BRENO GARCIA CARNEIRO

PROJETO E ANÁLISE DE CONTROLADORES NÃO LINEARES APLICADOS A UM
SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

São Paulo
2016

BRENO GARCIA CARNEIRO

PROJETO E ANÁLISE DE CONTROLADORES NÃO LINEARES APLICADOS A UM
SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

São Paulo
2016

BRENO GARCIA CARNEIRO

PROJETO E ANÁLISE DE CONTROLADORES NÃO LINEARES APLICADOS A UM
SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador:
Prof. Dr. Claudio Garcia

São Paulo
2016

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Carneiro, Breno Garcia

Projeto e análise de controladores não lineares aplicados a um sistema de levitação eletromagnética / B. G. Carneiro -- versão corr. -- São Paulo, 2016. 135 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1.Sistemas de Controle I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II.t.

*“DEDICADO À GLÓRIA DE DEUS A AO
PROGRESSO HUMANO”*

Lema do Instituto Presbiteriano Gammon

Agradecimentos

Aos meus familiares que me apoiaram em todos os momentos deste trabalho, em especial à minha querida mãe, Maraísa Silva Garcia, que sempre se doou muito à educação dos seus filhos. Ao meu pai, Francisco de Assis Carneiro e à minha irmã, Lara Augusta Garcia Carneiro, pelo carinho. Aos meus amados avôs e avós, Ozita Carneiro, Washington Carneiro (*in-memorian*), Eleni Silva e Rubens Garcia, pela amorosa preocupação comigo.

À minha amada Lorena Terra, pelo encorajamento e pela constante presença.

Ao Professor Claudio Garcia, por ter me proporcionado a honra de ter sido seu orientado, me garantindo uma orientação presente, segura e com constante apoio técnico.

Ao colega José Roberto Matheus Fernandes pelas discussões técnicas que muito contribuíram para o enriquecimento do trabalho. Ao amigo Conrado Aparecido de Oliveira, pelo importante apoio técnico durante os ensaios experimentais.

Aos colegas do Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, que apoiaram, de maneira direta e indireta, no desenvolvimento desta dissertação. Especialmente, ao Eng. Teófilo Mendes pelo incentivo, ao CF(EN) Paulo Rocha por ter sido um tutor no CTMSP, à CMG(RM1-EN) Ana Maria e ao GMG(RM1-EN) Martins pelo apoio.

À Marinha do Brasil, pelo incentivo ao aprimoramento profissional e pela disponibilização de recursos físicos.

A DEUS, por me sustentar nos momentos difíceis e por ser a motivação maior.

“Be the change that you wish to see in the world”

Mahatma Gandhi

Resumo

Sistemas de levitação eletromagnética são de interesse quando se necessita de tecnologia envolvendo redução de atrito, atuação sem contato físico, máquinas rotativas e trens de alta velocidade. Devido à presença de não linearidades em sua dinâmica, pesquisadores têm dado atenção ao desenvolvimento de controladores mais sofisticados, com o objetivo de melhorar o desempenho desses sistemas. Controladores lineares apresentam limitações na faixa de operação da variável controlada e, geralmente apresentam baixa robustez quando aplicados em sistemas não lineares. O objetivo deste trabalho é desenvolver controladores não lineares com diferentes estruturas e analisá-los quando aplicados em um protótipo do sistema físico. Inicialmente, o sistema é modelado matematicamente através da abordagem fenomenológica. Em seguida, os parâmetros do modelo são identificados através de dados obtidos experimentalmente. Conhecendo bem a dinâmica do sistema através do modelo, são projetados três controladores de diferentes estruturas utilizando simulações computacionais. O primeiro é o PID clássico, controle linear amplamente utilizado em processos industriais. O segundo controlador é um PID com topologia não linear, denominado NPID. Este visa reduzir as limitações encontradas no PID linear, através de funções não lineares em seus termos. O último e mais complexo se trata do controle por modos deslizantes (SMC). Também com estrutura não linear, o SMC possui como característica intrínseca a robustez a variações da planta. Ao final, são realizadas simulações e os controladores avaliados são implementados de maneira digital em um *hardware* de controle e aplicados em uma planta piloto de levitação eletromagnética. Os resultados de desempenho obtidos permitem avaliar qual topologia de controlador melhor se enquadra diante dessa aplicação.

Palavras-chave: Sistema de levitação eletromagnética, Modelagem, Identificação de parâmetros, Controle por modos deslizantes, PID, PID não linear.

Abstract

Electromagnetic levitation systems are of interest when it is necessary the use of technology involving reduction of friction, acting without physical contact, rotating machinery and high speed trains. Due to the nonlinear dynamics, researchers have paid attention to the development of more sophisticated controllers, in order to improve the performance of these systems. Linear controllers have limitations in the operating range of the controlled variable and generally have low robustness when applied to linear systems. The objective of this work is to develop nonlinear controllers with different structures and analyze them, when applied to a prototype of the physical system. Initially the system is modeled mathematically through the phenomenological approach. Then the model parameters are identified by experimentally obtained data. Knowing the dynamic of the system through the model, three different controllers are designed using computer simulations. The first is the classic PID, a linear control widely used in industrial processes. The second controller is a PID with nonlinear topology, called NPID. This controller is intended to reduce the limitations found in the linear PID through non linear functions on its terms. The last and most complex is the sliding mode control (SMC). Also a nonlinear structure, the SMC has the intrinsic characteristic of robustness to variations of the plant. In the end, the simulations are performed and the evaluated controllers are implemented in digital form in a hardware control and applied in a pilot plant of an electromagnetic levitation system. With the performance results it is possible to verify which controller topology best fits this application.

Keywords: Electromagnetic levitation system, Modeling, Parameter identification, Sliding mode control, PID, Nonlinear PID.

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Diagrama esquemático de um sistema de levitação eletromagnética.	29
Figura 2.2 – Protótipo físico.....	36
Figura 2.3 – Estágio de potência com comparador por histerese.....	37
Figura 2.4 – Detalhe de montagem do sensor óptico.	39
Figura 2.5 – <i>Hardware</i> de controle no sistema em malha fechada.	40
Figura 2.6 – <i>Jitter</i>	41
Figura 3.1 – Diagrama em malha aberta para estimação de parâmetros do sensor.....	44
Figura 3.2 – Resultado da estimação de parâmetros do sensor de posição.....	46
Figura 3.3 – Diagrama para estimação de parâmetros do sistema de potência.....	47
Figura 3.4 – Dados experimentais e curva estimada do sistema de potência.	49
Figura 3.5 – Diagrama em malha fechada para estimação de $a(x(t))$	52
Figura 3.6 – $a(x(t))$ estimado com limites referente a erros de modelagem.	53
Figura 4.1 – Saída de controle chaveada e com ganho proporcional.	56
Figura 4.2 – Saída dos controladores proporcional e proporcional-integral.	57
Figura 4.3 – Saída dos controladores proporcional e proporcional-derivativo.	58
Figura 4.4 – Ação dos ganhos não lineares do controlador.	59
Figura 4.5 – Ganho proporcional não linear.....	60
Figura 4.6 – Ganho integral não linear.	61
Figura 4.7 – Ação do termo derivativo não linear.	62
Figura 4.8 – Função $W(e_r)$	63
Figura 4.9 – Função $f_d(e_r, \dot{e}_r)$	64
Figura 4.10 – Cascata de filtros de 1ª ordem caracterizando $\phi(t)$	66
Figura 4.11 – Fenômeno “ <i>chattering</i> ” em sistema de 2ª ordem.	71
Figura 4.12 – Função linear em faixa de φ	71
Figura 4.13 – Dinâmica de φ utilizando a função δ	72
Figura 5.1 – Mapeamento entre s e z pela relação exata.	77
Figura 5.2 – Mapeamento entre s e z pelo método de Euler para frente.	77
Figura 5.3 – Mapeamento entre s e z pelo método de Euler para trás.	78
Figura 5.4 – Espectro de potência do sinal de medição puro e com filtragem.....	83

Figura 5.5 – Diagrama de Bode do filtro de média móvel.....	83
Figura 5.6 – Ruído de medição e ruído branco sem filtragem.	84
Figura 5.7 – Sinal de medição e ruído branco após filtragem.	84
Figura 5.8 – Diagrama de blocos do controlador PID.....	85
Figura 5.9 – Análise geométrica dos polos complexos conjugados.	87
Figura 5.10 – Regiões de interesse na alocação dos polos de MF.	88
Figura 5.11 – Lugar Geométrico das Raízes – Polos dominantes e zeros de MF – PID-1.....	90
Figura 5.12 – Resposta ao degrau – PID-1.....	90
Figura 5.13 – Lugar Geométrico das Raízes – Polos dominantes e zeros de MF – PID-2.....	91
Figura 5.14 – Resposta ao degrau – PID-2.....	91
Figura 5.15 – Lugar Geométrico das Raízes – Polos dominantes e zeros de MF – PID-3.....	92
Figura 5.16 – Resposta ao degrau – PID-3.....	92
Figura 5.17 – Polos em MF com menor dominância ao longo de x_0	93
Figura 5.18 – Polos em MF com dominância intermediária ao longo de x_0	94
Figura 5.19 – Polos em MF com maior dominância ao longo de x_0	94
Figura 5.20 – Diagrama de Bode do filtro de primeira ordem no termo derivativo.....	95
Figura 5.21 – Ganho do TPNL, NPID-1.	99
Figura 5.22 – Ganho do TDNL, NPID-1.....	99
Figura 5.23 – Resposta ao degrau sem o TINL, controlador NPID-1.	100
Figura 5.24 – Ganho do TINL, NPID-1.	100
Figura 5.25 – Resposta ao degrau, controlador NPID-1.....	101
Figura 5.26 – Ações de controle individuais dos termos do NPID-1.	102
Figura 5.27 – Resposta ao degrau, controlador NPID-2.....	103
Figura 5.28 – Resposta ao degrau, controlador SMC-1.....	108
Figura 5.29 – Resposta ao degrau, controlador SMC-2.....	109
Figura 5.30 – Resposta ao degrau, controlador SMC-3.....	109
Figura 5.31 – Resposta ao degrau, controlador SMC-4.....	109
Figura 5.32 – Resposta ao degrau, controlador SMC-5.....	110
Figura 5.33 – Modos de operação do SMC-5.	111
Figura 5.34 – Resposta ao degrau, controlador SMC-TINL.	112
Figura 6.1 – Levitação da base, controlador PID-3.....	114

Figura 6.2 – Levitação da base, controlador NPID-2.	115
Figura 6.3 – Levitação da base, controlador SMC-5.	115
Figura 6.4 – Levitação da base, controlador SMC-TINL.	115
Figura 6.5 – Referência triangular, controlador PID-3.	117
Figura 6.6 – Referência triangular, controlador NPID-2.	117
Figura 6.7 – Referência triangular, controlador SMC-5.	118
Figura 6.8 – Referência triangular, controlador SMC-TINL.	118
Figura 6.9 – Referência senoidal, controlador PID-3.	119
Figura 6.10 – Referência senoidal, controlador NPID-2.	119
Figura 6.11 – Referência senoidal, controlador SMC-5.	120
Figura 6.12 – Referência senoidal, controlador SMC-TINL.	120
Figura 6.13 – Referência quadrada, controlador PID-3.	121
Figura 6.14 – Referência quadrada, controlador NPID-2.	121
Figura 6.15 – Referência quadrada, controlador SMC-5.	122
Figura 6.16 – Referência quadrada, controlador SMC-TINL.	122
Figura 6.17 – Máxima faixa de operação, controlador SMC-TINL.	124
Figura 6.18 – Regime transitório, controlador SMC-TINL.	125
Figura 6.19 – $\varphi(t)$ em função do entreferro, máxima faixa de operação.	126
Figura 6.20 – Trajetórias dos estados, máxima faixa de operação.	126
Figura 6.21 – $\varphi(t)$ em função das trajetórias dos estados, máxima faixa de operação.	127
Figura 6.22 – Tempo de processamento de um laço de controle, PID-3.	128
Figura 6.23 – Tempo de processamento de um laço de controle, NPID-2.	128
Figura 6.24 – Tempo de processamento de um laço de controle, SMC-5.	128
Figura 6.25 – Tempo de processamento de um laço de controle, SMC-TINL.	129

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Dados experimentais para estimação dos parâmetros do sensor.	45
Tabela 3.2 – Resultados da estimação dos parâmetros do sensor.	46
Tabela 3.3 – Dados experimentais - estimação de parâmetros do sistema de potência.	48
Tabela 3.4 – Dados experimentais para estimação dos parâmetros de $a(x(t))$	51
Tabela 3.5 – Resultados da estimação de $a(x(t))$	52
Tabela 5.1 – Resultados da alocação de polos em MF.....	89
Tabela 5.2 – Ação dos parâmetros do TPNL.....	96
Tabela 5.3 – Ação dos parâmetros do TDNL.	97
Tabela 5.4 – Ação dos parâmetros do TINL.....	98
Tabela 5.5 – Parâmetros e critérios de desempenho do NPID-1.	101
Tabela 5.6 – Parâmetros e critérios de desempenho do NPID-2.	103
Tabela 5.7 – Parâmetros do SMC com respectivas funções.....	105
Tabela 5.8 – Controladores SMC.	108
Tabela 5.9 – Controlador híbrido SMC-TINL.....	112
Tabela 6.1 – Desempenho dos resultados experimentais, levitação da base.	116
Tabela 6.2 – Desempenho dos resultados experimentais, referência quadrada.	123
Tabela 6.3 – Desempenho dos resultados experimentais, máxima faixa de operação.....	124
Tabela 6.4 – Tempo médio de processamento de um laço de controle.....	129

Lista de Siglas e Abreviaturas

DOF	<i>Degree Of Freedom</i> (Grau de Liberdade)
DSP	<i>Digital Signal Processor</i> (Processador de Sinal Digital)
EEM	Erro Estacionário Máximo
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> (Resposta Finita ao Impulso)
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i> (Transformada Rápida de Fourier)
FSMC	<i>Fuzzy Sliding Mode Control</i> (Controle por Modos Deslizantes Fuzzy)
IAE	<i>Integrated Absolute Error</i> (Erro Absoluto Integrado)
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i> (Resposta Infinita ao Impulso)
LPV	<i>Linear Parameter Varying</i> (Variação de Parâmetro Linear)
MA	Malha Aberta
MF	Malha Fechada
NFSMC	<i>Novel Fuzzy Sliding Mode Control</i> (Novo Controle por Modos Deslizantes Fuzzy)
NPID	Controlador Proporcional, Integral e Derivativo não Linear
PID	Controlador Proporcional, Integral e Derivativo
SISO	<i>Single Input, Single Output</i> (Única Entrada, Única Saída)
SMA	Sobressinal Máximo Absoluto
SMC	<i>Sliding Mode Control</i> (Controle por Modos Deslizantes)
TDNL	Termo Derivativo não Linear
TINL	Termo Integral não Linear
TPNL	Termo Proporcional não Linear
TMA	Tempo Máximo de Acomodação

Lista de Símbolos

A relação abaixo apresenta os símbolos utilizados para representar parâmetros, funções e variáveis. Os símbolos j e n caracterizam índices.

Alfabeto Romano

$a(.)$	Polinômio característico do mancal eletromagnético
$a_0, a_1, \dots, a_n$	Constantes do polinômio $a(.)$
$a(x_{0j})_{médio}$	Valor médio do polinômio no ponto de equilíbrio referenciado pelo índice j
$a(.)_{exp}$	Polinômio característico do mancal eletromagnético obtido experimentalmente
$\overline{a(.)}$	Valor médio dos dados de $a(.)_{exp}$
$a(.)_{min}$	Limite inferior do polinômio $a(.)$
$a(.)_{max}$	Limite superior do polinômio $a(.)$
A	Matriz de dados do entreferro x_j
A_{x_0}	Vetor de dados do polinômio $a(x_{0j})_{médio}$
$b(.)$	Função da dinâmica do sistema utilizada na estrutura do SMC
$b_{min}(.)$	Função limite inferior de $b(.)$
$b_{max}(.)$	Função limite superior de $b(.)$
$\hat{b}(.)$	Função estimada de $b(.)$
$D(s)$	Função de transferência do termo derivativo com filtro de 1ª ordem
e_r	Erro de acompanhamento entre referencia e entreferro
e	Número de Euler
E	Vetor de dados do resíduo r_j
$E_r(s)$	Erro de acompanhamento no domínio de Laplace
$f_p(.)$	Ganho não linear do TPNL
$f_i(.)$	Ganho não linear do TINL
$f_d(.)$	Ganho não linear do TDNL
$f(.)$	Função da dinâmica do sistema de levitação

$f_{md}(\cdot)$	Função de definição dos quadrantes TDNL
$\overline{f_{md}}(\cdot)$	Função de definição dos quadrantes TDNL
$F(\cdot)$	Erro entre as funções $q(\cdot)$ e $\hat{q}(\cdot)$
$F_{eletromag.}(t)$	Força eletromagnética
F_s	Frequência de amostragem
g	Aceleração da gravidade
$G_{MF}(s)$	Função de transferência em MF com controlador PID
$G_T(s)$	Função de transferência entre saída e sinal de controle
$G(s)$	Função de transferência do sistema linearizado
$G_d(\cdot)$	Função não linear do TDNL
$H_d(z)$	Função de transferência do filtro de média móvel
$i(t)$	Corrente elétrica na bobina do mancal eletromagnético
$\hat{i}(t)$	Variável incremental da corrente elétrica
i_{min}	Saturação inferior de corrente na saída do circuito de potência
i_{max}	Saturação superior de corrente na saída do circuito de potência
i_0	Corrente elétrica de equilíbrio
i_{0j}	Corrente de equilíbrio referenciado pelo índice j
$i_{0j\text{ médio}}$	Valor médio de corrente no índice j
i_j	Corrente elétrica discreta referenciada pelo índice j
$\hat{I}(s)$	Variável incremental da corrente no domínio de Laplace
I	Vetor com dados de corrente i_j
IAE	Erro Absoluto Integrado
k_p	Ganho proporcional do controlador PID
k_i	Ganho integral do controlador PID
k_d	Ganho derivativo do controlador PID
k_m	Constante do mancal eletromagnético
k_{pot0}, k_{pot1}	Constantes do sistema elétrico de potência
$k_{s0}, k_{s1}, \dots, k_{sn}$	Constantes do sistema de medição
k_{planta}	Ganho de uma planta genérica sem dinâmica
$k_0, k_1, \dots, k_n$	Constantes do sistema linearizado por realimentação

$k_{p_{max}}$	Constante do TPNL
K_{pot}	Vetor com parâmetros do sistema de potência
k_{dmin}	Constante do TDNL
k_{dmax}	Constante do TDNL
k_e	Constante do TDNL
k_{MF}	Ganho do sistema em MF com controlador PID
K_s	Vetor de constantes do sistema de medição
$K(.)$	Função do SMC
$K_{PID}(s)$	Função de transferência do controlador PID
L	Carga indutiva da bobina do mancal
m	Massa do elemento levitado
M	Soma dos quadrados dos resíduos - matricial
N	Constante do filtro de 1ª ordem
N_p	Número de pontos do filtro de média móvel
p	Número de ensaios experimentais
$p_{MF1}, p_{MF2}, p_{MF3}, p_{MF4}$	Polos de MF com controlador PID
$q(.)$	Função da dinâmica do sistema utilizada na estrutura do SMC
$\hat{q}(.)$	Função estimada de $q(.)$
r_j	Resíduo referenciado pelo índice j
r_{ef}	Sinal de referência da malha de controle
R	Carga resistiva da bobina do mancal
$R2$	Coeficiente de correlação genérico
$R2_M$	Coeficiente de correlação da estimação da curva do mancal
$R2_s$	Coeficiente de correlação da estimação do sistema de medição
$R2_p$	Coeficiente de correlação da estimação do sistema de potência
s	Variável de Laplace
$sgn(.)$	Função de determinação do sinal de uma variável
$S(a_0, a_1, \dots, a_n)$	Soma dos quadrados dos resíduos
$S_u(.)$	Superfície de escorregamento
t	Tempo

t_{alc}	Tempo de alcance das trajetórias do SMC
T_a	Período de amostragem
$u(.)$	Lei de controle final – SMC/SMT-TINL
$u_{eq}(.)$	Lei de controle intermediária com parâmetros nominais – SMC
$\hat{u}_{eq}(.)$	Lei de controle intermediária com parâmetros estimados – SMC
v	Equação da dinâmica desejada na linearização por realimentação
$v_{se}(t)$	Sinal de tensão elétrica do sensor de posição
v_{sej}	Saída do sensor de posição referenciada pelo índice j
$v_c(t)$	Sinal de controle no tempo
v_{cj}	Entrada do sistema de potência referenciada pelo índice j
v_{cmax}	Saturação superior do sinal de controle
v_{cmin}	Saturação inferior do sinal de controle
$V(.)$	Função candidata de Lyapunov
V_c	Matriz com dados do sinal de controle v_{cj}
$\hat{V}_c(s)$	Sinal de controle incremental no domínio de Laplace
V_{DC}	Tensão de alimentação na bobina do mancal
V_s	Matriz com medições de tensão elétrica do sensor de posição
V_{ref}	Sinal de entrada do circuito de potência (equivalente a $v_c(t)$)
V_{sensor}	Sinal de medição da corrente no circuito de potência
V_{erro}	Erro entre os sinais de referência e sensor do sistema de potência
$V_{saída}$	Sinal de comando dos transistores MOSFET do sistema de potência
$W(.)$	Função não linear do TDNL
$x(t)$	Entreferro
$\hat{x}(t)$	Variável incremental do entreferro
x_1	Variável de estado do sistema linearizado – entreferro
x_2	Variável de estado do sistema linearizado – velocidade
x_0	Entreferro de equilíbrio
x_{0j}	Entreferro de equilíbrio referenciado pelo índice j
x_j	Entreferro discreto referenciado pelo índice j
x_{sk}	Medição indireta do entreferro referenciada pelo índice j

$x_d(t)$	Entreferro de referência
$\tilde{x}(t)$	Erro de acompanhamento entre entreferro medido e referência
X	Veto de estados do sistema
$\hat{X}(s)$	Variável incremental do entreferro no domínio de Laplace
X_s	Vetor de medições indiretas do entreferro
X_0	Matriz de dados do entreferro de equilíbrio x_{0j}
$\tilde{X}$	Vetor de estados
y	Saída do sistema linearizado – entreferro
Y	Vetor de dados do polinômio $a(.)_{exp}$
z	Variável da Transformada de Laplace
z_{MF1}, z_{MF2}	Zeros de MF com controlador PID
Z	Vetor de constantes do polinômio $a(.)$

Alfabeto Grego

α	Constante do TINL
β	Constante do TPNL
γ	Constante do TINL
$\delta(.)$	Função linear com saturação
ζ	Constante do SMC
ζ_2	Fator de amortecimento de um sistema de segunda ordem
η	Constante do SMC
λ_1, λ_2	Autovalores do sistema linearizado
μ	Constante do TDNL
$\sigma_{i_{0j}}$	Desvio padrão dos valores de corrente i_{0j}
$\sigma_{a(x_{0j})}$	Desvio padrão dos valores do polinômio $a(x_{0j})$
$\varphi(.)$	Variável do SMC
ϕ	Constante do SMC
ψ	Relação entre os limites da função $b(.)$
ω_n	Frequência de ressonância de um sistema de segunda ordem

ω_d

Frequência de amortecimento

Simbologia Especial

$\mathbb{N}$

Indicador do conjunto dos números inteiros

$\mathfrak{R}$

Indicador do conjunto dos números reais

T

(Sobrescrito) Transposição

Sumário

1	Introdução.....	22
1.1	Motivação e Objetivos	22
1.2	Estrutura da Dissertação.....	22
1.3	Revisão da Literatura	23
1.3.1	Literatura Referente a Sistemas de Levitação Eletromagnética	24
1.3.2	Literatura Referente ao Controle por Modos Deslizantes (SMC)	26
1.3.3	Literatura Referente ao PID Não Linear (NPID)	27
2	Descrição da Planta de Levitação Eletromagnética e Modelagem	29
2.1	Modelo Matemático	30
2.1.1	Modelagem do Mancal Eletromagnético	30
2.1.2	Modelagem do Sistema de Potência	34
2.1.3	Modelagem do Sistema de Medição	35
2.2	Descrição do Protótipo Utilizado	35
2.2.1	Sistema de Levitação Físico	36
2.2.2	Estágio de Potência	37
2.2.3	Sensor de Posição	38
2.2.4	Hardware de Controle	39
3	Identificação de Parâmetros do Modelo Matemático	42
3.1	Método dos Mínimos Quadrados	42
3.2	Identificação de Parâmetros do Sistema de Medição	44
3.3	Identificação de Parâmetros do Sistema de Potência	47
3.4	Identificação de Parâmetros do Mancal Eletromagnético	49
4	Revisão das Técnicas de Controle	55

4.1	Controle PID	55
4.1.1	Ganho Proporcional.....	55
4.1.2	Ganho Integral	57
4.1.3	Ganho Derivativo	57
4.2	Controle PID Não Linear (NPID)	58
4.2.1	Termo Proporcional Não Linear (TPNL).....	60
4.2.2	Termo Integral Não Linear (TINL)	61
4.2.3	Termo Derivativo Não Linear (TDNL).....	61
4.3	Linearização por Realimentação	64
4.4	Controle Não Linear por Modos Deslizantes	65
5	Projeto dos Controladores	75
5.1	Discretização de Sistemas Contínuos	75
5.1.1	Método de Euler Para Frente	76
5.1.2	Método de Euler Para Trás	78
5.1.3	Método de Tustin	79
5.2	CrITÉrios de Desempenho do Sistema	79
5.3	Análise do Ruído de Medição	81
5.4	PID	85
5.4.1	Projeto do Controlador PID via Alocação de Polos	86
5.4.2	Análise da Estabilidade Local.....	93
5.4.3	Filtro de Primeira Ordem no Termo Derivativo	95
5.5	PID Não Linear.....	96
5.6	Controle por Modos Deslizantes	104
6	Simulações e Resultados Experimentais	114
6.1	Levitação da Base.....	114
6.2	Referência Triangular.....	117

6.3	Referência Senoidal	119
6.4	Referência Quadrada	121
6.5	Análise do Custo Computacional	127
7	Conclusões	130
7.1	Perspectivas de Trabalhos Futuros	131
7.2	Artigo Publicado.....	131
	Referências Bibliográficas	132

1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo explicar sobre a motivação que levou ao desenvolvimento deste trabalho bem como os objetivos do mesmo. É apresentada a estrutura desta dissertação, destacando-se os principais objetivos de cada capítulo. Por fim, realiza-se uma revisão da literatura sobre o tema, envolvendo o sistema de levitação eletromagnética e os métodos de controle já estudados no meio acadêmico.

