LEANDRO CUENCA MASSARO

**Determinação de Zeros na Matriz de Transferência de Sistemas
MIMO baseada em Análise de Correlação**

São Paulo

2014

LEANDRO CUENCA MASSARO

**Determinação de Zeros na Matriz de Transferência de Sistemas
MIMO baseada em Análise de Correlação**

Dissertação apresentada a Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador:
Prof. Dr. Claudio Garcia

São Paulo

2014

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de junho de 2014.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

Catálogo-na-publicação

Massaro, Leandro Cuenca

Determinação de zeros na matriz de transferência de sistemas MIMO baseada em análise de correlação / L.C. Massaro. -- versão corr. -- São Paulo, 2014.

91 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1.Identificação de sistemas 2.Análise estatística de dados 3.Análise de correlação I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Claudio Garcia, pela orientação e apoio, sem os quais este trabalho dificilmente seria possível.

Aos colegas do laboratório: Alain Segundo Potts, Osmel Reyes Vaillant, Raphael Quachio e Rodrigo Juliani Correa de Godoy, pelas sugestões, que enriqueceram muito este trabalho.

Aos meus pais, Carlos Alberto e Marisa, pelo seu apoio incondicional e encorajamento constante, em todas as etapas da minha vida.

À minha esposa, Márcia, por toda a compreensão e incentivo ao longo destes anos.

RESUMO

O trabalho tem por objetivo avaliar diferentes métodos para identificar zeros na matriz de transferência de sistemas MIMO e propor um método novo baseado em análise de correlação. Estes métodos são utilizados durante a etapa de pré-identificação, a fim de se obter informações relevantes que possam ser utilizadas para se reduzir o tempo dos experimentos, diminuir a variabilidade dos parâmetros dos modelos e melhorar a eficácia dos modelos remanescentes. Estes métodos são aplicados a sistemas MIMO lineares, com dados coletados em malha aberta e em malha fechada. É avaliado o ganho obtido em relação à capacidade de predição dos modelos, a redução do tempo de identificação e o ganho de desempenho do controlador MPC que utiliza estes modelos. O trabalho conclui que a informação de zeros resulta em melhorias no tempo de identificação e no desempenho do controlador MPC.

Palavras-chave: Identificação de Sistemas. Análise de Correlação. Zeros em Matriz de Transferência.

ABSTRACT

This work aims to evaluate different methods to identify zeros in the transfer matrix of MIMO systems and to propose a new method based on correlation analysis. These methods are used during the pre-identification stage in order to identify relevant information that can be used to reduce the duration of the experiment, decrease model parameter variability and improve the accuracy of the remaining models. These methods are applied to MIMO linear systems, with data collected in open and closed-loop. The gains obtained in relation to the predictive ability of the models, the reduction of identification time and the performance gain of the MPC using these models are evaluated. This work concludes that the zero information results in improvements in identification time and in performance gain of the MPC controller.

Keywords: System Identification. Correlation Analysis. Transfer Matrix Zeros.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Fluxo de Identificação de Sistemas.....	12
Figura 2.1 - Fluxo do controle MPC.....	19
Figura 3.1 - Sinais de excitação utilizados em uma planta 2x2.	35
Figura 3.2 - Processo em Malha Fechada.	40
Figura 4.1 - Benchmark Shell.	48
Figura 4.2 - Sinais de excitação - Benchmark Shell.	49
Figura 4.3 - Saídas da Planta - Benchmark Shell.....	50
Figura 4.4 - Sinais de entrada em malha fechada - Benchmark Shell.....	52
Figura 4.5 - Sinais de saída em malha fechada - Benchmark Shell.	52
Figura 4.6 - Sinais de referência MPC - Benchmark Shell.	59
Figura 4.7 - Função custo J - Benchmark Shell sem controle regulatório.	60
Figura 4.8 -- Função custo J - Benchmark Shell com controle regulatório.	60
Figura 5.1 - Processo FCC.....	64
Figura 5.2 - Sinais de excitação - FCC.....	66
Figura 5.3 - Saídas da planta - FCC.....	67
Figura 5.4 - Sinais de referência MPC - FCC.....	76
Figura 5.5 - Função custo J - FCC sem controle regulatório.	77
Figura B.1. Matriz de Causa e Efeito.....	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Estruturas de Modelos vs. Polinômios Utilizados.	22
Tabela 4.1 - Diferença de tempo na identificação (Benchmark Shell).....	55
Tabela 4.2 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta - Benchmark Shell.....	57
Tabela 4.3 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha fechada - Benchmark Shell.	57
Tabela 4.4 – Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta - Benchmark Shell (Monte Carlo 10).....	58
Tabela 4.5 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha fechada - Benchmark Shell (Monte Carlo 10).....	58
Tabela 4.6 - Função custo J - Benchmark Shell sem controle regulatório.	61
Tabela 4.7 - Função custo J - Benchmark Shell com controle regulatório.	61
Tabela 5.1 - Número de acertos por cada algoritmo.	71
Tabela 5.2 - Diferença de tempo na identificação (FCC).	72
Tabela 5.3 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta - FCC.	73
Tabela 5.4 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta – FCC (Monte Carlo 10).....	75
Tabela 5.5 - Função custo J - Benchmark Shell sem controle regulatório.	77

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	Identificação de Sistemas	11
1.2	Pré-identificação	13
1.3	Determinação de Zeros na Matriz de Transferência	13
1.4	Seleção da Estrutura do Controle	14
1.5	Análise de Correlação	15
1.6	Motivação e Objetivos	16
1.7	Contribuições.....	16
1.8	Organização do Trabalho	17
1.9	Notação	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	Controle Ótimo e MPC.....	18
2.2	Model based Predictive Control (MPC)	18
2.3	Identificação de Sistemas	20
2.3.1	Modelos Clássicos Lineares	21
2.3.2	MPC Relevant Identification (MRI).....	22
2.3.3	Identificação Multivariável.....	24
2.4	Seleção da Estrutura do Controle	25
2.4.1	Controlabilidade de Entradas e Saídas.....	26
2.5	Análise de Correlação e Identificação.....	30
2.5.1	Conceitos de Análise de Correlação	30
2.5.2	Identificação da resposta ao impulso.....	32
2.6	Determinação de Zeros na Matriz de Transferência	33
3	ALGORITMO PARA DETERMINAÇÃO DE ZEROS NA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA	34
3.1	Requisitos de Excitação.....	34
3.2	Algoritmo para Malha Aberta	35
3.2.1	Primeiro passo.....	36
3.2.2	Segundo passo.....	37
3.3	Algoritmo para Malha Fechada	39
3.3.1	Fundamentação Teórica.....	41
3.4	Algoritmo para Ordenação de Matriz Esparsa	44
3.5	Algoritmos utilizados nesta dissertação	45

4	TESTES REALIZADOS COM A PLANTA BENCHMARK SHELL	47
4.1	Descrição do Processo	47
4.2	Testes em Malha Aberta	48
4.3	Testes em Malha Fechada	51
4.4	Benefícios Obtidos	54
4.4.1	Redução do Tempo de Identificação	54
4.4.2	Melhoria da Predição dos Modelos	55
4.4.3	Melhoria do Desempenho dos Controladores	59
4.5	Conclusões	62
5	TESTES REALIZADOS COM A PLANTA FCC	64
5.1	Descrição do Processo	64
5.2	Testes em Malha Aberta	65
5.3	Benefícios Obtidos	71
5.3.1	Redução do Tempo de Identificação	71
5.3.2	Melhoria da Predição dos Modelos	72
5.3.3	Melhoria do Desempenho dos Controladores	76
5.4	Testes da Matriz Esparsa	78
5.5	Conclusões	79
6	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	81
6.1	Perspectivas de Trabalhos Futuros	81
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
	APÊNDICE A – Artigos publicados relacionados a esta dissertação	87
	APÊNDICE B – Artigos relacionados à seleção da estrutura de controle estudados, mas não utilizados nesta dissertação	88
B.1.	Acessibilidade	88
B.2.	Controlabilidade e Observabilidade dos Estados	88
B.3.	Zeros no Semi-plano Direito	89
B.4.	Eficiência da Manipulação e da Estimação	89
B.5.	Estabilidade Robusta e Desempenho Nominal Combinados	90
B.6.	Performance Robusta	90
B.7.	Controlabilidade de Entradas e Saídas	90

1 INTRODUÇÃO

A adoção de controle automático em aplicações industriais é cada vez mais abrangente, especialmente na indústria de processos. Os algoritmos de controle automático visam otimizar o desempenho de sistemas dinâmicos, melhorar a produtividade e diminuir o trabalho árduo de várias rotinas de operações manuais repetitivas (OGATA, 2009).

A teoria clássica de projeto de controles automáticos se utiliza geralmente de uma abordagem de tentativa e erro, em que diversos métodos de análise são utilizados iterativamente, a fim de se determinar os parâmetros de um controle que satisfaça um desempenho aceitável (KIRK, 2004). A maioria dos controladores utilizados em indústrias é projetada seguindo a teoria clássica. Em uma pesquisa realizada pela Honeywell em refinarias, plantas químicas, petroquímicas e de papel e celulose, das onze mil malhas de controle analisadas, 97% delas utilizam o algoritmo PID (DESBOROUGH; MILLER, 2002).

Entretanto, a busca por redução de perdas, por aumento de eficiência e utilização de sistemas mais complexos tem levado muitas indústrias a adotarem novos algoritmos de controle, como as estratégias de Controle Ótimo. Estes algoritmos geralmente dependem de um bom modelo para serem projetados.

Um modelo é uma descrição, matemática ou não, de como as variáveis de um sistema se relacionam. Alguns sistemas simples podem ser representados por modelos gráficos. Entretanto, para sistemas mais complexos, a descrição das relações entre as variáveis são moldadas através de equações matemáticas. Estas equações são denominadas modelos matemáticos ou analíticos.

Basicamente, todos os modelos devem ser desenvolvidos a partir de dados observados (LJUNG, 1999). Modelos matemáticos podem ser obtidos a partir das seguintes abordagens (GARCIA, 2005):

- Teórica: nesta abordagem, os modelos são desenvolvidos aplicando-se os princípios básicos da Física e/ou Química. Neste caso, divide-se o sistema em subsistemas, cujas propriedades são bem conhecidas de

experiências anteriores. Isto significa que a modelagem é baseada em trabalhos experimentais anteriores e nas “leis da natureza”. Esta abordagem é conhecida como modelagem fenomenológica. Testes podem ser realizados para se determinar os parâmetros descritos pelos modelos teóricos.

- Empírica ou Heurística: esta abordagem utiliza observação direta dos dados operacionais do processo obtidos a partir de experimentos. Sinais de entrada e saída do sistema são gravados e análises são realizadas visando inferir um modelo. Esta abordagem é conhecida como identificação de sistemas.
- Por analogia: utiliza equações que descrevem um sistema análogo, com as variáveis identificadas por analogia em base individual. Por exemplo, o modelo de um sistema elétrico do tipo R-L-C pode ser usado para descrever um sistema mecânico do tipo massa-mola-amortecedor.

A utilização de algoritmos de Controle Ótimo é mais ampla em sistemas MIMO (Multiple Input, Multiple Output), que contêm várias entradas e várias saídas que se relacionam. Isto ocorre, pois os algoritmos PID normalmente operam com apenas uma entrada e uma saída. Em sistemas MIMO, os modelos podem ser representados através de matrizes de funções de transferência. Quando uma saída não é afetada pela ação de uma entrada, a função de transferência deste par é zero e, portanto, diz-se que há um zero na matriz de transferência na posição composta por este conjunto.

A presente dissertação apresenta um estudo de alguns métodos existentes para detectar zeros na matriz de transferência e também propõe um novo método. Esta análise é realizada previamente à identificação, durante uma etapa preliminar conhecida como pré-identificação.

1.1 Identificação de Sistemas

Uma parte não trivial de qualquer problema de controle é a modelagem do processo. A Identificação de Sistemas é uma abordagem que utiliza um conjunto de algoritmos para a obtenção de modelos matemáticos que

representem os sistemas dinâmicos. O resultado da identificação é um modelo estatístico que representa as relações entre as entradas e saídas do sistema.

Há duas classes de métodos de identificação:

- Métodos não paramétricos: são métodos de identificação que não partem de uma estrutura pré-selecionada, mas sim busca formas de descrever o comportamento do sistema de maneira direta. Alguns exemplos são o método de análise do transiente, método de análise da resposta em frequência, método baseado em análise de correlação e método baseado em análise espectral (SÖDERSTRÖM; STOICA, 2001);
- Métodos paramétricos: são métodos que se baseiam em uma estrutura pré-estabelecida (candidatos ao modelo pré-selecionados) e que buscam determinar os parâmetros que caracterizem o “melhor” modelo.

O processo de Identificação de Sistemas é cíclico e passa pelas seguintes etapas: projeto do experimento, coleta de dados, seleção da estrutura dos candidatos a modelo, definição do critério de estimação dos parâmetros do modelo, cálculo do modelo e sua validação. O ciclo de identificação é representado na Figura 1.1.

Figura 1.1 - Fluxo de Identificação de Sistemas.

Fonte: Autor.

A primeira etapa é o Projeto do Experimento. Esta etapa consiste na determinação dos sinais a serem utilizados, bem como na escolha do período

ideal de testes. Para a determinação dos sinais a serem utilizados, quanto mais informações sobre o processo estiverem disponíveis, melhor o experimento poderá ser projetado.

A segunda etapa é a coleta dos dados. Nesta etapa, os sinais de entradas e saídas são armazenados em algum sistema para futura análise.

As demais etapas são normalmente realizadas *off-line*, ou seja, sem afetar o processo. Normalmente, caso o modelo selecionado não tenha sucesso durante a etapa de validação, apenas as etapas *off-line* são repetidas. Entretanto, em alguns casos, um novo projeto do experimento e uma nova coleta de dados se fazem necessários.

1.2 Pré-identificação

A Pré-identificação é uma etapa anterior à identificação, que visa adquirir informações do processo a fim de se melhorar o projeto do experimento. O intuito desta etapa é reduzir o número de iterações da identificação.

Geralmente utiliza-se um sinal simples, como um pulso ou uma onda quadrada. O intuito é obter informações acerca da ordem do sistema, o tempo morto, o tempo de acomodação, entre outras informações (MASSARO; POTTS; GARCIA, 2013).

Nesta dissertação, os testes realizados para determinação de zeros na matriz de transferência são conduzidos durante esta etapa.

1.3 Determinação de Zeros na Matriz de Transferência

A determinação de zeros na matriz de transferência busca encontrar conjuntos de entradas e saídas que não possuam acoplamento ou que o relacionamento entre a entrada e saída seja fraco o suficiente para ser desconsiderado. A Equação (1-1) apresenta um caso de sistema MIMO com um zero na matriz de transferência:

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & 0 \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} e(t) \quad (1-1)$$

em que:

- $u_i(t)$ é a entrada i do processo, $i=1$ ou 2 ;
- $y_j(t)$ é a saída j do processo;
- G_{ij} é a função de transferência do modelo nominal que relaciona a saída i e a entrada j do processo;
- H_i é a função de transferência do modelo de perturbação referente à saída i do processo;
- $e(t)$ é ruído branco gaussiano.

Na equação (1-1), a saída $y_1(t)$ depende apenas da entrada $u_1(t)$, ou seja, não depende da entrada $u_2(t)$, o que é representado por um zero na matriz de transferência na linha 1, coluna 2.

Poucos trabalhos referentes à determinação de zeros na matriz de transferência foram encontrados na literatura existente. Entretanto, os métodos de seleção da estrutura do controle foram estudados e aplicados, por se assemelharem à busca do acoplamento entre as variáveis de entradas e saídas.

1.4 Seleção da Estrutura do Controle

Conforme proposto em (WAL; JAGER, 2001), o projeto dos controladores envolve seis etapas: primeiramente, os objetivos do controle são definidos. A segunda etapa é a caracterização do modelo nominal do processo em questão. Esta etapa, conforme citado anteriormente, pode ser realizada através de modelagem fenomenológica ou através de técnicas de identificação de sistemas. Na terceira etapa, a seleção da estrutura do controle é escolhida. A quarta etapa é o projeto da matriz de controle. Em sequência, o controle é avaliado e seus parâmetros são sintonizados. Por fim, o controle é implantado.

