Mauricio Alexandre Parente Burdelis

Ajuste de Taxas de Mutação e de Cruzamento de Algoritmos Genéticos Utilizando-se Inferências Nebulosas

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo (EPUSP) como parte
dos requisitos para a obtenção do
Título de Mestre em Engenharia
no Departamento de Engenharia
de Computação e Sistemas
Digitais (PCS).

São Paulo
2009

Mauricio Alexandre Parente Burdelis

Ajuste de Taxas de Mutação e de Cruzamento de Algoritmos Genéticos Utilizando-se Inferências Nebulosas

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia no Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais (PCS).

Área de concentração:
Sistemas Digitais

Orientador: Prof. Livre-Docente
Marco Túlio Carvalho de Andrade

São Paulo
2009

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 2 de Abril de 2009

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Burdelis, Mauricio Alexandre Parente

Ajuste de taxas de mutação e de cruzamento de algoritmos genéticos utilizando-se inferências nebulosas/ M.A.P. Burdelis. -- ed. rev. -- São Paulo, 2009.

181 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais.

**1. Inteligência Artificial 2. Fuzzy (Inteligência Artificial)
3. Computação Evolutiva 4. Sistemas Híbridos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais II. t**

Dedicatória

A Deus, a meus pais Sergio e Miriam, a toda minha família, e companheiros de trabalho, no laboratório KNOMA e em toda a Universidade de São Paulo.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, e a todos os meus colegas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, em especial a meu orientador: professor Marco Túlio Carvalho de Andrade. Agradeço também ao apoio e carinho de minha família, meus amigos, e todos aqueles que de alguma forma me ajudaram nos momentos de dificuldades.

"O mais importante para o homem é crer em si mesmo. Sem esta confiança em seus recursos, em sua inteligência, em sua energia, ninguém alcança o triunfo a que aspira."

Thomas Wittlam Atkinson.

Resumo

BURDELIS, M. A. P. Ajuste de Taxas de Mutação e de Cruzamento de Algoritmos Genéticos Utilizando-se Inferências Nebulosas. 2009. 181 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

Neste trabalho foi realizada uma proposta de utilização de Sistemas de Inferência Nebulosos para controlar, em tempo de execução, parâmetros de Algoritmos Genéticos. Esta utilização busca melhorar o desempenho de Algoritmos Genéticos diminuindo, ao mesmo tempo: a média de iterações necessárias para que um Algoritmo Genético encontre o valor ótimo global procurado; bem como diminuindo o número de execuções do mesmo que não são capazes de encontrar o valor ótimo global procurado, nem mesmo para quantidades elevadas de iterações.

Para isso, foram analisados os resultados de diversos experimentos com Algoritmos Genéticos, resolvendo instâncias dos problemas de Minimização de Funções e do Caixeiro Viajante, sob diferentes configurações de parâmetros. Com base nos resultados obtidos a partir destes experimentos, foi proposto um modelo com a troca de valores de parâmetros de Algoritmos Genéticos, em tempo de execução, pela utilização de Sistemas de Inferência Nebulosos, de forma a melhorar o desempenho do sistema, minimizando ambas as medidas citadas anteriormente.

Palavras-Chave: Algoritmos Genéticos; Sistemas de Inferência Nebulosos; Computação Evolutiva; Computação Nebulosa (ou “Fuzzy”); controle dinâmico de parâmetros; Inteligência Computacional; Inteligência Artificial; Sistemas Inteligentes Híbridos.

Abstract

BURDELIS, M. A. P. Adjustments in Genetic Algorithms Mutation and Crossover Rates Using Fuzzy Inferences. 2009. 181 f. Dissertation (Master's Degree) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2009.

This work addressed a proposal of the application of Fuzzy Systems to adjust parameters of Genetic Algorithms, during execution time. This application attempts to improve the performance of Genetic Algorithms by diminishing, at the same time: the average number of necessary generations for a Genetic Algorithm to find the desired global optimum value, as well as diminishing the number of executions of a Genetic Algorithm that are not capable of finding the desired global optimum value even for high numbers of generations.

For that purpose, the results of many experiments with Genetic Algorithms were analyzed; addressing instances of the Function Minimization and the Travelling Salesman problems, under different parameter configurations. With the results obtained from these experiments, a model was proposed, for the exchange of parameter values of Genetic Algorithms, in execution time, by using Fuzzy Systems, in order to improve the performance of the system, minimizing both of the measures previously cited.

Keywords: Genetic Algorithms; Evolutionary Computation; Fuzzy Systems; Dynamic Parameter Control; Computational Intelligence; Artificial Intelligence; Hybrid Intelligent Systems.

Lista de Figuras

Figura 1.1: Ilustração conceitual do tipo de transformações entre modelos, almejada pela linha de pesquisa originada em [Andrade – 2002].....	21
Figura 1.2: Ilustração conceitual do tipo de sistema híbrido almejado neste trabalho.	24
Figura 4.1: Função utilizada para o problema de minimização, com indivíduos de 16 bits...	49
Figura 4.2: tabela para armazenamento interno das distâncias entre cidades (para o problema do Caixeiro Viajante).	53
Figura 5.1: partição nebulosa da variável de entrada: “Gerações”.	60
Figura 5.2: partição nebulosa da variável de entrada: “População”.....	60
Figura 5.3: partição nebulosa da variável de saída: “Taxa de Mutação”.....	61
Figura 5.4: partição nebulosa da variável de saída: “Taxa de Cruzamento”.....	61
Figura 5.5: partição nebulosa da variável de entrada: “Gerações”.	66
Figura 5.6: partição nebulosa da variável de entrada: “População”.....	66
Figura 5.7: partição nebulosa da variável de saída: “Taxa de Mutação”.....	66
Figura 5.8: partição nebulosa da variável de saída: “Taxa de Cruzamento”.....	67
Figura 5.9: partição nebulosa da variável de entrada: “Gerações”.	67
Figura 5.10: partição nebulosa da variável de entrada: “População”.....	68
Figura 7.1: Partição Nebulosa da Variável Ng para o AGN-CV.....	101
Figura 7.2: Partição Nebulosa da Variável Pop para o AGN-CV.....	102
Figura 7.3: Partição Nebulosa da Variável Pm para o AGN-CV.....	103
Figura 7.4: Partição Nebulosa da Variável Pc para o AGN-CV.....	104
Figura 7.5: Comparação entre os comportamentos das variáveis de saída em função do número de gerações, para o AGD-CV e o AGN-CV com Pop = 100	105
Figura 7.6: Partição Nebulosa da Variável “Ng” para o AGN-MF.....	106
Figura 7.7: Partição Nebulosa da Variável “Pop” para o AGN-MF.....	106
Figura 7.8: Partição Nebulosa da Variável “Pm” para o AGN-MF.....	107
Figura 7.9: Partição Nebulosa da Variável “Pc” para o AGN-MF.....	108
Figura 7.10: Comparação entre os comportamentos das variáveis de saída em função do número de gerações, para o AGD-MF e o AGN-MF com Pop = 50.....	109
Figura 7.11: Comparação entre os comportamentos das variáveis de saída em função das diferentes configurações (de 1 até 5) do AGN-CV.....	112

Lista de Tabelas

Tabela 5.1: resultados do primeiro experimento com o AG-MF.	57
Tabela 5.2: resultados do segundo experimento com o AG-MF.....	59
Tabela 5.3: regras nebulosas para a taxa de cruzamento, retiradas de [Xu, Vukovich – 1993].....	61
Tabela 5.4: regras nebulosas para a taxa de mutação, retiradas de [Xu, Vukovich – 1994].	61
Tabela 5.5: resultados do primeiro experimento com o Sistema Híbrido AGN-MF	63
Tabela 5.6: distâncias entre as 10 cidades assumidas para os experimentos com o PCV...	64
Tabela 5.7: resultados do primeiro experimento com o AG-CV.....	65
Tabela 5.8: resultados do primeiro experimento com o AGN-CV, utilizando a “base de dados 1” (BD1).	69
Tabela 5.9: resultados do segundo experimento com o AGN-CV, utilizando a “base de dados 2” (BD2).	70
Tabela 5.10: exemplo do significado da abreviação “M S V” utilizada para o valor de Pm nas tabelas 5.12 e 5.13 a seguir.	72
Tabela 5.11: exemplo do significado da abreviação “M L V” utilizada para o valor de Pc nas tabelas 5.12 e 5.13 a seguir.	73
Tabela 5.12: experimentos com diferentes regras para o controle de Pm, utilizando-se o AGN-BD1.	74
Tabela 5.13: experimentos com diferentes regras para o controle de Pm, utilizando-se o AGN-BD2.	74
Tabela 5.14: experimento com o AG-CV, nas mesmas condições dos experimentos dos sistemas híbridos (AGN-BD1 e AGN-BD2), com $P_c = 0,8$ e $P_m = 0,01$	75
Tabela 6.1: experimento com o AG que resolve o problema do CV, para tamanho de população = 100 indivíduos, e $P_c = 0,8$ (a linha da tabela com menor número de casos que não encontraram o valor mínimo global está circulada com traço contínuo, e a linha da tabela que corresponde à menor média, está circulada em tracejado).	80
Tabela 6.2: experimento com o AG que resolve o problema de Minimização de Funções, para tamanho de população = 70 indivíduos, e $P_c = 0,8$ (a linha da tabela com menor número de casos que não encontraram o valor mínimo global está circulada com traço	

contínuo, e a linha da tabela que corresponde à menor média, está circulada em tracejado).....	82
Tabela 6.3: percentual de casos que não encontraram o valor ótimo global em até 1000 iterações, nas situações referentes à melhor média de iterações necessárias para encontrá-lo ($P_m=0$ e $P_c=0,5$), para o AG-CV.	84
Tabela 6.4: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram os menores números de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado, para o AG-CV.....	86
Tabela 6.5: as quatro configurações, de todos os tamanhos possíveis de população estudados, que produziram os menores números de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado, para o AG-CV.	87
Tabela 6.6: curva “Pm-A”.....	88
Tabela 6.7: curva “Pm-B”.....	88
Tabela 6.8: curva “Pm-C”.....	88
Tabela 6.9: curva “Pm-D”.....	88
Tabela 6.10: resultados dos experimentos, utilizando as curvas descritas para o ajuste da P_m , para o AG-CV.	89
Tabela 6.11: curva “Pc-A”.....	90
Tabela 6.12: curva “Pc-B”.....	90
Tabela 6.13: curva “Pc-C”.....	90
Tabela 6.14: curva “Pm-E”.....	91
Tabela 6.15: resultados obtidos em experimentos com a utilização das curvas citadas anteriormente, variando P_c e possivelmente P_m , para o AG-CV.	91
Tabela 7.1: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram as menores médias de iterações necessárias para encontrar o valor mínimo global, para o AG-CV.	94
Tabela 7.2: os três melhores resultados obtidos para o AG com ajuste dinâmico de P_m e P_c , para os diferentes tamanhos de população estudados, para o problema do CV.	95
Tabela 7.3: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram as menores médias de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global, para o AG-MF.....	98
Tabela 7.4: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram os menores números de casos que não encontraram o valor ótimo global, para o AG-MF.	98
Tabela 7.5: os três melhores resultados obtidos para o AG com ajuste dinâmico de P_m e P_c , para os diferentes tamanhos de população estudados, para o problema de minimização de funções.	99

Tabela 7.6: resultados obtidos por configurações específicas do AG “clássico” para resolver o problema de minimização de funções, que obtiveram resultados muito próximos aos resultados obtidos pelo AG com ajuste em “degrau”.....	100
Tabela 7.7: regras utilizadas no AGN-CV para a variável Pm.	104
Tabela 7.8: regras utilizadas no AGN-CV para a variável Pc.	104
Tabela 7.9: resultados obtidos, para diferentes tamanhos de população, para o AGN-CV.	105
Tabela 7.10: regras utilizadas no AGN-MF para a variável “Pm”.	108
Tabela 7.11: regras utilizadas no AGN-MF para a variável “Pc”.....	108
Tabela 7.12: resultados obtidos, para diferentes tamanhos de população, para o AGN que resolve o problema de minimização de funções.....	109
Tabela 7.13: resultados obtidos, para as diferentes configurações de SIN, variando-se o tipo de transição (do mais abrupto ao mais gradual).....	113

Lista de Algoritmos

Algoritmo 1: a implementação utilizada no presente trabalho para Algoritmos Genéticos que resolvem o problema de Minimização de Funções.....	51
Algoritmo 2: a implementação utilizada no presente trabalho para Algoritmos Genéticos que resolvem o problema do Caixeiro Viajante.	54

Lista de Abreviaturas

AG – Algoritmo Genético

AG-CV – Algoritmo Genético desenvolvido para resolver o Problema do “Caixeiro Viajante”

AGD – “Algoritmo Genético com Ajuste em Degrau”

AGD-CV – “Algoritmo Genético com Ajuste em Degrau desenvolvido para resolver o Problema do Caixeiro Viajante”

AGD-MF – “Algoritmo Genético com Ajuste em Degrau desenvolvido para resolver o Problema de Minimização de Funções”

AGN – “Algoritmo Genético Nebuloso”

AG-MF – Algoritmo Genético desenvolvido para resolver o Problema de “Minimização de Funções”

AGN-BD1 – “Algoritmo Genético Nebuloso – Base de Dados 1”

AGN-BD2 – “Algoritmo Genético Nebuloso – Base de Dados 2”

AGN-CV – “Algoritmo Genético Nebuloso” desenvolvido para resolver o Problema do “Caixeiro Viajante”

AGN-MF – “Algoritmo Genético Nebuloso” desenvolvido para resolver o Problema de “Minimização de Funções”

ARGAF – “Adaptive Genetic Algorithm Based on Fuzzy Logic Controllers”

BD – Base de Dados

BD1 – “Base de Dados 1”

BD2 – “Base de Dados 2”

BR – Base de Regras

BC – Base de Conhecimento

CE – Computação Evolutiva

CF – Computação Nebulosa (ou “Computação Fuzzy”)

CLN – Controlador Lógico Nebuloso

CN – Computação Neural

DPGA – “Dynamic Parametric Genetic Algorithm”

EER – “Exploitation/Exploration Relationship” (ou Relação entre Aproveitamento e Exploração)

FGA – “Fuzzy Genetic Algorithm”

FEA – “Fuzzy Evolutionary Algorithm”

IA – Inteligência Artificial

IC – Inteligência Computacional

Ng – número de gerações (ou iterações) realizadas até o momento por um Algoritmo Genético

NP – Não Polinomiais

Pc – Probabilidade de Cruzamento (ou “Taxa” de Cruzamento) de um Algoritmo Genético

PCV – O Problema do “Caixeiro Viajante”

PG – Programação Genética

Pm – Probabilidade de Mutação (ou “Taxa” de Mutação) de um Algoritmo Genético

PMF – O Problema de “Minimização de Funções”

SIN – Sistema de Inferências Nebuloso

Sumário

Dedicatória	5
Agradecimentos	6
Resumo	8
Abstract	9
Lista de Figuras	10
Lista de Tabelas	11
Lista de Algoritmos	14
Lista de Abreviaturas	15
Sumário	17
1. Introdução	19
1.1. Motivação e Justificativa	20
1.2. Objetivos	23
1.3. Metodologia	25
1.4. Estrutura do Trabalho	26
2. Inteligência Computacional (IC)	28
2.1. Computação Nebulosa	29
2.1.1. Operações Entre Conjuntos	29
2.2. Computação Evolutiva	33
2.2.1. Algoritmos Genéticos	34
2.3. Considerações Finais do Capítulo	35
3. Trabalhos da Literatura Científica Relacionados ao Tema	36
3.1. “Dynamic Parametric GAs” [Lee, Takagi – 1993]	36
3.2. “Fuzzy GAs” [Xu, Vukovich – 1993]/“Fuzzy EAs” [Xu, Vukovich – 1994]	37
3.3. “Fuzzy Government” [Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi – 1994]	39
3.4. “Adaptive GAs Based on Fuzzy Logic Controllers” [Herrera, Lozano – 1996]	40
3.5. Análise Crítica dos Trabalhos	41
3.5.1. Medidas de Desempenho Utilizadas para Comparar o Sistema Híbrido com o AG “Clássico”	41
3.5.2. Problema Tratado pelos Algoritmos	42
3.5.3. Entradas e Saídas dos Controladores Nebulosos	42
3.5.4. O Trabalho Informa os Critérios Utilizados para a Seleção das Entradas e Saídas do(S) CLN(S)?	44
3.5.5. Regras Implementadas pelo(s) SIN(s)	44
3.5.6. O Trabalho Informa os Critérios Utilizados para a Elaboração das Regras do(s) SIN(s)?	45
3.5.7. Como os Experimentos Foram Conduzidos?	45
3.5.8. Como Foram Ajustados os Parâmetros do AG “Clássico” (Cujo Desempenho Foi Comparado com o do Sistema Híbrido)?	46
3.6. Considerações Finais do Capítulo	46
4. Ferramentas Computacionais Desenvolvidas	48
4.1. Minimização de Funções	48
4.1.1. Função Elaborada Para os Experimentos	49
4.1.2. Implementação dos Algoritmos para este Problema	50
4.2. O Problema do Caixeiro Viajante	52
4.2.1. Implementação dos Algoritmos para este Problema	53
4.3. Considerações Finais do Capítulo	55
5. Experimentos Iniciais	56
5.1. Experimentos com o AG para Minimização de Funções (AG-MF)	56

5.1.1.	Primeiro Experimento	56
5.1.2.	Segundo Experimento	58
5.2.	Experimentos com o Sistema Híbrido para Minimização de Funções (AGN-MF) ..	59
5.2.1.	Experimento Realizado.....	62
5.3.	Experimentos com o AG para o Problema do Caixeiro Viajante (AG-CV).....	63
5.3.1.	Experimento Realizado.....	63
5.4.	Experimentos com o Sistema Híbrido para o Problema do Caixeiro Viajante (AGN-CV) ..	65
5.4.1.	Experimento com a “Base de Dados 1”	68
5.4.2.	Experimento com a “Base de Dados 2”	69
5.5.	Análise Crítica dos Primeiros Experimentos	70
5.6.	Experimentação de Diferentes Regras para Ajustes da Taxa de Mutação pelo SIN, com Taxa de Cruzamento Fixa	71
5.7.	Considerações Finais do Capítulo	75
6.	Experimentação de Diversas Configurações para AG's “Clássicos”, e Aplicação dos Resultados.....	77
6.1.	Experimentação de Diferentes Combinações de Valores de Pm, Pc e Tamanhos de População, para AG's “Clássicos”.....	77
6.1.1.	Conclusões a Respeito Destes Experimentos	84
6.2.	Considerações Sobre o Controle Dinâmico dos Parâmetros Pm e Pc, Utilizando-se os Resultados do Experimento Anterior	85
6.2.1.	Experimentação de Diferentes Curvas Determinísticas para os Valores de Pm e/ou Pc ..	86
6.3.	Considerações Finais do Capítulo	91
7.	Experimentação de ajustes dos valores de Pm e Pc, por Substituição de Valores.....	93
7.1.	A Proposta da Substituição de Valores: O Ajuste “Em Degrau”.....	93
7.2.	Experimentação do Ajuste “em Degrau” para o AG que Resolve o Problema do Caixeiro Viajante (AGD-CV).....	94
7.3.	Experimentação do Ajuste “em Degrau” para o AG que Resolve o Problema de Minimização de Funções (AGD-MF)	98
7.4.	Experimentação da Técnica de Ajuste “em Degrau” com Inferências Nebulosas, para Ambos os AGN's.....	101
7.4.1.	Experimentação da Técnica de Ajuste “em Degrau” com Inferências Nebulosas, para o PCV (AGN-CV).....	101
7.4.2.	Experimentação da Técnica de Ajuste “em Degrau” com Inferências Nebulosas, para o PMF (AGN-MF)	106
7.5.	Discussão Sobre a Resposta do Sistema a Transições Abruptas e Transições Graduais de Pm e Pc.....	111
7.6.	Considerações Finais do Capítulo	113
8.	Considerações Finais.....	115
8.1.	Cumprimento dos Objetivos Propostos.....	117
8.2.	Contribuições do Trabalho.....	119
8.3.	Trabalhos Futuros	120
	Referências	122

1.Introdução

A Inteligência Artificial (ou IA) é um ramo da ciência, que tem demonstrado forte expansão nos últimos anos. Segundo [Rezende – 2003], a IA procura capacitar a realização, por computadores, de funções comumente desempenhadas por seres humanos, utilizando-se conhecimento e raciocínio.

As técnicas pertencentes à IA podem ser empregadas na solução de problemas não-ideais, que normalmente possuem algumas das seguintes características: são tipicamente mal-definidos, difíceis de serem modelados, e/ou possuem grandes espaços de soluções (o que pode tornar muito difícil a solução através de modelagem matemática tradicional). Segundo [Konar – 2000], diversas são as áreas de aplicação de IA, das quais alguns exemplos são: sistemas especialistas; visão computacional e reconhecimento de imagens; planejamento de navegação para robôs; entendimento de linguagem natural e fala; controle inteligente; entre outras.

A Inteligência Computacional (ou IC) pode ser considerada um sucessor da Inteligência Artificial. Este ramo da ciência, segundo [Fogel, Fukuda, Guan – 1999], tem explorado o potencial de criação de máquinas inteligentes, pela modelagem de comportamentos e mecanismos inerentes aos organismos biologicamente inteligentes; em contraste com a IA tradicional, que tem explorado as possibilidades de criar programas que possam competir com seres humanos por meio de heurísticas, conhecimento encapsulado, e lógica simbólica. Em outras palavras: ao invés de focar apenas em resultados obtidos artificialmente (para que sejam semelhantes aos resultados obtidos por seres vivos), a IC também busca imitar a maneira como os seres vivos obtêm estes resultados.

Muitos dos pesquisadores compreendem a Inteligência Computacional como um campo dividido em três sub-campos [van Eck et al. – 2006]:

- Computação Nebulosa - ou “Fuzzy” (doravante referida como “CF”);
- Computação Neural (doravante referida como “CN”);
- Computação Evolutiva (doravante referida como “CE”).

Cada uma destas técnicas possui sua própria área de atuação, e suas vantagens e desvantagens para a modelagem de sistemas em busca de soluções.

A Computação Evolutiva (CE) é inspirada na Teoria da Evolução Natural e da Genética, e é mais conhecida pelas suas subáreas: Algoritmos Genéticos (AG's); Estratégias de

Evolução; e Programação Genética [Rezende – 2003]. Segundo [Eberhart, Shi – 2007], o desenvolvimento de Algoritmos Genéticos tem suas origens em trabalhos realizados em 1950 por biólogos, utilizando computadores para simular sistemas genéticos naturais. A proposta original, de Algoritmos Genéticos, da forma como são conhecidos hoje, foi realizada em [Holland – 1975].

Segundo [Eberhart, Shi – 2007], uma perspectiva de Algoritmos Genéticos (AG's) é que eles são algoritmos de busca que refletem, de maneira primitiva, alguns processos da evolução natural. AG's normalmente provêm mecanismos de busca muito efetivos, que podem ser utilizados em aplicações de otimização ou classificação.

A escolha da configuração de diversos parâmetros de AG's, como a taxa de mutação (P_m) e a taxa de cruzamento (P_c) é normalmente deixada para o usuário do AG [Lee, Takagi – 1993]. Porém, muitos obstáculos podem surgir durante a utilização de AG's, como por exemplo: lentidão do processo de busca; e convergência prematura do AG (para um determinado ponto do espaço de busca, cuja aptidão não atenda à aptidão desejada), e as principais causas para estes problemas são, primariamente: a escolha inapropriada dos valores dos parâmetros do AG, e/ou a utilização destes parâmetros de forma fixa (como ocorre num AG "clássico") [Xu, Vukovich – 1993]. Realmente, um usuário de um AG, para um determinado problema, deverá enfrentar uma difícil escolha, para o ajuste dos valores dos parâmetros do AG, e o fato de estes parâmetros permanecerem fixos durante a execução de AG's não facilita tentativas de se evitar problemas nesta execução.

Segundo [Lee, Takagi – 1993], como a interação entre a configuração dos parâmetros de um AG com o desempenho deste AG é conhecida por ser complexo, o controle destes parâmetros, em tempo de execução do AG, é um alvo primário para a utilização de Sistemas de Inferências Nebulosos (SIN's). Diversos são os trabalhos encontrados na literatura que buscam, ao mesmo tempo, melhorar o desempenho de AG's e/ou minimizar a necessidade de supervisão, da utilização de AG's, por operadores humanos. Como alguns exemplos, podemos citar: [Lee, Takagi – 1993]; [Xu, Vukovich – 1993]; [Xu, Vukovich – 1994]; [Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi – 1994]; [Herrera, Lozano – 1996]; e [Maturana, Saubion – 2007].

1.1. Motivação e Justificativa

Recentemente vislumbrou-se a possibilidade de as três principais técnicas constituintes da IC (CE, CF e CN) possuírem determinadas relações entre si, que permitissem (e regulassem) transformações de modelos (de problemas reais), descritos em uma destas técnicas, em outros modelos (dos mesmos problemas) descritos em outra destas técnicas

[Andrade – 2002]. Caso estas relações existam e sejam encontradas, duas implicações principais poderiam ocorrer.

Figura 1.1: Ilustração conceitual do tipo de transformações entre modelos, almejada pela linha de pesquisa originada em [Andrade – 2002].

Em primeiro lugar, a modelagem de problemas pela utilização da Inteligência Computacional passaria a ter maior flexibilidade, e conseqüentemente um maior poder para tratar diferentes problemas. Em outras palavras: uma solução (para um determinado problema) poderá usufruir as vantagens da utilização de modelos descritos nas três diferentes técnicas, caso estas transformações existam e sejam empregadas convenientemente. Por exemplo: um modelo descrito pela técnica de Computação Nebulosa, que não apresentasse resultados satisfatórios para determinados casos particulares de um problema, poderia ser convertido para seu modelo equivalente em Computação Neural, o qual poderia apresentar resultados satisfatórios para estes casos particulares em questão.

Em segundo lugar, segundo [Caversan, Andrade – 2005], esta pesquisa pode abrir caminhos para a descoberta da existência de uma possível técnica fundamental da IC, da qual as técnicas CF, CN e CE poderiam ser casos particulares. Caso este último passo venha a comprovar a existência de tal técnica, essa descoberta poderia mudar a maneira atual de se trabalhar com IC, através de um modelo unificado.

Esta idéia original, surgida em [Andrade – 2002], implica em um vasto trabalho de investigação, para comprovar a existência e o funcionamento destas transformações. Entende-se que este trabalho, por ser muito extenso, deverá ser subdividido em etapas, cada uma destas compreendendo a investigação de transformações entre duas destas três

técnicas mencionadas, gerando três sub-pesquisas: a busca por relações e transformações entre CF e CN; entre CF e CE; e entre CN e CE.

Em [Caversan – 2006], foram pesquisadas relações e transformações entre modelos descritos utilizando-se Computação Nebulosa, e modelos descritos utilizando-se a Computação Neural. Este trabalho obteve regras diretas de transformação para casos específicos de modelos Neurais.

Em [Fialho – 2007], foram pesquisadas relações e transformações entre modelos descritos utilizando-se Computação Nebulosa, e modelos descritos utilizando-se a Computação Evolutiva. Este trabalho não obteve regras diretas para a transformação de modelos (devido ao fato de que estas técnicas aparentemente possuem naturezas muito diferentes), porém obteve regras para a utilização das duas técnicas em um sistema híbrido, permitindo a evolução (pela Computação Evolutiva) de um modelo descrito pela utilização de Computação Nebulosa. Sendo assim, bases de conhecimento de um Controlador Lógico Nebuloso (ou CLN) foram modeladas como indivíduos de um Algoritmo Genético (ou AG), permitindo a evolução de um CLN para a solução de um problema específico (a navegação de um robô auto-guiado em um circuito).

Outra sub-pesquisa é a busca por relações entre as técnicas CE e CN. Esta terceira pesquisa está em andamento, sob realização de um grupo do Laboratório KNOMA da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Sistemas híbridos entre diferentes técnicas de IC também são úteis para esta linha de pesquisa, por propiciar transportes e transformações pontuais de elementos entre as diferentes técnicas envolvidas, e permitir o estudo da iteração entre as mesmas. Segundo [Fialho – 2007], a cada transformação validada entre as técnicas de IC, dá-se mais um passo rumo à constatação da existência de um modelo unificado.

Este trabalho foi motivado pelo estudo de sistemas híbridos, envolvendo CE e CF, referentes à linha de pesquisa originada em [Andrade – 2002]. Segundo [Rezende – 2003], um dos principais objetivos da IA é a integração de diferentes técnicas para formar sistemas mais robustos, os chamados Sistemas Inteligentes Híbridos. Segundo [Fogel, Fukuda, Guan – 1999], cada uma das diferentes técnicas de IC oferece meios úteis e particulares para a solução de problemas, e existe uma importante sinergia potencial que pode ser aproveitada pela combinação de diferentes elementos da IC.

Apesar do fato de o trabalho desta dissertação não lidar com esta busca de maneira direta (pois busca a criação de um sistema híbrido - no qual cada técnica desempenha um papel diferente), espera-se que os resultados obtidos sejam úteis para a compreensão da interação entre CF e CE, bem como para a compreensão da natureza de cada técnica. Espera-se também que as conclusões deste trabalho sejam úteis para futuros trabalhos que almejem estudar relações (e transformações), entre modelos descritos com CF e modelos

descritos com CE. Ainda segundo [Rezende – 2003], sistemas híbridos podem auxiliar a descoberta de novas funcionalidades das técnicas envolvidas, e o entendimento de como diferentes técnicas podem se relacionar.

Em [Fialho – 2007], estudou-se sistemas híbridos nos quais havia a CF sendo ajustada pela CE. No trabalho desta dissertação, são propostos sistemas híbridos nos quais ocorre a CE sendo controlada pela CF.

1.2. Objetivos

Este trabalho tem por objetivo propor sistemas híbridos, nos quais Algoritmos Genéticos terão alguns de seus parâmetros passíveis de alteração (em tempo de execução), por Sistemas de Inferências Nebulosos. Desta forma, pretende-se utilizar as capacidades de classificação e controle de um Sistema de Inferências Nebuloso (SIN) para regular o a operação de um AG.

Alguns parâmetros passíveis de alteração podem ser, por exemplo, a probabilidade (também denominada “taxa”) de mutação (doravante referida como “Pm”), a probabilidade (também denominada “taxa”) de cruzamento (doravante referida como “Pc”), o tamanho da população de indivíduos (doravante referida como “Pop”), etc. Em [Xu, Vukovich – 1994], são ajustadas a taxa de mutação e a taxa de cruzamento do AG. Em [Lee, Takagi – 1993], o tamanho da população também é ajustado.

Espera-se que o desempenho deste tipo de AG – referido como Algoritmo Genético “Adaptativo” em [Herrera, Lozano – 1996] (devido à possibilidade de adaptação de seus parâmetros em tempo de execução) - seja superior ao desempenho de um Algoritmo Genético “clássico” - ou seja, cujos parâmetros não sofrem alterações desde o início da execução do algoritmo até o seu encerramento.

Com a finalidade de simplificar a notação dos sistemas desenvolvidos e analisados no presente trabalho, este tipo de sistemas híbridos, nos quais AG's utilizam SIN's para ajustar, em tempo de execução, alguns de seus parâmetros, será doravante referido como “Algoritmo Genético Nebuloso”, e abreviado como “AGN”. Algoritmos Genéticos “clássicos”, que mantêm os valores de seus parâmetros durante toda a execução do algoritmo serão referidos apenas como “AG”.

É interessante notar que os trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] utilizam, como parâmetros de entrada para o SIN, medidas consideravelmente simples do AG (apenas o tamanho da população, o qual é fixo durante o experimento; e o número de gerações do AG realizadas até o momento da medição). Em [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002], este tipo de controle

de parâmetros, que não realiza medidas diretas da população de indivíduos do AG, e utiliza comportamentos determinísticos para os parâmetros ajustados em função do número de iterações do AG (também denominado o número de “gerações”), é classificado como “Controle Dinâmico de Parâmetros” (“Dynamic Parameter Control”) em [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]. É importante notar que estas medidas (o número de gerações e o tamanho da população) não incluem nenhuma informação a respeito da população de indivíduos do AG (como sua diversidade, sua aptidão média etc). Apesar da simplicidade (e conseqüente facilidade de obtenção) destas medidas, os trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] afirmam que o resultado final obtido pelo sistema híbrido realiza buscas de maneira mais rápida e eficiente que AG’s “clássicos”. Em outras palavras, obtêm soluções de maior aptidão em relação ao problema selecionado, e em um menor número de iterações.

Estes ótimos resultados, obtidos a partir de medidas relativamente simples, motivaram este trabalho, qual seja o de construir e analisar sistemas híbridos, utilizando Sistemas de Inferência Nebulosos (SIN), para regular em tempo de execução os parâmetros P_m e P_c de AG’s, a partir destas mesmas medidas (o número de gerações e o tamanho da população), ou seja, utilizando Controle Dinâmico de Parâmetros.

Figura 1.2: Ilustração conceitual do tipo de sistema híbrido almejado neste trabalho.

1.3. Metodologia

Este trabalho foi realizado utilizando-se simulações em ambiente computacional. Uma ferramenta de software foi desenvolvida para a simulação de Algoritmos Genéticos (tanto “clássicos” como também AG’s híbridos, com ajuste de parâmetros em tempo de execução, por Sistemas de Inferência Nebulosos), utilizando a linguagem de programação C (escolhida por ser uma linguagem poderosa e simples), em ambiente Windows.

O software também permitirá ao usuário simular um AG nas mesmas condições. Os resultados das simulações em ambos os casos poderão ser comparados, no que diz respeito ao número de iterações que o algoritmo em questão levou para encontrar o valor ótimo global no espaço de busca. Este sistema será simulado para a solução de problemas tipicamente modelados utilizando-se CE, como o “Problema de Minimização de Funções” (doravante referido como “PMF”), e o “Problema do Caixeiro Viajante” (doravante referido como “PCV”). O PCV é um problema conveniente para o estudo de AG’s, por ser um problema “Não Polinomial” (doravante referido por “NP”). Além disso, ambos os problemas possuem funções de aptidão que podem ser facilmente calculadas, o que os torna ainda mais adequados para a aplicação de AG’s.

Segundo [Crawford – 1992], problemas NP são problemas que não possuem soluções determinísticas que possam ser obtidas computacionalmente em tempo polinomial. Ainda segundo [Crawford – 1992], problemas de classe NP são difíceis (se não impossíveis) de serem resolvidos em “prazos realistas”, devido à elevada ordem que possuem (como por exemplo: $O(2^n)$ ou $O(n!)$). Diversos métodos de aproximação têm sido desenvolvidos para lidar com esta classe de problemas, sem a promessa de soluções ótimas. Os AG’s são um excelente método de aproximação para lidar com problemas NP.

Desta forma, para se atingir os objetivos apresentados por meio da metodologia proposta, entende-se que os seguintes passos intermediários deverão ser tratados:

- Investigação de trabalhos que utilizem SIN’s para ajustar, em tempo de execução, parâmetros de AG’s, e como isso pode ser realizado de forma a melhorar critérios pré-definidos de desempenho.
- Investigação de técnicas e regras para se utilizar o Controle Dinâmico de Parâmetros em AG’s (conforme definidos em [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]), e investigar a viabilidade de sua aplicação para os problemas selecionados.
- Utilização de comportamentos determinísticos para Pm e Pc, em função do tamanho da população e do número de gerações, nos moldes dos comportamentos exemplificados em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994].

- Propor e analisar a utilização destes comportamentos em sistemas híbridos, utilizando SIN's para regular, em tempo de execução, os parâmetros P_m e P_c de AG's.
- Implementar Algoritmos Genéticos em uma ferramenta computacional, e que seja de estrutura modular, que permita sua alteração, para a utilização de diferentes operadores de seleção, de cruzamento, e de mutação, bem como sua utilização para diferentes problemas e representações de indivíduos, e que seja utilizada para a solução de, pelo menos, dois problemas distintos.
- Implementar também AG's com parâmetros ajustáveis, de estrutura suficientemente modular para permitir que este ajuste possa ser feito por SIN's, ou outros tipos de ajustes, como por exemplo por funções, ou substituições determinísticas de valores em condições específicas.
- Implementar, também em ferramenta computacional, AG's que utilizem as estruturas do item anterior para a realização de ajustes de parâmetros através de SIN's.
- Fornecer subsídios para futuros trabalhos de investigação de um modelo unificado de IC, pela implementação de um sistema híbrido (utilizando em conjunto AG's e SIN's), por permitir a observação dos limites das áreas de atuação de cada técnica, e como estas interagem entre si.

1.4. Estrutura do Trabalho

O próximo capítulo apresenta fundamentos teóricos importantes referentes à Computação Nebulosa ou “Fuzzy” (CF), e à Computação Evolutiva (CE).

O terceiro capítulo do presente trabalho apresenta o estudo de diversos trabalhos da literatura relacionados ao tema, que utilizam Sistemas Nebulosos para ajustar parâmetros de Algoritmos Genéticos, em tempo de execução. Estes trabalhos são analisados sob diversos pontos de vista, como por exemplo: medidas de desempenho utilizadas para comparar os Sistemas Híbridos com AG's “clássicos” (ou seja, AG's que mantêm fixos os valores de seus parâmetros em tempo de execução); o problema tratado pelos algoritmos; as entradas e saídas dos Sistemas Nebulosos utilizados etc.

O quarto capítulo apresenta as ferramentas computacionais desenvolvidas, para a execução dos experimentos do presente trabalho, bem como as instâncias dos problemas utilizados.

O quinto capítulo apresenta os experimentos iniciais realizados, com a ferramenta computacional desenvolvida, para ajustar parâmetros de AG's, em tempo de execução, utilizando “Controle Dinâmico de Parâmetros” (“Dynamic Parameter Control” – [Bäck – 1998

apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]) com inferências nebulosas, e cujas conclusões foram utilizadas para nortear futuros experimentos.

O sexto capítulo apresenta diversos experimentos realizados, para se compreender o funcionamento dos AG's "clássicos" implementados para resolver as instâncias já especificadas dos problemas: de "Minimização de Funções" (PMF); e do "Caixeiro Viajante" (PCV). Estes experimentos geraram extensas tabelas, demonstrando o comportamento dos AG's em questão para diferentes valores dos parâmetros "probabilidade (ou taxa) de mutação" (P_m); "probabilidade (ou taxa) de cruzamento" (P_c); e "tamanho da população" de indivíduos do AG (Pop). A análise destes dados foi crucial para o desenvolvimento do trabalho.

O sétimo capítulo apresenta uma proposta do ajuste dos parâmetros P_m e P_c , pela utilização de "Controle Dinâmico de Parâmetros" ("Dynamic Parameter Control" – [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]), em função dos valores de N_g e Pop . Esta proposta consiste na substituição abrupta de valores de P_m e P_c , e foi denominada, no presente trabalho, como "Ajuste em Degrau". Em seguida, Sistemas de Inferências Nebulosos são utilizados para implementar este tipo de ajuste. Os resultados de cada uma das diferentes abordagens ("Ajuste em Degrau"; e Ajuste com Sistemas de Inferências Nebulosos) são comparados e discutidos.

Finalmente, o oitavo capítulo apresenta as considerações finais do presente trabalho, relacionando as contribuições obtidas a partir do mesmo, e também apresenta possíveis trabalhos futuros (que possam dar continuidade ao trabalho aqui realizado).

2. Inteligência Computacional (IC)

A definição de ramos da ciência como “Inteligência Artificial” (doravante referida como “IA”) e “Inteligência Computacional” (doravante referida como “IC”) não é trivial, fato que se deve em grande parte à própria dificuldade de se definir o termo “inteligência”. Em outras palavras: que características um sistema computacional deve possuir para que possa ser considerado inteligente, e o que o difere de um sistema “não inteligente”? Segundo [Wilson, Keil – 1999], “inteligência” pode ser definida como a habilidade de se adaptar a; modelar; e escolher ambientes, embora no decorrer dos anos muitas definições de inteligência têm sido oferecidas.

Segundo [Jordan, Russell – 1999], existem duas visões complementares de IA: (1) como disciplina de engenharia, cujo objetivo é o de construir “máquinas inteligentes”; e (2) como uma ciência empírica, cujo objetivo é realizar a modelagem computacional da inteligência humana. Ainda segundo [Jordan, Russell – 1999], nos primórdios da IA, estas duas visões eram raramente separadas, mas com o passar dos anos ocorreu uma divisão substancial, com a primeira visão dominando o que se denomina “IA moderna”, e a segunda caracterizando em grande parte a “ciência cognitiva moderna”.

Segundo [Fogel, Fukuda, Guan – 1999], quando observados sob uma perspectiva menos antropocêntrica, seres humanos; chimpanzés; golfinhos; e até mesmo grupos sociais como formigas e abelhas; cada um constitui exemplos de sistemas inteligentes criados pelo processo natural de evolução, um processo estocástico que tem gerado organismos de intelecto crescente com o tempo. Ao invés de se procurar melhorar soluções por, por exemplo, métodos heurísticos mais rápidos para árvores de seleção, é de interesse examinar os prospectos de geração de máquinas inteligentes, pela modelagem dos processos computacionais da natureza, um paradigma hoje encapsulado como “Inteligência Computacional”. Sendo assim, pode-se concluir que a IC possui um menor apoio em métodos estatísticos, que a IA tradicional, e busca não somente imitar o comportamento dos seres vivos ditos “inteligentes”, mas também busca fazê-lo imitando os processos internos destes seres, os quais produzem seu comportamento.

2.1. Computação Nebulosa

A Teoria de Conjuntos Nebulosos foi lançada em 1965, com a publicação de [Zadeh – 1965], baseada na Teoria de Conjuntos Clássicos, e como uma extensão da mesma. Esta teoria surgiu com o objetivo de viabilizar a modelagem de sistemas vagos e mal-definidos, dos quais não se possui muitas informações precisas. Este tipo de modelagem é obtido tentando-se imitar o raciocínio humano, muitas vezes aproximado e sem precisão numérica, e capaz de lidar facilmente com diversos problemas vagos e mal definidos em seu dia-a-dia. Segundo [Zadeh – 1965], “classes” de definição imprecisa (como por exemplo: “pessoas altas”; ou “números muito maiores que 1”) possuem um papel importante no raciocínio humano, particularmente nos domínios de: reconhecimento de padrões; comunicação de informações; e abstrações.

Na Teoria Clássica de Conjuntos, um *Universo* possui elementos e conjuntos, e cada elemento do universo possui apenas dois tipos de pertinência a um conjunto qualquer: ou o elemento *pertence* ao conjunto, ou *não pertence* ao mesmo. Podemos codificar numericamente estes dois tipos de pertinência, associando, a cada elemento do universo, uma função que representa a pertinência do elemento a cada conjunto (do próprio universo) – denominada *função de pertinência*. Esta função assume o valor 1 quando o elemento pertence ao conjunto, e 0 quando o elemento não pertence.

Segundo [Zadeh – 1965], a pertinência de um elemento x de um espaço de pontos (ou objetos) X a um conjunto nebuloso A é um valor numérico pertencente a um intervalo de números reais $[0, 1]$. Desta forma, a pertinência de um elemento a um conjunto nebuloso também pode assumir valores *entre 0 e 1* (além dos próprios valores 0 e 1). Desta forma, surgem situações em que um determinado elemento pertence a um conjunto com, por exemplo, um grau de pertinência de 0,8, e pertence a outro conjunto com, por exemplo, um grau de pertinência de 0,2.

2.1.1. Operações Entre Conjuntos

Neste novo cenário, as operações entre conjuntos, definidas pela Teoria Clássica de Conjuntos, como “união”, “intersecção” e “complemento”, também precisam ser redefinidas para obterem conformidade com esta extensão. Por exemplo: se um elemento a pertence a um conjunto A com grau 0,7 de pertinência, e a um conjunto B com grau 0,5 de pertinência, então qual será a pertinência de a ao conjunto $A \cup B$? Além disso, as extensões dos conceitos originais das operações entre conjuntos (da Teoria Clássica) devem ser reduzidas

às próprias operações originais, quando os graus de pertinência dos elementos envolvidos forem apenas 0 e 1.

2.1.1.1. Conceito de “Disjunção” (ou “União”)

Existem diversas operações que atendem às necessidades descritas acima. Para o operador de “união”, utilizam-se operadores denominados “Conorma Triangular”: funções da forma $f:[0,1][0,1] \rightarrow [0,1]$ (que terão como seus argumentos a pertinência do elemento em questão a cada conjunto, e como saída a pertinência do elemento à união dos conjuntos), que atendem aos seguintes axiomas [Shaw, Simões – 1999]:

- Condições de Contorno:
 - $f(0,0) = 0$
 - $f(0,1) = f(1,0) = f(1,1) = 1$
- Comutatividade:
 - $f(a,b) = f(b,a)$
- Monotonicidade:
 - Se “ $a' \geq a$ ” e “ $b' \geq b$ ”, então “ $f(a',b') \geq f(a,b)$ ”
- Associatividade.
 - $f(f(a,b),c) = f(a,f(b,c))$
- “ f ” é uma função contínua.

Alguns exemplos de funções que atendem a estes axiomas são [Shaw, Simões – 1999]: união (ou “máximo”), soma algébrica, soma limitada, soma logarítmica, soma drástica e soma disjunta. Exemplos:

- União: $f(a,b) = \max(a,b)$
- Soma Algébrica: $f(a,b) = a + b - a \cdot b$

2.1.1.2. Conceito de “Conjunção” (ou “Intersecção”)

Para o operador de “intersecção”, utilizam-se operadores de “Norma triangular”: funções da forma $f:[0,1][0,1] \rightarrow [0,1]$ (que obviamente terão como seus argumentos a pertinência do elemento em questão a cada conjunto, e como saída a pertinência do elemento à união dos conjuntos), que atendem aos seguintes axiomas [Shaw, Simões – 1999]:

- Condições de Contorno:

- $f(1,1) = 1$
- $f(0,1) = f(1,0) = f(0,0) = 0$
- Comutatividade:
 - $f(a,b) = f(b,a)$
- Monotonicidade:
 - Se " $a' \geq a$ " e " $b' \geq b$ ", então " $f(a',b') \geq f(a,b)$ "
- Associatividade:
 - $f(f(a,b),c) = f(a,f(b,c))$
- " f " é uma função contínua.

Alguns exemplos de funções que atendem a estes axiomas são [Shaw, Simões – 1999]: intersecção (ou "mínimo"), produto algébrico, produto limitado, produto logarítmico e produto drástico. Exemplos:

- Intersecção: $f(a,b) = \min(a,b)$
- Produto Algébrico: $f(a,b) = a \cdot b$

2.1.1.3. Números Nebulosos e Variáveis Lingüísticas

Segundo [Rezende – 2003], quando um ser humano está resolvendo um problema complexo, ele primeiro tenta estruturar o conhecimento sobre este problema em conceitos gerais e, depois observa as relações essenciais entre esses conceitos. Essa perspectiva geralmente não permite a definição precisa de uma solução, em termos de números exatos, por exemplo, mas conduz a uma classificação ou agregação qualitativa em categorias gerais ou conjuntos de possíveis soluções. A capacidade de classificar, de modo impreciso, as variáveis de um problema, em termos de conceitos qualitativos em vez de quantitativos, traduz a idéia de uma variável lingüística. O processo nebuloso de representação de conhecimento depende fundamentalmente deste conceito. Para se definir Variáveis Lingüísticas, inicialmente é necessário definir Números Nebulosos:

Segundo [Lee – 1990], um número nebuloso ("fuzzy number") em um universo contínuo " U " (por exemplo: uma linha real), é um conjunto nebuloso " F " em " U ", o qual é "normal" e "convexo", ou seja:

- "normal": $\max_{u \in U} \mu_F(u) = 1$; onde $\mu_F(u)$ representa a função de pertinência do elemento " u " ao conjunto nebuloso " F ";

- “convexo”: $\mu_F(\lambda u_1 + (1 - \lambda)u_2) \geq \min(\mu_F(u_1), \mu_F(u_2))$; onde $\mu_F(u)$ representa a função de pertinência do elemento “u” ao conjunto nebuloso “F”; $u_1, u_2 \in U$; $\lambda \in [0, 1]$.

Funções de pertinência não-convexas não possibilitam unicidade na avaliação numérica do valor no eixo horizontal [Shaw, Simões – 1999].

Segundo [Lee – 1990], uma variável lingüística (“linguistic variable”) é caracterizada por uma quintupla $(x, T(x), U, G, M)$, onde:

- x é o nome de uma variável;
- $T(x)$ é o conjunto de nomes de valores lingüísticos de x, com cada valor sendo um número nebuloso (ou fuzzy) definido em U;
- U é o universo de discurso;
- G é uma regra sintática para gerar os nomes dos valores de x;
- M é uma regra semântica para associar para cada valor o seu significado.

2.1.1.4. Inferência Nebulosa

A Computação Nebulosa possui grande aplicação no controle de processos, devido ao fato de que o mecanismo de inferência se assemelha muito ao raciocínio de um operador humano. Segundo [Shaw, Simões – 1999], o sucesso mundialmente reconhecido, de sistemas de modelagem e controle baseados em lógica nebulosa, em aplicações industriais, tem comprovado sua utilização como mais uma ferramenta para as disciplinas de engenharia de controle industrial, manufatura, comunicação homem-máquina e em sistemas de tomada de decisão.

É possível que o mecanismo de inferência implemente regras imprecisas e vagas, como por exemplo: “se a temperatura do material no tanque for muito alta vire um pouco a válvula para a direita”, a qual não envolve precisão numérica.

Para se realizar um mecanismo de inferência nebulosa, é necessário transformar as variáveis de entrada do domínio categórico (ou “crisp”) para o domínio nebuloso (ou “fuzzy”). Em outras palavras, no exemplo acima, quando se tem uma leitura de um valor de temperatura (por exemplo: “40 graus Celsius”), é necessário transportá-lo para o domínio nebuloso, no qual ele assumirá um valor de pertinência a conjuntos nebulosos (por exemplo: “temperatura muito alta”). Com base neste valor, o sistema realizará a inferência, ditando a saída do controlador, ou seja, qual deve ser o movimento da válvula, tipicamente ainda no domínio nebuloso (por exemplo: “a válvula deve ser girada um pouco para a direita, com 0,6

de confiança”). Este resultado será finalmente convertido novamente para o domínio categórico, que será a saída do controlador (por exemplo: “girar a válvula 35 graus para a direita”).

2.2. Computação Evolutiva

A computação evolutiva surgiu inspirada na Teoria da Evolução das Espécies, de Charles Darwin. Na natureza, um mecanismo de seleção de indivíduos faz com que sobrevivam apenas os seres vivos melhor adaptados ao meio ambiente (ou em outras palavras: “apenas os mais fortes sobrevivem”). Desta forma, o próprio meio ambiente seleciona apenas os indivíduos considerados “mais aptos”, ou “mais adequados para sobreviverem neste meio ambiente”, para permanecerem no próprio meio ambiente, enquanto que os indivíduos com menor aptidão são descartados.

Entre os indivíduos sobreviventes, ocorrem cruzamentos e mutações, que podem gerar novos indivíduos ainda mais aptos (ou menos aptos). Sobre a nova população, novas seleções acontecem, e pela repetição deste processo, obtém-se a evolução dos indivíduos. Em outras palavras: a população passa a ter um aumento gradual em sua aptidão ao meio-ambiente.

A partir da compreensão deste fenômeno natural de evolução, surgiu a idéia de adaptá-lo para se obter a evolução de soluções de problemas computacionais.

Na computação evolutiva, um problema a ser resolvido corresponde ao meio ambiente, e a população de indivíduos é, na realidade, uma população de soluções (candidatas à solução final do problema em questão). Cada indivíduo (ou “solução-candidata”) é avaliado segundo sua aptidão para resolver o problema, e apenas os mais aptos são selecionados. Dentre estes, ocorrem fenômenos de cruzamento (nos quais as soluções “filhas” herdaram atributos das soluções “pais”), e de mutação (nos quais as soluções têm algumas de suas características modificadas). Nesta nova população, ocorre uma nova seleção, e este procedimento vai se repetindo para se obter a evolução das soluções (até que se atinja um grau de aptidão desejado para a solução final).

Existem diversas abordagens para sistemas baseados na evolução natural. Entre elas, segundo [Back – 1996 apud Rezende – 2003], podemos destacar:

- Estratégias Evolutivas;
- Algoritmos Genéticos (AG's); e
- Programação Genética (PG)

Segundo [Fialho – 2007], apesar de estas se tratarem de técnicas criadas por autores diferentes, em momentos diferentes e com focos diferentes, todas têm uma estrutura básica

em comum: realizam fenômenos de reprodução, impõem variações aleatórias, promovem a competição e executam fenômenos de seleção de indivíduos de uma dada população.

As principais diferenças entre uma abordagem e outra são o modo como um indivíduo pode ser codificado juntamente com seus atributos (ou genes), quais operadores atuam entre os indivíduos (em algumas abordagens o cruzamento não é utilizado), e como estes operadores funcionam. Para este trabalho foi escolhida a abordagem dos Algoritmos Genéticos (doravante referida como “AG”).

2.2.1. Algoritmos Genéticos

Nos AG's estão presentes tanto operações de mutação como de cruzamento. A codificação dos indivíduos em genes tanto pode ser “binária” (cada indivíduo é codificado em um vetor de bits, que assumem apenas valores “0” ou “1”), ou “por valores” (cada indivíduo é codificado como um vetor de números reais).

