EDSON JOSÉ CARDOSO DE SOUZA

**CONTROLE ANTI-OSCILATÓRIO DE TEMPO MÍNIMO
PARA GUINDASTE USANDO A PROGRAMAÇÃO LINEAR**

São Paulo

2009

Edson José Cardoso de Souza

**Controle anti-oscilatório de tempo mínimo para guindaste
usando a Programação Linear**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para a obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

São Paulo

2009

Edson José Cardoso de Souza

**Controle anti-oscilatório de tempo mínimo para guindaste
usando a Programação Linear**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para a obtenção do
Título de Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador:
Prof. Dr. José Jaime da Cruz

São Paulo

2009

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 06 de novembro de 2009.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Souza, Edson José Cardoso de

Controle anti-oscilatório do tempo mínimo para guindaste usando a programação linear / E.J.C. de Souza. --- ed.rev. -- São Paulo, 2009.

102 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1. Sistemas de controle 2. Controle ótimo 3. Programação linear 4. Otimização matemática 5. Guindastes I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II. t.

*A meus pais,
José e Adelaide*

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. José Jaime da Cruz pela atenção em todo período da pesquisa e dissertação. Foi uma grata experiência tê-lo como orientador e agora como amigo, por quem tenho uma grande admiração não só por seu conhecimento, capacidade e brilhantismo, mas também por sua simplicidade, paciência e dedicação, o que o torna um modelo para mim. O Professor Jaime, com suas aulas magistrais e sua didática cuidadosa, é daqueles raros profissionais que conseguem despertar o melhor dos alunos e que honram a carreira acadêmica.

À minha querida Lourdinha pelo incondicional apoio, e meus filhos Mariana e Marcelo, que foram compreensivos com minha “ausência” em muitos fins-de-semana.

Aos grandes professores Cláudio Garcia, Fuad Kassab Júnior e José Roberto Castilho Piqueira do LAC-POLI-USP pela qualidade de suas aulas e pelo estímulo e amizade.

Acima de tudo, ao Grande Arquiteto do Universo por permitir esta realização.

RESUMO

SOUZA, E. J. C. **Controle anti-oscilatório de tempo mínimo para guindaste usando a programação linear**. 2009. 100 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, São Paulo, 2009.

O problema de transferir uma carga ao se movimentar num plano em tempo mínimo e sem oscilação no ponto de descarga, num guindaste portuário tipo pórtico é investigado neste trabalho. Assume-se que a carga esteja inicialmente em repouso na posição vertical no ponto de carga acima do navio e igualmente em repouso no ponto de descarga na moega de alimentação no porto. Assume-se também que o carro do guindaste esteja em repouso em ambos os pontos. Um modelo completo é apresentado para o sistema do guindaste onde as equações dinâmicas não-lineares são linearizadas para ângulos de oscilação pequenos o suficiente e reescritas para a forma adimensional. A solução de tempo mínimo é buscada considerando como variáveis de controle as funções do tempo que descrevem tanto a força aplicada no carro para produzir seu deslocamento horizontal, como a velocidade de içamento da carga. Um método iterativo preditor-corretor usando a Programação Linear (PL) é proposto, baseado no modelo do sistema de tempo discreto onde as variáveis de controle são tomadas constantes por trechos. Na etapa corretora, assume-se que o movimento de içamento é dado e uma solução de tempo mínimo é obtida resolvendo-se uma sequência de problemas de PL de tempo fixo e máximo deslocamento. Na etapa preditora, um modelo linearizado é empregado para obter-se uma correção ótima do movimento de içamento usando a PL. O problema de controle de tempo mínimo é formulado levando-se em consideração restrições práticas na velocidade do carro do guindaste, velocidade máxima de içamento, assim como na máxima força que pode ser aplicada ao carro. Resultados numéricos são apresentados e mostram a efetividade do método.

Palavras-chave: *Controle anti-oscilatório, controle de tempo mínimo, controle ótimo, programação linear, controle de guindaste.*

ABSTRACT

SOUZA, E. J. C. **Minimum-time anti-swing control of gantry cranes using linear programming**. 2009. 100 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, São Paulo, 2009.

The problem of minimum-time anti-swing transfer of a load in a ship-to-pier gantry crane is investigated in this work. The load is assumed to be initially at rest at the vertical position at the loading point above the ship and equally at rest at the unloading point above the hopper. The trolley is also assumed to be at rest at both points. A complete model is presented for the crane system where the nonlinear dynamic equations are linearized for sufficiently small swing angles and then rewritten in dimensionless form. The minimum-time solution is sought by considering as control variables both the force applied on the trolley that produces its horizontal motion and the hoisting speed of the load as functions of time. A predictor-corrector iterative method using Linear Programming (LP) is proposed based on a discrete-time model of the system where the control variables are taken as stepwise constants. At the corrector step, the hoisting motion is assumed given and a minimum-time solution is obtained by solving a sequence of LP problems representing fixed-time maximum-range problems. At the predictor step, a linearized model is employed to obtain an optimal correction of the hoisting motion using LP. The minimum-time control problem is formulated by taking into account practical constraints on the maximum speeds of both the trolley and the load hoisting, as well as on the maximum force that can be applied to the trolley. Numerical results are presented and show the effectiveness of the method.