A seleção da estrutura do controle é composta normalmente por duas etapas, a Seleção de Entradas e Saídas e a Seleção da Configuração do Controle. A Seleção de Entradas e Saídas é uma etapa que visa selecionar as variáveis u (entradas do processo) para serem manipuladas pelo controlador e as variáveis y (saídas do processo) a serem fornecidas ao controlador. Cada conjunto de y e u é conhecido como um par de entrada e saída (*IO set*).

A Seleção da Configuração do Controle é relevante para os casos de controle descentralizado. Esta etapa estabelece quais saídas do processo serão utilizadas para determinar cada ação de controle, possibilitando reduzir o controlador em outros controladores menores, descentralizados.

Em todas as referências encontradas na literatura, a discussão de seleção de entradas e saídas e busca por controles descentralizados é realizada apenas na terceira etapa do projeto do controlador, ou seja, após se ter um modelo do processo já definido. Nesta dissertação, esta discussão é realizada antes da definição do modelo.

1.5 Análise de Correlação

O coeficiente de correlação é um índice que representa a interdependência entre duas variáveis. Este coeficiente é amplamente utilizado quando se busca verificar se uma variável tem efeito sobre outra em um processo.

O coeficiente de correlação mais utilizado é o coeficiente de Pearson, ou também conhecido como coeficiente do produto do momento. Este coeficiente é aplicado a duas variáveis e é dado pela divisão de sua covariância pelo produto do desvio padrão destas duas. A equação (1-2) apresenta o coeficiente de correlação:

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E[(\mathbf{x} - \mu_x)(\mathbf{y} - \mu_y)]}{\sigma_x \sigma_y} \quad (1-2)$$

em que:

- $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ são as variáveis analisadas;
- σ_x e σ_y são os desvios padrão das variáveis;
- E é o operador esperança;
- cov representa a covariância cruzada entre $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;
- μ_x e μ_y são as médias das variáveis.

O coeficiente de correlação de Pearson é igual a 1 se a correlação linear das variáveis for perfeita, igual a zero se não existir dependência entre as variáveis e, igual a -1, se as variáveis tiverem uma dependência perfeitamente oposta,

ou seja, uma variável responde ao estímulo da outra com a mesma amplitude, entretanto, com sinal invertido.

O coeficiente de correlação foi utilizado nesta dissertação como uma forma de se observar a dependência entre os pares de entradas e saídas do processo.

1.6 Motivação e Objetivos

Conforme discutido anteriormente, assuntos relacionados a controle descentralizado e seleção de entradas e saídas são normalmente discutidos após o modelo do processo já estar caracterizado. Além disso, acredita-se que a determinação de zeros da matriz de transferência antes da identificação traz ganhos, como redução do tempo de identificação, melhoria da predição dos modelos, melhoria do desempenho dos controladores baseados nestes modelos e simplificação do projeto dos experimentos de identificação. Além destes ganhos, a determinação de zeros da matriz de transferência também traz conhecimento acerca do processo.

Desta maneira, os objetivos do trabalho consistem em:

- Analisar os algoritmos de Seleção de Entradas e Saídas para determinação de zeros da matriz de transferência durante a pré-identificação;
- Desenvolvimento de um novo algoritmo baseado em análise de correlação;
- Utilizar os algoritmos tanto para malha aberta quanto para malha fechada (com controle regulatório);
- Analisar os reais ganhos obtidos com a informação dos zeros da matriz de transferência durante e após a identificação.

1.7 Contribuições

Dentre as contribuições deste trabalho, devem ser destacadas:

- Avaliação dos algoritmos de Seleção de Entradas e Saídas e proposta de um novo algoritmo para determinação de zeros na matriz de transferência;

- Avaliação do ganho de desempenho do controlador MPC, utilizando-se da informação de zeros na matriz de transferência (MASSARO; POTTS; GARCIA, 2013).

1.8 Organização do Trabalho

O trabalho está organizado da seguinte forma: o primeiro capítulo apresenta uma breve introdução sobre a determinação de zeros na matriz de transferência e sua importância. No segundo capítulo, a revisão bibliográfica apresenta os principais algoritmos de Seleção de Entradas e Saídas utilizados neste trabalho e as bases utilizadas para o desenvolvimento do algoritmo para determinação de zeros na matriz de transferência. O terceiro capítulo apresenta o algoritmo para determinação de zeros na matriz de transferência. O quarto capítulo apresenta os testes realizados com uma planta 2 x 2, tanto em malha aberta quanto em malha fechada. O quinto capítulo apresenta os resultados obtidos com testes realizados em uma planta 7 x 6 simulada em malha aberta. Finalmente, o sexto capítulo apresenta as conclusões consagradas e perspectivas de trabalhos futuros.

1.9 Notação

No trabalho, adota-se a seguinte convenção para representar as equações:

- As variáveis representadas por letras maiúsculas em negrito representam matrizes;
- As variáveis representadas por letras minúsculas em negrito representam vetores coluna;
- As variáveis representadas por letras maiúsculas ou minúsculas em itálico representam valores escalares.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos teóricos que são utilizados nesta dissertação.

2.1 Controle Ótimo e MPC

O Controle Ótimo é uma técnica avançada que visa melhorar o desempenho dos sistemas. O objetivo da teoria de controle ótimo é determinar os sinais de controle que irão levar o processo a satisfazer as restrições físicas e ao mesmo tempo minimizar (ou maximizar) um critério de desempenho (KIRK, 2004).

A formulação do problema de Controle Ótimo requer os seguintes itens:

- Construção de um modelo matemático que represente o processo a ser controlado;
- Descrição das restrições físicas;
- Especificação do critério de desempenho.

O Model based Predictive Control (MPC) é uma técnica de controle avançado, baseada na teoria de Controle Ótimo, que é amplamente utilizada na indústria de processos. As primeiras aplicações do MPC são datadas do final dos anos 1970 e os algoritmos MPC vêm se desenvolvendo desde então (CAMACHO; BORDONS, 2004).

Nas aplicações em indústrias de processos, o MPC geralmente é implantado como uma camada de Controle Supervisório. O Controle Regulatório é mantido e o MPC gera os *setpoints* para estes controladores. Esta também foi a abordagem adotada para os exemplos apresentados nesta dissertação.

2.2 Model based Predictive Control (MPC)

Há vários algoritmos de MPC disponíveis, entretanto, todos seguem a mesma estratégia (CAMACHO; BORDONS, 2004):

- Utilização de um modelo para prever as saídas do processo em um instante futuro (horizonte);

- Cálculo da sequência de ações de controle que minimize uma função objetivo;
- Recalcular e reaplicar a sequência de ações de controle a cada passo, buscando assim corrigir possíveis desvios e aproximando a resposta ao desejado no horizonte analisado, aplicando-se apenas a primeira ação de controle a cada passo.

Assim como outras estratégias de controle ótimo, o desempenho do controle está diretamente relacionado com a função objetivo e ao modelo utilizados.

O algoritmo MPC pode ser utilizado diretamente para gerar as ações de controle finais. Entretanto, a maioria das aplicações industriais utiliza o MPC como um controle supervisor e mantém o controle regulatório (QUACHIO, 2012).

Conforme apresentado na Figura 2.1, o MPC (Controlador Supervisor) recebe um *target* de controle e gera um *setpoint* para o controlador regulatório baseado em sua função objetivo.

Figura 2.1 - Fluxo do controle MPC.

Fonte: Autor.

Dentre os vários algoritmos MPC, o utilizado nesta dissertação foi o Quadratic Dynamic Matrix Control (QDMC) (GARCIA; MORSHEDI, 1986). Este algoritmo utiliza uma função objetivo que é descrita pela equação (2-1):

$$J = \min_{\Delta u} ((\mathbf{e} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{u})^T \mathbf{\Gamma} (\mathbf{e} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{u}) + (\Delta \mathbf{u})^T \mathbf{F}^2 \Delta \mathbf{u}) \quad (2-1)$$

sujeitos a:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\min} &\leq \mathbf{u}_i \leq \mathbf{u}_{\max} \\ \Delta \mathbf{u}_{\min} &\leq \Delta \mathbf{u}_i \leq \Delta \mathbf{u}_{\max} \\ \mathbf{y}_{\min} &\leq \mathbf{y}_i \leq \mathbf{y}_{\max} \end{aligned} \quad (2-2)$$

em que:

- $\Delta \mathbf{u}$ é o vetor diferencial do sinal de entrada;
- $\mathbf{A}$ é a matriz que representa a dinâmica do processo;
- $\mathbf{\Gamma}$ é a matriz de pesos;
- $\mathbf{F}$ é a matriz de supressão móvel;
- $\mathbf{e}$ é o vetor de erros definido por:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}_{sp} - \mathbf{y}^P - \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2-3)$$

em que:

- $\mathbf{y}_{sp}$ é o vetor de *setpoints*;
- $\mathbf{y}^P$ é o vetor de predições;
- $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor de erros entre o valor medido e o valor predito de $\mathbf{y}(\mathbf{t}_0)$, o que consiste nos efeitos das mudanças nas variáveis manipuladas passadas nos valores de ação de controle futuros.

Como a maioria dos controladores ótimos, o QDMC visa minimizar o índice de desempenho J , ou seja, um menor valor de J representa um controle melhor.

2.3 Identificação de Sistemas

A representação clássica de um modelo SISO (*Single input, Single output*) é descrita pela equação (2-4):

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t) \quad (2-4)$$

em que:

- $y(t)$ é a saída do processo;
- $u(t)$ é a entrada do processo;
- $G(q)$ é o modelo do processo;
- $H(q)$ é o modelo de perturbação do processo;

- q é o operador de avanço unitário (q^{-1} é o operador de atraso unitário);
- $e(t)$ é ruído branco gaussiano.

Conforme apresentado anteriormente, existem diversas estruturas de modelos utilizadas na identificação de sistemas. Aqui são apresentadas apenas as estruturas utilizadas nesta dissertação.

2.3.1 Modelos Clássicos Lineares

Das estruturas de modelos clássicos lineares, foram utilizadas nesta dissertação as estruturas Finite Impulse Response (FIR), Auto-Regressive with eXtra inputs (ou eXogenous variables – ARX) e Box-Jenkins (BJ).

A seguinte equação descreve de forma geral as estruturas de modelos clássicos lineares para o caso SISO (*Single input, Single output*):

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t) \quad (2-5)$$

em que:

- $A(q)$, $B(q)$, $C(q)$, $D(q)$ e $F(q)$ são cinco polinômios cujos parâmetros são alvo da identificação;

Os parâmetros das estruturas FIR e ARX podem ser obtidos por meio de soluções analíticas através de Regressão Linear (método dos mínimos quadrados). Os parâmetros da estrutura FIR também podem ser obtidos através da resposta impulsiva do processo. A solução para a estrutura BJ é obtida através de um método de otimização não-linear, que não possui garantia de convergência para o mínimo global (QUACHIO, 2012). O que diferencia uma estrutura da outra nos modelos clássicos é quais polinômios são utilizados.

Tabela 2.1 - Estruturas de Modelos vs. Polinômios Utilizados.

Estrutura	Polinômios Utilizados
FIR	$B(q)$
ARX	$A(q)$ e $B(q)$
BJ	$B(q)$, $F(q)$, $C(q)$ e $D(q)$

A Tabela 2.1 apresenta os polinômios utilizados por cada uma das estruturas mencionadas. Nestes casos, os demais polinômios são substituídos pelo valor “1”.

Uma descrição mais detalhada destas e de outras estruturas de modelos clássicos lineares pode ser encontrada em (LJUNG, 1999).

2.3.2 MPC Relevant Identification (MRI)

As estruturas de modelos clássicos lineares apresentados na subseção 2.3.1 são normalmente utilizadas com métodos de identificação de erro predição. Os métodos de erro de predição (*PEM – Prediction Error Methods*) são uma família amplamente utilizada, que visa minimizar o erro de predição do modelo um passo à frente.

Entretanto, os controladores MPC requerem modelos que possam prever o comportamento muitos passos à frente (GOPALUNI; PATWARDHAN; SHAH, 2002). O trabalho de (SHOOK; MOHTADI; SHAH, 1991) foi um dos primeiros a discutir este problema e propor um método que vise minimizar o erro de predição k passos à frente. Este trabalho deu início a uma família de métodos conhecida como MPC Relevant Identification (MRI).

Dentre os métodos MRI existentes, os métodos a seguir foram utilizados nesta dissertação.

2.3.2.1 MRI Gopaluni

O método proposto em (GOPALUNI; PATWARDHAN; SHAH, 2004) utiliza uma função de minimização para o erro de predição de muitos passos à frente. Os

autores postulam que a qualidade da predição depende tanto do modelo determinístico (modelo do processo) quanto do modelo estocástico (modelo de perturbação). Além disso, este trabalho mostra que a identificação “ótima” do modelo de perturbação é o passo mais importante na identificação MRI para estruturas FIR. Dito isso, o algoritmo proposto neste trabalho é o seguinte:

1. Inicialmente, fixa-se o modelo de perturbação ($H(q)=1$) e identifica-se um modelo FIR para o processo;
2. Com o modelo da planta determinado, o modelo de perturbação “ótimo” é determinado, minimizando-se o erro de predição.

Por fim, o modelo final assemelha-se à estrutura BJ com $F(q)=1$.

2.3.2.2 MRI Huang

O método proposto por (HUANG; WANG, 1999) é uma extensão do método proposto por (SHOOK; MOHTADI; SHAH, 1991), trabalhando com dados pré-filtrados. A diferença entre os dois trabalhos é que o método de (SHOOK; MOHTADI; SHAH, 1991) trabalha com estruturas ARX, enquanto que o método proposto por (HUANG; WANG, 1999) permite trabalhar com qualquer estrutura para estimação do modelo, como a estrutura BJ. O método proposto por (HUANG; WANG, 1999) também é conhecido como MPEM (Multi-step Prediction Error Method) e utiliza o seguinte algoritmo:

1. Primeiramente, identifica-se um modelo com os dados de entradas $y(t)$ e saídas $u(t)$ utilizando-se o método de erro de predição um passo à frente (PEM), obtendo-se o modelo do processo $G(q)$ e o modelo de perturbação $H(q)$;
2. Filtram-se as entradas e saídas $y(t)$ e $u(t)$ utilizando-se um filtro definido para o número de passos a que se destina a predição;
3. Executa-se a identificação de um modelo de estrutura Output Error (polinômios $B(q)$ e $F(q)$ diferentes de 1), utilizando os dados filtrados de entradas e saídas para determinar o modelo nominal do processo $G(q)$ e que minimize a função de erro de predição de k passos à frente.

Para maiores detalhes sobre o filtro utilizado ou sobre o algoritmo deste método, consulte (HUANG; WANG, 1999).

2.3.2.3 MRI EMPEM

O método EMPEM (*Enhanced MPEM*) apresentado por (POTTS; ROMANO; GARCIA, 2012) consiste em uma nova abordagem, que combina características do método MRI Huang (item 2.3.2.2) e do método MRI Gopaluni (item 2.3.2.1), incluindo algumas melhorias nos algoritmos originais.

O algoritmo deste novo método é o seguinte:

1. Inicialmente, fixa-se o modelo de perturbação ($H(q)=1$) e identifica-se um modelo ARX de alta ordem para o processo;
2. Com este modelo da planta, o modelo de perturbação “ótimo” é determinado, minimizando-se o erro de predição;
3. Filtram-se as entradas e saídas $y(t)$ e $u(t)$, utilizando-se um filtro definido para o número de passos a que se destina a predição;
4. Executa-se a identificação de um modelo de estrutura Output Error, utilizando os dados filtrados de entradas e saídas para determinar o modelo do processo $G(q)$ e que minimize a função de erro de predição de k passos à frente.

2.3.3 Identificação Multivariável

Até este tópico, todas as estruturas e métodos apresentados foram descritos para o caso SISO (*Single input, Single output*). O problema adicional quando se trata de casos MIMO (*Multiple input, Multiple output*) é que a estrutura interna é mais rica, o que torna a parametrização não trivial (LJUNG, 1999).

A fim de demonstrar esta complexidade, a estrutura ARX MIMO é apresentada. Considere $\mathbf{u}(t)$ um vetor de dimensão m e $\mathbf{y}(t)$ um vetor de dimensão p . A equação que descreve o caso ARX MIMO é dada por:

$$\mathbf{y}(t) + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}(t-1) + \dots + \mathbf{A}_{na} \mathbf{y}(t-na) = \mathbf{B}_1 \mathbf{u}(t-1) + \dots + \mathbf{B}_{nb} \mathbf{u}(t-nb) + \mathbf{e}(t) \quad (2-6)$$

em que $\mathbf{A}_i$ são matrizes de ordem $p \times p$ e $\mathbf{B}_i$ são matrizes de ordem $p \times m$.

