ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PROJETO DE FILTROS TIPO “SÓ-PÓLO” PARA MALHAS DE
SINCRONISMO DE FASE DE ALTA FREQUÊNCIA

RICARDO BRESSAN PINHEIRO

SÃO PAULO

2010

RICARDO BRESSAN PINHEIRO

PROJETO DE FILTROS TIPO “SÓ-PÓLO” PARA MALHAS DE
SINCRONISMO DE FASE DE ALTA FREQUÊNCIA

Tese apresentada à escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia
Elétrica.

Área de concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador: Prof. Dr. José Roberto
Castilho Piqueira

SÃO PAULO

2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Pinheiro, Ricardo Bressan

Projeto de filtros tipo “só-polo” para malhas de sincronismo de fase de alta frequência / R.B. Pinheiro. -- São Paulo, 2010. 133 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1. Filtros elétricos 2. Rede de telecomunicações 3. Sistemas de controle I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II. t.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. José Roberto Castilho Piqueira, novamente pela orientação e, especialmente, pelo contínuo incentivo ao longo dos últimos anos e pela amizade de longa data.

Aos membros da banca examinadora, pela disposição e pelo esforço dispendidos na valiação deste trabalho e na elaboração das sugestões dadas.

À minha esposa Siulene Fernandes Molina, grande companheira, pela paciência, dedicação e apoio inesgotáveis a mim dedicados desde o início desta jornada, e especialmente pelo amor por mim recebido nos últimos vinte anos da minha vida.

Aos amigos Átila Madureira Bueno, André Alves Ferreira, Reginaldo Inojosa da Silva Filho e Diego Colón pelo apoio dado e pelos inumeráveis momentos de ótima conversa.

Ao meu grande amigo Carlos Eduardo Silva Dantas, que nos deixou recentemente, por ter sido uma fonte contínua de exemplo e estímulo durante todo o tempo em que convivemos.

Aos meus pais, Ricardo Machado Pinheiro e Mary Yolanda Bressan Pinheiro, que nos deixaram algum tempo atrás, pela educação e exemplo de vida.

Aos professores do PTC da Poli Elétrica, pelos ensinamentos que recebi de todos, direta ou indiretamente.

PROJETO DE FILTROS “SÓ-PÓLO” PARA MALHAS DE SINCRONISMO DE FASE DE ALTA FREQUÊNCIA

RESUMO

Apresenta-se a evolução dos sistemas de comunicação, com ênfase especial nos sistemas com tecnologia óptica. Discute-se a necessidade contínua do aumento de capacidade de tais sistemas de comunicação, e a consequente repercussão sobre os futuros sistemas ópticos.

Em vista da necessidade do aumento de capacidade dos futuros sistemas de comunicação óptica, apresentam-se em seguida duas propostas recentes da literatura, sendo uma referente à realização de um gerador de pulsos ópticos estreitos, e a outra referente à implementação de um extrator de relógio realizado com técnicas ópticas. Apresenta-se um breve resumo da teoria das malhas de sincronismo de fase, ou PLLs, mostrando como as duas propostas discutidas realizam funções típicas desses sistemas. Ressalta-se a necessidade dos PLLs de sistemas ópticos possuírem ganhos de malha (parâmetro K) elevados.

Após a caracterização dos requisitos necessários para PLLs de futuros sistemas ópticos, e após um resumo de alguns conceitos necessários da teoria de redes e filtros elétricos, apresentam-se dois tipos de projeto de filtros para aqueles PLLs. As duas formas de projeto tem como objetivo viabilizar o uso de filtros de tipo e ordem arbitrários. Um tipo de projeto visa a realização da função de transferência do PLL com a curva de resposta igual à de um filtro escolhido. O outro tipo de projeto parte da realização do filtro de loop do PLL com as características de um tipo de filtro escolhido, e define métodos para ajustar a função de transferência resultante para esse PLL. Apresentam-se algoritmos para o cálculo de parâmetros importantes nos dois procedimentos.

Após a discussão dos dois pontos de vista de projeto, apresentam-se exemplos de realização de PLLs de acordo com as técnicas apresentadas. Para cada exemplo, mostram-se as curvas de resposta em frequência tanto do PLL como do correspondente filtro de loop, bem como o lugar das raízes e a resposta de captura do PLL obtido. O processo de captura foi estudado por simulações que procuram reproduzir o mais fielmente possível as condições reais de implementação, sem entretanto considerar efeitos de ruído.

Finalmente, mencionam-se brevemente possíveis linhas de pesquisa futuras, sendo o foco principal o uso de filtros com pólos e zeros finitos.

DESIGN OF ALL-POLE FILTERS FOR HIGH-FREQUENCY PHASE-LOCKED LOOPS

ABSTRACT

The evolution of communication systems is discussed, with emphasis on optical technology. Special consideration is given to the continuous need for increasing the capacity of such systems, and the impact over future optical communication.

In view of the great demands imposed over the capacity of future optical systems, an overview is presented of two recent proposals found in the literature, one of such proposals being the implementation of a generator of short optical pulses, and the other being a clock extractor device realized through the use of optical techniques. A brief review is made of phase-locked loop (or PLL) theory, to show how the discussed proposals could be used to realize typical functions found in these systems. The very high loop gains (the so-called parameter K) that must be used in PLLs of optical communication systems are emphasized.

After discussion of the necessary characteristics for PLLs of future optical systems, and also after a review of some concepts of the theory of electrical networks and filters, two design procedures for filters to be used in such PLLs are presented. Both designs have the goal of allowing the use of loop filters with any type and order. The first type of design has the objective to realize a PLL transfer function that has a frequency response identical to the response of a chosen type of filter. The other design starts with a chosen type of filter for a PLL loop filter, arriving to an suitable PLL transfer function. Some algorithms for determination of important design parameters are also presented.

After the discussion of the two types of design, some examples of PLLs obtained by such methods are presented. For each example, frequency response curves are presented for the PLL and the respective loop filter, as well as the root locus and the capture response for the PLL so obtained. The capture process was studied through the use of simulations with parameters intended to approximate real implementation conditions, although noise effects are not considered.

Finally, some possible research lines are discussed, whose main focus is on filters with finite poles and zeros.

ÍNDICE

I. EVOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO, COM ÊNFASE EM SISTEMAS ÓPTICOS	1
I.1 INTRODUÇÃO	2
I.2 O AUMENTO DA CAPACIDADE DOS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO... ..	2
I.3 EVOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA	8
I.3.1 PRIMEIRA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA	8
I.3.2 SEGUNDA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA.....	13
I.3.3 TERCEIRA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA	15
I.3.4 QUARTA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA	17
I.3.5 QUINTA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA	19
I.4 OBJETIVO DESTE TRABALHO	22
II. ALGUMAS TÉCNICAS PARA FUTUROS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA.....	25
II.1 INTRODUÇÃO	26
II.2 A TÉCNICA DE MULTIPLEXAÇÃO “TDM”	26
II.3 RESUMO DA TEORIA DE PLLs	29
II.4 UM EXEMPLO DE GERAÇÃO DE PULSOS ÓPTICOS ESTREITOS COM TAXA DE REPETIÇÃO SINCRONIZADA A UMA REFERÊNCIA.....	33
II.4.1 REQUISITOS GERAIS DE UM GERADOR DE PULSOS ESTREITOS PARA APLICAÇÕES OTDM	33
II.4.2 A TÉCNICA DE “MODE LOCKING”	34
II.4.2.1 MODOS DE UMA ESTRUTURA RESSONANTE	34
II.4.2.2 FORMAÇÃO DE UM TREM DE PULSOS ESTREITOS.....	35
II.4.2.3 CRIAÇÃO DA CONDIÇÃO DE “MODE LOCKING”	37
II.4.2.4 TAXA DE REPETIÇÃO DOS PULSOS GERADOS	39
II.4.3 UMA CONFIGURAÇÃO PARA UM GERADOR DE PULSOS ÓPTICOS ESTREITOS	40
II.4.4 OBSERVAÇÕES	44

II.5 UM RECUPERADOR (EXTRATOR) DO SINAL DE RELÓGIO CONTIDO EM UM FEIXE ÓPTICO	44
II.5.1 EXTRATORES DE RELÓGIO PARA SISTEMAS ÓPTICOS DE COMUNICAÇÃO	44
II.5.2 UMA CONFIGURAÇÃO PARA UM EXTRATOR DE RELÓGIO QUE UTILIZA TÉCNICAS ÓPTICAS	45
II.5.2.1 CONCEITOS DE ÓPTICA NÃO LINEAR.....	45
II.5.2.1.1 NÃO LINEARIDADE EM MATERIAIS ÓPTICOS	45
II.5.2.1.2 A POLARIZAÇÃO ELÉTRICA NÃO LINEAR COMO FONTE DE CAMPO IRRADIADO.....	46
II.5.2.1.3 A GERAÇÃO DE NOVAS FREQUÊNCIAS POR NÃO LINEARIDADES	47
II.5.2.1.4 CONDIÇÕES PARA A GERAÇÃO DE SINAIS POR NÃO LINEARIDADES	48
II.5.2.1.5 A TÉCNICA DO “QUASE-CASAMENTO” DE FASE	49
II.5.2.1.6 O FENÔMENO DA “MISTURA DE TRÊS ONDAS”	50
II.5.2.2 A OPERAÇÃO DO EXTRATOR DE RELÓGIO DA FIG.11.....	51
II.5.2.3 OBSERVAÇÕES	53
II.6 CONSIDERAÇÕES GERAIS	54
III. PROJETO DE FILTROS TIPO “SÓ-PÓLO” PARA USO EM EXTRATORES DE RELÓGIO DE FUTUROS SISTEMAS ÓPTICOS	55
III.1 INTRODUÇÃO.....	56
III.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DE FILTROS TIPO “SÓ-PÓLO” E DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DE MALHA QUE USAM ESSES FILTROS	57
III.2.1 PROPRIEDADES DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $G(s)$ DA EQ.(6_2) ...	58
III.2.2 ALGUNS FATOS SOBRE REDES ELÉTRICAS	61
III.2.3 O CONCEITO DE ATRASO DE GRUPO.....	62
III.2.4 O CONCEITO DE NORMALIZAÇÃO EM REDES ELÉTRICAS	64
III.2.5 A NORMALIZAÇÃO DO ATRASO DE GRUPO DE REDES ELÉTRICAS	66
III.3 A REALIZAÇÃO TIPO PLL.....	68
III.4 A REALIZAÇÃO FILTRO.....	72

III.5 ALGORITMOS	75
III.5.1 ALGORITMO PARA A DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE 3 dB DE UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	75
III.5.2 MÉTODOS DE CÁLCULO DO GANHO DE MALHA K_f CORRESPONDENTE AO LIMAR DE INSTABILIDADE	76
III.5.2.1 CÁLCULO DE K_f' PELO $(n - 1)$ -ÉSIMO MENOR DE HURWITZ	76
III.5.2.2 CÁLCULO SIMPLIFICADO DE K_f' PARA FUNÇÕES $G'(s')$ DE ORDENS 3, 4, 5 E 6	77
III.5.2.3 ALGORITMO GENÉRICO DETERMINAÇÃO DE K_f'	79
III.5.2.4 OBSERVAÇÕES SOBRE O PARÂMETRO K_f' PARA AS REALIZAÇÕES PLL E FILTRO	79
III.5.3 JUSTIFICATIVA PARA A EQUAÇÃO (31) DE CÁLCULO DO GANHO K' NA REALIZAÇÃO FILTRO	81
III.6 COMENTÁRIOS GERAIS	83
 IV. EXEMPLOS DE FILTROS “SÓ-PÓLO” PARA EXTRATORES DE RELÓGIO DE SISTEMAS ÓPTICOS	84
IV.1 INTRODUÇÃO	85
IV.2 REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO BUTTERWORTH	86
IV.2.1 CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS BUTTERWORTH	86
IV.2.2 REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS BUTTERWORTH	87
- FILTRO BUTTERWORTH 3ª ORDEM.....	87
- FILTRO BUTTERWORTH 5ª ORDEM	89
IV.2.3 REALIZAÇÕES FILTRO COM FILTROS BUTTERWORTH.....	91
- FILTRO BUTTERWORTH 5ª ORDEM.....	91
IV.2.4 COMENTÁRIOS GERAIS SOBRE USO DE FILTROS BUTTERWORTH.....	93
IV.3 REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO CHEBYCHEV	94
IV.3.1 CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS CHEBYCHEV	94
IV.3.2 REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS CHEBYCHEV COM FATOR DE ONDULAÇÃO DE 0,1 dB.....	96
- FILTRO CHEBYCHEV 3ª ORDEM.....	96
- FILTRO CHEBYCHEV 4ª ORDEM.....	97
- FILTRO CHEBYCHEV 5ª ORDEM.....	100

IV.3.3 REALIZAÇÕES FILTRO COM FILTROS CHEBYCHEV COM FATOR DE ONDULAÇÃO DE 0,1 dB.....	101
- FILTRO CHEBYCHEV 4ª ORDEM.....	101
- FILTRO CHEBYCHEV 5ª ORDEM.....	103
IV.3.4 COMENTÁRIOS SOBRE USO DE FILTROS CHEBYCHEV	105
IV.4 REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO BESSEL	106
IV.4.1 CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS BESSEL.....	106
IV.4.2 REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS BESSEL	108
- FILTRO BESSEL 6ª ORDEM.....	108
IV.4.3 REALIZAÇÕES FILTRO COM FILTROS BESSEL.....	110
- FILTRO BESSEL 7ª ORDEM.....	110
IV.4.4 COMENTÁRIOS SOBRE USO DE FILTROS BESSEL	112
IV.5 REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO GAUSS (OU GAUSSIANOS)	112
IV.5.1 CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS GAUSSIANOS	112
IV.5.2 REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS GAUSS	114
- FILTRO GAUSS 7ª ORDEM	114
IV.5.3 REALIZAÇÕES FILTRO COM FILTROS GAUSS	116
- FILTRO GAUSS 7ª ORDEM	116
IV.5.4 COMENTÁRIOS SOBRE USO DE FILTROS GAUSSIANOS	118
IV.6 REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS REALIZADOS POR REDES “RC”	119
IV.6.1 CARACTERÍSTICAS DE REDES “RC”	119
IV.6.2 REALIZAÇÃO PARA FILTRO RC COM PÓLO MÚLTIPLO DE 4ª ORDEM	120
IV.6.3 COMENTÁRIOS SOBRE FILTROS RC	123
IV.7 COMENTÁRIOS GERAIS	123
V. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	125
V.1 RESUMO DO PRESENTE TRABALHO	126
V.2 SUGESTÕES PARA ATIVIDADES FUTURAS	126
REFERÊNCIAS	128

CAPÍTULO I
EVOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO, COM ÊNFASE EM
SISTEMAS ÓPTICOS

I.1 – INTRODUÇÃO

Desde seu aparecimento em meados do século 19, os sistemas de comunicação experimentaram uma demanda contínua no sentido de transferir capacidades de informação cada vez maiores sobre distâncias sempre crescentes. A pressão dessa demanda causou um aumento espetacular nos volumes de informação capazes de serem processados por esses sistemas, viabilizando a “era da informação”, como se costuma denominar os tempos atuais.

As grandes quantidades de informação que circulam pelo mundo de hoje são o resultado direto da introdução e do desenvolvimento dos sistemas de comunicação óptica, nos quais a informação é transportada por sinais luminosos guiados pelas chamadas fibras ópticas. Em vista da demanda inesgotável por mais e mais informação criada pela sociedade atual, os sistemas de comunicação óptica em desenvolvimento nos dias de hoje precisam usar tecnologias cada vez mais avançadas, pois essa é a única forma de se chegar às taxas fantásticas exigidas para a transferência de informação.

Tendo em vista o aumento do uso de novas tecnologias em sistemas de comunicação óptica, particularmente tecnologias puramente ópticas, é necessário adaptar as técnicas convencionais para uso nos novos sistemas. Este trabalho tem como objetivo contribuir para a utilização, na operação fundamental denominada “extração de relógio”, dos dispositivos conhecidos como “phase-locked loops”, ou simplesmente PLLs, em conjunto com essas novas tecnologias. Para tanto, apresentam-se processos que viabilizam o uso de conceitos existentes em conjunto com as novas técnicas.

Neste capítulo será feita uma breve retrospectiva da evolução dos sistemas de comunicação, com ênfase especial sobre sistemas de comunicação óptica, em vista do papel especial destes últimos no aumento das quantidades de informação processadas. Em seguida faz-se um resumo dos objetivos do presente trabalho.

I.2 – O AUMENTO DA CAPACIDADE DOS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO

Poucos anos após as invenções do telégrafo por Morse, em 1850, e do telefone por Graham Bell, em 1876, verificou-se a importância da transmissão de informação entre comunidades, em particular entre cidades separadas por grandes distâncias. Inicialmente essa tarefa foi realizada para interligar grandes cidades por meio de pares de condutores metálicos suportados por postes, com os pares de condutores se estendendo entre as localidades a serem conectadas. Os circuitos de transmissão assim disponibilizados, denominados “circuitos interurbanos” ou “circuitos de longa distância”, só podiam transportar uma comunicação de cada vez, e durante o tempo da troca de informação cada um desses circuitos ficava reservado para o par de dispositivos (telégrafos ou telefones) situados nas extremidades. O uso das centrais de

comutação permitiu o acesso generalizado dos usuários nas cidades aos circuitos interurbanos, permitindo que cada usuário, mediante pedido a um operador (telefonista), pudesse se conectar a um desses circuitos.

À medida que mais e mais usuários passavam a se valer das técnicas da telegrafia e da telefonia, volumes cada vez maiores de informação passaram a circular pelos circuitos metálicos que interligavam as cidades. Em vista do alto custo desses circuitos, logo se verificou a necessidade de aumentar a eficiência do uso dos circuitos interurbanos, de modo a permitir, por exemplo, que as informações de vários usuários pudessem ser transmitidas simultaneamente por um mesmo circuito de longa distância. Dessa forma surgiu a técnica de multiplexação, por meio da qual as informações de certo número de usuários são agrupadas e transmitidas simultaneamente através do mesmo par de condutores metálicos, podendo ser separadas e entregues aos respectivos destinatários no outro extremo do circuito. A tecnologia usada nesses primeiros usos da multiplexação naturalmente consistia de técnicas analógicas, em geral adaptadas da também recente tecnologia de radiocomunicação, demonstrada como viável por Marconi em 1906.

Com o passar dos anos, acentuou-se cada vez mais a transmissão de informação por meio das técnicas de telegrafia e de telefonia, permitindo a intercomunicação entre todas as cidades de um país, fossem elas grandes ou pequenas,. A crescente necessidade de intercomunicação exigia circuitos de longa distância capazes de permitir a transmissão de volumes de informação cada vez maiores, característica essa difícil de conseguir com o uso de pares de condutores metálicos, mesmo com o uso da técnica de multiplexação.

A limitação dos pares de fios metálicos, juntamente com o aumento de capacidade de informação obtido por uso das técnicas de modulação originárias do campo da radiocomunicação, sugeriu então a possibilidade de se fazer o transporte de grandes quantidades de informação usando diretamente as ondas de rádio, sem o emprêgo de pares de fios metálicos como meio de transmissão.

Embora os sistemas de radiocomunicação desenvolvidos nas décadas de 1920 e 1930 permitissem apenas capacidades modestas de transmissão de informação e sua confiabilidade para transporte de informação fosse apenas sofrível, em vista das perturbações atmosféricas, estudos mostraram que novas técnicas de modulação, como por exemplo modulação de frequência, juntamente com o uso de radiofrequências cada vez mais elevadas, poderiam satisfazer os requisitos necessários para permitir a transmissão de quantidades de informação com volume e confiabilidade adequados. Assim, no final da década de 1930, quantidades cada vez maiores de informações de telegrafia e telefonia começaram a ser enviadas por meio de

sistemas rádio. Os sistemas utilizados nessa época se caracterizavam pelo uso das faixas de frequência nas bandas de HF (3 a 30 MHz) e de VHF (30 a 300 MHz), e pelo uso de modulação de amplitude. Nesses sistemas de radiocomunicação, verificou-se que o valor da faixa de frequências Δf necessária para a transmissão da informação correspondia a uma pequena percentagem do valor numérico da frequência f_c do sinal “portador” (o sinal básico de transporte da informação). É possível mostrar [Carlson, 1986], [Schwartz, 1990], [Lathi, 2009], que a transmissão de informação por meio de alguma forma de modulação de um sinal portador implica na utilização de uma relação $\Delta f / f_c$ inferior a 0,1.

A Segunda Guerra Mundial deu grande impulso à tecnologia de radiocomunicação, e como resultado desse estímulo surgiram, no final da década de 1940, os primeiros sistemas comerciais rádio microondas, utilizando sinais portadores com frequências da ordem de alguns Gigahertz. Nesses sistemas rádio, a técnica principal de modulação era a modulação de frequência, mas ainda se verificava o fato de que a relação $\Delta f / f_c$ continuava a ser pequena, tipicamente inferior a 0,1. Esses primeiros sistemas rádio microondas apresentavam a característica de serem capazes de transmitir grandes volumes de informação, em comparação com os sistemas rádio sistemas mais antigos. Essa característica decorre do uso de sinais portadores com frequências f_c elevadas, de forma que, mesmo com uma relação $\Delta f / f_c$ pequena, ainda se conseguem valores de Δf significativamente maiores que os obtidos nos sistemas rádio operando nas faixas de HF e VHF. Tomando como exemplo um sinal de radiofrequência de 4 GHz típico dos primeiros sistemas microondas e uma relação $\Delta f / f_c = 0,05$, a largura da faixa disponível para transmissão de informação nesses primeiros sistemas era da ordem de 200 MHz, significativamente maior que um sistema rádio operando com a mesma relação $\Delta f / f_c = 0,05$ e com uma frequência de sinal portador de 100 MHz, para o qual se tem $\Delta f = 5$ MHz.

Esses valores ilustrativos indicam que, através do uso de sinais portadores com frequências f_c cada vez mais altas, seria possível conseguir valores de Δf cada vez maiores, e consequentemente com capacidades de transmissão cada vez maiores. Assim, levando ao extremo a conveniência de se usar frequências f_c cada vez mais elevadas, foi gradativamente surgindo, durante a década de 1950, a idéia da utilização de ondas ópticas, isto é, sinais portadores com frequências f_c na região do espectro óptico (frequências da ordem de 100 THz, ou 10^5 GHz). Supondo uma relação $\Delta f / f_c$ de 1%, então para uma f_c de 100 THz seria possível conseguir um valor de Δf de 1 THz ou 1000 GHz, várias ordens de magnitude superior aos valores de Δf possíveis para sistemas radio microondas. Esses valores dão uma idéia da capacidade teórica de informação capaz de ser obtida ao se utilizar um sinal portador cuja frequência se situa no espectro óptico.

Entretanto, na década de 1950, ocasião em que começou a crescer o interesse no uso do espectro óptico para transmissão de informação, existiam dois problemas sérios para a utilização de sinais ópticos, que eram:

a) Inexistência de um meio de transmissão adequado a sinais portadores com frequências ópticas. Em contraste com sinais de rádio na faixa de microondas, sinais com frequências ópticas são afetados por diversos fatores ao serem transmitidos pela atmosfera, sendo todos esses fatores relacionados direta ou indiretamente aos comprimentos de onda extremamente pequenos (da ordem de $1\ \mu\text{m}$) que caracterizam sinais ópticos. Portanto, a técnica de comunicação óptica só se tornaria viável caso fosse encontrado um meio de transmissão óptico adequado.

b) Inexistência de fontes capazes de gerar sinais ópticos de grande pureza espectral. Tais fontes são normalmente denominadas “fontes coerentes”.

O aparecimento do laser em 1960 [Maiman, 1960] forneceu a fonte óptica com o grau de pureza espectral suficiente para viabilizar comunicações com sinais portadores ópticos. Porém, os primeiros dispositivos laser eram volumosos e possuíam consumo elevado de potência. Para que esses dispositivos pudessem ser usados em sistemas de comunicação, seriam necessárias reduções tanto nas suas dimensões físicas quanto no seu consumo de energia.

Quanto ao meio de transmissão óptico, pelo fato de já existirem fibras ópticas de vidro para o guiamento de sinais em aplicações médicas [van Heel, 1954], [Hopkins e Kapany, 1954], [Kapany, 1967], foi natural que esse tipo de guia de onda fosse considerado para o guiamento de sinais ópticos através de longas distâncias. De fato, foi sugerido por [Kao e Hockham, 1966] que fibras ópticas semelhantes às fibras para uso médico constituiriam o meio de transmissão mais adequado para o guiamento de sinais ópticos, já que propagação da luz nessas fibras é feito de forma semelhante ao processo de condução de elétrons em condutores metálicos. Kao e Hockham também fizeram a estimativa de que, para que uma fibra óptica fosse viável como meio de transmissão, sua atenuação deveria ser inferior a 20 dB/km. Na época, o valor das perdas no material sílica, material base para fabricação de fibras ópticas, atingiam valores superiores a 1000 dB/km. Ou seja, um sinal óptico após percorrer 20 m de fibra teria sua potência reduzida a 1% da potência injetada na fibra.

Assim, na ocasião em que foi feita a sugestão de se usar fibras ópticas como meio de transmissão de sinais ópticos, era necessário resolver os seguintes problemas:

a) Conseguir fontes ópticas tipo laser com dimensões, consumo e confiabilidade adequados para uso em sistemas de comunicações;

b) Conseguir níveis de purificação da sílica fundida, material base para fibras ópticas, que permitissem níveis de atenuação de sinais ópticos inferiores a 20 dB/km.

A sugestão de Kao e Hockham deu início a intensas atividades de pesquisa tanto na obtenção de fibras ópticas de baixa perda quanto no aperfeiçoamento de fontes ópticas a laser. Em 1970, a firma Corning Glass Works nos EUA anunciou a fabricação de fibras com atenuação de 17 dB/km no comprimento de onda de 0,6328 μm [Kapron et al., 1970], enquanto que na mesma época obtiveram-se os primeiros dispositivos laser a semicondutor, baseados na tecnologia de GaAs [Hayashi et al., 1970].

Assim, a disponibilidade simultânea de fontes ópticas compactas e de fibras ópticas com baixa perda impulsionou, em todo o mundo, atividades de pesquisa visando o desenvolvimento de sistemas de comunicação baseados em fibra óptica.

O resultado de todas essas atividades resultou, em 1977, em um teste de campo na região de Chicago, que demonstrou a viabilidade técnica dos sistemas de comunicação óptica. Desde essa época até os dias de hoje, atividades de pesquisa e desenvolvimento causaram um aumento de 100000 vezes na capacidade de informação dos sistemas de comunicação óptica ao longo de um período de aproximadamente 30 anos [Agrawal – Lightwave Technology, 2005], dando uma idéia da rapidez do desenvolvimento das tecnologias ópticas.

Para comparar a capacidade de informação dos primeiros sistemas de comunicação óptica com a capacidade dos sistemas de comunicação existentes em 1980, é interessante utilizar a figura de mérito denominada “produto velocidade-alcance BL”, onde “velocidade” refere-se à capacidade do sistema em bits/s, “alcance” refere-se à máxima distância, em km, através da qual o sistema de comunicação consegue transmitir sua capacidade de informação sem introduzir erros e “BL” vem da expressão inglesa “Bit rate x Length”. Por exemplo, um sistema com produto BL de 100 Mbit/s·km é capaz de transmitir um feixe de 100 Mbit/s através de um enlace com 1 km de comprimento, ou um feixe de 20 Mbit/s através de um enlace com 5 km, e assim por diante. Pode-se dizer que o parâmetro BL descreve o compromisso entre velocidade e distância que caracterizam um sistema de transmissão.

Por volta de 1980, os sistemas rádio microondas existentes se caracterizavam por um produto BL da ordem de 300 Mbit/s·km, enquanto que sistemas analógicos via cabo coaxial do mesmo período apresentavam produtos BL da ordem de 40 Mbit/s·km. Já os primeiros sistemas de comunicação óptica dessa época podiam transmitir informação a uma velocidade de 45 Mbit/s sobre distâncias superiores a 10 km, caracterizando-se assim por um produto BL de 450 Mbit/s·km. Fica evidente que mesmo esses primeiros sistemas ópticos já apresentavam desempenho igual ou superior aos outros sistemas de comunicação disponíveis nessa época.

Desde então, o crescimento da capacidade dos sistemas ópticos seguiu aproximadamente a tendência de dobrar a cada ano [Kogelnik, 2000], curiosamente de forma semelhante à Lei de Moore da microeletrônica [Moore, 1965]. Esse ritmo de crescimento levou a sistemas ópticos na época atual com produtos BL da ordem de 400 Tbit/s·km ($1 \text{ Tbit/s} = 10^6 \text{ Mbit/s}$), podendo-se assim ter uma idéia do grande volume de informação capaz de ser transportado por um sistema óptico moderno. De fato, pode-se dizer que a tecnologia de sistemas de comunicação ópticos, juntamente com os avanços na área de microeletrônica, que disponibilizaram processadores cada vez mais poderosos, foram as principais forças responsáveis pelo surgimento da chamada “era da informação” no final do século 20 [Agrawal – Lightwave Technology, 2005].

Como a época atual continua a exigir sistemas com capacidades muito grandes para transporte de informação, fica claro que investimentos em pesquisa e desenvolvimento continuam sendo feitos com o objetivo de se conseguir sistemas de transmissão ópticos com capacidades cada vez maiores. Esse esforço no sentido das capacidades muito grandes fez com que se atingissem os limites de operação dos dispositivos eletrônicos utilizados nos transmissores e receptores ópticos, dispositivos esses produzidos com base na tecnologia do silício. Nesse limite, conseguiram-se feixes ópticos com velocidades da ordem de 40 Gbit/s.

Portanto, o desenvolvimento de novos sistemas de comunicação óptica pode se basear nas seguintes alternativas [Weber e Nakazawa, 2007]:

a) Utilização de componentes baseados em novas tecnologias de semicondutores, capazes de operar em velocidades superiores a 40 Gbit/s. Na época atual, a chamada “tecnologia SiGe”, que faz uso de ligas dos materiais silício e germânio, já permitiu feixes digitais com velocidades da ordem de 80 Gbit/s, com a possibilidade concreta de se conseguir feixes com velocidades superiores. Por ser baseada em componentes optoeletrônicos velozes, que manipulam sinais elétricos, esta alternativa é denominada ETDM, ou “Electrical Time Division Multiplexing”, para ressaltar o fato de que os sinais ópticos são obtidos por conversão de sinais elétricos para a forma óptica.

b) Utilização de técnicas puramente ópticas para realizar principalmente as operações de multiplexação, demultiplexação e extração de sinal de relógio a partir de feixes que consistem de pulsos ópticos. Esta alternativa é denominada OTDM, ou “Optical Time Division Multiplexing”, e introduz o conceito da “rede fotônica”, onde sinais ópticos ultra rápidos com qualquer taxa de bit e qualquer tipo de modulação são transmitidos e processados nas redes sem que haja a necessidade de qualquer conversão eletroóptica ou ópticoelétrica, a não ser no destino final da informação. No estado atual da tecnologia, as operações de multiplexação,

demultiplexação e extração de relógio já foram implementadas com técnicas puramente ópticas, conseguindo-se feixes ópticos com velocidade de 320 Gbit/s.

Em vista da evolução paralela das técnicas ETDM e OTDM, parece razoável supor que durante um período de tempo considerável haverá a coexistência dessas duas técnicas, e que a rede fotônica deve surgir num futuro ainda distante. Entretanto, as considerações acima mostram que, de forma independente das técnicas usadas, continua a tendência sistemática do crescimento da velocidade dos feixes digitais ópticos. Para dar uma idéia melhor do contínuo crescimento das taxas de bit dos sistemas de comunicação óptica, é interessante fazer um apanhado geral da evolução desses sistemas, tópico esse desenvolvido na sub-seção seguinte.

I.3 – EVOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA

Em qualquer discussão de sistemas ópticos, incluindo sistemas de comunicação, é importante observar que, em vista dos números muito grandes que caracterizam as frequências ópticas, da ordem de centenas de THz, é mais conveniente utilizar comprimentos de onda em lugar de frequências ao se tratar de sinais ópticos. Assim, para um sinal com frequência óptica f em Hz, convencionou-se utilizar o comprimento de onda no vácuo, dado por $\lambda = c/f$, onde $c \approx 2,998 \times 10^8$ m/s é a velocidade da luz no vácuo. Como exemplo, um sinal com frequência óptica de 100 THz possui comprimento de onda no vácuo de aproximadamente 3 μm ou 3000 nm (1 nm = 10^{-9} m).

Também é conveniente utilizar a relação $\Delta f = | -c/\lambda^2 | \cdot \Delta\lambda$, obtida diferenciando $\lambda = c/f$ e substituindo $f = c/\lambda$, para estimar a banda de frequências correspondente a uma faixa de comprimentos de onda $\Delta\lambda$ distribuídos em torno do comprimento de onda λ . Como exemplo, uma faixa de comprimentos de onda de 1 nm situados em torno do comprimento de onda de 1500 nm corresponde a uma faixa de frequências de aproximadamente 133 GHz. Assim pode-se ter uma idéia da grande capacidade de informação oferecida por um sinal óptico que ocupa uma largura de faixa de 1 nm.

I.3.1 - PRIMEIRA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA

Conforme mencionado na seção anterior, o primeiro obstáculo para a realização de fibras ópticas de sílica foi a realização de perdas baixas por atenuação. Após ter sido superado o limite de 20 dB/km, os processos de obtenção de sílica pura permitiram que em 1979 se obtivesse, para esse material, o espectro de perdas mostrado na Fig.1 [Agrawal – Lightwave Technology, 2005].

Fig. 1 – Espectro de perdas para fibras de sílica produzidas em 1979

O espectro de perdas da Fig. 1 apresenta picos de atenuação nos comprimentos de onda de 0,72, 0,88, 0,95, 1,13, 1,24 e 1,38 μm . Esses picos são causados por pontos de ressonância dos íons oxidrila OH^- , relacionados à presença de água e que não podem ser completamente eliminados nos processos de fabricação da fibra, e continuam presentes nas fibras atuais.

Pode-se ver que existem mínimos de perda da ordem de 0,5 dB/km nas proximidades de $\lambda=1,30 \mu\text{m}$ e de 0,2 dB/km nas proximidades de $\lambda=1,55 \mu\text{m}$. É natural que esses comprimentos de onda com mínimos de perda fossem considerados para utilização nos sistemas de comunicação óptica de primeira geração, mas a não disponibilidade de fontes ópticas compactas e confiáveis operando nesses comprimentos de onda impediu que esses sistemas de primeira geração pudessem aproveitar a baixa atenuação possível em torno de $\lambda=1,30 \mu\text{m}$ e $\lambda=1,55 \mu\text{m}$.

Por volta de 1980, época em que se conseguiram fibras ópticas com o espectro de perdas da Fig. 1, obtiveram-se diodos laser a semicondutor realizados com tecnologia do composto químico arseniato de gálio (GaAs), operando com comprimentos de onda entre 0,82 e 0,85 μm , emitindo potências de 1 mW e com confiabilidade de 100.000 horas de operação contínua. Assim, os primeiros sistemas de comunicação óptica tiveram de operar na faixa de comprimentos de onda de 0,82 - 0,85 μm , com as correspondentes atenuações de 2,7 – 2,5 dB/km, como se pode ver aproximadamente na Fig.1. Esses sistemas operavam com velocidade de 45 Mbit/s e permitiam um alcance tipicamente superior a 10 km, tendo-se assim um parâmetro BL de 450 Mbit/s·km. Em comparação com as velocidades e alcances obtidos com os sistemas ópticos modernos, esses valores parecem bastante pequenos, mas eram consideravelmente maiores que os obtidos com sistemas analógicos por cabo coaxial (40 Mbit/s e 1 km) ou por rádio microondas (30 Mbit/s e 10 km).

Outra característica dos sistemas de comunicação óptica de primeira geração é que tais sistemas utilizavam fibras ópticas do tipo denominado “multimodo”, que por sua vez podem ser de dois tipos: fibras de “índice degrau” e fibras de “índice gradual”. A Fig. 2a mostra a

estrutura básica de uma fibra óptica, indicando as regiões conhecidas como “núcleo” e “casca”, enquanto que as Fig. 2b e 2c mostram, respectivamente, a variação com a distância radial r do índice de refração no núcleo e na casca de fibras multimodo tipos índice degrau e índice gradual.

Fig. 2 – a) Estrutura básica de uma fibra óptica; b) Índices de refração para uma fibra tipo índice degrau; c) Índices de refração para uma fibra tipo índice gradual

Nos dois tipos de fibras multimodo, a mesma informação é transmitida simultaneamente por vários raios de luz, com o resultado de que raios diferentes chegam ao receptor em instantes diferentes. É importante observar que o termo “raio de luz” é uma descrição simplista do termo “modo de propagação eletromagnética”, que corresponde a uma descrição mais precisa do fenômeno do guiamento eletromagnético em uma fibra óptica. Com esse termo, pode-se dizer que a mesma informação é transportada por vários modos eletromagnéticos de propagação. Entretanto, a figura dos “raios de luz” facilita a visualização do fenômeno de propagação em fibras ópticas, e dá uma descrição precisa da propagação em fibras ópticas multimodo.

