UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

Marcos Vainer Loeff

**Deteção de divergências entre o processo e o modelo utilizado
no controlador preditivo**

SÃO PAULO

2014

Marcos Vainer Loeff

Deteção de divergências entre o processo e o modelo utilizado no controlador preditivo

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

SÃO PAULO
2014

Marcos Vainer Loeff

Deteção de divergências entre o processo e o modelo utilizado no controlador preditivo

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de concentração:
Engenharia Elétrica / Automação e Controle

Orientador:
Prof. Dr. Claudio Garcia

SÃO PAULO
2014

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me amparar nos momentos difíceis, me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar o caminho nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades.

Ao Prof. Dr. Claudio Garcia, meu orientador e amigo de longa data, agradeço pela confiança que depositou em mim e por todo seu apoio e dedicação na elaboração deste trabalho.

À OSIsoft do Brasil Sistemas Ltda. por ter oferecido a oportunidade para a elaboração desta dissertação de mestrado.

Aos meus amigos que fizeram parte desses momentos não somente me ajudando e incentivando, mas também participando na melhoria dos artigos enviados a congressos.

Ao Dr. Luís Gustavo Soares Longhi, membro da banca examinadora do exame de qualificação, pelas importantes sugestões e críticas.

Ao Dr. André Seichi Ribeiro Kuramoto, que contribuiu muito na elaboração dos artigos publicados como co-autor, principalmente por meio de ideias e considerações importantes.

À família Ficheman pelo estímulo para a conclusão desta dissertação.

À minha família de Recife e do Uruguai, pelo incentivo e apoio em todos os momentos.

Ao meu pai, Luis Angel Loeff Borow, e à minha mãe, Eliane Vainer Loeff, por tudo.

RESUMO

Um dos desafios que ainda precisa ser superado com o objetivo de melhorar o desempenho do controle preditivo (MPC) é a sua manutenção. Reidentificação do processo é uma das melhores opções disponíveis para atualizar o modelo interno do MPC, a fim de melhorar seu desempenho. No entanto, o processo de reidentificação é dispendioso. Pesquisadores propuseram dois métodos diferentes, capazes de detectar divergências entre o processo real e o seu modelo, através da análise de correlações parciais. Utilizando essas técnicas, ao invés de reidentificar todos os sub-modelos do processo, apenas algumas entradas com divergência significativas teriam que ser perturbadas e somente a parte degradada do modelo seria atualizada.

Entretanto, não há informações suficientes e análises sobre a influência das estruturas de modelo nos resultados das correlações parciais. Além disso, apesar de ambas as abordagens serem eficientes na detecção de divergências significativas, elas não fornecem informações suficientes sobre a sua quantificação.

Esta dissertação de mestrado demonstra que o método de Carlsson (2010) é uma solução particular do método de Badwe *et al.* (2009), quando os modelos utilizados no processo de identificação são estruturas FIR. Além disso, alguns outros tipos de estruturas serão estudados, de modo a verificar se eles são adequados para a análise da correlação parcial, com o objetivo de detectar esse tipo de divergência.

Quanto à limitação da detecção do nível da divergência entre o modelo e a planta, este trabalho propõe um projeto inicial de um novo método para resolver este problema, através da adição de ruído branco *offline* nos dados coletados do processo, com diferentes variações antes da análise da correlação parcial. Um estudo de caso simulado é mostrado, que confirma a eficácia desta nova técnica.

Finalmente, são apresentadas as conclusões encontradas e as possibilidades para estudos futuros.

Palavras-chave: Controle Preditivo, Análise de Polarização, Divergências do Modelo da Planta, Análise da Correlação Parcial.

ABSTRACT

One of the challenges that still needs to be overcome in order to improve the performance of the model predictive control (MPC) is its maintenance. Re-identification of the process is one of the best options available to update the internal model of the MPC, in order to improve performance. However, re-identification is costly. Researchers have proposed two different methods able to detect plant mismatch through partial correlation analysis. Using these techniques, instead of re-identifying all the sub-models in the process, only a few inputs with significant mismatch would have to be perturbed and only the degraded portion of the model would be updated.

Nevertheless, there is not enough information and analysis about the influence of the model structures for identification on partial correlation results. Besides, although both approaches are efficient in detecting significant mismatches, they do not provide enough information about its magnitude.

This master's thesis demonstrates that the Carlsson's method (2010) is a particular solution of the Badwe *et al.*'s method, when the models used on the identification process are FIR structures. Moreover, some other types of structures will be analyzed in order to check if they are suitable for the partial correlation procedure to detect plant mismatches.

Concerning the limitation of the detection the level of plant-mismatch, this thesis proposes a starting project of a new method to address this issue by adding *offline* white noise to the collected data from the process with different variances before analyzing the partial correlation. A simulation case study is shown that confirms the efficacy of this new technique.

Finally, conclusions and possible future studies are presented.

Keywords: Model Predictive Control, Bias Analysis, Plant-Model Mismatch, Partial Correlations Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Diagrama de blocos.	22
Figura 2.2 - Controle clássico.	23
Figura 2.3 - Controle por modelo interno.	23
Figura 2.4 - Diagrama de blocos do controle preditivo.	26
Figura 2.5 - Conceitos básicos do controle preditivo.	27
Figura 3.1 - Interpretação geométrica da correlação parcial.	38
Figura 3.2 - Interpretação geométrica da correlação semi-parcial.	39
Figura 3.3 - Influência do ruído <i>online</i> nas correlações regulares.	44
Figura 3.4 - Influência do ruído <i>offline</i> nas correlações regulares.	45
Figura 4.1 - Interpretação geométrica da correlação parcial utilizando o método de Carlsson.	50
Figura 4.2 - Histograma utilizando o estimador MQ.	53
Figura 4.3 - Histograma utilizando o estimador estendido MQ.	54
Figura 5.1 - Desempenho do controle para o cenário 1.	56
Figura 5.2 - Correlação regular do cenário 1.	58
Figura 5.3 - Correlação parcial do cenário 1.	59
Figura 5.4 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 1.	59
Figura 5.5 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 1.	60
Figura 5.6 - Correlação regular do cenário 2.	61
Figura 5.7 - Correlação parcial do cenário 2.	61
Figura 5.8 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 2.	62
Figura 5.9 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 2.	62
Figura 5.10 - Correlação regular do cenário 3.	63
Figura 5.11 - Correlação parcial do cenário 3.	63
Figura 5.12 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 3.	64
Figura 5.13 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 3.	64
Figura 5.14 - Correlação regular do cenário 4.	65
Figura 5.15 - Correlação parcial do cenário 4.	65
Figura 5.16 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 4.	66
Figura 5.17 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 4.	66
Figura 5.18 - Correlação regular.	68

Figura 5.19 - Correlação parcial.	68
Figura 5.20 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura FIR.	69
Figura 5.21 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura FIR.	70
Figura 5.22 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR.	70
Figura 5.23 - Auto-correlação do resíduo u utilizando estruturas ARX.	71
Figura 5.24 - Auto-correlação do resíduo e utilizando estruturas ARX.	71
Figura 5.25 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura ARX.	72
Figura 5.26 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura ARX.	72
Figura 5.27 - Correlação parcial utilizando estruturas ARX.	73
Figura 5.28 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura ARMAX.	74
Figura 5.29 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura ARMAX.	74
Figura 5.30 - Correlação parcial utilizando estruturas ARMAX.	75
Figura 5.31 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura OE.	76
Figura 5.32 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura OE.	76
Figura 5.33 - Correlação parcial com estrutura OE.	77
Figura 5.34 - Correlação semi-parcial cuja influência de $\tilde{u}_i$ é reduzida apenas de u_i	78
Figura 5.35 - Correlação semi-parcial cuja influência de $\tilde{u}_i$ é reduzida apenas de e_j	78
Figura 5.36 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura OE com $n_b = n_f = 3$	80
Figura 5.37 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura OE com $n_b = n_f = 3$	80
Figura 5.38 - Correlação parcial com estrutura OE com $n_b = n_f = 3$	81

Figura 5.39 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura OE com $n_b = n_f = 2$	82
Figura 5.40 - Correlação parcial com estrutura OE com $n_b = n_f = 2$	82
Figura 6.1 - Influência da variância do ruído <i>online</i> nos resultados da correlação com divergência nos ganhos.	85
Figura 6.2 - Influência da variância do ruído <i>offline</i> nas correlações utilizando o método de Carlsson (k no eixo x).....	86
Figura 6.3 - Influência da variância do ruído <i>offline</i> nas correlações utilizando o método de Carlsson (variância do ruído no eixo x).	87
Figura 6.4 - Valores de M para diferentes variâncias de ruído.....	89
Figura 6.5 - Nível de divergência de MV2-CV1.	90
Figura 6.7 - Influência da variância do ruído <i>offline</i> nas correlações utilizando o método de Badwe (k no eixo x).....	91
Figura 6.8 - Influência da variância do ruído <i>offline</i> nas correlações utilizando o método de Badwe (variância do ruído no eixo x).	92
Figura 6.9 - Correlações cruzadas entre o resíduo e os vetores estimados para ambos os métodos.	92

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARX	Auto Regressive eXogenous
ARMAX	Auto Regressive Moving Average eXogenous
BJ	Box-Jenkins
CV	Controlled Variables
DMC	Dynamic Matrix Control
DV	Disturbance Variables
FIR	Finite Impulse Response
GPC	Generalized Predictive Control
IMC	Internal Model Control
LTI	Linear Time Invariant
MPC	Model Predictive Control
MQ	Mínimos Quadrados
MA	Moving Average (Média móvel)
MQE	Mínimos Quadrados Estendido
MV	Manipulated Variables
PID	Controle Proporcional-Integral-Derivativo
PRBS	Pseudo Random Binary Sequence
SISO	Single-Input and Single-Output
OE	Output Error

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz de estimadores lineares do tipo $\hat{\theta} = Ay$
$\mathbf{b}$	Vetor polarização
d	Número de atraso das amostras em relação ao instante k
E	Matriz de modelos residuais
$\mathbf{e}$	Vetor de modelos residuais
$e(k)$	Modelos residuais no instante k
E_c	Matriz dos erros de controle
f	Função genérica
G_c	Função de transferência do controlador clássico
G_p	Função de transferência do processo real
$\hat{G}_p$	Função de transferência do modelo do processo
G_Q	Função de transferência do controlador por modelo interno
G_Δ	Função de transferência do modelo da divergência
g	Número de entradas atrasadas utilizadas no método de Carlsson
H	Função de transferência do modelo do ruído
$\mathbf{h}$	Vetor da resposta ao impulso
$h(k)$	Resposta ao impulso no instante k
i	Índice de uso geral
J	Função objetivo do controlador preditivo
J_{MQ}	Função de custo minimizada pelo estimador MQ
j	Índice de uso geral
k	Instante qualquer do tempo discreto
M	Horizonte de predição
m	Número de variáveis manipuladas do processo
N	Número de amostras de um conjunto
n	Número de variáveis controladas do processo
n_a	Ordem da matriz dos coeficientes das saídas do modelo do processo das estruturas ARX e ARMAX
n_b	Ordem da matriz dos coeficientes das entradas do modelo do processo das estruturas FIR, ARX ARMAX, BJ e OE

n_c	Ordem da matriz dos coeficientes das entradas dos modelos de perturbação das estruturas ARMAX e BJ
n_d	Ordem da matriz dos coeficientes das saídas do modelo de perturbação das estruturas BJ
n_f	Ordem da matriz dos coeficientes das saídas do modelo do processo das estruturas BJ e OE
n_k	Matriz dos coeficientes dos tempos mortos
P	Horizonte de controle
Q_J	Matriz dos sinais de referência das variáveis controladas
q^{-1}	Operador de atraso
R	Matriz dos sinais de referência das variáveis controladas
R_J	Matriz dos pesos do esforço de controle
$\mathbf{r}$	Vetor dos sinais de referência das variáveis controladas
$r(k)$	Sinais de referência das variáveis controladas no instante k
S	Matriz das variáveis de folga
S_0	Função sensibilidade
s_j	<i>Slack variable</i> (variável de folga)
T_J	Matriz dos pesos das variáveis de folga
U	Matriz das variáveis manipuladas
$\mathbf{u}$	Vetor das variáveis manipuladas
$u(k)$	Variáveis manipuladas no instante k
$\mathbf{u}_i$	i -ésima variável manipulada
$\tilde{\mathbf{u}}_i$	Vetor de todas as variáveis manipuladas com exceção da i -ésima
V	Matriz das variáveis de distúrbios (ruído)
$\mathbf{v}$	Vetor das variáveis de distúrbios (ruído)
$v(k)$	Variáveis de distúrbios (ruído) no instante k
X	Matriz de regressores de modelos estáticos
$\mathbf{x}$	Vetor de regressores de modelos estáticos
W	Matriz dos ruídos brancos
$\mathbf{w}$	Vetor dos ruídos brancos
Y	Matriz das saídas reais
$\mathbf{y}$	Vetor das saídas reais
$\hat{\mathbf{y}}$	Vetor das saídas estimadas

SÍMBOLOS GREGOS

ϵ	Vetor de resíduos
θ	Vetor de parâmetros a estimar
$\hat{\theta}$	Vetor de parâmetros estimados
$\hat{\theta}_{\text{MQ}}$	Vetor de parâmetros estimados usando o método MQ
ρ	Coeficiente de Pearson
μ	Média dos valores de um vetor
ξ	Erro cometido pelo método dos mínimos quadrados
σ	Variância de um vetor
φ	Vetor de variáveis regressoras
Δ	Operador diferença
Ψ	Matriz de regressores

SUMÁRIO

1	Introdução.....	16
1.1	Apresentação do problema	16
1.2	Motivação.....	17
1.3	Revisão bibliográfica	18
1.4	Objetivos	20
1.5	Estrutura da dissertação	21
2	Controlador preditivo e controlador por modelo interno.....	22
2.1	Controlador por modelo interno (IMC).....	22
2.1.1	O princípio do controlador por modelo interno.....	22
2.1.2	A estrutura do IMC.....	23
2.2	Controlador preditivo (MPC).....	25
2.2.1	Conceitos básicos do controlador preditivo	25
2.2.2	Horizonte de predição e horizonte de controle	27
2.2.3	Função objetivo	28
2.2.4	Restrições de desigualdade	28
2.2.5	Desempenho do MPC	30
3	Algoritmos de detecção de divergências	32
3.1	Correlação regular.....	32
3.2	Correlações cruzadas	34
3.3	Correlações parciais.....	36
3.4	Correlações semi-parciais.....	38
3.5	O método de Badwe.....	39
3.6	O método de Carlsson	41
3.7	Influência do <i>set-point</i>	42
3.8	Ruído.....	43

3.8.1	Ruídos <i>online</i>	43
3.8.2	Ruídos <i>offline</i>	44
4	Modelos de Estruturas.....	46
4.1	Método dos Mínimos Quadrados	46
4.2	Estimação de Parâmetros de Modelos FIR e ARX usando MQ	47
4.3	Método de Carlsson	48
4.4	Polarização do MQ.....	48
4.5	Correlações parciais utilizando o método MQ em estruturas ARX.....	50
4.6	O Estimador dos Mínimos Quadrados Estendido	51
4.7	Exemplo	52
4.8	Considerações finais	54
5	Estudos de Caso	55
5.1	Cenário 1.....	58
5.2	Cenário 2.....	60
5.3	Cenário 3.....	63
5.4	Cenário 4.....	64
5.5	Cenário 5.....	67
5.5.1	Correlação regular e parcial	67
5.5.2	Correlação parcial utilizando a estrutura FIR (método de Carlsson)	68
5.5.3	Correlação parcial utilizando estruturas ARX	70
5.5.4	Correlação parcial utilizando estruturas ARMAX	73
5.5.5	Correlações parciais utilizando estruturas OE	75
5.5.6	Correlações semi-parciais utilizando estruturas FIR.....	77
5.6	Cenário 6.....	79
6	Projeto inicial de uma nova metodologia	84
6.1	Limitação de ambos os métodos.....	84
6.2	Projeto inicial utilizando a estrutura FIR	85

6.3	Projeto inicial utilizando a estrutura OE.....	90
7	Conclusões	93
	Referências bibliográficas	95

1 Introdução

1.1 Apresentação do problema

O controle preditivo multivariável (*Model Predictive Control* - MPC) é um tipo de controle avançado, muito utilizado para resolver problemas mais complexos (como em situações em que são aplicadas restrições nas variáveis controladas e manipuladas).