Keywords: *Anti-swing control, minimum-time control, optimal control, linear programming, gantry crane control.*

LISTA DE SÍMBOLOS

LISTA DE SÍMBOLOS CUJA PRIMEIRA LETRA É LATINA

$a_{T\max}$	Aceleração máxima do carro
$\mathbf{A}(\tau)$	Matriz dos coeficientes de estado
$\overline{\mathbf{A}}(\tau)$	Valores nominais da matriz $\mathbf{A}(\tau)$
$\mathbf{B}(\tau)$	Matriz dos coeficientes de controle
$\overline{\mathbf{B}}(\tau)$	Valores nominais da matriz $\mathbf{B}(\tau)$
E_C	Energia cinética total
E_{CD}	Energia cinética do tambor de enrolamento do cabo localizado no carro
E_{CL}	Energia cinética da carga
E_{CT}	Energia cinética do carro
E_p	Energia potencial total
$\mathbf{E}(\tau)$	Matriz dos coeficientes de estado do modelo incremental
$\bar{f}(\tau)$	Vetor de constantes calculadas da otimização original.
$F_L(t)$	Força aplicada ao cabo que move a carga
$F_{T\max}$	Máxima força horizontal que pode ser fornecida pelo motor de deslocamento
$F_T(t)$	Força horizontal instantânea aplicada ao carro
g	Aceleração da gravidade (9,81 m/s ²)
$\mathbf{G}(\tau)$	Matriz dos coeficientes de controle do modelo incremental
I	Momento de inércia do tambor de içamento
$l(t)$	Comprimento do cabo em unidades dimensionais
$l_{\min}$	Mínimo comprimento do cabo em unidades dimensionais
L	Lagrangeana
m_D	Massa do tambor de içamento
m_L	Massa da carga do guindaste
m_T	Massa do carro do guindaste
n	Número de passos da discretização
$\dot{q}$	Derivada de q em relação ao tempo dimensional

$\ddot{q}$	Segunda derivada de q em relação ao tempo dimensional
$\overline{Q}(\tau)$	Valores nominais para a variável $Q(\tau)$ (A mesma notação será usada para as outras variáveis).
r	Raio do tambor de içamento
$T_D(t)$	Torque do motor de içamento refletido na posição máxima do raio do tambor de içamento
t	Tempo em unidades dimensionais
t_0	Tempo inicial em unidades dimensionais
t_f	Tempo final em unidades dimensionais
$u_{T_{\max}}$	Esforço adimensional máximo de controle
$u_T(\tau)$	Esforço adimensional de controle
$\bar{u}_T(\tau)$	Valores nominais de $u_T(\tau)$
u_{T_2}	Esforço de controle resultante da soma do valor nominal e da variação
$v_{\max}$	Velocidade absoluta máxima do carro em unidades dimensionais
$v(\tau)$	Controle correspondente à derivada da variação $\lambda(\tau)$ em relação ao tempo adimensional
$\vec{V}_L$	Velocidade resultante da carga
$w(t)$	Velocidade angular do tambor de içamento ($d\theta/dt$)
$\mathbf{X}(\tau)$	Vetor de estados do modelo original
$\overline{\mathbf{X}}(\tau)$	Valores nominais de $\mathbf{X}(\tau)$
$\overline{\mathbf{X}}'(\tau)$	Valores nominais de $\mathbf{X}'(\tau)$
$x_1(\tau)$	Estado que representa a distância percorrida pelo carro
$x_2(\tau)$	Estado que representa a velocidade do carro
$x_3(\tau)$	Estado que representa o ângulo de oscilação do cabo da carga com a vertical
$x_4(\tau)$	Estado que representa a velocidade angular do cabo
$x_T(t)$	Posição do carro em unidades dimensionais
y'	Derivada de y em relação ao tempo adimensional
y''	Segunda derivada de y em relação ao tempo adimensional

LISTA DE SÍMBOLOS CUJA PRIMEIRA LETRA É GREGA

α	Razão entre a massa da carga e a do carro
$\chi(\tau)$	Matriz de estados incrementais
$\Gamma_k(i)$	Matriz de coeficientes da Programação Linear do modelo nominal.
$\Delta \mathbf{A}(\tau)$	Pequena variação na matriz $\mathbf{A}(\tau)$
$\Delta \mathbf{B}(\tau)$	Pequena variação na matriz $\mathbf{B}(\tau)$
$\Delta \mathbf{X}(\tau)$	Vetor de estados das variações em relação aos valores nominais
$\Delta \mathbf{X}'(\tau)$	Pequena variação linear nos valores nominais de $\mathbf{X}'(\tau)$
$\Delta x_1(\tau)$	Estado que representa a variação da posição do carro em relação à nominal
$\Delta x_2(\tau)$	Estado que representa a variação velocidade do carro em relação à nominal
$\Delta x_3(\tau)$	Estado que representa a variação do ângulo de oscilação do cabo da carga com a vertical em relação à nominal
$\Delta x_4(\tau)$	Estado que representa a variação da velocidade angular do cabo da carga com a vertical em relação à nominal
$\Delta x_5(\tau)$	Estado que representa a variação do içamento em relação ao valor nominal
$\Delta u(\tau)$	Pequena variação linear no vetor $u_T(\tau)$
$\mu(i)$	Vetor de controles do modelo variacional englobando a variação do esforço de controle em relação à nominal e a variação da velocidade de içamento.
$\theta(t)$	Deslocamento angular do tambor de içamento
$\lambda_{\min}$	Comprimento adimensional mínimo do cabo
$\lambda_{\max}$	Comprimento adimensional máximo do cabo
$\lambda(\tau)$	Comprimento adimensional do cabo
$\lambda'(\tau)$	Velocidade adimensional de içamento
$\lambda''(\tau)$	Aceleração adimensional de içamento
σ_f	Distância adimensional da ponte a ser percorrida pelo carro
$\sigma'_{\max}$	Velocidade adimensional máxima do carro
$\sigma(\tau)$	Posição adimensional do carro
τ	Tempo adimensional
τ_0	Tempo adimensional inicial