A codificação binária possui fácil utilização, manipulação e análise, mas pode não ser adequada para se modelar indivíduos que possuam variáveis de valores contínuos. A codificação por valores não possui essa desvantagem, mas infelizmente, na maioria das vezes, torna-se necessário o desenvolvimento de operadores de mutação e cruzamento específicos para o problema [Fialho – 2007].

Como operadores de cruzamento, pode-se utilizar diversos operadores diferentes (dependendo da codificação utilizada). Os mais comuns em AG's são, segundo [Obitko, Slavík – 1999]:

- Ponto de Cruzamento Único;
- Dois Pontos de Cruzamento;
- Uniforme;
- Aritmético.

No operador “Ponto de Cruzamento Único”, uma posição dos indivíduos é aleatoriamente selecionada, e o filho é formado copiando os genes do primeiro pai, do início até o ponto de cruzamento; e do outro pai, do ponto de cruzamento até o fim. Ex: 1100.10 X 0101.01 = 110001.

Os operadores de mutação também dependem muito da codificação utilizada. Os mais comumente utilizados em AG's são:

- Troca de Valores;
- Aritmética;
- Troca de Posições.

No operador de mutação por “Troca de Valores”, uma ou mais posições do indivíduo são escolhidas aleatoriamente, e os seus valores são trocados por outros valores pertencentes ao universo de discurso do problema. Por exemplo:

Seja o universo “U” dado por: $U = \{x \in N\}$, e um indivíduo “i” dado pelo seguinte vetor: $i = \langle 1, (2), 3, 4, 5, 6 \rangle$, (onde o número entre parênteses representa a posição selecionada para a mutação), então após a mutação, o novo indivíduo “i” será dado, por exemplo, por: $i' = \langle 1, (27), 3, 4, 5, 6 \rangle$ (exemplo retirado de [Fialho – 2007]).

2.3. Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou, brevemente, os principais fundamentos teóricos envolvidos nos sistemas híbridos (que utilizam Sistemas de Inferências Nebulosos para ajustar, em tempo de execução, parâmetros de Algoritmos Genéticos) os quais constituem o principal escopo deste trabalho.

No próximo capítulo, diversos trabalhos que implementaram este tipo de sistemas híbridos são analisados e discutidos.

3.Trabalhos da Literatura Científica Relacionados ao Tema

Diversos estudos já foram realizados na literatura científica visando à construção de sistemas híbridos, envolvendo um sistema de inferências nebuloso para controlar parâmetros de algoritmos genéticos, em tempo de execução. Este capítulo tem por objetivo apresentar e discutir quatro destes trabalhos: “Dynamic Parametric GAs” [Lee, Takagi – 1993]; “Fuzzy GAs” [Xu, Vukovich – 1993] / “Fuzzy EAs” [Xu, Vukovich – 1994]; “Fuzzy Government”: [Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi – 1994], e “Adaptive GAs Based on Fuzzy Logic Controllers” [Herrera, Lozano – 1996].

3.1. “Dynamic Parametric GAs” [Lee, Takagi – 1993]

Neste trabalho, o sistema híbrido criado foi denominado “Dynamic Parametric Genetic Algorithm” (doravante referido como “DPGA”). Segundo este trabalho, as entradas do sistema de controle nebuloso podem ser qualquer combinação de “medidas de desempenho do AG”; e “parâmetros atuais de controle do AG”; e as saídas podem ser novos valores de quaisquer “parâmetros de controle do AG” (que substituirão os valores dos parâmetros atuais de controle).

Um DPGA foi implementado, e utilizado para resolver um problema clássico de controle não-linear, o “problema de controle de um pêndulo invertido”.

Para a obtenção da base de regras do sistema de controle nebuloso, os autores utilizaram uma técnica automática, na qual um segundo algoritmo genético evoluía a própria base de regras do sistema de controle nebuloso, o qual ajustava dinamicamente os parâmetros do primeiro AG. Detalhes específicos a respeito desta técnica utilizada para projetar a base de regras do sistema de controle nebuloso fogem do escopo do trabalho desta dissertação. A base de regras obtida através deste experimento possuía em torno de 16 a 18 regras (envolvendo as três variáveis de entrada) para cada uma das três saídas do controlador.

Os resultados obtidos pelo DPGA demonstraram melhor desempenho que os de um AG “clássico” para o mesmo problema. O critério utilizado para comparar os desempenhos dos

sistemas foi a comparação de duas medidas de desempenho de Algoritmos Genéticos, definidas em [DeJong – 1975 apud Lee, Takagi – 1993]: “online performance” e “offline performance”. Segundo [Lee, Takagi – 1993], a primeira tem por finalidade medir o desempenho que o algoritmo apresenta durante sua execução; e a segunda, medir a convergência do algoritmo. Estas medidas são calculadas da seguinte forma:

- Desempenho “Online” (“Online Performance”)

$$x_{online}(s) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f_e(t)$$

- Desempenho “Offline” (“Offline Performance”)

$$x_{offline}(s) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f_e^*(t)$$

- Legenda:
 - s é a estratégia de busca
 - e é o ambiente
 - $f_e(t)$ é o valor da função (a ser otimizada pelo AG) no instante t
 - $f_e^*(t)$ é o melhor valor da função obtido até o instante t

3.2. “Fuzzy GAs” [Xu, Vukovich – 1993]/“Fuzzy EAs” [Xu, Vukovich – 1994]

Estes trabalhos buscam a solução para dois problemas, considerados muito comuns em AG’s: a baixa velocidade de busca por soluções; e a convergência prematura do algoritmo. Os sistemas híbridos criados nestes trabalhos receberam os nomes de “Fuzzy Genetic Algorithm” (doravante referido como “FGA”) em [Xu, Vukovich – 1993]; e “Fuzzy Evolutionary Algorithm” (doravante referido como “FEA”) em [Xu, Vukovich – 1994]. Nesta abordagem, a utilização de um sistema de controle nebuloso visa auxiliar não somente o controle dinâmico dos parâmetros do AG durante sua execução, mas também a seleção dos valores iniciais destes parâmetros.

Em [Xu, Vukovich – 1993], um FGA foi implementado para resolver o problema do caixeiro viajante (em simulações computacionais, utilizando linguagem de programação C++

- uma linguagem orientada a objetos - em ambiente Windows). O FGA demonstrou desempenho superior ao de um AG “clássico” para os experimentos conduzidos, em velocidade de convergência do algoritmo, segundo diversas tabelas de resultados demonstradas no trabalho. O trabalho também menciona que o FGA possui maior desempenho quanto à qualidade da solução final obtida.

Em [Xu, Vukovich – 1994], um trabalho semelhante foi realizado, implementando um sistema híbrido para resolver um problema de movimentação de um braço mecânico de um robô. Neste trabalho, o sistema híbrido recebeu o nome de “Fuzzy Evolutionary Algorithm” (doravante referido como “FEA”), mas apesar do nome diferente, o sistema híbrido em questão utilizava também um AG (com parâmetros ajustados por CLN’s). O braço mecânico possuía 7 graus de liberdade, e teve apenas 3 juntas sujeitas a variações durante o experimento (cujo objetivo era seguir de um ponto a outro em linha reta). Para se modelar o problema utilizando AG’s, os genes representavam os estados dos ângulos das juntas, em cada ponto de amostragem do movimento (35 pontos no total, uma amostragem a cada 0,6 s). Assim como em [Xu, Vukovich – 1993], os experimentos foram realizados em simulações computacionais, (utilizando linguagem de programação C++ - linguagem orientada a objetos - em ambiente Windows).

O FEA demonstrou desempenho superior ao de três AG’s “convencionais” para os experimentos conduzidos, pois seus resultados apresentaram menor diferença (ou “erro”) em relação ao percurso desejado (ou “ideal”) do braço mecânico (percurso em linha reta). Além disso, o trabalho também informa que o FEA convergiu mais rapidamente para a solução, que os AG’s “simples”. Estes três AG’s possuíam taxas de cruzamento e taxas de mutação fixas, ligeiramente diferentes entre si, e tomadas dentro de um intervalo de valores considerado “recomendável” para o problema - segundo diretrizes fornecidas em [MicroGA – 1992 apud Xu, Vukovich – 1993].

Em ambos os trabalhos, as variáveis de entrada dos CLN’s eram:

- o “tamanho da população”; e
- o “número de gerações” realizadas até o momento.

As variáveis de saída dos CLN’s eram:

- a “taxa de cruzamento”; e
- a “taxa de mutação” do AG.

Segundo [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994], os experimentos computacionais realizados mostraram que os FGA’s (ou FEA’s) implementados realizaram buscas por soluções de maneira mais rápida e eficiente que os AG’s “convencionais” (ou seja, com parâmetros fixos durante a execução do algoritmo).

3.3. “Fuzzy Government” [Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi – 1994]

Este trabalho afirma que o uso de Algoritmos Evolutivos necessita normalmente de supervisão humana, em especial para:

- detectar a emergência de uma solução;
- ajustar os parâmetros de controle do algoritmo; e
- monitorar o andamento da execução do algoritmo.

A proposta deste trabalho é que o uso de um controlador nebuloso possa realizar estas tarefas, buscando reduzir ou até eliminar a necessidade da intervenção humana para a execução do algoritmo. Este trabalho denomina como “Fuzzy Government” o uso de um controlador nebuloso para regular, em tempo de execução, os parâmetros de um Algoritmo Evolutivo. Diferentemente dos outros trabalhos aqui citados, este trabalho não utilizou AG’s, mas sim “Programação Evolutiva”, na qual os indivíduos são modelados como árvores. Esta abordagem se provou útil para o problema modelado, de “Inferência Simbólica de Fórmulas”, pois cada solução-candidata (ou indivíduo) deste problema é uma fórmula algébrica, para qual a representação em árvores pode ser muito conveniente. Embora a utilização de Programação Genética esteja fora do escopo do trabalho desta dissertação, a análise de (Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi - 1994) pode ser produtiva para a implementação de um sistema híbrido com AG’s.

Diversos CLN’s foram implementados neste trabalho, para:

- regular o comprimento máximo permitido para os genótipos;
- regular a probabilidade de mutação;
- ajustar o intervalo de avaliação de fórmulas (para evitar a ocorrência de problemas do tipo “overflow” ou “underflow”);
- detectar a emergência de uma solução e parar o algoritmo quando uma solução ótima global for evidenciada.

O experimento foi conduzido em simulações computacionais, em um supercomputador CM-200 [CM – 1992 apud Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi – 1994]. Nove instâncias diferentes do problema foram simuladas, sendo que para cada uma foram realizadas duas simulações, uma utilizando o algoritmo com “Fuzzy Government” (sem supervisão humana), e outra utilizando o algoritmo sem “Fuzzy Government”, e com supervisão humana. O trabalho afirma que os resultados obtidos pelo sistema híbrido (sem supervisão humana) e os obtidos pelo algoritmo sem “Fuzzy Government” (com supervisão humana) foram quase indistinguíveis. O número médio de gerações necessárias de ambos os algoritmos, para se chegar à solução, foi muito próximo.

3.4. “Adaptive GAs Based on Fuzzy Logic Controllers” [Herrera, Lozano – 1996]

Este trabalho buscou, essencialmente, equilibrar uma medida específica do AG, denominada a “Relação entre Aproveitamento e Exploração” ¹ (doravante referida como “EER”). Esta relação pode ser explicada de maneira informal, segundo [Herrera, Lozano – 1996], como o balanço entre “aproveitar-se do que já funciona bem (na população)” (aproveitamento), e “explorar-se novas possibilidades, que possam eventualmente evoluir em algo ainda melhor” (exploração). Segundo os autores e outras referências apontadas neste trabalho – [Li, Lucasius, Kateman – 1992 apud Herrera, Lozano – 1996]; [Mahfoud – 1995 apud Herrera, Lozano – 1996]; e [Potts, Giddens, Yadav – 1994 apud Herrera, Lozano – 1996] - o desequilíbrio desta relação pode levar ao problema da “convergência prematura” do AG. O sistema híbrido criado neste trabalho recebeu o nome de “Adaptive Genetic Algorithm Based on Fuzzy Logic Controllers” (doravante referido como “ARGAF”).

Segundo [Herrera, Lozano – 1996], as entradas do controlador nebuloso devem ser medidas robustas que descrevam: o comportamento do AG; e os efeitos de seus parâmetros atuais. Além disso, sugere-se que os parâmetros atuais de controle também sejam utilizados como entrada do algoritmo nebuloso. As saídas indicam valores de parâmetros de controle, ou mudanças nestes valores.

A seleção de variáveis de entrada e de saída do controlador nebuloso do sistema híbrido (ARGAF) foi feita, buscando equilibrar o EER. Cada um dos ARGAF's implementados utilizava dois operadores diferentes de cruzamento: um com características de “exploração”, e outro com características de “aproveitamento”. Nos ARGAF's implementados, o algoritmo nebuloso possuía duas entradas: uma “medida genotípica de diversidade” da população, e uma “medida fenotípica de diversidade” da população. Segundo [Herrera, Lozano – 1996], a primeira corresponde a uma medida da “quantidade” de diversidade da população, enquanto que a segunda corresponde a uma medida da “qualidade” desta diversidade. As saídas do controlador nebuloso foram: a pressão de seleção (“selective pressure”) a ser utilizada no mecanismo de seleção do AG; e um parâmetro que ajustava a frequência de cada um dos dois operadores de cruzamento (podendo assim controlar se o AG possuiria, em próximos passos, um comportamento mais focado em “exploração”, ou em “aproveitamento”).

Neste trabalho foram implementadas oito variações diferentes de ARGAF's, todas para resolver um problema de minimização de quatro funções específicas (funções estas com características distintas). O que diferiu entre os ARGAF's foram: a estratégia de cruzamento;

¹ do original “Exploitation/Exploration Relationship”, ou “EER”.

e a família de operadores utilizada. Para cada um dos oito ARGAF's implementados, foram desenvolvidos quatro AG's "convencionais" (a única diferença entre eles foram os valores dos parâmetros fixos). Este experimento foi conduzido por meio de simulações computacionais. Todos os algoritmos foram executados com 5000 gerações, e os resultados de todos os algoritmos foram comparados. Nestas simulações, concluiu-se que os resultados dos ARGAF's eram semelhantes aos resultados das melhores configurações de AG's "clássicos". Desta forma, o trabalho afirma que os ARGAF's podem adaptar automaticamente os valores dos parâmetros de AG's para se atingir os melhores resultados (no caso dos mínimos de funções, atingir menores valores).

3.5. Análise Crítica dos Trabalhos

A seguir é apresentada uma análise dos trabalhos citados anteriormente. Convém observar que alguns trabalhos implementaram mais de um CLN no sistema híbrido, sendo que nem todos os CLN's de cada trabalho recebiam as mesmas entradas, e não havia mais de um CLN com a mesma saída. A quantidade de CLN's de cada trabalho, e o estudo detalhado de cada CLN isoladamente está fora do escopo desta análise, a qual busca estudar as funcionalidades do conjunto de CLN's como um todo, em cada trabalho. Podemos analisar os trabalhos sob os seguintes aspectos:

3.5.1. Medidas de Desempenho Utilizadas para Comparar o Sistema Híbrido com o AG "Clássico"

- Em [Lee, Takagi – 1993]: foram utilizadas duas medidas, denominadas *desempenho "online"* e *desempenho "offline"*, definidas em [DeJong – 1975 apud Lee, Takagi – 1993].
- Em [Xu, Vukovich – 1993]: foi considerado o número de gerações necessário para cada algoritmo encontrar o valor ótimo (mínimo) global procurado. O trabalho também informa que as soluções obtidas com o sistema híbrido possuíam maior qualidade que as obtidas com o AG "convencional", mas não citados específicos para essa constatação.
- Em [Xu, Vukovich – 1994]: foram consideradas as distâncias, a cada ponto amostrado, entre a posição real do braço mecânico e a posição ideal desejada. O trabalho também informa que o sistema híbrido convergiu para a solução mais rapidamente, mas não fornece dados explicitando este fato.

- Em (Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi - 1994): foram considerados os números médios de gerações necessárias até a convergência para a solução considerada como um valor “ótimo global”; bem como o tempo necessário de processamento computacional (“CPU Time”) para convergir à solução.
- Em [Herrera, Lozano – 1996]: como o problema em questão tratava da minimização de funções, foram considerados os valores mínimos de cada algoritmo obtidos em 5000 gerações, bem como uma medida “online” de diversidade da população.

3.5.2. Problema Tratado pelos Algoritmos

- Em [Lee, Takagi – 1993]: foi considerado o “problema de controle de um pêndulo invertido” (“inverted pendulum control task”).
- Em [Xu, Vukovich – 1993]: foi considerado o problema do caixeiro viajante.
- Em [Xu, Vukovich – 1994]: foi considerado o problema de controle de um braço mecânico de um robô, que tem por objetivo mover-se em linha reta de um ponto até outro.
- Em (Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi - 1994): foi considerado o problema de inferência simbólica de fórmulas analíticas.
- Em [Herrera, Lozano – 1996]: foi considerado o problema de minimização de diversas funções com características distintas.

3.5.3. Entradas e Saídas dos Controladores Nebulosos

- Em [Lee, Takagi – 1993]:
 - três entradas:
 - a razão: $\frac{(\text{aptidão média da população})}{(\text{melhor aptidão da população})}$;
 - a razão: $\frac{(\text{pior aptidão da população})}{(\text{aptidão média da população})}$;
 - mudança na melhor aptidão da população desde a última ação de controle;
 - três saídas:
 - alteração na taxa de mutação;
 - alteração na taxa de cruzamento;
 - alteração no tamanho da população.

- Em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994]:
 - duas entradas:
 - o número da geração atual;
 - o tamanho da população;
 - duas saídas:
 - a taxa de mutação;
 - a taxa de cruzamento.
- Em (Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi - 1994):
 - seis tipos de entradas:
 - a aptidão média da população;
 - os números de exceções do tipo “overflow” e “underflow” ocorridas na última fase de avaliação;
 - a taxa de reprodução do algoritmo;
 - o comprimento médio de genótipos da população;
 - o comprimento do “melhor” genótipo da população; e
 - a aptidão de cada indivíduo.
 - seis saídas:
 - comprimento máximo permitido para os genótipos;
 - taxa de mutação;
 - alteração no tamanho do intervalo de avaliação de fórmulas;
 - detecção da emergência (surgimento) de uma solução;
 - detecção do surgimento de um indivíduo com aptidão muito acima da média da população (denominado “super-indivíduo”) – caso seja detectado, medidas são tomadas para assegurar sua permanência na população (elitismo), nas próximas gerações;
 - detecção da necessidade de se tomar medidas extras em relação à população, caso possua baixa aptidão e baixa diversidade (por exemplo: o aumento da pressão de seleção).
- Em [Herrera, Lozano – 1996]:
 - duas entradas:
 - uma “medida genotípica de diversidade” da população; e
 - uma “medida fenotípica de diversidade” da população;
 - duas saídas:
 - um parâmetro que regula a “pressão de seleção” do mecanismo de seleção por “linear ranking”;
 - um parâmetro que ajustava a frequência de cada um dos dois operadores de cruzamento - podendo assim influenciar se o AG

possuiria, em próximos passos, um comportamento mais focado em “exploração” (“exploration”), ou em “aproveitamento” (“exploitation”).

3.5.4.O Trabalho Informa os Critérios Utilizados para a Seleção das Entradas e Saídas do(S) CLN(S)?

- Em [Lee, Takagi – 1993]: o trabalho não menciona os critérios utilizados para esta seleção, mas menciona que as entradas podem ser quaisquer combinações de medidas de desempenho atuais e parâmetros atuais de controle, e que as saídas podem ser quaisquer parâmetros de controle.
- Em [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994]: o trabalho não menciona.
- Em (Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi - 1994): embora o trabalho não forneça detalhes muito específicos a respeito da escolha de todas as entradas e saídas, diversos CLN’s foram construídos, cada um com finalidades específicas (e diferentes entradas e saídas). O trabalho detalha a finalidade de cada CLN, e os critérios utilizados para a seleção das entradas e saídas de alguns destes CLN’s.
- Em [Herrera, Lozano – 1996]: o trabalho informa os critérios utilizados.

3.5.5.Regras Implementadas pelo(s) SIN(s)

- Em [Lee, Takagi – 1993]: foram utilizadas 17 (dezessete) regras para a alteração no tamanho da população; 18 (dezoito) regras para a alteração na taxa de cruzamento; e 16 (dezesseis) regras para a alteração na taxa de mutação, todas citadas no trabalho.
- Em [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994]: foram utilizados 2 (dois) CLN’s, um para controlar a taxa de cruzamento, e outro para controlar a taxa de mutação do AG. O trabalho [Xu, Vukovich – 1993] informa as regras nebulosas utilizadas para controlar a taxa de cruzamento, e a partição nebulosa da variável de entrada correspondente ao número de gerações. O trabalho [Xu, Vukovich – 1994] informa as regras nebulosas utilizadas para controlar a taxa de mutação, e a partição nebulosa da variável de entrada correspondente ao número de gerações.
- Em (Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi - 1994): diversos CLN’s foram construídos, visando tratar quatro problemas: o ajuste do comprimento máximo permitido para os genótipos; ajuste da taxa de mutação; ajuste do tamanho do intervalo de avaliação de fórmulas (para evitar problemas de “overflow” e “underflow”), e detecção da emergência (surgimento) de uma solução (e conseqüente parada do algoritmo ao ser

evidenciado um “ótimo global”). O trabalho informa as regras nebulosas utilizadas para tratar cada um destes problemas.

- Em [Herrera, Lozano – 1996]: foram utilizados dois CLN's, um para controlar o parâmetro “pe” (o qual influenciava a probabilidade de aplicação de cada um dos dois operadores de cruzamento); e um para controlar o parâmetro “ η_{min} ” (correspondente à “pressão de seleção” do algoritmo). O trabalho informa (por meio de tabelas) as regras implementadas pelos CLN's, bem como as partições nebulosas das variáveis envolvidas (por meio de gráficos).

3.5.6.O Trabalho Informa os Critérios Utilizados para a Elaboração das Regras do(s) SIN(s)?

- Em [Lee, Takagi – 1993]: o trabalho informa os critérios utilizados para a obtenção das regras.
- Em [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994]: os trabalhos não informam os critérios utilizados para a criação de todas as regras dos SIN's, mas fornecem algumas considerações intuitivas a respeito dos parâmetros regulados pelos SIN's.
- Em (Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi - 1994): o trabalho fornece considerações intuitivas para justificar as regras elaboradas.
- Em [Herrera, Lozano – 1996]: o trabalho informa estes critérios, através de diversas considerações intuitivas.

3.5.7.Como os Experimentos Foram Conduzidos?

- Em [Lee, Takagi – 1993]: o experimento foi conduzido utilizando-se simulações.
- Em [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994]: os experimentos foram conduzidos em simulações computacionais, utilizando linguagem de programação C++ - orientada a objetos - em ambiente Windows.
- Em (Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi - 1994): os experimentos foram conduzidos por simulações computacionais em um supercomputador CM-200 [CM – 1992 apud Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi – 1994].
- Em [Herrera, Lozano – 1996]: os experimentos foram conduzidos em simulações computacionais.

3.5.8. Como Foram Ajustados os Parâmetros do AG “Clássico” (Cujo Desempenho Foi Comparado com o do Sistema Híbrido)?

- Em [Lee, Takagi – 1993]: o trabalho não menciona quais foram os valores dos parâmetros utilizados no AG “convencional”, nem como foram obtidos.
- Em [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994]: foram utilizados os valores recomendados no trabalho [MicroGA – 1992 apud Xu, Vukovich – 1993].
- Em (Arnone, Dell’Orto, Tettamanzi - 1994): foram realizados experimentos, comparando AG’s que utilizavam “Fuzzy Government” com AG’s “convencionais” supervisionados por operadores humanos. O trabalho não detalha como os operadores humanos ajustaram os parâmetros dos AG’s “convencionais”.
- Em [Herrera, Lozano – 1996]: foram implementadas oito versões diferentes de ARGAF’s (variando-se as estratégias de cruzamento e famílias de operadores utilizadas), e para cada uma destas oito versões, foram implementados quatro AG’s “convencionais” (cada um com valores diferentes para seus parâmetros fixos). O trabalho não menciona os critérios utilizados para a seleção dos valores destes parâmetros fixos (dos AG’s convencionais), apesar de ter implementado quatro diferentes AG’s “clássicos” para cada um dos oito ARGAF’s implementados (para fins de comparação).

3.6. Considerações Finais do Capítulo

Observando-se os trabalhos citados, sob os diferentes pontos de vista apresentados, percebe-se que a utilização de SIN’s para ajustar parâmetros de AG’s, em tempo de execução, pode ser realizada de diversas maneiras diferentes. Os diferentes SIN’s utilizados, nos sistemas híbridos aqui apresentados, possuíam diferentes variáveis de entrada e de saída, e buscavam aperfeiçoar diferentes medidas de desempenho. Estes sistemas híbridos obtidos também foram aplicados, em diferentes trabalhos, para resolver diversos problemas distintos.

Também é possível se observar que, conforme já mencionado na seção 1.2 do presente trabalho, os trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] utilizam, como parâmetros de entrada para o SIN, medidas consideravelmente simples do AG (apenas o tamanho da população, o qual é fixo durante o experimento; e o número de gerações do AG realizadas até o momento da medição). Estas medidas são muito mais simples que outras medidas utilizadas em diversos outros trabalhos aqui estudados, essencialmente pelo fato

de os trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] utilizarem a abordagem classificada (em [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]) como “Controle Dinâmico de Parâmetros” (“Dynamic Parameter Control”), enquanto que os demais trabalhos utilizam a abordagem classificada (em [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]) como “Controle Adaptativo de Parâmetros” (“Adaptive Parameter Control”), por realizarem medições na população do AG durante sua execução. Além disso, os trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] também utilizam regras para o SIN que são consideravelmente mais simples e diretas que as utilizadas na maioria dos demais trabalhos. E estes trabalhos ([Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994]) afirmam que o desempenho apresentado pelos sistemas híbridos desenvolvidos são superiores aos apresentados por AG’s em suas melhores configurações, para as mesmas condições de operação que os próprios sistemas híbridos. Muitos dos demais trabalhos afirmam apenas que os sistemas híbridos desenvolvidos apresentam desempenho apenas similar ao dos AG’s em suas melhores configurações.

Por estes motivos, conforme já mencionado na seção 1.2, o presente trabalho tem por objetivo propor e implementar sistemas híbridos semelhantes aos desenvolvidos em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], mantendo a abordagem de “Controle Dinâmico de Parâmetros” (“Dynamic Parameter Control”), e utilizando as mesmas variáveis de entrada e de saída para o SIN do sistema híbrido.

4. Ferramentas Computacionais Desenvolvidas

Uma ferramenta computacional foi desenvolvida para a realização de experimentos com Algoritmos Genéticos, bem como com Sistemas Híbridos, envolvendo um Sistema de Inferências Nebuloso para ajustar parâmetros de algoritmos genéticos (em tempo de execução). Esta ferramenta foi aplicada para resolver os seguintes problemas: o “problema de minimização de funções” (PMF), e o “problema do caixeiro viajante” (PCV).

4.1. Minimização de Funções

Para testar a ferramenta computacional desenvolvida durante sua construção, bem como para comparar o desempenho de um Algoritmo Genético com o desempenho de um Sistema Híbrido (envolvendo um Sistema de Inferências Nebuloso para ajustar parâmetros de algoritmos genéticos em tempo de execução), esta ferramenta foi utilizada inicialmente para resolver um problema de Minimização de Funções.

Neste caso, cada indivíduo do Algoritmo Genético foi modelado como um vetor de dígitos binários (ou bits - sendo que cada bit pode obviamente valer apenas “0” ou “1”), e corresponde a um valor do domínio da função. Segundo [Obitko, Slavík – 1999], esta é a representação de indivíduos mais usada em Algoritmos Genéticos, e foi selecionada por ser uma representação muito conveniente para a realização de cruzamentos e mutações. Para simulações, foi utilizada uma população de 16 (dezesesseis) indivíduos, na qual cada indivíduo possuía 16 (dezesesseis) bits. Os vetores de bits foram considerados como valores inteiros e positivos, codificados em notação binária. Desta forma, o espaço de busca do Algoritmo Genético é o intervalo de números inteiros de 0 (valor “zero”, correspondente a um vetor com todos os bits em “0”) a 2^{16} = (valor decimal “65.536”, correspondente a um vetor com todos os bits em “1”).

4.1.1. Função Elaborada Para os Experimentos

Uma função foi escolhida para ser minimizada no experimento, a qual deveria ser contínua e assim assumir um valor mínimo no intervalo fechado em questão. Além disso, é desejável que esta função possua vários pontos de valor mínimo local dentro do intervalo, de forma a testar a capacidade do Algoritmo Genético de encontrar o valor mínimo global (e não um valor mínimo local). A função escolhida foi uma soma de senóides e cossenóides, conforme a fórmula abaixo:

$$f(x) = \underbrace{\left(2 + \sin\left(\pi + \frac{\pi \cdot x}{2^{16}}\right)\right)}_{(1)} + \underbrace{0,2 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{4000}\right)}_{(2)} + \underbrace{0,2 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{3000}\right)}_{(3)}$$

A função resultante pode ser observada na figura a seguir:

Figura 4.1: Função utilizada para o problema de minimização, com indivíduos de 16 bits.

Esta função foi inspirada em um exemplo encontrado em [Obitko, Slavík – 1999]. A parcela (1) da fórmula da função corresponde a uma curvatura com concavidade voltada para cima, localizada sobre o intervalo correspondente ao espaço de busca do algoritmo. Esta parcela, por si só, assume um único valor mínimo neste intervalo. As parcelas (2) e (3) correspondem a cossenóides de amplitudes relativamente baixas, e frequências relativamente altas, quando comparadas à senóide da parcela (1). Além disso, as frequências destas cossenóides não são múltiplas entre si. A soma destas duas parcelas –

(2) e (3) – gera “ruído” sobre a curvatura da parcela (1), criando diversos “vales”, os quais correspondem a pontos de mínimo local na função final

4.1.2.Implementação dos Algoritmos para este Problema

Conforme citado na seção anterior, para a construção do Algoritmo Genético para este problema, a codificação dos indivíduos utilizada foi a de vetores binários. Além disso, foram utilizados:

- Mecanismo de Seleção: “Seleção por Classificação” [Rezende – 2003], escolhido por possuir uma distribuição de probabilidades de seleção mais homogênea entre os indivíduos;
- Operador de Cruzamento: operador com “Ponto de Cruzamento Único” [Rezende – 2003];
- Operador de Mutação: “Troca de Valores” [Rezende – 2003].

O Algoritmo Genético implementado trabalha com populações de indivíduos de tamanho fixo (ou seja: não varia em tempo de execução). A população inicial é formada com valores aleatórios (sem utilizar nenhum conhecimento prévio a respeito do problema, para sua formação).

É importante salientar que, quando se trabalha com AG's, não existe um único modo de implementação de um algoritmo. Segundo [Rezende – 2003], “Algoritmos Genéticos são uma classe de procedimentos com um conjunto de passos distintos e bem especificados, no qual cada um destes passos possui muitas possíveis variações”. Assim sendo, também se fez necessário definir o procedimento a ser utilizado no AG desenvolvido. A ferramenta computacional aqui desenvolvida segue os mesmos passos do exemplo de [Obitko, Slavík – 1999] para a minimização de funções de uma dimensão, listados a seguir:

- 1 Geração da população inicial;
 - 2 Cálculo da aptidão de cada indivíduo da população;
 - 3 Geração da nova população:
 - 3.1 Elitismo: os “n” indivíduos de maior aptidão são copiados para a nova população (sendo “n” um valor inteiro positivo, fixo durante a execução do algoritmo);
 - 3.2 Geração dos novos indivíduos:
 - 3.2.1 Seleção de 2 (dois) indivíduos da população atual (por operadores de seleção do AG) para cruzamento;
 - 3.2.2 Cruzamento entre estes dois indivíduos, de acordo com a *probabilidade (ou taxa) de cruzamento*, gerando 2 (dois) *indivíduos filhos*;
 - 3.2.3 Mutação dos 2 (dois) *indivíduos filhos*, de acordo com a *probabilidade (ou taxa) de mutação*;
 - 3.2.4 Os novos 2 (dois) indivíduos são inseridos na nova população;
 - 3.2.5 Repetir os passos “3.2.1” a “3.2.4” até completar a nova população;
 - 4 Substituição da população anterior pela nova população, e incremento do número de iterações realizadas;
- Repetir os passos “2” a “4” até atingir o número máximo de iterações desejadas, ou até encontrar o valor mínimo global.

Algoritmo 1: a implementação utilizada no presente trabalho para Algoritmos Genéticos que resolvem o problema de Minimização de Funções.

Para a construção do AGN, o código em linguagem C do programa denominado “Controlador Fuzzy Universal - Versão 5.0” do trabalho [Burdelis, Cepukas, Sofiatti – 2001] foi adaptado para ser utilizado como o código referente ao SIN. Este SIN foi implementado para realizar leituras do tamanho da população (“Pop”) (o qual é fixo por toda a duração de cada experimento) e do número de gerações (ou iterações) realizadas até o momento (“Ng”), do AGN. Com base nestes valores, e também na base de conhecimento definida para o problema (que deve ser fornecida em um arquivo de texto com extensão “.fzz”, seguindo o padrão definido em [Burdelis, Cepukas, Sofiatti – 2001]), o SIN realiza a inferência nebulosa para determinar quais deverão ser os novos valores de Pm e Pc, e o

AGN realiza a substituição dos valores anteriores destas grandezas pelos novos (calculados pelo SIN).

Este SIN adaptado do “Controlador Fuzzy Universal - Versão 5.0” do trabalho [Burdelis, Cepukas, Sofiatti – 2001] possui as seguintes características:

- Suporta funções de pertinência triangulares e/ou trapezoidais (dos três tipos seguintes: “Left Fuzzy Number”; “Flat Fuzzy Number” e “Right Fuzzy Number”).
- Realiza a fuzificação dos valores de entrada fornecidos pelo AGN, em função da base de dados do SIN.
- Realiza a Inferência Nebulosa utilizando o método “máx-mín” [Shaw, Simões – 1999].
- Realiza a defuzificação utilizando o “método do centro da área” [Shaw, Simões – 1999].

Nos experimentos iniciais com o AGN, este foi programado para realizar uma nova inferência nebulosa (através do SIN) e substituir os valores de P_m e P_c a cada 5 iterações realizadas pelo AGN.

4.2. O Problema do Caixeiro Viajante

Neste problema, são dados: um conjunto de cidades; e as distâncias entre cada uma delas. Um vendedor (ou “caixeiro”) deve, a partir de uma cidade inicial, visitar todas as cidades apenas uma vez, e após isso retornar à cidade inicial. O objetivo é determinar a ordem em que o caixeiro visitará as cidades, de forma que a distância total percorrida por ele seja a mínima possível.

Este problema foi modelado para a aplicação de AG's, para permitir a realização de diversos experimentos, com diferentes tamanhos de população (possibilitando a comparação do desempenho do sistema híbrido com o do AG “clássico” sob diferentes condições). Convém lembrar, aqui, que a população do AG implementado para resolver este problema (AG-CV) é composta por indivíduos, e cada indivíduo corresponde a uma solução-candidata para este problema (ou seja, corresponde a um trajeto entre estas cidades). Diferentes valores para o número de cidades “ c ”; e para o tamanho da população “ p ” poderão ser utilizados, a fim de evidenciar diferenças entre os desempenhos do AG “clássico” e do sistema híbrido.

As distâncias entre as cidades podem ser armazenadas internamente em uma tabela, tendo as cidades como títulos das colunas e das linhas, conforme a figura a seguir. Nota-se que esta tabela é uma matriz simétrica. Outra característica importante consiste no fato de que os elementos da diagonal principal são nulos.

	Cidade A	Cidade B	Cidade C	Cidade D	...
Cidade A	0	100	50	120	...
Cidade B	100	0	70	20	...
Cidade C	50	70	0	80	...
Cidade D	120	20	80	0	...
...	...	...	...	...	...

Figura 4.2: tabela para armazenamento interno das distâncias entre cidades (para o problema do Caixeiro Viajante).

Para este problema, é interessante utilizar a “Codificação por Permutação” para o AG, pois a única diferença entre as soluções é a ordem em que as cidades serão visitadas. Neste tipo de codificação, cada cromossomo é uma série de números, e cada número representa uma posição em uma sequência. Este tipo de codificação é útil para problemas de ordenação [Obitko, Slavík – 1999]. Neste caso, cada cromossomo do AG indicará a ordem em que as cidades são visitadas.

4.2.1.Implementação dos Algoritmos para este Problema

Para o PCV, a codificação dos indivíduos utilizada para este problema foi a de vetores de números inteiros, no qual cada número representa uma cidade, e o vetor representa o caminho realizado pelo “caixeiro viajante”. Esta representação é denominada, em [Potvin – 1996], como “Representação por Caminho” (“Path Representation”). Além disso, foram utilizados:

- Mecanismo de Seleção: “Seleção por Classificação” [Rezende – 2003], escolhido, assim como no caso do PMF, por possuir uma distribuição de probabilidades de seleção mais homogênea entre os indivíduos.
- Operador de Cruzamento: operador denominado como “Recombinação de Extremos” (“Edge Recombination”) em [Potvin – 1996], que segundo experimentos realizados em [Starkweather et al. – 1991 apud Potvin – 1996], obteve os melhores resultados, em aptidão da solução encontrada, quando comparado com diversos outros operadores para o PCV, para um número fixo de tentativas.

- Operador de Mutação: foi utilizado o operador de “Permutação” (“Swap”) [Potvin – 1996], o qual consiste em permutar dois números aleatórios do vetor (conservando assim os números presentes, porém alterando sua ordem).

A ferramenta computacional aqui desenvolvida, para resolver o PCV, também segue os mesmos passos do exemplo de [Obitko, Slavík – 1999] para a minimização de funções de uma dimensão, com uma única diferença: o operador de cruzamento por “Recombinação de Extremos” (“Edge Recombination”) descrito em [Potvin – 1996] gera apenas um indivíduo filho a partir de dois indivíduos pais. Desta forma, o algoritmo realiza os seguintes passos:

- 1 Geração da população inicial;
 - 2 Cálculo da aptidão de cada indivíduo da população;
 - 3 Geração da nova população:
 - 3.1 Elitismo: os “n” indivíduos de maior aptidão são copiados para a nova população (sendo “n” um valor inteiro positivo, fixo durante a execução do algoritmo);
 - 3.2 Geração dos novos indivíduos:
 - 3.2.1 Seleção de 2 (dois) indivíduos da população atual (por operadores de seleção do AG) para cruzamento;
 - 3.2.2 Cruzamento entre estes dois indivíduos, de acordo com a probabilidade (ou taxa) de cruzamento, gerando apenas 1 indivíduo filho;
 - 3.2.3 Mutação do indivíduo filho, de acordo com a probabilidade (ou taxa) de mutação;
 - 3.2.4 O novo indivíduo é inserido na nova população;
 - 3.2.5 Repetir os passos “3.2.1” a “3.2.4” até completar a nova população;
 - 4 Substituição da população anterior pela nova população, e incremento do número de iterações realizadas;
- Repetir os passos “2” a “4” até atingir o número máximo de iterações desejadas, ou até encontrar o valor mínimo global.

Algoritmo 2: a implementação utilizada no presente trabalho para Algoritmos Genéticos que resolvem o problema do Caixeiro Viajante.

Para simplificar a notação do presente trabalho, as seguintes abreviaturas serão utilizadas deste ponto em diante: “AG-MF” corresponde ao Algoritmo Genético “clássico” elaborado para resolver o problema de minimização de funções. “AGN-MF” corresponde ao AGN elaborado para resolver o problema de minimização de funções. “AG-CV” corresponde ao Algoritmo Genético “clássico” elaborado para resolver o problema do caixeiro viajante. “AGN-CV” corresponde ao AGN elaborado para resolver o problema do caixeiro viajante.

4.3. Considerações Finais do Capítulo

Uma instância específica para cada um dos problemas escolhidos (PCV e PMF) foi especificada; e uma ferramenta computacional foi construída, de forma a permitir a execução de AG's para resolver estas instâncias destes problemas. A modificação dos operadores e da representação dos AG's construídos, para que possam lidar com problemas diferentes, foi viabilizada graças à estrutura modular com a qual a ferramenta computacional foi desenvolvida.

Os AG's implementados foram adaptados também para utilizar SIN's, para o ajuste de parâmetros em tempo de execução, constituindo assim sistemas híbridos, envolvendo duas diferentes técnicas da IC: SIN's e AG's. Com estas ferramentas devidamente implementadas, os primeiros experimentos já podem ser realizados.

5. Experimentos Iniciais

Alguns experimentos iniciais foram realizados com os AG's e AGN's implementados, apresentados no capítulo anterior, abordando-se os dois problemas anteriormente mencionados (PCV e PMF). Estes experimentos foram realizados visando-se utilizar bases de regras (nos SIN's dos AGN's) semelhantes às exemplificadas nos trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], com o objetivo de se obter melhores resultados (ou seja, menores valores para a grandeza “Ng”) para os AGN's que para configurações de alto desempenho dos AG's.

5.1. Experimentos com o AG para Minimização de Funções (AG-MF)

5.1.1. Primeiro Experimento

Inicialmente, o Algoritmo Genético foi executado para minimizar a função citada em 4.1.1, com uma população de 16 (dezesesseis) indivíduos, cada um possuindo 16 (dezesesseis) bits de tamanho. O ponto que minimiza a função, no intervalo correspondente ao espaço de busca, foi determinado analiticamente como: “34319”, e o valor mínimo global da função neste intervalo é $f(34319) = 0,6415495$. De posse deste valor, podemos avaliar se o AG implementado encontra o mínimo global da função, ou apenas um ponto de mínimo local. Durante os experimentos, foi utilizado elitismo com o número de indivíduos $n = 2$.

Segundo [Rezende – 2003], geralmente se utiliza valores para as taxas de mutação e de cruzamento do AG na seguinte faixa de valores:

- Taxa (ou “probabilidade”) de Mutação (P_m): $0,001 \leq P_m \leq 0,1$;
- Taxa (ou “probabilidade”) de Cruzamento (P_c): $0,6 \leq P_c \leq 0,99$.

Segundo [Obitko, Slavík – 1999], recomendam-se valores para as taxas de mutação e de cruzamento do AG dentro das seguintes faixas (com base em estudos empíricos, realizados na maioria dos casos com codificação binária):

- Taxa (ou “probabilidade”) de Mutação (P_m): $0,005 \leq P_m \leq 0,01$;
- Taxa (ou “probabilidade”) de Cruzamento (P_c): $0,8 \leq P_c \leq 0,95$ (embora em alguns problemas a taxa próxima de 0,6 tenha se mostrado a mais conveniente).

De acordo com estas recomendações, o primeiro experimento com o AG envolvia uma taxa de mutação $P_m = 0,01$, e uma taxa de cruzamento $P_c = 0,8$. Foram realizadas 5 (cinco) execuções do algoritmo, envolvendo diferentes seqüências de números aleatórios, e com um número máximo de 1000 iterações. Os resultados estão apresentados a seguir:

Execução	Valor mínimo encontrado	Encontrou o mínimo global?
1	34303	<i>não</i>
2	25690	<i>não</i>
3	34320	<i>não</i>
4	34320	<i>não</i>
5	34303	<i>não</i>

Tabela 5.1: resultados do primeiro experimento com o AG-MF.

Como se pode observar na tabela, este AG (com os parâmetros citados anteriormente) não conseguiu encontrar o mínimo global da função, em nenhuma das execuções do algoritmo. Além disso, ao final de cada execução, a maior parte da população era composta por várias cópias do mesmo indivíduo. Por exemplo: na iteração 1000 da primeira execução, 15 indivíduos da população (lembrando-se que havia 16 no total em todo o experimento) já eram cópias do indivíduo “34303”. Analisando-se o histórico desta primeira execução, percebe-se que na iteração 16 (no início da execução do algoritmo), a maior parte da população já era composta por instâncias do indivíduo “34303”. Casos semelhantes ocorreram na população das outras execuções. Já na execução de número 4, na iteração 29, a maioria dos indivíduos da população era composta por instâncias do indivíduo “37888” (14 indivíduos), e o indivíduo “34320” (que constituía a maior parte da população na iteração 1000 – eram 10 indivíduos) ainda nem aparecia na população.

Estas informações indicam que este AG, com os parâmetros utilizados neste experimento, possui uma grande tendência a “uniformizar” a população com indivíduos iguais. Este comportamento é causado por um fenômeno descrito na literatura como “convergência prematura”, em [Herrera, Lozano – 1996]. Segundo [Baker – 1985 apud Herrera, Lozano – 1996], uma rápida convergência ocorre quando um cromossomo ou um pequeno grupo de cromossomos contribuem para um grande número de filhos, por seleção. Como a população é finita, um elevado número de filhos produzidos por um cromossomo significa poucos filhos para o restante da população. Quando muitos cromossomos não produzem nenhum filho, o resultado é uma rápida perda de diversidade, e convergência prematura do algoritmo. Segundo [Whitley – 1994], após diversas gerações, é possível que o mecanismo de seleção leve todos os bits da população de uma determinada posição a

serem “0” ou “1”. Se isso ocorrer sem que o AG esteja convergindo para uma solução satisfatória, então o algoritmo convergiu prematuramente. É importante notar que esta “uniformização” da população, ocasionada pela convergência prematura, não impede completamente o algoritmo de evoluir e encontrar indivíduos mais aptos em iterações futuras (como aconteceu na execução de número 4) devido à ocorrência de mutações na população, mas mesmo assim o desempenho deste algoritmo para 1000 iterações não está satisfatório.

Outra informação importante é que, os valores “34303” e “34320” do espaço de busca possuem grande aptidão, mas não são pontos de mínimo local: são pontos do mesmo “vale” da função onde se encontra o mínimo global “34319”. Isto significa que este algoritmo não apresenta a devida capacidade de explorar pontos muito próximos aos indivíduos de sua população, e sugere um aumento da taxa de mutação. Este aumento da taxa de mutação também irá evitar que a população contenha um número muito grande de indivíduos iguais. (Obs: o ponto “25690” pertence a um “vale” da função onde ocorre um mínimo local, mas ainda não é o valor deste mínimo local). Além disso, também é aconselhável se aumentar o tamanho da população, para se evitar a rápida uniformização da população e conseqüente perda de diversidade de conteúdo genético.

Outras 10 (dez) execuções do AG com os mesmos valores para os parâmetros do algoritmo foram realizadas, com um número máximo de iterações de 3000, e mesmo assim o valor mínimo global não foi encontrado pelo AG, em nenhuma destas execuções.

5.1.2. Segundo Experimento

Devido aos resultados do primeiro experimento, a taxa de mutação neste segundo experimento foi aumentada para $P_m = 0,1$. A taxa de cruzamento permaneceu inalterada $P_c = 0,8$, assim como todos os demais parâmetros (incluindo o tamanho da população, de 16 indivíduos apenas) e o mecanismo de funcionamento do algoritmo. Este foi executado 10 (dez) vezes, cada uma com uma diferente seqüência de números aleatórios. Os resultados estão apresentados na tabela a seguir:

Algoritmo Genético	
Execução	Iteração
1	147
2	163
3	5
4	77
5	667
6	525
7	26
8	364
9	89
10	123

Tabela 5.2: resultados do segundo experimento com o AG-MF.

Na tabela, a coluna “Iteração” informa em qual iteração o algoritmo conseguiu encontrar o mínimo global “34319” (e portanto parou sua execução automaticamente). Como se pode observar, este AG (com a nova taxa de mutação) conseguiu encontrar o mínimo global da função em todas as execuções. A média de iterações necessárias, destas 10 execuções, foi: “219” iterações. Existem casos em que o valor mínimo foi encontrado muito rapidamente (na execução 3, foram necessárias apenas 5 iterações), e outros casos em que foi necessário um número de iterações muito acima da média (como na execução 5, em que foram necessárias 667 iterações). É importante notar que, nesta configuração, o algoritmo não está operando de uma forma ideal [Herrera, Lozano – 1996], porque a elevada taxa de mutação faz com que este se recupere da convergência prematura, ao invés de preveni-la.

5.2. Experimentos com o Sistema Híbrido para Minimização de Funções (AGN-MF)

O Sistema Híbrido utiliza o mesmo Algoritmo Genético dos experimentos anteriores, em conjunto com um sistema de inferências nebuloso, o qual ajusta os valores da taxa de mutação e da taxa de cruzamento, em tempo de execução. O sistema de inferências nebuloso, para este sistema híbrido, foi construído a partir de modificações no código do “Controlador Universal Nebuloso” (em linguagem C) encontrado em [Burdellis, Cepukas, Sofiatti – 2001].

Seguindo-se uma abordagem semelhante à utilizada em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], o sistema busca regular a taxa de mutação e a taxa de cruzamento do AG com base no número de iterações realizadas até o momento, e no tamanho da população (o

qual é fixo durante a execução do AGN). Para isso, estas duas variáveis de entrada foram particionadas em conjuntos nebulosos (conforme as figuras a seguir), e o Sistema Híbrido incorporou as regras de [Xu, Vukovich – 1993] para a taxa de cruzamento, e de [Xu, Vukovich – 1994] para a taxa de mutação (conforme a tabela a seguir). Os trabalhos [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994] já apresentavam exemplos de partições nebulosas para as variáveis de entrada e de saída, porém novas partições foram desenvolvidas aqui, por se tratar de outro problema em questão. Estas partições são apresentadas a seguir:

- Variáveis de Entrada do SIN:

Figura 5.1: partição nebulosa da variável de entrada: “Gerações”.

Figura 5.2: partição nebulosa da variável de entrada: “População”.

- Variáveis de Saída do SIN:

Figura 5.3: partição nebulosa da variável de saída: “Taxa de Mutação”.

Figura 5.4: partição nebulosa da variável de saída: “Taxa de Cruzamento”.

- Regras do SIN:

P_c	Tamanho da População		
Gerações	Pequena	Média	Grande
Poucas	<i>Medium</i>	<i>Small</i>	<i>Small</i>
Médio	<i>Large</i>	<i>Large</i>	<i>Medium</i>
Muitas	<i>VeryLarge</i>	<i>VeryLarge</i>	<i>Large</i>

Tabela 5.3: regras nebulosas para a taxa de cruzamento, retiradas de [Xu, Vukovich – 1993].

P_m	Tamanho da População		
Gerações	Pequena	Média	Grande
Poucas	<i>Large</i>	<i>Medium</i>	<i>Small</i>
Médio	<i>Medium</i>	<i>Small</i>	<i>VerySmall</i>
Muitas	<i>Small</i>	<i>VerySmall</i>	<i>VerySmall</i>

Tabela 5.4: regras nebulosas para a taxa de mutação, retiradas de [Xu, Vukovich – 1994].

Analisando-se as regras das tabelas 4.3 e 4.4, retiradas de [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], percebe-se que a taxa de mutação gradualmente diminui, e a taxa de cruzamento gradualmente aumenta, com o decorrer da execução do algoritmo. Além disso, quanto maior for o tamanho da população, menores serão as taxas de cruzamento e de mutação. Segundo [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], esta abordagem permite que o algoritmo convirja mais rapidamente, e para uma solução de maior aptidão que um Algoritmo Genético simples (ou seja, sem o mecanismo de inferência nebuloso). Este maior desempenho, obtido em função de um comportamento essencialmente “decrecente” para P_m e “crescente” para P_c , pode ser justificado da seguinte maneira: em um intervalo de tempo inicial, é interessante que o AG produza muita diversidade em sua população, e não necessariamente utilize esta diversidade para uma busca mais focada em regiões específicas. Por este motivo, neste intervalo de tempo inicial, utiliza-se P_m relativamente alta, e P_c relativamente baixa. Conforme a execução do AG vai progredindo, é desejável que o AG gradualmente deixe de produzir diversidade na população, e passe a realizar maior utilização dos indivíduos de sua população, de forma a encontrar as regiões, do espaço e busca, mais aptas a conterem o valor ótimo global procurado. Assim sendo, a P_m vai gradualmente diminuindo, e a P_c , gradualmente aumentando, de forma a se produzir menor exploração de novas regiões do espaço de busca, e maior aproveitamento do conteúdo genético da população, para encontrar o valor ótimo global.

5.2.1. Experimento Realizado

Para este primeiro experimento, foram utilizadas as regras e funções de pertinência detalhadas na seção anterior, e o AGN-MF da seção 4.1.2 (com valores iniciais para $P_m = 0,1$; e $P_c = 0,8$). Cada indivíduo possuía 16 bits de tamanho, e a população possuía sempre 16 (dezesesseis) indivíduos. A cada 5 (cinco) iterações do AG, o Sistema de Inferência Nebuloso é acionado para determinar os novos valores de P_m e P_c . Foram realizadas 10 (dez) execuções do algoritmo, e os resultados são apresentados na tabela a seguir:

AGN-MF	
<i>Execução</i>	<i>Iteração</i>
1	151
2	1088
3	5
4	448
5	124
6	126
7	172
8	774
9	650
10	101

Tabela 5.5: resultados do primeiro experimento com o Sistema Híbrido AGN-MF

Os resultados obtidos demonstram que o AGN-MF implementado encontrou o valor mínimo global procurado em todas as suas execuções, porém necessitou de um maior número médio de iterações para isso, em relação ao experimento da seção 5.1.2. O número médio de iterações necessárias, neste caso, é de 364. Apenas em um caso (o segundo) foram necessárias mais de 1000 iterações para que o sistema encontrasse o valor mínimo global procurado. A execução de número 3 obteve o mesmo resultado que a execução de número 3 da seção 5.1.2, pois utilizou a mesma seqüência de números aleatórios, e o Sistema de Inferências Nebuloso entra em ação apenas a cada 5 (cinco) iterações (ou seja: neste caso particular, o algoritmo já havia encontrado o valor ótimo global procurado antes da ação do Sistema Nebuloso).