Alguns algoritmos das primeiras versões do MPC, que foram desenvolvidos no início da década de 70, são: *Identification and Command algorithm* (Richalet *et al.*, 1978) e *Dynamic Matrix Control* (Cutler; Ramaker, 1980). Desde então, este assunto passou a ser de grande interesse para a indústria e o mundo acadêmico. Uma nova técnica de controle preditivo, chamada *Generalized Predictive Control* (GPC) foi desenvolvida por Clarke *et al.* (1987) e foi destaque no mundo acadêmico (Seborg *et al.*, 2004).

Há duas décadas que esse tipo de controle avançado é amplamente utilizado nas indústrias (Badwe *et al.*, 2009), principalmente pela sua capacidade em lidar com restrições. Como consequência, houve uma quantidade significativa de pesquisas nessa área, com o objetivo de melhorar a sintonia dos controladores e de desenvolver novas técnicas para aumentar a eficiência do processo industrial (Morari; Lee, 1999). A principal motivação desses estudos é econômica, uma vez que a utilização do controle preditivo visa diminuir o desperdício e aumentar a produção, mantendo todas as variáveis envolvidas dentro da faixa operacional especificada.

O conceito do controlador preditivo é intuitivo e natural. Diferentemente do controlador clássico PID, o controlador preditivo utiliza em seu algoritmo um modelo do processo real para calcular as trajetórias ótimas das variáveis manipuladas, que minimizam uma função objetivo definida. Portanto, para o controle preditivo, o modelo do processo possui uma importância fundamental no desempenho do controlador.

No controlador preditivo convencional, a trajetória das variáveis manipuladas é calculada utilizando modelos lineares invariantes no tempo, que representam a dinâmica do processo industrial.

Caso a planta controlada por um controlador preditivo tenha sofrido alguma alteração no seu regime operacional, é esperada uma redução no desempenho do controle, devido à divergência entre o modelo da planta utilizado no controlador e o processo real. Por este motivo, é importante realizar análises periódicas para verificar se o modelo da planta utilizado no controlador e a planta real possuem comportamentos dinâmicos distintos.

1.2 Motivação

Uma recente pesquisa sobre controle de processos químicos industriais deixou claro que o controlador preditivo está sendo amplamente utilizado nas refinarias de petróleo e indústrias químicas, entretanto, alguns problemas ainda devem ser resolvidos (Kano; Ogawa, 2009).

O desempenho do controlador preditivo depende de seis fatores principais (Seborg *et al.*, 2004):

- A precisão do modelo da planta
- Sintonia do controlador
- Divergência do modelo das perturbações
- Restrições das variáveis
- Mudança de ponto de operação
- Pareamento de variáveis
- Problemas de instrumentação

Um dos problemas principais identificados nesse controlador é com sua manutenção. Para garantir um desempenho mínimo de controle e evitar a deterioração de sua eficiência, os engenheiros de controle devem saber o motivo

dessa deterioração e tomar as medidas necessárias. Como a deterioração do desempenho normalmente está vinculada a mudanças nas características do processo, a reidentificação do modelo é a chave para a manutenção.

Como, normalmente, nem todos os sub-modelos devem ser reidentificados, é essencial identificar aqueles que possuem divergências com o processo real e que devem ser corrigidos. Geralmente, controladores preditivos possuem dezenas de variáveis manipuladas e controladas, de modo que a detecção das principais divergências do modelo torna-se um procedimento muito útil na prática (Kano *et al.*, 2010).

1.3 Revisão bibliográfica

Em 1993, um método foi proposto para monitorar e diagnosticar sistemas de controle SISO em malha fechada em suas condições normais de operação, que era capaz de, por exemplo, identificar desvios significativos da função objetivo de controle e baixo desempenho do controlador. Este método utilizava autocorrelações e correlações cruzadas dos dados entre um sinal externo e o erro de predição para analisar o desempenho do sistema (Stanfelj *et al.*, 1993).

Em 2006, um método foi desenvolvido para detectar e isolar os modelos divergentes do processo real. Esse problema foi formulado utilizando modelos em espaço de estados em tempo discreto. Três novos índices de detecção de divergências foram propostos e são utilizados para isolar sistemas de matrizes que apresentam divergências (Jiang *et al.*, 2006).

Webber e Gupta desenvolveram em 2008 um método, aplicando o conceito do método desenvolvido por Stanfelj *et al.* (1993) em um sistema multivariável. Um sistema multivariável é composto por muitos sub-modelos, cada um representando a dinâmica entre uma entrada e uma saída. Este método explica como a correlação cruzada pode ser utilizada para ajudar na identificação de um conjunto de candidatos de sub-modelos que devem ser reidentificados, uma vez que podem apresentar diferenças com o processo real. Esse método primeiramente encontra as linhas e colunas cuja função de transferência contém divergências, utilizando a

correlação convencional e então os candidatos a serem reidentificados são encontrados pela intersecção das linhas e colunas (Webber; Gupta, 2008).

Em 2008, Badwe *et al.* propuseram um novo método para detectar essas diferenças, com a planta operando em malha fechada em suas condições normais de operação. Esse método utiliza análise de correlações parciais entre os resíduos do modelo e as variáveis manipuladas. A principal vantagem desse método em relação ao de Webber e Gupta é que ele apresenta os sub-modelos que são de fato responsáveis pelas divergências e não apenas os candidatos a serem reidentificados. Consequentemente, o número de modelos que deve ser reidentificado com a finalidade de melhorar o desempenho da planta é menor, tornando o processo de reidentificação mais rápido e viável. O artigo discorre sobre o controle por modelo interno (*Internal Model Control - IMC*), apresentando uma visão geral deste tipo de controlador, assim como suas propriedades. Como a teoria desenvolvida por Badwe *et al.* foi realizada a partir do IMC, este material possui uma fundamental importância neste trabalho.

Em 2009, Grover apresentou um trabalho com o objetivo de quantificar o efeito do erro de modelagem no desempenho do controlador preditivo, propondo um novo método que aplica o “Cálculo de Matrizes” para medir a sensibilidade do desempenho do controlador em função dos erros de modelagem (Grover, 2009).

Em 2010, uma técnica foi proposta por Carlsson, que é uma simplificação do método proposto por Badwe *et al.*, e foi desenvolvido com o mesmo objetivo (Carlsson, 2010). Nesse trabalho, uma extensão para introduzir detecção de divergências entre modelos não-lineares e o processo real foi abordada, entretanto, este tema foge do escopo desta dissertação.

Ainda no mesmo ano, Kano *et al.* propuseram um novo método para detectar as divergências significativas com dados adquiridos da planta operando em malha fechada. Este trabalho utiliza o método *stepwise* depois de adicionar ruído branco. Para cada sub-modelo é aplicada uma fórmula que calcula uma nota para verificar o seu grau de divergência (Kano *et al.*, 2010).

Finalmente, em 2011, Nafsun e Yussof iniciaram um trabalho de investigação dos efeitos dessas divergências no desempenho do controlador preditivo, na

presença somente de erros de modelagem no ganho, na constante de tempo ou no tempo morto (Nafsun; Yussof, 2011).

A baixa quantidade de referências presentes nesta seção é explicada pelo pequeno número de publicações de trabalhos relacionados a este tema.

1.4 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é analisar as técnicas desenvolvidas por Badwe *et al.* (2009) e por Carlsson (2010), apresentando conceitos importantes para entender ambos os métodos, não encontrados nas fontes originais. Desenvolvimento de novos métodos e sugestões de melhorias também estão dentro dos objetivos deste trabalho.

Neste cenário, os objetivos específicos deste trabalho são:

- Demonstrar que o método de Carlsson é uma simplificação do método de Badwe.
- Apresentar condições necessárias para que os resultados do método de Carlsson não sejam polarizados.
- Analisar a influência da variância do ruído branco, tanto *online* como *offline*, utilizado nas identificações.
- Analisar os resultados das correlações parciais utilizando vários modelos de estruturas diferentes (FIR, ARX, ARMAX, OE) nas identificações, que é um dos passos do método de Badwe.
- Apresentar uma sugestão de melhoria para o método de Badwe, para verificar se os resultados obtidos são válidos.
- Verificar se a correlação semi-parcial pode ser uma alternativa a ser utilizada.

Todas as simulações e resultados deste trabalho são feitas no Matlab com Simulink, utilizando o MPC Toolbox disponível nesse software.

1.5 Estrutura da dissertação

O primeiro capítulo introduz o tema proposto, apresentando a motivação e os objetivos.

No segundo capítulo discorre-se sobre a teoria do controlador preditivo, abordando conceitos importantes para a sua utilização como: horizonte de predição, horizonte de controle, função objetivo, restrições e desempenho.

No terceiro capítulo discutem-se ambas as teorias de detecção de divergências do modelo da planta (Badwe *et al.* e Carlsson), uma vez que elas são as bases deste trabalho.

No quarto capítulo discutem-se alguns modelos de estruturas utilizados na identificação de sistemas e como a escolha deste modelo influencia nos resultados finais da correlação parcial.

No quinto capítulo são simulados no Matlab alguns casos de sistemas 2x2 e 3x3 utilizando ambas as técnicas apresentadas, cuja teoria foi apresentada no capítulo anterior, e vários modelos de estruturas diferentes. Apresentam-se também os resultados caso fossem utilizadas as correlações semi-parciais.

No sexto capítulo discorre-se sobre o método proposto para detectar níveis de divergência através de um estudo de caso.

No sétimo capítulo estão as considerações finais sobre este trabalho.

Finalmente, são exibidas as referências bibliográficas.

2 Controlador preditivo e controlador por modelo interno

Neste capítulo é apresentada a teoria do controlador preditivo e do controlador por modelo interno, que são úteis para entender a teoria de Badwe *et al.* e de Carlsson discutida no próximo capítulo.

2.1 Controlador por modelo interno (IMC)

2.1.1 O princípio do controlador por modelo interno

A filosofia do controlador por modelo interno (*Internal Model Control*) ou IMC tem como base o princípio de que o controle pode ser atingido se o sistema de controle encapsular, implicitamente ou explicitamente, alguma representação do processo a ser controlado. Particularmente, se o esquema do controlador foi desenvolvido baseado no modelo exato do processo, então o controle perfeito pode ser teoricamente atingido.

No diagrama de blocos da Figura 2.1, o controlador possui a função de transferência $G_c(s)$, enquanto que $G_p(s)$ é o processo sendo controlado. Caso $G_c(s) = 1/G_p(s)$, ou seja, se o modelo do controlador for o inverso do modelo exato da planta, então as saídas da planta sempre acompanhariam as trajetórias desejadas. É importante ressaltar que para atingir o controle ideal, não é necessário realimentar as saídas, desde que o modelo da planta seja perfeito. Como na prática isto não ocorre e muitas vezes não é possível inverter a função de transferência $G_p(s)$, é necessário realimentar a saída da planta no controlador.

Figura 2.1 - Diagrama de blocos.

2.1.2 A estrutura do IMC

Na maioria dos casos, é necessário utilizar o controlador em malha fechada devido aos seguintes fatores:

- Na prática existem divergências entre o modelo do controlador e o processo real.
- O sistema é afetado por perturbações não medidas.
- Muitas vezes não é possível inverter a função de transferência $G_p(s)$.

As Figuras 2.2 e 2.3 (Tham, 2002) mostram a estrutura do controle clássico e do controle por modelo interno no modo regulatório, respectivamente.

Figura 2.2 - Controle clássico.

Figura 2.3 - Controle por modelo interno.

Sendo $\hat{G}_p(s)$ o modelo interno do processo, pode ser demonstrado facilmente que ambos os controladores são equivalentes, desde que:

$$G_c(s) = \frac{G_Q(s)}{1 - G_Q(s)\hat{G}_p(s)} \quad (2.1)$$

Utilizando as relações em malha fechada:

$$U(s) = G_Q(s)[R(s) - E(s)]$$

$$U(s) = G_Q(s) \left[R(s) - (G_p(s) - \hat{G}_p(s)) U(s) - V(s) \right] \quad (2.2)$$

$$U(s) = \frac{G_Q(s)[R(s) - V(s)]}{1 + G_Q(s)(G_p(s) - \hat{G}_p(s))} \quad (2.3)$$

$$Y(s) = \left[\frac{G_Q(s)[R(s) - V(s)]}{1 + G_Q(s)(G_p(s) - \hat{G}_p(s))} \right] G_p(s) + V(s) \quad (2.4)$$

Isto resulta na equação (2.5) (Tham, 2002).

$$Y(s) = \frac{G_Q(s)G_p(s)}{1 + G_Q(s)(G_p(s) - \hat{G}_p(s))} R(s) + \frac{1 - G_Q(s)\hat{G}_p(s)}{1 + G_Q(s)(G_p(s) - \hat{G}_p(s))} V(s) \quad (2.5)$$

Se o modelo interno for exato, ou seja, se $G_p(s) = \hat{G}_p(s)$, então:

$$Y(s) = G_Q(s)G_p(s)R(s) + (1 - G_Q(s)\hat{G}_p(s))V(s) \quad (2.6)$$

Fazendo uma análise mais voltada à divergência de sub-modelos, o erro do modelo e , que é a diferença entre a saída real $y(k)$ da planta e a saída do modelo $\hat{y}(k)$, é exibido na expressão (2.7), após a transformação para o domínio de tempo discreto.

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) = G_\Delta(q)u(k) + v(k) \quad (2.7)$$

sendo que $G_\Delta(q) = G_p(q) - \hat{G}_p(q)$, ou seja, $G_\Delta(q)$ é o modelo das divergências e $v(k)$ é ruído atuando no processo (Badwe *et al.*, 2008).

Através da expressão (2.7) fica claro que a correlação entre $u(k)$ e $e(k)$ corresponde ao nível de divergência do modelo interno do controlador. Isso quer dizer que caso $G_{\Delta ji}(q)$ seja significativo, a correlação entre u_i e e_j também será significativa, ou seja, nesse sub-modelo deverá existir uma divergência considerável.

Considerando o controlador multivariável operando em malha fechada, pode-se calcular $u(k)$ e $e(k)$ em função de $G_\Delta(q)$, $G_Q(q)$, $r(k)$ e $v(k)$, resultando nas equações (2.8) e (2.9), caso a perturbação seja medida.

$$e(k) = [I + G_{\Delta}(q)G_Q(q)]^{-1}G_{\Delta}(q)G_Q(q)r(k) + [I + G_{\Delta}(q)G_Q(q)]^{-1}v(k) \quad (2.8)$$

$$u(k) = G_Q(q)[I + G_{\Delta}(q)G_Q(q)]^{-1}r(k) - G_Q(q)[I + G_{\Delta}(q)G_Q(q)]^{-1}v(k) \quad (2.9)$$

Define-se $S_{ru} = G_Q(q)[I + G_{\Delta}(q)G_Q(q)]^{-1}$ e $S_{vu} = -G_Q(q)[I + G_{\Delta}(q)G_Q(q)]^{-1}$ em que S_{ru} e S_{vu} são as sensibilidades de entrada de $r(k)$ e $v(k)$, respectivamente (Badwe *et al.*, 2008).