τ_f	Tempo adimensional final
$\varphi(t)$	Ângulo do cabo com a vertical em radianos
$\phi(\tau)$	Ângulo do cabo com a vertical em unidades transformadas
$\phi'(\tau)$	Velocidade angular transformada de oscilação do cabo da carga com a vertical
$\phi''(\tau)$	Aceleração angular transformada de oscilação do cabo da carga com a vertical
$\Phi(\tau, \xi)$	Matriz de transição do sistema nominal
$\Phi_\Delta(x, y)$	Matriz de transição do sistema incremental
$\Omega_k(i)$	Matriz de coeficientes da Programação Linear do modelo incremental.

LISTA DE FIGURAS

Cap. 2 – O modelo dinâmico

Fig. 2.1 – Guindaste portuário tipo pórtico para descarga de minério.....	24
Fig. 2.2 – Representação esquemática das variáveis da dinâmica do guindaste	25

Seção 2.5 – Representação esquemática das variáveis da dinâmica do guindaste

Fig. 2.3 – Representação esquemática das variáveis adimensionais da dinâmica do guindaste	41
--	----

Cap. 3 – Seção 3.6 – Resultados da otimização com içamento dado

Fig. 3.1 – Perfil de içamento dado	49
Fig. 3.2 – Velocidade do içamento dado	50
Fig. 3.3 – Posição do carro no tempo como resultado da otimização	50
Fig. 3.4 – Esforço de controle no carro do guindaste	51
Fig. 3.5 – Aceleração do carro do guindaste	51
Fig. 3.6 – Velocidade do carro do guindaste	52
Fig. 3.7 – Deslocamento angular da carga do guindaste	52
Fig. 3.8 – Velocidade angular da carga do guindaste	53

Cap. 4 – Seção 4.4 – A sequência de passos preditor-corretor

Fig. 4.1 – Fluxograma da iterações preditor-corretor	69
--	----

Cap. 5 – Seção 5.1 – Otimização com barreiras verticais limitando o curso da carga ao longo da trajetória.

Fig. 5.1 – Perfil de içamento	71
Fig. 5.2 – Evolução do tempo mínimo ao longo dos passos preditor-corretor	71
Fig. 5.3 – Velocidade de içamento em função do tempo	72
Fig. 5.4 – Posição do carro em função do tempo	72
Fig. 5.5 – Deslocamento angular	73
Fig. 5.6 – Velocidade do carro	73
Fig. 5.7 – Velocidade angular	74
Fig. 5.8 – Aceleração do Carro	74
Fig. 5.9 – Esforço de controle no carro	75

Fig. 5.10 – Perfil de içamento sem oscilação na região de cabo retraído	76
Fig. 5.11 – Velocidade de içamento sem oscilação na região de cabo retraído	77

Cap. 5 – Seção 5.2 – Otimização sem barreiras verticais

Fig. 5.12 – Perfil de içamento para trajetória sem barreiras com perfil inicial crescente	78
Fig. 5.13 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos preditor-corretor	78
Fig. 5.14 – Velocidade de içamento	79
Fig. 5.15 – Posição do carro	79
Fig. 5.16 – Deslocamento angular	80
Fig. 5.17 – Velocidade do carro	80
Fig. 5.18 – Velocidade angular	81
Fig. 5.19 – Aceleração do carro	81
Fig. 5.20 – Esforço de controle aplicado no carro	82

Cap. 5 – Seção 5.3 – Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 17m ao longo da trajetória

Fig. 5.21 – Perfil de içamento sem barreiras com içamento inicial constante	83
Fig. 5.22 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos preditor-corretor para o perfil de içamento inicial constante	83
Fig. 5.23 – Velocidade de içamento	84
Fig. 5.24 – Posição do carro	84
Fig. 5.25 – Deslocamento angular da carga	85
Fig. 5.26 – Velocidade do carro	85
Fig. 5.27 – Velocidade angular da carga	86
Fig. 5.28 – Aceleração do carro	86
Fig. 5.29 – Esforço de controle no carro	87

Cap. 5 – Seção 5.4 – Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 23m ao longo da trajetória

Fig. 5.30 – Perfil de içamento sem barreiras com içamento inicial constante	88
Fig. 5.31 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos preditor-corretor para o perfil de içamento inicial constante	89
Fig. 5.32 – Velocidade de içamento	89
Fig. 5.33 – Posição do carro	90

Fig. 5.34 – Deslocamento angular da carga	90
Fig. 5.35 – Velocidade do carro	91
Fig. 5.36 – Velocidade angular da carga	91
Fig. 5.37 – Aceleração do carro	92
Fig. 5.38 – Esforço de controle no carro	92

Cap. 5 – Seção 5.5 – Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 23m ao longo da trajetória e $\alpha = 0$

Fig. 5.39 – Perfil de içamento sem barreiras com içamento inicial constante	93
Fig. 5.40 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos preditor-corretor para o perfil de içamento inicial constante	94
Fig. 5.41 – Velocidade de içamento	94
Fig. 5.42 – Posição do carro	95
Fig. 5.43 – Deslocamento angular da carga	95
Fig. 5.44 – Velocidade do carro	96
Fig. 5.45 – Velocidade angular da carga	96
Fig. 5.46 – Aceleração do carro	97
Fig. 5.47 – Esforço de controle no carro	97