1.1 Motivação e Objetivos

Sistemas de levitação eletromagnética possuem importância em um amplo campo de aplicações na Engenharia. Sua tecnologia se torna interessante em áreas que exijam alto desempenho relacionado a máquinas rotativas, redução de atrito, trens de alta velocidade por levitação, atuadores que exijam a ausência de contato físico, controle de vibrações e suspensões ativas. No entanto, as aplicações desses sistemas exigem avançadas técnicas de controle, devido à presença de não linearidades em sua dinâmica. Diante da importância relacionada a esses sistemas, esta dissertação visa o projeto e a análise de controladores não lineares aplicados a uma planta piloto de levitação.

São estudados dois tipos de controladores não lineares, um PID não linear (NPID) e o controle por modos deslizantes (SMC). Também é analisado o PID clássico, por se tratar de uma base para o projeto do NPID. Os três controladores são projetados e analisados em simulações e, posteriormente, são avaliados em uma planta piloto. Ao final, objetiva-se avaliar qual controlador apresenta melhor desempenho diante da aplicação em questão.

1.2 Estrutura da Dissertação

A estrutura do trabalho abrange um conteúdo que parte dos estudos bibliográficos, passa pelo modelo matemático, projeto dos controladores, simulações e encerra na aplicação.

O *Capítulo 1, Introdução*, apresenta a motivação e objetivos, bem como uma breve contextualização do tema de acordo com a base literária.

O *Capítulo 2, Descrição da Planta de Levitação Eletromagnética e Modelagem*, expõe uma modelagem fenomenológica do sistema de levitação e apresenta aspectos físicos do protótipo utilizado nos ensaios experimentais.

O *Capítulo 3, Identificação de Parâmetros do Modelo Matemático*, apresenta o processo de identificação de parâmetros do modelo fenomenológico discutido no capítulo 2.

O *Capítulo 4, Revisão das Técnicas de Controle*, apresenta conceitos teóricos dos controladores que são utilizados neste trabalho. Inicialmente é apresentada a estrutura do controlador PID e NPID. Por fim, é realizada a descrição matemática do SMC.

O *Capítulo 5, Projeto dos Controladores*, aborda análises de simulações na definição dos parâmetros dos controladores vistos no capítulo 4. Inicialmente são discutidos métodos de discretização de sistemas contínuos. Em seguida, é realizado um breve estudo do ruído de medição e, posteriormente, são definidos os critérios de desempenho do sistema. Por fim, o controlador PID é projetado através da alocação das raízes do sistema em MF, considerando o modelo linearizado pela Série de Taylor. Já os controladores NPID e SMC são ajustados através da análise de simulações.

O *Capítulo 6, Simulações e Resultados Experimentais*, discute resultados de simulações e de experimentos, permitindo avaliar o desempenho dos controladores projetados.

Por fim, o *Capítulo 7* apresenta uma conclusão final do trabalho com discussões dos resultados obtidos.

1.3 Revisão da Literatura

Nesta seção são apresentados resultados de pesquisas relacionados ao tema da dissertação. A ideia principal é estabelecer uma base teórica para o desenvolvimento do trabalho através da literatura disponível. As referências bibliográficas são divididas em três

áreas. A primeira discute trabalhos relacionados com o tema controle de levitação eletromagnética, na qual se investigam as diferentes abordagens do sistema e quais as principais estratégias de controle utilizadas no decorrer dos anos. Na segunda subseção é relacionada uma base literária sobre as técnicas de controle por modos deslizante (SMC), apresentando suas características e aplicações. Por último, são apresentadas as referências sobre estruturas de PID's não lineares (NPID's) encontradas na literatura.

1.3.1 Literatura Referente a Sistemas de Levitação Eletromagnética

A modelagem matemática de sistemas de levitação eletromagnética geralmente é realizada através de meios analíticos. Relações não lineares são características presentes na dinâmica que rege as equações desse sistema físico. Como os modelos matemáticos sempre possuem limitações na representação dos sistemas reais, é comum utilizar incertezas paramétricas devido a variações de constantes ou erros de modelagem. No livro de Garcia (2005) são encontradas várias ferramentas que auxiliam na modelagem de sistemas lineares e não lineares.

A grande importância em se conhecer as equações da dinâmica do sistema está no auxílio no projeto do controlador. Em inúmeros sistemas se torna inviável testar um controlador sem antes realizar simulações para avaliar o mesmo. Isso se deve à exposição de riscos no sistema real devido a um controlador mal projetado.

Um dos modelos clássicos sobre levitação eletromagnética encontrado na literatura define a força exercida pelo mancal eletromagnético através do quadrado da relação entre corrente e entreferro (CHARARA; MIRAS; CARON, 1996; SINHA; PECHEV, 1999; YANG; TATEISHI, 2001; BANERJEE; PRASAD; PAL, 2006; ROCHA, 2009). Em (Bittar, 1998) é demonstrado o desenvolvimento analítico que resulta no modelo não linear da força eletromagnética.

No trabalho de Lee, Yang e Shim (2008) é proposto um novo modelo de força eletromagnética para sistemas de levitação. Através de experimentos verifica-se que o controle baseado no novo modelo resulta em maior robustez quando comparado ao controle associado ao modelo convencional.

Projetos de controladores lineares aplicados a sistemas não lineares utilizam aproximações lineares dos modelos em pontos específicos, denominados pontos de equilíbrio (GARCIA, 2005). Na literatura encontram-se abordagens de sistemas de levitação eletromagnética utilizando modelos linearizados (TRUMPER; OLSON; SUBRAHMANYAN, 1997). A partir dos anos 90 o interesse em assuntos relacionados a controladores utilizando *Gain Scheduling* e *Linear Parameter Varying Systems (LPV Systems)* aumentou rapidamente (RUGH; SHAMMA, 2000). No trabalho de Kim e Kim (1994) é salientada a utilidade dessa técnica em aplicações voltadas a sistemas de levitação eletromagnética. A técnica *LPV* também é aplicada nos trabalhos de Wu (2001) e Forrai, Ueda e Yumura (2007).

Encontram-se também trabalhos utilizando controles com base no PID convencional, mas com adaptações. No trabalho de Golob e Tovornik (2003) é abordado um controlador baseado em lógica *fuzzy* combinado com um PID. Já Ghosh *et al.* (2014) aplicam um PID com dois graus de liberdade (*DOF - degree of freedom*). Essa abordagem permite estabelecer a dinâmica desejada do sistema em malha fechada através dos parâmetros do controlador.

Outra técnica de controle utilizada nesses sistemas é o controle H_{∞} , utilizado no trabalho de Rocha (2009), com abordagens linear e não-linear. Nesse trabalho são apresentados resultados experimentais que permitem verificar o bom desempenho desse controlador para o sistema em questão. A mesma técnica também é aplicada por Gosiewski e Mystkowski (2008). Em (SHEN, 2002) é analisado o desempenho do controle H_{∞} em relação ao controle por modos deslizantes e PID.

Aplicações utilizando controle adaptativo também são encontradas na literatura, como em (SINHA; PECHEV, 1999), (YANG; TATEISHI, 2001) e (YANG *et al.*, 2008). Essa topologia se torna interessante devido à atenuação dos efeitos não lineares do sistema.

O controle por modos deslizantes também é bastante utilizado e existem muitas referências na literatura acadêmica envolvendo aplicações em sistema de levitação eletromagnética. Por ser uma técnica que é aplicada neste trabalho, suas referências são apresentadas na próxima subseção.

1.3.2 Literatura Referente ao Controle por Modos Deslizantes (SMC)

O Controle não Linear por Modos Deslizantes originou-se dos trabalhos desenvolvidos por Utkin (1978) e posteriormente foi adaptado por Slotine e Li (1991). A estrutura do controlador utilizada neste trabalho é baseada em (SLOTINE; LI, 1991). A abordagem não linear da técnica minimiza os erros de modelagem paramétricos e elimina erros de linearização comuns nos controladores lineares, por isso, sua aplicação é ideal em sistemas não lineares que exijam grande excursão da referência. Por essas características e pela robustez intrínseca na metodologia do controlador por modos deslizantes, atualmente sua teoria tem sido um dos mais significantes tópicos de pesquisa na área de controle. Sua teoria tem sido aplicada em diversas áreas como eletrônica de potência, controle de movimento, robótica, etc (BARTOSZEWICZ; PATTON, 2007).

Charara, Miras e Caron (1996) aplicaram a técnica de controle por modos deslizantes em mancais ativos para controlar o desbalanceamento de um rotor sem a estimação de perturbações. Os resultados dessa pesquisa revelaram uma eficiência maior do controle não linear em relação ao controle linear.

Gutierrez e Ro (1998) usaram o controle por modos deslizantes para melhorar o desempenho na busca ao alvo (*target tracking*), obtendo bons resultados. Lee et al. (2001) controlaram a posição angular de uma barra através de mancais eletromagnéticos, na qual foi adicionado ao SMC um termo integral, resultando em boa resposta diante das variações paramétricas do modelo.

Muthairi e Zribi (2004) investigaram o desempenho do SMC em situações estáticas e dinâmicas quando aplicado em sistema de levitação eletromagnética. Nesse trabalho são propostas diferentes estruturas do controlador para melhorar a eficiência em relação à variação de parâmetros do modelo. É discutido também o problema de *chattering* (chaveamento do sinal de controle), fenômeno geralmente indesejado.

Kuo e Li (2005) analisaram o desempenho do SMC em relação ao *fuzzy sliding-mode control* (FSMC) e apresentaram uma nova proposta de controlador denominada *novel fuzzy sliding-mode control* (NFSMC), aplicado a um sistema de levitação eletromagnética. Os

resultados desse trabalho revelaram um desempenho superior do NFSMC em relação ao SMC e FSMC.

Sum, Cheung e Gan (2009) propuseram um controlador SMC com um observador de perturbações para o sistema de levitação eletromagnética. A justificativa para essa abordagem se deve às perdas de desempenho do sistema na presença de perturbações externas. Khemissi (2010) também salienta o desempenho significativo do SMC em relação à atenuação de perturbações, quando aplicado ao mesmo sistema.

Em (SHIEH *et al.*, 2010), considerando um sistema de levitação eletromagnética, é proposto um SMC em conjunto com um controlador robusto ótimo visando obter alto desempenho de resposta na busca pela referência.

No trabalho de Zhang *et al.* (2010) é analisado o desempenho de um SMC adaptativo. Os resultados desse trabalho demonstraram bom desempenho no sistema de levitação eletromagnética.

Alipour, Sharifian e Afsharirad (2012) propuseram três controladores diferentes, SMC, PID e PID-SMC aplicados a um sistema de levitação eletromagnética voltado para elevador. Os resultados foram comparados e o controlador PID-SMC demonstrou melhor desempenho.

Recentemente, Gurbani, Kumar e Kumar (2014) apresentaram uma nova proposta de SMC aplicado a sistema de levitação eletromagnética. Nesse trabalho é proposto um projeto com variação temporal não linear da superfície de escorregamento, gerando descontinuidades na lei de controle. Os resultados permitiram verificar melhor tempo de resposta em regimes transitórios.

1.3.3 Literatura Referente ao PID Não Linear (NPID)

Nas últimas quatro décadas o controlador PID reinou no domínio das aplicações industriais. Aproximadamente 90% das técnicas de controle aplicadas na indústria são PID. No entanto, em aplicações com sistemas não lineares, o PID convencional apresenta limitações, sendo eficiente apenas em uma pequena faixa de excursão da variável

controlada. Durante as duas últimas décadas, diferentes metodologias de controladores PID não lineares surgiram na literatura, sendo que uma das principais estruturas desse controlador é discutida em (ZAIDNER *et al.*, 2010).

Em (SERAJI, 1998) foram estudadas diferentes não linearidades aplicadas aos ganhos dos termos do controlador PID. Como o desejável para um sistema controlado é a obtenção de rápida resposta sem oscilações, esses dois requisitos se tornaram contraditórios quando aplicadas leis lineares nos ganhos dos termos. Nesse trabalho é apresentada uma não linearidade nos ganhos dos termos utilizando função a hiperbólica. Essa mesma função também é utilizada em (XU; YANG; DU, 2005).

Shahruz e Schwartz (1994) utilizaram uma função exponencial no ganho derivativo com o objetivo de eliminar o sobressinal. Diferentes pesquisadores adotaram a mesma metodologia, como (GARRIDO; LIZARRAGA; CASTRO, 2000).

Garrido e Soria (2005) propuseram um controlador PD com relações não lineares nos ganhos, visando reduzir o tempo de acomodação em sistemas com servomecanismo.

No trabalho de Hawwa e Masoud (2006) é proposta uma estrutura inovadora de um NPID. A ideia fundamental desse trabalho consiste em alterar o termo derivativo do controlador para uma função não linear, o que adiciona amortecimento em situações específicas. Assim, quando a saída do sistema se desloca para um sentido contrário ao do desejado, é aumentado o efeito do ganho derivativo, resultando na diminuição do tempo de acomodação em transientes. Nesse trabalho apenas o termo derivativo apresenta relação não linear, sendo o termo proporcional e integral constantes.

Isayed e Hawwa (2007) utilizaram um NPID através de funções não lineares. A aplicação foi avaliada em *Hard Disk Drive Servosystems*, obtendo bons resultados quanto ao tempo de acomodação e sobressinal. A estrutura do NPID utilizada nesta dissertação terá como referência básica esse trabalho, sendo a primeira aplicação dessa estrutura de controlador em um sistema de levitação eletromagnética.

2 Descrição da Planta de Levitação Eletromagnética e Modelagem

Neste capítulo é apresentada a estrutura física do sistema de levitação eletromagnética utilizado no decorrer do trabalho, bem como a representação matemática do mesmo e a descrição do protótipo utilizado para ensaios experimentais. O sistema físico é ilustrado pela Figura 2.1.

Figura 2.1 – Diagrama esquemático de um sistema de levitação eletromagnética.

Fonte: do Autor.

A levitação de uma massa ferromagnética m é realizada ao exercer uma força eletromagnética proveniente de um mancal eletromagnético, o qual é acionado através de uma corrente $i(t)$ em sua bobina. No momento em que existe um equilíbrio entre a força gravitacional e a força gerada pelo mancal, ocorre a levitação. Esse sistema possui uma entrada (corrente) e uma única saída (posição $x(t)$), configurando um caso SISO (*single input, single output*). É importante destacar que a relação entre a corrente na bobina e a força exercida na massa é não linear e, além disso, o sistema é instável em malha aberta. Assim, deve-se trabalhar com o sistema em malha fechada, com o intuito de estabilizá-lo através de um controlador que possa gerar desempenho satisfatório, de acordo com os requisitos de projeto. A função do sensor é medir a posição da massa levitada e fornecê-la ao sistema de controle. Essa medida é chamada de *gap* ou entreferro.

O acionamento do mancal eletromagnético é realizado através de um circuito eletrônico de potência, que recebe um sinal de tensão proveniente do controlador e gera uma corrente na bobina.

2.1 Modelo Matemático

O sistema de levitação eletromagnética estudado nesta dissertação pode ser dividido em três subsistemas. Assim esta seção apresenta a modelagem matemática do mancal eletromagnético, do sistema de potência e do sistema de medição.

2.1.1 Modelagem do Mancal Eletromagnético

De acordo com a descrição do sistema físico, é possível desenvolver um modelo analítico SISO. A equação diferencial fundamental que rege a dinâmica do sistema é descrita por (2.1):

$$m \cdot \ddot{x}(t) = m \cdot g - F_{eletromag.}(t) \quad (2.1)$$

sendo:

- m : massa do elemento a ser levitado [kg];
- $x(t)$: “gap” ou entreferro (medida entre mancal e massa) [m];
- $F_{eletromag.}(t)$: força eletromagnética [N];
- g : constante gravitacional local [m/s²].

Em (BITTAR, 1998) é apresentada uma modelagem da força eletromagnética, representada por (2.2). Essa representação matemática do modelo físico é bastante encontrada na literatura, sendo utilizada também por Rocha (2009) e Ghosh *et al.* (2014).

$$F_{eletromag.}(t) = k_m \frac{i(t)^2}{x(t)^2} \quad (2.2)$$

sendo:

- $i(t)$: corrente na bobina do mancal [A];
- k_m : constante do mancal [N.m²/A²].

A constante k_m é característica do mancal, sendo dependente das dimensões, do número de espiras e da permeabilidade magnética do ar. A equação (2.2) deve ser considerada apenas para $x(t) > 0$, pois com gap nulo ocorre a saturação do núcleo

ferromagnético do mancal. Verifica-se que a dinâmica do mancal eletromagnético é responsável por introduzir uma relação não linear na equação fundamental do sistema.

Trabalhar com sistemas lineares permite utilizar diversas ferramentas, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. A transformada de Laplace é uma ferramenta significativa em projetos de controle realizados no domínio da frequência. Por essas razões, a linearização de equações não lineares se torna interessante, já que a dinâmica do sistema não linear se comporta de maneira parecida em torno das condições estacionárias. Uma maneira de linearizar uma equação em torno de um ponto de equilíbrio é através da série de Taylor (GARCIA, 2005). Neste caso, expande-se a função não linear através dessa série e desprezam-se os termos com derivadas de ordem maior ou igual a 2. A equação (2.3) apresenta a série de Taylor para uma função com duas variáveis.

$$f(x, i) \approx f(x_0, i_0) + \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{(x_0, i_0)} \cdot (x - x_0) + \left[\frac{\partial f}{\partial i} \right]_{(x_0, i_0)} \cdot (i - i_0) + \dots \quad (2.3)$$

Variáveis incrementais são definidas por oscilações em torno de um ponto de equilíbrio, equação (2.4).

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= x(t) - x_0 \\ \hat{i}(t) &= i(t) - i_0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

sendo:

- $\hat{x}(t)$: flutuação do entreferro em torno de um valor de equilíbrio;
- $\hat{i}(t)$: flutuação da corrente em torno de um valor de equilíbrio;
- x_0 : valor estacionário da posição $x(t)$;
- i_0 : valor estacionário da corrente $i(t)$.

A primeira etapa de uma linearização é a definição da condição de equilíbrio. Essa última ocorre quando o sistema está com aceleração nula, ou seja, $f(x, i) = 0$. Reescrevendo-se a equação (2.1):

$$f(x, i) = \ddot{x}(t) = g - k_m \frac{i(t)^2}{m \cdot x(t)^2} = 0 \quad (2.5)$$

$$k_m \frac{i_0^2}{x_0^2} = m \cdot g$$

Aplicando-se a Série de Taylor na equação (2.1) e desprezando-se os termos com derivadas de ordem maior ou igual a 2, obtém-se a equação linearizada (2.6):

$$f(x, i) - f(x_0, i_0) = \ddot{x}(t) \approx \frac{2 \cdot k_m \cdot i_0^2}{m \cdot x_0^3} \hat{x}(t) - \frac{2 \cdot k_m \cdot i_0}{m \cdot x_0^2} \hat{i}(t) \quad (2.6)$$

Pelas equações (2.5) e (2.6) se obtém a dinâmica final do sistema linearizado, conforme indicado na equação (2.7):

$$\ddot{x}(t) \approx \frac{2 \cdot g}{x_0} \hat{x}(t) - \frac{2 \cdot g}{i_0} \hat{i}(t) \quad (2.7)$$

Pela transformada de Laplace se obtém a função de transferência do sistema para pequenas excursões em torno de um ponto de equilíbrio, como exposto na equação (2.8).

$$G(s) = \frac{\hat{X}(s)}{\hat{I}(s)} = \frac{\frac{-2 \cdot g}{i_0}}{\left(s + \sqrt{\frac{2 \cdot g}{x_0}}\right) \left(s - \sqrt{\frac{2 \cdot g}{x_0}}\right)} \quad (2.8)$$

O mesmo modelo também é representado no domínio do tempo em espaço de estados. Para isso, toma-se a equação diferencial linear (2.7) como referência. Definindo-se:

$$\begin{aligned} x_1 &= \hat{x} \\ x_2 &= \dot{x}_1 \\ y &= \hat{x} \end{aligned} \quad (2.9)$$

O sistema no domínio do tempo é representado pelas equações (2.10).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2 \cdot g}{x_0} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2 \cdot g}{i_0} \end{bmatrix} \cdot i \\ y &= [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Verifica-se que o sistema é de segunda ordem e, conseqüentemente, deve apresentar dois polos reais com sinais opostos, de acordo com (2.11):

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \sqrt{\frac{2 \cdot g}{x_0}} \\ \lambda_2 &= -\sqrt{\frac{2 \cdot g}{x_0}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Pela equação (2.8) nota-se a ausência de zeros no sistema. Analisando-se os autovalores da equação (2.11), verifica-se que o sistema é instável pelo método de linearização de Lyapunov (SLOTINE; LI, 1991), já que apresenta um polo no semiplano complexo direito.

Outra abordagem de modelo matemático encontrado na literatura se refere a considerar uma função polinomial $a(x(t))$ na descrição da força eletromagnética, equação (2.12). Destacando que a modelagem analítica da força magnética é algo complexo, a utilização dessa estrutura agrega maior representatividade do sistema real em comparação com o modelo apresentado anteriormente (HAJJAJI; OULADSINE, 2001).

$$F_{eletromag.}(t) = \frac{i(t)^2}{a_0 + a_1 \cdot x(t) + a_2 \cdot x(t)^2 + \dots + a_n \cdot x(t)^n} = \frac{i(t)^2}{a(x(t))} \quad (2.12)$$

sendo $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$, constantes do mancal eletromagnético.

A vantagem desse novo modelo em relação ao anterior está na consideração de variações na constante k_m em função do entreferro, absorvidas pelo polinômio $a(x(t))$. Assim, mais informações da dinâmica da planta são consideradas e, conseqüentemente, mais parâmetros $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ são adicionados ao modelo. A ordem do polinômio, como os valores das constantes do mesmo podem ser determinados experimentalmente através de métodos de identificação de sistemas, discutidos no capítulo 3, no qual é possível verificar que os termos de $a(x(t))$ maiores que grau dois podem ser desprezados. Considerando os termos do polinômio até a ordem 2, o novo modelo é representado pela equação (2.13).

$$f(x, i) = \ddot{x}(t) = g - \frac{i(t)^2}{m \cdot (a_0 + a_1 \cdot x(t) + a_2 \cdot x(t)^2)} = g - \frac{i(t)^2}{m \cdot a(x(t))} \quad (2.13)$$

Aplicando-se a Série de Taylor na equação (2.13) e desprezando-se os termos com derivadas de ordem maior ou igual a 2, obtém-se uma aproximação linear da dinâmica não linear do sistema, equação (2.14).

$$f(x, i) - f(x_0, i_0) = \ddot{\hat{x}}(t) \approx \frac{(a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_0) \cdot i_0^2}{m \cdot a(x_0)^2} \hat{x}(t) - \frac{2 \cdot i_0}{m \cdot a(x_0)} \hat{i}(t) \quad (2.14)$$

sendo $a(x_0) = a_0 + a_1 \cdot x_0 + a_2 \cdot x_0^2$ o polinômio referente ao ponto de equilíbrio x_0 .