2.2 Controlador preditivo (MPC)

2.2.1 Conceitos básicos do controlador preditivo

O conceito básico do controlador preditivo (*Model Predictive Control*) ou MPC pode ser resumido da seguinte maneira. Suponha que se deseje controlar um processo multivariável, respeitando uma determinada restrição de desigualdade nas variáveis de entrada e de saída. As variáveis de entrada normalmente são chamadas de variáveis manipuladas (*manipulated variables* ou MVs) enquanto que as variáveis de saída são as variáveis controladas (*controlled variables* ou CVs). Caso um modelo preciso do processo seja utilizado no controlador preditivo, este pode ser utilizado para prever valores futuros das variáveis de saída. O controlador compara os valores medidos da saída da planta com os previstos pelo modelo interno e calcula um valor para a variável manipulada. Esse procedimento tem a finalidade de corrigir o novo valor da variável manipulada caso exista divergências entre o modelo interno do controlador e o processo real.

Os objetivos gerais do controlador preditivo foram resumidos por Qin e Badgwell (2003 apud Seborg (2004)) e são:

1. Evitar violações das restrições das variáveis de entrada e saída.
2. Calcular os valores das variáveis manipuladas para que as variáveis controladas sigam a trajetória das variáveis de referência, dentro dos limites permitidos.

3. Evitar esforços de controle excessivos.

Uma possível interpretação para o diagrama de blocos do controle preditivo é mostrada na Figura 2.4 (Seborg *et al.*, 2004). O modelo interno da planta é utilizado pelo controlador para prever os valores das variáveis controladas. Os resíduos, ou seja, a diferença entre a variável controlada medida e prevista, servem como uma das entradas do bloco *Predição*. As previsões são utilizadas em cada intervalo de amostragem, tanto para o cálculo das referências como das ações de controle. É importante ressaltar que a configuração do MPC é similar à do IMC, uma vez que o modelo é executado em paralelo com o processo e os resíduos realimentam o controlador. Entretanto, a coordenação entre o cálculo das referências e das ações de controle é um recurso único do MPC.

Figura 2.4 - Diagrama de blocos do controle preditivo.

As referências dos cálculos das ações de controle são geradas através de uma otimização econômica, baseando-se no modelo do processo. Normalmente, o objetivo dessa otimização é minimizar a função objetivo (vide subseção 2.2.3). Os valores ótimos das referências são alterados frequentemente, graças às variações nas condições do processo, do equipamento ou da instrumentação.

Os cálculos de controle são baseados nos valores atuais e as previsões dos valores futuros das saídas. As previsões são feitas utilizando o modelo interno

dinâmico do controlador, que pode ser representado por funções de transferência, equações em espaço de estados ou modelos dinâmicos não-lineares.

O objetivo dos cálculos de controle é determinar uma sequência de movimentos de controle para as variáveis manipuladas, de modo que as saídas previstas atinjam as referências de uma maneira ótima.

2.2.2 Horizonte de predição e horizonte de controle

A saída atual $y(k)$, a saída prevista $\hat{y}(k)$ e a variável manipulada $u(k)$ são mostradas na Figura 2.5 (Seborg *et al.*, 2004). Na amostra atual k , o MPC calcula um conjunto de M valores $\{u(k), \dots, u(k+M-1)\}$. A entrada permanece constante até a realização do próximo cálculo no intervalo de amostragem posterior. Os valores das variáveis manipuladas são calculados de modo que as P saídas previstas $\{y(k), \dots, y(k+P-1)\}$ atinjam o *set-point* de maneira ótima. O número de predições P é chamado de horizonte de predição e o número de ações de controle M é chamado de horizonte de controle.

Figura 2.5 - Conceitos básicos do controle preditivo.

Apesar de serem calculadas P saídas previstas e M futuros valores para as variáveis manipuladas a cada intervalo de amostragem, somente o primeiro valor calculado das variáveis manipuladas é enviado para a planta. No próximo intervalo de amostragem, todos os valores são recalculados. Este conceito é exibido na Figura 2.5.

2.2.3 Função objetivo

Idealmente, deseja-se reduzir tanto o erro de controle ($y(k) - r(k)$) quanto o esforço de controle ($\Delta \mathbf{u}$). Entretanto, o erro de controle e o esforço de controle são inversamente proporcionais entre si, pois o aumento do esforço de controle significa que as variações entre cada intervalo de amostragem das variáveis manipuladas podem ser maiores, de modo que as variáveis controladas podem chegar mais rapidamente aos valores de referência, diminuindo o erro de controle. A diminuição do erro de controle significa um melhor desempenho, enquanto que a diminuição do esforço de controle significa um menor desgaste dos atuadores das malhas de controle e, portanto, menor custo. Logo, a escolha desses coeficientes deve ser feita com cautela. A função objetivo do MPC possui a estrutura mostrada na equação (2.10) (Seborg *et al.*, 2004).

$$\min_{\Delta \mathbf{U}(k)} J = \hat{\mathbf{E}}_c(k+1)^T Q_J \hat{\mathbf{E}}_c(k+1) + \Delta \mathbf{U}(k)^T R_J \Delta \mathbf{U}(k) \quad (2.10)$$

em que $\Delta \mathbf{U}(k) \triangleq \text{col}[\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+M-1)]$ e $\hat{\mathbf{E}}_c(k+1) \triangleq \text{col}[y(k+1/k) - r(k+1), y(k+2/k) - r(k+2), \dots, y(k+P/k) - r(k+P)]$.

A matriz Q_J é positiva definida e define o peso do erro de controle $\hat{\mathbf{E}}_c(k+1)$, com as variáveis mais importantes tendo os maiores valores, e portanto, menores erros de controle. A matriz R_J é positiva semi-definida e é a matriz do peso do esforço de controle, cujo aumento de suas variáveis proporciona um comportamento mais conservador do controlador preditivo, com a diminuição dos valores de $\Delta \mathbf{U}(k)$. Geralmente, ambas as matrizes são diagonais contendo elementos positivos, cada um deles está relacionado à sua variável controlada ou manipulada. Esse recurso é fundamental, caso o desempenho de uma determinada saída seja mais importante que outra.

2.2.4 Restrições de desigualdade

Uma das vantagens do MPC é que ele permite aplicar restrições de desigualdade em suas variáveis, fato que é muito importante devido às limitações físicas dos equipamentos envolvidos. Pode-se dividir as restrições em leves (*soft*) e severas (*hard*). As restrições severas sempre são respeitadas pelo controlador,

garantindo que a variável esteja na faixa de valores permitidos. Mas as restrições leves nem sempre são respeitadas pelo controlador. Quando isto ocorre, um novo termo é adicionado na função objetivo.

As restrições referentes a $\mathbf{u}$ e $\Delta\mathbf{u}$ sempre são severas, uma vez que seus valores são definidos pelo MPC, e portanto, há controle sobre eles. Um exemplo de restrições severas é apresentado nas expressões (2.11) e (2.12).

$$u_{min} \leq u(k+i) < u_{max} \quad i = 0,1,2 \dots M \quad (2.11)$$

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k+i) < \Delta u_{max} \quad i = 0,1,2 \dots M \quad (2.12)$$

Já para as variáveis controladas, utilizam-se restrições leves, que podem ser inviáveis, de modo que o algoritmo pode não conseguir respeitar tais condições definidas. As restrições leves são criadas adicionando-se a variável de folga $s_j > 0$ nas inequações, como exemplificado na equação (2.13) (Seborg *et al.*, 2004).

$$y_{min} - s_j \leq \hat{y}(k+j) < s_j + y_{max} \quad j = 0,1,2 \dots P \quad (2.13)$$

Os valores numéricos das variáveis de folga podem ser determinados durante a otimização, adicionando-se um novo termo na função objetivo, cuja nova fórmula é mostrada em (2.14) (Seborg *et al.*, 2004).

$$\min_{\Delta\mathbf{U}(k)} J = \hat{\mathbf{E}}_c(k+1)^T Q_J \hat{\mathbf{E}}_c(k+1) + \Delta\mathbf{U}(k)^T R_J \Delta\mathbf{U}(k) + \mathbf{S}^T T_J \mathbf{S} \quad (2.14)$$

em que $\mathbf{S} \triangleq \text{col}[s_1, s_2, \dots, s_P]$ e T_J é uma matriz de peso diagonal para as variáveis de folga.

Há uma razão principal para se utilizar uma variável de folga para formar restrições leves para a saída. Restrições de saída geralmente causam grandes modificações nas variáveis manipuladas $\mathbf{u}$ e seus incrementos $\Delta\mathbf{u}$. Quando isto ocorre, ambos podem violar as suas próprias limitações, surgindo um conflito de restrições. Nas situações em que as limitações nas variáveis de controle são mais essenciais para a operação da planta, as restrições de saída possuem uma prioridade menor, selecionando um maior folga variável s_j para resolver esse conflito.

As matrizes Q_J , R_J e T_J são os pesos do erro de controle, do esforço de controle e das restrições da saída no cálculo das ações de controle,

respectivamente. Caso se aumente os valores da matriz T_J , os valores de s_j serão menores, respeitando mais as restrições impostas na saída. Entretanto, neste caso, o erro de controle e o esforço de controle serão maiores.

Observe que as restrições apresentadas em (2.10) foram impostas na saída do modelo interno do controlador $\hat{y}(k)$ e não na saída da planta $y(k)$. Consequentemente, $y(k)$ pode violar a restrição diferentemente de $\hat{y}(k)$, como resultado de erros de modelagem e distúrbios não medidos. Por isso, verifica-se a importância da detecção de divergências para melhorar o desempenho do controle e sua segurança.

2.2.5 Desempenho do MPC

Algumas das causas da degradação de desempenho do MPC foram identificadas como as seguintes por Patwardhan (1999 apud Grover, 2009) e por (Parwardan e McIntyre, 2008):

- Falta de treinamento por parte do operador.
- Alterações na dinâmica do processo.
- Não-linearidade no processo.
- Imposição de restrições severas.
- Incapacidade de quantificar o desempenho do MPC.
- Incapacidade de relacionar os benefícios do MPC ao desempenho do processo.
- Falta de melhores práticas.
- Incapacidade de avaliar a qualidade do modelo.
- Incapacidade de explicar o comportamento do MPC em tempo real.
- Incapacidade de visualizar e avaliar o desempenho dos elementos de apoio, incluindo controladores PID, válvulas e inferências.
- Incapacidade de explicar o comportamento do MPC em tempo real.

A maioria dos processos químicos varia com o tempo e são por natureza não-lineares. Mas o controle preditivo é normalmente baseado em um modelo linear e invariante no tempo, que é uma aproximação do processo real. Deste modo, espera-se uma diferença significativa devido às mudanças nas condições do processo.

É improvável que um controlador que tenha sido desenvolvido com o modelo nominal do processo possua o mesmo desempenho, caso o processo seja alterado para um regime diferente de operação. O desempenho do MPC depende da qualidade de seu modelo interno, uma vez que quanto maior a divergência entre o modelo interno e o processo, mais incertas serão as previsões (Patwardhan; Shah, 2002 apud Grover, 2009).

Engenheiros que implementam sistemas MPC lineares fazem extensas simulações para garantir que o controle seja suficientemente robusto (Qin; Badgwell, 1996 apud Grover, 2009).

A melhoria do desempenho e o aumento da robustez são objetivos conflitantes. Observou-se que dessintonizar o controlador melhora a robustez do mesmo (Genceli; Nikolaou, 1993 apud Grover, 2009).

O efeito da divergência também depende da sintonia do controlador. Quanto mais agressivo for este, maior será o seu efeito. Entretanto, a agressividade também está relacionada a uma melhoria do desempenho, desde que o modelo utilizado represente bem o processo real.

Portanto, existem vários motivos que justificam o investimento na detecção de divergências presentes no modelo, com o intuito de evitar uma eventual degradação do desempenho do controlador preditivo.

3 Algoritmos de detecção de divergências

Viu-se no capítulo anterior que $e(k) = G_\Delta(q)u(k) + v(k)$. O erro predito é dividido em uma parte determinística e outra de perturbações. Supondo que $v(k)$ seja desprezível comparado a $\Delta(q)u(k)$, então:

$$e(k) \cong (G_p(q) - \hat{G}_p(q))u(k) = G_\Delta(q)u(k) \quad (3.1)$$

Portanto, supondo que $G_p(q)$ e $\hat{G}_p(q)$ sejam sistemas lineares invariantes no tempo, $G_\Delta(q) = G_p(q) - \hat{G}_p(q)$ também será. Logo, $G_\Delta(q)$ é uma matriz com n linhas e m colunas, sendo n o número de saídas da planta e m o de entradas.

$$\text{Caso se considere } G_\Delta(q) = \begin{bmatrix} G_{\Delta 11} & \cdots & G_{\Delta 1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{\Delta n1} & \cdots & G_{\Delta nm} \end{bmatrix}, \text{ então para todo } G_{\Delta ji} \neq 0$$

haverá divergência entre a predição $\hat{y}_j$ e a variável controlada y_j , com $i = 0,1,2 \dots m$ e $j = 0,1,2 \dots n$. O fato dela não ser nula, não quer dizer que seja significativa.

3.1 Correlação regular

O coeficiente de correlação de Pearson (ρ) mede o grau da correlação linear entre duas variáveis quantitativas. É um índice que reflete a intensidade de uma relação linear entre dois conjuntos de dados. Este coeficiente pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E((X - \mu_X)(Y - \mu_Y))}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{E(X^2) - E^2(X)}\sqrt{E(Y^2) - E^2(Y)}} \quad (3.2)$$

A covariância entre $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$ pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\text{cov}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right) \left(\sum_{i=1}^N y_i \right) \right] \quad (3.3)$$

Finalmente,

$$\sigma_X = cov(\mathbf{X}, \mathbf{X}) = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right] \quad (3.4)$$

Este coeficiente, normalmente representado pela letra grega ρ , assume valores entre -1 e 1:

- $\rho = 1$ significa uma correlação perfeita positiva entre as duas variáveis.
- $\rho = -1$ significa uma correlação negativa perfeita entre as duas variáveis, isto é, se uma aumenta, a outra sempre diminui.
- $\rho = 0$ significa que as duas variáveis não dependem linearmente uma da outra.

Portanto a correlação entre $\mathbf{u}$ e $\mathbf{e}$ será:

$$\rho_{(u,e)} = \begin{bmatrix} \rho_{(u_1,e_1)} & \cdots & \rho_{(u_m,e_1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{(u_1,e_n)} & \cdots & \rho_{(u_m,e_n)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Teorema (Webber; Gupta, 2008): Caso $G_{\Delta ji} = 0$ para $i = 1, 2, \dots, n$, então a correlação regular entre $\mathbf{u}_i$ e $\mathbf{e}_j$ será aproximadamente zero se $\mathbf{r}_j$ e $\mathbf{v}_j$ não forem correlacionados e se $|\mathbf{r}_j| \gg |\mathbf{v}_j|$.

De (2.7), tem-se:

$$e_j(k) = \left[G_{\Delta j1}(q) \ G_{\Delta j2}(q) \ \dots \ G_{\Delta ji}(q) \ \dots \ G_{\Delta jm}(q) \right] \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_i(k) \\ \vdots \\ u_m(k) \end{bmatrix} + v_j(k), \quad (3.6)$$

com $G_{\Delta ji} = 0$ para $i = 1, 2, \dots, m$.

Portanto,

$$\mathbf{e}_j = \mathbf{v}_j \quad (3.7)$$

Multiplicando-se ambos os termos por $\mathbf{u}_{i_k}$:

$$E(\mathbf{u}_{i_k} \mathbf{e}_j) = E(\mathbf{u}_{i_k} \mathbf{v}_j) \quad (3.8)$$

Então $E(\mathbf{u}_{i_k} \mathbf{e}_j) = 0$, caso $\mathbf{u}_{i_k}$ seja independente do distúrbio $\mathbf{v}_j$.

Mas,

$$u(k) = G_Q(q)[r(k) - e(k)] = G_Q(q)[r(k) - v(k)] \quad (3.9)$$

Portanto, $\mathbf{u}_{i_k}$ é sempre correlacionado a $\mathbf{v}_j$, a menos que a relação sinal/ruído seja muito alta. Neste caso, pode-se aproximar a equação (3.9) para:

$$u(k) = G_Q(q)r(k) \quad (3.10)$$

Então, $E(\mathbf{u}_{i_k} \mathbf{e}_j) = 0$ caso $\mathbf{r}_j$ e $\mathbf{v}_j$ não sejam correlacionados e, portanto, $\rho_{u_i, e_j} = 0$ para $\forall i = 1, 2 \dots m$.