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Preliminares	16
1.2	Objetivos e justificativas	17
1.3	Revisão bibliográfica	18
1.4	Estrutura do texto	22
2	O MODELO DINÂMICO	24
2.1	Preliminares	24
2.2	Dedução das equações diferenciais que representam o modelo dinâmico	26
2.3	Adimensionalização de variáveis	33
2.4	Adimensionalização de variáveis derivadas	35
2.5	Representação do modelo dinâmico na forma adimensional	39
2.6	Representação do modelo adimensional em equações de estado	42
3	O PROBLEMA DE TEMPO MÍNIMO PARA A POLÍTICA DE IÇAMENTO DADA – O PASSO CORRETOR	43
3.1	Solução do sistema dinâmico	43
3.2	Discretização da solução	44
3.3	Aplicação da PL para resolver o problema do tempo mínimo de descarga de guindaste	45
3.4	Determinação dos coeficientes da função-objetivo e das matrizes de restrição do problema de PL	46
3.5	Solução do tempo mínimo para a distância fixa	48
3.6	Resultados da otimização com içamento dado	49
4	OTIMIZAÇÃO DO PERFIL DE IÇAMENTO – O PASSO PREDITOR	54
4.1	Modelagem do sistema incremental	54
4.2	Solução e discretização do sistema incremental	58
4.3	Aplicação da PL para determinação da política ótima de içamento	59
4.4	A sequência de passos preditor-corretor	67

5	RESULTADOS	70
5.1	Otimização com barreiras verticais limitando o curso da carga ao longo da trajetória	70
5.2	Otimização sem barreiras verticais	77
5.3	Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 17m ao longo da trajetória	82
5.4	Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 23m ao longo da trajetória	88
5.5	Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 23m ao longo da trajetória e $\alpha = 0$	93
6	CONCLUSÕES	99
	REFERÊNCIAS	101

1 INTRODUÇÃO

1.1 Preliminares

Guindastes dotados de um carro que se desloca numa ponte e que transporta uma carga conectada a ele através de cabos são um meio consagrado para movimentação de cargas em portos, indústrias, áreas de construção, etc.

No caso de descarga de navios, os guindastes apanham a carga no navio e iniciam uma trajetória da carga num plano que inclui um içamento, um deslocamento horizontal e uma descida no ponto de descarga.

Para ser eficiente, este processo precisa não só ser rápido para proporcionar ganho de tempo e economia de custo, oferecendo produtividade e competitividade, mas também precisa evitar que a carga oscile no ponto de descarga para garantir a integridade da carga, do navio e das instalações do guindaste.

Porém, quanto maior a aceleração do carro, maior a oscilação imposta à carga, tornando-se a minimização do tempo de deslocamento e da oscilação da carga, compromissos conflitantes.

Quando o guindaste é operado manualmente, os operadores humanos tendem a adotar perfis de içamento, transporte e descida diferentes de acordo com sua experiência pessoal tornando os tempos totais de descarga diferentes. O problema também reside na maneira de como atenuar a oscilação de fim de curso do carro. Alguns operadores conduzem a carga a uma taxa constante de aceleração antes que ocorra a primeira oscilação e, próximo ao ponto de descarga, reduzem a velocidade do carro fazendo a carga mover-se à frente da posição do carro, quando então aceleram o carro novamente para posicionar-se verticalmente sobre a carga, cancelando a oscilação. Podem repetir esse processo uma ou duas vezes para alcançar o ponto final com pequena oscilação. Outros iniciam o deslocamento horizontal da carga somente com o içamento quase concluído e, próximo ao curso final do carro do guindaste, reduzem a velocidade e aguardam a carga reduzir a oscilação para iniciar a descida ou a descarga direta (caso não haja necessidade de descida).

Porém a experiência humana não garante a minimização do tempo total de descarga.

Uma maneira adequada de enfrentar o problema é automatizar a operação, implementando um sistema de controle que vise tanto a não-oscilação como também a um rápido processo de descarga.

Será tratado neste texto apenas o movimento da carga do guindaste no sentido do navio para o porto. O ciclo reverso de movimento, do porto para o navio, não será tratado aqui por ser análogo ao primeiro.

1.2 Objetivos e justificativas

O objetivo desta pesquisa é desenvolver um controle ótimo para guindastes portuários do tipo pórtico, utilizando a técnica da **Programação Linear (PL)**, para minimizar o tempo total de descarga (ou carga), garantindo a não oscilação da carga no final do curso do carro e ainda satisfazendo restrições de velocidade e aceleração máximas do carro, inicialmente com içamento dado.

As novidades exploradas aqui são: (a) a aplicação da técnica da PL ao problema do controle ótimo para sistemas controlados por força (oriunda de torque do motor do carro que move a carga), nos quais não é desprezível a relação entre a massa da carga e a massa do carro, em oposição ao sistema de controle de posicionamento do carro, onde o esforço de controle é a aceleração deste, e (b) a determinação da política de içamento ótima, partindo de um perfil de içamento dado inicialmente e depois modificado iterativamente, de forma que, após uma sequência de otimizações do tipo preditor-corretor, se alcance um tempo de descarga menor ou igual aquele obtido originalmente com base num içamento particular dado.

O método aqui desenvolvido é uma extensão do trabalho de Cruz e Leonardi (2007), que empregam com êxito a técnica da PL e resolvem o problema do controle de tempo mínimo considerando todas as restrições práticas, para sistemas controlados por aceleração e com perfil de içamento dado.

