. 3077 - 3084.

FORESEE, F. D. HAGAN M. T. **Gauss-Newton Approximation to Bayesian Regularization.** International Joint Conference on Neural Networks - IJCNN. 1997. p. 1930 - 1935.

FULLER, W. A. **Measurement Error Model.** 1a edição. New York. John Wiley & Sons. 1987.

FUNAHASHI, K. **On the approximate realization of continuous mappings by Neural Networks.** USA. Neural Networks. 1989. p. 183-192. V2.

GALLARDO, J. et al. **Determination of Ammonium Ion Employing an Electronic Tongue Based on Potentiometric Sensors.** New York. MARCEL DEKKER, INC. 2003. p. 2893-2908. Analytical Letters, Sensors and Biosensors. V. 36, Nº 14.

GALLARDO, J. et al. **An electronic tongue using potentiometric all-solid-state PVC-membrane sensors for the simultaneous quantification of ammonium and potassium ions in water.** Bioanal Chem. 2003.

GOMES, J. VELHO, L. **Fundamentos da Computação Gráfica.** Rio de Janeiro. IMPA. 2003.

GORLIN, S. M. SLEZINGER, I. I. **Wind Tunnels and their instrumentation.** Jerusalem. Israel Program for Scientific Translations. 1966.

GUTÉS, A. et al. **Automatic sequential injection analysis electronic tongue with integrated reference electrode for the determination of ascorbic acid, uric acid and paracetamol.** Netherlands. Springer Verlag. 2007. p. 1-6. Microchimica Acta. 157.

GUTÉS, A. et al. **Multivariate calibration model from overlapping Voltametric signals employing wavelet neural networks.** Science Direct. 2006. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. No prelo.

GUTÉS, A. et al. **Multivariate Calibration Model from Overlapping Voltametric Signals Employing Wavelet Neural Networks.** Barcelona. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. 2007. Science Direct - Elsevier. CHEMOM-01761. No prelo.

GUTÉS, A. et al. **Automatic sequential injection analysis electronic tongue with integrated reference electrode for the determination of ascorbic acid, uric acid and paracetamol.** The Netherlands. Microchimica Acta. 2007. p. 1 - 6. 157.

HAGAN, M. T. MENHAJ, M. **Training Feed Forwards Networks with the Marquardt Algorithm.** IEEE Transactions on Neural Networks. 1994. p. 989 - 993. v5. n. 6.

HAGAN, M. T. DEMUTH, H. B. BEALE, M. H. **Neural Network Design.** Boston , EUA. PWS Publishing. 1996.

HAYKIN, S. **Neural Network: a Comprehensive Foundation.** 2a edição. USA. Prentice Hall. 1999.

HELENE, O. **Método dos Mínimos Quadrados com Formalismo Matricial.** 1ª edição. Brasil. Livraria da Física. 2006.

HELENE, O. A. M. VANIN V. R. **Tratamento Estatístico dos Dados.** 2ª edição. Brasil. Edgar Blücher. 1991.

HENRY, Z. A. ZOERB G. C. BIRTH, G. S. **Instrumentation and Measurement for Environmental Sciences.** 3rd edition. Saint Joseph. American Society of Agricultural Engineers. 1991.

HERTZ, J. KROGH, A PALMER R. G. **Introduction to the Theory of Neural Computation**. Menlo Park. Addison - Wesley Publishing Company. 1991.

HORNIK, K. STINCHCOMB, M. WHITE, H. **Multi-Layer Feedforward Networks are Universal Approximators**. USA. **Neural Networks**. 1989. p. 359-366. V2.

IEEE. LIPPMAN, R.P. **An Introduction to Computing with Neural Nets**. ASSP Magazine. 1987. p. 85 – 121.

INMETRO - Instituto de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial. **SI - Sistema Internacional de Unidades**. 8a edição. Rio de Janeiro. INMETRO. 2007.

INMETRO - Instituto de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial. **Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM 2008): Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados**. 1a edição Brasileira. Rio de Janeiro. 2009. Disponível em: www.inmetro.gov.br/VIM3-2008. Acesso em: 13/11/2009.

INMETRO - Instituto de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial. SENAI - Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial. **Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais em Metrologia - VIM**. 5a edição Brasileira. Rio de Janeiro. 2007.

IUPAC - Internacional Union of Pure and Applied Chemistry. INCZÉDY, J. et al. **Compendium of Analytical Nomenclature - Definitive Rules 1997**. 3a edição. Vesprem. 1997.

JACOBS, R. A. **Increased Rates of convergence Trough Learning Rate Adaptation**. **Neural Networks**. 1988. p. 295 - 307. Elsevier B. V. Vol. 1.

JIANG, Y. **Uncertainty in the Output of Artificial Neural Network**. Orlando. Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks - IEEE. 2007.

JONES, L. K. **Constructive Approximations for Neural Networks by Sigmoidal Functions**. Proceedings of the IEEE. 1990. p. 1586-1589. V78, N10.

JONES, L. D. **Electronic Instruments and Measurements**. 2nd edition. USA. Regents / Prentice - Hall. 1993.

KOVÁCS, Z. L. **Redes Neurais Artificiais: Fundamentos e Aplicações: Um Texto Básico**. 2a edição. São Paulo. Editora Collegium Cognitio. 1996.

KRANTZ-RÜLCKER, C. et al. **Electronic tongues for environmental monitoring based on sensor arrays and pattern recognition: a review**. Microchimica Acta. 2001.

KUPKA, L. et al. **Signature Analysis for MEMS Pseudorandom Testing Using Neural Networks**. Annecy, France. 12th IMEKO TC1 & TC7 Joint Symposium on Man Science & Measurement. 2008. p. 321- 325.

LIMA, J. P. H. **Redes Neurais Artificiais Aplicadas à Otimização de processos de Deposição de Filmes Finos Poliméricos**. 2006. Dissertação de Mestrado. 92 pág. Universidade de São Paulo.

LINK, W. **Expressão da Incerteza de Medição**. São Paulo. Programa RH - Metrologia. 1997. Mitutoyo.

LANG, T. T. **Computerized Instrumentation**. New York. John Willey & Sons. 1981.

LESHNO, M. T. et al. **Multilayer Feedforward Networks With a Non-Polynomial Activation Function can Approximate any Function**. Jerusalem. Center for Digital Economy Research, Steam School of Business. 1992. Working paper IS-92-13. Disponível em: <http://papersssm.com/sol3/papers.cfm?abstractid=1288490>. Acesso em: 11/09/2009.

LIRA, I. **Evaluating the Measurement Uncertainty: Fundamentals and Practical Guidance**. 1a edição. USA. Institute of Physics Publishing. 2002.

MACKAY, D. J. C. **Bayesian Interpolation**. *Neural Computation*. 1992. p. 415 - 447. Vol. 4, No. 3.

MARTENS, H. NAES TORMOD. **Multivariate Calibration**. 1a edição. Chicester. John Wiley & Sons. 1991.

MATLAB: The Language of Technical Computing. Version 7.4.0.287 (R2007a). Mathworks, Inc. 2007

MEIER, P. C. **Two-parameter Debye-Hückel approximation for the evaluation of mean activity coefficients of 109 electrolytes**. Analytica Chimica Acta. 1982. p. 363 - 368. Nº 136.

MHASKAR, E. **Neural Network for Optimal Approximation of Smooth and Analytic Functions**. Neural Computation. 1996. p. 819 - 842. v8.

MICROSOFT. **Microsoft Windows XP Home Edition. Versão 2002. Service Pack 3**.

MINSKY, M. L. PAPERT, S. A. **Perceptrons. Expanded Edition**. Cambridge. Mit Press. 1988.

MORETTIN, P. A. BUSSAB W. O. **Estatística Básica**. 5ª edição. Brasil. Editora Saraiva. 2006.

PANKHURST, R. C. HOLDER, D. W. I. **Wind Tunnel Technique: an account of experimental methods in low and high speed wind tunnels**. London. Pitman. 1968.

PINKUS, A. **Approximation Theory of the MLP model in Neural Networks**. Haifa. Cambridge University Press. Acta Numerica. 1999. p. 143 – 195. Disponível em: **WWW.SCIENCEDIRECT.COM**. Acesso em: 09/08/2009.

PIOTROWSKI, J. **Theory of Physical and Technical Measurement**. Poland. DNT. 1991. Elsevier.

PRATT, J. W. RAIFFA H. SCHLAIFER R. **Introduction to Statistical Decision Theory**. England. The MIT Press. 1994.

PRIBERAM. **Universal, dicionário on line.** Lisboa. Priberam Informática. 2009. Disponível em: www.priberam.pt/dlpo/dlpo.aspx. Acesso em: 08/04/2009.

RABINOVICH, S. G. **Measurement Errors: Theory and Prattice.** New York. American Institute of Physics Press. 1992.

REIS, M. L. C. C. et al. **Validation of an External Six-Component Wind Tunnel.** Oregon. 24th AIAA Aerospace Ground Testing Conference. 2004. AIAA-04-1300.

REIS, M. L. C. **Expressão da Incerteza de Medição Associada a um Ensaio Aeronáutico em Túnel de Vento Subsônico.** Campinas. 2000. Tese de Doutorado. 101 pág. Universidade Estadual de Campinas.

ROSEMBLATT, F. **Principles of Neurodynamics.** Washington D. C. Spartan Press. 1961.

RUMELHART, D. E. HITON, G. E. WILLIAMS, R. J. **Learning Representations of Back – Propagation Errors.** London. Nature. 1986. p. 533 – 536.

RUSSEL, S. NORVIG, P. **Artificial Intelligence.** 2nd edition. Saddle River. Prentice Hall. 2003.

SADOSKY, M. **Cálculo Numérico e Gráfico.** 1a edição. Brasil. Editora Interciência. 1980.

SAEGUSA, R. et al. **Sensory Prediction Learning – How to Model the Self and the Environment.** Annecy, France. 12th IMEKO TC1 & TC7 Joint Symposium on Man Science & Measurement. 2008. p. 269 - 275.

TICIANELLI, E. A. , GONZALEZ, E. R. **Eletroquímica - Princípios e Aplicações.** 2a edição. São Paulo. EDUSP - Editora da Universidade de São Paulo. 2005.

THOMSEY, E. A. SMITH, A. E. **Performance Measures, Consistency, and Power for Artificial Neural Network Models.** 1995. Mathematical Computation Modeling. p. 243 – 258. v21.

TRIPP, J. TCHENG, P. **Determination of measurement Uncertainties os Multi-Component Wind Tunnel Balances.** Colorado Springs. 18th AIAA Aerospace Ground testing Conference. 1994. AIAA-94-2589.

UNESCO/IHE – UNITED NATIONS EDUCATIONAL, SCIENTIFIC, AND CULTURAL ORGANIZATION. INSTITUTE FOR WATER EDUCATION. **Artificial Neural Networks.** Hydroinformatics and Knowledge Management. Project: Application of Neural Networks and Fuzzy Logic for Manangement. Netherlands. 2009. Disponível em: ***WWW.STOWA-NN.IHE.NL/ANN.HTM***. Acesso em: 24/07/2009.

VAN AKEN,J. M. **Multi-Component Balance Load Estimation Using Neural Networks.** Reno. 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 1999. AIAA - American Institute of Aeronautics & Astronautics. ***DISPONÍVEL EM:WWW. AIAA. ORG***. Acesso em: 02/03/2008.

VAN AKEN, J. M. **Evaluating of Neural Networks in Estimating the Loading on Multi- Component, Multi-piece Balance.** Reno. 44th International Instrumentation Symposium of the Instrument Society of America. 1998a. AIAA - American Institute of Aeronautics & Astronautics. ***DISPONÍVEL EM: WWW. AIAA. ORG***. Acesso em: 06/08/2007.

VAN AKEN, J. M. **Evaluation of Calibration Results from Three Facilities for a Multi-Component, Multi-piece Balance.** Reno. 44th International Instrumentation Symposium of the Instrument Society of America. 1998b. AIAA - American Institute of Aeronautics & Astronautics. ***DISPONÍVEL EM: WWW. AIAA. ORG***. Acesso em: 08/09/2009.

WATROUS, R.L. **Learning Algorithms for Connectionist Networks: Applied Gradient Methods of Nonlinear Optimization.** San Diego. First Conference on Neural Networks. p. 619 - 627. Vol. 2.

WEISE, K. WÖGER, W. Avaliação da Incerteza e dos Dados de Medição. Berlin. Wiley-VCH, pp. 183-224 (em alemão). 1999.

APÊNDICE A – SINAL TÍPICO DE CADA ELETRODO SELETIVO IÔNICO (ESI)

Sinais típicos dos ESIs em forma de gráficos, com dados retirados do primeiro conjunto CT2 de 1050 pares de vetores.

Significado das indicações das legendas nos gráficos.	
zero	Todos os íons de análise com concentrações zeradas
Ca ²⁺	Concentração do íon Ca ²⁺ no valor de 5.00925E-03M, demais íons com concentração 0M.
Mg ²⁺	Concentração do íon Mg ²⁺ no valor de 2.01875E-03M, demais íons com concentração 0M.
Na ⁺	Concentração do íon Na ⁺ no valor de 2.00550E-03M, demais íons com concentração 0M.
K ⁺	Concentração do íon K ⁺ no valor de 1.99875E-03M, demais íons com concentração 0M.
quatro	Presença dos quatro íons, todos misturados na solução com as seguintes concentrações: ✓ Ca ²⁺ = 2.50463E-03M ✓ Mg ²⁺ = 1.00938E-03M ✓ Na ⁺ = 1.00275E-03M ✓ K ⁺ = 9.99375E-04M

ESI-1

ESI-2

ESI-3

ESI-4

ANEXO A – DADOS [B] DA BALANÇA EXTERNA DO TÚNEL DE VENTO TA2

Ang.		ESFORÇOS AERODINÂMICOS							INDICAÇÕES DAS CÉLULAS DE CARGA					
β		F1	F2	F3	F4	F5	F6		S1	S2	S3	S4	S5	S6
Graus		Kgf	Kgf	Kgf	Kgfm	Kgfm	Kgfm		mV	mV	mV	mV	mV	mV
0		0	0	-40	0	-10	0		0.02371214	0.00035636	1.53853359	0.07111135	-2.0636726	0.00252062
0		0	0	-40	10	0	0		0.01274838	0.00301895	1.54085662	-1.6808378	-0.0110772	0.00446143
0		0	0	-40	0	0	-12		0.03203467	4.2160848	1.5400339	0.08871141	-0.0279795	-4.0419762
0		0	30	-40	0	0	0		-0.0284699	-14.933392	1.53367729	0.04598452	0.07385236	0.12041824
0		0	0	-40	0	0	0		0.01670475	-0.0049459	1.5404918	0.07220931	-0.0121543	0.00527247
0		0	-30	-40	0	0	0		0.05675634	14.9421756	1.55117271	0.10148183	-0.1001592	-0.1186093
0		0	0	-40	0	0	12		-0.0110381	-4.2178092	1.54259801	0.05584973	0.004145	4.04870906
0		10	0	-40	0	0	0		11.0298045	-0.0017771	1.54567217	0.07254991	-0.0040396	0.0249353
0		20	0	-40	0	0	0		22.0299422	0.00486515	1.5471664	0.07401822	0.00363151	0.04209043
0		0	0	-40	-10	0	0		0.01913178	-0.0137442	1.54279786	1.82174796	-0.0127311	0.00655844
0		0	0	-40	0	10	0		0.00723627	0.00563993	1.54096736	0.0728639	2.04029249	0.00043217
0		0	0	0	10	10	0		-0.0119417	0.01411094	0.00051757	-1.7483667	2.05496875	5.7162E-05
0		0	0	0	0	10	-12		0.00462997	4.21612183	0.0002796	0.01663451	2.03738879	-4.0418949
0		0	30	0	0	10	0		-0.0498197	-14.924742	-0.0071341	-0.0224219	2.1381742	0.11787572
0		0	0	0	0	10	0		-0.0060291	0.01154961	0.00142596	0.0003286	2.05213317	-0.0036071
0		0	-30	0	0	10	0		0.02756391	14.9514109	0.01005072	0.02736779	1.96521873	-0.1209683
0		0	0	0	0	10	12		-0.0344358	-4.2012475	0.00184323	-0.0128266	2.06780618	4.04004292
0		10	0	0	0	10	0		11.027807	0.01873759	0.00422633	0.00164129	2.05941656	0.01503141
0		20	0	0	0	10	0		22.0462161	0.02480979	0.00736186	0.00379953	2.06608821	0.03208994
0		0	0	0	-10	10	0		-0.0020358	0.00576952	0.00135197	1.74940222	2.05292774	-0.004031
0		0	0	0	-10	0	-12		0.01828283	4.21601218	0.00032117	1.76468258	-0.0147998	-4.0432572
0		0	30	0	-10	0	0		-0.0413165	-14.930298	-0.0083019	1.72506437	0.08571575	0.1174402
0		0	0	0	-10	0	0		0.00279973	-0.0032776	0.00197128	1.74716689	0.00029207	-0.0013531
0		0	-30	0	-10	0	0		0.03982293	14.9385344	0.01207084	1.77358055	-0.0861382	-0.1215478
0		0	0	0	-10	0	12		-0.0234963	-4.2095173	0.00312469	1.73297631	0.01364293	4.04183736
0		10	0	0	-10	0	0		11.0083103	0.01156344	0.00464158	1.74859397	0.00829508	0.01365584
0		20	0	0	-10	0	0		22.0270856	0.01942959	0.0078146	1.74996272	0.014203	0.02833301