Assim, o pulso injetado numa fibra multimodo, por ser transportado por vários raios de luz (ou modos de propagação) distintos, transforma-se no receptor em uma superposição de vários pulsos, cada um deles chegando ao receptor num instante diferente. O efeito final é que o receptor “enxerga” em sua entrada um pulso com duração que pode ser significativamente maior que o pulso luminoso original. Os pulsos “alargados” presentes no receptor começam a se superpor uns aos outros, dando origem ao tipo de interferência denominado “interferência intersimbólica”, que eventualmente impede a identificação dos pulsos recebidos. A principal consequência desse fato é a limitação da velocidade de transporte de informação do sistema óptico, ou seja, uma limitação do parâmetro BL dos sistemas ópticos. Esse efeito de aumento da largura dos pulsos por diferenças nas características de propagação dos diferentes raios de luz é um exemplo do fenômeno denominado “dispersão intermodal”. O termo “intermodal” decorre do fato de que o alargamento do pulso ser causado pela interação entre os diversos raios de luz, ou “modos” de propagação, suportados por uma fibra óptica multimodo. A Fig. 3

mostra o alargamento dos pulsos causados pela propagação dos diferentes raios de luz em fibras do tipo multimodo, sejam do tipo índice degrau ou tipo índice gradual. Nessa figura, o pulso inserido no instante t_0 no início da fibra ($z=0$) é transportado por N raios de luz diferentes para a extremidade oposta da fibra ($z=L$), causando no receptor o aparecimento de N pulsos nos instantes de chegada $t_1, t_2, \dots, t_{N-1}, t_N$. A superposição desses N pulsos na posição $z=L$ causa o aparecimento de um pulso de grande largura em $z=L$, como mostra a Fig.3.

Fig. 3 – Alargamento de um pulso decorrente do fenômeno de dispersão intermodal em uma fibra multimodo.

Conforme mostra a Fig. 2b, o índice de refração no núcleo de uma fibra tipo índice degrau tem um valor constante n_1 , independente da posição radial. Numa fibra desse tipo, os raios de luz seguem trajetórias retilíneas do tipo mostrado na Fig. 4. Nessa figura, verifica-se que o raio que segue pelo eixo da fibra ($\theta=0$) é o que chega mais rápido à outra extremidade da fibra. A mesma figura mostra que todos os raios que atingem a interface núcleo-casca fazendo com a normal à interface núcleo-casca ângulos θ maiores que o chamado “ângulo crítico” θ_c sofrem “reflexão total” na interface núcleo-casca, sendo refletidos para o interior do núcleo e levando mais tempo para atingir a outra extremidade da fibra quanto menor for o ângulo θ , ou seja, quanto maior for o ângulo θ com o eixo da fibra. Na Fig. 4, a linha tracejada representa o raio de entrada que apresenta máxima inclinação com relação ao eixo da fibra. Esse raio define o chamado “cone de aceitação” da fibra e depende dos índices n_1 e n_2 do núcleo e da casca. É importante observar que apenas os raios de luz incidentes dentro da região do cone de aceitação na Fig.4 é que podem se propagar ao longo da fibra óptica.

Fig. 4 – Propagação de raios de luz em uma fibra multimodo tipo índice degrau.

Com as dimensões e índices de refração típicos para esse tipo de fibra multimodo, observam-se alargamentos de pulso de 50 ns/km, que correspondem a parâmetros BL de 5 Mbit/s·km, claramente um valor muito baixo, correspondendo a uma velocidade máxima de 5 Mbit/s em um enlace de comprimento 1 km. Verifica-se que fibras multimodo tipo índice degrau não

teriam sido capazes de viabilizar sistemas ópticos com capacidades competitivas com sistemas rádio microondas (BL de 300 Mbit/s·km) ou sistemas via cabo coaxial (BL de 40 Mbit/s·km).

Por outro lado, como se pode ver na Fig.2c, numa fibra multimodo tipo índice gradual, o índice de refração no núcleo varia com a posição radial r , em geral de acordo com uma lei quadrática. Essa variação do índice de refração no núcleo com a distância radial faz com que os raios de luz que se propagam numa fibra multimodo tipo índice gradual sigam trajetórias com as formas mostradas na Fig.5.

Fig. 5 – Propagação dos raios de luz em uma fibra multimodo tipo índice gradual.

Como se pode ver pela Fig. 5, raios de luz que se afastam do eixo da fibra ($r = 0$), atingem regiões com índice de refração mais baixo e portanto atingem maiores velocidades quanto maior o seu afastamento do eixo da fibra. Quando esses raios voltam a se aproximar do eixo suas velocidades novamente diminuem, com o menor valor ocorrendo no eixo ($n=n_1$). Pode-se ver que o efeito principal da variação quadrática do índice de refração no núcleo de uma fibra tipo índice gradual é “equalizar” aproximadamente os tempos de propagação dos diversos raios de luz que podem existir no núcleo dessas fibras, fazendo com que raios que percorrem maiores distâncias tenham em média velocidades maiores. Dessa forma, a diferença entre os tempos de chegada ao receptor dos diversos raios de luz é reduzida, com o efeito final de os pulsos que atingem o receptor sofrerem menores alargamentos.

Com as dimensões e índices de refração típicos para fibras multimodo tipo índice gradual, observam-se alargamentos de pulso de 550 ps/km, correspondendo a parâmetros BL de 455 Mbit/s·km. Pode-se observar que os sistemas ópticos de primeira geração foram viabilizados pelo desenvolvimento de fibras ópticas multimodo tipo índice gradual.

Assim, resumidamente, as características dos sistemas ópticos de primeira geração são:

- a) Comprimentos de onda de operação na faixa de 0,82 a 0,85 μm ;
- b) Fibras ópticas multimodo tipo índice gradual, com diâmetros de núcleo e casca respectivamente de 50 e 125 μm ;
- c) Parâmetros BL da ordem de 500 Mbit/s·km;
- d) Alcance dos enlaces de 13 a 14 km, limitado pelo efeito conjunto da dispersão intermodal (decorrente da propagação de múltiplos raios de luz ou múltiplos modos eletromagnéticos de

propagação) e da atenuação relativamente alta ($\approx 2,5$ dB/km) das fibras ópticas no comprimento de onda de $0,85 \mu\text{m}$.

I.3.2 – SEGUNDA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA

Como se pode ver pelo espectro de perdas da Fig.1, em torno do comprimento de onda de $1,3 \mu\text{m}$ conseguem-se valores de atenuação da ordem de $0,5$ dB/km. Assim, para se conseguir sistemas ópticos com parâmetros BL de maior valor, era necessário:

a) Utilizar fontes ópticas e detectores operando no comprimento de onda de $1,3 \mu\text{m}$. Esta exigência levou ao desenvolvimento de lasers a semicondutor e de detectores usando a tecnologia InGaAsP, que permitiu a realização de componentes ópticos operando no comprimento de onda de $1,3 \mu\text{m}$;

b) Utilizar fibras ópticas que não permitissem os efeitos da dispersão intermodal. Esta exigência levou ao desenvolvimento das fibras ópticas tipo “monomodo”, que são fibras com estrutura do tipo índice degrau, mas onde a dispersão intermodal é evitada pelo uso de um núcleo de diâmetro muito baixo, da ordem de $10 \mu\text{m}$. Esse núcleo bastante estreito permite a propagação de um único modo eletromagnético de propagação, que na linguagem dos raios de luz corresponderia à propagação de um único raio de luz, vindo daí a denominação “monomodo”, ou seja, “modo único”. Entretanto, a descrição por raios de luz não constitui uma descrição realista da propagação em fibras ópticas monomodo, de forma que nesse caso é preferível falar de “modos eletromagnéticos de propagação”. A idéia básica de uma fibra monomodo é portanto garantir a existência de um único modo eletromagnético de propagação, evitando-se assim o aparecimento de vários pulsos no receptor, e impedindo a ocorrência da interferência intermodal.

É importante mencionar que, embora fibras ópticas monomodo estejam livres do fenômeno da dispersão intermodal, estão sujeitas a outro tipo de dispersão, denominada “dispersão intramodal”, ou “dispersão material”, significando alargamento de pulsos no receptor, causadas por diferenças de propagação entre “partes” do modo único. Este fenômeno deve-se a duas razões principais:

a) O sinal emitido por qualquer fonte óptica não consiste apenas de uma componente espectral pura, mas sim de um grupo de componentes que cobrem uma faixa de comprimentos de onda. Este fenômeno ocorre mesmo em fontes ópticas altamente coerentes (ou “quase” puras), como diodos laser.

b) Variação do índice de refração da sílica com o comprimento de onda. Essa variação é característica do material de que é feita a fibra óptica, ou seja, a sílica, e é por essa razão que esse tipo de dispersão é conhecido como “dispersão material”.

Em vista do efeito a), um sinal óptico consiste de uma faixa de componentes espectrais, sendo cada componente caracterizado por um comprimento de onda. Assim, pela ação do efeito b), as componentes espectrais que compõem um pulso óptico emitido por uma fonte se propagam com velocidades diferentes, ocorrendo novamente um alargamento do pulso no receptor em vista da chegada das componentes espectrais distintas em instantes também distintos [Ghatak e Thyagarajan, 1998]. Em outras palavras, o efeito de b) “espalha” ou “dispersa” os componentes espectrais existentes por causa do efeito a), e causa o alargamento dos pulsos ópticos emitidos pela fonte, causando também limitações nos parâmetros BL dos sistemas ópticos.

O fenômeno da dispersão material ocorre também em fibras multimodo, mas seus efeitos podem ser desprezados face aos efeitos da dispersão intermodal, pois a ordem de grandeza do alargamento dos pulsos no receptor causada por esse tipo de dispersão é de menos de 100 ps/km, portanto muito menor que aquela observada na dispersão intermodal. Os valores do alargamento dos pulsos podem ser reduzidos usando-se fontes ópticas mais coerentes, ou seja, que emitem faixas mais estreitas de comprimentos de onda.

O efeito da dispersão material é dado pela expressão $\Delta\tau = D_m \cdot \Delta\lambda \cdot L$ [Ghatak e Thyagarajan, 1998], sendo $\Delta\tau$ o alargamento dos pulsos em segundos, o coeficiente de dispersão material em ps/(nm·km), $\Delta\lambda$ a largura de faixa de comprimentos de onda de emissão da fonte óptica em nm, e L a extensão do enlace em km. Por causa da dispersão material, o coeficiente D_m varia com o comprimento de onda, como se pode ver pela Fig.6.

Fig.6 – Variação do coeficiente D_m com o comprimento de onda.

Em vista da diminuição do coeficiente D_m com o aumento dos comprimentos de onda, comportamento esse mostrado na Fig.6, verifica-se que o alargamento dos pulsos pela dispersão material pode ser reduzido pelo uso de comprimentos de onda para os quais se tem baixos valores de D_m . Como também se pode ver na Fig.6, a operação no comprimento de onda de $1,3 \mu m$, além da vantagem da baixa atenuação de 0,5 dB/km, traz ainda a vantagem da operação em uma região denominada “mínimo de dispersão”, em que é mínima a diferença de tempos de propagação entre componentes espectrais situadas em torno do comprimento de

onda de $1,3 \mu\text{m}$. Na região do mínimo de dispersão, tem-se $D_m = 1 \text{ ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$, enquanto que, por exemplo em $1,55 \mu\text{m}$, outra região de comprimentos de onda de interesse, tem-se $D_m = 16 \text{ ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$. Isto significa que a operação com fontes ópticas com comprimento de onda de $1,55 \mu\text{m}$ provocam por dispersão material alargamentos de pulso 16 vezes maiores que os obtidos ao se operar em $1,3 \mu\text{m}$.

Em vista dessa propriedade adicional, os sistemas de comunicação ópticos de segunda geração atingiram parâmetros BL de $100 \text{ Gbit/s}\cdot\text{km}$, correspondendo a sistemas operando a $2,5 \text{ Gbit/s}$ sobre enlaces de 50 km , ficando então aparente a vasta capacidade que pode ser atingida com os sistemas ópticos.

Resumidamente, as características dos sistemas ópticos de segunda geração são:

- a) Comprimentos de onda de operação em torno de $1,3 \mu\text{m}$;
- b) Fibras ópticas monomodo, com diâmetros de núcleo e casca respectivamente de 10 e $125 \mu\text{m}$ (fibras monomodo são sempre do tipo índice degrau);
- c) Parâmetros BL da ordem de $100 \text{ Gbit/s}\cdot\text{km}$, limitados pela atenuação no comprimento de onda de $1,3 \mu\text{m}$;
- d) Alcance dos enlaces da ordem de 45 km , limitado pela atenuação no comprimento de onda de $1,3 \mu\text{m}$ nas fibras ópticas e não por efeitos da dispersão material (alargamento dos pulsos causado pela propagação desigual dos diferentes comprimentos de onda emitidos pelas fontes ópticas).

I.3.3 – TERCEIRA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA

Observando novamente o espectro de perdas da Fig. 1, verifica-se que a região de comprimentos de onda em torno de $1,55 \mu\text{m}$ apresenta valores de atenuação de $0,2 \text{ dB/km}$. Isto significa que enlaces limitados apenas por atenuação das fibras teriam alcances mais de duas vezes maiores que aqueles obtidos ao se operar no comprimento de onda de $1,3 \mu\text{m}$. Entretanto, conforme mencionado no sub-item I.2.2, os efeitos da dispersão material produziram alargamentos de pulso, e conseqüentemente parâmetros BL, 16 vezes menores que os obtidos em operação em $1,3 \mu\text{m}$. Os enlaces operando em $1,55 \mu\text{m}$ passam portanto a ser limitados, em vista dos efeitos da dispersão material, a alcances significativamente menores que os alcances limitados por atenuação em $1,3 \mu\text{m}$.

Para superar o problema da dispersão material em comprimentos de onda de $1,55 \mu\text{m}$, duas alternativas eram possíveis:

- a) Utilizar fibras ópticas monomodo em que o mínimo de dispersão ocorre em $1,55 \mu\text{m}$. Tais fibras são denominadas “fibras com dispersão deslocada”, em vista do “deslocamento” do mínimo de dispersão de $1,3$ para $1,55 \mu\text{m}$.

b) Utilizar fontes ópticas mais coerentes possível, isto é, com faixa estática (isto é, sem modulação) de emissão de comprimentos de onda com as menores larguras possíveis.

Para solucionar o problema da alta dispersão material em $1,55\ \mu\text{m}$, esforços foram dirigidos para a obtenção de fibras monomodo em que o mínimo de dispersão ocorresse em $1,55\ \mu\text{m}$ e que continuassem tendo valores de atenuação da ordem de $0,2\ \text{dB/km}$ nesse comprimento de onda. As primeiras fibras com essas características começaram a ser testadas em laboratório em 1985, verificando-se então que seria possível a realização de enlaces com parâmetros BL superiores a $400\ \text{Gbit/s}\cdot\text{km}$, ou seja, enlaces capazes de suportar velocidades de até $4\ \text{Gbit/s}$ sobre alcances maiores que $100\ \text{km}$. Por volta de 1990, sistemas com parâmetros BL de $180\ \text{Gbit/s}\cdot\text{km}$ tornaram-se disponíveis comercialmente, usando fibras de dispersão deslocada com atenuações entre $0,25$ e $0,27\ \text{dB/km}$.

Durante o período de desenvolvimento das fibras de dispersão deslocada, foram estudadas novas estruturas para diodos laser a semicondutor, com o objetivo de se conseguir dispositivos emitindo comprimentos de onda em faixas com largura inferior a $0,5\ \text{nm}$. Foram desenvolvidas as estruturas laser tipo “distributed feedback” (DFB), (por realimentação distribuída na cavidade desses lasers), e tipo “distributed Bragg reflection” (DBR), (por reflexão de Bragg distribuída na cavidade dos dispositivos). Esses novos diodos laser se caracterizam por faixas de emissão contínua com largura inferior a $0,2\ \text{nm}$, e também por permitirem taxas de modulação bastante rápidas, permitindo a emissão de pulsos ópticos com duração da ordem de dezenas de picosegundo. Por esse motivo, esses dispositivos laser são conhecidos como “lasers monomodo”, por emitirem uma faixa muito estreita de comprimentos de onda, constituindo aproximações muito boas para uma fonte óptica coerente ideal.

Em vista dessas inovações, o alcance dos enlaces ópticos aumentou de 45 para $80\ \text{km}$, permitindo velocidades de até $10\ \text{Gbit/s}$. Os enlaces continuaram a ser limitados por atenuação, com acréscimo verificado causado pela diminuição de atenuação de $0,5\ \text{dB/km}$ em $1,3\ \mu\text{m}$ para $0,25\ \text{dB/km}$ em $1,55\ \mu\text{m}$.

Resumidamente, as características dos sistemas ópticos de terceira geração são:

- a) Comprimentos de onda de operação em torno de $1,55\ \mu\text{m}$;
- b) Fibras ópticas monomodo tipo dispersão deslocada, com diâmetros de núcleo e casca respectivamente de 10 e $125\ \mu\text{m}$, e que diferem das fibras mais antigas no comprimento de onda de mínima dispersão, que antes era $1,3$ e passou a ser de $1,55\ \mu\text{m}$;
- c) Parâmetros BL da ordem de $200\ \text{Gbit/s}\cdot\text{km}$, limitado pela atenuação em $1,55\ \mu\text{m}$;

d) Alcance dos enlaces da ordem de 80 km, limitado pela atenuação nas fibras ópticas e não por efeitos da dispersão material (alargamento dos pulsos causado pela propagação desigual dos diferentes comprimentos de onda emitidos pelas fontes ópticas).

Em vista de todos esses desenvolvimentos, o problema da dispersão material deixou de ser a principal limitação dos enlaces operando em $1,55 \mu\text{m}$, sendo que a atenuação levemente maior das fibras de dispersão deslocada tornou-se a principal limitação nos alcances dos enlaces. Por volta de 1992, o alcance típico dos enlaces era de 70 a 80 km, com velocidades que atingiam até 10 Gbit/s.km. Enlaces maiores só podiam realizados mediante regeneração dos pulsos ópticos em pontos intermediários desses enlaces. Nesses pontos intermediários, ficavam situados os dispositivos chamados “repetidores”, cuja ação era passar o sinal óptico para sua forma elétrica original, resincronizar e reconformar os pulsos elétricos assim obtidos, e com esses novos pulsos elétricos gerar um novo sinal óptico, inserido na fibra do enlace seguinte. Essa operação se repete novamente nos outros pontos intermediários. Portanto, nos sistemas de comunicação óptica de terceira geração, era necessário o uso de repetidores ópticos após 70 ou 80 km de passagem pelas fibras, por causa dos efeitos da atenuação óptica.

1.3.4 – QUARTA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA

Conforme mostrado acima, os sistemas de comunicação óptica de terceira geração duplicaram os alcances de seus enlaces mediante a utilização de lasers com faixa de emissão estreita e de fibras ópticas monomodo de dispersão deslocada. O efeito sobre o alcance dos enlaces foi relativamente modesto, em vista da limitação de alcance ser decorrente da atenuação das fibras. Entretanto, a velocidade de transmissão atingiu novos patamares de 2,5 Gbit/s, em vista da diminuição dos efeitos da dispersão material.

Em vista do papel preponderante da atenuação na limitação dos enlaces, desde 1985 esforços de pesquisa e desenvolvimento eram feitos visando a obtenção dos chamados “amplificadores ópticos” [Ghatak e Thyagarajan, 1998], [Desurvire, 1994], que são dispositivos que amplificam a potência dos sinais ópticos por meios puramente ópticos, sem o uso dos repetidores descritos na sub-seção anterior. Os amplificadores ópticos tornaram-se viáveis por volta de 1990, quando experiências revelaram a viabilidade de transmissão a 2,5 Gbit/s sobre uma distância de 21000 km e depois a 5 Gbit/s sobre uma distância de 14300 km, em ambos os casos fazendo os sinais ópticos re-circulararem sobre anéis de fibra óptica [Bergamo et al., 1991]. Os amplificadores ópticos dessa época são os chamados “amplificadores EDFA” (ou erbium doped fiber amplifiers), em que o sinal óptico de um laser excitador, ou de “bombeamento”, com nível de potência adequado, é injetado juntamente com o sinal óptico a ser amplificado em um certo comprimento de fibra óptica dopada com érbio, na qual ocorre a transferência de energia do

signal de bombeamento para o sinal a ser amplificado. Os átomos de érbio da fibra dopada são excitados pelo sinal de bombeamento a níveis de energia apropriados, e esses átomos passam energia ao sinal óptico a ser amplificado ao retornarem ao seu estado de energia mais baixa. É claro que certas condições devem ser satisfeitas pelo sinal de bombeamento, tanto em comprimento de onda quanto em nível de potência, para que ocorra a transferência eficiente de energia para o sinal óptico que deve ser amplificado.

Os amplificadores EDFA possuem as seguintes limitações:

a) acrescentam ruído ao sinal óptico amplificado, que não pode mais ser separado desse sinal, ruído esse devido ao processo indesejável de “emissão espontânea” presente nesses amplificadores. Assim, em enlaces muito longos, ainda é necessário o uso de repetidores para eliminar o ruído causado pelos EDFA. Entretanto, as distâncias entre repetidores em enlaces que incluem EDFAs são muito maiores que as distâncias máximas entre repetidores quando não se utilizam EDFAs.

b) a faixa de comprimentos de onda que podem ser amplificados por EDFAs é relativamente estreita, indo de 1,53 a 1,57 μm e conhecida como “banda C”. Essa característica causa limitações na máxima capacidade de informação dos sistemas ópticos modernos, como será visto mais adiante.

O uso de EDFAs permite a realização de enlaces muito longos com altas velocidades, viabilizando assim a realização de enlaces submarinos transcontinentais. Em 1996, entraram em operação enlaces submarinos operando a 5 Gbit/s e alcançando distâncias superiores a 10000 km, correspondendo a parâmetros BL de 50 Tbit/s $\cdot$ km. A alimentação dos EDFAs nesses sistemas é feita através de condutores metálicos incluídos nos cabos submarinos ópticos, e é viabilizada pelo baixo consumo de potência dos EDFAs, que permite fontes de alimentação dos enlaces com valores aceitáveis. O consumo dos repetidores ópticos, por outro lado, é muito superior ao dos EDFAs, e não permitiria os comprimentos de enlace necessários para cabos submarinos intercontinentais.

No início da década de 1990, obtiveram-se lasers a semicondutor com tecnologia InGaAsP capazes de operar em qualquer comprimento de onda na banda C, e ainda possuindo faixas de comprimento de onda de emissão inferiores a 0,2 nm. Esses dispositivos permitiram a realização da técnica de multiplexação óptica, ou “WDM”, de “wavelength division multiplex”. Essa técnica nada mais é que a técnica convencional FDM, utilizada anteriormente em sistemas analógicos elétricos, implementada com tecnologia óptica. Na técnica WDM, sinais de transmissores ópticos operando em comprimentos de onda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, e tais que $\lambda_i - \lambda_{i-1} = \Delta\lambda$, (onde $\Delta\lambda$ normalmente toma um dos valores 100, 50, 25 ou 12,5 nm) são injetados em uma

única fibra óptica, e são separados na outra extremidade do enlace por filtros ópticos. Após essa separação, cada sinal óptico é encaminhado ao respectivo receptor óptico.

Com o uso da técnica WDM, as capacidades dos enlaces em bits/s cresceram rapidamente, dobrando a cada seis meses, atingindo valores hoje em dia de 30 a 40 Tbit/s. Aqui se trata da velocidade de transmissão de informação total sobre uma fibra óptica, e não do parâmetro BL, pois agora cada fibra transporta vários feixes ópticos. Essa grande capacidade de transmissão viabilizou os acessos à Internet de banda larga, que podem ser acomodados com relativa facilidade nos enlaces ópticos WDM.

Resumidamente, as características dos sistemas ópticos de quarta geração são:

- a) Comprimentos de onda de operação em torno de $1,55 \mu\text{m}$;
- b) Fibras ópticas monomodo tipo dispersão deslocada, com atenuação otimizada em $1,55 \mu\text{m}$;
- c) Utilização de amplificadores ópticos para possibilitar enlaces com grandes espaçamentos entre repetidores;
- d) Utilização de multiplexação WDM, para aumentar a eficiência de utilização das fibras ópticas instaladas, permitindo que uma mesma fibra transporte simultaneamente vários feixes digitais independentes.

A grande capacidade dos sistemas de comunicação óptica levou à instalação de um grande número de enlaces ópticos no período de 1995 a 2000, em vista da noção parcialmente errônea de que os usuários da Internet pagariam qualquer preço para dispor de acesso cada vez mais rápido a esse meio de comunicação. O comportamento dos usuários da Internet não correspondeu a essas expectativas, de modo que a maioria dos sistemas de comunicação óptica instalados nessa época permanece até hoje operando muito abaixo de suas capacidades, e em consequência fazendo com que novas instalações não sejam necessárias por um longo período de tempo. Além disso, os efeitos da crise econômica iniciada no final de 2008 também contribuíram para manter pequena a demanda por novos sistemas de comunicação óptica. Entretanto, as novas tecnologias de transmissão por rádio, particularmente a telefonia celular de terceira geração (3G) e as capacidades cada vez maiores de processamento de informação dos computadores pessoais indicam que haverá demanda por sistemas ópticos com capacidades cada vez maiores nos próximos anos. Esses sistemas vão constituir a quinta geração de sistemas de comunicação óptica.

1.3.5 – QUINTA GERAÇÃO DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO ÓPTICA

Em vista do que foi apresentado nas sub-seções anteriores, embora várias circunstâncias tenham reduzido temporariamente a demanda por novos sistemas de comunicação óptica, avanços tecnológicos vão exigir sistemas de transmissão capazes de manipular quantidades de

informação sempre maiores. Assim, mesmo com a comercialização de um número pequeno de sistemas ópticos nos últimos dez, não diminuíram os esforços de pesquisa e desenvolvimento de sistemas de comunicação óptica cada vez mais poderosos.

O principal objetivo dos novos desenvolvimentos foi o de disponibilizar mais e mais canais ópticos através da técnica WDM. Como a banda C de comprimentos de onda (1,53 a 1,57 μm) já foi bastante explorada nos sistemas de quarta geração, conforme descrito acima, foi natural que as atenções se voltassem para as faixas de comprimentos de onda de 1,57 a 1,61 μm (a chamada banda L, dos comprimentos de onda maiores (“Long”)) e de 1,48 a 1,53 μm (a chamada banda S, dos comprimentos de onda mais curtos (“Short”)). Essas bandas não eram usadas em vista da limitação de banda causada pelos EDFA, e também pelo fenômeno da dispersão material, que apresenta maiores limitações nesses comprimentos de onda. Portanto, o foco inicial das pesquisas concentrou-se sobre dois tópicos principais:

a) realização de amplificadores ópticos capazes de operar nas bandas S, C e L de comprimentos de onda. Para atingir esse objetivo, foi necessário realizar novas formas de amplificação óptica, utilizando outras formas de transferência de energia entre ftons, já que a técnica da fibra dopada com érbio apresenta a já mencionada limitação de faixa. Foram consideradas as técnicas de espalhamento de Brillouin e Raman, já utilizadas em outras áreas de pesquisa científica. Verificou-se que a técnica de amplificação por espalhamento Raman foi a que produziu melhores resultados, podendo operar nas três faixas S, C e L, mediante escolha do comprimento de onda de bombeamento. Outra característica do amplificador óptico do tipo Raman é gerar menores níveis de ruído por emissão espontânea, permitindo assim mais pontos de amplificação sem aumento excessivo da potência de ruído acrescentado ao sinal óptico.

b) obtenção de fibras ópticas que apresentem baixos níveis de atenuação nos comprimentos de onda que se estendem desde 1,3 a 1,65 μm . Essas fibras são denominadas “fibras secas” por possuírem concentrações muito baixas de íons OH^- , que são responsáveis, como mostra a Fig. 1, pelo pico de atenuação em torno de 1,4 μm .

c) obtenção de técnicas de controle da dispersão material e da chamada “dispersão por modo de polarização” (“polarization mode dispersion”, ou PMD), esta última sendo a dispersão causada pela diferença da velocidade de propagação dos dois modos de polarização óptica existentes em fibras monomodo. Para enlaces da ordem de 100 km, a dispersão tipo PMD provoca alargamentos de pulso da ordem de 1 ps, e portanto produz efeitos desprezíveis quando comparados aos efeitos da dispersão material. No entanto, com os grandes comprimentos de enlace obtidos com o uso de amplificadores ópticos, e com as velocidades atingindo valores superiores a 10 Gbit/s (pulsos de duração inferior a 100 ps), os efeitos da

dispersão PMD tornam-se significativos e também precisam ser controlados. As técnicas de controle das dispersões material e PMD podem ser realizadas ou por meio de fibras especiais ou por meio de dispositivos redutores de dispersão, denominados “compensadores de dispersão”, e que são colocados em pontos dos enlaces regularmente espaçados.

d) técnicas especiais de geração de pulsos ópticos, denominados “solitons ópticos”, que são pulsos que preservam sua forma, e portanto a largura, ao se propagarem nas fibras ópticas. Esses pulsos dependem, para sua existência, de uma interação entre os efeitos da dispersão material e os efeitos não lineares no material das fibras ópticas.

e) aplicação de técnicas puramente ópticas para a realização de funções antes realizadas por circuitos eletrônicos [Weber e Nakazawa, 2007]. A substituição de técnicas eletrônicas por ópticas torna-se necessária em vista dos componentes eletrônicos baseados em silício e arseniato de gálio não responderem satisfatoriamente a velocidades de transmissão acima de 40 Gbit/s, e assim constituírem uma limitação ao aumento das taxas de bit ópticas. Já a maioria dos componentes puramente ópticos não possui limitações desse tipo. A aplicação das técnicas puramente ópticas na implementação das operações de multiplexação, demultiplexação e extração de relógio permite a realização do que se costuma denominar “OTDM”, ou “Optical Time Division Multiplexing”. O Termo “OTDM” é usado para diferenciar o processamento por meios puramente ópticos do processamento denominado “ETDM”, ou “Electrical Time Division Multiplexing”, em que as principais operações são realizadas principalmente com base em sinais elétricos.

f) Desenvolvimento de novas tecnologias de dispositivos eletrônicos, que permitam a obtenção de componentes capazes de operar em velocidades superiores a 40 Gbit/s usando processamento ETDM. Novas tecnologias estão sendo desenvolvidas, podendo-se destacar as seguintes [Weber e Nakazawa, 2007]:

- 1) Tecnologia SiGe, em que o material base silício é substituído por uma liga dos semicondutores silício e germânio, obtendo-se assim dispositivos significativamente mais rápidos.
- 2) Moduladores de faixa larga controlados por sinais elétricos de baixa amplitude. Tais dispositivos permitem a geração de pulsos com duração de alguns picosegundos, podendo atingir até mesmo algumas centenas de femtosegundos. Os pulsos extremamente curtos assim obtidos viabilizam as operações de multiplexação e demultiplexação realizadas de forma predominantemente elétricas.
- 3) Fotodetetores tipo pin com estrutura de guia de onda, permitindo a conversão óptico-elétrica de pulsos ópticos com duração de femtosegundos.

Mediante o uso das técnicas 1, 2 e 3, demonstrou-se a viabilidade da obtenção de feixes com velocidades de 80 Gbit/s por meio do processamento ETDM. Assim, é de se esperar que, com o amadurecimento dessas novas técnicas, o processamento ETDM seja usado de forma significativa nos sistemas de comunicação óptica de quinta geração.

Dentre as linhas de desenvolvimento mencionadas, aquelas relativas aos novos amplificadores ópticos e às técnicas de controle de dispersão são as mais adiantadas, sendo que já estão sendo utilizadas nas redes de fibra óptica existentes.

No caso dos amplificadores ópticos, verifica-se, conforme já mencionado, que a tecnologia baseada no espalhamento Raman produziu melhores resultados, com o resultado que esse tipo de amplificador já é encontrado com certa frequência nas redes ópticas existentes.

No caso do controle de dispersão, um grande progresso foi feito com a realização de compensadores de dispersão bastante eficientes, que efetivamente conseguem reduzir significativamente os efeitos da dispersão material sobre os pulsos ópticos. A operação desses dispositivos é tal que pulsos com alargamento aplicados na entrada desses dispositivos aparecem na saída dos mesmos como pulsos “restaurados”, isto é, pulsos com duração praticamente igual à duração dos pulsos gerados originalmente pelas fontes ópticas. O alargamento dos pulsos causado pelas fibras ópticas percorridas por esses pulsos é, por assim dizer, cancelado pelos compensadores de dispersão.

Vale destacar que as técnicas que vão causar maior influência sobre o aumento da capacidade de informação dos sinais ópticos são os sólitons, o uso de processamento OTDM e o desenvolvimento de novos dispositivos que permitam processamento ETDM em velocidades muito altas. Todas essas técnicas viabilizam a geração de pulsos extremamente curtos, da ordem de alguns picosegundos ou até mesmo de algumas dezenas de femtosegundos, que viabilizam a obtenção de feixes ópticos com taxas de bit chegando a 320 Gbit/s.

I.4 - OBJETIVO DESTE TRABALHO

Em vista do que foi apresentado nas seções anteriores, fica claro que o objetivo de se conseguir velocidades de transmissão cada vez maiores sempre vai constituir um objetivo de pesquisa em sistemas de comunicações de qualquer tipo, e com ênfase especial em sistemas de comunicação óptica. Portanto, podem-se esperar taxas de bit cada vez maiores modulando os sinais ópticos que circulam pelas redes de fibra óptica.

No contexto dessas redes com velocidades muito altas, as operações de multiplexação, demultiplexação e extração de relógio, realizadas tanto de forma puramente óptica, ou OTDM [Saruwatari, 2000], [Weber e Nakazawa, 2000], quanto na forma eletro-óptica, ou ETDM

[Weber e Nakazawa, 2007], são fundamentais para elevar a quantidade de informação que pode ser transportada pelas fibras.

Entre as operações mencionadas, destaca-se a operação de extração de relógio, vital para a operação de qualquer sistema de comunicação óptico. Qualquer que seja a tecnologia específica utilizada na realização dessa operação, pode-se afirmar que os dispositivos usados como extratores de relógio nos sistemas de comunicação óptica em desenvolvimento obedecerão às seguintes características gerais :

a) Utilização de malhas de sincronismo de fase (ou PLLs, de “Phase Locked Loops”) como esquema básico para recuperação de sinais de relógio.

b) Uso de detetores de fase, nos PLLs dos extratores de relógio ópticos, realizados por meio de dispositivos cuja operação corresponde a detetores do tipo produto. Em outras palavras, o modelamento dos PLLs usados nos novos sistemas ópticos certamente envolverá um detetor de fase do tipo produto.

c) PLLs utilizados na extração de relógio em sistemas ópticos necessitarão de grandes valores de ganhos de malha (parâmetro definido no capítulo II), em vista das altas taxas de bit que caracterizam sistemas ópticos.

O objetivo principal deste trabalho é a apresentação de processos que viabilizam a realização de extratores de relógio que possam satisfazer as características mencionadas acima, de modo a contribuir para a disponibilidade de sistemas ópticos com capacidades cada vez maiores. Em vista da importância das características a), b) e c) acima na realização de extratores de relógio de sistemas ópticos de alta velocidade, as técnicas discutidas visam a implementação de PLLs que possam ser utilizados como extratores de relógio nos sistemas ópticos de quinta geração e das gerações seguintes.

Com todos esses objetivos em vista, e tendo em vista a característica a), o capítulo II faz uma breve recapitulação dos princípios gerais de PLLs, chamando a atenção para as peculiaridades dos PLLs a serem usados em extratores de relógio dos novos sistemas ópticos. A seguir, nesse mesmo capítulo, para dar uma idéia das exigências típicas a serem satisfeitas por esses extratores de relógio, descrevem-se alguns conceitos gerais da implementação de sistemas ópticos de alta capacidade e se discutem duas propostas apresentadas recentemente na literatura [Bogoni et al., 2006], [Agis et al., 2006], para utilização de técnicas ópticas em operações antes executadas com tecnologia puramente elétrica. O objetivo dessa apresentação é mostrar porque as características a), b) e c) acima descritas certamente vão estar presentes nos extratores de relógio dos sistemas ópticos atualmente em desenvolvimento.

No capítulo III descrevem-se dois processos que visam permitir a realização de PLLs

adequados para constituir extratores de relógio em sistemas ópticos de alta capacidade, quer sejam implementados nas formas ETDM ou OTDM. As técnicas de realização descritas nesse capítulo tem como objetivo a determinação de filtros de malha (também denominados, de forma mais comum, “filtros de loop”) que permitam a satisfação das características b) e c) e ao mesmo tempo sejam capazes de garantir a estabilidade dos PLLs dos quais fazem parte. Os filtros de loop considerados são todos do tipo elétrico, com base no fato de que, mesmo com o progresso recente experimentado pelos filtros ópticos, a utilização de filtros de loop na forma elétrica ainda é a forma mais prática para a realização desses filtros em extratores de relógio de sistemas ópticos.

Finalmente, no capítulo IV são mostrados vários exemplos de realização de filtros de loop por meio das técnicas descritas no capítulo III, apresentando-se curvas de resposta em frequência dos PLLs e dos filtros de loop, bem como lugares das raízes desses PLLs. Também se apresentam nesse capítulo as respostas transitórias, ou de captura, dos PLLs caracterizados pelos filtros projetados, mostrando o bom comportamento desses PLLs durante o processo de se sincronizar com um sinal de relógio externo.

CAPÍTULO II

ALGUMAS TÉCNICAS PARA FUTUROS SISTEMAS DE COMUNICAÇÃO
ÓPTICA

II.1 – INTRODUÇÃO

No que segue, faz-se uma revisão da técnica de multiplexação TDM, mostrando as implicações para o aumento da capacidade de sistemas ópticos. Em seguida, apresenta-se um resumo da teoria básica dos “phase-locked loops”, também denominados PLLs, em vista da papel importante que esses sistemas tomam na realização da maioria dos extratores de relógio. Depois são apresentadas duas formas possíveis de aplicação de técnicas ópticas em PLLs [Bogoni et al., 2006], [Agis et al., 2006] que, além de ilustrar as atividades de desenvolvimento de extratores de relógio para novos sistemas ópticos, mostram a viabilidade de realização de parte ou do todo de um PLL com tecnologia predominantemente óptica. Essas seções mostram a importância de se dispor de processos capazes de realizar PLLs adequados para uso em sistemas de comunicação óptica de alta capacidade.