Porém, é possível que sejam encontrados resultados que encontrem o valor mínimo global mais rapidamente, tanto com a minuciosa exploração de diferentes valores de P_m e P_c no AG, como com a minuciosa exploração de diferentes funções de pertinência e regras nebulosas no AGN-MF.

5.3. Experimentos com o AG para o Problema do Caixeiro Viajante (AG-CV)

5.3.1. Experimento Realizado

O AG-CV desenvolvido foi utilizado para resolver um PCV com 10 cidades, e com as seguintes distâncias entre elas:

Distâncias											
		Cidades									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cidades	1	0	100	150	190	150	80	200	230	280	250
	2	100	0	100	70	110	150	190	100	200	250
	3	150	100	0	80	220	100	50	230	250	300
	4	190	70	80	0	190	200	180	130	230	250
	5	150	110	220	190	0	230	280	150	200	170
	6	80	150	100	200	230	0	150	280	300	330
	7	200	190	50	180	280	150	0	230	300	350
	8	230	100	230	130	150	280	230	0	90	200
	9	280	200	250	230	200	300	300	90	0	180
	10	250	250	300	250	170	330	350	200	180	0

Tabela 5.6: distâncias entre as 10 cidades assumidas para os experimentos com o PCV.

A menor distância possível para percorrer todas as cidades, nestas condições, já era conhecida como 1120 unidades de distância, e corresponde ao seguinte trajeto: 1→6→7→3→4→2→8→9→10→5→1. Obviamente este percurso fechado pode ser percorrido começando em qualquer cidade, assim como também pode ser percorrido na ordem inversa, obtendo-se a mesma distância total percorrida.

Assim como nos experimentos com o PMF, os algoritmos para o PCV também utilizaram elitismo com número de indivíduos $n = 2$.

Os valores utilizados neste experimento inicial foram os mesmos do primeiro experimento com o AG-MF, $P_m = 0,01$ e $P_c = 0,8$. Estes valores estão dentro das faixas de valores geralmente utilizadas para estas grandezas segundo [Rezende – 2003], e também dentro das faixas de valores recomendados segundo [Obitko, Slavík – 1999] para estas grandezas. Para o AG-CV, foram utilizadas 20 execuções para o algoritmo, envolvendo diferentes seqüências de números aleatórios, e com um número máximo de 25 iterações. A população utilizada possuía tamanho de 100 indivíduos ($Pop = 100$). Os resultados, em números de iterações necessárias até encontrar o valor mínimo global, por execução, estão apresentados a seguir:

Algoritmo Genético	
Execução	Iteração
1	11
2	8
3	13
4	7
5	11
6	9
7	9
8	4
9	10
10	9
11	12
12	8
13	8
14	8
15	8
16	10
17	8
18	3
19	13
20	5
Média	8,7

Tabela 5.7: resultados do primeiro experimento com o AG-CV.

Analisando-se a tabela, percebe-se que, nas condições utilizadas, obteve-se um valor médio de 8,7, com máximo em 13 e mínimo em 3 iterações. A única diferença entre as execuções, que pode ter provocado diferenças entre os resultados, foi a seqüência de números aleatórios (ou “sementes”) utilizadas. Novos experimentos serão realizados, com o AGN-CV, e os resultados obtidos serão comparados com os desta tabela.

5.4. Experimentos com o Sistema Híbrido para o Problema do Caixeiro Viajante (AGN-CV)

Uma vez que no trabalho [Xu, Vukovich – 1993] também é abordado o PCV, neste experimento se resolveu utilizar as mesmas bases de dados e de regras dos exemplos apresentados nos trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994]. A mesma base de regras também já foi utilizada no primeiro experimento com o AGN-MF (tabelas 5.3 e 5.4, já apresentadas anteriormente). As bases de dados utilizadas inicialmente envolviam as seguintes partições nebulosas para as variáveis de entrada e de saída do SIN:

- Variáveis de Entrada do SIN:

Figura 5.5: partição nebulosa da variável de entrada: "Gerações".

Figura 5.6: partição nebulosa da variável de entrada: "População".

- Variáveis de Saída do SIN:

Figura 5.7: partição nebulosa da variável de saída: "Taxa de Mutação".

Figura 5.8: partição nebulosa da variável de saída: “Taxa de Cruzamento”.

Analisando-se as partições nebulosas das variáveis de entrada, obtidas a partir de [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], percebe-se que as somas das pertinências em cada ponto do eixo das abscissas não é necessariamente “1”, fato que introduz não-linearidades no modelo. Esta primeira base de dados, com as partições nebulosas apresentadas, será doravante denominada “Base de Dados 1” e abreviada como “BD1”. O AGN que utiliza a base de dados BD1 será doravante referido como “Algoritmo Genético Nebuloso – Base de Dados 1”, e abreviado como “AGN-BD1”.

Uma nova base de dados (com novas partições nebulosas) foi criada, alterando as partições nebulosas para estas duas variáveis (Ng e Pop), de forma a se obter a soma das pertinências, em qualquer ponto do eixo das abscissas, com valor “1”. As partições nebulosas para as variáveis de saída do SIN (Pm e Pc), nesta nova base de dados, permaneceram inalteradas em relação à BD1. Os resultados são:

- Variáveis de Entrada – BD2:

Figura 5.9: partição nebulosa da variável de entrada: “Gerações”.

Figura 5.10: *partição nebulosa da variável de entrada: “População”.*

Esta segunda base de dados, com as partições nebulosas apresentadas, será doravante denominada “Base de Dados 2” e abreviada como “BD2”. O AGN que utiliza a base de dados BD2 será doravante referido como “Algoritmo Genético Nebuloso – Base de Dados 2”, e abreviado como “AGN-BD2”.

5.4.1. Experimento com a “Base de Dados 1”

Novos experimentos foram realizados com o AGN-CV trabalhando nas mesmas condições do AG-CV do experimento anterior (para fins de comparação), ou seja, com população de 100 indivíduos, número máximo permitido de 25 iterações, e com as mesmas distâncias entre cidades apresentadas na tabela 5.6. Além disso, neste experimento, o AGN-CV utilizou as mesmas bases de dados e de regras dos exemplos apresentados nos trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], ou seja, o modelo com a “Base de Dados 1”, apresentado nas figuras 5.5, 5.6, 5.7, e 5.8. O experimento foi executado 20 vezes, cada uma com uma diferente seqüência e números aleatórios. Os resultados obtidos estão descritos na tabela a seguir:

AGN-BD1	
Execução	Iteração
1	8
2	13
3	17
4	5
5	11
6	9
7	14
8	10
9	18
10	10
11	6
12	9
13	14
14	12
15	8
16	8
17	n/a
18	11
19	12
20	13
Média	10,95

Tabela 5.8: resultados do primeiro experimento com o AGN-CV, utilizando a “base de dados 1” (BD1).

Analisando-se esta tabela, percebe-se que a média de iterações necessárias para se encontrar o valor ótimo global aumentou em relação ao experimento com o AG-CV, e, além disso, percebe-se que uma seqüência (a de número 17) não encontrou o valor mínimo global procurado nem mesmo até 25 iterações. Estas observações demonstram uma piora nos resultados em relação ao AG-CV, não justificando assim o uso do AGN-CV.

5.4.2. Experimento com a “Base de Dados 2”

Os mesmos experimentos da seção anterior foram realizados, utilizando a “Base de Dados 2”. Os resultados podem ser observados a seguir:

AGN-BD2	
Execução	Iteração
1	7
2	9
3	9
4	5
5	12
6	14
7	13
8	15
9	20
10	10
11	13
12	10
13	11
14	18
15	n/a
16	8
17	16
18	19
19	10
20	14
Média	12,26

Tabela 5.9: resultados do segundo experimento com o AGN-CV, utilizando a “base de dados 2” (BD2).

Analisando-se esta tabela, pode-se perceber que os resultados são ainda piores. Nestes novos resultados, também existe um caso que não foi capaz de encontrar o valor mínimo global procurado (execução de número 15), e a média dos demais casos aumentou para 12,26 iterações.

5.5. Análise Crítica dos Primeiros Experimentos

Estes primeiros experimentos demonstraram, basicamente, que a tentativa de utilização de bases de dados arbitrárias para o AGN-MF, e a tentativa de se utilizar as mesmas bases de dados exemplificadas nos trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] para o AGN-CV não obtiveram resultados nem mesmo melhores que a execução de AG’s “clássicos” para os mesmos problemas, com configurações de Pm e Pc arbitrárias. É importante notar que estas configurações podem até mesmo não ser as configurações que maximizam o desempenho destes AG’s “clássicos” para estes problemas. Em ambos os casos, foram utilizadas as bases de regras exemplificadas em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994].

Além disso, foi possível observar que os resultados flutuam consideravelmente em função das seqüências de números aleatórios utilizadas em cada execução do algoritmo.

Estes resultados sugeriram a necessidade da realização de investigações mais detalhadas, o que motivou à execução dos experimentos seguintes.

5.6. Experimentação de Diferentes Regras para Ajustes da Taxa de Mutação pelo SIN, com Taxa de Cruzamento Fixa

Devido aos resultados obtidos na seção anterior para o AGN não terem apresentado maior desempenho que os resultados para o AG (ou seja, não houve uma menor média de iterações; nem um menor número de casos que não encontraram o valor mínimo global até o número máximo de iterações assumido), decidiu-se realizar uma análise mais profunda do comportamento do AGN. Os valores para as partições nebulosas das variáveis de entrada e de saída do SIN utilizado pelo AGN-MF foram assumidos de maneira heurística, e desta forma acredita-se que seja possível obter melhores resultados, caso partições mais adequadas sejam definidas. Porém, pode-se concluir após os primeiros experimentos que, embora a abordagem de [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] tenha se mostrado tentadora - por utilizar como variáveis de entrada do SIN medidas de fácil obtenção (apenas o número de iterações realizadas até o momento e o tamanho – fixo – da população), e por obter ótimos resultados (número médio de iterações necessárias inferior, para a obtenção de valores ótimos pelo sistema híbrido) - esta abordagem apresenta dificuldades para sua implementação na prática, sem um método claro para se obter as partições nebulosas das variáveis, o qual permita a obtenção de uma “curva” conveniente para o comportamento das variáveis de saída. Isto se deve justamente ao fato de esta abordagem não realizar medições na população do AG durante sua execução, para determinar a velocidade com que a taxa de mutação deve diminuir, e a velocidade com que a taxa de cruzamento deve aumentar, como ocorre em abordagens definidas em ([Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]) como “Controle Adaptativo de Parâmetros” (“Adaptive Parameter Control”).

Para nortear futuros experimentos, ainda seguindo-se a abordagem de “Controle Dinâmico de Parâmetros” ([Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]), novos testes (ou experimentos) foram realizados, buscando-se analisar o comportamento do AGN (referente à média de iterações necessárias para que o algoritmo encontre o valor ótimo global procurado), para diferentes comportamentos da taxa de mutação (P_m) em função do número de gerações - mantendo-se fixos os parâmetros “tamanho da população” (P_{op}) e a “taxa de cruzamento” (P_c). O

objetivo deste experimento foi o de analisar se o comportamento decrescente (ou até mesmo outros comportamentos) para a taxa de mutação (utilizando-se as partições nebulosas de [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], para os AGN's desenvolvidos neste trabalho) realmente influenciava(m) o desempenho do AGN, e como o fazia(m).

Estes experimentos foram realizados alterando-se as regras do SIN do AGN, com o problema do Caixeiro Viajante, com 10 cidades, tamanho de população fixa de 100 indivíduos, taxa de cruzamento fixa em 80%, e número máximo de iterações de 25, porém ainda se mantendo as partições nebulosas fornecidas em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], para as variáveis de entrada e de saída (tanto a BD1 quanto a BD2). Convém aqui notar que, destes dois trabalhos citados, apenas [Xu, Vukovich – 1993] trabalha com o problema do Caixeiro Viajante, do qual foram utilizadas as mesmas partições nebulosas para as variáveis “número de iterações realizadas” (Ng) e “taxa de cruzamento” (Pc). As partições nebulosas utilizadas neste experimento para as variáveis “tamanho da população” (Pop) e “taxa de mutação” (Pm) foram retiradas de [Xu, Vukovich – 1994], o qual lidava com um problema completamente diferente, o problema de controle de um braço mecânico de um robô. Além disso, o trabalho [Xu, Vukovich – 1993] não informa todos os detalhes e operadores utilizados para o AG desenvolvido, o qual pode apresentar diferenças em relação ao AG desenvolvido no presente trabalho, e conseqüentemente as partições nebulosas em questão ainda podem não ser ideais, embora se esteja tratando do problema comum aos dois trabalhos (do Caixeiro Viajante).

Nas tabelas apresentadas a seguir, cada diferente valor lingüístico da variável “taxa de mutação” (Pm) foi abreviado da seguinte forma:

V – “VerySmall” (ou “MuitoPequeno”)

S – “Small” (ou “Pequeno”)

M – “Medium” (ou “Médio”)

L – “Large” (ou “Grande”)

Para cada experimento (ou linha da tabela), a variável “taxa de mutação” assumia três valores lingüísticos diferentes no decorrer do experimento, em função do valor lingüístico da variável “número de gerações”. Estes três valores aparecem abreviados em cada linha da tabela. Desta forma, em uma linha em que se leia, por exemplo, os valores: “M S V”, para a “taxa de mutação” (ou Pm), entende-se que esta variável possuía as seguintes regras lingüísticas associadas a ela no SIN:

SE “Número de gerações” é:	<i>Poucas</i>	<i>Médio</i>	<i>Muitas</i>
ENTÃO Pm será:	<i>Medium</i>	<i>Small</i>	<i>VerySmall</i>

Tabela 5.10: exemplo do significado da abreviação “M S V” utilizada para o valor de Pm nas tabelas 5.12 e 5.13 a seguir.

Convém também notar que, para cada uma das tabelas a seguir, em apenas um caso a variável “taxa de cruzamento” teve seu valor também ajustado dinamicamente, de forma crescente - onde se lê na tabela o valor “M L V” para a variável Pc, entenda-se que a taxa de cruzamento também possuía seus valores ajustados pelo SIN, da seguinte maneira:

SE “Número de gerações” é:	<i>Poucas</i>	<i>Médio</i>	<i>Muitas</i>
ENTÃO Pc será:	<i>Medium</i>	<i>Large</i>	<i>VeryLarge</i>

Tabela 5.11: exemplo do significado da abreviação “M L V” utilizada para o valor de Pc nas tabelas 5.12 e 5.13 a seguir.

Obs: também é muito importante notar que a abreviação “V” para a taxa de mutação significa “VerySmall” ou “MuitoPequeno”, mas para a taxa de cruzamento significa “VeryLarge” ou “MuitoGrande”.

Para cada regra referente à taxa de mutação, foram realizadas no máximo 25 iterações. O algoritmo era encerrado caso o valor ótimo global fosse encontrado (o qual já era conhecido antes da realização do experimento), ou caso o número máximo de iterações fosse atingido. Nas tabelas a seguir, pode-se observar os resultados deste experimento. A média de iterações foi calculada apenas levando em consideração os casos que encontraram o valor ótimo global. A coluna “NC%” apresenta o percentual de casos (dos 1000 utilizados) que não encontraram o valor ótimo global até a iteração 25. As tabelas a seguir apresentam os resultados obtidos tanto se utilizando a “Base de Dados1”, com partições originais de [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], bem como se utilizando a “Base de Dados2” obtida através de alterações nestas partições nebulosas originais (ambas as bases de dados foram apresentadas na seção anterior do presente trabalho):

AGN-BD1			
Pc	Pm	Média	NC%
0,8	V V V	8,815	5,6%
0,8	V V S	8,841	5,3%
0,8	S V V	8,857	4,9%
0,8	M V V	9,129	6,3%
0,8	V S S	9,163	4,1%
0,8	S S S	9,170	5,5%
0,8	M S S	9,181	4,1%
0,8	M S V	9,185	4,1%
0,8	S S V	9,195	5,0%
0,8	S S M	9,208	5,3%
0,8	S M M	9,484	4,4%
0,8	M M S	9,603	5,1%
0,8	M M M	9,648	4,7%
0,8	M M L	9,760	3,8%
0,8	L M S	10,128	4,5%
0,8	L M M	10,158	4,1%
0,8	M L L	10,190	3,8%
M L V	L M S	10,697	7,9%
0,8	L L M	10,743	4,0%
0,8	L L L	10,793	4,2%

Tabela 5.12: experimentos com diferentes regras para o controle de Pm, utilizando-se o AGN-BD1.

AGN-BD2			
Pc	Pm	Média	NC%
0,8	V V S	8,761	5,8%
0,8	V V V	8,792	5,5%
0,8	S V V	8,861	4,8%
0,8	M V V	8,977	4,7%
0,8	S S V	9,090	5,7%
0,8	S S S	9,135	5,3%
0,8	S S M	9,158	5,1%
0,8	V S S	9,179	5,5%
0,8	M S V	9,193	6,0%
0,8	M S S	9,238	5,6%
0,8	S M M	9,602	4,2%
0,8	M M S	9,632	4,7%
0,8	M M M	9,648	4,7%
0,8	M M L	9,672	4,3%
0,8	L M S	9,955	4,2%
0,8	L M M	10,048	2,9%
0,8	M L L	10,253	4,3%
0,8	L L L	10,445	4,2%
0,8	L L M	10,455	3,7%
M L V	L M S	10,524	7,3%

Tabela 5.13: experimentos com diferentes regras para o controle de Pm, utilizando-se o AGN-BD2.

Pode-se observar nas tabelas apresentadas, que a maioria dos valores de médias são menores para o caso do AGN-BD1, o que pode indicar que a “Base de Dados 1” pode realmente ser mais adequada ao problema em questão, apesar de introduzir não-linearidades no modelo. Porém, é importante observar que os casos que possuem as menores médias de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global procurado não são, necessariamente, os casos que possuem variação decrescente para a taxa de mutação, mas sim os casos que envolvem, em suas regras, conseqüentes que implicam nos menores valores para a taxa de mutação (“VerySmall”).

A tabela a seguir mostra os valores obtidos por experimentos realizados sob as mesmas condições, para o mesmo problema (do caixeiro viajante), porém utilizando-se o AG “clássico” (AG-CV), em sua configuração dos experimentos iniciais da seção 5.3.1, ou seja, com $P_m = 0,01$ e $P_c = 0,8$, porém desta vez utilizando-se a média de 1000 execuções diferentes, com seqüências aleatórias diferentes, e também contando os casos em que o AG não encontrou o valor ótimo global em até 25 iterações.

AG "clássico"			
Pc	Pm	Média	NC%
0,8	0,01	9,048	5,8%

Tabela 5.14: *experimento com o AG-CV, nas mesmas condições dos experimentos dos sistemas híbridos (AGN-BD1 e AGN-BD2), com $P_c = 0,8$ e $P_m = 0,01$.*

Analisando-se estas três tabelas, observa-se que:

- (1) Os melhores valores de média de número de iterações ocorreram para regras que possuíam predominantemente os valores lingüísticos "VerySmall" e "Small" em seus conseqüentes, ou seja, regras que imponham valores relativamente baixos para Pm, independentemente do fato de a taxa de Pm ser crescente ou decrescente no experimento. Desta forma, considerando-se que uma curva decrescente para Pm durante o experimento possa ser benéfica para reduzir a média de iterações necessárias, conforme [Bramlette – 1991 apud Herrera, Lozano – 1996] e [Fogarty – 1989 apud Herrera, Lozano – 1996], então os intervalos de valores considerados nas partições nebulosas necessitam ser aprimorados.
- (2) O melhores valores de média de número de iterações, obtidos pelo AGN-BD1 e pelo AGN-BD2 são ainda melhores que o de média obtido para o AG "clássico". Porém, é necessário verificar se outras configurações do AG "clássico" (ou seja: outros valores de Pc e Pm) não seriam capazes de produzir resultados ainda melhores com o AG-CV.
- (3) As configurações que possuem as menores porcentagens de casos que não encontraram o valor ótimo global (em até 1000 iterações do algoritmo), não correspondem aos casos que possuem as menores médias, e ocorrem para valores relativamente "médios" da taxa de mutação (também independentemente do fato de as regras gerarem, para Pm, um comportamento crescente ou decrescente).
- (4) Embora a "Base de Dados 1" tenha produzido mais casos em que a média de iterações é menor que a gerada pela "Base de Dados 2", estes resultados, para ambas as bases de dados, são muito próximos.

5.7. Considerações Finais do Capítulo

Com base nas observações apresentadas no final da seção anterior, percebe-se que no ajuste de parâmetros de AG's por SIN's que não utilizam medidas diretas da população do AG, mas sim que utilizam "Controle Dinâmico de Parâmetros" (segundo [Bäck – 1998 apud

Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]), é muito difícil ajustar o comportamento das taxas de cruzamento e de mutação, de forma a obter o maior desempenho possível do AGN, utilizando-se apenas como entradas do SIN o número de gerações (ou iterações) realizadas até o momento, e o tamanho (fixo) da população. Devido às conclusões obtidas para estes experimentos com o AG-CV, e como os experimentos anteriores com o AG-MF também não produziram os resultados de maior desempenho (esperados para o AGN-MF), desencoraja-se a realização dos mesmos experimentos aqui realizados para o AGN-CV, para o AGN-MF, sem que seja feita uma maior análise do comportamento de ambos os AG's implementados (AG-CV e AG-MF). Também se conclui que será necessário analisar o comportamento dos AG's (AG-CV e AG-MF) para diferentes combinações de valores de P_c e P_m , para que depois se possa inferir:

- Em quais faixas de valores devem ser variadas as taxas de mutação e de cruzamento, para que seja possível observar melhores médias de iterações necessárias para o algoritmo encontrar o valor ótimo global.
- Qual é a melhor configuração de parâmetros para cada um dos AG's "clássicos" (ou seja, o AG-CV e o AG-MF), e qual é o melhor desempenho alcançável para cada um destes AG's (para cada problema em questão – PCV ou PMF – e sua atual implementação, conforme os algoritmos 4.1 e 4.2), para que se possa afirmar futuramente se os sistemas híbridos (AGN-CV e AGN-MF) realmente atingiram resultados melhores que os alcançáveis com AG's "clássicos" (AG-CV e AG-MF);
- Quais configurações produzem menores valores médios de iterações necessárias para que o algoritmo encontre o valor ótimo global, quais produzem menores porcentagens de casos que não encontram o valor ótimo global para quantidades muito elevadas de iterações (por exemplo: 1000 iterações), e se existe intersecção entre estes dois conjuntos de configurações.

6.Experimentação de Diversas Configurações para AG's “Clássicos”, e Aplicação dos Resultados

A utilização de um comportamento decrescente para a Pm, e um comportamento crescente para a Pc, no AGN desenvolvido para resolver o problema do Caixeiro Viajante, com as partições utilizadas em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], não produziu resultados melhores (em termos de média de iterações necessárias para se encontrar o valor mínimo global) que os resultados produzidos pelo AG “clássico”.

Além disso, a utilização de partições nebulosas arbitrárias para produzir comportamento crescente para Pc e decrescente para Pm, para o problema de minimização de funções implementado, também não apresentou resultados melhores que os obtidos por um AG. Partindo-se do pressuposto de que se é possível obter maior desempenho para o algoritmo (ou seja: a realização da busca pelo valor ótimo global de maneira mais rápida e eficiente) com comportamentos: decrescente para a Pm e crescente para a Pc - utilizando-se uma base de regras para o SIN com regras semelhantes às regras encontradas em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] - é necessário que as bases de dados dos SIN's dos AGN's desenvolvidos (para minimização de funções e para o problema do caixeiro viajante) sejam ajustadas, para que os AGN's apresentem os resultados desejados.

Optou-se então por se analisar o comportamento dos AG's “clássicos” envolvidos (os quais têm seus parâmetros – incluindo Pm, Pc e o tamanho da população – fixos durante sua execução), em função dos próprios parâmetros Pm e Pc, e também para diferentes tamanhos de população. Para isso, foram realizados diversos testes.

6.1. Experimentação de Diferentes Combinações de Valores de Pm, Pc e Tamanhos de População, para AG's “Clássicos”

Todos os testes realizados envolveram as seguintes faixas para os valores de Pc e Pm:

- Taxa de Cruzamento: variando de 0,5 a 1, em incrementos de 0,05;

- Taxa de Mutação: iniciando em 0,1, diminuindo seu valor em 20% a cada passo, em 25 diferentes passos, sendo que no último assumia valor “0”.

Para o AG-CV, foram realizados testes de todas as combinações destes valores de P_c e P_m para diferentes tamanhos de população: de 20 a 100 indivíduos, variando de 20 em 20. Para cada configuração deste experimento, foram realizadas 1000 execuções do algoritmo, cada uma utilizando uma diferente “semente” para a geração de números aleatórios. Cada uma destas diferentes “sementes” produz uma diferente seqüência de números aleatórios. Esta abordagem é interessante para este trabalho, pois permite estudar o comportamento do algoritmo desenvolvido para diferentes seqüências de números aleatórios, além de permitir reproduzir novamente uma mesma seqüência de números, caso algum comportamento interessante tenha sido gerado por aquela seqüência específica. Uma discussão a respeito da suficiência da utilização de 1000 seqüências diferentes de números aleatórios é apresentada no “Apêndice B” do presente trabalho.

Para cada caso, o número máximo de iterações admitido era de 1000. Além disso, em cada caso, as tabelas geradas informam a média de iterações necessárias para o AG encontrar o valor mínimo global (apenas entre os casos que encontraram o valor ótimo global procurado em até 1000 iterações, os demais não entraram na média), e também informam o número de casos que não encontraram este valor ótimo global procurado em até 25, 50, 100, 200, 500, 700 e 1000 iterações. As diversas tabelas com os resultados deste experimento se encontram no “Apêndice A” deste documento.

Para o AG-MF, também foram realizados testes de todas as combinações destes valores de P_c e P_m , para os tamanhos de população de 20, 50, 70 e 200 indivíduos, utilizando-se os mesmos critérios e condições para os cálculos dos números médios de iterações necessárias, e números de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado até as mesmas quantidades números de iterações (25, 50, 100, 200, 500, 700 e 1000). Como os experimentos com o AG-MF foram realizados após os experimentos com o AG-CV, e para o AG-CV observou-se que a variedade de tamanhos de população utilizada nos experimentos foi um pouco alta (os mesmos resultados poderiam ser observados com menos experimentos, utilizando-se menos variedade de tamanhos para a população), e estes experimentos são computacionalmente pesados (por necessitarem de muito tempo para sua conclusão), optou-se por utilizar para o AG-MF uma variedade menor de tamanhos de população, apenas utilizando-se populações de 20, 50 e 70 indivíduos. O tamanho de população de 200 indivíduos foi utilizado em um experimento posterior, após se verificar que, para populações de 20, 50 e 70 indivíduos o desempenho do AG-MF era consideravelmente inferior ao do AG-CV, e como uma tentativa de se observar o comportamento do AG-MF quando este obtém um desempenho maior. Convém observar que, em ambos os experimentos, as faixas de valores geralmente utilizadas segundo

[Rezende – 2003], e as faixas de valores recomendados em [Obitko, Slavík – 1999], para P_m e P_c , estão contidas nas faixas utilizadas nestes experimentos.

Das tabelas produzidas, pode-se observar comportamentos semelhantes em todos os experimentos, sob determinadas condições. Para ambos os AG's implementados (AG-CV e AG-MF), pode-se observar que, para o mesmo valor de P_c , e também o mesmo tamanho da população, sempre existe um valor de P_m que minimiza o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado até números mais altos de iterações. É importante detalhar de forma clara este critério, pois será usado deste ponto em diante para todo este documento. Para este critério, consideram-se “melhores” as configurações que “zeraram” as quantidades de casos (que não encontraram o valor ótimo global procurado) para faixas de iterações mais altas. Assim sendo, configurações que zeraram a quantidade de casos em uma determinada faixa de iterações (por exemplo: “não até 500”) (e portanto, obviamente, também “zeraram” em todas as demais faixas com quantidades maiores de iterações – ainda segundo o mesmo exemplo: “não até 700”, e “não até 1000”) são considerados “melhores”, sob este critério, que todos os demais casos que possuam casos nesta faixa (no mesmo exemplo: “não até 500”), por menores que sejam seus resultados para faixas de quantidades menores de iterações (no mesmo exemplo: “não até 100”, “não até 200” etc). Como critério de desempate, caso haja faixas de quantidades de iterações que não possuam “0” casos, para nenhuma das configurações experimentadas, são consideradas como “melhores” as configurações que apresentarem o menor número de casos nesta faixa “não-zerada”. Caso as quantidades sejam iguais para mais de uma configuração, é “melhor” a configuração que possuir um menor número de casos na faixa de iterações imediatamente anterior, e assim por diante.

Além disso, sempre existe também um valor de P_m que minimiza a média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global procurado (lembrando que a média é calculada apenas entre os casos que encontraram o valor ótimo global procurado em até 1000 iterações), mas surpreendentemente estes casos (a minimização da média; e a minimização do número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado até elevadas quantidades de iterações, segundo os critérios apresentados) ocorrem para valores de P_m diferentes. A tabela a seguir ilustra um destes casos, para o AG-CV:

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	42.70	538	247	87	21	0	0	0
0.80	0.08000	30.58	404	147	36	1	0	0	0
0.80	0.06400	19.92	241	42	4	0	0	0	0
0.80	0.05120	15.61	122	14	0	0	0	0	0
0.80	0.04096	13.42	68	6	0	0	0	0	0
0.80	0.03277	14.49	44	22	15	4	0	0	0
0.80	0.02621	19.40	41	34	28	20	4	2	0
0.80	0.02097	21.26	43	42	41	39	24	18	15
0.80	0.01678	17.30	55	53	51	48	42	37	35
0.80	0.01342	15.03	42	41	39	39	35	29	28
0.80	0.01074	11.59	45	45	45	45	43	43	41
0.80	0.00859	9.70	54	54	54	54	52	52	52
0.80	0.00687	8.70	57	56	56	56	56	56	56
0.80	0.00550	8.75	37	37	37	37	37	37	37
0.80	0.00440	8.45	49	49	48	48	48	48	48
0.80	0.00352	8.69	44	44	43	43	43	43	43
0.80	0.00281	9.60	53	51	51	51	51	51	50
0.80	0.00225	8.52	56	55	55	54	54	54	54
0.80	0.00180	8.80	55	54	49	49	49	49	49
0.80	0.00000	8.38	61	61	61	61	61	61	61

Tabela 6.1: experimento com o AG que resolve o problema do CV, para tamanho de população = 100 indivíduos, e $P_c = 0,8$ (a linha da tabela com menor número de casos que não encontraram o valor mínimo global está circulada com traço contínuo, e a linha da tabela que corresponde à menor média, está circulada em tracejado).

É importante notar das tabelas obtidas, que os casos que não encontraram o valor ótimo global procurado em até 1000 iterações já possuíam números aproximadamente constantes de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado nas faixas de iterações próximas de 1000, o que significa que estes casos dificilmente o encontrariam para números de iterações superiores a 1000 (sendo que o próprio valor de 1000 iterações já corresponde um número muito elevado). Foi por este motivo que as médias de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global procurado foram calculadas apenas entre os casos que encontraram o valor ótimo global procurado para números de iterações inferiores a 1000; e os demais casos foram considerados como casos incapazes de encontrar o valor ótimo global procurado. Analisando-se a população de alguns destes casos, percebe-se que sofreram convergência prematura, e como consequência deste fato, possuem uma população com todos os indivíduos iguais (ou quase todos), “uniformizada” (conforme observado e discutido na seção 5.1.1 do presente trabalho), o que significa que, nestes casos, muito dificilmente o algoritmo sairá desta condição, mesmo para elevadas quantidades de iterações.

Ainda se analisando os resultados para o AG-CV, observa-se que os valores de P_m que geram o menor número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado (para os diversos valores de P_c e tamanhos de população) ficam entre 0,04096 e 0,08. É interessante notar que sempre é possível se obter casos, para todos os tamanhos de população analisados, em que todas as execuções do algoritmo encontram o valor ótimo (mínimo) global antes de 1000 iterações. Também se pode observar que, quanto menor é o

tamanho da população, maiores são as quantidades de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, maiores são as médias, e maiores tendem a ser os valores de P_m que obtêm o menor número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado. Estes resultados estão condizentes com o fato de que, quanto maior é a população, melhor é o desempenho do AG (porém também é maior o consumo de recursos computacionais) [Herrera, Lozano – 1996].

Curiosamente, para o AG-CV, a melhor média sempre foi obtida para $P_m = 0$, embora estes casos tenham quase sempre obtido os piores valores para a quantidade de execuções que não encontraram o valor ótimo global procurado – para tamanhos altos de população, esta quantidade não chega a ser muito elevada (para $pop = 100$, o pior dos casos teve 17% das execuções não encontrando o valor ótimo global procurado, e para $pop = 80$, 29%); porém para tamanhos menores, este valor passou a ser elevado (para $pop = 40$, o pior dos casos teve 62% das execuções não encontrando o valor ótimo global procurado, e para $pop = 20$, o preocupante valor de 94%). Desta forma, pode-se observar que para este AG, a P_m tende a aumentar a média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global, mas sem sua utilização, o desempenho do algoritmo fica comprometido para muitos dos casos executados. Contudo, a segunda melhor média observada, para cada combinação de P_c e tamanho da população, não ocorre para o menor valor de P_m empregado, mas ainda assim ocorre para valores relativamente baixos de P_m (abaixo de 1%).

Analisando-se as tabelas obtidas, para cada combinação de P_m e tamanho da população, observa-se que quanto maior é P_c , menores (e portanto melhores) tendem a ser a média de iterações necessária para encontrar o valor ótimo global procurado, bem como o número de casos não encontraram este valor em até 1000 iterações. Para o mesmo valor de P_m , quando não era o mesmo valor de P_c que gerava ao mesmo tempo a menor média e o menor número de casos que não encontraram o valor ótimo global, estes fatos ocorriam para valores de P_c muito próximos. Para populações maiores, os melhores valores de P_c concentravam-se entre $P_c = 0,9$ e $P_c = 1$. Conforme se diminui o tamanho da população, estes valores tendem a ficar um pouco mais próximos da metade do intervalo de valores utilizado (normalmente entre $P_c = 0,7$ e $P_c = 0,8$).

Para o AG-MF, pode-se observar um comportamento semelhante ao observado para o AG-CV, apesar de se tratar de AG's com representações e operadores essencialmente diferentes. A principal diferença é que, para o AG-MF, a melhor média normalmente não ocorre para $P_m = 0$. Uma tabela que ilustra o comportamento deste AG para $P_c = 0,8$ e população de 70 indivíduos.

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0,8	0,1	41,24	494	240	84	16	0	0	0
0,8	0,08	31,58	413	171	41	2	0	0	0
0,8	0,064	29,01	367	146	27	0	0	0	0
0,8	0,0512	38,21	380	189	76	22	2	0	0
0,8	0,04096	86,29	386	295	213	133	65	44	19
0,8	0,03277	135,25	447	413	382	334	255	214	160
0,8	0,02621	82,01	450	438	423	406	378	361	333
0,8	0,02097	66,2	542	530	524	515	495	484	467
0,8	0,01678	47,39	565	562	560	558	545	536	528
0,8	0,01342	35,77	595	590	588	584	574	570	566
0,8	0,01074	26,94	632	624	623	621	615	612	610
0,8	0,00859	19,17	657	653	652	652	651	648	647
0,8	0,00687	16,72	682	676	676	676	675	675	673
0,8	0,0055	14,64	705	691	691	691	691	691	690
0,8	0,0044	14,59	712	698	698	698	698	697	697
0,8	0,00352	12,62	707	694	693	693	693	693	693
0,8	0,00281	13,05	713	694	692	692	692	692	692
0,8	0,00225	13,9	728	708	704	704	704	704	704
0,8	0,0018	13,8	742	721	715	715	715	715	715
0,8	0,00144	15,72	759	735	729	729	728	728	728
0,8	0,00115	15,72	754	736	721	721	721	721	721
0,8	0,00092	17,86	766	739	719	718	718	718	718
0,8	0,00074	18,5	768	736	717	714	714	714	714
0,8	0,00059	20,49	759	735	708	702	702	702	702
0,8	0	93,6	818	818	815	810	800	792	780

Tabela 6.2: experimento com o AG que resolve o problema de Minimização de Funções, para tamanho de população = 70 indivíduos, e $P_c = 0,8$ (a linha da tabela com menor número de casos que não encontraram o valor mínimo global está circulada com traço contínuo, e a linha da tabela que corresponde à menor média, está circulada em tracejado).

Para este AG, que resolve o problema de minimização de funções, também se observa que, para os mesmos valores de P_c e tamanho da população, existe uma faixa de valores de P_m que tende a minimizar o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado. Assim como para o AG-CV, esta faixa tende a ocorrer para valores mais altos de P_m , conforme menor for o tamanho da população. Para tamanhos de população de 70 e 50 indivíduos, esta faixa de valores se encontrava entre $P_m = 0,064$ e $P_m = 0,08$. Já para a população de 20 indivíduos, esta faixa se encontrava entre $P_m = 0,1$ e $P_m = 0,08$. Em todos os casos estes valores de P_m necessários para que o algoritmo encontre o valor ótimo global procurado são consideravelmente elevados (encontram-se acima das faixas de valores geralmente utilizadas segundo [Rezende – 2003], e das faixas de valores recomendados em [Obitko, Slavík – 1999]). Também se pode observar que, para os tamanhos de população de 50 e 70 indivíduos sempre foi possível encontrar valores de P_c e P_m que encontram o valor ótimo global procurado para todos os casos testados (as 1000 seqüências diferentes de números aleatórios) antes de 1000 iterações. Porém, para a população de 20 indivíduos, não foi possível encontrar tal combinação. A necessidade de valores consideravelmente altos de P_m para que o algoritmo encontre o valor ótimo global procurado, está condizente com os resultados de baixo desempenho obtidos no primeiro experimento com este AG, para $P_c = 0,8$ e $P_m = 0,01$, e tamanho de população de apenas

16 indivíduos. Porém, com populações maiores, conseguiu-se reduzir esta necessidade de valores demasiadamente altos para P_m . Segundo [Herrera, Lozano – 1996], se o tamanho da população é pequeno demais, corre-se o risco de o algoritmo convergir depressa demais (e, portanto convergir para um valor não-ótimo, não encontrando o valor ótimo procurado); e se este tamanho for grande demais, o AG pode desperdiçar recursos computacionais. Os resultados aqui obtidos estão condizentes com esta afirmação, uma vez que para tamanhos de população pequenos, não foi possível encontrar o valor ótimo global procurado, antes de 1000 iterações, para todas as 1000 execuções, em nenhuma configuração de parâmetros. Convém também observar que o tamanho ideal de população depende do problema e da implementação do AG em questão, uma vez que a população de apenas 20 indivíduos foi capaz de gerar configurações em que todos os casos encontraram o valor ótimo global procurado antes de 1000 iterações, para o AG-CV. Ainda segundo [Herrera, Lozano – 1996], o tamanho da população é uma das escolhas mais importantes enfrentadas por qualquer usuário de AG's.

Para o AG que resolve o problema de minimização de funções, é importante notar que os casos que obtiveram a menor média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global procurado, não eram os casos que possuíam $P_m = 0$, mas ainda eram obtidos para valores relativamente baixos de P_m (entre 0,002 e 0,01), e pertencentes à faixa de valores geralmente utilizadas segundo [Rezende – 2003], e às faixas de valores recomendados em [Obitko, Slavík – 1999].

Também é muito importante notar, dos experimentos com este AG, que os casos de menor média possuem um número muito grande de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado (normalmente a maioria dos casos não encontra). Já as configurações de menor (e, portanto, melhor) número de casos que não encontraram o valor ótimo global acabam tendo uma média de iterações muito superior (e, portanto, muito pior). Também se pode observar que existem muitas configurações que possuem, ao mesmo tempo, médias muito elevadas e também números muito elevados de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado. Assim como observado para o AG-CV, com o AG que resolve o problema de minimização de funções, para os mesmos valores de P_m e tamanho da população, observa-se que a média e o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado tendem a diminuir conforme se aumenta a taxa de cruzamento (P_c). Além disso, quando o mínimo da média e do número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado não ocorrem para o mesmo valor de P_c , os valores mínimos de cada uma destas medidas ocorrem para valores de P_c próximos entre si. Uma importante diferença entre o AG-CV e o AG-MF, é que no primeiro, para tamanhos suficientemente grandes de população, o caso que possuía a menor média normalmente também possuía um número relativamente pequeno de casos que não encontraram o valor

ótimo global procurado até 1000 iterações. Para os tamanhos de população simulados, são apresentados a seguir, nos piores casos (para $P_c = 0,5$), a porcentagem de indivíduos que não encontraram o valor ótimo global procurado até 1000 iterações para a simulação correspondente à melhor média (ou seja, com $P_m = 0$):

Tamanho da População	P_c	P_m	Porcentagem de casos que não encontraram o valor ótimo global em até 1000 iterações
100	0,5	0	17%
80	0,5	0	29%
60	0,5	0	40%
40	0,5	0	62%

Tabela 6.3: percentual de casos que não encontraram o valor ótimo global em até 1000 iterações, nas situações referentes à melhor média de iterações necessárias para encontrá-lo ($P_m=0$ e $P_c=0,5$), para o AG-CV.

Já para o AG utilizado para resolver o problema de minimização de funções, mesmo para a população de 70 indivíduos (maior testada), os casos de melhor média de iterações (para encontrar o valor ótimo global procurado) ainda possuem um número consideravelmente elevado, de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado em até 1000 iterações.

6.1.1. Conclusões a Respeito Destes Experimentos

Uma importante conclusão da análise apresentada é que, os valores de parâmetros do AG que geram a melhor (ou seja, a menor) média de iterações para casos que encontraram o valor ótimo global procurado, não são os mesmos valores que geram o melhor (ou seja, o menor) número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado. Em outras palavras: um AG pode ser muito sensível à seqüência de números aleatórios envolvida em seu andamento (uma vez que AG's necessitam de gerações de números aleatórios para operarem em diversas de suas etapas internas, como por exemplo: na etapa de geração da população inicial, nas etapas de seleção, cruzamento e mutação).

Desta forma, o mesmo AG pode produzir, em um primeiro caso, dependendo da configuração de seus parâmetros P_c , P_m (e também do tamanho da população), excelentes valores de média de iterações necessárias para seqüências específicas de números aleatórios, mas nem sequer encontrar o valor ótimo global procurado, em tempo hábil, para

outras seqüências. Já outras configurações podem, em um segundo caso, ser menos sensíveis a estas seqüências, encontrando o valor ótimo global procurado até um número máximo específico de iterações para todas as seqüências (ou pelo menos a maioria destas), mas ainda assim apresentar uma média de iterações necessárias superior (e, portanto, pior) à dos AG's do primeiro caso. Mas mesmo assim, os valores para a média de iterações, no segundo caso, podem ser menores (e, portanto, melhores) que os obtidos para a média com outras configurações, as quais podem produzir elevada média e elevado número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado. De qualquer forma, não foram observadas configurações capazes de produzir, ao mesmo tempo, baixa média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global, e baixa quantidade de casos que não encontraram este valor, nem mesmo para 1000 iterações. No entanto, resta analisar se é possível se obter resultados que minimizam, ao mesmo tempo, ambas estas medidas de desempenho (média e número de casos), utilizando-se os sistemas híbridos (AGN-CV e AGN-MF).

Assim sendo, conclui-se que, além de se buscar as configurações de parâmetros de AG's que geram baixos valores de médias de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global procurado, é necessário se obter configurações de parâmetros de AG's capazes de encontrar o valor ótimo global procurado de modo robusto (ou seja, para diferentes seqüências de números aleatórios envolvidos em sua execução).

6.2. Considerações Sobre o Controle Dinâmico dos Parâmetros P_m e P_c , Utilizando-se os Resultados do Experimento Anterior

Ainda mantendo-se a abordagem de buscar a melhoria dos resultados obtidos para médias de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global procurado; e números de casos que não encontram o valor ótimo global procurado - ou seja: de buscar a diminuição destes valores - que foram obtidos utilizando-se de valores de P_m e P_c fixos em tempo de execução, mantém-se a proposta da utilização de ajuste dos parâmetros P_m e P_c em tempo de execução, em função apenas do “tempo” (ou seja, do número de “gerações” - ou “iteraões”) e do tamanho da população (o qual é fixo durante o experimento), e ainda buscando atender à premissa de não se utilizar nenhuma medida da população para realizar estes ajustes (como medidas de diversidade da população, grau de convergência etc).

Para isso, entende-se que é necessário encontrar, para cada tamanho de população desejado, as “curvas” dos valores que os parâmetros P_m e P_c deverão assumir em função do “tempo” de execução, que obtêm a melhoria desejada nos resultados.

As tentativas realizadas anteriormente para se produzir estas curvas, utilizando-se SIN's com regras de inferência retiradas de [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], partições nebulosas heurísticas (para o AG de minimização de funções), e partições nebulosas retiradas dos trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] (para o AG-CV), não produziram melhorias nos resultados. Estas curvas produziam um comportamento, em tempo de execução, decrescente para Pm, e crescente para Pc; comportamentos estes considerados interessantes para a melhoria dos resultados, segundo diversas referências ([Bramlette – 1991 apud Herrera, Lozano – 1996] e [Fogarty – 1989 apud Herrera, Lozano – 1996]) e considerações intuitivas na seção 5.2 do presente trabalho. Ainda se acredita que estas curvas existam, devido aos bons resultados obtidos em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], porém sua obtenção é um processo árduo, uma vez que não se utiliza medidas da população para nortear o comportamento destas curvas.

6.2.1. Experimentação de Diferentes Curvas Determinísticas para os Valores de Pm e/ou Pc

Com base nos resultados dos experimentos anteriores, novos experimentos foram realizados, buscando-se obter melhores resultados, utilizando-se curvas com, essencialmente, o mesmo comportamento que o utilizado anteriormente para Pm e Pc, (ou seja: Pm decrescente e Pc crescente no decorrer do “tempo”, ou número de iterações) porém utilizando-se valores de Pm e Pc em torno dos valores utilizados nas configurações do AG, que produziam os menores números de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado (até diferentes faixas de iterações).

A tabela a seguir, retirada dos resultados dos experimentos da seção 6.1, apresenta as duas melhores situações, em quantidades de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado, para cada tamanho de população estudado, para o AG-CV:

Pop	Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
100	0.90	0.04096	13,49	80	0	0	0	0	0	0
100	0.80	0.04096	13.42	68	6	0	0	0	0	0
80	1,00	0,04096	15,01	99	14	0	0	0	0	0
80	0,80	0,0512	17,72	172	28	0	0	0	0	0
60	1	0,0512	20,45	227	62	2	0	0	0	0
60	0,95	0,04096	18,27	174	43	4	0	0	0	0
40	0,70	0,05120	17,51	166	27	1	0	0	0	0
40	0,75	0,05120	16,88	134	30	1	0	0	0	0
20	0,95	0,08	83,87	698	415	236	108	15	0	0
20	1	0,0512	67,82	523	308	199	94	7	1	0

Tabela 6.4: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram os menores números de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado, para o AG-CV.

Os melhores quatro resultados, em quantidades de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado, de todos os tamanhos de população estudados, são apresentados a seguir:

Pop	Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
100	0,9	0,04096	13,49	80	0	0	0	0	0	
100	0,8	0,04096	13,42	68	6	0	0	0	0	
100	0,95	0,04096	13,54	70	6	0	0	0	0	
100	1	0,04096	13,2	61	7	0	0	0	0	

Tabela 6.5: as quatro configurações, de todos os tamanhos possíveis de população estudados, que produziram os menores números de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado, para o AG-CV.

6.2.1.1. Experimentos Variando Apenas o Valor de Pm

Considerando-se a melhor configuração de todas, que corresponde à primeira linha da tabela 6.5, tentou-se inicialmente ajustar, dinamicamente, o valor de Pm, com curvas decrescentes em torno de seu valor nesta linha ($Pm = 0,04096$), e mantendo-se fixos os demais parâmetros, com tamanho de população de 100 indivíduos, e $Pc = 0,9$. Nos trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994], as “curvas” para Pm e Pc, para um mesmo valor de tamanho de população, possuem três “patamares” distintos, com transição suave entre eles, curvas estas realizadas pelo sistema de inferências nebuloso utilizado. Algumas curvas semelhantes também foram testadas. Todos os experimentos foram realizados considerando 1000 execuções diferentes (cada uma utilizando uma diferente sequência de números aleatórios – e portanto uma diferente “semente” para a geração de números aleatórios na linguagem de programação utilizada) para cada configuração. As diferentes curvas e seus resultados são apresentados a seguir:

- Curva “Pm-A”: não-contínua com 5 patamares de comprimentos iguais, 2 acima de $Pm = 0,04096$ e 2 abaixo deste valor. Os patamares são os valores “vizinhos” utilizados para Pm nos experimentos para o AG “clássico”. Além disso, é esperado que, do (valor da média para esta linha) x 120% em diante, esta curva já tenha percorrido os 5 patamares, e mantenha-se no valor do último patamar. Esta função não é contínua e realiza transições abruptas entre os patamares.

Gerações	1 a 3	4 a 6	7 a 9	10 a 12	13 a 15 e em diante
Valor de Pm	0,064	0,0512	0,04096	0,032768	0,026214

Tabela 6.6: curva “Pm-A”.

- Curva “Pm-B”: não-contínua com 3 patamares de comprimentos iguais, 1 acima de Pm = 0,04096 e 1 abaixo deste valor. Os patamares são os valores “vizinhos” utilizados para Pm nos experimentos para o AG “clássico”. Além disso, é esperado que, do (valor da média para esta linha) x 120% em diante, esta curva já tenha percorrido os 3 patamares, e mantenha-se no valor do último patamar. Esta função não é contínua e realiza transições abruptas entre os patamares.

Gerações	1 a 6	6 a 10	11 a 15 e em diante
Valor de Pm	0,0512	0,04096	0,032768

Tabela 6.7: curva “Pm-B”.

- Curva “Pm-C”: não-contínua com 6 patamares de comprimentos iguais, 2 acima de Pm = 0,04096 e 3 abaixo deste valor. A diferença entre o valor do patamar mais alto e do patamar mais baixo é maior que das curvas “A” e “B”, de forma que as diferenças entre os patamares envolvidos são maiores. Estes 6 patamares são percorridos em um intervalo maior de gerações que os das curvas “A” e “B” (de 1 até 15), de 1 até 25. Esta função não é contínua e realiza transições abruptas entre os patamares.

Gerações	1 a 4	5 a 8	9 a 13	14 a 17	18 a 21	22 a 25 e em diante
Valor de Pm	0,08	0,064	0,04096	0,026214	0,01	0,005

Tabela 6.8: curva “Pm-C”.

- Curva “Pm-D”: o inverso da curva “A”, com Pm crescente. Esta curva foi criada para se analisar se o comportamento “decrecente” de Pm realmente produz resultados melhores que os obtidos com uma curva de comportamento “crescente” para Pm.

Gerações	1 a 3	4 a 6	7 a 9	10 a 12	13 em diante
Valor de Pm	0,0262144	0,032768	0,04096	0,0512	0,064

Tabela 6.9: curva “Pm-D”.

Resultados:

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0,9	Curva "Pm-A"	20,26	43	25	23	18	6	2	1
0,9	Curva "Pm-B"	14,21	60	10	6	0	0	0	0
0,9	Curva "Pm-C"	14,39	47	43	43	43	43	43	42
0,9	Curva "Pm-D"	16,54	170	32	3	0	0	0	0

Tabela 6.10: resultados dos experimentos, utilizando as curvas descritas para o ajuste da Pm, para o AG-CV.

Para os experimentos realizados, não foram observados valores menores para a média de iterações, e nem para o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, em relação à melhor configuração do AG “clássico”. Todos os casos de controle dinâmico do parâmetro Pm aqui testados ainda demonstram valores maiores, para ambas estas grandezas. É interessante notar que os resultados da última linha da tabela 6.10, obtidos para uma curva “crescente” de Pm (a qual apresenta comportamento completamente contrário ao que se busca nestes experimentos), o valor da média de iterações necessárias (16,54) é maior que o obtido com a utilização das curvas “Pm-B” e “Pm-C”, porém é, surpreendentemente, melhor (ou seja, menor) que o valor de média obtido com a curva “Pm-A”, a qual é decrescente. Além disso, ainda para a curva “Pm-D”, embora o número de casos que não encontraram o valor mínimo global procurado até 25 iterações seja o maior de todos; o experimento com esta curva, após 200 iterações, surpreendentemente obteve o menor número de casos não encontraram o valor mínimo, quando comparado com todos os demais (os quais utilizaram comportamento “decrescente” para Pm). Estes resultados levam a questionar a efetividade da utilização de curvas “decrescentes” para Pm, nas condições dos experimentos.