0		20	0	0	0	0	12		21.9964332	-4.1883888	0.00725119	-0.0179509	0.02967484	4.07047713
0		20	-30	0	0	0	0		22.0593832	14.961103	0.01513835	0.02972539	-0.0703165	-0.0923665
0		20	0	0	0	0	0		22.0073388	0.0152445	0.00615224	0.00178335	0.01457879	0.03460545
0		20	30	0	0	0	0		21.9599375	-14.934361	-0.0021842	-0.0208835	0.09984452	0.16183098
0		20	0	0	0	0	-12		22.0212323	4.21343556	0.00432499	0.02425089	-0.0013561	-4.0008022
0		10	0	0	0	0	-12		11.0236909	4.20870008	0.00118491	0.01973834	-0.0081185	-4.019841
0		10	30	0	0	0	0		10.9672401	-14.943353	-0.004613	-0.0223411	0.09398077	0.14370988
0		10	0	0	0	0	0		11.0126598	-0.0030774	0.00170599	0.0009179	0.00768594	0.02072493
0		10	-30	0	0	0	0		11.0505135	14.936627	0.01134111	0.02755797	-0.0778249	-0.098106
0		10	0	0	0	0	12		10.9853928	-4.2087164	0.00360651	-0.0173177	0.02401174	4.06289457
0		0	30	0	0	0	12		-0.0620707	-19.155105	-0.0081638	-0.038465	0.09595325	4.16487875
0		0	0	0	0	0	12		-0.0253579	-4.2298788	-2.563E-05	-0.0153074	0.01839729	4.05329719
0		0	-30	0	0	0	12		0.02084574	10.7225398	0.00872756	0.009299	-0.0609603	3.93041965
0		0	-30	0	0	0	0		0.03443587	14.9267725	0.00921286	0.02639139	-0.0837715	-0.1098508
0		0	0	0	0	0	0		0.00179081	0.00022047	-0.0006856	-0.0005626	9.9445E-05	-0.0010772
0		0	30	0	0	0	0		-0.0382942	-14.942895	-0.0085605	-0.0235673	0.08502414	0.12268551
0		0	30	0	0	0	-12		-0.0145214	-10.735585	-0.0083075	-0.0087841	0.07691057	-3.9174187
0		0	0	0	0	0	-12		0.0175646	4.20841326	-0.0004805	0.01455292	-0.0163878	-4.0425869
0		0	-30	0	0	0	-12		0.05931395	19.1463913	0.00774709	0.04238277	-0.1106286	-4.166216
0		0	0	0	10	0	-12		0.01139646	4.22163641	-0.0013933	-1.7322157	-0.015033	-4.0452921
0		0	30	0	10	0	0		-0.040411	-14.942398	-0.0075391	-1.7726572	0.08730927	0.12478489
0		0	0	0	10	0	0		-0.0003109	-0.0086962	-0.0012469	-1.7508803	0.00296545	0.00491953
0		0	-30	0	10	0	0		0.03536432	14.9345279	0.00777489	-1.7241526	-0.0850051	-0.1145022
0		0	0	0	10	0	12		-0.0230354	-4.2237921	0.00024347	-1.7660953	0.02130033	4.04952598
0		10	0	0	10	0	0		11.0197698	0.00136366	0.00322336	-1.7490285	0.0111233	0.02177983
0		20	0	0	10	0	0		22.0116542	0.00721545	0.00570225	-1.748298	0.01852794	0.03999486
0		0	0	0	10	-10	0		0.0121564	0.01154776	2.081E-05	-1.7504697	-2.0444688	0.00124236
0		0	0	0	0	-10	-12		0.02421412	4.20360076	-0.001069	0.01492024	-2.0624207	-4.0386261
0		0	30	0	0	-10	0		-0.0312654	-14.947109	-0.0073641	-0.0255574	-1.9623799	0.12404965
0		0	0	0	0	-10	0		0.00826405	-0.0008391	0.00067166	-0.0009906	-2.0485806	0.00114334
0		0	-30	0	0	-10	0		0.04665206	14.9401709	0.00919204	0.02671541	-2.1347002	-0.1215858
0		0	0	0	0	-10	12		-0.0144303	-4.2194252	0.00167994	-0.0153485	-2.0327438	4.04662552
0		10	0	0	0	-10	0		11.0251113	0.00679596	0.00342104	-8.476E-05	-2.0398127	0.01939383
0		20	0	0	0	-10	0		22.0349976	0.01459041	0.00679331	0.00175053	-2.03285	0.03624955
0		0	0	0	-10	-10	0		0.02180507	0.00054019	0.00073168	1.74820049	-2.0480522	-0.0017138

0		0	0	40	0	-10	0		-0.0073693	0.00105848	-1.5373079	-0.0749978	-2.0322829	-0.0011385
0		0	0	40	10	0	0		-0.0235186	0.01165233	-1.5375063	-1.8180915	0.01747666	-0.0003746
0		0	0	40	0	0	-12		-6.612E-05	4.21618027	-1.5387719	-0.0563728	0.00300722	-4.0412024
0		0	30	40	0	0	0		-0.0578692	-14.928772	-1.5458535	-0.0928348	0.10328666	0.11739567
0		0	0	40	0	0	0		-0.0180336	0.00319114	-1.5383016	-0.0736677	0.01858541	-0.0013365
0		0	-30	40	0	0	0		0.02120086	14.9372017	-1.5281681	-0.0502305	-0.0676901	-0.1184488
0		0	0	40	0	0	12		-0.0441743	-4.208533	-1.5365745	-0.0875696	0.03375565	4.04210607
0		10	0	40	0	0	0		10.9956212	0.00872431	-1.5352671	-0.0711942	0.02507711	0.01507134
0		20	0	40	0	0	0		22.0139164	0.01484688	-1.5311865	-0.0698232	0.03077165	0.03290483
0		0	0	40	-10	0	0		-0.011736	-0.001441	-1.5374866	1.67302948	0.01661064	-0.0026831
0		0	0	40	0	10	0		-0.024382	0.0169787	-1.5369623	-0.0706501	2.06510186	-0.0052937
30		0	0	40	0	10	0		-0.0458223	-0.0045515	-1.5381015	0.80018421	1.78817721	-0.0024422
30		0	0	40	-10	0	0		-0.0283457	-0.008809	-1.5389171	1.43929236	-1.0118897	-0.004586
30		20	0	40	0	0	0		21.9630842	0.02200356	-1.5346165	-0.0625599	-0.0070127	0.01544232
30		10	0	40	0	0	0		10.9780726	0.00749663	-1.5369917	-0.0664537	0.00263533	0.00561375
30		0	0	40	0	0	12		-0.0667835	-4.2158756	-1.5405127	-0.0874085	0.02768917	4.03792842
30		0	-30	40	0	0	0		-0.006345	14.9199074	-1.5311278	-0.055159	-0.0671106	-0.1093062
30		0	0	40	0	0	0		-0.0352622	-0.0004968	-1.5393863	-0.0705563	0.01215768	-0.0059552
30		0	30	40	0	0	0		-0.0849449	-14.925708	-1.5480157	-0.0860793	0.09098003	0.10279743
30		0	0	40	0	0	-12		-0.0244442	4.20687532	-1.5409862	-0.0539581	-0.0037801	-4.0481198
30		0	0	40	10	0	0		-0.024012	0.00761293	-1.5488341	-1.580692	1.02360916	0.01239359
30		0	0	40	0	-10	0		-0.0102117	0.00521528	-1.5499055	-0.9419146	-1.7754663	0.00837874
30		0	0	0	-10	-10	0		0.01856194	0.00175383	-0.0095377	0.64629729	-2.814283	0.01006608
30		20	0	0	0	-10	0		22.0249463	0.03322395	-0.0042915	-0.8569192	-1.8069056	0.03142219
30		10	0	0	0	-10	0		11.0369677	0.02095413	-0.0062952	-0.8624506	-1.7987302	0.02182697
30		0	0	0	0	-10	12		-0.006697	-4.2097777	-0.0094998	-0.8839977	-1.7741639	4.05899896
30		0	-30	0	0	-10	0		0.05304492	14.935718	-0.0006063	-0.8474393	-1.8724789	-0.0933726
30		0	0	0	0	-10	0		0.02394595	0.00951274	-0.0083502	-0.8686372	-1.7894499	0.01246225
30		0	30	0	0	-10	0		-0.0245637	-14.927915	-0.0160003	-0.8858872	-1.7091025	0.12455766
30		0	0	0	0	-10	-12		0.03300367	4.22109979	-0.0086654	-0.8484745	-1.807829	-4.0334208
30		0	0	0	10	-10	0		0.01602816	0.0163473	-0.0082855	-2.3829135	-0.7620963	0.01251589
30		20	0	0	10	0	0		21.9970527	0.03541191	-0.0016972	-1.4994017	0.99813227	0.03620344
30		10	0	0	10	0	0		11.0131433	0.02438008	-0.0043409	-1.5054601	1.00782778	0.0251534
30		0	0	0	10	0	12		-0.0318168	-4.2107665	-0.0073971	-1.5254189	1.03361749	4.0607765

30		0	-30	0	10	0	0		0.02628293	14.9355655	0.00189236	-1.4910861	0.93427912	-0.0899644
30		0	0	0	10	0	0		-0.0041693	0.00824317	-0.0062065	-1.5112674	1.01822377	0.0142398
30		0	30	0	10	0	0		-0.0498875	-14.926601	-0.01328	-1.5273071	1.09828128	0.12822662
30		0	0	0	10	0	-12		0.00624625	4.2176978	-0.0072774	-1.4949078	0.99992254	-4.0287936
30		0	-30	0	0	0	-12		0.05658724	19.1667921	0.00291153	0.03886548	-0.1189978	-4.1573605
30		0	0	0	0	0	-12		0.01525512	4.243658	-0.0064256	0.02214614	-0.0283126	-4.0525371
30		0	30	0	0	0	-12		-0.0213265	-10.693085	-0.0138901	0.0049529	0.06039718	-3.9356365
30		0	30	0	0	0	0		-0.0472403	-14.91285	-0.0129059	-0.0140002	0.07005598	0.106372
30		0	0	0	0	0	0		-0.0125183	0.01765689	0.00184383	0.00456544	-0.010212	-0.0001251
30		0	-30	0	0	0	0		0.02037174	14.9383124	0.01109328	0.02635378	-0.0929759	-0.1028107
30		0	-30	0	0	0	12		-0.0004813	10.7173836	0.01097247	0.01221075	-0.0677779	3.94863105
30		0	0	0	0	0	12		-0.041818	-4.2153955	0.00292996	-0.0092176	0.00845648	4.06248208
30		0	30	0	0	0	12		-0.0845202	-19.136057	-0.0043758	-0.0300693	0.08286794	4.16655915
30		10	0	0	0	0	12		10.9904169	-4.2016479	0.00577439	-0.0056843	0.00057608	4.06946914
30		10	-30	0	0	0	0		11.0467185	14.9461363	0.01403486	0.03360529	-0.0981431	-0.0863004
30		10	0	0	0	0	0		10.9854575	0.03369402	0.005865	0.01337691	-0.0171014	0.02446117
30		10	30	0	0	0	0		10.9648085	-14.910657	-0.0025057	-0.0047538	0.06645767	0.12904034
30		10	0	0	0	0	-12		11.0260414	4.22502117	0.00465078	0.03205262	-0.0336757	-4.0238414
30		20	0	0	0	0	-12		22.0571719	4.23404807	0.00739053	0.03978249	-0.0443786	-4.0108662
30		20	30	0	0	0	0		21.9883861	-14.906135	0.00075604	-0.0007414	0.05580816	0.14424678
30		20	0	0	0	0	0		22.0392865	0.0256816	0.00591876	0.01033361	-0.01665	0.02170781
30		20	-30	0	0	0	0		22.069505	14.9593744	0.01477481	0.03045265	-0.1002666	-0.0877515
30		20	0	0	0	0	12		22.0079429	-4.1834155	0.00620269	-0.0095503	0.00234131	4.05984721
30		20	0	0	-10	0	0		22.0380911	0.02402862	0.00743883	1.52567767	-1.0401139	0.01712787
30		10	0	0	-10	0	0		11.0249215	0.01093481	0.00432546	1.52021142	-1.0313552	0.00793503
30		0	0	0	-10	0	12		-0.030455	-4.2148817	0.00201126	1.49816297	-1.0093365	4.04534673
30		0	-30	0	-10	0	0		0.03496467	14.9269354	0.01066787	1.53584264	-1.1060228	-0.1065841
30		0	0	0	-10	0	0		0.00071572	0.00394367	0.00315164	1.51513322	-1.0228856	-0.001674
30		0	30	0	-10	0	0		-0.0466334	-14.929418	-0.0057652	1.49780723	-0.9433864	0.10822703
30		0	0	0	-10	0	-12		0.01427915	4.20932041	0.00165733	1.53431119	-1.0393671	-4.0451575
30		0	0	0	-10	10	0		-0.0115452	0.00148451	0.00257318	2.38658905	0.75691848	-0.0020856
30		20	0	0	0	10	0		22.0064376	0.03120226	0.00847813	0.88260332	1.76149909	0.02129891
30		10	0	0	0	10	0		11.0100711	0.01977003	0.00568258	0.87630957	1.77113228	0.01065022
30		0	0	0	0	10	12		-0.0418454	-4.2124452	0.00302139	0.85620152	1.7965418	4.05024772
30		0	-30	0	0	10	0		0.01919811	14.9250851	0.01112446	0.89241753	1.69828174	-0.0999962

30		0	0	0	0	10	0		-0.0117857	0.00209556	0.00403898	0.87125673	1.78184695	0.00167053
30		0	30	0	0	10	0		-0.0600413	-14.92905	-0.0052997	0.85483192	1.86230508	0.11008767
30		0	0	0	0	10	-12		-0.0029266	4.20918994	0.00267511	0.88926085	1.76435022	-4.0403391
30		0	0	0	10	10	0		-0.0223733	-0.0025746	0.00275585	-0.6431093	2.80922458	0.00381142
30		0	0	-40	0	10	0		0.00859931	0.0025852	1.54033515	0.94501916	1.77176268	0.00272532
30		0	0	-40	-10	0	0		0.02103977	-0.0011854	1.54116916	1.59323728	-1.0363136	0.00144898
30		20	0	-40	0	0	0		22.0298127	0.02872158	1.54632348	0.08716748	-0.0258312	0.02327853
30		10	0	-40	0	0	0		11.0349525	0.01760158	1.54298343	0.08108292	-0.0169076	0.01297685
30		0	0	-40	0	0	12		-0.0110955	-4.2124545	1.54139121	0.05873301	0.00608707	4.05151139
30		0	-30	-40	0	0	0		0.04602344	14.9351261	1.5495149	0.09796113	-0.093467	-0.1023426
30		0	0	-40	0	0	0		0.018553	0.00740494	1.54240147	0.07473991	-0.0089235	0.00308336
30		0	30	-40	0	0	0		-0.0285343	-14.928206	1.53425945	0.05483105	0.07329436	0.11621515
30		0	0	-40	0	0	-12		0.02722	4.21202081	1.54169735	0.09359863	-0.0266883	-4.0399409
30		0	0	-40	10	0	0		0.01086126	0.01130483	1.54198001	-1.4451221	1.01824443	0.00370087
30		0	0	-40	0	-10	0		0.02083198	0.00443226	1.54114605	-0.7966378	-1.7835788	0.00214486
-30		0	0	-40	0	-10	0		0.01847838	-0.0008418	1.53952933	0.94591339	-1.8019408	0.00188914
-30		0	0	-40	10	0	0		0.01166214	0.00496244	1.54014357	-1.4462961	-1.0415349	0.0026525
-30		0	0	-40	0	0	-12		0.02348553	4.21902018	1.54119405	0.08941177	-0.0331862	-4.0505135
-30		0	30	-40	0	0	0		-0.0303126	-14.935673	1.53594059	0.05030629	0.04841777	0.11539414
-30		0	0	-40	0	0	0		0.01242129	-0.0106803	1.54098759	0.0727162	-0.0181934	0.00449799
-30		0	-30	-40	0	0	0		0.03324669	14.9246045	1.55100067	0.09941775	-0.0846617	-0.1055398
-30		0	0	-40	0	0	12		-0.0173762	-4.2348116	1.54399374	0.05925919	-0.0010489	4.05958953
-30		10	0	-40	0	0	0		11.0415312	-0.014608	1.54593127	0.06876451	0.00416133	0.03410501
-30		20	0	-40	0	0	0		22.065037	-0.0148762	1.54879739	0.06549891	0.02559215	0.05802504
-30		0	0	-40	-10	0	0		0.02549616	-0.0193068	1.54427382	1.59539064	1.00780082	0.00874232
-30		0	0	-40	0	10	0		0.0168489	-0.0134175	1.54409276	-0.7956688	1.76212314	0.00877481
-30		0	0	0	10	10	0		-0.0184065	0.01074996	-0.0017337	-2.3877915	0.76170611	0.00108729
-30		0	0	0	0	10	-12		-0.0023634	4.23090737	-0.0020775	-0.8546805	1.76628275	-4.0506034
-30		0	30	0	0	10	0		-0.0532609	-14.911956	-0.0088616	-0.8908882	1.84924247	0.1078672
-30		0	0	0	0	10	0		-0.0098582	0.00346577	-0.0026094	-0.8706497	1.78114572	-0.0036545
-30		0	-30	0	0	10	0		0.0077071	14.9284063	0.00615846	-0.8481628	1.71455672	-0.1057484
-30		0	0	0	0	10	12		-0.0398055	-4.2177854	-0.0011534	-0.8853933	1.79882301	4.05383536
-30		10	0	0	0	10	0		10.9982046	0.00087536	0.00104034	-0.8728605	1.8034795	0.0262991
-30		20	0	0	0	10	0		21.9862032	0.00095178	0.00400296	-0.8768072	1.82286768	0.04981058

-30		0	0	0	-10	10	0		-0.0148735	0.01000609	-0.0007788	0.64940104	2.79913553	-0.0047828
-30		0	0	0	-10	0	-12		0.013969	4.23328556	-0.0032952	1.53347502	1.00743456	-4.0514353
-30		0	30	0	-10	0	0		-0.0423567	-14.905747	-0.0105904	1.49814676	1.09031362	0.10260662
-30		0	0	0	-10	0	0		0.00310823	0.01068176	-0.0033811	1.51819295	1.02196509	-0.0074053
-30		0	-30	0	-10	0	0		0.02232733	14.9415	0.00489963	1.54296261	0.95543197	-0.1127287
-30		0	0	0	-10	0	12		-0.0356766	-4.2104837	-0.0031873	1.5061224	1.03870803	4.05076741
-30		10	0	0	-10	0	0		11.0176445	0.01002286	-0.0013496	1.51490451	1.04423665	0.02087481
-30		20	0	0	-10	0	0		22.0181583	0.0109308	0.00229239	1.51050565	1.0647712	0.04390791
-30		20	0	0	0	0	12		21.9853043	-4.2043207	0.00181379	-0.0242457	0.05648588	4.09344832
-30		20	-30	0	0	0	0		22.0437911	14.9421093	0.00941101	0.01769278	-0.0235456	-0.062479
-30		20	0	0	0	0	0		22.0211275	0.01048639	0.00168236	-0.0051481	0.04312156	0.04516261
-30		20	30	0	0	0	0		22.0035531	-14.926943	-0.0016416	-0.0277749	0.10973795	0.16706901
-30		20	0	0	0	0	-12		22.0662557	4.22351394	0.00413399	0.01399853	0.02883526	-4.000848
-30		10	0	0	0	0	-12		11.0465329	4.22308188	0.0021743	0.01469424	0.00887996	-4.0261118
-30		10	30	0	0	0	0		10.9913957	-14.924269	-0.0038287	-0.0207894	0.0892881	0.13697384
-30		10	0	0	0	0	0		11.0402673	0.00097844	0.00186759	-0.0035635	0.02108769	0.02236591
-30		10	-30	0	0	0	0		11.0602145	14.9375833	0.01170313	0.02115202	-0.0460331	-0.0859382
-30		10	0	0	0	0	12		11.0080552	-4.219409	0.004331	-0.0192435	0.03729026	4.07832457
-30		0	30	0	0	0	12		-0.0431055	-19.141106	-0.0045567	-0.0304251	0.07928444	4.15716837
-30		0	0	0	0	0	12		-0.012767	-4.2321511	0.00192708	-0.0201389	0.01795835	4.05646214
-30		0	-30	0	0	0	12		0.01772524	10.7122632	0.01077293	0.00533837	-0.0414766	3.94926977
-30		0	-30	0	0	0	0		0.03660531	14.9326741	0.01107866	0.02515732	-0.0631175	-0.0988867
-30		0	0	0	0	0	0		0.00119962	0.00057251	0.00029741	0.00025942	0.00043597	0.000222
-30		0	30	0	0	0	0		-0.0444856	-14.920857	-0.0070136	-0.0188225	0.06805406	0.1094488
-30		0	30	0	0	0	-12		-0.0234379	-10.709791	-0.0067114	-0.0082756	0.05815469	-3.9375918
-30		0	0	0	0	0	-12		0.00789622	4.22574168	0.00021635	0.01549359	-0.0162442	-4.0530945
-30		0	-30	0	0	0	-12		0.04511591	19.1524127	0.00847698	0.04273435	-0.0891581	-4.1673064
-30		0	0	0	10	0	-12		-0.0007203	4.23994013	0.00120412	-1.5027263	-1.0366782	-4.0560674
-30		0	30	0	10	0	0		-0.0539454	-14.919864	-0.0055868	-1.5401967	-0.952443	0.10773653
-30		0	0	0	10	0	0		-0.0146342	-0.0012903	0.00035522	-1.5214997	-1.0210172	-0.0002759
-30		0	-30	0	10	0	0		0.00491549	14.9312653	0.00858762	-1.4963853	-1.0887001	-0.1058182
-30		0	0	0	10	0	12		-0.0403864	-4.2224523	0.00228996	-1.5353602	-1.0031268	4.05503111
-30		10	0	0	10	0	0		10.9845113	-0.0073323	0.00448557	-1.5253723	-0.9993055	0.02978471
-30		20	0	0	10	0	0		21.9998135	-0.0069342	0.00776476	-1.5283094	-0.9790369	0.05444138
-30		0	0	0	10	-10	0		0.00584232	-0.0064937	0.00173347	-0.6507556	-2.8005242	0.00550528