II.2 – A TÉCNICA DE MULTIPLEXAÇÃO “TDM”

Conforme mostrado no Capítulo I, existe uma demanda contínua por capacidades de informação cada vez maiores nos sistemas ópticos que constituem as vias de alta velocidade nas redes modernas de telecomunicações. Essa demanda é expressa pela necessidade de se aumentar a largura de banda disponível nos enlaces ópticos. No Capítulo 1 também se discutiu como a técnica WDM permite o envio simultâneo de diversos feixes ópticos através da mesma fibra óptica. Assim, para que se aumente a largura de banda disponível em uma fibra, existem duas alternativas possíveis, que são o aumento do número de canais ópticos que podem ser transmitidos simultaneamente em uma fibra, e o aumento da capacidade de transmissão de cada canal óptico disponibilizado.

A alternativa do aumento do número de canais ópticos em uma fibra está sendo desenvolvida por meio das seguintes técnicas:

- Desenvolvimento de componentes ópticos que permitam a acomodação de canais ópticos com menor separação entre os canais [Agrawal, G.P., - Components, 2004].
- Desenvolvimento e utilização de novas fibras ópticas [Bennett et al., 1999], [Knight et al., 1998], [Thomas et. al., 2000], [Russell, 2003], que permitam a utilização das bandas L, C e S, mencionadas no Capítulo I. Esta técnica permite explorar ao máximo a largura de banda disponível em fibras ópticas.

Para avaliar as alternativas de aumento de capacidade dos feixes ópticos que compõem os sistemas WDM, é importante lembrar que esses feixes são obtidos pela técnica de multiplexação por divisão no tempo, ou TDM, de “Time Division Multiplexing” [Carlson, 1985], [Schwartz, 1990], [Lathi, 2009]. Nessa técnica, pulsos digitais de N origens diferentes são intercalados no tempo, resultando num feixe dito “composto” ou “agregado”, que

transporta de forma estruturada as informações das N fontes de informação, conforme mostrado na figura 1.

Fig. 1 – Multiplexação por divisão de tempo (TDM)

A figura 1 mostra que os pulsos provenientes de uma determinada origem se repetem periodicamente cada T segundos. O tempo T é portanto denominado “período de repetição de pulso”, ou simplesmente “período de repetição”. Por outro lado, a mesma figura mostra que o tempo t_d de duração de um pulso, considerando que existem N origens diferentes de pulsos, é limitado ao valor máximo de T/N segundos, para que pulsos de origens diferentes não se superponham, impedindo desse modo sua identificação no lado receptor. Na prática, o valor máximo de t_d precisa ser um pouco inferior a T/N , para permitir tolerâncias nas larguras nominais dos pulsos multiplexados no tempo.

No caso de taxas muito altas de repetição de pulsos, fica evidente a necessidade de gerar pulsos com duração muito pequena. Por exemplo, caso se deseje fazer a multiplexação de 10 sinais, cada qual com velocidade de 40 Gbit/s (a máxima velocidade possível para a tecnologia eletrônica baseada no silício), seria necessário gerar pulsos com largura de 2 picossegundos, repetindo-se a cada 25 picossegundos.

No lado receptor do feixe óptico, efetua-se a operação denominada “demultiplexação” dos sinais que constituem o feixe, identificando e separando os pulsos que constituem os feixes individuais. A operação de demultiplexação torna necessária a criação no feixe composto de uma estrutura, denominada em geral de “frame” ou “quadro”, que permita a identificação da origem de cada pulso do feixe composto.

Da descrição acima, também fica claro que uma exigência básica da técnica TDM é a sincronização de todos os sinais envolvidos, tanto para a multiplexação quanto para a demultiplexação dos sinais componentes do feixe principal.

Para a multiplexação de sinais, a idéia básica é gerar sinais que consistem de pulsos com a largura desejada e cuja taxa de repetição esteja sincronizada a um sinal de referência. Dessa forma, seguindo a notação da Fig. 1, geram-se N sinais “básicos”, cada um deles composto por pulsos com duração de t_d segundos e que se repetem a cada T segundos. Esses sinais são combinados de forma que no feixe composto os pulsos de cada sinal básico assumam sempre a mesma posição relativa, sem que se superponham aos pulsos provenientes dos outros sinais básicos, como mostra a Fig.1. A sincronização de todos os sinais básicos com a mesma

referência faz com que os pulsos multiplexados mantenham sempre a mesma posição relativa no sinal composto.

Na demultiplexação do feixe composto, é necessário inicialmente executar a operação de recuperação do sinal de relógio que caracteriza a repetição dos pulsos no feixe composto, ou seja, o sinal de relógio com período T/N . É mediante o uso desse sinal de relógio recuperado, ou “extraído”, do feixe composto que se efetua o reconhecimento da estrutura de quadro mencionada acima, e a identificação/separação dos pulsos que constituem os feixes individuais. Fica clara a importância fundamental da operação de extração de relógio para a operação dos sistemas de comunicação digital, dos quais fazem parte os sistemas ópticos.

O esquema básico para geração de um feixe composto por pulsos curtos de origens diferentes é indicado na Fig. 2.

Fig.2 – Geração de um feixe óptico composto por pulsos de origens diferentes.

Os pulsos ópticos mostrados à esquerda na Fig.2 em geral são provenientes de uma única fonte óptica, e possuem taxa de repetição igual à dos feixes a serem multiplexados, bem como duração compatível com a quantidade de sinais a serem multiplexados. Obviamente, os feixes a serem multiplexados foram todos gerados a partir do sinal de relógio que comanda a taxa de geração dos pulsos ópticos estreitos.

Na forma usual, os feixes a serem multiplexados se encontram na forma elétrica, e são usados para comandar os moduladores eletro-ópticos mostrados na Fig.2. Assumindo que o feixe óptico composto é formado por sinais tipo OOK (de “On-Off Keying”), a presença de um dígito “1” no feixe elétrico denominado “canal i ” ($i=1,...,4$ na Fig. 2) permite a passagem de um pulso óptico pelo modulador nº “ i ”, enquanto que um dígito “0” faz com que o modulador nº “ i ” não permita a passagem de um pulso óptico. Assim a presença ou ausência de um pulso óptico na posição do canal “ i ” no feixe composto marca respectivamente a presença de dígitos “1” ou “0” na posição temporal correspondente ao feixe “ i ”. Outras formas de codificar a informação digital são possíveis, mas a codificação OOK, por sua simplicidade, ainda é bastante utilizada.

Os sinais de saída dos moduladores passam em seguida por componentes ópticos cuja função é aplicar um atraso apropriado aos pulsos de saída dos moduladores. Os atrasos $t_1, \dots, t_4$ da Fig.2 são todos diferentes, e fazem com que os pulsos de saída dos moduladores formem o feixe composto na sequência correta. Os pulsos atrasados são então combinados em um multiplexador óptico, obtendo-se na saída deste o feixe composto desejado.

O arranjo mostrado na Fig. 2 tem sido implementado com moduladores que podem ser controlados tanto de forma óptica como elétrica. O ponto importante aqui é a necessidade de gerar os pulsos estreitos da fonte óptica e os sinais de controle de todos os moduladores a partir de um sinal de relógio de referência principal, que sincroniza a operação do sistema óptico. No que segue, será apresentada uma forma de implementação de uma fonte óptica de pulsos estreitos cuja taxa de repetição pode ser facilmente sincronizada a um relógio de referência, tendo-se assim uma possível solução para um dos principais problemas encontrados na geração do feixe óptico composto da Fig.1. Também será descrito um esquema de recuperação do sinal de relógio que caracteriza os pulsos ópticos que chegam a um receptor óptico, mostrando-se uma possível implementação de parte de um demultiplexador óptico. Em ambas as soluções apresentadas, o elemento básico é uma malha de sincronismo de fase, ou PLL (de “Phase Locked Loop”), de modo que antes da descrição dessas soluções será feita uma apresentação sucinta dos resultados básicos da teoria de PLLs.

II.3 – RESUMO DA TEORIA DE PLLs

Os PLLs foram apresentados em 1932 por Henri de Bellescize [Bellescize, 1932], [Best, 1999], [Gardner, 2005], e hoje se constituem em um dos componentes mais comuns para sincronizar os sinais de um sistema com sinais gerados por outro sistema, usado como referência. Os receptores de televisão analógicos, desde os primeiros modelos do final da década de 1930, utilizam a idéia do PLL em seus circuitos de varredura horizontal e vertical. Com a introdução de circuitos integrados monolíticos contendo partes completas de um PLL, esses dispositivos passaram a ser mais e mais usados em aparelhos eletrônicos, particularmente em aplicações de telecomunicações, estando na atualidade disseminados em vários tipos de produtos, desde equipamentos de transmissão digital a sistemas para controle de velocidade de máquinas elétricas. Em redes de telecomunicações, os PLLs são comumente usados para sincronizar nós das redes com um nó mestre, responsável pela geração de um sinal de relógio de referência [Bregni, 2002], [Lindsay et. al., 1985], [Pinheiro, 2005], [Piqueira, 1997], [Piqueira et al., 2005].

Resumidamente, pode-se dizer que um PLL é um dispositivo que recebe um sinal de entrada com fase $\theta_i(t)$, e a partir desse sinal gera um sinal de saída com fase $\theta_o(t)$, de forma a manter

constante o erro de fase $\phi(t) = \int \Delta f dt = \theta_i(t) - \theta_o(t)$. Denominando por Δf o erro de frequência (a diferença entre as frequências dos sinais de entrada e do VCO), então segue-se que $\Delta f = \dot{\phi}(t) = \dot{\theta}_i - \dot{\theta}_o$ tende a zero no transcorrer do tempo. Portanto, pode-se dizer que um PLL faz com que o sinal do VCO, considerado como sinal de saída, assuma uma frequência igual à frequência do sinal de entrada, ou, em outras palavras, um PLL sincroniza o sinal de saída com o sinal de entrada, podendo-se considerar este último como uma referência.

A Fig. 3 mostra a estrutura básica de um PLL, podendo-se ver que esse dispositivo consiste de um detetor de fase (normalmente denominado como “PD”, de “phase detector”), um filtro passa-baixas (normalmente denominado “F”) e um oscilador controlado por tensão (normalmente denominado “VCO”, de “voltage-controlled oscillator”).

Fig. 3 – Estrutura básica de um PLL.

O detetor de fase PD compara a fase $\theta_o(t)$ do sinal de saída $s_o(t)$ gerado pelo VCO com a fase $\theta_i(t)$ do sinal de entrada $s_i(t)$, com o objetivo de atingir uma diferença de fase $\phi(t)$ constante, conforme mencionado acima. Por sua vez, o filtro F tem a função de eliminar componentes de alta frequência presentes na saída do detetor de fase, possuindo também a função de definir a dinâmica do PLL, isto é, como o PLL responde a certos tipos de variação de fase no sinal de entrada $s_i(t)$. O sinal de saída do filtro F atua sobre o VCO de modo a igualar as frequências dos sinais de entrada $s_i(t)$ e saída $s_o(t)$ do PLL.

Conforme mencionado acima, um dos usos mais comuns de um PLL é extrair o sinal de relógio que caracteriza um sinal composto por uma sequência de pulsos. Tais sinais existem na maioria dos sistemas de telecomunicações modernos, em vista da disseminação das técnicas digitais. Os sinais cujo relógio deve ser extraído, ou recuperado, podem ser provenientes de meios de transmissão diversos, tais como pares de fios de cobre (por ex. modems ADSL), fibras ópticas ou sistemas rádio (por ex. rádios digitais, redes sem fio de computadores), etc. Em todos esses casos, o feixe de pulsos recebido pelo PLL contém uma componente de frequência em seu espectro com a frequência do sinal de relógio que caracteriza esse feixe. É essa componente de frequência que constitui o sinal efetivo de entrada $s_i(t)$ para o PLL que vai realizar a operação de extração de relógio, sendo que as demais componentes de frequência do espectro do feixe de pulsos são consideradas como ruído e, se certas condições forem satisfeitas, ignoradas pelo PLL. Em outras palavras, ao gerar um sinal de saída $s_o(t)$ com

frequência igual à frequência da componente de relógio presente no feixe de pulsos aplicado ao PLL, este último está “identificando”, ou recuperando, essa frequência.

As componentes do espectro do feixe de pulsos recebido pelo PLL, cujas frequências são distintas da frequência do relógio desse feixe, interagem no PD com o sinal $s_o(t)$ gerado pelo VCO, e uma parte dos sinais resultantes dessa interação será eliminada pelo filtro F da Fig.3 por estar situada fora da faixa de passagem desse filtro. Pode-se mostrar [Stensby, 1998] que os sinais de interação cujas componentes de frequência estão situadas dentro da faixa de passagem de F possuem potência efetiva relativamente baixa, e assim são descartadas como ruído pelo VCO, que executa função de integrador, conforme discutido mais à frente.

Portanto, pode-se dizer que a operação de extração ou recuperação de relógio pode ser considerada como a sincronização do VCO do PLL que recebe o feixe de pulsos com a componente na frequência do relógio que caracteriza esse feixe. Logo, na Fig.3 o sinal $s_i(t)$ de entrada do PLL e o sinal $s_o(t)$ gerado pelo VCO podem ser caracterizados dados por

$$s_i(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta_i(t)), \text{ e} \quad (1)$$

$$s_o(t) = V_o \cos(\omega_0 t + \theta_o(t)), \quad (2)$$

onde A e V_o são amplitudes que podem ser consideradas como constantes (estabilizadas se necessário pelo uso de um sistema de controle automático de ganho (AGC)), e ω_0 é a frequência livre, também denominada frequência central, do VCO, geralmente com valor próximo (diferindo por algumas dezenas de ppm) ao valor da frequência de relógio a ser recuperado. As implementações de PLLs em sistemas de comunicação óptica a serem considerados neste trabalho favorecem o uso de detetores de fase do tipo produto, que realizam, como seu nome indica, o produto dos sinais $s_i(t)$ e $s_o(t)$. Nesse caso, o sinal de saída $v_d(t)$ tem a forma

$$\begin{aligned} v_d(t) &= AV_o \sin(\omega_0 t + \theta_i(t)) \cos(\omega_0 t + \theta_o(t)) = \\ &= AV_o/2 [\sin(\theta_i(t) - \theta_o(t)) + \sin(2\omega_0 t + \theta_i(t) + \theta_o(t))]. \end{aligned} \quad (3)$$

O segundo termo da Eq. (3) corresponde a componentes de alta frequência do sinal $v_d(t)$, que são atenuados pelo filtro de loop F. Caso a malha PLL esteja dimensionada de forma adequada, essas componentes do sinal $v_d(t)$ possuirão amplitudes muito pequenas após passarem pelo filtro F, e assim podem ser desprezadas na análise que segue. Portanto, o sinal $v_d(t)$ presente na saída do detetor de fase PD pode ser assumido como sendo da forma

$$v_d(t) = K_d \sin[\theta_i(t) - \theta_o(t)] = K_d \sin \emptyset(t), \quad (4)$$

onde $\emptyset(t)$ é a diferença de fase entre os sinais $s_i(t)$ e $s_o(t)$, e $K_d = AV_o/2$ é o ganho do detetor de fase do tipo produto, medido em volts/radiano.

Os filtros usados para realizar o filtro F da Fig.3 serão considerados neste trabalho como possuindo funções de transferência com a forma

$$H(s) = \frac{v_c(s)}{v_d(s)} = \frac{b_0}{P(s)} = \frac{a_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}, \quad (5)$$

onde $v_c(s)$ e $v_d(s)$ são as respectivas transformadas de Laplace dos sinais $v_c(t)$ e $v_d(t)$ da Fig. 3. A função $H(s)$ dada pela Eq.(5) apresenta as seguintes características:

- $H(0) = H(s)|_{s=0} = 1$. Esta propriedade só não será válida para os filtros Chebychev de ordem par, como será discutido no capítulo 4 ao se discutir realizações com filtros Chebychev.
- $H(s)$ não possui zeros finitos. Esta propriedade define um filtro do tipo “sem-zeros”, ou “só-polo” (“all-pole”, na literatura em inglês).
- Todos os coeficientes a_i são constantes positivas determinadas pelo tipo de função de transferência escolhida para a implementação de F. Como veremos, esses coeficientes podem ser escolhidos para realizar tipos padrão de filtros sem zeros, como por exemplo filtros tipo Butterworth, Chebychev, Gaussiano e Bessel.

Finalmente, o VCO da Fig.3 é descrito por uma equação da forma $d\theta_o(t)/dt = K_V v_c(t)$, que corresponde a $\theta_o(t) = K_V \int_{-\infty}^t v_c(t') dt'$, onde K_V é a constante, ou ganho, do VCO, dado em radianos por segundo por volt (rad/s·V). Fica claro que o VCO atua como integrador na malha da Fig.3.

O componente PD da Fig.3 constitui um bloco não linear, em vista do termo $K_d \cdot \sin \phi(t)$ da Eq. (4). Entretanto, em vista do fato de que a diferença de fase $\phi(t)$ assume valores da ordem de décimos de radiano quando o PLL está na condição de sincronismo, é possível assumir que o PD opera de forma linear, fazendo-se $v_d(t) \approx K_d \cdot \phi(t)$.

Nessas condições, a malha da Fig. 3 pode ser descrita por uma função de transferência e pode-se definir o ganho de malha $K = K_d \cdot H(0) \cdot K_V = K_d \cdot K_V$, pois $H(0)$ é sempre assumido igual a 1 (adimensional), exceto no caso dos filtros Chebychev de ordem par. O ganho de malha é dado em s^{-1} , ou Hz.

Para uma malha PLL com os componentes e parâmetros descritos acima, pode-se mostrar [Best, 1999], [Gardner, 2005], que a função de transferência de malha fechada do modelo linearizado da Fig.3 é dada por

$$G(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{a_0 K}{sP(s) + a_0 K}. \quad (6)$$

Finalmente, é importante observar que se pode mostrar que, para que a malha da Fig.3 possa sincronizar (igualar as frequências) os sinais $s_i(t)$ e $s_o(t)$, é necessário que a diferença absoluta máxima $|\Delta f|_{max}$ entre as frequências de $s_i(t)$ e $s_o(t)$ seja ser tal que [Best, 1999], [Gardner, 2005]

$$2\pi|\Delta f|_{max} \leq K. \quad (7)$$

Como um dos principais objetivos deste trabalho é estudar a realização de PLLs que possam ser usados na extração de relógio de sinais que modulam feixes ópticos, a Eq. (7) implica em PLLs com ganhos de malha K com valores altos, tipicamente acima de 10^6 Hz.

Para ter uma idéia do motivo porque são necessários valores grandes de K em comunicação óptica, é necessário lembrar que a tecnologia de sistemas de comunicação óptica atualmente disponível permite que feixes digitais com velocidades de até 40 Gbit/s sejam transportados por sinais ópticos. As velocidades dos feixes digitais se caracterizam por uma tolerância, normalmente dada em dezenas de ppm (partes por milhão), em torno de um valor nominal. Assim, assumindo que sinal óptico transporte um feixe digital com velocidade de 40 GHz e tolerância de 10 ppm (valor típico), essa velocidade vai se situar na faixa de $(40 \times 10^9 - 400000)$ Hz a $(40 \times 10^9 + 400000)$ Hz. Em outras palavras, um PLL que recebe o feixe óptico para extrair a frequência de relógio do sinal transportado pelo feixe óptico terá de reconstituir um sinal com $|\Delta f|_{max} = 400000$ Hz, correspondendo pela Eq. (7) a um valor de K igual a $2,5 \times 10^6$ Hz.

Uma vez que um PLL constitui uma forma de sistema controle, e como sistemas de controle tendem à instabilidade para grandes valores de ganho de malha, fica clara a necessidade de se poder escolher filtros de loop que permitam a realização de PLLs com altos valores de K , ao mesmo tempo garantindo a estabilidade desses PLLs. Um processo de cálculo de filtros que atinja esses objetivos permitirá, ao menos em princípio, a realização de PLLs para extração dos sinais de relógio arbitrariamente altos que certamente estarão presentes nas futuras versões dos sistemas de comunicação óptica.

II.4 - UM EXEMPLO DE GERAÇÃO DE PULSOS ÓPTICOS ESTREITOS COM TAXA DE REPETIÇÃO SINCRONIZADA A UMA REFERÊNCIA

II.4.1 – REQUISITOS GERAIS DE UM GERADOR DE PULSOS ESTREITOS PARA APLICAÇÕES OTDM

Conforme discutido na Seção II.1, particularmente com referência à Fig.1, um gerador de pulsos adequado para sistemas OTDM deve gerar pulsos com as menores durações t_d possíveis, e que se caracterizem por altas taxas ($f_R = 1/T$) de repetição no tempo, tipicamente acima de 40 GHz. O primeiro requisito permite o aumento da velocidade do feixe óptico composto, pois valores pequenos de t_d permitem menores valores de T mantendo o mesmo número N de feixes multiplexados. Já o segundo requisito evita que seja necessário multiplexar um grande número de feixes, já que a capacidade de informação de cada feixe a ser multiplexado é suficientemente elevada [Weber and Nakazawa, 2007] e, portanto, menos feixes precisam ser multiplexados para se ter um feixe composto de alta capacidade de transporte. Outro requisito

importante que deve ser cumprido é que a largura espectral dos pulsos gerados seja a menor possível, para minimizar as distorções causadas pela dispersão cromática durante a transmissão do feixe composto. Os pulsos ópticos que satisfazem esse último requisito são denominados “pulsos TL”, ou “limitados por transformada”, porque se caracterizam pelo mínimo valor do produto (largura de faixa ocupada) x (tempo de duração) [Ghatak and Thyagarajan, 1998] .

II.4.2 – A TÉCNICA DE “MODE LOCKING”

Uma forma muito útil para a geração de pulsos ópticos estreitos com taxa de repetição determinada é a técnica denominada em inglês de “mode locking”, que poderia ser denominada em português por “sincronização de modos”, ou “travamento de modos”. No que segue, serão usados os termos “mode locking” e “mode lock”, por serem comuns no jargão de tecnologia óptica.

II.4.2.1 – MODOS DE UMA ESTRUTURA RESSONANTE

A técnica de “mode locking” aplica-se a qualquer forma de estrutura óptica que apresente o fenômeno de ressonância, ou seja, uma estrutura que contém uma fonte óptica de fótons e que favoreça a existência de um conjunto de sinais ópticos, denominados “modos” da estrutura óptica [Saleh and Teich, 2007]. Exemplos de estruturas ópticas ressonantes comumente usadas são uma cavidade formada por dois espelhos, a cavidade de um laser, uma fibra óptica em anel, etc.

Os modos de uma estrutura óptica são harmonicamente relacionados, isto é, suas frequências diferem por múltiplos de um valor ν_F , que é determinado pelas dimensões físicas da estrutura. Os valores das frequências dos modos existentes na estrutura são determinados pela chamada “curva de ganho” que é uma característica da fonte de fótons presente na estrutura. A Fig.4 a seguir mostra uma curva de ganho típica de uma fonte fotônica usada em conjunto com estruturas ópticas ressonantes [Saleh and Teich, 2007].

Fig.4 – Curva de ganho de uma estrutura óptica ressonante

Como mostra a Fig.4, a curva de ganho $g_0(\nu)$ define a faixa de frequências de uma estrutura ressonante em que o ganho da fonte óptica supera os mecanismos de perda existentes nessa

estrutura. A curva de ganho permite a existência de M modos da estrutura caracterizados por frequências situadas em uma faixa com largura B e distribuídas em torno da frequência ν_0 , que é a frequência correspondente ao valor máximo da curva de ganho.

Uma forma usual de indicar as frequências dos modos permitidos pela estrutura é tomar como referência a frequência ν_0 que corresponde à frequência em que ocorre o valor máximo da curva de ganho da fonte de fótons. Usando a frequência ν_0 como referência, as frequências dos M modos permitidos pela estrutura óptica ressonante são dadas por

$$\nu_q = \nu_0 + q \cdot \nu_F, \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, M/2, \quad (8)$$

onde ν_F é o espaçamento entre as frequências dos modos que podem existir na estrutura ressonante. O número de modos é assumido como um número ímpar $N = 2M + 1$, visto que normalmente o valor de máxima amplitude da curva de ganho corresponde a um modo “central”, ao redor do qual se distribuem números aproximadamente iguais de modos da estrutura ressonante.

Cada modo pode ser aproximado como uma onda plana que se propaga na direção z (ao longo do eixo da estrutura ressonante) com velocidade $c = c_0/n$, onde c_0 é a velocidade da luz no vácuo e n é o índice de refração do material que constitui a estrutura. Com essa aproximação, o q -ésimo modo é descrito por uma expressão da forma [Saleh and Teich, 2007]

$$U_q(z, t) = A_q \cdot e^{j[2\pi\nu_q(t - \frac{z}{c}) + \varphi_q]}, \quad (9)$$

onde $U_q(z, t)$ normalmente representa, na posição z e no instante t , o campo elétrico associado com o q -ésimo modo, e onde A_q e φ_q são, respectivamente, a amplitude e fase desse modo. A amplitude A_q é determinada pelo valor da curva de ganho $g_0(\nu)$ na frequência ν_q , enquanto que a fase φ_q é determinada pela interação do q -ésimo modo com os átomos do material que constitui a estrutura ressonante. Como a interação dos modos com os átomos do material ocorre de forma aleatória, segue-se que as fases φ_q dos diversos modos constituem variáveis aleatórias estatisticamente independentes entre si.

II.4.2.2 – FORMAÇÃO DE UM TREM DE PULSOS ESTREITOS

A onda resultante da propagação de todos os modos permitidos pela curva de ganho de uma estrutura ressonante será dada pela expressão

$$U(z, t) = \sum_q U_q(z, t) = \sum_q A_q \cdot e^{j[2\pi\nu_q(t - \frac{z}{c}) + \varphi_q]}, \quad (10)$$

e a forma de onda resultante dessa soma de modos se altera radicalmente dependendo das fases φ_q serem iguais ou serem distribuídas aleatoriamente, como mostrado nas Figuras 5 e 6 a seguir, que ilustram, por simplicidade, a soma de três modos harmonicamente relacionados [Silfvast, 2004].

Fig.5 – Amplitude e intensidade resultantes da soma de três modos com fases φ_q aleatórias. no instante $t = 0$.

Fig.6 – Amplitude e intensidade resultantes da soma de três modos com mesma fase inicial no instante $t = 0$.

A Fig.5 mostra a combinação de três modos que possuem fases aleatórias no instante $t = 0$, podendo-se observar que o sinal resultante não apresenta nenhuma forma definida, o mesmo acontecendo com a intensidade desse sinal. Isso corresponde a uma interferência “destrutiva” entre os modos. Por outro lado, quando os mesmos modos apresentam a mesma fase no instante t_0 verifica-se que o sinal resultante, bem como a distribuição de intensidade, começa a apresentar a forma de pulsos que se repetem com o período da onda de menor frequência, correspondendo a uma interferência “construtiva”. Quanto maior o número de sinais

combinados nas fases corretas, mais estreitos se tornam os pulsos resultantes, mas sempre mantendo a mesma taxa de repetição temporal.

A figura 6 mostra a possibilidade de se conseguir uma sequência de pulsos de curta duração, mediante o “alinhamento” dos modos a serem combinados, de modo que todos eles se caracterizem pela mesma fase. Pode-se dizer que os modos que se somam para gerar a sequência de pulsos que se repetem constituem a série de Fourier que representa essa sequência de pulsos, e a técnica de “mode locking” consiste precisamente em conseguir que todos os modos de uma estrutura ressonante tenham mesma fase em certo instante, de forma a se obter a série de Fourier da sequência de pulsos desejada.

É interessante observar que, como os sinais das figuras 5 e 6 são resultado da soma de três senoides, a curva de amplitude não possui componente “dc”, ou contínua, já que a expansão de Fourier desses sinais não contém termo constante. Esse fato não fica claro nas figuras, pois embora a área sob as curvas dos sinais resultantes seja igual a zero, a escala usada não permite visualização clara dessa propriedade. Por outro lado, as curvas de intensidade dessas figuras indicam a potência instantânea da onda resultante, e por isso tais curvas só assumem valores não negativos.

II.4.2.3 – CRIAÇÃO DA CONDIÇÃO DE “MODE LOCKING”

A idéia básica para conseguir a condição de “mode locking” é inserir algum tipo de dispositivo óptico na estrutura ressonante que imponha a condição desejada de fase nos modos suportados pela estrutura. O princípio é mostrado na Fig.7 a seguir, onde se mostra uma estrutura óptica constituída por dois espelhos e que inclui uma chave óptica, usada como o dispositivo que força a situação de “mode locking”.

Fig.7 – Geração da condição de “mode locking” em uma estrutura ressonante.

Os modos permitidos da estrutura da Fig.7 ficam percorrendo repetidamente a dimensão longitudinal (“ z ”). A operação da chave é tal que a chave bloqueia os modos da estrutura

(condição de “chave aberta”) na maior parte do tempo, permitindo a passagem desses modos (condição de “chave fechada”) apenas por um curto intervalo de tempo. Essa operação se repete a cada período de T segundos, com esse período sendo várias vezes maior que o tempo em que a chave óptica está “fechada”. Assim, em cada intervalo de T segundos, a chave óptica fica “aberta” a maior parte do tempo.

Se durante o tempo de “fechamento” da chave não acontece a condição desejada de fase, os modos circulantes na estrutura não formam pulsos periódicos e ocorre a situação “destrutiva” da Fig.5. Por outro lado, quando acontece a situação desejada de fases durante o “fechamento” da chave, os modos se combinam para formar um pulso e ocorre a situação “construtiva” da Fig.6. Nessas condições, os pulsos periódicos que se formam ficam circulando pela estrutura óptica, chegando sempre à posição da chave óptica durante o fechamento desta, de modo que a condição de “mode locking” se mantém indefinidamente.

Tudo se passa como se a estrutura “esperasse” o aparecimento de modos com fases corretas durante uma dos fechamentos da chave óptica, mantendo em seguida essa situação por tempo indefinido. É importante lembrar que fontes ópticas, a menos que sejam estabilizadas por algum mecanismo, geram sinais ópticos com fases que variam constantemente, em vista das transições atômicas aleatórias que geram os fótons luminosos. Assim, o tempo médio que deve transcorrer para que ocorra o evento das fases corretas é suficientemente pequeno para viabilizar o uso da chave óptica como mecanismo capaz de forçar a condição de “mode locking”. Atingida essa condição, fica estabelecido um mecanismo que mantém a geração de sinais ópticos com as fases corretas.

Do que foi dito acima, fica claro que a taxa de repetição dos pulsos gerados é igual à taxa de fechamento da chave óptica, ou seja, $f=1/T$ Hertz. O período T não pode ser escolhido arbitrariamente, e deve ser um sub-múltiplo do “tempo de percurso” τ_{foton} da estrutura óptica, isto é, o tempo que levam os ftons para fazer um circuito completo da estrutura óptica. Por exemplo, para a estrutura mostrada na Fig. 7, sendo c a velocidade da luz no material da estrutura óptica, tem-se $\tau_{foton} = 2d/c$. Portanto, é necessário que

$$T = \tau_{foton}/N, \quad (11)$$

onde N é um número inteiro com valor que corresponda à taxa de repetição T desejada. Essa situação corresponde fisicamente a se ter N pulsos ópticos circulando pela estrutura óptica, de forma que a cada T segundos um pulso atinge a chave óptica. Essa é a razão pela qual o período T deve ser um sub-múltiplo do tempo τ_{foton} que caracteriza a fonte óptica. Pode-se observar que, mediante variação dos parâmetros que caracterizam a estrutura ressonante, pode-se ajustar o tempo τ_{foton} de modo que a frequência $f_{ML} = 1/T = N/\tau_{foton}$, que define a repetição dos pulsos gerados por “mode locking”, assumo o valor requerido.

Pode-se mostrar [Saleh and Teich, 2007] que, assumindo que todos os M modos suportados por uma estrutura ressonante possuem amplitude A e fase ϕ_0 , chega-se à seguinte expressão para a intensidade óptica dos pulsos gerados por “mode locking”:

$$I(t, z) = A^2 \frac{\text{sen}^2[M\pi(t-z/c)/T]}{\text{sen}^2[\pi(t-z/c)/T]}. \quad (12)$$

onde T é dado pela Eq. (11). Os pulsos correspondentes à Eq. (12) são indicados na Fig. 8 a seguir.

Fig.8 – Feixe de pulsos periódicos resultantes da soma de M modos ressonantes caracterizados por magnitudes e fases iguais.

Pela Eq.(11) e a Fig.8 observa-se que a largura dos pulsos é dada por $t_d = T/M$, e portanto, quanto maior o número de modos suportado pela estrutura ressonante, mais estreitos serão os pulsos gerados.

II.4.2.4 – TAXA DE REPETIÇÃO DOS PULSOS GERADOS

As frequências ν_i dos modos que constituem os pulsos ópticos são tais que $\nu_{i+1} - \nu_i = 1/T$, pois $1/T$ é a frequência fundamental do trem de pulsos da Fig.8. Assim, o espaçamento ν_F entre as frequências que compõem os pulsos da Fig.8 é dado por $\nu_F = 1/T$. Com referência à Fig.4, verifica-se que o número M de modos permitidos é dado aproximadamente [Saleh and Teich, 2007] por

$$M \approx \frac{B}{\nu_F} = BT, \quad (13)$$

sendo B a largura de faixa definida pela curva de ganho $g_0(\nu)$. Em consequência, a duração t_d dos pulsos é dada pela expressão

$$t_d = \frac{T}{M} \approx \frac{1}{B}. \quad (14)$$

Verifica-se portanto que é possível controlar a duração dos pulsos gerados por meio da largura de banda B ocupada pelos modos suportados pela estrutura ressonante.

Também se observa na Fig.8 que os picos de intensidade $M\bar{I}$ dos pulsos são iguais a M vezes a intensidade média $\bar{I}$ que seria gerada pela mesma estrutura ressonante operando de forma contínua, o que é de esperar, uma vez que a energia que seria distribuída ao longo do tempo T

agora está concentrada num tempo M vezes menor, e assim seu valor máximo cresce M vezes, de modo a se ter a mesma energia no período T .

Resumindo, as características da técnica de “mode locking” são as seguintes:

- É possível a obtenção de um trem de pulsos duração t_d e taxa de repetição T , correspondendo aos requisitos da Fig.1.
- Taxa de repetição dos pulsos ópticos dada por $T = \tau_{foton}/N$, onde τ_{foton} é um tempo característico da estrutura óptica ressonante utilizada e N é um número inteiro conveniente.
- Duração dos pulsos ópticos dada por $t_d \approx 1/B$, onde B é banda de passagem disponível na estrutura óptica.
- Pode-se conseguir a frequência de repetição dos pulsos ópticos por meio de ajuste de parâmetros físicos da estrutura óptica ressonante utilizada.

II.4.3 – UMA CONFIGURAÇÃO PARA UM GERADOR DE PULSOS ÓPTICOS ESTREITOS

A estrutura óptica ressonante utilizada no gerador de pulsos ópticos considerado nesta seção é mostrada na Fig. 9 [Bogoni et al., 2006].

Fig.9 – Estrutura óptica de um sistema ressonante baseado em anel de fibra óptica.

Na Fig.9, a estrutura óptica é constituída basicamente por uma fibra óptica de comprimento L que interliga todos os componentes que aparecem nessa figura, formando um anel. A fibra que constitui o anel tem comprimento L típico da ordem de 100m, e é esse comprimento que determina o tempo de propagação de um sinal óptico em torno do anel.

Para um anel com fibra de comprimento L , o parâmetro τ_{foton} , que caracteriza a propagação de ftons através do anel da Fig. 9, é dado por

$$\tau_{foton} = \frac{c}{L}, \quad (15)$$

onde c é a velocidade de propagação da luz no material da fibra. Como será explicado adiante, é possível causar pequenas variações no comprimento L , e assim mudar o parâmetro τ_{foton} da estrutura ressonante. Também será mostrado que assim é possível alterar o espaçamento ν_F entre as frequências dos modos suportados pela estrutura ressonante da Fig.9.

As funções dos componentes mostrados na Fig.9 são as seguintes:

- Filtro óptico sintonizado – faz com que dentro do anel só existam sinais ópticos com frequências situadas dentro de uma certa faixa (ajustável). Em vista da Eq.(14), a largura de faixa B desse filtro determina a largura dos pulsos gerados.
- Isolador óptico – faz com que dentro do anel só existam sinais ópticos que se propagam na direção permitida pelo isolador (a seta no isolador da figura);
- Polarizador – força todos os sinais ópticos existentes no anel a assumirem o mesmo estado de polarização óptica (direção do vetor campo elétrico);
- Divisor de sinal (splitter) – permite que metade da potência do sinal óptico existente na fibra seja acoplada a um dispositivo no exterior ao anel;
- EDFA – Amplificador óptico com fibra dopada com érbio, usado para amplificar sinais ópticos. Funciona como fonte de fótons na estrutura óptica ressonante da Fig.9. Os sinais ópticos causados por emissão espontânea nesse dispositivo são aplicados ao anel da Fig.9. Aqueles sinais cujas frequências são múltiplas de $1/\tau_{foton}$ e se encontram dentro da faixa de passagem do filtro óptico prosseguem através do anel e atingem a entrada do EDFA, sendo então amplificados e reinjetados no anel. Esses sinais constituem os modos ópticos suportados pela estrutura da Fig.9, e que serão usados na técnica de “mode locking” para gerar o trem de pulsos estreitos com taxa de repetição especificada.
- Modulador Mach-Zehnder – tem a função de operar como a chave óptica cuja operação causa a condição de “mode locking” no anel de fibra óptica. Esse tipo de interferômetro contem dois caminhos pelos quais podem passar os sinais ópticos aplicados à entrada do dispositivo. Os sinais que passam por um dos caminhos sofrem um atraso fixo, decorrente do tempo de propagação por esse caminho. Já os sinais ópticos que seguem o outro caminho sofrem um atraso que depende de uma tensão elétrica aplicada ao material que constitui esse segundo caminho. Os dois sinais ópticos são juntados na saída do dispositivo e interferem entre si. Dependendo da tensão de controle aplicada ao dispositivo, vai existir diferença de fase zero entre os dois sinais, correspondendo à condição de passagem livre do sinal óptico, ou diferença de fase de π radianos entre os dois sinais, correspondendo à condição de bloqueio do sinal óptico por interferência destrutiva entre os sinais dos dois caminhos. Portanto, o interferômetro funciona na Fig.9 como chave óptica, de forma semelhante à chave óptica da Fig.7, e é o causador da condição de “mode-locking” na estrutura da Fig.9, interrompendo periodicamente a transmissão de sinais pelo anel.