Na condição de equilíbrio é válida a seguinte equação:

$$m \cdot g = \frac{i_0^2}{a(x_0)} \quad (2.15)$$

Pelas equações (2.14) e (2.15) obtém-se a equação final da dinâmica linearizada, equação (2.16).

$$\ddot{\hat{x}}(t) \approx \frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_0)}{a(x_0)} \hat{x}(t) - \frac{2 \cdot g}{i_0} \hat{i}(t) \quad (2.16)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace na equação (2.16) chega-se na função de transferência em malha aberta do sistema linearizado, equação (2.17).

$$G(s) = \frac{\hat{X}(s)}{\hat{I}(s)} = \frac{\frac{-2 \cdot g}{i_0}}{\left(s + \sqrt{\frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_0)}{a(x_0)}}\right) \left(s - \sqrt{\frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_0)}{a(x_0)}}\right)} \quad (2.17)$$

O modelo linearizado no domínio do tempo é representado pelas equações (2.18).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_0)}{a(x_0)} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2 \cdot g}{i_0} \end{bmatrix} \cdot i$$

$$y = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Novamente, verifica-se que o modelo linearizado é de segunda ordem com dois polos reais, um no semiplano esquerdo e outro no semiplano direito, equação (2.19).

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_0)}{a(x_0)}}$$

$$\lambda_2 = -\sqrt{\frac{g \cdot (a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x_0)}{a(x_0)}} \quad (2.19)$$

Assim, verifica-se que o último modelo matemático discutido agrega mais informações da dinâmica do sistema físico, justificando a sua utilização no decorrer desta dissertação.

2.1.2 Modelagem do Sistema de Potência

O acionamento da bobina no atuador é realizado através de um circuito de potência que recebe um sinal de tensão $v_c(t)$ na entrada e gera uma corrente $i(t)$ na saída. O modelo matemático desse estágio de potência é uma relação linear sem dinâmica, representada pela equação (2.20).

$$i(t) = k_{pot0} + k_{pot1} \cdot v_c(t) \quad (2.20)$$

sendo:

- k_{pot1}, k_{pot0} : constantes do sistema elétrico de potência [A/V];
- $v_c(t)$: sinal de controle [V].

Como medida de proteção para o circuito de potência, é fundamental a utilização de uma saturação na saída do controlador visando limitar a corrente máxima. Essa limitação evita danos ao circuito eletrônico devido aos sinais de controle que exijam altos valores de corrente. Os valores mínimo e máximo de corrente utilizados são $i_{min} = 0$ A e $i_{max} = 0,8$ A, respectivamente.

2.1.3 Modelagem do Sistema de Medição

A medição da posição da massa levitada é realizada através de um sensor óptico. O mesmo trabalha como um ganho relacionando posição e sinal de tensão, conforme a equação (2.21).

$$x(t) = k_{s1} \cdot v_{se}(t) \quad (2.21)$$

sendo:

- k_{s1} : constante do sensor de posição [V/m];
- $v_{se}(t)$: sinal elétrico do sensor de posição [V].

A constante k_{s1} é determinada experimentalmente. Em caso de não linearidades na estimação do parâmetro, o sistema pode ser melhor representado por um polinômio, equação (2.22).

$$x(t) = k_{s0} + k_{s1} \cdot v_{se}(t) + k_{s2} \cdot v_{se}(t)^2 + \dots + k_{sn} \cdot v_{se}(t)^n \quad (2.22)$$

sendo $k_{s0}, k_{s1}, k_{s2}, \dots, k_{sn}$ constantes do sistema de medição. No capítulo 3 é discutido o método de estimação desses parâmetros bem como a utilização dos modelos destacados nas equações (2.21) e (2.22).

2.2 Descrição do Protótipo Utilizado

Nesta seção é apresentado o protótipo utilizado nos ensaios experimentais. O mesmo foi desenvolvido por Rocha (2009) em sua tese de doutorado. De maneira geral, o protótipo pode ser dividido nas seguintes partes:

- I. Sistema de levitação físico;
 - a. Mancal eletromagnético
 - b. Massa suspensa
- II. Estágio de potência;
- III. Sensor de posição;
- IV. Hardware de controle.

2.2.1 Sistema de Levitação Físico

O sistema físico é constituído por um aparato de alumínio que dá sustentação ao mancal eletromagnético. A Figura 2.2 apresenta o desenho do protótipo.

Figura 2.2 – Protótipo físico.

Adaptado de: Rocha (2009).

Conforme a Figura 2.2, o protótipo desenvolvido em (ROCHA, 2009) possui uma base com altura regulável, que permite posicionar o rotor ou a massa a ser suspensa em diferentes entreferros. Esse ajuste permite controlar a posição inicial da massa através de um indicador de altura fixado na sustentação lateral do mancal. O mancal eletromagnético possui fixação superior no suporte de alumínio e sua bobina é ligada diretamente ao estágio de potência.

2.2.2 Estágio de Potência

O estágio de potência tem como missão transformar o sinal de controle em corrente no mancal eletromagnético. É de interesse que esse estágio não possua dinâmica, ou seja, que a relação entre saída e entrada seja representada apenas por um ganho, conforme equação (2.20). Para isso, uma solução é utilizar um circuito eletrônico com chaveamento em alta frequência, de tal modo que se pode desprezar a dinâmica do indutor presente no mancal eletromagnético. Essa consideração pode ser demonstrada considerando um circuito RL (resistor e indutor) em série com a tensão V_{DC} , sendo L a indutância da bobina, R a resistência do fio e V_{DC} a tensão de alimentação da bobina. A variação de corrente $\frac{di(t)}{dt}$ no indutor é representada pela equação (2.23) (PORCH, 1996; CHIBA *et al.*, 2005; ROCHA, 2009).

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{V_{DC}}{L} (e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (2.23)$$

Considerando um chaveamento em alta frequência da tensão, implica em $t \ll \frac{R}{L}$, consequentemente o termo exponencial perde significância na equação (2.23), podendo a mesma ser aproximada pela equação (2.24).

$$\frac{di(t)}{dt} \approx \frac{V_{DC}}{L} \quad (2.24)$$

O chaveamento é realizado através de um circuito eletrônico de ponte meio H representado pela Figura 2.3.

Figura 2.3 – Estágio de potência com comparador por histerese.

Fonte: Rocha (2009).

O sinal V_{ref} representa o sinal oriundo do controlador. Com o intuito de controlar o chaveamento dos transistores MOSFET, é utilizado um comparador por histerese. Sua função é fazer com que a frequência de chaveamento seja elevada e que a corrente na bobina acompanhe o sinal de referência V_{ref} . Para isso é utilizado uma realimentação de corrente através do sinal V_{sensor} . O comparador por histerese processa o sinal V_{erro} e gera um sinal $V_{saída}$ pulsado para comandar os transistores.

O resultado do sinal de corrente é uma forma de onda dente-de-serra com coeficiente angular $\frac{V_{DC}}{L}$ e nível contínuo (*offset*) controlado pelo sinal V_{ref} , resultando em uma relação linear entre o sinal de controle e a corrente no mancal eletromagnético. Maiores detalhes do estágio de potência utilizado podem ser encontrados nos trabalhos de Porch (1996), Chiba *et al.* (2005) e Rocha (2009).

2.2.3 Sensor de Posição

Por se tratar de um sistema em malha fechada, se torna necessária a medição da variável a ser controlada. Existem diversos sensores de posição com princípios de funcionamento variados. É comum a utilização de sensores por efeito Hall em sistemas de levitação eletromagnética, no entanto, dependendo do posicionamento do sensor, pode ocorrer interferência eletromagnética devido ao mancal. Esse fenômeno, também conhecido como *crosstalk*, pode gerar uma dinâmica indesejável na resposta do sensor, que quando não identificada corretamente, pode resultar em erros de medição.

Em (ROCHA, 2009) é discutida a utilização do sensor por efeito Hall e posteriormente escolhido um sensor óptico. A grande vantagem do sensor óptico para a aplicação em questão está na imunidade do mesmo às variações do campo eletromagnético. O sensor utilizado não possui dinâmica, sendo estabelecido pela relação destacada na equação (2.21) ou (2.22). A Figura 2.4 ilustra a montagem do sensor no interior do mancal eletromagnético realizada por Rocha (2009).

Figura 2.4 – Detalhe de montagem do sensor óptico.

Fonte: Rocha (2009).

2.2.4 Hardware de Controle

O hardware de controle tem como função executar os cálculos necessários para que a saída controlada siga a referência, de acordo com os critérios exigidos. O controle pode ser implementado utilizando um circuito eletrônico. Em aplicações nas quais o controle projetado seja linear, pode-se utilizar um circuito eletrônico analógico. Eles não necessitam de discretização das variáveis contínuas e processam os cálculos de maneira rápida, no entanto, são limitados em relação à implementação de técnicas de controle mais complexas, como algumas técnicas não lineares.

Circuitos digitais utilizam sinais elétricos em apenas dois níveis. Para processar um sinal analógico, torna-se necessário amostrar (A/D – analógico para digital) o mesmo, processá-lo e novamente convertê-lo (D/A – digital para analógico) em um sinal contínuo. Dependendo da natureza do sinal, como sinais em alta frequência, caso a taxa de amostragem não seja alta o suficiente, ocorre o risco de perda de informações. No entanto, circuitos digitais permitem a implementação de cálculos complexos que não são realizáveis através de circuitos eletrônicos analógicos.

Com o passar do tempo, ocorreram avanços significativos em relação aos processadores de sinais digitais, com ganhos de resolução, velocidade de processamento e altas taxas de amostragem, o que torna possível a aplicação desses *hardwares* em sistemas

com alto nível de desempenho. Algumas vantagens do processamento digital são listadas a seguir:

- i. Reprodutibilidade dos resultados;
- ii. Flexibilidade e funcionalidade; e
- iii. Programabilidade.

Por se tratar de uma aplicação de controle não linear, é utilizado processamento digital. A Figura 2.5 ilustra a função do *hardware* de controle digital no diagrama de blocos do sistema em malha fechada.

Figura 2.5 – Hardware de controle no sistema em malha fechada.

Fonte: do Autor.

Na Figura 2.5 verifica-se a presença do bloco A/D, responsável pela conversão do sinal analógico proveniente do sensor de posição em um sinal digital, e do bloco D/A, responsável pela conversão do sinal digital proveniente do controlador em sinal analógico.

Para implementação do controlador optou-se pelo dispositivo NI myRIO. Esse *hardware*, fabricado pela National Instruments, permite trabalhar com sistemas embarcados com processamento em tempo real através do processador dual-core ARM® Cortex™-A9 e com tecnologia FPGA. Possui entradas e saídas analógicas e digitais. Desenvolvido para aplicações acadêmicas, o hardware possui características ideais para processamento de controladores lineares e não lineares. A programação do processador pode ser realizada através do software LabVIEW ou com linguagem de programação C/C++.

Uma característica fundamental para o processamento de sistemas de controle do *hardware* myRIO é o sistema operacional de tempo real (RTOS – *Real Time Operating System*). Sistemas de controle em malha fechada (MF) processam constantemente o sinal de realimentação para que o mesmo seja ajustado de acordo com a referência estabelecida. Cada operação do controlador deve ser executada em um tempo determinado. RTOS são necessários em aplicações com tempo de processamento crítico. Em sistemas em MF, caso não ocorra o processamento no tempo exigido, o controlador pode enviar uma resposta inadequada para o sistema físico, podendo resultar em instabilidade.

Sistemas operacionais como o Microsoft Windows e o MAC OS possibilitam aplicações não críticas para sistemas de medição e controle. Por serem projetados para propósitos gerais, não são ideais em sistemas que exijam um desempenho determinístico.

É comum o termo tempo real ser relacionado com aumento de velocidade do processamento, no entanto, o fundamento do RTOS está na temporização precisa e previsível. O atraso ocorrido no processamento de um laço de controle é denominado *jitter* (Figura 2.6). O mesmo corresponde à diferença entre o maior tempo de execução de um ciclo e o tempo desejado. O *jitter* é um indicador de determinismo do sistema, devendo ser pequeno no RTOS. Basicamente, é fundamental que ocorra um tempo de espera no processador após o processamento do algoritmo, caracterizando *jitter* nulo.

Figura 2.6 – *Jitter*.

Fonte: do Autor.

3 Identificação de Parâmetros do Modelo Matemático

Nesse capítulo são discutidos os métodos de estimação de parâmetros dos modelos matemáticos vistos no capítulo 2. Considerando que a estrutura do modelo foi definida pelo desenvolvimento fenomenológico das equações que regem a dinâmica do sistema físico, o próximo passo é determinar os parâmetros do mesmo através de experimentos e ferramentas de álgebra linear. Este capítulo é dividido em quatro partes: a primeira aborda o método de estimação utilizado, as demais apresentam os resultados de identificação de cada subsistema visto no capítulo 2.

3.1 Método dos Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados se trata de uma regressão utilizada quando se deseja ajustar uma curva a um conjunto de pontos. É um método amplamente utilizado devido ao excelente ajuste produzido. Essa técnica busca minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, sendo este último a diferença entre os dados observados e os dados produzidos pela estimação (STRANG, 2009), (HELENE, 2006). O desenvolvimento do método é descrito a seguir para um caso genérico no qual se deseja estimar os parâmetros de um polinômio, equação (3.1).

$$a(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_n \cdot x^n \quad (3.1)$$

sendo x a variável independente, $a(x)$ o valor do polinômio estimado, $a_0, a_1, \dots, a_n$ os parâmetros a serem estimados e n o grau do polinômio. Tomando os dados experimentais $(x_j, a(x_j)_{exp})$ onde j é um número inteiro e positivo, representando os índices das medições, define-se o resíduo (r_j) na equação (3.2).

$$r_j = a(x_j)_{exp} - (a_0 + a_1 \cdot x_j + a_2 \cdot x_j^2 + \dots + a_n \cdot x_j^n) \quad (3.2)$$

O resíduo (r_j) representa o erro da curva estimada em relação a uma medida (j) . Assim, o objetivo do método consiste em minimizar o somatório dos quadrados dos resíduos $S(a_0, a_1, \dots, a_n)$, representado pela equação (3.3).

$$S(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^p r_j^2 = \sum_{j=1}^p (a(x_j)_{exp} - (a_0 + a_1 \cdot x_j + a_2 \cdot x_j^2 + \dots + a_n \cdot x_j^n))^2 \quad (3.3)$$

sendo p o número de medições.

Utilizando notação matricial, define-se:

$$Z = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} a(x_1)_{exp} \\ a(x_2)_{exp} \\ \vdots \\ a(x_p)_{exp} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_p \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_p & x_p^2 & \dots & x_p^n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Através das definições na equação (3.4), o resíduo pode ser representado de maneira matricial pela equação (3.5).

$$E = Y - AZ \quad (3.5)$$

Assim, a equação (3.3) pode ser reescrita como:

$$S(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^p r_j^2 = E^T E = M \quad (3.6)$$

sendo M a representação matricial da soma dos quadrados dos resíduos. Através das equações (3.5) e (3.6), pode-se expandir M , equação (3.7).

$$M = (Y - AZ)^T (Y - AZ) = Y^T Y - Z^T A^T Y - Y^T A Z + Z^T A^T A Z \quad (3.7)$$

A solução dos mínimos quadrados consiste em obter o vetor Z , de modo a minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, o que caracteriza derivar M em relação à Z e igualar a zero, equação (3.8).

$$\frac{\partial M}{\partial Z} = -A^T Y - Y^T A + 2A^T A Z = 0 \quad (3.8)$$

Portanto, o vetor Z é obtido pela resolução do sistema linear destacado na equação (3.9).

$$A^T A Z = A^T Y \quad (3.9)$$

Como critério de análise do modelo estimado pode-se utilizar o coeficiente de correlação R^2 , equação (3.10).

$$R2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^p (a(x_j) - a(x_j)_{exp})^2}{\sum_{j=1}^p (a(x_j)_{exp} - \overline{a(x_j)})^2} \quad (3.10)$$

sendo $a(x_j)$ os dados estimados, $a(x_j)_{exp}$ os dados observados e $\overline{a(x_j)}$ o valor médio dos dados observados. Quanto mais próximo de 1 o valor de $R2$, melhor é a representatividade dos dados pelo modelo estimado.

3.2 Identificação de Parâmetros do Sistema de Medição

O sistema de medição consiste em um sensor óptico que mede a distância do entreferro e o transforma em um sinal de tensão elétrica. Essa transformação não possui dinâmica, podendo ser definido por relações estáticas destacadas nas equações (2.21) e (2.22). Nesta seção é discutida qual relação estática melhor representa a transformação de tensão elétrica em posição. A Figura 3.1 exemplifica o processo de estimação de parâmetros do sensor em malha aberta.

Figura 3.1 – Diagrama em malha aberta para estimação de parâmetros do sensor.

Tomando medições através de um paquímetro $(x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sp})$, ou seja, realizadas através de um meio que não seja o próprio sensor do sistema, e relacionando com os dados de tensão elétrica do sensor $(v_{se1}, v_{se2}, \dots, v_{sep})$, define-se:

$$K_s = \begin{bmatrix} k_{s0} \\ k_{s1} \\ \vdots \\ k_{sn} \end{bmatrix} \quad X_s = \begin{bmatrix} x_{s1} \\ x_{s2} \\ \vdots \\ x_{sp} \end{bmatrix} \quad V_{se} = \begin{bmatrix} 1 & v_{se1} & v_{se1}^2 & \dots & v_{se1}^n \\ 1 & v_{se2} & v_{se2}^2 & \dots & v_{se2}^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & v_{sep} & v_{sep}^2 & \dots & v_{sep}^n \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

sendo p o número de medições realizadas. O sistema pode ser representado matricialmente pela equação (3.12).

$$X_s = V_{se} K_s \quad (3.12)$$

sendo a equação (3.13) a solução pelo método dos Mínimos Quadrados.

$$K_s = (V_{se}^T V_{se})^{-1} V_{se}^T X_s \quad (3.13)$$

A Tabela 3.1 apresenta oito medidas ($p = 8$) da saída do sensor de posição referenciadas a entreferros conhecidos pelas medições realizadas por um paquímetro, dados utilizados na estimação de parâmetros do sensor.

Tabela 3.1 – Dados experimentais para estimação dos parâmetros do sensor.

Medição j	Entreferro x_{sj} 10^{-3} [m]	Saída do Sensor v_{sej} [V]
1	0,2	0,455
2	1,2	1,421
3	2,2	2,706
4	3,2	3,988
5	4,2	5,091
6	5,2	5,762
7	6,2	6,331
8	7,2	6,940

Fonte: do Autor.

Os resultados da estimação são apresentados na Tabela 3.2, na qual é possível verificar o nível de ajuste da curva do sensor ($R2_s$) de acordo com o grau do polinômio da equação (2.22).

Tabela 3.2 – Resultados da estimação dos parâmetros do sensor.

Grau (n)	Coefficientes estimados $\times 10^{-3}$	R^2_s
1	$k_{s0} = -0,4809$ $k_{s1} = 1,0230$	0,9770
2	$k_{s0} = 0,1991$ $k_{s1} = 0,4461$ $k_{s2} = 0,0777$	0,9934
3	$k_{s0} = -0,3532$ $k_{s1} = 1,3355$ $k_{s2} = -0,2171$ $k_{s3} = 0,0263$	0,9993
4	$k_{s0} = -0,4854$ $k_{s1} = 1,6546$ $k_{s2} = -0,4026$ $k_{s3} = 0,0644$ $k_{s4} = -0,0025$	0,9995

Fonte: do Autor.

Pela Tabela 3.2 verifica-se que os polinômios com grau três e quatro possuem excelente coeficiente de ajuste, no entanto, o polinômio com grau três exige menos cálculos, justificando a aplicação desse modelo estimado. A Figura 3.2 apresenta os dados de estimação da Tabela 3.2 e os dados observados da Tabela 3.1 em forma de gráficos.

Figura 3.2 – Resultado da estimação de parâmetros do sensor de posição.

Fonte: do Autor.

3.3 Identificação de Parâmetros do Sistema de Potência

O sistema de potência é um circuito eletrônico que tem como finalidade transformar o sinal de controle $v_c(t)$ em corrente $i(t)$ na bobina do mancal (equação (2.20)). A estrutura do circuito utilizado não apresenta dinâmica, sendo caracterizado por uma relação estática, como no sistema de medição. A estimação é realizada em malha aberta, com excitações de tensão na entrada e medições de corrente na saída. Os dados foram medidos através de um multímetro, a Figura 3.3 apresenta o diagrama do sistema em malha aberta para estimação.

Figura 3.3 – Diagrama para estimação de parâmetros do sistema de potência.

Fonte: do Autor.

Tomando um conjunto de tensões impostas na entrada do sistema ($v_{c1}, v_{c2}, \dots, v_{cp}$), e relacionando com os dados de corrente na saída do circuito ($i_1, i_2, \dots, i_p$), define-se:

$$K_{pot} = \begin{bmatrix} K_{pot0} \\ K_{pot1} \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_p \end{bmatrix} \quad V_c = \begin{bmatrix} 1 & v_{c1} \\ 1 & v_{c2} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & v_{cp} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

sendo p o número de medições realizadas. O sistema pode ser representado matricialmente pela equação (3.15).

$$I = V_c K_{pot} \quad (3.15)$$

A Tabela 3.3 apresenta os dados obtidos experimentalmente.

Tabela 3.3 – Dados experimentais - estimação de parâmetros do sistema de potência.

Índice de medição j	Tensão de entrada v_{cj} [V]	Corrente de saída i_j [A]	Índice de medição j	Tensão de entrada v_{cj} [V]	Corrente de saída i_j [A]
1	-0,40	0,665	28	0,95	0,341
2	-0,35	0,652	29	1,00	0,330
3	-0,30	0,641	30	1,05	0,318
4	-0,25	0,629	31	1,10	0,306
5	-0,20	0,617	32	1,15	0,293
6	-0,15	0,605	33	1,20	0,282
7	-0,10	0,593	34	1,25	0,270
8	-0,05	0,581	35	1,30	0,258
9	0,00	0,569	36	1,35	0,246
10	0,05	0,557	37	1,40	0,234
11	0,10	0,545	38	1,45	0,222
12	0,15	0,533	39	1,50	0,210
13	0,20	0,521	40	1,55	0,199
14	0,25	0,508	41	1,60	0,187
15	0,30	0,496	42	1,65	0,175
16	0,35	0,484	43	1,70	0,163
17	0,40	0,472	44	1,75	0,151
18	0,45	0,460	45	1,80	0,139
19	0,50	0,448	46	1,85	0,128
20	0,55	0,436	47	1,90	0,115
21	0,60	0,425	48	1,95	0,103
22	0,65	0,413	49	2,00	0,092
23	0,70	0,401	50	2,05	0,080
24	0,75	0,389	51	2,10	0,068
25	0,80	0,377	52	2,15	0,056
26	0,85	0,365	53	2,20	0,044
27	0,90	0,353	54	2,25	0,033

Fonte: do Autor.

A solução do sistema da equação (3.15) pelo método dos Mínimos Quadrados é apresentada na equação (3.16).

$$K_{pot} = \begin{bmatrix} 0,5683 \\ -0,2385 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Analisando o ajuste do modelo aos dados observados, verifica-se um coeficiente de ajuste da estimação do sistema de potência $R2_p = 1$, o que indica 100% de representatividade do modelo em relação ao sistema físico. A Figura 3.4 apresenta os dados observados e a curva estimada, na qual se pode verificar a relação linear entre o sinal de controle e corrente.

Figura 3.4 – Dados experimentais e curva estimada do sistema de potência.

Fonte: do Autor.

O ajuste perfeito obtido evidencia que o projeto do sistema de potência tem como propósito uma relação linear entre sinal de entrada e saída, fato comprovado experimentalmente.

3.4 Identificação de Parâmetros do Mancal Eletromagnético

Os parâmetros da dinâmica de levitação são: massa (m), aceleração da gravidade (g) e as constantes $a_0, a_1, \dots, a_n$ do polinômio $a(x(t))$. O valor da massa é facilmente obtido ao pesar o elemento a ser levitado, sendo $m = 0,240$ kg. A constante gravitacional foi considerada como $9,81 \text{ m/s}^2$, logo, o maior desafio está na obtenção dos parâmetros do polinômio $a(x(t))$. Considerando os estudos sobre o modelo matemático realizados no capítulo 2, a equação do sistema na condição de equilíbrio (equação (2.15)) é também a equação em regime permanente, já que a aceleração nula indica um regime estacionário. Considerando esse fato e sabendo que as variáveis $i(t)$ e $x(t)$ são mensuráveis, torna-se

possível determinar as constantes de $a(x(t))$ através do método dos Mínimos Quadrados, tomando como base a equação (3.17).

$$a_0 + a_1 \cdot x_0 + a_2 \cdot x_0^2 + \dots + a_n \cdot x_0^n = \frac{i_0^2}{m \cdot g} \quad (3.17)$$

Para tomar as medições de corrente e do entreferro na condição de equilíbrio é necessário trabalhar com o sistema em malha fechada, devido à instabilidade em malha aberta discutida no capítulo 2. Dessa maneira, ajustou-se um controlador PID de tal modo que fosse possível fechar a malha e assim obter as medições necessárias.