Esse teorema ressalta a importância de se ter uma relação sinal-ruído elevada, para garantir resultados mais precisos e corretos. Para o caso da análise utilizando a correlação regular, é importante garantir que o ruído $\mathbf{v}_j$ e a referência $\mathbf{r}_j$ sejam sinais não correlacionados. Entretanto, como é demonstrado na próxima seção, a correlação regular não detecta corretamente as divergências, devido ao fato que as variáveis manipuladas são normalmente correlacionadas entre si.

3.2 Correlações cruzadas

$$\text{Suponha que } G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{12}{3s+1} & \frac{20}{65s+1} \\ \frac{10}{10s+1} & \frac{50}{15s+1} \end{bmatrix} \text{ e } \hat{G}_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{11.8}{3s+1} & \frac{20}{65s+1} \\ \frac{10}{10s+1} & \frac{50}{15s+1} \end{bmatrix}$$

$$\text{Logo, } G_\Delta(s) = \begin{bmatrix} G_{\Delta 11}(s) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ com } G_{\Delta 11}(s) = \frac{0.2}{3s+1}.$$

Após a transformação para o domínio de tempo discreto utilizando um período de amostragem igual a $t = 1s$, e desprezando a influência do ruído, pode-se aproximar $e_1(k)$ como sendo:

$$e_1(k) = \sum_{d=0}^{\infty} h_{11}(d)u_1(k-d) + \sum_{d=0}^{\infty} h_{12}(d)u_2(k-d) \quad (3.11)$$

$e_1(k) = \sum_{d=0}^{\infty} h(d)u_1(k-d)$, em que h_{11} é a resposta impulsiva de Δ_{11} e h_{12} é nulo. Para o caso deste exemplo, $e_1(k) = 0,0567u_1(k-1) + 0,0406u_1(k-2) + 0,0291u_1(k-3)\dots$

Os valores $u(k-d)$ claramente influenciam o valor de $e_1(k)$, devido à dinâmica do processo e consequentemente de $G_{\Delta}(q)$. Entretanto, a correlação apresentada verifica se existe uma relação apenas entre $e_1(k)$ e $u_1(k)$, mas não entre suas defasagens prévias, de modo que é possível não detectar uma divergência existente. Por isso, serão utilizadas correlações cruzadas, que calculam a correlação entre $e_1(k)$ e $u_1(k-d)$, com d variando de 0 até g , tal que $h(d) \cong 0 \forall d > g$. É importante que g possua um valor suficientemente alto para que identifique corretamente a diferença.

Ainda no mesmo exemplo utilizado, sabe-se que:

$$e_1(k) = G_{\Delta_{11}}(q)u_1(k) + v_1(k) \quad (3.12)$$

Considerando a variância do ruído $v_1(k)$ suficientemente pequena, espera-se encontrar a seguinte matriz:

$$\rho_{(u,e)} = \begin{bmatrix} \rho_{(u_1,e_1)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ com } \rho_{(u_1,e_1)} \neq 0.$$

Mas,

$$u(k) = G_Q(q)(r(k) - (\hat{y}(k) - y(k))) = G_Q(q)(r(k) - G_{\Delta}(q)u(k) - v(k)) \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{Q_{11}}(q) & G_{Q_{12}}(q) \\ G_{Q_{21}}(q) & G_{Q_{22}}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(k) - v_1(k) \\ r_2(k) - v_2(k) \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} G_{Q_{11}}(q) & G_{Q_{12}}(q) \\ G_{Q_{21}}(q) & G_{Q_{22}}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{\Delta_{11}}(q) & G_{\Delta_{12}}(q) \\ G_{\Delta_{21}}(q) & G_{\Delta_{22}}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{Q_{11}}(q) & G_{Q_{12}}(q) \\ G_{Q_{21}}(q) & G_{Q_{22}}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(k) - v_1(k) \\ r_2(k) - v_2(k) \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} G_{Q_{11}}(q) & G_{Q_{12}}(q) \\ G_{Q_{21}}(q) & G_{Q_{22}}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{\Delta_{11}}(q)u_1(k) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{Q_{11}}(q) & G_{Q_{12}}(q) \\ G_{Q_{21}}(q) & G_{Q_{22}}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1(k) - v_1(k) \\ r_2(k) - v_2(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_{Q_{11}}(q)G_{\Delta_{11}}(q)u_1(k) \\ G_{Q_{21}}(q)G_{\Delta_{11}}(q)u_1(k) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Portanto, se $G_{Q_{21}}(q)$ não for nulo, haverá correlação entre $\mathbf{u}_1$ e $\mathbf{u}_2$, então $\rho_{(\mathbf{u}_2, \mathbf{e}_1)} \neq 0$ será diferente do esperado.

Dependendo da estrutura do controlador G_Q , isto pode levar a correlações entre as variáveis manipuladas, que por sua vez podem confundir a análise de correlações regulares. A utilização desse método pode identificar incorretamente divergências significativas entre as variáveis manipuladas e os resíduos do modelo. Para superar essa deficiência, há duas propostas que utilizam o conceito das correlações parciais.

3.3 Correlações parciais

Correlações parciais são muito utilizadas em ciências sociais, econometria, astronomia e engenharia. Muitos artigos foram publicados nesses últimos anos, utilizando a correlação parcial como ferramenta para detectar divergências no modelo interno. A correlação parcial pode identificar novas divergências, que não foram detectadas pela correlação regular, ou ocultar aquelas detectadas incorretamente.

Correlação parcial é a relação entre duas variáveis que são afetadas por uma terceira. O objetivo é encontrar a correlação entre elas, eliminando os efeitos da terceira variável.

Formalmente, a correlação parcial entre X e Y de um dado conjunto de variáveis de controle $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_N\}$, escrito $\rho_{XY|Z}$, é a correlação regular entre ambos os resíduos, resultante da regressão linear de X com Z e Y com Z , respectivamente.

Para calcular a correlação parcial é necessário resolver os dois problemas de regressão linear, obter os seus resíduos (ϵ_x e ϵ_y) e calcular a correlação regular entre eles, sendo x_i , y_i e z_i amostras dos processos estocásticos de X , Y e Z .

$$\mathbf{x} = \mathbf{z}\theta_x + \epsilon_x \quad (3.17)$$

$$\mathbf{z}^T \mathbf{x} = \mathbf{z}^T (\mathbf{z}\theta_x) + \mathbf{z}^T \epsilon_x \quad (3.18)$$

Supondo que ϵ_x seja perpendicular a $\mathbf{z}$.

$$\mathbf{z}^T \mathbf{x} = (\mathbf{z}^T \mathbf{z})\theta_x \rightarrow \theta_x = (\mathbf{z}^T \mathbf{z})^{-1} \mathbf{z}^T \mathbf{x} \quad (3.19)$$

Logo,

$$\mathbf{x} = \mathbf{z}\theta_x + \epsilon_x \rightarrow \epsilon_x = \mathbf{x} - \mathbf{z}(\mathbf{z}^T \mathbf{z})^{-1} \mathbf{z}^T \mathbf{x} \quad (3.20)$$

Analogamente para $\mathbf{y}$,

$$\mathbf{y} = \mathbf{z}\theta_y + \epsilon_y \rightarrow \epsilon_y = \mathbf{y} - \mathbf{z}(\mathbf{z}^T \mathbf{z})^{-1} \mathbf{z}^T \mathbf{y} \quad (3.21)$$

A correlação parcial de $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, que é afetada por $\mathbf{z}$, é igual à correlação regular entre ϵ_x e ϵ_y . Uma outra alternativa é utilizar a fórmula (3.22) com as correlações regulares entre as três variáveis envolvidas, cujo resultado é o mesmo.

$$\rho_{\mathbf{x},\mathbf{y}|\mathbf{z}} = \rho_{\epsilon_x, \epsilon_y} = \frac{\rho_{\mathbf{x},\mathbf{y}} - \rho_{\mathbf{x},\mathbf{z}}\rho_{\mathbf{y},\mathbf{z}}}{\sqrt{1 - \rho_{\mathbf{x},\mathbf{z}}^2} \sqrt{1 - \rho_{\mathbf{y},\mathbf{z}}^2}} \quad (3.22)$$

Uma interpretação geométrica está na Figura 3.1. Nota-se que os resíduos de $\mathbf{x}$, ou seja, ϵ_x , que foram calculados a partir da regressão de X utilizando Z , possui um produto escalar nulo com o vetor $\mathbf{z}$ gerado por Z . Portanto, o vetor residual ϵ_x está contido dentro do plano S_z , perpendicular a $\mathbf{z}$.

O mesmo pode ser aplicado a ϵ_y . A correlação parcial é o cosseno de α , que é o ângulo das projeções dos vetores $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, ou seja, ϵ_x e ϵ_y respectivamente, no plano S_z , perpendicular ao vetor $\mathbf{z}$.

Figura 3.1 - Interpretação geométrica da correlação parcial.

3.4 Correlações semi-parciais

A correlação semi-parcial é similar à correlação parcial. A principal diferença é que na correlação parcial a influência da terceira variável é reduzida em ambas as variáveis x e y , enquanto que na correlação semi-parcial, a influência da terceira variável é reduzida em apenas uma delas.

A correlação semi-parcial entre x e y , com a influência da variável z removida apenas de y , pode ser calculada através da expressão (3.23).

$$\rho_{x(y* z)} = \rho_{x, \epsilon_y} = \frac{\rho_{x,y} - \rho_{x,z}\rho_{y,z}}{\sqrt{1 - (\rho_{y,z})^2}} \quad (3.23)$$

Este tipo de correlação sempre será menor ou igual à correlação parcial dessas mesmas variáveis. No caso acima, quanto mais x e z forem correlacionados, menor será a correlação semi-parcial comparada com a correlação parcial. Caso x e z não forem correlacionados, então ambas as correlações resultariam no mesmo valor.

Na Figura 3.2 é mostrada a interpretação geométrica deste tipo de correlação.

Figura 3.2 - Interpretação geométrica da correlação semi-parcial.

3.5 O método de Badwe

Como foi demonstrado na seção 3.2, se as variáveis manipuladas forem correlacionadas entre si, a utilização das correlações regulares poderá mostrar informações incorretas em relação à detecção de divergências. Por este motivo, correlações parciais serão utilizadas. Mas há dois problemas em sua utilização:

- Este método utiliza a análise da correlação parcial a partir de uma visão dinâmica, uma vez que os valores das variáveis são séries temporais.
- Um segundo problema que esse método deve corrigir é a presença de distúrbios no processo.

Para o primeiro problema, são utilizados modelos dinâmicos na etapa de regressão baseados no método de erros de predição (Prediction Error Method) de Ljung (1999 apud Badwe, 2009). Já para o segundo problema, deve-se encontrar a componente de cada variável manipulada que contém os efeitos somente da referência.

Seguem os passos dessa metodologia (Badwe *et al.*, 2009):

1. Escolha dados (resíduos do modelo e das variáveis manipuladas) cujo período possua *set-points* suficientes de excitação no processo.
2. Encontre os componentes das variáveis manipuladas livres dos distúrbios.

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{S}_{ru}\mathbf{r}(k) - \mathbf{S}_{vu}\mathbf{v}(k) = \mathbf{u}^r(k) + \mathbf{u}^v(k) \quad (3.24)$$

em que $\mathbf{u}^r$ e $\mathbf{u}^v$ são variáveis que contêm os efeitos dos *set-points* e distúrbios, respectivamente. O vetor $\mathbf{u}^r$ é livre dos distúrbios pelo fato de $\mathbf{u}^r$ e $\mathbf{u}^v$ serem não correlacionados. Logo $\hat{\mathbf{u}}^r(k)$ é reconstruído como:

$$\hat{\mathbf{u}}^r(k) = \hat{\mathbf{S}}_{ru}\mathbf{r}(k) \quad (3.25)$$

3. Calcule $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$, que é uma estimativa da parte de $\hat{u}_i^r(k)$, que não está correlacionada com as outras variáveis manipuladas. Primeiramente, o modelo $G_{u_i}(q)$ é identificado utilizando $\hat{u}_i^r(k)$ como saída e $\tilde{\mathbf{u}}_i^r(k)$ como entrada, em que:

$$\tilde{\mathbf{u}}_i^r(k) = [u_1(k), \dots, u_{i-1}(k), u_{i+1}(k), \dots, u_m(k)] \quad (3.26)$$

$$\hat{u}_i^r(k) = G_{u_i}(q)\tilde{\mathbf{u}}_i^r(k) + \epsilon_{u_i}(k) \quad (3.27)$$

Estima-se $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ através da expressão:

$$\hat{\epsilon}_{u_i}(k) = \hat{u}_i^r(k) - G_{u_i}(q)\tilde{\mathbf{u}}_i^r(k) \quad (3.28)$$

Realize o mesmo procedimento com os modelos residuais $\mathbf{e}_j$, isto é, calcule $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$, a estimativa da parcela de $\mathbf{e}_j$ que não está correlacionada com as variáveis manipuladas diferentes de $\mathbf{u}_i$. Para isto, identifique o modelo $G_{e_j}(q)$ através da expressão (3.29).

$$e_j(k) = G_{e_j}(q)\tilde{\mathbf{u}}_i^r(k) + \epsilon_{e_j}(k) \quad (3.29)$$

Calcula-se $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$:

$$\hat{\epsilon}_{e_j}(k) = e_j(k) - G_{e_j}(q)\tilde{\mathbf{u}}_i^r(k) \quad (3.30)$$

4. Calcule as correlações cruzadas entre $\hat{e}_{e_j}(k)$ e $\hat{e}_{u_i}(k)$. A detecção de divergências ocorre quando os coeficientes de correlação são diferentes de zero. Segundo os autores desse artigo, quanto maior a correlação, mais significativa será a divergência. Nesse caso, haverá divergência no submodelo $u_i - e_j$.

Podem existir certas variáveis de perturbação medidas (DVs). Estas DVs podem ser incluídas na metodologia acima, comportando-se como mais uma variável manipulada. Além disso, as correlações parciais entre os resíduos do modelo e os DVs também podem ser analisadas para detectar divergências nos modelos de perturbação utilizados no MPC.

A análise anterior considera conjuntos finitos de dados com variações aleatórias. Isto pode levar a valores de correlações parciais diferentes de zero, mesmo quando não houver divergências. As correlações parciais podem ser testadas utilizando o teste t de Student, o qual dá a probabilidade de obtenção do valor da correlação, devido a erros aleatórios ou perturbações quando não há divergências nesse submodelo.

3.6 O método de Carlsson

Apesar do método de Badwe ser eficiente, há grande dificuldade em automatizá-lo, devido ao fato que muitos parâmetros devem ser escolhidos com cautela, principalmente dos modelos $G_{e_j}(q)$ e $G_{u_i}(q)$.

Carlsson propôs um método mais simples, que é mais interessante para a indústria. Ao invés de se identificar modelos lineares invariantes no tempo para calcular os erros residuais, utilizou-se das correlações parciais convencionais, ou seja, sem modelos dinâmicos para conseguir resultados semelhantes, com menor esforço computacional e com menos parâmetros a serem definidos.

A solução das correlações parciais, que foi descrita na seção 3.4, é resultado da aplicação do método dos mínimos quadrados, portanto, o método de Carlsson aplica o conceito estatístico original da correlação parcial.