Pela descrição da função dos componentes que compõem o anel da Fig.9, fica claro que este último constitui uma estrutura ressonante que gera um trem de pulsos cuja duração pode ser controlada pela largura de faixa do filtro óptico, e cuja taxa de repetição é controlada pela

frequência do sinal elétrico aplicado ao interferômetro Mach-Zehnder. Essa estrutura é utilizada na forma indicada na Fig.10 para realizar um gerador de pulsos estreitos sincronizado a um sinal de referência.

Fig. 10 – Configuração do gerador de pulsos estreitos com taxa de repetição que pode ser sincronizada a um sinal de referência.

O exame da Fig.10 mostra que o anel da Fig.9, com a adição de uma linha de atraso piezo-elétrica, constitui o elemento principal do gerador sincronizável de pulsos. A linha de atraso piezo-elétrica foi incluída no anel para permitir que por meio de uma tensão elétrica seja possível alterar o comprimento físico do anel, e assim mudar o tempo de percurso $\tau_{foton} = L/c$. Assim é possível alterar a frequência de repetição dos pulsos, que tem de ser um múltiplo N de $1/\tau_{foton}$. A frequência f_{ML} que caracteriza a repetição dos pulsos na condição de “mode locking” é dada por [Bogoni et al., 2006]

$$f_{ML}(V_{IN}) = \frac{Nc}{L_0 + l[V_{IN}(t)]}, \quad (16)$$

onde N é um inteiro positivo como antes, c é a velocidade da luz na fibra do anel, L_0 é o comprimento da fibra do anel para $V_{IN}(t) = 0$, e $l[V_{IN}(t)]$ é a variação de comprimento causada pela tensão de controle $V_{IN}(t)$. Expandindo o lado direito da Eq.(16) em série de MacLaurin

[Bogoni et al., 2006] obtém-se

$$f_{ML}(t) = \frac{Nc}{L_0} - \frac{Nc}{L_0^2} K_{PZ} V_{IN}(t) = f_L + K_V V_{IN}(t) , \quad (17)$$

onde os símbolos tem o mesmo significado que na Eq.(16), $f_L = Nc/L_0$ é a frequência livre (“free-running”) correspondente a $V_{IN}(t) = 0$, K_V é uma constante, e $K_{PZ} = dL/dV_{IN}$ é uma constante de proporcionalidade que indica como varia o comprimento da linha piezo-elétrica com a tensão $V_{IN}(t)$ aplicada.

Na Fig.10 observa-se ainda que uma parte do sinal óptico produzido no anel é aplicado a uma linha de atraso óptico constante, e em seguida a um fotodiodo. O objetivo é produzir um sinal elétrico que contenha a frequência $f_{ML}(t)$ correspondente à frequência de repetição instantânea dos pulsos ópticos. Esses pulsos produzem, na saída do fotodiodo, uma sequência de pulsos elétricos com a mesma taxa de repetição que os pulsos ópticos. A sequência de pulsos assim obtida passa por dois filtros passa-faixa tipo microondas, em seguida por um amplificador de microondas e depois por mais dois filtros passa-faixa. Ao final dessa série de componentes obtém-se um sinal com a frequência $f_{ML}(t)$ bastante definida e livre de níveis significativos de outras componentes de frequência que estavam presentes no trem de pulsos proveniente do fotodiodo. Esse sinal com frequência $f_{ML}(t)$ constitui o sinal de saída do conjunto anel/filtros/amplificador e será utilizado externamente para sincronização com um sinal de referência. O mesmo sinal obtido na saída do último filtro passa-faixa também é aplicado a um circuito que gera as tensões apropriadas para atuação do interferômetro Mach-Zender, fechando assim a malha de realimentação da Fig.10.

O objetivo da malha de realimentação descrita é estabilizar a frequência de repetição dos pulsos ópticos, após a variação causada pela tensão $V_{IN}(t)$ atuando sobre a linha de atraso piezo-elétrica. Assim, quando muda a tensão de controle, os modos até agora existentes no anel de fibra desaparecem gradualmente, sendo substituídos pelos novos modos compatíveis com o novo comprimento de linha. A linha de atraso óptica usada após o acoplador óptico da Fig. 10 tem a finalidade fazer com que a malha de realimentação “espere” que aconteça uma nova condição de “mode locking” com os novos modos permitidos no anel de fibra, impedindo a ocorrência de interrupções no sinal elétrico gerado pela malha de realimentação. É importante lembrar que o tempo necessário para o estabelecimento de uma condição de “mode-locking” é muito pequeno em comparação com os períodos de tempo necessários para mudanças significativas no sinal de entrada $V_{IN}(t)$.

A frequência $f_{SAÍDA}$ obtida após o último filtro passa-faixa da Fig.10 é dada pela mesma relação da Eq.(17), podendo-se ver que toda a estrutura da Fig.10 comporta-se como um oscilador controlado por tensão (VCO), com a constante K_V mencionada acima. Com os

valores usados por [Bogoni et al., 2006], para um comprimento de fibra do anel de aproximadamente 100 metros, obtiveram-se os valores $f_{FR} \approx 2,5$ GHz e $K_V \approx 75400$ Hz.

O gerador de pulsos estreitos da Fig.10 destina-se a ser normalmente usado dentro de uma malha PLL do tipo mostrado na Fig.3, fazendo o papel do bloco “VCO” nessa figura [Bogoni et al., 2006]. Nessa situação, a entrada denominada “Entrada do VCO” na Fig. 10 receberia o sinal elétrico de saída do filtro F, enquanto que a saída denominada “Saída do VCO” seria conectada a uma das entradas do PD da Fig.3. Como normalmente o sinal da saída “Saída do VCO” terá uma frequência que pode chegar a algumas dezenas de gigaHertz, portanto na faixa de microondas, o PD utilizado deve ser um misturador (ou “mixer”) para microondas. A operação do PD será do tipo produto, em vista de ser comum um misturador de microondas realizar o produto dos sinais nas suas duas entradas.

II.4.4 – OBSERVAÇÕES

O gerador de pulsos estreitos descrito na sub-seção anterior pode ser usado tanto em um transmissor óptico, onde vários desses dispositivos seriam usados para gerar vários feixes de pulsos estreitos sincronizados por um único relógio de referência, quanto em um receptor óptico, onde vários desses geradores seriam sincronizados por um único extrator de relógio.

Em qualquer dessas duas possibilidades verifica-se a necessidade de se ter um valor elevado de ganho de loop K do PLL que inclui o dispositivo da Fig.10. Isso porque o relógio usado como referência para o gerador de pulsos estreitos em qualquer dos casos acima vai apresentar um desvio em relação à frequência nominal da ordem de dezenas de ppm, significando valores consideráveis de desvio de frequência, que só podem ser realizados por meio de grandes valores de K . Portanto, a metodologia de projeto dos filtros de malha apresentada neste trabalho vai facilitar a realização de PLLs que incluam o gerador de pulsos estreitos da Fig.10.

II.5 – UM RECUPERADOR (EXTRATOR) DO SINAL DE RELÓGIO CONTIDO EM UM FEIXE ÓPTICO

II.5.1 – EXTRATORES DE RELÓGIO PARA SISTEMAS ÓPTICOS DE COMUNICAÇÃO

Como já mencionado várias vezes no texto anterior, a operação de extração de relógio é uma função crítica em qualquer sistema de comunicação digital, permitindo a identificação e a consequente regeneração dos pulsos que constituem o sinal recebido. Uma forma tradicional de realizar essa operação é por meio do dispositivo PLL mostrado na Fig.3, realizado com componentes eletrônicos. Entretanto, em vista das altas velocidades que caracterizam os sinais ópticos dos modernos sistemas de comunicação, a realização eletrônica constitui um fator limitante e implementações que envolvem algum tipo de técnica óptica tornaram-se bastante atrativas. Em consequência, várias propostas de extratores de relógio baseadas em técnicas

ópticas tem aparecido na literatura [Kamatani and Kawanishi, 1996], [Saruwatari, 2000], [Agis et.al., 2006].

II.5.2 – UMA CONFIGURAÇÃO PARA UM EXTRATOR DE RELÓGIO QUE UTILIZA TÉCNICAS ÓPTICAS

A maioria dos extratores de relógio que usam técnicas ópticas em geral realizam o detetor de fase PD por meio de algum dispositivo óptico não linear, em lugar dos detetores de produto usados em extratores de relógio que operam na faixa de microondas. O extrator de relógio considerado nesta sub-seção tem o esquema mostrado na Fig. 11 [Agis et al., 2006].

Fig.11 – Extrator de relógio com PD com técnica de óptica não linear.

O extrator de relógio da Fig.11 tem a mesma configuração do PLL da Fig.3, onde o filtro de loop F é realizado por um filtro elétrico convencional, e o VCO consiste em um VCO de microondas que modula um diodo laser com modulador integrado ILM (de “Integrated Laser and Modulator”), gerando-se assim um sinal óptico que transporta a informação de frequência do VCO de microondas. É no detetor de fase que se utiliza a tecnologia óptica, onde o efeito de detetor de fase tipo produto é causado por efeitos ópticos não lineares em um dispositivo PPLN (de “Positive Poled Lithium Niobate”). Em vista da importância desses efeitos de não linearidade no funcionamento do detetor de fase óptico, faz-se a seguir um breve resumo dos fatos relevantes de óptica não linear.

II.5.2.1 – CONCEITOS DE ÓPTICA NÃO LINEAR

II.5.2.1.1 – NÃO LINEARIDADE EM MATERIAIS ÓPTICOS

De forma geral, a resposta de qualquer material dielétrico a um sinal luminoso pode se tornar não linear se a intensidade desse sinal for suficientemente intensa [Agrawal, 2000], [Boyd, 2008]. A origem do comportamento não linear é causada pelos elétrons não livres dos átomos

que compõem o material, que passam a se movimentar sob a influência do campo elétrico do sinal luminoso, mas com frequências distintas da frequência desse último sinal. Em outras palavras, grupos de elétrons tipo dipolos, quadripolos, etc., movimentam-se sob a ação de um campo elétrico $\vec{E}$ (com intensidade suficientemente grande) com frequências diferentes das frequências desse campo, constituindo comportamento não linear. A grandeza física que representa o efeito não linear desses grupos de elétrons é o chamado vetor polarização $\vec{P}$.

Para simplificar a apresentação dos conceitos básicos a seguir, assume-se que o material dielétrico é isotrópico, homogêneo e não dispersivo, com esses termos significando, respectivamente, que não existem direções preferenciais (especiais) no material, que não ocorrem variações significativas de propriedades, ou parâmetros, do material de um ponto para outro, e que os diversos parâmetros do material não dependem da frequência (o material é dito “não dispersivo”). Nessas condições, pode-se exprimir a relação entre a magnitude P da polarização e a magnitude E do campo elétrico aplicado como sendo dada pela expansão [Saleh e Teich, 2007]

$$P = \varepsilon_0 [\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + 4\chi^{(3)} E^3 + \dots] , \quad (18)$$

onde ε_0 é a permissividade do vácuo ($\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$ farad/m), $\chi^{(1)}$ é denominada “susceptibilidade linear” do material dielétrico, e $\chi^{(2)}$ e $\chi^{(3)}$ são, respectivamente, as susceptibilidades não lineares de 2ª e 3ª ordens. As ordens de grandeza comuns são de algumas unidades (adimensionais) para $\chi^{(1)}$, de alguns pm/V (1 pm = 10^{-12} m) para $\chi^{(2)}$ e de alguns pm^2/V^2 (1 $\text{pm}^2 = 10^{-24}$ m²) para $\chi^{(3)}$. Em vista dos valores pequenos de $\chi^{(2)}$ e $\chi^{(3)}$, é de se esperar que os efeitos não lineares só se manifestam para amplitudes muito grandes de campo elétrico, da ordem de 10^{12} V/m.

II.5.2.1.2 – A POLARIZAÇÃO ELÉTRICA NÃO LINEAR COMO FONTE DE CAMPO IRRADIADO

Pode-se mostrar [Boyd, 2008], com as hipóteses feitas na sub-seção anterior, que a interação entre as magnitudes do vetor $\vec{P}$ e do campo $\vec{E}$, no interior do material, é dado pela equação

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} , \quad (19)$$

onde ∇^2 é o operador Laplaciano, E é a magnitude do vetores $\vec{E}$, P_{NL} é dada por

$$P_{NL} = \varepsilon_0 [\chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots] ,$$

e é a parte não linear do vetor polarização, c é a velocidade da luz no vácuo, n é o índice de refração do material, dado por $n^2 = \chi^{(1)} + 1$, e ε_0 tem o mesmo significado que na Eq.(18).

A Eq.(19) tem a forma de uma equação de onda [Ramo, Whinnery e Van Duzer, 1994] onde o termo $(1/\varepsilon_0 c^2) \partial^2 P_{NL} / \partial t^2$ atua como uma fonte radiante de campos no material dielétrico. No que segue, usa-se o ponto de vista de identificar termos específicos que constituem a

polarização $\overrightarrow{P_{NL}}$ para um dado campo elétrico incidente $\overrightarrow{E}$. Assume-se então que cada um desses termos irradia campos elétricos com as frequências existentes nos termos, tendo-se assim uma idéia dos sinais produzidos pelos fenômenos não lineares. Esse ponto de vista é baseado na aproximação sugerida por Max Born para resolver a Eq.(19) de forma aproximada [Saleh e Teich, 2007].

II.5.2.1.3 – A GERAÇÃO DE NOVAS FREQUÊNCIAS POR NÃO LINEARIDADES

No que segue, assume-se um campo inicial E_0 , constituído por uma ou mais ondas planas monocromáticas com frequências respectivas. As correspondentes componentes da polarização $P_{NL}(E_0)$ são determinadas, identificando-se as frequências dessas componentes. Cada uma dessas componentes constitui uma fonte irradiante de campo, e assim a polarização cria um novo sinal óptico constituído por campos elétricos com as frequências contidas em $P_{NL}(E_0)$.

Caso se desejasse calcular as amplitudes dessas componentes geradas por $P_{NL}(E_0)$, a expressão $(1/\epsilon_0 c^2) \partial^2 P_{NL} / \partial t^2$ seria usada. No entanto, dentro dos objetivos deste trabalho, é suficiente identificar as componentes de frequência presentes no sinal óptico resultante da interação não linear, para que seja possível uma idéia da operação do detetor de fase da Fig.11.

O campo elétrico incidente é assumido com amplitude complexa $E_0(\omega)$ e frequência ω , sendo dado pela expressão

$$E(t) = 1/2 \{E(\omega)e^{j\omega t} + E^*(\omega)e^{-j\omega t}\} = 1/2 \{E(\omega)e^{j\omega t} + c. c. \}, \quad (20)$$

onde “c.c.” significa “o complexo conjugado dos termos precedentes dentro dos colchêtes” e será usado daqui em diante, para simplificar as expressões. É importante lembrar que a “amplitude” $E(\omega)$ é dada por

$$E(\omega) = Ae^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}, \quad (21)$$

onde $\vec{k}$ é o chamado “vetor de onda” que caracteriza a propagação espacial do campo $E(t)$ aplicado, $\vec{r}$ é o vetor que define a posição da frente de onda do campo e A é um número complexo que determina a intensidade do campo e sua fase. É importante observar que, usando a Eq. (21) na Eq.(20), tem-se

$$E(\omega)e^{j\omega t} = Ae^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}e^{j\omega t} = Ae^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})},$$

e portanto a expressão $E(\omega)e^{j\omega t}$ representa uma onda plana com frequência ω e vetor de onda $\vec{k}$ cuja frente de onda se propaga na direção $\vec{r}$, perpendicular à frente de onda [Ramo, Whinnery e Van Duzer, 1994]. Supondo que a onda plana da Eq. (21) se propaga na direção “z” dentro do material com a frente de onda perpendicular a “z”, então decorre que $\vec{k} = k\hat{z}$ (k é a magnitude do vetor de onda), e também $E(\omega)e^{j\omega t} = Ae^{j(\omega t - kz)}$. O termo complexo

conjugado $E^*(\omega)$ da Eq. (20) tem forma semelhante, diferindo apenas no sinal do expoente e na amplitude A^* .

Tendo em vista que o objetivo é compreender a operação do extrator de relógio da Fig.11, aqui se consideram apenas os efeitos de não linearidades de segunda ordem, ou seja, efeitos causados pelo parâmetro $\chi^{(2)}$. Assim, a polarização não linear será dada pela expressão

$$P_{NL}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t). \quad (22)$$

Para verificar o efeito das não linearidades, assume-se que $E(t)$ tem a forma [Boyd, 2008]

$$E(t) = \frac{1}{2} \{ E(\omega_1) e^{j\omega_1 t} + E(\omega_2) e^{j\omega_2 t} + c. c. \}, \quad (23)$$

significando que o campo elétrico incidente é composto por duas ondas planas com frequências angulares ω_1 e ω_2 . Nesse caso, a expressão para a polarização $P_{NL}(t)$ é dada por [Saleh e Teich, 2007], [Boyd, 2008]

$$P_{NL}(t) = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \chi^{(2)} \{ 2[E(\omega_1)E^*(\omega_1) + E(\omega_2)E^*(\omega_2)] + [E(\omega_1)]^2 e^{j2\omega_1 t} + [E(\omega_2)]^2 e^{j2\omega_2 t} + 2E(\omega_1)E(\omega_2)e^{j(\omega_1+\omega_2)t} + 2E(\omega_1)E^*(\omega_2)e^{j(\omega_1-\omega_2)t} + c. c. \}. \quad (24)$$

A Eq. (24) tem a forma $P_{NL}(t) = \sum_n P(\omega_n) e^{j\omega_n t} + c. c.$, onde ω_n pode tomar os valores 0 , $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ e $\omega_1 - \omega_2$, mostrando que a polarização não linear $P_{NL}(t)$ pode apresentar termos com quatro frequências diferentes e até mesmo um termo que corresponde a um campo estático ($\omega = 0$). O aparecimento de um campo elétrico estático quando se aplica um campo elétrico intenso é denominado “retificação óptica”, e constitui um efeito eletro-óptico, por meio do qual uma tensão elétrica aparece como resultado de um sinal luminoso. Já o aparecimento de componentes com frequências $2\omega_1$ e $2\omega_2$ constitui a “geração de segundas harmônicas”, enquanto que as componentes com forma $\omega_1 \pm \omega_2$ denomina-se “geração das frequências soma-diferença”.

II.5.2.1.4 – CONDIÇÕES PARA A GERAÇÃO DE SINAIS POR NÃO LINEARIDADES

É importante observar, entretanto, que são necessárias certas condições para o aparecimento de sinais ópticos com essas frequências, e em geral não é possível que todos os sinais com frequências possíveis surjam quando da aplicação do campo elétrico ao material dielétrico. Em vista da importância dessas condições para a operação do extrator da Fig. 11, a seguir faz-se uma breve descrição de tais condições.

Considerando o caso da geração da frequência soma $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, que é a situação de interesse para a Fig.11, usando as amplitudes da Eq.(21) e assumindo ondas que se propagam na direção “z”, a amplitude da componente de polarização que dá origem a esse fenômeno é dada por

$$\begin{aligned} P_{NL}(\omega_3) &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 A(\omega_1) e^{-jk\omega_1 z} A(\omega_2) e^{-jk\omega_2 z} = \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 A(\omega_1) A(\omega_2) e^{-j(k\omega_1 + k\omega_2)z} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 A(\omega_3) e^{-jk(\omega_3)z}. \end{aligned} \quad (25)$$

Assim, sinais ópticos envolvidos na geração de uma frequência soma devem obedecer às seguintes condições:

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \text{ (condição de “casamento” de frequências), e} \quad (26a)$$

$$k_{(\omega_3)} = k_{(\omega_1)} + k_{(\omega_2)} \text{ (condição de “casamento” de fases).} \quad (26b)$$

As condições (26), aplicadas aos argumentos das funções de onda $e^{j(\omega t - kz)}$ das três ondas com frequências ω_1 , ω_2 e ω_3 , garante o casamento temporal e espacial das três ondas. Esse casamento é essencial para manter a interação entre as três ondas ao longo de extensões espaciais e temporais capazes de manter a existência dessas ondas dentro do material dielétrico.

No caso considerado na Eq.(25), em que as três ondas se propagam na direção “z”, e lembrando que a relação entre as grandezas ω e k é dada por $k = n\omega/c_0$, onde c_0 é a velocidade da luz no vácuo e n é o índice de refração do material dielétrico, a condição de casamento de fases (26b) torna-se $n\omega_3/c_0 = n\omega_1/c_0 + n\omega_2/c_0$ que decorre da condição (26a), caso o índice de refração n do material dielétrico seja o mesmo para todas as frequências. Essa igualdade é coerente com a hipótese do material dielétrico ser não dispersivo. Entretanto, praticamente todos os materiais de interesse em óptica apresentam a condição de dispersão, de modo que em geral se verificam as desigualdades $n(\omega_3) \neq n(\omega_1) \neq n(\omega_2)$. Nessas condições, a condição (26b) não decorre mais da condição (26a) e deve ser satisfeita separadamente [Saleh e Teich, 2007].

II.5.2.1.5 – A TÉCNICA DO “QUASE-CASAMENTO” DE FASE

Na prática, com os materiais ópticos disponíveis, nem sempre é possível satisfazer exatamente a condição (26b), mas existem técnicas que permitem o chamado “quase-casamento” (ou “quasi-matching”) de fases, permitindo uma interação suficiente entre as três ondas para permitir a geração eficiente do sinal com frequência ω_3 .

Uma forma comum de implementar o quase-casamento de fases é a técnica de utilizar um material “periódicamente polarizado” (“periodically poled material” em inglês, ou PPLN, de “periodically poled lithium niobate”), sendo essa a técnica usada no detetor de fase da Fig.11. A idéia do material periódicamente polarizado é mostrada na Fig.12 [Boyd, 2008].

Fig.12 – Representações de um material óptico ferroelétrico não linear. a) Cristal homogêneo simples, em que a orientação dos dipolos internos do cristal é a mesma em todo o cristal; b)

Material periódicamente polarizado em que a orientação dos dipolos internos se repete alternadamente com período Λ .

Inicialmente é importante lembrar que um material dito “ferroelétrico” é um material que: 1) possui dipolos elétricos internos naturalmente existentes em sua estrutura; 2) cujos dipolos internos podem ser forçados a se orientar coletivamente na direção de um campo elétrico aplicado externamente ao material. De forma análoga a um material ferromagnético, um material óptico ferroelétrico pode apresentar um campo elétrico permanente se durante a fabricação desse material os dipolos internos forem alinhados sob a influência de um campo elétrico externo. A parte a) da Fig.12 representa esquematicamente um material óptico ferroelétrico cujos dipolos estão todos orientados ao longo de uma única direção.

Por outro lado, um material “periodicamente polarizado” consiste em um material óptico ferroelétrico cujos dipolos internos alternam periodicamente sua orientação com relação a uma direção determinada, conforme se pode ver na parte b) da Fig.12. A alteração de orientação dos dipolos internos se repete espacialmente com período Λ , como mostra a parte b) da Fig.12.

Pode-se mostrar (Boyd, 2008) que, ao se inserir um campo com a forma Eq.(23) em um material periodicamente polarizado, a condição (26b) é substituída pela seguinte condição de quase-casamento de fase:

$$k_1 + k_2 = k_3 + 2\pi/\Lambda, \quad (27)$$

que corresponde a uma situação em que a interação entre as ondas com frequências ω_1 , ω_2 e ω_3 é suficiente para permitir a geração do sinal com frequência com eficiência suficiente para sua viabilização. Portanto, mediante o ajuste do parâmetro Λ do material periodicamente polarizado, é possível chegar a uma condição satisfatória de geração do sinal com frequência ω_3 .

II.5.2.1.6 – O FENÔMENO DA “MISTURA DE TRÊS ONDAS”

A técnica vista na sub-seção II.4.2.1.5 mostra como é possível realizar a geração de um sinal óptico com frequência ω_3 a partir de sinais ópticos com frequências ω_1 e ω_2 . É interessante ressaltar as seguintes características desse processo de geração [Saleh e Teich, 2007], [Agrawal, 2007]:

1) Denominando o sinal com frequência ω_i por “sinal i ”, verifica-se que, a partir da momento em que o sinal 3 passa a existir, interage com o sinal 1 e gera uma onda com a frequência diferença $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$, que é um sinal 2.

2) A condição de quase-casamento vale para o sinal 2 gerado como descrito em 1), pois constitui um rearranjo de termos da Eq.(27). Logo, o sinal 2 assim gerado persiste no material.

3) Por sua vez, os sinais 3 e 2 também interagem e geram um sinal com frequência $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$, que é um sinal 1.

4) De forma análoga ao que sucede para o sinal 2 gerado da forma descrita em 1), a condição de quase-casamento vale para o sinal 1 gerado como descrito em 3). Logo o sinal 1 assim

gerado também persiste no material.

5) Novamente, os sinais 1 e 2 interagem gerando o sinal 3, e o ciclo se repete.

Como resultado das interações descritas em 1)-5), verifica-se que os três sinais 1, 2 e 3 experimentam um acoplamento mútuo causado pela condição de quase-casamento de fase, onde cada par de sinais interage entre si e contribui para o sinal restante. Esse processo é denominado “mistura de três ondas” (ou “three-wave-mixing”, ou “TWM”) e leva a uma situação de coexistência dos sinais 1, 2 e 3 no material periodicamente polarizado. O processo TWM de dois sinais para a obtenção de um terceiro em uma frequência soma é o processo utilizado no extrator de relógio da Fig.11, e ocorre no bloco denominado “PPLN” dessa figura.

II.5.2.2 – A OPERAÇÃO DO EXTRATOR DE RELÓGIO DA FIG.11

Após a discussão de alguns pontos de óptica não linear essenciais, pode-se passar à descrição do arranjo da Fig. 11 para extração de um sinal de relógio que modula um sinal óptico recebido [Agis et al., 2006]. Para facilitar o entendimento da descrição seguinte, a Fig. 11 será repetida aqui.

Fig.11 – Extrator de relógio com PD com técnica de óptica não linear (repetição).

Será adotada a seguinte terminologia para os sinais presentes no extrator de relógio da Fig.11:

- Sinal O_s : sinal óptico com comprimento de onda λ_s e frequência angular ω_s presente na entrada do extrator;
- Sinal O_c : sinal óptico com comprimento de onda λ_c e frequência angular ω_c presente na saída do VCO da Fig. 11 (VCO óptico);
- Sinal O : sinal óptico com comprimento de onda λ e frequência angular ω presente na saída do bloco “PPLN” da Fig.11.
- Sinal M_s : sinal com frequência F_s que modula em amplitude o sinal óptico O_s ;
- Sinal M_c : sinal com frequência F_c que modula em amplitude o sinal óptico O_c ;

É importante ressaltar que o arranjo da Fig.11 tem como objetivo a recuperação da frequência do sinal senoidal M_s , cuja frequência nominal de 10 GHz, e que modula o sinal de entrada O_s , este último com comprimento de onda $\lambda_s \approx 1502$ nm.

Começando pelo bloco denominado “VCO” na Fig. 11, o sinal de tensão CC gerado pelo corretor de tensão é aplicado à entrada de um VCO de microondas, disponível comercialmente, e que possui frequência central de 10 GHz e coeficiente K_V de $6,28 \times 10^7$ Hz/V.

O sinal elétrico gerado pelo VCO de microondas atua sobre o modulador de eletroabsorção que faz parte do laser com modulador integrado ILM. Dessa forma, obtém-se o sinal óptico O_c com comprimento de onda $\lambda_c \approx 1550$ nm cuja amplitude é modulada senoidalmente com o sinal senoidal M_c de frequência F_c , gerado pelo VCO de microondas.

A saída O_c do VCO óptico entra no bloco PD através de um amplificador óptico do tipo EDFA (de “Erbium Doped Fiber Amplifier”), cujo objetivo é aumentar a potência do sinal O_c a um nível suficiente para causar os efeitos não lineares no material PPLN que faz parte do PD. O sinal de entrada O_s é misturado com o sinal O_c amplificado pelo EDFA através de um acoplador óptico, de modo que na saída desse dispositivo coexistem ambos sinais.

No material PPLN ocorre o fenômeno TWM da mistura de três ondas descrito na sub-seção II.4.2.1.6, obtendo-se, a partir das frequências ópticas ω_s e ω_c respectivas dos sinais O_s e O_c , a frequência óptica soma de frequências $\omega = \omega_s + \omega_c$ que caracteriza o sinal O que será passado a um diodo fotodetector de avalanche. Sendo k , k_s , e k_c as magnitudes dos vetores de onda respectivamente dos sinais O , O_s e O_c , tem-se a relação de quase-casamento de fase aproximada $k \approx k_s + k_c$, obtida assumindo-se que o fator $2\pi/\Lambda$ que caracteriza o PPLN é pequeno em comparação com os demais termos da Eq. (27). Lembrando ainda que $k = n\omega/c_0$, segue-se que $1/\lambda \approx 1/\lambda_s + 1/\lambda_c$, onde λ é o comprimento de onda do sinal óptico O de saída do PPLN. Com os valores de λ_s e λ_c obtem-se $\lambda \approx 763$ nm, que deve ser um comprimento de onda capaz de ser detetado pelo fotodetector escolhido. É importante destacar que esse fotodetector só responde a comprimentos de onda próximos a ≈ 763 nm, e não “enxerga” os comprimentos de onda λ_s e λ_c , que estão na faixa do infravermelho e portanto são afastados o suficiente do comprimento de onda λ .

Por sua vez, a envoltória do sinal óptico O , com comprimento de onda $\lambda \approx 763$ nm contém o sinal que é proveniente da intercorrelação dos sinais de entrada e do VCO óptico. Em outras palavras, a envoltória do sinal de saída do PPLN contém o sinal que é o produto das envoltórias dos sinais ópticos O_s e O_c , conforme mostra a Eq.(25) com as envoltórias respectivas $A(\omega_s)$, $A(\omega_c)$ e $A(\omega)$ dos sinais O_s , O_c e O tomando o lugar de $A(\omega_1)$, $A(\omega_2)$ e $A(\omega_3)$ naquela equação. A envoltória $A(\omega)$ do sinal O portanto contém as componentes $F_s + F_c$ e $|F_s - F_c|$. O fotodetector não responde às componentes de frequência $F_s + F_c$, uma vez que a largura de faixa do fotodetector é da ordem de algumas dezenas de megaHertz.

Por outro lado, o sinal de saída do fotodetector contém a componente de baixa frequência $|F_s - F_c|$, que certamente cai na banda de aceitação do fotodetector pois F_s e F_c são muito próximas,

diferindo por algumas dezenas de ppm. Quando o extrator de relógio da Fig. 11 está na condição de sincronização, então ocorre a condição $F_s = F_c$, e o nível do sinal óptico recebido pelo fotodetector torna-se constante, com um valor que depende apenas do atraso entre os sinais de entrada e de saída do VCO óptico. A equação que descreve a operação do PD constituído pelo PPLN é dada por [Agis et al., 2006]

$$P_O = P_{\varphi=0} + K_0 \sin \varphi, \quad (28)$$

onde P_O é a potência instantânea transportada pelo sinal óptico O , $P_{\varphi=0}$ é a potência do sinal óptico O quando os sinais moduladores M_s e M_c estão em fase, e K_0 é uma constante que relaciona a variação da potência P_O com a variação da defasagem entre os sinais M_s e M_c . A Fig.13 mostra a variação esperada da potência óptica do fotodetector com a defasagem entre os sinais moduladores M_s e M_c . Essa figura mostra que o detetor de fase implementado com o PPLN constitui uma aproximação muito boa de um detetor de fase tipo produto.

Fig.13 – Variação da potência óptica do sinal TWM para sinais senoidais M_s e M_c com frequência de 10 GHz em função da defasagem entre esses sinais.

Finalmente, o sinal elétrico gerado pelo fotodetector do PD, que contém a frequência $|F_s - F_c|$, é aplicada ao filtro de loop, cuja saída passa por um corretor de nível CC antes de ser aplicado ao VCO de microondas. Essa correção do nível CC é necessária para que o VCO de microondas fique na frequência central quando não houver defasagem entre os sinais M_s e M_c , situação em que o fotodetector gera um sinal CC cujo valor é proporcional à potência P_0 da Eq. (28).

II.5.2.3 - OBSERVAÇÕES

Como mostra a discussão acima, o extrator de relógio da Fig.11 possui a mesma estrutura do PLL da Fig.1. Embora essa estrutura tenha sido usada em [Agis et al., 2006] na situação em que se sincronizam dois sinais senoidais que modulam os sinais ópticos O_s e O_c , a mesma estrutura pode ser usada na situação em que o sinal óptico O_s é constituído por uma série de pulsos caracterizados por uma frequência de repetição F_s . Nesse caso, o fenômeno TWM

ocorre novamente entre os sinais ópticos O_s , O_c e O , sendo que agora a envoltória $A(\omega)$ do último sinal agora contém frequências com as formas $F_{si} \pm F_{cj}$, onde F_{si} são frequências que compõem o trem de pulsos que é a envoltória do sinal O_s , e F_{cj} são frequências que compõem a envoltória do sinal O_c . Todas as frequências do tipo soma são ignoradas pelo fotodetector, em vista da banda relativamente estreita do mesmo, enquanto que, pelo mesmo motivo, uma parte das frequências diferença também será rejeitada. A principal componente de frequência presente no sinal elétrico de saída do fotodetector continua sendo a frequência diferença $|F_s - F_c|$, como no caso em que os sinais M_s e M_c são senoidais. Novamente se verifica a necessidade de PLLs com ganhos de malha K muito elevados, causados pelas frequências elevadas dos sinais a serem sincronizados.

A estrutura da Fig.11 pode ser usada para recuperar o sinal de relógio que caracteriza os pulsos recebidos em um sinal óptico, usando em seguida o relógio assim recuperado para sincronizar o gerador de pulsos estreitos discutido na sub-seção II.3 para gerar pulsos a serem usados na demultiplexação do sinal óptico recebido.

II.6 – CONSIDERAÇÕES GERAIS

As análises e descrições feitas nas seções deste capítulo mostram que os extratores de relógio que serão usados nos futuros sistemas de comunicação óptica devem satisfazer requisitos bastante peculiares e rigorosos.

É com esse objetivo que foram desenvolvidas as técnicas a serem apresentadas no capítulo 3, que vão flexibilizar a definição e o projeto dos PLLs destinados a realizar extratores de relógio adequados para sistemas ópticos de capacidade muito alta. Essa flexibilização decorre dos seguintes pontos;

- a) Possibilidade de uso de todos os tipos de filtros elétricos usados de forma usual em diversos sistemas eletrônicos. Este ponto permite simplificar a escolha de uma dinâmica adequada para cada tipo de extrator de relógio.
- b) O ganho de malha K necessário para atender aos requisitos de tolerância de frequência pode ser fixado antecipadamente.
- c) É possível garantir a estabilidade dos PLLs que utilizam o filtro e o ganho K necessários.
- d) Os processos de captura dos PLLs projetados com as técnicas do capítulo 3 apresentaram características bastante satisfatórias, mostrando que esses PLLs são adequados para uso em uma grande variedade de sistemas eletrônicos.

Assim, no capítulo 3 apresentam-se as técnicas que satisfazem os pontos a)-d) acima. No capítulo 4 são mostrados vários exemplos de aplicação das idéias do capítulo 3, comprovando a utilidade dos processos apresentados.

CAPÍTULO III
PROJETO DE FILTROS TIPO “SÓ-PÓLO” PARA USO EM EXTRATORES
DE RELÓGIO DE FUTUROS SISTEMAS ÓPTICOS

III.1 – INTRODUÇÃO

Em vista do que foi discutido nos capítulos 1 e 2, os sistemas de comunicação de forma geral apresentam as seguintes características:

- 1) Necessidade de aumento contínuo da capacidade de transmissão;
- 2) Sistemas ópticos constituem, em teoria, a forma mais viável de atender à necessidade de crescimento do item 1;
- 3) O uso de feixes digitais com velocidades da ordem de 100 Gbit/s leva à necessidade de extratores de relógio com capacidade de corrigir grandes desvios de frequência;
- 4) Sendo bastante comum o uso de PLLs na operação de extração de sinal de relógio de feixes digitais, e como existem várias propostas de realização desses dispositivos com tecnologia óptica, é importante poder realizar PLLs com grandes valores de ganhos de malha (parâmetro K) e com filtros de loop capazes de assegurar comportamento dinâmico adequado para essas malhas;
- 5) Os filtros de loop dos extratores de relógio que usam tecnologia óptica continuam a ser elétricos, visto que a implementação da função de filtragem de loop com componentes ópticos torna-se bastante complexa.

Tradicionalmente, a implementação de PLLs baseia-se na utilização de filtros elétricos de loop de primeira ordem [Best, 1999], [Gardner, 2005]. Isso porque as malhas PLL resultantes possuem funções de transferência de segunda ordem que são incondicionalmente estáveis e cujo comportamento é descrito por expressões exatas bem conhecidas, podendo ser adaptado com relativa facilidade às necessidades básicas de extratores de relógio.

Entretanto, quando é necessário realizar PLLs com valores de ganho de malha superiores a 10^6 rad/s, é preciso fazer compromissos nem sempre satisfatórios nas malhas de segunda ordem. Um exemplo é a resposta transitória dos PLLs de segunda ordem, que apresentam comportamento oscilatório com menor amortecimento para valores elevados de ganho de malha [Best, 1999], [Gardner, 2005], situação em que é necessário o uso de filtros de primeira ordem do tipo com um zero e um pólo. Mesmo com o uso desse tipo de filtro de primeira ordem, nem sempre é possível satisfazer de forma exata os requisitos aplicáveis.