Como $\mathbf{y}(t)$ é um vetor que apresenta todas as saídas do processo, pode-se observar que é possível que uma saída tenha dependência de valores passados de outras saídas, ou seja, pode-se observar acoplamento de saídas.

Assim sendo, quando não há acoplamento entre as saídas, é possível representar um modelo MIMO de ordem $m \times p$ por p modelos MISO (*Multiple input, Single output*) de ordem $m \times 1$. Para estes casos, é possível utilizar regressão linear, sendo que os algoritmos para identificação MISO apresentam exatamente a mesma estrutura dos algoritmos de identificação SISO (QUACHIO, 2012).

Nesta dissertação, todos os modelos multivariáveis são identificados como múltiplos modelos MISO.

2.4 Seleção da Estrutura do Controle

Conforme apresentado na seção 1.4, a seleção da estrutura do controle é uma das etapas do projeto de um controlador. Os métodos utilizados para seleção da estrutura de controle foram estudados e alguns foram implementados na determinação de zeros da matriz de transferência por possuírem objetivos semelhantes. Entretanto, apenas os métodos que não dependem de muitas informações do modelo nominal e que apresentam uma busca direta das soluções, ou seja, que permitem a análise de todos os conjuntos de entradas e saídas ao mesmo tempo foram utilizados.

O trabalho desenvolvido por (WAL; JAGER, 2001) apresenta um estudo extensivo sobre os métodos para seleção de entradas e saídas na etapa de seleção da estrutura do controle. Neste trabalho, além de apresentar diversos métodos, também são apresentadas as características esperadas de um método para seleção de entradas e saídas. O trabalho de (WAL; JAGER, 2001) também classifica os métodos de seleção de entradas e saídas em grupos cujas características se assemelham e esta dissertação segue a mesma classificação.

Nesta seção são apresentados apenas os métodos utilizados nesta dissertação. Outros métodos estudados são apresentados no APÊNDICE B.

2.4.1 Controlabilidade de Entradas e Saídas

Os métodos baseados em controlabilidade de entradas e saídas buscam determinar quais candidatos a conjuntos de entradas e saídas serão eliminados ou mantidos, baseado em uma medida quantitativa desta controlabilidade.

Um processo possui controlabilidade de entradas e saídas se um desempenho aceitável pode ser obtido, isto é, as saídas $\mathbf{y}$ e as entradas $\mathbf{u}$ podem ser mantidas pequenas na presença de: incertezas do modelo, variações do *setpoint*, distúrbios e ruído nos sinais dos sensores (OGATA, 2009).

Há vários métodos que aplicam o conceito de controlabilidade de entradas e saídas e a base destes métodos é a Decomposição em Valores Singulares.

2.4.1.1 Decomposição em Valores Singulares

A Decomposição em Valores Singulares é uma fatoração de uma matriz real ou complexa. Uma matriz complexa de dimensões $m \times n$ pode ser fatorada conforme apresentado na equação (2-7):

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^* \quad (2-7)$$

em que:

- $\mathbf{M}$ é uma matriz de dimensões $m \times n$;
- $\mathbf{U}$ é uma matriz unitária $m \times m$;
- $\mathbf{V}^*$ é o conjugado transposto da matriz unitária $n \times n$;
- Σ é uma matriz retangular bloco diagonal com números reais não negativos nas diagonais de cada bloco diagonal.

Os valores da diagonal da matriz Σ são conhecidos como valores singulares da matriz $\mathbf{M}$. As m colunas da matriz $\mathbf{U}$ e as n colunas da matriz $\mathbf{V}$ são chamadas de vetores singulares esquerdo e vetores singulares direito da matriz $\mathbf{M}$, respectivamente.

Os valores singulares e os autovalores são relacionados da seguinte forma:

- Os vetores singulares esquerdo de $\mathbf{M}$ são os autovetores de $\mathbf{M}\mathbf{M}^*$;
- Os vetores singulares direito de $\mathbf{M}$ são os autovetores de $\mathbf{M}^*\mathbf{M}$;

- Os valores singulares não negativos de $\mathbf{M}$ (encontrados na diagonal de cada bloco diagonal de Σ) são iguais à raiz quadrada dos autovalores não negativos de $\mathbf{M}\mathbf{M}^*$ e $\mathbf{M}^*\mathbf{M}$.

2.4.1.2 Relative Gain Array (RGA)

O Relative Gain Array (RGA) foi introduzido por (BRISTOL, 1966) como uma forma de se medir a interação entre as variáveis do processo.

O RGA é uma matriz de ganhos normalizada que descreve o impacto de cada variável de controle em cada saída. A normalização destes ganhos é baseada no potencial de impacto de cada par de entrada e saída (CAREY *et al.*, 2007).

Conceitualmente, o RGA pode ser descrito pela equação (2-8):

$$\mathbf{RGA} = \mathbf{\Lambda} = [\lambda_{ij}]_{m \times m} \quad (2-8)$$

em que λ_{ij} é a razão entre k_{ij} , ganho estacionário da saída i em relação à entrada j com todas as malhas abertas, e k_{ij}^* , ganho estacionário da saída i em relação à entrada j com apenas esta malha aberta.

Se o processo não apresentar o mesmo número de entradas e saídas ($m \neq n$), então o NSRGA (non-square RGA) deve ser utilizado.

Há duas formas de se calcular o RGA, sendo a primeira experimentalmente e a segunda através da matriz de ganhos estacionários do processo.

Para se realizar o cálculo de forma experimental, deve-se inicialmente abrir todas as malhas e levantar o ganho estacionário de todas elas. A segunda etapa é fechar todas as malhas e abrir uma a uma e levantar o ganho estacionário da malha aberta.

O cálculo através de ganhos estacionários do processo considera a matriz $\mathbf{K}$ de ganhos estacionários:

$$\mathbf{y} = \mathbf{K}\mathbf{u} \quad (2-9)$$

Para o caso em que a matriz $\mathbf{K}$ é uma matriz quadrada $m \times m$, o RGA pode ser calculado pela seguinte equação:

$$\mathbf{RGA} = \mathbf{K} \mathbf{x} (\mathbf{K}^{-1})^T \quad (2-10)$$

em que $\mathbf{K}^{-1}$ é a matriz inversa de $\mathbf{K}$ e o operador (x) denota a multiplicação elemento por elemento.

Para o caso em que a matriz $\mathbf{K}$ não é uma matriz quadrada, o RGA pode ser calculado pela equação (2-11):

$$\mathbf{RGA} = \mathbf{K} \mathbf{x} (\mathbf{K}^+)^T \quad (2-11)$$

em que $\mathbf{K}^+$ é a matriz pseudo-inversa (CHANG; YU, 1990).

Diversos trabalhos foram publicados utilizando o RGA como uma ferramenta para a seleção da estrutura de controle e também para o problema de controle descentralizado. Os trabalhos de (CHANG; YU, 1990), (CAO; BISS, 1996) e (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 1996) apresentam formas de se realizar a seleção de entradas e saídas de maneira direta através do RGA.

O trabalho de (CHANG; YU, 1990) mostrou que é possível utilizar a soma dos elementos das linhas da matriz para seleção das saídas a serem utilizadas. Já (CAO; BISS, 1996) ampliou esta análise para utilizar a soma dos elementos das colunas da matriz para seleção das entradas a serem utilizadas. Em ambos os casos, se a soma for muito menor que um, o item em análise (entrada ou saída) deve ser desconsiderado.

Nesta dissertação, uma adaptação do método proposto em (CAO; BISS, 1996) foi utilizada. Conforme citado na subseção 2.3.3, os sistemas MIMO foram separados em diversos sistemas MISO e o RGA foi calculado para cada um dos sistemas MISO. Após este cálculo, o maior valor de cada linha é selecionado. Os demais elementos desta linha são comparados ao maior valor e, caso o valor seja muito menor (determinado por um percentual), o relacionamento entre a entrada e a saída é desconsiderado.

2.4.1.3 Singular Input Effectiveness (SIE)

O Singular Input Effectiveness (SIE) é o método desenvolvido em (CAO; ROSSITER, 1997) que verifica quais entradas devem ser utilizadas pelo sistema de controle.

Considera-se que o processo seja descrito pela equação (2-9), em que $\mathbf{K}$ é a matriz de ganhos estacionários. Inicialmente, decompõe-se o vetor de entradas do processo $\mathbf{u}$ como a equação (2-12):

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_n + \mathbf{u}_c \quad (2-12)$$

em que $\mathbf{u}_n$ é a projeção de $\mathbf{u}$ sobre $\mathbf{K}_0$ e $\mathbf{u}_c$ é a projeção de $\mathbf{u}$ sobre $\mathbf{K}_0^\perp$, sendo $\mathbf{K}_0$ o espaço nulo de $\mathbf{K}$ e $\mathbf{K}_0^\perp$ o complemento ortogonal de $\mathbf{K}_0$ (espaço linha). Com isso, tem-se:

$$\mathbf{y} = \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{u}_n + \mathbf{K}\mathbf{u}_c = \mathbf{K}\mathbf{u}_c \quad (2-13)$$

O método SIE possui dois índices. O primeiro índice é o Input Effectiveness (IE) η , que mede a eficiência da entrada:

$$\eta = \frac{\|\mathbf{u}_c\|_2}{\|\mathbf{u}\|_2} \quad (2-14)$$

O segundo índice é o Input Ineffectiveness (IIE) ζ , que é dado por:

$$\zeta = \frac{\|\mathbf{u}_n\|_2}{\|\mathbf{u}\|_2} \quad (2-15)$$

O índice IE (η_i) referente à entrada $\mathbf{u}_i$ do processo pode ser calculado utilizando-se a equação (2-16):

$$\eta_i = \|\mathbf{K}^+ \mathbf{K} \mathbf{e}_i\|_2 \quad (2-16)$$

em que $\mathbf{K}^+$ é a matriz pseudo-inversa de $\mathbf{K}$ e $\mathbf{e}_i$ é a coluna i da matriz identidade.

Utilizando-se a Decomposição em Valores Singulares, descrita no item 2.4.1.1, obtém-se então o índice IE para a entrada $\mathbf{u}_i$:

$$\eta_i = \|\mathbf{K}^+ \mathbf{K} \mathbf{e}_i\|_2 = \|\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_1^* \mathbf{e}_i\|_2 = \|\mathbf{V}_1^* \mathbf{e}_i\|_2 = \sqrt{\mathbf{e}_i^T \mathbf{V}_1 \mathbf{V}_1^* \mathbf{e}_i} = \sqrt{\mathbf{e}_i^T \mathbf{K}^+ \mathbf{K} \mathbf{e}_i} \quad (2-17)$$

em que $\mathbf{V}_1$ são as primeiras k colunas de $\mathbf{V}$, sendo k o posto de $\mathbf{K}$.

Uma característica importante apresentada em (CAO; ROSSITER, 1997) é que o método SIE independe das escalas do processo, ou seja, não é necessário normalizá-lo para o cálculo do SIE. Além disso, este trabalho ainda apresenta uma relação entre o índice IE e o NSRGA:

$$\sum_{i=1}^m \lambda_{ij} = \eta_i^2 \quad (2-18)$$

em que λ_{ij} é o elemento ij da matriz NSRGA de **K**.

O critério de seleção das entradas utilizado em (CAO; ROSSITER, 1997) é o seguinte: caso o valor de $\eta_i^2 \leq 0,5$, então a entrada i deve ser desconsiderada, caso contrário, ela deve ser considerada.

O trabalho de (HAVRE; SKOGESTAD, 1996) expandiu a utilização do método SIE para a seleção de saídas.

Nesta dissertação, uma adaptação do método SIE foi utilizada. Conforme citado na subseção 2.3.3, os sistemas MIMO foram separados em diversos sistemas MISO e o SIE foi calculado para cada um dos sistemas MISO. Após este cálculo, o maior valor de cada linha é selecionado. Os demais elementos desta linha são comparados ao maior valor e, caso o valor seja muito menor (determinado por um percentual), o relacionamento entre a entrada e a saída é desconsiderado.

O método SIE e o método RGA foram utilizados nesta dissertação por serem métodos diretos e que dependem de poucas informações do processo (apenas o ganho em estado estacionário).

2.5 Análise de Correlação e Identificação

Conforme apresentado na seção 1.1, a análise de correlação é um método não paramétrico para identificação. As funções de correlação são utilizadas para estimar a resposta ao impulso de um sistema (AGUIRRE, 2007).

Apesar desta dissertação não utilizar identificação por análise de correlação conforme apresentado nesta seção, a fundamentação teórica apresentada é utilizada como base para demonstração de conceitos utilizados.

2.5.1 Conceitos de Análise de Correlação

Para melhor entender como a análise de correlação é utilizada na identificação, se faz necessário definir alguns conceitos:

- A função de autocorrelação de $x(t)$ é:

$$r_{xx}(\tau, t) = E[x(t)x^*(t + \tau)] \quad (2-19)$$

sendo $x^*(t + \tau)$ o conjugado de $x(t + \tau)$.

- A função de autocovariância de $x(t)$ é:

$$c_{xx}(\tau, t) = r_{xx}(\tau, t) - E[x(t)]E[x^*(t + \tau)] \quad (2-20)$$

- A função de correlação cruzada de $x(t)$ e $y(t)$ é:

$$r_{xy}(\tau, t) = E[x(t)y^*(t + \tau)] \quad (2-21)$$

- A função de covariância cruzada de $x(t)$ e $y(t)$ é:

$$c_{xy}(\tau, t) = r_{xy}(\tau, t) - E[x(t)]E[y^*(t + \tau)] \quad (2-22)$$

Em identificação de sistemas, devido à forma com que os testes e coleta de dados são efetuados, os sinais são sempre reais e, além disso, normalmente trabalha-se com sinais de média nula, considerando-se que os dados foram normalizados. Em tais casos, as funções de autocorrelação e correlação cruzada coincidem com as funções de autocovariância e covariância cruzada (AGUIRRE, 2007).

Uma forma de se estimar a função de correlação cruzada a partir de amostras discretas no tempo é:

$$r_{uy}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{i=-N}^N u(i)y(i + k) \quad (2-23)$$

A função de autocorrelação é definida de forma análoga como:

$$r_{uu}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{i=-N}^N u(i)u(i + k) \quad (2-24)$$

No caso de identificação, como os sinais amostrados são finitos, a função de autocorrelação é estimada por:

$$\hat{r}_{uu}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(i)u(i + k), k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2-25)$$

A função de correlação cruzada é estimada por:

$$\hat{r}_{uy}(k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} u(i)y(i+k), k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N+k} u(i)y(i-k), k = 0, -1, \dots, -N+1 \end{cases} \quad (2-26)$$

2.5.2 Identificação da resposta ao impulso

Considere a resposta $y(k)$ de um sistema a uma entrada $u(k)$ como:

$$y(k+i) = \sum_{j=0}^{\infty} h(j)u(k+i-j) \quad (2-27)$$

sendo $h(k)$ a resposta ao impulso do sistema no instante j . Substituindo-se a equação (2-27) em (2-23) obtém-se:

$$r_{uy}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h(i)r_{uu}(k-i) \quad (2-28)$$

Expandindo-se a equação (2-28) para diferentes valores de k , tem-se:

$$\begin{aligned} r_{uy}(0) &= h(0)r_{uu}(0) + h(1)r_{uu}(-1) + \dots \\ r_{uy}(1) &= h(0)r_{uu}(1) + h(1)r_{uu}(0) + \dots \\ r_{uy}(2) &= h(0)r_{uu}(2) + h(1)r_{uu}(1) + \dots \\ &\dots \end{aligned} \quad (2-29)$$

Em forma matricial, tem-se:

$$\mathbf{r}_{uy} = \mathbf{R}_{uu} \mathbf{h} \quad (2-30)$$

A resposta ao impulso pode ser determinada diretamente a partir da equação (2-30). Entretanto, a solução desta equação é difícil devido ao tamanho da matriz $\mathbf{R}_{uu}$. Uma forma de simplificar a equação é escolher $u(k)$ de forma que $r_{uu}(k) = 0, \forall k \neq 0$, ou seja, sinais não autocorrelacionados como o ruído branco. Utilizando-se um sinal deste tipo, a resposta ao impulso do sistema é descrita por:

$$\mathbf{r}_{uy} = r_{uu}(0)\mathbf{I}\mathbf{h} \quad (2-31)$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{r}_{uy} / \sigma_u^2$$

sendo que $\sigma_u^2 = r_{uu}(0)$ é a variância do sinal $u(k)$.