-30		0	0	0	0	-10	-12		0.02688972	4.22340019	0.00252013	0.88544513	-1.7952163	-4.0478069
-30		0	30	0	0	-10	0		-0.0237688	-14.926909	-0.004385	0.84937896	-1.7120287	0.11426378
-30		0	0	0	0	-10	0		0.0047516	-0.0004294	-0.0011937	0.87090739	-1.7796992	0.00164834
-30		0	-30	0	0	-10	0		0.02884679	14.9364437	0.00809434	0.89480164	-1.8458348	-0.1070342
-30		0	0	0	0	-10	12		-0.0237656	-4.2281394	0.00084272	0.85762314	-1.7628888	4.06338412
-30		10	0	0	0	-10	0		11.0064671	-0.0102873	0.00256119	0.86737239	-1.7582314	0.03262659
-30		20	0	0	0	-10	0		22.0339408	-0.0085275	0.00534799	0.86293484	-1.7365995	0.05654056
-30		0	0	0	-10	-10	0		-0.0149367	-0.0088361	0.00157436	2.38744866	-0.7579724	0.00624722
-30		0	0	40	0	-10	0		-0.0447305	-0.0022094	-1.536615	0.79243627	-1.754603	0.00630183
-30		0	0	40	10	0	0		-0.0600328	0.00345789	-1.5367705	-1.589398	-0.9990547	0.00615233
-30		0	0	40	0	0	-12		-0.0459755	4.22977123	-1.5364709	-0.0581062	0.00652868	-4.0461057
-30		0	30	40	0	0	0		-0.0995954	-14.912141	-1.5442523	-0.0903436	0.09020297	0.11255411
-30		0	0	40	0	0	0		-0.0546653	0.00253624	-1.5378214	-0.0740985	0.02147479	0.00070961
-30		0	-30	40	0	0	0		-0.0365509	14.9315031	-1.5276271	-0.0535642	-0.0460906	-0.1041277
-30		0	0	40	0	0	12		-0.0868556	-4.2155893	-1.5357984	-0.0860827	0.03815099	4.05440284
-30		10	0	40	0	0	0		10.9572327	0.00016782	-1.5336377	-0.0769956	0.04192541	0.0268051
-30		20	0	40	0	0	0		21.9488402	0.00207158	-1.5301466	-0.0797148	0.06078567	0.05026552
-30		0	0	40	-10	0	0		-0.0508096	-0.0008542	-1.5363263	1.44176619	1.04000428	-0.00051
-30		0	0	40	0	10	0		-0.05347	0.00302236	-1.5354685	-0.9387683	1.79848025	0.0006329

ANEXO B – DADOS PARA CALIBRAÇÃO DA LÍNGUA ELETRÔNICA RELATIVOS AO ELETRODO SELETIVO IÔNICO - ESI DE NÚMERO 8

*O grupo de medições CT2 é formado pelos vetores de entradas e saídas de todas as combinações CT1 em todos os tempos de medições (CT2 = CT1*150 = 7*150 = 1050). Os valores de ddps aqui mostrados correspondem apenas a uma variável do vetor de entrada da Multilayer Perceptron do total de oito. Apenas os valores do Eletrodo Seletivo Iônico de número 8 (ESI – 8).

CONCENTRAÇÕES MOLARES DE CADA ION NA COMBINAÇÃO					COMBINAÇÕES DE MEDIÇÕES DE CONCENTRAÇÃO [CT1] E COMBINAÇÕES DE MEDIÇÕES TOTAIS [PT]	
TEMPO (s)	K+	Na+	Mg2+	Ca2+	[CT1] - COMBINAÇÕES DE CONCENTRAÇÕES*	COMPONENTES DO [PT] - REPETIÇÕES DE GRUPOS DE MEDIÇÕES*
0.0	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1	Primeira
1.27973E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1	Segunda
1.33022E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1	Tercera
1.34140E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1	Quarta
1.35197E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1	Quinta
1.35919E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2	Primeira
1.36555E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.00925E-03	2	Segunda
1.54067E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.00925E-03	2	Tercera
1.52062E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.00925E-03	2	Quarta
1.50228E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.00925E-03	2	Quinta
1.48804E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.00925E-03	3	Primeira
1.48922E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	2.01875E-03	0.00000E+00	3	Segunda
1.36110E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	2.01875E-03	0.00000E+00	3	Tercera
1.37079E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	2.01875E-03	0.00000E+00	3	Quarta
1.37220E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	2.01875E-03	0.00000E+00	3	Quinta
1.37431E-01	0.00000E+00	0.00000E+00	2.01875E-03	0.00000E+00	4	Primeira
1.37420E-01	0.00000E+00	2.00550E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	4	Segunda
1.37701E-01	0.00000E+00	2.00550E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	4	Tercera
1.37423E-01	0.00000E+00	2.00550E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	4	Quarta
1.37103E-01	0.00000E+00	2.00550E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	4	Quinta
1.37489E-01	0.00000E+00	2.00550E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	5	Primeira
1.37278E-01	1.99875E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5	Segunda
1.38435E-01	1.99875E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5	Tercera
1.38604E-01	1.99875E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5	Quarta
1.38240E-01	1.99875E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5	Quinta
1.38142E-01	1.99875E-03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6	Primeira
1.38142E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	6	Segunda
1.51344E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	6	Tercera
1.49180E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	6	Quarta
1.47043E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	7	Primeira
1.46532E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	7	Segunda
1.45999E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	7	Tercera
1.46132E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	7	Quarta
1.45493E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	7	Quinta
1.46835E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	7	
1.44278E-01	9.99375E-04	1.00275E-03	1.00938E-03	2.50463E-03	7	

VALORES DE ddps (mV) EM FUNÇÃO DE CADA VALOR DA GRANDEZA DE INFLUÊNCIA TEMPO (s)

1.2	1.1	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
1.27967E-01	1.27951E-01	1.27948E-01	1.27963E-01	1.27936E-01	1.27959E-01	1.27938E-01	1.27960E-01	1.27976E-01	1.27952E-01	1.27956E-01	1.27915E-01
1.33036E-01	1.33014E-01	1.33034E-01	1.33054E-01	1.33003E-01	1.33030E-01	1.33014E-01	1.33025E-01	1.33018E-01	1.33016E-01	1.33013E-01	1.33020E-01
1.34140E-01	1.34107E-01	1.34153E-01	1.34124E-01	1.34133E-01	1.34132E-01	1.34120E-01	1.34136E-01	1.34133E-01	1.34134E-01	1.34130E-01	1.34128E-01
1.35262E-01	1.35242E-01	1.35242E-01	1.35261E-01	1.35209E-01	1.35246E-01	1.35221E-01	1.35216E-01	1.35233E-01	1.35223E-01	1.35207E-01	1.35200E-01
1.35893E-01	1.35893E-01	1.35885E-01	1.35897E-01	1.35878E-01	1.35886E-01	1.35887E-01	1.35894E-01	1.35893E-01	1.35906E-01	1.35914E-01	1.35890E-01
1.36543E-01	1.36580E-01	1.36560E-01	1.36584E-01	1.36547E-01	1.36557E-01	1.36560E-01	1.36561E-01	1.36579E-01	1.36531E-01	1.36550E-01	1.36556E-01
1.54068E-01	1.54058E-01	1.54083E-01	1.54061E-01	1.54087E-01	1.54064E-01	1.54088E-01	1.54063E-01	1.54072E-01	1.54079E-01	1.54055E-01	1.54092E-01
1.52063E-01	1.52100E-01	1.52064E-01	1.52072E-01	1.52078E-01	1.52054E-01	1.52099E-01	1.52067E-01	1.52094E-01	1.52062E-01	1.52071E-01	1.52095E-01
1.50223E-01	1.50249E-01	1.50236E-01	1.50245E-01	1.50227E-01	1.50257E-01	1.50233E-01	1.50232E-01	1.50245E-01	1.50224E-01	1.50249E-01	1.50232E-01
1.48805E-01	1.48805E-01	1.48799E-01	1.48824E-01	1.48787E-01	1.48805E-01	1.48812E-01	1.48805E-01	1.48817E-01	1.48783E-01	1.48816E-01	1.48780E-01
1.48917E-01	1.48959E-01	1.48938E-01	1.48947E-01	1.48942E-01	1.48927E-01	1.48937E-01	1.48917E-01	1.48942E-01	1.48927E-01	1.48921E-01	1.48959E-01
1.36109E-01	1.36139E-01	1.36120E-01	1.36117E-01	1.36125E-01	1.36110E-01	1.36120E-01	1.36085E-01	1.36113E-01	1.36097E-01	1.36117E-01	1.36130E-01
1.37067E-01	1.37108E-01	1.37095E-01	1.37119E-01	1.37082E-01	1.37080E-01	1.37095E-01	1.37087E-01	1.37102E-01	1.37070E-01	1.37076E-01	1.37099E-01
1.37236E-01	1.37212E-01	1.37210E-01	1.37214E-01	1.37225E-01	1.37213E-01	1.37217E-01	1.37221E-01	1.37228E-01	1.37209E-01	1.37221E-01	1.37218E-01
1.37437E-01	1.37457E-01	1.37439E-01	1.37431E-01	1.37431E-01	1.37448E-01	1.37445E-01	1.37431E-01	1.37441E-01	1.37445E-01	1.37452E-01	1.37448E-01
1.37416E-01	1.37421E-01	1.37435E-01	1.37428E-01	1.37420E-01	1.37425E-01	1.37428E-01	1.37411E-01	1.37419E-01	1.37411E-01	1.37420E-01	1.37420E-01
1.37712E-01	1.37685E-01	1.37732E-01	1.37684E-01	1.37684E-01	1.37703E-01	1.37693E-01	1.37709E-01	1.37691E-01	1.37705E-01	1.37720E-01	1.37699E-01
1.37376E-01	1.37388E-01	1.37416E-01	1.37379E-01	1.37413E-01	1.37396E-01	1.37364E-01	1.37399E-01	1.37374E-01	1.37391E-01	1.37395E-01	1.37386E-01
1.37143E-01	1.37129E-01	1.37135E-01	1.37148E-01	1.37125E-01	1.37124E-01	1.37110E-01	1.37121E-01	1.37121E-01	1.37107E-01	1.37117E-01	1.37140E-01
1.37456E-01	1.37465E-01	1.37473E-01	1.37445E-01	1.37480E-01	1.37444E-01	1.37472E-01	1.37469E-01	1.37455E-01	1.37485E-01	1.37477E-01	1.37464E-01
1.37305E-01	1.37257E-01	1.37270E-01	1.37278E-01	1.37275E-01	1.37279E-01	1.37277E-01	1.37281E-01	1.37291E-01	1.37274E-01	1.37270E-01	1.37282E-01
1.38454E-01	1.38431E-01	1.38431E-01	1.38450E-01	1.38450E-01	1.38448E-01	1.38440E-01	1.38436E-01	1.38471E-01	1.38432E-01	1.38484E-01	1.38442E-01
1.38590E-01	1.38610E-01	1.38618E-01	1.38620E-01	1.38618E-01	1.38612E-01	1.38604E-01	1.38616E-01	1.38616E-01	1.38585E-01	1.38604E-01	1.38586E-01
1.38224E-01	1.38216E-01	1.38236E-01	1.38228E-01	1.38220E-01	1.38216E-01	1.38212E-01	1.38233E-01	1.38222E-01	1.38212E-01	1.38227E-01	1.38198E-01
1.38134E-01	1.38129E-01	1.38131E-01	1.38122E-01	1.38159E-01	1.38133E-01	1.38151E-01	1.38147E-01	1.38121E-01	1.38159E-01	1.38133E-01	1.38131E-01
1.38125E-01	1.38156E-01	1.38125E-01	1.38106E-01	1.38149E-01	1.38093E-01	1.38145E-01	1.38130E-01	1.38125E-01	1.38133E-01	1.38133E-01	1.38138E-01
1.51340E-01	1.51311E-01	1.51315E-01	1.51358E-01	1.51319E-01	1.51331E-01	1.51352E-01	1.51321E-01	1.51348E-01	1.51352E-01	1.51325E-01	1.51350E-01
1.49201E-01	1.49173E-01	1.49196E-01	1.49197E-01	1.49178E-01	1.49223E-01	1.49184E-01	1.49192E-01	1.49206E-01	1.49205E-01	1.49181E-01	1.49203E-01
1.47095E-01	1.47030E-01	1.46979E-01	1.46835E-01	1.46818E-01	1.46823E-01	1.46875E-01	1.46941E-01	1.46914E-01	1.46889E-01	1.46998E-01	1.47017E-01
1.46599E-01	1.46528E-01	1.46542E-01	1.46542E-01	1.46526E-01	1.46546E-01	1.46546E-01	1.46547E-01	1.46526E-01	1.46518E-01	1.46561E-01	1.46563E-01
1.45984E-01	1.46007E-01	1.45978E-01	1.46001E-01	1.46015E-01	1.45967E-01	1.46012E-01	1.45994E-01	1.45983E-01	1.46003E-01	1.45987E-01	1.45992E-01
1.46117E-01	1.46133E-01	1.46137E-01	1.46100E-01	1.46161E-01	1.46101E-01	1.46122E-01	1.46134E-01	1.46097E-01	1.46129E-01	1.46129E-01	1.46109E-01
1.45497E-01	1.45522E-01	1.45511E-01	1.45522E-01	1.45517E-01	1.45516E-01	1.45532E-01	1.45495E-01	1.45541E-01	1.45511E-01	1.45497E-01	1.45537E-01
1.46816E-01	1.46816E-01	1.46849E-01	1.46811E-01	1.46841E-01	1.46839E-01	1.46807E-01	1.46831E-01	1.46828E-01	1.46807E-01	1.46828E-01	1.46824E-01
1.44701E-01	1.44847E-01	1.44927E-01	1.44860E-01	1.44843E-01	1.44468E-01	1.44308E-01	1.44334E-01	1.44268E-01	1.44272E-01	1.44316E-01	1.44292E-01