Definindo a faixa de deslocamento da massa levitada entre 0 m e 4×10^{-3} m, de acordo com a potência máxima disponível, discretiza-se a mesma em 20 pontos de equilíbrio, sendo $j = 1, 2, \dots, 20$ o índice que referência o entreferro discretizado.

Verificou-se experimentalmente que ao longo do tempo de operação do sistema, o mancal eletromagnético aquece devido à corrente na bobina. Isso gera variações nos valores da corrente de equilíbrio (i_{0j}) em um determinado entreferro (x_{0j}) e, conseqüentemente, resulta em variações de $a(x_{0j})$. Diante desse fato e sabendo que todo modelo matemático não possui representação exata de um sistema físico, tomaram-se 15 medições em cada ponto de equilíbrio, com o intuito de obter uma análise estatística sobre os resultados da identificação dos parâmetros de $a(x(t))$. Essas medições buscam observar esse fenômeno térmico não modelado. A Tabela 3.4 apresenta os valores médios de corrente ($i_{0j_médio}$) e de $a(x_{0j})_{médio}$ em um determinado ponto de equilíbrio x_{0j} , com os respectivos desvios padrão, $\sigma_{i_{0j}}$ e $\sigma_{a(x_{0j})}$.

Tabela 3.4 – Dados experimentais para estimação dos parâmetros de $a(x(t))$.

Pontos de equilíbrio x_{0j} [10 ⁻³ m]	Corrente média $i_{0j\text{ médio}}$ [A]	Polinômio médio $a(x_{0j})_{\text{médio}}$ [A ² /(kg.m/s ²)]	Desvio padrão da corrente $\sigma_{i_{0j}}$	Desvio padrão de $a(x_{0j})_{\text{médio}}$ $\sigma_{a(x_{0j})}$
$x_{01} = 0,2$	0,358	0,054	0,0097	0,0030
$x_{02} = 0,4$	0,368	0,058	0,0120	0,0037
$x_{03} = 0,6$	0,376	0,061	0,0181	0,0057
$x_{04} = 0,8$	0,390	0,065	0,0148	0,0049
$x_{05} = 1,0$	0,406	0,070	0,0144	0,0049
$x_{06} = 1,2$	0,419	0,075	0,0129	0,0045
$x_{07} = 1,4$	0,434	0,080	0,0111	0,0041
$x_{08} = 1,6$	0,448	0,085	0,0108	0,0041
$x_{09} = 1,8$	0,464	0,092	0,0108	0,0043
$x_{010} = 2,0$	0,480	0,098	0,0101	0,0041
$x_{011} = 2,2$	0,496	0,105	0,0112	0,0047
$x_{012} = 2,4$	0,513	0,112	0,0104	0,0045
$x_{013} = 2,6$	0,528	0,119	0,0109	0,0049
$x_{014} = 2,8$	0,543	0,125	0,0108	0,0050
$x_{015} = 3,0$	0,558	0,132	0,0118	0,0056
$x_{016} = 3,2$	0,571	0,139	0,0131	0,0064
$x_{017} = 3,4$	0,588	0,147	0,0154	0,0077
$x_{018} = 3,6$	0,602	0,154	0,0138	0,0070
$x_{019} = 3,8$	0,616	0,161	0,0125	0,0065
$x_{020} = 4,0$	0,629	0,168	0,0114	0,0061

Fonte: do Autor.

A equação (3.18) apresenta a relação que determina o polinômio $a(x_{0j})$ experimental.

$$a(x_{0j}) = \frac{i_{0j}^2}{m.g} \quad (3.18)$$

A corrente no mancal foi medida experimentalmente através de um multímetro, já o entreferro foi obtido através do próprio sensor de posição já discutido na seção 3.2. A Figura 3.5 exemplifica o sistema de medição em malha fechada para a estimação de $a(x(t))$.

Figura 3.5 – Diagrama em malha fechada para estimação de $a(x(t))$.

Fonte: do Autor.

Através dos dados da Tabela 3.4 definem-se as seguintes matrizes:

$$Z = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad A_{x_0} = \begin{bmatrix} a(x_{01})_{médio} \\ a(x_{02})_{médio} \\ \vdots \\ a(x_{020})_{médio} \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 & x_{01} & x_{01}^2 & \dots & x_{01}^n \\ 1 & x_{02} & x_{02}^2 & \dots & x_{02}^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{020} & x_{020}^2 & \dots & x_{020}^n \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

A solução do sistema pelo método dos Mínimos Quadrados é dada pela equação (3.20).

$$Z = (X_0^T X_0)^{-1} X_0^T A_{x_0} \quad (3.20)$$

A Tabela 3.5 apresenta os resultados da estimação, considerando o polinômio $a(x(t))$ com grau 1 e 2, com respectivos coeficientes de ajuste $R2_M$.

Tabela 3.5 – Resultados da estimação de $a(x(t))$.

Grau de $a(x(t))$	Coeficientes estimados	$R2_M$
1	$a_0 = 0,0402$ $a_1 = 30,870$	0,9911
2	$a_0 = 0,0486$ $a_1 = 19,484$ $a_2 = 2710,7$	0,9992

Fonte: do Autor.

Analisando os resultados da Tabela 3.5, verifica-se que o modelo com polinômio $a(x(t))$ de ordem 2 gera excelente resultado de estimação, apresentando um coeficiente de ajuste próximo de 1. Isso permite concluir que os termos com grau maior que 2 podem ser desprezados, estabelecendo assim a curva $a(x(t))$ do sistema físico, equação (3.21).

$$a(x(t)) = 0,0486 + 19,484 \cdot x(t) + 2710,7x(t)^2 \quad (3.21)$$

É importante destacar que o modelo identificado possui uma margem de erro devido a fenômenos não modelados. Por isso, em projetos de controladores robustos essa margem de erro deve ser considerada, evitando assim a perda de desempenho ou até mesmo de estabilidade do sistema. Os parâmetros identificados consideraram uma média dos dados observados experimentalmente, no entanto, os desvios padrão destacados na Tabela 3.4 permitem identificar uma margem de erro do polinômio $a(x(t))$ identificado. Considerando uma dispersão em $a(x_{0j})_{\text{médio}}$ com $\pm 3 \cdot \sigma_{a(x_{0j})}$, definem-se dois ganhos em $a(x(t))$ estimado que delimitam esta dispersão com o intuito de representar o erro de modelagem em uma faixa do polinômio estimado. A Figura 3.6 apresenta os dados de $a(x_{0j})_{\text{médio}} \pm 3 \cdot \sigma_{a(x_{0j})}$, $a(x(t))$ estimado, e dois limites (superior e inferior).

Figura 3.6 – $a(x(t))$ estimado com limites referente a erros de modelagem.

Fonte: do Autor.

Os limites superior e inferior da Figura 3.6 foram definidos de acordo com as equações a seguir.

$$a(x(t))_{max} = 1,3. a(x(t)) \quad (3.22)$$

$$a(x(t))_{min} = 0,7. a(x(t)) \quad (3.23)$$

As equações (3.22) e (3.23) indicam que o polinômio $a(x(t))$ é conhecido dentro de uma faixa de $\pm 30\%$.

4 Revisão das Técnicas de Controle

O capítulo 4 apresenta um estudo das técnicas de controle que são aplicadas no sistema descrito no capítulo 2. Inicialmente é apresentada a estrutura do controlador PID e suas características. A segunda seção trata de um controlador PID não linear (NPID), o estudo dessa topologia permite avaliar o desempenho do mesmo em relação ao PID tradicional. A última seção do capítulo aborda o controlador por modos deslizantes. Essa última técnica se baseia em uma linearização por realimentação (*feedback linearization*), caracterizando, assim, um controlador não linear.

4.1 Controle PID

O controlador PID é o mais utilizado no âmbito industrial. Isso se deve a uma estrutura simples, que permite ser ajustada de diferentes maneiras nos próprios processos em que se deseja controlar. Por se tratar de um controlador difundido na maioria das aplicações reais, é válido analisar sua dinâmica e suas características nesta seção do trabalho. O controle PID é constituído por três funções do erro, conforme indicado na equação (4.1), sendo que cada uma é descrita de maneira detalhada nas próximas subseções (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995).

$$v_c(t) = k_p \cdot e_r(t) + k_i \cdot \int e_r(t) \cdot dt + k_d \frac{de_r(t)}{dt} \quad (4.1)$$

sendo $v_c(t)$ a variável de controle e $e_r(t)$ o erro de controle. As constantes k_p , k_i e k_d representam, respectivamente, os ganhos proporcional, integral e derivativo.

4.1.1 Ganho Proporcional

A maneira mais simples de efetuar o controle de uma variável de um sistema realimentado é chavear o sinal de controle de acordo com o sinal do erro, conforme equação (4.2).

$$v_c = \begin{cases} v_{c_{max}} & \text{se } e_r \geq 0 \\ v_{c_{min}} & \text{se } e_r < 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

Esse chaveamento é denominado liga-desliga e representa uma relação não linear. Sua ação geralmente implica em oscilações no sinal de controle, já que pequenas variações no erro geram ações extremas ($v_{c_{max}}$ e $v_{c_{min}}$). Uma maneira de corrigir esses chaveamentos é utilizar uma ação de controle com ganho proporcional k_p , o que resulta em uma moderação na saída do controlador, de acordo com o erro. A Figura 4.1 apresenta graficamente o controle liga-desliga e o controle com ganho proporcional.

Figura 4.1 – Saída de controle chaveada e com ganho proporcional.

Fonte: do Autor.

O aumento do ganho k_p aproxima o controlador com ganho proporcional puro do controlador liga-desliga, podendo implicar em uma saída oscilatória, resultando até em instabilidade. Já a diminuição de k_p gera uma ação lenta. A escolha do ganho é realizada de acordo com os requisitos de projeto.

Algumas características do ganho proporcional podem ser analisadas considerando um modelo puramente estático para o controle (k_p) e planta (k_{planta}). Em malha fechada o sistema é descrito pela equação (4.3) (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995).

$$\frac{y}{r_{ef}} = \frac{k_{planta} \cdot k_p}{1 + k_{planta} \cdot k_p} \quad (4.3)$$

sendo r_{ef} o sinal de referência. Analisando a equação (4.3), verifica-se que o erro permanecerá próximo do valor nulo quando $k_{planta} \cdot k_p \gg 1$. Essa análise, considerando todo o sistema estático, não pode ser generalizada para plantas com dinâmica, no entanto, dependendo o sinal de referência e da planta, esse fenômeno também pode ocorrer em regime permanente em sistemas dinâmicos.

4.1.2 Ganho Integral

A principal função do termo integral na equação do controlador é prover erro nulo em regime permanente. Havendo um pequeno erro positivo, o termo integral irá fazer com o que o sinal de controle aumente até que o erro seja zerado. O ajuste da constante k_i faz com que o controle corrija o erro em regime com maior ou menor velocidade, no entanto o aumento desse ganho pode gerar instabilidade devido a sua ação associada com os demais ganhos do controlador.

Figura 4.2 – Saída dos controladores proporcional e proporcional-integral.

A Figura 4.2 mostra que a ação do controlador proporcional puro (controle P) é fixa, mesmo com um erro em regime permanente, já a adição do termo integral (controle PI) gera um aumento no sinal de saída do controlador, até que o mesmo consiga anular o erro.

4.1.3 Ganho Derivativo

O termo derivativo no controlador PID representa um amortecimento adicionado ao sistema. O controle PD (Proporcional e Derivativo) possui uma ação que pode ser comparada como uma predição da saída do processo, isso ocorre devido à derivada do erro. Quando o erro está aumentando o termo derivativo identifica esse fato e já acresce um valor na saída do controlador, sendo o termo responsável por reduzir ou eliminar sobressinal. A Figura 4.3 exemplifica a ação do termo derivativo junto com o termo proporcional.

Figura 4.3 – Saída dos controladores proporcional e proporcional-derivativo.

Fonte: do Autor.

O termo derivativo é característico em ocorrências nas quais o erro está variando, portanto, não deve ser utilizado sozinho. Seu ganho deve ser ajustado de maneira cuidadosa, pois pode resultar em amplificação de ruídos em altas frequências. Geralmente utiliza-se um filtro passa-baixas de primeira ordem para limitar o ganho do termo derivativo frente a sinais em altas frequências (ruídos). A função de transferência $D(s)$ do termo derivativo com um filtro de primeira ordem é representada pela equação (4.4).

$$D(s) = \frac{k_d \cdot s \cdot N}{s + N} \quad (4.4)$$

N representa a constante do filtro, devendo ser definida de tal forma que o polo adicionado pelo filtro não seja dominante na função de transferência do sistema. Isto significa que o filtro deve atuar apenas em frequências não operacionais da planta, com o intuito de atenuar ruídos.

4.2 Controle PID Não Linear (NPID)

O controlador PID linear apresenta limitações quando se opera com erros grandes. Essa característica se deve à ação conjunta dos três termos, na qual um pode atrapalhar a eficiência do outro. Um exemplo está na ação do termo integral em conjunto com o termo proporcional quando o erro é grande ou persistente, podendo resultar em saturação do sinal de controle. Em sistemas não lineares, o fato de se trabalhar em faixas grande se torna mais agravante devido à ação linear do controlador.

Como já discutido na seção 4.1, cada termo do controle PID trabalha bem em determinada condição, por isso é interessante o uso de não linearidades nos ganhos dos

termos, com o objetivo de prover maior eficiência no desempenho do controlador. Para isso, cada termo deve ter a sua própria não linearidade, de acordo com sua característica. A equação geral do controlador NPID é apresentada em (4.5) (ISAYED; HAWWA, 2007).

$$v_c(t) = f_p(e_r) \cdot e_r(t) + \int f_i(e_r) \cdot e_r(t) \cdot dt + f_d(e_r, \dot{e}_r) \frac{de_r(t)}{dt} \quad (4.5)$$

sendo:

- $f_p(e_r)$: função não linear do ganho proporcional;
- $f_i(e_r)$: função não linear do ganho integral;
- $f_d(e_r, \dot{e}_r)$: função não linear do ganho derivativo.

Verifica-se na equação (4.5) que cada ganho é variante no tempo. Os ganhos $f_p(e_r)$ e $f_i(e_r)$ são dependentes apenas do erro, já o ganho derivativo $f_d(e_r, \dot{e}_r)$ possui dependência do erro e de sua derivada.

Diante das características de cada termo, a Figura 4.4 destaca em que momento devem atuar os ganhos em relação à condição do sinal controlado, visando maior eficiência do controlador.

Figura 4.4 – Ação dos ganhos não lineares do controlador.

Na Figura 4.4 verifica-se que as ações dos termos devem ocorrer em instantes específicos da resposta. O termo proporcional tem como principal função amplificar a atuação em instantes nos quais o erro é grande. O termo derivativo deve possuir ação prioritária nos momentos oscilatórios, gerando assim um amortecimento no sistema. O termo integral deve atuar em uma faixa específica delimitada pelo erro em regime permanente.

4.2.1 Termo Proporcional Não Linear (TPNL)

O termo proporcional não linear tem como principal papel agir quando o erro é grande, levando assim a variável controlada para próximo de sua referência. Uma função não linear que melhora a eficiência do ganho proporcional é apresentada na equação (4.6) e já foi utilizada por (SERAJI, 1998), (XU; YANG; DU, 2005) e (ISAYED; HAWWA, 2007).

$$f_p(e_r) = k_p \left(1 + k_{pmax} \cdot (1 - \text{sech}(\beta \cdot e_r)) \right) \quad (4.6)$$

sendo k_{pmax} e β constantes positivas que moldam a resposta do ganho de acordo com o erro, já k_p representa o ganho proporcional nominal oriundo do termo proporcional linear. A função $\text{sech}(\beta \cdot e_r)$ representa a secante hiperbólica. A Figura 4.5 apresenta o formato da função $f_p(e_r)$.

Figura 4.5 – Ganho proporcional não linear.

Fonte: do Autor.

Ao se analisar a Figura 4.5, verifica-se que com erros pequenos o ganho é representado por um valor próximo da constante k_p , na medida em que o mesmo aumenta o ganho também ascende de maneira não linear. Essa característica faz com que o ganho proporcional adquira poder de atuação em grandes erros, fazendo com que o sinal controlado atinja sua referência em um período de tempo menor. A constante k_{pmax} é responsável pelo limite máximo de $f_p(e_r)$, já a constante β ajusta a taxa de variação do ganho da função em relação ao erro.

4.2.2 Termo Integral Não Linear (TINL)

O termo integral não linear é responsável por eliminar erros em regime permanente, sua eficiência melhora na medida em que sua atuação se restringe a um erro máximo em módulo. A equação (4.7) apresenta uma proposta para a função do ganho, já usada por (GARRIDO; SORIA, 2005) e (ISAYED; HAWWA, 2007).

$$f_i(e_r) = k_i \cdot \left(\frac{1}{1+e^{\gamma \cdot (-\alpha \cdot e_r - 10)}} - \frac{1}{1+e^{\gamma \cdot (-\alpha \cdot e_r + 10)}} \right) \quad (4.7)$$

As constantes γ e α são parâmetros positivos que moldam o perfil da função $f_i(e_r)$, já a constante k_i é oriunda do termo integral linear e representa o ganho máximo da função. A Figura 4.6 apresenta a forma do ganho integral não linear.

Figura 4.6 – Ganho integral não linear.

Fonte: do Autor.

Os parâmetros da função não linear $f_i(e_r)$ devem ser ajustados de acordo com a necessidade de atuação do termo integral perante o nível do erro em regime permanente. Assim, a função $f_i(e_r)$ atua apenas quando o erro estiver dentro da faixa especificada.

4.2.3 Termo Derivativo Não Linear (TDNL)

O termo derivativo não linear tem como função principal gerar um amortecimento adicional no sistema. No entanto, esse amortecimento deve ser inserido em situações específicas, com o intuito de melhorar o desempenho do controlador. A ideia principal do termo derivativo é apresentada na Figura 4.7.

Figura 4.7 – Ação do termo derivativo não linear.

Fonte: do Autor.

Através da Figura 4.7 é possível verificar que a ação do termo derivativo não linear deve funcionar como um “freio”. Quando o erro é positivo ou negativo e continua com seu módulo aumentando, é necessária uma ação contrária para reverter esse aumento, devendo o termo derivativo atuar. Quando o erro está com seu módulo diminuindo, o termo derivativo deve acrescentar pequena atuação, já que o sistema encaminha para a referência naturalmente.

De maneira geral, o TDNL deve amplificar sua atuação apenas quando o erro estiver aumentando em módulo (HAWWA; MASOUD, 2006), (ISAYED; HAWWA, 2007). A equação (4.8) apresenta duas funções que tem como objetivo identificar os quadrantes da Figura 4.7.

$$f_{md}(e_r, \dot{e}_r) = \begin{cases} 1, & \text{se } \text{sin}(\dot{e}_r) = \text{sin}(e_r) \\ 0, & \text{se } \text{sin}(\dot{e}_r) \neq \text{sin}(e_r) \end{cases}$$

$$\overline{f_{md}}(e_r, \dot{e}_r) = \begin{cases} 0, & \text{se } \text{sin}(e_r) = \text{sin}(\dot{e}_r) \\ 1, & \text{se } \text{sin}(e_r) \neq \text{sin}(\dot{e}_r) \end{cases} \quad (4.8)$$

O próximo passo é definir funções que definam o ganho nos quadrantes das equações (4.8). A função hiperbólica usada na equação (4.6) pode ser adaptada para compor o ganho do TDNL, conforme se vê na equação (4.9).

$$G_d(e_r) = k_{dmin} + k_{dmax} \cdot (1 - \text{sech}(\rho \cdot e_r)) \quad (4.9)$$

De maneira semelhante ao ganho proporcional do TPNL, as constantes k_{dmax} , ρ e k_{dmin} são responsáveis por moldar a função $G_d(e_r)$.

A terceira e última função que completa o TDNL é expressa pela equação (4.10).

$$W(e_r) = \frac{k_e}{1 + \mu^2 \cdot e_r^2} \quad (4.10)$$

sendo k_e e μ constantes positivas. $W(e_r)$ é caracterizada por possuir saída pequena para erros grandes e saída maior para erros pequenos, conforme mostrado na Figura 4.8.

Figura 4.8 – Função $W(e_r)$.

Fonte: do Autor.

O ganho do TDNL é definido pela função não linear $f_d(e_r, \dot{e}_r)$, segundo a equação (4.11).

$$f_d(e_r, \dot{e}_r) = k_d \cdot [f_{md}(e_r, \dot{e}_r) \cdot G_d(e_r) + \overline{f_{md}}(e_r, \dot{e}_r) \cdot W(e_r)] \quad (4.11)$$

sendo k_d uma constante de referência que representa o ganho oriundo do termo derivativo tradicional.

Analisando a equação (4.11), verifica-se que a função $W(e_r)$ atua nos quadrantes definidos por $\overline{f_{md}}(e_r, \dot{e}_r)$, momento no qual o erro está diminuindo em módulo. Nesse momento é interessante que o ganho derivativo aumente na medida em que o sinal controlado se aproxima da referência, tentando assim evitar o sobressinal. Já o conjunto $f_{md}(e_r, \dot{e}_r) \cdot G_d(e_r)$ tem como objetivo amortecer o sinal quando o mesmo se afasta da

referência. Estando o erro aumentando em módulo, é fundamental que o ganho derivativo aumente tentando evitar o afastamento da variável controlada da referência, (SHAHRUZ; SCHWARTZ, 1994), (GARRIDO; LIZARRAGA; CASTRO, 2000), (ISAYED; HAWWA, 2007). A Figura 4.9 apresenta o ganho final do TDNL.

Figura 4.9 – Função $f_d(e_r, \dot{e}_r)$.

Fonte: do Autor.

Pela Figura 4.9 é possível verificar o efeito que $W(e_r)$ gera na função $f_d(e_r, \dot{e}_r)$. No quadrante com $\dot{e}_r > 0$ e $e_r < 0$, na medida em que o erro se aproxima de zero, o ganho $f_d(e_r, \dot{e}_r)$ é aumentado levemente, o mesmo ocorre com $\dot{e}_r < 0$ e $e_r > 0$. Nos demais quadrantes é possível verificar o aumento ganho na medida em que o erro se afasta da referência.

4.3 Linearização por Realimentação

A linearização por realimentação é uma técnica de controle não linear que tem como ideia principal a anulação de não linearidades através de uma transformação algébrica. Diferentemente do método de linearização pela série de Taylor, discutido no capítulo 2, a linearização por realimentação resulta em uma transformação exata dos estados, sem a necessidade de aproximações em sua dinâmica (SLOTINE; LI, 1991).

Definindo o sistema descrito pela equação (4.12).

$$x^{(n)} = q(X) + b(X).u \quad n = 1,2,3,4 \quad (4.12)$$

sendo u uma entrada escalar, x um estado do sistema $X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$, $q(X)$ e $b(X)$ funções não lineares conhecidas e n a ordem do sistema.

Assume-se um sinal de controle da forma exposta na equação (4.13).

$$u = \frac{1}{b(X)} (v - q(X)) \quad (4.13)$$

Escolhe-se a equação (4.14) para v :

$$v = x_d^{(n)} - k_0.\tilde{x} - k_1.\dot{\tilde{x}} - \dots - k_{n-1}.\tilde{x}^{(n-1)} \quad (4.14)$$

sendo $x_d(t)$ o sinal de referência e $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$ o erro de acompanhamento do sinal de referência, com $\tilde{X} = [\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \dots, \tilde{x}^{(n-1)}]^T$. As constantes $k_0, k_1, \dots, k_{n-1}$ são escolhidas de tal modo que os polos do sistema linearizado por realimentação sejam alocados conforme desejado.

Fazendo-se $x^{(n)} = v$, resulta a equação (4.15).

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= x_d^{(n)} - k_0.\tilde{x} - k_1.\dot{\tilde{x}} - \dots - k_{n-1}.\tilde{x}^{(n-1)} \\ \tilde{x}^{(n)} + k_0.\tilde{x} + k_1.\dot{\tilde{x}} + \dots + k_{n-1}.\tilde{x}^{(n-1)} &= 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

A equação (4.15) representa a dinâmica para o erro de acompanhamento, sendo uma dinâmica estável que resulta em $\tilde{x}(t)$ convergindo para um valor nulo.

Portanto, a linearização por realimentação consiste na imposição de uma dinâmica desejável para o erro de acompanhamento através do sinal de controle u . Essa técnica só pode ser aplicada em sistemas nos quais as funções $q(X)$ e $b(X)$ sejam conhecidas.

4.4 Controle Não Linear por Modos Deslizantes

A técnica de controle por modos deslizantes se aplica a sistemas com incertezas paramétricas ou sistemas com dinâmicas não modeladas. Como já discutido na seção 3.2,

modelos com incertezas necessitam de um controle robusto, característica forte do controlador não linear por modos deslizantes (SLOTINE; LI, 1991).