Ainda um outro recurso foi desenvolvido neste trabalho, que é a possibilidade de configurar-se um espaço vertical para a trajetória da carga, com limites máximos e mínimos definidos ponto a ponto, de forma que se possa trabalhar com diferentes alturas de navios, diferentes

cotas de descarga, além de diferentes espaços verticais de traslado da carga ao longo do caminho entre o navio e o ponto de descarga, possibilitando programar uma trajetória efetivamente livre de choques da carga com a estrutura do guindaste e dos pontos de carga e descarga.

Espera-se que a aplicação deste método, de ampla configuração, contribua para a melhoria dos tempos de descarga (ou carga) de navios e proporcione economia de custos e melhoria de desempenho nos portos.

Não há notícia de que o problema do tempo mínimo para descarga de navios tenha sido resolvido com a generalidade aqui desenvolvida, onde não é imposta uma estrita relação de igualdade entre as alturas inicial e final de içamento, como estabelecem Auernig e Troguer (1987), e que permita a incorporação de várias restrições práticas de forma bastante simples, tornando o método aqui proposto útil e eficaz no controle ótimo de operação de descarga com guindastes. Segue uma revisão bibliográfica.

1.3 Revisão bibliográfica

Sakawa e Shindo (1982) dividem o movimento do guindaste para containers em 5 etapas fundamentais (movimentos: vertical de subida, diagonal de subida, horizontal de deslocamento, diagonal de descida e vertical de descida), onde para cada qual são calculados os esforços ótimos de controle de torque para o motor de içamento e de deslocamento, de forma que as trajetórias correspondentes satisfaçam as condições de contorno e minimizem a oscilação da carga. Também propõem um algoritmo para cálculo do controle ótimo. Porém não é escopo do trabalho deles a minimização do tempo total, mas da oscilação da carga durante o deslocamento, conforme evidencia o funcional considerado.

Auernig e Troger (1987) resolvem o problema de deslocamento de carga de navio por guindaste em tempo mínimo através do Princípio do Máximo de Pontryagin, considerando restrições no esforço de controle, na velocidade máxima do carro e de içamento da carga, com a restrição adicional de que a oscilação final deve ser zero. Apresentam soluções tanto para o sistema de controle por aceleração como de controle por força. Consideram uma situação na qual a velocidade de içamento é constante e dada, e outra na qual é determinado o controle desta, porém com a limitação de que as cotas inicial e final de trajeto da carga são as mesmas.

Khan (1993) faz uma modelagem de guindaste incluindo também a dinâmica de translação deste nos trilhos e, portanto, sujeita a carga à oscilação em duas dimensões. Desenvolve um sistema de controle ótimo em malha fechada para o deslocamento do carro, içamento da carga e translação do guindaste, incluindo restrições de controle, de velocidade e de oscilação final zero, porém minimizando um funcional híbrido que envolve uma ponderação de matrizes relacionadas à oscilação durante a trajetória, oscilação no estado final e tempo total, utilizando a técnica de Controle de Realimentação Otimizado (*Optimized feedback control - OFC*).

Benhidjeb e Gissing (1995) fazem uma comparação entre as simulações obtidas por controle através da técnica *Fuzzy* e o Controle LQG (*Linear Quadratic Gaussian*), aplicados ao movimento de carga em guindastes, no que diz respeito à robustez a perturbações. Concluem que o Controle *Fuzzy*, que incorpora regras derivadas da experiência de um operador humano e dispensa o conhecimento prévio do modelo matemático que descreve a dinâmica do sistema, é mais robusto que o controle LQG.

Al-Garni et al. (1995), também fazem a modelagem do sistema do guindaste considerando o movimento de translação deste nos trilhos, gerando a oscilação em duas dimensões. É aplicado um sistema de controle ótimo em malha fechada, que satisfaz restrições de controle e velocidade de curso do guindaste, de translação e de içamento, mas que minimiza um funcional múltiplo que envolve tempo, oscilações durante o percurso e oscilação no estado final. Fazem simulações mudando a ponderação sobre as variáveis do funcional para avaliar as trajetórias e oscilações decorrentes. Usam a técnica de Controle de Realimentação Otimizado (OFC) aplicando um pacote de simulação desenvolvido por Al-Garni e Nizami (1992) que emprega o chamado *Gear Simulator* (1971) e Programação Quadrática Sequencial Viável (*Feasible Sequential Quadratic Programming - FSQP*) que por sua vez está baseada em rotinas de otimização desenvolvidas por Zhou e Tits (1992).

Golafshani e Aplevich (1995) fazem a modelagem e o controle ótimo no tempo da operação de um guindaste tipo torre central, com o controle das acelerações de içamento, de giro do braço e de curso do carro e restrições nos controles e velocidades, através do método de programação sequencial quadrática, depois de discretizar o sistema por aproximação de Euler. A simulação resulta em oscilação alta, ao que os autores propõem uma solução sub-ótima com redução da oscilação.

Liang e Koh (1997) fazem uma abordagem concisa da aplicação de regras *Fuzzy* para reproduzir o conhecimento empírico de operadores humanos no controle de guindastes, para levar a carga rapidamente ao ponto de descarga e eliminar a oscilação da carga no final de curso do carro. Basicamente o carro é movido próximo ao final de curso numa taxa constante de aceleração para que não haja a primeira oscilação e depois é feito o movimento de cancelamento da oscilação, diminuindo-se a velocidade do carro enquanto a carga se move para frente sobre o ponto de descarga e em seguida movendo-se o carro rapidamente para frente sobre a direção da carga. Esse movimento do carro pode se repetir algumas vezes até a eliminação da oscilação e para contemplar uma limitação no esforço de controle de aceleração/desaceleração do carro. Não é considerado neste artigo o içamento, sendo constante o comprimento do cabo que liga o carro à carga.