O método consiste em calcular a correlação parcial entre $u_i(k)$ e $e_j(k)$, eliminando os efeitos de $\tilde{\mathbf{u}}_i(k)$, que é o vetor contendo todas as variáveis manipuladas, com exceção de $u_i(k)$. Logo:

$$ParCorr(u_i(k), e_j(k) | \tilde{\mathbf{u}}_i(k)) \quad (3.31)$$

Para calcular a correlação entre $e_j(k)$ e d defasagens de $u_i(k)$, ou seja, a correlação parcial cruzada, deve-se utilizar a expressão (3.32):

$$ParCorr(u_i(k-d), e_j(k) | \tilde{\mathbf{u}}_i(k-d)) \quad (3.32)$$

A correlação parcial dada em (3.32) não é capaz de resolver todos os problemas de detecção das divergências, pois, por exemplo, não remove a contribuição dinâmica das entradas anteriores, uma vez que elas podem interferir nas futuras saídas, dependendo da dinâmica do processo. Uma alteração natural seria utilizar a fórmula (3.33).

$$ParCorr(u_i(k-d), e_j(k) | \tilde{\mathbf{u}}_i(k-d), \tilde{\mathbf{u}}_i(k-d-1), \tilde{\mathbf{u}}_i(k-d-2), \dots, \tilde{\mathbf{u}}_i(k-d-g)) \quad (3.33)$$

Essa correlação parcial que controla entradas anteriores (até d defasagens) calcula a correlação entre $u_i(k-d)$ e $e_j(k)$, excluindo a contribuição dinâmica das entradas anteriores. Esse cálculo é realizado para cada defasagem em que g foi definido na seção 3.2.

3.7 Influência do *set-point*

Segundo Badwe *et al.* (2009), caso $r(k) = 0$, ou seja, se o sinal de referência for constante durante todo o período de amostragem, então se pode relacionar $u(k)$ e $e(k)$ da seguinte maneira:

$$e(k) = -G_Q^{-1}u(k) \quad (3.34)$$

Neste caso, $e(k)$ não é influenciado por $G_\Delta(q)$, mesmo para níveis elevados de divergência entre os modelos.

Conclui-se, portanto, que, do ponto de vista teórico, para haver detecção correta das divergências entre o modelo interno e o processo real, é necessário existir um sinal de referência que varie o suficiente, para que haja detecção de divergências. Entretanto, segundo Badwe *et al.* (2009), na operação típica do controlador preditivo, é garantido com segurança que as referências serão suficientemente excitadas, devido à arquitetura e funcionamento do controlador. Além disso, a persistência de excitação no *set-point* é importante para garantir que as ações de controle sejam geradas pela sensibilidade de entrada r , que não considera as perturbações não medidas.

3.8 Ruído

O nível de ruído deve ser levado em consideração, pois dependendo do nível da relação sinal/ruído, este pode tornar os resultados inconclusivos. Dois tipos de ruídos são analisados: *online* e o *offline*.

3.8.1 Ruídos *online*

Quando o ruído é realimentado no sistema de controle, ele é chamado de ruído *online* ou ruído na equação. Considere a Figura 2.3, que mostra a arquitetura do sistema de controle por modelo interno. Sabe-se que:

$$u(t) = G_Q(s)[r(t) - e(t)] \quad (3.35)$$

$$e(t) = G_\Delta(s)u(t) + v(t) \quad (3.36)$$

$$e(t) = G_\Delta(s)G_Q(s)[r(t) - e(t)] + v(t) \quad (3.37)$$

$$e(t) = \frac{G_\Delta(s)G_Q(s)}{1 + G_\Delta(s)G_Q(s)} r(t) + \frac{1}{1 + G_\Delta(s)G_Q(s)} v(t) \quad (3.38)$$

$$u(t) = \frac{G_Q(s)}{1 + G_\Delta(s)G_Q(s)} r(t) - \frac{G_Q(s)}{1 + G_\Delta(s)G_Q(s)} v(t) \quad (3.39)$$

Sendo $G_Q(s) = 5$ e $G_\Delta(s) = \frac{k}{s+3}$, com k variando entre 0,1 e 1, pode-se esperar que se convertendo para o domínio discreto, caso $|r(k)| \gg |v(k)|$, então a

correlação entre $u(k)$ e $e(k)$ será próxima de 1, devido à dinâmica de G_Δ . Já quando $|r(k)| \ll |v(k)|$, então $u(k) = -5e(k)$ e, portanto, a correlação entre $u(k)$ e $e(k)$ será próxima de -1, devido ao controlador G_Q .

Figura 3.3 - Influência do ruído *online* nas correlações regulares.

A Figura 3.3 mostra várias curvas, sendo que cada uma delas está relacionada a uma variância de ruído. Para cada curva, várias correlações são calculadas em função de diferentes valores de k . Conclui-se, portanto, que para variâncias baixas (inclusive a nula), a correlação é próxima de 1, enquanto que para variâncias elevadas (como iguais a 1), a correlação é próxima a -1, como era de se esperar. À medida que a variância é aumentada, observa-se um deslocamento das curvas para baixo, aproximando-se da reta cuja correlação é igual a -1.

3.8.2 Ruídos *offline*

Quando o ruído não é realimentado no sistema de controle, estando presente apenas na saída, este é chamado de ruído *offline*, ou ruído na saída. Ainda utilizando a mesma arquitetura da subseção anterior, sabe-se que:

$$u(t) = \frac{G_Q(s)}{1 + G_\Delta(s)G_Q(s)} r(t) \quad (3.40)$$

$$e(t) = \frac{G_{\Delta}(s)G_Q(s)}{1 + G_{\Delta}(s)G_Q(s)} r(t) + v(t) \quad (3.41)$$

Para as mesmas estruturas de $G_Q(s)$ e $G_{\Delta}(s)$ escolhidas na seção 3.5, pode-se realizar a seguinte análise. Convertendo-se para o domínio discreto, caso $|r(k)| \gg |v(k)|$, então a correlação entre $u(k)$ e $e(k)$ será próxima de 1, devido à dinâmica de G_{Δ} . Já quando $|r(k)| \ll |v(k)|$, então $e(k) = v(k)$ e, portanto, a correlação entre $u(k)$ e $e(k)$ será aproximadamente nula, uma vez que $r(k)$ e $v(k)$ são sinais não correlacionados.

Figura 3.4 - Influência do ruído *offline* nas correlações regulares.

A Figura 3.4 mostra os resultados da mesma simulação que a Figura 3.3, mas com ruído *offline*. A principal diferença neste caso, é que ao se aumentar a variância, as curvas também se deslocam para baixo, e atingem o eixo x (correlação nula), como era esperado.

No próximo capítulo são estudados ambos os métodos de maneira mais profunda, realizando uma análise em relação às estruturas utilizadas e aos algoritmos de identificação.

4 Modelos de Estruturas

4.1 Método dos Mínimos Quadrados

O Método dos Mínimos Quadrados (MQ) é uma técnica de otimização matemática, que procura encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, tentando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados (tais diferenças são chamadas de resíduos).

Sendo conhecidos os conjuntos $\{y_1, \dots, y_N\}$ e $\{x_1, \dots, x_N\}$, deseja-se determinar f e θ , tal que $y = f(x, \theta)$, supondo que o sistema a ser identificado seja linear e invariante no tempo. Será assumido que o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ seja conhecido e que seja cometido um erro ξ ao se tentar explicar o valor observado y , a partir do vetor de regressores x e $\hat{\theta}$. Isto é representado pela expressão (4.1) (Aguirre, 2007).

$$y = \mathbf{x}^T \hat{\theta} + \xi \quad (4.1)$$

Na forma matricial:

$$\mathbf{y} = X\hat{\theta} + \xi \quad (4.2)$$

Deseja-se encontrar θ tal que ξ seja reduzido conforme a expressão (4.3).

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^N \xi(i)^2 = (\mathbf{y} - X\hat{\theta})^T (\mathbf{y} - X\hat{\theta}) \quad (4.3)$$

O valor mínimo de J_{MQ} pode ser encontrado, igualando-se sua derivada a zero, conforme a expressão (4.4).

$$\frac{\partial J_{MQ}}{\partial \hat{\theta}} = -2X^T \mathbf{y} + 2X^T X \hat{\theta} = 0 \quad (4.4)$$

Logo,

$$\hat{\theta} = [X^T X]^{-1} X^T \mathbf{y} \quad (4.5)$$

Além disso, como $\frac{\partial^2 J}{\partial \hat{\theta}^2} = 2X^T X > 0$, a expressão (4.5) é o estimador que fornece o valor de $\hat{\theta}$ que minimiza a função J_{MQ} .

4.2 Estimação de Parâmetros de Modelos FIR e ARX usando MQ

Como nos problemas de identificação utilizados nesta dissertação, os dados são tomados a partir de séries temporais, o modelo será representado por (Aguirre, 2007):

$$y(k) = \boldsymbol{\varphi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \epsilon(k) \quad (4.6)$$

sendo k o instante considerado e $\boldsymbol{\varphi}^T(k)$ um vetor de variáveis regressoras tomadas até o instante k . Este mesmo modelo pode ser utilizado para estruturas FIR (*Finite Impulse Response*) e ARX (*Auto Regressive eXogenous*). Entretanto, as suas respectivas variáveis regressoras serão diferentes.

Para a estrutura FIR, as variáveis regressoras são:

$$\boldsymbol{\varphi}(k) = [u(k) \ u(k-1) \ \cdots \ u(k-n_b)]^T \quad (4.7)$$

Enquanto que para a estrutura ARX:

$$\boldsymbol{\varphi}(k) = [y(k-1) \ \cdots \ y(k-n_a) \ u(k) \ u(k-1) \ \cdots \ u(k-n_b)]^T \quad (4.8)$$

As variáveis n_a e n_b definem a dimensão de $\boldsymbol{\varphi}(k)$, ou seja, a ordem das estruturas FIR e ARX.

Portanto, um modelo dinâmico pode ser representado pela expressão (4.9):

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}^T(0) \\ \boldsymbol{\varphi}^T(1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi}^T(N-1) \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \begin{bmatrix} \epsilon(0) \\ \epsilon(1) \\ \vdots \\ \epsilon(N-1) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

A expressão (4.10) mostra uma versão condensada da expressão (4.9), utilizando vetores e matrizes:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Psi} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (4.10)$$

em que $\boldsymbol{\Psi}$ é chamada de matriz de regressores.

Portanto, a solução para $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MQ}$ utilizando os estimadores MQ, para ambas as estruturas FIR e ARX, é:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MQ} = (\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi})^{-1} \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{y} \quad (4.11)$$

4.3 Método de Carlsson

Se G_{u_i} for identificado utilizando uma estrutura de domínio no tempo de ordem n com N amostras, então:

$$\begin{bmatrix} u_i(0) \\ u_i(1) \\ \vdots \\ u_i(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}^T(0) \\ \boldsymbol{\varphi}^T(1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi}^T(N-1) \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{u_i} + \begin{bmatrix} \epsilon_{u_i}(0) \\ \epsilon_{u_i}(1) \\ \vdots \\ \epsilon_{u_i}(N-1) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{u}_i = \Psi \boldsymbol{\theta}_{u_i} + \boldsymbol{\epsilon}_{u_i} \quad (4.13)$$

em que $\boldsymbol{\theta}_{u_i}$ é o vetor com os parâmetros de G_{u_i} e $\boldsymbol{\varphi}(k)$ é o vetor com os regressores relacionados a $\tilde{\mathbf{u}}_i(k)$. Particularmente, no caso da estrutura FIR:

$$\boldsymbol{\varphi}^T(k) = [\tilde{\mathbf{u}}_i^T(k) \ \tilde{\mathbf{u}}_i^T(k-1) \ \dots \ \tilde{\mathbf{u}}_i^T(k-g+1)] \quad (4.14)$$

A solução dos mínimos quadrados para estimar $\boldsymbol{\theta}_{u_i}$ é:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{u}_i \quad (4.15)$$

O vetor dos resíduos é calculado através da expressão (4.16):

$$\hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{u_i} = \mathbf{u}_i - \Psi (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{u}_i \quad (4.16)$$

$$\hat{\epsilon}_{u_i}(k) = u_i(k) - \boldsymbol{\varphi}^T(k) (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{u}_i \quad (4.17)$$

O procedimento para calcular $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ é análogo:

$$\hat{\epsilon}_{e_j}(k) = e_j(k) - \boldsymbol{\varphi}^T(k) (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{e}_j \quad (4.18)$$

Logo, a correlação regular entre $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ e $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$, quando a estrutura FIR é utilizada com o método MQ, será a mesma análise da correlação parcial entre $u_i(k)$ and $e_j(k)$, mostrada por Carlsson (2010). Portanto, o método de Carlsson é uma solução particular do método de Badwe *et al.* (2009).

4.4 Polarização do MQ

A polarização é definida baseada nos parâmetros dos modelos (Aguirre, 2007):

$$\mathbf{b} = E\{\hat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}\} - \boldsymbol{\theta}_{u_i} \quad (4.19)$$

Entretanto, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}$ é uma combinação linear de $\mathbf{u}_i$:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i} = A\mathbf{u}_i \quad (4.20)$$

em que $A = (\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi})^{-1} \boldsymbol{\Psi}^T$ é chamado de estimador linear dos parâmetros do modelo. Além disso,

$$\mathbf{b} = E\{A\mathbf{u}_i\} - \boldsymbol{\theta}_{u_i}$$

$$\mathbf{b} = E\{A(\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\theta}_{u_i} + \boldsymbol{\epsilon}_{u_i})\} - \boldsymbol{\theta}_{u_i} \quad (4.21)$$

Como $A = (\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi})^{-1} \boldsymbol{\Psi}^T$ é o estimador linear dos parâmetros do modelo com estrutura FIR, tem-se que:

$$A\boldsymbol{\Psi} - I = (\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi})^{-1} (\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi}) - I = 0 \quad (4.22)$$

Então,

$$\mathbf{b} = \boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Psi} E\{\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\epsilon}_{u_i}\} \quad (4.23)$$

Portanto, a polarização será aproximadamente nula caso $\boldsymbol{\epsilon}_{u_i}$ e A não forem correlacionados. A mesma conclusão é válida para $\boldsymbol{\epsilon}_{e_j}$. Além disso, o vetor $\boldsymbol{\epsilon}_{u_i}$ deve ter média nula e o mesmo deve ser ortogonal à hipersuperfície gerada pelos regressores ($E\{\boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\epsilon}_{u_i}\} = 0$).

Para que esta técnica não resulte em resultados polarizados, deve-se garantir que $\boldsymbol{\epsilon}_{u_i}$ e a matriz de regressores $\boldsymbol{\Psi}$ não sejam correlacionados. O mesmo é válido para $\boldsymbol{\epsilon}_{e_j}$. Caso estas condições não sejam respeitadas, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{u_i}$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{e_j}$ serão polarizados e, portanto, $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ e $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ também serão.

A interpretação geométrica deste fenômeno pode ser vista na Figura 4.1.

Figura 4.1 - Interpretação geométrica da correlação parcial utilizando o método de Carlsson.

4.5 Correlações parciais utilizando o método MQ em estruturas ARX

Em um dos itens anteriores, foi demonstrado que o método de Carlsson é uma solução particular do método de Badwe *et al.* (2009), em que é utilizado o método MQ com a estrutura FIR. Poder-se-ia utilizar o método MQ com a estrutura ARX para realizar as identificações necessárias para encontrar os resíduos e calcular as correlações parciais? Será que esta é uma solução válida considerando a polarização?

Observe o exemplo que utiliza um modelo de primeira ordem ($n_a = n_b = 1$):

$$u_i(k) = au_i(k-1) + b\tilde{u}_i(k-1) + v(k) \quad (4.24)$$

$$u_i(k-1) = au_i(k-2) + b\tilde{u}_i(k-2) + v(k-1) \quad (4.25)$$

$$u_i(k) = \{a[au_i(k-2) + b\tilde{u}_i(k-2) + v(k-1)] + b\tilde{u}_i(k-1)\} + v(k) \quad (4.26)$$

em que:

$$\boldsymbol{\varphi}^T(k) = [\tilde{u}_i(k-1) \quad u_i(k-1)] \quad (4.27)$$

$$\boldsymbol{\varphi}^T(k) = [\tilde{u}_i(k-1) \quad [au_i(k-2) + b\tilde{u}_i(k-2) + v(k-1)]] \quad (4.28)$$

Além disso,

$$\theta_{u_i} = \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Supondo que este modelo seja ARX, então $v(k) = w(k)$ em que $w(k)$ é ruído branco. Na equação (4.26), os termos entre chaves compõem a matriz de regressores Ψ e os termos entre colchetes compõem a primeira coluna da matriz Ψ .