2.4	2.3	2.2	2.1	2.0	1.9	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3
1.26546E-01	1.26961E-01	1.27189E-01	1.27599E-01	1.27916E-01	1.27952E-01	1.27989E-01	1.27944E-01	1.27967E-01	1.27951E-01	1.27963E-01	1.27919E-01
1.30913E-01	1.31468E-01	1.31999E-01	1.32488E-01	1.32931E-01	1.33048E-01	1.33034E-01	1.33037E-01	1.33052E-01	1.33044E-01	1.33057E-01	1.33020E-01
1.31743E-01	1.32310E-01	1.32854E-01	1.33439E-01	1.34030E-01	1.34139E-01	1.34162E-01	1.34136E-01	1.34134E-01	1.34156E-01	1.34134E-01	1.34145E-01
1.32735E-01	1.33212E-01	1.33824E-01	1.34547E-01	1.35119E-01	1.35273E-01	1.35246E-01	1.35268E-01	1.35244E-01	1.35240E-01	1.35256E-01	1.35219E-01
1.33837E-01	1.34322E-01	1.34818E-01	1.35319E-01	1.35791E-01	1.35913E-01	1.35903E-01	1.35897E-01	1.35889E-01	1.35897E-01	1.35879E-01	1.35895E-01
1.33723E-01	1.34287E-01	1.35196E-01	1.35818E-01	1.36401E-01	1.36573E-01	1.36550E-01	1.36554E-01	1.36577E-01	1.36569E-01	1.36567E-01	1.36560E-01
1.51136E-01	1.51924E-01	1.52672E-01	1.53387E-01	1.53935E-01	1.54075E-01	1.54056E-01	1.54077E-01	1.54048E-01	1.54061E-01	1.54063E-01	1.54052E-01
1.49104E-01	1.50071E-01	1.50885E-01	1.51530E-01	1.51995E-01	1.52076E-01	1.52088E-01	1.52082E-01	1.52084E-01	1.52075E-01	1.52063E-01	1.52103E-01
1.48592E-01	1.48971E-01	1.49315E-01	1.49710E-01	1.50152E-01	1.50253E-01	1.50266E-01	1.50228E-01	1.50256E-01	1.50237E-01	1.50264E-01	1.50238E-01
1.46023E-01	1.46847E-01	1.47498E-01	1.48198E-01	1.48693E-01	1.48816E-01	1.48804E-01	1.48785E-01	1.48804E-01	1.48791E-01	1.48819E-01	1.48788E-01
1.45825E-01	1.46681E-01	1.47459E-01	1.48138E-01	1.48820E-01	1.48954E-01	1.48966E-01	1.48941E-01	1.48941E-01	1.48963E-01	1.48939E-01	1.48957E-01
1.30658E-01	1.31417E-01	1.32197E-01	1.33204E-01	1.35091E-01	1.36132E-01	1.36137E-01	1.36120E-01	1.36143E-01	1.36110E-01	1.36118E-01	1.36143E-01
1.34300E-01	1.34951E-01	1.35626E-01	1.36266E-01	1.36926E-01	1.37092E-01	1.37092E-01	1.37086E-01	1.37079E-01	1.37075E-01	1.37108E-01	1.37091E-01
1.34956E-01	1.35537E-01	1.36125E-01	1.36823E-01	1.37123E-01	1.37229E-01	1.37212E-01	1.37221E-01	1.37229E-01	1.37224E-01	1.37249E-01	1.37225E-01
1.35252E-01	1.35753E-01	1.36339E-01	1.36860E-01	1.37350E-01	1.37448E-01	1.37440E-01	1.37451E-01	1.37447E-01	1.37440E-01	1.37462E-01	1.37449E-01
1.35354E-01	1.35848E-01	1.36323E-01	1.36823E-01	1.37324E-01	1.37424E-01	1.37444E-01	1.37411E-01	1.37416E-01	1.37443E-01	1.37403E-01	1.37417E-01
1.33742E-01	1.34228E-01	1.35256E-01	1.36780E-01	1.37570E-01	1.37705E-01	1.37703E-01	1.37716E-01	1.37711E-01	1.37727E-01	1.37696E-01	1.37683E-01
1.35359E-01	1.35850E-01	1.36315E-01	1.36806E-01	1.37314E-01	1.37391E-01	1.37412E-01	1.37384E-01	1.37412E-01	1.37388E-01	1.37393E-01	1.37401E-01
1.33203E-01	1.33636E-01	1.34213E-01	1.34948E-01	1.36446E-01	1.37135E-01	1.37156E-01	1.37159E-01	1.37132E-01	1.37121E-01	1.37141E-01	1.37140E-01
1.35479E-01	1.35907E-01	1.36374E-01	1.36867E-01	1.37388E-01	1.37469E-01	1.37461E-01	1.37466E-01	1.37476E-01	1.37476E-01	1.37436E-01	1.37452E-01
1.35309E-01	1.35769E-01	1.36236E-01	1.36702E-01	1.37212E-01	1.37269E-01	1.37273E-01	1.37269E-01	1.37289E-01	1.37267E-01	1.37283E-01	1.37257E-01
1.36409E-01	1.36900E-01	1.37371E-01	1.37818E-01	1.38375E-01	1.38431E-01	1.38444E-01	1.38451E-01	1.38418E-01	1.38463E-01	1.38443E-01	1.38431E-01
1.36524E-01	1.36985E-01	1.37462E-01	1.37957E-01	1.38479E-01	1.38598E-01	1.38608E-01	1.38590E-01	1.38621E-01	1.38600E-01	1.38592E-01	1.38629E-01
1.36142E-01	1.36609E-01	1.37051E-01	1.37602E-01	1.38115E-01	1.38211E-01	1.38231E-01	1.38208E-01	1.38225E-01	1.38206E-01	1.38204E-01	1.38211E-01
1.36227E-01	1.36613E-01	1.37070E-01	1.37529E-01	1.38029E-01	1.38154E-01	1.38145E-01	1.38142E-01	1.38142E-01	1.38139E-01	1.38167E-01	1.38122E-01
1.36243E-01	1.36652E-01	1.37104E-01	1.37526E-01	1.38032E-01	1.38149E-01	1.38114E-01	1.38129E-01	1.38127E-01	1.38147E-01	1.38139E-01	1.38122E-01
1.48391E-01	1.49284E-01	1.50037E-01	1.50662E-01	1.51228E-01	1.51327E-01	1.51340E-01	1.51353E-01	1.51295E-01	1.51347E-01	1.51340E-01	1.51317E-01
1.44860E-01	1.46155E-01	1.47628E-01	1.48297E-01	1.48985E-01	1.49192E-01	1.49214E-01	1.49205E-01	1.49189E-01	1.49213E-01	1.49206E-01	1.49203E-01
1.43724E-01	1.44539E-01	1.45285E-01	1.46130E-01	1.46910E-01	1.47092E-01	1.47132E-01	1.47084E-01	1.47129E-01	1.47160E-01	1.47135E-01	1.47137E-01
1.43249E-01	1.44184E-01	1.45014E-01	1.45821E-01	1.46433E-01	1.46542E-01	1.46573E-01	1.46527E-01	1.46542E-01	1.46557E-01	1.46536E-01	1.46564E-01
1.43971E-01	1.44582E-01	1.45006E-01	1.45398E-01	1.45885E-01	1.46007E-01	1.45995E-01	1.45988E-01	1.45998E-01	1.45996E-01	1.46011E-01	1.46008E-01
1.42673E-01	1.43662E-01	1.44533E-01	1.45398E-01	1.45984E-01	1.46128E-01	1.46133E-01	1.46106E-01	1.46125E-01	1.46112E-01	1.46128E-01	1.46128E-01
1.42392E-01	1.43297E-01	1.44123E-01	1.44793E-01	1.45333E-01	1.45533E-01	1.45533E-01	1.45532E-01	1.45517E-01	1.45526E-01	1.45521E-01	1.45508E-01
1.43682E-01	1.44779E-01	1.45621E-01	1.46203E-01	1.46721E-01	1.46811E-01	1.46834E-01	1.46851E-01	1.46795E-01	1.46844E-01	1.46800E-01	1.46822E-01
1.41778E-01	1.42846E-01	1.43390E-01	1.43854E-01	1.44506E-01	1.44453E-01	1.44396E-01	1.44489E-01	1.44507E-01	1.44529E-01	1.44359E-01	1.44253E-01

3.6	3.5	3.4	3.3	3.2	3.1	3.0	2.9	2.8	2.7	2.6	2.5
1.20557E-01	1.20805E-01	1.21096E-01	1.21483E-01	1.21851E-01	1.22298E-01	1.22763E-01	1.23231E-01	1.23774E-01	1.24381E-01	1.25106E-01	1.25809E-01
1.25518E-01	1.25724E-01	1.26024E-01	1.26360E-01	1.26775E-01	1.27245E-01	1.27764E-01	1.28297E-01	1.28815E-01	1.29353E-01	1.29864E-01	1.30331E-01
1.26672E-01	1.26918E-01	1.27147E-01	1.27509E-01	1.27890E-01	1.28310E-01	1.28799E-01	1.29264E-01	1.29803E-01	1.30326E-01	1.30767E-01	1.31247E-01
1.28036E-01	1.28281E-01	1.28507E-01	1.28772E-01	1.29152E-01	1.29530E-01	1.29909E-01	1.30365E-01	1.30836E-01	1.31514E-01	1.31902E-01	1.32287E-01
1.29116E-01	1.29349E-01	1.29607E-01	1.29921E-01	1.30310E-01	1.30716E-01	1.31166E-01	1.31648E-01	1.32111E-01	1.32627E-01	1.33044E-01	1.33444E-01
1.38365E-01	1.37098E-01	1.36252E-01	1.35796E-01	1.35538E-01	1.35434E-01	1.35319E-01	1.35081E-01	1.34660E-01	1.33946E-01	1.33328E-01	1.33312E-01
1.35418E-01	1.35205E-01	1.35812E-01	1.36831E-01	1.38316E-01	1.40177E-01	1.42189E-01	1.44377E-01	1.46449E-01	1.48249E-01	1.49428E-01	1.50274E-01
1.33076E-01	1.33125E-01	1.33751E-01	1.34874E-01	1.36490E-01	1.38390E-01	1.40533E-01	1.42640E-01	1.44580E-01	1.46191E-01	1.47279E-01	1.48178E-01
1.31815E-01	1.31815E-01	1.32427E-01	1.33585E-01	1.35213E-01	1.37165E-01	1.39418E-01	1.41698E-01	1.43990E-01	1.45932E-01	1.47291E-01	1.48084E-01
1.30284E-01	1.30185E-01	1.30658E-01	1.31698E-01	1.33253E-01	1.35128E-01	1.37221E-01	1.39406E-01	1.41474E-01	1.43208E-01	1.44365E-01	1.45213E-01
1.24607E-01	1.25894E-01	1.27431E-01	1.29198E-01	1.31262E-01	1.33519E-01	1.35955E-01	1.38482E-01	1.40869E-01	1.42814E-01	1.44080E-01	1.44988E-01
1.23751E-01	1.24035E-01	1.24363E-01	1.24802E-01	1.25302E-01	1.25914E-01	1.26554E-01	1.27244E-01	1.28021E-01	1.28701E-01	1.29347E-01	1.29970E-01
1.27973E-01	1.28194E-01	1.28515E-01	1.28872E-01	1.29292E-01	1.29903E-01	1.30497E-01	1.31149E-01	1.31816E-01	1.32476E-01	1.33091E-01	1.33651E-01
1.28856E-01	1.29154E-01	1.29453E-01	1.29969E-01	1.30566E-01	1.31100E-01	1.31717E-01	1.32299E-01	1.32893E-01	1.33415E-01	1.33860E-01	1.34375E-01
1.29758E-01	1.30027E-01	1.30349E-01	1.30712E-01	1.31146E-01	1.31660E-01	1.32167E-01	1.32750E-01	1.33287E-01	1.33841E-01	1.34251E-01	1.34704E-01
1.30521E-01	1.30737E-01	1.30944E-01	1.31258E-01	1.31595E-01	1.32035E-01	1.32476E-01	1.32955E-01	1.33503E-01	1.34002E-01	1.34485E-01	1.34924E-01
1.29582E-01	1.29802E-01	1.30073E-01	1.30384E-01	1.30753E-01	1.31171E-01	1.31579E-01	1.32019E-01	1.32431E-01	1.32721E-01	1.32989E-01	1.33300E-01
1.30664E-01	1.30824E-01	1.31088E-01	1.31350E-01	1.31698E-01	1.32147E-01	1.32585E-01	1.33072E-01	1.33578E-01	1.34075E-01	1.34529E-01	1.34921E-01
1.29544E-01	1.29675E-01	1.29941E-01	1.30211E-01	1.30496E-01	1.30794E-01	1.31094E-01	1.31479E-01	1.31847E-01	1.32253E-01	1.32578E-01	1.32850E-01
1.30998E-01	1.31174E-01	1.31413E-01	1.31709E-01	1.32038E-01	1.32443E-01	1.32839E-01	1.33309E-01	1.33789E-01	1.34251E-01	1.34710E-01	1.35063E-01
1.31186E-01	1.31339E-01	1.31531E-01	1.31823E-01	1.32147E-01	1.32541E-01	1.32934E-01	1.33326E-01	1.33799E-01	1.34251E-01	1.34633E-01	1.34984E-01
1.31122E-01	1.31329E-01	1.31573E-01	1.31933E-01	1.32324E-01	1.32758E-01	1.33276E-01	1.33784E-01	1.34436E-01	1.35058E-01	1.35541E-01	1.35971E-01
1.31335E-01	1.31547E-01	1.31810E-01	1.32143E-01	1.32543E-01	1.32976E-01	1.33447E-01	1.34011E-01	1.34598E-01	1.35201E-01	1.35692E-01	1.36076E-01
1.31065E-01	1.31232E-01	1.31495E-01	1.31774E-01	1.32123E-01	1.32570E-01	1.33200E-01	1.33788E-01	1.34320E-01	1.34888E-01	1.35346E-01	1.35737E-01
1.31100E-01	1.31364E-01	1.31633E-01	1.31961E-01	1.32396E-01	1.32849E-01	1.33356E-01	1.33954E-01	1.34472E-01	1.35066E-01	1.35499E-01	1.35845E-01
1.37482E-01	1.36397E-01	1.35688E-01	1.35301E-01	1.35055E-01	1.34867E-01	1.34811E-01	1.34712E-01	1.34690E-01	1.34871E-01	1.35439E-01	1.35858E-01
1.33954E-01	1.33840E-01	1.34295E-01	1.35184E-01	1.36386E-01	1.37968E-01	1.39774E-01	1.41668E-01	1.43639E-01	1.45345E-01	1.46556E-01	1.47539E-01
1.30342E-01	1.30155E-01	1.30497E-01	1.31277E-01	1.32392E-01	1.33905E-01	1.35618E-01	1.37500E-01	1.39409E-01	1.41142E-01	1.42522E-01	1.43671E-01
1.29748E-01	1.29623E-01	1.30026E-01	1.30829E-01	1.32052E-01	1.33657E-01	1.35327E-01	1.37249E-01	1.39165E-01	1.40862E-01	1.42074E-01	1.42914E-01
1.28912E-01	1.28797E-01	1.29231E-01	1.30082E-01	1.31349E-01	1.32870E-01	1.34684E-01	1.36623E-01	1.38552E-01	1.40278E-01	1.41500E-01	1.42348E-01
1.28728E-01	1.28719E-01	1.29242E-01	1.30229E-01	1.31579E-01	1.33198E-01	1.35103E-01	1.37119E-01	1.39186E-01	1.40935E-01	1.42197E-01	1.43138E-01
1.28268E-01	1.28160E-01	1.28604E-01	1.29464E-01	1.30720E-01	1.32245E-01	1.34010E-01	1.35944E-01	1.37843E-01	1.39571E-01	1.40810E-01	1.41703E-01
1.27534E-01	1.27457E-01	1.27863E-01	1.28816E-01	1.30122E-01	1.31725E-01	1.33594E-01	1.35552E-01	1.37557E-01	1.39355E-01	1.40585E-01	1.41527E-01
1.27145E-01	1.27185E-01	1.27728E-01	1.28784E-01	1.30181E-01	1.31953E-01	1.33917E-01	1.36004E-01	1.38179E-01	1.40042E-01	1.41473E-01	1.42590E-01
1.26741E-01	1.26557E-01	1.26989E-01	1.27882E-01	1.29207E-01	1.30910E-01	1.32805E-01	1.34645E-01	1.36644E-01	1.38458E-01	1.39690E-01	1.40711E-01

4.8	4.7	4.6	4.5	4.4	4.3	4.2	4.1	4.0	3.9	3.8	3.7
1.20223E-01	1.20058E-01	1.19935E-01	1.19852E-01	1.19778E-01	1.19749E-01	1.19749E-01	1.19771E-01	1.19875E-01	1.19972E-01	1.20181E-01	1.20325E-01
1.24944E-01	1.24856E-01	1.24815E-01	1.24773E-01	1.24778E-01	1.24757E-01	1.24753E-01	1.24799E-01	1.24828E-01	1.24966E-01	1.25110E-01	1.25293E-01
1.25978E-01	1.25893E-01	1.25858E-01	1.25852E-01	1.25883E-01	1.25906E-01	1.25939E-01	1.25971E-01	1.26041E-01	1.26153E-01	1.26313E-01	1.26500E-01
1.27409E-01	1.27378E-01	1.27332E-01	1.27351E-01	1.27359E-01	1.27368E-01	1.27416E-01	1.27405E-01	1.27496E-01	1.27604E-01	1.27728E-01	1.27911E-01
1.28249E-01	1.28240E-01	1.28232E-01	1.28248E-01	1.28289E-01	1.28302E-01	1.28352E-01	1.28399E-01	1.28505E-01	1.28621E-01	1.28736E-01	1.28935E-01
1.81487E-01	1.77478E-01	1.73989E-01	1.69242E-01	1.65039E-01	1.60895E-01	1.58820E-01	1.52819E-01	1.49071E-01	1.45597E-01	1.42638E-01	1.40191E-01
1.72281E-01	1.68455E-01	1.64562E-01	1.60637E-01	1.56715E-01	1.52935E-01	1.49253E-01	1.45732E-01	1.42550E-01	1.39831E-01	1.37659E-01	1.36182E-01
1.70181E-01	1.66271E-01	1.62324E-01	1.58348E-01	1.54452E-01	1.50591E-01	1.46855E-01	1.43326E-01	1.40114E-01	1.37371E-01	1.35197E-01	1.33787E-01
1.68807E-01	1.64970E-01	1.61041E-01	1.57152E-01	1.53267E-01	1.49436E-01	1.45743E-01	1.42192E-01	1.38967E-01	1.36165E-01	1.33994E-01	1.32526E-01
1.68129E-01	1.64239E-01	1.60256E-01	1.56278E-01	1.52344E-01	1.48503E-01	1.44709E-01	1.41110E-01	1.37837E-01	1.34980E-01	1.32689E-01	1.31124E-01
1.25122E-01	1.24059E-01	1.23119E-01	1.22326E-01	1.21761E-01	1.21324E-01	1.21118E-01	1.21150E-01	1.21386E-01	1.21921E-01	1.22612E-01	1.23523E-01
1.26619E-01	1.25785E-01	1.25067E-01	1.24508E-01	1.24002E-01	1.23646E-01	1.23361E-01	1.23194E-01	1.23129E-01	1.23151E-01	1.23304E-01	1.23470E-01
1.30707E-01	1.29882E-01	1.29184E-01	1.28606E-01	1.28137E-01	1.27845E-01	1.27574E-01	1.27412E-01	1.27376E-01	1.27420E-01	1.27571E-01	1.27745E-01
1.31093E-01	1.30369E-01	1.29734E-01	1.29245E-01	1.28837E-01	1.28541E-01	1.28346E-01	1.28192E-01	1.28211E-01	1.28288E-01	1.28434E-01	1.28649E-01
1.31941E-01	1.31270E-01	1.30619E-01	1.30134E-01	1.29729E-01	1.29441E-01	1.29249E-01	1.29099E-01	1.29123E-01	1.29189E-01	1.29335E-01	1.29548E-01
1.32317E-01	1.31839E-01	1.31418E-01	1.31013E-01	1.30707E-01	1.30461E-01	1.30309E-01	1.30223E-01	1.30140E-01	1.30191E-01	1.30256E-01	1.30391E-01
1.29091E-01	1.28914E-01	1.28808E-01	1.28691E-01	1.28697E-01	1.28774E-01	1.28793E-01	1.28652E-01	1.28913E-01	1.29046E-01	1.29209E-01	1.29379E-01
1.30078E-01	1.29960E-01	1.29822E-01	1.29741E-01	1.29741E-01	1.29717E-01	1.29766E-01	1.29754E-01	1.29860E-01	1.30086E-01	1.30238E-01	1.30444E-01
1.29559E-01	1.29372E-01	1.29274E-01	1.29202E-01	1.29141E-01	1.29103E-01	1.29088E-01	1.29093E-01	1.29164E-01	1.29195E-01	1.29336E-01	1.29429E-01
1.30597E-01	1.30455E-01	1.30331E-01	1.30278E-01	1.30282E-01	1.30253E-01	1.30281E-01	1.30302E-01	1.30373E-01	1.30516E-01	1.30631E-01	1.30808E-01
1.33987E-01	1.33549E-01	1.33182E-01	1.32773E-01	1.32412E-01	1.32068E-01	1.31717E-01	1.31511E-01	1.31254E-01	1.31085E-01	1.31044E-01	1.31059E-01
1.31787E-01	1.31618E-01	1.31503E-01	1.31365E-01	1.31274E-01	1.31121E-01	1.31025E-01	1.30910E-01	1.30814E-01	1.30787E-01	1.30845E-01	1.30938E-01
1.32305E-01	1.32138E-01	1.31962E-01	1.31835E-01	1.31698E-01	1.31519E-01	1.31380E-01	1.31203E-01	1.31089E-01	1.31056E-01	1.31059E-01	1.31182E-01
1.32157E-01	1.32033E-01	1.31857E-01	1.31681E-01	1.31559E-01	1.31358E-01	1.31212E-01	1.31008E-01	1.30871E-01	1.30808E-01	1.30797E-01	1.30889E-01
1.33001E-01	1.32735E-01	1.32464E-01	1.32236E-01	1.31945E-01	1.31688E-01	1.31417E-01	1.31126E-01	1.30996E-01	1.30842E-01	1.30875E-01	1.30984E-01
1.75660E-01	1.72098E-01	1.68421E-01	1.64676E-01	1.60915E-01	1.57205E-01	1.53500E-01	1.50000E-01	1.46621E-01	1.43592E-01	1.41080E-01	1.39000E-01
1.67922E-01	1.64437E-01	1.60780E-01	1.57188E-01	1.53624E-01	1.50103E-01	1.46669E-01	1.43410E-01	1.40447E-01	1.37938E-01	1.35931E-01	1.34606E-01
1.64907E-01	1.61329E-01	1.57717E-01	1.54084E-01	1.50488E-01	1.46917E-01	1.43443E-01	1.40131E-01	1.37112E-01	1.34544E-01	1.32464E-01	1.31120E-01
1.63751E-01	1.60266E-01	1.56703E-01	1.53127E-01	1.49564E-01	1.46072E-01	1.42677E-01	1.39383E-01	1.36435E-01	1.33857E-01	1.31893E-01	1.30532E-01
1.62938E-01	1.59432E-01	1.55845E-01	1.52285E-01	1.48731E-01	1.45192E-01	1.41796E-01	1.38523E-01	1.35666E-01	1.33036E-01	1.30996E-01	1.29660E-01
1.62282E-01	1.58770E-01	1.55228E-01	1.51628E-01	1.48070E-01	1.44538E-01	1.41151E-01	1.37931E-01	1.35002E-01	1.32484E-01	1.30606E-01	1.29330E-01
1.61974E-01	1.58520E-01	1.54912E-01	1.51357E-01	1.47825E-01	1.44275E-01	1.40889E-01	1.37615E-01	1.34697E-01	1.32197E-01	1.30248E-01	1.28957E-01
1.61803E-01	1.58260E-01	1.54689E-01	1.51053E-01	1.47482E-01	1.43918E-01	1.40459E-01	1.37156E-01	1.34166E-01	1.31589E-01	1.29588E-01	1.28221E-01
1.60366E-01	1.56901E-01	1.53439E-01	1.49883E-01	1.46418E-01	1.42961E-01	1.39586E-01	1.36354E-01	1.33422E-01	1.30950E-01	1.29020E-01	1.27738E-01
1.61126E-01	1.57638E-01	1.54089E-01	1.50485E-01	1.46922E-01	1.43378E-01	1.39990E-01	1.36867E-01	1.33931E-01	1.31195E-01	1.29247E-01	1.27975E-01