Corriga et al. (1998) propõem um método para minimizar a oscilação da carga enquanto esta é simultaneamente içada e transportada, considerando um modelo de parâmetro variável (comprimento do cabo). Para tanto, os autores consideram um conjunto de modelos com valores congelados de comprimento de cabo dado (a aceleração é zero e não há controle), e usando uma escala de tempo, reduzem o problema para um sistema de parâmetro invariante no tempo. A relação de escala de tempo é usada para obter uma lei de controle que tem o formato de programação implícita de ganho (*implicit gain-scheduling*). Também estudam a estabilidade do sistema através do Teorema de Lyapunov, encontrando limites superiores para a taxa estável de variação do parâmetro.

Singhose et al. (2000) investigam a eficiência do controle de formatação de entrada (*input shaping control*) no movimento de guindastes com içamento para reduzir a vibração residual. As frequências de oscilação da carga mudam conforme a carga é içada. A técnica aplicada de “*input shaping*” (*ZV – Zero Vibration*) limita a vibração residual gerando um perfil de comando que tende a cancelar sua própria vibração. Ele é implementado em tempo real convoluindo o sinal de comando com uma seqüência de impulsos. O processo tem o efeito de alocar zeros próximos dos locais de pólos flexíveis do sistema original. A técnica não elimina totalmente a oscilação no ponto final de chegada da carga, entretanto, segundo os autores, permite obter uma oscilação menor que o método de controle de tempo ótimo de corpo rígido (*TORB*), reduzindo substancialmente também a oscilação transiente. Simulações e comparações são apresentadas.

Cho e Lee (2000) propõem uma lei de controle para um guindaste modelado tridimensionalmente. O controle geral consiste num servo-controlador de posição e num controlador de lógica *Fuzzy*. O servo-controlador de posição é projetado via “*loop shaping method*” baseado num sistema de servo-velocidade de um guindaste experimental. O controlador de lógica *Fuzzy* é usado para suprimir a oscilação da carga e os efeitos da variação dinâmica da oscilação da carga como função do comprimento do cabo. Não é objetivo do artigo a minimização do tempo total.

Lee e Choi (2001) projetam um sistema controle de guindaste para evitar a oscilação da carga com rápida velocidade de içamento, com base numa função de Lyapunov, garantindo a estabilidade assintótica. A trajetória gerada é sub-ótima com respeito ao tempo.

Scardua, Cruz e Costa (2002) descrevem o uso da técnica de Aprendizado por Reforço (*Reinforcement Learning - RL*) para o cálculo do controle anti-oscilatório de tempo ótimo de um guindaste de descarga de Navio. A operação de descarga é dividida em 6 etapas onde em cada qual é aplicada a otimização. Um algoritmo *RL* (junto com uma rede neural perceptron multicamadas) é usado como função de valor aproximador. Os resultados são equivalentes à solução gerada pela teoria de controle ótimo.

Lee (2004) propõe uma abordagem para projetar um sistema de controle em malha fechada anti-oscilatório, para determinação de trajetórias de guindastes, visando rápido içamento, estabelecendo que o número de graus de liberdade da dinâmica do carro e do içamento da carga é o mesmo do número de controles. Definem inicialmente uma superfície de deslizamento que acopla o movimento do carro com a oscilação da carga. Em seguida demonstram que a estabilidade desta superfície de deslizamento é equivalente à estabilidade dos erros de rastreamento do movimento do carro e da oscilação da carga sob certas restrições. Depois fazem um esquema de controle anti-oscilatório baseada em modelo, reduzindo os erros de rastreamento na superfície de deslizamento com base no teorema de estabilidade de Lyapunov. Fazem ainda um esquema de controle adaptativo para melhorar o desempenho do sistema ante a presença de incertezas paramétricas.

Lee (2005) propõe um plano de deslocamento tridimensional do carro e de içamento da carga de forma a não haver oscilação, baseado na dinâmica de oscilação da carga de um guindaste

modelado bidimensionalmente. Primeiro, um controle anti-oscilatório baseado em modelo bidimensional é projetado usando como ferramenta matemática o teorema de estabilidade de Lyapunov. Então um plano anti-oscilatório de deslocamento bidimensional é projetado e estendido para um guindaste cuja dinâmica é modelada tridimensionalmente. O perfil de deslocamento do carro é dado.

Wang et al. (2006) propõem um sistema de controle anti-oscilatório para guindastes usando a metodologia de alocação de autovalores paralela diferencial (*Parallel Differential (PD) Eigenvalue Assignment Methodology*), que permite a aplicação de resultados da teoria clássica *LTI (Linear time invariant)* para o caso variante no tempo. O comprimento do cabo é constante e não há içamento.

Solihin e Wahyudi (2007) propõem um sistema de controle anti-oscilatório em malha fechada para guindastes, sem a utilização de sensor angular para medição da oscilação do cabo da carga. Há duas abordagens diferentes: na primeira a oscilação é estimada a partir do modelo dinâmico e na segunda o controlador produz um comando de entrada que garante um desempenho de posicionamento do carro enquanto cancela a oscilação especialmente durante a aceleração e desaceleração do carro. O comprimento do cabo é considerado constante.