2.6 Determinação de Zeros na Matriz de Transferência

Conforme citado na seção 1.3, a determinação de zeros na matriz de transferência busca encontrar conjuntos de entradas e saídas que não possuam um relacionamento ou que o relacionamento entre a entrada e saída seja fraco o suficiente para ser desconsiderado.

O método proposto em (VAILLANT; GODOY; GARCIA, 2012) apresenta uma solução para a determinação de zeros na matriz de transferência, tanto em malha aberta quanto em malha fechada.

Este método é aplicado durante a etapa de pré-identificação e utiliza os dados obtidos nesta etapa para avaliar os zeros. Com estes dados, o método propõe a identificação de um modelo MISO ARX.

A equação (2-32) apresenta um modelo MISO ARX:

$$A(q)y(k) = \sum_{i=1}^m B_i(q)u_i(k) + e(k) \quad (2-32)$$

em que:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na} \quad (2-33)$$

$$B_i(q) = b_{i1}q^{-1} + b_{i2}q^{-2} + \dots + b_{inbi}q^{-nbi}$$

O método então propõe uma análise do valor dos coeficientes b_{ij} do modelo identificado. Para casos em que os valores dos coeficientes referentes a uma das entradas sejam muito menores que os demais, assume-se que não há energia suficiente para que aquela entrada excite aquela saída e, portanto, há um zero na matriz de transferência.

Este método apresenta bons resultados, porém, sua fraqueza é a dependência da identificação de um bom modelo do processo baseado em dados da pré-identificação.

3 ALGORITMO PARA DETERMINAÇÃO DE ZEROS NA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA

O objetivo deste capítulo é apresentar o algoritmo desenvolvido para determinação de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO, tanto em malha aberta como em malha fechada. A organização deste capítulo é a seguinte: na seção 3.1 os requisitos de excitação durante a pré-identificação são apresentados. A seção 3.2 apresenta o algoritmo para malha aberta, enquanto que a seção 3.3 apresenta o algoritmo para malha fechada. A seção 3.4 apresenta um algoritmo desenvolvido para ordenação de matriz esparsa, que possibilita verificar a capacidade de se dividir um sistema MIMO complexo em sistemas MIMO de menor dimensão. Por fim, a seção 3.5 apresenta um resumo dos algoritmos utilizados nesta dissertação.

3.1 Requisitos de Excitação

Conforme apresentado na seção 1.2, a pré-identificação é uma etapa anterior à identificação, que visa obter informações do processo a fim de se melhorar o projeto do experimento.

Os sinais utilizados durante os testes de pré-identificação normalmente são sinais simples, como um degrau aplicado às entradas, um pulso ou um sinal similar.

Apesar de serem sinais simples, para que o algoritmo de detecção de zeros na matriz de transferência seja eficaz, alguns requisitos devem ser respeitados, os quais são apresentados a seguir:

- Os sinais de excitação devem ser uma sequência de dois pulsos, com uma variação positiva em relação ao estado normal de operação e uma variação negativa. A Figura 3.1 apresenta um sinal de excitação típico utilizado;
- A duração dos pulsos deve ser suficiente para que as saídas afetadas por aquela entrada tenham se acomodado, ou seja, a duração do pulso deve ser maior que o tempo de acomodação de todas as saídas;

- Os sinais de entradas diferentes devem ser descorrelacionados e excitados em períodos diferentes, ou seja, enquanto uma entrada é excitada, as outras entradas devem ser mantidas em estado de operação normal. Outra entrada só poderá ser excitada após o fim da excitação da entrada anterior, mais um intervalo de segurança que representa o maior tempo de acomodação das saídas.

Figura 3.1 - Sinais de excitação utilizados em uma planta 2x2.

Fonte: Autor.

Apesar desta dependência do tempo de acomodação, entende-se que este tempo é normalmente conhecido pelos operadores de uma planta existente ou pode ser estimado para o caso de uma planta nova. Esta dependência não é um requisito obrigatório, entretanto, se respeitada, o algoritmo apresentará melhores resultados.

3.2 Algoritmo para Malha Aberta

Tanto o algoritmo para malha aberta quanto para malha fechada são baseados em análise de correlação. O algoritmo para malha aberta é um algoritmo de dois passos e é aplicado durante a etapa de pré-identificação.

3.2.1 Primeiro passo

O primeiro passo do algoritmo consiste em determinar uma correlação linear entre os sinais de entradas e saídas levantados durante a pré-identificação. A análise de correlação é baseada no coeficiente de correlação de Pearson, representado pela equação (1-2). Para o sistema MIMO, utiliza-se a equação (3-1):

$$\rho^{(1)}(i, j) = \text{corr}(u_i, y_j) = \frac{E[(u_i - \mu_{u_i})(y_j - \mu_{y_j})]}{\sigma_{u_i} \sigma_{y_j}} \quad (3-1)$$

em que:

- $\rho^{(1)}(i, j)$ representa a correlação linear entre a entrada i e a saída j ;
- u_i é a entrada i ;
- y_j é a saída j .

Após calcular os coeficientes, o maior valor de correlação para cada saída é encontrado:

$$\rho_{\max}^{(1)}(j) = \max\{\rho^{(1)}(i, j)\} : i = 1, \dots, n \quad (3-2)$$

Então é calculada a primeira estimativa para os pares de entradas e saídas, utilizando-se o seguinte critério:

$$\begin{array}{ll} \text{se} & (\rho^{(1)}(i, j) < \alpha_j \rho_{\max}^{(1)}(j)) \\ \text{então} & \chi^{(1)}(i, j) = 0 \quad \text{senão} \quad \chi^{(1)}(i, j) = 1 \end{array} \quad (3-3)$$

em que:

- α_j representa a tolerância do problema, normalmente escolhido como $\alpha_j = 0,1$;
- $\chi^{(1)}(i, j)$ é o índice da matriz $\chi^{(1)}$ que representa se há ou não relacionamento entre o par de entrada e saída.

3.2.2 Segundo passo

Se o processo é sujeito a distúrbios e/ou ruídos de medição, que é o caso da maioria dos processos, um segundo passo é necessário. Este passo consiste em uma primeira estimativa do modelo do processo. Com este modelo, busca-se filtrar os efeitos dos distúrbios e dos ruídos. Para tanto, utiliza-se uma estrutura FIR de alta ordem. Com o modelo FIR, obtém-se uma estimativa da saída filtrada, dada pela equação (3-4):

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}_p \mathbf{u} \quad (3-4)$$

em que:

- $\hat{\mathbf{y}}$ é o vetor de saídas estimadas;
- $\mathbf{G}_p$ é a matriz de modelos FIR;
- $\mathbf{u}$ é o vetor de entradas da pré-identificação.

A escolha pela estrutura FIR de alta ordem deve-se ao fato de que se tem pouco conhecimento do processo durante a etapa de pré-identificação e a estrutura FIR apresenta as seguintes vantagens (LJUNG, 1999):

- As saídas estimadas dependem apenas das entradas utilizadas e não do vetor de saídas passadas;
- O modelo identificado pode ser eficientemente identificado por se tratar de uma regressão linear;
- Não requer conhecimento prévio do tempo morto do par u_i e y_j ; e
- O modelo identificado possui boa robustez contra ruídos.

Uma característica deste método é que podem ser necessários muitos parâmetros para descrever de forma eficiente o processo, portanto, utiliza-se uma estrutura FIR de alta ordem.

Após obter o vetor de saídas estimadas, uma nova correlação linear é calculada, entretanto, a correlação é calculada entre as entradas com as saídas filtradas:

$$\rho^{(2)}(i, j) = \text{corr}(u_i, y_j) = \frac{E[(u_i - \mu_{u_i})(y_j - \mu_{y_j})]}{\sigma_{u_i} \sigma_{y_j}} \quad (3-5)$$

Após calcular os coeficientes, o maior valor de correlação para cada saída é encontrado:

$$\rho_{\max}^{(2)}(j) = \max\{\rho^{(2)}(i, j)\} : i = 1, \dots, n \quad (3-6)$$

Então é calculada a segunda estimativa para os pares de entradas e saídas utilizando-se o seguinte critério:

$$\begin{aligned} &\text{se } (\rho^{(2)}(i, j) < \alpha_j \rho_{\max}^{(2)}(j)) \\ &\text{então } \chi^{(2)}(i, j) = 0 \quad \text{senão } \chi^{(2)}(i, j) = 1 \end{aligned} \quad (3-7)$$

Na próxima etapa calcula-se uma matriz de índices que representa uma relação entre a correlação linear do primeiro passo e a correlação linear do segundo passo:

$$R(i, j) = \frac{\rho^{(2)}(i, j)}{\rho^{(1)}(i, j)} \quad (3-8)$$

Se o valor de $R(i, j)$ for próximo a 1, isso significa que a correlação linear obtida pelo modelo de alta ordem FIR e as saídas verdadeiras (não filtradas) são independentes dos distúrbios e dos ruídos. Se $R(i, j) \approx 1$ e a correlação linear $\rho^{(1)}(i, j)$ é baixa, ou seja, próxima a zero, isso significa que o ganho do processo é baixo. No caso em que $R(i, j) \neq 1$ e $\rho^{(1)}(i, j)$ é baixa, isso significa que a diferença entre as duas correlações lineares está sujeita aos distúrbios e aos ruídos.

Finalmente, o seguinte critério é aplicado:

$$\begin{aligned} &\text{se } ((\chi^{(2)}(i, j) == 0) \quad \& \quad (R(i, j) \approx 1)) \\ &\text{então } \chi^{(2)}(i, j) = 1 \quad \text{senão } \chi^{(2)}(i, j) \text{ é mantido} \end{aligned} \quad (3-9)$$

3.3 Algoritmo para Malha Fechada

Assim como o algoritmo para malha aberta, o algoritmo para malha fechada também é utilizado durante a pré-identificação. Apesar da semelhança, o algoritmo para malha fechada apresenta diferenças importantes que visam lidar com a interferência da ação do controle.

A limitação de métodos baseados em análise de correlação quando aplicados com o intuito de se obter os efeitos entre as entradas e saídas em malha fechada foi inicialmente discutida em (BOX; MACGREGOR, 1974).

O trabalho de (VAILLANT; GODOY; GARCIA, 2012) discute a utilização de métodos de análise de correlação para malha fechada e mostra como a interferência da ação do controle distorce a determinação de zeros em malha fechada.

A Figura 3.2 apresenta um caso típico de um processo em malha fechada, em que:

- r representa o *setpoint*;
- s representa o ruído no sinal que é enviado ao elemento final de controle;
- $C(q)$ representa o controlador;
- u é a ação de controle;
- G é o modelo nominal da planta;
- e é o ruído aditivo do processo;
- y é a saída do processo.

Figura 3.2 - Processo em Malha Fechada.

Fonte: Autor.

O algoritmo aqui apresentado foi aplicado a processos controlados por um conjunto de PIDs, conforme apresentado na seção 4.3.

Normalmente, a análise de correlação é realizada entre a entrada do processo (u) e a saída do processo (y). Devido às limitações apresentadas em (BOX; MACGREGOR, 1974), uma nova abordagem foi analisada e a análise aqui proposta é realizada entre o *setpoint* (r) e a entrada do processo (u).

O algoritmo para malha fechada é aplicado em apenas um passo. O algoritmo consiste em determinar uma correlação linear entre os sinais de *setpoint* r e entradas u levantados durante a pré-identificação. Para o sistema MIMO, utiliza-se a seguinte equação:

$$\rho(i, j) = \text{corr}(r_i, u_j) = \frac{E[(r_i - \mu_{r_i})(u_j - \mu_{u_j})]}{\sigma_{r_i} \sigma_{u_j}} \quad (3-10)$$

em que:

- $\rho(i, j)$ representa a correlação linear entre o *setpoint* i e a entrada j ;
- r_i é o *setpoint* i ;
- u_j é a entrada j .

Após calcular os coeficientes, o maior valor de correlação para cada entrada é encontrado:

$$\rho_{\max}(j) = \max\{\rho(i, j) : i = 1, \dots, n\} \quad (3-11)$$

Então é calculada a relação para os pares de entradas e saídas, utilizando-se o seguinte critério:

$$\begin{array}{ll} \text{se} & (\rho(i, j) < \alpha_j \rho_{\max}(j)) \\ \text{então} & \chi(i, j) = 0 \quad \text{senão} \quad \chi(i, j) = 1 \end{array} \quad (3-12)$$

em que:

- α_j representa a tolerância do problema, normalmente escolhido como $\alpha_j = 0,1$;
- $\chi(i, j)$ é o índice da matriz χ que representa se há ou não relacionamento entre o par de entrada e saída.

Uma limitação deste algoritmo é que ele só é efetivo para os processos de ordem $m \times m$, ou seja, processos cuja matriz de transferência seja quadrada.

3.3.1 Fundamentação Teórica

A fundamentação teórica apresentada nesta subseção é para o caso SISO, sendo o caso MISO uma extensão desta.

Considere inicialmente o sistema em malha aberta representado pela equação

(2-4). Substituindo-se $G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}$ e $H(q) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)q^{-k}$ em (2-4), obtém-se:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}u(t) + \sum_{k=0}^{\infty} h(k)q^{-k}e(t) \quad (3-13)$$

Multiplicando-se a equação (3-13) por $u(t + \tau)$, obtém-se:

$$y(t)u(t + \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}u(t)u(t + \tau) + \sum_{k=0}^{\infty} h(k)q^{-k}e(t)u(t + \tau) \quad (3-14)$$

Aplicando-se a esperança matemática na equação (3-14), obtém-se:

$$E[y(t)u(t + \tau)] = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)E[u(t - k)u(t + \tau)] + \sum_{k=0}^{\infty} h(k)E[e(t - k)u(t + \tau)] \quad (3-15)$$

Utilizando-se as equações (2-19) e (2-21), além da propriedade de que $E[e(t-k)u(t+\tau)] = 0$, pois não há correlação entre o *setpoint* e o ruído, obtém-se:

$$r_{yu}(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)r_{uu}(\tau-k) \quad (3-16)$$

Aplicando uma abordagem similar à apresentada na subseção 2.5.2, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{yu} &= \mathbf{R}_{uu}\mathbf{g} \\ \mathbf{g} &= \mathbf{R}_{uu}^{-1}\mathbf{r}_{yu} \end{aligned} \quad (3-17)$$

A equação (3-17) demonstra que o vetor $\mathbf{g}$ é proporcional à função de correlação cruzada entre as variáveis $y(t)$ e $u(t)$.

Em identificação de sistemas, devido à forma com que os testes e coleta de dados são efetuados, os sinais são sempre reais e, além disso, normalmente trabalha-se com sinais de média nula. Em tais casos, as funções de autocorrelação e correlação cruzada coincidem com as funções de autocovariância e covariância cruzada (AGUIRRE, 2007). Conforme descrito pela equação (1-2), o coeficiente de correlação é proporcional à função de covariância cruzada entre duas variáveis. Portanto, pode-se concluir que o vetor $\mathbf{g}$ é proporcional ao coeficiente de correlação.

Considere agora o sistema em malha fechada representado pela Figura 3.2. A equação (3-13) também representa o sistema em malha fechada. Seguindo a mesma abordagem da malha aberta, obtém-se:

$$r_{yu}(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)r_{uu}(\tau-k) + \sum_{k=0}^{\infty} h(k)r_{eu}(\tau-k) \quad (3-18)$$

Vale ressaltar que $E[e(t-k)u(t+\tau)] \neq 0$, pois a ação de controle $u(t)$ depende da realimentação, que é correlacionada com o ruído $e(t)$.

Representado a equação em forma matricial, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{yu} &= \mathbf{R}_{uu}\mathbf{g} + \mathbf{R}_{eu}\mathbf{h} \\ \mathbf{g} &= \mathbf{R}_{uu}^{-1}(\mathbf{r}_{yu} - \mathbf{R}_{eu}\mathbf{h}) \end{aligned} \quad (3-19)$$

Não é possível determinar o vetor $\mathbf{g}$ diretamente, pois não se conhece *a priori* a correlação entre o ruído $e(t)$ e a ação de controle $u(t)$ e nem o vetor $\mathbf{h}$. Ou seja, não se pode afirmar que o coeficiente de correlação irá representar o relacionamento das variáveis de entrada e saída do sistema.