Em vista desses fatos, o principal objetivo deste trabalho é permitir maiores possibilidades de escolha de tipos de filtros elétricos na realização dos filtros de loop tipo “só-pólo” (todos os zeros no infinito), em PLLs que devem operar com valores altos do ganho K . Em outras palavras, apresenta-se um método para a utilização de uma larga variedade de filtros de loop tipo “só-pólo” com ordem igual ou superior a 2 (ao menos em princípio), e que possibilitem a realização de PLLs com valores elevados do ganho K . O procedimento apresentado garante ao

mesmo tempo a estabilidade dos dispositivos implementados. Uma vantagem adicional desse processo de realização de PLLs é permitir a utilização da vasta literatura existente sobre filtros elétricos [Zverev, 1967], [Humpherys, 1970], [Blinchhoff e Zverev, 1976], [Johnson, 1976], [Lam, 1980], [Chen, 1986].

O método a ser apresentado a seguir permite a definição dos filtros de loop de um PLL de acordo com dois pontos de vista:

a) Ponto de vista “PLL”, em que a malha PLL tem resposta em frequência com forma especificada. Esta última é normalmente escolhida igual à resposta em frequência de um tipo clássico de filtro (Butterworth, Chebychev, etc.). Nesta situação consegue-se um PLL com uma forma precisa de resposta em frequência da malha, mas a resposta em frequência do filtro de loop não pode ser definida a priori.

b) Ponto de vista “FILTRO”, em que o filtro de loop tem resposta em frequência de forma especificada, normalmente escolhida igual à resposta em frequência de um tipo padrão de filtro. Nesta situação tem-se um filtro de loop com forma precisa de resposta em frequência, mas onde a correspondente resposta em frequência da malha PLL não pode ser definida a priori, embora possa ser ajustada dentro de certos limites.

Os pontos de vista possíveis na escolha do filtro de loop de um PLL são denominados no que segue por realização PLL e realização FILTRO, respectivamente.

A seguir se fazem algumas considerações gerais sobre o lugar das raízes (o chamado “root locus”) de PLLs em que os filtros de loop são do tipo só-pólo com ordem igual ou maior que 2. Essa discussão toma como base a sub-seção II.2 do capítulo 2.

Em seguida se apresentam os procedimentos respectivos para as realizações PLL e FILTRO. No capítulo IV serão apresentados exemplos de aplicação dessas realizações, juntamente com as respostas transitórias obtidas em tais exemplos.

III.2 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DE FILTROS TIPO “SÓ-PÓLO” E DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DE MALHA QUE USAM ESSES FILTROS

Para facilitar a discussão que segue, serão repetidas abaixo as Eqs. (5) e (6) do capítulo 2, denominadas neste capítulo respectivamente por (5_2) e (6_2). Essas equações são:

$$H(s) = \frac{v_c(s)}{v_d(s)} = \frac{a_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_1s + a_0} = \frac{a_0}{P(s)}, \text{ Eq. (5_2), onde } H(s) \text{ é a função de}$$

transferência do filtro F da Fig.3 do capítulo 2 e $P(s)$ é o denominador de $H(s)$;

$$G(s) = \frac{a_0K}{sP(s) + a_0K}, \text{ Eq.(6_2), é a função de transferência genérica de uma malha PLL cujo filtro}$$

tem a função de transferência $H(s)$ da Eq. (5_2) e cujo ganho de malha é K .

III.2.1 – PROPRIEDADES DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $G(s)$ DA EQ.(6_2)

Como se pode ver pela Fig.3 do capítulo 2, um PLL constitui um sistema de controle de fase, cuja função é forçar a igualdade das frequências dos sinais $s_i(t)$ e $s_o(t)$. Portanto $G(s)$ é a função de transferência de uma malha de controle cujos zeros se situam todos no infinito, em vista da Eq.(6_2).

Após a discussão que segue, dois exemplos de lugar das raízes (ou “root locus”) serão mostrados nas figs.1 e 2. O objetivo dessas figuras é facilitar a visualização das propriedades do lugar das raízes de uma função $G(s)$ com a forma da Eq.(6_2) [Ogata, 1997]. Essas propriedades são as seguintes:

- 1) Cada ramo do lugar das raízes de $G(s)$ começa em um dos zeros de $sP(s)$. Em particular, um dos ramos sempre começa na origem.
- 2) Todos os ramos do lugar das raízes de $G(s)$ tendem a infinito quando $K \rightarrow +\infty$, já que todos os zeros de $G(s)$ se encontram no infinito.
- 3) Cada ramo do lugar das raízes de $G(s)$ da Eq.(6_2) tende a infinito segundo uma assíntota que faz com o eixo real um dos ângulos $\pm (2k + 1)\pi/(n + 1)$ onde $n + 1$ é o grau do denominador de $G(s)$, e $k = 0, 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ onde $\lfloor x \rfloor$ indica o maior inteiro menor que x .
- 4) Ramos que se iniciam em zeros conjugados de $sP(s)$ constituem curvas simétricas em relação ao eixo real. Esses ramos são denominados “ramos simétricos”.
- 5) Assumindo que todos os zeros de $P(s)$ se encontram no semiplano esquerdo complexo, os pares de ramos simétricos do lugar das raízes de $G(s)$ que tendem a infinito segundo assíntotas que fazem ângulos com magnitude menor que $\pi/2$ com o eixo real cruzam o eixo imaginário para algum valor de K . Esta propriedade explica porque PLLs de segunda ordem são incondicionalmente estáveis, pois as assíntotas formam ângulos $\pm\pi/2$ com o eixo real, ficando sempre no semiplano complexo esquerdo.
- 6) Cada par de ramos simétricos do lugar das raízes de $G(s)$ que cruza o eixo imaginário cria um par de pólos imaginários puros de $G(s)$ no valor de K onde ocorre o cruzamento.
- 7) Em geral, cada par de ramos simétricos do lugar das raízes de $G(s)$ cruza o eixo imaginário para um valor de K diferente dos valores que causam outros cruzamentos.
- 8) O limiar de instabilidade, isto é, a situação em que a função $G(s)$ da Eq. (6_2) começa a apresentar comportamento oscilatório não amortecido, ocorre no valor de ganho K_I onde acontece o primeiro cruzamento do eixo imaginário por um par de ramos simétricos. Como discutido mais tarde, existem algumas formas de se calcular K_I para qualquer ordem do polinômio denominador de $G(s)$.

As propriedades 1 a 8 do lugar das raízes decorrem todas das propriedades usuais dos lugares das raízes usadas na teoria de controle automático. As propriedades seguintes decorrem explicitamente da forma $sP(s) + a_0K$ do polinômio denominador de $G(s)$ dada pela Eq.(6_2) [Piqueira e Monteiro, 2006].

9) O ramo do lugar das raízes de $G(s)$ que começa na origem sempre entra no semiplano complexo esquerdo quando K parte de zero assumindo valores positivos crescentes. Esta propriedade é muito importante, pois mostra que cruzamentos do eixo imaginário só ocorrem para valores de K significativamente diferentes de zero e para cruzamentos originados por ramos simétricos do lugar das raízes de $G(s)$. Esta propriedade não é válida em geral para funções $G(s)$ que possuem zeros. Funções desse tipo podem apresentar ramos do lugar das raízes que entram no semiplano complexo direito mesmo quando o ganho K assume valores positivos arbitrariamente pequenos [Meyr e Ascheid, 1990].

10) Os valores de K onde ramos simétricos do lugar das raízes de $G(s)$ cruzam o eixo imaginário pertencem ao conjunto de soluções $\hat{K}$ da equação $\Delta_{n-1}(K) = 0$, sendo Δ_{n-1} o chamado “menor de Hurwitz de ordem $n-1$ ” [Gantmacher, 1959] do polinômio $sP(s) + K$. O valor K_I mencionado acima constitui o elemento de menor valor numérico do conjunto $\hat{K}$.

11) Todos os pares de ramos simétricos do lugar das raízes de $G(s)$ que cruzam o eixo imaginário nunca retornam ao semiplano complexo esquerdo. Esta propriedade é muito importante porque só ocorre de forma geral para funções $G(s)$ com a forma dada pela Eq.(6_2). É importante observar que esta propriedade só se verifica para polinômios $P(s)$ da Eq.(5_2) cujas raízes estão todas situadas no semiplano complexo esquerdo.

Em vista das propriedades 1 a 11 listadas acima, os lugares das raízes de funções $G(s)$ com a forma da Eq.(6_2) apresentam aparência geral como visto nas Figs. 1 e 2 seguintes, que mostram lugares das raízes de malhas PLL “normalizadas” em que os filtros de loop são um filtro Chebychev de ordem 6 com fator de ondulação (‘ripple’) de 0,1 dB no caso da Fig.1 e um filtro Butterworth de ordem 5 no caso da Fig.2. Esses tipos de filtros, assim como outros tipos, serão descritos com maior detalhe no Capítulo IV.

Os termos “normalização” e “normalizado” serão encontrados com bastante frequência no que segue. Esses termos são usados para indicar filtros cujas frequências angulares importantes, como por exemplo a frequência angular de 3 dB, possuem valores próximos de 1 rad/s. O conceito de “normalização”, usual no projeto e na literatura de filtros elétricos, será discutido de forma resumida na sub-seção III.2.4.

Fig.1 – Lugar das raízes de um PLL com função $G(s)$ de 8ª ordem com filtro de loop tipo Bessel de 7ª ordem.

Fig.2 – Lugar das raízes de um PLL com função $G(s)$ de 5ª ordem com filtro de loop tipo Butterworth de 4ª ordem.

As Figs. 1 e 2 ilustram as propriedades 1 a 11 acima descritas, destacando-se em particular os ramos ddos lugares das raízes que cruzam o eixo imaginário em vista da existência de assíntotas que fazem ângulos com o eixo real cuja magnitude é menor que $\pi/2$. Também se observa em ambas figuras que o ramo que parte do pólo na origem sempre se movimentam inicialmente para dentro do semiplano complexo esquerdo. Lembrar que para $K = 0$ a função de transferência $G(s)$ da Eq.(6_2) possui um pólo na origem decorrente do VCO, que possui a

função de integrador. É por esse motivo que o lugar das raízes de qualquer PLL sempre possui um ramo que parte da origem.

A consequência mais importante das propriedades 1 a 11 acima é que é possível caracterizar o limiar de instabilidade para uma função $G(s)$ da forma da Eq.(6_2) através do valor K_I definido na propriedade 8. Assim, esse parâmetro tem papel importante na definição dos filtros de loop de ordem maior ou igual 2 a serem usados em PLLs. Conforme se verá mais tarde, o parâmetro K_I depende do tipo e ordem de filtro utilizado em um PLL, para qualquer das realizações PLL ou FILTRO. Fica clara a importância da determinação desse parâmetro, uma vez definido o tipo e ordem do filtro a ser usado em uma das realizações possíveis. Uma possível forma de cálculo desse parâmetro é o procedimento definido em [Piqueira e Monteiro, 2006], escolhendo-se a menor raiz da equação $\Delta_{n-1}(K) = 0$. Alguns procedimentos alternativos são possíveis, tornando a determinação de K_I um procedimento bastante simples no caso de filtros com ordens menores ou iguais a 6. Tais procedimentos serão descritos mais tarde, após uma discussão das propriedades genéricas de redes elétricas e de algumas propriedades que viabilizam, em princípio, o uso de filtros de qualquer ordem na realização de PLLs.

III.2.2 – ALGUNS FATOS SOBRE REDES ELÉTRICAS

Como filtros são casos particulares de redes elétricas gerais, a seguir se faz uma breve revisão dos conceitos dessa teoria [VanValkenburg, 1974] essenciais para o entendimento do método de utilização de filtros com tipo e ordem arbitrários na realização de PLLs.

O comportamento em frequência de uma função de transferência geral $H(s)$ é obtido fazendo-se $s=j\omega$ nessa equação, tendo-se então

$$H(s)|_{s=j\omega} = H(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega) = |H(j\omega)| \cdot e^{j\theta(\omega)}, \quad (1)$$

sendo $R(\omega)$ e $X(\omega)$ respectivamente as partes real e imaginária de $H(j\omega)$ na frequência angular ω , e sendo $|H(j\omega)|$ e $\theta(\omega)$ respectivamente a amplitude e a fase de $H(j\omega)$ nessa frequência angular. Valem as relações

$$|H(j\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + X^2(\omega)} \text{ e } \theta(\omega) = \arctg \frac{X(\omega)}{R(\omega)}. \quad (2)$$

A interpretação física de $|H(j\omega)|$ e $\theta(\omega)$ é feita considerando que um sinal $v_d(t) = V_d \cos \omega t$ é aplicado ao filtro com a função $H(s)$ da Eq.(5_2). Nessas condições, a saída $v_c(t)$ do filtro será dada por $v_c(t) = V_d |H(j\omega)| \cos[\omega t + \theta(\omega)]$. Em palavras, um sinal senoidal ao passar pelo filtro descrito pela Eq.(5_2) tem sua amplitude alterada por um fator $|H(j\omega)|$, enquanto que a fase desse sinal senoidal recebe um acréscimo $\theta(\omega)$.

A terminologia convencional de redes elétricas usa o conceito de “resposta em frequência”

para a caracterização de como a resposta de uma rede depende da frequência angular ω dos sinais de entrada dessa rede. A resposta em frequência $A(\omega)$ de uma rede elétrica normalmente é definida por

$$A(\omega) = H(s) \cdot H(-s)|_{s=j\omega} = H(j\omega) \cdot H(-j\omega) = |H(j\omega)|^2. \quad (3)$$

Como a resposta em frequência de uma rede pode assumir uma faixa muito grande de valores, é usual utilizar o logaritmo de $|H(j\omega)|^2$, multiplicado por uma constante normalizadora. Normalmente se utilizam logaritmos base 10 de $|H(j\omega)|^2$, multiplicados por 10, ou logaritmos base 10 de $|H(j\omega)|$ multiplicados por 20, usando-se a resposta em frequência em decibéis (dB) dada por uma das duas formas mostradas na equação abaixo:

$$A_{dB}(\omega) = 10 \log_{10} |H(j\omega)|^2 = 20 \log_{10} |H(j\omega)|. \quad (4)$$

A frequência angular em que $A_{dB}(\omega)$ toma o valor “-3 dB” é indicada por ω_{3dB} e é denominada “frequência angular de 3 dB”, ou “frequência angular de meia potência” de uma rede elétrica. Esta última denominação vem do fato de que quando $A_{dB}(\omega)$ é interpretado como $10 \log_{10} |H(j\omega)|^2$, então $A_{dB}(\omega)$ é uma indicação da potência de um sinal senoidal de frequência angular ω observado na saída da rede, e também do fato de que $A(\omega_{3dB}) = 1/2$, ou, de forma equivalente, $A_{dB}(\omega_{3dB}) = -3$ dB significando que na saída da rede observa-se, na frequência de 3 dB, uma potência igual à metade da potência para $\omega = 0$, ou uma potência 3 dB abaixo da potência em dB observada em $\omega = 0$. Por outro lado, se $A_{dB}(\omega)$ for interpretado como $20 \log_{10} |H(j\omega)|$, continua-se a ter $A_{dB}(\omega_{3dB}) = -3$ dB, em vista do fator 20.

Conforme mencionado no capítulo 2, a função de transferência $H(s)$ dos filtros de loop considerados neste trabalho é assumida com a forma da Eq.(5_2), em que a constante a_0 do numerador faz com que $H(0)=1$, e $P(s)$ é um polinômio de grau n cujos coeficientes a_i ($i=0,1,..., n-1$) são determinados pelo tipo de filtro usado, seja em realizações tipo PLL quanto em realizações tipo FILTRO.

III.2.3 – O CONCEITO DE ATRASO DE GRUPO

Outra característica importante de uma rede elétrica é o denominado “atraso de grupo”, definido por [Blinchikoff e Zverev, 1976]

$$D(\omega) = - \frac{d\theta(\omega)}{d\omega}. \quad (5)$$

O atraso de grupo corresponde ao atraso sofrido pela envoltória de um sinal modulado em amplitude ao passar pela rede [Carlson, 1985], [Lathi, 2009]. Esse atraso em geral é diferente do atraso sofrido pela portadora desse sinal modulado, e é daí que vem o termo “atraso de grupo”, que é o atraso experimentado pelo “grupo” de frequências que dão origem à envoltória. Como se verá mais adiante, o atraso de grupo tem um papel fundamental no projeto de filtros para utilização em PLLs.

Com o objetivo de encontrar uma expressão para o atraso de grupo correspondente a uma função de transferência com a forma da Eq.(5_2), inicialmente faz-se $s = j\omega$ nessa equação, obtendo-se

$$H(j\omega)|_{s=j\omega} = \frac{a_0}{M_p(\omega) + jM_i(\omega)} = \frac{a_0 M_p(\omega) - ja_0 M_i(\omega)}{M_p^2(\omega) + M_i^2(\omega)}, \quad (6)$$

sendo

$M_p(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + \dots$ o polinômio com potências pares de ω no denominador de $H(s)|_{s=j\omega}$;

$M_i(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots$ o polinômio com potências ímpares de ω no denominador de $H(s)|_{s=j\omega}$.

Portanto, pela Eq.(6) as partes real $R(\omega)$ e imaginária $X(\omega)$ da função de transferência da Eq.(5_2) são dadas por

$$R(\omega) = \frac{a_0 M_p(\omega)}{M_p^2(\omega) + M_i^2(\omega)} \text{ e } X(\omega) = -\frac{a_0 M_i(\omega)}{M_p^2(\omega) + M_i^2(\omega)}. \quad (7)$$

Usando agora as relações da Eq.(7) na Eq.(2), verifica-se que a expressão da fase correspondente à função da Eq.(5_2) é

$$\theta(\omega) = \arctg \frac{X(\omega)}{R(\omega)} = -\arctg \frac{M_i(\omega)}{M_p(\omega)}. \quad (8)$$

Substituindo a expressão de $\theta(\omega)$ na Eq.(5) que define o atraso de grupo de uma rede elétrica chega-se à expressão

$$\begin{aligned} D(\omega) &= -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = -\frac{d}{d\omega} \left[-\arctg \frac{M_i(\omega)}{M_p(\omega)} \right] = \frac{M'_i(\omega)M_p(\omega) - M'_p(\omega)M_i(\omega)}{M_p^2(\omega) + M_i^2(\omega)} = \\ &= \frac{(a_1 - 2a_3\omega + \dots)(a_0 - a_2\omega^2 + \dots) - (-2a_2\omega + 4a_4\omega^3 + \dots)(a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots)}{(a_0 - a_2\omega^2 + \dots)^2 + (a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots)^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

O atraso de grupo na frequência angular $\omega = 0$ é um parâmetro importante na caracterização de filtros [Blinchhoff e Zverev, 1976]. Fazendo $\omega = 0$ na Eq.(9) obtém-se

$$D(\omega)|_{\omega=0} = \frac{a_1}{a_0}. \quad (10)$$

O atraso de grupo $D(0)$, dado pela Eq.(10), é um parâmetro do filtro com a função de transferência da forma da Eq. (5_2). Como essa função $H(s)$ tem a forma geral tanto dos filtros de loop quanto da função de transferência de malha da Eq.(6_2), não é surpresa que parâmetros de $H(s)$ tenham um papel importante nas propriedades de filtros que devem ser usados em PLLs. A importância de $D(0)$ para o dimensionamento dos filtros a serem usados em malhas PLL será mostrada na sub-seção III.2.5.

III.2.4 – O CONCEITO DE NORMALIZAÇÃO EM REDES ELÉTRICAS

A idéia de “normalização”, mencionada anteriormente, baseia-se no fato de que é muito mais conveniente fazer cálculos de redes elétricas cujos componentes tem valores próximos da unidade. Essas redes com componentes com valores da ordem da unidade se caracterizam por níveis de impedância e frequências angulares de referência também próximos da unidade. O uso do conceito de normalização faz a correspondência entre as redes com valores próximos da unidade e as redes que serão implementadas fisicamente e que constituem o objeto dos projetos.

Para dar uma idéia rápida do conceito de normalização, considere-se uma impedância típica Z_{ij} , que aparece na análise de malhas de uma rede elétrica como sendo a impedância comum às malhas i e j dessa rede [Van Valkenburg, 1974]. A forma geral de Z_{ij} é dada por

$$Z_{ij} = R_{ij} + sL_{ij} + 1/sC_{ij}, \quad (11)$$

sendo

R_{ij} – soma das resistências comuns às malhas i e j ;

L_{ij} – soma das indutâncias comuns às malhas i e j ;

C_{ij} – combinação das capacitâncias comuns às malhas i e j (combinação série de capacitâncias)

É possível introduzir na Eq.(11) fatores de normalização R_N de impedância e ω_N de frequência angular, obtendo-se

$$Z_{ij}(s) = R_N \left(\frac{R_{ij}}{R_N} + \frac{s}{\omega_N} \frac{\omega_N L_{ij}}{R_N} + \frac{1}{\frac{s}{\omega_N} \omega_N R_N C_{ij}} \right) = R_N \left(R'_{ij} + s' L'_{ij} + \frac{1}{s' C'_{ij}} \right) = R_N Z'_{ij}(s'), \quad (12)$$

sendo

R_N – fator de normalização de impedância;

ω_N – fator de normalização de frequência angular;

$s' = s/\omega_N$ - frequência complexa normalizada;

$R'_{ij} = \frac{R_{ij}}{R_N}$ – soma das resistências normalizadas pelo fator $1/R_N$ comuns às malhas i e j ;

$L'_{ij} = \frac{\omega_N}{R_N} L_{ij}$ – soma das indutâncias normalizadas pelo fator ω_N/R_N comuns às malhas i e j ;

$C'_{ij} = \omega_N R_N C_{ij}$ - combinação das capacitâncias normalizadas pelo fator $\omega_N R_N$ comuns às malhas i e j ;

$Z'_{ij}(s') = \frac{Z_{ij}\left(\frac{s}{\omega_N}\right)}{R_N}$ - impedância comum às malhas i e j obtida pela aplicação do fator de normalização $1/R_N$ à impedância $Z_{ij}(s)$ e pela aplicação do fator de normalização $1/\omega_N$ à frequência complexa s .

Observando o termo $s' = s/\omega_N$, verifica-se que para $s = j\omega$ tem-se $s' = j\omega' = j\omega/\omega_N$, de

modo que ω_N também é fator de normalização das frequências angulares ω' . Outra consequência de $s' = s/\omega_N$ é que as frequências angulares ω' normalizadas e as correspondentes frequências complexas s' são adimensionais.

Na especificação e realização de filtros elétricos, particularmente no caso de filtros elétricos a serem usados em PLLs, as funções de transferência de interesse são do tipo “ganho de tensão”, ou seja, funções de transferência com a forma $B(s) = V_o(s)/V_i(s)$, que são quocientes das transformadas de Laplace das tensões de saída $v_o(t)$ e de entrada $v_i(t)$ do filtro. Pode-se mostrar [Van Valkenburg, 1960], [Johnson, 1976], que a forma geral de uma função de transferência tipo ganho de tensão, para uma rede elétrica analisada pelo método de malhas, é dada por

$$B(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_o(s) \cdot I_p(s)}{V_q(s)}, \quad (13)$$

sendo $I_p(s)$ a p-ésima corrente de malha que circula através da impedância $Z_o(s)$ produzindo a tensão de saída $V_o(s)$, e sendo $V_i(s) = V_q(s)$, onde $V_q(s)$ é a transformada de Laplace da fonte de tensão $v_q(t)$ situada na q-ésima malha.

Também se pode mostrar [Van Valkenburg, 1960], [Johnson, 1976], [Balabanian e Bickart, 1969], [Desoer e Kuh, 1969] que $I_o(s)$ é dada pela expressão

$$I_p(s) = \frac{\Delta_{qp}(s)}{\Delta(s)} \cdot V_q(s), \quad (14)$$

sendo Δ o determinante da matriz $Z = [Z_{ij}]$ de impedâncias de malha de rede elétrica, e sendo Δ_{qp} o co-fator do elemento Z_{qp} da matriz Z . Se a rede é de ordem n , então Z é uma matriz $n \times n$. É importante observar que Δ é o determinante de uma matriz $n \times n$, enquanto que Δ_{qp} é o determinante de uma matriz $(n-1) \times (n-1)$, e que esses determinantes são ambos funções de s . Portanto, substituindo a Eq.(14) na Eq.(13), verifica-se que a função de transferência $A(s)$ é dada por

$$A(s) = \frac{Z_o(s) \cdot \Delta_{qp}(s)}{\Delta(s)}. \quad (15)$$

Ao se fazer a normalização de impedância e de frequência da rede com função de transferência $A(s)$ dada pela relação (15), com fatores respectivos ω_N e R_N , e lembrando que todos os elementos $Z_{ij}(s)$ que compõem $\Delta(s)$ e $\Delta_{qp}(s)$ são divididos por R_N , então ao se usar a Eq.(12) chega-se à função de transferência normalizada

$$A'(s') = \frac{R_N \cdot Z_o'(s') \cdot R_N^{n-1} \cdot \Delta'_{qp}(s')}{R_N^n \cdot \Delta'(s')} = \frac{Z_o'(s') \cdot \Delta'_{qp}(s')}{\Delta'(s')}. \quad (16)$$

que possui a mesma forma que a Eq.(15), não aparecendo o fator de normalização R_N . Pode-se ver assim que o efeito das normalizações sobre as funções de transferência é modificar os valores dos coeficientes dos numeradores e denominadores dessas funções, e de substituir a frequência complexa s pela frequência complexa adimensional s' .

Da Eq.(12) pode-se verificar que, mediante a escolha adequada dos fatores de normalização R_N e ω_N , chega-se a uma rede elétrica normalizada composta por elementos com valores convenientes, isto é, com magnitudes que introduzem menores erros computacionais. Ao mesmo tempo, o processo de normalização permite que uma grande variedade de redes elétricas fiquem definidas em forma padronizada, e possam assim ser adaptadas facilmente para a faixa de valores necessários para implementação com valores arbitrários de impedâncias e frequências angulares. Isso é particularmente verdade no caso dos filtros elétricos, que se encontram extensamente tabulados em forma normalizada na literatura [Van Valkenburg, 1960], [Zverev, 1967], [Humpherys, 1970], [Blinchhoff e Zverev, 1976], [Johnson, 1976], [Chen, 1986]. É interessante mencionar que os filtros tabulados na literatura são em geral do tipo “passa-baixas”. Para que seja possível projetar outros tipos de filtros com as informações encontradas na literatura, podem ser necessários outros tipos de transformações [Van Valkenburg, 1960], além das transformações normalizadoras descritas acima. As relações matemáticas que definem essas transformações tem o objetivo essencial de fazer uma correspondência, ou mapeamento, entre a banda de passagem dos filtros passa-baixas tabulados e a banda de passagem dos outros tipos de filtro. Assim, conforme a natureza do mapeamento, essas transformações são denominadas “transformações passa-baixas para passa-altas”, “transformações passa-baixas para passa-faixas”, etc. Esses tipos de transformações não serão utilizadas no presente trabalho.

Nas idéias apresentadas a seguir, será necessário apenas o conceito de normalização de frequência. No entanto, a normalização de impedância certamente é importante na definição dos valores finais dos elementos de circuito que constituem os filtros de loop dos PLLs considerados neste trabalho, embora esse tópico não seja abordado de forma profunda neste trabalho.

III.2.5 – A NORMALIZAÇÃO DO ATRASO DE GRUPO DE REDES ELÉTRICAS

Conforme discutido na sub-seção anterior, o processo de normalização/denormalização de parâmetros de redes elétricas é usado para transformar os parâmetros normalizados disponíveis na literatura em parâmetros com valores “práticos”, ou seja, parâmetros que serão efetivamente usados na realização de redes elétricas que vão desempenhar funções dentro de algum equipamento.

Como foi visto na sub-seção III.2.3, o parâmetro “atraso de grupo para $\omega = 0$ ” é um parâmetro de redes elétricas cuja importância para filtros de loop de PLLs será mostrada mais tarde. Essa importância decorre da forma em que esse parâmetro se transforma ao experimentar uma normalização de frequência.

É importante recordar que os filtros utilizados em malhas PLL são do tipo passa-baixas, pois têm a função de eliminar produtos do tipo soma de frequências gerados pela interação entre o sinal de entrada e o sinal do VCO dos PLLs. Como os filtros normalizados disponíveis na literatura são todos do tipo passa-baixas, verifica-se que a transformação de denormalização necessária é simplesmente a denormalização de frequência discutida na sub-seção anterior. Como já discutido, essa transformação é definida pelas relações

$$s' = \frac{s}{\omega_N}, \text{ para frequências complexas,} \quad (17a)$$

$$\text{e também } \omega' = \frac{\omega}{\omega_N}, \text{ para frequências angulares,} \quad (17b)$$

sendo ω_N em ambas as relações o parâmetro de denormalização de frequência discutido anteriormente.

O fato dessas relações serem suficientes para a denormalização de filtros passa-baixas fica evidente pela forma das Eqs.(17). Ou seja, uma frequência complexa ou angular importante de um filtro passa-baixas precisa apenas sofrer o efeito de um fator de escala para tomar o valor adequado para a aplicação em que o filtro considerado será usado. O fator de escala é simplesmente o fator de normalização (ou de denormalização) ω_N .

A expressão para o atraso de grupo denormalizado de uma rede elétrica é dada por [Blinchhoff e Zverev, 1976]

$$D(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = -\frac{d\theta[\omega'(\omega)]}{d\omega}, \quad (18)$$

onde $\theta[\omega'(\omega)]$ exprime a fase como uma função de ω' , que por sua vez é função de ω segundo a relação (17b). Assim, pode-se aplicar a regra de cadeia à função $\theta[\omega'(\omega)]$, com o resultado dado por

$$D(\omega) = -\frac{d\theta[\omega']}{d\omega'} \cdot \frac{d\omega'}{d\omega} = \frac{1}{\omega_N} D_N(\omega') \quad (19)$$

onde se usou a relação (17b) no cálculo de $d\omega'/d\omega$, e também se usou a definição do atraso de grupo normalizado $D_N(\omega') = -d\theta[\omega']/d\omega'$, que é uma função de ω' .

A relação dada pela Eq.(19), entre os atrasos de grupo normalizado e denormalizado, é fundamental para o objetivo do presente trabalho, como se verá mais tarde. A importância da Eq.(19) decorre da relação entre os atrasos de grupo normalizado e denormalizado calculados para $\omega = \omega' = 0$.

Considere-se então a expressão de uma função de transferência normalizada $A'(j\omega')$ e a correspondente função de transferência $A(j\omega)$ obtida por denormalização de $A'(j\omega')$:

$$A(j\omega') = \frac{a'_0}{(j\omega')^n + a'_{n-1}(j\omega')^{n-1} + \dots + a'_1(j\omega') + a'_0}, \text{ e} \quad (20a)$$

$$A'(j\omega) = \frac{a_0}{(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0}. \quad (20b)$$

Aplicando a Eq.(10) às funções de transferência (20a) e (20b) obtém-se respectivamente

$D_N(\omega' = 0) = \frac{a'_1}{a'_0}$ e $D(\omega = 0) = \frac{a_1}{a_0}$. Em vista da Eq.(19) chega-se à relação

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{1}{\omega_N} \frac{a'_1}{a'_0}, \quad (21)$$

que constitui a base para o dimensionamento de filtros de loop de PLLs com ordem arbitrária que permitem uso de ganhos de malha K pré-fixados. A importância da Eq.(21) ficará evidente nas seções seguintes, onde serão vistas as consequências dessa relação.

III.3 – A REALIZAÇÃO TIPO PLL

Conforme já mencionado anteriormente, uma realização tipo PLL tem como objetivo chegar a um PLL cuja função de transferência $G(s)$ tenha uma forma tipo só-pólo especificada, em geral a forma de um tipo conhecido de filtro só-pólo. Em outras palavras, a função $G(s)$ procurada será obtida a partir de uma função de transferência $G'(s')$ que tem a forma da Eq.(6_2) e está expressa em forma normalizada.

Assumindo um filtro de loop com função de transferência dada pela Eq.(5_2), em vista da Eq.(6_2) a forma de $G'(s')$ será

$$G'(s') = \frac{b'_0}{(s')^{n+1} + b'_n(s')^n + \dots + b'_2(s')^2 + b'_1 s' + b'_0} = \frac{a'_0 K'}{[(s')^n + a'_{n-1}(s')^{n-1} + \dots + a'_1(s') + a'_0] s' + a'_0 K'}, \quad (22)$$

sendo os b'_i s ($i = 0, 1, \dots, n$) os coeficientes normalizados do tipo de filtro escolhido, e sendo K' o ganho de malha normalizado. A Eq.(22) mostra que os coeficientes a'_i ($i = 0, 1, \dots, n-1$) do filtro de loop são determinados pelos coeficientes do tipo de filtro escolhido para o PLL, tendo-se $a'_i = b'_{i+1}$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$). Por sua vez, o ganho de malha normalizado K' é determinado pela relação $b'_0 = a'_0 K'$, tendo-se em consequência

$$K' = \frac{b'_0}{a'_0} = \frac{b'_0}{b'_1}. \quad (23)$$

Das Eqs.(22) e (23) vê-se que o tipo de filtro escolhido para dar a forma das funções de transferência $G(s)$ e $G'(s')$ determina efetivamente as funções de transferência $H(s)$ e $H'(s')$ que definem o filtro de loop necessário para realizar o PLL com a função de malha desejada, e determina também o ganho de malha normalizado K' .

Para chegar à função de transferência $G(s)$ com o ganho de malha K desejado, é necessário denormalizar as Eqs.(22) e (23), e para isso é necessário encontrar o fator de denormalização ω_N necessário. Para encontrar esse fator, usa-se o fato de que $G(s)$ e $G'(s')$ são funções de transferência relacionadas por denormalização. Logo, é possível aplicar a Eq.(21) a $G(s)$ e $G'(s')$, obtendo-se

$$\frac{b_1}{b_0} = \frac{1}{\omega_N} \cdot \frac{b'_1}{b'_0}. \quad (24)$$

Como a função de transferência denormalizada $G(s)$ tem sua forma dada também pela Eq. (6_2), então usando os mesmos argumentos que no caso da função $G'(s')$ pode-se mostrar que o ganho denormalizado K é dado por uma relação semelhante à Eq.(22), ou seja, $K = b_0/b_1$. Substituindo essa relação e a Eq.(23) na Eq.(24), obtem-se finalmente

$$\omega_N = \frac{K}{K'}, \quad (25)$$

que é a consequência muito importante da Eq.(21), que permite encontrar o fator de denormalização procurado. Verifica-se assim que o ganho de malha desejado K e o tipo de filtro escolhido, que define K' pela Eq.(22), determinam o fator denormalizante ω_N . A Eq.(25) constitui a relação que permite realizar um PLL com função de transferência $G(s)$ dada por um tipo especificado de filtro e com um ganho de malha determinado a priori.

Uma vez conhecido o fator ω_N , ao se substituir a Eq.(17a) em $G'(s')$ chega-se à função de transferência $G(s)$ desejada para a malha PLL. $G(s)$ tem a forma dada por

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{b'_0}{\left(\frac{s}{\omega_N}\right)^{n+1} + b'_n \left(\frac{s}{\omega_N}\right)^n + b'_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_N}\right)^{n-1} + \dots + b'_1 \left(\frac{s}{\omega_N}\right) + b'_0} = \\ &= \frac{\omega_N^{n+1} b'_0}{s^{n+1} + \omega_N b'_n s^n + \omega_N^2 b'_{n-1} s^{n-1} + \dots + \omega_N^n b'_1 s + \omega_N^{n+1} b'_0} = \\ &= \frac{\omega_N^n (\omega_N b'_0)}{s^{n+1} + b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + \omega_N^n (\omega_N b'_0)} = \frac{b_1 K}{s^{n+1} + b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_1 K}, \end{aligned} \quad (26)$$

onde se usaram as Eqs.(23) e (25) para transformar o termo $\omega_N b'_0$ em $b'_1 K$, e depois usando o fato de que $b_i = \omega_N^{n+1-i} b'_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

É importante observar que a frequência de 3 dB ω_{3dBPLL} da função denormalizada $G(s)$ é relacionada à frequência ω'_{3dBPLL} da função normalizada $G'(s')$ pela expressão

$$\omega_{3dBPLL} = \omega_N \cdot \omega'_{3dBPLL}, \quad (27)$$

onde o subscrito “3dBPLL” indica que se trata de frequências angulares relativas à realização PLL.

A relação (27) decorre diretamente da Eq.(17b), pois o processo de denormalização estabelece uma correspondência entre a frequência normalizada $\omega' = \omega'_{3dBPLL}$ e a frequência denormalizada $\omega = \omega_{3dBPLL}$.

As mesmas considerações se aplicam ao filtro de loop, cujas frequências de 3 dB normalizada e denormalizada $\omega'_{3dB_FILTRO_LOOP}$ e $\omega_{3dB_FILTRO_LOOP}$ são também relacionadas por uma relação da forma da Eq.(27).

A frequência angular ω'_{3dBPLL} depende do tipo de filtro escolhido e seu valor nem sempre pode ser expresso por uma expressão analítica, devendo ser calculado por um procedimento numérico. Um procedimento que pode ser usado é descrito na sub-seção III.5.1.

Agora é necessário verificar se a função de transferência $G(s)$ dada pela Eq.(26) será estável. Para discutir essa questão, sejam respectivamente por K'_I e K_I os ganhos de malha que correspondem ao limiar de instabilidade das funções $G'(s')$ e $G(s)$, isto é, os menores valores de ganho de malha em que os denominadores de $G'(s')$ e $G(s)$ possuem um par de raízes puramente imaginárias.