6.2.1.2. Experimentos Variando Também o Valor de Pc

Com o objetivo de verificar possíveis melhorias no resultado utilizando-se uma curva de comportamento “crescente” para Pc, tanto com Pm fixo quanto em conjunto com uma curva decrescente de Pm, novos experimentos foram realizados, utilizando as curvas a seguir:

- Curva “Pc-A”: não-contínua com 3 patamares de comprimentos iguais, variando de 0,8 a 0,99 - e portanto incluindo o valor de $P_c=0,9$ utilizado na melhor configuração do AG - com um patamar acima deste valor, e um abaixo deste valor. Para determinar o comprimento de cada patamar, utilizou-se o seguinte

critério: é esperado que, a partir de 120% do valor da média obtida na melhor configuração do AG ($13,49 \times 120\% \cong 16$), esta curva já tenha percorrido os 3 patamares, e mantenha-se no valor do último patamar.

Gerações	1 a 5	6 a 10	11 em diante
Valor de Pc	0,8	0,9	0,99

Tabela 6.11: curva “Pc-A”.

- Curva “Pc-B”: não-contínua com 5 patamares de comprimentos iguais, variando de 0,6 até 1 - e portanto incluindo o valor de $Pc=0,9$ utilizado na melhor configuração do AG - com 3 patamares abaixo deste valor, e 2 acima deste valor. Para determinar o comprimento de cada patamar, utilizou-se o seguinte critério: é esperado que, quando $Ng = 120\%$ do valor da média obtida na melhor configuração do AG ($13,49 \times 120\% \cong 16$), esta curva esteja próxima de sua metade (ou no terceiro ou no quarto patamar). Depois de percorridos os 5 patamares, é esperado que Pc mantenha-se no valor do último patamar até a última (milésima) iteração.

Gerações	1 a 4	5 a 8	9 a 13	14 a 17	18 a 21	22 em diante
Valor de Pc	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	1

Tabela 6.12: curva “Pc-B”.

- Curva “Pc-C”: o inverso da curva “Pc-B”, com Pc decrescente. Esta curva foi criada para se analisar se o comportamento “crescente” de Pc realmente produz resultados melhores que os obtidos com uma curva de comportamento “decrescente” para Pc.

Gerações	1 a 4	5 a 8	9 a 13	14 a 17	18 a 21	22 em diante
Valor de Pc	1	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6

Tabela 6.13: curva “Pc-C”.

- Curva “Pm-E”: nova curva para Pm, que corresponde ao inverso da curva “Pm-C”, com Pm crescente. Esta curva foi criada com o comportamento oposto do procurado para Pm, para ser utilizada em conjunto com a curva “Pc-C”, para

verificar se os comportamentos: decrescente de Pm e crescente de Pc realmente produzem melhores resultados que seus inversos.

Gerações	1 a 4	5 a 8	9 a 13	14 a 17	18 a 21	22 em diante
Valor de Pm	0,01	0,01	0,026	0,041	0,064	0,08

Tabela 6.14: curva “Pm-E”.

Com base nestas curvas, e também nas curvas criadas para Pm na seção anterior, alguns experimentos foram elaborados, com a variação simultânea de Pm e Pc, e um experimento foi realizado variando-se apenas Pc. Todos os experimentos foram realizados considerando 1000 execuções diferentes (cada uma utilizando uma diferente seqüência de números aleatórios – e portanto uma diferente “semente” para a geração de números aleatórios na linguagem de programação utilizada) para cada configuração. Os resultados são apresentados na tabela a seguir:

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
Curva “Pc-A”	Curva “Pm-B”	13.09	51	8	1	0	0	0	0
Curva “Pc-B”	Curva “Pm-C”	13.63	49	45	44	43	43	43	43
Curva “Pc-A”	0.04096	13.53	77	4	0	0	0	0	0
Curva “Pc-C”	Curva “Pm-E”	11.65	55	25	5	0	0	0	0

Tabela 6.15: resultados obtidos em experimentos com a utilização das curvas citadas anteriormente, variando Pc e possivelmente Pm, para o AG-CV.

Analisando-se estes resultados obtidos, não se identifica valor melhor que os obtidos com as melhores configurações do AG “clássico”. Além disso, utilizando-se os comportamentos completamente contrários aos que se busca nestes experimentos, como ocorreu na última linha da tabela 6.15, percebe-se que a média de iterações necessárias foi menor (e portanto melhor) que a das demais linhas.

6.3. Considerações Finais do Capítulo

A partir das tabelas (disponíveis no “Apêndice A” deste trabalho) obtidas a partir dos experimentos com AG’s “clássicos” (ou seja, AG’s que mantêm fixos os valores de seus parâmetros em tempo de execução), foi possível observar que: nem sempre as configurações que obtêm a menor média de iterações necessárias (para encontrar o valor ótimo global), são as mesmas configurações que obtêm o menor número de casos que não encontram o valor ótimo global procurado (em até 1000 iterações). Na realidade, observou-se que a minimização de cada um destes critérios citados ocorre para configurações diferentes.

De posse destas tabelas geradas, é possível analisar o comportamento dos AG's clássicos, e a partir disto, propor comportamentos determinísticos (em função do tamanho da população – Pop – e do número de iterações realizadas até o momento – Ng) para os parâmetros Pc e Pm, a fim de otimizar o desempenho dos AG's.

Embora existam trabalhos que sustentem a existência de curvas decrescentes para Pm que diminuam a média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global procurado ([Bramlette – 1991 apud Herrera, Lozano – 1996] e [Fogarty – 1989 apud Herrera, Lozano – 1996]), e possam existir curvas para Pc que também melhorem o desempenho de um AG, estas curvas ainda não foram encontradas nos experimentos do presente trabalho, mesmo após diversas tentativas, para o AGN-CV. Estes resultados também desencorajam a busca exaustiva por curvas específicas para o AGN-MF.

Assim sendo, estas observações sugerem a necessidade de se buscar novos critérios para a utilização do “Controle Dinâmico de Parâmetros” (“Dynamic Parameter Control” – [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]) dos parâmetros Pm e Pc, em função do tamanho da população (Pop) e do número de iterações realizadas até o momento (Ng), bem como a realização de novos experimentos.

7. Experimentação de ajustes dos valores de P_m e P_c , por Substituição de Valores

Uma das principais dificuldades de se tentar encontrar curvas de P_c e P_m em função do número de N_g é que não se tem medidas da população durante a execução do AG (as quais seriam medidas caso se utilizasse uma abordagem de “Controle Adaptativo de Parâmetros”, segundo [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]), que possam servir de base para alterações nos valores destes parâmetros. Embora os experimentos com diferentes curvas para P_m e P_c realizados no capítulo anterior tenham sido realizados apenas para o problema do Caixeiro Viajante, e com populações de 100 indivíduos, os resultados obtidos são desencorajadores para a realização de novos experimentos com outras configurações. Para se evitar uma abordagem de busca por “tentativa e erro” por curvas ideais de P_m e P_c , o que seria um processo extremamente penoso e de difícil justificativa, decidiu-se propor, ainda seguindo-se a abordagem de Controle Dinâmico de Parâmetros ([Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]), uma nova abordagem para o comportamento de P_m e P_c , em função do número de iterações (e tamanho da população), com base nos resultados obtidos nos experimentos com o AG “clássico”.

7.1. A Proposta da Substituição de Valores: O Ajuste “Em Degrau”

Basicamente, a nova proposta consiste em utilizar, inicialmente, a configuração de parâmetros que obteve a melhor média (nos experimentos com o AG), até um número de gerações próximo desta média. Com isso, garante-se a maior velocidade para se encontrar o valor ótimo global (para os casos que o encontram, neste primeiro momento), porém, ainda existe uma quantidade razoável de casos que não encontram o valor ótimo (mínimo) global procurado, sendo que destes, muitos não o encontrarão nem mesmo para 1000 iterações (conforme apresentado nos resultados do AG “clássico”). A partir deste número de gerações, troca-se os valores de P_m e P_c para a configuração que obteve o menor número possível de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado (nos experimentos com o AG). Espera-se que esta configuração force a o algoritmo a encontrar o ótimo global

nos demais casos, desde que, para estes demais casos, a população não tenha atingido uma situação “irreparável” pelo emprego da configuração inicial (ou seja, que não tenha sido prejudicada por uma possível convergência prematura do algoritmo, a tal ponto que não encontrará o valor ótimo procurado, nem mesmo após a troca de valores).

7.2. Experimentação do Ajuste “em Degrau” para o AG que Resolve o Problema do Caixeiro Viajante (AGD-CV)

Para o AG-CV, para cada tamanho de população testado (20 a 100, em incrementos de 20), temos os seguintes resultados que minimizam a média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo (mínimo) global (dos casos que o fazem até 1000 iterações):

Pop	Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
100	1,00	0	8,04	22	22	22	22	22	22	22
100	0,95	0	8,05	36	36	36	36	36	36	36
80	1,00	0	8,4	58	58	58	58	58	58	58
80	0,90	0	8,47	82	82	82	82	82	82	82
60	1,00	0	8,92	138	138	138	138	138	138	138
60	0,85	0	8,97	179	179	179	179	179	179	179
40	0,80	0	8,48	85	85	85	85	85	85	85
40	0,75	0	8,58	72	72	72	72	72	72	72
20	0,75	0	9,75	824	824	824	824	824	824	824
20	0,95	0	9,79	742	742	742	742	742	742	742

Tabela 7.1: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram as menores médias de iterações necessárias para encontrar o valor mínimo global, para o AG-CV.

Assim sendo, seguindo-se essa nova abordagem proposta, para configurações com tamanho de população de 100 indivíduos, o AG iniciaria sua execução com $P_c = 1$; e $P_m = 0$ (configuração que produz a melhor média de iterações necessárias para localizar o valor mínimo global), e em alguma iteração próxima do valor desta melhor média (a qual é 8,04 - então um valor próximo inteiro poderia ser, por exemplo, 9), trocar-se-ia estes valores de P_c e P_m para o valor que produz o menor número possível de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado em até 1000 iterações, que conforme a tabela 6.4, seria $P_c = 0,9$ e $P_m = 0,04096$.

Os experimentos foram realizados utilizando-se diversos “pontos de troca” (ou seja: número da iteração em que ocorre a troca dos valores de P_c e P_m), para cada um dos tamanhos de população estudados (lembrando que, existe apenas 1 ponto de troca para cada configuração do sistema, e que cada uma destas configurações foi executada 1000 vezes, cada uma destas vezes com uma diferente semente para a geração da seqüência de números aleatórios). Convém salientar que não é recomendável se utilizar “pontos de troca” muito elevados, uma vez que, caso a troca tenha sucesso e ocasione a que os casos que ainda não encontraram o valor ótimo global o façam, se isto ocorrer para um valor de

iteração suficientemente alto, estes casos causarão um aumento considerável na média de iterações necessárias, o que não é desejável.

Estes novos sistemas, com controle dinâmico de parâmetros para os AG's implementados, que realizam apenas a troca, entre os valores iniciais e finais de P_m e P_c , foram denominados: "Algoritmo Genético com Ajuste em Degrau desenvolvido para resolver o Problema do Caixeiro Viajante" (doravante abreviado como AGD-CV), e "Algoritmo Genético com Ajuste em Degrau desenvolvido para resolver o Problema de Minimização de Funções" (doravante abreviado como AGD-MF). Todos os resultados dos experimentos com diferentes iterações de troca para o AGD-CV e para o AGD-MF podem ser vistos no Apêndice C deste documento. Ao se analisar as tabelas completas do "Apêndice C", percebe-se que, dependendo do ponto de troca escolhido, os resultados podem variar consideravelmente quanto ao desempenho do algoritmo.

Os melhores resultados obtidos com esta abordagem são apresentados a seguir:

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
100	13	9,01	26	4	1	0	0	0	
100	14	8,73	19	3	0	0	0	0	
100	15	9,02	22	10	1	0	0	0	
80	11	10,17	45	7	0	0	0	0	
80	12	9,94	41	3	0	0	0	0	
80	13	9,92	33	10	0	0	0	0	
60	12	12,87	95	23	1	0	0	0	
60	13	12,56	94	23	2	0	0	0	
60	21	12,97	103	29	0	0	0	0	
40	13	31,64	249	153	78	23	1	0	
40	14	31,04	279	168	75	15	0	0	
40	15	33,55	274	168	88	30	0	0	
20	9	82,91	651	400	253	123	10	0	
20	10	78,17	636	388	221	116	8	2	
20	11	75,74	641	391	211	95	11	4	

Tabela 7.2: os três melhores resultados obtidos para o AG com ajuste dinâmico de P_m e P_c , para os diferentes tamanhos de população estudados, para o problema do CV.

Analisando-se os resultados obtidos para a população de 100 indivíduos, observa-se que a melhor média obtida (8,73) não é melhor que a melhor média obtida com o AG "clássico" (8,04, na tabela 7.1), porém, esta média (8,73) é consideravelmente menor que a média obtida com o AG "clássico" para a configuração que possui o melhor número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado (conforme a tabela 6.4, média de 13,49), e foi obtida com um número bem menor de casos que não encontraram o valor ótimo global que a configuração de melhor média do AG "clássico" (segundo a tabela 7.1, 22 casos que não encontraram o valor ótimo global nem mesmo até a iteração 1000). De fato, o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado obtidos para o caso

de melhor média do AG com controle dinâmico de parâmetros é de 19 casos que não encontraram o valor ótimo global procurado até 25 iterações, 3 casos que não encontraram o valor ótimo global procurado até 50 iterações, e nenhum caso que não encontrou o valor ótimo global após a iteração 75. A configuração do AG “clássico” que produziu o menor número de casos que não encontraram o valor ótimo global produziu apenas 80 casos que não o fizeram até a iteração 25, e nenhum caso que não o fez após 50 iterações. Embora o controle dinâmico não tenha apresentado nenhum resultado absolutamente melhor em nenhum dos dois critérios considerados (média e número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado), percebe-se que este conseguiu combinar bons resultados para os dois critérios.

Resultados semelhantes podem ser observados para populações de 80 e de 60 indivíduos, com valores de quantidade de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado próximos às melhores configurações de AG “clássico” para este fim, porém com significativa redução na média de iterações necessárias (para encontrar o valor ótimo global) em relação a estes casos (porém com a média ainda não menor à melhor configuração possível do AG “clássico” para este fim). Para a população de 40 indivíduos, observa-se que o AG com controle dinâmico de parâmetros não produziu resultados melhores que as melhores configurações do AG “clássico”. A própria configuração do AG “clássico” que produz o menor número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, produziu tanto um valor para a média quanto um valor para a quantidade de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, melhores que a melhor configuração do AG com controle dinâmico para este tamanho de população.

Para a população de 20 indivíduos, os valores de média obtidos com este AG com controle dinâmico de parâmetros também permaneceram consideravelmente altos, e não houve melhora significativa no número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado. Em particular, a segunda melhor configuração do AG “clássico” para o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado (última linha da tabela 6.4), apresentou melhores resultados sob os dois critérios estudados (média e quantidade de casos que não encontraram o valor ótimo global) que a melhor configuração do AG com controle dinâmico para este tamanho de população.

Analisando-se os resultados, percebe-se que o emprego deste AG, com este ajuste específico de parâmetros em tempo de execução, tem seu uso justificável para tamanhos de população suficientemente grandes (nos experimentos em questão, para o AG-CV, populações de 60, 80 e 100 indivíduos). Isso pode ser compreendido intuitivamente, pela idéia de que, quanto maior é a população, mais dificilmente esta atingirá, ainda nas primeiras iterações, um estado irreparável (ou muito difícil de reparar), uma vez que, por haver uma maior quantidade de indivíduos, maiores serão as chances de se possuir maior

quantidade de indivíduos diferentes, e também menor será a probabilidade de seleção de cada indivíduo, pela utilização do mecanismo de seleção por classificação.

Porém, é importante notar que os casos que possuem populações relativamente pequenas, são os casos que mais necessitam de melhoria, por obviamente possuírem os resultados mais pobres. Para o caso de população de 60 indivíduos, por exemplo, percebe-se que o emprego do controle dinâmico de parâmetros é mais justificável que seu emprego para a população de 100 indivíduos, uma vez que para a população de 60 indivíduos a configuração de melhor média possuía porcentagem em torno de 14% de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado até 1000 iterações conforme a tabela 7.1, enquanto que com o controle dinâmico quase todos encontravam o valor ótimo global até 100 iterações, conforme a tabela 7.2. Já para o caso de população de 100 indivíduos, a configuração de melhor média possuía porcentagem em torno de apenas 2% de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado até 1000 iterações conforme a tabela 7.1, o que pode não necessariamente justificar a utilização desta técnica de controle dinâmico, com estes critérios, para este caso.

Também é importante notar que resultados semelhantes a estes melhores resultados obtidos com o AG com ajuste em “degrau” (para populações suficientemente grandes, como de 100, 80 ou 60 indivíduos) não foram obtidos em nenhuma das diferentes configurações estudadas de AG’s “clássicos”.

7.3. Experimentação do Ajuste “em Degrau” para o AG que Resolve o Problema de Minimização de Funções (AGD-MF)

Para o AG que resolve o problema de minimização de funções, para cada tamanho de população testado (20, 50, 70 e 200), temos os seguintes resultados que minimizam a média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global (dos casos que o encontram em até 1000 iterações):

Pop	Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
200	1,00	0,0000	8,81	234	234	234	234	234	234	234
200	0,95	0,0000	8,88	248	248	248	248	248	248	248
70	0,85	0,0055	11,42	657	653	652	652	652	652	652
70	0,90	0,0044	11,48	653	646	646	646	646	646	646
50	0,95	0,0044	13,91	787	761	761	761	761	761	761
50	0,95	0,0069	13,92	755	732	732	732	732	732	732
20	0,50	0,0000	6	995	995	995	995	995	995	995
20	1,00	0,0055	43,97	957	920	904	900	897	897	897

Tabela 7.3: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram as menores médias de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global, para o AG-MF.

Também para o AG que resolve o problema de minimização de funções, para cada tamanho de população testado (20, 50, 70 e 200), temos os seguintes resultados que minimizam o número de casos não encontram o valor ótimo global em até diferentes faixas de iterações:

Pop	Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
200	0,70	0,0512	13,11	50	0	0	0	0	0	0
200	0,65	0,0512	13,43	60	0	0	0	0	0	0
70	0,95	0,0640	27,53	342	134	20	0	0	0	0
70	1,00	0,0640	27,9	366	131	24	0	0	0	0
50	1,00	0,0800	41,33	514	257	81	9	0	0	0
50	0,95	0,0640	40,85	460	259	85	10	0	0	0
20	0,90	0,0800	187,1	817	677	546	371	94	36	8
20	1,00	0,1000	152	821	609	429	271	69	24	9

Tabela 7.4: as duas configurações, para cada tamanho de população estudado, que produziram os menores números de casos que não encontraram o valor ótimo global, para o AG-MF.

Assim como ocorreu para o AGD-CV, os experimentos para o AGD-MF foram realizados utilizando-se diversos possíveis “pontos de troca” (ou seja: número da iteração em que ocorre a troca dos valores de Pc e Pm), para cada um dos tamanhos de população estudados. Também conforme realizado para o AGD-CV, não foram testados “pontos de troca” muito elevados, uma vez que, caso a troca tenha sucesso e ocasione que o algoritmo encontre o valor ótimo global nos casos que ainda não o fizeram até a iteração da própria

troca, se isto ocorrer para um valor de iteração suficientemente alto, estes casos causarão um aumento considerável na média de iterações necessárias, o que não é desejável.

Os melhores resultados obtidos com esta abordagem são apresentados a seguir:

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
200	5	12,55	40	0	0	0	0	0	0
200	6	12,64	50	1	0	0	0	0	0
200	7	12,32	58	3	1	0	0	0	0
70	3	28,73	369	136	26	1	0	0	0
70	4	27,94	361	136	15	0	0	0	0
70	5	28,82	374	137	25	1	0	0	0
50	3	41,44	497	254	88	12	0	0	0
50	4	43,17	535	265	102	9	0	0	0
50	5	43,12	546	282	90	12	0	0	0
20	2	189,77	831	666	542	351	117	54	15
20	3	186,13	829	678	542	350	108	41	12
20	5	186,81	836	690	547	346	104	50	16

Tabela 7.5: os três melhores resultados obtidos para o AG com ajuste dinâmico de P_m e P_c , para os diferentes tamanhos de população estudados, para o problema de minimização de funções.

Ao se analisar a tabela apresentada, percebe-se que, para o problema de minimização de funções, as iterações de troca que produziram os melhores resultados são valores consideravelmente mais baixos que aqueles obtidos para o PCV. Além disso, ao se analisar as tabelas completas do “Apêndice C”, percebe-se que, para este problema de minimização de funções, os resultados tendem a piorar consideravelmente conforme se aumenta o valor da iteração em que ocorre a troca de valores (dos iniciais para os finais) de P_m e P_c .

Analisando-se os resultados obtidos para a população de 200 indivíduos, observa-se um fenômeno semelhante aos casos das populações de 100, 80 e 60 indivíduos para o PCV: a melhor média obtida (12,32) não é melhor que a melhor média obtida com o AG “clássico” (8,81, na tabela 7.3), porém, esta média (12,32) é consideravelmente menor que a média obtida com o AG “clássico” para a configuração que possui o melhor número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado (conforme a tabela 7.4, média de 13,11), e foi obtida com um número bem menor de casos que não encontraram o valor ótimo global, que a configuração de melhor média do AG “clássico” (segundo a tabela 7.3, 234 casos que não encontraram o valor ótimo global nem mesmo até a iteração 1000). Porém, os números de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, para as melhores configurações do AGD-MF, são também um pouco superiores aos números obtidos para as configurações que os minimizam, com o AG “clássico”, para este problema. Porém, assim como nos casos de populações suficientemente grandes para o AGD-CV, esta configuração para o AGD-MF também foi capaz de obter certo equilíbrio entre a média e o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, combinando assim bons resultados para estas duas grandezas. Porém, para o AG-MF “clássico”, existem

configurações que apresentam resultados próximos aos obtidos pelas melhores configurações do AGD-MF, apresentados na tabela a seguir:

Pop	Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
200	0,90	0,04096	12,56	44	4	1	0	0	0	0
200	0,85	0,04096	12,62	30	8	2	0	0	0	0
200	1,00	0,04096	12,67	32	5	4	1	0	0	0
200	0,95	0,0512	12,82	40	1	0	0	0	0	0
200	1	0,0512	12,97	51	3	0	0	0	0	0

Tabela 7.6: resultados obtidos por configurações específicas do AG “clássico” para resolver o problema de minimização de funções, que obtiveram resultados muito próximos aos resultados obtidos pelo AG com ajuste em “degrau”.

Ao se comparar a tabela 7.6 com os resultados da tabela 7.5 para populações de 200 indivíduos, percebe-se que nenhuma configuração do AG “clássico” é melhor, ao mesmo tempo em média e em número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, que nenhum dos casos da tabela 7.6, mas os resultados são muito próximos. Isto significa que, para este caso, o AGD-MF encontrou resultados correspondentes às configurações mais “equilibradas” do AG-MF “clássico” (uma vez que foram muito pouco melhores que estes resultados específicos).

Além disso, ao se comparar os resultados para populações de tamanhos 70, 50 e 20, percebe-se que os resultados obtidos não possuem desempenho atrativo, assim como ocorreu para populações suficientemente pequenas para o PCV. Nestes casos (para o problema de minimização de funções, com AGD-MF, para populações de 70, 50 e 20 indivíduos), observa-se que as melhores configurações obtiveram resultados semelhantes (apenas um pouco maiores), em números de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado, aos resultados obtidos para as configurações que minimizam esta grandeza com o AG “clássico”, porém as médias obtidas foram ainda piores que as médias destas configurações do AG “clássico”.

Sendo assim, também para o problema de minimização de funções, percebe-se que o uso do AGD pode gerar bons resultados (embora, nos experimentos para este problema, os melhores resultados obtidos eram muito próximos a resultados passíveis de obtenção pelo AG-MF), ainda para populações suficientemente grandes, porém necessitando de populações maiores que as necessárias para a implementação do AGD-CV para este trabalho (pois para o AGD-CV, bons resultados foram obtidos até mesmo para populações de 60 indivíduos, enquanto que o AGD-MF não apresentou resultados atrativos para populações de 70 indivíduos).

Uma vez estudado o impacto deste tipo de ajuste de taxas de mutação e de cruzamento, com a troca abrupta dos valores de Pm e Pc, resta estudar as conseqüências da utilização de Sistemas de Inferência Nebulosos (SIN) para realizarem esta tarefa (o que proporcionará transições mais suaves entre os valores iniciais e finais de Pm e Pc).

7.4. Experimentação da Técnica de Ajuste “em Degrau” com Inferências Nebulosas, para Ambos os AGN’s

Regras e funções de pertinência para a utilização de um SIN para realizar o ajuste de valores de P_m e P_c , foram elaboradas com base nos resultados do experimento anterior. Pela utilização dos SIN’s elaborados, os AGN’s produzidos (para o problema do caixeiro viajante, e para o problema de minimização de funções) passam a ter comportamento semelhante aos AG’s com ajuste em “degrau” produzidos anteriormente (ou seja, o AGD-MF e o AGD-CV). Além disso, como os SIN’s destes AGN’s utilizam também como valores de entrada o tamanho da população, não é necessário construir um AG para cada tamanho de população, como era o caso para os AG’s com ajuste em “degrau”. Desta forma, é necessário construir apenas um AGN para cada problema, e o próprio SIN implementado cuidará de realizar o ajuste adequado para cada tamanho de população estudado.

7.4.1. Experimentação da Técnica de Ajuste “em Degrau” com Inferências Nebulosas, para o PCV (AGN-CV)

Para o AGN-CV, foram utilizadas as seguintes partições nebulosas (para as variáveis de entrada e de saída do SIN) e regras:

- Número de Gerações (N_g):

Figura 7.1: Partição Nebulosa da Variável N_g para o AGN-CV.

Deste gráfico é interessante notar que as iterações de troca estão situadas exatamente no centro da transição entre o conjunto nebuloso anterior e o posterior, de forma que estas

correspondam ao centro da transição entre os valores assumidos pelas variáveis de saída. Por exemplo: para a população de 100 indivíduos, o AGN-CV utiliza como iteração de troca a de número 14. Observando-se o gráfico, percebe-se que a iteração 14 está exatamente no centro da transição entre os conjuntos nebulosos “D” e “E”. Outra observação importante é que, embora o gráfico apresente, no eixo das abscissas, apenas valores de 8 a 17, o universo de discurso da variável Ng é de 1 até 1000, sendo que os pontos de 1 até 8 possuem pertinência 1 ao conjunto “A” e 0 aos demais; e os pontos de 17 a 1000 possuem pertinência 1 ao conjunto “E” e 0 aos demais conjuntos nebulosos.

- Tamanho da População:

Figura 7.2: Partição Nebulosa da Variável Pop para o AGN-CV.

- Taxa de Mutação:

Figura 7.3: Partição Nebulosa da Variável P_m para o AGN-CV.

É importante notar que os conjuntos nebulosos B, E, F, e H aparecem em pontilhado no gráfico, mas foram adicionados apenas para fins de completeza do modelo, pois não são utilizados pelas regras construídas para este sistema (uma vez que valores nestas faixas não apresentaram resultados interessantes para os sistemas desenvolvidos).

- Taxa de Cruzamento:

Figura 7.4: Partição Nebulosa da Variável P_c para o AGN-CV.

É importante notar que os conjuntos nebulosos A, C, E, e H aparecem em pontilhado no gráfico, mas foram adicionados apenas para fins de completeza do modelo, pois não são utilizados pelas regras construídas para este sistema (uma vez que valores nestas faixas não apresentaram resultados interessantes para os sistemas desenvolvidos).

- Regras:

Regras para P_m					
	Pop				
Ng	A	B	C	D	E
A	A	A	A	A	A
B	G	A	A	A	A
C	G	A	A	A	A
D	G	A	D	C	A
E	G	D	D	C	C

Tabela 7.7: regras utilizadas no AGN-CV para a variável P_m .

Regras para P_c					
	Pop				
Ng	A	B	C	D	E
A	D	D	I	I	I
B	G	D	I	I	I
C	G	D	I	I	I
D	G	D	I	I	I
E	G	B	I	I	F

Tabela 7.8: regras utilizadas no AGN-CV para a variável P_c .

Os gráficos a seguir ilustram a diferença do comportamento das variáveis P_m e P_c , em função de N_g , entre o uso do AGN-CV e o uso do AGD-CV, para um tamanho de população de 100 indivíduos:

Figura 7.5: Comparação entre os comportamentos das variáveis de saída em função do número de gerações, para o AGD-CV e o AGN-CV com Pop = 100

Embora na figura todos os gráficos apresentem no eixo das abscissas os números de gerações de 1 até 30, as variáveis de saída P_m e P_c mantêm seu valor constante até a geração de número 1000. Conforme se pode observar na figura, as transições realizadas pelo AGN-CV são um pouco mais suaves que as transições do AGD-CV, e os patamares assumidos por estas variáveis para o AGN-CV não coincidem exatamente com os patamares assumidos para o AGD-CV, mas possuem valores muito próximos. Embora a figura ilustre apenas o comportamento das variáveis P_m e P_c em função de N_g para Pop = 100, comportamentos semelhantes são observados também para os outros tamanhos de população abordados.

Os resultados produzidos, para o PCV, são apresentados a seguir:

Pop	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
100	9,05	23	5	2	0	0	0	0
80	9,99	34	9	1	0	0	0	0
60	13,04	94	32	4	0	0	0	0
40	30,81	265	154	83	13	0	0	0
20	76,64	616	387	209	113	14	0	0

Tabela 7.9: resultados obtidos, para diferentes tamanhos de população, para o AGN-CV.

7.4.2. Experimentação da Técnica de Ajuste “em Degrau” com Inferências Nebulosas, para o PMF (AGN-MF)

Para o AGN-MF, foram utilizadas as seguintes partições nebulosas (para as variáveis de entrada e de saída do SIN) e regras:

- Número de Gerações (Ng):

Figura 7.6: Partição Nebulosa da Variável “Ng” para o AGN-MF.

É importante observar que o universo de discurso desta variável vai de 1 até 1000, e embora o gráfico não tenha representado todos os pontos, estes de 10 a 1000 possuem pertinência 1 ao conjunto nebuloso “D”, e pertinência 0 a todos os demais.

- Tamanho da População:

Figura 7.7: Partição Nebulosa da Variável “Pop” para o AGN-MF.

É importante notar que os conjuntos nebulosos A1', A2', B1', C1' e D1' aparecem em pontilhado no gráfico, e não são utilizados pelas regras construídas para este sistema (uma vez que foram utilizadas, experimentalmente, apenas populações de tamanhos de 20, 50, 70 e 200 indivíduos).

- Taxa de Mutação:

Figura 7.8: Partição Nebulosa da Variável “Pm” para o AGN-MF.

É importante notar que os conjuntos nebulosos B, C1', C2', C3', C4' e G aparecem em pontilhado no gráfico, e não são utilizados pelas regras construídas para este sistema (uma vez que valores nestas faixas não apresentaram resultados interessantes para os sistemas desenvolvidos).

- Taxa de Cruzamento:

Figura 7.9: Partição Nebulosa da Variável “Pc” para o AGN-MF.

É importante notar que os conjuntos nebulosos A, C, D, E, G, H, J, e L aparecem em pontilhado no gráfico, e não são utilizados pelas regras construídas para este sistema (uma vez que valores nestas faixas não apresentaram resultados interessantes para os sistemas desenvolvidos).

- Regras:

Regras para Pm				
	Pop			
Ng	A	B	C	D
A	A	C	C	A
B	F	F	C	A
C	F	F	E	A
D	F	F	E	D

Tabela 7.10: regras utilizadas no AGN-MF para a variável “Pm”.

Regras para Pc				
	Pop			
Ng	A	B	C	D
A	B	K	I	M
B	I	M	I	M
C	I	M	K	M
D	I	M	K	F

Tabela 7.11: regras utilizadas no AGN-MF para a variável “Pc”.

Os gráficos a seguir ilustram a diferença do comportamento das variáveis Pm e Pc, em função de Ng, entre o uso do AGN-MF e o uso do AGD-MF, para um tamanho de população de 50 indivíduos:

Figura 7.10: Comparação entre os comportamentos das variáveis de saída em função do número de gerações, para o AGD-MF e o AGN-MF com Pop = 50.

Embora na figura todos os gráficos apresentem no eixo das abscissas os números de gerações de 1 até 30, as variáveis de saída Pm e Pc mantêm seu valor constante até a geração de número 1000. Conforme se pode observar na figura, assim como ocorria para os algoritmos implementados para o PCV, as transições realizadas pelo AGN-MF são um pouco mais suaves que as transições do AGD-MF, e os patamares assumidos por estas variáveis para o AGN-MF não coincidem exatamente com os patamares assumidos para o AGD-MF, mas possuem valores muito próximos. Embora a figura ilustre apenas o comportamento das variáveis Pm e Pc em função de Ng para Pop = 50, comportamentos semelhantes são observados também para os outros tamanhos de população abordados.

Os resultados obtidos para o AGN-MF são apresentados a seguir:

Pop	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
200	12,74	51	4	1	0	0	0	0
70	30,13	383	162	31	1	0	0	0
50	41,62	524	261	82	8	0	0	0
20	179,72	828	703	531	350	98	53	24

Tabela 7.12: resultados obtidos, para diferentes tamanhos de população, para o AGN que resolve o problema de minimização de funções.

Observando-se estes resultados, percebe-se que os resultados obtidos com o AGN foram muito próximos aos obtidos para o AG com ajuste em “degrau”, porém um pouco inferiores (as médias de iterações necessárias para se obter o valor ótimo global procurado, e as quantidades de casos que não encontraram este valor ótimo global, são um pouco maiores para os melhores resultados do AGN, que para os melhores resultados obtidos pelo AG com ajuste em “degrau”). Porém, comparando-se estes resultados do AGN com os resultados obtidos com AG’s “clássicos”, percebe-se que seu uso, assim como o uso do AG com ajuste em “degrau”, também é atrativo por apresentar resultados que equilibram, ao mesmo tempo, a média de iterações necessárias, e o número de casos que não encontraram o valor ótimo global procurado. A comparação dos resultados deste AGN, com os das melhores configurações de AG’s “clássicos” levam a observações semelhantes às obtidas pela comparação dos resultados do AG com ajuste em “degrau” com os das melhores configurações de AG’s “clássicos”, no que diz respeito às médias de iterações necessárias para se obter o valor ótimo global procurado e ao número de casos que não encontraram este valor ótimo global até 1000 iterações (conforme apresentado nas seções 7.2 e 7.3). Assim sendo, uso do AGN é também justificável para populações de tamanho suficientemente grande, como, para o AGN-CV: para populações de 100, 80 e 60 indivíduos; e para o AGN que resolve o problema de minimização de funções: para populações de 200 indivíduos. Da mesma forma, para populações menores, os resultados obtidos são piores que os de outras possíveis configurações do próprio AG “clássico”. Isto leva a crer que, assim como para o AG com ajuste em “degrau”, seu uso é justificável para populações suficientemente grandes.

Também é importante notar que, para o PCV, resultados semelhantes a estes obtidos pelo AGN (para populações suficientemente grandes, como de 100, 80 ou 60 indivíduos) não foram obtidos em nenhuma das diferentes configurações estudadas de AG’s “clássicos”, assim como ocorreu para o AG com ajuste em “degrau”. Já para o AGN que resolve o problema de minimização de funções, os resultados obtidos para populações de 200 indivíduos, são muito semelhantes a outros resultados passíveis de obtenção para determinadas configurações do AG “clássico”, já apresentados na tabela 7.6. Neste caso, entende-se que o AGN-MF não encontrou valores melhores que os passíveis de obtenção por configurações de um AG “clássico”, mas foi capaz de encontrar resultados muito próximos à configuração do AG “clássico” que produz os melhores resultados (ou seja, os mais “equilibrados” para: as médias de iterações necessárias para se obter o valor ótimo global procurado, e as quantidades de casos que não encontraram este valor ótimo global).

7.5. Discussão Sobre a Resposta do Sistema a Transições Abruptas e Transições Graduais de P_m e P_c

Os resultados obtidos sugerem que, para alterações mais abruptas de P_m e P_c (como no uso de AG's com ajuste em "degrau"), os resultados tendem a ser melhores (ou seja, com menores valores para as médias de iterações necessárias para se obter o valor ótimo global procurado, e menores as quantidades de casos que não encontraram este valor ótimo global) que os de AG's com alterações mais graduais de P_m e P_c no decorrer de sua execução (como no uso de AGN's). Um novo experimento foi realizado, com 5 diferentes AGN's, para resolver o mesmo problema do caixeiro viajante dos experimentos anteriores, com população de 100 indivíduos. A única diferença entre estes AGN's estava na base de dados do SIN de cada um, que ocasionava transições mais graduais ou mais abruptas entre os valores iniciais e finais de P_c e P_m . Estas configurações foram numeradas de 1 (transição mais abrupta) até 5 (transição mais gradual), e produziram o comportamento em função do número de gerações conforme os gráficos a seguir:

- Configuração 1:

- Configuração 2:

- Configuração 3:

- Configuração 4:

- Configuração 5:

Figura 7.11: Comparação entre os comportamentos das variáveis de saída em função das diferentes configurações (de 1 até 5) do AGN-CV.

Com estas diferentes configurações, obtiveram-se os seguintes resultados (para 1000 seqüências diferentes de números aleatórios):

Pop	Configuração	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
100	1	8,73	14	2	0	0	0	0	0
100	2	8,78	16	2	0	0	0	0	0
100	3	8,86	24	2	0	0	0	0	0
100	4	9,12	27	0	0	0	0	0	0
100	5	9,27	31	1	0	0	0	0	0

Tabela 7.13: resultados obtidos, para as diferentes configurações de SIN, variando-se o tipo de transição (do mais abrupto ao mais gradual).

Analisando-se esta tabela, observa-se que, quanto mais gradual é a transição, maior é a média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global, e também maiores são os números de casos que não encontram o valor ótimo global procurado em até 25 iterações. O número de casos que não o encontram em até 50 iterações não segue o mesmo comportamento, porém, em todos os casos este número é muito pequeno (0, 1 ou 2 em 1000), o que dificulta sua consideração nesta análise. Desta forma, estas observações sugerem que, quanto mais abruptas forem as transições entre os valores iniciais e finais de Pm e Pc, mais rapidamente o AG responderá a esta transição, e melhores serão os resultados.

7.6. Considerações Finais do Capítulo

A partir da utilização da “substituição de valores” de Pc e Pm, começando com a configuração que produz a menor média de iterações necessárias (para que o algoritmo encontre o valor ótimo global); e trocando-se estes valores pelos da configuração que produziu o menor número de casos que não encontraram o valor ótimo global (para cada faixa de iterações), foi possível, para tamanhos de população suficientemente grandes, obter certo equilíbrio entre as duas medidas, produzindo algoritmos com “Controle Dinâmico de Parâmetros” (“Dynamic Parameter Control”) em [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002], que obtiveram, ao mesmo tempo, uma baixa média de iterações necessárias para encontrar o valor ótimo global, e baixas quantidades de casos que não foram capazes de encontrar este valor procurado, até diferentes faixas de iterações.

Este ajuste por substituição de valores pode ser realizado também por Sistemas de Inferência Nebulosos, os quais propiciam trocas mais suaves de valores. Embora os

resultados obtidos para os sistemas híbridos com inferências nebulosas tenham apresentado bom desempenho, o sistema provou produzir melhores resultados para trocas abruptas de valores.

8. Considerações Finais

Neste trabalho foram analisadas (e posteriormente propostas) técnicas para se ajustar os parâmetros P_c e P_m de AG's, em tempo de execução, através de Sistemas de Inferência Nebulosos. Estes SIN's utilizavam como entradas, para a inferência, apenas o número de iterações realizadas pelo algoritmo até o momento; e o tamanho da população (o qual é fixo durante toda a execução do AG); e sem realizar nenhuma leitura das condições da população do AG. Este tipo de AG utiliza o ajuste de valores não-fixos de parâmetros durante sua execução, classificada em diversos trabalhos ([Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]), como “Controle Dinâmico de Parâmetros” (“Dynamic Parameter Control”). Em trabalhos como [Xu, Vukovich – 1993], e [Xu, Vukovich – 1994] esta abordagem apresenta resultados muito atrativos, utilizando medidas do AG e regras de inferência muito mais simples que as utilizadas em outros trabalhos, com AG's que utilizam o denominado “Controle Adaptativo de Parâmetros” (“Adaptive Parameter Control”) ([Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002]). Esta abordagem envolve a realização de medidas da população de indivíduos, e regras de inferência baseadas nestas medidas.

Embora diversos trabalhos, como por exemplo, [Bramlette – 1991 apud Herrera, Lozano – 1996] e [Fogarty – 1989 apud Herrera, Lozano – 1996], apresentem justificativas (e fórmulas obtidas empiricamente) para a realização do ajuste da taxa de mutação (P_m) com um comportamento decrescente (em função do número de iterações), percebe-se que, na prática, a obtenção destas curvas se faz muito árdua. Algumas causas para isto envolvem: o fato de estas curvas serem muito específicas; e o fato de dependerem muito do problema e da implementação específica do AG. Assim sendo, sem se realizar medidas diretas da população, como seu grau de diversidade e estado de convergência, a obtenção destas curvas pode se tornar um processo realizado “às cegas”. O mesmo se verifica para comportamentos crescentes de P_c em função do número de iterações realizadas pelo AG. Embora diversas tentativas tenham sido realizadas, os AGN's implementados não demonstraram melhorias nos resultados para diferentes curvas, o que implica que, caso existam, sejam realmente muito específicas.

No presente trabalho, ainda se buscou obter melhorias dos resultados de um AG “clássico” com a utilização de um AG com “Controle Dinâmico de Parâmetros” (definido em [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] e [Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens

– 2002]), sem se utilizar abordagens do tipo “tentativa e erro” para se encontrar curvas específicas para os comportamentos de P_m e P_c em função do número de iterações. Para isso, realizou-se uma análise do comportamento dos dois AG’s “clássicos” implementados, para diversas configurações dos parâmetros P_m e P_c , e também do tamanho da população de indivíduos.

Observando-se os resultados destes diversos experimentos (encontrados no “Apêndice A” deste documento), nota-se que: algumas configurações produzem melhores médias de iterações (necessárias para se encontrar o valor ótimo global procurado) que outras; e também que algumas configurações são muito mais sensíveis às seqüências utilizadas de números aleatórios (necessárias para o funcionamento de AG’s) que outras. Em outras palavras: algumas configurações podem produzir resultados muito bons ou muito ruins, dependendo da seqüência utilizada em sua operação; enquanto outras configurações mantêm seu comportamento mais estável, menos dependente de seqüências específicas de números aleatórios, possuindo assim maior “robustez” em seu funcionamento.

Também se observou que os casos de melhor (ou seja, menor) média produziram um elevado número de casos que não encontraram o valor ótimo global em até 1000 iterações (um número muito elevado de iterações para os problemas e configurações utilizados). Isto indica que estes casos muito provavelmente não encontrariam mais o valor procurado, até mesmo para maiores números de iterações.

Além disso, observou-se que as configurações com melhores (ou seja, menores) números de casos que não encontraram o valor ótimo global (em até diversas faixas de iterações), possuíam uma média de iterações necessárias para encontrá-lo relativamente elevada. Também se observou que é muito difícil encontrar configurações destes parâmetros para AG’s clássicos, que gerem casos com valores próximos, ao mesmo tempo, da melhor média e do melhor número de casos que não encontraram o valor ótimo global, para diferentes faixas de iterações.

Com base nestas medidas e observações, propôs-se uma abordagem, com ajuste dos parâmetros de P_c e P_m em tempo de execução do AG, de forma a proporcionar equilíbrio entre estas duas medidas de desempenho utilizadas. Esta abordagem foi realizada para os dois problemas utilizados no presente trabalho (minimização de funções, e caixeiro viajante), e com duas abordagens distintas: uma primeira realizando trocas abruptas entre os valores iniciais e finais de P_m e P_c ; e outra realizando esta transição de maneira inevitavelmente mais gradual, através da utilização de sistemas de inferência nebulosos.

Observou-se que os resultados obtidos apresentaram, para tamanhos de população suficientemente grandes: médias (de iterações necessárias para se encontrar o valor ótimo global) próximas, porém um pouco piores, que as obtidas pela melhor configuração de AG’s “clássicos” para este fim. Ao mesmo tempo, para tamanhos de população suficientemente

grandes, os resultados também apresentaram números (de casos que não encontraram o valor ótimo global) muito próximos, porém um pouco piores que os obtidos pela melhor configuração de AG's clássicos para este fim. Porém, é interessante notar que ambos os valores foram obtidos para a mesma configuração, ao mesmo tempo, proporcionando equilíbrio entre estas duas grandezas.

Observou-se também que estes resultados foram melhores para os AG's que resolviam o problema do CV, do que para os AG's que resolviam o problema de minimização de funções. Neste segundo caso, mesmo para um tamanho de população consideravelmente grande (200 indivíduos), constata-se que o AGN-MF e o AGD-MF foram capazes de encontrar valores apenas um pouco melhores para a média (de iterações necessárias) e o número de casos (que não encontraram o valor ótimo global), a valores que já eram obtidos para configurações específicas do AG "clássicos". Porém isto indica que a abordagem utilizada é capaz de encontrar valores iguais ou melhores aos encontráveis com diferentes configurações de AG's clássicos. Esta observação também indica, que este tipo de abordagem pode ser melhor, para problemas e implementações específicas de AG's, mas condições mais específicas, que levam ao sucesso desta abordagem, necessitam de maior investigação em trabalhos futuros.

Também convém observar que, para o tipo específico de ajuste de P_m e P_c estudado no presente trabalho, observou-se que a utilização de mudanças bruscas dos valores de P_c e P_m produziram melhores resultados (ou seja, menor média de iterações necessárias e menor número de casos que não encontraram o valor ótimo global) que a utilização de mudanças graduais. Desta forma, os AG's com ajuste em "degrau" produziram melhores resultados que os AGN's, nos estudos realizados, assim como AGN's com mudanças mais bruscas entre os valores iniciais e finais de P_m e P_c produziram melhores resultados que AGN's com mudanças mais graduais.

8.1. Cumprimento dos Objetivos Propostos

Foram analisados diversos trabalhos da literatura, que utilizaram SIN's para ajustar, em tempo de execução, parâmetros de AG's, bem como os métodos utilizados em cada trabalho para melhorar critérios pré-definidos de desempenho.

Algoritmos Genéticos foram implementados em uma ferramenta computacional, de estrutura suficientemente modular para permitir sua alteração, para a utilização de diferentes operadores de seleção, de cruzamento, e de mutação, bem como sua utilização para diferentes problemas e representações de indivíduos. Conforme especificado nos objetivos do trabalho e metodologia, esta ferramenta foi utilizada extensivamente na solução de dois

problemas tipicamente abordados com AG's: a minimização de funções e o problema do caixeiro viajante.

Esta mesma ferramenta foi modificada, de forma a permitir o ajuste de seus parâmetros em tempo de execução, tanto por comportamentos determinísticos em função do número de gerações, quanto pela utilização de sistemas de inferência nebulosos (para este fim, foi adaptada grande parte do código do “Controlador Universal Nebuloso” desenvolvido em [Burdelis, Cepukas, Sofiatti – 2001]).

Em diversos experimentos, foram utilizados comportamentos determinísticos para Pm e Pc, em função do tamanho da população e do número de gerações, nos moldes dos comportamentos exemplificados em [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994]. No presente trabalho não foram encontradas curvas determinísticas para Pm e Pc nos moldes dos exemplos dos trabalhos [Xu, Vukovich – 1993] e [Xu, Vukovich – 1994] que gerassem resultados melhores que os obtidos nas melhores configurações de AG's “clássicos”. Porém, as diversas tentativas empregadas levam a crer que estes comportamentos determinísticos buscados são muito específicos, e de difícil obtenção sem a realização de medidas diretamente da população de indivíduos do AG.

Assim sendo, uma extensa análise foi realizada, para diferentes tamanhos de população, e também para os diferentes problemas abordados (Caixeiro Viajante e Minimização de Funções), sobre o comportamento de AG's “clássicos” sob diversas configurações diferentes de Pm e Pc. Estas medidas levaram à observação de diferentes desempenhos de AG's segundo duas grandezas: a média de iterações realizadas até a obtenção do valor ótimo global buscado, e a variação da qualidade dos resultados perante diferentes seqüências de números aleatórios utilizadas na operação dos AG's (levando a diversos casos que não encontravam o valor ótimo global procurado em até quantidades muito grandes de iterações).

Uma nova proposta foi realizada, ainda mantendo a abordagem de Controle Dinâmico de Parâmetros (“Dynamic Parameter Control”), para melhorar o desempenho dos AG's segundo os dois critérios observados. Esta proposta foi realizada utilizando-se duas possíveis abordagens: uma primeira determinística, alterando os valores de Pm e Pc em função do número de iterações, a qual foi denominada “ajuste em degrau”; e uma segunda, com base nos resultados da primeira, envolvendo sistemas híbridos, que empregam SIN's para regular os parâmetros Pm e Pc de AG's em tempo de execução.

As duas abordagens apresentaram resultados relevantes para populações suficientemente grandes, sendo que o tamanho necessário da população para a obtenção destes resultados variou em função do problema e da implementação do AG.

É esperado que este trabalho, por utilizar sistemas híbridos que envolvem CF e CE, possa servir de subsídio para futuros trabalhos de investigação de um modelo unificado para

a IC, permitindo: a observação de como as diferentes técnicas interagem entre si, e a observação dos limites da área de atuação de cada técnica.

Além disso, como um estudo analítico paralelo (mas necessário para a obtenção de resultados) foram colocadas em contraste diferentes configurações dos parâmetros P_m e P_c , para os 2 AG's implementados, para resolver as instâncias, utilizadas no presente trabalho, dos problemas: do "Caixeiro Viajante" e de "Minimização de Funções".

8.2. Contribuições do Trabalho

O presente trabalho realizou uma análise detalhada da aplicação prática de Controle Dinâmico de Parâmetros em AG's, utilizando-se SIN's. Embora as medidas utilizadas, para a aplicação deste tipo de controle de parâmetros em AG's, sejam simples e de fácil obtenção, observa-se que a aplicação desta técnica para diferentes problemas não é trivial, uma vez que: não se tem medidas diretas do estado da população (para basear novas ações de controle); e as curvas de interesse (do comportamento dos parâmetros ajustados) dependem do problema abordado e da implementação utilizada.

Avaliou-se o comportamento sob o ponto de vista de duas medidas de desempenho (média de iterações necessárias para a obtenção do valor ótimo global; e número de casos que não encontraram este valor em até diferentes faixas de iterações), para diferentes configurações de AG's "clássicos". Estes foram implementados especificamente para resolver dois problemas: a minimização de funções; e Caixeiro Viajante. A partir destes dados, observa-se que diferentes configurações de P_m , P_c e tamanho de população para AG's podem produzir resultados com características completamente diferentes, sob o ponto de vista destas duas medidas de desempenho mencionadas.

O presente trabalho também propôs uma técnica de "Controle Dinâmico de Parâmetros" para AG's, baseada nestas medidas realizadas, alterando-se convenientemente os valores de P_m e P_c para se obter bons resultados, para ambas as medidas de desempenho já mencionadas, ao mesmo tempo. Este tipo de ajuste de parâmetros foi implementado por meio de alterações determinísticas de P_m e P_c (denominada neste trabalho "Ajuste em Degrau"), e também utilizando-se de um sistema híbrido, empregando SIN's para regular os parâmetros dos AG's em tempo de execução.

É importante notar que uma grande vantagem do método aqui empregado é o fato de o mesmo ser suficientemente claro e bem determinado, para ser reutilizado em trabalhos futuros. Para isso, basta: realizar a análise do comportamento do AG "clássico" envolvido, perante diferentes valores de P_m e P_c ; identificar quais as configurações que minimizam cada uma das grandezas mencionadas; e realizar a alteração, em tempo de execução, da

configuração que gera a menor média para a configuração que gera o menor número de casos (incapazes de encontrar o valor ótimo global) – embora a iteração em que esta mudança deve ocorrer necessita ser determinada empiricamente.

A abordagem aqui proposta, de “Controle Dinâmico de Parâmetros”, não elimina nem reduz a necessidade da existência de um operador humano para supervisionar e propor alterações na configuração do sistema. Isto ocorre porque, embora o sistema final realize alterações convenientes nos valores de P_m e P_c (de modo automático), ainda se faz necessária a existência do operador humano para investigar e encontrar o comportamento devido do mecanismo que realiza o ajuste automático de parâmetros (no caso específico deste trabalho, encontrar os valores a serem utilizados para o SIN e/ou para o sistema de ajuste em “degrau”).

8.3. Trabalhos Futuros

Em seguida apresentam-se algumas sugestões de possíveis trabalhos futuros:

- Investigação formal do tamanho mínimo de população, necessário e suficiente para a utilização do Controle Dinâmico de Parâmetros aqui desenvolvido, em função do problema abordado pelo AG, sua implementação e suas condições de operação.
- Investigação de condições formais para nortear a aplicação de curvas decrescentes para a P_m e curvas crescentes para a P_c , em tempo de execução e em função do número de gerações, para diferentes problemas e implementações.
- Para a pesquisa de um modelo unificado para a IC, buscar intersecções entre as áreas de atuação da CE e da CF. Uma sugestão é a utilização do planejamento de trajetórias por AG's, conforme realizado em [Xu, Vukovich – 1994], e a utilização de SIN's para controlar trajetórias nas mesmas condições. Uma possível desvantagem deste tipo de aplicação é que, para trajetórias suficientemente grandes, os indivíduos do AG utilizado podem se tornar muito grandes, o que tornara seu processamento computacional muito pesado.
- Investigação de regras, para o “Controle Adaptativo de Parâmetros” de AG's (ou seja, utilizando medidas do estado da população para a inferência de alterações nos parâmetros do AG), em tempo de execução, que levem em conta: não apenas a média de iterações (necessárias para se encontrar soluções de elevada aptidão), mas também a resposta do sistema a diferentes seqüências de números aleatórios em sua operação, contabilizando também o número de casos (incapazes de

encontrar soluções com a aptidão desejada para quantidades elevadas de iterações).