Cruz e Leonardi (2007) descrevem o uso da PL na otimização do tempo de descarga de guindaste, satisfazendo restrições no controle de aceleração e velocidade do carro, assim como de não oscilação da carga no ponto de destino. O movimento de içamento é suposto dado. Simulações são apresentadas com dados do modelo de guindaste existente no porto de Sepetiba-RJ, mostrando a efetividade e a simplicidade de aplicação do método.

1.4 Estrutura do texto

A modelagem do sistema dinâmico do guindaste está desenvolvida no Cap. 2. onde também é proposta uma adimensionalização com vistas ao melhor tratamento numérico das variáveis envolvidas e depois são dispostas na representação de espaço de estados. No Cap. 3, a solução analítica do sistema dinâmico variante no tempo é discretizada e é aplicada a PL para encontrar a solução de tempo mínimo para a política de içamento dado – passo corretor – respeitando todas as restrições. Ainda neste capítulo são apresentados resultados da aplicação do método com içamento fixo. No Cap. 4, é desenvolvida a modelagem, solução e

discretização do sistema incremental e depois aplicada a PL para determinação da política ótima de içamento – passo preditor. No Cap. 5 são apresentados os resultados do método preditor-corretor na obtenção do tempo mínimo de transferência da carga do guindaste usando a PL, onde, em várias seções de otimização, os resultados são analisados frente a mudanças nos parâmetros da otimização. No Cap. 6 são apresentadas as conclusões gerais da pesquisa. Por fim são apresentadas as referências bibliográficas.

2 O MODELO DINÂMICO

2.1 Preliminares

A modelagem aqui desenvolvida se dá sobre o guindaste do tipo pórtico (*gantry crane*) muito utilizado em portos. Ele é dotado de uma ponte na qual se movimenta um carro dotado de dois motores: um para deslocamento ao longo da ponte, e outro de içamento da carga, que está conectada ao carro por cabos, que ele transporta. A Fig. 2.1 ilustra este tipo de guindaste.

Fig. 2.1 – Guindaste portuário tipo pórtico
para descarga de minério.

Esquemáticamente pode-se ilustrar as variáveis envolvidas na modelagem do guindaste pela figura 2.2.

Fig. 2.2 – Representação esquemática das variáveis da dinâmica do guindaste.

onde:

m_T = massa do carro incluindo a contribuição equivalente das partes rotativas do mecanismo de deslocamento do carro (mas não aquelas do tambor de içamento)

x_T = posição horizontal do carro

x_L = posição horizontal da carga

y_L = posição vertical da carga

F_T = força horizontal aplicada ao carro pelo motor de deslocamento

m_L = massa da carga, composta da massa da caçamba coletora mais a massa do material transportado.

m_D = massa do tambor de içamento

I = momento de inércia do tambor de içamento

T_D = torque do motor de içamento refletido na sua posição máxima de raio

r = raio do tambor de içamento

θ = deslocamento angular do tambor de içamento

l = comprimento do cabo a partir do tambor de içamento

φ = ângulo de oscilação do cabo da carga com a vertical

F_L = força aplicada ao cabo que move a carga

g = aceleração da gravidade ($9,81 \text{ m/s}^2$)

2.2 Dedução das equações diferenciais que representam o modelo dinâmico

Considera-se nesta modelagem que a ponte na qual o carro se desloca, assim como o carro e as rodas, são infinitamente rígidas. Os efeitos dissipativos são considerados desprezíveis (Auernig e Troguer, 1987). A carga é considerada como um ponto material. A massa do cabo é muito pequena em relação à carga e também desprezada. O cabo é inextensível e sua taxa de variação de comprimento causada pela oscilação é desprezível. Também é desprezível a variação do torque com o enrolamento do cabo no tambor de içamento.

Por simplicidade notação, não será grafada a indicação de dependência do tempo dimensional t das variáveis envolvidas na modelagem, ou seja:

$$q = q(t),$$

para q qualquer.

Definiu-se ainda neste trabalho que a derivada de uma variável qualquer q em relação ao tempo dimensional é sobre-grafada com um ponto:

$$\frac{dq}{dt} \equiv \dot{q}$$

e

$$\frac{d^2q}{dt^2} \equiv \ddot{q}.$$

Seja a energia cinética do carro (E_{CT}), calculada por:

$$E_{CT} = \frac{1}{2} m_T \dot{x}_T^2. \quad (2.1)$$

O deslocamento e velocidade horizontais da carga são então dados por:

$$x_L = x_T - l \sin \varphi \quad (2.2)$$

e

$$\dot{x}_L = \dot{x}_T - (\dot{l} \sin \varphi + l \dot{\varphi} \cos \varphi). \quad (2.3)$$

Seja o deslocamento e velocidade verticais da carga por:

$$y_L = l \cos \varphi \quad (2.4)$$

e

$$\dot{y}_L = \dot{l} \cos \varphi - l \dot{\varphi} \sin \varphi. \quad (2.5)$$

A velocidade resultante da carga (v_L) é dada por:

$$v_L = \sqrt{\dot{x}_L^2 + \dot{y}_L^2}. \quad (2.6)$$

A energia cinética da carga (E_{CL}) é dada por:

$$E_{CL} = \frac{1}{2} m_L v_L^2 = \frac{1}{2} m_L (\dot{x}_L^2 + \dot{y}_L^2). \quad (2.7)$$