Retornando ao sistema em malha fechada, a equação (3-20) representa a ação de controle do sistema.

$$u(t) = C(q)(y(t) - r(t)) + s(t) \quad (3-20)$$

Considere que $s(t) = 0$, ou seja, não há ruído na ação de controle. Substituindo-se a equação (2-4) na equação (3-20), obtém-se:

$$\begin{aligned} u(t) &= C(q)(H(q)e(t) + G(q)u(t) - r(t)) \\ u(t)(1 - C(q)G(q)) &= C(q)H(q)e(t) - C(q)r(t) \end{aligned} \quad (3-21)$$

Multiplicando-se a equação (3-21) por $C^{-1}(q)$, obtém-se:

$$u(t)(C^{-1}(q) - G(q)) = H(q)e(t) - r(t) \quad (3-22)$$

Multiplicando-se a equação (3-22) por $r(t + \tau)$ e aplicando-se a esperança matemática, obtém-se:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{c(k)} E[u(t-k)r(t+\tau)] - \sum_{k=1}^{\infty} g(k) E[u(t-k)r(t+\tau)] = \\ \sum_{k=0}^{\infty} h(k) E[e(t-k)r(t+\tau)] + E[r(t)r(t+\tau)] \end{aligned} \quad (3-23)$$

Como o ruído $e(t)$ é descorrelacionado do *setpoint* $r(t)$, tem-se $E[e(t-k)r(t+\tau)] = 0$. Utilizando-se as equações (2-19) e (2-21), obtém-se:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{c(k)} r_{ur}(\tau - k) - \sum_{k=1}^{\infty} g(k) r_{ur}(\tau - k) = r_{rr}(\tau) \quad (3-24)$$

Representado a equação em forma matricial, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ur} \mathbf{c}_i + \mathbf{R}_{ur} \mathbf{g} &= \mathbf{r}_{rr} \\ \mathbf{g} &= \mathbf{R}_{ur}^{-1} \mathbf{r}_{rr} - \mathbf{c}_i \end{aligned} \quad (3-25)$$

A partir da equação (3-25), verifica-se que o vetor $\mathbf{g}$ pode ser definido diretamente a partir do conhecimento do vetor $\mathbf{c}_i$, que é previamente

conhecido, da função de correlação entre a ação de controle $u(t)$ e *setpoint* $r(t)$ e da função de autocorrelação do *setpoint* $r(t)$. Portanto, pode-se concluir que o vetor g é proporcional ao coeficiente de correlação entre a ação de controle $u(t)$ e o *setpoint* $r(t)$.

3.4 Algoritmo para Ordenação de Matriz Esparsa

Uma das motivações em se utilizar os algoritmos de detecção de zeros na matriz de transferência é a possibilidade de se reduzir um processo de alta ordem em processos menores, mais facilmente controlados.

O algoritmo aqui proposto visa facilitar esta análise. Este algoritmo deve ser aplicado à matriz χ .

O primeiro passo é definir uma matriz expandida, em que a primeira linha representa o índice das entradas, a primeira coluna os índices das saídas e o restante das linhas e colunas são compostos pela matriz χ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & n \\ 1 & \chi(1,1) & \chi(1,2) & \dots & \chi(1,n) \\ 2 & \chi(2,1) & \chi(2,2) & \dots & \chi(2,n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m & \chi(m,1) & \chi(m,2) & \dots & \chi(m,n) \end{pmatrix} \quad (3-26)$$

O algoritmo é então aplicado à matriz $\mathbf{A}$ de forma recursiva. O laço que controla a recursividade é descrito como:

$$\begin{aligned} &\text{enquanto} \quad (\text{num_mudanças} > 0) && (3-27) \\ &\quad \text{então} \\ &\quad \quad \text{num_mudanças_colunas} = \text{ordenacoluna}(A) \\ &\quad \quad \text{num_mudanças_linhas} = \text{ordenalinha}(A) \\ &\quad \quad \text{num_mudanças} = \text{num_mudanças_colunas} + \text{num_mudanças_linhas} \\ &\quad \text{fim} \end{aligned}$$

As funções *ordenalinha* e *ordenacoluna* são similares e apenas o algoritmo *ordenacoluna* é apresentado. Para o algoritmo *ordenalinha*, basta alterar as comparações entre colunas e soma de colunas para comparações de linhas e soma de linhas.

Primeiramente, multiplicam-se todos os elementos, a partir da segunda linha e da segunda coluna, por um valor que indica a posição da linha correspondente:

$$A(i, j) = A(i, j) * 10^{(num_linhas - i)} \quad (3-28)$$

Então, cria-se um vetor coluna auxiliar com a soma de todos os elementos de cada linha:

$$aux(j) = \sum_{i=2}^{num_linhas} A(i, j) \quad (3-29)$$

O próximo passo é a ordenação decrescente das colunas baseada no valor da soma de todos os elementos de cada linha. Cada mudança durante a ordenação soma 1 ao valor de *num_mudanças_colunas*. O algoritmo utilizado para ordenação é descrito como:

$$\begin{aligned} &\text{para } (j = 2 \text{ até } num_colunas) & (3-30) \\ &\quad \text{para } (k = j \text{ até } num_colunas) \\ &\quad \quad \text{se } aux(k) > aux(j) \text{ então} \\ &\quad \quad \quad colAux = A(:, j) \\ &\quad \quad \quad A(:, j) = A(:, k) \\ &\quad \quad \quad A(:, k) = colAux \\ &\quad \quad \quad colAux = A(:, j) \\ &\quad \quad \quad aux(j) = \sum_{i=2}^{num_linhas} A(i, j) \\ &\quad \quad \quad aux(k) = \sum_{i=2}^{num_linhas} A(i, k) \\ &\quad \quad \text{fim} \\ &\quad \text{fim} \\ &\text{fim} \end{aligned}$$

Por fim, dividem-se todos os elementos, a partir da segunda linha e da segunda coluna, pelo mesmo índice que foi multiplicado no primeiro passo:

$$A(i, j) = A(i, j) / 10^{(num_linhas - i)} \quad (3-31)$$

Ao final das iterações, a matriz **A** ficará ordenada.

3.5 Algoritmos utilizados nesta dissertação

No capítulo 2, algumas abordagens para seleção de entradas e saídas foram apresentados. Dentre elas, o algoritmo proposto no item 2.4.1.2 (RGA) e o algoritmo proposto no item 2.4.1.3 (SIE) foram utilizados nesta dissertação para

determinação de zeros na matriz de transferência, tanto para o caso de malha aberta (sem controle regulatório) quanto para o caso de malha fechada (com controle regulatório).

Tanto para aplicação do algoritmo SIE quanto para o RGA, o primeiro passo realizado foi a determinação dos ganhos estacionários do processo. Estes foram obtidos a partir dos dados de pré-identificação. O segundo passo é dividir a matriz de ganhos estacionários do sistema MIMO em vários sistemas MISO.

A partir deste ponto, o algoritmo RGA é aplicado na íntegra, utilizando-se a equação (2-11). Para o caso do algoritmo SIE, utilizou-se a equação (2-17) para determinação da matriz dos índices de efetividade.

Neste ponto, tanto os algoritmos RGA e SIE quanto o algoritmo proposto na seção 3.2 utilizam a mesma regra, ou seja, busca-se o maior valor de cada linha e, então, comparam-se os demais valores da linha para se decidir se aquele par de entrada e saída deve ou não ser considerado.

O algoritmo proposto na seção 3.2 foi aplicado tanto no caso de malha aberta (sem controle regulatório) quanto para o caso de malha fechada (com controle regulatório). Já o algoritmo proposto na seção 3.3 foi aplicado apenas para o caso de malha fechada (com controle regulatório).

O algoritmo proposto na seção 2.5 foi aplicado integralmente para a planta FCC no caso de malha aberta (seção 5.2).

4 TESTES REALIZADOS COM A PLANTA BENCHMARK SHELL

Este capítulo apresenta os resultados obtidos nos testes realizados com a planta Benchmark Shell. Foram utilizados alguns algoritmos apresentados no capítulo 2 e o algoritmo apresentado no capítulo 3. A seção 4.1 apresenta as características da planta, enquanto que a seção 4.2 apresenta os resultados obtidos com os testes em malha aberta e a seção 4.3 apresenta os resultados obtidos com os testes em malha fechada (com controle regulatório). A seção 4.4 apresenta uma análise dos benefícios obtidos com a detecção de zeros na matriz de transferência para a planta Benchmark Shell. Por fim, a seção 4.5 apresenta algumas conclusões. Não se testou o algoritmo de matriz esparsa neste processo, pois há apenas um zero na matriz de transferência.

4.1 Descrição do Processo

O Benchmark Shell corresponde a uma planta 2x2, que representa uma coluna de destilação. Esta planta foi inicialmente apresentada nos trabalhos de (COTT, 1995a) e (COTT, 1995b).

A Figura 4.1 apresenta uma representação do processo da planta Benchmark Shell.

Figura 4.1 - Benchmark Shell.

Fonte: (COTT, 1995a).

As variáveis manipuladas (entradas) desta planta são:

- Vazão de vapor no condensador de topo (MV-1);
- Vazão de vapor do rebovedor (MV-2).

As variáveis a serem controladas (saídas) nesta planta são:

- Pressão no topo da coluna (CV-1);
- Composição da saída do rebovedor (CV-2).

O modelo nominal do processo é dado por:

$$\mathbf{G}(q) = \begin{pmatrix} \frac{-0,61 + 0,41q^{-1}}{1 - 1,53q^{-1} + 0,57q^{-1}} & \frac{-0,11 + 0,092q^{-1}}{1 - 1,53q^{-1} + 0,57q^{-1}} \\ 0 & 0,076 \frac{5 \cdot 10^5}{q^{-7} - 1500} + 0,9235q^{-1} \end{pmatrix} \quad (4-1)$$

Como se pode observar, a entrada 1 (MV-1) não tem efeito sobre a saída 2 (CV-2), o que é representado por um zero na matriz de transferência.

4.2 Testes em Malha Aberta

Os testes em malha aberta foram realizados considerando-se as seguintes características:

- Relação Sinal/Ruído em variância de 30 (SNR=30);
- Intervalo de amostragem de 60 segundos;

- Com perturbação na planta e com ruído nos sinais de medição (variância dos ruídos igual a 10^{-4}).

O sinal utilizado para excitação da planta é composto por dois pulsos, sendo um positivo e um negativo. A duração de cada pulso é duas vezes o tempo de acomodação da planta. A amplitude dos pulsos é 15% do valor limite das variáveis. O mesmo tempo foi utilizado entre o fim da excitação de uma entrada e o início da excitação da próxima. A Figura 4.2 apresenta os sinais utilizados.

Figura 4.2 - Sinais de excitação - Benchmark Shell.

Fonte: Autor.

As respostas da planta são apresentadas na Figura 4.3.

Figura 4.3 - Saídas da Planta - Benchmark Shell.

Fonte: Autor.

Para se testar os algoritmos propostos no item 2.4.1.2 (RGA) e no item 2.4.1.3 (SIE), além de servir como filtro para o segundo passo do algoritmo proposto nesta dissertação, um modelo FIR de alta ordem ($n_b=150$) foi identificado. Em todos os testes, o fator $\alpha=0,1$ foi utilizado. Os seguintes resultados foram obtidos com os algoritmos SIE e RGA:

$$\mathbf{RGA} = \begin{pmatrix} 0,09 & 0,90 \\ 0,0004 & 0,99 \end{pmatrix} \quad (4-2)$$

$$\mathbf{ZerosRGA} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-3)$$

$$\mathbf{nSIE} = \begin{pmatrix} 0,31 & 0,96 \\ 0,02 & 0,99 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{ZerosSIE} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

As equações (4-2) e (4-3) mostram que os algoritmos SIE e RGA são eficazes na detecção de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO em malha aberta.

A aplicação do primeiro passo proposto pelo algoritmo apresentado no capítulo 3 para malha aberta obteve o seguinte resultado:

$$\mathbf{p}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,89 & 0,22 \\ 0,04 & -0,77 \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

O resultado da correlação linear após a filtragem é dado por:

$$\mathbf{p}^{(2)} = \begin{pmatrix} -0,43 & 0,32 \\ 0,01 & -0,76 \end{pmatrix} \quad (4-5)$$

Com os resultados apresentados nas equações (4-4) e (4-5) e a aplicação das demais etapas do algoritmo, obteve-se então a matriz dos índices:

$$\mathbf{\chi}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-6)$$

O resultado representado pela equação (4-6) demonstra que o método proposto no capítulo 3 também é eficaz na detecção de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO em malha aberta.

Testes similares a este foram realizados modificando-se a relação sinal/ruído para 3 (SNR=3) e os resultados obtidos foram similares aos aqui apresentados.

4.3 Testes em Malha Fechada

Os testes realizados em malha fechada (com controle regulatório) têm as mesmas características que os testes realizados em malha aberta (SNR, intervalo de amostragem, etc.). Para a realização destes testes, os sinais apresentados na Figura 4.2 foram utilizados nos *setpoints* dos controladores.

A Figura 4.4 apresenta o resultado das entradas do processo em malha fechada, quando sujeitas aos *setpoints* da Figura 4.2, enquanto que a Figura 4.5 apresenta as saídas do processo.

Figura 4.4 - Sinais de entrada em malha fechada - Benchmark Shell.

Fonte: Autor.

Figura 4.5 - Sinais de saída em malha fechada - Benchmark Shell.

Fonte: Autor.

Para se testar os algoritmos propostos no item 2.4.1.2 (RGA) e no item 2.4.1.3 (SIE), novamente um modelo FIR de alta ordem ($n_b=150$) foi identificado. Os seguintes resultados foram obtidos com os algoritmos SIE e RGA:

$$\mathbf{RGA} = \begin{pmatrix} 0,99 & 0,0007 \\ 0 & 0,99 \end{pmatrix} \quad (4-7)$$

$$\mathbf{ZerosRGA} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-8)$$

$$\mathbf{nSIE} = \begin{pmatrix} 0,99 & 0,02 \\ 0,005 & 0,99 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{ZerosSIE} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

As equações (4-7) e (4-8) mostram que os algoritmos SIE e RGA não são eficazes na detecção de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO em malha fechada, comprovando os resultados apresentados em (VAILLANT; GODOY; GARCIA, 2012).

Um teste com o algoritmo de malha aberta proposto no capítulo 3 foi realizado com os dados de malha fechada para comprovar que este também não é eficaz. A aplicação do primeiro passo proposto pelo algoritmo apresentado no capítulo 3 para malha aberta obteve o seguinte resultado:

$$\mathbf{p}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,96 & 0,01 \\ -0,04 & 0,84 \end{pmatrix} \quad (4-9)$$

O resultado da correlação linear após a filtragem é dado por:

$$\mathbf{p}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,97 & 0,01 \\ -0,003 & 0,84 \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

Com os resultados apresentados nas equações (4-9) e (4-10) e a aplicação das demais etapas do algoritmo, obteve-se então a matriz dos índices:

$$\mathbf{\chi}^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-11)$$

O resultado representado pela equação (4-11) mostra que o método proposto no capítulo 3 para malha aberta também não é eficaz na detecção de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO em malha fechada.

Por fim, aplicou-se o algoritmo proposto no capítulo 3 para malha fechada e o seguinte resultado foi obtido:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \begin{pmatrix} -0,92 & -0,26 \\ 0 & -0,95 \end{pmatrix} \\ \mathbf{x} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4-12)$$

O resultado representado pela equação (4-12) mostra que o método proposto no capítulo 3 para malha fechada é eficaz na detecção de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO em malha fechada.

Assim como para malha aberta, os testes de malha fechada também foram repetidos, modificando-se a relação sinal/ruído para 3 (SNR=3) e os resultados obtidos foram similares aos aqui apresentados.

4.4 Benefícios Obtidos

Conforme apresentado na seção 1.6, uma das motivações deste trabalho é que se acreditava que a determinação de zeros da matriz de transferência antes da identificação traria ganhos, como redução do tempo de identificação, melhoria da predição dos modelos, melhoria do desempenho dos controladores baseados nestes modelos e simplificação do projeto dos experimentos de identificação. Esta seção busca analisar se os benefícios obtidos realmente atingem os resultados esperados, com exceção da simplificação do projeto dos experimentos.