Como já foi demonstrado na seção 4.4, a condição para que o estimador MQ não seja polarizado é que os regressores e o resíduo não sejam correlacionados. Quando os dados são gerados pelo modelo ARX, essa condição seria satisfeita caso o ruído fosse branco e, portanto, $v(k)$ e $v(k - 1)$ não seriam correlacionados.

Caso a massa de dados utilizada fosse gerada por um modelo de erro na saída (OE) utilizando o estimador MQ, então se teria:

$$F(q)u_i(k) = B(q)\tilde{u}_i(k) + F(q)w(k) \quad (4.30)$$

A menos que $F(q) = 1$, $v(k) = F(q)w(k)$ não será ruído branco, e logo, o vetor $v(k)$ estará correlacionado com alguns regressores, resultando em polarização.

4.6 O Estimador dos Mínimos Quadrados Estendido

Ainda utilizando o modelo descrito na expressão (4.24), mas sendo $v(k)$ um processo MA da seguinte forma:

$$v(k) = w(k) + cw(k - 1) \quad (4.31)$$

Logo, a expressão (4.26) é equivalente a:

$$u_i(k) = \{a[au_i(k - 2) + b\tilde{u}_i(k - 2) + w(k - 1) + cw(k - 2)]\} + b\tilde{u}_i(k - 1) + w(k) + cw(k - 1) \quad (4.32)$$

Note que $w(k - 1)$ está presente tanto nos resíduos como nos regressores, portanto, se o estimador MQ fosse utilizado nesse exemplo, a polarização não seria nula.

O estimador dos mínimos quadrados estendido (MQE) soluciona este problema, estendendo a matriz de regressores da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} u_i(k) \\ u_i(k+1) \\ \vdots \\ u_i(k+N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i(k-1) & \tilde{\mathbf{u}}_i(k-1) & w(k-1) \\ u_i(k) & \tilde{\mathbf{u}}_i(k) & w(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_i(k+N-2) & \tilde{\mathbf{u}}_i(k+N-2) & w(k+N-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \quad (4.33)$$

$$\begin{bmatrix} w(k) \\ w(k+1) \\ \vdots \\ w(k+N-1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_i^* = \Psi^* \boldsymbol{\theta}^* + \boldsymbol{\epsilon}^* \quad (4.34)$$

Esta seção mostra que se a expressão (4.31) for utilizada para o erro, o estimador estendido MQ é capaz de contornar o problema de polarização, em casos cujo ruído de polarização não seja branco. Os parâmetros de um modelo ARMAX (*Auto Regressive Moving Average eXogenous*), que possui a estrutura definida na expressão (4.31), podem ser estimados através do estimador estendido MQ.

$$A(q)u_i(k) = B(q)\tilde{\mathbf{u}}_i(k) + C(q)v(k) \quad (4.35)$$

Observe que A refere-se tanto ao estimador linear dos parâmetros do modelo definido na expressão (4.20) como a um dos polinômios da estrutura ARMAX, mostrado na expressão (4.35).

Caso $A(q) = C(q) = F(q)$, a estrutura resultante será erro na saída, portanto, deve ser possível utilizar o estimador MQE para estimar, sem polarização, os parâmetros deste tipo de modelo.

Se o erro puder ser estatisticamente aproximado por um ruído colorido e se o erro não for correlacionado com o sinal de entrada, então o problema de polarização estará resolvido.

4.7 Exemplo

No exemplo a seguir é verificado o comportamento do estimador MQ e o estimador estendido MQ, quando os dados forem gerados por um modelo ARX, que

pertence à categoria de modelos erro na equação, e por um modelo erro na saída. Em ambos os casos, ruído branco foi adicionado na saída.

O modelo ARX simulado foi:

$$u_i(k) = 1,2u_i(k-1) - 0,6u_i(k-2) + 0,4\tilde{u}_i(k-1) + v(k) \quad (4.36)$$

O modelo erro na saída simulado foi:

$$w(k) = 1,2w(k-1) - 0,6w(k-2) + 0,4\tilde{u}_i(k-1) \quad (4.37)$$

$$u_i(k) = w(k) + v(k) \quad (4.38)$$

Em ambos os modelos, $\tilde{u}_i$ e $v(k)$ são sinais aleatórios não correlacionados, tal que $\sigma_u = 5 * \sigma_v$.

O resultado de se estimar 500 vezes os parâmetros gerados pelo modelo acima utilizando estimador MQ está na Figura 4.2.

Figura 4.2 - Histograma utilizando o estimador MQ.

A análise da Figura 4.2 permite concluir que para o modelo erro na saída, existe polarização dos parâmetros relacionados a u_i , enquanto isto não ocorre para o modelo ARX, como era esperado.

Como foi mencionado na seção 4.6, o estimador MQE resolve esse problema, pois ele consegue estimar os parâmetros gerados por um modelo do tipo erro na saída sem polarização, como é mostrado na Figura 4.3.

Figura 4.3 - Histograma utilizando o estimador estendido MQ.

4.8 Considerações finais

O método MQ resulta nos componentes estimados $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ e $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$, que são ortogonais ao plano dos regressores Ψ . Na estrutura FIR, regressores são relacionados somente a $\tilde{u}_i(k)$. Por outro lado, em uma estrutura erro na equação, como ARX, regressores são formados por $\tilde{u}_i(k)$ e $u_i(k)$ ou $e_j(k)$. Nesse caso, ϵ_{u_i} e ϵ_{e_j} podem ser correlacionados com o estimador A , resultando em polarização (*bias*). Portanto, é conveniente utilizar estruturas FIR aplicando essa análise com modelos dinâmicos para resolver o problema da polarização.

5 Estudos de Caso

Simulações utilizando os métodos de Badwe e Carlsson, cuja teoria foi apresentada no capítulo anterior, são realizadas para seis cenários diferentes.

Para os cinco primeiros cenários, a planta utilizada possui duas entradas e duas saídas, com quatro modelos lineares de primeira ordem com tempo morto. A matriz com as funções de transferência do modelo utilizado pelo controlador preditivo em todos os cenários é mostrada em (5.1).

$$\hat{G}_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-6s}}{60s + 1} \\ \frac{5,39e^{-4s}}{60s + 1} & \frac{5,725e^{-5s}}{60s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

As simulações são realizadas em tempo contínuo, mas o controlador preditivo utiliza a versão de $\hat{G}_p(s)$ discretizada, com um período de amostragem igual a 1 minuto para realizar seus cálculos. O período da simulação em todos os cenários é de 3000 min, coletando 3000 amostras para cada variável. Com relação à sintonia do controlador, o horizonte de controle é igual a 20 e o horizonte de predição é igual a 100. Com relação aos pesos da função objetivo do MPC, o peso do erro de controle é igual a 1, enquanto que o peso do esforço de controle é 0,3, ou seja, o algoritmo do controlador priorizará um menor erro de controle a um menor esforço de controle. Em todos os cenários, as variáveis manipuladas, as variáveis controladas e as variações das variáveis manipuladas não estão submetidas a nenhum tipo de restrição de valores (vide subseção 2.2.4).

O sistema é excitado por um sinal PRBS, que varia entre -0,5 e 0,5 para ambas as entradas, como é mostrado na Figura 5.1, válida para o cenário 1, a ser discutido na próxima seção.

Figura 5.1 - Desempenho do controle para o cenário 1.

Com o objetivo de tornar as simulações mais realistas, foi introduzido ruído branco $w(k)$ com $\sigma = 10^{-4}$, que depois de passar por um filtro, gera o ruído colorido $v(k)$. Isso é mostrado na expressão (5.2).

$$H(z) = \frac{V(z)}{W(z)} = \frac{z}{z - 0.95} = \frac{1}{1 - 0.95z^{-1}}$$

$$v(k) - 0.95v(k - 1) = w(k) \quad (5.2)$$

Apesar do ruído colorido em ambas as saídas ter sido gerado com o mesmo filtro e variância, as sementes geradoras do ruído branco das duas saídas não foram iguais.

Para o cálculo da correlação parcial utilizando a estrutura OE é necessário identificar vários modelos lineares. Várias estruturas podem ser utilizadas, como FIR, ARX, ARMAX, BJ ou OE. Para cada estrutura, vários parâmetros podem ser escolhidos, como a ordem do numerador, do denominador e o tempo morto.

Para os cenários de 1 a 5 são apresentados quatro gráficos:

1. Correlação regular → É a correlação apresentada na seção 3.1 e é calculada através da função `corrcoef` do Matlab. Gera-se o gráfico, mostrando a correlação para cada defasagem. Outra alternativa é utilizar a função `crosscorr` para gerar automaticamente o gráfico das correlações cruzadas.

2. Correlação parcial → Utilizando as expressões (3.20) e (3.21), calculam-se os resíduos de e_i e u_j que serão utilizados para o cálculo da correlação parcial utilizando a função *corrcoef*. Com os resíduos, pode-se gerar os gráficos da correlação parcial utilizando a função *crosscorr*. Uma alternativa seria utilizar diretamente a função *parcorr*, sem a necessidade de calcular os resíduos. Entretanto, deve-se programar código adicional para gerar os gráficos. Esse gráfico pode ser visto como um resultado parcial do método de Carlsson.
3. Correlação parcial utilizando a estrutura FIR → O conceito é o mesmo da correlação parcial, mas neste caso $z = [\tilde{u}_i(k-d), \tilde{u}_i(k-d-1), \tilde{u}_i(k-d-2), \dots, \tilde{u}_i(k-d-g_{max})]$. A seção 3.6 explica esse método com maiores detalhes. Este é o resultado final do método de Carlsson.
4. Correlação parcial utilizando a estrutura OE → Para calcular os resíduos deste tipo de correlação, é necessário identificar vários modelos, conforme descrito na seção 3.5. Foi utilizada a função *iddata* do Matlab com outra função de identificação, conforme a estrutura escolhida. Então, foi utilizada a função *corrcoef*. Neste caso, não se deve utilizar a função *parcorr*, pois não se está trabalhando com correlações parciais convencionais. Este é o resultado final do método de Badwe utilizando a estrutura OE.

É importante ressaltar que os gráficos da correlação regular e da correlação parcial não apresentam o resultado final. Eles são resultados intermediários, que são utilizados como ferramenta para compreender o funcionamento interno do algoritmo.

Para cada gráfico são mostradas todas as correlações existentes com defasagens entre as variáveis manipuladas e variáveis controladas variando de 0 a 20.

Finalmente, não são mostrados os gráficos do desempenho de controle de cada cenário, pois o escopo deste trabalho está relacionado com a detecção de divergências existentes.

5.1 Cenário 1

Neste primeiro cenário, deseja-se verificar se o algoritmo detecta incorretamente divergências dos módulos, quando o modelo nominal da planta é o mesmo que o utilizado no controlador. Logo,

$$G_p(s) = \hat{G}_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-6s}}{60s + 1} \\ \frac{5,39e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{5,725e^{-6s}}{60s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

A Figura 5.1 mostra o desempenho do controle que é satisfatório, uma vez que além do modelo do controlador ser exato, nenhuma restrição foi imposta nas suas variáveis.

Figura 5.2 - Correlação regular do cenário 1.

Figura 5.3 - Correlação parcial do cenário 1.

Figura 5.4 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 1.

Figura 5.5 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 1.

Percebe-se nas Figuras 5.2 a 5.5 que os algoritmos de Badwe e Carlsson não detectaram a presença de divergência no modelo do controlador. Os valores das correlações foram próximos de zero, como é esperado, mas não nulos, devido à presença de ruídos coloridos.

Observe que os valores da correlação regular na Figura 5.2 foram maiores em módulo do que a correlação parcial dos gráficos 5.4 e 5.5, ou seja, ambos os algoritmos utilizando o conceito de correlação parcial foram capazes de corrigir uma detecção incorreta.

5.2 Cenário 2

Neste cenário e nos próximos deste capítulo, o modelo nominal da planta será alterado de diferentes maneiras. Neste cenário, o ganho de MV1-CV1 do modelo nominal da planta foi aumentado em 25%. Os gráficos gerados são mostrados nas Figuras 5.6 a 5.9.

Figura 5.6 - Correlação regular do cenário 2.

Figura 5.7 - Correlação parcial do cenário 2.

Figura 5.8 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 2.

Figura 5.9 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 2.

A correlação regular mostra corretamente a existência de divergências em MV1-CV1, mas também incorretamente em MV2-CV1. Isto já era esperado, uma vez que existe correlação entre ambas as variáveis manipuladas, já que se está operando em malha fechada. Na Figura 5.7, as correlações parciais possuem valores absolutos menores que as do gráfico 5.6, devido ao algoritmo da correlação parcial. A correlação parcial utilizando as estruturas FIR e OE torna os valores dessa correlação próximos a zero, mostrando um desempenho satisfatório.

5.3 Cenário 3

Para este cenário, a constante de tempo de MV1-CV2 do modelo nominal da planta foi aumentada em 25%. Os gráficos gerados estão apresentados nas Figuras 5.10 a 5.13.

Figura 5.10 - Correlação regular do cenário 3.

Figura 5.11 - Correlação parcial do cenário 3.

Figura 5.12 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 3.

Figura 5.13 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 3.

Nota-se que o comportamento dos gráficos quando existem divergências devido a diferentes constantes de tempo é similar ao comportamento observado devido a diferentes ganhos.

5.4 Cenário 4

A detecção de divergências devido a diferenças no tempo morto é verificada nos gráficos seguintes. Para este cenário, a planta teve o seu tempo morto aumentado em três unidades em MV2-CV2, cujos resultados estão exibidos nas Figuras 5.14 a 5.17.

Figura 5.14 - Correlação regular do cenário 4.

Figura 5.15 - Correlação parcial do cenário 4.

Figura 5.16 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR do cenário 4.

Figura 5.17 - Correlação parcial utilizando a estrutura OE do cenário 4.

Comparando-se o método de Badwe utilizando as estruturas FIR (método de Carlsson) e OE, percebe-se através da análise das Figuras 5.16 e 5.17 que os resultados muito semelhantes e satisfatórios, uma vez que apenas em MV2-CV2 as correlações não foram próximas à zero. As Figuras 5.14 e 5.15 relacionadas aos resultados da correlação regular e da correlação parcial detectaram uma divergência inexistente em MV1-CV2, que comprova a eficiência de ambos os métodos.

5.5 Cenário 5

Neste último cenário, o objetivo é mostrar como os algoritmos se comportam quando há várias divergências presentes no modelo. O modelo do processo utilizado neste cenário é:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05 * 1,4e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-7s}}{60s + 1} \\ \frac{5,39e^{-4s}}{50s + 1} & \frac{5,725e^{-3s}}{60s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Note que o ganho da planta real foi aumentado em 40% em MV1-CV1, a constante de tempo teve uma redução de 12,5% em MV1-CV2 e o tempo morto em MV2-CV2 teve uma redução de duas unidades, ou seja, somente o sub-modelo MV2-CV1 não possui nenhum tipo de divergência. As Figuras 5.18 a 5.35 mostram os resultados obtidos.

A abordagem deste cenário será diferente dos outros quatro vistos até agora. Será analisado o comportamento dos gráficos para diferentes estruturas como FIR, ARX, ARMAX e OE, que foram vistas no capítulo 4. Para cada estrutura, serão mostrados:

1. Os resultados das correlações parciais referentes a u_i e a e_j .
2. As correlações cruzadas entre seus respectivos resíduos e vetores estimados, ou seja, $\psi\hat{\theta}_{u_i}$ e $\psi\hat{\theta}_{e_j}$. Caso os resíduos e os vetores estimados sejam correlacionados, os resultados finais das correlações parciais poderão ser prejudicados.