A estrutura do controlador tem como ideia principal a transformação de um sistema não linear de ordem n para um sistema linear de 1ª ordem, através da linearização por realimentação. A transformação consiste na criação de uma função $S_u(t)$ denominada superfície de deslizamento. Através de uma lei de controle, objetiva-se fazer com que todas as trajetórias (variações dos estados) do sistema converjam para os valores de referência desejáveis, utilizando para isso tal superfície. Considerando o erro de acompanhamento do sinal de referência $\tilde{x}(t)$, define-se a superfície de deslizamento (ou escorregamento) $S_u(t)$ no espaço $\mathcal{R}^n$ pela equação escalar $\varphi(\tilde{X}, t) = 0$, sendo:

$$\varphi(\tilde{X}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \zeta\right)^{n-1} \cdot \tilde{x}(t) \quad (4.16)$$

ζ representa uma constante positiva definida em projeto, sua finalidade é discutida posteriormente. Pela equação (4.16), verifica-se que φ representa uma série de filtros de 1ª ordem em cascata (de acordo com a ordem n do sistema), conforme apresentado na Figura 4.10.

Figura 4.10 – Cascata de filtros de 1ª ordem caracterizando $\varphi(t)$.

Fonte: do Autor.

Considerando que o objetivo seja definir uma lei de controle para atingir $\varphi = 0$ dentro de uma margem $|\varphi(t)| \leq \phi, (\forall t \geq 0)$, na qual ϕ representa a faixa limitadora do erro de φ , pode-se obter uma relação entre o erro em φ com $\tilde{x}$, que representa o erro de acompanhamento do sinal de referência. Definindo $y_1(t)$ como a saída do primeiro filtro de 1ª ordem representado na Figura 4.10, seu sinal é representado pela equação (4.17).

$$\begin{aligned}
y_1(t) &= \int_0^t e^{-\zeta(t-\tau)} \cdot \varphi(\tau) \cdot d\tau \\
|y_1(t)| &\leq \int_0^t e^{-\zeta(t-\tau)} \cdot \phi \cdot d\tau \\
|y_1(t)| &\leq \phi \cdot \frac{1}{\zeta} [1 - e^{-\zeta \cdot t}] \leq \frac{\phi}{\zeta}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Através da equação (4.17) pode-se estender o raciocínio para as saídas subsequentes dos filtros, até se obter $\tilde{x}$. A equação (4.18) relaciona o erro de φ com $\tilde{x}$.

$$|\tilde{x}| \leq \frac{\phi}{\zeta^{n-1}} \tag{4.18}$$

Assim, o problema de ordem n que visa $\tilde{x} = 0$ se torna equivalente a manter as trajetórias do sistema em $S_u(t)$ para todo $t > 0$. Analisando a estrutura da equação (4.12) percebe-se que derivando φ uma única vez aparece a entrada de controle u , tornando possível o projeto de um controle usando linearização por realimentação que vise $\varphi = 0$. Assim, φ representa uma função diferencial linear de 1ª ordem, que tem como solução única $\tilde{x} = 0$.

As trajetórias, que por algum motivo escaparem de $S_u(t)$, devem voltar para a mesma de maneira rápida. Para isso, a lei de controle deve satisfazer a condição da equação (4.19).

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \varphi^2 \leq -\eta |\varphi| \tag{4.19}$$

A equação (4.19) representa a *Condição de Deslizamento*. Essa condição implica que a distância referenciada pelo termo φ^2 deve diminuir ao longo das trajetórias do sistema até atingir $\varphi = 0$. A constante η é um parâmetro a ser definido, de acordo com a necessidade do tempo de alcance (t_{alc}), sendo este o tempo necessário para que as trajetórias atinjam $S_u(t)$. Considerando $\varphi(t = 0) > 0$ pode-se mostrar a relação de η com t_{alc} através da equação (4.20).

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \varphi^2 \leq -\eta \cdot \varphi$$

$$\int_0^{t_{alc}} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \varphi^2 \cdot dt \leq \int_0^{t_{alc}} -\eta \cdot dt$$

$$\varphi(t = t_{alc}) - \varphi(t = 0) \leq -\eta \cdot t_{alc}$$

$$t_{alc} \leq \frac{+\varphi(t=0)}{\eta} \quad (4.20)$$

A equação (4.20) pode ser generalizada pela equação (4.21) para qualquer $\varphi(t = 0) \neq 0$.

$$t_{alc} \leq \frac{|\varphi(t=0)|}{\eta} \quad (4.21)$$

Quando as trajetórias atingem a superfície $S_u(t)$, é dito que o sistema está em modo deslizante e a condição para que isso ocorra é expressa pela equação (4.22).

$$\dot{\varphi} = 0 \quad (4.22)$$

Através da condição expressa pela equação (4.22) é possível projetar um controle u através da linearização por realimentação.

Seja um sistema genérico de segunda ordem apresentado pela equação (4.23).

$$\ddot{x} = q(X) - b(X) \cdot u \quad (4.23)$$

A variável escalar φ é definida por:

$$\varphi(\tilde{X}, t) = \dot{\tilde{x}} + \zeta \tilde{x} \quad (4.24)$$

Considerando $\dot{\varphi} = 0$:

$$\dot{\varphi} = \ddot{\tilde{x}} + \zeta \cdot \dot{\tilde{x}} = q - b \cdot u + \zeta \cdot \dot{\tilde{x}} - \ddot{x}_d = 0 \quad (4.25)$$

De acordo com a equação (4.25), o controle u_{eq} , definido na equação (4.26), é suficiente para garantir $\dot{\varphi} = 0$, quando aplicado na entrada do sistema da equação (4.23).

$$u_{eq} = b^{-1} \cdot (q - \ddot{x}_d + \zeta \cdot \dot{\tilde{x}}) \quad (4.26)$$

No entanto, o sinal de controle u_{eq} considera que as funções q e b sejam conhecidas de maneira exata, o que não ocorre em sistemas reais, já que as funções são conhecidas com margens de erro. Sendo $\hat{q}(X)$ e $\hat{b}(X)$ funções estimadas, pode-se definir as seguintes relações baseadas nas funções do sistema real, equações (4.27) e (4.28):

$$|\hat{q} - q| \leq F \quad (4.27)$$

$$\hat{b} = \sqrt{(b_{min} \cdot b_{max})} \quad (4.28)$$

A função estimada $\hat{b}(X)$ é definida através da média geométrica dos limites da função $b(X)$, $(b_{min}(X)$ e $b_{max}(X))$. $F(X)$ representa o erro máximo entre $\hat{q}(X)$ e $q(X)$. Através das funções estimadas do sistema, define-se o sinal de controle $\hat{u}_{eq}$, conforme indicado na equação (4.29).

$$\hat{u}_{eq} = \hat{b}^{-1} \cdot (\hat{q} - \ddot{x}_d + \zeta \cdot \dot{\hat{x}}) \quad (4.29)$$

O sinal $\hat{u}_{eq}$ representa um controle com melhor estimação possível para a linearização por realimentação, no entanto, para atender a condição de escorregamento e fazer com que φ decaia para zero, independente das incertezas em q e b , se torna necessário o acréscimo de um termo não linear representado pela equação (4.30).

$$u = \hat{u}_{eq} + \hat{b}^{-1} \cdot K(t) \cdot \text{sgn}(\varphi) \quad (4.30)$$

sendo:

$$\text{sgn}(\varphi) = +1 \quad \text{se } \varphi \geq 0$$

$$\text{sgn}(\varphi) = -1 \quad \text{se } \varphi < 0$$

$K(t)$ é uma função de projeto a ser definida. Nota-se que a utilização do sinal de controle u implica na equação (4.31).

$$\dot{\varphi} = -K(t) \cdot \text{sgn}(\varphi) + \text{resíduo} \quad (4.31)$$

O "resíduo" indicado na equação (4.31) é referente ao erro de modelagem de q e b . Verifica-se que a função $\text{sgn}(\varphi)$ é responsável por trazer as trajetórias para $\varphi = 0$; se o erro de φ for negativo, o sistema atua fortemente na direção positiva, caso o erro seja positivo, o inverso ocorre, atuando na direção negativa.

$K(t)$ deve ser projetada levando em consideração a condição de escorregamento. Expandindo-se a equação (4.19) se obtém a equação (4.32) com a finalidade de definir $K(t)$.

$$\dot{\varphi} \cdot \varphi = [(q - b \cdot \hat{b}^{-1} \cdot \hat{q}) + (1 - b \cdot \hat{b}^{-1}) \cdot (-\ddot{x}_d + -\zeta \cdot \dot{\hat{x}}) - b \cdot \hat{b}^{-1} \cdot K(t) \cdot \text{sgn}(\varphi)] \cdot \varphi \leq -\eta |\varphi| \quad (4.32)$$

A inequação presente em (4.32) será sempre verdade desde que:

$$K(t) \geq \hat{b} \cdot b^{-1} \cdot (F + \eta) + |\hat{b} \cdot b^{-1} - 1| \cdot |\hat{q} - \ddot{x}_d + \zeta \cdot \dot{\hat{x}}| \quad (4.33)$$

Considerando ψ como uma nova relação entre os limites da função $b(X)$:

$$\psi = (b_{\max}/b_{\min})^{0,5} \quad (4.34)$$

Verifica-se que as relações (4.35) sempre serão válidas.

$$\begin{aligned} \psi^{-1} &\leq \frac{\hat{b}}{b} \leq \psi \\ \psi^{-1} &\leq \frac{b}{\hat{b}} \leq \psi \end{aligned} \quad (4.35)$$

Pode-se generalizar $K(t)$ de acordo com a equação (4.36).

$$K(t) \geq \psi(F + \eta) + (\psi - 1) \cdot |\hat{q} - \ddot{x}_d + \zeta \cdot \dot{\hat{x}}| \quad (4.36)$$

Ao se analisar a equação (4.31) verifica-se que devido a erros de modelagem e perturbações, a lei de controle resulta em descontinuidades ao longo de φ . A implementação do controle por chaveamento (função $\text{sgn}(\varphi)$) resulta em oscilações em torno do valor de referência. O fenômeno de chaveamento ao longo de $\varphi = 0$ é denominado “*chattering*”, sendo indesejável devido à alta atividade do controlador e por excitar altas frequências na dinâmica do sistema. A Figura 4.11 ilustra o fenômeno “*chattering*” para um sistema de segunda ordem, sendo possível analisar o deslocamento das trajetórias para $S_u(t)$, e posteriormente, a convergência exponencial na superfície.

Figura 4.11 – Fenômeno “chattering” em sistema de 2ª ordem.

Fonte: do Autor.

Analisando-se a Figura 4.11 verifica-se que a superfície $S_u(t)$ apresenta uma reta de deslizamento em $\mathcal{R}^2$ para sistemas de 2ª ordem.

É desejável que o chaveamento seja eliminado e que o sinal φ trabalhe dentro de uma camada estabelecida, conforme já especificado por ϕ . Assim, a troca da função $\text{sgn}(\varphi)$ por uma função linear com saturação resulta em uma excursão linear do controle por determinada faixa de φ . A equação (4.37) apresenta uma nova função.

$$\delta(\varphi, \phi) = \begin{cases} \frac{\varphi}{\phi} & |\varphi| \leq 1 \\ \text{sgn}(\varphi) & |\varphi| > 1 \end{cases} \quad (4.37)$$

A Figura 4.12 ilustra a função $\delta(\varphi, \phi)$.

Figura 4.12 – Função linear em faixa de φ .

Fonte: do Autor.

A lei de controle pode ser redefinida pela equação (4.38).

$$u = \hat{u}_{eq} + \hat{b}^{-1} \cdot K(t) \cdot \delta(\varphi, \phi) \quad (4.38)$$

A utilização da função $\delta(\varphi, \phi)$ implica em um erro no valor de φ , que consequentemente resulta em um erro em $\tilde{x}$, conforme equação (4.18). A Figura 4.13 exemplifica a dinâmica de φ com a utilização de $\delta(\varphi, \phi)$ na lei de controle.

Figura 4.13 – Dinâmica de φ utilizando a função δ .

Fonte: do Autor.

Após conhecer a dinâmica do controle estabelecido, é possível avaliar a função da constante ζ , denominada largura de banda de controle. Quando $\varphi = 0$, a equação (4.24) pode ser representada pela equação (4.39), caracterizando o modo deslizante.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = -\zeta \cdot \tilde{x}(t) \quad (4.39)$$

Resolvendo-se a equação (4.39) se obtém a resposta de $\tilde{x}(t)$ no tempo, equação (4.40).

$$\tilde{x}(t) = \tilde{x}(0) \cdot e^{-\zeta \cdot t} \quad (4.40)$$

Analisando-se as equações (4.39) e (4.40), verifica-se que a constante ζ representa uma dinâmica inserida pelo controle no sistema. Pela equação (4.39) verifica-se que quanto maior ζ , mais rapidamente o estado convergirá para a referência. No entanto, o desempenho do sistema é muito sensível à largura de banda de controle. Assim, deve-se estabelecer um limite superior para a escolha de ζ .

O parâmetro ϕ , que estabelece a largura da função saturação $\delta(\varphi, \phi)$, deve ser escolhido com base na equação (4.18), de acordo com o erro máximo de $\tilde{x}(t)$ aceitável em projeto.

Com a transformação de variável realizada no SMC, a equação da dinâmica passa a ser linear e de 1ª ordem, com φ representando o estado do sistema. Utilizando o método de estabilidade direto de Lyapunov, estuda-se a estabilidade do sistema matematicamente, utilizando os conceitos análogos ao de energia. Isso significa que se a energia total do sistema é continuamente dissipada, logo o sistema caminha para um ponto de equilíbrio. Essa análise pode ser feita por uma função escalar denominada função Lyapunov do sistema. Assume-se que exista uma função escalar variante no tempo $V(\varphi, t)$ com derivada de primeira ordem contínua e que satisfaça as seguintes condições (Lema de Barbalat) (SLOTINE; LI, 1991):

- i. $V(\varphi, t)$ positiva definida;
 - $V(\varphi, t) = 0 \rightarrow t = 0$.
 - $V(\varphi, t) > 0$ para $\varphi \neq 0$.
- ii. $\dot{V}(\varphi, t)$ negativa semi-definida;
 - $\dot{V}(\varphi, t) \leq 0$.
- iii. $\dot{V}(\varphi, t)$ uniformemente contínua no tempo.

Então $\dot{V}(\varphi, t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Definindo como função candidata de Lyapunov para o sistema a equação (4.41), verifica-se o atendimento do requisito (i).

$$V(\varphi, t) = \frac{1}{2} \varphi^2 \quad (4.41)$$

Derivando-se a função candidata e considerando que a lei de controle u satisfaz a condição de escorregamento estabelecida na equação (4.19), se obtém a equação (4.42), que atende ao requisito (ii).

$$\dot{V}(\varphi, t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \varphi^2 \leq -\eta |\varphi| \quad (4.42)$$

A condição (iii) é estabelecida pela equação (4.43), considerando η uma constante positiva.

$$\ddot{V}(\varphi, t) \leq \eta \quad (4.43)$$

Como $\ddot{V}(\varphi, t)$ é limitada, logo $\dot{V}(\varphi, t)$ é contínua no tempo. Então $\dot{V}(\varphi, t) \rightarrow 0$ para todas as trajetórias do sistema, o que implica $\varphi \rightarrow 0$ e consequentemente em $\tilde{x} \rightarrow 0$, provando assim a estabilidade do sistema.

De maneira resumida, o projeto do controlador por modos deslizantes se baseia no seguinte roteiro:

1. Obter um modelo matemático estimado do sistema físico com informações do erro de modelagem;
2. Representar o modelo de acordo com a estrutura da equação (4.12);
3. Definir a variável $\varphi(\tilde{X}, t)$ com base nos erros de acompanhamento dos estados do sistema, equação (4.16);
4. Definir uma lei de controle $\hat{u}_{eq}$ (através do modelo estimado), utilizando a técnica de linearização por realimentação, que vise $\dot{\varphi} = 0$;
5. Acrescentar na lei de controle $\hat{u}_{eq}$ o termo $\hat{b}^{-1} \cdot K(t) \cdot \delta(\varphi, \phi)$, com o intuito de trazer as trajetórias para $S_u(t)$ ($\varphi = 0$) durante perturbações ou variações na referência.

5 Projeto dos Controladores

Neste capítulo são apresentadas as metodologias utilizadas no projeto de cada controlador estudado. Através da análise de simulações é discutido o ajuste paramétrico dos controladores com base em critérios de desempenho apresentados também neste capítulo. Inicialmente são abordados os métodos de discretização de sistemas contínuos e uma breve análise do ruído de medição.

5.1 Discretização de Sistemas Contínuos

O processamento de sinais é uma tecnologia fundamental nas aplicações de controle. Existem duas grandes áreas que envolvem aplicações de controle; a eletrônica analógica que processa sinais contínuos e a eletrônica digital que trabalha com sinais amostrados no tempo. Até a década de 1950 havia um predomínio na utilização de tecnologia analógica envolvendo processamento de sinais. Com a rápida evolução dos computadores e microprocessadores ocorreu um crescimento significativo nas aplicações digitais (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 1999). Diante da grande versatilidade dos sistemas digitais de controle, é importante destacar algumas vantagens dessa aplicação (SOARES, 1996):

- Capacidade de processamento de algoritmos sofisticados, como controladores não lineares, adaptativo, preditivo e lineares de ordem elevada;
- Capacidade de armazenamento de informações;
- Capacidade de modificação do algoritmo de maneira automática;
- Capacidade de utilizar interfaces homem máquina amigáveis;
- Flexibilidade de modificações durante o projeto dos controladores.

Mesmo com tantas vantagens em utilizar processamento digital, existem também aspectos indesejáveis que não ocorrem no controle analógico, como:

- Sistemas podem perder estabilidade no processo de discretização;
- Perda de informações durante o processo de amostragem realizado pelo conversor analógico-digital (AD);

- Limitações em sistemas que exijam processamento em altíssima frequência, já que o processador exige um tempo mínimo necessário para realizar os cálculos e os conversores AD podem não operar rápido o suficiente.

Em projetos de controle é mais intuitivo lidar com sistemas no domínio contínuo, além de existir um conjunto de ferramentas maior quando comparado com ferramentas discretas. No entanto, nada impede que o projetista opte por desenvolver o controle diretamente no domínio discreto. Como a planta é um sistema contínuo, se torna interessante desenvolver o controlador no mesmo domínio e posteriormente discretizá-lo para uma aplicação digital. É importante discutir algumas aproximações discretas de sistemas contínuos, pois nesse processo pode ocorrer a perda de estabilidade do sistema controlável. As subseções a seguir apresentam algumas aproximações mais utilizadas na literatura.

5.1.1 Método de Euler Para Frente

Este método também é conhecido como “*Forward Difference*” devido à aproximação à derivada. Considerando uma função contínua no tempo $y(t)$, sua derivada discreta $\dot{y}(nT_a)$ pode ser aproximada pela seguinte equação:

$$\frac{dy(t)}{dt} \approx \dot{y}(nT_a) = \frac{y[n+1]-y[n]}{T_a} \quad (5.1)$$

sendo $n \in \mathbb{N}$ o contador discreto e T_a o período de amostragem. Assim, uma função de transferência contínua no domínio da variável complexa s pode ser transformada em uma função de transferência discreta no domínio da variável complexa z pela seguinte aproximação:

$$s = \frac{z-1}{T_a} \quad (5.2)$$

As variáveis complexas s , vinculadas à Transformada de Laplace, e z , vinculada à Transformada Z, possuem a seguinte relação exata (OPPENHEIM; SCHAFER; BUCK, 1999):

$$z = e^{sT_a} \quad (5.3)$$

sendo e a constante de Euler. Analisando as equações (5.2) e (5.3) é possível verificar que o mapeamento entre s no semiplano complexo esquerdo, que caracteriza a estabilidade do sistema contínuo, e z gera resultados distintos pelas equações. A Figura 5.1 destaca o mapeamento de estabilidade pela relação exata e a Figura 5.2 pelo método de Euler para frente. É importante destacar que esta discretização é inviável na prática, pois necessita de um valor que está no futuro.

Figura 5.1 – Mapeamento entre s e z pela relação exata.

Fonte: do Autor.

Figura 5.2 – Mapeamento entre s e z pelo método de Euler para frente.

Fonte: do Autor.

Comparando as Figura 5.1 e 5.2, verifica-se que o método de Euler para frente lida com a possibilidade de transformar um sistema contínuo estável em um sistema discreto instável.

5.1.2 Método de Euler Para Trás

O segundo método é também conhecido como "*Backward Difference*" e se baseia na aproximação de uma equação diferencial através de uma equação de diferenças.

$$\frac{dy(t)}{dt} \approx \dot{y}(nT_a) = \frac{y[n] - y[n-1]}{T_a} \quad (5.4)$$

Pela equação (5.4) verifica-se que o método difere do de Euler para trás devido à utilização de amostras de atraso e não de avanço. A relação entre as variáveis complexa s e z são apresentadas pela equação (5.5).

$$s = \frac{1}{T_a} \frac{z-1}{z} \quad (5.5)$$

Mapeando o semiplano esquerdo no domínio s e utilizando a transformação da equação (5.5), verifica-se a região de estabilidade no domínio z , Figura 5.3.

Figura 5.3 – Mapeamento entre s e z pelo método de Euler para trás.

Fonte: do Autor.

Pela Figura 5.3, verifica-se que este método contempla apenas uma região de estabilidade definida pela relação exata da Figura 5.1. Isso significa que não ocorre perda de estabilidade na transformação do sistema contínuo em discreto, revelando assim uma importante vantagem em relação ao método de Euler para frente.

5.1.3 Método de Tustin

Este método também é conhecido como transformação bilinear ou regra trapezoidal, sendo uma das transformações mais utilizadas em aplicações digitais devido ao bom mapeamento gerado entre os planos s e z . A aproximação é dada por:

$$y[n] = \frac{T_a \cdot (\dot{y}[n] + \dot{y}[n-1])}{2} + y[n-1] \quad (5.6)$$

A equação (5.6) configura uma representação da integral de uma curva, utilizando para isso a área de um trapézio sob a mesma. Rearranjando os termos da equação (5.6) é possível expressar a derivada, equação (5.7).

$$\dot{y}[n] = \frac{2 \cdot (y[n] - y[n-1])}{T_a} - \dot{y}[n-1] \quad (5.7)$$

A relação entre as variáveis complexas z e s do método em questão é apresentada na equação (5.8).

$$s = \frac{2}{T_a} \frac{z-1}{z+1} \quad (5.8)$$

O mapeamento dos planos representado pela equação (5.8) é idêntico ao mapeamento exato da equação (5.3), apresentado na Figura 5.1. Esse fato revela uma vantagem da transformação de Tustin em relação aos demais métodos. As aplicações digitais deste trabalho adotam este método devido ao bom desempenho da aproximação. A dinâmica do segurador de ordem zero presente no conversor D/A pode ser desprezada considerando uma alta taxa de amostragem.

5.2 Critérios de Desempenho do Sistema

Um dos primeiros passos ao se resolver um problema de controle é definir os critérios de desempenho do sistema. As especificações podem ser expressas de diferentes maneiras, como rejeição de perturbações, sensibilidade ao ruído de medição, robustez a incertezas do modelo, critérios de resposta na frequência e características da resposta no tempo. Neste trabalho são utilizados critérios que quantifiquem o desempenho do sistema

no tempo, considerando como entrada uma onda quadrada. Também é avaliado em simulações o desempenho diante de variações no modelo matemático, indicando assim a robustez a incertezas do modelo da planta.

Ao se analisar as características da resposta de um sistema no tempo deve-se levar em consideração qual sinal de referência será aplicado na entrada do mesmo. O sinal caracterizado por um degrau é amplamente utilizado devido às excitações de altas frequências. Essa variação abrupta exige um alto desempenho do controlador em relação ao acompanhamento do sinal de referência. Diante dessa importância, são estabelecidos os seguintes critérios de resposta a uma onda quadrada na referência.

- *Erro Absoluto Integrado (IAE)*

O critério IAE quantifica o quanto o sinal controlado ficou afastado da referência no tempo, equação (5.9).

$$IAE = \int |e_r(t)| \cdot dt \quad (5.9)$$

- *Sobressinal Máximo Absoluto (SMA)*

Na resposta a uma onda quadrada, o sobressinal absoluto é o módulo da diferença entre o primeiro pico (ocasionado por um degrau de subida ou descida) e o sinal em regime permanente. O SMA é o máximo dos valores de sobressinal absoluto de subida e descida.

- *Tempo Máximo de Acomodação (TMA)*

O tempo de acomodação é o tempo que o sinal leva do instante do degrau até estabilizar em uma faixa em torno da referência. A faixa considerada para determinação desse parâmetro é de $\pm 0,05 \times 10^{-3} \text{m}$. O TMA é o valor máximo entre o tempo de acomodação do degrau de subida e descida.

- *Erro Estacionário Máximo (EEM)*

O erro estacionário é o valor do erro em regime permanente. O EEM é o maior valor entre os erros estacionários ocasionados por um degrau de subida e descida.