4.4.1 Redução do Tempo de Identificação

Todos os testes para tempo de identificação foram realizados com um computador com processador Intel Core i7-3770 com 8 Gb de memória RAM.

Para verificar se a determinação de zeros na matriz de transferência reduz o tempo de identificação, realizaram-se testes de identificação com as estruturas ARX, BJ e MRI EMPEM.

Os algoritmos de identificação foram alterados com o intuito de se aproveitar a informação dos zeros e acelerar o processo. Foi realizado um ensaio de Monte Carlo com 100 amostras para cada estrutura e o resultado obtido é

apresentado na Tabela 4.1, sendo os tempos apresentados em segundos. Vale ressaltar que a diferença percentual apresentada é calculada pela diferença entre as duas médias (Média sem 0 menos Média com 0) dividida pelo valor da Média sem 0.

Tabela 4.1 - Diferença de tempo na identificação (Benchmark Shell).

Modelo / Teste	Média ARX	Média BJ	Média EMPEM
Malha Aberta Com 0	0,5697	1,7460	35,3285
Malha Aberta Sem 0	0,5708	2,1030	35,5449
Diferença Malha Aberta	0,19%	16,98%	0,61%
Malha Fechada Com 0	0,5874	1,8000	114,6318
Malha Fechada Sem 0	0,6379	2,0130	116,2858
Diferença Malha Fechada	7,92%	10,58%	1,42%

Para as três estruturas testadas, tanto para malha fechada, quanto para malha aberta, a informação de zero na matriz de transferência reduziu o tempo de identificação. A estrutura BJ foi a que mais se beneficiou da informação de zero, apresentando ganhos de até 16,98% para o caso de malha aberta.

4.4.2 Melhoria da Predição dos Modelos

Para análise da melhoria da predição dos modelos, utilizou-se o índice FIT. Este índice é baseado na diferença percentual entre o valor real das saídas e o valor estimado k passos à frente e pode ser expresso como:

$$FIT(k) = 100 \left(1 - \frac{\sqrt{\sum_{t=0}^{t_f-k} (y(t+k|t) - \hat{y}(t+k|t))^2}}{\sqrt{\sum_{t=0}^{t_f-k} (y(t+k|t) - \bar{y}(t+k|t))^2}} \right) \quad (4-13)$$

em que:

- $\hat{y}(t+k|t)$ é a predição da saída k passos à frente;
- $y(t+k|t)$ é a saída do processo k passos à frente;
- $\bar{y}(t+k|t)$ é a média dos valores até $y(t+k|t)$;
- t_f é o tempo final do experimento.

Baseado no índice FIT, desenvolveu-se um índice diferencial dado pela seguinte equação:

$$\Delta FIT(k) = FIT^{zd}(k) - FIT^{nd}(k) \quad (4-14)$$

em que:

- $FIT^{zd}(k)$ apresenta o valor do FIT obtido pelos modelos identificados com a informação de zeros na matriz de transferência;
- $FIT^{nd}(k)$ apresenta o valor do FIT sem a informação de zero.

Foram identificados quatro modelos, baseados nas estruturas a seguir:

- ARX;
- Box-Jenkins (BJ);
- MRI Huang;
- MRI EMPEM.

Para identificar o processo, foram utilizados dois sinais GBN. As amplitudes dos sinais GBN foram 15% dos valores limites das variáveis. As ordens dos modelos utilizadas foram as ordens nominais. As seguintes combinações foram realizadas:

- Identificação em malha aberta sem informação dos zeros na matriz de transferência;
- Identificação em malha aberta com informação dos zeros;
- Identificação em malha fechada sem informação dos zeros;
- Identificação em malha fechada com informação dos zeros.

A análise do $\Delta FIT(k)$ foi realizada com horizonte de predição de 5, 10 e infinitos passos à frente. A Tabela 4.2 apresenta o resultado da análise em

malha aberta, enquanto que a Tabela 4.3 apresenta o resultado da análise em malha fechada.

Tabela 4.2 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta - Benchmark Shell.

Estrutura	Saída 1			Saída 2		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	0%	0%	0%	-0,03%	-0,07%	-0,26%
BJ	0%	0%	0%	-0,02%	-0,04%	0,06%
MRI Huang	0%	0%	0%	-0,02%	-0,04%	0,05%
MRI EMPEM	0%	0%	0%	0,05%	0,09%	0,03%

Tabela 4.3 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha fechada - Benchmark Shell.

Estrutura	Saída 1			Saída 2		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	0%	0%	0%	0,07%	0,19%	0,23%
BJ	0%	0%	0%	0,08%	0,17%	0,18%
MRI Huang	0%	0%	0%	0,07%	0,16%	0,45%
MRI EMPEM	0%	0%	0%	-0,24%	-0,24%	-0,24%

A estrutura MRI Gopaluni não foi utilizada, pois apresentou erros na convergência.

Como se utilizaram estruturas MISO e não há zeros na primeira linha da matriz de transferência, era esperado que o $\Delta FIT(k)$ da saída 1 fosse igual a zero, o que foi confirmado pelos testes realizados. Isto só é válido, pois a mesma semente foi utilizada nos ruídos e nas perturbações, o que gerou modelos idênticos nos testes com e sem a informação de zero.

Tanto para o caso de malha aberta quanto para o caso de malha fechada, observa-se que o resultado do $\Delta FIT(k)$ é praticamente igual a zero para todos os casos.

Com estes resultados, verifica-se que a detecção de zeros na matriz de transferência não melhora os modelos em relação à predição das saídas.

Para validar estes resultados, realizou-se um ensaio de Monte Carlo com 10 amostras para as estruturas ARX, BJ e MRI EMPEM.

Tabela 4.4 – Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta - Benchmark Shell (Monte Carlo 10).

Estrutura	Saída 1			Saída 2		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	0,07%	0,79%	8,14%	3,06%	6,18%	22,96%
BJ	-1,34%	-1,92%	5,93%	-47,14%	-42,22%	18,67%
MRI EMPEM	20,06%	18,36%	2,58%	0,45%	0,99%	15,15%

Tabela 4.5 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha fechada - Benchmark Shell (Monte Carlo 10).

Estrutura	Saída 1			Saída 2		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	-2,73%	-2,16%	2,50%	3,61%	4,87%	7,93%
BJ	-2,13%	-0,54%	5,73%	-9,25%	-1,99%	4,12%
MRI EMPEM	-0,94%	-3,89%	5,77%	-1,98%	2,56%	7,32%

Observando-se os dados da Tabela 4.4 e da Tabela 4.5, verifica-se que a primeira saída não apresentou $\Delta FIT(k)$ igual a zero, conforme ocorrido nos testes iniciais. Isto ocorreu, pois diferentes sementes foram utilizadas na geração dos ruídos e perturbações do ensaio de Monte Carlo.

Para o caso de malha aberta, a estrutura BJ apresentou problemas de convergência e, portanto, os resultados não são confiáveis. Para as demais estruturas, pode-se observar significativa melhora na predição das saídas, principalmente na segunda saída para infinitos passos.

Para o caso de malha fechada, a primeira saída é levemente prejudicada pela informação de zero, exceto para infinitos passos, em que esta é beneficiada. Já a segunda saída é beneficiada em quase todas as estruturas e passos.

4.4.3 Melhoria do Desempenho dos Controladores

Para se analisar os benefícios obtidos pela detecção de zeros na matriz de transferência sobre o desempenho dos controladores, utilizou-se como base uma validação MPC. Conforme apresentado na seção 2.1, o controle MPC busca minimizar uma função custo J . A validação MPC compara o desempenho do controlador (função custo J) com diferentes modelos quando submetidos ao mesmo sinal de referência. Para sintonia dos parâmetros do controlador, considerou-se inicialmente a matriz de modelos completa, ou seja, sem a informação de zero.

Foram utilizadas as mesmas estruturas apresentadas na subseção 4.4.2 e os mesmos processos de identificação. Como sinal de referência para o controlador MPC, foi utilizada uma sequência de pulsos, conforme apresentado na Figura 4.6.

Figura 4.6 - Sinais de referência MPC - Benchmark Shell.

Fonte: Autor.

O MPC utilizado nestes testes foi o QDMC, cuja função custo é apresentada na equação (2-1).

A Figura 4.7 apresenta os resultados da função custo J com o MPC atuando sem o controle regulatório, enquanto que a Figura 4.8 apresenta os resultados da função custo J com o MPC atuando com o controle regulatório.

Figura 4.7 - Função custo J - Benchmark Shell sem controle regulatório.

Fonte: Autor.

Figura 4.8 -- Função custo J - Benchmark Shell com controle regulatório.

Fonte: Autor.

Tabela 4.6 - Função custo J - Benchmark Shell sem controle regulatório.

Estrutura	J sem 0	J com 0	Diferença
ARX	53.593,65	53.549,37	-0.08%
BJ	90.804,33	90.806,39	0.00%
MRI Huang	83.053,10	83.051,26	0.00%
MRI EMPEM	90.724,04	90.726,77	0.00%

A Tabela 4.6 apresenta os valores de J sem controle regulatório para os diferentes modelos, com e sem a informação de zero e a diferença percentual. O que se pode observar é não há alteração significativa do desempenho do controlador para todas as estruturas.

Tabela 4.7 - Função custo J - Benchmark Shell com controle regulatório.

Estrutura	J sem 0	J com 0	Diferença
ARX	686.591,97	659.178,86	-3,99%
BJ	896.570,01	813.705,24	-9,24%
MRI Huang	836.329,97	841.406,08	0,61%
MRI EMPEM	1.358.956,23	1.356.378,73	-0,19%

A Tabela 4.7 apresenta os valores de J com controle regulatório para os diferentes modelos, com e sem a informação de zero e a diferença percentual. O que se pode observar é que as estruturas ARX e BJ são beneficiadas significativamente, enquanto não se observa mudanças significativas no desempenho dos controladores com as demais estruturas.

Vale ressaltar que a diferença apresentada tanto na Tabela 4.6 quanto na Tabela 4.7 é calculada pela diferença entre as duas funções custo (J com 0 menos J sem 0) dividida pelo valor de J sem 0.

Não foi realizado um ensaio de Monte Carlo para o controle MPC, pois como o controlador é sintonizado para cada modelo, o resultado apresentado por um

ensaio de Monte Carlo baseado em apenas uma sintonia, não apresentará resultados satisfatórios.

4.5 Conclusões

Esta seção apresenta algumas conclusões obtidas a partir dos testes realizados neste capítulo.

Para os casos de malha aberta (sem controle regulatório), vale destacar os seguintes pontos:

- Tanto o algoritmo proposto nesta dissertação, quanto os algoritmos SIE e RGA foram capazes de detectar zeros na matriz de transferência;
- Há uma melhora no tempo de identificação quando a informação dos zeros na matriz de transferência é fornecida, entretanto, ela só foi significativa para a estrutura BJ;
- A predição das saídas é beneficiada pela informação de zeros, principalmente para infinitos passos à frente (simulação livre);
- O desempenho dos controladores MPC não apresentou benefícios para nenhuma das estruturas testadas.

Já para os casos de malha fechada (com controle regulatório), as seguintes conclusões podem ser destacadas:

- Apenas o algoritmo proposto para malha fechada nesta dissertação foi eficaz na detecção de zeros na matriz de transferência. O algoritmo proposto para malha aberta e os algoritmos SIE e RGA não foram eficazes;
- Há uma melhora no tempo de identificação quando a informação dos zeros na matriz de transferência é fornecida, principalmente para as estruturas ARX e BJ;
- Em relação à predição das saídas, há uma melhora significativa para infinitos passos à frente. Para os demais passos, a primeira saída é levemente prejudicada, enquanto que a segunda saída é beneficiada;

- As estruturas ARX e BJ apresentaram melhora significativa no desempenho do controlador MPC, enquanto que para as demais estruturas, não houve alterações significativas.

5 TESTES REALIZADOS COM A PLANTA FCC

A fim de se expandir os resultados apresentados no capítulo 4, novos testes foram realizados com uma planta FCC de ordem 7 x 6, entretanto, apenas testes em malha aberta (sem controle regulatório) foram realizados. Assim como no capítulo 4, foram utilizados alguns algoritmos apresentados no capítulo 2 e o algoritmo apresentado no capítulo 3. A seção 5.1 apresenta as características da planta, enquanto que a seção 5.2 apresenta os resultados obtidos com os testes em malha aberta. A seção 5.3 apresenta uma análise dos benefícios obtidos com a detecção de zeros na matriz de transferência para a planta FCC. A seção 5.4 apresenta os testes de ordenação da matriz esparsa e, por fim, a seção 5.5 apresenta algumas conclusões.

5.1 Descrição do Processo

A planta FCC é uma planta de ordem 7 x 6 descrita em (GROSDIDIER *et al.*, 1993). A Figura 5.1 representa o processo FCC.

Figura 5.1 - Processo FCC.

Fonte: (GROSDIDIER *et al.*, 1993).

As variáveis manipuladas (entradas) deste processo são:

- Vazão de ar combustível (u_1);
- Vazão de gasóleo – corrente quente (u_2);
- Vazão combinada de gás frio e reciclo – corrente fria (u_3);
- Temperatura da alimentação do pré-aquecedor (u_4);
- Temperatura da saída do *riser* (u_5);
- Vazão de reciclo (u_6).

As variáveis controladas (saídas do processo) são:

- Concentração de oxigênio nos gases de combustão (y_1);
- Temperatura do regenerador (y_2);
- Vazão dos gases de combustão (y_3);
- Pressão do gás na sucção do compressor (y_4);
- Temperatura da corrente de saída do *riser* (y_5);
- Pressão diferencial na válvula de saída do catalisador regenerado (y_6);
- Pressão diferencial na válvula de saída do catalisador utilizado (y_7).

O modelo nominal do processo é dado por:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} \frac{0,097(1,7s+1)e^{-2s}}{19s^2+6,5s+1} & \frac{-0,87e^{-2s}}{13s^2+4,9s+1} & \frac{-0,092(0,25s+1)e^{-3s}}{3,7s^2+4,7s+1} & \frac{0,026e^{-7s}}{12s+1} & \frac{-0,074(4,8s+1)}{9,3s^2+3,4s+1} & \frac{-0,48se^{-12s}}{(6s+1)(8s+1)} \\ 0 & \frac{0,55e^{-4s}}{27s^2+8,7s+1} & \frac{0,55e^{-4s}}{10s^2+4,9s+1} & 0 & \frac{0,74(1,7s+1)e^{-2s}}{11s^2+7,3s+1} & \frac{0,36e^{-11s}}{33s^2+6,5s+1} \\ 0 & \frac{0,14e^{-11s}}{46s^2+8,5s+1} & \frac{0,14e^{-6s}}{46s^2+8,5s+1} & 0 & \frac{0,27(16s+1)}{53s^2+23s+1} & \frac{0,015(12s+1)e^{-9s}}{66s^2+27s+1} \\ 0 & \frac{-0,25e^{-11s}}{17s^2+7s+1} & \frac{0,25e^{-7s}}{3s+1} & 0 & \frac{0,7}{3s+1} & \frac{0,079(6,3s+1)e^{-10s}}{24s^2+12s+1} \\ 0 & \frac{0,66e^{-s}}{2,5s+1} & \frac{0,66e^{-s}}{2,5s+1} & \frac{-0,9e^{-10s}}{6s+1} & \frac{1}{2s+1} & \frac{-0,54e^{-11s}}{9s+1} \\ 0 & \frac{-0,84e^{-s}}{6,1s+1} & \frac{-0,9}{1,5s+1} & \frac{0,35e^{-10s}}{5s+1} & \frac{-(0,64s+1)}{13s^2+7s+1} & \frac{0,23(0,5s+1)e^{-14s}}{3,6s^2+11s+1} \\ 0 & \frac{0,81}{6s+1} & \frac{0,9}{s+1} & \frac{-0,35e^{-10s}}{5s+1} & 0,8 & \frac{-0,26e^{-18s}}{7,1s+1} \end{pmatrix} \quad (5-1)$$

Como se pode observar, a entrada 1 (MV-1) tem efeito apenas sobre a saída 1. Além disso, a entrada 4 não tem efeito sobre as saídas 2, 3 e 4.