5.5.1 Correlação regular e parcial

Nas Figuras 5.18 e 5.19 são mostradas as correlações regulares e parciais, da mesma maneira realizada nos cenários anteriores.

Figura 5.18 - Correlação regular.

Figura 5.19 - Correlação parcial.

Nota-se uma detecção incorreta em ambos os gráficos, principalmente nos resultados do sub-modelo MV2-CV1, uma vez que o gráfico aponta uma divergência, quando esta não deveria existir.

5.5.2 Correlação parcial utilizando a estrutura FIR (método de Carlsson)

Foi mostrado no capítulo anterior que o método de Carlsson é uma simplificação do método de Badwe, ao se utilizar modelos com estrutura FIR na identificação. O valor de g utilizado foi de 60.

Lembrando que a estrutura de um modelo FIR é:

$$y(k) = B(q)u(k) + v(k) \quad (5.5)$$

Primeiramente, são analisadas as Figuras 5.20 e 5.21, que mostram as correlações cruzadas entre os resíduos $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ e $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ e os valores estimados $\Psi\hat{\theta}_{u_i}$ e $\Psi\hat{\theta}_{e_j}$ para cada par de entradas e saídas, utilizando a estrutura FIR na identificação. De acordo com o método de Badwe, os resíduos e os valores estimados não devem ser correlacionados para não prejudicar os resultados finais das correlações parciais.

A Figura 5.20 mostra resultados da correlação cruzada entre $\Psi\hat{\theta}_{u_i}$ e $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ não nulos, ou seja, existe correlação entre o resíduo $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ e o valor estimado de u_i , $\Psi\hat{\theta}_{u_i}$. Entretanto, as correlações cruzadas entre $\Psi\hat{\theta}_{u_i}$ e $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ são quase nulas.

Figura 5.20 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura FIR.

Figura 5.21 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura FIR.

Na Figura 5.22 são mostrados os resultados finais utilizando a estrutura FIR.

Figura 5.22 - Correlação parcial utilizando a estrutura FIR.

O algoritmo utilizando essa estrutura detecta corretamente as divergências, apesar de que os resíduos e os valores estimados serem levemente correlacionados, e, portanto, influenciando os cálculos das correlações parciais.

5.5.3 Correlação parcial utilizando estruturas ARX

Com relação à estrutura ARX, cuja identificação também utiliza o método dos mínimos quadrados, os critérios para evitar a polarização são um pouco diferentes.

Como foi visto na seção 5.5, para que não haja polarização, os valores de ambos os resíduos não podem ser auto-correlacionados. Através da análise dos gráficos 5.23 e 5.24, que mostram a auto-correlação dos resíduos $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ e $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$, respectivamente, percebe-se que tais resíduos são auto-correlacionados. O valor de n_a utilizado foi 10 e n_b foi 60. Em todos os casos deste capítulo, n_k é nulo.

Lembrando que a estrutura de um modelo ARX é:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + v(k) \quad (5.6)$$

Figura 5.23 - Auto-correlação do resíduo u utilizando estruturas ARX.

Figura 5.24 - Auto-correlação do resíduo e utilizando estruturas ARX.

Isto é refletido na correlação cruzada entre resíduos $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ e $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ e os valores estimados $\Psi\hat{\theta}_{u_i}$ e $\Psi\hat{\theta}_{e_j}$ utilizando a estrutura ARX, uma vez que seus valores em módulo são superiores aos mesmos resultados apresentados utilizando a estrutura FIR.

Figura 5.25 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura ARX.

Figura 5.26 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura ARX.

No resultado final mostrado na Figura 5.27, observa-se uma detecção incorreta de MV2-CV1, o que permite concluir que se deve evitar a estrutura ARX, devido ao fato de que não se pode garantir que o resíduo será branco.

Figura 5.27 - Correlação parcial utilizando estruturas ARX.

5.5.4 Correlação parcial utilizando estruturas ARMAX

Lembrando que a estrutura de um modelo ARMAX é:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)v(k) \quad (5.7)$$

Logo, a principal diferença entre a estrutura ARMAX e ARX é que para ARX, $C(q) = 1$.

Uma outra diferença é que o método dos mínimos quadrados estendido é utilizado na identificação e portanto, o problema da auto-correlação do resíduo é resolvido (vide capítulo 4). Entretanto, para que não haja polarização, deve-se garantir que o resíduo não seja correlacionado com os vetores de entrada. Entretanto, isto é provável que isto não ocorra, principalmente ao se analisar as Figuras 5.28 e 5.29, que mostram as correlações cruzadas entre o resíduo e os valores estimados utilizando a estrutura ARMAX.

Figura 5.28 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de u utilizando a estrutura ARMAX.

Figura 5.29 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e utilizando a estrutura ARMAX.

Utilizando os mesmos valores de n_a e n_b das simulações com a estrutura ARX e com $n_a = n_c$, a Figura 5.30 foi gerada mostrando os resultados das correlações parciais.

Figura 5.30 - Correlação parcial utilizando estruturas ARMAX.

A ideia desta simulação era verificar se haveria uma melhoria nos resultados, caso se utilizasse o método dos mínimos quadrados estendido para estimar, sem polarização, os parâmetros de um modelo de erro na saída (vide exemplo na seção 4.7). Os resultados foram um pouco melhores em relação à estrutura ARX, entretanto, inferiores à estrutura OE, a ser discutida a seguir.

5.5.5 Correlações parciais utilizando estruturas OE

A estrutura de um modelo OE é:

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + v(k) \quad (5.8)$$

Já a estrutura de um modelo BJ é:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}v(k) \quad (5.9)$$

A primeira observação importante a ser considerada é que caso $C(q) = D(q) = 1$, então a estrutura BJ se comportará como se fosse um modelo de erro na saída. A segunda observação ocorre quando $F(q) = 1$ na estrutura OE, pois essa estrutura será a mesma que a estrutura FIR. Portanto, a estrutura de modelos FIR é um caso particular da estrutura de modelos OE.

As correlações cruzadas entre o resíduo e os valores estimados utilizando a estrutura OE podem ser vistas nas Figuras 5.31 e 5.32 e a correlação parcial na Figura 5.33.

Figura 5.31 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de $\mathbf{u}$ utilizando a estrutura OE.

Figura 5.32 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de $\mathbf{e}$ utilizando a estrutura OE.

Figura 5.33 - Correlação parcial com estrutura OE.

Os resultados das correlações parciais utilizando as estruturas FIR e OE foram muito semelhantes. Entretanto, não se pode escolher uma estrutura ideal para detectar divergências utilizando correlações parciais para qualquer situação. Cada estrutura possui vantagens e desvantagens e sua escolha depende de vários fatores incluindo a dinâmica do processo e o tipo do ruído. Neste exemplo, como ambos os resultados foram semelhantes, o método de Carlsson é mais recomendado por ser mais simples.

5.5.6 Correlações semi-parciais utilizando estruturas FIR

Na seção 3.4 foi visto o conceito das correlações semi-parciais e nesta subseção, elas são utilizadas para gerar gráficos similares aos das subseções anteriores.

Como foi visto, a principal diferença entre ambos os tipos de correlações é que na correlação parcial, a influência da variável $\tilde{u}_i$ é reduzida em ambas as variáveis u_i e e_j , enquanto que na correlação semi-parcial, essa mesma influência é reduzida em apenas uma delas.

As Figuras 5.34 e 5.35 mostram as correlações semi-parciais quando a influência de $\tilde{u}_i$ é reduzida apenas de u_i e de e_j , respectivamente.

Figura 5.34 - Correlação semi-parcial cuja influência de $\tilde{u}_i$ é reduzida apenas de u_i .

Figura 5.35 - Correlação semi-parcial cuja influência de $\tilde{u}_i$ é reduzida apenas de e_j .

Do ponto de vista conceitual, a correlação parcial é um método mais adequado que a correlação semi-parcial, pois para o caso de uma planta 2x2, utilizada na simulação desta subseção, para se detectar se há divergência no submodelo MV1-CV1, deseja-se eliminar a influência de u_2 , não somente de u_1 , como também de e_1 . Deste modo, ambos os resíduos estimados ficaram livres da influência de u_2 e, portanto, a correlação regular entre os resíduos mostra o real nível de correlação entre ambos os sinais.

Ainda neste exemplo, mas utilizando-se a correlação semi-parcial, supondo que a influência de u_2 seja reduzida apenas de e_1 , então a correlação entre u_1 e e_1 resultará em uma correlação incorreta, pois u_1 ainda seria influenciado por u_2 . Como já foi mencionado, o resultado da utilização das correlações semi-parciais será uma possível diminuição de seus valores, uma vez que viu-se na teoria que os valores das correlações semi-parciais são sempre menores que os das correlações parciais. Comparando os gráficos da Figura 5.35 com os da Figura 5.22, observa-se que este comportamento ocorreu nas simulações.

5.6 Cenário 6

Neste último cenário deseja-se verificar o que ocorre com os resultados utilizando o método de Badwe para diferentes ordens de estruturas de erro na saída. Para este cenário, um processo $G_p(s)$ com 3 entradas e 3 saídas é utilizado, enquanto que o modelo da planta utilizado no MPC é $\hat{G}_p(s)$. As respectivas funções de transferência são mostradas em (5.10) e (5.11).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-7s}}{60s + 1} & \frac{5,88e^{-6s}}{50s + 1} \\ \frac{5,39e^{-4s}}{50s + 1} & \frac{5,72e^{-3s}}{60s + 1} & \frac{6,9e^{-3s}}{40s + 1} \\ \frac{4,38e^{-5s}}{33s + 1} & \frac{4,42e^{-5s}}{44s + 1} & \frac{7,2}{19s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\hat{G}_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{6,07e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-7s}}{66s + 1} & \frac{3,5e^{-6s}}{50s + 1} \\ \frac{8,09e^{-4s}}{50s + 1} & \frac{5,72e^{-3s}}{42s + 1} & \frac{6,9e^{-5s}}{40s + 1} \\ \frac{4,38e^{-8s}}{33s + 1} & \frac{4,42e^{-5s}}{57s + 1} & \frac{11,52}{19s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Percebe-se que existem divergências em cada um dos nove submodelos, embora com níveis diferentes. As Figuras 5.36 a 5.38 mostram os resultados da correlação parcial utilizando o processo de identificação de um modelo OE com $n_b = n_f = 3$.

Figura 5.36 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de $\mathbf{u}$ utilizando a estrutura OE com $n_b = n_f = 3$.

Figura 5.37 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de $\mathbf{e}$ utilizando a estrutura OE com $n_b = n_f = 3$.

Figura 5.38 - Correlação parcial com estrutura OE com $n_b = n_f = 3$.

Nota-se que as três correlações parciais de e_3 na Figura 5.38 foram aproximadamente nulas, quando se sabe que existe divergência nesses sub-modelos. Entretanto, o gráfico 5.37 que mostra a correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de e_j mostra que as correlações não foram nulas para MV3-CV3. Isso quer dizer que deve haver polarização nesse sub-modelo.

Um novo modelo foi encontrado com $n_b = n_f = 2$ e, surpreendentemente, os resultados foram muito melhores e são mostrados nas Figuras 5.39 e 5.40. Uma possível explicação para este fenômeno é que o algoritmo OE pode não convergir para os valores corretos durante o processo de identificação.

Figura 5.39 - Correlação cruzada entre o resíduo e os valores estimados de $\mathbf{e}$ utilizando a estrutura OE com $n_b = n_f = 2$.

Figura 5.40 - Correlação parcial com estrutura OE com $n_b = n_f = 2$.

As correlações cruzadas utilizando o novo modelo em MV3-CV3 passam a ser próximas a zero e isto afeta não somente as correlações parciais em MV3-CV3, mas de todos os submodelos relacionados a $\mathbf{e}_3$. Observe a melhora dos resultados em MV1-CV3 e MV3-CV3 da Figura 5.40 em relação aos resultados da Figura 5.38. Somente foi mostrado o gráfico, na Figura 5.39, da correlação cruzada entre o resíduo $\hat{\mathbf{e}}_{e_j}(k)$ e os valores estimados de $\mathbf{e}_j$, pois, neste exemplo, esta era a parcela

responsável pela detecção incorreta das divergências utilizando correlações parciais.

Portanto, um modelo em que $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ ou $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$ não sejam ortogonais aos planos $\hat{G}_{u_i}\tilde{\mathbf{u}}_i(k)$ ou $\hat{G}_{e_j}\tilde{\mathbf{u}}_i(k)$, respectivamente, pode resultar em uma análise incorreta da divergência.

Foi visto que um modelo de ordem $n_b = n_f = 2$ obteve melhores resultados que o modelo $n_b = n_f = 3$. Portanto, modelos com maiores ordens não necessariamente resultam em melhores resultados na detecção de divergências utilizando correlações parciais.

É recomendável verificar essas correlações cruzadas para obter resultados mais confiáveis.

6 Projeto inicial de uma nova metodologia

6.1 Limitação de ambos os métodos

Realizou-se uma simulação de um processo com duas entradas e duas saídas controladas por um MPC, com o objetivo de verificar se estes métodos são capazes de detectar o nível de divergência. O processo é representado utilizando modelos LTI através da expressão (6.1).

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05ke^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-6s}}{60s + 1} \\ \frac{5,39e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{5,725e^{-6s}}{60s + 1} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

sendo que k varia entre 0,6 e 1,9.

O modelo do processo utilizado pelo MPC está representado em (6.2).

$$\hat{G}_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-6s}}{60s + 1} \\ \frac{5,39e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{5,725e^{-6s}}{60s + 1} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Portanto, caso $k = 1$, o modelo do processo é exato.

Para que o gráfico gerado possa fornecer informações sobre o nível da divergência, que deveria ser proporcional a $|1 - k|$, é esperado que os resultados do algoritmo atinjam seus valores máximos em $k = 0,6$ e $k = 1,9$, resultando em um valor aproximadamente nulo quando $k = 1$. Esse comportamento não é observado nos resultados de MV1-CV1 para o atraso nulo, que estão na Figura 6.1, em que foi utilizada a estrutura FIR nas identificações. Neste gráfico, existem várias curvas relacionadas a diferentes variâncias de ruído branco, que foram adicionados a y durante as simulações para cada k . Os resultados mostram que ruídos brancos com variâncias elevadas podem tornar os resultados incorretos, como já foi demonstrado anteriormente. A segunda conclusão é que os valores das correlações não são proporcionais ao grau de divergência, mesmo para a curva gerada pelo ruído com a

menor variância. Por exemplo, observe que os valores das correlações entre o intervalo $k = 1,2$ e $k = 1,8$ são praticamente constantes, o que significa que este método não pode ser usado para detectar níveis de divergências.

Figura 6.1 - Influência da variância do ruído *online* nos resultados da correlação com divergência nos ganhos.

6.2 Projeto inicial utilizando a estrutura FIR

Para superar esta limitação, propõe-se um projeto inicial de uma nova metodologia, que foi inspirado em Kano *et al.* (2010), em que ruído branco *offline* é adicionado artificialmente nos resíduos antes da execução do método de regressão, chamado *stepwise*.

Esse mesmo procedimento é realizado analisando-se as correlações parciais, em vez do método de regressão *stepwise*. Nas simulações, a variância de ruído *online* deve ser baixa o suficiente para não interferir nos resultados de correlação, como foi demonstrado na seção 3.8. Em seguida, diferentes variâncias de ruído branco *offline* são adicionados artificialmente ao resíduo $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$, antes de calcular os valores finais da correlação parcial, que é a correlação regular entre $\hat{\epsilon}_{e_j}(k)$ e $\hat{\epsilon}_{u_i}(k)$. A idéia deste procedimento é medir a variação das correlações parciais devido à adição do ruído com o objetivo de determinar o nível da divergência. Uma simulação é realizada para verificar o desempenho do novo método proposto.

Nesta simulação, o processo e o modelo utilizados são semelhantes aos estudos de caso apresentados no capítulo 5. Dois tipos de divergência estão presentes. A divergência em MV1-CV1 está relacionada somente ao ganho e é fixa durante toda a simulação. Já a outra está presente em MV2-CV1, cuja constante de tempo varia em função de k . O processo e o modelo são representados pelas funções de transferência das expressões (6.3) e (6.4), respectivamente.