- Neste trabalho, foram utilizadas apenas funções de pertinência (para conjuntos nebulosos) de 2 dimensões (ou seja, de $\mathfrak{X} \rightarrow \mathfrak{X}$). Utilizando-se pares de valores para P_m e P_c , pode-se propor funções de pertinência de 3 dimensões (ou seja, de $\mathfrak{X}^2 \rightarrow \mathfrak{X}$), e investigar se esta abordagem poderia obter sistemas híbridos com desempenhos ainda maiores.
- Neste trabalho foram abordadas apenas instâncias dos problemas: PCV e PMF. Futuros trabalhos podem tentar realizar a implementação das técnicas aqui propostas para outros problemas.

Referências

- [Andrade – 2002] ANDRADE, M. T. C. de. *Uma contribuição à pesquisa em inteligência computacional*. Tese (Livre Docência) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.
- [Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi – 1994] ARNONE, S.; DELL'ORTO, M.; TETTAMANZI, A. Toward a fuzzy government of genetic populations. IEEE Conference on Tools with Artificial Intelligence, v. 6, p.585-591, 1994.
- [Bäck – 1996 apud Rezende – 2003] BÄCK, T. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*. Oxford University Press, 1996.
- [Bäck – 1998 apud Thierens – 2002] BÄCK, T. *An overview of parameter control methods by self-adaptation in evolutionary algorithms*. Fundamenta informaticae 34, 1-15, 1998.
- [Baker – 1985 apud Herrera, Lozano – 1996] BAKER J. E. *Adaptive selection methods for genetic algorithms*, em: Proc. First Int. Conf. on Genetic Algorithms (L. Erlbaum Associates, Hillsdale, MA, 1985) 101-111.
- [Bramlette – 1991 apud Herrera, Lozano – 1996] BRAMLETTE, M. F. *Initialization, mutation and selection methods in genetic algorithms for function optimization*, em: BELEW, R.; BOOKER, L.B., Eds., Proc. of the Fourth Int. Conf. on Genetic Algorithms (Morgan Kaufmann, San Mateo, 1991) 100-107.
- [Burdelis, Cepukas, Sofiatti – 2001] BURDELIS, M. A. P.; CEPUKAS, A. L.; SOFIATTI, R. A. *Ambiente de Desenvolvimento de Controladores Nebulosos*. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.
- [Caversan – 2006] CAVERSAN, F. L. *Exploração de relações entre técnicas simbólicas e conexistas da inteligência computacional*. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

[Caversan, Andrade – 2005] CAVERSAN, F. L.; ANDRADE, M. T. C. *Exploração de relações isomórficas entre técnicas simbólicas e conexionistas da inteligência computacional*. INFOCOMP Journal of Computer Science, v. 4, n. 1, p. 19-25, 2005.

[CM – 1992 apud Arnone, Dell'Orto, Tettamanzi – 1994] Thinking Machines Corporation, Cambridge, Massachussets. *CM User's Guide*, edição da versão 6.1, outubro, 1991. Reimpresso com correções em dezembro de 1992.

[Crawford – 1992] CRAWFORD, K. D. *Solving the n-queens problem using genetic algorithms*. Proceedings of the ACM/SIGAPP Symposium on Applied Computing, ACM Press, New York, NY, USA, p. 1039-1047, 1992.

[DeJong – 1975 apud Lee, Takagi – 1993] DEJONG, K. A. *An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*. Dissertação de Doutorado, University of Michigan, University Microfilms 76- 9381, 1975.

[Eberhart, Shi – 2007] EBERHART, R. C.; SHI, Y. *Computational Intelligence: Concepts to Implementations*. Elsevier Inc, 2007.

[Fialho – 2007] FIALHO, A. R. S. *Exploração de Relações Entre as Técnicas Nebulosas e Evolutivas da Inteligência Computacional*. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

[Fogel – 1995 apud Eberhart, Shi – 2007] FOGEL, D. B. *Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence*. IEEE Press, Piscataway, NJ, 1995

[Fogel, Fukuda, Guan – 1999] FOGEL, D. B.; FUKUDA, T.; GUAN, L. Scanning the special issue/technology on computational intelligence. Proceedings of the IEEE, v. 87, n. 9, p. 1415-1422, 1999.

[Fogel, Owens, Walsh – 1966] FOGEL, L. J.; OWENS, A. J.; WALSH, M. J. *Artificial Intelligence Through Simulated Evolution*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1966.

[Fogarty – 1989 apud Herrera, Lozano – 1996] FOGARTY, T. C. *Varying the probability of mutation in the genetic algorithm*, em: SCHAFFER, J. D., Ed., Proc. of the Third Int. Conf. on Genetic Algorithms (Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, 1989) 104-109.

[Gajski, Kuhn – 1983] GAJSKI, D.; KUHN, R. H. *New VLSI tools*. IEEE Computer, v.16, p. 11-14, 1983.

[Herrera, Lozano – 1996] HERRERA, F.; LOZANO, M. *Adaptation of genetic algorithms parameters based on fuzzy logic controllers*. In F. Herrera and J.L. Verdegay, editors, Genetic Algorithms and Soft Computing, pages 95 – 125. Physica Verlag, 1996.

[Hinterding, Michalewicz, Eiben – 1997 apud Thierens – 2002] HINTERDING, R.; MICHALEWICZ, Z.; EIBEN, G. *Adaptation in Evolutionary Computation: A Survey*, Proc. of the 1997 IEEE Conference on Evolutionary Computation, pp. 65-69, IEEE Press, 1997.

[Holland – 1975] HOLLAND, J. *Adaptation In Natural And Artificial Systems*. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.

[Jordan, Russell – 1999] JORDAN M.I.; RUSSELL S. *Computational Intelligence*, prefácio de *The Mit Encyclopedia Of The Cognitive Sciences*. The MIT Press, Massachussets, 1999.

[Konar – 2000] KONAR, A. *Artificial Intelligence and Soft Computing: Behavioral and Cognitive Modeling of the Human Brain*. CRC Press, Inc, Boca Raton, FL, USA

[Koza – 1992] KOZA, J. R. *Genetic Programming: On The Programming Of Computers By Means Of Natural Selection*. Cambridge, MA: The MIT Press, 1992.

[Lee – 1990] LEE, C. C. *Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller – Part I*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 20, nº 2, pp. 404-418, March/April 1990.

[Lee, Takagi – 1993] LEE, C. C.; TAKAGI, H. *Dynamic control of genetic algorithms using fuzzy logic techniques*. S. Forrest, Ed., Proc. of the Fifth Int. Conf. on Genetic Algorithms (Morgan Kaufmann, San Mateo, 1993) 76-83.

[Li, Lucasius, Kateman – 1992 apud Herrera, Lozano – 1996] LI, T-H.; LUCASIUS, C. B.; KATEMAN, G. *Optimization of calibration data with the dynamic genetic algorithm*. Analytica Chimica Acta 2768 (1992) 123-134.

[Mahfoud – 1995 apud Herrera, Lozano – 1996] MAHFOUD, S. W. *Niching methods for genetic algorithms*. IlliGAL Report No. 95001, Urbana: University of Illinois, Illinois Genetic Algorithms Laboratory (1995).

[Maturana, Saubion – 2007] MATURANA, J.; SAUBION, F. *Towards a generic control strategy for Evolutionary Algorithms: an adaptive fuzzy-learning approach*. Evolutionary Computation, 2007. CEC 2007. IEEE Congress on Volume , Issue , 25-28 Sept. 2007 Page(s):4546 - 4553

[MicroGA – 1992 apud Xu, Vukovich – 1993] MicroGA, *Emergent Behavior Ltd.*, Palo Alto, CA, USA, 1992.

[Obitko, Slavík – 1999] OBITKO, M.; SLAVÍK, P. *Visualization of Genetic Algorithms in a Learning Environment*. Spring Conference on Computer Graphics, SCCG'99. Bratislava: Comenius University, 1999, p. 101-106. ISBN 80-223-1357-2.

[Potts, Giddens, Yadav – 1994 apud Herrera, Lozano – 1996] POTTS, J. C.; GIDDENS, T. D.; YADAV, S. D. *The development and evaluation of an improved genetic algorithm based on migration and artificial selection*. IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics 24 (1994) 73-86.

[Potvin – 1996] POTVIN, J.-Y. *Genetic algorithms for the traveling salesman problem*. Annals of Operations Research, v. 63, n. 3, p. 337-370, jun 1996.

[Rechenberg – 1965] RECHENBERG, I. *Cybernetic solution path of an experimental problem*. UK: Royal Aircraft Establishment, 1965.

[Rezende – 2003] REZENDE, S. O. *Sistemas inteligentes: fundamentos e aplicações*. Barueri, SP. Editora Manole, 2003.

[Shaw, Simões – 1999] SIMÕES, M. G.; SHAW, I. S. *Controle e Modelagem Fuzzy*. São Paulo, SP. Editora Edgard Blücher, 1999.

[Starkweather et al. – 1991 apud Potvin – 1996] STARKWEATHER, T.; McDANIEL, S.; MATHIAS, K.; WHITLEY, D.; WHITLEY, C. *A Comparison of Genetic Sequencing Operators*, in Proceedings of the Fourth Int. Conf. on Genetic Algorithms (ICGA'91), University of California at San Diego, San Diego, CA, pp. 69-76.

[Thierens – 2002] THIERENS, D. *Adaptive mutation rate control schemes in genetic algorithms*, Department of Information and Computing Sciences, Utrecht University, Technical Report, 2002.

[van Eck et al. – 2006] van ECK, N.J.; WALTMAN, L.; van den BERG, J.; KAYMAK, U. *Visualizing the computational intelligence field*. [Application Notes] Computational Intelligence Magazine, IEEE (1): 6-10, 2006.

[Whitley – 1994] Whitley, D. *A Genetic Algorithm Tutorial*. Statistics and Computing (4):65-85, 1994.

[Wilson, Keil – 1999] WILSON, R. A.; KEIL, F. C. *The Mit Encyclopedia Of The Cognitive Sciences*. The MIT Press, Massachussets, 1999.

[Xu, Vukovich – 1993] – XU, H. Y.; VUKOVICH, G. *A fuzzy genetic algorithm with effective search and optimization*. Proc. of 1993 International Joint Conference on Neural Networks (1993) 2967-2970.

[Xu, Vukovich – 1994] – XU, H. Y.; VUKOVICH, G. *Fuzzy evolutionary algorithms and automatic robot trajectory generation*. Proc. of The First IEEE Conference on Evolutionary Computation (1994) 595-600.

[Zadeh – 1965] ZADEH, L. A. *Fuzzy sets*. Information Control, v. 8, p. 338-353, 1965.

Apêndice A – Tabelas de Experimentos com AG

Experimentos com o AG desenvolvido para solucionar o problema do “Caixeiro Viajante”:

- Para tamanho da população = 100

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	47.17	566	293	114	20	0	0	0
0.50	0.08000	30.44	395	146	37	1	0	0	0
0.50	0.06400	21.53	252	70	8	1	0	0	0
0.50	0.05120	18.31	157	46	4	0	0	0	0
0.50	0.04096	22.95	136	84	46	14	0	0	0
0.50	0.03277	35.86	117	95	71	50	14	5	2
0.50	0.02621	46.58	122	117	107	96	57	43	29
0.50	0.02097	38.61	128	122	118	111	88	81	67
0.50	0.01678	20.72	113	109	107	104	99	93	89
0.50	0.01342	18.45	124	121	120	118	112	111	106
0.50	0.01074	12.22	132	132	132	129	127	127	126
0.50	0.00859	11.08	129	123	123	123	121	120	120
0.50	0.00687	10.98	142	132	131	131	130	130	129
0.50	0.00550	9.83	136	130	130	129	129	129	129
0.50	0.00440	10.67	141	130	129	128	128	127	127
0.50	0.00352	9.81	160	149	146	146	146	146	146
0.50	0.00281	10.12	142	131	129	129	129	128	128
0.50	0.00225	11.65	170	155	149	149	148	148	147
0.50	0.00180	9.98	134	124	118	117	117	117	117
0.50	0.00000	9.13	171	171	171	171	171	171	171
0.55	0.10000	45.06	542	268	103	18	0	0	0
0.55	0.08000	28.10	378	137	22	0	0	0	0
0.55	0.06400	21.61	262	67	8	0	0	0	0
0.55	0.05120	16.68	126	31	0	0	0	0	0
0.55	0.04096	18.27	98	50	24	6	0	0	0
0.55	0.03277	27.54	97	79	52	34	5	0	0
0.55	0.02621	35.50	90	81	70	62	37	24	15
0.55	0.02097	37.14	118	116	112	104	88	79	65
0.55	0.01678	22.18	117	114	111	108	104	99	92
0.55	0.01342	14.91	106	103	102	100	100	99	95
0.55	0.01074	14.33	114	111	111	111	105	105	103
0.55	0.00859	12.27	114	110	110	108	106	105	104
0.55	0.00687	10.31	114	112	112	112	112	111	111
0.55	0.00550	10.15	135	128	127	127	126	126	126
0.55	0.00440	10.47	137	130	129	128	128	128	127
0.55	0.00352	9.51	118	113	112	111	111	111	111
0.55	0.00281	9.53	115	111	109	108	108	108	108
0.55	0.00225	9.67	119	113	106	106	106	106	106
0.55	0.00180	9.52	128	120	117	117	117	117	117
0.55	0.00000	8.94	125	125	125	125	125	125	125
0.60	0.10000	42.19	545	245	95	15	0	0	0
0.60	0.08000	28.11	386	128	23	1	0	0	0
0.60	0.06400	21.12	256	56	4	0	0	0	0
0.60	0.05120	16.79	129	26	4	0	0	0	0
0.60	0.04096	17.69	104	50	19	3	0	0	0
0.60	0.03277	26.63	91	67	55	32	4	1	0
0.60	0.02621	40.60	91	86	79	64	33	22	9
0.60	0.02097	22.59	72	69	60	58	49	42	38
0.60	0.01678	19.20	94	94	91	87	81	79	73
0.60	0.01342	18.90	98	96	95	94	88	85	80
0.60	0.01074	11.63	90	88	88	88	86	85	84
0.60	0.00859	12.70	98	96	96	96	94	93	91
0.60	0.00687	9.29	95	93	93	92	92	92	92
0.60	0.00550	9.48	99	93	93	93	92	92	92
0.60	0.00440	9.56	112	106	105	103	103	103	103
0.60	0.00352	9.17	117	108	107	107	107	107	107
0.60	0.00281	10.20	102	93	93	92	90	90	90
0.60	0.00225	9.07	108	105	104	104	104	104	104
0.60	0.00180	9.14	102	99	98	98	98	98	98
0.60	0.00000	8.70	123	123	123	123	123	123	123

- Para tamanho da população = 100 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.65	0.10000	45.18	545	291	114	14	0	0	0
0.65	0.08000	28.69	378	129	34	0	0	0	0
0.65	0.06400	20.76	256	58	3	0	0	0	0
0.65	0.05120	16.33	145	21	0	0	0	0	0
0.65	0.04096	15.18	70	22	11	2	0	0	0
0.65	0.03277	22.78	72	61	43	22	3	1	0
0.65	0.02621	33.46	79	71	63	46	25	14	7
0.65	0.02097	29.35	80	79	74	66	53	44	35
0.65	0.01678	24.67	89	87	86	82	75	70	60
0.65	0.01342	14.46	85	84	82	80	76	75	72
0.65	0.01074	10.97	78	76	76	76	75	74	73
0.65	0.00859	10.71	79	79	78	78	76	76	75
0.65	0.00687	9.74	93	88	88	88	88	87	87
0.65	0.00550	9.06	81	78	78	78	78	78	78
0.65	0.00440	8.98	94	91	91	91	91	91	91
0.65	0.00352	9.17	88	81	81	81	81	81	81
0.65	0.00281	8.88	98	90	90	90	90	90	90
0.65	0.00225	9.10	74	69	69	69	68	68	68
0.65	0.00180	9.07	94	85	83	83	83	83	83
0.65	0.00000	8.78	92	92	92	92	92	92	92
0.70	0.10000	45.76	576	279	108	17	0	0	0
0.70	0.08000	28.16	387	136	25	2	0	0	0
0.70	0.06400	20.63	236	56	4	0	0	0	0
0.70	0.05120	16.78	143	20	1	0	0	0	0
0.70	0.04096	14.78	80	26	6	0	0	0	0
0.70	0.03277	18.54	67	37	20	12	2	1	0
0.70	0.02621	23.39	47	42	36	27	14	8	4
0.70	0.02097	32.51	75	74	70	65	48	38	27
0.70	0.01678	17.55	72	72	72	70	63	60	57
0.70	0.01342	16.12	51	50	50	46	44	42	37
0.70	0.01074	14.38	60	59	59	58	56	53	50
0.70	0.00859	10.65	62	61	61	61	59	59	58
0.70	0.00687	9.78	64	63	63	62	62	62	61
0.70	0.00550	8.98	73	72	72	72	72	72	72
0.70	0.00440	9.72	66	63	63	63	63	63	62
0.70	0.00352	8.69	63	60	60	60	60	60	60
0.70	0.00281	8.82	72	68	68	68	68	68	68
0.70	0.00225	8.97	71	67	66	66	66	66	66
0.70	0.00180	8.68	71	69	67	67	67	67	67
0.70	0.00000	8.37	87	87	87	87	87	87	87
0.75	0.10000	44.47	561	263	109	20	0	0	0
0.75	0.08000	28.80	368	154	29	0	0	0	0
0.75	0.06400	20.91	265	65	3	0	0	0	0
0.75	0.05120	15.99	133	22	0	0	0	0	0
0.75	0.04096	13.70	78	10	0	0	0	0	0
0.75	0.03277	15.20	66	30	15	2	0	0	0
0.75	0.02621	25.78	45	44	36	29	16	6	1
0.75	0.02097	24.03	51	49	45	42	31	24	17
0.75	0.01678	17.06	49	49	47	45	43	38	34
0.75	0.01342	11.36	65	64	64	64	64	61	61
0.75	0.01074	14.81	77	77	77	76	70	67	65
0.75	0.00859	10.96	62	61	61	61	60	59	58
0.75	0.00687	10.65	63	62	61	61	59	59	58
0.75	0.00550	8.76	61	58	57	57	57	57	57
0.75	0.00440	8.75	68	64	64	64	64	64	64
0.75	0.00352	8.82	52	49	48	48	48	48	48
0.75	0.00281	9.09	80	74	70	70	70	70	70
0.75	0.00225	8.85	67	63	63	63	63	63	63
0.75	0.00180	8.74	81	78	78	77	77	77	77
0.75	0.00000	8.36	84	84	84	84	84	84	84

- Para tamanho da população = 100 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	42.70	538	247	87	21	0	0	0
0.80	0.08000	30.58	404	147	36	1	0	0	0
0.80	0.06400	19.92	241	42	4	0	0	0	0
0.80	0.05120	15.61	122	14	0	0	0	0	0
0.80	0.04096	13.42	68	6	0	0	0	0	0
0.80	0.03277	14.49	44	22	15	4	0	0	0
0.80	0.02621	19.40	41	34	28	20	4	2	0
0.80	0.02097	21.26	43	42	41	39	24	18	15
0.80	0.01678	17.30	55	53	51	48	42	37	35
0.80	0.01342	15.03	42	41	39	39	35	29	28
0.80	0.01074	11.59	45	45	45	45	43	43	41
0.80	0.00859	9.70	54	54	54	54	52	52	52
0.80	0.00687	8.70	57	56	56	56	56	56	56
0.80	0.00550	8.75	37	37	37	37	37	37	37
0.80	0.00440	8.45	49	49	48	48	48	48	48
0.80	0.00352	8.69	44	44	43	43	43	43	43
0.80	0.00281	9.60	53	51	51	51	51	51	50
0.80	0.00225	8.52	56	55	55	54	54	54	54
0.80	0.00180	8.80	55	51	49	49	49	49	49
0.80	0.00000	8.38	61	61	61	61	61	61	61
0.85	0.10000	47.84	575	306	117	28	0	0	0
0.85	0.08000	28.56	383	138	26	2	0	0	0
0.85	0.06400	21.33	259	55	7	0	0	0	0
0.85	0.05120	15.90	134	12	0	0	0	0	0
0.85	0.04096	14.05	88	11	0	0	0	0	0
0.85	0.03277	13.12	36	11	6	2	0	0	0
0.85	0.02621	17.99	38	29	24	16	7	2	1
0.85	0.02097	22.71	37	36	36	32	22	18	10
0.85	0.01678	16.41	37	35	34	34	29	27	23
0.85	0.01342	14.86	47	46	45	45	42	39	36
0.85	0.01074	11.96	42	42	41	41	37	37	35
0.85	0.00859	8.79	51	51	51	51	51	51	51
0.85	0.00687	10.35	46	45	45	45	45	42	42
0.85	0.00550	8.43	36	36	36	36	36	36	36
0.85	0.00440	8.46	47	47	47	47	47	47	47
0.85	0.00352	8.34	49	49	49	49	49	49	49
0.85	0.00281	8.34	40	40	40	40	40	40	40
0.85	0.00225	8.28	56	56	56	56	56	56	56
0.85	0.00180	8.36	46	46	45	45	45	45	45
0.85	0.00000	8.07	47	47	47	47	47	47	47
0.90	0.10000	44.21	577	284	94	15	0	0	0
0.90	0.08000	28.09	380	141	20	1	0	0	0
0.90	0.06400	21.43	265	68	6	0	0	0	0
0.90	0.05120	16.33	137	14	1	0	0	0	0
0.90	0.04096	13.49	80	0	0	0	0	0	0
0.90	0.03277	13.37	47	13	4	3	0	0	0
0.90	0.02621	17.63	37	27	22	15	3	1	0
0.90	0.02097	21.22	35	33	33	28	16	11	7
0.90	0.01678	19.21	39	39	37	36	31	29	22
0.90	0.01342	14.48	51	51	51	50	43	42	40
0.90	0.01074	10.66	34	34	34	33	33	32	31
0.90	0.00859	10.91	43	43	43	43	41	41	39
0.90	0.00687	9.50	35	34	34	34	34	34	33
0.90	0.00550	8.51	49	49	49	49	49	49	49
0.90	0.00440	8.53	43	43	43	43	43	43	43
0.90	0.00352	9.21	48	48	48	48	48	48	47
0.90	0.00281	8.42	33	32	32	32	32	32	32
0.90	0.00225	8.27	37	36	36	36	36	36	36
0.90	0.00180	8.22	35	34	34	34	34	34	34
0.90	0.00000	8.13	35	35	35	35	35	35	35

- Para tamanho da população = 100 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.95	0.10000	42.08	551	261	83	16	0	0	0
0.95	0.08000	28.94	380	146	26	2	0	0	0
0.95	0.06400	21.16	259	56	7	0	0	0	0
0.95	0.05120	16.61	166	14	0	0	0	0	0
0.95	0.04096	13.54	70	6	0	0	0	0	0
0.95	0.03277	12.83	43	7	4	1	0	0	0
0.95	0.02621	14.04	30	18	16	6	1	0	0
0.95	0.02097	24.96	32	30	29	26	19	15	4
0.95	0.01678	17.39	31	28	28	26	17	14	11
0.95	0.01342	12.72	22	22	21	21	19	19	16
0.95	0.01074	9.86	36	35	35	35	34	33	33
0.95	0.00859	10.01	34	34	34	33	32	32	31
0.95	0.00687	8.60	33	32	32	32	32	32	32
0.95	0.00550	8.55	26	26	26	26	26	26	26
0.95	0.00440	8.39	29	29	29	29	29	29	29
0.95	0.00352	8.24	38	38	38	38	38	38	38
0.95	0.00281	8.43	35	34	34	34	34	34	34
0.95	0.00225	8.26	30	30	30	30	30	30	30
0.95	0.00180	8.33	31	30	30	30	30	30	30
0.95	0.00000	8.05	36	36	36	36	36	36	36
1.00	0.10000	46.75	589	326	99	14	0	0	0
1.00	0.08000	29.58	384	148	41	3	0	0	0
1.00	0.06400	20.28	242	49	3	0	0	0	0
1.00	0.05120	16.35	151	20	1	0	0	0	0
1.00	0.04096	13.20	61	7	0	0	0	0	0
1.00	0.03277	11.76	32	2	1	0	0	0	0
1.00	0.02621	13.27	33	11	10	8	0	0	0
1.00	0.02097	16.03	22	20	19	16	8	7	4
1.00	0.01678	13.23	19	18	17	17	13	11	9
1.00	0.01342	9.98	18	18	18	18	16	16	16
1.00	0.01074	10.93	28	28	28	28	27	27	25
1.00	0.00859	8.73	25	25	25	25	25	25	25
1.00	0.00687	9.16	25	25	25	25	23	23	23
1.00	0.00550	10.23	19	19	19	19	19	19	17
1.00	0.00440	8.39	21	20	20	20	20	20	20
1.00	0.00352	8.18	21	21	21	21	21	21	21
1.00	0.00281	8.29	26	26	26	26	26	26	26
1.00	0.00225	8.28	21	20	19	19	19	19	19
1.00	0.00180	8.19	25	25	25	25	25	25	25
1.00	0.00000	8.04	22	22	22	22	22	22	22

- Para tamanho da população = 80

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	56.28	561	313	157	43	2	0	0
0.50	0.08000	33.10	414	165	47	11	0	0	0
0.50	0.06400	25.78	310	115	21	0	0	0	0
0.50	0.05120	22.37	212	85	22	1	0	0	0
0.50	0.04096	27.52	172	116	62	15	0	0	0
0.50	0.03277	50.42	158	139	119	84	27	16	7
0.50	0.02621	54.73	158	152	141	120	83	64	48
0.50	0.02097	39.39	148	144	140	134	115	102	88
0.50	0.01678	28.82	186	175	174	171	160	156	145
0.50	0.01342	18.70	186	177	176	174	169	167	163
0.50	0.01074	16.42	189	173	172	169	168	164	162
0.50	0.00859	12.90	206	197	195	193	188	188	188
0.50	0.00687	12.51	203	189	187	185	184	184	183
0.50	0.00550	12.78	220	201	198	198	196	196	195
0.50	0.00440	12.25	222	200	193	193	193	193	192
0.50	0.00352	12.34	209	183	174	174	174	174	173
0.50	0.00281	13.17	227	206	201	200	199	199	197
0.50	0.00225	14.50	218	198	188	184	182	182	180
0.50	0.00180	13.24	239	220	202	199	199	198	198
0.50	0.00144	13.91	250	228	204	195	195	195	195
0.50	0.00115	14.43	238	229	208	197	193	193	193
0.50	0.00092	15.21	245	233	212	202	195	195	195
0.50	0.00074	16.53	271	252	231	212	207	207	207
0.50	0.00059	20.74	289	273	252	229	215	215	215
0.50	0.00000	9.51	291	291	291	291	291	291	291
0.55	0.10000	53.26	594	310	147	36	2	0	0
0.55	0.08000	32.43	410	170	44	7	0	0	0
0.55	0.06400	24.55	296	97	13	0	0	0	0
0.55	0.05120	20.48	181	78	11	1	0	0	0
0.55	0.04096	26.05	161	99	48	19	1	0	0
0.55	0.03277	45.50	156	139	110	70	19	8	2
0.55	0.02621	58.22	154	141	127	105	61	48	25
0.55	0.02097	33.98	133	128	125	117	92	81	74
0.55	0.01678	23.57	141	138	134	131	122	118	111
0.55	0.01342	17.93	152	147	145	142	136	135	131
0.55	0.01074	14.57	156	150	148	146	143	142	140
0.55	0.00859	15.50	168	157	157	157	153	153	149
0.55	0.00687	11.61	163	154	152	151	150	149	149
0.55	0.00550	11.57	181	168	163	162	161	160	160
0.55	0.00440	11.19	186	168	164	164	162	162	162
0.55	0.00352	11.03	194	175	170	169	168	168	168
0.55	0.00281	11.89	225	202	187	185	184	184	184
0.55	0.00225	14.66	185	171	163	160	159	158	156
0.55	0.00180	10.98	185	168	160	157	157	157	157
0.55	0.00144	12.55	218	198	192	183	181	181	181
0.55	0.00115	16.10	219	203	185	179	174	172	171
0.55	0.00092	13.64	227	213	197	188	185	185	185
0.55	0.00074	13.49	226	207	198	191	186	186	186
0.55	0.00059	17.43	224	209	197	187	179	177	176
0.55	0.00000	9.33	227	227	227	227	227	227	227

- Para tamanho da população = 80 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.60	0.10000	51.16	614	306	130	29	0	0	0
0.60	0.08000	35.21	454	200	68	5	0	0	0
0.60	0.06400	24.44	295	99	14	1	0	0	0
0.60	0.05120	19.66	176	57	17	0	0	0	0
0.60	0.04096	22.97	148	80	43	8	0	0	0
0.60	0.03277	33.37	120	96	79	39	7	3	0
0.60	0.02621	50.43	133	118	113	98	58	39	25
0.60	0.02097	35.32	120	113	107	103	82	72	61
0.60	0.01678	27.65	136	133	127	124	112	108	98
0.60	0.01342	21.48	133	131	130	130	124	118	113
0.60	0.01074	11.52	150	147	147	146	144	143	143
0.60	0.00859	11.92	139	135	135	134	133	132	131
0.60	0.00687	11.57	150	143	140	140	137	137	137
0.60	0.00550	10.89	144	140	140	139	139	139	138
0.60	0.00440	10.77	159	148	147	147	147	146	146
0.60	0.00352	10.01	137	131	124	124	124	124	124
0.60	0.00281	10.89	181	168	162	160	159	159	159
0.60	0.00225	10.00	162	150	145	145	145	145	145
0.60	0.00180	10.29	153	137	130	129	129	129	129
0.60	0.00144	11.17	175	164	155	149	149	149	149
0.60	0.00115	12.83	177	161	150	145	143	143	142
0.60	0.00092	12.69	170	157	145	142	138	137	137
0.60	0.00074	13.03	172	166	154	144	141	141	141
0.60	0.00059	13.04	162	155	144	139	133	133	133
0.60	0.00000	9.24	192	192	192	192	192	192	192
0.65	0.10000	46.76	537	278	114	26	0	0	0
0.65	0.08000	32.86	408	171	52	6	0	0	0
0.65	0.06400	23.18	284	73	9	0	0	0	0
0.65	0.05120	19.57	180	53	6	0	0	0	0
0.65	0.04096	20.33	145	71	27	5	0	0	0
0.65	0.03277	34.08	128	98	76	45	6	4	0
0.65	0.02621	49.62	129	114	102	87	53	37	19
0.65	0.02097	42.71	121	114	113	96	78	72	51
0.65	0.01678	21.43	118	114	112	110	98	95	90
0.65	0.01342	22.79	128	124	124	120	112	109	102
0.65	0.01074	13.53	134	129	128	128	127	127	124
0.65	0.00859	13.15	120	114	114	114	111	109	108
0.65	0.00687	9.68	130	129	129	128	128	128	128
0.65	0.00550	9.78	136	130	128	128	128	128	128
0.65	0.00440	10.37	151	142	139	139	138	138	138
0.65	0.00352	10.13	143	124	120	120	120	120	120
0.65	0.00281	10.75	144	125	119	118	117	117	117
0.65	0.00225	10.04	153	145	139	138	138	138	138
0.65	0.00180	10.65	145	135	131	130	130	130	129
0.65	0.00144	10.40	160	145	132	132	132	132	132
0.65	0.00115	14.01	169	158	133	126	124	122	122
0.65	0.00092	12.31	172	164	146	142	141	140	140
0.65	0.00074	13.19	160	157	148	135	133	133	132
0.65	0.00059	14.18	158	153	144	135	129	128	128
0.65	0.00000	8.96	181	181	181	181	181	181	181

- Para tamanho da população = 80 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.70	0.10000	51.42	586	318	143	29	0	0	0
0.70	0.08000	34.11	457	207	46	4	0	0	0
0.70	0.06400	23.82	285	105	6	0	0	0	0
0.70	0.05120	18.76	191	35	4	0	0	0	0
0.70	0.04096	19.21	134	61	21	6	0	0	0
0.70	0.03277	27.67	107	80	60	27	3	1	0
0.70	0.02621	42.01	102	95	88	75	39	22	13
0.70	0.02097	35.63	96	92	90	77	61	48	38
0.70	0.01678	27.75	125	122	121	117	103	98	89
0.70	0.01342	19.15	118	115	114	112	108	106	100
0.70	0.01074	13.12	116	113	112	111	107	106	105
0.70	0.00859	10.38	115	111	111	111	109	109	109
0.70	0.00687	10.75	117	112	111	111	109	108	108
0.70	0.00550	12.16	140	133	132	132	132	131	129
0.70	0.00440	11.09	135	129	128	127	126	124	124
0.70	0.00352	9.69	112	106	103	103	102	102	102
0.70	0.00281	10.70	127	116	114	114	113	112	112
0.70	0.00225	10.49	143	138	132	131	131	130	130
0.70	0.00180	10.10	140	135	130	126	126	126	126
0.70	0.00144	9.84	146	142	135	133	133	133	133
0.70	0.00115	10.53	127	124	121	117	115	115	115
0.70	0.00092	9.92	123	116	113	109	109	109	109
0.70	0.00074	10.27	130	126	117	113	113	113	113
0.70	0.00059	11.62	124	120	115	109	105	105	105
0.70	0.00000	8.71	145	145	145	145	145	145	145
0.75	0.10000	47.04	585	285	110	21	0	0	0
0.75	0.08000	32.24	419	171	45	1	0	0	0
0.75	0.06400	23.61	296	89	10	1	0	0	0
0.75	0.05120	17.73	165	40	2	0	0	0	0
0.75	0.04096	18.34	129	57	20	0	0	0	0
0.75	0.03277	23.13	95	65	40	18	2	2	0
0.75	0.02621	34.79	91	79	69	54	30	21	10
0.75	0.02097	33.50	95	89	86	79	61	46	38
0.75	0.01678	26.64	116	112	112	106	89	86	78
0.75	0.01342	17.75	103	101	98	94	87	83	81
0.75	0.01074	15.30	113	108	108	107	105	102	99
0.75	0.00859	11.53	94	89	89	86	84	82	82
0.75	0.00687	9.42	97	92	92	92	92	92	92
0.75	0.00550	10.93	101	100	99	98	98	96	96
0.75	0.00440	9.96	109	103	102	102	101	101	101
0.75	0.00352	9.39	102	93	92	92	92	92	92
0.75	0.00281	9.13	101	96	96	96	96	96	96
0.75	0.00225	9.42	106	103	101	100	100	100	100
0.75	0.00180	9.64	118	114	110	107	107	107	107
0.75	0.00144	9.40	121	110	108	107	107	107	107
0.75	0.00115	9.71	114	109	107	105	103	103	103
0.75	0.00092	10.68	123	117	108	104	102	102	102
0.75	0.00074	10.20	110	108	103	101	99	99	99
0.75	0.00059	10.44	119	113	107	101	100	100	100
0.75	0.00000	8.59	125	125	125	125	125	125	125

- Para tamanho da população = 80 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	50.62	604	329	116	28	0	0	0
0.80	0.08000	32.59	443	170	45	4	0	0	0
0.80	0.06400	22.44	293	64	10	0	0	0	0
0.80	0.05120	17.72	172	28	0	0	0	0	0
0.80	0.04096	16.57	120	33	6	0	0	0	0
0.80	0.03277	20.32	80	49	33	17	0	0	0
0.80	0.02621	32.67	81	71	65	48	24	12	6
0.80	0.02097	32.18	84	80	77	66	50	42	31
0.80	0.01678	23.81	92	88	87	82	75	72	63
0.80	0.01342	22.87	107	102	102	97	90	86	78
0.80	0.01074	12.89	78	77	77	76	75	72	71
0.80	0.00859	10.80	91	90	89	89	87	87	86
0.80	0.00687	11.43	89	85	85	84	84	81	81
0.80	0.00550	8.97	100	97	97	97	97	97	97
0.80	0.00440	9.82	89	83	83	83	83	82	82
0.80	0.00352	9.20	92	86	84	84	84	84	84
0.80	0.00281	9.39	100	94	94	93	93	93	93
0.80	0.00225	9.21	105	101	98	98	98	98	98
0.80	0.00180	9.44	105	101	97	95	95	95	95
0.80	0.00144	9.08	87	82	81	81	81	81	81
0.80	0.00115	9.45	89	85	83	80	80	80	80
0.80	0.00092	9.18	85	79	78	77	77	77	77
0.80	0.00074	11.37	100	98	96	92	86	86	86
0.80	0.00059	10.63	92	90	89	87	85	84	84
0.80	0.00000	8.68	113	113	113	113	113	113	113
0.85	0.10000	49.69	602	307	117	26	1	0	0
0.85	0.08000	32.54	421	170	46	4	0	0	0
0.85	0.06400	21.92	264	74	5	0	0	0	0
0.85	0.05120	18.14	181	35	1	0	0	0	0
0.85	0.04096	15.47	107	18	3	0	0	0	0
0.85	0.03277	19.37	94	47	34	10	0	0	0
0.85	0.02621	27.59	66	56	45	32	9	5	0
0.85	0.02097	29.55	76	74	72	66	50	37	31
0.85	0.01678	21.97	75	74	72	70	58	51	47
0.85	0.01342	19.06	90	90	89	85	79	75	71
0.85	0.01074	13.07	70	69	69	69	65	63	62
0.85	0.00859	10.50	70	67	67	67	66	66	65
0.85	0.00687	9.38	75	72	71	71	71	71	71
0.85	0.00550	9.53	86	85	85	85	84	84	84
0.85	0.00440	9.68	75	72	72	72	72	72	71
0.85	0.00352	9.16	85	84	82	82	82	82	82
0.85	0.00281	8.69	80	80	80	80	80	80	80
0.85	0.00225	8.83	84	78	78	78	78	78	78
0.85	0.00180	8.85	80	78	78	77	77	77	77
0.85	0.00144	9.44	91	91	90	89	88	88	88
0.85	0.00115	9.34	102	99	97	96	95	95	95
0.85	0.00092	9.77	89	89	85	82	81	81	81
0.85	0.00074	10.21	104	101	99	97	93	93	93
0.85	0.00059	9.49	96	95	92	92	90	90	90
0.85	0.00000	8.61	99	99	99	99	99	99	99

- Para tamanho da população = 80 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.90	0.10000	51.28	620	327	130	30	0	0	0
0.90	0.08000	32.66	443	166	36	6	0	0	0
0.90	0.06400	23.81	317	92	7	0	0	0	0
0.90	0.05120	17.53	178	31	0	0	0	0	0
0.90	0.04096	15.42	111	22	2	0	0	0	0
0.90	0.03277	17.43	76	38	23	9	0	0	0
0.90	0.02621	26.34	71	57	41	34	11	4	2
0.90	0.02097	26.14	60	53	50	45	34	25	18
0.90	0.01678	23.91	56	56	56	55	46	42	33
0.90	0.01342	15.19	75	74	74	72	67	64	62
0.90	0.01074	10.27	65	63	63	63	63	63	62
0.90	0.00859	10.25	72	69	69	69	69	69	68
0.90	0.00687	9.46	78	78	78	78	77	77	77
0.90	0.00550	8.85	72	71	70	70	70	70	70
0.90	0.00440	9.04	75	73	73	73	73	73	73
0.90	0.00352	8.95	80	78	78	78	78	78	78
0.90	0.00281	8.62	67	66	66	66	66	66	66
0.90	0.00225	8.68	78	78	77	77	77	77	77
0.90	0.00180	8.72	78	76	76	76	76	76	76
0.90	0.00144	9.03	71	66	63	63	63	63	63
0.90	0.00115	8.98	71	69	66	65	65	65	65
0.90	0.00092	10.15	89	88	85	78	77	77	77
0.90	0.00074	9.39	70	69	68	64	63	63	63
0.90	0.00059	9.58	65	63	62	57	56	56	56
0.90	0.00000	8.47	82	82	82	82	82	82	82
0.95	0.10000	49.40	567	301	114	26	0	0	0
0.95	0.08000	31.97	444	172	43	2	0	0	0
0.95	0.06400	24.39	317	91	13	1	0	0	0
0.95	0.05120	17.91	181	34	0	0	0	0	0
0.95	0.04096	14.90	105	11	1	0	0	0	0
0.95	0.03277	15.26	65	25	16	2	0	0	0
0.95	0.02621	24.90	53	43	36	29	11	7	1
0.95	0.02097	27.87	66	62	56	48	27	19	14
0.95	0.01678	17.89	54	51	49	45	37	34	31
0.95	0.01342	16.82	65	63	63	59	55	48	47
0.95	0.01074	13.76	64	63	63	63	56	56	54
0.95	0.00859	11.88	60	58	58	57	56	54	53
0.95	0.00687	11.48	68	66	66	66	66	66	63
0.95	0.00550	9.01	74	72	72	72	72	72	72
0.95	0.00440	8.78	50	49	49	49	49	49	49
0.95	0.00352	8.89	55	53	53	53	53	53	53
0.95	0.00281	8.73	57	57	57	57	57	57	57
0.95	0.00225	8.77	70	70	68	68	68	68	68
0.95	0.00180	8.78	63	63	62	61	61	61	61
0.95	0.00144	9.15	73	70	68	68	67	67	67
0.95	0.00115	8.91	72	72	71	70	70	70	70
0.95	0.00092	9.47	56	52	50	47	47	47	47
0.95	0.00074	9.50	65	63	62	62	60	60	60
0.95	0.00059	8.88	76	74	73	72	72	72	72
0.95	0.00000	8.50	65	65	65	65	65	65	65
1.00	0.10000	45.15	575	280	104	13	0	0	0
1.00	0.08000	34.52	450	196	53	2	0	0	0
1.00	0.06400	23.59	298	82	11	0	0	0	0
1.00	0.05120	18.45	184	40	3	0	0	0	0
1.00	0.04096	15.01	99	14	0	0	0	0	0
1.00	0.03277	14.46	81	14	8	2	0	0	0
1.00	0.02621	17.77	50	31	25	15	1	0	0
1.00	0.02097	28.65	54	47	44	38	24	16	6
1.00	0.01678	19.99	59	56	55	49	39	34	31
1.00	0.01342	15.74	64	63	62	59	56	51	50
1.00	0.01074	15.06	61	59	59	59	56	54	50
1.00	0.00859	12.75	52	51	51	50	49	47	45
1.00	0.00687	9.88	57	56	56	56	56	56	55
1.00	0.00550	8.99	49	49	49	49	49	49	49
1.00	0.00440	8.77	51	48	48	48	48	48	48
1.00	0.00352	8.68	38	38	38	38	38	38	38
1.00	0.00281	8.70	67	66	66	66	66	66	66
1.00	0.00225	8.87	61	60	59	58	58	58	58
1.00	0.00180	8.79	62	61	60	60	60	60	60
1.00	0.00144	8.55	41	40	39	39	39	39	39
1.00	0.00115	8.57	52	50	50	49	49	49	49
1.00	0.00092	8.97	53	52	50	49	48	48	48
1.00	0.00074	9.30	61	60	58	56	55	55	55
1.00	0.00059	8.91	51	51	49	47	47	47	47
1.00	0.00000	8.40	58	58	58	58	58	58	58

- Para tamanho da população = 60

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	64.13	622	361	179	70	3	0	0
0.50	0.08000	44.22	490	246	107	22	0	0	0
0.50	0.06400	32.84	365	169	62	4	0	0	0
0.50	0.05120	31.33	307	161	63	9	0	0	0
0.50	0.04096	50.50	285	220	149	68	6	0	0
0.50	0.03277	75.36	226	188	159	124	59	34	11
0.50	0.02621	80.32	245	226	213	195	146	122	89
0.50	0.02097	53.66	249	227	222	214	186	173	153
0.50	0.01678	37.96	261	238	236	231	209	203	192
0.50	0.01342	21.54	258	235	231	226	218	217	213
0.50	0.01074	18.07	278	252	250	249	242	241	239
0.50	0.00859	17.99	285	249	246	244	236	236	234
0.50	0.00687	18.62	296	260	252	247	242	239	238
0.50	0.00550	17.51	302	250	243	242	237	236	235
0.50	0.00440	17.47	324	280	259	257	254	254	252
0.50	0.00352	20.92	321	267	247	240	236	235	231
0.50	0.00281	22.85	348	304	276	265	260	259	255
0.50	0.00225	20.83	361	321	289	277	275	272	271
0.50	0.00180	18.95	367	319	293	278	276	276	275
0.50	0.00144	24.31	378	347	308	279	270	270	269
0.50	0.00115	28.43	387	358	313	288	278	274	272
0.50	0.00092	28.29	363	344	311	280	264	262	261
0.50	0.00074	30.03	376	346	315	283	265	261	260
0.50	0.00059	40.50	381	365	339	301	253	250	250
0.50	0.00000	9.82	406	406	406	406	406	406	406
0.55	0.10000	65.05	646	366	177	64	4	0	0
0.55	0.08000	43.07	532	238	97	15	0	0	0
0.55	0.06400	31.18	355	162	47	4	0	0	0
0.55	0.05120	29.22	267	135	53	9	0	0	0
0.55	0.04096	37.85	215	148	97	43	2	1	0
0.55	0.03277	68.00	218	192	163	119	52	35	15
0.55	0.02621	73.95	220	205	192	170	126	107	74
0.55	0.02097	46.30	246	225	217	204	185	172	157
0.55	0.01678	36.36	237	213	212	205	193	188	174
0.55	0.01342	21.74	228	210	205	200	194	189	186
0.55	0.01074	15.46	266	247	242	242	239	237	236
0.55	0.00859	16.89	240	219	213	210	208	207	204
0.55	0.00687	14.77	277	242	236	233	230	230	229
0.55	0.00550	15.14	271	236	231	224	219	219	219
0.55	0.00440	17.28	302	264	252	250	247	246	244
0.55	0.00352	18.17	320	271	251	247	241	240	239
0.55	0.00281	18.80	345	299	275	272	270	270	267
0.55	0.00225	21.23	338	297	265	257	254	252	249
0.55	0.00180	18.76	334	306	273	260	255	254	254
0.55	0.00144	18.66	341	307	265	256	250	250	249
0.55	0.00115	25.75	350	324	294	262	250	248	247
0.55	0.00092	22.45	336	317	285	263	249	249	248
0.55	0.00074	25.03	333	315	274	248	234	232	232
0.55	0.00059	28.46	331	309	279	255	232	231	229
0.55	0.00000	9.88	356	356	356	356	356	356	356

- Para tamanho da população = 60 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.60	0.10000	59.62	601	343	162	57	3	0	0
0.60	0.08000	40.65	478	233	86	12	2	0	0
0.60	0.06400	28.01	330	129	32	2	0	0	0
0.60	0.05120	26.00	263	110	39	3	0	0	0
0.60	0.04096	36.66	240	155	86	42	2	0	0
0.60	0.03277	57.14	199	162	133	97	28	12	2
0.60	0.02621	72.28	213	193	182	158	96	77	51
0.60	0.02097	54.24	209	196	192	184	161	146	123
0.60	0.01678	34.81	230	215	211	206	192	186	174
0.60	0.01342	20.68	204	186	182	180	178	177	170
0.60	0.01074	19.45	245	225	223	220	216	214	210
0.60	0.00859	13.97	240	216	213	212	212	212	210
0.60	0.00687	15.58	249	218	214	211	209	208	206
0.60	0.00550	16.44	257	225	221	220	214	213	212
0.60	0.00440	14.84	269	230	212	209	207	207	206
0.60	0.00352	16.03	267	232	218	214	211	209	209
0.60	0.00281	16.96	259	213	193	185	182	182	181
0.60	0.00225	15.04	277	251	228	223	222	222	221
0.60	0.00180	18.28	278	251	229	222	220	219	216
0.60	0.00144	18.09	280	256	232	209	205	205	205
0.60	0.00115	18.81	296	272	238	215	211	211	211
0.60	0.00092	21.68	298	285	255	234	219	218	218
0.60	0.00074	24.11	301	285	261	231	214	213	213
0.60	0.00059	24.11	309	296	271	240	226	226	225
0.60	0.00000	9.63	320	320	320	320	320	320	320
0.65	0.10000	60.13	631	352	181	52	1	0	0
0.65	0.08000	39.78	493	231	76	14	0	0	0
0.65	0.06400	29.77	374	146	35	3	0	0	0
0.65	0.05120	25.60	282	106	25	2	0	0	0
0.65	0.04096	27.35	190	110	56	16	0	0	0
0.65	0.03277	55.94	208	160	132	94	23	13	2
0.65	0.02621	66.03	200	180	166	142	95	71	48
0.65	0.02097	58.21	205	189	182	172	141	125	101
0.65	0.01678	29.86	195	182	181	174	162	157	148
0.65	0.01342	23.08	192	178	176	172	165	161	155
0.65	0.01074	19.42	209	200	197	193	190	188	183
0.65	0.00859	14.87	227	209	206	205	201	201	199
0.65	0.00687	12.64	201	185	180	180	180	179	178
0.65	0.00550	11.80	225	200	193	193	192	192	192
0.65	0.00440	14.48	247	214	200	198	195	195	194
0.65	0.00352	13.14	239	205	190	188	186	186	186
0.65	0.00281	13.97	256	225	196	195	193	193	193
0.65	0.00225	14.96	267	242	213	211	209	209	208
0.65	0.00180	14.71	237	217	195	188	188	186	186
0.65	0.00144	14.37	255	239	221	209	206	206	206
0.65	0.00115	15.49	255	240	210	198	198	197	197
0.65	0.00092	23.04	261	246	226	202	192	191	188
0.65	0.00074	20.61	281	261	241	226	213	212	211
0.65	0.00059	23.72	298	287	271	248	232	228	228
0.65	0.00000	9.45	283	283	283	283	283	283	283

- Para tamanho da população = 60 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.70	0.10000	58.67	631	352	171	53	2	0	0
0.70	0.08000	39.66	495	247	78	11	0	0	0
0.70	0.06400	27.33	336	134	29	0	0	0	0
0.70	0.05120	24.34	257	99	25	1	0	0	0
0.70	0.04096	23.97	200	86	37	8	0	0	0
0.70	0.03277	50.88	203	168	138	82	11	4	0
0.70	0.02621	59.53	172	152	145	117	68	52	32
0.70	0.02097	45.25	171	160	154	138	118	111	90
0.70	0.01678	30.09	171	165	162	159	148	137	130
0.70	0.01342	22.77	191	185	184	181	177	174	166
0.70	0.01074	17.35	217	210	207	204	201	200	196
0.70	0.00859	12.40	181	162	162	161	158	157	157
0.70	0.00687	13.66	195	179	173	171	169	168	167
0.70	0.00550	12.32	234	218	213	213	213	211	211
0.70	0.00440	12.38	231	200	196	195	193	193	193
0.70	0.00352	13.18	224	196	186	185	183	182	182
0.70	0.00281	13.06	249	229	215	211	209	209	209
0.70	0.00225	13.93	241	212	196	194	194	193	192
0.70	0.00180	13.09	229	204	183	180	178	178	178
0.70	0.00144	16.08	248	235	209	198	192	192	192
0.70	0.00115	14.88	219	205	182	163	162	162	162
0.70	0.00092	17.06	247	231	208	191	184	184	184
0.70	0.00074	17.98	264	251	233	214	204	204	204
0.70	0.00059	24.34	268	259	240	210	196	195	193
0.70	0.00000	9.29	248	248	248	248	248	248	248
0.75	0.10000	52.70	610	325	133	35	0	0	0
0.75	0.08000	39.58	485	219	78	15	0	0	0
0.75	0.06400	28.53	360	135	33	2	0	0	0
0.75	0.05120	21.91	230	78	15	0	0	0	0
0.75	0.04096	23.16	189	95	32	4	0	0	0
0.75	0.03277	40.70	176	133	95	55	12	1	0
0.75	0.02621	63.67	161	149	140	115	72	58	29
0.75	0.02097	57.77	186	171	164	156	127	109	84
0.75	0.01678	44.81	159	156	155	146	132	116	98
0.75	0.01342	26.18	165	157	154	149	144	137	129
0.75	0.01074	16.54	177	160	157	154	149	147	145
0.75	0.00859	13.21	184	173	172	171	171	169	168
0.75	0.00687	11.84	191	177	173	172	171	170	170
0.75	0.00550	13.08	192	176	173	172	171	170	169
0.75	0.00440	11.20	198	177	174	174	172	172	172
0.75	0.00352	13.19	183	163	156	155	155	153	152
0.75	0.00281	13.70	210	181	171	166	166	165	164
0.75	0.00225	11.86	196	180	169	167	166	166	166
0.75	0.00180	13.21	192	180	169	161	161	161	160
0.75	0.00144	12.88	194	178	166	157	154	154	154
0.75	0.00115	13.38	202	187	173	164	161	161	161
0.75	0.00092	16.65	219	208	199	185	175	175	174
0.75	0.00074	15.14	211	204	192	180	171	171	171
0.75	0.00059	18.09	214	203	197	172	165	163	163
0.75	0.00000	9.21	244	244	244	244	244	244	244