Além dos critérios de desempenho no tempo, também é avaliado nos ensaios experimentais o custo computacional em relação ao processamento de dados dos controladores. Esse critério indica o tempo necessário para processar uma malha de controle.

5.3 Análise do Ruído de Medição

Sinais provenientes de medições apresentam ruídos que podem comprometer o desempenho do controlador. Por essa razão, esta seção apresenta um estudo do ruído no sinal de medição do entreferro e um projeto de um filtro que seja capaz de atenuar componentes espectrais indesejadas, evitando assim problemas de instabilidade devido a amplificações do ruído no controlador.

Filtros são utilizados basicamente para separar sinais combinados e/ou recuperar sinais distorcidos. Os filtros analógicos possuem processamento instantâneo, são baratos e abrangem uma ampla faixa dinâmica de amplitude e frequência. Já os filtros digitais possuem melhor desempenho e podem ser divididos em dois, FIR (*Finite Impulse Response*) e IIR (*Infinite Impulse Response*). Os filtros FIR são implementados através da convolução, o que o caracteriza como um filtro lento. O IIR utiliza o processo recursivo, caracterizando-o como um filtro rápido em relação ao processamento. Em relação ao desempenho dos filtros é importante avaliá-los nos domínios do tempo e da frequência. Filtros voltados à aplicações no domínio do tempo visam suavizar (*smoothing*), remover nível médio, etc. Já no domínio da frequência, as informações mantidas são amplitude, frequência e fase. Suas utilizações visam separar bandas de frequência (SMITH, 1999).

Para reduzir o nível de ruído no sinal de medição, optou-se pelo filtro FIR de média móvel. O mesmo possui desempenho ruim no domínio da frequência e bom no domínio do tempo, sendo um dos filtros mais utilizados em aplicações com DSP (*Digital Signal Processor*). Como o próprio nome já explicita, esse filtro implica em médias dos pontos de entrada de um sinal para assim gerar uma saída. A equação (5.10) apresenta a implementação por convolução.

$$y[n] = \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_p-1} x[n+j] \quad (5.10)$$

sendo $y[\]$ e $x[\]$ a saída e entrada do filtro, respectivamente. N_p representa o número de pontos considerados na média. Devido à implementação por convolução ser lenta, torna-se interessante implementá-lo de forma recursiva, visando a redução de custo computacional. A equação (5.11) apresenta a implementação recursiva deste filtro.

$$y[n] = y[n-1] + \frac{1}{N_p} \left(x \left[n + \left(\frac{N_p-1}{2} \right) \right] - x \left[n - \left(\left(\frac{N_p-1}{2} \right) + 1 \right) \right] \right) \quad (5.11)$$

A função de transferência para o filtro no domínio discreto é apresentada na equação (5.12).

$$H_d(z) = \frac{z^{(N_p-1)} + z^{(N_p-2)} + \dots + z^0}{N_p \cdot z^{(N_p-1)}} \quad (5.12)$$

Pela equação (5.12) verifica-se que todos os polos do sistema estão situados na origem do plano complexo do domínio z , caracterizando um sistema estável, conforme discutido na seção 5.1.

Ao lidar com a filtragem de sinais, é importante conhecer as características do sinal no domínio da frequência. Por mais que ruídos sejam característicos em altas frequências, uma análise espectral neste domínio fornece informações sobre o sinal e pode auxiliar no projeto do filtro digital. Para se obter a transformada discreta de Fourier, o algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*) é uma ferramenta eficiente e bastante útil. Dessa forma, o número de pontos do filtro da média móvel pode ser determinado analisando-se o espectro de potência do sinal ruidoso em relação ao sinal filtrado.

A Figura 5.4 apresenta a densidade espectral de potência de um ruído de medição em condição estática, com taxa de aquisição $F_s = 10000$ Hz. Na mesma figura é apresentado o espectro do sinal filtrado com $N_p = 16$. A escolha desse parâmetro foi realizada de tal forma que o ruído fosse suavizado sem afetar a dinâmica mais lenta do sinal.

Pelo teorema da amostragem de Nyquist, o sinal foi analisado até a frequência de 5000 Hz, metade da frequência de amostragem.

Figura 5.4 – Espectro de potência do sinal de medição puro e com filtragem.

Fonte: do Autor.

Pela Figura 5.4 verifica-se a presença de ruído em torno de 4000 Hz e algumas componentes harmônicas em baixa frequência. O ruído é totalmente eliminado pelo filtro de média móvel, no entanto, as componentes do sinal em baixa frequência não devem ser eliminadas, já que a filtragem pode fazer com que se percam dados do sinal de medição nessa faixa, já que o mesmo é composto por componentes em baixa frequência. A causa mais provável do ruído de medição se deve a interferências elétricas no sensor ou no sistema de aquisição. A Figura 5.5 apresenta o Diagrama de Bode do filtro projetado.

Figura 5.5 – Diagrama de Bode do filtro de média móvel.

Fonte: do Autor.

Como já discutido, o filtro de média móvel não possui bom desempenho no domínio da frequência, fato verificado no Diagrama de Bode do mesmo, no qual não é possível separar faixas de frequências com clareza. Por isso, a melhor forma de avaliar o desempenho do filtro de média móvel é no tempo. A Figura 5.6 apresenta o ruído de medição e uma simulação do ruído branco. A Figura 5.7 apresenta os mesmos sinais após filtragem. O ruído branco é um sinal que pode ser gerado em simulações para representar o ruído de medição. Isso agrega representatividade do sistema físico nos resultados de simulação, já que a dinâmica introduzida pelo ruído e filtro podem alterar os resultados de dinâmica do sistema como um todo. A variância do ruído branco adotada foi de $0,000000000003 \text{ m}^2$, valor ajustado para que as amplitudes dos ruídos após o processo de filtragem sejam semelhantes.

Figura 5.6 – Ruído de medição e ruído branco sem filtragem.

Fonte: do Autor.

Figura 5.7 – Sinal de medição e ruído branco após filtragem.

Fonte: do Autor.

Pelos gráficos apresentados na Figura 5.6 e Figura 5.7 é possível notar o bom desempenho do filtro, fato difícil de ser verificado na análise espectral da Figura 5.4. Após a filtragem verifica-se que os níveis de amplitude do ruído de medição e do ruído branco se aproximam, justificando sua utilização nas simulações computacionais.

5.4 PID

Em projeto de controladores, o grande desafio é determinar os parâmetros do mesmo que irão reger o sistema de forma a atender as especificações desejadas. Existem na literatura diversas técnicas e métodos sobre ajuste paramétrico de controladores PID (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995), no entanto, o objetivo deste trabalho é avaliar um pouco mais a fundo a dinâmica do sistema em malha fechada, de tal modo que seja possível posicionar os polos em locais que gerem uma dinâmica desejada em MF (Malha Fechada).

A estrutura do controlador PID utilizada é a forma paralela padrão mostrada na Figura 5.8 e já descrita na seção 4.1.

Figura 5.8 – Diagrama de blocos do controlador PID.

Fonte: do Autor.

Nessa estrutura paralela as constantes do controlador são ditas puras, sem que uma interfira na outra. A função de transferência do controlador é apresentada na equação (5.13).

$$K_{PID}(s) = \frac{(k_d.N + k_p)s^2 + (k_i + k_p.N)s + k_i.N}{s^2 + Ns} \quad (5.13)$$

Rearranjando a função de transferência do sistema linearizado (equação 2.17) com o ganho do sistema de potência, a função de transferência entre saída e sinal de controle é representada pela equação (5.14).

$$G_T(s) = \frac{\hat{X}(s)}{\hat{V}_c(s)} = \frac{\frac{-2.g.k_{pot1}}{\sqrt{m.g.a(x_0)}}}{\left(s + \sqrt{\frac{g.(a_1 + 2.a_2.x_0)}{a(x_0)}}\right)\left(s - \sqrt{\frac{g.(a_1 + 2.a_2.x_0)}{a(x_0)}}\right)} \quad (5.14)$$

A função de transferência do sistema em malha fechada com realimentação unitária é representada pela equação (5.15).

$$G_{MF}(s) = \frac{K_{PID}(s).G_T(s)}{1 + K_{PID}(s).G_T(s)} \quad (5.15)$$

5.4.1 Projeto do Controlador PID via Alocação de Polos

Analisando a equação (5.15) com base nas funções de transferência $K_{PID}(s)$ e $G_T(s)$ é possível verificar que $G_{MF}(s)$ possui dois zeros e quatro polos em malha fechada, assim a equação (5.15) pode ser reescrita como:

$$G_{MF}(s) = \frac{k_{MF}(s + z_{MF1})(s + z_{MF2})}{(s + p_{MF1})(s + p_{MF2})(s + p_{MF1})(s + p_{MF2})} \quad (5.16)$$

A localização dos polos de MF no plano s afeta de maneira direta a resposta transiente do sistema. Sabendo disso, torna-se interessante posicionar os polos em regiões de interesse de acordo com a resposta desejada. Antes que os polos sejam alocados no semiplano esquerdo é importante identificar a dominância entre os mesmos. É denominado polo dominante aquele que possui maior influência na resposta transitória. Essa identificação da importância de cada polo pode ser realizada analisando o semiplano esquerdo. Polos que se encontram afastados do eixo imaginário possuem tempo de resposta rápida, já os que se encontram próximo ao mesmo eixo possuem tempo de decaimento lento. É comum que os polos dominantes sejam um par complexo conjugado. Os zeros

próximos a polos anulam o efeito de dominância dos mesmos, por isso é fundamental que a alocação não aproxime zeros de polos candidatos a dominantes. Assim, os polos dominantes de MF se encontram próximos ao eixo imaginário sem a presença de zeros na mesma região e com uma distância significativa de outros polos. Observa-se na literatura que se a magnitude da parte real de um polo for no mínimo 5 vezes maior que a de um zero, então o primeiro pode ser considerado insignificante (OGATA, 2003). Logo um modelo em MF de ordem n com um par de polos complexos conjugados dominantes pode ser aproximado por um modelo de segunda ordem.

Sistemas de segunda ordem possuem uma dinâmica bem conhecida através da equação característica na forma-padrão.

$$s^2 + 2\zeta_2\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (5.17)$$

Sendo ω_n e ζ_2 a frequência de ressonância e o coeficiente de amortecimento do sistema de segunda ordem, respectivamente. Os polos complexos conjugados da equação (5.17) podem ser analisados geometricamente pela Figura 5.9.

Figura 5.9 – Análise geométrica dos polos complexos conjugados.

Fonte: do Autor.

A proximidade de polos do eixo imaginário deve ser analisada com cuidado, devido à resposta transitória lenta. Além disso, não é bom que os polos possuam parte imaginária maior que a parte real, isso reflete em um baixo coeficiente de amortecimento (ζ_2). Diante

das características aqui discutidas, a Figura 5.10 ilustra, no plano s , regiões de interesse na alocação dos polos de MF.

Figura 5.10 – Regiões de interesse na alocação dos polos de MF.

Fonte: do Autor.

A alocação dos polos dominantes no semiplano esquerdo o mais afastado possível do eixo imaginário gera respostas rápidas do sistema, no entanto, pode ser inconveniente em um sistema físico real com limitações de energia. Isto significa que polos dominantes afastados do eixo imaginário possuem altos ganhos no controlador, e no caso do PID, as constantes k_p , k_i e k_d apresentarão valores altos e isso implicará em saturações na corrente de saída. Além disso, por se tratar de uma aplicação digital, na medida em que o tempo de resposta diminui, mais crítico se torna para o processamento discreto, já que possui taxa de amostragem fixa, podendo assim perder informações em alta frequência.

Outro aspecto que deve ser considerado é a amplificação de ruídos pelo termo derivativo. Experimentalmente verificou-se que $k_d > 40$ com $N = 3000$ resulta em significativa amplificação do ruído, gerando um chaveamento em alta frequência com amplitude de pico a pico de 0,1 A no sinal de corrente e assim resultando em instabilidade. Esse fenômeno não pode ser observado em simulações, já que o modelo matemático do sistema de potência não aborda o chaveamento descrito na subseção 2.2.2. Isto revela que há modos ressonantes em alta frequência não modelados.

Sendo a faixa de operação do entreferro de 0 m até 4×10^{-3} m, considerou-se o valor médio como entreferro de equilíbrio ($x_0 = 2 \times 10^{-3}$ m). Dessa maneira, pode-se utilizar a equação (5.14) para definir os polos de MF conforme desejado. Conhecendo os mesmos, é possível determinar os ganhos do PID através das estruturas do modelo e controlador. Os critérios de desempenho da resposta ao degrau em torno do ponto de equilíbrio foram utilizados na análise da alocação. As simulações foram realizadas considerando o modelo não linear, com saturação na corrente, ruído branco e filtro de média móvel, conforme já especificado. Já os polos de MF foram alocados através da ferramenta *SISOTOOL* do software MatLab, utilizando o modelo linear (equação (5.15)). Na Tabela 5.1 são apresentados três resultados de simulações da resposta ao degrau envolvendo análise de desempenho, de acordo com a posição dos polos no plano s .

Tabela 5.1 – Resultados da alocação de polos em MF.

PID	Polos de MF	Polos Dominantes de MF	ζ_2	Parâmetros do PID k_p k_i k_d N	CrITÉrios de Desempenho IAE $SMA [m]$ $TMA [s]$ $EEM [m]$
<i>PID-1</i>	$-1498 + 1061i$ $-1498 - 1061i$ $-1,4 + 1,8i$ $-1,4 - 1,8i$	$-1,4 + 1,8i$ $-1,4 - 1,8i$	0,62	638,5 598,6 115,7 3000	$0,87 \times 10^{-3}$ $0,72 \times 10^{-3}$ 3 0
<i>PID-2</i>	$-1476 + 1090i$ $-1476 - 1090i$ $-23,7 + 3,9i$ $-23,7 - 3,9i$	$-23,7 + 3,9i$ $-23,7 - 3,9i$	0,98	5817,8 6652,4 118,4 3000	$4,77 \times 10^{-5}$ $0,19 \times 10^{-3}$ 0,2 0
<i>PID-3</i>	$-2609,2$ $-367,2$ $-11,8 + 3,6i$ $-11,8 - 3,6i$	$-11,8 + 3,6i$ $-11,8 - 3,6i$	0,96	1100 5000 35 3000	$4,98 \times 10^{-4}$ $0,39 \times 10^{-3}$ 0,4 0

Fonte: do Autor.

Em relação ao PID-1, nas Figuras 5.11 e 5.12 são apresentados o lugar geométrico das raízes (polos dominantes e zeros de MF) e a resposta ao degrau com amplitude de 1×10^{-3} m em torno do ponto de equilíbrio, respectivamente.

Figura 5.11 – Lugar Geométrico das Raízes – Polos dominantes e zeros de MF – PID-1.

Fonte: do Autor.

Verifica-se na Figura 5.11 que, no projeto do primeiro PID, os polos dominantes foram alocados próximo ao eixo imaginário, o que resultou em resposta lenta com critérios de desempenho insatisfatório, conforme visto na Tabela 5.1.

Figura 5.12 – Resposta ao degrau – PID-1.

Fonte: do Autor.

A Figura 5.12 confirma a resposta lenta ao degrau do PID-1 com baixo fator de amortecimento ($\zeta_2 = 0,62$), além disso, é possível perceber uma amplificação significativa no sinal de corrente ocasionado pelo ganho derivativo $k_d = 115,7$. Esse fato ocasionaria instabilidade do sistema físico real devido à excitação de modos em alta frequência não contemplados no modelo matemático.

Na Figura 5.13 verifica-se que o PID-2 buscou deslocar os polos dominantes bem à esquerda do eixo imaginário, esperando assim obter uma rápida resposta do sistema ao degrau.

Figura 5.13 – Lugar Geométrico das Raízes – Polos dominantes e zeros de MF – PID-2.

Fonte: do Autor.

Analisando os critérios de desempenho da Tabela 5.1 em relação ao PID-2 e a resposta da Figura 5.14 percebe-se uma excelente resposta ao degrau, com fator de amortecimento alto, baixo SMA, tempo de acomodação curto e IAE muito pequeno. No entanto, o bom desempenho reflete em ganhos altos nas constantes do PID, inclusive no termo derivativo, que acaba gerando expressivas variações no sinal de corrente, invalidando assim a aplicação no sistema físico devido ao alto esforço de controle.

Figura 5.14 – Resposta ao degrau – PID-2.

Fonte: do Autor.

O PID-3 visou atingir um rápido tempo de resposta com ganho derivativo limitado em 40, conforme já discutido. O melhor resultado obtido refletiu em polos dominantes alocados em posição intermediária quando comparado aos PID-1 e 2, Figura 5.15.

Figura 5.15 – Lugar Geométrico das Raízes – Polos dominantes e zeros de MF – PID-3.

Fonte: do Autor.

O desempenho da resposta ao degrau do PID-3 é inferior ao do PID-2. No entanto, diante das dificuldades que essa estrutura de controlador apresenta ao se trabalhar com modelos não lineares e susceptíveis a ruídos, verificam-se bons resultados nos critérios apresentados na Tabela 5.1.

Na Figura 5.16 percebe-se uma baixa variação no sinal de corrente devido a $k_d = 35$, o que viabiliza a aplicação desse controlador no sistema físico.

Figura 5.16 – Resposta ao degrau – PID-3.

Fonte: do Autor.

Os zeros de MA foram adotados de modo a manter a dominância dos polos complexos conjugados de MF. Esse cuidado em projeto é fundamental para que os polos dominantes não percam influência na resposta do sistema. De maneira semelhante, os polos insignificantes foram alocados há uma distância suficiente para assim delimitar de forma clara a dominância dos mesmos, fato verificado na Tabela 5.1.

5.4.2 Análise da Estabilidade Local

Os controladores projetados utilizaram o modelo linearizado do sistema em torno de um ponto de equilíbrio. Todavia, o modelo da planta possui incertezas definidas por limites em $a(x(t))$ nominal, visto na seção 3.4. Assim, analisou-se a estabilidade local do sistema em MF para o PID-3 em vários pontos de equilíbrio para os três modelos, $a(x(t))$ nominal, inferior e superior. A faixa de operação (0 m até 4×10^{-3} m) foi discretizada em 40 pontos de equilíbrio. A estabilidade local é avaliada pela posição dos polos de MF no plano s .

Figura 5.17 – Polos em MF com menor dominância ao longo de x_0 .

Fonte: do Autor.

Figura 5.18 – Polos em MF com dominância intermediária ao longo de x_0 . Figura 5.19 – Polos em MF com maior dominância ao longo de x_0 .

As Figuras 5.17, 5.18 e 5.19 revelam que o PID-3 consegue manter a estabilidade local em pontos de equilíbrio ao longo da faixa de operação do sistema com incertezas. Esse fato é verificado já que todos os polos de MF se mantêm no semiplano esquerdo. Na Figura 5.19 observa-se que os polos de MF se deslocam de acordo com os pontos de equilíbrio e com as incertezas no modelo do sistema, mudando assim a dinâmica do mesmo.

5.4.3 Filtro de Primeira Ordem no Termo Derivativo

Nota-se nas três análises que a constante N do filtro de primeira ordem do termo derivativo foi mantida fixa. Isso revela que esse parâmetro não afeta a dinâmica lenta do sistema. Essa observação já era esperada, pois o mesmo tem como finalidade reduzir ruídos em frequências mais altas que possam ser amplificadas pelo termo derivativo. Os polos de MF insignificantes, verificados na região afastada do eixo imaginário, possuem influência direta dessa constante. Quanto menor esse parâmetro, maior influência do mesmo na resposta do sistema e maior a atenuação de ruídos. $N = 3000$ atenua ruídos de medição do entreferro a partir de 159 Hz e não afeta a dinâmica de baixa frequência do sistema. Pelas distâncias entre os polos dominantes e insignificantes é possível verificar que há margem para diminuir esse parâmetro. No entanto, valores mais baixos comprometem a dinâmica do termo derivativo sem agregar muito na filtragem do ruído, lembrando que o ruído já é atenuado previamente pelo filtro de média móvel. A Figura 5.20 apresenta o diagrama de Bode do filtro caracterizado pelo parâmetro N .

Figura 5.20 – Diagrama de Bode do filtro de primeira ordem no termo derivativo.

Fonte: do Autor.

Na aplicação digital, a discretização do filtro de primeira ordem utilizando o método de Tustin é expressa pela equação (5.18).

$$y[n] = \frac{N.T_a(u[n] + u[n-1]) + y[n-1](2 - N.T_a)}{(2 + N.T_a)} \quad (5.18)$$

sendo $y[n]$ e $u[n]$ a saída e entrada do filtro, respectivamente.

5.5 PID Não Linear

O controlador NPID tem como ideia fundamental aumentar a eficiência de cada termo do controlador PID linear. Na seção 5.4 é possível ver um forte acoplamento entre os termos proporcional, integral e derivativo do PID. Por mais que cada termo possua uma função específica de atuação, sempre um interfere no outro. Por essa razão, a estratégia de desacoplar os termos através de funções não lineares pode gerar resultados melhores. A topologia do NPID descrito na seção 4.2 pode parecer complexa devido aos 12 parâmetros do controlador. No entanto, identificando a função de cada constante, se torna possível ajustar o NPID visando atender os requisitos de projeto. É importante que o projeto do NPID seja realizado com base em um PID, isso porque cada termo não linear nada mais é do que uma otimização das constantes do PID. As características da resposta ao degrau devem ser consideradas no ajuste de cada parâmetro do NPID.

O termo proporcional não linear (TPNL) tem como principal objetivo intensificar a atuação do controlador nos instantes nos quais o erro é significativo. Partindo de uma constante de referência k_p , a ideia é amplificar esse valor de acordo com o aumento do erro. Com base na equação (4.6), a Tabela 5.2 auxilia nos ajustes do TPNL, de acordo com as funcionalidades de cada constante.

Tabela 5.2 – Ação dos parâmetros do TPNL.

Termo	Parâmetro	Ação
$f_p(e_r)$	k_p	Ganho proporcional de referência que estabiliza o sistema em regime permanente.
	$k_{pmáx}$	Define o ganho máximo do TPNL
	β	Define a taxa de amplificação do ganho ao longo do erro

Fonte: do Autor.

O valor de k_p pode ser definido inicialmente através da constante proporcional do PID. No entanto, nada impede que o valor do mesmo seja modificado posteriormente, através da análise de simulações. É fundamental que essa constante não seja nula, pois a mesma representa o menor valor de $f_p(e_r)$ e isso cancelaria por completo a atuação do TPNL,

podendo resultar em instabilidade. k_{pmax} representa um ganho (em porcentagem) máximo em k_p e β define a taxa de amplificação desse termo ao longo do erro. Essa amplificação faz com que a busca pela referência ocorra de maneira mais rápida, no entanto, deve-se avaliar se esse fenômeno não aumentará o sobressinal.

O TDNL possui basicamente duas linhas de ação, evitar o sobressinal e amortecê-lo, caso ocorra. Diminuir o sobressinal equivale a aumentar o ganho do termo derivativo antes que o sinal cruze a linha de referência. Após o cruzamento, o termo derivativo ainda é responsável por parar o aumento do sinal. Com o intuito de facilitar na definição dos parâmetros do TDNL, a Tabela 5.3 indica as características de cada constante desse termo.

Tabela 5.3 – Ação dos parâmetros do TDNL.

Termo	Parâmetro		Ação
$f_d(e_r, \dot{e}_r)$	k_d		Define um amortecimento de referência
	$G_d(e_r)$	k_{dmin}	Define o amortecimento mínimo
		$k_{dmáx}$	Define o amortecimento máximo
		ρ	Define a taxa de variação do amortecimento
	$W(e_r)$	k_e	Define o amortecimento máximo de eliminação do sobressinal
		μ	Define a taxa de variação do amortecimento durante tentativa de eliminação do sobressinal

Fonte: do Autor.

É importante lembrar que o sistema físico não suporta um ganho derivativo maior que 40, devido à fenômenos já discutidos no projeto do PID.

O TINL tem como objetivo eliminar o erro em regime permanente. Sua atuação representa um filtro com dinâmica bem lenta, por isso, a adição da não linearidade visa aplicar o mesmo apenas em situações nas quais o sistema esteja vulnerável a um erro em regime. Isso significa que identificado o erro em regime, delimita-se uma faixa ao longo do mesmo na qual o termo atuará. A principal vantagem está em limitar a atuação integral no regime transitório. A Tabela 5.4 apresenta as características de cada constante desse termo.

Tabela 5.4 – Ação dos parâmetros do TINL.

Termo	Parâmetro	Ação
$f_i(e_r)$	k_i	Define o ganho máximo do TINL
	α	Define a faixa de atuação ao longo do erro
	γ	Define a variação do ganho nos limites da faixa de atuação

Fonte: do Autor.

A constante k_i basicamente representa o ganho integral máximo. α e γ ajustam a faixa de atuação e taxa de amplificação do ganho no limiar da faixa de atuação. Apesar de possuírem funções específicas, α e γ devem ser ajustados simultaneamente, isso porque ambos influenciam na faixa de atuação da função $f_i(e_r)$.