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05 \times 1,15e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-6s}}{(60k)s + 1} \\ \frac{5,39e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{5,725e^{-6s}}{60s + 1} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$\hat{G}_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4,05e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{1,77e^{-6s}}{60s + 1} \\ \frac{5,39e^{-6s}}{50s + 1} & \frac{5,725e^{-6s}}{60s + 1} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

A Figura 6.2 mostra os resultados obtidos com a simulação de MV2-CV1 para o atraso nulo, ou seja, os valores das correlações em função de k e das variâncias do ruído branco *offline* utilizando o método de Carlsson.

Figura 6.2 - Influência da variância do ruído *offline* nas correlações utilizando o método de Carlsson (k no eixo x).

Pode-se concluir que o aumento da variância do ruído branco *offline* reduz o módulo das correlações, tornando seus valores mais próximos ao eixo k . Caso fosse

calculada a derivada de cada curva no ponto de intersecção de todas elas (próximo ao ponto $k = 1$ no eixo x), as curvas geradas com menores variâncias de ruído branco teriam as maiores derivadas em módulo. Isto poderia ser rapidamente percebido verificando o ângulo entre o eixo x e a reta traçada para cada curva passando por seus valores de correlação, quando $k = 0,8$ e $k = 1,2$. Esse ângulo encontrado é uma aproximação da derivada. Consequentemente, as curvas com menores variâncias de ruído branco possuem os maiores valores de correlação em módulo.

Na Figura 6.3 apresenta-se a mesma informação que na Figura 6.2, mas de uma forma diferente. Em vez de traçar curvas para cada variância de ruído com k no eixo x, neste novo gráfico, uma curva para cada k é traçada com a variância de ruído no eixo x. Entretanto, a escala semilogarítmica é utilizada no eixo x com o objetivo de facilitar a visualização dos resultados.

Figura 6.3 - Influência da variância do ruído *offline* nas correlações utilizando o método de Carlsson (variância do ruído no eixo x).

Com as informações e os valores contidos no gráfico da Figura 6.3, esta metodologia inicial propõe uma técnica para calcular um valor proporcional ao nível de divergência ($|1 - k|$), utilizando os valores de uma curva gerada a partir de um k específico.

Para obter este resultado, existem duas informações que necessitam ser extraídas para cada curva relacionada a um k específico. A primeira é o valor da correlação calculada com a menor variância do ruído branco (ρ_{min_var}). A segunda é o comportamento da curva com o aumento da variância do ruído branco.

Com relação ao comportamento das curvas, aquelas com maiores divergências tendem a ter uma menor diferença entre o seu valor de correlação inicial (ρ_{min_var}) e qualquer outro valor de correlação gerada com variância de ruído branco dentro de um determinado intervalo R .

Quando a variância do ruído branco é baixa, a correlação é influenciada pela divergência, ou seja, pela diferença do processo e de seu modelo. Quando a variância do ruído branco é elevada, o valor da correlação é influenciado principalmente pelo ruído. O intervalo R corresponde à transição das correlações altas em módulo para as baixas, que varia de acordo com a dinâmica do processo e do modelo. Neste caso, o intervalo de R escolhido foi entre 0,01 e 0,5.

A variável $CorrDif(var)$ é definida como sendo a diferença entre ρ_{min_var} e a correlação relacionada à variância do ruído var , que deve estar dentro do intervalo R , definido anteriormente.

A função $M(var)$ é proposta utilizando ρ_{min_var} e $CorrDif(var)$ como entradas. Os valores resultantes de M devem ser proporcionais ao nível de divergência entre a planta e o seu modelo. Logo, neste procedimento, não há necessidade de se calcular o ângulo ou a derivada mencionada anteriormente, uma vez que isso já é feito através do cálculo dessa diferença.

A função $M(var)$ escolhida é:

$$M(var) = \left| \frac{\rho_{min_var}}{CorrDif(var) + \varepsilon} \right| \quad (6.5)$$

O termo ε foi adicionado com o objetivo de evitar que M atinja valores extremamente elevados ou até mesmo infinitos, quando $CorrDif$ for muito pequeno.

É importante esclarecer que há muitas outras funções M , com as mesmas entradas, que podem ser substituídas pela expressão (6.5), e cujos valores obtidos

podem ser até melhores que os obtidos nesta seção. Entretanto, o escopo deste trabalho é mostrar o potencial deste método, através dos resultados obtidos neste cenário.

Escolher a variância para ser calculada e o seu intervalo R não é uma tarefa simples. E mesmo fazendo isso corretamente, não há garantia que os resultados sejam significativos para dada variação de ruído. Assim, recomenda-se tomar a média de quatro variações de ruído dentro do intervalo R definido anteriormente, a fim de melhorar os resultados. Esta média é o nível de divergência do submodelo. Os resultados para cada variação calculada são mostrados na Figura 6.4.

Figura 6.4 - Valores de M para diferentes variâncias de ruído.

Depois do cálculo da média, o gráfico final é mostrado na Figura 6.5.

Figura 6.5 - Nível de divergência de MV2-CV1.

O gráfico da Figura 6.5 mostra os resultados do submodelo MV2-CV1, cujos valores são aproximadamente proporcionais a $|1 - k|$.

O propósito desta metodologia inicial é utiliza-la em conjunto com os métodos de Badwe e de Carlsson, uma vez que estes são responsáveis por encontrar as divergências mais significativas enquanto que esta metodologia inicial proposta possui a finalidade de avaliar o nível de divergência do submodelo escolhido pelos outros métodos.

6.3 Projeto inicial utilizando a estrutura OE

A seção anterior mostrou um método de sucesso, por meio de análise de correlação parcial usando o método de Carlsson (estrutura FIR). No entanto, uma questão a ser respondida é se esta mesma técnica poderia ser utilizada com o método de Badwe utilizando a estrutura OE. Nesta seção, a estrutura OE é referenciada quando $F(q)$ for diferente de 1, ou seja, nas situações em que a estrutura OE não é uma estrutura FIR, embora esta seja um tipo particular da estrutura erro na saída.

As Figuras 6.7 e 6.8 mostram os valores da correlação para diferentes valores de k e de ruído branco *offline* utilizando a estrutura OE (semelhante às Figuras 6.2 e 6.3). Existem dois valores de k (1,05 e 1,45), que resultam em valores de correlação

com polarização, prejudicando os resultados finais da detecção do nível de divergência. A Figura 6.9 mostra a correlação cruzada entre os resíduos $\mathbf{u}$ e $\mathbf{e}$ para o primeiro atraso e para ambos os métodos. Os valores da correlação cruzada para as estruturas FIR estão todos próximos a zero para cada valor de k . Este comportamento não ocorre quando a estrutura OE é utilizada, pois, quando $k = 1,45$, por exemplo, a correlação é -1. Isto significa que houve polarização e, portanto, uma nova ordem de modelo deve ser escolhida para realizar uma nova identificação, tal como foi mostrado na seção 5.6.

Figura 6.6 - Influência da variância do ruído *offline* nas correlações utilizando o método de Badwe (k no eixo x).

Figura 6.7 - Influência da variância do ruído *offline* nas correlações utilizando o método de Badwe (variância do ruído no eixo x).

Figura 6.8 - Correlações cruzadas entre o resíduo e os vetores estimados para ambos os métodos.

Caso uma nova ordem para a estrutura OE fosse escolhida apenas para as simulações com altos níveis de polarização (como $k=1,45$), o problema da polarização estaria resolvido. No entanto, esta solução não resultaria em valores confiáveis, pois para calcular a diferença usando os resultados das correlações no novo método proposto, é importante garantir que as condições iniciais das simulações sejam as mesmas. Isso não ocorrerá caso duas dimensões diferentes de modelos sejam usadas.

7 Conclusões

Como foi mostrado nos capítulos anteriores, as técnicas de Badwe e Carlsson são capazes de detectar corretamente as divergências, mas não fornecem informações sobre o nível das mesmas. Divergências relacionadas ao ganho de 10% e 50% podem ter resultados semelhantes.

Também se mostrou que o método de Carlsson é uma simplificação do método de Badwe ao realizar suas identificações utilizando o método dos mínimos quadrados com estrutura FIR. Para que ambos os métodos sejam eficientes, é necessário garantir que $\hat{e}_{e_j}(k)$ e $\tilde{u}_i(k)$ não sejam correlacionados. O mesmo é válido para $\hat{e}_{u_i}(k)$ e $\tilde{u}_i(k)$.

O método MQ calcula as componentes $\hat{e}_{e_j}(k)$ e $\hat{e}_{u_i}(k)$ estimadas, que sejam ortogonais em relação ao plano de regressores Ψ . Na estrutura FIR, regressores estão relacionados apenas com $\tilde{u}_i(k)$. Por outro lado, em uma estrutura de erro na equação, como a ARX ou ARMAX, regressores $\tilde{u}_i(k)$ são correlacionados com $u_i(k)$ ou $e_j(k)$. Neste caso, ϵ_{u_i} e ϵ_{e_j} podem ser correlacionados com o estimador A resultando em polarização, até mesmo nos casos em que ruído branco é adicionado na planta. Portanto, é conveniente usar estruturas FIR, quando o método MQ é utilizado, para resolver o problema de polarização e aplicar esta análise de correlação com os modelos dinâmicos.

Elevadas correlações cruzadas entre os valores estimados de $\hat{u}_i$ e os resíduos $\hat{e}_{e_j}(k)$, ou os valores estimados $\hat{e}_j$ e os resíduos $\hat{e}_{e_j}(k)$, invalidam os resultados de uma análise de um modelo da planta usando o método de Badwe. Logo, para uma análise confiável, é necessário ajustar a ordem do modelo da estrutura OE para obter baixos valores de correlação cruzada entre $\hat{u}_i$ e os resíduos $\hat{e}_{u_i}(k)$, e também entre $\hat{e}_j$ e os resíduos $\hat{e}_{e_j}(k)$.

Neste trabalho, um projeto inicial de um novo método para detectar o nível da divergência entre o processo real e seu modelo no MPC é proposto, utilizando o

método de Carlsson, que utiliza a abordagem do método dos mínimos quadrados. Testes mostram que este projeto não substitui os outros métodos já existentes, mas os complementam. Análise da correlação parcial utilizando o método de Badwe utilizando a estrutura OE proporciona resultados significativos para detectar divergências, mas não para quantificá-los, devido à alta possibilidade de correlação entre os valores estimados de u_i e de e_j , e dos seus respectivos resíduos.

Como ainda há muitas questões que devem ser respondidas e analisadas, este projeto ainda não é uma solução completa para resolver este tipo de problema. Ele ainda deve ser melhor estudado e aprimorado. Trabalhos futuros poderiam ser realizados para abordar os seguintes temas:

- Este projeto somente foi testado em uma planta 2x2 com sub-modelos de primeira ordem com tempo morto. Quais seriam os resultados usando modelos mais complexos e com maior quantidade de entradas e saídas?
- Este projeto é capaz de detectar níveis de divergência utilizando dados reais de processo?
- Seria possível encontrar uma maneira de quantificar a divergência através da técnica t de Student?

Os resultados apresentados neste trabalho podem desencadear o desenvolvimento de mais pesquisas nesta área e contribuir para o aprimoramento dos métodos já existentes.

Referências bibliográficas

- Aguirre L. A.; Introdução à identificação de sistemas – técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais, 3ª edição, Belo Horizonte, Brasil, 2007.
- Badwe, A. S.; Gudi, R. D.; Patwardhan, R. S.; Shah, S. L.; Patwardhan, S. C. Detection of model-plant mismatch in MPC applications. *Journal of Process Control*, 19(8):1305–1313, 2009.
- Badwe, A. S.; Shah, S. L.; Patwardhan, S. C.; Patwardhan, R. S. Model-plant mismatch detection in MPC applications using partial correlation analysis. In *IFAC World Congress*, 14926-14933, Seoul, Korea, 2008.
- Carlsson, R. A practical approach to detection of plant model mismatch for MPC. Master thesis. Linköping University, 2010.
- Clarke, D. W.; Mohtadi, C. and Tuffs, P. S. Generalized predictive control-part I. the basic algorithm, *Automatica* 23, 137-148, 1987.
- Cutler, C.;B. L. Ramaker. Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm, *Proc. Joint Auto. Control Conf.*, Paper WP5-B, São Francisco, 1980.
- Garcia, C.E; Morari, M. Internal Model Control. 1. A unifying review and some new results, *Industrial Engineering Chemical Process Design and Development*, 21(2):308-323, 1982.
- Genceli, H.; M. Nikolaou. Robust stability analysis of constrained 11-norm model predictive control. *AIChE Journal* 39, 1954-1965, 1993.
- Grover, P. S. Effect of Model-Plant Mismatch on the Performance of the Linear Model Predictive Controller. Master thesis. University of Alberta, Edmonton, 2009.
- Huber, J.; Partial and Semipartial Correlation - A Vector Approach, *The Two-Year College Mathematics Journal*, 12(2):151-153, 1981.
- Jiang, H.; Li, W.; Shah, S. L. Detection and Isolation of Model-Plant Mismatch for Multivariate Dynamic Systems, Zhang, Z. (Eds.), 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes , pp.1396-1401, 2006.
- Kano, M.; Shigi, Y.; Hasebe, S.; Ooyama, S. Detection of Significant Model-Plant Mismatch from Routine Operation Data of Model Predictive Control System. *The 9th International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems (DYCOPS 2010)*; pp. 677-682, Leuven, Belgium, 2010.
- Kano, M.; Ogawa, M. The state of the art in advanced chemical process control in Japan. In *IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM)*, CD-ROM. Istanbul, Turkey, 2009.
- Ljung, L. System Identification. Theory for the User, 2nd Edition. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1999.
- Morari, M.; Lee, J. H. Model predictive control: Past, present and future. *Comput. Chem. Engng.*, 23:667-682, 1999.

- Nafsun, A. I.; Yussoff, N. Effect of Model-plant Mismatch on MPC Controller Performance, 11(21):3579-3585, 2011.
- Olivier, L. E.; Craig, I. K. Parameter mismatch detection in a Run-of-Mine Ore milling circuit under Model Predictive Control. In IFAC World Congress, 9929- 9934, Milano, Italy, 2011.
- Patwardhan, R. S. Studies in Synthesis and Analysis of Model Predictive Controllers. PhD thesis. CPC, University of Alberta, Edmonton, 1999.
- Patwardhan R. S.; McIntyre, B; Monitoring, best practices maintain APC applications. Oil & Gas Journal, 106(30):46-53, 2008.
- Patwardhan, R. S.; Shah, S.L. Assessing the performance of model predictive controllers. The Canadian Journal of Chemical Engineering 80, 954-966, 2002.
- Qin, S. J.; Badgwell, T. A. An overview of industrial model predictive control technology. Fifth International Conference on Chemical Process Control, pp. 232-256, 1996.
- Qin, S. J.; Badgwell, T. A. A Survey of Industrial Model Predictive Control Technology, Control Eng. Practice, 11, 733, 2003.
- Richalet, J., A. Rault, J. L. Testud and J. Papon. Model Predictive Heuristic Control: Applications to Industrial Processes, Automatica 14, 413-428, 1978.
- Seborg, D.; Edgar, T.; Mellichamp, D. Process Dynamics and Control, 2nd Edition. John Wiley & Sons, 2004.
- Stanfelj, N.; Marlin, T. E.; MacGregor, J.F. Monitoring and diagnosing process control performance: The single-loop case. Ind Eng Chem Res; 32:301–14, 1993.
- Tham, M. T. Part of a set of lecture notes on Introduction to Robust Control by Ming T. Tham , 2002.
- Webber, J. R.; Gupta, Y. P. A closed-loop cross-correlation method for detecting model mismatch in MIMO model-based controllers. ISA Transactions; 47(4):395-400, 2008.