- Para tamanho da população = 60 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	55.56	621	333	145	40	2	0	0
0.80	0.08000	38.75	502	218	75	5	0	0	0
0.80	0.06400	27.33	340	122	24	2	0	0	0
0.80	0.05120	21.97	229	79	10	0	0	0	0
0.80	0.04096	22.61	179	86	25	5	0	0	0
0.80	0.03277	33.47	155	121	88	34	5	1	0
0.80	0.02621	43.72	122	111	102	81	41	28	20
0.80	0.02097	48.84	149	141	131	124	97	80	62
0.80	0.01678	40.73	180	172	169	164	149	142	124
0.80	0.01342	22.08	161	156	152	148	141	137	132
0.80	0.01074	13.67	164	154	153	152	150	148	147
0.80	0.00859	13.08	168	159	157	157	153	152	151
0.80	0.00687	12.47	159	146	142	141	139	137	137
0.80	0.00550	12.25	163	148	145	144	144	143	142
0.80	0.00440	10.74	158	142	138	138	137	137	137
0.80	0.00352	10.67	160	148	143	143	143	142	142
0.80	0.00281	13.09	192	175	165	163	162	160	160
0.80	0.00225	11.26	186	169	162	157	157	157	157
0.80	0.00180	12.56	198	184	169	163	161	161	161
0.80	0.00144	12.65	189	180	168	158	156	156	156
0.80	0.00115	15.03	212	202	180	170	164	164	164
0.80	0.00092	14.61	213	204	194	179	176	176	175
0.80	0.00074	15.81	198	187	175	163	156	156	155
0.80	0.00059	14.43	201	189	173	168	160	160	160
0.80	0.00000	9.02	207	207	207	207	207	207	207
0.85	0.10000	56.35	630	352	158	43	1	0	0
0.85	0.08000	36.80	493	203	64	8	0	0	0
0.85	0.06400	28.06	352	134	29	0	0	0	0
0.85	0.05120	21.88	253	79	9	0	0	0	0
0.85	0.04096	19.43	162	58	14	1	0	0	0
0.85	0.03277	27.22	131	84	53	27	3	0	0
0.85	0.02621	53.64	132	116	103	90	47	28	10
0.85	0.02097	43.73	137	123	116	109	88	71	56
0.85	0.01678	26.14	119	115	109	103	94	88	80
0.85	0.01342	22.99	156	154	153	149	141	138	130
0.85	0.01074	17.55	152	144	140	139	133	132	128
0.85	0.00859	14.49	144	141	140	139	137	136	133
0.85	0.00687	11.35	149	137	135	135	134	134	133
0.85	0.00550	9.94	171	162	160	160	160	160	160
0.85	0.00440	10.32	163	153	148	148	148	148	148
0.85	0.00352	10.27	156	141	137	136	136	136	136
0.85	0.00281	10.90	172	155	149	147	146	146	146
0.85	0.00225	10.27	177	163	157	156	156	156	156
0.85	0.00180	10.82	167	154	148	144	143	143	143
0.85	0.00144	11.11	178	170	159	155	154	154	154
0.85	0.00115	11.09	148	139	134	128	127	127	127
0.85	0.00092	12.00	147	146	143	137	134	133	133
0.85	0.00074	14.27	166	160	147	142	139	139	137
0.85	0.00059	16.16	174	167	157	152	142	141	140
0.85	0.00000	8.97	179	179	179	179	179	179	179

- Para tamanho da população = 60 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.90	0.10000	54.63	635	341	147	33	0	0	0
0.90	0.08000	38.41	509	215	76	6	0	0	0
0.90	0.06400	28.07	357	136	26	0	0	0	0
0.90	0.05120	20.06	228	44	6	0	0	0	0
0.90	0.04096	18.58	160	48	12	0	0	0	0
0.90	0.03277	23.22	121	76	48	16	0	0	0
0.90	0.02621	44.92	133	112	93	78	31	20	9
0.90	0.02097	48.44	125	119	111	104	81	61	44
0.90	0.01678	30.00	105	99	97	93	82	72	62
0.90	0.01342	22.21	125	121	120	118	110	107	100
0.90	0.01074	14.07	147	142	140	140	137	136	134
0.90	0.00859	12.59	144	134	134	134	134	131	130
0.90	0.00687	13.14	135	125	124	123	121	121	119
0.90	0.00550	10.71	135	128	124	124	124	123	123
0.90	0.00440	10.40	144	132	127	127	126	126	126
0.90	0.00352	9.85	129	121	118	118	118	118	118
0.90	0.00281	10.51	160	156	145	144	144	144	144
0.90	0.00225	10.01	142	135	130	129	129	129	129
0.90	0.00180	10.31	140	135	127	125	125	125	125
0.90	0.00144	10.40	162	158	147	144	144	144	144
0.90	0.00115	10.99	163	156	144	140	140	140	140
0.90	0.00092	11.68	165	165	153	148	146	146	146
0.90	0.00074	11.28	157	151	146	139	138	138	138
0.90	0.00059	11.65	156	154	148	139	137	137	137
0.90	0.00000	8.97	155	155	155	155	155	155	155
0.95	0.10000	53.52	618	329	132	38	2	0	0
0.95	0.08000	36.00	481	209	70	5	0	0	0
0.95	0.06400	27.26	343	129	24	0	0	0	0
0.95	0.05120	20.05	226	52	6	0	0	0	0
0.95	0.04096	18.27	174	43	4	0	0	0	0
0.95	0.03277	22.40	124	70	37	19	0	0	0
0.95	0.02621	39.25	118	97	85	60	19	10	3
0.95	0.02097	40.24	118	102	94	80	61	46	34
0.95	0.01678	26.20	102	98	97	93	86	81	70
0.95	0.01342	20.32	132	131	130	128	120	119	113
0.95	0.01074	13.20	132	127	126	124	122	119	119
0.95	0.00859	13.07	114	111	110	110	108	107	105
0.95	0.00687	14.49	141	132	130	129	128	127	124
0.95	0.00550	11.32	132	123	123	123	123	122	121
0.95	0.00440	11.45	139	132	130	130	128	128	127
0.95	0.00352	9.52	119	115	114	114	114	114	114
0.95	0.00281	10.42	131	127	125	123	123	122	122
0.95	0.00225	10.12	129	122	119	116	116	116	116
0.95	0.00180	11.00	134	126	118	116	116	115	115
0.95	0.00144	10.91	129	124	117	111	110	110	110
0.95	0.00115	11.16	136	127	121	115	114	114	114
0.95	0.00092	10.33	131	124	119	119	116	116	116
0.95	0.00074	10.81	139	135	132	127	124	124	124
0.95	0.00059	11.15	132	131	127	119	117	117	117
0.95	0.00000	9.14	148	148	148	148	148	148	148
1.00	0.10000	58.83	620	344	169	46	1	0	0
1.00	0.08000	35.45	446	198	56	7	0	0	0
1.00	0.06400	26.22	339	114	22	2	0	0	0
1.00	0.05120	20.45	227	62	2	0	0	0	0
1.00	0.04096	18.08	160	44	6	0	0	0	0
1.00	0.03277	20.73	113	52	39	11	0	0	0
1.00	0.02621	30.36	92	74	64	43	11	5	3
1.00	0.02097	38.05	85	78	71	64	44	31	19
1.00	0.01678	27.77	109	100	100	94	83	73	67
1.00	0.01342	17.46	92	86	85	84	78	75	72
1.00	0.01074	17.37	132	126	126	126	118	117	113
1.00	0.00859	12.68	105	105	105	105	104	103	101
1.00	0.00687	13.35	115	108	106	106	104	103	101
1.00	0.00550	10.29	113	111	111	111	111	111	110
1.00	0.00440	9.72	114	107	107	107	107	107	107
1.00	0.00352	9.71	111	102	100	100	100	100	100
1.00	0.00281	10.16	133	126	122	122	121	121	121
1.00	0.00225	9.61	112	112	109	107	107	107	107
1.00	0.00180	9.81	118	115	109	106	106	106	106
1.00	0.00144	10.71	130	122	113	110	109	109	109
1.00	0.00115	10.09	123	118	116	110	110	110	110
1.00	0.00092	10.72	118	114	112	106	105	104	104
1.00	0.00074	11.29	113	111	107	99	98	97	97
1.00	0.00059	10.85	110	108	103	99	95	95	95

- Para tamanho da população = 40

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	81.60	700	425	234	117	10	1	0
0.50	0.08000	63.50	593	333	183	72	1	0	0
0.50	0.06400	52.42	503	277	159	37	1	1	0
0.50	0.05120	58.35	410	253	177	74	8	3	0
0.50	0.04096	91.75	383	278	236	162	39	20	3
0.50	0.03277	111.06	381	308	275	227	129	96	56
0.50	0.02621	95.09	427	349	327	310	252	229	194
0.50	0.02097	59.24	383	314	302	288	270	254	233
0.50	0.01678	49.42	425	349	329	314	300	291	277
0.50	0.01342	30.77	445	359	340	330	319	315	312
0.50	0.01074	26.79	467	388	371	367	356	354	352
0.50	0.00859	28.40	470	390	359	346	338	333	333
0.50	0.00687	31.21	469	388	349	331	324	320	317
0.50	0.00550	47.85	539	450	405	381	362	357	349
0.50	0.00440	41.81	547	455	406	387	373	369	363
0.50	0.00352	41.84	560	490	426	404	393	387	382
0.50	0.00281	52.52	543	473	414	382	361	359	349
0.50	0.00225	51.93	566	502	429	388	367	363	355
0.50	0.00180	46.42	578	518	448	393	372	368	366
0.50	0.00144	49.29	585	538	458	410	378	374	373
0.50	0.00115	63.41	580	535	483	414	363	360	357
0.50	0.00092	79.72	602	567	519	453	391	377	371
0.50	0.00074	85.25	623	593	540	480	405	397	390
0.50	0.00059	115.87	652	632	588	522	431	409	397
0.50	0.00000	10.26	618	617	617	617	617	617	617
0.55	0.10000	88.70	682	426	244	125	16	5	0
0.55	0.08000	57.27	586	296	168	48	0	0	0
0.55	0.06400	50.55	498	269	131	44	3	0	0
0.55	0.05120	51.08	407	246	147	50	4	1	0
0.55	0.04096	74.56	367	254	195	128	26	8	2
0.55	0.03277	105.24	351	271	237	204	109	75	39
0.55	0.02621	86.74	344	271	251	234	191	161	126
0.55	0.02097	55.90	380	325	310	295	274	258	243
0.55	0.01678	38.98	379	324	313	308	296	291	279
0.55	0.01342	27.82	399	345	327	321	316	314	308
0.55	0.01074	28.72	429	357	338	326	319	317	313
0.55	0.00859	29.71	455	390	358	344	336	332	330
0.55	0.00687	30.73	471	386	363	352	343	337	335
0.55	0.00550	32.53	470	393	354	339	325	322	319
0.55	0.00440	34.94	485	388	347	334	323	319	314
0.55	0.00352	40.76	518	441	380	355	343	338	333
0.55	0.00281	39.59	530	464	393	362	347	344	341
0.55	0.00225	46.00	527	468	402	356	342	337	331
0.55	0.00180	47.65	525	469	409	373	359	357	346
0.55	0.00144	50.88	548	514	459	404	377	372	369
0.55	0.00115	58.74	571	543	491	430	395	390	384
0.55	0.00092	60.00	566	531	484	422	376	371	367
0.55	0.00074	66.81	561	527	492	442	382	377	370
0.55	0.00059	77.35	586	561	526	472	407	390	389
0.55	0.00000	10.14	597	597	597	597	597	597	597

- Para tamanho da população = 40 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.60	0.10000	80.37	704	434	244	97	6	1	0
0.60	0.08000	57.41	583	329	173	45	1	1	0
0.60	0.06400	44.64	459	247	123	27	0	0	0
0.60	0.05120	45.05	385	214	115	42	2	0	0
0.60	0.04096	63.28	333	226	166	90	18	6	0
0.60	0.03277	92.32	320	248	218	175	83	49	28
0.60	0.02621	89.43	328	272	257	237	185	149	120
0.60	0.02097	71.02	373	313	296	286	261	244	215
0.60	0.01678	36.38	368	318	304	298	282	277	270
0.60	0.01342	28.48	379	318	306	294	284	280	277
0.60	0.01074	34.33	394	328	307	296	287	283	275
0.60	0.00859	20.81	412	339	322	308	305	305	304
0.60	0.00687	26.00	421	346	312	301	293	291	290
0.60	0.00550	35.79	483	411	372	356	342	340	335
0.60	0.00440	26.96	467	413	366	349	343	342	340
0.60	0.00352	35.44	490	425	372	346	328	325	324
0.60	0.00281	37.45	471	416	359	328	311	308	304
0.60	0.00225	37.31	486	442	391	342	328	323	321
0.60	0.00180	39.42	515	476	409	368	347	346	343
0.60	0.00144	44.21	515	483	426	384	359	355	352
0.60	0.00115	46.81	520	488	443	384	353	350	348
0.60	0.00092	51.78	518	479	426	369	331	326	323
0.60	0.00074	63.91	517	480	438	376	314	309	305
0.60	0.00059	73.02	509	486	449	406	327	315	312
0.60	0.00000	9.98	540	540	540	540	540	540	540
0.65	0.10000	44.17	547	262	104	15	0	0	0
0.65	0.08000	32.75	416	173	49	5	0	0	0
0.65	0.06400	22.02	249	68	5	1	0	0	0
0.65	0.05120	17.53	161	34	2	0	0	0	0
0.65	0.04096	17.75	125	51	14	1	0	0	0
0.65	0.03277	29.85	114	89	66	33	8	3	1
0.65	0.02621	36.90	86	86	79	65	30	17	12
0.65	0.02097	38.09	105	99	93	84	65	53	39
0.65	0.01678	22.98	103	99	96	92	84	81	73
0.65	0.01342	21.35	95	95	95	94	91	86	78
0.65	0.01074	10.97	101	97	96	96	95	95	94
0.65	0.00859	9.76	114	109	109	107	107	107	107
0.65	0.00687	10.01	122	120	119	119	118	118	118
0.65	0.00550	9.55	99	92	92	92	92	92	92
0.65	0.00440	10.26	105	97	96	96	94	94	94
0.65	0.00352	9.49	117	109	107	107	107	107	107
0.65	0.00281	9.80	128	115	112	112	112	112	112
0.65	0.00225	9.90	118	108	104	104	103	103	103
0.65	0.00180	10.67	125	116	113	111	110	109	109
0.65	0.00144	10.95	123	116	110	109	108	107	107
0.65	0.00115	10.01	135	126	122	120	119	119	119
0.65	0.00092	11.78	132	125	116	110	109	109	108
0.65	0.00074	11.77	143	136	129	123	119	119	119
0.65	0.00059	11.61	143	136	129	122	119	119	119
0.65	0.00000	8.84	133	133	133	133	133	133	133

- Para tamanho da população = 40 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.70	0.10000	45.90	562	273	109	19	0	0	0
0.70	0.08000	30.58	419	162	30	1	0	0	0
0.70	0.06400	21.55	246	70	6	0	0	0	0
0.70	0.05120	17.51	166	27	1	0	0	0	0
0.70	0.04096	17.32	120	35	13	3	0	0	0
0.70	0.03277	23.26	99	71	45	24	3	1	1
0.70	0.02621	29.66	77	70	61	45	23	14	10
0.70	0.02097	37.50	94	93	91	78	62	50	36
0.70	0.01678	21.13	91	90	88	83	77	73	66
0.70	0.01342	15.42	101	99	98	97	95	95	90
0.70	0.01074	12.00	89	86	86	86	84	84	82
0.70	0.00859	9.33	95	92	92	92	92	92	92
0.70	0.00687	10.56	115	115	115	113	112	111	111
0.70	0.00550	9.43	105	99	99	99	99	99	99
0.70	0.00440	9.97	102	99	98	98	98	98	97
0.70	0.00352	9.26	98	91	91	91	91	91	91
0.70	0.00281	9.06	114	110	110	110	110	110	110
0.70	0.00225	9.09	112	106	106	106	106	106	106
0.70	0.00180	9.52	97	95	91	91	90	90	90
0.70	0.00144	9.42	112	106	101	100	100	100	100
0.70	0.00115	9.56	99	96	93	91	90	90	90
0.70	0.00092	9.86	103	100	95	90	90	90	90
0.70	0.00074	10.79	100	97	94	89	87	87	87
0.70	0.00059	10.14	93	91	84	83	81	81	81
0.70	0.00000	8.70	119	119	119	119	119	119	119
0.75	0.10000	45.60	559	301	116	12	0	0	0
0.75	0.08000	30.99	402	150	43	3	0	0	0
0.75	0.06400	22.34	255	75	10	0	0	0	0
0.75	0.05120	16.88	134	30	1	0	0	0	0
0.75	0.04096	15.61	105	29	5	0	0	0	0
0.75	0.03277	20.42	95	57	31	11	2	0	0
0.75	0.02621	30.56	72	57	52	41	13	10	2
0.75	0.02097	36.71	80	78	75	71	48	37	24
0.75	0.01678	28.08	84	78	78	73	69	58	48
0.75	0.01342	17.25	96	95	95	93	92	88	83
0.75	0.01074	13.82	97	95	95	94	91	90	87
0.75	0.00859	10.14	70	70	70	70	69	68	68
0.75	0.00687	9.07	77	76	75	75	75	75	75
0.75	0.00550	9.42	78	76	76	76	75	75	75
0.75	0.00440	8.89	90	87	86	86	86	86	86
0.75	0.00352	9.96	79	76	73	73	73	73	72
0.75	0.00281	8.80	80	77	77	77	77	77	77
0.75	0.00225	9.06	89	86	83	83	83	83	83
0.75	0.00180	8.99	90	85	83	83	83	83	83
0.75	0.00144	9.39	85	80	78	76	76	76	76
0.75	0.00115	9.62	83	78	76	72	72	72	72
0.75	0.00092	9.53	100	98	96	94	93	93	93
0.75	0.00074	9.02	95	92	90	90	90	90	90
0.75	0.00059	9.96	89	88	88	84	83	82	82
0.75	0.00000	8.58	72	72	72	72	72	72	72

- Para tamanho da população = 40 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	46.39	574	273	106	22	0	0	0
0.80	0.08000	30.31	406	139	36	4	0	0	0
0.80	0.06400	21.31	264	65	4	0	0	0	0
0.80	0.05120	17.00	152	32	1	0	0	0	0
0.80	0.04096	15.05	99	15	2	0	0	0	0
0.80	0.03277	16.50	82	37	20	7	0	0	0
0.80	0.02621	23.66	57	47	40	28	14	8	4
0.80	0.02097	26.51	73	70	66	60	45	38	32
0.80	0.01678	24.45	66	66	65	63	54	49	39
0.80	0.01342	14.76	61	61	60	58	55	52	50
0.80	0.01074	11.17	67	67	66	66	65	65	63
0.80	0.00859	10.13	75	75	74	74	73	72	72
0.80	0.00687	9.76	69	66	66	66	65	64	64
0.80	0.00550	10.88	73	71	71	71	71	71	69
0.80	0.00440	8.97	72	70	69	69	69	69	69
0.80	0.00352	8.84	69	67	67	67	67	67	67
0.80	0.00281	8.65	78	77	75	75	75	75	75
0.80	0.00225	8.94	84	79	78	77	77	77	77
0.80	0.00180	8.89	67	64	64	63	63	63	63
0.80	0.00144	8.97	68	66	65	64	64	64	64
0.80	0.00115	8.96	73	71	67	67	67	67	67
0.80	0.00092	9.10	80	78	74	73	73	73	73
0.80	0.00074	8.94	85	84	80	80	80	80	80
0.80	0.00059	9.27	82	81	81	78	78	78	78
0.80	0.00000	8.48	85	85	85	85	85	85	85
0.85	0.10000	70.06	668	393	201	78	6	2	0
0.85	0.08000	48.34	565	294	130	19	0	0	0
0.85	0.06400	34.34	414	193	62	7	0	0	0
0.85	0.05120	30.43	339	147	55	6	0	0	0
0.85	0.04096	35.12	286	165	81	26	1	0	0
0.85	0.03277	64.79	257	199	160	102	30	9	0
0.85	0.02621	91.86	271	234	216	180	119	84	50
0.85	0.02097	70.07	271	236	226	209	174	160	126
0.85	0.01678	46.62	286	259	251	241	221	207	195
0.85	0.01342	30.18	273	235	231	223	216	211	202
0.85	0.01074	25.59	280	251	242	239	234	229	223
0.85	0.00859	19.69	292	259	244	243	232	230	229
0.85	0.00687	19.48	303	265	252	252	243	242	240
0.85	0.00550	17.01	318	279	260	259	252	251	251
0.85	0.00440	15.94	353	304	271	265	265	265	265
0.85	0.00352	17.33	319	280	249	240	237	237	236
0.85	0.00281	20.89	354	321	286	271	265	265	264
0.85	0.00225	21.40	361	324	281	264	257	257	256
0.85	0.00180	22.07	342	324	293	267	258	257	257
0.85	0.00144	22.26	334	317	287	268	252	252	252
0.85	0.00115	24.93	344	321	296	276	261	259	258
0.85	0.00092	26.30	364	343	322	296	280	278	277
0.85	0.00074	32.18	358	338	313	292	271	265	263
0.85	0.00059	43.49	363	353	339	311	275	263	261
0.85	0.00000	9.64	351	351	351	351	351	351	351

- Para tamanho da população = 40 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.90	0.10000	67.41	683	411	207	69	2	1	0
0.90	0.08000	49.74	564	298	128	26	1	0	0
0.90	0.06400	33.32	402	176	57	3	0	0	0
0.90	0.05120	28.85	350	143	40	2	0	0	0
0.90	0.04096	30.17	257	130	59	15	0	0	0
0.90	0.03277	48.77	243	163	122	68	12	5	0
0.90	0.02621	80.27	239	199	179	151	81	51	28
0.90	0.02097	69.82	253	221	209	191	157	135	108
0.90	0.01678	44.81	248	231	224	216	195	184	170
0.90	0.01342	31.85	260	238	233	227	214	211	200
0.90	0.01074	22.84	279	247	244	238	230	228	224
0.90	0.00859	16.25	249	212	204	198	196	196	194
0.90	0.00687	15.40	247	219	211	211	210	210	207
0.90	0.00550	16.02	287	257	241	238	237	237	234
0.90	0.00440	18.50	283	257	237	231	228	225	224
0.90	0.00352	16.26	294	270	244	241	238	236	236
0.90	0.00281	18.64	319	282	257	249	242	242	241
0.90	0.00225	17.92	315	286	260	252	248	248	246
0.90	0.00180	21.69	301	280	264	249	234	232	231
0.90	0.00144	23.11	322	308	290	265	254	253	251
0.90	0.00115	24.58	300	288	275	259	240	237	236
0.90	0.00092	27.60	327	309	291	263	246	241	241
0.90	0.00074	33.39	316	304	284	258	235	226	225
0.90	0.00059	32.46	314	304	287	264	234	230	227
0.90	0.00000	9.58	331	331	331	331	331	331	331
0.95	0.10000	65.98	659	399	178	64	3	1	0
0.95	0.08000	43.28	523	238	96	15	0	0	0
0.95	0.06400	33.48	411	175	50	6	0	0	0
0.95	0.05120	28.30	334	146	33	1	0	0	0
0.95	0.04096	29.40	270	127	58	11	0	0	0
0.95	0.03277	48.56	228	168	138	73	16	6	2
0.95	0.02621	76.58	240	200	180	148	75	55	32
0.95	0.02097	67.26	251	225	209	189	151	127	103
0.95	0.01678	40.77	229	214	209	201	183	175	161
0.95	0.01342	29.57	240	225	222	219	207	201	194
0.95	0.01074	21.67	264	238	231	225	223	220	215
0.95	0.00859	16.23	254	231	224	224	223	221	219
0.95	0.00687	14.97	262	235	227	224	221	221	220
0.95	0.00550	18.52	297	257	231	228	223	222	220
0.95	0.00440	16.98	296	257	236	232	230	229	227
0.95	0.00352	16.32	283	255	232	226	223	222	221
0.95	0.00281	15.97	287	265	242	235	232	232	231
0.95	0.00225	18.22	285	271	248	227	224	222	222
0.95	0.00180	23.12	286	265	244	227	225	222	217
0.95	0.00144	20.50	291	270	249	228	218	216	216
0.95	0.00115	21.94	285	273	249	229	215	213	213
0.95	0.00092	23.24	296	285	271	253	230	228	228
0.95	0.00074	25.66	312	301	282	267	244	243	242
0.95	0.00059	28.53	307	301	291	275	254	249	247
0.95	0.00000	9.66	313	313	313	313	313	313	313
1.00	0.10000	65.17	661	371	180	65	2	0	0
1.00	0.08000	44.54	529	268	109	20	0	0	0
1.00	0.06400	34.73	447	187	53	6	0	0	0
1.00	0.05120	26.78	293	109	35	3	0	0	0
1.00	0.04096	28.23	259	132	46	12	0	0	0
1.00	0.03277	38.63	229	150	97	40	7	2	0
1.00	0.02621	70.05	223	173	156	122	58	31	13
1.00	0.02097	60.45	211	187	174	156	124	108	83
1.00	0.01678	45.82	231	213	207	199	184	165	151
1.00	0.01342	25.54	225	208	204	202	191	187	181
1.00	0.01074	27.47	243	224	217	212	203	197	191
1.00	0.00859	16.07	209	186	179	178	178	175	173
1.00	0.00687	14.63	251	220	205	202	199	198	198
1.00	0.00550	13.39	235	206	197	195	194	193	193
1.00	0.00440	12.70	258	234	215	213	213	213	213
1.00	0.00352	15.02	252	234	219	216	213	211	211
1.00	0.00281	14.32	269	250	241	234	231	231	230
1.00	0.00225	15.21	295	273	254	244	240	240	240
1.00	0.00180	18.40	260	248	233	216	212	210	209
1.00	0.00144	15.44	248	235	217	201	197	197	197
1.00	0.00115	25.21	281	269	246	226	211	207	206
1.00	0.00092	28.03	296	284	261	240	211	211	208
1.00	0.00074	28.96	284	278	264	238	210	205	205
1.00	0.00059	27.02	274	262	246	231	209	205	202
1.00	0.00000	9.42	289	289	289	289	289	289	289

- Para tamanho da população = 20

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	153.79	807	578	378	260	97	58	20
0.50	0.08000	130.47	767	489	322	207	72	36	10
0.50	0.06400	118.91	669	418	296	207	74	34	17
0.50	0.05120	134.54	669	413	316	247	119	82	42
0.50	0.04096	153.02	666	463	384	333	223	175	125
0.50	0.03277	136.47	675	471	399	362	282	247	203
0.50	0.02621	93.49	676	495	418	386	346	327	303
0.50	0.02097	77.73	677	522	454	416	380	371	357
0.50	0.01678	70.06	730	573	472	419	400	391	382
0.50	0.01342	66.79	751	587	489	439	406	401	397
0.50	0.01074	79.47	779	623	505	458	419	412	403
0.50	0.00859	89.97	820	671	531	464	412	403	395
0.50	0.00687	114.08	848	710	589	522	475	453	439
0.50	0.00550	114.05	835	730	600	511	459	447	432
0.50	0.00440	134.77	841	745	624	533	462	449	425
0.50	0.00352	135.24	869	798	689	559	480	464	453
0.50	0.00281	159.21	888	825	712	591	491	473	454
0.50	0.00225	184.36	887	843	767	658	539	515	495
0.50	0.00180	190.16	898	858	787	661	562	537	513
0.50	0.00144	210.92	900	866	808	711	582	543	527
0.50	0.00115	232.39	898	879	831	752	599	568	543
0.50	0.00092	271.59	907	896	853	785	637	601	561
0.50	0.00074	302.30	914	900	872	822	684	628	582
0.50	0.00059	337.19	918	905	883	839	725	666	609
0.50	0.00000	11.24	938	938	938	938	938	938	938
0.55	0.10000	139.23	793	525	343	225	86	40	15
0.55	0.08000	130.19	750	468	322	217	71	37	11
0.55	0.06400	131.42	695	451	330	228	78	41	16
0.55	0.05120	149.07	663	439	347	263	116	63	24
0.55	0.04096	159.57	664	463	382	320	208	152	97
0.55	0.03277	135.85	646	461	382	332	249	215	170
0.55	0.02621	107.11	679	494	412	376	328	307	276
0.55	0.02097	79.54	685	497	432	407	374	364	344
0.55	0.01678	66.87	697	522	436	407	387	378	366
0.55	0.01342	68.56	761	596	479	430	403	401	392
0.55	0.01074	83.17	774	622	525	463	430	414	408
0.55	0.00859	87.60	793	672	529	476	439	429	419
0.55	0.00687	95.74	794	672	536	460	417	397	391
0.55	0.00550	114.14	813	703	603	517	466	449	434
0.55	0.00440	126.39	841	763	643	559	498	483	465
0.55	0.00352	147.56	852	796	689	585	514	496	473
0.55	0.00281	146.62	856	793	697	584	501	478	462
0.55	0.00225	166.67	872	835	742	641	534	511	496
0.55	0.00180	185.19	891	856	765	653	546	524	500
0.55	0.00144	194.79	885	857	801	702	586	555	539
0.55	0.00115	228.59	881	855	822	739	605	556	538
0.55	0.00092	249.41	886	868	835	765	646	605	570
0.55	0.00074	271.59	895	882	853	783	657	605	567
0.55	0.00059	299.81	904	894	862	821	706	661	612
0.55	0.00000	10.99	925	925	925	925	925	925	925

Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.60	0.10000	151.18	808	561	377	252	100	46	15
0.60	0.08000	113.51	711	441	288	188	51	26	12
0.60	0.06400	115.52	646	402	288	193	56	18	2
0.60	0.05120	138.44	650	437	342	258	88	57	23
0.60	0.04096	154.63	628	438	363	306	183	125	74
0.60	0.03277	133.01	612	441	367	331	252	213	168
0.60	0.02621	105.55	621	458	407	382	333	309	276
0.60	0.02097	81.30	663	491	422	397	366	351	333
0.60	0.01678	64.50	675	509	426	394	377	369	357
0.60	0.01342	68.70	733	565	474	425	396	388	381
0.60	0.01074	72.42	749	590	506	455	419	408	405
0.60	0.00859	87.53	766	633	520	462	416	404	396
0.60	0.00687	93.78	787	663	544	458	407	396	388
0.60	0.00550	109.71	798	713	597	512	456	436	428
0.60	0.00440	120.52	813	739	637	525	463	447	434
0.60	0.00352	134.23	838	767	658	549	482	470	450
0.60	0.00281	140.92	842	789	693	597	533	512	494
0.60	0.00225	148.10	832	794	713	621	531	518	498
0.60	0.00180	161.00	851	821	749	650	554	526	517
0.60	0.00144	193.93	861	827	770	684	550	524	501
0.60	0.00115	208.10	872	838	792	704	577	548	525
0.60	0.00092	236.39	870	851	809	741	618	572	541
0.60	0.00074	269.89	886	867	843	771	647	602	563
0.60	0.00059	301.86	895	877	855	804	685	633	579
0.60	0.00000	10.34	907	907	907	907	907	907	907
0.65	0.10000	133.51	796	547	328	224	77	35	13
0.65	0.08000	116.33	704	468	303	194	50	19	6
0.65	0.06400	102.44	644	394	275	170	39	11	4
0.65	0.05120	111.17	593	373	286	197	62	31	12
0.65	0.04096	139.26	587	384	315	249	141	78	40
0.65	0.03277	142.63	605	424	368	321	239	199	142
0.65	0.02621	121.49	608	449	381	350	307	268	228
0.65	0.02097	82.15	630	481	408	379	340	321	307
0.65	0.01678	58.45	647	500	414	388	367	360	352
0.65	0.01342	66.71	703	553	472	436	408	397	392
0.65	0.01074	66.38	710	578	488	438	410	401	396
0.65	0.00859	74.25	750	606	498	442	402	394	389
0.65	0.00687	86.17	762	662	540	483	429	416	412
0.65	0.00550	101.02	769	661	528	458	420	397	386
0.65	0.00440	115.19	791	714	608	513	426	418	403
0.65	0.00352	112.20	813	751	639	542	488	476	464
0.65	0.00281	133.31	806	754	662	556	465	450	434
0.65	0.00225	151.73	828	791	722	611	505	486	474
0.65	0.00180	150.05	837	802	725	620	507	493	482
0.65	0.00144	176.98	849	817	764	665	548	515	501
0.65	0.00115	222.70	850	817	775	696	574	535	499
0.65	0.00092	226.14	850	822	781	713	580	536	505
0.65	0.00074	238.48	854	832	795	740	626	583	546
0.65	0.00059	264.86	847	832	806	763	650	600	554
0.65	0.00000	10.00	865	865	865	865	865	865	865

- Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.70	0.10000	124.44	792	524	317	193	56	25	8
0.70	0.08000	109.30	719	468	301	187	32	9	4
0.70	0.06400	102.76	660	424	291	158	37	22	6
0.70	0.05120	107.18	611	384	271	188	50	22	9
0.70	0.04096	147.13	603	398	331	259	128	84	32
0.70	0.03277	141.99	560	420	354	311	231	189	131
0.70	0.02621	110.69	607	449	391	361	310	281	246
0.70	0.02097	70.74	619	430	369	345	317	307	289
0.70	0.01678	69.88	645	505	428	395	364	358	343
0.70	0.01342	59.65	669	532	445	412	393	384	377
0.70	0.01074	65.42	706	561	452	406	374	367	362
0.70	0.00859	71.33	728	603	491	436	406	397	391
0.70	0.00687	87.90	750	648	526	475	435	427	412
0.70	0.00550	92.39	736	646	533	469	420	407	397
0.70	0.00440	103.58	773	686	591	509	463	449	436
0.70	0.00352	110.95	766	705	618	515	452	432	424
0.70	0.00281	130.34	798	734	630	548	470	450	433
0.70	0.00225	133.20	814	761	678	561	467	446	436
0.70	0.00180	158.21	819	775	697	590	473	449	431
0.70	0.00144	172.68	836	795	726	636	514	483	468
0.70	0.00115	200.38	835	807	762	683	553	512	490
0.70	0.00092	215.61	832	807	758	687	554	513	481
0.70	0.00074	239.27	842	820	787	726	613	563	522
0.70	0.00059	252.87	838	815	785	733	625	574	523
0.70	0.00000	10.06	846	846	846	846	846	846	846
0.75	0.10000	126.11	798	540	346	191	54	18	3
0.75	0.08000	104.37	707	453	288	161	36	14	4
0.75	0.06400	92.52	646	393	256	149	26	7	2
0.75	0.05120	103.10	600	360	271	174	44	15	5
0.75	0.04096	123.25	564	374	297	232	103	64	34
0.75	0.03277	137.45	550	398	335	301	200	148	105
0.75	0.02621	117.94	564	409	352	322	262	233	189
0.75	0.02097	81.59	588	436	362	346	309	288	272
0.75	0.01678	57.71	603	463	398	373	358	342	336
0.75	0.01342	68.10	651	495	416	380	354	344	331
0.75	0.01074	59.35	674	527	446	402	375	369	363
0.75	0.00859	62.18	703	544	452	408	369	362	360
0.75	0.00687	71.48	718	581	471	418	382	377	369
0.75	0.00550	84.82	732	635	522	455	403	392	385
0.75	0.00440	103.73	751	673	564	485	443	427	411
0.75	0.00352	108.14	755	693	608	513	463	446	432
0.75	0.00281	105.54	786	731	623	533	463	454	444
0.75	0.00225	116.19	771	714	644	532	448	431	424
0.75	0.00180	136.21	793	746	680	585	482	467	453
0.75	0.00144	159.56	796	757	695	606	476	459	437
0.75	0.00115	172.08	809	776	719	632	526	488	471
0.75	0.00092	192.19	804	776	740	673	554	517	491
0.75	0.00074	209.67	815	795	764	697	566	534	501
0.75	0.00059	233.68	807	789	764	718	623	562	521
0.75	0.00000	9.75	824	824	824	824	824	824	824

- Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	109.54	767	528	296	163	36	12	2
0.80	0.08000	95.08	692	434	264	153	20	7	0
0.80	0.06400	89.86	635	397	257	139	22	5	1
0.80	0.05120	98.37	585	356	255	152	45	15	2
0.80	0.04096	124.19	568	381	290	223	95	55	23
0.80	0.03277	130.87	544	385	343	276	167	128	88
0.80	0.02621	111.04	559	405	345	310	260	220	188
0.80	0.02097	82.13	553	404	356	332	296	278	256
0.80	0.01678	66.59	599	449	377	350	328	318	302
0.80	0.01342	52.95	626	482	408	382	359	354	348
0.80	0.01074	53.63	648	508	413	376	363	352	348
0.80	0.00859	61.65	672	543	453	407	375	371	363
0.80	0.00687	59.97	689	581	483	431	402	398	395
0.80	0.00550	72.47	709	615	518	452	414	404	400
0.80	0.00440	100.36	728	662	563	479	443	429	412
0.80	0.00352	96.20	767	703	615	526	462	453	447
0.80	0.00281	121.53	769	719	627	545	465	454	436
0.80	0.00225	103.87	739	692	617	547	470	459	450
0.80	0.00180	127.26	766	737	663	583	494	479	467
0.80	0.00144	147.01	779	742	679	606	511	486	467
0.80	0.00115	173.42	787	761	729	641	531	499	477
0.80	0.00092	180.51	786	769	733	665	563	525	505
0.80	0.00074	213.48	796	786	755	697	590	547	508
0.80	0.00059	217.13	783	777	759	706	595	545	512
0.80	0.00000	10.10	786	785	785	785	785	785	785
0.85	0.10000	114.45	786	524	315	177	38	19	4
0.85	0.08000	92.91	692	441	264	138	21	7	1
0.85	0.06400	81.13	633	360	229	113	16	4	0
0.85	0.05120	90.38	589	358	254	138	28	14	4
0.85	0.04096	103.95	563	336	266	171	56	25	9
0.85	0.03277	133.31	536	373	313	260	159	114	70
0.85	0.02621	141.50	573	429	381	345	278	231	175
0.85	0.02097	84.22	551	417	347	327	291	267	246
0.85	0.01678	66.03	556	456	400	380	358	348	332
0.85	0.01342	54.70	587	460	388	362	341	335	325
0.85	0.01074	52.75	622	497	400	368	342	335	332
0.85	0.00859	57.78	642	530	435	392	368	364	357
0.85	0.00687	63.00	661	560	449	398	370	365	357
0.85	0.00550	79.35	681	577	479	423	382	373	361
0.85	0.00440	78.22	686	597	507	450	410	399	391
0.85	0.00352	94.30	693	639	527	455	407	393	379
0.85	0.00281	111.40	717	664	587	499	433	421	403
0.85	0.00225	107.81	721	677	592	502	428	414	403
0.85	0.00180	123.44	742	711	636	545	446	428	420
0.85	0.00144	139.20	749	722	675	587	477	453	442
0.85	0.00115	158.10	767	742	697	632	511	484	467
0.85	0.00092	181.89	763	742	709	650	523	483	465
0.85	0.00074	178.32	752	732	695	650	536	505	473
0.85	0.00059	195.15	755	744	710	669	579	539	500
0.85	0.00000	10.12	755	755	755	755	755	755	755

- Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.90	0.10000	107.11	771	500	287	170	37	11	4
0.90	0.08000	89.28	707	408	253	135	19	6	1
0.90	0.06400	78.93	619	337	219	116	8	2	0
0.90	0.05120	80.35	541	329	223	124	17	4	1
0.90	0.04096	104.09	534	365	283	177	52	29	12
0.90	0.03277	131.83	504	363	301	252	141	97	54
0.90	0.02621	120.83	507	367	315	284	212	181	133
0.90	0.02097	102.06	575	454	419	388	329	300	276
0.90	0.01678	62.78	571	433	374	359	338	327	311
0.90	0.01342	49.48	582	453	392	365	344	334	331
0.90	0.01074	55.66	615	496	420	393	370	365	355
0.90	0.00859	57.61	632	521	443	396	374	367	362
0.90	0.00687	56.87	640	557	468	423	395	390	386
0.90	0.00550	69.91	660	573	488	419	395	385	376
0.90	0.00440	74.05	669	593	485	434	396	386	378
0.90	0.00352	79.18	665	604	521	442	403	392	385
0.90	0.00281	84.39	671	611	525	444	404	392	381
0.90	0.00225	96.93	700	643	579	492	417	408	400
0.90	0.00180	104.46	720	677	606	519	429	421	414
0.90	0.00144	141.33	728	703	652	574	460	439	421
0.90	0.00115	139.55	716	688	644	569	480	447	433
0.90	0.00092	153.32	713	687	647	585	481	446	427
0.90	0.00074	171.21	725	703	673	620	520	474	452
0.90	0.00059	175.95	712	704	670	624	542	503	465
0.90	0.00000	9.82	741	741	741	741	741	741	741
0.95	0.10000	113.68	797	517	299	172	36	9	1
0.95	0.08000	83.87	698	415	236	108	15	0	0
0.95	0.06400	72.33	591	340	208	98	10	1	0
0.95	0.05120	73.98	535	312	208	112	13	1	0
0.95	0.04096	97.07	518	322	238	152	44	17	2
0.95	0.03277	116.62	503	336	273	216	120	79	44
0.95	0.02621	124.59	492	383	339	301	227	182	140
0.95	0.02097	106.11	545	410	372	343	301	276	237
0.95	0.01678	52.42	536	415	367	343	317	313	304
0.95	0.01342	51.77	545	435	378	360	342	337	326
0.95	0.01074	44.06	572	467	395	374	362	353	351
0.95	0.00859	50.53	589	507	418	367	350	344	340
0.95	0.00687	54.11	620	516	435	387	365	362	355
0.95	0.00550	62.81	625	542	456	401	368	359	356
0.95	0.00440	63.19	649	587	492	430	391	383	382
0.95	0.00352	66.58	656	608	509	428	390	386	383
0.95	0.00281	82.08	671	613	525	450	398	390	383
0.95	0.00225	95.17	687	649	583	501	430	425	413
0.95	0.00180	111.71	695	662	595	524	444	424	415
0.95	0.00144	119.72	710	675	622	541	449	433	418
0.95	0.00115	126.25	698	674	628	562	465	441	428
0.95	0.00092	149.30	709	687	645	579	473	443	423
0.95	0.00074	164.65	706	684	649	602	502	461	434
0.95	0.00059	172.20	704	692	665	631	522	490	456
0.95	0.00000	9.79	742	742	742	742	742	742	742
1.00	0.10000	101.86	781	498	287	151	23	8	2
1.00	0.08000	80.27	680	401	254	109	10	2	0
1.00	0.06400	67.68	601	328	198	75	6	2	0
1.00	0.05120	67.82	523	308	199	94	7	1	0
1.00	0.04096	91.17	507	314	234	139	34	18	4
1.00	0.03277	130.06	503	373	312	237	118	76	35
1.00	0.02621	118.25	482	365	314	286	208	167	125
1.00	0.02097	97.00	506	393	344	323	281	254	221
1.00	0.01678	76.67	484	401	348	331	303	281	260
1.00	0.01342	47.39	542	425	371	355	335	331	323
1.00	0.01074	42.63	563	445	382	354	333	333	328
1.00	0.00859	47.23	583	488	412	376	358	356	350
1.00	0.00687	57.25	615	540	458	408	387	383	375
1.00	0.00550	50.95	636	551	456	420	405	395	394
1.00	0.00440	62.46	638	564	480	421	387	380	375
1.00	0.00352	65.68	635	565	498	430	395	388	381
1.00	0.00281	77.59	649	613	534	458	412	402	396
1.00	0.00225	85.27	661	606	545	475	410	404	394
1.00	0.00180	106.78	670	637	590	503	425	413	399
1.00	0.00144	111.42	659	638	595	529	433	416	405
1.00	0.00115	123.50	677	658	614	542	461	434	420
1.00	0.00092	140.82	677	663	625	565	467	444	421
1.00	0.00074	163.54	683	671	648	599	505	476	440
1.00	0.00059	182.95	680	671	652	613	538	506	453
1.00	0.00000	10.15	705	704	704	704	704	704	704

Experimentos com o AG desenvolvido para solucionar o problema de “Minimização de Funções”:

- Para tamanho da população = 200

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0,50	0,10000	24,33	317	91	12	1	0	0	0
0,50	0,08000	17,68	180	20	1	0	0	0	0
0,50	0,06400	15,39	114	4	0	0	0	0	0
0,50	0,05120	13,65	63	1	0	0	0	0	0
0,50	0,04096	15,56	58	23	10	8	0	0	0
0,50	0,03277	24,56	65	53	43	30	15	10	7
0,50	0,02621	32,78	115	108	101	95	74	67	58
0,50	0,02097	24,1	166	162	162	158	149	147	139
0,50	0,01678	14,49	214	214	211	210	207	207	205
0,50	0,01342	11,74	249	246	246	245	245	244	244
0,50	0,01074	11,05	283	283	283	283	282	282	282
0,50	0,00859	10,3	327	324	324	324	324	324	324
0,50	0,00687	10,81	317	316	316	316	316	316	316
0,50	0,00550	10,54	364	362	362	362	362	362	362
0,50	0,00440	10,16	398	397	397	397	397	397	397
0,50	0,00352	10,64	406	405	405	405	405	405	405
0,50	0,00281	10,6	417	415	415	415	415	415	415
0,50	0,00225	10,04	451	450	450	450	450	450	450
0,50	0,00180	10,43	441	439	439	439	439	439	439
0,50	0,00144	10,13	464	461	461	461	461	461	461
0,50	0,00115	10,28	461	457	457	457	457	457	457
0,50	0,00092	10,33	481	476	475	475	475	475	475
0,50	0,00074	10,29	475	467	466	466	466	466	466
0,50	0,00059	10,27	478	474	472	472	472	472	472
0,50	0,00000	26,4	498	495	495	491	480	478	474
0,55	0,10000	24,78	321	108	15	0	0	0	0
0,55	0,08000	18,37	188	24	1	0	0	0	0
0,55	0,06400	15,26	102	4	0	0	0	0	0
0,55	0,05120	13,78	66	4	0	0	0	0	0
0,55	0,04096	13,86	56	10	5	0	0	0	0
0,55	0,03277	24,78	79	53	43	32	20	16	10
0,55	0,02621	31,27	101	91	89	85	68	59	50
0,55	0,02097	19,61	135	134	133	132	127	123	119
0,55	0,01678	14,16	177	174	174	174	172	170	169
0,55	0,01342	11,64	227	227	227	226	225	224	224
0,55	0,01074	11,62	239	238	238	238	236	236	236
0,55	0,00859	10,96	272	270	270	270	269	269	269
0,55	0,00687	10,07	290	290	290	290	290	290	290
0,55	0,00550	12,34	332	332	331	331	330	330	329
0,55	0,00440	10,15	336	336	336	336	336	336	336
0,55	0,00352	10,38	369	368	368	368	368	368	368
0,55	0,00281	10,2	368	368	368	368	368	368	368
0,55	0,00225	10,15	404	401	401	401	401	401	401
0,55	0,00180	10	410	407	407	407	407	407	407
0,55	0,00144	10,09	416	413	413	413	413	413	413
0,55	0,00115	10	432	427	427	427	427	427	427
0,55	0,00092	10,13	429	424	424	424	424	424	424
0,55	0,00074	10,5	437	433	429	429	429	429	429
0,55	0,00059	10,36	442	437	435	435	435	435	435
0,55	0,00000	15,21	477	474	474	472	470	467	467

- Para tamanho da população = 200 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0,60	0,10000	22,78	290	74	12	0	0	0	0
0,60	0,08000	17,92	190	21	0	0	0	0	0
0,60	0,06400	14,72	91	4	0	0	0	0	0
0,60	0,05120	13,64	69	2	0	0	0	0	0
0,60	0,04096	15,47	45	14	9	6	2	0	0
0,60	0,03277	22,32	66	46	37	32	17	15	11
0,60	0,02621	31	93	82	79	75	65	59	46
0,60	0,02097	16,82	128	124	124	124	121	120	116
0,60	0,01678	11,9	157	156	155	155	154	153	153
0,60	0,01342	11,26	197	196	196	196	196	195	195
0,60	0,01074	11,1	237	235	235	235	233	233	233
0,60	0,00859	10,37	252	251	251	251	251	251	251
0,60	0,00687	10,87	291	291	291	291	290	290	290
0,60	0,00550	10,3	295	295	295	295	295	295	295
0,60	0,00440	10,21	323	323	323	323	323	323	323
0,60	0,00352	9,97	321	321	321	321	321	321	321
0,60	0,00281	10,13	341	341	341	341	341	341	341
0,60	0,00225	10,14	359	358	358	358	358	358	358
0,60	0,00180	9,96	382	376	376	376	376	376	376
0,60	0,00144	9,88	400	393	393	393	393	393	393
0,60	0,00115	9,72	378	375	375	375	375	375	375
0,60	0,00092	9,95	400	396	396	396	396	396	396
0,60	0,00074	10,06	389	385	385	385	385	385	385
0,60	0,00059	9,98	418	414	413	413	413	413	413
0,60	0,00000	16,5	427	427	426	426	424	423	420
0,65	0,10000	22,68	288	78	9	0	0	0	0
0,65	0,08000	18,24	182	27	1	0	0	0	0
0,65	0,06400	14,9	95	1	0	0	0	0	0
0,65	0,05120	13,43	60	0	0	0	0	0	0
0,65	0,04096	15,02	56	19	8	5	1	0	0
0,65	0,03277	20,05	68	43	35	25	14	12	10
0,65	0,02621	23,8	77	68	64	61	51	48	40
0,65	0,02097	18,03	129	127	126	125	122	119	115
0,65	0,01678	12,13	158	156	156	155	154	154	153
0,65	0,01342	12,15	190	189	188	188	188	186	186
0,65	0,01074	10,77	223	223	223	223	222	222	222
0,65	0,00859	10,86	244	242	242	242	241	241	241
0,65	0,00687	10,29	250	249	249	249	249	249	249
0,65	0,00550	10	286	283	283	283	283	283	283
0,65	0,00440	9,92	288	287	287	287	287	287	287
0,65	0,00352	10,38	306	305	305	304	304	304	304
0,65	0,00281	9,91	326	325	325	325	325	325	325
0,65	0,00225	9,87	324	323	323	323	323	323	323
0,65	0,00180	9,89	346	345	345	345	345	345	345
0,65	0,00144	9,97	348	346	346	346	346	346	346
0,65	0,00115	9,71	384	380	380	380	380	380	380
0,65	0,00092	9,58	401	400	400	400	400	400	400
0,65	0,00074	9,85	399	394	393	393	393	393	393
0,65	0,00059	9,78	395	393	393	393	393	393	393
0,65	0,00000	16,62	410	410	406	404	400	398	396

- Para tamanho da população = 200 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0,70	0,10000	24,29	304	91	15	0	0	0	0
0,70	0,08000	17,72	188	20	0	0	0	0	0
0,70	0,06400	15,09	100	1	0	0	0	0	0
0,70	0,05120	13,11	50	0	0	0	0	0	0
0,70	0,04096	14,81	45	13	9	4	1	0	0
0,70	0,03277	20,67	67	43	31	20	9	8	5
0,70	0,02621	25,53	77	71	70	64	53	49	40
0,70	0,02097	13,73	117	114	112	110	109	106	106
0,70	0,01678	11,71	157	153	153	153	152	151	151
0,70	0,01342	10,38	184	183	183	183	182	182	182
0,70	0,01074	11,63	220	220	220	220	220	219	218
0,70	0,00859	9,66	228	228	228	228	228	228	228
0,70	0,00687	9,96	241	241	241	241	241	241	241
0,70	0,00550	9,72	273	272	272	272	272	272	272
0,70	0,00440	9,72	281	281	281	281	281	281	281
0,70	0,00352	9,54	302	302	302	302	302	302	302
0,70	0,00281	9,45	322	321	321	321	321	321	321
0,70	0,00225	9,47	305	304	304	304	304	304	304
0,70	0,00180	9,69	334	333	333	333	333	333	333
0,70	0,00144	9,37	347	346	346	346	346	346	346
0,70	0,00115	9,44	357	355	355	355	355	355	355
0,70	0,00092	9,37	362	361	361	361	361	361	361
0,70	0,00074	9,35	345	343	343	343	343	343	343
0,70	0,00059	9,7	344	340	339	339	339	339	339
0,70	0,00000	11,41	380	380	380	380	380	379	378
0,75	0,10000	22,62	303	77	7	0	0	0	0
0,75	0,08000	17,37	165	17	0	0	0	0	0
0,75	0,06400	15,3	107	3	0	0	0	0	0
0,75	0,05120	13,15	39	2	0	0	0	0	0
0,75	0,04096	13,38	37	8	6	1	0	0	0
0,75	0,03277	18,01	53	30	24	17	6	6	4
0,75	0,02621	21,73	67	59	57	54	45	39	35
0,75	0,02097	21,13	97	93	91	90	87	79	74
0,75	0,01678	12,15	120	119	118	118	118	117	116
0,75	0,01342	12,62	167	167	167	167	165	163	163
0,75	0,01074	10,66	185	184	184	184	183	183	183
0,75	0,00859	10,04	202	201	201	201	201	201	201
0,75	0,00687	9,71	242	240	240	240	240	240	240
0,75	0,00550	9,59	248	246	246	246	246	246	246
0,75	0,00440	9,53	276	275	275	275	275	275	275
0,75	0,00352	9,55	269	265	265	265	265	265	265
0,75	0,00281	9,76	265	263	263	263	263	263	263
0,75	0,00225	9,58	289	288	288	288	288	288	288
0,75	0,00180	9,33	299	298	298	298	298	298	298
0,75	0,00144	9,33	290	290	290	290	290	290	290
0,75	0,00115	9,71	323	322	321	321	321	321	321
0,75	0,00092	9,47	348	344	344	344	344	344	344
0,75	0,00074	9,63	318	314	314	314	314	314	314
0,75	0,00059	9,75	365	361	359	359	359	359	359
0,75	0,00000	13,01	329	329	328	328	326	326	324