Baseado nas discussões aqui realizadas sobre cada termo não linear é possível definir o melhor conjunto de parâmetros do NPID com base na análise de simulação da resposta ao degrau. Como realizado no projeto do PID, considerou-se um degrau com amplitude de 1×10^{-3} m em torno do entreferro $x = 2 \times 10^{-3}$ m. Foi mantido o filtro de primeira ordem com parâmetro $N = 3000$ no TDNL. As simulações foram realizadas considerando o modelo não linear com $a(x(t))$ estimado. O ruído branco utilizado no projeto do PID foi mantido.

O primeiro controlador avaliado (NPID-1) foi ajustado com base nos conhecimentos prévios do PID. Assim, o ganho de referência do TPNL (k_p) foi considerado o mesmo do PID-3. Tomou-se uma amplificação desse termo de 100%, o que equivale a $k_{pmax} = 1$. Foi determinado $\beta = 800$ com o intuito de que amplificação máxima ocorresse em torno da faixa de $\pm 4 \times 10^{-3}$ m do erro, Figura 5.21. O TDNL foi ajustado visando uma amplificação leve e com baixo ganho ao longo dos quadrantes nos quais se tenta evitar o sobressinal. Já nos demais quadrantes, adotou-se um ganho máximo de 38, com rápida amplificação ao longo do erro, Figura 5.22.

Figura 5.21 – Ganho do TPNL, NPID-1.

Fonte: do Autor.

Figura 5.22 – Ganho do TDNL, NPID-1.

Fonte: do Autor.

Com base nas definições do TPNL e TDNL, é fundamental simular a resposta ao degrau com atuação nula do TINL, para verificar qual é a faixa do erro em regime, Figura 5.23.

Figura 5.23 – Resposta ao degrau sem o TINL, controlador NPID-1.

Fonte: do Autor.

Pela Figura 5.23 verifica-se que o erro em regime é em torno de $0,3 \times 10^{-3}$ m. Essa verificação permite definir a faixa de erro pelos parâmetros γ e α na qual atuará o TINL. Como o ganho integral fica restringido, pode-se ousar um pouco mais no seu ganho quando comparado ao PID. A Figura 5.24 apresenta o gráfico da função não linear que define o ganho do TINL.

Figura 5.24 – Ganho do TINL, NPID-1.

Fonte: do Autor.

A resposta ao degrau utilizando o NPID com os três termos é apresentada na Figura 5.25.

Figura 5.25 – Resposta ao degrau, controlador NPID-1.

Fonte: do Autor.

Os critérios de desempenho da resposta ao degrau apresentada na Figura 5.25 são apresentados na Tabela 5.5. Analisando esses resultados percebe-se um desempenho melhor do NPID-1 quando comparado com ao PID-1 e PID-3.

Tabela 5.5 – Parâmetros e critérios de desempenho do NPID-1.

TPNL	TDNL	TINL	Crítérios de Desempenho
$k_p = 1100$ $k_{pmax} = 1$ $\beta = 800$	$k_d = 10$ $k_{dmin} = 1,7$ $k_{dmax} = 2,1$ $\rho = 20000$ $k_e = 1,7$ $\mu = 300$ $N = 3000$	$k_i = 1 \times 10^5$ $\alpha = 50000$ $\gamma = 1,3$	$IAE = 5,4 \times 10^{-5}$ $SMA = 0,20 \times 10^{-3} \text{ m}$ $TMA = 0,13 \text{ s}$ $EEM = 0 \text{ m}$

Fonte: do Autor.

Uma maneira mais detalhada de avaliar o NPID está na verificação das ações de controle de cada termo. Considerando o instante no qual ocorre o degrau, é possível analisar se as atuações de cada termo não linear estão de acordo com o esperado. A Figura 5.26 destaca a saída de controle oriunda de cada termo não linear no instante do degrau.

Figura 5.26 – Ações de controle individuais dos termos do NPID-1.

Fonte: do Autor.

No instante do degrau verifica-se que o TDNL e TPNL atuam com sinais positivos, buscando a referência. Em torno de 0,5025 s o TDNL inicia uma atuação inversa (sinal negativo) buscando evitar o sobressinal. É possível notar que a atuação positiva do TPNL vence a negativa do TDNL, gerando assim o sobressinal. Em torno de 0,52 s, quando o sinal controlado cruza a referência, nota-se uma amplificação do sinal do TDNL devido à mudança de quadrante, fato esperado de acordo com a função destacada na Figura 5.22. É possível verificar também que o TINL possui leve atuação somente quando o sinal se encontra próximo da referência, conforme especificado na função da Figura 5.24. Logo, verifica-se que o TDNL deve possuir maior poder de atuação para assim evitar o sobressinal. De maneira semelhante o TPNL não deve amplificar muito seu ganho ao longo do erro. Portanto, o TDNL e TPNL possuem importância significativa em aplicações nas quais se pode abusar de seus ganhos (principalmente no derivativo). Essa análise permite avaliar que para essa aplicação, com limitação no ganho derivativo, um termo proporcional fixo com ganho derivativo máximo pode resultar em um desempenho melhor ou semelhante na resposta transitória. Para avaliar esta discussão sobre as atuações do TPNL e TDNL, tomou-se um segundo controlador (NPID-2) com termos proporcional e derivativo fixos. Devido às limitações em evitar o sobressinal, utilizou-se $k_d = 35$, valor próximo do limite possível para essa constante. A constante do termo proporcional foi $k_p = 1500$, o que implica em um valor um pouco maior do que o utilizado na constante de base proporcional do NPID-1. k_p

levemente maior deve facilitar a atuação do TINL, já que diminui a camada do suposto erro em regime sem o TINL, conforme análise da equação (4.3). A resposta do sistema ao degrau utilizando o controlador NPID-2 é apresentada na Figura 5.27. Já a Tabela 5.6 apresenta os parâmetros do NPID-2 e os resultados de desempenho.

Figura 5.27 – Resposta ao degrau, controlador NPID-2.

Fonte: do Autor.

Tabela 5.6 – Parâmetros e critérios de desempenho do NPID-2.

Constante Proporcional Fixa	Constante Derivativa Fixa	TINL	Crítérios de Desempenho
$k_p = 1500$	$k_d = 35$ $N = 3000$	$k_i = 0,7 \times 10^5$ $\alpha = 40000$ $\gamma = 1,3$	$IAE = 7,1 \times 10^{-5}$ $SMA = 0,21 \times 10^{-3} \text{ m}$ $TMA = 0,17 \text{ s}$ $EEM = 0 \text{ m}$

Fonte: do Autor.

Analisando a Figura 5.27 e a Tabela 5.6 observa-se que a resposta ao degrau possui maior amortecimento quando comparada à resposta com o controlador NPID-1. No entanto, verifica-se que os critérios de desempenho são levemente piores do que os critérios com o NPID-1. Mesmo com ganho derivativo fixo máximo, observa-se que o NPID-2 não consegue evitar o sobressinal. De modo geral, em sistemas com limitações nos ganhos derivativo e proporcional, a substituição do TPNL e do TDNL por constantes fixas revela que a maior contribuição do controlador NPID está no TINL.

5.6 Controle por Modos Deslizantes

O projeto do controlador por modos deslizantes parte de um princípio fundamental; o conhecimento do modelo matemático do sistema. Com base nisso, o objetivo é encaixar a equação fundamental que rege a dinâmica do sistema na estrutura do SMC. Analisando a equação (2.13) do modelo com a equação (4.23) de um sistema de segunda ordem, é possível associar as relações entre as duas formas de representar um sistema de segunda ordem.

$$\ddot{x}(t) = g - \frac{i(t)^2}{m \cdot a(x(t))} = q(X) - b(X) \cdot u(t) \quad (5.19)$$

Pela equação (5.19) verifica-se que $q(X)$ não caracteriza uma função dos estados do sistema e sim um parâmetro fixo, representado pela constante gravitacional g . Sendo a entrada $u(t)$ associada à corrente $i(t)$, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} q(X) &= g \\ u(t) &= i(t)^2 \\ b(x(t)) &= \frac{1}{m \cdot a(x(t))} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Os limites do ganho na entrada são definidos pelo erro de modelagem no polinômio $a(x(t))$, conforme equações (5.21).

$$\begin{aligned} b_{\min}(x(t)) &= \frac{1}{m \cdot 1,3a(x(t))} \\ b_{\max}(x(t)) &= \frac{1}{m \cdot 0,7a(x(t))} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Nas equações (5.21) nota-se que existe uma relação inversa entre os limites de $a(x(t))$ e $b(x(t))$. $b_{\min}$ corresponde a $a_{\max}$ e $b_{\max}$ é definido por $a_{\min}$. A média geométrica dos limites da função $b(x(t))$ é estabelecida pela equação (5.22).

$$\hat{b}(x(t)) = \sqrt{b_{\min}(x(t)) \cdot b_{\max}(x(t))} = \sqrt{\frac{1}{1,3 \cdot 0,7}} \cdot \frac{1}{m \cdot a(x(t))} \quad (5.22)$$

A relação entre os limites de $b(x(t))$ definidas na equação (4.34) caracteriza uma constante, equação (5.23).

$$\psi = (b_{max}/b_{min})^{0,5} = (1,3/0,7)^{0,5} \quad (5.23)$$

A função $q(X)$ caracteriza a constante gravitacional, logo não há margem de erro para a mesma. Isso ocorre porque a influência da variação de altura nesse parâmetro pode ser desprezada. Assim, a função F definida na equação (4.27) se torna nula ($F = 0$).

A entrada $u(t)$ é definida pela equação (5.24).

$$u(t) = \hat{b}^{-1} \left(g - \ddot{x}_d + \zeta \dot{\tilde{x}} + K(t) \cdot \delta(\varphi, \phi) \right) \quad (5.24)$$

A função $K(t)$ da equação (5.24) é definida através da equação (5.25).

$$K(t) = \psi \cdot \eta + (\psi - 1) \cdot |g - \ddot{x}_d + \zeta \dot{\tilde{x}}| \quad (5.25)$$

A lei de controle necessita da aceleração e velocidade da referência imposta e da velocidade do entreferro medido. Como a referência se trata de um sinal sem ruído, não há preocupações no cálculo da derivada primeira e segunda desse sinal. Já a velocidade da massa é obtida através da derivada do sinal de posição, devendo a mesma ser tratada com um filtro, como realizado no NPID e no PID. Analisando a equação (5.24), que representa a saída do controlador e entrada do sistema, é possível identificar três constantes que devem ser definidas para se ter a lei de controle $u(t)$. Esses parâmetros são apresentados na Tabela 5.7, com suas respectivas funções no SMC.

Tabela 5.7 – Parâmetros do SMC com respectivas funções.

Parâmetro	Função
η	<i>Levar as trajetórias até $\varphi = 0$</i>
ζ	<i>Inserir uma dinâmica de 1ª ordem em $S_u(t)$</i>
ϕ	<i>Regular o erro em regime permanente</i>

Fonte: do Autor.

O SMC basicamente possui duas situações. A primeira se refere à busca por $\varphi = 0$, na qual as trajetórias dos estados se movem até atingir a superfície de escorregamento. Na segunda etapa, o sistema opera com dinâmica de primeira ordem, sendo essa situação

denominada modo deslizante. A constante η afeta diretamente a primeira etapa, influenciando no tempo de alcance até a superfície de escorregamento $S_u(t)$. Observando a equação (5.24), nota-se que esse parâmetro influencia justamente o termo $K(t) \cdot \delta(\varphi, \phi)$ que tem como função aumentar o ganho do controle no momento em que as trajetórias escapam da superfície $S_u(t)$. Analisando agora a equação (5.25), observa-se que existe um valor fixo em $K(t)$ gerado por $\psi \cdot \eta$. Assim, fica evidenciado que valores altos em η resultarão em um rápido alcance até $S_u(t)$ (conforme equação (4.21)), no entanto, pode amplificar o ruído do sinal de controle quando o sistema se encontra em modo deslizante ou em regime permanente.

Em modo deslizante o sistema é regido pela equação (5.26).

$$\varphi(\tilde{x}, t) = \dot{\tilde{x}}(t) + \zeta \tilde{x} = 0 \quad \rightarrow \quad \dot{\tilde{x}}(t) = -\zeta \cdot \tilde{x}(t) \quad (5.26)$$

A equação (5.26) representa um sistema linear de primeira ordem com constante de tempo $1/\zeta$. A resposta no tempo para esse sistema é representada na equação (4.40). Desta forma, a definição de ζ implica no tempo de estabilização de $\tilde{x}(t)$ quando o sistema encontra-se em modo deslizante. Valores elevados para essa constante resultam em um polo afastado do eixo imaginário no semiplano esquerdo, resultando em uma dinâmica rápida com pequeno tempo de acomodação. No entanto, como já discutido na seção (5.4), dinâmicas rápidas implicam em elevados ganhos, o que pode amplificar ruídos e consequentemente instabilizar o sistema.

O terceiro e último parâmetro (ϕ) define os limites de uma faixa na qual a função $\delta(\varphi, \phi)$ é linear. Essa faixa da variável φ influencia no erro em regime permanente do entreferro x . $\phi = 0$ faz com que a função $\delta(\varphi, \phi)$ apresente dois níveis lógicos, 1 e -1. Isso gera um chaveamento no sinal de controle, excitando modos ressonantes em alta frequência. Valores elevados de ϕ resultam em significativo erro em regime permanente. É importante destacar que o erro em regime estacionário da variável φ possui relação direta com o erro do entreferro, de acordo com a equação (4.18). Assim, é fundamental definir um valor para ϕ que evite oscilações abruptas no sinal de controle e que ao mesmo tempo não gere um erro em regime permanente maior do que o desejável.

A lei de controle $u(t)$ possui relação com a corrente $i(t)$, no entanto, a saída do controlador ainda passa por um estágio que transforma o sinal de controle em corrente. Conhecendo a equação que rege o sistema de potência é possível fazer o processo inverso. Com base na corrente desejada se obtém o sinal de controle (equação (5.27)) que caracteriza a saída do SMC.

$$v_c(t) = \frac{1}{k_{pot1}} (\sqrt{u(t)} - k_{pot0}) \quad (5.27)$$

Adotando o mesmo sinal de referência utilizado no projeto do PID e NPID, são apresentadas a seguir simulações da resposta ao degrau com diferentes ajustes do SMC. No cálculo da velocidade experimental foi utilizado o mesmo filtro de primeira ordem adotado no PID e NPID. A Tabela 5.8 apresenta os parâmetros de cada SMC com respectivos desempenhos para a resposta ao degrau. Da Figura 5.28 à Figura 5.32 são apresentadas as respostas ao degrau do sistema para os controladores da Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Controladores SMC.

Controlador SMC	Parâmetros	Critérios de Desempenho Resposta ao degrau
SMC – 1	$\zeta = 150$ $\eta = 15$ $\phi = 0,04$	$IAE = 1,20 \times 10^{-5}$ $SMA = 0,03 \times 10^{-3} \text{ m}$ $TMA = 0,02 \text{ s}$ $EEM = 0,009 \times 10^{-3} \text{ m}$
SMC – 2	$\zeta = 600$ $\eta = 0,4$ $\phi = 0,1$	$IAE = 1,98 \times 10^{-5}$ $SMA = 0,017 \times 10^{-3} \text{ m}$ $TMA = 0,06 \text{ s}$ $EEM = 0,017 \times 10^{-3} \text{ m}$
SMC – 3	$\zeta = 150$ $\eta = 0,4$ $\phi = 0,1$	$IAE = 2,75 \times 10^{-5}$ $SMA = 0,06 \times 10^{-3} \text{ m}$ $TMA = 0,06 \text{ s}$ $EEM = 0,06 \times 10^{-3} \text{ m}$
SMC – 4	$\zeta = 150$ $\eta = 0,4$ $\phi = 0$	$IAE = 1,90 \times 10^{-5}$ $SMA = 0 \text{ m}$ $TMA = 0,04 \text{ s}$ $EEM = 0 \text{ m}$
SMC – 5	$\zeta = 150$ $\eta = 0,4$ $\phi = 0,04$	$IAE = 2,23 \times 10^{-5}$ $SMA = 0,03 \times 10^{-3} \text{ m}$ $TMA = 0,05 \text{ s}$ $EEM = 0,03 \times 10^{-3} \text{ m}$

Fonte: do Autor.

Figura 5.28 – Resposta ao degrau, controlador SMC-1.

Fonte: do Autor.

Figura 5.29 – Resposta ao degrau, controlador SMC-2.

Fonte: do Autor.

Figura 5.30 – Resposta ao degrau, controlador SMC-3.

Fonte: do Autor.

Figura 5.31 – Resposta ao degrau, controlador SMC-4.

Fonte: do Autor.

Figura 5.32 – Resposta ao degrau, controlador SMC-5.

Fonte: do Autor.

O controlador SMC-1 possui ganho η maior que os demais controladores. Isso implica em uma busca pela superfície $S_u(t)$ com maior intensidade que os outros SMC's, o que resulta em um leve sobressinal. Na Figura 5.28, resposta referente a esse controlador, é possível verificar que o sinal de corrente apresenta uma variação considerável, mesmo em regime, isso ocorre devido ao elevado ganho de η . A faixa de erro de φ imposta por ϕ resulta em um pequeno erro em regime permanente, o que implica em IAE infinito com $t \rightarrow \infty$.

O controlador SMC-2 possui baixo ganho em η , o que implica em menos intensidade na busca pela superfície $S_u(t)$, fato observado na Figura 5.29, na qual se verifica uma subida lenta na resposta ao degrau. O elevado ganho em ζ reflete em uma amplificação do sinal de corrente após a estabilização. É observado também o erro em regime ocasionado devido a $\phi \neq 0$.

No controlador SMC-3 os parâmetros η e ζ não geram amplificações excessivas no sinal de corrente, justificando sua aplicação. No entanto, observa-se um maior erro em regime permanente, quando comparado com o SMC-2. Apesar desses controladores possuírem o mesmo ajuste em ϕ , isso ocorre devido aos diferentes ajustes em ζ . No caso do SMC-2, ζ elevado gera maiores oscilações no sinal de controle, o que reflete em um poder de atuação maior e conseqüentemente em um menor erro estacionário.

O ajuste realizado em SMC-4 permite verificar o efeito gerado pela substituição da função linear em faixa ($\delta(\varphi, \phi)$) por uma função de chaveamento ($\text{sgn}(\varphi)$). Esse chaveamento elimina o erro estacionário ao custo de oscilações abruptas no sinal de controle, o que reflete na corrente. Esse fenômeno, conhecido como “*chattering*”, instabiliza o sistema físico, fato não observado na simulação devido às dinâmicas não modeladas.

O SMC-5 apresenta condições ideais para aplicação no sistema físico. Considerando os mesmos valores do SMC-4 para as constantes η e ζ , otimizou-se ao máximo ϕ visando um erro estacionário baixo e um sinal de corrente com baixo nível de amplificação. Destaca-se que, para essa estrutura do SMC, a única maneira de eliminar o erro em regime permanente está no chaveamento do sinal de controle.

Na Figura 5.33 é possível verificar os dois estágios de operação do SMC-5. O primeiro diz respeito à busca pela superfície $S_u(t)$, no segundo ocorre a convergência exponencial, na qual o sistema se comporta com dinâmica de primeira ordem.

Figura 5.33 – Modos de operação do SMC-5.

Fonte: do Autor.

Analisando a resposta ao degrau junto com a variável $\varphi(t)$ é possível observar que em torno de 0,53 s as trajetórias alcançam a superfície $S_u(t)$, no entanto, nesse mesmo instante verifica-se que o sinal controlado ainda não alcançou a referência. A partir desse momento o sistema começa a operar com dinâmica linear de primeira ordem, com estabilização exponencial.

Devido à faixa de φ estabelecida pelos limites de ϕ na função $\delta(\varphi, \phi)$, o rastreamento perfeito fica comprometido, gerando um pequeno erro em regime permanente. No entanto, esse erro em regime pode ser corrigido adicionando o termo integral não linear (TINL). Devido à pequena faixa de atuação do TINL, a dinâmica em regime transitório imposta pelo SMC é pouco afetada, justificando sua utilização. Assim, um controlador híbrido denominado SMC-TINL soluciona o erro em regime permanente sem afetar o regime transitório. A equação de saída do controlador SMC-TINL é expressa pela equação (5.28), na qual se verifica a adição do TINL em paralelo ao SMC.

$$v_c(t) = \frac{1}{k_{pot1}} \left(\sqrt{u(t)} - k_{pot0} \right) + \int f_i(e_r) \cdot e_r(t) \cdot dt \quad (5.28)$$

Tomando-se o controlador SMC-5 e adicionando o TINL verificou-se o desempenho do mesmo através da resposta ao degrau, conforme resultados da Tabela 5.9 e Figura 5.34.

Tabela 5.9 – Controlador híbrido SMC-TINL.

Parâmetros do SMC-TINL		Critérios de Desempenho Resposta ao degrau
SMC	TINL	
$\zeta = 150$ $\eta = 0,4$ $\phi = 0,04$	$k_i = 1 \times 10^4$ $\alpha = 170000$ $\gamma = 0,4$	$IAE = 2 \times 10^{-5}$ $SMA = 0,01 \times 10^{-3} m$ $TMA = 0,04 s$ $EEM = 0 m$

Fonte: do Autor.

Figura 5.34 – Resposta ao degrau, controlador SMC-TINL.

Fonte: do Autor.

Na Figura 5.34 verifica-se uma resposta ao degrau rápida, sem alterações em regime transitório quando comparada ao SMC-5. O TINL corrige o erro estacionário conforme desejado. É importante notar que os parâmetros definidos no TINL são bem distintos dos NPID's já analisados. Isso ocorre porque a camada do erro em regime permanente no SMC é pequena, o que implica em uma janela de atuação menor na função $f_i(e_r)$. De modo geral, a junção das estruturas do SMC com a do TINL resulta no melhor desempenho verificado.

6 Simulações e Resultados Experimentais

O capítulo 6 visa apresentar resultados de simulações e experimentais envolvendo situações operacionais distintas, que permitam avaliar e discutir o desempenho dos controladores abordados nesta dissertação. O capítulo é dividido em cinco seções. A primeira apresenta resultados de levitação considerando a massa inicialmente apoiada em um suporte. A segunda, terceira e quarta seções apresentam resultados do sistema seguindo uma referência senoidal, triangular e quadrada, respectivamente. A última seção avalia os controladores em relação ao custo computacional. Todos os experimentos e simulações foram realizados com $T_a = 140 \mu s$, o que equivale a $F_s \approx 7143 \text{ Hz}$. Essa taxa foi escolhida visando utilizar a capacidade máxima de processamento do hardware.

6.1 Levitação da Base

Nesta seção são apresentadas simulações e resultados experimentais do sistema com a massa inicialmente apoiada em uma base com entreferro de $4,5 \times 10^{-3} \text{ m}$. Considerando uma referência com variação em degrau com valor final do entreferro de referência igual a $2 \times 10^{-3} \text{ m}$, verificou-se a resposta experimental frente a simulações para cada controlador projetado. As figuras a seguir apresentam os resultados de acordo com as topologias dos controladores vistas no capítulo 5.

Figura 6.1 – Levitação da base, controlador PID-3.

Fonte: do Autor.

Figura 6.2 – Levitação da base, controlador NPID-2.

Fonte: do Autor.

Figura 6.3 – Levitação da base, controlador SMC-5.

Fonte: do Autor.

Figura 6.4 – Levitação da base, controlador SMC-TINL.

Fonte: do Autor.

Analisando os resultados apresentados nas Figuras 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4 verifica-se que o modelo possui representatividade razoável do sistema quando a massa se encontra na base. Esse fato ocorre nos instantes iniciais do degrau, na qual se observa um deslocamento extremamente lento da massa durante o período de 0,05 s. Lembrando que os parâmetros do modelo foram identificados na faixa de $0,2 \times 10^{-3}$ m a $4,0 \times 10^{-3}$ m do entreferro, é plausível que o mesmo não represente bem o sistema real quando a massa se encontra com um entreferro maior do que $4,0 \times 10^{-3}$ m. A partir desse valor de entreferro o sistema físico apresenta limitações, exigindo alta corrente e podendo apresentar dificuldades no alinhamento do fluxo magnético entre mancal e massa ferromagnética. Esse fenômeno não foi modelado devido a dificuldades de estabilização da massa em entreferros maiores ao limite estabelecido. A Tabela 6.1 apresenta os resultados dos índices de desempenho das respostas experimentais.

Tabela 6.1 – Desempenho dos resultados experimentais, levitação da base.

<i>Crítérios de desempenho</i>	<i>PID-3</i>	<i>NPID-2</i>	<i>SMC-5</i>	<i>SMC-TINL</i>
<i>SMA [m]</i>	$1,19 \times 10^{-3}$	$0,12 \times 10^{-3}$	$0,02 \times 10^{-3}$	$0,01 \times 10^{-3}$
<i>IAE</i>	$4,2 \times 10^{-4}$	$1,9 \times 10^{-4}$	$2,84 \times 10^{-4}$	$3,1 \times 10^{-4}$
<i>EEM [m]</i>	0	0	$0,02 \times 10^{-3}$	0
<i>TMA [s]</i>	0,59	0,19	0,19	0,20

Fonte: do Autor.