Em vista da Eq.(26), fica claro que as raízes do denominador de $G(s)$ são as raízes do denominador de $G'(s')$ alteradas pelo fator de denormalização ω_N . Assim, quando o denominador de $G'(s')$ atingir o limiar de instabilidade e possuir um par de raízes puramente imaginárias causadas por K'_I , o denominador de $G(s)$ também vai apresentar um par de raízes imaginárias puras. Em outras palavras, $G'(s')$ e $G(s)$ sempre chegam juntas ao limiar de instabilidade. Assim, como essas funções de transferência são relacionadas pelo fator de denormalização ω_N , segue-se que a Eq.(25) é aplicável e portanto K'_I e K_I são relacionados por

$$K_I = \omega_N K'_I . \quad (28)$$

Pela discussão feita na sub-seção III.2.1, e pelas figuras que mostram alguns exemplos de lugar das raízes de funções $G'(s')$ nessa sub-seção, verifica-se que o ganho K que caracteriza a função denormalizada $G(s)$ deve ser tal que $K < K_I$. Em vista da Eq.(28), segue-se que se os ganhos K' e K'_I da função normalizada $G'(s')$ satisfizerem a relação $K' < K'_I$, então para qualquer fator ω_N a condição $K < K_I$ será obedecida, garantindo a estabilidade da função de transferência $G(s)$.

Em vista das considerações acima, o procedimento de projeto do filtro de loop de um PLL segundo a realização PLL é dado pelos seguintes passos:

- 1) Escolhe-se o tipo de filtro que deve dar forma à função de transferência do PLL.
- 2) Identifica-se, a partir da função de transferência normalizada do filtro escolhido, os coeficientes normalizados que vão ser usados na realização do denominador do filtro de loop que deve ser usado. Esses coeficientes são aqueles incluídos dentro dos colchetes da Eq.(22) e são dados por $a'_i = b'_{i+1}$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$). A função de transferência do filtro de loop terá a forma

$$H(s) = \frac{b'_1}{s'^n + b'_n s'^{n-1} + \dots + b'_2 s' + b'_1} = \frac{a'_0}{s'^n + a'_{n-1} s'^{n-1} + \dots + a'_1 s' + a'_0} .$$

- 3) Determinam-se as raízes do polinômio denominador do filtro de loop obtido em 2). Se todas essas raízes estiverem localizadas no semiplano complexo esquerdo, o tipo de filtro selecionado para realizar a função $G(s)$ do PLL é adequado. Se alguma dessas raízes estiver localizada no semiplano complexo direito, então o tipo de filtro escolhido não é adequado e deve-se voltar ao passo 1.

4) Determina-se a resposta em frequência do filtro de loop determinado no passo 2) e verifica-se se essa resposta em frequência apresenta picos acentuados em alguma frequência angular. É necessário fazer esta verificação especialmente se o filtro escolhido tiver ordem acima de 5. O motivo é que em geral filtros de ordem elevada possuem pólos complexos muito próximos ao eixo imaginário. Como o filtro de loop é obtido descartando o coeficiente constante b'_0 do filtro escolhido (ver Eq.(22)), então, se o coeficiente b'_1 for maior que b'_0 , o filtro de loop pode apresentar pólos com parte real com pequena magnitude e partes imaginárias com magnitude apreciável. Esses pólos correspondem em geral a picos de “ressonância” na resposta em frequência do filtro de loop. Tais picos podem atingir magnitudes apreciáveis e podem trazer problemas na implementação do filtro de loop, por exigirem tensões de alimentação com valor suficiente para acomodar sinais de grande amplitude. Os sinais de grande amplitude também podem exceder os limites de amplitude do VCO, que nesse caso introduz um efeito de não linearidade por saturação na malha.

Por todas essas razões, se a resposta do filtro de loop apresentar picos de ressonância superiores a 3 dB, deve-se escolher outro tipo de filtro para representar a função de transferência do PLL. Como será visto no Capítulo IV, os filtros do tipo Butterworth e Chebychev causam picos de ressonância inaceitáveis para ordens maiores ou iguais a 5, enquanto que filtros do tipo Bessel ou Gaussiano com ordens 6 ou 7 ainda produzem respostas em frequência aceitáveis.

5) Determina-se o valor K'_I de ganho de malha normalizado que corresponde ao limiar de instabilidade do tipo de filtro escolhido. Esse parâmetro é característico do tipo e ordem de filtro escolhido para dar forma à função de transferência do PLL. Sua determinação pode ser feita usando os métodos descritos na sub-seção III.5.2.

6) Calcula-se o valor $K' = b'_0/b'_1$ (Eq.(23)), onde b'_0 e b'_1 são respectivamente o termo constante e o coeficiente de s no denominador da função do tipo de filtro escolhido.

7) Se o valor K' obtido em 6) for menor que o valor K'_I obtido em 5), então o tipo de filtro escolhido permite a realização de uma função de malha $G(s)$ estável e pode-se continuar com o projeto. É interessante observar que os filtros Butterworth, Chebychev, Bessel e Gaussiano, considerados no capítulo IV, satisfazem sempre a desigualdade $K' < K'_I$.

8) O fator de denormalização ω_N é calculado pela Eq.(25), usando o ganho de malha K objetivo de projeto e o o ganho de malha normalizado K' obtido em 6).

9) Com o fator de denormalização ω_N obtido em 8) calculam-se os coeficientes $a_i = b_{i+1}$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$) do filtro de loop.

10) Uma vez determinado em 9) o denominador do filtro de loop, calculam-se os pólos do filtro de loop, que serão usados na implementação desse filtro.

11) Com os pólos calculados em 10), implementa-se o filtro de loop mediante a decomposição da função de transferência desse filtro em produto de fatores de primeira, segunda ou terceira ordens [Blinchhoff e Vaughan, 1982], [Johnson, 1976], [Lam, 1979], [Chen, 1986].

É importante ressaltar que embora os filtros de loop resultantes do procedimento acima possuam frequências de 3 dB com valores da ordem de alguns Megahertz quando se realizam valores de ganhos de malha da ordem de centenas de milhares de Hertz, não há dificuldade na implementação desses filtros pelas técnicas comuns para filtros ativos [Johnson, 1976], [Lam, 1979], [Chen, 1986]. O motivo é que amplificadores operacionais com baixo custo e produtos ganho-largura de faixa da ordem de 100 MHz estão disponíveis no mercado, viabilizando a realização dos filtros de loop necessários.

O procedimento de realização PLL descrito pode ser aplicado usando em princípio qualquer tipo de filtro para a malha PLL. No entanto, conforme já mencionado, o uso de tipos padrão de filtros pode simplificar o procedimento, em vista dos parâmetros desses filtros estarem disponíveis com facilidade na literatura [Zverev, 1967], [Blinchhoff e Zverev, 1976], [Johnson, 1976], [Lam, 1979], [Chen, 1986].

No capítulo IV serão mostrados vários exemplos de realizações tipo PLL.

III.4 – A REALIZAÇÃO FILTRO

A realização tipo FILTRO tem o objetivo de chegar a uma malha PLL cujo filtro de loop tenha uma função de transferência $H(s)$ com uma forma tipo só-pólo especificada, em geral realizada com um tipo conhecido de filtro só-pólo. Em outras palavras, parte-se de uma função de transferência $H'(s')$ com a forma da Eq.(5_2) e expressa em forma normalizada.

Assumindo então um filtro de loop com uma função de transferência da forma da Eq.(5_2), segue-se que em vista da Eq.(6_2) a forma de $G'(s')$ será

$$G'(s') = \frac{b'_0 K'}{[(s')^n + b'_{n-1}(s')^{n-1} + \dots + b'_1 s' + b'_0] s' + b'_0 K'} , \quad (29)$$

sendo os b'_i ($i = 0, 1, \dots, n-1$) os coeficientes normalizados do tipo de filtro escolhido, e sendo K' o ganho de malha normalizado. É importante observar que os coeficientes do tipo de filtro escolhido foram designados como b'_i s para indicar que se trata de coeficientes determinados ao se escolher o tipo de filtro de loop, de forma análoga ao que se fez no caso da realização PLL na Eq.(22). A correspondente função denormalizada $G(s)$ tem a mesma forma da Eq.(26), com as variáveis denormalizadas s , b_i e K tomando o lugar dos variáveis normalizadas que aparecem na Eq.(29).

Aplicando a Eq. (24) à função $G'(s')$ da Eq. (29) e à correspondente função denormalizada $G(s)$ obtém-se

$$\frac{b_0}{b_0 K} = \frac{1}{\omega_N} \cdot \frac{b'_0}{b'_0 K'}, \text{ de onde se tira que } \omega_N = \frac{K}{K'},$$

chegando-se outra vez à Eq.(24) da sub-seção III.2.5. Novamente é essa relação que permite realizar um PLL no caso em que é especificada a função de transferência do filtro de loop e onde foi definido a priori o ganho de malha.

De forma semelhante ao que se fêz na realização PLL, pode-se fazer a denormalização da Eq.(28) obtendo-se a função denormalizada de malha $G(s)$, que é dada por

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{b'_0 K'}{\left(\frac{s}{\omega_N}\right)^{n+1} + b'_{n-1} \left(\frac{s}{\omega_N}\right)^n + \dots + b'_1 \left(\frac{s}{\omega_N}\right) + b'_0 + b'_0 K'} = \\ &= \frac{\omega_N^{n+1} b'_0 K'}{s^{n+1} + \omega_N b'_{n-1} s^n + \omega_N^2 b'_{n-2} s^{n-1} + \dots + \omega_N^{n-1} b'_1 s^2 + \omega_N^n b'_0 s + \omega_N^{n+1} b'_0 K'} = \\ &= \frac{(\omega_N^n b'_0)(\omega_N K')}{s^{n+1} + b_{n-1} s^n + b_{n-2} s^{n-1} + \dots + b_1 s^2 + b_0 s + (\omega_N^n b'_0)(\omega_N K')} = \\ &= \frac{b_0 K}{s^{n+1} + b_{n-1} s^n + b_{n-2} s^{n-1} + \dots + b_1 s^2 + b_0 s + b_0 K}, \end{aligned} \quad (30)$$

onde se usou o fato de que $b_i = \omega_N^{n-i} b'_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n-1$) e se usou a Eq.(24) em $\omega_N K' = K$.

As relações entre as frequências de 3 dB normalizadas e denormalizadas da malha PLL e do filtro de loop são idênticas às relações entre essas frequências para o caso da realização PLL (ver discussão da Eq.(27) e parágrafo seguinte).

Em vista das Eqs. (29) e (30), o projeto de um PLL segundo a realização FILTRO é semelhante ao projeto segundo uma realização PLL. Entretanto, uma diferença importante é que não existe valor determinado para o coeficiente constante $b'_0 K'$ do denominador da função $G'(s')$. Para encontrar o ganho K' adequado usa-se a seguinte relação:

$$K' = \frac{b'_0}{2b'_1}, \text{ para filtros de loop que não são Chebychev ordem par, e} \quad (31a)$$

$$K' = \frac{b'_0}{2\sqrt{1+\varepsilon^2}b'_1}, \text{ para filtros de loop tipo Chebychev de ordem par,} \quad (31b)$$

sendo ε o “fator de ondulação” de filtros Chebychev, definido no capítulo IV.

As Eqs.(31a) e (31b) serão justificadas na sub-seção III.5.3.

O projeto de uma malha PLL por uma realização FILTRO consiste dos seguintes passos:

- 1) Escolhe-se o tipo de filtro que será usado como filtro de loop.
- 2) Calcula-se o valor normalizado do ganho de malha K'_l que corresponde ao limiar de instabilidade para a função de transferência da Eq.(29). O cálculo de K'_l pode ser feito segundo um dos métodos da seção III.5.2.

3) Calcula-se o valor normalizado do ganho de malha K' usando a Eq.(31). Como é interessante que K' seja o maior possível, para reduzir o fator de denormalização ω_N e simplificar a realização física do filtro de loop, é possível usar um valor de K' maior que o valor calculado pela Eq.(31), tomando-se o cuidado de verificar que a resposta em frequência normalizada do PLL não apresente pico de ressonância acentuado (maior que 3 dB, por exemplo)

O motivo para se conseguir uma resposta em frequência da malha PLL sem picos de ressonância acentuados é que esses picos indicam que a malha causa amplificação da perturbação denominada “jitter” [Rec. G.742 da ITU-T], que consiste de uma variação aleatória de fase aplicada à entrada do PLL. Para que o jitter não cresça ao longo de uma rede de telecomunicações, é necessário evitar pontos de amplificação, e daí vem a necessidade de se usar PLLs cujas respostas de malha não apresentem picos de ressonância.

É claro que para se usar valores de K' acima do valor dado pela Eq.(31), é necessário dispor de meios eficientes de calcular a resposta em frequência da função $G'(s')$ para diferentes valores do ganho de malha K' . Entretanto, a disponibilidade de pacotes de software matemático viabiliza o processo, permitindo que rapidamente se atinjam valores adequados para K' .

4) Com o valor K' encontrado através do processo de ajuste de 3), e o valor desejado do ganho de malha K , calcula-se o valor do parâmetro de normalização ω_N através da relação (24).

5) Com o valor do fator de denormalização de 4), calculam-se os coeficientes denormalizados da função de transferência do filtro de loop.

6) De forma análoga à realização PLL, encontra-se uma realização para o filtro de loop, finalizando o projeto.

Da mesma forma que no caso da realização PLL, o uso de tipos padrão de filtros pode simplificar o procedimento descrito para a realização FILTRO.

A realização FILTRO possui uma vantagem sobre a realização PLL. Em vista do processo descrito no item 3) do procedimento FILTRO, chega-se sempre a filtros de loop e PLLs com funções de transferência sem picos de ressonância ou então picos com amplitudes aceitáveis, qualquer que seja a ordem do filtro de loop usado. Já no caso de realizações PLL, embora os PLLs obtidos não apresentem picos de ressonância, os filtros de loop possuem funções de transferência com picos de ressonância cujas amplitudes crescem à medida que se aumenta a ordem da função de transferência de malha. Esse comportamento deve-se ao fato de que ao se definir a função de transferência do PLL, está se fazendo também a definição implícita da função de transferência do filtro de loop, e não é possível fazer qualquer mudança na função do

filtro sem que se faça alguma alteração na função do PLL. Os exemplos de realizações tipo PLL e FILTRO mostradas no Capítulo IV vão esclarecer melhor as observações acima.

III.5 – ALGORITMOS

Nesta seção apresentam-se algoritmos para a determinação da frequência de 3 dB de uma função de transferência do tipo só-pólo, e para a determinação do ganho de malha K'_l que corresponde ao limiar de instabilidade da função de transferência de malha normalizada $G'(s')$. Do que foi descrito nas seções anteriores, esses parâmetros são muito importantes em ambos os tipos de realização de PLLs.

III.5.1 – ALGORITMO PARA A DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE 3 dB DE UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Em geral é muito importante conhecer as frequências de 3 dB das diversas funções de transferência obtidas, sejam de funções de malha quanto de funções de filtro de loop. Portanto, em seguida apresenta-se um algoritmo simples para a determinação da frequência de 3 dB de uma função de transferência genérica do tipo só-pólo, visto que as funções de transferência dos PLLs e dos filtros de loop são desse tipo.

A frequência de 3 dB de uma função de transferência genérica tipo só-pólo $B(s)$ é a frequência angular na qual a resposta em frequência $|B(j\omega)|^2 = B(j\omega) \cdot B(-j\omega)$ toma o valor $1/2$. Como $B(s)$ é do tipo só-pólo, segue-se que

$$|B(j\omega)|^2 = \frac{c_0}{Q(j\omega)Q(-j\omega)}, \quad (32)$$

sendo $Q(s)|_{s=j\omega}$ o polinômio denominador de $B(s)$ calculado na frequência $j\omega$, e c_0 o termo constante do produto $Q(j\omega) \cdot Q(-j\omega)$.

Como $|B(j\omega)|^2 = 1/2$ na frequência ω_{3dB} , segue-se da Eq.(32) que essa frequência será uma raiz da equação dada por

$$Q(j\omega) \cdot Q(-j\omega) - 2c_0 = 0, \quad (33)$$

obtida fazendo o lado direito de (32) igual a $1/2$ e transpondo os termos.

O polinômio $Q(j\omega) \cdot Q(-j\omega)$ é composto apenas por potências pares de ω , e tem a forma

$$c_n \omega^{2n} + c_{n-1} \omega^{2(n-1)} + \dots + c_1 \omega^2 + c_0, \quad (34)$$

e substituindo a Eq.(34) na Eq.(33) chega-se a

$$c_n \omega^{2n} + c_{n-1} \omega^{2(n-1)} + \dots + c_1 \omega^2 - c_0 = 0. \quad (35)$$

Observa-se que o polinômio que constitui o lado esquerdo da Eq.(35) nada mais é que o polinômio $Q(j\omega) \cdot Q(-j\omega)$ com o coeficiente do termo constante invertido. A raiz real não nula positiva desse polinômio é a frequência ω_{3dB} procurada. É importante observar que só existe um valor único para ω_{3dB} , pois todas as respostas em frequência de funções de transferência adequadas para a realização de filtros de loop e PLLs são monotônicas decrescentes na região

em que $|B(j\omega)|^2 = 1/2$. Funções que apresentam comportamentos não monotônicos após a frequência de 3 dB não são próprias para a realização de filtros e de PLLs.

Assim, o algoritmo para cálculo de ω_{3dB} consiste dos seguintes passos:

1) Representam-se os polinômios $Q(j\omega)$ e $Q(-j\omega)$ por vetores de coeficientes desses polinômios. O vetor de coeficientes que corresponde a $Q(\pm j\omega)$ é obtido do vetor de coeficientes de $Q(s)$ multiplicando os coeficientes dos termos “ s^k ” ($k = 0, 1, \dots, n$) de $Q(s)$ por $(\pm j)^k$. Observar que “ n ” é o grau de $Q(s)$.

2) Faz-se a convolução discreta dos vetores que representam $Q(j\omega)$ e $Q(-j\omega)$. O vetor resultante da convolução será o vetor de coeficientes do polinômio $Q(j\omega) \cdot Q(-j\omega)$. A maioria dos aplicativos matemáticos possui a função de convolução discreta de dois vetores.

3) No vetor de coeficientes obtido em 2), muda-se o sinal do coeficiente que representa o termo constante do produto $Q(j\omega) \cdot Q(-j\omega)$. O vetor resultante é o vetor de coeficientes do polinômio da Eq.(33).

4) Encontram-se as raízes do polinômio obtido em 3).

5) Das raízes encontradas em 5), a raiz real não nula positiva é a frequência ω_{3dB} .

O procedimento acima deve ser executado preferivelmente nos polinômios que constituem os denominadores das funções de transferência normalizadas. O motivo é que nessa situação os coeficientes dos polinômios tomam valores relativamente pequenos e portanto causam menos problemas numéricos. Os valores ω_{3dB} denormalizados podem ser obtidos através da Eq.(28).

Finalmente, é importante mencionar que, no caso da realização FILTRO onde os filtros de loop são tipo Chebychev com ordem par (filtros esses discutidos no capítulo IV), é necessária uma pequena modificação no item 3 do procedimento acima. Nesse caso, em lugar de usar o termo constante com sinal trocado no vetor de coeficientes, é necessário usar o termo dado por $c_0 \left(1 - \frac{2}{1+\varepsilon^2}\right)$, onde c_0 é o mesmo termo presente nas Eqs.(33) e (34), e onde ε é o “fator de ondulação” definido no capítulo IV e que caracteriza os filtros Chebychev.

III.5.2 – MÉTODOS DE CÁLCULO DO GANHO DE MALHA K_I CORRESPONDENTE AO LIMAR DE INSTABILIDADE

Conforme visto nas seções III.2, III.3 e III.4, o conhecimento do ganho de malha normalizado K_I' do limiar de estabilidade tem a maior importância em ambas as realizações PLL e FILTRO, garantindo a estabilidade dos PLLs obtidos. Por esse motivo, nesta seção serão discutidos alguns métodos para a determinação de K_I' .

III.5.2.1 – CÁLCULO DE K_I' PELO $(n - 1)$ -ÉSIMO MENOR DE HURWITZ

Conforme explicado em [Piqueira e Monteiro, 2006], os valores do ganho de malha normalizado K' para os quais ocorrem pólos sobre o eixo imaginário correspondem a soluções

da equação

$$\Delta_{n-1}(K')=0, \quad (36)$$

onde $\Delta_{n-1}(K')$ é denominado “menor de ordem $n - 1$ de Hurwitz” [Gantmacher, 1959], e é um determinante construído com elementos gerados pelo algoritmo de Routh-Hurwitz [Ogata, 1997] aplicado ao denominador $s'P(s') + K'$ da função de transferência normalizada $G'(s')$ dada pela Eq.(6_2). O ganho K'_l será dado pela menor raiz real da Eq. (34), que pode ser resolvida por métodos numéricos baseados na decomposição QR [Kailath, 1980].

III.5.2.2 – CÁLCULO SIMPLIFICADO DE K'_l PARA FUNÇÕES $G'(s')$ DE ORDENS 3, 4, 5 E 6

Nesta sub-seção, usando algumas propriedades de teoria de equações [Uspensky, 1948], encontram-se relações entre o ganho K'_l e os coeficientes do polinômio $s'P'(s')$ presente no denominador de $G'(s')$ da Eq.(6_2), nos casos em que o grau de $s'P'(s')$ toma os valores 3, 4, 5 e 6. Essas relações são determinadas usando os seguintes fatos:

a) Pelas propriedades discutidas na seção III.2, se $Q'(s') = s'P'(s') + K'$ é polinômio de grau par, então quando $K' = K'_l$ (situação do limiar de instabilidade) $Q'(s')$ não tem raízes reais, possuindo $(n - 2)/2$ pares de raízes complexas conjugadas situadas no semiplano complexo esquerdo, e um par de raízes imaginárias puras. Portanto, na situação correspondente ao limiar de instabilidade, a forma de $Q'(s')$ será dada por

$$Q'(s') = (s'^2 + a) \cdot \prod_{i=1}^{\frac{n-2}{2}} (s'^2 + b_i s' + c_i). \quad (37)$$

b) Novamente de acordo com as propriedades da seção III.2, se $Q'(s') = s'P'(s') + K'$ é polinômio de grau ímpar, então quando $K' = K'_l$ (situação do limiar de instabilidade) $Q'(s')$ tem uma raiz real, $(n - 3)/2$ pares de raízes complexas conjugadas situadas no semiplano complexo esquerdo e um par de raízes imaginárias puras. Portanto, na situação do limiar de instabilidade, a forma de $Q'(s')$ é dada por

$$Q'(s') = (s' + a) \cdot (s'^2 + b) \cdot \prod_{i=1}^{\frac{n-3}{2}} (s'^2 + c_i s' + d_i). \quad (38)$$

Fazendo o produto dos fatores das Eqs.(37) ou (38), e igualando os coeficientes das potências de s' no polinômio resultante com os coeficientes de s' no polinômio $Q'(s')$, chega-se às expressões mostradas a seguir para o ganho K'_l de polinômios $Q'(s')$ com graus 3, 4, 5 e 6. Os polinômios $Q'(s')$ são assumidos com a forma $Q'(s') = s'^n + a'_{n-1}s'^{n-1} + \dots + a'_2 s'^2 + a'_1 s' + K'$. Os apóstrofes indicam que o cálculo de K'_l deve ser feito de preferência com

polinômios normalizados, cujos coeficientes possuem magnitudes menores e simplificam os cálculos.

$$\text{- Para } n = 3: K'_I = \frac{a'_2 a'_1}{a'_1} = a'_2. \quad (39a)$$

$$\text{- Para } n = 4: K'_I = \frac{a'_1(a'_2 \cdot a'_3 - a'_1)}{a'_1 a'^2_3} = \frac{a'_2 a'_3 - a'_1}{a'^2_3}. \quad (39b)$$

$$\text{- Para } n = 5: K'_I = \frac{(a'_2 - a'_4 \cdot d) \cdot d}{a'_1}, \text{ onde } d \text{ é uma das raízes da equação} \quad (39c1)$$

$$d^2 - a'_3 d + a'_1 = 0. \quad (39c2)$$

As duas raízes da equação devem ser usadas no cálculo de K'_I . O valor positivo resultante dos cálculos é o valor procurado de K'_I . Apenas um dos valores será positivo, pois o lugar das raízes de uma função de transferência de 5ª ordem só possui um par de ramos simétricos que cruzam o eixo imaginário. Assim, só pode existir um único valor de K'_I , correspondente ao cruzamento do eixo imaginário por um único par de ramos simétricos do lugar das raízes.

$$\text{- Para } n = 6: K'_I = \frac{(a'_2 - a'_4 \cdot d + d^2) \cdot d}{a'_1}, \text{ onde } d \text{ é uma das raízes da equação} \quad (39d1)$$

$$a'_5 \cdot d^2 - a'_3 \cdot d + a'_1 = 0. \quad (39d2)$$

As duas raízes da equação devem ser usadas no cálculo de K'_I . A raiz de menor valor corresponde a K'_I , pois embora as duas raízes correspondam a cruzamentos do eixo imaginário por ramos do lugar das raízes, é a raiz de valor mais baixo que corresponde ao limiar de instabilidade.

Para valores elevados de n , o procedimento de igualar os coeficientes resultantes dos produtos das Eqs.(37) ou (38) com os coeficientes do polinômio $Q'(s')$ torna-se bastante tedioso, de forma que para valores de n acima de 6 é preferível usar o algoritmo apresentado na sub-seção seguinte.

Em todas as fórmulas desta sub-seção, o coeficiente a'_1 é mostrado no denominador, mesmo nas situações em que se pode fazer simplificações. A razão para esse fato é que nas Eqs.(22) e (29), que mostram as funções de transferência $G'(s')$ normalizadas respectivamente para as realizações PLL e FILTRO, o ganho de malha K' aparece sempre multiplicado pelo coeficiente do termo s . As fórmulas obtidas a partir dos produtos (37) ou (38) fornecem sempre o valor $a'_1 K'$, e assim é necessário fazer a divisão desse resultado por a'_1 para se chegar ao valor correto K' .

É importante lembrar que, na realização FILTRO com filtros Chebychev de ordem par, o coeficiente a'_1 da Eq.(29) deve ser substituído por $a'_1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$, onde ε é o fator de ondulação de filtros Chebychev definido no capítulo IV. O motivo para isso é que, para esses filtros, o numerador do filtro de loop será dado por $a'_1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$, e assim o ganho de malha K' aparece

multiplicado por esse coeficiente modificado. Portanto, ao aplicar a equação (39b) ou o par (39d1) e (39d2), que correspondem a situações em que o filtro de loop é Chebychev de ordem par, é necessário usar $a'_1/\sqrt{1+\varepsilon^2}$ em lugar de a'_1 . O efeito dessa substituição é multiplicar por $\sqrt{1+\varepsilon^2}$ o valor obtido por meio de uma dessas equações. A sub-seção III.5.2.4 mostra um exemplo em que um filtro Chebychev de ordem 4 é usado em uma realização PLL e em uma realização FILTRO.

III.5.2.3 – ALGORITMO GENÉRICO PARA DETERMINAÇÃO DE K'_I

Nesta sub-seção apresenta-se um método para a determinação do ganho K'_I qualquer que seja o grau do polinômio normalizado $s'P'(s') + K'_I$. Para isso, inicialmente observa-se que

$$s'P'(s') + K' = A(s') + s'B(s') = A_1(s') + K' + s'B(s'), \quad (40)$$

onde $A(s')$, $A_I(s')$ e $B(s')$ são polinômios pares em s' . O polinômio $A_I(s')$ é constituído pela parte par de $s'P'(s')$, enquanto que $B(s')$ é determinado pela parte ímpar de $s'P'(s')$, a menos do fator comum s' .

Em todas as ocasiões em que um par de ramos simétricos do lugar das raízes da função $G'(s')$ (Eq.(6_2)) cruzar o eixo imaginário, o polinômio dado por qualquer das formas da Eq.(40) possuirá um par de raízes imaginárias puras $\pm j\omega'_C$, onde o subscrito “C” indica “cruzamento do eixo imaginário”. Portanto, substituindo $s' = j\omega'_C$ na forma mais à direita da Eq.(40), obtem-se

$$A_1(j\omega'_C) + K' + j\omega'_C B(j\omega'_C) = 0. \quad (41)$$

Igualando a zero as partes real e imaginária da Eq.(41), chega-se às relações

$$A_1(j\omega'_C) + K' = 0, \text{ e} \quad (42a)$$

$$B(j\omega'_C) = 0. \quad (42b)$$

Os valores de ω'_C são encontrados mediante a solução da Eq.(42b), e esses valores são as raízes de $s'P'(s') + K'$ nos cruzamentos do eixo imaginário pelos ramos do lugar das raízes de $G'(s')$. Substituindo esses valores de ω'_C na Eq.(42a), determina-se um conjunto de valores de K' dados por $K' = -A_1(j\omega'_C)$. Desses valores, o menor valor positivo constitui o limiar de instabilidade K'_I , pois é nesse valor de K' que acontece o primeiro cruzamento do eixo imaginário por ramos do lugar das raízes de $G'(s')$. Os demais valores obtidos para K' são os valores para os quais ocorrem os demais cruzamentos do eixo imaginário por outros ramos.

III.5.2.4 – OBSERVAÇÕES SOBRE O PARÂMETRO K'_I PARA AS REALIZAÇÕES PLL E FILTRO

É importante observar que os parâmetros K' e K'_I obtidos para a mesma ordem de filtro nas realizações PLL e FILTRO são diferentes. Para entender a causa desse fato, considere-se o denominador do PLL nas realizações PLL e FILTRO para um filtro de ordem n .

- Realização PLL: O polinômio do denominador do PLL é

$$s'P(s') + a'_0 = s'^n + a'_{n-1}s'^{n-1} + \dots + a'_1s' + a'_0 = (s'^{n-1} + a'_{n-1}s'^{n-2} + \dots + a'_1)s' + a'_1K'.$$

Neste caso, a forma do polinômio $s'P(s') + a'_0$ é definida pelo tipo de filtro escolhido, e como os procedimentos da sub-seção III.5.2.3 aplicam-se ao polinômio $P(s)$ de grau $n - 1$, devem ser usados os coeficientes $a'_1, \dots, a'_{n-1}$ naqueles procedimentos. Relembrar que $a'_0 = a'_1K'$ nesta situação.

- Realização FILTRO: O polinômio do denominador do PLL é

$$s'^{n+1} + a'_{n-1}s'^n + \dots + a'_1s'^2 + a'_0s' + a'_0K' = (s'^n + a'_{n-1}s'^{n-1} + \dots + a'_1s' + a'_0)s' + a'_0K',$$

e como os procedimentos da sub-seção III.5.2.3 aplicam-se ao polinômio $P(s)$ de grau n , devem ser usados os coeficientes $a'_0, \dots, a'_{n-1}$ naqueles procedimentos.

Portanto, como os métodos de determinação de K'_I envolvem coeficientes diferentes nos casos das realizações PLL e FILTRO, para a mesma ordem do filtro escolhido, e portanto os resultados obtidos são diferentes.

Observações semelhantes se aplicam à determinação do parâmetro K' , que será também diferente para os dois tipos de realização, pois os coeficientes envolvidos também serão diferentes.

Exemplo: considere-se um filtro Chebychev de ordem 4 com fator de ondulação de 0,1 dB (ver capítulo IV), cujo polinômio do denominador é dado por $s'^4 + 1,803776s'^3 + 2,62680s'^2 + 2,02550s' + 0,82851$.

Se o filtro dado fosse usado na realização PLL, então $K' = a'_0/a'_1 = 0,82851/2,02550 = 0,40904$.

A Eq.(39b) dá $K'_I = \frac{2,62680 \cdot 1,80377 - 2,02550}{1,80377^2} = 0,83374$, que é o valor procurado.

Na realização FILTRO, tem-se $K' = a'_0/2\sqrt{1 + \varepsilon^2} a'_1$, pela Eq.(31b), pois se trata de um filtro tipo Chebychev de ordem par. Assim, como $\varepsilon = 0,15260$ (correspondente ao fator de ondulação de 0,1 dB), segue-se que $K' = 0,82851/(2 \cdot \sqrt{1 + 0,15260^2} \cdot 2,02550) = 0,20218$.

Para calcular K'_I , primeiramente é preciso observar que agora o denominador do PLL é um polinômio de 5ª ordem, e é necessário aplicar as Eqs.(39c1) e (39c2). Também é preciso lembrar que o i -ésimo coeficiente do polinômio dado (que é do filtro de loop) será o $(i+1)$ -ésimo coeficiente da função de transferência do PLL. Assim, fazendo as adaptações necessárias nos coeficientes, deve-se resolver a Eq.(39c2), que é $d^2 - 2,62680d + 0,82851 = 0$, que tem as soluções $d_1 = 2,26024$ e $d_2 = 0,36656$. A solução d_1 leva ao valor $K_I = -5,59654$, que é inaceitável por ser negativo. A solução d_2 leva ao valor $K_2 = 0,60361$. Como aqui se tem um filtro de loop tipo Chebychev de ordem par, o valor procurado de K'_I será igual a

$$K_2 \cdot \sqrt{1 + \varepsilon^2} = 0,60361 \cdot \sqrt{1 + 0,15260^2} = 0,60361 \cdot 1,01213 = 0,6109.$$

É importante observar que na realização PLL foi usado o processo de cálculo para um filtro de 4ª ordem, enquanto que na realização FILTRO foi usado o processo para um filtro de 5ª

ordem. Pelo motivo da diferença de ordem dos polinômios nas duas realizações, os correspondentes valores de K'_l tem de ser sempre diferentes.

Também é importante mencionar que no caso de realizações PLL, não é necessário fazer qualquer procedimento especial no caso de se usar filtros Chebychev de ordem par. A justificativa para este fato pode ser vista no capítulo IV, na seção onde se mostram realizações PLL com filtros Chebychev.

III.5.3 – JUSTIFICATIVA PARA A EQUAÇÃO (31) DE CÁLCULO DO GANHO K' NA REALIZAÇÃO FILTRO

No caso da realização FILTRO, é importante lembrar que se parte de um filtro de loop dado na forma normalizada, e chega-se à uma função de transferência $|G'(j\omega')|^2$ normalizada do correspondente PLL, sendo que a forma dessa função depende do ganho de malha utilizado. Verifica-se que o uso de valores elevados de K' levam a PLLs cujas funções $|G'(j\omega')|^2$ apresentam picos de ressonância com amplitudes que crescem à medida que cresce K' . Assim, com o objetivo de evitar esses picos, é importante conhecer o maior valor de K' que corresponda a uma função de transferência $|G'(j\omega')|^2$ que seja:

- Monotônica decrescente, ou seja, uma função que nunca cresça para valores crescentes da frequência angular ω' .

- “Maximamente plana” (do inglês “maximally flat”) para $\omega' = 0$. O termo “maximamente plana” significa que a função procurada deve ter o maior número possível de derivadas em relação a ω' que possuam valor zero para $\omega' = 0$. Exemplos de funções de transferência maximamente planas são as funções de transferência $|H'(j\omega')|^2$ de filtros Butterworth de ordem n , que possuem derivadas em relação a ω nulas até a $2n-1$ -ésima derivada em $\omega' = 0$ [Daniels, 1974]. Outro exemplo para esclarecer melhor a idéia do “máximo nivelamento” (usou-se “nivelamento” como a palavra mais próxima do inglês “flatness”) em $\omega' = 0$ é lembrar o comportamento dos polinômios ω'^n , que crescem muito lentamente até se chegar a $\omega' = 1$, e a partir daí crescem rapidamente, com a taxa de crescimento sendo maior à medida que aumenta o expoente n .

Para se chegar a funções $|G'(j\omega')|^2$ dos PLLs na realização FILTRO que possuam as propriedades acima, é suficiente estudar os polinômios que caracterizam os denominadores típicos das funções $|G'(j\omega')|^2$ obtidas nessa realização. Se for possível garantir que esses polinômios sejam sempre monotônicos e maximamente planos com a maior ordem possível em $\omega' = 0$, então a função de transferência $|G'(j\omega')|^2$ correspondente também possuirá essas propriedades, com a monotonicidade sendo inversa à do denominador (isto é, se o

denominador for monotônico crescente, a função de transferência será monotônica decrescente).

Como a função de transferência normalizada $G(s')$ de um PLL na realização filtro tem a forma dada pela Eq.(30), então o denominador $D(s')$ correspondente será dado por

$$\begin{aligned} D(s') &= [s'P(s') + b_0K] \cdot [(-s')P(-s') + b_0K] = \\ &= (-s'^2)P(s')P(-s') + s'[P(s') - P(-s')]b_0K' + b_0^2K'^2. \end{aligned} \quad (43)$$

Estudando separadamente cada termo da Eq.(43), verifica-se que

$$\begin{aligned} P(s')P(-s') &= (s'^n + b'_{n-1}s'^{n-1} + \dots + b'_1s' + b'_0)[(-1)^ns'^n + (-1)^{n-1}b'_{n-1}s'^{n-1} + \dots - b'_1s' + b'_0] = \\ &= (-1)^ns'^{2n} + \dots + (b'_0b'_2 - b'^2_1)s'^2 + (b'_0b'_1 - b'_1b'_0)s' + b'^2_0, \text{ e também que} \\ P(s') + P(-s') &= [1 + (-1)^{n+1}]s'^n + [1 + (-1)^n]b'_{n-1}s'^{n-1} + \dots + [1 + (-1)^4]s'^3 + [1 + (-1)^3]s'^2 \\ &\quad + [1 + (-1)^2]b'_1s' + [1 + (-1)]b'_0 = \\ &= [1 + (-1)^n]s'^n + \dots [1 + (-1)^4]s'^3 + 2b'_1s' \quad (\text{os termos com potência par se anulam}). \end{aligned}$$

Nas expressões acima, os termos intermediários foram omitidos por não serem de interesse no argumento que segue. Substituindo essas expressões para $P(s')P(-s')$ e $P(s') + P(-s')$ na Eq. (43), tem-se que

$$D(s') = (-1)^{n+2}s'^{n+2} + \dots + [-b'^2_0 + 2b'_1b'_0K']s'^2 + b'^2_0K'^2. \quad (44)$$

A Eq.(44) mostra que, a menos que o coeficiente de s'^2 seja nulo, a função $D(s')$ só possuirá a primeira derivada igual a zero. Por outro lado, ao se fazer esse coeficiente igual a zero, então observando as expressões para $P(s')P(-s')$ e $P(s') + P(-s')$ pode-se concluir que a próxima derivada não nula de $D(s')$ é a derivada de 4ª ordem, uma vez que não existem os termos em s' e s'^3 em $D(s')$. Assim, a anulação do coeficiente do termo s'^2 faz com que $D(j\omega')$, e portanto também $|G(j\omega')|^2$, sejam ambas máximamente planas de ordem 3 para $\omega = 0$. Em outras palavras, esse é o valor de K' que torna $|G(j\omega')|^2$ da Eq.(30) o mais próximo possível de uma função Butterworth.