6.0	5.9	5.8	5.7	5.6	5.5	5.4	5.3	5.2	5.1	5.0	4.9
1.2830E-01	1.22652E-01	1.22435E-01	1.22234E-01	1.21974E-01	1.21709E-01	1.21422E-01	1.21151E-01	1.20954E-01	1.20745E-01	1.20572E-01	1.20391E-01
1.26401E-01	1.26295E-01	1.26185E-01	1.26055E-01	1.25923E-01	1.25720E-01	1.25542E-01	1.25406E-01	1.25274E-01	1.25196E-01	1.25089E-01	1.25037E-01
1.27017E-01	1.26910E-01	1.26822E-01	1.26728E-01	1.26593E-01	1.26466E-01	1.26313E-01	1.26239E-01	1.26142E-01	1.26086E-01	1.26049E-01	1.25999E-01
1.28431E-01	1.28373E-01	1.28264E-01	1.28203E-01	1.28054E-01	1.27926E-01	1.27785E-01	1.27681E-01	1.27616E-01	1.27546E-01	1.27493E-01	1.27482E-01
1.29012E-01	1.28947E-01	1.28850E-01	1.28817E-01	1.28723E-01	1.28610E-01	1.28532E-01	1.28431E-01	1.28393E-01	1.28354E-01	1.28341E-01	1.28298E-01
2.18215E-01	2.16019E-01	2.13622E-01	2.11100E-01	2.08427E-01	2.05594E-01	2.02561E-01	1.99426E-01	1.96118E-01	1.92658E-01	1.89093E-01	1.85326E-01
2.08713E-01	2.06530E-01	2.04085E-01	2.01487E-01	1.98621E-01	1.95602E-01	1.92424E-01	1.89117E-01	1.85829E-01	1.82618E-01	1.79332E-01	1.75898E-01
2.06462E-01	2.04258E-01	2.01946E-01	1.99403E-01	1.96722E-01	1.93910E-01	1.90910E-01	1.87769E-01	1.84464E-01	1.81133E-01	1.77612E-01	1.73991E-01
2.04312E-01	2.02225E-01	1.99956E-01	1.97461E-01	1.94860E-01	1.92050E-01	1.89134E-01	1.86039E-01	1.82854E-01	1.79549E-01	1.76097E-01	1.72526E-01
2.04142E-01	2.02025E-01	1.99737E-01	1.97242E-01	1.94610E-01	1.91828E-01	1.88877E-01	1.85714E-01	1.82506E-01	1.79108E-01	1.75593E-01	1.71933E-01
1.41352E-01	1.40051E-01	1.38727E-01	1.37283E-01	1.35863E-01	1.34446E-01	1.32987E-01	1.31595E-01	1.30173E-01	1.28844E-01	1.27542E-01	1.26303E-01
1.39688E-01	1.38614E-01	1.37472E-01	1.36285E-01	1.35106E-01	1.33922E-01	1.32709E-01	1.31587E-01	1.30472E-01	1.29425E-01	1.28463E-01	1.27512E-01
1.43536E-01	1.42417E-01	1.41264E-01	1.40039E-01	1.38821E-01	1.37603E-01	1.36443E-01	1.35355E-01	1.34300E-01	1.33342E-01	1.32407E-01	1.31492E-01
1.43210E-01	1.42188E-01	1.41138E-01	1.40063E-01	1.38942E-01	1.37817E-01	1.36688E-01	1.35637E-01	1.34629E-01	1.33643E-01	1.32765E-01	1.31895E-01
1.44529E-01	1.43423E-01	1.42273E-01	1.41105E-01	1.39872E-01	1.38654E-01	1.37380E-01	1.36300E-01	1.35321E-01	1.34395E-01	1.33564E-01	1.32729E-01
1.39064E-01	1.38589E-01	1.37968E-01	1.37427E-01	1.36843E-01	1.36250E-01	1.35659E-01	1.35034E-01	1.34448E-01	1.33929E-01	1.33377E-01	1.32862E-01
1.32009E-01	1.31763E-01	1.31470E-01	1.31242E-01	1.30954E-01	1.30650E-01	1.30411E-01	1.30123E-01	1.29887E-01	1.29669E-01	1.29445E-01	1.29294E-01
1.32992E-01	1.32712E-01	1.32458E-01	1.32182E-01	1.31888E-01	1.31583E-01	1.31283E-01	1.31003E-01	1.30796E-01	1.30607E-01	1.30416E-01	1.30274E-01
1.32412E-01	1.32184E-01	1.31912E-01	1.31630E-01	1.31366E-01	1.31113E-01	1.30824E-01	1.30565E-01	1.30319E-01	1.30134E-01	1.29936E-01	1.29736E-01
1.33257E-01	1.32995E-01	1.32750E-01	1.32558E-01	1.32267E-01	1.31990E-01	1.31689E-01	1.31463E-01	1.31256E-01	1.31060E-01	1.30908E-01	1.30743E-01
1.39227E-01	1.38823E-01	1.38375E-01	1.37910E-01	1.37461E-01	1.36999E-01	1.36508E-01	1.36039E-01	1.35587E-01	1.35167E-01	1.34750E-01	1.34396E-01
1.33719E-01	1.33549E-01	1.33353E-01	1.33221E-01	1.33052E-01	1.32867E-01	1.32700E-01	1.32513E-01	1.32364E-01	1.32236E-01	1.32070E-01	1.31946E-01
1.34091E-01	1.33884E-01	1.33735E-01	1.33582E-01	1.33467E-01	1.33336E-01	1.33162E-01	1.33009E-01	1.32846E-01	1.32741E-01	1.32646E-01	1.32478E-01
1.33966E-01	1.33821E-01	1.33687E-01	1.33560E-01	1.33401E-01	1.33247E-01	1.33011E-01	1.32866E-01	1.32723E-01	1.32611E-01	1.32477E-01	1.32351E-01
1.35054E-01	1.34908E-01	1.34783E-01	1.34602E-01	1.34505E-01	1.34315E-01	1.34130E-01	1.33974E-01	1.33762E-01	1.33614E-01	1.33413E-01	1.33224E-01
2.08947E-01	2.06946E-01	2.04570E-01	2.02143E-01	1.99547E-01	1.96864E-01	1.94180E-01	1.91361E-01	1.88464E-01	1.85469E-01	1.82351E-01	1.79111E-01
2.00745E-01	1.98751E-01	1.96605E-01	1.94328E-01	1.91901E-01	1.89347E-01	1.86580E-01	1.83795E-01	1.80891E-01	1.77801E-01	1.74633E-01	1.71362E-01
1.97566E-01	1.95641E-01	1.93543E-01	1.91231E-01	1.88843E-01	1.86256E-01	1.83578E-01	1.80765E-01	1.77848E-01	1.74827E-01	1.71650E-01	1.68318E-01
1.95958E-01	1.94081E-01	1.91976E-01	1.89737E-01	1.87363E-01	1.84854E-01	1.82187E-01	1.79462E-01	1.76544E-01	1.73557E-01	1.70400E-01	1.67117E-01
1.95556E-01	1.93898E-01	1.91445E-01	1.89142E-01	1.86723E-01	1.84180E-01	1.81482E-01	1.78711E-01	1.75789E-01	1.72753E-01	1.69620E-01	1.66336E-01
1.94713E-01	1.92806E-01	1.90655E-01	1.88377E-01	1.85988E-01	1.83435E-01	1.80788E-01	1.78021E-01	1.75112E-01	1.72133E-01	1.68969E-01	1.65706E-01
1.94810E-01	1.92776E-01	1.90607E-01	1.88235E-01	1.85788E-01	1.83227E-01	1.80493E-01	1.77784E-01	1.74864E-01	1.71827E-01	1.68705E-01	1.65419E-01
1.94460E-01	1.92510E-01	1.90343E-01	1.88034E-01	1.85645E-01	1.83091E-01	1.80448E-01	1.77634E-01	1.74732E-01	1.71698E-01	1.68523E-01	1.65265E-01
1.93464E-01	1.91504E-01	1.89269E-01	1.86952E-01	1.84662E-01	1.81849E-01	1.79127E-01	1.76223E-01	1.73253E-01	1.70158E-01	1.67001E-01	1.63735E-01
1.93665E-01	1.91673E-01	1.89478E-01	1.87052E-01	1.84607E-01	1.81964E-01	1.79266E-01	1.76544E-01	1.73697E-01	1.70775E-01	1.67692E-01	1.64502E-01

7.2	7.1	7.0	6.9	6.8	6.7	6.6	6.5	6.4	6.3	6.2	6.1
1.23182E-01	1.23283E-01	1.23317E-01	1.23377E-01	1.23354E-01	1.23346E-01	1.23361E-01	1.23305E-01	1.23324E-01	1.23249E-01	1.23176E-01	1.23013E-01
1.26063E-01	1.26132E-01	1.26232E-01	1.26274E-01	1.26333E-01	1.26353E-01	1.26382E-01	1.26430E-01	1.26451E-01	1.26516E-01	1.26490E-01	1.26455E-01
1.26723E-01	1.26796E-01	1.26872E-01	1.26928E-01	1.26932E-01	1.26970E-01	1.26991E-01	1.27037E-01	1.27090E-01	1.27133E-01	1.27123E-01	1.27086E-01
1.27995E-01	1.28033E-01	1.28111E-01	1.28155E-01	1.28174E-01	1.28296E-01	1.28333E-01	1.28394E-01	1.28463E-01	1.28484E-01	1.28513E-01	1.28475E-01
1.28835E-01	1.28900E-01	1.28935E-01	1.29024E-01	1.29018E-01	1.29036E-01	1.29031E-01	1.29052E-01	1.29108E-01	1.29100E-01	1.29103E-01	1.29087E-01
2.28230E-01	2.28434E-01	2.28649E-01	2.28698E-01	2.28410E-01	2.27764E-01	2.26888E-01	2.25937E-01	2.24797E-01	2.23482E-01	2.21933E-01	2.20148E-01
2.19359E-01	2.19257E-01	2.19036E-01	2.18747E-01	2.18312E-01	2.17754E-01	2.17025E-01	2.16129E-01	2.15116E-01	2.13829E-01	2.12380E-01	2.10653E-01
2.17520E-01	2.17343E-01	2.17147E-01	2.16777E-01	2.16311E-01	2.15715E-01	2.14939E-01	2.13991E-01	2.12899E-01	2.11620E-01	2.10130E-01	2.08402E-01
2.14584E-01	2.14560E-01	2.14396E-01	2.14093E-01	2.13687E-01	2.13088E-01	2.12398E-01	2.11564E-01	2.10538E-01	2.09347E-01	2.07903E-01	2.06209E-01
2.14915E-01	2.14787E-01	2.14537E-01	2.14206E-01	2.13767E-01	2.13154E-01	2.12429E-01	2.11543E-01	2.10509E-01	2.09263E-01	2.07785E-01	2.06086E-01
1.47699E-01	1.47729E-01	1.47695E-01	1.47542E-01	1.47285E-01	1.46920E-01	1.46418E-01	1.45885E-01	1.45235E-01	1.44478E-01	1.43560E-01	1.42505E-01
1.44231E-01	1.44319E-01	1.44360E-01	1.44302E-01	1.44148E-01	1.43923E-01	1.43602E-01	1.43249E-01	1.42754E-01	1.42200E-01	1.41485E-01	1.40638E-01
1.48789E-01	1.48795E-01	1.48793E-01	1.48629E-01	1.48444E-01	1.48137E-01	1.47754E-01	1.47343E-01	1.46757E-01	1.46140E-01	1.45371E-01	1.44506E-01
1.47179E-01	1.47378E-01	1.47478E-01	1.47508E-01	1.47444E-01	1.47266E-01	1.46973E-01	1.46583E-01	1.46134E-01	1.45593E-01	1.44911E-01	1.44092E-01
1.50004E-01	1.49978E-01	1.49916E-01	1.49774E-01	1.49547E-01	1.49254E-01	1.48840E-01	1.48421E-01	1.47834E-01	1.47200E-01	1.46392E-01	1.45492E-01
1.41646E-01	1.41645E-01	1.41669E-01	1.41598E-01	1.41511E-01	1.41332E-01	1.41154E-01	1.40940E-01	1.40691E-01	1.40384E-01	1.40047E-01	1.39586E-01
1.33363E-01	1.33346E-01	1.33367E-01	1.33362E-01	1.33276E-01	1.33196E-01	1.33056E-01	1.32976E-01	1.32843E-01	1.32688E-01	1.32505E-01	1.32277E-01
1.34125E-01	1.34193E-01	1.34250E-01	1.34235E-01	1.34182E-01	1.34100E-01	1.34014E-01	1.33917E-01	1.33792E-01	1.33654E-01	1.33476E-01	1.33227E-01
1.33736E-01	1.33777E-01	1.33764E-01	1.33747E-01	1.33685E-01	1.33577E-01	1.33459E-01	1.33352E-01	1.33247E-01	1.33086E-01	1.32896E-01	1.32685E-01
1.34740E-01	1.34737E-01	1.34770E-01	1.34724E-01	1.34655E-01	1.34595E-01	1.34456E-01	1.34332E-01	1.34170E-01	1.34020E-01	1.33805E-01	1.33527E-01
1.41450E-01	1.41419E-01	1.41382E-01	1.41340E-01	1.41235E-01	1.41098E-01	1.40921E-01	1.40732E-01	1.40548E-01	1.40289E-01	1.39986E-01	1.39644E-01
1.34582E-01	1.34574E-01	1.34611E-01	1.34602E-01	1.34548E-01	1.34514E-01	1.34395E-01	1.34275E-01	1.34290E-01	1.34195E-01	1.34065E-01	1.33898E-01
1.35014E-01	1.35093E-01	1.35098E-01	1.35071E-01	1.35055E-01	1.34968E-01	1.34899E-01	1.34798E-01	1.34717E-01	1.34640E-01	1.34475E-01	1.34287E-01
1.34623E-01	1.34685E-01	1.34724E-01	1.34692E-01	1.34696E-01	1.34633E-01	1.34574E-01	1.34517E-01	1.34449E-01	1.34375E-01	1.34276E-01	1.34092E-01
1.35562E-01	1.35597E-01	1.35635E-01	1.35675E-01	1.35646E-01	1.35618E-01	1.35593E-01	1.35521E-01	1.35503E-01	1.35402E-01	1.35323E-01	1.35212E-01
2.18938E-01	2.18892E-01	2.18731E-01	2.18447E-01	2.18062E-01	2.17509E-01	2.16826E-01	2.16014E-01	2.15016E-01	2.13800E-01	2.12440E-01	2.10788E-01
2.10435E-01	2.10396E-01	2.10243E-01	2.09997E-01	2.09628E-01	2.09068E-01	2.08445E-01	2.07610E-01	2.06639E-01	2.05485E-01	2.04091E-01	2.02536E-01
2.06230E-01	2.06319E-01	2.06290E-01	2.06159E-01	2.05846E-01	2.05431E-01	2.04856E-01	2.04123E-01	2.03252E-01	2.02155E-01	2.00850E-01	1.99355E-01
2.04277E-01	2.04360E-01	2.04384E-01	2.04241E-01	2.03969E-01	2.03677E-01	2.03052E-01	2.02364E-01	2.01539E-01	2.00456E-01	1.99192E-01	1.97720E-01
2.05477E-01	2.05374E-01	2.05195E-01	2.04951E-01	2.04522E-01	2.04007E-01	2.03288E-01	2.02461E-01	2.01489E-01	2.00334E-01	1.98969E-01	1.97382E-01
2.02800E-01	2.02981E-01	2.03070E-01	2.03036E-01	2.02805E-01	2.02455E-01	2.01903E-01	2.01198E-01	2.00369E-01	1.99283E-01	1.97991E-01	1.96438E-01
2.05207E-01	2.05067E-01	2.04817E-01	2.04513E-01	2.04034E-01	2.03447E-01	2.02736E-01	2.01867E-01	2.00840E-01	1.99653E-01	1.98251E-01	1.96613E-01
2.04245E-01	2.04194E-01	2.04052E-01	2.03815E-01	2.03364E-01	2.02857E-01	2.02164E-01	2.01343E-01	2.00373E-01	1.99219E-01	1.97850E-01	1.96251E-01
2.03592E-01	2.03471E-01	2.03291E-01	2.03007E-01	2.02575E-01	2.02017E-01	2.01320E-01	2.00484E-01	1.99529E-01	1.98293E-01	1.96930E-01	1.95310E-01
2.03567E-01	2.03499E-01	2.03276E-01	2.03030E-01	2.02624E-01	2.02095E-01	2.01401E-01	2.00578E-01	1.99656E-01	1.98483E-01	1.97066E-01	1.95484E-01