- Para tamanho da população = 200 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0,80	0,10000	22,83	299	75	5	0	0	0	0
0,80	0,08000	17,41	157	23	2	0	0	0	0
0,80	0,06400	14,72	100	3	0	0	0	0	0
0,80	0,05120	13,13	49	2	0	0	0	0	0
0,80	0,04096	13,38	46	8	3	1	1	0	0
0,80	0,03277	16,92	53	36	27	15	8	6	6
0,80	0,02621	22,95	71	63	61	57	48	44	38
0,80	0,02097	13,34	89	84	84	82	82	81	79
0,80	0,01678	10,77	118	115	115	115	115	114	114
0,80	0,01342	9,94	140	140	140	140	140	140	140
0,80	0,01074	10,1	169	168	168	168	167	167	167
0,80	0,00859	11,2	189	188	188	188	188	186	186
0,80	0,00687	9,68	192	192	192	192	192	192	192
0,80	0,00550	9,44	233	233	233	233	233	233	233
0,80	0,00440	9,58	229	227	227	227	227	227	227
0,80	0,00352	9,18	232	232	232	232	232	232	232
0,80	0,00281	9,22	254	253	253	253	253	253	253
0,80	0,00225	9,1	264	264	264	264	264	264	264
0,80	0,00180	9,34	277	274	274	274	274	274	274
0,80	0,00144	9,31	253	253	253	253	253	253	253
0,80	0,00115	9,37	272	271	271	271	271	271	271
0,80	0,00092	9,31	307	306	306	306	306	306	306
0,80	0,00074	9,27	288	287	287	287	287	287	287
0,80	0,00059	9,35	288	287	287	287	287	287	287
0,80	0,00000	11,79	328	328	327	327	324	324	323
0,85	0,10000	22,94	306	81	3	0	0	0	0
0,85	0,08000	17,18	167	18	0	0	0	0	0
0,85	0,06400	14,67	91	2	0	0	0	0	0
0,85	0,05120	13,03	41	1	0	0	0	0	0
0,85	0,04096	12,62	30	8	2	0	0	0	0
0,85	0,03277	16,43	36	23	22	18	11	8	7
0,85	0,02621	15,5	46	39	37	34	28	28	26
0,85	0,02097	13,87	63	60	60	59	58	56	54
0,85	0,01678	11,46	98	96	96	96	95	94	94
0,85	0,01342	10,28	132	130	130	129	129	129	129
0,85	0,01074	9,96	155	154	154	154	154	154	154
0,85	0,00859	9,82	173	173	173	173	173	173	173
0,85	0,00687	10,18	199	196	196	196	195	195	195
0,85	0,00550	9,42	239	239	239	239	239	239	239
0,85	0,00440	9,45	232	232	232	232	232	232	232
0,85	0,00352	9,34	235	235	235	235	235	235	235
0,85	0,00281	9,36	253	252	252	252	252	252	252
0,85	0,00225	9,36	266	264	264	264	264	264	264
0,85	0,00180	9,28	250	250	250	250	250	250	250
0,85	0,00144	9,18	269	269	269	269	269	269	269
0,85	0,00115	9,39	232	232	232	232	232	232	232
0,85	0,00092	9,23	272	272	272	272	272	272	272
0,85	0,00074	9,2	280	280	280	280	280	280	280
0,85	0,00059	9,28	311	309	308	308	308	308	308
0,85	0,00000	11,25	303	303	302	302	302	301	300

- Para tamanho da população = 200 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0,90	0,10000	23,49	297	79	9	0	0	0	0
0,90	0,08000	16,98	163	20	0	0	0	0	0
0,90	0,06400	14,45	83	1	0	0	0	0	0
0,90	0,05120	13,37	46	2	1	0	0	0	0
0,90	0,04096	12,56	44	4	1	0	0	0	0
0,90	0,03277	15,88	36	21	18	16	10	8	6
0,90	0,02621	19,11	54	48	48	47	37	33	30
0,90	0,02097	13,14	76	70	69	68	66	66	64
0,90	0,01678	12,07	100	97	97	96	96	96	94
0,90	0,01342	10,77	129	127	127	127	125	125	125
0,90	0,01074	9,95	129	126	126	126	126	126	126
0,90	0,00859	9,8	142	142	142	142	142	142	142
0,90	0,00687	9,42	189	189	189	189	189	189	189
0,90	0,00550	9,41	185	183	183	183	183	183	183
0,90	0,00440	9,28	200	199	199	199	199	199	199
0,90	0,00352	9,55	215	214	214	214	214	214	214
0,90	0,00281	9,48	225	223	223	223	223	223	223
0,90	0,00225	9,39	218	218	218	218	218	218	218
0,90	0,00180	9,32	218	218	218	218	218	218	218
0,90	0,00144	9,22	264	263	263	263	263	263	263
0,90	0,00115	9,2	229	229	229	229	229	229	229
0,90	0,00092	9,25	263	262	262	262	262	262	262
0,90	0,00074	9,21	272	272	271	271	271	271	271
0,90	0,00059	9,22	281	280	280	280	280	280	280
0,90	0,00000	8,98	258	258	257	257	257	257	257
0,95	0,10000	23,02	295	75	6	0	0	0	0
0,95	0,08000	17,53	189	15	0	0	0	0	0
0,95	0,06400	14,4	86	1	0	0	0	0	0
0,95	0,05120	12,82	40	1	0	0	0	0	0
0,95	0,04096	13,38	37	7	4	3	1	0	0
0,95	0,03277	15,31	35	24	17	12	8	7	5
0,95	0,02621	18,94	51	42	42	37	32	27	24
0,95	0,02097	13,57	73	72	71	70	66	65	64
0,95	0,01678	10,13	87	86	86	86	86	86	86
0,95	0,01342	9,75	120	118	118	118	118	118	118
0,95	0,01074	10,01	144	144	144	143	143	143	143
0,95	0,00859	10,49	169	168	168	168	168	168	167
0,95	0,00687	9,49	170	170	170	170	170	170	170
0,95	0,00550	9,44	177	177	177	177	177	177	177
0,95	0,00440	9,23	209	209	209	209	209	209	209
0,95	0,00352	9,47	197	196	196	196	196	196	196
0,95	0,00281	9,49	230	229	229	229	229	229	229
0,95	0,00225	9,29	217	217	217	217	217	217	217
0,95	0,00180	9,34	220	219	219	219	219	219	219
0,95	0,00144	9,29	227	226	226	226	226	226	226
0,95	0,00115	9,26	236	236	236	236	236	236	236
0,95	0,00092	9,16	247	247	247	247	247	247	247
0,95	0,00074	9,06	258	257	257	257	257	257	257
0,95	0,00059	9,15	271	269	269	269	269	269	269
0,95	0,00000	8,88	248	248	248	248	248	248	248
1,00	0,10000	23,13	309	71	7	0	0	0	0
1,00	0,08000	16,73	163	14	0	0	0	0	0
1,00	0,06400	14,19	75	1	0	0	0	0	0
1,00	0,05120	12,97	51	3	0	0	0	0	0
1,00	0,04096	12,67	32	5	4	1	0	0	0
1,00	0,03277	18,36	41	30	25	17	10	7	5
1,00	0,02621	22,17	50	42	42	39	35	33	23
1,00	0,02097	13,32	56	54	54	53	50	50	48
1,00	0,01678	10,06	79	79	79	79	79	79	79
1,00	0,01342	10,57	110	109	108	108	108	107	107
1,00	0,01074	9,68	121	120	120	120	120	120	120
1,00	0,00859	9,35	157	156	156	156	156	156	156
1,00	0,00687	9,51	155	155	155	155	155	155	155
1,00	0,00550	9,51	151	151	151	151	151	151	151
1,00	0,00440	9,38	164	164	164	164	164	164	164
1,00	0,00352	9,19	181	181	181	181	181	181	181
1,00	0,00281	9,18	218	217	217	217	217	217	217
1,00	0,00225	9,19	199	197	197	197	197	197	197
1,00	0,00180	9,16	224	223	223	223	223	223	223
1,00	0,00144	9,02	211	211	211	211	211	211	211
1,00	0,00115	8,96	223	221	221	221	221	221	221
1,00	0,00092	9,07	217	217	217	217	217	217	217
1,00	0,00074	9,16	227	227	227	227	227	227	227
1,00	0,00059	9,28	225	224	222	222	222	222	222
1,00	0,00000	8,81	234	234	234	234	234	234	234

- Para tamanho da população = 70

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	44.51	534	266	102	18	0	0	0
0.50	0.08000	35.93	473	215	58	2	0	0	0
0.50	0.06400	31.90	401	181	37	1	0	0	0
0.50	0.05120	41.22	378	228	100	28	1	0	0
0.50	0.04096	105.44	456	365	280	184	84	55	28
0.50	0.03277	141.67	483	443	409	357	261	218	169
0.50	0.02621	91.50	540	526	513	490	462	440	416
0.50	0.02097	80.35	624	611	602	590	565	556	538
0.50	0.01678	73.02	636	626	622	613	594	579	569
0.50	0.01342	61.07	697	691	687	682	668	660	653
0.50	0.01074	49.72	711	699	697	696	691	687	678
0.50	0.00859	22.22	715	703	703	701	696	694	694
0.50	0.00687	22.39	752	745	745	743	741	740	739
0.50	0.00550	20.06	777	758	758	755	754	754	753
0.50	0.00440	18.60	783	772	772	770	770	770	769
0.50	0.00352	18.69	813	786	786	785	783	783	783
0.50	0.00281	17.84	833	799	796	795	795	795	795
0.50	0.00225	22.00	834	793	787	786	786	786	785
0.50	0.00180	18.85	838	797	790	789	789	789	789
0.50	0.00144	21.31	853	808	792	791	791	791	791
0.50	0.00115	24.12	864	819	794	794	794	794	794
0.50	0.00092	24.05	859	815	794	792	792	792	792
0.50	0.00074	30.22	860	820	783	775	775	775	775
0.50	0.00059	31.80	865	826	791	781	780	780	780
0.50	0.00000	159.70	898	895	890	885	866	858	846
0.55	0.10000	45.73	538	271	107	23	0	0	0
0.55	0.08000	35.63	454	213	58	3	0	0	0
0.55	0.06400	31.08	386	179	40	1	0	0	0
0.55	0.05120	42.49	369	227	106	28	1	0	0
0.55	0.04096	108.72	451	359	282	183	82	55	26
0.55	0.03277	128.86	483	436	403	351	278	245	199
0.55	0.02621	100.22	533	519	507	486	436	417	393
0.55	0.02097	64.37	574	561	557	551	511	500	494
0.55	0.01678	58.19	616	608	606	597	575	565	558
0.55	0.01342	48.54	654	646	645	642	635	626	619
0.55	0.01074	39.69	695	688	688	687	680	675	671
0.55	0.00859	27.80	693	686	686	686	684	681	678
0.55	0.00687	24.32	711	702	702	702	698	696	695
0.55	0.00550	18.60	736	721	721	721	719	719	718
0.55	0.00440	17.47	774	754	754	754	754	754	753
0.55	0.00352	15.71	781	755	753	753	752	752	752
0.55	0.00281	17.61	783	747	745	745	743	743	743
0.55	0.00225	17.71	794	745	740	740	740	740	740
0.55	0.00180	17.48	819	772	767	767	767	767	767
0.55	0.00144	17.32	816	780	770	770	770	770	770
0.55	0.00115	21.25	831	793	775	771	771	771	771
0.55	0.00092	24.78	837	808	767	765	765	765	765
0.55	0.00074	28.38	850	814	766	763	763	763	763
0.55	0.00059	29.85	855	812	773	765	765	765	765
0.55	0.00000	149.83	889	888	885	879	864	855	843

- Para tamanho da população = 70 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.60	0.10000	42.17	501	252	97	12	0	0	0
0.60	0.08000	35.22	452	187	56	6	0	0	0
0.60	0.06400	30.92	389	165	39	1	0	0	0
0.60	0.05120	40.97	415	218	99	26	1	0	0
0.60	0.04096	95.09	441	338	253	150	74	46	23
0.60	0.03277	133.57	510	460	426	373	277	231	194
0.60	0.02621	91.15	514	500	486	455	413	397	372
0.60	0.02097	81.32	593	585	579	568	541	530	510
0.60	0.01678	62.35	589	584	580	573	554	542	532
0.60	0.01342	56.00	668	661	660	657	647	637	629
0.60	0.01074	28.49	668	663	663	660	655	651	649
0.60	0.00859	18.18	699	687	686	686	682	681	681
0.60	0.00687	15.35	712	704	704	704	703	702	702
0.60	0.00550	18.52	727	711	711	711	711	710	709
0.60	0.00440	20.30	734	712	712	712	712	712	710
0.60	0.00352	16.61	749	718	717	717	717	716	716
0.60	0.00281	20.62	777	752	749	749	749	749	747
0.60	0.00225	16.10	779	743	738	737	737	737	737
0.60	0.00180	16.35	781	746	740	739	739	739	739
0.60	0.00144	20.21	802	768	757	756	756	755	755
0.60	0.00115	24.45	818	777	762	762	762	761	760
0.60	0.00092	19.26	824	790	771	771	771	771	771
0.60	0.00074	23.57	810	777	755	745	745	745	745
0.60	0.00059	27.07	813	786	756	743	743	743	743
0.60	0.00000	108.51	858	855	853	847	836	830	818
0.65	0.10000	44.48	528	248	108	19	0	0	0
0.65	0.08000	31.94	415	171	36	0	0	0	0
0.65	0.06400	30.27	393	163	31	2	0	0	0
0.65	0.05120	39.49	388	226	97	22	0	0	0
0.65	0.04096	93.94	409	331	238	140	70	48	17
0.65	0.03277	129.67	464	426	400	348	265	225	179
0.65	0.02621	85.57	527	511	500	469	433	420	398
0.65	0.02097	67.71	539	533	524	515	486	473	460
0.65	0.01678	55.82	612	608	604	600	582	574	565
0.65	0.01342	35.43	646	638	634	631	619	616	613
0.65	0.01074	25.03	666	659	659	658	648	647	646
0.65	0.00859	21.00	683	673	673	673	668	668	666
0.65	0.00687	16.07	709	697	696	695	695	694	694
0.65	0.00550	13.18	723	712	712	712	712	712	712
0.65	0.00440	12.73	737	725	725	725	725	725	725
0.65	0.00352	16.72	742	721	721	721	721	721	720
0.65	0.00281	18.01	756	719	716	716	716	716	715
0.65	0.00225	18.50	782	751	748	748	748	748	747
0.65	0.00180	15.99	783	755	749	749	749	749	749
0.65	0.00144	24.07	784	748	737	737	737	737	735
0.65	0.00115	24.24	800	767	748	746	746	746	745
0.65	0.00092	24.38	813	768	753	750	750	750	749
0.65	0.00074	23.79	828	796	772	765	765	765	765
0.65	0.00059	30.92	838	804	777	765	765	765	764
0.65	0.00000	109.72	851	850	847	843	830	825	812

- Para tamanho da população = 70 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.70	0.10000	41.58	509	247	94	10	0	0	0
0.70	0.08000	36.17	470	217	62	5	0	0	0
0.70	0.06400	29.33	379	146	29	0	0	0	0
0.70	0.05120	38.06	360	207	90	23	0	0	0
0.70	0.04096	92.67	429	344	264	163	65	41	24
0.70	0.03277	107.78	446	391	359	322	229	201	170
0.70	0.02621	82.59	521	492	481	457	425	404	386
0.70	0.02097	63.93	567	553	547	531	507	492	482
0.70	0.01678	52.23	585	577	573	569	545	540	531
0.70	0.01342	37.77	597	589	586	584	578	570	566
0.70	0.01074	25.37	652	646	646	645	642	640	637
0.70	0.00859	28.01	658	648	648	647	645	644	639
0.70	0.00687	14.44	667	654	654	652	651	651	651
0.70	0.00550	14.48	707	695	695	694	693	693	693
0.70	0.00440	15.26	707	693	693	693	691	691	691
0.70	0.00352	13.14	735	718	718	718	718	718	718
0.70	0.00281	14.68	760	738	737	737	736	736	736
0.70	0.00225	18.56	761	736	735	735	733	733	732
0.70	0.00180	19.28	782	749	742	742	741	741	740
0.70	0.00144	18.20	791	755	745	744	743	743	743
0.70	0.00115	20.47	818	781	763	763	762	762	762
0.70	0.00092	19.02	818	791	773	772	772	772	772
0.70	0.00074	22.84	821	788	762	758	758	758	758
0.70	0.00059	23.60	823	802	775	771	770	770	770
0.70	0.00000	101.33	825	823	817	813	800	793	781
0.75	0.10000	42.86	504	251	91	19	0	0	0
0.75	0.08000	33.24	412	173	53	4	0	0	0
0.75	0.06400	29.37	380	141	28	3	0	0	0
0.75	0.05120	39.15	352	206	86	26	2	0	0
0.75	0.04096	91.98	406	322	246	150	82	52	27
0.75	0.03277	120.57	437	386	362	313	228	188	151
0.75	0.02621	75.29	488	472	449	428	397	383	363
0.75	0.02097	58.86	545	531	524	517	500	489	475
0.75	0.01678	49.41	577	571	566	565	553	547	536
0.75	0.01342	45.60	606	597	595	592	583	580	568
0.75	0.01074	23.04	612	606	605	600	598	597	594
0.75	0.00859	22.69	660	654	654	653	650	650	647
0.75	0.00687	15.83	693	686	686	686	685	685	684
0.75	0.00550	12.79	668	661	661	661	660	660	660
0.75	0.00440	13.75	702	687	687	687	686	686	686
0.75	0.00352	13.94	721	703	703	703	702	702	702
0.75	0.00282	12.89	736	719	719	719	719	719	719
0.75	0.00225	16.76	747	717	717	717	717	717	716
0.75	0.00180	15.42	757	719	712	712	712	712	712
0.75	0.00144	18.12	759	718	700	699	699	699	699
0.75	0.00115	19.65	773	740	713	712	712	712	712
0.75	0.00092	20.23	783	745	728	726	725	725	725
0.75	0.00074	22.56	798	764	738	732	732	732	732
0.75	0.00059	23.30	801	764	734	729	729	729	729
0.75	0.00000	69.35	815	811	810	809	797	789	784

- Para tamanho da população = 70 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	41.24	494	240	84	16	0	0	0
0.80	0.08000	31.58	413	171	41	2	0	0	0
0.80	0.06400	29.01	367	146	27	0	0	0	0
0.80	0.05120	38.21	380	189	76	22	2	0	0
0.80	0.04096	86.29	386	295	213	133	65	44	19
0.80	0.03277	135.25	447	413	382	334	255	214	160
0.80	0.02621	82.01	450	438	423	406	378	361	333
0.80	0.02097	66.20	542	530	524	515	495	484	467
0.80	0.01678	47.39	565	562	560	558	545	536	528
0.80	0.01342	35.77	595	590	588	584	574	570	566
0.80	0.01074	26.94	632	624	623	621	615	612	610
0.80	0.00859	19.17	657	653	652	652	651	648	647
0.80	0.00687	16.72	682	676	676	676	675	675	673
0.80	0.00550	14.64	705	691	691	691	691	691	690
0.80	0.00440	14.59	712	698	698	698	698	697	697
0.80	0.00352	12.62	707	694	693	693	693	693	693
0.80	0.00281	13.05	713	694	692	692	692	692	692
0.80	0.00225	13.90	728	708	704	704	704	704	704
0.80	0.00180	13.80	742	721	715	715	715	715	715
0.80	0.00144	15.72	759	735	729	729	728	728	728
0.80	0.00115	15.72	754	736	721	721	721	721	721
0.80	0.00092	17.86	766	739	719	718	718	718	718
0.80	0.00074	18.50	768	736	717	714	714	714	714
0.80	0.00059	20.49	759	735	708	702	702	702	702
0.80	0.00000	93.60	818	818	815	810	800	792	780
0.85	0.10000	39.64	463	218	76	15	0	0	0
0.85	0.08000	31.31	390	163	39	2	0	0	0
0.85	0.06400	29.15	367	138	30	2	0	0	0
0.85	0.05120	36.83	329	182	74	25	1	0	0
0.85	0.04096	86.49	384	296	221	141	65	40	20
0.85	0.03277	115.41	429	391	351	309	207	175	142
0.85	0.02621	82.12	471	455	440	427	390	372	349
0.85	0.02097	46.51	481	472	463	454	439	430	422
0.85	0.01678	27.65	524	517	512	505	499	495	492
0.85	0.01342	27.66	575	570	569	565	558	558	553
0.85	0.01074	28.82	594	590	590	588	583	582	576
0.85	0.00859	12.52	622	616	616	616	615	615	615
0.85	0.00687	14.43	639	632	632	632	631	631	630
0.85	0.00550	11.42	657	653	652	652	652	652	652
0.85	0.00440	13.57	688	678	677	677	675	675	675
0.85	0.00352	12.81	704	696	696	696	695	695	695
0.85	0.00281	15.63	710	691	690	690	689	689	688
0.85	0.00225	12.51	710	689	688	688	688	688	688
0.85	0.00180	13.52	713	690	683	683	683	683	683
0.85	0.00144	14.40	732	699	695	695	695	695	695
0.85	0.00115	15.27	747	718	709	709	709	709	709
0.85	0.00092	16.78	737	713	696	693	693	693	693
0.85	0.00074	18.29	747	716	694	692	692	692	692
0.85	0.00059	19.26	768	740	720	715	715	715	715
0.85	0.00000	60.70	781	781	779	777	765	758	753

- Para tamanho da população = 70 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.90	0.10000	37.91	494	211	66	12	0	0	0
0.90	0.08000	31.05	420	157	31	2	0	0	0
0.90	0.06400	27.02	353	117	26	1	0	0	0
0.90	0.05120	36.63	332	180	77	23	2	0	0
0.90	0.04096	79.89	363	281	204	130	67	40	22
0.90	0.03277	97.12	374	341	309	272	199	170	142
0.90	0.02621	82.91	460	449	439	418	372	349	332
0.90	0.02097	52.74	513	507	499	492	480	465	455
0.90	0.01678	37.48	529	523	520	517	501	499	492
0.90	0.01342	31.36	581	578	578	575	565	564	558
0.90	0.01074	26.76	598	589	589	586	581	579	575
0.90	0.00859	18.58	629	620	620	620	619	618	616
0.90	0.00687	17.12	619	609	609	609	607	606	605
0.90	0.00550	11.66	655	648	648	648	648	648	648
0.90	0.00440	11.48	653	646	646	646	646	646	646
0.90	0.00352	12.26	664	648	648	648	648	648	648
0.90	0.00281	12.51	681	663	663	663	663	663	663
0.90	0.00225	12.72	713	697	694	694	694	694	694
0.90	0.00180	16.29	704	679	675	675	675	675	674
0.90	0.00144	14.23	714	685	680	680	680	680	680
0.90	0.00115	14.57	725	698	688	688	688	688	688
0.90	0.00092	16.04	736	710	695	694	694	694	694
0.90	0.00074	18.73	737	712	696	687	687	687	687
0.90	0.00059	18.87	748	721	707	699	699	699	699
0.90	0.00000	54.78	791	790	786	783	776	772	766
0.95	0.10000	41.12	507	243	77	18	0	0	0
0.95	0.08000	30.93	400	160	41	1	0	0	0
0.95	0.06400	27.53	342	134	20	0	0	0	0
0.95	0.05120	35.76	315	173	83	24	0	0	0
0.95	0.04096	79.53	371	274	200	130	52	35	15
0.95	0.03277	96.35	396	363	328	289	215	191	163
0.95	0.02621	68.79	460	440	422	412	379	362	347
0.95	0.02097	34.05	486	475	470	465	452	443	441
0.95	0.01678	37.75	520	514	511	507	501	493	486
0.95	0.01342	32.72	562	556	555	548	540	536	532
0.95	0.01074	24.03	574	566	566	565	562	562	557
0.95	0.00859	13.46	618	615	615	612	611	611	611
0.95	0.00687	14.11	643	638	638	636	636	635	635
0.95	0.00550	14.79	636	626	625	625	624	624	623
0.95	0.00440	12.44	641	631	631	631	630	630	630
0.95	0.00352	11.61	681	669	669	669	669	669	669
0.95	0.00281	11.71	689	676	675	675	675	675	675
0.95	0.00225	13.17	687	663	660	660	660	660	660
0.95	0.00180	13.50	682	663	655	655	655	655	655
0.95	0.00144	13.13	711	689	681	681	681	681	681
0.95	0.00115	14.08	695	669	661	660	660	660	660
0.95	0.00092	15.27	710	683	674	670	670	670	670
0.95	0.00074	16.74	720	697	679	675	675	675	675
0.95	0.00059	19.05	724	704	689	678	677	677	677
0.95	0.00000	51.01	736	736	736	733	724	716	712
1.00	0.10000	41.80	513	248	85	14	0	0	0
1.00	0.08000	29.67	378	146	30	3	0	0	0
1.00	0.06400	27.90	366	131	24	0	0	0	0
1.00	0.05120	36.09	343	180	78	18	0	0	0
1.00	0.04096	74.99	367	253	192	121	53	37	17
1.00	0.03277	93.29	382	340	315	272	200	170	145
1.00	0.02621	65.53	432	413	406	390	361	347	329
1.00	0.02097	35.39	431	424	423	414	397	391	386
1.00	0.01678	35.47	486	483	480	477	460	455	450
1.00	0.01342	29.70	534	527	526	525	516	513	508
1.00	0.01074	24.46	570	566	566	564	559	558	554
1.00	0.00859	16.36	600	598	598	597	594	594	593
1.00	0.00687	15.15	599	594	594	593	592	592	591
1.00	0.00550	12.96	622	615	615	615	613	613	613
1.00	0.00440	14.80	637	623	622	622	621	621	620
1.00	0.00352	12.91	660	650	650	650	649	649	649
1.00	0.00281	11.72	677	664	664	664	664	664	664
1.00	0.00225	12.85	654	637	636	636	635	635	635
1.00	0.00180	12.20	677	659	657	657	657	657	657
1.00	0.00144	12.72	688	664	660	660	660	660	660
1.00	0.00115	14.73	713	691	680	680	680	680	680
1.00	0.00092	13.93	716	694	687	686	686	686	686
1.00	0.00074	14.95	707	683	669	668	668	668	668
1.00	0.00059	17.41	722	703	684	679	679	679	679
1.00	0.00000	50.20	737	735	733	731	724	722	713

- Para tamanho da população = 50

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	60.76	637	364	177	61	2	0	0
0.50	0.08000	51.46	562	318	139	28	1	0	0
0.50	0.06400	51.03	545	324	137	30	1	0	0
0.50	0.05120	87.24	560	418	268	130	15	3	0
0.50	0.04096	155.73	610	529	437	344	184	134	97
0.50	0.03277	172.75	659	622	582	534	421	379	337
0.50	0.02621	135.45	709	686	676	646	583	562	538
0.50	0.02097	88.08	715	702	692	670	640	627	619
0.50	0.01678	97.88	754	744	737	728	705	698	682
0.50	0.01342	79.20	802	791	789	787	778	773	762
0.50	0.01074	55.00	782	764	762	757	750	745	740
0.50	0.00859	38.77	809	792	791	790	785	782	780
0.50	0.00687	29.30	809	784	782	782	780	779	777
0.50	0.00550	30.02	844	812	811	810	810	809	807
0.50	0.00440	20.84	857	816	812	811	810	810	810
0.50	0.00352	22.10	866	815	808	807	807	807	807
0.50	0.00281	22.51	870	821	814	813	813	813	813
0.50	0.00225	30.47	896	833	811	811	811	810	810
0.50	0.00180	28.66	902	846	821	820	820	820	820
0.50	0.00144	33.11	917	865	839	834	834	834	834
0.50	0.00115	38.66	922	868	839	829	828	828	828
0.50	0.00092	45.70	933	888	848	828	828	828	828
0.50	0.00074	51.91	932	895	854	827	825	825	825
0.50	0.00059	68.17	934	906	874	834	825	825	825
0.50	0.00000	244.33	961	960	959	954	948	940	930
0.55	0.10000	64.49	606	344	192	69	4	0	0
0.55	0.08000	49.00	564	295	133	22	0	0	0
0.55	0.06400	51.13	532	326	139	30	0	0	0
0.55	0.05120	77.70	532	393	266	112	12	6	3
0.55	0.04096	156.18	553	486	400	308	178	123	73
0.55	0.03277	158.37	611	570	533	474	372	343	295
0.55	0.02621	127.74	665	640	626	598	549	522	497
0.55	0.02097	92.82	699	683	681	667	633	618	607
0.55	0.01678	115.22	728	720	710	699	675	663	639
0.55	0.01342	97.40	747	735	730	724	711	700	683
0.55	0.01074	52.73	773	756	755	752	746	741	735
0.55	0.00859	37.05	809	782	782	782	777	773	772
0.55	0.00687	38.87	796	782	781	781	777	774	771
0.55	0.00550	34.22	824	794	794	793	790	788	786
0.55	0.00440	25.31	844	808	806	806	804	804	803
0.55	0.00352	22.06	847	807	805	805	803	803	803
0.55	0.00281	19.89	863	820	816	816	816	816	816
0.55	0.00225	22.87	883	843	830	830	830	830	830
0.55	0.00180	24.99	887	845	821	821	821	821	821
0.55	0.00144	29.36	906	857	831	829	829	829	829
0.55	0.00115	36.34	917	869	831	824	824	824	824
0.55	0.00092	38.86	918	880	842	830	830	830	830
0.55	0.00074	47.67	924	902	854	834	833	833	833
0.55	0.00059	62.63	935	909	874	831	826	826	826
0.55	0.00000	151.94	943	941	939	937	934	930	921

- Para tamanho da população = 50 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.60	0.10000	63.39	634	383	189	61	2	1	0
0.60	0.08000	46.89	532	294	108	21	1	0	0
0.60	0.06400	50.73	535	323	144	29	0	0	0
0.60	0.05120	88.06	543	405	252	136	23	6	0
0.60	0.04096	145.95	553	468	382	282	164	120	72
0.60	0.03277	167.70	627	589	546	491	397	356	306
0.60	0.02621	122.86	656	637	614	588	542	525	495
0.60	0.02097	92.12	686	677	671	657	622	608	597
0.60	0.01678	81.25	700	689	682	674	655	644	631
0.60	0.01342	69.44	734	724	720	717	706	701	689
0.60	0.01074	55.88	777	771	770	767	763	758	751
0.60	0.00859	27.04	803	776	775	772	770	769	768
0.60	0.00687	27.45	817	802	800	798	798	796	795
0.60	0.00550	15.24	832	806	806	806	806	806	806
0.60	0.00440	23.48	849	815	814	813	812	812	811
0.60	0.00352	27.61	854	816	814	813	812	811	810
0.60	0.00281	31.79	870	835	824	823	822	822	820
0.60	0.00225	28.88	878	836	818	818	817	817	816
0.60	0.00180	33.79	891	843	821	818	816	816	815
0.60	0.00144	31.39	896	847	816	811	811	811	811
0.60	0.00115	36.64	898	854	814	806	805	805	805
0.60	0.00092	43.36	918	882	836	821	820	820	820
0.60	0.00074	50.86	918	893	852	828	825	825	825
0.60	0.00059	58.97	917	892	848	819	813	813	813
0.60	0.00000	169.07	949	949	948	944	935	931	924
0.65	0.10000	57.78	622	345	170	47	0	0	0
0.65	0.08000	45.28	544	285	104	24	0	0	0
0.65	0.06400	48.44	521	312	118	29	0	0	0
0.65	0.05120	84.45	548	396	257	125	19	2	0
0.65	0.04096	161.73	570	500	426	318	174	119	69
0.65	0.03277	170.08	612	583	546	504	414	366	316
0.65	0.02621	112.55	665	654	630	605	555	533	516
0.65	0.02097	97.60	689	677	663	646	615	606	588
0.65	0.01678	83.74	728	720	710	703	688	675	665
0.65	0.01342	53.94	738	729	724	721	713	707	700
0.65	0.01074	36.59	767	747	745	739	736	736	731
0.65	0.00859	28.76	783	771	769	768	765	764	762
0.65	0.00687	27.07	798	776	776	776	776	775	772
0.65	0.00550	23.12	800	772	771	771	768	768	767
0.65	0.00440	24.27	834	804	802	802	800	800	799
0.65	0.00352	29.47	831	803	801	801	795	795	794
0.65	0.00281	21.97	844	806	801	801	798	798	798
0.65	0.00225	22.90	866	822	806	806	805	805	805
0.65	0.00180	24.62	871	827	802	802	802	802	802
0.65	0.00144	26.68	876	830	801	799	799	799	799
0.65	0.00115	33.79	898	853	813	805	805	805	805
0.65	0.00092	36.13	905	870	832	821	821	821	821
0.65	0.00074	43.02	915	886	844	831	828	828	828
0.65	0.00059	49.47	920	898	856	832	829	829	829

- Para tamanho da população = 50 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.70	0.10000	55.34	618	325	161	30	2	0	0
0.70	0.08000	46.15	528	296	114	18	0	0	0
0.70	0.06400	46.35	510	300	111	19	1	0	0
0.70	0.05120	79.48	512	364	245	108	20	5	0
0.70	0.04096	154.34	558	483	408	302	160	113	68
0.70	0.03277	163.71	589	555	519	446	358	315	259
0.70	0.02621	138.69	652	636	628	607	556	521	495
0.70	0.02097	83.45	664	644	638	630	599	588	575
0.70	0.01678	88.21	723	714	712	707	690	679	664
0.70	0.01342	68.06	743	734	732	730	724	720	707
0.70	0.01074	44.52	766	755	754	751	746	744	738
0.70	0.00859	24.62	788	774	774	772	769	768	767
0.70	0.00687	22.51	811	795	795	794	793	792	791
0.70	0.00550	26.65	810	792	792	792	788	787	786
0.70	0.00440	23.12	828	801	801	800	797	796	796
0.70	0.00352	24.44	840	810	808	808	807	806	805
0.70	0.00281	21.16	855	818	813	813	813	812	812
0.70	0.00225	19.57	860	821	811	811	811	811	811
0.70	0.00180	23.17	857	819	797	797	796	796	796
0.70	0.00144	27.92	873	829	801	796	795	795	795
0.70	0.00115	32.76	881	850	810	802	800	800	800
0.70	0.00092	36.32	893	853	818	803	802	802	802
0.70	0.00074	37.18	889	854	826	808	807	807	807
0.70	0.00059	49.29	898	868	830	804	798	798	798
0.70	0.00000	150.47	923	922	921	917	912	907	896
0.75	0.10000	57.65	612	321	152	51	0	0	0
0.75	0.08000	49.32	528	309	123	26	0	0	0
0.75	0.06400	45.12	492	292	112	17	0	0	0
0.75	0.05120	78.05	514	383	240	116	14	3	1
0.75	0.04096	142.81	548	467	381	282	140	95	57
0.75	0.03277	162.90	590	557	528	468	384	340	287
0.75	0.02621	102.39	642	623	610	579	531	511	493
0.75	0.02097	84.53	666	658	652	637	606	595	581
0.75	0.01678	59.93	697	685	679	675	657	654	644
0.75	0.01342	58.68	714	703	702	700	689	681	673
0.75	0.01074	41.75	762	753	753	752	742	740	736
0.75	0.00859	29.53	755	743	742	740	739	736	734
0.75	0.00687	22.62	799	785	785	783	780	779	779
0.75	0.00550	19.41	797	780	778	777	775	775	775
0.75	0.00440	25.59	818	789	786	786	786	784	783
0.75	0.00352	17.66	834	800	795	794	794	794	794
0.75	0.00281	26.93	857	822	817	817	817	817	815
0.75	0.00225	24.04	868	828	818	818	818	818	817
0.75	0.00180	25.93	860	830	812	812	812	812	811
0.75	0.00144	23.01	867	823	801	801	801	801	801
0.75	0.00115	28.13	879	834	797	795	795	795	795
0.75	0.00092	32.78	877	835	794	785	785	785	785
0.75	0.00074	40.12	883	854	806	790	789	789	789
0.75	0.00059	43.84	883	853	807	783	781	781	781
0.75	0.00000	107.26	904	903	902	900	891	886	879

- Para tamanho da população = 50 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	52.76	582	299	145	36	0	0	0
0.80	0.08000	45.53	514	264	109	24	0	0	0
0.80	0.06400	43.04	473	272	103	16	0	0	0
0.80	0.05120	71.07	476	351	214	99	9	2	0
0.80	0.04096	143.36	537	461	390	298	157	104	67
0.80	0.03277	171.45	595	564	533	483	380	343	286
0.80	0.02621	95.15	606	585	569	542	492	473	458
0.80	0.02097	83.10	670	659	653	644	614	604	591
0.80	0.01678	55.02	652	646	645	635	616	612	603
0.80	0.01342	47.64	710	704	702	698	691	689	681
0.80	0.01074	29.57	742	732	732	732	729	728	725
0.80	0.00859	20.95	742	726	725	725	724	724	722
0.80	0.00687	18.95	760	744	744	744	743	743	742
0.80	0.00550	23.51	793	770	770	770	769	769	767
0.80	0.00440	24.42	793	758	757	757	755	755	753
0.80	0.00352	22.39	819	783	780	779	778	778	777
0.80	0.00281	19.37	830	790	779	778	778	778	778
0.80	0.00225	18.84	847	804	796	796	796	796	796
0.80	0.00180	24.68	862	826	811	810	810	810	809
0.80	0.00144	29.18	850	808	788	784	783	783	782
0.80	0.00115	31.80	862	831	803	797	796	796	795
0.80	0.00092	29.22	869	837	810	801	800	800	800
0.80	0.00074	33.91	872	846	813	800	799	799	799
0.80	0.00059	35.60	871	848	813	794	794	794	794
0.80	0.00000	111.22	902	901	898	893	882	878	871
0.85	0.10000	55.07	599	308	151	46	1	0	0
0.85	0.08000	43.09	506	260	92	15	0	0	0
0.85	0.06400	44.25	489	273	112	17	0	0	0
0.85	0.05120	78.08	521	374	233	100	18	7	1
0.85	0.04096	134.74	536	436	367	270	144	109	64
0.85	0.03277	154.07	595	554	527	484	388	348	306
0.85	0.02621	103.79	591	572	559	536	500	480	454
0.85	0.02097	84.91	659	649	640	625	603	596	577
0.85	0.01678	72.53	699	695	694	691	671	661	651
0.85	0.01342	53.37	699	694	694	690	679	675	666
0.85	0.01074	36.29	727	720	720	719	715	712	708
0.85	0.00859	24.07	730	722	721	721	718	717	715
0.85	0.00687	22.26	765	745	744	744	743	743	741
0.85	0.00550	18.65	787	769	769	769	768	768	767
0.85	0.00440	18.64	796	774	773	773	773	773	772
0.85	0.00352	19.22	801	772	769	769	769	769	768
0.85	0.00281	22.83	799	770	763	763	763	762	761
0.85	0.00225	22.08	837	798	786	786	786	786	785
0.85	0.00180	20.16	832	790	773	773	773	773	773
0.85	0.00144	24.31	857	814	787	785	785	785	785
0.85	0.00115	24.42	850	818	794	789	789	789	789
0.85	0.00092	28.69	858	829	803	794	793	793	793
0.85	0.00074	33.12	867	836	804	792	791	791	791
0.85	0.00059	39.90	875	846	818	799	795	795	795
0.85	0.00000	118.11	878	878	876	873	867	859	848

- Para tamanho da população = 50 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.90	0.10000	51.35	572	298	138	33	1	0	0
0.90	0.08000	44.65	540	269	96	17	0	0	0
0.90	0.06400	42.95	479	288	94	15	0	0	0
0.90	0.05120	67.15	469	329	207	86	10	2	1
0.90	0.04096	132.53	489	424	366	264	144	110	64
0.90	0.03277	146.29	545	512	480	440	360	321	271
0.90	0.02621	107.62	631	621	612	588	547	530	506
0.90	0.02097	74.11	613	602	598	585	554	547	532
0.90	0.01678	61.61	666	659	656	651	637	631	620
0.90	0.01342	53.95	710	703	702	701	694	690	680
0.90	0.01074	28.35	737	725	724	724	721	721	717
0.90	0.00859	18.06	746	735	735	735	732	732	732
0.90	0.00687	16.35	738	720	720	720	720	720	719
0.90	0.00550	15.99	766	745	744	744	743	743	743
0.90	0.00440	16.88	794	771	771	771	771	770	770
0.90	0.00352	17.35	800	782	781	781	781	780	780
0.90	0.00281	15.37	821	798	795	795	795	795	795
0.90	0.00225	19.10	839	813	806	806	806	805	805
0.90	0.00180	22.75	817	791	773	773	773	773	772
0.90	0.00144	24.23	837	804	782	781	781	781	780
0.90	0.00115	24.12	844	822	789	785	785	785	785
0.90	0.00092	25.88	845	822	789	783	783	783	783
0.90	0.00074	33.86	861	832	793	781	779	779	779
0.90	0.00059	40.80	875	851	817	793	791	791	791
0.90	0.00000	68.15	882	881	880	878	869	866	862
0.95	0.10000	52.22	585	306	149	32	1	0	0
0.95	0.08000	44.29	550	276	103	13	0	0	0
0.95	0.06400	40.85	460	259	85	10	0	0	0
0.95	0.05120	67.92	477	339	229	76	11	1	0
0.95	0.04096	127.24	514	429	357	269	135	104	69
0.95	0.03277	151.94	560	524	491	461	374	328	280
0.95	0.02621	89.49	610	587	573	555	521	499	485
0.95	0.02097	71.46	671	657	655	643	616	606	597
0.95	0.01678	58.11	665	657	655	650	638	631	621
0.95	0.01342	42.73	716	704	702	698	692	685	682
0.95	0.01074	29.24	723	716	716	715	713	711	707
0.95	0.00859	19.46	710	702	702	701	701	699	698
0.95	0.00687	13.92	755	732	732	732	732	732	732
0.95	0.00550	16.84	761	739	739	739	739	739	738
0.95	0.00440	13.91	787	761	761	761	761	761	761
0.95	0.00352	14.86	788	756	754	754	754	754	754
0.95	0.00281	16.45	795	761	755	755	755	755	755
0.95	0.00225	16.45	820	785	780	780	780	780	780
0.95	0.00180	17.47	826	782	777	777	777	777	777
0.95	0.00144	18.50	836	807	795	794	794	794	794
0.95	0.00115	21.13	831	795	775	772	772	772	772
0.95	0.00092	23.64	839	805	779	775	775	775	775
0.95	0.00074	29.34	840	817	780	769	768	768	768
0.95	0.00059	34.42	851	824	793	776	773	773	773
0.95	0.00000	94.80	875	874	870	863	854	848	840
1.00	0.10000	47.69	580	288	114	22	1	0	0
1.00	0.08000	41.33	514	257	81	9	0	0	0
1.00	0.06400	42.67	462	270	109	15	0	0	0
1.00	0.05120	70.41	506	350	214	95	8	4	1
1.00	0.04096	136.89	513	439	374	283	149	115	73
1.00	0.03277	165.08	570	540	511	460	363	312	264
1.00	0.02621	98.88	584	568	555	532	482	469	445
1.00	0.02097	69.82	622	613	607	594	570	560	549
1.00	0.01678	61.79	665	658	657	652	639	632	622
1.00	0.01342	51.35	676	671	670	667	656	647	641
1.00	0.01074	26.92	703	692	691	691	687	683	682
1.00	0.00859	26.69	715	702	702	702	700	698	695
1.00	0.00687	20.39	735	720	720	719	717	716	715
1.00	0.00550	17.59	747	728	727	726	725	725	724
1.00	0.00440	15.00	759	742	741	741	741	740	740
1.00	0.00352	14.62	766	738	736	736	735	735	735
1.00	0.00281	18.16	781	755	750	749	748	747	747
1.00	0.00225	19.38	793	754	744	743	743	742	742
1.00	0.00180	19.67	799	773	758	757	757	756	756
1.00	0.00144	21.65	828	791	778	776	776	775	775
1.00	0.00115	28.39	838	804	777	773	772	771	771
1.00	0.00092	25.34	827	801	773	765	765	765	765
1.00	0.00074	32.48	838	814	791	775	774	773	773
1.00	0.00059	38.40	848	822	795	775	771	771	770
1.00	0.00000	83.98	837	836	835	835	823	818	810

- Para tamanho da população = 20

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.50	0.10000	183.70	819	637	486	325	129	73	27
0.50	0.08000	200.35	816	661	545	376	143	81	37
0.50	0.06400	260.59	823	712	616	509	251	161	75
0.50	0.05120	306.97	850	783	727	648	484	394	289
0.50	0.04096	247.00	871	823	777	725	642	604	549
0.50	0.03277	208.52	879	847	828	799	739	714	689
0.50	0.02621	188.66	903	866	848	826	783	769	749
0.50	0.02097	164.20	926	891	881	866	839	823	815
0.50	0.01678	167.77	932	903	898	887	872	857	848
0.50	0.01342	127.73	957	915	905	899	892	887	880
0.50	0.01074	99.44	955	923	911	903	898	898	892
0.50	0.00859	81.14	961	926	915	915	910	907	905
0.50	0.00687	105.39	975	940	924	922	918	914	911
0.50	0.00550	107.11	977	941	922	917	916	912	908
0.50	0.00440	103.06	979	949	925	920	918	916	912
0.50	0.00352	78.06	986	965	930	921	920	919	918
0.50	0.00281	85.75	986	972	941	924	923	922	921
0.50	0.00225	90.28	987	978	947	929	926	926	925
0.50	0.00180	103.68	989	983	959	935	927	927	927
0.50	0.00144	110.50	990	987	970	938	932	932	932
0.50	0.00115	142.96	992	989	978	945	931	931	931
0.50	0.00092	164.70	994	991	979	954	934	934	934
0.50	0.00074	230.07	996	993	987	968	935	932	932
0.50	0.00059	243.38	996	993	987	970	936	933	932
0.50	0.00000	6.00	995	995	995	995	995	995	995
0.55	0.10000	167.10	818	614	465	311	104	56	26
0.55	0.08000	200.29	842	682	536	393	150	95	41
0.55	0.06400	250.35	826	721	624	503	258	165	93
0.55	0.05120	275.74	838	753	692	614	463	379	293
0.55	0.04096	254.01	854	801	758	706	623	576	517
0.55	0.03277	222.16	880	847	818	792	741	714	679
0.55	0.02621	181.81	897	867	855	832	791	779	760
0.55	0.02097	163.09	914	882	868	849	825	815	801
0.55	0.01678	129.25	933	900	894	884	867	859	854
0.55	0.01342	133.60	951	912	908	900	894	889	880
0.55	0.01074	118.00	961	921	915	909	902	899	893
0.55	0.00859	101.69	969	935	924	920	912	912	907
0.55	0.00687	68.70	972	936	918	915	913	913	910
0.55	0.00550	80.73	974	937	911	906	905	905	901
0.55	0.00440	93.27	981	951	931	923	922	922	918
0.55	0.00352	76.62	982	956	938	928	928	928	926
0.55	0.00281	81.43	983	961	932	917	916	916	914
0.55	0.00225	84.59	987	973	941	917	916	916	915
0.55	0.00180	99.84	988	980	957	928	927	927	926
0.55	0.00144	125.00	993	986	961	929	923	923	922
0.55	0.00115	151.67	997	991	969	942	927	926	925
0.55	0.00092	188.83	997	992	976	957	932	931	930
0.55	0.00074	228.14	996	993	982	966	928	924	924
0.55	0.00059	259.20	995	993	985	969	933	924	924
0.55	0.00000	128.25	995	995	994	994	992	992	992

- Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.60	0.10000	182.78	836	626	486	332	122	61	25
0.60	0.08000	189.80	798	647	519	365	126	66	29
0.60	0.06400	254.58	814	706	624	488	246	160	77
0.60	0.05120	292.73	856	783	710	611	440	369	261
0.60	0.04096	255.35	859	806	765	711	618	569	510
0.60	0.03277	203.56	886	850	820	783	722	690	672
0.60	0.02621	220.93	898	871	858	837	800	776	751
0.60	0.02097	188.39	910	882	873	864	846	832	813
0.60	0.01678	140.91	927	896	891	884	870	864	854
0.60	0.01342	123.41	939	899	896	892	884	881	872
0.60	0.01074	93.79	945	901	894	888	883	881	875
0.60	0.00859	71.82	949	906	894	892	891	889	885
0.60	0.00687	83.02	956	917	906	902	897	896	892
0.60	0.00550	79.33	964	928	914	911	908	907	904
0.60	0.00440	80.93	972	937	906	902	900	900	896
0.60	0.00352	64.96	979	947	919	911	910	910	909
0.60	0.00281	56.35	984	959	920	911	911	911	911
0.60	0.00225	63.54	984	964	928	915	915	915	915
0.60	0.00180	81.04	987	970	936	911	907	907	907
0.60	0.00144	103.26	989	978	952	913	906	906	906
0.60	0.00115	124.87	992	984	958	923	909	909	909
0.60	0.00092	153.67	990	985	972	934	909	909	909
0.60	0.00074	201.44	990	987	979	950	906	905	905
0.60	0.00059	246.01	992	990	982	958	910	903	902
0.60	0.00000	246.20	995	995	994	994	993	991	990
0.65	0.10000	158.19	810	602	444	301	92	55	26
0.65	0.08000	187.14	805	637	504	343	138	70	31
0.65	0.06400	264.65	834	718	632	494	256	173	79
0.65	0.05120	283.44	827	750	681	597	428	347	247
0.65	0.04096	251.97	857	807	768	716	627	586	524
0.65	0.03277	212.23	870	832	810	774	721	698	663
0.65	0.02621	190.41	887	858	846	825	778	756	739
0.65	0.02097	166.22	894	868	859	853	830	817	799
0.65	0.01678	128.72	924	889	881	874	859	855	844
0.65	0.01342	101.58	924	885	881	876	863	860	854
0.65	0.01074	53.91	936	898	894	886	881	880	879
0.65	0.00859	53.18	944	903	890	885	880	879	878
0.65	0.00687	78.31	955	912	897	893	886	886	882
0.65	0.00550	49.38	960	926	904	902	898	898	898
0.65	0.00440	64.09	965	941	917	914	911	911	909
0.65	0.00352	78.19	973	952	919	907	904	904	902
0.65	0.00281	76.75	976	960	921	902	899	899	898
0.65	0.00225	78.79	979	963	928	902	898	898	898
0.65	0.00180	82.17	981	964	926	902	898	897	897
0.65	0.00144	107.30	981	969	945	904	894	893	893
0.65	0.00115	125.40	985	973	955	912	898	898	897
0.65	0.00092	152.17	985	977	963	929	902	902	901
0.65	0.00074	175.53	985	981	968	935	897	895	895
0.65	0.00059	232.07	984	980	971	944	907	899	895
0.65	0.00000	102.57	990	989	989	989	987	987	986

- Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.70	0.10000	167.70	807	613	482	312	95	52	22
0.70	0.08000	188.03	812	652	520	351	110	60	22
0.70	0.06400	265.07	830	725	625	503	270	160	77
0.70	0.05120	302.31	833	768	704	626	472	368	263
0.70	0.04096	244.14	855	801	761	709	608	568	513
0.70	0.03277	210.19	862	823	801	772	722	700	661
0.70	0.02621	212.32	899	867	859	841	806	783	759
0.70	0.02097	193.43	917	891	887	870	848	827	815
0.70	0.01678	167.46	928	900	895	891	879	865	854
0.70	0.01342	127.67	928	898	894	890	883	877	868
0.70	0.01074	71.99	928	894	889	884	880	876	874
0.70	0.00859	68.36	950	908	902	901	897	893	892
0.70	0.00687	69.42	952	915	907	906	902	901	898
0.70	0.00550	73.25	967	932	916	913	911	910	907
0.70	0.00440	54.89	967	936	910	904	904	903	902
0.70	0.00352	68.86	973	949	908	904	901	900	899
0.70	0.00281	84.98	980	960	924	914	910	910	908
0.70	0.00225	85.46	979	962	931	908	904	904	903
0.70	0.00180	98.70	980	971	942	909	902	902	901
0.70	0.00144	132.37	984	976	955	917	899	899	898
0.70	0.00115	165.06	987	980	965	927	901	899	898
0.70	0.00092	181.80	987	978	966	933	901	897	895
0.70	0.00074	210.84	990	980	971	953	915	910	908
0.70	0.00059	242.59	990	983	975	965	912	909	908
0.70	0.00000	186.83	992	992	992	991	990	990	988
0.75	0.10000	179.17	819	635	460	311	111	57	15
0.75	0.08000	194.53	816	668	516	362	135	75	31
0.75	0.06400	254.16	820	723	627	498	237	150	66
0.75	0.05120	272.59	831	760	696	618	437	358	276
0.75	0.04096	254.82	851	807	762	709	619	567	510
0.75	0.03277	202.46	855	821	805	767	704	676	648
0.75	0.02621	194.74	884	858	853	840	800	782	761
0.75	0.02097	149.91	905	871	864	854	837	824	812
0.75	0.01678	157.87	916	886	880	872	856	844	832
0.75	0.01342	120.99	925	894	889	886	878	869	862
0.75	0.01074	94.50	929	898	892	886	879	875	870
0.75	0.00859	61.93	946	898	890	885	877	876	875
0.75	0.00687	48.54	952	902	891	888	885	884	883
0.75	0.00550	47.36	964	917	904	900	900	899	898
0.75	0.00440	45.94	970	929	909	908	907	907	906
0.75	0.00352	92.14	970	940	912	905	903	903	898
0.75	0.00281	70.46	972	950	920	908	906	906	904
0.75	0.00225	65.48	975	955	932	911	909	909	909
0.75	0.00180	90.41	981	960	940	913	909	909	908
0.75	0.00144	93.96	985	968	942	915	907	907	907
0.75	0.00115	101.51	988	973	950	925	916	916	916
0.75	0.00092	124.53	988	974	954	930	912	911	911
0.75	0.00074	160.10	988	976	959	937	912	910	910
0.75	0.00059	196.24	986	978	963	947	909	904	903
0.75	0.00000	310.00	995	995	995	993	992	990	988

- Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.80	0.10000	181.14	834	644	495	337	102	44	13
0.80	0.08000	195.99	825	657	521	371	131	62	17
0.80	0.06400	239.30	820	706	606	465	220	130	69
0.80	0.05120	281.32	812	746	680	600	427	331	239
0.80	0.04096	248.05	860	806	768	714	626	581	526
0.80	0.03277	189.20	868	830	807	769	715	692	667
0.80	0.02621	167.67	867	832	825	804	768	752	732
0.80	0.02097	136.54	887	848	846	833	804	789	782
0.80	0.01678	125.70	910	864	862	856	840	830	821
0.80	0.01342	80.73	907	884	881	879	866	863	860
0.80	0.01074	64.98	931	896	889	887	877	876	875
0.80	0.00859	67.28	940	898	890	888	881	879	877
0.80	0.00687	62.89	945	902	890	890	886	885	882
0.80	0.00550	78.20	960	918	900	898	897	896	891
0.80	0.00440	83.80	963	927	905	899	899	899	893
0.80	0.00352	92.11	963	940	912	907	906	905	899
0.80	0.00281	75.26	965	948	921	908	908	908	905
0.80	0.00225	74.01	973	955	926	909	907	907	906
0.80	0.00180	82.21	974	965	934	907	901	901	901
0.80	0.00144	98.71	978	970	946	917	906	906	906
0.80	0.00115	118.83	980	972	954	925	906	905	905
0.80	0.00092	132.97	982	974	963	933	909	908	908
0.80	0.00074	161.64	982	976	964	936	905	903	902
0.80	0.00059	193.21	981	976	968	945	916	913	911
0.80	0.00000	170.36	993	993	992	992	991	991	989
0.85	0.10000	163.90	828	647	473	294	82	49	18
0.85	0.08000	181.70	814	667	515	335	108	51	18
0.85	0.06400	252.20	798	681	580	463	235	144	51
0.85	0.05120	290.93	847	766	697	620	438	341	253
0.85	0.04096	233.23	834	787	746	692	598	557	502
0.85	0.03277	189.58	861	824	803	761	707	687	660
0.85	0.02621	171.61	879	850	842	825	782	761	748
0.85	0.02097	169.13	893	862	854	840	822	809	790
0.85	0.01678	133.60	913	880	876	874	860	852	842
0.85	0.01342	89.51	907	877	872	867	858	858	850
0.85	0.01074	47.15	920	896	889	887	883	883	881
0.85	0.00859	58.16	936	900	895	893	889	886	885
0.85	0.00687	72.22	950	909	896	894	890	885	884
0.85	0.00550	97.24	964	930	903	898	893	890	885
0.85	0.00440	88.34	964	930	901	897	894	891	887
0.85	0.00352	70.81	970	944	920	909	907	906	905
0.85	0.00281	71.13	973	953	930	916	915	914	913
0.85	0.00225	74.11	978	958	933	915	912	911	911
0.85	0.00180	77.44	979	966	943	911	910	910	910
0.85	0.00144	101.51	980	972	948	908	897	897	897
0.85	0.00115	113.01	983	977	959	916	906	906	906
0.85	0.00092	139.18	980	976	965	929	908	908	908
0.85	0.00074	173.73	983	981	974	947	921	919	919
0.85	0.00059	226.41	983	980	976	961	921	916	915
0.85	0.00000	104.00	987	987	986	986	984	982	982

- Para tamanho da população = 20 (cont.)

Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
0.90	0.10000	160.64	821	619	458	278	81	36	11
0.90	0.08000	187.14	817	677	546	371	94	36	8
0.90	0.06400	241.87	803	714	614	460	214	133	60
0.90	0.05120	287.66	814	733	657	576	417	339	223
0.90	0.04096	274.10	847	800	762	716	619	558	494
0.90	0.03277	204.38	858	804	788	760	711	689	649
0.90	0.02621	189.96	867	840	832	815	770	752	730
0.90	0.02097	178.83	887	858	849	839	814	801	780
0.90	0.01678	122.21	900	879	876	870	856	848	840
0.90	0.01342	61.50	913	880	877	873	868	863	862
0.90	0.01074	60.39	933	894	890	888	882	878	878
0.90	0.00859	53.89	939	905	899	893	890	889	888
0.90	0.00687	68.71	942	902	889	887	884	882	879
0.90	0.00550	80.53	944	915	897	892	890	886	883
0.90	0.00440	73.77	960	931	909	903	901	899	897
0.90	0.00352	63.60	964	934	913	909	907	906	905
0.90	0.00281	76.32	968	947	916	907	903	902	901
0.90	0.00225	75.55	975	955	927	908	906	905	905
0.90	0.00180	90.84	979	963	931	905	899	899	898
0.90	0.00144	97.61	979	968	938	908	895	895	895
0.90	0.00115	112.31	984	976	956	926	912	912	912
0.90	0.00092	132.06	983	976	959	936	913	913	913
0.90	0.00074	168.12	983	977	962	946	911	910	910
0.90	0.00059	221.85	984	980	967	953	913	907	906
0.90	0.00000	224.87	992	992	992	990	988	986	985
0.95	0.10000	162.81	836	652	477	276	84	34	10
0.95	0.08000	178.70	795	672	529	340	105	59	27
0.95	0.06400	248.30	808	695	611	481	237	139	68
0.95	0.05120	298.21	816	743	682	605	438	347	234
0.95	0.04096	239.22	836	782	736	691	607	559	501
0.95	0.03277	198.39	865	829	812	779	724	698	669
0.95	0.02621	158.67	882	843	835	822	787	778	761
0.95	0.02097	185.44	896	869	865	860	836	822	803
0.95	0.01678	144.06	919	882	876	870	859	852	838
0.95	0.01342	124.65	912	881	878	875	868	863	851
0.95	0.01074	67.56	921	889	887	882	876	874	871
0.95	0.00859	86.47	933	896	889	887	883	882	875
0.95	0.00687	74.82	942	905	892	890	886	886	881
0.95	0.00550	49.81	946	910	899	899	896	895	894
0.95	0.00440	51.20	958	925	911	910	909	908	907
0.95	0.00352	49.07	963	932	906	903	901	900	900
0.95	0.00281	67.17	971	946	916	905	903	902	901
0.95	0.00225	69.03	976	958	929	910	910	909	909
0.95	0.00180	86.98	977	965	931	902	897	896	896
0.95	0.00144	90.17	974	966	941	910	904	904	904
0.95	0.00115	106.01	975	971	954	919	908	908	908
0.95	0.00092	137.71	978	975	960	928	903	902	902
0.95	0.00074	180.48	979	977	966	938	902	899	899
0.95	0.00059	199.05	979	977	969	940	901	898	897
0.95	0.00000	208.86	986	986	986	985	985	981	979
1.00	0.10000	152.03	821	609	429	271	69	24	9
1.00	0.08000	169.28	810	635	489	329	83	34	13
1.00	0.06400	234.76	803	684	581	456	207	137	64
1.00	0.05120	271.91	815	732	676	589	426	355	259
1.00	0.04096	247.54	847	803	767	715	610	557	508
1.00	0.03277	214.15	854	818	802	776	714	681	652
1.00	0.02621	204.93	865	839	828	808	774	751	721
1.00	0.02097	175.52	879	865	855	848	836	824	803
1.00	0.01678	120.47	901	874	869	863	854	844	836
1.00	0.01342	91.78	912	889	886	875	869	867	861
1.00	0.01074	74.83	918	887	885	883	874	871	867
1.00	0.00859	50.29	931	900	894	894	889	888	887
1.00	0.00687	62.93	940	904	891	891	883	882	881
1.00	0.00550	43.97	957	920	904	900	897	897	897
1.00	0.00440	57.80	964	924	906	898	897	896	895
1.00	0.00352	74.54	965	924	901	891	887	885	883
1.00	0.00281	83.73	966	938	907	891	890	890	886
1.00	0.00225	75.96	967	947	917	899	897	897	895
1.00	0.00180	73.80	974	951	925	895	891	891	891
1.00	0.00144	82.68	973	958	940	909	903	903	903
1.00	0.00115	101.27	974	962	947	917	904	904	904
1.00	0.00092	133.21	979	968	951	921	899	898	898
1.00	0.00074	155.80	982	973	960	932	908	906	906
1.00	0.00059	187.07	982	974	964	943	915	911	909
1.00	0.00000	74.93	977	977	976	976	973	973	972

Apêndice B – Análise da Suficiência da Utilização de 1000 Seqüências Diferentes de Números Aleatórios

Segundo o tipo de implementação de AG's seguida no presente trabalho, bem como em diversos outros trabalhos, como [Rezende – 2003] e [Obitko, Slavík – 1999], os AG's necessitam da geração de números aleatórios para seu funcionamento. Esta geração é fundamental, principalmente para a implementação dos operadores de seleção, para a decisão quanto à execução (ou não execução) de operadores de cruzamento e/ou operadores de mutação (em função de suas probabilidades), e até mesmo para o próprio funcionamento de determinados operadores de mutação e de cruzamento.

A partir dos experimentos realizados no capítulo 5 do presente trabalho, ficou muito claro que os resultados obtidos a partir de um determinado AG podem não apenas depender de parâmetros específicos do próprio AG (como o tamanho da população, a taxa de mutação e a taxa de cruzamento), mas também podem depender muito da seqüência de números aleatórios à qual o AG é submetido, durante seu funcionamento.

Assim sendo, ficou claro que, para se avaliar a influência de diferentes configurações de parâmetros para um determinado AG, é necessário que se tenha conhecimento da existência da influência de seqüências específicas de valores aleatórios envolvidas em sua execução, para se evitar conclusões errôneas. Em outras palavras: experimentos realizados com quantidades não suficientes de execuções (com diferentes seqüências de números aleatórios) do mesmo AG, podem atribuir somente à configuração do mesmo a causa de resultados obtidos, enquanto que os resultados podem ser, na verdade, conseqüências também destas seqüências.

Para se evitar estas possíveis conclusões equivocadas, uma alternativa seria testar todas as seqüências possíveis de números aleatórios às quais um determinado AG poderia ser submetido, durante sua execução. Esta solução é, a princípio, impossível, uma vez que os AG's implementados trabalham também com a geração de números aleatórios reais, no intervalo $[0, 1]$, a qual compreende infinitas possibilidades. É conhecido porém, que na implementação utilizada nos algoritmos do presente trabalho, a geração destes números reais aleatórios foi realizada a partir da geração de números inteiros aleatórios, utilizando-se a função "rand()" da linguagem de programação "C", a qual gera números inteiros entre "0" e

um valor máximo (denominado nesta linguagem como “RAND_MAX”) de “32767”, e o valor real aleatório pertencente ao intervalo $[0, 1]$ era gerado pela geração de um número inteiro aleatório e sua divisão pelo valor “RAND_MAX”. Mesmo assim, embora não se esteja trabalhando com infinitas possibilidades de seqüências aleatórias, o número de possíveis seqüências ainda é demasiadamente grande - devido ao enorme número de possibilidades e também ao enorme número de gerações de números aleatórios para do AG – o que torna esta abordagem impraticável.

Assim sendo, entende-se que será necessário trabalhar com amostras de seqüências de números aleatórios. Para isso, parte-se do pressuposto que, para um número mínimo de amostras suficientemente grande, o fenômeno observado será muito próximo ao que seria observado caso todas as seqüências possíveis fossem testadas.

Para se determinar o número mínimo de execuções necessárias para os AG's implementados no presente trabalho, resolveu-se aumentar gradativamente o número de execuções (cada uma com uma diferente seqüência de números aleatórios, por utilizar uma diferente “semente” para esta geração na linguagem “C”) até se encontrar o ponto em que os resultados não apresentem diferenças significativas com o aumento do tamanho da amostra.

Este teste foi realizado com o AG-MF com população de 70 indivíduos, para cinco configurações diferentes, todas com $P_c = 0,95$, e cada uma com um diferente valor de P_m , pertencente ao conjunto de valores: (1; 0,08; 0,064; 0,0512; 0,04096). Para cada configuração, o AG foi executado por um número “Ns” de vezes, até a milésima iteração. Os resultados são demonstrados na tabela da próxima página.

Observando-se estes resultados, percebe-se que se utilizando uma amostra de execuções de $N_s = 1000$, pode-se basicamente observar o mesmo fenômeno observado com números maiores (até mesmo para $N_s = 20000$). Embora, para valores de N_s maiores que 1000, existam pequenas diferenças nos valores obtidos, estas não são significativas, e não prejudicam a observação do comportamento do AG.

Para Ns = 20										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	32,25	45,0%	20,0%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	29,95	40,0%	15,0%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	20,25	15,0%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	47,3	40,0%	25,0%	15,0%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	58,25	25,0%	20,0%	20,0%	15,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Para Ns = 40										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	39,15	45,0%	22,5%	7,5%	2,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	27,45	37,5%	12,5%	2,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	24,65	25,0%	10,0%	2,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	40	32,5%	17,5%	12,5%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	66,32	27,5%	22,5%	20,0%	17,5%	7,5%	7,5%	7,5%	5,0%
Para Ns = 60										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	38,48	46,7%	20,0%	6,7%	1,7%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	32	43,3%	15,0%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	26,38	30,0%	15,0%	1,7%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	45,33	38,3%	23,3%	15,0%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	86,41	38,3%	28,3%	23,3%	20,0%	6,7%	5,0%	3,3%	3,3%
Para Ns = 80										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	38,61	45,0%	21,3%	7,5%	1,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	32,22	41,3%	16,3%	6,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,02	31,3%	16,3%	1,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	38,85	32,5%	18,8%	11,3%	3,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	92,14	37,5%	28,8%	21,3%	18,8%	7,5%	3,8%	2,5%	2,5%
Para Ns = 100										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	38,51	44,0%	20,0%	7,0%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	30,95	39,0%	15,0%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	29,45	34,0%	19,0%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	36,28	30,0%	17,0%	10,0%	3,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	79,45	37,0%	25,0%	19,0%	15,0%	6,0%	3,0%	2,0%	2,0%
Para Ns = 200										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	40,58	48,5%	22,0%	9,0%	1,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	32,67	42,5%	17,5%	5,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,35	31,5%	14,5%	1,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	38,73	29,5%	18,5%	9,5%	3,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	68,57	35,5%	25,5%	18,5%	12,0%	4,5%	2,5%	2,0%	2,0%
Para Ns = 500										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	41,61	51,0%	22,6%	8,0%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	32,3	42,8%	17,4%	4,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,51	33,2%	12,6%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	36,14	32,4%	17,4%	8,2%	2,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	74,63	36,0%	26,6%	19,2%	12,6%	4,6%	3,6%	1,6%	1,6%
Para Ns = 1000										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	41,12	50,7%	24,3%	7,7%	1,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	30,93	40,0%	16,0%	4,1%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,53	34,2%	13,4%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	35,76	31,5%	17,3%	8,3%	2,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	79,53	37,1%	27,4%	20,0%	13,0%	5,2%	3,5%	1,5%	1,5%
Para Ns = 1500										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	40,98	51,7%	24,0%	7,6%	1,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	31,12	39,9%	16,4%	3,9%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	28,35	34,5%	14,3%	2,7%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	35,72	33,1%	17,4%	8,2%	2,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	79,68	36,3%	26,9%	19,9%	13,2%	5,4%	3,7%	1,7%	1,7%
Para Ns = 2000										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	40,47	51,5%	24,0%	7,7%	1,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	31,38	40,5%	16,3%	3,8%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,92	33,9%	13,8%	2,5%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	35,74	33,0%	17,3%	7,9%	2,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	77,48	35,8%	26,2%	19,1%	12,6%	5,3%	3,6%	1,6%	1,6%
Para Ns = 5000										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	39,98	50,3%	23,0%	8,2%	1,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	30,44	40,1%	15,1%	3,4%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,28	33,9%	13,1%	2,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	35,02	33,0%	17,2%	7,5%	1,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	75,34	35,6%	26,4%	18,9%	12,4%	5,4%	3,6%	1,9%	1,9%
Para Ns = 10000										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	40,14	50,3%	23,3%	8,1%	1,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	30,44	40,0%	15,4%	3,4%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,04	34,2%	12,6%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	34,61	32,4%	17,0%	7,2%	1,8%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	78,85	36,2%	27,1%	19,6%	12,8%	5,8%	3,7%	1,8%	1,8%
Para Ns = 20000										
Pc	Pm	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000	
0,95	0,10000	39,98	50,2%	23,1%	8,0%	1,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,08000	30,58	40,0%	15,5%	3,4%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,06400	27,03	34,0%	12,6%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,05120	34,24	32,5%	17,0%	7,0%	1,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
0,95	0,04096	77,04	35,6%	26,6%	19,4%	12,6%	5,7%	3,6%	1,9%	1,9%

Apêndice C – Tabelas dos Experimentos do AGD-CV e do AGD-MF com diferentes Iterações de Troca

Experimentos com o AGD-CV:

- Para tamanho da população = 100

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
100	2	13,4	62	7	0	0	0	0	0
100	3	13,09	69	1	0	0	0	0	0
100	4	12,6	59	4	0	0	0	0	0
100	5	12,15	55	5	0	0	0	0	0
100	6	11,47	47	3	0	0	0	0	0
100	7	10,93	49	6	0	0	0	0	0
100	8	10,54	46	5	2	0	0	0	0
100	9	9,43	24	3	0	0	0	0	0
100	10	9,09	23	1	0	0	0	0	0
100	11	9,15	27	6	0	0	0	0	0
100	12	9,02	27	4	0	0	0	0	0
100	13	9,01	26	4	1	0	0	0	0
100	14	8,73	19	3	0	0	0	0	0
100	15	9,02	22	10	1	0	0	0	0
100	16	9,08	24	12	0	0	0	0	0
100	17	9,03	28	9	1	0	0	0	0
100	18	9,01	25	10	0	0	0	0	0
100	19	9,13	29	12	0	0	0	0	0
100	20	9,12	29	10	0	0	0	0	0
100	21	9,24	30	13	2	0	0	0	0
100	22	9,12	29	12	0	0	0	0	0
100	23	9,29	30	11	2	0	0	0	0
100	24	9,21	30	13	0	0	0	0	0
100	25	9,14	30	10	0	0	0	0	0
100	26	9,33	30	16	0	0	0	0	0
100	27	9,55	30	17	2	0	0	0	0
100	28	9,39	30	16	1	0	0	0	0
100	29	9,48	30	18	0	0	0	0	0
100	30	9,41	30	16	1	0	0	0	0

- Para tamanho da população = 80

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
80	6	12,86	81	5	0	0	0	0	0
80	7	12,24	78	8	0	0	0	0	0
80	8	11,65	73	12	0	0	0	0	0
80	9	10,87	50	7	1	0	0	0	0
80	10	10,47	48	5	0	0	0	0	0
80	11	10,17	45	7	0	0	0	0	0
80	12	9,94	41	3	0	0	0	0	0
80	13	9,92	33	10	0	0	0	0	0
80	14	10,2	47	7	0	0	0	0	0
80	15	10,12	43	8	0	0	0	0	0
80	16	10,08	45	11	0	0	0	0	0
80	17	10,48	48	18	2	0	0	0	0
80	18	10,45	49	20	1	0	0	0	0
80	19	10,63	53	16	1	0	0	0	0
80	20	10,73	52	22	1	0	0	0	0

- Para tamanho da população = 60

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
60	2	20,12	226	49	5	0	0	0	0
60	3	19,66	215	42	4	0	0	0	0
60	4	19,6	216	49	5	0	0	0	0
60	5	18,9	221	57	3	0	0	0	0
60	6	17,34	178	39	4	0	0	0	0
60	7	17,03	176	47	3	0	0	0	0
60	8	15,59	157	36	1	0	0	0	0
60	9	14,84	130	39	3	0	0	0	0
60	10	14,19	138	27	2	0	0	0	0
60	11	13,41	108	28	1	0	0	0	0
60	12	12,87	95	23	1	0	0	0	0
60	13	12,56	94	23	2	0	0	0	0
60	14	12,62	91	26	2	0	0	0	0
60	15	12,64	90	24	3	0	0	0	0
60	16	12,69	93	27	1	0	0	0	0
60	17	12,74	94	23	4	0	0	0	0
60	18	12,94	100	32	3	0	0	0	0
60	19	12,98	103	31	2	0	0	0	0
60	20	13,21	108	35	2	0	0	0	0
60	21	12,97	103	29	0	0	0	0	0
60	22	14	109	49	5	0	0	0	0

- Para tamanho da população = 40

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
40	2	38,07	351	197	90	21	0	0	0
40	3	36,44	355	179	87	20	0	0	0
40	4	37,56	365	204	92	18	0	0	0
40	5	33,9	345	182	79	13	0	0	0
40	6	34,46	319	179	71	18	0	0	0
40	7	34,83	328	175	81	20	1	0	0
40	8	33,05	322	183	85	13	0	0	0
40	9	33,37	307	185	82	14	0	0	0
40	10	32,69	284	172	85	18	0	0	0
40	11	32,77	283	165	78	24	0	0	0
40	12	32,96	266	163	90	23	1	0	0
40	13	31,64	249	153	78	23	1	0	0
40	14	31,04	279	168	75	15	0	0	0
40	15	33,55	274	168	88	30	0	0	0
40	16	31,13	281	165	72	20	0	0	0
40	17	31,28	273	161	77	18	0	0	0
40	18	32,72	289	182	83	17	0	0	0
40	19	31,69	292	170	79	17	0	0	0
40	20	31,28	306	172	75	15	0	0	0
40	21	32,93	310	175	79	19	1	0	0
40	22	32,93	319	178	72	19	0	0	0
40	23	34,15	329	192	100	15	0	0	0
40	24	33,23	348	183	78	16	0	0	0
40	25	35,6	363	199	102	18	0	0	0
40	26	32,96	385	175	81	15	0	0	0
40	27	35,11	385	196	91	18	0	0	0
40	28	35,48	385	189	94	22	0	0	0
40	29	35,49	385	203	89	17	0	0	0
40	30	36,11	385	208	90	21	0	0	0
40	31	34,83	385	197	83	18	0	0	0
40	32	36,65	385	213	88	22	1	0	0
40	33	39	385	228	107	30	0	0	0
40	34	38,14	385	214	97	23	0	0	0
40	35	38,7	385	238	105	22	0	0	0
40	36	38,05	385	234	96	21	0	0	0
40	37	40,15	385	243	113	32	1	0	0
40	38	38,19	385	247	92	17	1	0	0
40	39	40,57	385	259	118	24	0	0	0
40	40	39,95	385	253	115	23	0	0	0
40	41	39,76	385	256	108	27	0	0	0
40	42	40,11	385	276	107	24	0	0	0
40	43	40,02	385	272	112	23	0	0	0
40	44	42,49	385	289	130	28	0	0	0
40	45	40,42	385	304	101	23	0	0	0
40	46	42,22	385	303	118	22	0	0	0
40	47	42,74	385	317	124	31	0	0	0
40	48	45,2	385	324	133	35	0	0	0
40	49	42,36	385	350	110	29	0	0	0
40	50	42,58	385	360	113	24	0	0	0
40	51	43,56	385	385	121	25	0	0	0
40	52	42,98	385	385	123	25	0	0	0
40	53	43,78	385	385	124	28	0	0	0
40	54	44,26	385	385	124	23	0	0	0
40	55	45,43	385	385	133	27	1	0	0
40	56	46,47	385	385	131	31	2	0	0
40	57	45,31	385	385	136	25	0	0	0
40	58	47,33	385	385	145	36	1	0	0
40	59	46,17	385	385	143	19	0	0	0
40	60	46,49	385	385	131	34	0	0	0
40	61	48,66	385	385	153	36	2	0	0
40	62	48,41	385	385	142	43	1	0	0
40	63	49,03	385	385	142	35	0	0	0
40	64	48,67	385	385	151	33	0	0	0
40	65	50,2	385	385	165	37	1	0	0
40	66	50,34	385	385	163	38	0	0	0
40	67	50,88	385	385	171	39	1	0	0
40	68	50,84	385	385	156	44	0	0	0
40	69	50,72	385	385	171	34	0	0	0
40	70	51,82	385	385	169	35	1	0	0
40	71	51,61	385	385	186	32	0	0	0
40	72	51,05	385	385	181	31	0	0	0
40	73	52,63	385	385	196	36	0	0	0
40	74	53,68	385	385	197	37	0	0	0
40	75	53,58	385	385	181	38	3	0	0
40	76	54,63	385	385	200	44	0	0	0
40	77	53,93	385	385	191	39	1	0	0
40	78	54	385	385	197	35	0	0	0
40	79	54,75	385	385	199	43	1	0	0
40	80	55,43	385	385	201	44	1	0	0
40	81	56,17	385	385	217	43	0	0	0
40	82	55,91	385	385	206	45	0	0	0
40	83	57,3	385	385	234	52	0	0	0
40	84	55,76	385	385	220	42	1	0	0
40	85	57,59	385	385	237	48	1	0	0
40	86	57,03	385	385	234	40	0	0	0
40	87	58,33	385	385	245	50	0	0	0
40	88	58,8	385	385	246	52	1	0	0
40	89	58,7	385	385	257	49	2	0	0
40	90	59,09	385	385	252	50	0	0	0
40	91	62,91	385	385	258	67	1	0	0
40	92	60,42	385	385	272	50	1	0	0
40	93	61,47	385	385	281	61	1	0	0
40	94	61,33	385	385	293	50	3	0	0
40	95	62,06	385	385	298	56	1	0	0
40	96	59,59	385	385	306	48	0	0	0
40	97	62,89	385	385	322	67	0	0	0
40	98	61,84	385	385	329	59	0	0	0
40	99	64,47	385	385	342	68	2	1	0
40	100	64,1	385	385	359	67	1	0	0

- Para tamanho da população = 20

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
20	2	87,65	676	432	263	117	17	5	0
20	3	87,57	690	408	246	126	19	5	1
20	4	86,45	660	405	250	119	18	5	0
20	5	78,14	680	386	231	96	10	4	0
20	6	83,4	683	388	229	115	19	5	1
20	7	90,6	672	426	263	141	20	5	1
20	8	85,83	649	401	253	126	16	8	2
20	9	82,91	651	400	253	123	10	0	0
20	10	78,17	636	388	221	116	8	2	0
20	11	75,74	641	391	211	95	11	4	0
20	12	80,6	626	384	239	117	12	1	0
20	13	79,05	617	377	236	98	14	5	0
20	14	77,76	639	372	217	104	13	6	1
20	15	83,7	647	415	229	125	15	3	0
20	16	89,42	676	403	242	128	22	7	1
20	17	84,33	671	411	244	121	18	2	0
20	18	88,39	666	412	254	121	25	8	2
20	19	86,64	692	436	244	128	16	1	0
20	20	83,14	717	431	248	106	9	4	0
20	21	83,19	714	445	251	119	7	1	1
20	22	86,83	728	445	253	113	11	6	0
20	23	90,38	747	438	267	126	15	7	1
20	24	86,13	772	462	255	119	5	4	0
20	25	89,47	791	463	247	118	16	2	0
20	26	89,61	813	477	271	121	8	0	0
20	27	94,46	813	492	251	128	18	6	0
20	28	99,57	813	514	278	152	19	4	0
20	29	93,58	813	505	275	141	14	4	1
20	30	89,66	813	519	264	115	12	1	0
20	31	99,11	813	526	286	133	21	3	0
20	32	96,24	813	540	272	131	16	7	0
20	33	92,08	813	529	267	115	15	6	1
20	34	90,53	813	548	258	113	11	3	1
20	35	92,3	813	558	256	116	15	1	0
20	36	96,7	813	566	279	118	22	5	1
20	37	96,44	813	583	284	129	12	4	1
20	38	100,65	813	612	291	132	17	3	0
20	39	98,1	813	631	293	130	14	4	2
20	40	108,89	813	656	310	157	26	5	1
20	41	107,37	813	632	300	162	22	5	1
20	42	106,43	813	658	304	145	18	8	0
20	43	102,96	813	672	292	135	18	1	0
20	44	106,79	813	691	317	147	16	3	0
20	45	104,22	813	696	299	144	9	4	0
20	46	110,19	813	730	336	151	16	2	0
20	47	103,29	813	726	300	134	10	2	1
20	48	107,7	813	748	308	139	15	4	0
20	49	103,12	813	763	296	124	15	5	0
20	50	108,52	813	788	318	145	17	3	1
20	51	112,65	813	812	327	157	22	6	1
20	52	110,81	813	812	330	146	16	5	0
20	53	111,99	813	812	347	146	18	6	1
20	54	110,21	813	812	343	135	19	5	0
20	55	120,4	813	812	348	167	23	7	0
20	56	114,42	813	812	345	157	23	5	1
20	57	114,38	813	812	340	153	16	2	0
20	58	117,97	813	812	373	165	19	2	1
20	59	121,49	813	812	385	161	22	9	1
20	60	116,92	813	812	354	161	23	4	0
20	61	118,08	813	812	367	152	19	4	1
20	62	117,9	813	812	374	159	18	7	1
20	63	121,13	813	812	376	159	22	4	0
20	64	117,05	813	812	369	146	22	2	0
20	65	116,86	813	812	377	157	19	2	0
20	66	120,7	813	812	395	164	19	2	0
20	67	117,21	813	812	407	161	11	4	1
20	68	127,52	813	812	443	191	20	3	0
20	69	119,68	813	812	400	153	16	2	1
20	70	121,6	813	812	418	156	15	3	0
20	71	124,39	813	812	428	162	24	4	0
20	72	126,79	813	812	442	184	16	4	3
20	73	131,46	813	812	462	177	21	5	0
20	74	130,47	813	812	467	178	22	3	1
20	75	131,68	813	812	469	175	23	7	0
20	76	127,43	813	812	491	177	15	2	0
20	77	132,44	813	812	505	165	26	6	0
20	78	132,77	813	812	491	177	26	5	0
20	79	131,66	813	812	527	200	17	7	4
20	80	135,85	813	812	524	184	21	3	1
20	81	134,04	813	812	529	187	20	4	1
20	82	131,95	813	812	533	176	21	6	1
20	83	133,38	813	812	530	173	20	7	1
20	84	137,65	813	812	566	181	26	8	1
20	85	140,06	813	812	563	196	27	8	1
20	86	135,32	813	812	576	183	16	3	0
20	87	138,87	813	812	600	192	16	6	1
20	88	141,14	813	812	596	208	21	5	1
20	89	141,53	813	812	621	202	21	4	0
20	90	141,99	813	812	642	200	23	8	0
20	91	141,62	813	812	628	209	20	4	1
20	92	143,29	813	812	654	192	26	8	1
20	93	144,04	813	812	669	202	20	8	0
20	94	145,22	813	812	676	198	30	6	2
20	95	148,98	813	812	689	219	23	5	0
20	96	140,39	813	812	721	187	18	3	1
20	97	145,91	813	812	747	202	17	2	1
20	98	147,74	813	812	743	200	22	6	0
20	99	145,49	813	812	759	195	24	6	0
20	100	150,35	813	812	784	205	24	6	0

Experimentos com o AGD-MF:

- Para tamanho da população = 200

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
200	2	13,22	52	1	0	0	0	0	0
200	3	13,31	57	1	0	0	0	0	0
200	4	13	52	2	0	0	0	0	0
200	5	12,55	40	0	0	0	0	0	0
200	6	12,64	50	1	0	0	0	0	0
200	7	12,32	58	3	1	0	0	0	0
200	8	12,78	64	11	0	0	0	0	0
200	9	13,11	62	15	5	1	0	0	0
200	10	13,48	83	20	3	0	0	0	0
200	11	14,07	104	35	4	0	0	0	0
200	12	14,38	107	32	4	0	0	0	0
200	13	14,4	118	32	3	0	0	0	0
200	14	14,72	117	38	6	0	0	0	0
200	15	15,56	151	48	3	0	0	0	0
200	16	15,9	164	54	4	0	0	0	0
200	17	15,92	176	44	4	0	0	0	0
200	18	16,99	196	58	7	0	0	0	0
200	19	17,17	202	64	6	0	0	0	0
200	20	17,14	215	53	7	0	0	0	0
200	21	17,42	221	57	2	0	0	0	0
200	22	17,88	227	74	6	0	0	0	0
200	23	17,9	231	65	6	0	0	0	0
200	24	18,17	233	70	4	0	0	0	0
200	25	18,48	235	71	9	1	0	0	0
200	26	18,59	237	86	5	0	0	0	0
200	27	19,29	237	85	11	1	0	0	0
200	28	19,6	237	101	10	0	0	0	0
200	29	19,68	237	103	9	0	0	0	0
200	30	20,01	237	105	11	0	0	0	0
200	31	19,73	237	107	4	0	0	0	0
200	32	20,23	237	127	10	0	0	0	0
200	33	20,93	237	132	11	0	0	0	0
200	34	20,88	237	148	12	0	0	0	0
200	35	20,75	237	149	7	0	0	0	0
200	36	21,22	237	166	8	1	0	0	0
200	37	21,34	237	168	11	0	0	0	0
200	38	21,73	237	176	14	0	0	0	0
200	39	22,26	237	190	17	1	0	0	0
200	40	22,65	237	200	23	0	0	0	0
200	41	22,17	237	212	12	0	0	0	0
200	42	22,62	237	214	15	0	0	0	0
200	43	22,97	237	215	16	0	0	0	0
200	44	23,07	237	221	15	1	0	0	0
200	45	23,11	237	231	15	1	0	0	0
200	46	23,39	237	232	22	0	0	0	0
200	47	23,81	237	235	20	1	0	0	0
200	48	24,1	237	235	20	0	0	0	0
200	49	24,24	237	236	15	0	0	0	0
200	50	24,11	237	236	19	0	0	0	0
200	51	24,84	237	236	22	0	0	0	0
200	52	25,45	237	236	26	1	0	0	0
200	53	25,14	237	236	26	0	0	0	0
200	54	25,63	237	236	27	0	0	0	0
200	55	25,4	237	236	27	0	0	0	0
200	56	26,08	237	236	28	0	0	0	0
200	57	26,16	237	236	30	1	0	0	0
200	58	26,47	237	236	31	0	0	0	0
200	59	26,4	237	236	30	2	0	0	0
200	60	26,93	237	236	33	0	0	0	0
200	61	27,26	237	236	34	0	0	0	0
200	62	26,83	237	236	28	0	0	0	0
200	63	27,86	237	236	37	1	0	0	0
200	64	27,95	237	236	46	0	0	0	0
200	65	28,07	237	236	43	1	0	0	0
200	66	28,12	237	236	49	0	0	0	0
200	67	28,46	237	236	45	0	0	0	0
200	68	28,62	237	236	45	0	0	0	0
200	69	29,03	237	236	52	1	0	0	0
200	70	29,22	237	236	58	0	0	0	0
200	71	29,54	237	236	55	0	0	0	0
200	72	29,78	237	236	64	1	0	0	0
200	73	30,31	237	236	82	1	0	0	0
200	74	30,52	237	236	79	1	0	0	0
200	75	30,89	237	236	88	0	0	0	0
200	76	30,8	237	236	78	2	0	0	0
200	77	30,79	237	236	89	0	0	0	0
200	78	31,09	237	236	98	0	0	0	0
200	79	31,47	237	236	103	1	0	0	0
200	80	31,65	237	236	115	1	0	0	0
200	81	31,97	237	236	103	2	0	0	0
200	82	32,18	237	236	125	2	0	0	0
200	83	32,21	237	236	125	0	0	0	0
200	84	32,63	237	236	144	1	0	0	0
200	85	33,12	237	236	150	2	0	0	0
200	86	32,74	237	236	142	1	0	0	0
200	87	33,32	237	236	169	2	0	0	0
200	88	33,61	237	236	181	2	0	0	0
200	89	34,12	237	236	190	1	0	0	0
200	90	34,3	237	236	198	1	0	0	0
200	91	33,81	237	236	200	0	0	0	0
200	92	34,58	237	236	209	4	0	0	0
200	93	34,71	237	236	217	3	0	0	0
200	94	35,26	237	236	227	4	0	0	0
200	95	35,44	237	236	228	3	0	0	0
200	96	35,46	237	236	230	2	0	0	0
200	97	35,66	237	236	234	1	0	0	0
200	98	35,67	237	236	235	2	0	0	0
200	99	36,49	237	236	234	3	0	0	0
200	100	36,41	237	236	235	1	0	0	0

- Para tamanho da população = 70

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
70	2	29,48	396	152	24	0	0	0	0
70	3	28,73	369	136	26	1	0	0	0
70	4	27,94	361	136	15	0	0	0	0
70	5	28,82	374	137	25	1	0	0	0
70	6	30,52	412	163	29	0	0	0	0
70	7	30,53	409	166	29	2	0	0	0
70	8	32,84	447	191	38	2	0	0	0
70	9	32,95	476	194	32	2	0	0	0
70	10	33,19	486	194	38	2	0	0	0
70	11	34,67	518	218	40	1	0	0	0
70	12	35,2	512	216	46	1	0	0	0
70	13	36,17	527	227	49	4	0	0	0
70	14	37,69	566	255	55	2	0	0	0
70	15	38,23	577	277	44	0	0	0	0
70	16	39,78	599	274	56	2	0	0	0
70	17	42,09	615	307	70	3	0	0	0
70	18	42,77	617	309	82	3	0	0	0
70	19	42,46	622	339	51	5	0	0	0
70	20	43,43	639	337	63	4	0	0	0
70	21	44,93	644	351	81	3	0	0	0
70	22	44,15	653	366	54	2	0	0	0
70	23	46,24	653	387	70	3	0	0	0
70	24	45,93	653	405	77	0	0	0	0
70	25	48,71	655	420	98	4	0	0	0
70	26	47,08	657	407	79	2	0	0	0
70	27	48,48	657	441	79	5	0	0	0
70	28	49,62	657	455	93	6	0	0	0
70	29	50,05	657	455	96	5	0	0	0
70	30	49,87	657	480	86	5	0	0	0
70	31	49,87	657	477	88	4	0	0	0
70	32	50,55	657	507	87	3	0	0	0
70	33	52,54	657	546	93	2	0	0	0
70	34	53,36	657	540	108	5	0	0	0
70	35	53,58	657	561	105	3	0	0	0
70	36	52,78	657	564	100	0	0	0	0
70	37	55,41	657	584	118	7	0	0	0
70	38	56,29	657	596	126	4	0	0	0
70	39	57,46	657	611	135	9	0	0	0
70	40	56,19	657	624	124	4	0	0	0
70	41	57,32	657	628	122	8	0	0	0
70	42	58,83	657	629	146	6	0	0	0
70	43	59,09	657	637	134	5	0	0	0
70	44	59,06	657	634	135	7	0	0	0
70	45	60,62	657	644	163	10	0	0	0
70	46	61,07	657	652	153	10	0	0	0
70	47	61,42	657	650	150	9	0	0	0
70	48	62,55	657	652	178	8	0	0	0
70	49	63,21	657	652	176	4	0	0	0
70	50	63,82	657	652	171	7	0	0	0
70	51	63,4	657	653	168	10	0	0	0
70	52	63,83	657	653	176	7	0	0	0
70	53	65,64	657	653	188	9	0	0	0
70	54	65,83	657	653	209	6	0	0	0
70	55	67,27	657	653	214	4	0	0	0
70	56	67,06	657	653	208	9	0	0	0
70	57	67,89	657	653	226	11	0	0	0
70	58	69,25	657	653	229	9	0	0	0
70	59	69,12	657	653	237	9	0	0	0
70	60	70,31	657	653	245	12	0	0	0
70	61	70,63	657	653	248	9	0	0	0
70	62	71,01	657	653	257	10	0	0	0
70	63	71,98	657	653	276	8	0	0	0
70	64	73,01	657	653	286	16	0	0	0
70	65	73,57	657	653	276	14	0	0	0
70	66	74,93	657	653	313	16	0	0	0
70	67	74,4	657	653	307	12	0	0	0
70	68	74,83	657	653	313	14	0	0	0
70	69	74,43	657	653	319	15	0	0	0
70	70	78,57	657	653	363	24	0	0	0
70	71	77,6	657	653	367	15	0	0	0
70	72	76,77	657	653	343	10	0	0	0
70	73	76,88	657	653	371	14	0	0	0
70	74	79,53	657	653	394	17	0	0	0
70	75	80,08	657	653	400	20	0	0	0
70	76	80,98	657	653	423	17	0	0	0
70	77	82,21	657	653	452	22	0	0	0
70	78	82,25	657	653	428	19	0	0	0
70	79	81,64	657	653	447	18	0	0	0
70	80	82,2	657	653	459	20	0	0	0
70	81	83,81	657	653	499	22	0	0	0
70	82	83,71	657	653	500	24	0	0	0
70	83	86,3	657	653	528	18	0	0	0
70	84	86,55	657	653	537	33	0	0	0
70	85	86,86	657	653	551	28	0	0	0
70	86	87,35	657	653	569	18	0	0	0
70	87	87,33	657	653	574	23	0	0	0
70	88	88,92	657	653	598	29	0	0	0
70	89	88,19	657	653	604	21	0	0	0
70	90	90,13	657	653	625	25	0	0	0
70	91	91,2	657	653	624	36	0	0	0
70	92	90,77	657	653	638	29	0	0	0
70	93	91,31	657	653	633	30	0	0	0
70	94	93,29	657	653	648	36	0	0	0
70	95	94,51	657	653	643	38	0	0	0
70	96	95,24	657	653	648	28	0	0	0
70	97	95,25	657	653	652	37	0	0	0
70	98	94,75	657	653	652	25	0	0	0
70	99	96,4	657	653	652	41	0	0	0
70	100	95,86	657	653	652	29	0	0	0

- Para tamanho da população = 50

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
50	2	44,46	514	281	96	16	0	0	0
50	3	41,44	497	254	88	12	0	0	0
50	4	43,17	535	265	102	9	0	0	0
50	5	43,12	546	282	90	12	0	0	0
50	6	45,78	590	293	103	13	0	0	0
50	7	45,89	580	295	109	16	0	0	0
50	8	45,56	578	306	105	10	0	0	0
50	9	46,77	607	305	106	13	0	0	0
50	10	47,23	622	319	113	9	0	0	0
50	11	49,42	645	344	123	11	0	0	0
50	12	51,62	680	368	118	17	0	0	0
50	13	50,12	687	342	116	14	0	0	0
50	14	52,94	706	380	127	16	0	0	0
50	15	55,02	727	376	136	21	0	0	0
50	16	52,32	723	382	114	13	0	0	0
50	17	54,99	743	428	126	13	0	0	0
50	18	55,78	750	423	122	21	0	0	0
50	19	57,88	757	461	129	17	0	0	0
50	20	58,34	758	443	143	24	0	0	0
50	21	57,56	769	467	131	16	0	0	0
50	22	59,46	772	484	145	16	0	0	0
50	23	61,16	769	499	148	27	0	0	0
50	24	60,74	773	497	155	15	0	0	0
50	25	62,26	777	524	149	19	0	0	0
50	26	60,81	787	511	151	17	0	0	0
50	27	62,81	787	548	164	22	0	0	0
50	28	64,4	787	563	175	20	0	0	0
50	29	64,79	787	588	163	22	0	0	0
50	30	67,2	787	594	196	25	0	0	0
50	31	68,27	787	607	198	30	0	0	0
50	32	68,86	787	622	197	27	0	0	0
50	33	68,01	787	643	197	22	0	0	0
50	34	70,1	787	661	204	21	0	0	0
50	35	71,74	787	658	193	29	1	0	0
50	36	70,67	787	686	213	24	0	0	0
50	37	70,69	787	684	213	26	0	0	0
50	38	71,76	787	691	210	27	0	0	0
50	39	72,98	787	720	228	26	1	0	0
50	40	74,84	787	733	219	35	1	0	0
50	41	75,95	787	733	236	33	0	0	0
50	42	74,26	787	735	211	29	0	0	0
50	43	76,54	787	734	233	38	1	0	0
50	44	76,96	787	746	243	24	0	0	0
50	45	76,61	787	757	245	30	0	0	0
50	46	80,6	787	759	270	34	0	0	0
50	47	78,93	787	758	259	34	0	0	0
50	48	79,8	787	761	254	38	0	0	0
50	49	80,39	787	761	269	34	0	0	0
50	50	80,56	787	761	272	34	0	0	0
50	51	83,93	787	761	294	41	0	0	0
50	52	84,33	787	761	303	39	0	0	0
50	53	84,6	787	761	303	41	0	0	0
50	54	84,84	787	761	294	35	0	0	0
50	55	83,8	787	761	298	34	0	0	0
50	56	86,13	787	761	322	42	0	0	0
50	57	87,95	787	761	323	47	0	0	0
50	58	89,01	787	761	342	48	1	0	0
50	59	86,48	787	761	332	40	0	0	0
50	60	89,27	787	761	365	35	1	0	0
50	61	87,68	787	761	341	38	0	0	0
50	62	90,04	787	761	360	50	0	0	0
50	63	91,31	787	761	388	42	1	0	0
50	64	92,82	787	761	400	46	0	0	0
50	65	93,88	787	761	394	54	0	0	0
50	66	93,97	787	761	415	56	0	0	0
50	67	93,37	787	761	400	46	0	0	0
50	68	93	787	761	423	39	0	0	0
50	69	95,51	787	761	451	52	0	0	0
50	70	98,52	787	761	448	62	1	0	0
50	71	100,19	787	761	475	58	2	0	0
50	72	99,56	787	761	493	60	0	0	0
50	73	98,38	787	761	489	49	1	0	0
50	74	100,65	787	761	506	63	0	0	0
50	75	97,73	787	761	524	45	0	0	0
50	76	102,31	787	761	520	67	0	0	0
50	77	103,92	787	761	535	68	0	0	0
50	78	101,4	787	761	562	54	0	0	0
50	79	103,98	787	761	591	70	0	0	0
50	80	103,94	787	761	602	61	0	0	0
50	81	105,38	787	761	621	61	0	0	0
50	82	103,19	787	761	607	62	0	0	0
50	83	108,69	787	761	635	76	0	0	0
50	84	107,75	787	761	650	68	0	0	0
50	85	107,89	787	761	651	72	0	0	0
50	86	108,61	787	761	684	65	1	0	0
50	87	109,92	787	761	683	91	0	0	0
50	88	110,07	787	761	713	85	0	0	0
50	89	110,93	787	761	723	69	0	0	0
50	90	111,99	787	761	725	84	0	0	0
50	91	112	787	761	729	83	0	0	0
50	92	113,4	787	761	742	82	0	0	0
50	93	111,81	787	761	740	84	0	0	0
50	94	115,1	787	761	748	88	0	0	0
50	95	117,94	787	761	751	105	0	0	0
50	96	118,37	787	761	759	105	0	0	0
50	97	116,91	787	761	759	82	0	0	0
50	98	119,06	787	761	760	98	0	0	0
50	99	119,21	787	761	761	99	0	0	0
50	100	117,26	787	761	761	83	0	0	0

- Para tamanho da população = 20

Pop	Iteração de Troca	Media	NaoAte25	NaoAte50	NaoAte100	NaoAte200	NaoAte500	NaoAte700	NaoAte1000
20	2	189,77	831	666	542	351	117	54	15
20	3	186,13	829	678	542	350	108	41	12
20	4	197,13	855	712	570	385	117	49	19
20	5	186,81	836	690	547	346	104	50	16
20	6	192,93	878	704	548	357	106	46	17
20	7	196,63	891	720	561	345	123	61	18
20	8	202,02	903	725	580	373	123	57	21
20	9	206,74	916	726	584	379	132	63	22
20	10	216,12	900	740	599	401	143	71	24
20	11	219,36	920	756	595	409	137	63	18
20	12	203,99	932	765	584	376	118	57	22
20	13	199,66	940	750	553	371	115	52	16
20	14	198,78	933	733	560	370	117	53	20
20	15	223,26	953	785	624	411	131	60	14
20	16	214,61	965	758	575	381	129	66	17
20	17	215,65	961	781	596	399	124	56	14
20	18	210,12	978	782	583	391	120	54	17
20	19	218,11	977	800	608	414	123	66	21
20	20	219,13	980	805	630	425	126	61	21
20	21	224,03	982	834	643	416	135	71	27
20	22	218,74	984	805	618	396	124	59	15
20	23	216,73	990	837	615	404	115	56	18
20	24	223,58	994	842	628	430	129	61	23
20	25	231,78	996	845	629	439	137	67	18
20	26	223,71	997	842	617	432	130	71	26
20	27	220,02	997	867	636	431	128	70	28
20	28	224,69	997	857	614	423	129	69	23
20	29	216,48	997	880	634	408	119	62	23
20	30	218,87	997	876	624	401	127	63	21
20	31	221,64	997	888	635	412	134	62	24
20	32	218,87	997	900	644	419	123	54	20
20	33	232,22	997	910	649	453	133	63	28
20	34	228,29	997	915	631	418	137	65	22
20	35	224,33	997	921	647	418	128	61	21
20	36	231,07	997	914	636	416	139	61	18
20	37	242,58	997	944	678	462	137	71	21
20	38	239,65	997	948	674	444	153	76	25
20	39	236,92	997	954	661	447	145	75	25
20	40	241,11	997	962	674	433	148	72	24
20	41	238,54	997	961	681	433	137	69	21
20	42	240,23	997	970	679	437	139	69	26
20	43	251,14	997	969	693	466	153	65	18
20	44	239,41	997	976	659	438	142	61	19
20	45	234,77	997	984	673	431	137	61	15
20	46	235,2	997	981	668	415	123	57	10
20	47	241,95	997	987	698	425	141	68	19
20	48	248,23	997	994	713	451	145	55	14
20	49	244,93	997	993	717	453	135	56	17
20	50	234,28	997	992	700	419	136	58	20
20	51	243,28	997	997	714	450	150	61	21
20	52	246,6	997	997	708	446	142	62	18
20	53	246,77	997	997	712	450	150	66	23
20	54	242,49	997	997	708	448	142	62	22
20	55	249,29	997	997	731	462	145	55	16
20	56	246,54	997	997	727	445	148	62	20
20	57	248,52	997	997	730	464	149	68	24
20	58	252,66	997	997	730	474	146	66	17
20	59	252,05	997	997	746	461	136	78	24
20	60	257,07	997	997	755	478	145	67	17
20	61	252,85	997	997	752	484	145	67	22
20	62	260,4	997	997	757	502	160	76	29
20	63	257,81	997	997	760	480	153	74	28
20	64	261,22	997	997	766	485	149	78	25
20	65	259,2	997	997	787	483	152	85	31
20	66	255,94	997	997	794	490	134	65	24
20	67	255,83	997	997	758	479	140	64	20
20	68	264,39	997	997	808	485	151	71	17
20	69	268,85	997	997	798	486	154	68	10
20	70	280,19	997	997	808	504	175	81	18
20	71	267,22	997	997	793	485	156	70	14
20	72	273,1	997	997	842	506	145	67	12
20	73	270,16	997	997	825	494	147	77	21
20	74	264,54	997	997	835	497	148	71	21
20	75	269,15	997	997	861	491	152	74	24
20	76	259,69	997	997	836	475	142	82	26
20	77	258,55	997	997	844	482	132	63	20
20	78	257,46	997	997	861	504	130	72	28
20	79	269,7	997	997	864	513	148	78	28
20	80	276,5	997	997	877	521	168	80	29
20	81	277,35	997	997	889	542	160	70	26
20	82	269,29	997	997	896	515	149	74	32
20	83	263,59	997	997	903	502	143	62	23
20	84	272,34	997	997	905	525	155	63	25
20	85	279,48	997	997	909	535	161	70	21
20	86	274,81	997	997	921	524	166	79	29
20	87	279,58	997	997	928	517	168	77	24
20	88	281,64	997	997	939	513	184	78	26
20	89	288,65	997	997	952	560	177	83	28
20	90	283,77	997	997	953	540	164	74	19
20	91	286,76	997	997	963	538	171	83	21
20	92	280,56	997	997	964	541	156	73	27
20	93	278,16	997	997	969	512	170	69	20
20	94	279,72	997	997	980	528	157	75	25
20	95	283,35	997	997	988	553	175	84	34
20	96	282,13	997	997	984	549	160	72	25
20	97	280,58	997	997	991	536	164	74	28
20	98	285,27	997	997	990	566	171	92	34
20	99	290,77	997	997	990	564	157	76	26
20	100	289,08	997	997	992	563	165	80	26