5.2 Testes em Malha Aberta

Os testes em malha aberta (sem controle regulatório) foram realizados considerando-se as seguintes características:

- Relação Sinal/Ruído em variância de 3 (SNR=3);
- Intervalo de amostragem de 60 segundos;

- Com perturbação na planta e com ruído nos sinais de medição (a variância dos ruídos foi de 10^{-4}).

Assim como para a planta Benchmark Shell, o sinal utilizado para excitação da planta é composto por dois pulsos, sendo um positivo e um negativo. A amplitude de cada pulso é 50% do limite de cada variável. A duração de cada pulso é duas vezes maior que o tempo de acomodação da planta. O mesmo tempo foi utilizado entre o fim da excitação de uma entrada e o início da excitação da próxima. A Figura 5.2 apresenta os sinais utilizados.

Figura 5.2 - Sinais de excitação - FCC.

Fonte: Autor.

As respostas da planta são apresentadas na Figura 5.3.

Figura 5.3 - Saídas da planta - FCC.

Fonte: Autor.

Para a planta FCC, além dos testes dos algoritmos propostos no item 2.4.1.2 (RGA) e no item 2.4.1.3 (SIE), testou-se também o algoritmo proposto na seção 2.5. Novamente, para se testar os algoritmos RGA e SIE, além de servir como filtro para o segundo passo do algoritmo proposto nesta dissertação, um modelo FIR de alta ordem ($n_b=150$) foi identificado. Em todos os testes, o fator $\alpha = 0,1$ foi utilizado. Os seguintes resultados foram obtidos com os algoritmos SIE e RGA:

$$\mathbf{RGA} = \begin{pmatrix} 0 & 0,9768 & 0,0005415 & 0,015175 & 0,0009969 & 0,0064862 \\ 0,0098257 & 0,1382 & 0,19982 & 0,0011521 & 0,022471 & 0,62853 \\ 0,00027332 & 0,34202 & 0,33937 & 0,018012 & 0,26622 & 0,034102 \\ 0 & 0,22045 & 0,23194 & 0 & 0,37772 & 0,16988 \\ 0,00055444 & 0,088288 & 0,18973 & 0,14623 & 0,060491 & 0,51471 \\ 0,0045576 & 0,20095 & 0,39506 & 0,036458 & 0,13837 & 0,2246 \\ 0,0032699 & 0,21341 & 0,44724 & 0,039864 & 0,075034 & 0,22118 \end{pmatrix} \quad (5-2)$$

$$\mathbf{ZerosRGA} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{nSIE} = \begin{pmatrix} 0 & 0,98833 & 0,02327 & 0,12319 & 0,031574 & 0,080537 \\ 0,099125 & 0,37176 & 0,44701 & 0,033942 & 0,1499 & 0,7928 \\ 0,016532 & 0,58482 & 0,58256 & 0,13421 & 0,51597 & 0,18467 \\ 0 & 0,46952 & 0,4816 & 0,001699 & 0,61459 & 0,41217 \\ 0,023547 & 0,29713 & 0,43558 & 0,3824 & 0,24595 & 0,71743 \\ 0,06751 & 0,44828 & 0,62854 & 0,19094 & 0,37198 & 0,47392 \\ 0,057183 & 0,46196 & 0,66876 & 0,19966 & 0,27392 & 0,4703 \end{pmatrix} \quad (5-3)$$

$$\mathbf{ZerosSIE} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

As equações (5-2) e (5-3) mostram que os algoritmos SIE e RGA, apesar de não acertarem 100% dos zeros da matriz de transferência, são razoáveis na detecção de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO em malha aberta. Os métodos RGA e SIE acertaram 77% dos índices.

A aplicação do primeiro passo proposto pelo algoritmo apresentado no capítulo 3 para malha aberta obteve o seguinte resultado:

$$\mathbf{p}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,02 & -0,74 & -0,02 & 0,01 & -0,04 & 0,01 \\ 0,06 & 0,36 & 0,18 & -0,10 & 0,08 & 0,58 \\ 0,05 & 0,23 & 0,48 & 0,09 & 0,53 & 0,05 \\ 0,01 & 0,36 & 0,50 & -0,04 & 0,44 & 0,29 \\ 0,01 & 0,38 & 0,31 & -0,27 & 0,16 & -0,52 \\ 0,03 & -0,38 & -0,50 & 0,19 & -0,30 & 0,26 \\ 0,08 & 0,37 & 0,49 & -0,35 & 0,15 & -0,28 \end{pmatrix} \quad (5-4)$$

O resultado da correlação linear após a filtragem é dado por:

$$\mathbf{p}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0,02 & -0,78 & -0,02 & 0,01 & -0,04 & 0,01 \\ -0,01 & 0,36 & 0,20 & -0,11 & 0,09 & 0,58 \\ 0,08 & 0,25 & 0,49 & 0,10 & 0,55 & 0,06 \\ -0,05 & 0,37 & 0,51 & -0,06 & 0,48 & 0,32 \\ -0,17 & 0,39 & 0,32 & -0,28 & 0,16 & -0,53 \\ -0,04 & -0,41 & -0,53 & 0,17 & -0,32 & 0,29 \\ -0,03 & 0,38 & 0,51 & -0,37 & 0,15 & -0,30 \end{pmatrix} \quad (5-5)$$

Com os resultados apresentados na equação (5-4) e (5-5) e a aplicação das demais etapas do algoritmo, obteve-se então a matriz dos índices:

$$\chi^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5-6)$$

O resultado representado pela equação (5-6) demonstra que o método proposto no capítulo 3, apesar de também não acertar todos os zeros da matriz de transferência, se mostrou eficaz na detecção de zeros na matriz de transferência para sistemas MIMO em malha aberta. O método acertou 95% dos índices, errando apenas em $\chi^{(2)}(2,4)$ e $\chi^{(2)}(3,4)$.

A fim de se validar os resultados obtidos com uma simulação e verificar que o método proposto no capítulo 3 é mais eficaz que os métodos RGA e SIE, um ensaio de Monte Carlo com 100 simulações foi realizado. Estes testes também foram realizados com SNR igual a 3 e intervalo de amostragem de 60 segundos. As equações (5-7), (5-8), (5-9) e (5-10) apresentam os resultados dos testes de Monte Carlo.

$$\Phi_{cc} = \begin{pmatrix} 52 & 100 & 80 & 79 & 70 & 100 \\ 73 & 100 & 100 & 25 & 99 & 100 \\ 71 & 100 & 100 & 28 & 100 & 100 \\ 67 & 100 & 100 & 25 & 100 & 100 \\ 67 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 55 & 100 & 100 & 96 & 100 & 100 \\ 60 & 100 & 100 & 96 & 100 & 100 \end{pmatrix} \quad (5-7)$$

$$\Phi_{SIE} = \begin{pmatrix} 0 & 100 & 0 & 41 & 0 & 100 \\ 0 & 100 & 100 & 0 & 99 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 0 & 100 & 75 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 43 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 91 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \end{pmatrix} \quad (5-8)$$

$$\Phi_{ARX} = \begin{pmatrix} 100 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5-9)$$

$$\Phi_{RGA} = \begin{pmatrix} 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 0 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 23 \\ 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 93 & 90 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 0 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 & 0 & 100 & 100 \end{pmatrix} \quad (5-10)$$

em que:

- A matriz Φ_{CC} representa os valores do algoritmo proposto nesta dissertação (capítulo 3);
- A matriz Φ_{SIE} representa os valores do algoritmo SIE proposto no item 2.4.1.3;
- A matriz Φ_{ARX} representa os valores do algoritmo proposto na seção 2.5;
- A matriz Φ_{RGA} representa os valores do algoritmo RGA proposto no item 2.4.1.2.

A Tabela 5.1 apresenta o número de acertos total de cada algoritmo. Pode-se observar que o método proposto nesta dissertação é o método que apresenta a maior taxa de acerto.

Tabela 5.1 - Número de acertos por cada algoritmo.

	Φ_{CC}	Φ_{SIE}	Φ_{ARX}	Φ_{RGA}
Número de acertos	3579	3449	1700	3306
Acertos %	85,21%	82,12%	40,48%	78,71%

5.3 Benefícios Obtidos

Assim como realizado na seção 4.4, esta seção busca analisar se os benefícios obtidos realmente atingem os resultados apresentados na seção 1.6. Para a planta FCC, os benefícios analisados foram a redução do tempo de identificação, a melhoria na predição das saídas e a melhoria do desempenho do controlador MPC.

5.3.1 Redução do Tempo de Identificação

Nesta seção todos os testes para tempo de identificação foram realizados com um computador com processador Intel Core i7-3770 com 8 Gb de memória RAM.

Para verificar se a determinação de zeros na matriz de transferência reduz o tempo de identificação, realizaram-se testes de identificação com as estruturas ARX, BJ e MRI EMPEM.

Os algoritmos de identificação foram alterados com o intuito de se aproveitar a informação dos zeros e acelerar o processo. Foi realizado um ensaio de Monte Carlo com 100 amostras para cada estrutura e o resultado obtido é apresentado na Tabela 5.2, sendo os tempos apresentados em segundos. Vale ressaltar que os testes foram realizados com o processo em malha aberta.

Tabela 5.2 - Diferença de tempo na identificação (FCC).

Modelo / Teste	Média ARX	Média BJ	Média EMPEM
Malha Aberta			
Com 0	3,0725	14,3916	262,2318
Malha Aberta			
Sem 0	3,1937	14,4701	263,5994
Diferença Malha Aberta	3,80%	0,54%	0,52%

Em todos os casos pode-se observar uma redução no tempo de identificação, entretanto, apenas para a estrutura ARX esta melhora é relevante.

5.3.2 Melhoria da Predição dos Modelos

Assim como para a planta Benchmark Shell, utilizou-se o $\Delta FIT(k)$ para análise com as mesmas estruturas da subseção 4.4.2.

Para identificar o processo, foram utilizados sinais GBN. As amplitudes dos sinais GBN foram 15% dos valores limites das variáveis. As ordens dos modelos utilizadas foram as ordens nominais. As seguintes combinações foram realizadas:

- Identificação em malha aberta sem informação dos zeros na matriz de transferência; e
- Identificação em malha aberta com informação dos zeros.

A análise do $\Delta FIT(k)$ foi realizada com horizonte de predição de 5, 10 e infinitos passos à frente. A Tabela 5.3 apresenta o resultado da análise em malha aberta.

Tabela 5.3 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta - FCC.

Estrutura	Saída 1			Saída 2		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	-1,35%	-1,02%	-1,01%	0,01%	0,01%	0,01%
BJ	-2,35%	-2,81%	-1,38%	-0,04%	-0,05%	-0,27%
MRI Huang	-2,30%	-2,75%	-1,66%	1,10%	2,11%	4,55%
MRI EMPEM	-2,40%	-3,17%	-1,89%	-6,28%	-12,38%	-29,35%
Estrutura	Saída 3			Saída 4		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	0,01%	0,07%	0,11%	0,00%	0,00%	0,00%
BJ	0,17%	0,39%	0,47%	0,00%	0,00%	0,00%
MRI Huang	0,02%	0,05%	-0,03%	0,00%	0,00%	0,00%
MRI EMPEM	-1,29%	-1,93%	-4,98%	0,00%	0,00%	0,00%
Estrutura	Saída 5			Saída 6		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BJ	0,00%	0,00%	0,00%	-0,01%	0,01%	0,18%
MRI Huang	0,00%	0,00%	0,00%	-0,02%	-0,04%	-0,43%
MRI EMPEM	0,00%	0,01%	0,01%	-4,09%	-3,73%	-1,71%
Estrutura	Saída 7			Média		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	0,01%	0,01%	0,02%	-0,19%	-0,13%	-0,13%
BJ	-0,56%	-0,72%	-1,01%	-0,40%	-0,46%	-0,28%
MRI Huang	0,05%	0,08%	0,08%	-0,16%	-0,08%	0,36%
MRI EMPEM	53,85%	56,69%	70,81%	5,68%	5,07%	4,70%

A estrutura MRI Gopaluni não foi utilizada, pois apresentou erros na convergência.

Como se pode observar, assim como para a planta Benchmark Shell, as alterações do $\Delta FIT(k)$ não foram significativas. A única exceção foi o MRI EMPEM, que obteve uma melhora significativa na saída 7, o que elevou sua média para próximo a 5% de melhora.

Para validar estes resultados, realizou-se um ensaio de Monte Carlo com 10 amostras para as estruturas ARX, BJ e MRI EMPEM.

Tabela 5.4 - Análise $\Delta FIT(k)$ em malha aberta – FCC (Monte Carlo 10).

Estrutura	Saída 1			Saída 2		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	-0,02%	0,00%	0,15%	-0,19%	-0,06%	0,28%
BJ	-0,70%	5,35%	8,33%	-96,73%	-92,79%	-83,48%
MRI EMPEM	6,61%	9,68%	9,09%	0,80%	1,10%	0,55%
Estrutura	Saída 3			Saída 4		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	-0,51%	-1,49%	-2,08%	-1,73%	-2,08%	-1,99%
BJ	-18,36%	-10,25%	0,39%	-7,24%	2,06%	9,43%
MRI EMPEM	4,63%	6,90%	-1,10%	-5,71%	-8,55%	-10,36%
Estrutura	Saída 5			Saída 6		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	1,66%	2,67%	3,07%	-0,58%	0,18%	0,71%
BJ	-16,68%	-13,63%	-11,10%	-7,31%	-3,88%	-0,01%
MRI EMPEM	-1,05%	-2,62%	-9,55%	-1,87%	-3,20%	-5,53%
Estrutura	Saída 7			Média		
	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$	$k=5$	$k=10$	$k=\infty$
ARX	0,21%	0,58%	0,71%	-0,17%	-0,03%	-0,12%
BJ	-4,26%	-0,74%	1,56%	-21,61%	-16,27%	-10,70%
MRI EMPEM	11,37%	13,74%	16,71%	2,11%	2,44%	-0,03%

Observando-se os dados da Tabela 5.4, verifica-se que a predição das saídas é pouco afetada pela informação de zero. A exceção foi a estrutura BJ, que apresentou uma piora no índice FIT para algumas saídas, pois os modelos não convergiram. Para as outras estruturas, algumas saídas foram afetadas

positivamente, outras negativamente, mas o resultado final (média) foi pouco afetado.

5.3.3 Melhoria do Desempenho dos Controladores

Assim como realizado na subseção 4.4.3, para a planta FCC também se realizou uma validação MPC. Para sintonia dos parâmetros do controlador, considerou-se inicialmente a matriz de modelos completa, ou seja, sem a informação de zero.

Foram utilizadas as mesmas estruturas apresentadas na subseção 5.3.2 e os mesmos processos de identificação. Como sinal de referência para o controlador MPC, foi utilizada uma sequência de pulsos, conforme apresentado na Figura 5.4.

Figura 5.4 - Sinais de referência MPC - FCC.

Fonte: Autor.

O MPC utilizado nestes testes foi o QDMC, cuja função custo é apresentada na equação (2-1).

A Figura 5.5 apresenta os resultados da função custo J com o MPC atuando sem o controle regulatório.

Figura 5.5 - Função custo J - FCC sem controle regulatório.

Fonte: Autor.

Tabela 5.5 - Função custo J - Benchmark Shell sem controle regulatório.

Estrutura	J sem 0	J com 0	Diferença
ARX	59.883,93	58.052,97	-3,06%
BJ	90.653,76	88.926,12	-1.91%
MRI Huang	98.175,64	94.866,36	-3.37%
MRI EMPEM	98.175,64	94.866,36	-3.37%

A Tabela 5.5 apresenta os valores de J sem controle regulatório para os diferentes modelos, com e sem a informação de zero e a diferença percentual. O que se pode observar é que há alteração pequena do desempenho do controlador para todas as estruturas, sendo destaque as estruturas ARX, MRI Huang e MRI EMPEM.

Não foi realizado um ensaio de Monte Carlo para o controle MPC, pois como o controlador é sintonizado para cada modelo, o resultado apresentado por um

ensaio de Monte Carlo baseado em apenas uma sintonia não apresentará resultados satisfatórios.

5.4 Testes da Matriz Esparsa

A fim de se testar o algoritmo de ordenação de matriz esparsa, dois testes foram realizados, sendo o primeiro com a planta FCC e o segundo com uma matriz de zeros produzida manualmente.