Para causar o anulamento do coeficiente de s'^2 na Eq.(44), é necessário que se tenha $-b'^2_0 + 2b'_1b'_0K' = 0$, e dessa forma chega-se à Eq.(31a) mencionada no procedimento FILTRO descrito na seção III.4. Fica assim justificado o uso dessa equação.

Para justificar a Eq.(31b), é preciso usar o fato de que, para filtros de loop Chebychev de ordem par, o numerador normalizado tem a forma $b'_0/\sqrt{1+\varepsilon^2}$, onde ε , conforme já mencionado, é o fator de ondulação dos filtros Chebychev definido no capítulo IV. Usando essa expressão em lugar do termo b'_0 no argumento acima, chega-se à conclusão de que o coeficiente de s'^2 é dado por

$$-\frac{b'^2_0}{1+\varepsilon^2} + 2b'_1\frac{b'_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}K'.$$

Esse coeficiente de s'^2 deve se anular, para que se tenha a condição máximamente plana de ordem 3, e assim se obtém a Eq.(31b).

III.6 –COMENTÁRIOS GERAIS

Análises de PLLs com filtros de loop com ordem igual ou superior a 2 são relativamente raras na literatura. O artigo [Blinchhoff and Vaughan, 1982] é uma das exceções e analisa a realização tipo PLL, entretanto sem tratar das questões de estabilidade, valor de ganho de malha e realização FILTRO. Essa referência também não menciona o problema dos picos de ressonância que podem aparecer nos filtros de loop em realizações PLL.

Como os sistemas ópticos atualmente em desenvolvimento se beneficiarão com a disponibilidade de PLLs com valores grandes de ganho de malha, os procedimentos descritos neste trabalho constituem uma contribuição que levará a implementações práticas de PLLs compatíveis com o aumento da capacidade de informação necessário para as redes de telecomunicações. Os exemplos do Capítulo IV demonstram a flexibilidade de projeto de PLLs com filtros de loop com ordem maior ou igual a 2 e valor elevado de ganho de malha, e também o bom comportamento de captura observado para os PLLs assim obtidos. Os procedimentos descritos também poderão viabilizar a implementação de PLLs em outras áreas de estudo não consideradas neste trabalho.

CAPÍTULO IV
EXEMPLOS DE FILTROS “SÓ-PÓLO” PARA EXTRATORES DE RELÓGIO
DE SISTEMAS ÓPTICOS

IV.1 – INTRODUÇÃO

No Capítulo III, foram discutidas técnicas para realização de filtros de loop para PLLs, com o objetivo de atender aos seguintes pontos:

- a) Ordem arbitrária do filtro de loop. Esta característica visa permitir dinâmicas arbitrárias para a malha PLL.
- b) Tipos arbitrários para o filtro de loop. Esta característica visa permitir certas características para o filtro de loop, como por exemplo maior seletividade, atraso de grupo aproximadamente constante numa faixa de frequências, etc.
- c) Valor de ganho de malha K arbitrário, com possibilidade de uso de valores elevados, tipicamente acima de 10^6 s^{-1} . Esta característica visa atender as necessidades de PLLs a serem usados em sistemas de comunicação óptica, onde as tolerâncias das velocidades desses sistemas (por exemplo, ± 10 ppm de uma velocidade de 20 Gbit/s) implicam em ganhos K muito grandes.

Este capítulo apresenta aplicações das técnicas discutidas, mostrando como os pontos mencionados acima podem ser satisfeitos. Nesses exemplos, usam-se cinco tipos de filtros comuns na literatura, a saber:

- Butterworth;
- Chebychev com fator de ondulação (“ripple”) de 0,1 dB;
- Bessel;
- Gaussiano;
- Filtros RC.

Com exceção dos filtros RC, para os quais se considera apenas a realização FILTRO, os exemplos sempre mostram as realizações PLL e FILTRO, e para cada tipo de filtro consideram-se apenas alguns valores da ordem, já que os resultados para as ordens consideradas comprovam a utilidade das técnicas apresentadas. Para cada caso, são apresentadas as seguintes informações:

- Valores significativos de parâmetros e frequências denormalizados;
- Gráficos das respostas em frequência do filtro de loop e do PLL denormalizados;
- Lugar das raízes denormalizado do PLL, mostrando o valor aproximado do ganho K'_l correspondente ao limiar de instabilidade;
- Gráfico do processo de captura do PLL denormalizado que inclui o filtro de loop determinado segundo as técnicas discutidas. Este gráfico mostra o comportamento do PLL para se sincronizar com um sinal senoidal aplicado à sua entrada. Em todas as simulações feitas para o processo de captura, assumiu-se que o VCO do PLL possui uma frequência central de 5 MHz

e um ganho $K_V = 200000 \text{ Hz/V}$. A captura é mostrada sempre para uma frequência do sinal senoidal de entrada do PLL com valor em um dos limites de tolerância, ou seja, em uma frequência com um dos dois valores dados por $5 \text{ MHz} \pm 200000 \text{ kHz}$.

Para simplificar a apresentação, e para permitir a comparação entre os diversos tipos de filtros de loop discutidos, assume-se que em todos os exemplos o objetivo é atingir um ganho de malha $K = 2\pi \cdot 200000 = 1,26 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, correspondente ao VCO com ganho $K_V = 200000 \text{ Hz/V}$ assumido nas simulações dos processos de captura.

IV.2 – REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO BUTTERWORTH

IV.2.1 – CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS BUTTERWORTH

Os filtros denominados “Butterworth” caracterizam-se [Zverev, 1967], [Blinchhoff e Zverev, 1976], [Johnson, 1976], [Chen, 1986] por funções $|H(j\omega)|^2$ dadas por

$$|H_n(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^{2n}}, \quad (1)$$

onde “ n ” é a ordem do filtro. A função de transferência $H(s)$ correspondente à Eq. (1) é determinada fazendo-se $\omega = s/j$ na Eq.(1), de forma que o denominador $1 + \omega^{2n}$ torna-se $1 + (-s^2)^n = 1 \pm s^{2n}$, com o sinal de s^{2n} sendo positivo ou negativo se n é par ou ímpar, respectivamente. A equação $1 \pm s^{2n} = 0$ é usada então para calcular os pólos da Eq.(1), que estão distribuídos de forma simétrica em relação ao eixo imaginário. Os pólos de interesse são aqueles cuja parte real é negativa e são dados por

$$p_i = -\operatorname{sen} \frac{(2i-1)\pi}{2n} + j \cos \frac{(2i-1)\pi}{2n} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (2)$$

Usando a Eq.(2) para os diversos valores de n , pode-se determinar os denominadores das funções $H_n(s)$. Os denominadores para as ordens $n = 2, 3, 4, 5, 6$ e 7 estão indicados na Tabela 1. O numerador das funções $H_n(s)$ é sempre dado pelo termo constante “1”, já que o termo constante do denominador de qualquer filtro Butterworth é sempre igual a “1”, como mostra a Tabela 1. Na Tabela 2 são mostrados os valores dos parâmetros K' , K'_I , ω'_{3dB} PLL e ω'_{3dB} filtro de loop para as realizações PLL e FILTRO.

Tabela 1 – Polinômios do denominador de filtros Butterworth [Chen, 1986]

Ordem	Denominador
2	$s'^2 + 1,414s' + 1$
3	$s'^3 + 2s'^2 + 2s' + 1$
4	$s'^4 + 2,613s'^3 + 3,414s'^2 + 2,613s' + 1$
5	$s'^5 + 3,236s'^4 + 5,236s'^3 + 5,236s'^2 + 3,236s' + 1$
6	$s'^6 + 3,864s'^5 + 7,464s'^4 + 9,142s'^3 + 7,464s'^2 + 3,864s' + 1$
7	$s'^7 + 4,494s'^6 + 10,098s'^5 + 14,592s'^4 + 14,592s'^3 + 10,098s'^2 + 4,494s' + 1$

Tabela 2 – Parâmetros normalizados para filtros Butterworth nas realizações PLL e FILTRO

Ordem	K' (PLL)	K'_I (PLL)	ω'_{3dB} PLL (PLL)	ω'_{3dB} filtro de loop (PLL)	K' (FILTRO)	K'_I (FILTRO)	ω'_{3dB} PLL (FILTRO)	ω'_{3dB} filtro de loop (FILTRO)
2	-	-	-	-	0,3535	1,4142	0,7071	1,000
3	0,500	2,000	1,000	1,4142	0,2500	0,7500	0,5673	1,000
4	0,3827	0,9239	1,000	1,4984	0,1913	0,5719	0,4367	1,000
5	0,3090	0,6458	1,000	1,4949	0,1545	0,4705	0,3506	1,000
6	0,2714	0,5212	1,000	1,4357	0,1294	0,3982	0,2927	1,000
7	0,2225	0,4453	1,000	1,3690	0,1113	0,3444	0,2513	1,000

Na Tabela 2, não são listados parâmetros para realização PLL no caso $n = 2$, visto que nessa situação o PLL é incondicionalmente estável (filtro de loop de ordem 1). Observar também nessa tabela a diferença entre os parâmetros K' e K'_I das realizações PLL e FILTRO (ver comentários no fim da sub-seção III.5.2.4, Cap. III).

IV.2.2 – REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS BUTTERWORTH

- FILTRO BUTTERWORTH 3ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 2 para realização PLL, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 2.52 \times 10^6; K_I = 5,04 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 2.51 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 401,07 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 3.56 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 567,19 \text{ kHz}).$$

Fig.1 – Realização PLL: Resposta em frequência do PLL realizado como filtro Butterworth 3ª ordem.

Fig.2: Realização PLL: Resposta em frequência do filtro de loop do PLL realizado como filtro Butterworth 3^a ordem.

Figura 3: Realização PLL: Lugar das raízes do PLL realizado como filtro Butterworth de 3^a ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_I do limiar de instabilidade.

Fig.4: Processo de captura para PLL realizado como filtro Butterworth 3ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

- FILTRO BUTTERWORTH 5ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 2 para realização PLL, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 4.07 \times 10^6; K_I = 2,63 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 4.07 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 647,76 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 6.08 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 967,66 \text{ kHz}).$$

Fig.5 – Realização PLL: Resposta em frequência do PLL realizado como filtro Butterworth 5ª ordem

Fig.6: Realização PLL: Resposta em frequência do filtro de loop do PLL realizado como filtro Butterworth 5^a ordem. Observar o pico pronunciado na resposta em frequência, mesmo com a ordem relativamente baixa do filtro que deu forma ao PLL.

Figura 7: Realização PLL: Lugar das raízes do PLL realizado como filtro Butterworth de 5^a ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_l do limiar de instabilidade.

Fig.8: Processo de captura para PLL realizado como filtro Butterworth 5ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.2.3 – REALIZAÇÃO FILTRO COM FILTROS BUTTERWORTH

- FILTRO BUTTERWORTH 5ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 2 para realização FILTRO, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 8.13 \times 10^6; K_I = 3.83 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 2.85 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 453.85 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 8.13 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 1.29 \text{ MHz}).$$

Fig.9 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do PLL realizado com filtro de loop Butterworth 5ª ordem.

Fig.10 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do filtro de loop Butterworth 5^a ordem.

Figura 11: Realização FILTRO: Lugar das raízes do PLL realizado com o filtro de loop Butterworth de 5^a ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_I do limiar de instabilidade.

Fig.12: Processo de captura para PLL realizado com filtro de loop Butterworth 5ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.2.4 – COMENTÁRIOS GERAIS SOBRE USO DE FILTROS BUTTERWORTH

Pela observação da tabela 2 e das Figs. 1 a 12, é possível tirar as seguintes conclusões:

- O ganho normalizado K' diminui com o aumento da ordem dos filtros utilizados. Conforme mencionado anteriormente, esse comportamento é causado pelo aumento da razão entre o coeficiente do termo em “s” e o termo constante, que cresce à medida que aumenta a ordem dos filtros.
- Como o ganho normalizado diminui com a ordem dos filtros usados, e como foi mantido o valor do ganho K objeto de projeto, o fator de normalização ω_N cresce com a ordem dos filtros.
- Em consequência do aumento do fator de normalização ω_N , crescem também as frequências angulares de 3 dB do filtro de loop e do correspondente PLL, sendo sempre maior a frequência angular do filtro de loop.
- As características de captura de todos os PLLs, seja qual for a realização, apresentam uniformidade, estabilizando-se todas aproximadamente 6 microsegundos após o início do processo de captura. Como as condições observadas na simulação procuram reproduzir o mais fielmente possível as condições existentes nas implementações desses PLLs, pode-se esperar que os processos de captura observados na prática sejam bastante bem aproximados pelas capturas simuladas. É claro que a presença de ruído pode reduzir a faixa de frequências que

podem ser aceitas pelos PLLs, podendo também causar o efeito denominado “jitter” no sinal de saída do VCO.

Como se verá nos resultados mostrados a seguir, as características acima também se verificam de forma aproximada para os outros tipos de filtros considerados.

IV.3 – REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO CHEBYCHEV

IV.3.1 – CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS CHEBYCHEV

Os filtros denominados “Chebychev” caracterizam-se [Zverev, 1967], [Blinchhoff e Zverev, 1976], [Johnson, 1976], [Chen, 1986] por funções $|H_n(j\omega')|^2$ normalizadas dadas por

$$|H_n(j\omega')|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega')}, \quad (3)$$

sendo “ n ” a ordem do filtro, “ ε ” é “o chamado “fator de ondulação” (do inglês “ripple factor”), e $C_n(\omega')$ é o chamado “polinômio de Chebychev de ordem n ”.

Os polinômios de Chebychev $C_n^2(\omega')$ apresentam o seguinte comportamento para $\omega' = 0$ [Chen, 1986]:

$$C_n(\omega' = 0) = (-1)^{n/2}, \text{ para } n \text{ par, e} \quad (4a)$$

$$C_n(\omega' = 0) = 0, \text{ para } n \text{ ímpar.} \quad (4b)$$

Substituindo as Eqs.(4) na Eq.(3), segue-se que

$$|H(j0)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2}, \text{ para } n \text{ par, e} \quad (5a)$$

$$|H(j0)|^2 = 1, \text{ para } n \text{ ímpar.} \quad (5b)$$

Assim, verifica-se que o termo $\varepsilon^2 C_n^2(\omega')$ do denominador da Eq.(3) faz com que os valores de $|H_n(j\omega')|^2$ se alternem entre 1 e $1/(1 + \varepsilon^2)$ para frequências angulares normalizadas compreendidas entre 0 e 1. Para valores de ω' maiores que 1, os valores da função $H_n(j\omega')|^2$ decaem de forma monotônica. Esse comportamento é facilmente visto nos gráficos mostrados mais adiante.

Tendo em vista que o valor máximo da função $|H_n(j\omega')|^2$ deve ser 1, então as Eqs.(5) tem as seguintes consequências para filtros Chebychev:

- O numerador dos filtros Chebychev de ordem ímpar deve ser igual ao termo constante do denominador;
- Caso seja necessário que os valores de $|H_n(j\omega')|^2$ sejam sempre menores ou iguais a 1, os filtros Chebychev de ordem par devem ter sua função de transferência $H_n(s')$ com a forma

$$H_n(s') = \frac{\frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} a'_0}{s'^n + a'_{n-1} s'^{n-1} + \dots + a'_1 s' + a'_0}. \quad (6)$$

Sem a presença do fator $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$ no numerador de (6), a função $|H_n(j\omega')|^2$ assume valores maiores que 1 para certos valores de ω' . Em muitas situações essa característica não é aceitável,

e é necessário usar o fator $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$.

O fator de ondulação é normalmente expresso em decibéis (dB), e nessa forma é usualmente denominado A_{max} . ε e A_{max} são relacionados pelas expressões [Zverev, 1967], [Blinchhoff e Zverev, 1976]

$$A_{max} = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2), \text{ e} \quad (7a)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1A_{max}} - 1}. \quad (7b)$$

Pode-se também mostrar [Blinchhoff e Zverev, 1976] que a frequência angular de 3 dB de um filtro Chebychev com ordem n e fator de ondulação ε é dada por

$$\omega_{3dB} = \cosh \left[\frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right], \quad (8)$$

onde se usou “ $\cosh^{-1}(x)$ ” como uma abreviatura de “ $\operatorname{arccosh}(x)$ ”.

Os pólos da função de transferência $H_n(s)$ correspondente à Eq.(3) são dados por [Blinchhoff e Zverev, 1976], [Johnson, 1976], [Chen, 1976]

$$p_i = -\operatorname{sen} \frac{(2i-1)\pi}{2n} \cdot \operatorname{senh} \left[\frac{1}{n} \operatorname{senh}^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right] + j \cos \frac{(2i-1)\pi}{2n} \cdot \cosh \left[\frac{1}{n} \operatorname{senh}^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right]. \quad (9)$$

Mediante a Eq.(9) pode-se encontrar o denominador das funções $H_n(s)$ mostrados na Tabela 3 a seguir, calculados assumindo um fator de ondulação A_{max} de 0,1 dB, que corresponde a um fator $\varepsilon = 0,1526$. Na Tabela 4 são mostrados os valores dos parâmetros K' , K'_I , “ ω'_{3dB} PLL” e “ ω'_{3dB} filtro de loop” para as realizações PLL e FILTRO.

Tabela 3 – Polinômios do denominador de filtros Chebychev com fator de ondulação de 0,1 dB [Chen, 1986]

Ordem	Denominador
2	$s'^2 + 2,372s' + 3,314$
3	$s'^3 + 1,939s'^2 + 2,629s' + 1,638$
4	$s'^4 + 1,804s'^3 + 2,627s'^2 + 2,026s' + 0,829$
5	$s'^5 + 1,744s'^4 + 2,771s'^3 + 2,397s'^2 + 1,436s' + 0,410$
6	$s'^6 + 1,712s'^5 + 2,966s'^4 + 2,779s'^3 + 2,048s'^2 + 0,902s' + 0,207$
7	$s'^7 + 1,693s'^6 + 3,184s'^5 + 3,169s'^4 + 2,705s'^3 + 1,483s'^2 + 0,562s' + 0,102$

Tabela 4 – Parâmetros normalizados para filtros Chebychev com $A_{max} = 0,1$ dB nas realizações PLL e FILTRO

Ordem	K' (PLL)	K'_I (PLL)	ω'_{3dB} PLL (PLL)	ω'_{3dB} filtro de loop (PLL)	K' (FILTRO)	K'_I (FILTRO)	ω'_{3dB} PLL (FILTRO)	ω'_{3dB} filtro de loop (FILTRO)
2	-	-	-	-	0,6906	2,3998	1,4301	1,9432
3	0,6230	1,9388	1,3890	1,8510	0,3115	0,9205	0,6993	1,3890
4	0,4090	0,8337	1,2171	1,6460	0,2022	0,6109	0,4561	1,2131
5	0,2852	0,5737	1,1347	1,4686	0,1426	0,4499	0,3138	1,1347
6	0,2297	0,4570	1,0946	1,3216	0,1135	0,3501	0,2539	1,0929
7	0,1823	0,3659	1,0680	1,2353	0,0911	0,2910	0,2003	1,0680

Como no caso dos filtros Butterworth, na Tabela 4 não são listados parâmetros para realização PLL no caso $n = 2$.

IV.3.2 – REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS CHEBYCHEV COM FATOR DE ONDULAÇÃO DE 0,1 dB

- FILTRO CHEBYCHEV 3ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 4 para realização PLL, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 2,02 \times 10^6; K_I = 3,91 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 2,80 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 445,63 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 3.73 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 593,65 \text{ kHz}).$$

Fig.13 – Realização PLL: Resposta em frequência do PLL realizado como filtro Chebychev 3ª ordem.

Na Fig.13, é importante observar a ondulação na faixa de passagem, típica dos filtros Chebychev, e que a resposta do filtro para $\omega = 0$ é igual a 1, conforme Eq.(5b) da sub-seção IV.3.1, pois se trata de filtro de ordem ímpar. Esse comportamento em $\omega = 0$ é o mesmo para a resposta de todos os filtros Chebychev de ordem ímpar, qualquer que seja o fator de ondulação.

Fig.14 – Realização PLL: Resposta em frequência do filtro de loop para PLL realizado como filtro Chebychev de 3ª ordem.

A Fig.14 mostra que o filtro de loop necessário para realizar um PLL como filtro Chebychev de ordem relativamente baixa já apresenta um pequeno pico na sua resposta em frequência.

Fig.15 – Realização PLL: Lugar das raízes do PLL realizado como filtro Chebychev de 3ª ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_l do limiar de instabilidade.

Fig.16 - Processo de captura para PLL realizado como filtro Chebychev 3ª ordem e fator de ondulação 0,1 dB. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de -200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

- FILTRO CHEBYCHEV 4ª ORDEM

Em vista do que foi discutido em relação à Eq.(6) da sub-seção IV.3.1, em uma realização tipo PLL, para se conseguir a função de transferência $G(j\omega)$ do PLL com a forma exata da função $|H_n(j\omega)|^2$ de um filtro Chebychev de ordem par, é necessário aplicar o fator $1/\sqrt{1+\varepsilon^2}$ ao numerador do filtro de loop que dá forma à resposta da função de transferência $G(j\omega)$ desse PLL. Nessas condições, o ganho de malha será diminuído pela ação desse fator, com a consequente diminuição da faixa de frequências que pode ser aceita por esse PLL.

Em vista desse fato, é mais adequado não usar o fator de correção no numerador do filtro de loop, preservando a faixa de frequências de entrada que podem ser aceitas. A consequência desse procedimento é que a resposta da função de transferência $|G(j\omega)|^2$ vai assumir valores máximos iguais a $(1 + \varepsilon^2)$. Esse comportamento é observado no caso do PLL realizado pelo filtro Chebychev de 4ª ordem usado neste exemplo. Nesse caso, são os seguintes os parâmetros aplicáveis, sempre assumindo que o ganho K desejado é de $1,26 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$:

$$\omega_N = 3.07 \times 10^6; K_I = 2,56 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 3.74 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 595,11 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 5.06 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 804,82 \text{ kHz}).$$

Fig.17 - Realização PLL: Resposta em frequência do PLL realizado como filtro Chebychev 4ª ordem.

Como se pode ver pela Fig.17, a função de transferência do PLL toma valores máximos de 0,1 dB, que é o fator A_{max} . Isso significa que, se o sinal de entrada do PLL possuir uma fase que varia senoidalmente com o tempo com uma frequência angular ω para a qual $|G(j\omega)|^2$ é maior que 0 dB, então a variação da fase na saída possuirá amplitude maior que a amplitude da entrada. Como variações de fase das componentes de um sinal constituem a degradação denominada “jitter”, e como essa perturbação pode ser amplificada em um PLL com resposta

do tipo da Fig.17, fica claro que não é conveniente realizar funções $G(j\omega)$ de PLLs com a forma de funções de filtros Chebychev de ordem par e com fatores de ondulação muito grandes (parâmetros A_{max} maiores que 0,5 dB).

Fig.18 – Realização PLL: Resposta em frequência do filtro de loop para PLL realizado como filtro Chebychev de 4ª ordem.

Como se vê pela Fig.18, o pico da resposta em frequência fica mais acentuado à medida que se aumenta a ordem do filtro que dá forma à função de transferência $G(j\omega)$ do PLL.

Fig.19 – Realização PLL: Lugar das raízes do PLL realizado como filtro Chebychev de 4ª ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_l do limiar de instabilidade.

Fig.20 - Processo de captura para PLL realizado como filtro Chebychev 4ª ordem e fator de ondulação 0,1 dB. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

- FILTRO CHEBYCHEV DE 5ª ORDEM

Para esta ordem de filtro Chebychev, será mostrada apenas a resposta em frequência do filtro de loop, com a intenção de mostrar como o pico da resposta em frequência se acentua a ponto de tornar impraticável a realização de um PLL com a forma de filtros Chebychev de ordem igual ou maior que 5. Os valores de interesse neste caso são $\omega_N = 4,41 \times 10^6$, e $\omega_{3dB\text{FILTRO}} = 6,47 \times 10^6$ rad/s ($f_{3dB\text{FILTRO}} = 1,03$ MHz).

Fig.21 – Realização PLL: Resposta em frequência do filtro de loop para PLL realizado como filtro Chebychev de 5ª ordem.

O pico de quase 10 dB observado torna impraticável a realização de um filtro de loop com essa resposta em frequência. Durante o processo de captura, a possibilidade de ocorrência de sinais com amplitudes grandes pode exigir tensões de alimentação com valores inconvenientes, e também pode ocasionar saturação dos componentes eletrônicos ativos usados na realização do filtro. Por essas razões, filtros de loop com picos maiores que 3 dB nas respostas em frequência são inaceitáveis.

IV.3.3 – REALIZAÇÕES FILTRO COM FILTROS CHEBYCHEV COM FATOR DE ONDULAÇÃO DE 0,1 dB

Nesta sub-seção são apresentadas duas realizações tipo FILTRO com filtro tipo Chebychev. A primeira usa um filtro Chebychev de 4ª ordem, para mostrar as peculiaridades desse tipo de filtro, e a segunda usa um filtro de 5ª ordem, para mostrar que na realização FILTRO é possível usar ordens de valor alto sem que haja problemas de implementação prática.

- FILTRO CHEBYCHEV 4ª ORDEM

Na realização tipo FILTRO, e novamente em vista da Eq.(6) da sub-seção IV.3.1, o numerador do filtro de loop deve ter a forma $b_0/\sqrt{1+\varepsilon^2}$, onde b_0 é o termo constante do denominador desse filtro. Nesse caso é preciso multiplicar o ganho K desejado pelo fator $\sqrt{1+\varepsilon^2}$, para que o PLL com esse filtro seja capaz de se sincronizar com frequências de entrada dentro da tolerância especificada. Com esse valor corrigido para K , a forma da função de transferência $G(j\omega)$ resultante, em vista da Eq.(29) do capítulo III, tem a forma

$$\begin{aligned} G(j\omega) &= \frac{\left(\frac{b_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}\right) \cdot (K \cdot \sqrt{1+\varepsilon^2})}{s^{n+1} + b_{n-1}s^n + \dots + b_1s^2 + b_0s + \left(\frac{b_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}\right) \cdot (K \cdot \sqrt{1+\varepsilon^2})} = \\ &= \frac{b_0K}{s^{n+1} + b_{n-1}s^n + \dots + b_1s^2 + b_0s + b_0K} . \end{aligned}$$

Verifica-se assim que quando se usa o ganho de malha corrigido $(\sqrt{1+\varepsilon^2}) \cdot K$, a função de transferência $G(j\omega)$ resultante é a mesma que seria obtida usando-se um ganho K . O valor de $G(j\omega)$ para $\omega = 0$ é 1, de modo que essa correção leva a um PLL que não “amplifica” nenhuma das componentes de frequência eventualmente presentes na fase do sinal da entrada do PLL.

A malha PLL resultante também possui a capacidade de aceitação de frequências dentro da faixa de tolerância desejada, visto que o ganho de malha efetivo continua sendo K .

Para ilustrar as observações acima, e assumindo um ganho desejado $K = 2\pi \times 2 \times 10^5 \text{ s}^{-1} = 1,26 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, então para um filtro Chebychev de 4ª ordem com parâmetro $A_{max} = 0,1 \text{ dB}$ (correspondente a $\varepsilon = 0.1526$) é necessário o ganho corrigido $K_{corr} = \sqrt{1+\varepsilon^2} \cdot K$, isto é, $K_{corr} = 1,016 \times K = 1,27 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$.

Assim, usando o ganho K_{corr} e os parâmetros da Tabela 4 para realização FILTRO do filtro Chebychev de ordem 4, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 6,29 \times 10^6; K_I = 3,84 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 2,87 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 456,77 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 7.63 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 1,21 \text{ MHz}).$$

Fig.22 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do PLL com filtro de loop Chebychev 4ª ordem.

Pode-se observar na Fig.22 que a resposta em frequência do PLL para $\omega = 0$ é igual a 1, mesmo com o filtro de loop sendo tipo Chebychev de ordem par.

Fig.23 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do filtro de loop tipo Chebychev 4ª ordem.

A Fig.23 mostra que o filtro de loop usado apresenta comportamento típico dos filtros Chebychev de ordem par, seja, $H(j0) < 1$. No entanto, esse PLL continua capaz de aceitar frequências de entrada situadas na faixa $f - 200$ kHz a $f + 200$ kHz, sendo f a frequência nominal de entrada do PLL, conforme mostrado mais adiante pelo gráfico de captura da Fig.25.

Fig.24 – Realização FILTRO: Lugar das raízes do PLL com filtro de loop tipo Chebychev 4ª ordem. Notar valor aproximado do ganho K'_l do limiar de instabilidade.

Fig.25 - Processo de captura para PLL com filtro de loop Chebychev 4ª ordem e fator de ondulação 0,1 dB. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

- FILTRO CHEBYCHEV 5ª ORDEM

Como se trata de um filtro Chebychev de ordem ímpar, não está presente o fator $1/\sqrt{1+\varepsilon^2}$ no numerador, e não é necessário fazer nenhum tipo de correção no ganho de malha desejado.

Usando os parâmetros da Tabela 4 para realização FILTRO, chega-se aos seguintes valores:

$\omega_N = 8,81 \times 10^6$; $K_I = 3,96 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$; $\omega_{3dBPLL} = 2,76 \times 10^6 \text{ rad/s}$ ($f_{3dBPLL} = 439,27 \text{ kHz}$);

$\omega_{3dBFILTRO} = 10,00 \times 10^6 \text{ rad/s}$ ($f_{3dBFILTRO} = 1,59 \text{ MHz}$).

Fig.26 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do PLL realizado com filtro de loop Chebychev 5ª ordem.

Fig.27 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do filtro de loop Chebychev 5ª ordem. Pela figura acima verifica-se que a resposta do filtro de loop realizada com a forma de um

filtro Chebychev padrão de ordem alta é viável, mas exige filtros com larguras de banda grandes. Esse comportamento também ficou evidenciado na realização FILTRO com um filtro de loop tipo Butterworth de 5ª ordem.

Fig. 28 - Realização FILTRO: Lugar das raízes do PLL realizado com o filtro de loop Chebychev de 5ª ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_I do limiar de instabilidade.

Fig.29 - Processo de captura para PLL realizado com filtro de loop Chebychev 5ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.3.4 – COMENTÁRIOS SOBRE USO DE FILTROS CHEBYCHEV

As características gerais observadas para as realizações PLL e FILTRO com filtros

Butterworth aplicam-se também às realizações com filtros Chebychev. A principal diferença é na realização PLL, onde um filtro Chebychev de 5ª ordem já resulta em um filtro de loop não adequado para realização prática. Por outro lado, viu-se que a utilização de filtros Butterworth de 5ª ordem ainda permite realizações aceitáveis do tipo PLL. Por outro lado, na realização FILTRO não existem restrições para a ordem dos filtros de loop realizados com filtros tipo Chebychev.

IV.4 – REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO BESSEL

IV.4.1 – CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS BESSEL

Os filtros denominados “Bessel” baseiam-se na idéia de conseguir uma característica de atraso de grupo que aproxime a função ideal de atraso de grupo. Essa função ideal é uma constante, correspondendo ao critério de fase linear, ou seja, $\theta(\omega) = k\omega$. A aplicação principal desse tipo de filtro seria na realização de atrasos cujos valores seriam determinados pelo filtro.

A função de transferência ideal para qualquer tipo de filtro que realize um atraso puro, normalizada para atraso de grupo igual 1, é dada por

$$H(j\omega) = e^{-j\omega}, \text{ ou} \quad (10a)$$

$$H(s) = e^{-s} = \frac{1}{e^s} = \frac{1}{\cosh(s) + \sinh(s)}. \quad (10b)$$

As funções $\cosh(s)$ e $\sinh(s)$ são respectivamente funções par e ímpar, e possuem as seguintes expansões em série de potências de s :

$$\cosh(s) = 1 + \frac{1}{2!}s^2 + \frac{1}{4!}s^4 + \frac{1}{6!}s^6 + \dots, \quad (11a)$$

$$\sinh(s) = s + \frac{1}{3!}s^3 + \frac{1}{5!}s^5 + \frac{1}{7!}s^7 + \dots. \quad (11b)$$

Considerando agora a expressão

$$\frac{\cosh(s)}{\sinh(s)} = \frac{m(s)}{n(s)}, \quad (12)$$

pode-se mostrar [Storch, 1954] que vale a seguinte expansão em frações continuadas:

$$\frac{\cosh(s)}{\sinh(s)} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{\frac{5}{s} + \frac{1}{\frac{7}{s} + \dots}}}. \quad (13)$$

A idéia é truncar a expansão (13) no n -ésimo termo, obtendo-se

$$\frac{M(s)}{N(s)} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{\frac{5}{s} + \frac{1}{\frac{7}{s} + \dots + \frac{2n-1}{s}}}}. \quad (14)$$

O lado direito da expressão (14) é então reduzido a um quociente de polinômios. O numerador desse quociente corresponde a $M(s)$ e é uma aproximação para $\cosh(s)$, enquanto que o denominador corresponde a $N(s)$ e constitui uma aproximação para $\sinh(s)$. Portanto, o denominador exato $\cosh(s) + \sinh(s)$ da Eq.(11b) é aproximado pelo denominador aproximado

$M(s) + N(s)$ obtido da Eq.(14). Pode-se mostrar [Van Valkenburg, 1960] que uma expansão em frações continuadas da forma da Eq.(14), em que os coeficientes são todos positivos, indica que $M(s)/N(s)$ é uma “função reatância”. Em consequência, o polinômio $P(s)$ definido por $P(s) = M(s) + N(s)$ é um polinômio de Hurwitz, ou seja, um polinômio que possui todas as suas raízes no semiplano complexo esquerdo e assim pode constituir o denominador de uma função de transferência estável. É interessante observar que, em consequência da aproximação de um atraso de grupo constante e com valor normalizado igual a 1, o polinômio $M(s) + N(s)$ normalizado, obtido a partir da Eq.(14), apresenta sempre iguais o coeficiente do termo em “ s ” e o coeficiente do termo constante [Kuh e Pederson, 1959].

Pode-se mostrar também [Storch, 1954] que o polinômio $P(s) = M(s) + N(s)$ obtido da expressão truncada (14) é dado por

$$P(s) = \frac{B_n(s)}{B_n(0)}, \quad (15)$$

onde $B_n(s)$ é o chamado “polinômio de Bessel” de grau n . Os polinômios de Bessel se caracterizam pelas relações:

$$B_0(s) = 1; \quad (16a)$$

$$B_1(s) = s + 1, \text{ e ainda} \quad (16b)$$

$$B_n(s) = (2n - 1)B_{n-1}(s) + s^2 B_{n-2}(s). \quad (16c)$$

Portanto, em vista das Eqs.(16), é possível calcular os denominadores dos filtros Bessel em princípio para qualquer ordem n , e a função de transferência desses filtros será dada por

$$H(s) = \frac{1}{P(s)} = \frac{B_n(0)}{B_n(s)}, \quad (17)$$

verificando-se que $B_n(0)$ é o termo constante do polinômio $B_n(s)$.

Para os polinômios Bessel não existem expressões analíticas para o cálculo dos pólos correspondentes, sendo necessário o uso de procedimentos numéricos para a determinação de tais pólos. Os polinômios $B_n(s)$ com graus de 2 a 7 são mostrados na Tabela 5 a seguir, calculados a partir das Eqs.(16). Na Tabela 6 são mostrados os valores dos parâmetros K' , K'_l , “ ω'_{3dB} PLL” e “ ω'_{3dB} filtro de loop” para as realizações PLL e FILTRO. Pela tabela 5 pode-se ver que os dois termos finais dos polinômios $B_n(s)$ são sempre iguais, conforme mencionado acima.

Tabela 5 – Polinômios do denominador de filtros Bessel

Ordem	Denominador
2	$s'^2 + 3s' + 3$
3	$s'^3 + 6s'^2 + 15s' + 15$
4	$s'^4 + 10s'^3 + 45s'^2 + 105s' + 105$
5	$s'^5 + 15s'^4 + 105s'^3 + 420s'^2 + 945s' + 945$
6	$s'^6 + 21s'^5 + 210s'^4 + 1260s'^3 + 4725s'^2 + 10395s' + 10395$
7	$s'^7 + 28s'^6 + 378s'^5 + 3150s'^4 + 17325s'^3 + 62370s'^2 + 135135s' + 135135$

Tabela 6 – Parâmetros normalizados para filtros Bessel nas realizações PLL e FILTRO

Ordem	K' (PLL)	K'_I (PLL)	ω'_{3dB} PLL (PLL)	ω'_{3dB} filtro de loop (PLL)	K' (FILTRO)	K'_I (FILTRO)	ω'_{3dB} PLL (FILTRO)	ω'_{3dB} filtro de loop (FILTRO)
2	-	-	-	-	0,5000	3,0000	0,8788	1,3617
3	1,0000	6,0000	1,7557	3,5067	0,5000	2,0833	0,9595	1,7557
4	1,0000	3,4500	2,1139	4,5099	0,5000	1,8883	0,9987	2,1139
5	1,0000	2,8496	2,4274	5,5117	0,5000	1,8069	1,0223	2,4274
6	1,0000	2,6113	2,7034	6,3355	0,5000	1,7598	1,0383	2,7034
7	1,0000	2,4838	2,9517	7,0142	0,5000	1,7286	1,0499	2,9517

Como no caso dos demais filtros, na Tabela 6 não são listados parâmetros para realização PLL no caso $n = 2$.