8.4	8.3	8.2	8.1	8.0	7.9	7.8	7.7	7.6	7.5	7.4	7.3
1.21503E-01	1.21848E-01	1.22103E-01	1.22358E-01	1.22586E-01	1.22817E-01	1.23042E-01	1.23053E-01	1.23046E-01	1.23040E-01	1.23087E-01	1.23123E-01
1.24866E-01	1.25004E-01	1.25244E-01	1.25354E-01	1.25512E-01	1.25581E-01	1.25725E-01	1.25821E-01	1.25890E-01	1.25964E-01	1.25954E-01	1.26000E-01
1.26019E-01	1.26102E-01	1.26175E-01	1.26238E-01	1.26321E-01	1.26372E-01	1.26479E-01	1.26559E-01	1.26601E-01	1.26653E-01	1.26637E-01	1.26666E-01
1.27509E-01	1.27568E-01	1.27630E-01	1.27618E-01	1.27675E-01	1.27658E-01	1.27724E-01	1.27804E-01	1.27883E-01	1.27989E-01	1.27979E-01	1.27942E-01
1.28371E-01	1.28415E-01	1.28471E-01	1.28488E-01	1.28492E-01	1.28548E-01	1.28617E-01	1.28685E-01	1.28767E-01	1.28791E-01	1.28804E-01	1.28800E-01
2.13490E-01	2.14961E-01	2.16432E-01	2.17813E-01	2.19181E-01	2.20572E-01	2.21924E-01	2.23316E-01	2.24688E-01	2.25911E-01	2.26970E-01	2.27747E-01
2.04394E-01	2.06435E-01	2.08565E-01	2.10712E-01	2.12950E-01	2.15254E-01	2.17488E-01	2.19196E-01	2.19789E-01	2.19693E-01	2.19575E-01	2.19470E-01
2.01296E-01	2.03507E-01	2.05781E-01	2.08155E-01	2.10513E-01	2.12927E-01	2.15257E-01	2.17161E-01	2.17972E-01	2.17934E-01	2.17786E-01	2.17636E-01
2.00803E-01	2.02886E-01	2.05001E-01	2.07090E-01	2.09141E-01	2.10960E-01	2.12413E-01	2.13240E-01	2.13629E-01	2.13962E-01	2.14257E-01	2.14486E-01
1.99653E-01	2.02022E-01	2.04480E-01	2.06973E-01	2.09490E-01	2.11888E-01	2.13950E-01	2.15244E-01	2.15455E-01	2.15317E-01	2.15178E-01	2.15055E-01
1.38352E-01	1.39617E-01	1.40918E-01	1.42238E-01	1.43557E-01	1.44834E-01	1.45850E-01	1.46469E-01	1.46808E-01	1.47147E-01	1.47392E-01	1.47583E-01
1.37253E-01	1.38241E-01	1.39215E-01	1.40148E-01	1.41033E-01	1.41799E-01	1.42395E-01	1.42815E-01	1.43143E-01	1.43491E-01	1.43803E-01	1.44052E-01
1.40264E-01	1.41211E-01	1.42153E-01	1.43121E-01	1.44133E-01	1.45169E-01	1.46246E-01	1.47407E-01	1.48249E-01	1.48724E-01	1.48767E-01	1.48766E-01
1.41366E-01	1.42063E-01	1.42693E-01	1.43242E-01	1.43898E-01	1.44424E-01	1.44986E-01	1.45496E-01	1.45928E-01	1.46305E-01	1.46823E-01	1.46950E-01
1.41865E-01	1.42943E-01	1.44057E-01	1.45238E-01	1.46463E-01	1.47752E-01	1.48987E-01	1.49823E-01	1.50216E-01	1.50177E-01	1.50909E-01	1.50046E-01
1.37305E-01	1.37870E-01	1.38487E-01	1.39032E-01	1.39676E-01	1.40277E-01	1.40938E-01	1.41463E-01	1.41625E-01	1.41626E-01	1.41630E-01	1.41621E-01
1.31666E-01	1.31936E-01	1.32185E-01	1.32427E-01	1.32692E-01	1.32896E-01	1.33102E-01	1.33280E-01	1.33310E-01	1.33325E-01	1.33312E-01	1.33324E-01
1.32324E-01	1.32615E-01	1.32842E-01	1.33062E-01	1.33283E-01	1.33576E-01	1.33840E-01	1.34069E-01	1.34104E-01	1.34125E-01	1.34091E-01	1.34097E-01
1.31198E-01	1.31350E-01	1.31547E-01	1.31662E-01	1.31814E-01	1.32015E-01	1.32262E-01	1.32624E-01	1.33511E-01	1.33760E-01	1.33767E-01	1.33734E-01
1.32870E-01	1.33125E-01	1.33387E-01	1.33632E-01	1.33880E-01	1.34116E-01	1.34373E-01	1.34587E-01	1.34728E-01	1.34728E-01	1.34714E-01	1.34717E-01
1.37346E-01	1.37634E-01	1.38414E-01	1.38918E-01	1.39478E-01	1.40029E-01	1.40627E-01	1.41141E-01	1.41348E-01	1.41435E-01	1.41492E-01	1.41470E-01
1.33358E-01	1.33574E-01	1.33742E-01	1.33890E-01	1.34063E-01	1.34193E-01	1.34359E-01	1.34499E-01	1.34546E-01	1.34560E-01	1.34539E-01	1.34535E-01
1.33840E-01	1.33901E-01	1.33904E-01	1.34057E-01	1.34150E-01	1.34324E-01	1.34450E-01	1.34582E-01	1.34647E-01	1.34741E-01	1.34847E-01	1.34935E-01
1.33589E-01	1.33718E-01	1.33890E-01	1.34010E-01	1.34109E-01	1.34219E-01	1.34312E-01	1.34397E-01	1.34513E-01	1.34552E-01	1.34572E-01	1.34608E-01
1.34047E-01	1.34247E-01	1.34440E-01	1.34602E-01	1.34773E-01	1.34931E-01	1.35081E-01	1.35311E-01	1.35408E-01	1.35489E-01	1.35507E-01	1.35493E-01
2.04627E-01	2.06482E-01	2.08415E-01	2.10447E-01	2.12505E-01	2.14697E-01	2.16848E-01	2.18583E-01	2.19273E-01	2.19231E-01	2.19096E-01	2.19036E-01
1.97745E-01	2.00278E-01	2.02725E-01	2.04756E-01	2.08507E-01	2.08268E-01	2.09697E-01	2.10468E-01	2.10521E-01	2.10442E-01	2.10469E-01	2.10463E-01
1.96591E-01	1.98601E-01	2.00156E-01	2.01178E-01	2.01861E-01	2.02524E-01	2.03375E-01	2.04164E-01	2.04825E-01	2.05414E-01	2.05796E-01	2.06028E-01
1.95331E-01	1.96857E-01	1.97835E-01	1.98633E-01	1.99533E-01	2.00418E-01	2.01320E-01	2.02152E-01	2.02875E-01	2.03409E-01	2.03805E-01	2.04009E-01
1.90670E-01	1.92784E-01	1.94920E-01	1.97147E-01	1.99450E-01	2.01700E-01	2.03808E-01	2.05273E-01	2.05775E-01	2.05759E-01	2.05630E-01	2.05523E-01
1.92457E-01	1.93803E-01	1.95037E-01	1.96193E-01	1.97298E-01	1.98321E-01	1.99273E-01	2.00130E-01	2.00881E-01	2.01502E-01	2.02031E-01	2.02441E-01
1.89648E-01	1.91603E-01	1.93701E-01	1.95850E-01	1.98074E-01	2.00428E-01	2.02671E-01	2.04446E-01	2.05215E-01	2.05382E-01	2.05479E-01	2.05333E-01
1.90422E-01	1.92144E-01	1.93873E-01	1.95578E-01	1.97358E-01	1.99115E-01	2.00886E-01	2.02471E-01	2.03577E-01	2.04077E-01	2.04150E-01	2.04208E-01
1.88955E-01	1.90926E-01	1.92940E-01	1.94957E-01	1.97033E-01	1.99197E-01	2.01246E-01	2.02979E-01	2.03801E-01	2.03824E-01	2.03722E-01	2.03648E-01
1.88906E-01	1.91248E-01	1.93663E-01	1.96068E-01	1.98495E-01	2.00785E-01	2.02630E-01	2.03715E-01	2.04046E-01	2.03951E-01	2.03821E-01	2.03637E-01

9.6	9.5	9.4	9.3	9.2	9.1	9.0	8.9	8.8	8.7	8.6	8.5
1.19233E-01	1.19406E-01	1.19510E-01	1.19631E-01	1.19770E-01	1.19933E-01	1.20146E-01	1.20301E-01	1.20507E-01	1.20679E-01	1.20926E-01	1.21207E-01
1.24189E-01	1.24231E-01	1.24255E-01	1.24298E-01	1.24343E-01	1.24388E-01	1.24503E-01	1.24550E-01	1.24616E-01	1.24655E-01	1.24706E-01	1.24803E-01
1.25459E-01	1.25509E-01	1.25499E-01	1.25516E-01	1.25558E-01	1.25619E-01	1.25688E-01	1.25745E-01	1.25775E-01	1.25810E-01	1.25857E-01	1.25917E-01
1.27151E-01	1.27192E-01	1.27188E-01	1.27213E-01	1.27250E-01	1.27273E-01	1.27336E-01	1.27384E-01	1.27393E-01	1.27419E-01	1.27407E-01	1.27458E-01
1.27975E-01	1.27979E-01	1.27992E-01	1.28005E-01	1.28026E-01	1.28095E-01	1.28149E-01	1.28212E-01	1.28195E-01	1.28233E-01	1.28244E-01	1.28268E-01
1.93070E-01	1.94452E-01	1.95947E-01	1.97528E-01	1.99226E-01	2.01044E-01	2.02942E-01	2.04916E-01	2.06873E-01	2.08756E-01	2.10443E-01	2.11957E-01
1.79271E-01	1.81092E-01	1.82928E-01	1.84863E-01	1.86924E-01	1.88983E-01	1.91102E-01	1.93293E-01	1.95581E-01	1.97960E-01	2.00289E-01	2.02392E-01
1.78423E-01	1.80132E-01	1.81865E-01	1.83657E-01	1.85455E-01	1.87322E-01	1.89200E-01	1.91151E-01	1.93060E-01	1.95018E-01	1.97046E-01	1.99109E-01
1.78097E-01	1.79813E-01	1.81579E-01	1.83349E-01	1.85208E-01	1.87111E-01	1.89034E-01	1.90955E-01	1.92862E-01	1.94790E-01	1.96722E-01	1.98746E-01
1.74713E-01	1.76498E-01	1.78373E-01	1.80353E-01	1.82436E-01	1.84586E-01	1.86800E-01	1.88974E-01	1.91008E-01	1.93062E-01	1.95150E-01	1.97363E-01
1.26835E-01	1.27574E-01	1.28333E-01	1.29136E-01	1.29994E-01	1.30932E-01	1.31857E-01	1.32861E-01	1.33829E-01	1.34815E-01	1.35906E-01	1.37110E-01
1.28787E-01	1.29303E-01	1.29830E-01	1.30386E-01	1.31033E-01	1.31680E-01	1.32397E-01	1.33123E-01	1.33862E-01	1.34631E-01	1.35449E-01	1.36331E-01
1.32108E-01	1.32635E-01	1.33139E-01	1.33701E-01	1.34302E-01	1.34929E-01	1.35647E-01	1.36331E-01	1.37052E-01	1.37774E-01	1.38561E-01	1.39404E-01
1.34044E-01	1.34588E-01	1.35124E-01	1.35668E-01	1.36218E-01	1.36814E-01	1.37445E-01	1.38076E-01	1.38740E-01	1.39341E-01	1.40002E-01	1.40672E-01
1.33322E-01	1.33808E-01	1.34306E-01	1.34887E-01	1.35444E-01	1.36096E-01	1.36819E-01	1.37498E-01	1.38305E-01	1.39079E-01	1.39940E-01	1.40874E-01
1.32853E-01	1.33123E-01	1.33395E-01	1.33727E-01	1.34022E-01	1.34381E-01	1.34769E-01	1.35114E-01	1.35525E-01	1.35914E-01	1.36335E-01	1.36836E-01
1.29562E-01	1.29694E-01	1.29793E-01	1.29951E-01	1.30074E-01	1.30262E-01	1.30459E-01	1.30654E-01	1.30822E-01	1.30988E-01	1.31175E-01	1.31413E-01
1.30343E-01	1.30455E-01	1.30614E-01	1.30752E-01	1.30887E-01	1.31032E-01	1.31183E-01	1.31353E-01	1.31508E-01	1.31673E-01	1.31868E-01	1.32071E-01
1.29598E-01	1.29728E-01	1.29791E-01	1.29921E-01	1.30024E-01	1.30147E-01	1.30307E-01	1.30434E-01	1.30569E-01	1.30708E-01	1.30852E-01	1.30986E-01
1.30849E-01	1.30952E-01	1.31060E-01	1.31194E-01	1.31320E-01	1.31502E-01	1.31695E-01	1.31895E-01	1.32037E-01	1.32220E-01	1.32405E-01	1.32607E-01
1.33490E-01	1.33747E-01	1.33990E-01	1.34254E-01	1.34502E-01	1.34811E-01	1.35140E-01	1.35496E-01	1.35775E-01	1.36104E-01	1.36463E-01	1.36900E-01
1.31697E-01	1.31771E-01	1.31881E-01	1.32011E-01	1.32099E-01	1.32285E-01	1.32444E-01	1.32591E-01	1.32739E-01	1.32865E-01	1.33020E-01	1.33202E-01
1.32616E-01	1.33401E-01	1.33249E-01	1.33333E-01	1.33561E-01	1.33556E-01	1.33183E-01	1.33221E-01	1.33371E-01	1.33294E-01	1.33383E-01	1.33617E-01
1.32080E-01	1.32189E-01	1.32297E-01	1.32374E-01	1.32501E-01	1.32646E-01	1.32785E-01	1.32915E-01	1.33040E-01	1.33139E-01	1.33260E-01	1.33383E-01
1.32297E-01	1.32401E-01	1.32510E-01	1.32650E-01	1.32770E-01	1.32927E-01	1.33117E-01	1.33241E-01	1.33426E-01	1.33536E-01	1.33707E-01	1.33898E-01
1.81841E-01	1.83494E-01	1.85197E-01	1.86958E-01	1.88874E-01	1.90856E-01	1.92923E-01	1.95051E-01	1.97169E-01	1.99237E-01	2.01092E-01	2.02818E-01
1.75037E-01	1.76493E-01	1.77943E-01	1.79506E-01	1.81098E-01	1.82817E-01	1.84629E-01	1.86467E-01	1.88460E-01	1.90594E-01	1.92814E-01	1.95224E-01
1.75229E-01	1.76746E-01	1.78333E-01	1.79928E-01	1.81555E-01	1.83277E-01	1.84973E-01	1.86796E-01	1.88655E-01	1.90513E-01	1.92474E-01	1.94495E-01
1.73661E-01	1.75039E-01	1.77776E-01	1.79879E-01	1.81766E-01	1.83244E-01	1.84460E-01	1.85929E-01	1.87578E-01	1.89380E-01	1.91394E-01	1.93429E-01
1.73022E-01	1.71794E-01	1.73371E-01	1.74888E-01	1.76457E-01	1.78113E-01	1.79757E-01	1.81421E-01	1.83149E-01	1.84887E-01	1.86717E-01	1.88662E-01
1.75675E-01	1.77413E-01	1.78969E-01	1.80788E-01	1.81343E-01	1.82619E-01	1.83955E-01	1.85319E-01	1.86709E-01	1.88114E-01	1.89590E-01	1.91028E-01
1.68115E-01	1.69844E-01	1.71317E-01	1.72711E-01	1.74239E-01	1.75882E-01	1.77717E-01	1.79689E-01	1.81690E-01	1.83772E-01	1.85716E-01	1.87636E-01
1.70390E-01	1.72530E-01	1.74690E-01	1.76843E-01	1.78625E-01	1.80030E-01	1.81218E-01	1.82538E-01	1.83979E-01	1.85461E-01	1.87072E-01	1.88735E-01
1.68809E-01	1.70363E-01	1.71904E-01	1.73524E-01	1.75114E-01	1.76719E-01	1.78435E-01	1.80087E-01	1.81792E-01	1.83508E-01	1.85243E-01	1.87086E-01
1.67508E-01	1.69404E-01	1.71214E-01	1.72715E-01	1.74040E-01	1.75459E-01	1.76991E-01	1.78767E-01	1.80501E-01	1.82451E-01	1.84476E-01	1.86595E-01