Pela Tabela 6.1 verifica-se que o PID-3 apresentou o pior *SMA*, *IAE* e *TMA*. O NPID-2 apresentou resultados muito bons quando comparado com os demais, com baixo sobressinal e menor *IAE* entre os quatro controladores. O SMC-5 apresentou *SMA* e *EEM* quase desprezíveis, no entanto, foi o único controlador a apresentar erro em regime permanente. O SMC-TINL gerou o menor sobressinal com *TMA* pouco superior ao NPID-2 e SMC-5. É possível verificar também que o uso do TINL em conjunto com o SMC elimina o erro em regime permanente.

6.2 Referência Triangular

Nesta seção são apresentados os resultados do sistema seguindo uma referência triangular com frequência de 0,25 Hz, nível médio de $2,0 \times 10^{-3}$ m e $1,0 \times 10^{-3}$ m de amplitude (pico a pico). Por não se tratar de uma referência com degrau, os critérios de desempenho não são utilizados, sendo o desempenho avaliado apenas graficamente. As figuras a seguir apresentam as respostas para cada topologia de controlador.

Figura 6.5 – Referência triangular, controlador PID-3.

Fonte: do Autor.

Figura 6.6 – Referência triangular, controlador NPID-2.

Fonte: do Autor.

Figura 6.7 – Referência triangular, controlador SMC-5.

Fonte: do Autor.

Figura 6.8 – Referência triangular, controlador SMC-TINL.

Fonte: do Autor.

Os resultados experimentais e de simulação com relação à referência triangular revelam que os controladores com topologia PID e SMC seguem a referência com pequeno erro. Esse fenômeno não ocorre com os controladores NPID e SMC-TINL, revelando um melhor desempenho desses dois últimos controladores.

6.3 Referência Senoidal

Nesta seção são apresentados os resultados do sistema seguindo uma referência senoidal com mesma frequência, nível médio e amplitude da referência triangular da seção 6.2. As figuras a seguir apresentam os resultados.

Figura 6.9 – Referência senoidal, controlador PID-3.

Figura 6.10 – Referência senoidal, controlador NPID-2.

Figura 6.11 – Referência senoidal, controlador SMC-5.

Fonte: do Autor.

Figura 6.12 – Referência senoidal, controlador SMC-TINL.

Fonte: do Autor.

Os resultados do sistema seguindo uma referência senoidal não diferem muito dos resultados em relação à referência triangular. Na Figura 6.9 é possível verificar uma pequena defasagem entre o sinal controlado e referência. O controlador SMC também apresenta um erro ao longo da excursão da referência, Figura 6.11. Já os controladores NPID e SMC-TINL conseguem anular o erro conforme Figura 6.10 e Figura 6.12 respectivamente.

6.4 Referência Quadrada

As referências utilizadas na seção 6.2 e 6.3 (triangular e senoidal), por não gerarem variações abruptas, não permitem avaliar com clareza os desempenhos dos controladores. Por esse motivo, são apresentados nesta seção resultados diante de uma referência quadrada. Esse sinal, constituído de degraus, permite avaliar os controladores em transientes rápidos. A onda quadrada utilizada possui mesma frequência, amplitude e nível médio da onda triangular e senoidal das seções anteriores. As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos em simulação e experimentalmente.

Figura 6.13 – Referência quadrada, controlador PID-3.

Fonte: do Autor.

Figura 6.14 – Referência quadrada, controlador NPID-2.

Fonte: do Autor.

Figura 6.15 – Referência quadrada, controlador SMC-5.

Fonte: do Autor.

Figura 6.16 – Referência quadrada, controlador SMC-TINL.

Fonte: do Autor.

Diante das Figuras 6.13 a 6.16 é possível verificar que o controlador PID (Figura 6.13) apresenta uma resposta pouco eficiente, com elevado SMA e significativo TMA. O controlador NPID (Figura 6.14) gera um tempo de acomodação menor quando comparado ao PID. É possível verificar que as respostas da simulação e experimental apresentam diferenças no regime transitório, essa ocorrência se deve à excitação de dinâmicas não modeladas, já que o sinal de corrente desse controlador apresenta oscilações mais intensas no regime transitório. Diante disso, é possível verificar graficamente que a resposta experimental do NPID apresenta menor sobressinal do que a da simulação. Os controladores

SMC e SMC-TINL (Figura 6.15 e Figura 6.16 respectivamente) apresentam um regime transitório rápido e sem oscilações intensas na corrente, sendo esse um grande marco dessa topologia de controlador. A diferença entre o SMC e o SMC-TINL fica evidenciada pelo erro em regime permanente, verificada apenas no SMC. A Tabela 6.2 apresenta os critérios de desempenho dos resultados experimentais para a referência quadrada.

Tabela 6.2 – Desempenho dos resultados experimentais, referência quadrada.

<i>Critérios de desempenho</i>	<i>PID-3</i>	<i>NPID-2</i>	<i>SMC-5</i>	<i>SMC-TINL</i>
<i>SMA [m]</i>	$0,46 \times 10^{-3}$	$0,23 \times 10^{-3}$	$0,03 \times 10^{-3}$	$0,04 \times 10^{-3}$
<i>IAE</i>	$7,2 \times 10^{-4}$	$7,54 \times 10^{-5}$	$1,39 \times 10^{-4}$	$7,06 \times 10^{-5}$
<i>EEM [m]</i>	0	0	$0,03 \times 10^{-3}$	0
<i>TMA [s]</i>	0,23	0,13	0,06	0,06

Fonte: do Autor.

Analisando a Tabela 6.2 é possível concluir que os controladores SMC-5 e SMC-TINL apresentam os melhores indicadores de desempenho. A significativa diferença entre esses dois controladores está na correção do erro em regime devido à utilização do TINL. A utilização desse termo é justificada ao ser verificado um pequeno acréscimo de sobressinal ($0,01 \times 10^{-3}$ m) no SMC-TINL em relação ao SMC. Já o controlador PID apresentou os piores índices de desempenho em regime transitórios. O controlador NPID apresentou um ganho de eficiência significativo quando comparado ao PID, com IAE extremamente próximo do SMC-TINL.

É importante destacar que a referência quadrada utilizada nas simulações e nos ensaios experimentais possui as mesmas características (nível médio e amplitude) do degrau utilizado no projeto dos controladores. Excursões maiores na variável controlada podem gerar desempenhos indesejados, já que os projetos dos controladores estão atrelados à faixa de operação do sistema. Esse fato deve ser considerado apenas para os controladores PID e NPID, já que os mesmos não possuem informações da dinâmica da planta. Diferentemente ocorre com a topologia do SMC, que possui internamente dados do modelo do sistema. Isso revela que o controlador SMC/SMC-TINL consegue trabalhar em uma faixa de operação menos limitada, quando comparado ao PID e NPID. Diante disso, simulações e ensaios

experimentais foram realizados visando verificar o desempenho do controlador SMC-TINL na excursão máxima de operação da variável controlada. A Figura 6.17 apresenta a resposta obtida em simulação e experimentalmente para uma excursão de $4,0 \times 10^{-3}$ m de pico a pico em torno de $2,4 \times 10^{-3}$ m.

Figura 6.17 – Máxima faixa de operação, controlador SMC-TINL.

Fonte: do Autor.

Analisando a Figura 6.17 é possível verificar que o sistema em MF com controlador SMC-TINL possui bom desempenho em torno dos limites de operação da variável controlada. A Tabela 6.3 apresenta os índices de desempenho da resposta experimental.

Tabela 6.3 – Desempenho dos resultados experimentais, máxima faixa de operação.

<i>Critérios de desempenho</i>	<i>SMC-TINL</i>
<i>SMA [m]</i>	$0,06 \times 10^{-3}$
<i>IAE</i>	$7,19 \times 10^{-4}$
<i>EEM [m]</i>	0
<i>TMA [s]</i>	0,23

Fonte: do Autor.

O regime transitório da subida da massa levitada na Figura 6.17 pode ser melhor analisado através da variável $\varphi(t)$, Figura 6.18.

Figura 6.18 – Regime transitório, controlador SMC-TINL.

Pela Figura 6.18 pode-se identificar as fases do controlador SMC-TINL no regime transitório. Inicialmente, no momento da variação da referência, as trajetórias se afastam da superfície $S_u(t)$. Logo após o controle começa a atuar, caracterizando a fase de alcance da superfície de deslizamento. O tempo de alcance (t_{alc}) define o período que $\varphi(t)$ leva para atingir o valor nulo. Já nessa superfície, em torno de 2,53 s, o sistema entra em modo deslizante visando atingir a referência. É importante destacar que no SMC puro, em modo deslizante o sistema possui dinâmica de primeira ordem com constante de tempo de $1/\zeta$. Já no SMC-TINL, o TINL atua justamente nos instantes em que o sistema se encontra em modo deslizante, alterando um pouco a dinâmica de primeira ordem do SMC. A Figura 6.19 apresenta uma nova perspectiva da resposta do sistema com $\varphi(t)$ em função do entferro. Nesse gráfico é possível verificar que $\varphi(t)$ atinge o valor nulo instantes antes do sinal controlado atingir a referência.

Figura 6.19 – $\varphi(t)$ em função do entreferro, máxima faixa de operação.

Fonte: do Autor.

As trajetórias do sistema, representadas pelos estados $\tilde{x}$ e $\dot{\tilde{x}}$, erro de acompanhamento do entreferro e da velocidade respectivamente, são apresentadas nas Figuras 6.20 e 6.21, nas quais é possível verificar o comportamento do controlador SMC-TINL.

Figura 6.20 – Trajetórias dos estados, máxima faixa de operação.

Fonte: do Autor.

Figura 6.21 – $\varphi(t)$ em função das trajetórias dos estados, máxima faixa de operação.

Os deslocamentos das trajetórias destacados pela Figura 6.20 e Figura 6.21 indicam que as mesmas sempre buscam atingir a superfície $S_u(t)$. Por se tratar de um sistema de segunda ordem, fica evidenciado pela Figura 6.20 a representação $S_u(t)$ por uma reta no plano definido pelos estados $\tilde{x}$ e $\dot{\tilde{x}}$, delimitada por $\pm\Phi$. A Figura 6.21 mostra que a entrada das trajetórias na superfície $S_u(t)$ ocorre justamente quando $\varphi(t)$ atinge o valor nulo.

6.5 Análise do Custo Computacional

O custo computacional relacionado ao processamento dos controladores pode ser quantificado pelo tempo necessário para processar um laço de controle. Os controladores digitais foram projetados para trabalhar com $T_a = 140 \mu s$. Assim, é importante que o processamento de cada amostra leve um tempo inferior a T_a . Considerando os experimentos da seção 6.4, as figuras a seguir apresentam o tempo necessário de processamento de um laço de controle.

Figura 6.22 – Tempo de processamento de um laço de controle, PID-3.

Fonte: do Autor.

Figura 6.23 – Tempo de processamento de um laço de controle, NPID-2.

Fonte: do Autor.

Figura 6.24 – Tempo de processamento de um laço de controle, SMC-5.

Fonte: do Autor.

Figura 6.25 – Tempo de processamento de um laço de controle, SMC-TINL.

Fonte: do Autor.

As Figuras 6.22 a 6.25 revelam que o controlador que exige menor esforço computacional é o PID, na qual não se verifica nenhuma ocorrência de *jitter*. Nos controladores NPID, SMC e SMC-TINL é observado a ocorrência do *jitter*. Isso é indesejado, já que o controle realiza cálculos com parâmetros pré-definidos, que não estão de acordo com o período entre cada amostra coletada. No caso dessa ocorrência no processamento dos controladores NPID, SMC e SMC-TINL, foi verificado experimentalmente que o nível de *jitter* não afetou o desempenho dos controladores. A Tabela 6.4 apresenta o tempo médio de processamento de um laço de controle para cada controlador.

Tabela 6.4 – Tempo médio de processamento de um laço de controle.

<i>PID-3</i>	<i>NPID-2</i>	<i>SMC-5</i>	<i>SMC-TINL</i>
91,34 μ s	98,31 μ s	103,82 μ s	116,10 μ s

Fonte: do Autor.

Analisando a Tabela 6.4 fica evidente que o custo computacional médio obtido é diretamente relacionado ao desempenho, resultado coerente, já que com o aumento da complexidade do controlador espera-se um maior processamento de informações e, consequentemente, uma melhor eficiência do mesmo.

7 Conclusões

No presente trabalho estudou-se um modelo matemático com abordagem fenomenológica e ajuste paramétrico experimental. A estrutura do modelo com utilização de um polinômio permitiu obter informações significativas ao longo de entrefeitos de equilíbrio. A identificação paramétrica do modelo levou a obter um polinômio com grau dois, resultado já esperado devido a modelos conhecidos na literatura. Sabendo que as representações matemáticas de sistemas físicos possuem erros, obtiveram-se dados através de experimentos, que permitiram construir um polinômio com faixas delimitadoras do erro de modelagem, informação fundamental no projeto do controlador robusto SMC.

O primeiro controlador avaliado foi um PID clássico linear. Através da linearização do modelo não linear foram realizadas diversas análises, considerando a alocação de polos. Após determinar a dinâmica desejada do sistema em malha fechada, analisou-se a estabilidade local em diferentes entrefeitos, considerando também a faixa do erro de modelagem. Apesar das limitações de controladores lineares em plantas não lineares, o controlador PID conseguiu operar o sistema dentro de uma faixa estabelecida e com estabilidade local comprovada.

O segundo controlador analisado foi o PID não linear (NPID). Através de uma série de estudos, ajustaram-se as funções não lineares que definiram os ganhos do controlador. Devido às características do sistema, verificou-se que o TINL foi o termo com maior importância, devido à sua atuação em situações com erro pequeno. Pelos resultados obtidos em simulações e em experimentos ficou claro que as não linearidades do NPID geraram um desempenho superior ao do PID.

O terceiro e mais complexo controlador projetado foi o SMC. Devido às informações da dinâmica da planta inseridas na estrutura interna do controlador, foi verificado um excelente desempenho quando comparado ao PID e NPID. O SMC também se destacou em operações com excursões grandes na variável controlada. A única limitação da estrutura do SMC utilizada foi o erro em regime permanente, corrigido pelo uso do TINL. Dessa forma, o controlador híbrido SMC-TINL gerou excelentes resultados em regime estacionário e transitório.

Os ensaios experimentais validaram o projeto dos controladores realizados através de simulações. Além disso, observou-se que o modelo matemático apresentou boa representatividade do sistema real, fato verificado pelas respostas de simulação e experimentais. Os controladores apresentaram desempenhos semelhantes frente a referências senoidais e triangulares. Esses sinais, por não exigirem variações abruptas na variável controlada, não permitem verificar efetivamente o desempenho dos controladores. Já as referências envolvendo sinais compostos por degraus revelaram que os controladores com dinâmica não linear apresentam melhor eficiência quando comparados ao PID linear. Os custos computacionais dos controladores apresentaram relação direta com os desempenhos obtidos.

7.1 Perspectivas de Trabalhos Futuros

O modelo do mancal eletromagnético pode ser ampliado. Fenômenos como a influência da temperatura poderiam garantir maior representatividade do modelo em relação ao sistema físico. Além disso, existe uma dinâmica radial que faz com que a massa se desloque na direção perpendicular ao eixo do mancal. Esse fenômeno pode ser observado experimentalmente em transientes intensos, como em degraus com amplitude significativa. A utilização de um modelo com dois graus de liberdade permitiria o estudo de um controle multivariável, com atuação axial e radial.

A definição dos parâmetros do controle por modos deslizantes foi realizada através de análises de simulações. Algoritmos de otimização poderiam ser utilizados visando obter um controle com ajuste ótimo de maneira automática.

7.2 Artigo Publicado

CARNEIRO, B. G.; GARCIA, C. *Análise de controladores não lineares aplicados a um sistema de levitação eletromagnética*. XXI Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2016, anais do XXI Congresso Brasileiro de Automática, Vitória – ES, Brasil, 2016.

Referências Bibliográficas

- ALIPOUR, H.; SHARIFIAN, M. B. B.; AFSHARIRAD, H. *A PID Sliding Mode Control for Ropeless Elevator Maglev Guiding System*. Energy and Power Engineering, 2012, vol. 4, pp. 158 – 164, 2012.
- ASTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, USA, 1995.
- BANERJEE, S.; PRASAD, D.; PAL, J. *Large gap control in electromagnetic levitation*. ISA Transactions, vol. 45, pp. 215-224, 2006.
- BARTOSZEWICZ, A.; PATTON, R. Editorial Sliding Mode Control. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 21, pp. 635 – 637, 2007.
- BITTAR, A. *Controle da Suspensão Eletromagnética do Protótipo de um Veículo*. Tese de Doutorado – Universidade de São Paulo, Brasil, 1998.
- CHARARA, A.; MIRAS, J.; CARON, B. *Nonlinear Control of a Magnetic Levitation System Without Premagnetization*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 4, no. 5, pp. 513-523, 1996.
- CHIBA, A.; FUKAO, T.; ICHIKAWA, O.; OSHIMA, M.; TAKEMOTO, M.; DORREL, D. G. *Magnetic Bearing and Bearingless Drives*. Elsevier – Newnes, Burlington, MA, 2005.
- FORRAI, A.; UEDA, T.; YUMURA, T. *Electromagnetic Actuator Control: A Linear Parameter-Varying (LPV) Approach*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 54, no. 3, pp. 1430-1441, 2007.
- GARCIA, C. *Modelagem e Simulação*. 2. ed. São Paulo, Brasil: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.
- GARRIDO, R.; LIZARRAGA, M. J.; CASTRO, G. *Improving settling time in a servo using a simple nonlinear PD controller*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, vol. 2, pp. 716-718, 2000.
- GARRIDO, R.; SORIA, A. *Control of a servomechanism using nonlinear damping*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, part I, Journal of Systems and Control Engineering, vol. 219, no. 4, pp. 295-299, 2005.
- GHOSH, A.; KRISHNAN, T. R.; TEJASWY, P.; MANDAL, A.; PRADHAN, J.K.; RANASINGH, S. *Design and implementation of a 2-DOF PID compensation for magnetic levitation systems*. ISA Transactions, vol. 53, pp. 1216 – 1222, 2014.

GOLOB, M.; TOVORNIK, B. *Modeling and control of the magnetic suspension system*. ISA Transactions, vol. 42, pp. 89 – 100, 2003.

GOSIEWSKI, Z.; MYSTKOWSKI, A. *Robust control of active magnetic suspension: Analytical and experimental results*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 22, pp. 1297 – 1303, 2008.

GURBANI, C.; KUMAR, V.; KUMAR, A. *Sliding Mode Control of Magnetic Levitation System using Nonlinear Time-Varying Sliding Surface*. 3rd International Conference on Computational Techniques and Artificial Intelligence (ICCTAI'2014), Singapore, pp. 83 – 86, 2014.

GUTIERREZ, H. M.; RO, P. I. *Sliding-Mode Control of a Nonlinear-Input System: Application to a Magnetically Levitated Fast-Tool Servo*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 15, no. 6, pp. 921 – 927, 1998.

HAJJAJI, A. E.; OULADSINE, M. *Modeling and Nonlinear Control of Magnetic Levitation Systems*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 48, no. 4, pp. 831 – 838, 2001.

HAWWA, M. A.; MASOUD A. A. *A nonlinear PID servo controller for computer hard disk drives*. 9th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, 2006, pp. 672-676, 2006.

HELENE, O. *Método dos Mínimos Quadrados Com Formalismo Matricial*. Editora Livraria da Física, 1^a edição, São Paulo, 2006.

ISAYED, B. M.; HAWWA, M. A. *A Nonlinear PID Control Scheme for Hard Disk Drive Servosystems*. 15th Mediterranean Conference on Control & Automation. Athens, Grécia, pp. 1 – 6, 2007.

KHEMISS, Y. *Control Using Sliding Mode of the Magnetic Suspension System*. International Journal of Electrical & Computer Sciences IJECS-IJENS, vol. 10, no 3, pp. 1 – 5, 2010.

KIM, Y. C.; KIM, K. H. *Gain Scheduled Control of Magnetic Suspension System*. Proceedings of the American Control Conference, Baltimore, Maryland, EUA, pp. 3127 – 3131, 1994.

KUO, C. L.; LI, T. H. S. *Design of a Novel Fuzzy Sliding-Mode Control for Magnetic Ball Levitation System*. Journal of Intelligent and Robotic System, vol. 42, pp. 295 – 316, 2005.

LEE, J. H.; ALLAIRE, P. E.; TAO, G.; ZHANG, X. *Integral Sliding-Mode Control of a Magnetically Suspended Balance Beam: Analysis, Simulation, and Experiment*. IEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 6, no. 3, pp. 338 – 346, 2001.

LEE, Y. S.; YANG, J. H.; SHIM, S. Y. *A New Model of Magnetic Force in Magnetic Levitation System*. Journal of Electrical Engineering & Technology, vol. 3, no. 4, pp. 584 – 592, 2008.

MUTHAIRI, N. F. A.; ZRIBI, M. *Sliding Mode Control of a Magnetic Levitation System*. Mathematics Problems in Engineering, vol. 2, pp. 93 – 107, 2004.

OGATA, K.; *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson Prentice Hall, 4ª edição, 2003.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W.; BUCK, J. R. *Discrete-Time Signal Processing*. Second Edition, Prentice Hall, New Jersey, 1999.

PORSCH, M. C. *Projeto de um sistema de controle para um rotor apoiado por mancais magnéticos*. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo, Brasil, 1996.

ROCHA, P. H. *Controle H_∞ Não-Linear Aplicado em Sistema de Levitação Magnética: Projeto e Implementação em DSP de Ponto-Fixo*. Tese de Doutorado – Universidade de São Paulo, Brasil, 2009.

RUGH, W. J.; SHAMMA, J. S. *Research on gain scheduling*. Automatica, vol. 36, pp. 1401-1425, 2000.

SERAJI, H. *A new class of nonlinear PID controllers with robotic applications*. Journal of Robotic Systems, vol. 15, no. 3, pp. 161-181, 1998.

SINHA, P. K.; PECHEV, A. N. *Model reference adaptive control of a maglev system with stable maximum descent criterion*. Automatica, vol. 35, pp. 1457-1465, 1999.

SHAHRUZ, S. M.; SCHWARTZ, A. L. *Design and optimal tuning of nonlinear PI compensators*. Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 83, no. 1, pp. 181 – 198, 1994.

SHEN, J. C. *H_∞ Control and Sliding Mode Control of Magnetic Levitation System*. Asian Journal of Control, vol. 4, no. 3, pp. 333 – 340, 2002.

SHIEH, H. J.; SIAO, J. H.; LIU, Y. C. *A Robust Optimal Sliding-Mode Control Approach for Magnetic Levitation Systems*. Asian Journal of Control, vol. 12, no. 4, pp. 480 – 487, 2010.

SLOTINE, J. J. E.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, New Jersey, 1991.

SMITH, S. W.; *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. California Technical Publishing, Second Edition, 1999.

SOARES, P. M. O. R.; *Discretização de Controladores Contínuos*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1996.

STRANG, G. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley – Cambridge Press, Fourth Edition, 2009.

SUM, Z. G.; CHEUNG, N. C.; GAN, W. C. *The application of disturbance observer-based sliding mode control for magnetic levitation systems*. Proc. IMechE Vo. 224 Part C: Mechanical Engineering Science, pp. 1635 – 1644, 2009.

TRUMPER, D. L.; OLSON, S. M.; SUBRAHMANYAN, P. K. *Linearizing Control of Magnetic Suspension Systems*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 5, no. 4, pp. 427 – 438, 1997.

UTKIN, V. I. *Sliding Modes and their application to variable structure systems*, MIR Publishers, Moscow, 1978.

WU, F. *Switching LPV Control Design for Magnetic Bearing Systems*. Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications, Cidade do México, México, pp. 41 – 46, 2001.

XU, Y. D.; YANG, J.; DU, Q. *Nonlinear PI active queue management based on hyperbolic secant functions*. IEEE Proceedings of 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, vol. 2, parte 2, pp 715-720, 2005.

YANG, Z. J.; KUNITOSHI, K.; KANAE, S.; WADA, K. *Adaptive Robust Output-Feedback Control of a Magnetic Levitation System by K-Filter Approach*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 55, no. 1, pp 390 – 399, 2008.

YANG, Z. J.; TATEISHI M. *Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation system*. Automatica, vol. 37, pp. 1125-1131, 2001.

ZAIDNER, G.; KOROTKIN, S.; SHTEIMBERG, E.; ELLENBOGEN, A.; ARAD, M.; COHEN, Y. *Non Linear PID and its application in Process Control*. IEEE 26-th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel, pp. 574 – 577, 2010.

ZHANG, L.; ZHANG, Z.; LONG, Z.; HAO, A. *Sliding Mode Control with Auto-Tuning Law for Maglev System*. Engineering, 2010, vol. 2, pp. 107 – 112, 2010.