IV.4.2 – REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS BESSEL

Como os filtros Bessel não apresentam nenhuma característica marcante, apenas uma realização PLL será mostrada para esse tipo de filtro. Foi escolhido um filtro de 6ª ordem como exemplo, para indicar que com filtros Bessel ainda se consegue um filtro de loop realizável mesmo com esse valor elevado de ordem.

- FILTRO BESSEL 6ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 6 para realização PLL, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 1,26 \times 10^6; K_I = 3,28 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 3,40 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 541,13 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 7,96 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 1,27 \text{ MHz}).$$

Fig.30 – Realização PLL: Resposta em frequência do PLL realizado como filtro Bessel 6ª ordem.

A Fig.30 mostra a menor seletividade (variação mais lenta da resposta em frequência) dos filtros Bessel, mesmo para aqueles com ordem elevada.

Fig.31 – Realização PLL: Resposta em frequência do filtro de loop para PLL realizado como filtro Bessel de 6ª ordem.

Em consequência da sua menor seletividade, os filtros Bessel apresentam picos da resposta em frequência significativamente menores que os dos filtros Butterworth e Chebyshev com mesma ordem.

Fig.32 – Realização PLL: Lugar das raízes do PLL realizado como filtro Bessel de 6ª ordem.

Notar o valor aproximado do ganho K'_l do limiar de instabilidade.

Fig.33 - Processo de captura para PLL realizado como filtro Bessel 6ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de -200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.4.3 – REALIZAÇÕES FILTRO COM FILTROS BESSEL

- FILTRO BESSEL 7ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 6 para realização FILTRO, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 2,51 \times 10^6; K_I = 4,34 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 2,64 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 420,17 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 7,42 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 1,18 \text{ MHz}).$$

Fig.34 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do PLL realizado com filtro de loop Bessel 7ª ordem.

Fig.35 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do filtro de loop Bessel 7ª ordem.

A figura acima evidencia que mesmo filtros Bessel de ordem elevada apresentam seletividade moderada. Esse comportamento, já mostrado em figuras anteriores, decorre desse tipo de filtro ter o objetivo de realizar uma característica ideal de atraso de grupo, e não uma característica ideal de amplitude.

Figura 36 – Realização FILTRO: Lugar das raízes do PLL realizado com o filtro de loop Bessel de 7ª ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_I do limiar de instabilidade.

Fig.37 - Processo de captura para PLL realizado com filtro de loop Bessel 7ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.4.4 - COMENTÁRIOS SOBRE USO DE FILTROS BESSEL

Conforme mencionado acima, como o objetivo dos filtros Bessel é aproximar atrasos de grupo constantes, é natural que as respostas em frequência desses filtros não sejam boas aproximações das respostas em frequência ideais. Isso significa que esses filtros não apresentam boa seletividade, ou seja, a variação das respostas em frequência é bem gradual.

Como pode ser visto nas respostas em frequência tanto para realização PLL como na realização FILTRO, essa menor seletividade, característica dos filtros Bessel, leva a filtros de loop com frequências de 3 dB da ordem de 1 MHz, que podem não ser aceitáveis em aplicações onde o PLL deve operar como filtro razoavelmente seletivo que “rastrea” a frequência de entrada, ou seja, um filtro cuja frequência central sempre acompanha a frequência do sinal de entrada, dentro de limites definidos por tolerâncias.

IV.5 – REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS TIPO GAUSS (OU “GAUSSIANOS”)

IV.5.1 – CARACTERÍSTICAS DOS FILTROS GAUSSIANOS

Os filtros conhecidos como “Gaussianos” ou simplesmente “Gauss” são filtros cujo objetivo é aproximar uma resposta impulsiva tipo gaussiana, descrita a seguir. Esse tipo de filtro é normalmente utilizado para processar sinais que consistem de pulsos, onde se desejam respostas a degrau com pouca ou nenhuma amplitude dos chamados “overshoots”, e cujos

tempos de subida sejam suficientemente rápidos para não distorcer demasiado os pulsos que passam pelo filtro.

Uma resposta gaussiana baseia-se na função gaussiana encontrada em probabilidade e estatística, e que é dada por [Daniels, 1974]

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-1/2[(x-m)^2/\sigma^2]}, \quad (18)$$

onde “ m ” é o parâmetro denominado “média” e “ σ ” é o chamado “desvio padrão”.

Define-se um filtro como sendo gaussiano se sua resposta a impulso é dada por [Blinchhoff e Zverev, 1976], [Daniels, 1974]

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a} e^{-1/2((t-T)^2/a^2)}, \quad (19)$$

que tem a forma da Eq.(18) e onde “ a ” define a largura do pulso que constitui a resposta impulsiva (o “desvio padrão temporal” do pulso), e “ T ” é o instante em que ocorre o máximo do pulso (o ponto “médio” do pulso).

A função de transferência $H(j\omega)$ do filtro gaussiano com a resposta impulsiva $h(t)$ dada pela Eq.(19) é determinada usando o fato [Van Valkenburg, 1974], [Ogata, 1997] de que $H(j\omega)$ é a transformada de Fourier de $h(t)$. Assim, pode-se mostrar [Daniels, 1974] que $H(j\omega)$ é dada por

$$H(j\omega) = e^{-[(a^2\omega^2/2)+j\omega T]}. \quad (20)$$

O termo “ $e^{-j\omega T}$ ” presente na Eq.(20) mostra que a função de transferência $H(j\omega)$ possui uma característica de fase linear. Por outro lado, a resposta em frequência do filtro gaussiano dado pelas Eqs. (19) e (20) tem a forma

$$|H(j\omega)|^2 = e^{-(a\omega)^2}. \quad (21)$$

O filtro gaussiano normalizado é aquele para o qual o parâmetro “ a ” é igual a 1. Portanto, a expansão em série de potências da função de transferência $|H(j\omega')|^2$ de um filtro gaussiano normalizado será dada por

$$|H(j\omega')|^2 = e^{-\omega'^2} = \frac{1}{e^{\omega'^2}} = \frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\omega'^{2i}}{i!}}. \quad (22)$$

A idéia básica para realizar um filtro gaussiano é aproximar a função $|H(j\omega')|^2$ da Eq.(22) truncando a série de potências que aparece no denominador dessa equação. Assim, por exemplo, um filtro gaussiano de ordem 3 possui a função de transferência $|H(j\omega')|^2$ normalizada dada por

$$|H(j\omega')|^2 = \frac{1}{1 + \omega'^2 + \frac{\omega'^4}{2} + \frac{\omega'^6}{6}} = \frac{6}{\omega'^6 + 3\omega'^4 + 6\omega'^2 + 6},$$

e a correspondente função $H(s')$ normalizada é dada por

$$H(s') = \frac{2,45}{s'^3 + 3,56s'^2 + 4,84s' + 2,45}.$$

Da mesma forma que no caso dos filtros Bessel, os pólos do denominador de uma função de transferência gaussiana não possuem expressão analítica e devem ser calculados numericamente. A partir dessas raízes determinam-se os polinômios correspondentes, que são mostrados para os graus de 2 a 7 na Tabela 7 abaixo. Na Tabela 8 seguinte são mostrados os valores dos parâmetros K' , K'_I , ω'_{3dB} PLL e ω'_{3dB} filtro de loop para as realizações PLL e FILTRO.

Tabela 7 – Polinômios do denominador de filtros Gauss

Ordem	Denominador
2	$s'^2 + 2,20s' + 1,41$
3	$s'^3 + 3,56s'^2 + 4,84s' + 2,45$
4	$s'^4 + 5,07s'^3 + 10,87s'^2 + 11,42s' + 4,90$
5	$s'^5 + 6,72s'^4 + 20,06s'^3 + 32,78s'^2 + 28,95s' + 10,95$
6	$s'^6 + 8,48s'^5 + 32,99s'^4 + 74,31s'^3 + 101,20s'^2 + 78,44s' + 26,83$
7	$s'^7 + 10,37s'^6 + 50,22s'^5 + 145,90s'^4 + 272,10s'^3 + 323,50s'^2 + 225,80s' + 70,99$

Tabela 8 – Parâmetros normalizados para filtros Gauss nas realizações PLL e FILTRO

Ordem	K' (PLL)	K'_I (PLL)	ω'_{3dB} PLL (PLL)	ω'_{3dB} filtro de loop (PLL)	K' (FILTRO)(*)	K'_I (FILTRO)	ω'_{3dB} PLL (FILTRO)	ω'_{3dB} filtro de loop (FILTRO)
2	-	-	-	-	0,3218	2,1974	0,5478	0,8556
3	0,5058	3,5615	0,8360	1,8893	0,2529	1,1665	0,4688	0,8360
4	0,4290	1,6983	0,8330	1,9803	0,2144	0,8688	0,4160	0,8330
5	0,3784	1,2037	0,8326	2,1086	0,1892	0,7195	0,3775	0,8326
6	0,3420	0,9740	0,8326	2,1870	0,1710	0,6264	0,3479	0,8326
7	0,3144	0,8372	0,8326	2,2197	0,1572	0,5613	0,3242	0,8326

Como no caso dos demais filtros, na Tabela 6 não são listados parâmetros para realização PLL no caso $n = 2$.

IV.5.2 – REALIZAÇÕES PLL COM FILTROS GAUSS

Como no caso dos filtros Bessel, também os filtros gaussianos não apresentam nenhuma característica marcante, e assim apenas uma realização PLL será mostrada para esse tipo de filtro. Escolheu-se um filtro de 7ª ordem como exemplo, para indicar que também no caso de filtros gaussianos é possível conseguir um filtro de loop realizável mesmo para PLLs de ordem elevada.

- FILTRO GAUSS 7ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 8 para realização PLL, chega-se aos seguintes valores:

$$\omega_N = 4,00 \times 10^6; K_I = 3,35 \times 10^6 \text{ s}^{-1}; \omega_{3dBPLL} = 3,33 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBPLL} = 529,99 \text{ kHz});$$

$$\omega_{3dBFILTRO} = 8,88 \times 10^6 \text{ rad/s} (f_{3dBFILTRO} = 1,41 \text{ MHz}).$$

Fig.34 – Realização PLL: Resposta em frequência do PLL realizado como filtro Gauss 7^a ordem.

Pela Fig.34, verifica-se também a pouca seletividade (variação mais lenta da resposta em frequência) dos filtros gaussianos, mesmo com ordem elevada. Novamente, essa característica decorre desse tipo de filtros também aproximar uma característica de fase ideal, de forma semelhante ao que ocorre com os filtros tipo Bessel.

Fig.39 – Realização PLL: Resposta em frequência do filtro de loop do PLL realizado como filtro Gauss 7^a ordem.

A Fig. 39 mostra que o filtro de loop necessário para realizar um PLL com a resposta de um filtro Gauss ainda é aceitável para realização prática, mesmo com uma ordem bastante elevada.

Fig. 40 – Realização PLL: Lugar das raízes do PLL realizado como filtro Gauss 7ª ordem. Notar o valor aproximado do ganho K'_I do limiar de instabilidade.

Fig.41: Processo de captura para PLL realizado como filtro loop Bessel 7ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de -200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.5.3 – REALIZAÇÕES “FILTRO” COM FILTROS GAUSS

- FILTRO GAUSS 7ª ORDEM

Usando os parâmetros da Tabela 8 para realização FILTRO, chega-se aos seguintes valores:

$\omega_N = 7,99 \times 10^6$; $K_I = 4,49 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$; $\omega_{3dBPLL} = 2,59 \times 10^6 \text{ rad/s}$ ($f_{3dBPLL} = 412,52 \text{ kHz}$);
 $\omega_{3dBFILTRO} = 6,66 \times 10^6 \text{ rad/s}$ ($f_{3dBFILTRO} = 1,06 \text{ MHz}$).

Fig. 42 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do PLL com filtro de loop Gauss 7ª ordem.

A resposta em frequência do PLL com um filtro de loop Gauss 7ª ordem toma, com ajuste do parâmetro K , uma forma razoavelmente semelhante à de um filtro Butterworth.

Fig. 43 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do filtro de loop Gauss 7ª ordem.

A Fig. 43 novamente mostra a pequena seletividade dos filtros Gauss, mesmo com ordem elevada, como é o caso da figura.

Fig. 44 – Realização FILTRO: Lugar das raízes do PLL com filtro de loop Gauss 7ª ordem.

Notar o valor aproximado do ganho K'_I do limiar de instabilidade.

Fig.45 - Processo de captura para PLL realizado com filtro de loop Gauss 7ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de +200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.5.4 – COMENTÁRIOS SOBRE USO DE FILTROS GAUSSIANOS

Comparando as respostas em frequência obtidas para os filtros Bessel e Gauss, é possível ver a semelhança entre os comportamentos apresentados por esses filtros. Essa similaridade decorre de ambos tipos de filtros serem aproximações à característica de atraso de grupo ideal, que seria um atraso de grupo com valor constante. No caso dos filtros gaussianos, a característica de fase ideal, e portanto de atraso de grupo ideal, aparece no termo “ $e^{-j\omega T}$ ” da

função de transferência dada pela Eq.(20).

Em vista desse fato, é natural que se questione em quais aplicações um desses tipos deve ser usado em lugar do outro. Na verdade, a única aplicação realmente específica para o uso de filtros gaussianos corresponde à situação que envolve portadoras de radiofrequência moduladas por pulsos, que é o caso comumente encontrado nos sistemas de rádio digitais. Nessas situações, caso se use um PLL para a demodulação de sinais modulados em fase ou frequência, é importante que os pulsos recuperados tenham sua forma preservada o máximo possível. Assim, como os filtros gaussianos possuem a melhor resposta a degrau, sem a ocorrência de “overshoots” qualquer que seja a ordem do filtro [Zverev, 1967], [Daniels, 1974], fica evidente que é interessante utilizar esse tipo de filtro. Nos demais casos, que em geral pedem uma melhor aproximação à característica ideal de atraso de grupo, então pode ser preferível o uso dos filtros Bessel, que possuem atrasos de grupo constantes em maiores faixas de frequência, e são levemente mais seletivos que os filtros gaussianos.

Em vista da discussão acima, verifica-se que, se não houver requisitos especiais que exijam filtros de loop com seletividade alta, não há nenhuma restrição para a utilização de filtros tipo Bessel e Gauss em PLLs de sistemas ópticos. As boas características de captura verificadas para esses filtros em certas ocasiões podem ser mais importantes que a questão da seletividade.

IV.6 – REALIZAÇÕES FEITAS COM FILTROS REALIZADOS POR REDES “RC”

IV.6.1 – CARACTERÍSTICAS DE REDES “RC”

As redes elétricas denominadas “redes RC”, como sua sigla indica, são implementadas com resistores e capacitores como elementos principais. Amplificadores operacionais também são utilizados, ou como amplificadores de isolamento entre células RC, ou fazendo parte da realização de certas funções de transferência. Algumas formas típicas de redes RC são mostradas na Fig. 46.

Fig.46 – Redes RC típicas; a) Rede “escada” passiva; b) Cascata de células RC de primeira ordem com amplificadores de isolamento; c) Circuito Sallen-Key de segunda ordem.

Pode-se mostrar [Budak, 1974], [Lam, 1979] que os pólos de funções de transferência do tipo “escada” mostradas na Fig.46a estão todos localizados no semi-eixo real negativo, e que os zeros dessa rede estão todos situados no infinito. Em outras palavras, a rede da Fig.46a é do tipo só-pólo. Essa rede é bastante simples, mas como há interações entre as células adjacentes da “escada”, não é possível escolher arbitrariamente os pólos desse circuito.

Já o circuito da Fig.46b possui uma função de transferência dada pelo produto de funções de primeira ordem, cujos pólos estão no eixo real negativo e podem ser escolhidos arbitrariamente. Os amplificadores que fazem parte dessa rede funcionam como isoladores, em vista de sua impedância de entrada muito alta e de sua baixa impedância de saída. Nos dias de hoje, o custo de realização de circuito da Fig.46b é bastante baixo, em vista da disponibilidade de amplificadores operacionais com alto desempenho, grandes larguras de banda e preços baixos, viabilizando o uso desses circuitos.

Finalmente, o circuito da Fig.46c, conhecido como “circuito Sallen-Key” é um exemplo de realização de uma função de transferência ativa RC. Restringindo o ganho do amplificador, definido pelos resistores R3 e R4 na figura, o circuito sempre realiza pólos reais negativos, resultando numa função de transferência estável de segunda ordem. Existem outras configurações de circuitos ativos que realizam funções de segunda ordem, cada qual com suas vantagens e desvantagens.

Esses exemplos mostram que se pode usar redes RC bastante simples para implementar filtros de loop de PLLs onde é possível escolher arbitrariamente, dentro de certos limites, os pólos desses filtros. Em vista da limitação dos pólos ao eixo real negativo, os circuitos RC não permitem a realização de tipos padrão de filtros, e por isso são mais adequados para realizações tipo FILTRO. Assim, no que segue mostra-se um exemplo de realização FILTRO em que se utiliza um filtro RC de 4ª ordem. Esse exemplo é descrito em certo grau de detalhe, sendo ilustrativo do procedimento para todos os tipos de filtros considerados. A única diferença para os tipos padrão de filtros é que nestes últimos os pólos são determinados, enquanto que para os filtros RC existe maior liberdade na escolha da localização dos pólos.

IV.6.2 – REALIZAÇÃO PARA FILTRO RC COM PÓLO MÚLTIPLO DE ORDEM 4

Assume-se uma função de transferência com a forma

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)^4}, \quad (23)$$

onde o pólo com multiplicidade 4 foi tomado como 1, em vista do procedimento de denormalização permitir a localização desse pólo em valores que dependem apenas do ganho de malha K desejado.

Em qualquer realização RC tipo FILTRO, uma vez escolhida a forma da função de transferência é necessário primeiramente encontrar o valor de ganho do limiar de instabilidade. O polinômio do denominador do PLL com o filtro de loop que tem a função de transferência da Eq.(23) é $s'^5 + 4s'^4 + 6s'^3 + 4s'^2 + s' + K$, e é a esse polinômio que deve ser aplicado um dos procedimentos da sub-seção III.5.2 do capítulo III. Usando por exemplo o procedimento simplificado para $n = 5$, obtém-se, para $a'_4 = 4$, $a'_3 = 6$, $a'_2 = 4$ e $a'_1 = 1$, os valores $d = 5,8284$ e $d = 0,1716$. Para $d = 5,8284$ tem-se $K'_I = -112,5685$ que é inaceitável por ser um valor de ganho negativo, e para $d = 0,1716$ tem-se $K'_I = 0,5685$ que é o valor procurado.

Como verificação, o polinômio $s'^5 + 4s'^4 + 6s'^3 + 4s'^2 + s' + 0,5685$ possui um par de raízes imaginárias puras dadas por $\pm j0,4142$, além da raiz real negativa $-1,7545$ e um par de raízes complexas $-1,2228 \pm j0,7295$. Confirma-se assim que o valor $K'_I = 0,5685$ é de fato o ganho para o qual se atinge o limiar de instabilidade.

O valor K' dado pela Eq.(31) do capítulo III é $K' = b'_0/2b'_1 = 1/(2 \cdot 4) = 0,1250$. Tomando agora o valor um pouco maior dado por $K' = 0,25 \cdot K'_I = 0,1421$, e com $K = 200000$ Hz/V, obtém-se os valores e curvas mostradas a seguir.

$\omega_N = 8,84 \times 10^6$; $K_I = 5,03 \times 10^6$ s⁻¹; $\omega'_{3dBPLL} = 0,2712$; $\omega_{3dBPLL} = 2,40 \times 10^6$ rad/s ($f_{3dBPLL} = 381,97$ kHz); $\omega'_{3dBFILTRO} = 0,4350$; $\omega_{3dBFILTRO} = 3,84 \times 10^6$ rad/s ($f_{3dBFILTRO} = 611,88$ kHz).

Fig.47 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do PLL com filtro de loop dado pela Eq. (22).

Verifica-se que o valor usado para K' , embora maior que o valor dado pela Eq.(31), resulta em uma função de transferência do PLL com picos da resposta em frequência ainda com valor aceitável.

Fig.47 – Realização FILTRO: Resposta em frequência do filtro de loop RC dado pela Eq.(22).

Pode-se observar que as respostas em frequência obtidas com o uso do filtro RC da Eq.(23) apresentam seletividade semelhante às obtidas com os filtros Bessel e Gauss. A principal vantagem dos filtros RC sobre aqueles tipos de filtro é a simplicidade de realização.

Fig. 48 – Realização FILTRO: Lugar das raízes do PLL com filtro de loop RC 4ª ordem.

Notar o valor aproximado do ganho K'_l do limiar de instabilidade.

Fig.49 - Processo de captura para PLL realizado com filtro de loop RC 4ª ordem. O processo de captura se estabiliza com a frequência de saída do VCO deslocada de -200 kHz em relação à frequência central de 5 MHz.

IV.6.3 – COMENTÁRIOS SOBRE FILTROS RC

Conforme observado acima, o exemplo mostra as respostas em frequência do PLL e do filtro de loop apresentando seletividade semelhante às obtidas com os filtros Bessel e Gauss. Entretanto, em vista do circuito da Fig. 46b, que é especialmente aplicável ao caso do exemplo, a realização do filtro dado pela Eq.(23) é bastante simples. São necessários apenas componentes com preços aceitáveis, sendo que as posições dos pólos não exigem o uso de componentes de precisão.

No caso dos filtros Bessel e Gauss, bem como nos tipos mais seletivos Butterworth e Chebychev, há necessidade de tomar mais cuidado com a colocação dos pólos. Componentes com tolerâncias grandes podem provocar alterações significativas nas posições dos pólos, ocasionando alterações significativas nas respostas em frequência.

Portanto, a menos que existam requisitos especiais para os PLLs implementados, é bastante interessante considerar o uso de filtros RC para a realização dos filtros de loop. O gerador de pulsos ópticos estreitos descrito no capítulo 2 é usado em um PLL cujo filtro de loop é realizado com um filtro RC com a configuração da Fig.46a [Bogoni et al., 2006].

IV.7 – COMENTÁRIOS GERAIS

Os exemplos mostrados neste capítulo mostram que mesmo para o valor elevado assumido nos exemplos para o ganho K (2×10^5 Hz/V), obtiveram-se PLLs com as seguintes

características:

- Frequências de 3 dB tanto dos PLLs quanto dos correspondentes filtros de loop com valores realizáveis na prática, não se chegando a valores proibitivamente altos;
- Margens de estabilidade bastante grandes, que mostram que mesmo desvios grandes na tolerância dos ganhos dos VCOs usados nos PLLs ainda correspondem a ganhos K distantes do limiar de instabilidade K_I . De fato, a observação dos lugares das raízes apresentados nos diversos exemplos mostra que em muitos casos seria possível aumentar o ganho dos VCOs em até 100% e ainda ter PLLs estáveis. É claro que essas variações grandes nos ganhos dos VCOs corresponderiam, principalmente na realização PLL, a mudanças inaceitáveis nas respostas em frequência dos PLLs;
- Características de captura com tempos de aquisição (o tempo transcorrido entre o instante em que o sinal de entrada é aplicado ao PLL e o instante em que a frequência do VCO assume o valor final) da ordem de 10 microsegundos. Embora esta característica não seja tão crítica para os PLLs usados em sistemas de comunicações, onde a faixa de frequências que podem ser aceitas é o fator de maior importância, os valores obtidos mostram que o uso de filtros de ordem arbitrária também pode ser útil em outras aplicações que requerem o uso de PLLs. Novamente é importante observar que a presença de ruído tanto pode reduzir a faixa de frequências que podem ser aceitas pelos PLLs, como pode causar a degradação denominada “jitter”. Entretanto, esses efeitos do ruído podem ser observados em qualquer tipo de PLL, mesmo aqueles com filtros de loop de primeira ordem.

As características mencionadas acima mostram que as técnicas apresentadas permitem a realização de PLLs que podem ser adaptados com relativa facilidade aos requisitos de diversas situações. No caso de sistemas de comunicação, em particular sistemas ópticos que empregam técnicas semelhantes às discutidas no capítulo II, a utilização das idéias apresentadas pode contribuir de forma significativa para as implementações de PLLs com novas tecnologias.

CAPÍTULO V
CONSIDERAÇÕES FINAIS

V.1 – RESUMO DO PRESENTE TRABALHO

Neste trabalho, inicialmente se discutiu a contínua necessidade de aumento de capacidade dos sistemas de comunicação, observando que essa característica deve se acentuar nos próximos anos, em vista da disseminação cada vez maior de microcomputadores pessoais e do crescente uso da Internet. Por esse motivo, as velocidades requeridas nos sistemas de comunicação, particularmente nos sistemas ópticos, devem atingir valores tão altos que tornam inviáveis realizações desses sistemas que sejam baseadas em técnicas já existentes, em particular aquelas baseadas na tecnologia do silício.

Em vista da tendência para a introdução de novas tecnologias, foram discutidas duas propostas sugeridas na literatura, onde se utilizam técnicas ópticas na realização de PLLs a serem usados nos futuros sistemas ópticos. A análise dessas propostas mostra que os PLLs realizados pelas técnicas sugeridas devem possuir, em especial, a capacidade de aceitar em suas entradas sinais com frequências situadas dentro de faixas relativamente amplas, o que faz com que tais PLLs tenham de usar ganhos de malha K elevados.

As idéias propostas neste trabalho tem como objetivo o projeto de filtros de loop para os novos PLLs a serem usados nos sistemas ópticos em desenvolvimento. Essas técnicas procuram garantir a maior flexibilidade possível na realização de tais PLLs, por meio do uso de filtros com tipo e ordem arbitrários, nunca perdendo de vista o objetivo de realizar ganhos de malha arbitrariamente elevados. Os exemplos discutidos no capítulo IV mostram a viabilidade do uso das idéias apresentadas.

É claro que tudo o que foi discutido neste trabalho pode vir a ser útil na realização de PLLs para uso em outras aplicações científicas. Nesse contexto, a facilidade de realização de filtros RC com funções de transferência capazes de atender a requisitos de aplicações específicas pode constituir uma alternativa útil.

V.2 – SUGESTÕES PARA ATIVIDADES FUTURAS

Os filtros considerados neste trabalho são todos do tipo denominado “só-pólo”, cujas funções de transferência apresentam numeradores que consistem simplesmente de um termo constante, fazendo com que os zeros dessas funções de transferência estejam todos situados no infinito. Assim, uma extensão óbvia das técnicas aqui discutidas é o estudo de filtros com pólos e zeros finitos, que podem apresentar novas possibilidades para a realização de PLLs para os futuros sistemas ópticos.

O uso de filtros com zeros e pólos, como por exemplo filtros dos tipos Chebychev Inverso e Cauer, permitirá obter curvas de resposta mais agudas, permitindo a realização de malhas PLL

com dinâmicas não realizáveis com os filtros considerados neste trabalho. Entretanto, em vista das características ligadas à existência de funções de transferência com zeros finitos, surgem novas possibilidades de ocorrência de instabilidade. Um exemplo dessas possíveis instabilidades é exemplificado pelo uso de filtros de loop com pólos de terceira ordem na origem [Meyr e Ascheid, 1990], onde se verifica a existência de instabilidade para ganhos pequenos, e estabilidade para ganhos acima de um certo valor. Esses novos comportamentos decorrem das novas configurações possíveis para o lugar das raízes dos PLLs que incluem esses filtros.

Outras extensões possíveis devem surgir do uso de técnicas ópticas para realizar detetores de fase dos PLLs a serem usados nas novas gerações de sistemas de comunicação óptica. Até o momento, todos os detetores de fase com maior viabilidade de realização são modelados com boa aproximação por detetores de produto. No entanto, o uso de técnicas ópticas baseadas em óptica não linear pode exigir a determinação de novos modelos para os detetores de fase realizados com essas novas tecnologias.

Em conclusão, o presente trabalho pode ser o primeiro passo para o desenvolvimento de uma nova forma de metodologia para a análise e projeto de PLLs, dispositivos esses essenciais para a existência de uma grande parte dos sistemas eletrônicos que permeiam a sociedade moderna.

REFERÊNCIAS

REFERÊNCIAS

- AGIS, F.G., C. WARE, D. ERASME, R. RICKEN, V. QUIRING e W. SOHLER – “10-GHz Clock Recovery Using an Optoelectronic Phase-Locked Loop Based on Three-Wave Mixing in Periodically Poled Lithium Niobate” – IEEE Photonics Technology Letters, vol. 18, julho 2006, pag.1460.
- AGRAWAL, G.P. – “Lightwave Technology: Components and Devices” – Wiley, 2004.
- AGRAWAL, G.P. – “Lightwave Technology: Telecommunication Systems” – Wiley, 2005.
- AGRAWAL, G.P. – “Nonlinear Fiber Optics”, 4ª edição – Academic Press, 2007.
- AGRAWAL, G.P. – “Applications of Nonlinear Fiber Optics”, 2ª edição – Academic Press, 2008.
- BENNETT,P.J., T.M. MONRO, P.J. RICHARDSON – “Toward Practical Holey Fiber Technology: Fabrication, Splicing, Modeling, and Characterization” – Optics letters, vol. 24, nº 17, setembro 1999, pag. 1203.
- BELLESCIZE, H. de, - “La Réception Synchrone” – L’Onde Electrique (atual Revue de l’Electricité et de l’Electronique), vol.11, junho 1932, pag. 230.
- BERGAMO, N.S., J.ASPELL, C.R. DAVIDSON, P.R. TRISCHITTA, B.M. NYMAN e F.W. KERFOOT – Electronic Letters, vol. 27, 1991, pag. 1889.
- BEST, R.E. – “Phase-locked Loops”, 5ª edição – McGraw-Hill, 2003.
- BLINCHKOFF, H.J. e G.R.VAUGHAN – “All-Pole Phase-Locked Tracking Filters” – IEEE Transactions on Communications, vol. 30, 1982, pag. 2312.
- BLINCHKOFF, H.J. e A.I. ZVEREV – Filtering in the Time and Frequency Domains” – John Wiley and Sons, 1976.
- BLOENBERGEN, N. – “Nonlinear Optics” – Benjamin, 1964.

BOGONI, A., L. POTI, F. PONZINI, e P. GHELFI – “Electrical Equivalent Model for an Optical VCO in a PLL Synchronization Scheme for Ultrashort Optical Pulse Sources” – Journal of Lightwave Technology, vol. 24, janeiro 2006, pag. 286.

BOYD, R.W. – “Nonlinear Optics”, 3ª edição – Academic Press, 2008.

BREGNI, S. – “Synchronization of Digital Networks” – John Wiley & Sons, 2002.

BUDAK, A. – “Passive and Active Network Analysis and Synthesis” –Houghton Mifflin Company, 1974.

DANIELS, R.W. – “Approximation Methods for Electronic Filter Design” – McGraw-Hill, 1974.

CARLSON, A.B., - “Communication Systems”, 3ª edição - McGraw-Hill, 1985.

CHEN, W.-K. – “Passive and Active Filters” – John Wiley and Sons, 1986.

DORF, R.C. e R.L.BISHOP – “Modern Control Systems” – Prentice-Hall, 2001.

EGAN, W.F. – “Phase-Lock Basics” – John Wiley and Sons, 1998.

GANTMACHER, F.R. – “The Theory of Matrices”, vol.2 – Chelsea Publishing Company, 1959.

GARDNER, F. – “Phaselock Techniques”, 3ª edição – John Wiley and Sons, 2005.

GHATAK, A. e K. THYAGARAJAN – “Introduction to Fiber Optics” – Cambridge University Press, 1997.

HAYASHI, I., M.B.PANISH, P.W.FOY e S.SUMSKI - Applied Physics Letters, novembro 1970, vol. 17, pags. 109-111.

HOMAS, G.A., B.L.SHRAIMAN, P.F. GLODIS e M.J. STEPHAN – “Towards the Clarity Limit in Optical Fiber” – Nature, vol. 404, março 2000, pag. 262.

HOPKINS, H.H., e KAPANY, N.S., - “A Flexible Fibrescope Using Static Scanning” -Nature, vol. 173, janeiro 1954, pags. 39-41.

HUMPHERYS, D.S. – “The Analysis, Design, and Synthesis of Electrical Filters” – Prentice-Hall, 1970.

INTERNATIONAL TELECOMMUNICATIONS UNION – Recommendation G.742 – “Second Order Digital Multiplex Equipment Operating at 8448 kbit/s and Using Positive Justification” – ITU, Genbra, 1988.

JOHNSON, D.E. – “Introduction to Filter Theory” – Prentice-Hall, 1976.

KAILATH, T. – “Linear Systems” – Prentice-Hall, 1980.

KAMATANI, O., e S. KAWANISHI – “Ultrahigh-speed clock recovery with phase lock loop based on four-wave mixing in a traveling-wave laser diode amplifier” – Journal of Lightwave Technology, vol. 14, agosto 1996, pag. 1757.

KAO, K.C. e HOCKHAM, G.A. – “Dielectric Fiber Surface Waveguides for Optical Frequencies” - IEE Proceedings, 1966, vol. 133, pag. 1151.

KAPANY, N.S. – “Fiber Optics: Principles and Applications” - Academic Press, 1967

KAPRON, F.P., KECK, D.B. e MAURER, R.D. – “Radiation Losses in Glass Optical Waveguides” - Applied Physics Letters, novembro 1970, vol. 17, pags. 423-425.

KNIGHT, J.C., J. BROENG, T.A. BIRKS, e P.S.J. RUSSEL, - “Photonic Band Gap Guidance in Optical Fibers” – Science, vol. 282, novembro 1998, pag. 1476.

KOGELNIK, H. – “High Capacity Optical Communications: Personal Recollections” - IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 6, 2000, pag.1279.

KUH, E.S. e D.O.PEDERSON – “Principles of Circuit Synthesis” – McGraw-Hill, 1959.

LAM, H.Y-F. – “Analog and Digital Filters” – Prentice-Hall, 1979.

LATHI, B. P., - “Modern Digital and Analog Communication Systems”, 4ª edição - Oxford University Press, 2009.

LINDSEY, W.C., F. GHAZVINIAN, W.C. HAGMANN e K. DESSOUKY – “Network Synchronization” – Proceedings of the IEEE, vol. 73, 1985, pag. 1445.

MAIMAN, T. - Stimulated Optical Radiation in Ruby - Nature, vol. 187, agosto 1960, pags. 493-494.

MEYR, H. e G. ASCHEID – “Synchronization in Digital Systems: Phase-, Frequency-Locked Loops and Amplitude Control” – John Wiley and Sons, 1990.

MOORE, G.E. – “Cramming more components onto integrated circuits” – Electronics, abril 1965, vol. 38, nº 8.

OGATA, K. – “Modern Control Engineering” – Prentice-Hall, 1997.

PINHEIRO, R.B. – “Matriz de Ponderação de Fase: Sistema Robusto para Geração de Sinais de Relógio” – Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP, 2005.

PIQUEIRA, J.R.C., - “Uma Contribuição ao Estudo das Redes” – Trabalho para Obtenção da Livre-Docência, Escola Politécnica da USP – 1997.

PIQUEIRA, J.R.C., S.A. CASTILLO-VARGAS e L.H.A.MONTEIRO – “Two-Way Master-Slave Double-Chain Networks: Limitations Imposed by Linear Master Drift for Second-Order PLLs as Slave Nodes” – IEEE Communication Letters, vol. 9, 2005, pag. 829.

PIQUEIRA, J.R.C. e L.H.A.Monteiro – “All-pole phase-locked loops: Calculating Lock-in Range by using Evans Root-locus” – International Journal of Control, Taylor and Francis, vol.79, pag. 822.

RAMO, S., J.R. WHINNERY e T.VAN DUZER – “Fields and Waves in Communication Electronics”, 3ª edição – John Wiley and Sons, 1994.

RUSSEL, P., - “Photonic Crystal Fibers” – Science, vol. 299, janeiro 2003, pag. 358.

SALEH, B.A., e M.C.TEICH – “Fundamentals of Photonics”, 2ª edição – John Wiley and Sons, 2007, vol. 6, novembro/dezembro 2000, pag. 1363.

SCHWARTZ, M. – “Information Transmission, Modulation, and Noise”, 4ª edição - McGraw-Hill, 1990.

SILFVAST, W.A. – “Laser Fundamentals”, 2ª edição – Cambridge University Press, 2004.

SARUWATARI, M. – All-Optical Signal Processing for Terabit/Second Optical transmission – IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 6, novembro/dezembro 2000, pag.1363.

STENSBY, J.L. – “Phase-Locked Loops Theory and Applications” – CRC Press, 1997.

STORCH, L. – “Synthesis of Constant-Time-Delay Ladder Networks Using Bessel Polynomials” – Proceedings of the IRE, novembro de 1954, pag.1666.

USPENSKY, J.V. – “Theory of Equations” – McGraw-Hill, 1948.

VAN HEEL, A.C.S. – “A New Method of Transporting Optical Images Without Aberrations” - Nature, vol. 173, janeiro 1954, pag. 39

VAN VALKENBURG, M.E. – “Introduction to Modern Network Synthesis” – John Wiley and Sons, 1960.

VAN VALKENBURG, M.E. – “Network Analysis” – Prentice-Hall, 1974.

VAN VALKENBURG, M.E. – “Analog Filter Design” – Holt, Rinehart and Winston, 1982.

WEBER, H.-G. e M. NAKAZAWA – “Introduction to Ultra-high-speed Optical Transmission Technology”, em H.-G. Weber e M. Nakazawa, eds., “Ultrahigh-speed Optical Transmission Technology” – Springer, 2007.

ZVEREV, A.I. – “Handbook of Filter Synthesis” – John Wiley and Sons, 1967.