10.8	10.7	10.6	10.5	10.4	10.3	10.2	10.1	10.0	9.9	9.8	9.7
1.20667E-01	1.20288E-01	1.19871E-01	1.19373E-01	1.18933E-01	1.18577E-01	1.18655E-01	1.18665E-01	1.18754E-01	1.18881E-01	1.18965E-01	1.19140E-01
1.26097E-01	1.25779E-01	1.25317E-01	1.24846E-01	1.24367E-01	1.24000E-01	1.24030E-01	1.24004E-01	1.24018E-01	1.24069E-01	1.24084E-01	1.24153E-01
1.27378E-01	1.27027E-01	1.26587E-01	1.26174E-01	1.25706E-01	1.25365E-01	1.25321E-01	1.25311E-01	1.25321E-01	1.25365E-01	1.25390E-01	1.25415E-01
1.29253E-01	1.28864E-01	1.28406E-01	1.27952E-01	1.27437E-01	1.27087E-01	1.27083E-01	1.27043E-01	1.27076E-01	1.27052E-01	1.27098E-01	1.27120E-01
1.29900E-01	1.29548E-01	1.29138E-01	1.28671E-01	1.28198E-01	1.27878E-01	1.27866E-01	1.27862E-01	1.27857E-01	1.27895E-01	1.27899E-01	1.27931E-01
1.77972E-01	1.78299E-01	1.78755E-01	1.79298E-01	1.80030E-01	1.81155E-01	1.82737E-01	1.84392E-01	1.86137E-01	1.88012E-01	1.89870E-01	1.91589E-01
1.65296E-01	1.65009E-01	1.65978E-01	1.66360E-01	1.67026E-01	1.68049E-01	1.69565E-01	1.71102E-01	1.72666E-01	1.74251E-01	1.75854E-01	1.77550E-01
1.63640E-01	1.64145E-01	1.64693E-01	1.65447E-01	1.66372E-01	1.67761E-01	1.69450E-01	1.70958E-01	1.72326E-01	1.73694E-01	1.75192E-01	1.76743E-01
1.63905E-01	1.64132E-01	1.64525E-01	1.65016E-01	1.65715E-01	1.66798E-01	1.68277E-01	1.69813E-01	1.71372E-01	1.73026E-01	1.74687E-01	1.76365E-01
1.59949E-01	1.60380E-01	1.60922E-01	1.61603E-01	1.62538E-01	1.63864E-01	1.65451E-01	1.66840E-01	1.68208E-01	1.69681E-01	1.71252E-01	1.72977E-01
1.23632E-01	1.23324E-01	1.23050E-01	1.22813E-01	1.22608E-01	1.22697E-01	1.23147E-01	1.23665E-01	1.24238E-01	1.24813E-01	1.25453E-01	1.26121E-01
1.27106E-01	1.26845E-01	1.26556E-01	1.26258E-01	1.26037E-01	1.25942E-01	1.26256E-01	1.26600E-01	1.26966E-01	1.27379E-01	1.27802E-01	1.28293E-01
1.30698E-01	1.30392E-01	1.30070E-01	1.29763E-01	1.29487E-01	1.29397E-01	1.29734E-01	1.30010E-01	1.30379E-01	1.30756E-01	1.31147E-01	1.31621E-01
1.31997E-01	1.31748E-01	1.31485E-01	1.31169E-01	1.30950E-01	1.30930E-01	1.31266E-01	1.31645E-01	1.32074E-01	1.32542E-01	1.33000E-01	1.33495E-01
1.32056E-01	1.31782E-01	1.31512E-01	1.31173E-01	1.30894E-01	1.30783E-01	1.31013E-01	1.31325E-01	1.31650E-01	1.32018E-01	1.32424E-01	1.32819E-01
1.32936E-01	1.32618E-01	1.32279E-01	1.31906E-01	1.31534E-01	1.31343E-01	1.31465E-01	1.31656E-01	1.31828E-01	1.32062E-01	1.32317E-01	1.32574E-01
1.30899E-01	1.30530E-01	1.30175E-01	1.29744E-01	1.29283E-01	1.28979E-01	1.29023E-01	1.29073E-01	1.29136E-01	1.29217E-01	1.29335E-01	1.29418E-01
1.31641E-01	1.31344E-01	1.31008E-01	1.30553E-01	1.30091E-01	1.29770E-01	1.29807E-01	1.29835E-01	1.29921E-01	1.30067E-01	1.30175E-01	1.30233E-01
1.31143E-01	1.30806E-01	1.30434E-01	1.29997E-01	1.29507E-01	1.29185E-01	1.29193E-01	1.29213E-01	1.29292E-01	1.29327E-01	1.29396E-01	1.29533E-01
1.32159E-01	1.31830E-01	1.31441E-01	1.31000E-01	1.30568E-01	1.30241E-01	1.30277E-01	1.30315E-01	1.30404E-01	1.30497E-01	1.30585E-01	1.30695E-01
1.33701E-01	1.33361E-01	1.33028E-01	1.32654E-01	1.32257E-01	1.32068E-01	1.32186E-01	1.32382E-01	1.32538E-01	1.32735E-01	1.32980E-01	1.33212E-01
1.32891E-01	1.32565E-01	1.32213E-01	1.31800E-01	1.31372E-01	1.31068E-01	1.31120E-01	1.31194E-01	1.31246E-01	1.31345E-01	1.31447E-01	1.31543E-01
1.32589E-01	1.32192E-01	1.33150E-01	1.33669E-01	1.33314E-01	1.31064E-01	1.31725E-01	1.32328E-01	1.32201E-01	1.33214E-01	1.33919E-01	1.34134E-01
1.33342E-01	1.32988E-01	1.32594E-01	1.32184E-01	1.31755E-01	1.31471E-01	1.31532E-01	1.31584E-01	1.31657E-01	1.31782E-01	1.31848E-01	1.31964E-01
1.33291E-01	1.32952E-01	1.32612E-01	1.32188E-01	1.31794E-01	1.31531E-01	1.31576E-01	1.31694E-01	1.31753E-01	1.31884E-01	1.32017E-01	1.32135E-01
1.68516E-01	1.68828E-01	1.69181E-01	1.69625E-01	1.70239E-01	1.71266E-01	1.72732E-01	1.74189E-01	1.75684E-01	1.77183E-01	1.78675E-01	1.80245E-01
1.61812E-01	1.62088E-01	1.62473E-01	1.62915E-01	1.63625E-01	1.64655E-01	1.66061E-01	1.67636E-01	1.69196E-01	1.70692E-01	1.72173E-01	1.73572E-01
1.62969E-01	1.63195E-01	1.63390E-01	1.63864E-01	1.64407E-01	1.65258E-01	1.66569E-01	1.67894E-01	1.69267E-01	1.70694E-01	1.72169E-01	1.73703E-01
1.59693E-01	1.59887E-01	1.60170E-01	1.60802E-01	1.61137E-01	1.62022E-01	1.63425E-01	1.64913E-01	1.66429E-01	1.68094E-01	1.69810E-01	1.71689E-01
1.58078E-01	1.58295E-01	1.58563E-01	1.58977E-01	1.59527E-01	1.60414E-01	1.61741E-01	1.63099E-01	1.64552E-01	1.65979E-01	1.67356E-01	1.68866E-01
1.61227E-01	1.61534E-01	1.61865E-01	1.62330E-01	1.62984E-01	1.64006E-01	1.65465E-01	1.66961E-01	1.68539E-01	1.70191E-01	1.71960E-01	1.73791E-01
1.54214E-01	1.54373E-01	1.54663E-01	1.55070E-01	1.55672E-01	1.56604E-01	1.57960E-01	1.59384E-01	1.60950E-01	1.62602E-01	1.64434E-01	1.66292E-01
1.55221E-01	1.55512E-01	1.55874E-01	1.56344E-01	1.57041E-01	1.58076E-01	1.59531E-01	1.61011E-01	1.62729E-01	1.64563E-01	1.66395E-01	1.68309E-01
1.56224E-01	1.56392E-01	1.56722E-01	1.57147E-01	1.57715E-01	1.58658E-01	1.59988E-01	1.61400E-01	1.62815E-01	1.64298E-01	1.65789E-01	1.67281E-01
1.52851E-01	1.53139E-01	1.53486E-01	1.53909E-01	1.54543E-01	1.55505E-01	1.56995E-01	1.58552E-01	1.60144E-01	1.61867E-01	1.63637E-01	1.65582E-01

12.0	11.9	11.8	11.7	11.6	11.5	11.4	11.3	11.2	11.1	11.0	10.9
1.23199E-01	1.23081E-01	1.22977E-01	1.22818E-01	1.22677E-01	1.22486E-01	1.22335E-01	1.22125E-01	1.21891E-01	1.21652E-01	1.21346E-01	1.21049E-01
1.28345E-01	1.28271E-01	1.28150E-01	1.28041E-01	1.27906E-01	1.27769E-01	1.27611E-01	1.27407E-01	1.27213E-01	1.26987E-01	1.26727E-01	1.26443E-01
1.29482E-01	1.29357E-01	1.29282E-01	1.29181E-01	1.29047E-01	1.28927E-01	1.2879E-01	1.28584E-01	1.28422E-01	1.28202E-01	1.27996E-01	1.27704E-01
1.31378E-01	1.31279E-01	1.31175E-01	1.31064E-01	1.30934E-01	1.30830E-01	1.30667E-01	1.30497E-01	1.30334E-01	1.30095E-01	1.29871E-01	1.29566E-01
1.31913E-01	1.31845E-01	1.31753E-01	1.31626E-01	1.31550E-01	1.31401E-01	1.31267E-01	1.31097E-01	1.30921E-01	1.30716E-01	1.30499E-01	1.30225E-01
1.76891E-01	1.76877E-01	1.76920E-01	1.76908E-01	1.76972E-01	1.77014E-01	1.77047E-01	1.77155E-01	1.77202E-01	1.77370E-01	1.77501E-01	1.77720E-01
1.64377E-01	1.64368E-01	1.64381E-01	1.64395E-01	1.64487E-01	1.64535E-01	1.6458E-01	1.64541E-01	1.64647E-01	1.64777E-01	1.64900E-01	1.65083E-01
1.62196E-01	1.62198E-01	1.62236E-01	1.62240E-01	1.62302E-01	1.62360E-01	1.62420E-01	1.62526E-01	1.62668E-01	1.62797E-01	1.63020E-01	1.63273E-01
1.63004E-01	1.62977E-01	1.62964E-01	1.62978E-01	1.63001E-01	1.63038E-01	1.63065E-01	1.63137E-01	1.63172E-01	1.63306E-01	1.63468E-01	1.63641E-01
1.58585E-01	1.58564E-01	1.58610E-01	1.58625E-01	1.58675E-01	1.58706E-01	1.58787E-01	1.58892E-01	1.58974E-01	1.59173E-01	1.59364E-01	1.59636E-01
1.25590E-01	1.25485E-01	1.25346E-01	1.25256E-01	1.25107E-01	1.24982E-01	1.24827E-01	1.24655E-01	1.24499E-01	1.24270E-01	1.24112E-01	1.23885E-01
1.29077E-01	1.28982E-01	1.28844E-01	1.28758E-01	1.28616E-01	1.28476E-01	1.28324E-01	1.28150E-01	1.28003E-01	1.27814E-01	1.27608E-01	1.27346E-01
1.32384E-01	1.32318E-01	1.32217E-01	1.32125E-01	1.32025E-01	1.31913E-01	1.31810E-01	1.31630E-01	1.31508E-01	1.31329E-01	1.31141E-01	1.30956E-01
1.33548E-01	1.33440E-01	1.33398E-01	1.33288E-01	1.33182E-01	1.33062E-01	1.32961E-01	1.32839E-01	1.32679E-01	1.32559E-01	1.32383E-01	1.32196E-01
1.33718E-01	1.33658E-01	1.33574E-01	1.33485E-01	1.33390E-01	1.33263E-01	1.33133E-01	1.32989E-01	1.32842E-01	1.32696E-01	1.32488E-01	1.32293E-01
1.34655E-01	1.34591E-01	1.34515E-01	1.34400E-01	1.34339E-01	1.34223E-01	1.34111E-01	1.33969E-01	1.33817E-01	1.33673E-01	1.33462E-01	1.33221E-01
1.32953E-01	1.32895E-01	1.32774E-01	1.32692E-01	1.32582E-01	1.32421E-01	1.32286E-01	1.32108E-01	1.31929E-01	1.31738E-01	1.31482E-01	1.31230E-01
1.33617E-01	1.33516E-01	1.33406E-01	1.33337E-01	1.33218E-01	1.33087E-01	1.32968E-01	1.32794E-01	1.32634E-01	1.32448E-01	1.32204E-01	1.31938E-01
1.33195E-01	1.33121E-01	1.33036E-01	1.32912E-01	1.32792E-01	1.32681E-01	1.32526E-01	1.32375E-01	1.32168E-01	1.31970E-01	1.31717E-01	1.31434E-01
1.34060E-01	1.33966E-01	1.33878E-01	1.33787E-01	1.33697E-01	1.33553E-01	1.33448E-01	1.33275E-01	1.33107E-01	1.32915E-01	1.32671E-01	1.32455E-01
1.35518E-01	1.35468E-01	1.35341E-01	1.35273E-01	1.35164E-01	1.35021E-01	1.34919E-01	1.34781E-01	1.34583E-01	1.34412E-01	1.34190E-01	1.33967E-01
1.34856E-01	1.34786E-01	1.34681E-01	1.34590E-01	1.34482E-01	1.34349E-01	1.34233E-01	1.34051E-01	1.33893E-01	1.33698E-01	1.33460E-01	1.33204E-01
1.35278E-01	1.35177E-01	1.35034E-01	1.34878E-01	1.34748E-01	1.34543E-01	1.34315E-01	1.34152E-01	1.34123E-01	1.33878E-01	1.3363E-01	1.32895E-01
1.35215E-01	1.35112E-01	1.35059E-01	1.34945E-01	1.34872E-01	1.34737E-01	1.34572E-01	1.34442E-01	1.34271E-01	1.34083E-01	1.33886E-01	1.33617E-01
1.35180E-01	1.35067E-01	1.34977E-01	1.34915E-01	1.34794E-01	1.34676E-01	1.34567E-01	1.34379E-01	1.34235E-01	1.34052E-01	1.33844E-01	1.33601E-01
1.67709E-01	1.67731E-01	1.67727E-01	1.67699E-01	1.67769E-01	1.67756E-01	1.67794E-01	1.67894E-01	1.67942E-01	1.68060E-01	1.68160E-01	1.68334E-01
1.61106E-01	1.61100E-01	1.61078E-01	1.61096E-01	1.61097E-01	1.61116E-01	1.61159E-01	1.61198E-01	1.61289E-01	1.61368E-01	1.61453E-01	1.61632E-01
1.62397E-01	1.62390E-01	1.62390E-01	1.62378E-01	1.62412E-01	1.62383E-01	1.62412E-01	1.62470E-01	1.62501E-01	1.62571E-01	1.62685E-01	1.62788E-01
1.59169E-01	1.59128E-01	1.59160E-01	1.59148E-01	1.59156E-01	1.59177E-01	1.59174E-01	1.59221E-01	1.59255E-01	1.59290E-01	1.59436E-01	1.59530E-01
1.57543E-01	1.57531E-01	1.57539E-01	1.57500E-01	1.57524E-01	1.57549E-01	1.57535E-01	1.57607E-01	1.57630E-01	1.57681E-01	1.57804E-01	1.57912E-01
1.60542E-01	1.60528E-01	1.60507E-01	1.60530E-01	1.60500E-01	1.60562E-01	1.60573E-01	1.60613E-01	1.60690E-01	1.60759E-01	1.60870E-01	1.61035E-01
1.53588E-01	1.53617E-01	1.53594E-01	1.53581E-01	1.53629E-01	1.53601E-01	1.53621E-01	1.53682E-01	1.53697E-01	1.53799E-01	1.53900E-01	1.54018E-01
1.54474E-01	1.54470E-01	1.54460E-01	1.54499E-01	1.54491E-01	1.54494E-01	1.54538E-01	1.54554E-01	1.54657E-01	1.54738E-01	1.54827E-01	1.55020E-01
1.55670E-01	1.55655E-01	1.55679E-01	1.55626E-01	1.55653E-01	1.55650E-01	1.55646E-01	1.55731E-01	1.55720E-01	1.55828E-01	1.55929E-01	1.55992E-01
1.52358E-01	1.52302E-01	1.52318E-01	1.52319E-01	1.52283E-01	1.52327E-01	1.52331E-01	1.52343E-01	1.52401E-01	1.52470E-01	1.52576E-01	1.52709E-01

13.2	13.1	13.0	12.9	12.8	12.7	12.6	12.5	12.4	12.3	12.2	12.1
1.24146E-01	1.24093E-01	1.24044E-01	1.23958E-01	1.23915E-01	1.23820E-01	1.23740E-01	1.23690E-01	1.23581E-01	1.23549E-01	1.23397E-01	1.23306E-01
1.29065E-01	1.29039E-01	1.28971E-01	1.28937E-01	1.28876E-01	1.28803E-01	1.28776E-01	1.28699E-01	1.28658E-01	1.28574E-01	1.28511E-01	1.28425E-01
1.30201E-01	1.30143E-01	1.30103E-01	1.30048E-01	1.30005E-01	1.29962E-01	1.29893E-01	1.29847E-01	1.29769E-01	1.29697E-01	1.29638E-01	1.29531E-01
1.32033E-01	1.31968E-01	1.31960E-01	1.31921E-01	1.31872E-01	1.31836E-01	1.31764E-01	1.31738E-01	1.31638E-01	1.31589E-01	1.31508E-01	1.31434E-01
1.32567E-01	1.32549E-01	1.32498E-01	1.32439E-01	1.32441E-01	1.32352E-01	1.32334E-01	1.32261E-01	1.32201E-01	1.32151E-01	1.32062E-01	1.32021E-01
1.76887E-01	1.76895E-01	1.76897E-01	1.76880E-01	1.76905E-01	1.76865E-01	1.76852E-01	1.76861E-01	1.76839E-01	1.76892E-01	1.76848E-01	1.76891E-01
1.64570E-01	1.64554E-01	1.64552E-01	1.64517E-01	1.64523E-01	1.64523E-01	1.64486E-01	1.64509E-01	1.64469E-01	1.64465E-01	1.64410E-01	1.64403E-01
1.62249E-01	1.62262E-01	1.62240E-01	1.62238E-01	1.62230E-01	1.62204E-01	1.62221E-01	1.62194E-01	1.62201E-01	1.62180E-01	1.62175E-01	1.62183E-01
1.63145E-01	1.63146E-01	1.63114E-01	1.63101E-01	1.63086E-01	1.63076E-01	1.63037E-01	1.63036E-01	1.63028E-01	1.63004E-01	1.63004E-01	1.62979E-01
1.58691E-01	1.58663E-01	1.58661E-01	1.58650E-01	1.58614E-01	1.58622E-01	1.58596E-01	1.58616E-01	1.58588E-01	1.58596E-01	1.58578E-01	1.58560E-01
1.26506E-01	1.26475E-01	1.26389E-01	1.26329E-01	1.26262E-01	1.26189E-01	1.26128E-01	1.26037E-01	1.25975E-01	1.25874E-01	1.25788E-01	1.25698E-01
1.29965E-01	1.29921E-01	1.29830E-01	1.29790E-01	1.29724E-01	1.29657E-01	1.29602E-01	1.29519E-01	1.29446E-01	1.29351E-01	1.29274E-01	1.29185E-01
1.33050E-01	1.33012E-01	1.32939E-01	1.32935E-01	1.32888E-01	1.32846E-01	1.32786E-01	1.32723E-01	1.32679E-01	1.32614E-01	1.32566E-01	1.32485E-01
1.34174E-01	1.34158E-01	1.34077E-01	1.34061E-01	1.34004E-01	1.33947E-01	1.33934E-01	1.33850E-01	1.33798E-01	1.33795E-01	1.33673E-01	1.33643E-01
1.34364E-01	1.34327E-01	1.34282E-01	1.34251E-01	1.34190E-01	1.34138E-01	1.34107E-01	1.34023E-01	1.33995E-01	1.33939E-01	1.33886E-01	1.33817E-01
1.35211E-01	1.35184E-01	1.35148E-01	1.35118E-01	1.35051E-01	1.35038E-01	1.34997E-01	1.34961E-01	1.34886E-01	1.34832E-01	1.34786E-01	1.34736E-01
1.33711E-01	1.33650E-01	1.33618E-01	1.33565E-01	1.33483E-01	1.33482E-01	1.33406E-01	1.33329E-01	1.33297E-01	1.33210E-01	1.33139E-01	1.33070E-01
1.34229E-01	1.34184E-01	1.34158E-01	1.34080E-01	1.34047E-01	1.34010E-01	1.33953E-01	1.33919E-01	1.33858E-01	1.33793E-01	1.33764E-01	1.33674E-01
1.33913E-01	1.33860E-01	1.33809E-01	1.33771E-01	1.33751E-01	1.33665E-01	1.33633E-01	1.33568E-01	1.33513E-01	1.33448E-01	1.33367E-01	1.33296E-01
1.34631E-01	1.34616E-01	1.34574E-01	1.34529E-01	1.34478E-01	1.34445E-01	1.34377E-01	1.34368E-01	1.34294E-01	1.34230E-01	1.34177E-01	1.34121E-01
1.36130E-01	1.36080E-01	1.36047E-01	1.36017E-01	1.35988E-01	1.35951E-01	1.35867E-01	1.35822E-01	1.35771E-01	1.35716E-01	1.35651E-01	1.35591E-01
1.35416E-01	1.35406E-01	1.35379E-01	1.35339E-01	1.35306E-01	1.35254E-01	1.35196E-01	1.35162E-01	1.35089E-01	1.35041E-01	1.35012E-01	1.34911E-01
1.36016E-01	1.35967E-01	1.35914E-01	1.35903E-01	1.35834E-01	1.35797E-01	1.35739E-01	1.35667E-01	1.35623E-01	1.35529E-01	1.35484E-01	1.35382E-01
1.35784E-01	1.35763E-01	1.35733E-01	1.35696E-01	1.35630E-01	1.35590E-01	1.35545E-01	1.35528E-01	1.35469E-01	1.35402E-01	1.35327E-01	1.35269E-01
1.35739E-01	1.35723E-01	1.35704E-01	1.35634E-01	1.35621E-01	1.35561E-01	1.35505E-01	1.35477E-01	1.35415E-01	1.35349E-01	1.35311E-01	1.35227E-01
1.67770E-01	1.67758E-01	1.67741E-01	1.67746E-01	1.67715E-01	1.67739E-01	1.67725E-01	1.67715E-01	1.67737E-01	1.67691E-01	1.67717E-01	1.67708E-01
1.61244E-01	1.61230E-01	1.61276E-01	1.61179E-01	1.61219E-01	1.61169E-01	1.61173E-01	1.61155E-01	1.61120E-01	1.61126E-01	1.61126E-01	1.61097E-01
1.62589E-01	1.62558E-01	1.62537E-01	1.62543E-01	1.62502E-01	1.62505E-01	1.62498E-01	1.62486E-01	1.62462E-01	1.62436E-01	1.62419E-01	1.62432E-01
1.59312E-01	1.5928E-01	1.59296E-01	1.59222E-01	1.59290E-01	1.59265E-01	1.5923E-01	1.59242E-01	1.59214E-01	1.59225E-01	1.59166E-01	1.59165E-01
1.57760E-01	1.57715E-01	1.57684E-01	1.57700E-01	1.57682E-01	1.57668E-01	1.5762E-01	1.57612E-01	1.57612E-01	1.57591E-01	1.57561E-01	1.57579E-01
1.60675E-01	1.60653E-01	1.60674E-01	1.60618E-01	1.60629E-01	1.60595E-01	1.60591E-01	1.60602E-01	1.60577E-01	1.60569E-01	1.60544E-01	1.60542E-01
1.53849E-01	1.53795E-01	1.53778E-01	1.53762E-01	1.53731E-01	1.53728E-01	1.53706E-01	1.53682E-01	1.53705E-01	1.53643E-01	1.53634E-01	1.53630E-01
1.54669E-01	1.54644E-01	1.54667E-01	1.54616E-01	1.54606E-01	1.54608E-01	1.54570E-01	1.54575E-01	1.54542E-01	1.54515E-01	1.54533E-01	1.54486E-01
1.55854E-01	1.55869E-01	1.55828E-01	1.55824E-01	1.55805E-01	1.55771E-01	1.55780E-01	1.55748E-01	1.55719E-01	1.55719E-01	1.55671E-01	1.55687E-01
1.52530E-01	1.52524E-01	1.52525E-01	1.52493E-01	1.52489E-01	1.52457E-01	1.52444E-01	1.52423E-01	1.52380E-01	1.52375E-01	1.52356E-01	1.52326E-01