Considerou-se inicialmente a matriz de zeros real da planta FCC, dada por:

$$\chi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5-11)$$

A matriz a seguir representa a resposta do algoritmo de ordenação:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 5 & 6 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 7 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5-12)$$

O que se pode observar é que, apesar da nova ordenação, não é possível dividir a planta do FCC em sistemas MIMO de ordens menores, pois a matriz não fica ordenada em blocos.

A fim de demonstrar a efetividade do algoritmo de ordenação, uma nova matriz com zeros foi produzida e é dada por:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5-13)$$

A matriz a seguir representa a resposta do algoritmo de ordenação:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 7 & 2 & 6 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5-14)$$

Neste caso, pode-se observar que é possível dividir o processo em dois sistemas menores. O primeiro sistema é composto pelas entradas 4, 7 e 2 e pelas saídas 1, 3 e 4. O segundo sistema é composto pelas entradas 6, 3, 1 e 5 e pelas saídas 2, 5 e 6.

5.5 Conclusões

Esta seção apresenta algumas conclusões obtidas a partir dos testes realizados neste capítulo:

- Apesar de não ser exato na detecção de zeros da matriz de transferência, o método proposto no capítulo 3 é o que apresenta a melhor resposta, obtendo 95% de acerto no primeiro teste e 85% de acerto para o teste de Monte Carlo;
- Há uma melhora no tempo de identificação quando a informação dos zeros na matriz de transferência é fornecida, entretanto, esta melhora não é significativa;
- Não é possível afirmar que houve melhora na predição das saídas, pois os resultados não são consistentes para todas as estruturas, passos e saídas;

- Todas as estruturas apresentaram pequena melhora no desempenho dos controladores, principalmente para as estruturas ARX, MRI Huang e MRI EMPEM; e
- O algoritmo de ordenação de matriz esparsa pode ser utilizado para identificar oportunidades de divisão de um processo complexo de alta ordem em sistemas menores, mais fáceis de trabalhar.

6 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

Por meio dos resultados apresentados nesta dissertação, observou-se que o algoritmo de detecção de zeros apresentado no capítulo 3 é eficaz, tanto para os processos em malha aberta quanto para os processos em malha fechada.

Foi possível observar o comportamento deste algoritmo e de outros presentes na literatura e verificar que o algoritmo proposto nesta dissertação é mais eficaz que os demais testados. Além disso, foi possível observar que, para o caso de malha fechada, apenas o algoritmo proposto foi capaz de detectar zeros na função de transferência.

Em relação aos benefícios obtidos, observou-se que nem todos os benefícios levantados como motivação do trabalho (seção 1.6) puderam ser comprovados. A informação de zeros na matriz de transferência realmente reduz o tempo de identificação, entretanto, a redução encontrada não é significativa para os computadores utilizados atualmente. Em relação à melhora na predição das saídas, não se pôde constatar que a informação de zeros na matriz de transferência melhora a predição, já que os testes com a planta Benchmark Shell e os testes com a planta FCC não foram conclusivos. Já a melhora do desempenho dos controladores foi observada de forma consistente nos testes realizados com a planta Benchmark Shell em malha fechada e com a planta FCC em malha fechada. Mesmo que a melhora não tenha sido significativa, ela foi consistente para os dois casos, sendo destaque as estruturas ARX e BJ.

O algoritmo de ordenação de matriz esparsa foi apresentado e testado para verificar a sua efetividade. Apesar de simples, o algoritmo correspondeu às expectativas nos testes propostos.

Em suma, o algoritmo de detecção de zeros na matriz de transferência proposto nesta dissertação apresentou resultados satisfatórios e comprovou sua eficácia.

6.1 Perspectivas de Trabalhos Futuros

Dentre as perspectivas de trabalhos futuros podem ser citadas:

- Testes do algoritmo proposto em uma planta real: em todos os testes realizados foram utilizadas plantas simuladas. Testes com uma planta real podem validar a eficácia do algoritmo proposto;
- Análise de diferentes filtros utilizados na segunda etapa do algoritmo de detecção de zeros: nesta dissertação utilizou-se um modelo FIR de alta ordem para filtrar as perturbações de distúrbios. Uma análise mais profunda de diferentes filtros pode ser realizada para verificar se outro filtro apresentará respostas melhores;
- Estudos de otimização dos sinais de excitação para experimentos: com a informação de zeros, pode-se otimizar os sinais de excitação para os experimentos, buscando-se reduzir o tempo do mesmo.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas: Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. 3ª. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2007.
- BOX, G. E. P.; MACGREGOR, J. F. The analysis of closed-loop dynamic-stochastic systems. **Technometrics**, v. 16, n. 3, p. 391-398, 1974.
- BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 1, p. 133-134, 1966.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model predictive control**. 2nd. ed. Sevilla: Springer-Verlag London, 2004.
- CAO, Y.; BISS, D. New screening techniques for choosing manipulated variables. In: **Proceedings of the 13th IFAC World Congress**, San Francisco, 1996. p. 103-108.
- CAO, Y.; ROSSITER, D. An input pre-screening technique for control structure selection. **Computers & Chemical Engineering**, v. 21, n. 6, p. 563–569, 1997.
- CAREY, J. et al. MIMO control using RGA. **Site University of Michigan Chemical Engineering Process Dynamics and Controls Open Textbook**, 2007. Disponível em: <<https://controls.engin.umich.edu/wiki/index.php/RGA>>. Acesso em: 13 Julho 2013.
- CHANG, J. W.; YU, C. C. The relative gain for nonsquare multivariable systems. **Chemical Engineering Science**, v. 45, n. 5, p. 1309-1323, 1990.
- COTT, B. J. Introduction to the process identification workshop at the 1992 canadian chemical engineering conference. **Journal of Process Control**, v. 5, n. 2, p. 67-69, 1995a.
- COTT, B. J. Summary of the process identification workshop at the 1992 canadian chemical engineering conference. **Journal of Process Control**, v. 5, n. 2, p. 109-113, 1995b.
- DAOUTIDIS, P.; KRAVARIS, C. Structural evaluation of control configurations for multivariable nonlinear processes. **Chemical Engineering Science**, v. 47, n. 5, p. 1091-1107, 1992.

DESBOROUGH, L.; MILLER, R. Increasing customer value of industrial control performance monitoring - Honeywell's experience. **AIChE Symposium Series**, New York, p. 169-189, 2002.

GARCIA, C. **Modelagem e simulação de processos industriais e de sistemas eletromecânicos**. 2^a. ed. São Paulo: Edusp, 2005.

GARCIA, C. E.; MORSHEDI, A. M. Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC). **Chemical Engineering Communications**, v. 46, n. 1-3, p. 73-87, 1986.

GOPALUNI, R. B.; PATWARDHAN, R. S.; SHAH, S. L. Bias distribution in MPC relevant identification. In: **Proceedings of the 15th IFAC World Congress**, Barcelona, 2002. p. 639-645.

GOPALUNI, R. B.; PATWARDHAN, S. L.; SHAH, S. L. MPC relevant identification - tuning the noise model. **Journal of Process Control**, v. 14, n. 6, p. 669-714, 2004.

GOVIND, R.; POWERS, G. J. Control system synthesis strategies. **AIChE Journal**, v. 28, n. 1, p. 60-73, 1982.

GROSDIDIER, P. et al. FCC unit reactor-regenerator control. **Computers & Chemical Engineering**, v. 17, n. 2, p. 165-179, 1993.

HAVRE, K.; MORUD, J.; SKOGESTAD, S. Selection of feedback variables for implementing optimizing control schemes. In: **UKACC International Conference on Control**, Exeter, 1996. p. 491-496.

HAVRE, K.; SKOGESTAD, S. Input-output selection and partial control. In: **Proceedings of the 13th IFAC World Congress**, San Francisco, 1996. p. 181-186.

HUANG, B.; WANG, Z. The role of data prefiltering for integrated identification and model predictive control. In: **Proceedings of the 14th IFAC World Congress**, Beijing, 1999. p. 151-156.

KIRK, D. E. **Optimal control theory: An introduction**. Mineola: Dover Publications, 2004.

LJUNG, L. **System identification: Theory for the user**. 2^a. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall PTR, 1999.

MASSARO, L. C.; POTTS, A. S.; GARCIA, C. Performance Analysis of MPC Based on Structures Subject to No-Model Input/Output Combinations. In: **9th Asian Control Conference (ASCC)**, Istanbul, 2013. p. 507-512.

MORARI, M. Design of resilient processing plants - III: A general framework for the assessment of dynamic resilience. **Chemical Engineering Science**, v. 38, n. 11, p. 1881-1891, 1983.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 4^a. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009.

POTTS, A. S.; ROMANO, R. A.; GARCIA, C. Enhancement in performance and stability of MRI methods. In: **Proceedings of the 16th IFAC Symposium on System Identification**, Brussels, 2012. p. 1484-1489.

QUACHIO, R. **Análise do algoritmo PLS-PH para identificação de sistemas**. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 109. 2012.

SHOOK, D. S.; MOHTADI, C.; SHAH, S. L. Identification for long-range predictive control. **IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)**, v. 138, n. 1, p. 75-84, 1991.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control: Analysis and design**. Chichester: John Wiley & Sons, 1996.

SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System identification**. Uppsala: Prentice Hall International, 2001.

TZOUANAS, V. K. et al. Expert multivariable control. 1. Structure and design methodology. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 29, n. 3, p. 382-389, 1990.

VAILLANT, O.; GODOY, R.; GARCIA, C. Detection of no-model input/output combination in transfer matrix in closed-loop MIMO systems. In: **Proceedings of the 8th Symposium on Advanced Control of Chemical Processes**, Singapore, 2012. p. 343-348.

WAL, M. V. D.; JAGER, B. D. A review of methods for input/output selection. **Automatica**, v. 37, n. 4, p. 487-510, 2001.

YU, C. C.; LUYBEN, W. L. Design of multiloop SISO controllers in multivariable processes. **Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development**, v. 25, n. 2, p. 498-503, 1986.

APÊNDICE A – Artigos publicados relacionados a esta dissertação

MASSARO, L. C.; POTTS, A. S.; GARCIA, C. Performance Analysis of MPC Based on Structures Subject to No-Model Input/Output Combinations. In: **9th Asian Control Conference (ASCC)**, Istanbul, 2013. p. 507-512.

POTTS, A. S.; MASSARO, L. C.; GARCIA, C. Detection of No-Model Input/Output Combinations in MIMO Systems Subject to Noise and Unmeasured Disturbances. In: **13th European Control Conference (ECC)**, Strasbourg, 2014.

POTTS, A. S.; MASSARO, L. C.; GARCIA, C. Detection of No-Model Input/Output Combinations in a Fluid Catalytic Cracking Unit. In: **Proceedings of the 19th IFAC World Congress**, Cape Town, 2014.

APÊNDICE B – Artigos relacionados à seleção da estrutura de controle estudados, mas não utilizados nesta dissertação

B.1. Acessibilidade

Os métodos de acessibilidade são baseados em uma matriz de causa e efeito. Os dois principais métodos são propostos em (GOVIND; POWERS, 1982) e (DAOUTIDIS; KRAVARIS, 1992). Ambos os métodos dependem de matrizes de causa e efeito como a apresentada na Figura B.1, ou seja, dependem de um conhecimento prévio do relacionamento das variáveis do processo. Assim, não foram utilizados para determinação de zeros na matriz de transferência.

Figura B.1. Matriz de Causa e Efeito.

Fonte: (WAL; JAGER, 2001).

B.2. Controlabilidade e Observabilidade dos Estados

Os métodos baseados em controlabilidade e observabilidade dos estados são aplicados em processos lineares cuja representação dos modelos esteja descrita em espaço de estados, como apresentado pela equação (B-1):

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}\end{aligned}\tag{B-1}$$

Um processo descrito pelo par $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ é dito controlável se para qualquer estado inicial existe um conjunto de entradas $\mathbf{u}(\mathbf{t})$ que leve a um estado final em um tempo finito.

Um processo descrito pelo par $(\mathbf{C}, \mathbf{A})$ é dito observável se é possível determinar o estado inicial do processo a partir do histórico das entradas e saídas do processo.

Os métodos baseados em controlabilidade e observabilidade se dividem em dois grupos principais: métodos binários e métodos quantitativos.

Os métodos binários analisam se o sistema é controlável ou observável e eliminam os candidatos a conjuntos de IO, se estas características não forem verdade.

Já os métodos quantitativos utilizam técnicas para medir o quão controlável ou observável é o processo e, a partir destes cálculos, definem se os candidatos devem ou não ser eliminados.

Os métodos baseados em análise de controlabilidade e observabilidade não foram implementados nesta dissertação, por dependerem de um modelo que represente bem o processo, tanto em questões de ganho estacionário, como em questões da dinâmica do processo.

B.3. Zeros no Semi-plano Direito

Este conjunto de métodos analisa os zeros da função de transferência, buscando minimizar ou eliminar a quantidade de zeros no semi-plano direito. Esta abordagem é adotada, pois a presença de zeros no semi-plano direito impacta o desempenho dos processos em malha fechada.

Assim como o conjunto de métodos propostos na subseção B.2, este conjunto de métodos também depende de um bom modelo e, portanto, também foi desconsiderado das análises.

B.4. Eficiência da Manipulação e da Estimação

Para seleção das entradas do processo, os métodos baseados na eficiência da manipulação buscam minimizar uma função custo em termos de energia das entradas. Estes métodos se baseiam na premissa de que o objetivo dos atuadores é manipular o processo, para que o mesmo se comporte conforme desejado.

Para seleção das saídas do processo, os métodos baseados na eficiência da estimação minimizam uma função custo em termos do erro de estimação das variáveis importantes.

Em ambos os casos, a análise não é direta e depende de um conhecimento prévio da planta para definição das funções custo e, portanto, não foram utilizados nesta dissertação.

B.5. Estabilidade Robusta e Desempenho Nominal Combinados

Os métodos baseados em estabilidade robusta e desempenho nominal combinados buscam eliminar os conjuntos de entradas e saídas que levem o processo a não atingir a estabilidade.

A análise da estabilidade robusta e desempenho nominal combinados dependem de um modelo do processo bem definido e, além disso, os métodos aqui descritos não são métodos diretos. Portanto, estes métodos não foram utilizados nesta dissertação.

B.6. Performance Robusta

Os métodos baseados em performance robusta buscam eliminar os conjuntos de entradas e saídas que levem o processo a não atingir o desempenho desejado.

A análise de performance robusta também depende de um modelo do processo bem definido e, além disso, os métodos aqui descritos também não são métodos diretos. Portanto, estes métodos também não foram utilizados nesta dissertação.

B.7. Controlabilidade de Entradas e Saídas

Os métodos apresentados nesta seção são similares aos métodos apresentados em 2.4.1, entretanto, não foram utilizados nesta dissertação.

B.7.1. Mínimo Valor Singular

Os métodos baseados no mínimo valor singular selecionam candidatos a conjuntos de entradas e saídas que maximizem o menor valor singular nas frequências definidas. Alguns trabalhos que utilizam ou defendem esta abordagem são: (HAVRE; MORUD; SKOGESTAD, 1996), (MORARI, 1983), (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 1996), (TZOUANAS *et al.*, 1990), entre outros.

O método conhecido como Morari Resilience Index foi introduzido por (YU; LUYBEN, 1986) e também utiliza o mínimo valor singular como base.

Os métodos baseados no mínimo valor singular não foram utilizados nesta dissertação por não serem métodos diretos. A análise do mínimo valor singular deve ser feita para cada conjunto de candidatos de entradas e saídas.

B.7.2. Máximo Valor Singular

Os métodos baseados no máximo valor singular selecionam candidatos a conjuntos de entradas e saídas que maximizem ou minimizem o maior valor singular nas frequências definidas de uma função de transferência. Estes métodos buscam analisar outras funções de transferência, como a função de transferência em malha fechada, a função de transferência inversa do modelo do processo, entre outras.

Assim como os métodos baseados no mínimo valor singular, os métodos baseados no máximo valor singular também não foram utilizados neste trabalho por não serem métodos diretos.

B.7.3. Número Condicional

O número condicional é definido como a divisão do maior valor singular de uma matriz pelo menor valor singular desta mesma matriz. De forma geral, os métodos baseados no número condicional selecionam candidatos a conjuntos de entradas e saídas que resultem em valores pequenos de números condicionais.

Estes métodos também não foram utilizados por não serem métodos diretos.