14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3
1.24706E-01	1.24651E-01	1.24631E-01	1.24547E-01	1.24531E-01	1.24490E-01	1.24458E-01	1.24404E-01	1.24343E-01	1.24345E-01	1.24237E-01	1.24210E-01
1.29429E-01	1.29404E-01	1.29364E-01	1.29367E-01	1.29327E-01	1.29288E-01	1.29294E-01	1.29254E-01	1.29221E-01	1.29173E-01	1.29148E-01	1.29096E-01
1.30568E-01	1.30549E-01	1.30529E-01	1.30498E-01	1.30465E-01	1.30424E-01	1.30394E-01	1.30365E-01	1.30319E-01	1.30294E-01	1.30272E-01	1.30223E-01
1.32362E-01	1.32358E-01	1.32305E-01	1.32301E-01	1.32275E-01	1.32232E-01	1.32224E-01	1.32188E-01	1.32149E-01	1.32132E-01	1.32082E-01	1.32055E-01
1.32919E-01	1.32907E-01	1.32862E-01	1.32854E-01	1.32809E-01	1.32792E-01	1.32782E-01	1.32725E-01	1.32731E-01	1.32679E-01	1.32650E-01	1.32612E-01
1.76887E-01	1.76912E-01	1.76917E-01	1.76908E-01	1.76917E-01	1.76896E-01	1.76921E-01	1.76907E-01	1.76899E-01	1.76901E-01	1.76897E-01	1.76904E-01
1.64640E-01	1.64592E-01	1.64625E-01	1.64610E-01	1.64604E-01	1.64645E-01	1.64602E-01	1.64631E-01	1.64608E-01	1.64610E-01	1.64588E-01	1.64583E-01
1.62378E-01	1.62391E-01	1.62364E-01	1.62342E-01	1.62364E-01	1.62317E-01	1.62331E-01	1.62331E-01	1.62330E-01	1.62307E-01	1.62283E-01	1.62275E-01
1.63292E-01	1.63295E-01	1.63263E-01	1.63247E-01	1.63245E-01	1.63249E-01	1.63220E-01	1.63212E-01	1.63198E-01	1.63178E-01	1.63172E-01	1.63157E-01
1.58832E-01	1.58795E-01	1.58804E-01	1.58785E-01	1.58759E-01	1.58771E-01	1.58759E-01	1.58755E-01	1.58718E-01	1.58738E-01	1.58701E-01	1.58697E-01
1.27066E-01	1.27055E-01	1.26982E-01	1.26945E-01	1.26924E-01	1.26857E-01	1.26831E-01	1.26770E-01	1.26731E-01	1.26672E-01	1.26626E-01	1.26577E-01
1.30525E-01	1.30469E-01	1.30461E-01	1.30410E-01	1.30367E-01	1.30326E-01	1.30284E-01	1.30213E-01	1.30199E-01	1.30128E-01	1.30063E-01	1.30020E-01
1.33430E-01	1.33408E-01	1.33373E-01	1.33378E-01	1.33329E-01	1.33281E-01	1.33263E-01	1.33245E-01	1.33215E-01	1.33179E-01	1.33142E-01	1.33082E-01
1.34547E-01	1.34493E-01	1.34474E-01	1.34474E-01	1.34425E-01	1.34416E-01	1.34389E-01	1.34340E-01	1.34315E-01	1.34276E-01	1.34247E-01	1.34214E-01
1.34724E-01	1.34664E-01	1.34664E-01	1.34628E-01	1.34606E-01	1.34595E-01	1.34571E-01	1.34544E-01	1.34499E-01	1.34448E-01	1.34457E-01	1.34414E-01
1.35499E-01	1.35451E-01	1.35473E-01	1.35426E-01	1.35414E-01	1.35399E-01	1.35355E-01	1.35357E-01	1.35325E-01	1.35294E-01	1.35277E-01	1.35237E-01
1.34092E-01	1.34075E-01	1.34036E-01	1.34006E-01	1.33996E-01	1.33946E-01	1.33913E-01	1.33894E-01	1.33832E-01	1.33819E-01	1.33781E-01	1.33740E-01
1.34533E-01	1.34533E-01	1.34506E-01	1.34474E-01	1.34488E-01	1.34426E-01	1.34417E-01	1.34393E-01	1.34351E-01	1.34330E-01	1.34296E-01	1.34253E-01
1.34286E-01	1.34267E-01	1.34227E-01	1.34219E-01	1.34162E-01	1.34154E-01	1.34109E-01	1.34089E-01	1.34061E-01	1.34016E-01	1.33992E-01	1.33937E-01
1.34864E-01	1.34848E-01	1.34844E-01	1.34860E-01	1.34854E-01	1.34835E-01	1.34805E-01	1.34779E-01	1.34740E-01	1.34732E-01	1.34692E-01	1.34667E-01
1.36416E-01	1.36393E-01	1.36390E-01	1.36358E-01	1.36356E-01	1.36291E-01	1.36288E-01	1.36267E-01	1.36240E-01	1.36211E-01	1.36193E-01	1.36145E-01
1.35751E-01	1.35736E-01	1.35698E-01	1.35671E-01	1.35641E-01	1.35623E-01	1.35607E-01	1.35587E-01	1.35561E-01	1.35537E-01	1.35489E-01	1.35487E-01
1.36329E-01	1.36308E-01	1.36317E-01	1.36230E-01	1.36243E-01	1.36195E-01	1.36185E-01	1.36199E-01	1.36146E-01	1.36105E-01	1.36093E-01	1.36039E-01
1.36094E-01	1.36070E-01	1.36069E-01	1.36033E-01	1.36009E-01	1.36007E-01	1.35982E-01	1.35946E-01	1.35926E-01	1.35881E-01	1.35861E-01	1.35829E-01
1.36053E-01	1.36056E-01	1.36021E-01	1.36009E-01	1.35994E-01	1.35951E-01	1.35932E-01	1.35885E-01	1.35891E-01	1.35849E-01	1.35814E-01	1.35813E-01
1.67758E-01	1.67785E-01	1.67773E-01	1.67772E-01	1.67785E-01	1.67757E-01	1.67788E-01	1.67776E-01	1.67756E-01	1.67788E-01	1.67766E-01	1.67746E-01
1.61360E-01	1.61357E-01	1.61325E-01	1.61378E-01	1.61304E-01	1.61324E-01	1.61315E-01	1.61291E-01	1.61295E-01	1.61262E-01	1.61246E-01	1.61264E-01
1.62687E-01	1.62711E-01	1.62684E-01	1.62852E-01	1.62683E-01	1.62834E-01	1.62636E-01	1.62689E-01	1.62628E-01	1.62616E-01	1.62594E-01	1.62595E-01
1.59452E-01	1.59440E-01	1.59461E-01	1.59410E-01	1.59433E-01	1.59426E-01	1.59383E-01	1.59377E-01	1.59376E-01	1.59399E-01	1.59395E-01	1.59320E-01
1.57859E-01	1.57869E-01	1.57878E-01	1.57819E-01	1.57839E-01	1.57841E-01	1.57805E-01	1.57811E-01	1.57784E-01	1.57776E-01	1.57770E-01	1.57728E-01
1.60804E-01	1.60800E-01	1.60785E-01	1.60800E-01	1.60745E-01	1.60755E-01	1.60759E-01	1.60711E-01	1.60744E-01	1.60723E-01	1.60700E-01	1.60700E-01
1.53942E-01	1.53937E-01	1.53958E-01	1.53908E-01	1.53905E-01	1.53908E-01	1.53892E-01	1.53868E-01	1.53860E-01	1.53841E-01	1.53852E-01	1.53812E-01
1.54824E-01	1.54832E-01	1.54791E-01	1.54785E-01	1.54789E-01	1.54773E-01	1.54754E-01	1.54737E-01	1.54728E-01	1.54729E-01	1.54694E-01	1.54693E-01
1.56039E-01	1.55999E-01	1.56003E-01	1.55980E-01	1.55942E-01	1.55986E-01	1.55943E-01	1.55954E-01	1.55923E-01	1.55913E-01	1.55931E-01	1.55870E-01
1.52694E-01	1.52696E-01	1.52669E-01	1.52648E-01	1.52646E-01	1.52639E-01	1.52635E-01	1.52600E-01	1.52586E-01	1.52602E-01	1.52561E-01	1.52542E-01

14.9	14.8	14.7	14.6	14.5
1.24872E-01	1.24790E-01	1.24811E-01	1.24777E-01	1.24712E-01
1.29531E-01	1.29529E-01	1.29499E-01	1.29503E-01	1.29466E-01
1.30682E-01	1.30635E-01	1.30652E-01	1.30591E-01	1.30599E-01
1.32452E-01	1.32477E-01	1.32424E-01	1.32411E-01	1.32396E-01
1.33005E-01	1.32997E-01	1.32956E-01	1.32961E-01	1.32924E-01
1.76888E-01	1.76913E-01	1.76899E-01	1.76883E-01	1.76913E-01
1.64702E-01	1.64689E-01	1.64656E-01	1.64677E-01	1.64611E-01
1.62401E-01	1.62409E-01	1.62415E-01	1.62384E-01	1.62391E-01
1.63324E-01	1.63320E-01	1.63312E-01	1.63287E-01	1.63295E-01
1.58852E-01	1.58853E-01	1.58827E-01	1.58847E-01	1.58801E-01
1.27248E-01	1.27230E-01	1.27194E-01	1.27157E-01	1.27152E-01
1.30702E-01	1.30639E-01	1.30617E-01	1.30611E-01	1.30554E-01
1.33553E-01	1.33533E-01	1.33501E-01	1.33513E-01	1.33444E-01
1.34640E-01	1.34613E-01	1.34602E-01	1.34592E-01	1.34530E-01
1.34846E-01	1.34782E-01	1.34795E-01	1.34783E-01	1.34754E-01
1.35573E-01	1.35546E-01	1.35542E-01	1.35516E-01	1.35516E-01
1.34197E-01	1.34215E-01	1.34149E-01	1.34130E-01	1.34109E-01
1.34629E-01	1.34641E-01	1.34603E-01	1.34572E-01	1.34548E-01
1.34412E-01	1.34343E-01	1.34369E-01	1.34344E-01	1.34323E-01
1.35000E-01	1.35009E-01	1.34948E-01	1.34933E-01	1.34901E-01
1.36498E-01	1.36488E-01	1.36481E-01	1.36435E-01	1.36457E-01
1.35853E-01	1.35837E-01	1.35781E-01	1.35794E-01	1.35759E-01
1.36471E-01	1.36421E-01	1.36425E-01	1.36360E-01	1.36389E-01
1.36199E-01	1.36158E-01	1.36150E-01	1.36139E-01	1.36121E-01
1.36170E-01	1.36133E-01	1.36106E-01	1.36116E-01	1.36055E-01
1.67769E-01	1.67769E-01	1.67760E-01	1.67792E-01	1.67769E-01
1.61377E-01	1.61365E-01	1.61380E-01	1.61388E-01	1.61348E-01
1.62712E-01	1.62732E-01	1.62728E-01	1.62731E-01	1.62697E-01
1.59469E-01	1.59487E-01	1.59506E-01	1.59469E-01	1.59475E-01
1.57882E-01	1.57900E-01	1.57892E-01	1.57880E-01	1.57895E-01
1.60850E-01	1.60813E-01	1.60802E-01	1.60833E-01	1.60779E-01
1.53970E-01	1.53965E-01	1.53979E-01	1.53951E-01	1.53979E-01
1.54855E-01	1.54868E-01	1.54838E-01	1.54859E-01	1.54810E-01
1.56072E-01	1.56043E-01	1.56041E-01	1.56047E-01	1.56029E-01
1.52729E-01	1.52766E-01	1.52715E-01	1.52713E-01	1.52724E-01

ANEXO C – PRINCIPAIS PUBLICAÇÕES DURANTE O DOUTORAMENTO

P.1. PUBLICAÇÕES INTERNACIONAIS

P.1.1 Publicações em livros ou periódicos

BARBOSA, I. M. ; MELLO, O. A. F.; REIS, M. C. C. ; DEL MORAL HERNANDEZ, E. **Multi-Determination of Aerodynamic Loads using Calibration Curve with a Polynomial and MLP Neural Network Combination.** Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing. Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences, v. 78. World Scientific Publishing Co. ISBN 978-981-283-951-0. Singapore. 2009.

BARBOSA, I. M. ; DEL MORAL HERNANDEZ, E. ; REIS, M. C. C. ; MELLO, O. A. F. **Measurement uncertainty contribution to the MLP neural network learning algorithm applied to an aerodynamic external balance calibration curve fitting.** Metrology and Measurement Systems, v. XIV, p. 101-115, Polish Academy. Poland, 2007.

P.1.2 Publicações em anais de congressos

BARBOSA, I. M. ; DEL MORAL HERNANDEZ, E. ; CALVO, D. ; DEL VALLE, M. **Língua Eletrônica: Uma Aproximação de Curva de Calibração.** In: IBERSENSOR 2008 - 6th Ibero-American Congress on Sensors, 2008, São Paulo. Proceedings of the 6th Ibero-American Congress on Sensors, 2008.

BARBOSA, I. M. ; DEL MORAL HERNANDEZ, E. ; REIS, M. C. C. ; MELO, O. A. F. **Modeling of a Calibration Curve of an External Aerodynamic Balance**

using Multilayer Perceptron. In: 18 Congresso Internacional de Engenharia Mecânica, Ouro Preto, 2005. CD dos anais do Congresso.

BARBOSA, I. M. ; DEL MORAL HERNANDEZ, E. ; MELLO, O. A. F. ; REIS, M. C. C.. **Calibration Curve of a Multi-Component Balance Using MLP Artificial Neural Network with Learning Endowed with Loading Uncertainty.** In: 25th AIAA Aerodynamic measurement Technology an Ground testing Conference, 2006, San Francisco. Disponível em: http://pdf.aiaa.org/preview/CDReadyMATGT06_1185/PV2006_3438.pdf

REIS, M. L. C. C. ; VIEIRA, Wilson José ; BARBOSA, I. M. ; MELLO, O. A. F. ; SANTOS, L. A. **Validation of an External Six-Component Wind Tunnel Balance Calibration.** In: 24th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, 2004. Portland, EUA. Disponível em: <http://www.aiaa.org/content.cfm?pageid=406&gTable=Paper&glD=18908>.

P.2. PUBLICAÇÕES NACIONAIS

P.2.1 Publicações em livros ou periódicos

REIS, M. L. C. C. ; VIEIRA, W. J. ; BARBOSA, I. M. ; MELLO, O. A. F. ; SANTOS, L. A. **Validação da Calibração de uma Balança Externa de Túnel de Vento.** Engevista. v. 7, p. 19-28, Rio de Janeiro, Brasil. 2005.

P.2.2 Publicações em anais de congressos

BARBOSA, I. M. ; DEL MORAL HERNANDEZ, E. ; REIS, M. L. C. C. ; MELO, O. A. F. **Língua eletrônica: uma aproximação da curva de calibração com erros próximos ao zero de software utilizando Multilayer Perceptrons.** In: ENQUALAB 2008 - Congresso para Qualidade Laboratorial, 2008, São Paulo. CD do Congresso para Qualidade Laboratorial, 2008.