Substituindo (2.3) e (2.5) em (2.7), tem-se:

$$E_{CL} = \frac{1}{2} m_L [\dot{x}_T^2 + \dot{l}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2 - 2 \dot{x}_T \dot{l} \sin \varphi - 2 \dot{x}_T l \dot{\varphi} \cos \varphi]. \quad (2.8)$$

A energia cinética do tambor de enrolamento do cabo localizado no carro (E_{CD}), é dada por (casca cilíndrica):

$$E_{CD} = \frac{1}{2} I w^2, \quad (2.9)$$

onde w = velocidade angular do tambor de içamento ($d\theta/dt$). Mas:

$$I = m_D r^2 \quad (2.10)$$

e

$$w = \dot{\theta} , \quad (2.11)$$

assim:

$$E_{CD} = \frac{1}{2} (m_D r^2) \dot{\theta}^2 . \quad (2.12)$$

Mas:

$$(r\dot{\theta})^2 = l^2 , \quad (2.13)$$

então:

$$E_{CD} = \frac{1}{2} m_D l^2 . \quad (2.14)$$

A energia cinética total (E_C) é dada por:

$$E_C = E_{CT} + E_{CL} + E_{CD} . \quad (2.15)$$

Seja:

$$M = m_T + m_L , \quad (2.16)$$

então:

$$E_C = \frac{1}{2} M \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m_L \left[\dot{l}^2 + l^2 \dot{\phi}^2 - 2 \dot{x}_T (\dot{l} \sin \phi - l \dot{\phi} \cos \phi) \right] + \frac{1}{2} m_D l^2 . \quad (2.17)$$

A energia potencial (E_P), é dada por:

$$E_P = -m_L g l \cos \varphi, \quad (2.18)$$

onde o nível zero de referência foi adotado no nível do carro. Portanto, somente a carga possui energia potencial relativa aquele nível.

Calculando a lagrangeana (L):

$$L = E_C - E_P, \quad (2.19)$$

tem-se:

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}_T^2 + \frac{1}{2} m_L \dot{l}^2 + \frac{1}{2} m_L l^2 \dot{\varphi}^2 - m_L \dot{x}_T (\dot{l} \sin \varphi + l \dot{\varphi} \cos \varphi) + \frac{1}{2} m_D \dot{l}^2 + m_L g l \cos \varphi. \quad (2.20)$$

Obtendo-se as equações de movimento a partir da Lagrangeana:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad (2.21)$$

onde:

q_i = Coordenadas generalizadas independentes do sistema e

Q_i = Forças generalizadas do sistema.

A equação de movimento com respeito a x_T é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_T} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_T} = F_T, \quad (2.22)$$

então:

$$M \ddot{x}_T - m_L [\ddot{l} \sin \varphi + 2\dot{l} \dot{\varphi} \cos \varphi + l \ddot{\varphi} \cos \varphi - l \dot{\varphi}^2 \sin \varphi] = F_T . \quad (2.23)$$

Linearizando (2.23) em φ , considera-se:

$$\sin \varphi \cong \varphi \quad (2.24)$$

e

$$\cos \varphi \cong 1 . \quad (2.25)$$

Desconsiderando-se os termos de ordem superior:

$$\dot{\varphi}^2 \cong 0 , \quad (2.26)$$

tem-se:

$$M \ddot{x}_T - m_L [\ddot{l} \varphi + 2\dot{l} \dot{\varphi} + l \ddot{\varphi}] = F_T . \quad (2.27)$$

Dividindo ambos os membros por m_T , tem-se:

$$\frac{(m_L + m_T)}{m_T} \ddot{x}_T - \frac{m_L}{m_T} [\ddot{l} \varphi + 2\dot{l} \dot{\varphi} + l \ddot{\varphi}] = \frac{F_T}{m_T} , \quad (2.28)$$

que resulta finalmente em:

$$\ddot{x} + \frac{m_L}{m_T} [\ddot{x} - \ddot{l} \varphi - 2\dot{l} \dot{\varphi} - l \ddot{\varphi}] = \frac{F_T}{m_T} . \quad (2.29)$$

A equação de movimento com respeito a φ é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0 . \quad (2.30)$$

Assim:

$$2m_L l \ddot{\varphi} + m_L l^2 \ddot{\varphi} - m_L \ddot{x}_T \cos \varphi + m_L g l \sin \varphi = 0 . \quad (2.31)$$

Linearizando (2.31) em φ , considera-se:

$$\sin \varphi \cong \varphi \quad (2.32)$$

e

$$\cos \varphi \cong 1 \quad (2.33)$$

E dividindo ambos os membros por $m_L l$, tem-se finalmente:

$$2\ddot{\varphi} + l\ddot{\varphi} + g\varphi = \ddot{x}_T . \quad (2.34)$$

A equação de movimento com respeito a l é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{l}} \right) - \frac{\partial L}{\partial l} = -F_L , \quad (2.35)$$

então:

$$m_L \ddot{l} - m_L \ddot{x}_T \sin \varphi + m_D \ddot{l} - m_L l \dot{\varphi}^2 - m_L g \cos \varphi = -F_L . \quad (2.36)$$

Dividindo ambos os membros de (2.36) por m_D , tem-se:

$$\ddot{l} + \frac{m_L}{m_D} \ddot{l} - \frac{m_L}{m_D} (\ddot{x}_T \sin \varphi + l \dot{\varphi}^2 + g \cos \varphi) = -\frac{F_L}{m_D} . \quad (2.37)$$

Linearizando em φ , considera-se:

$$\sin \varphi \cong \varphi \quad (2.38)$$

e

$$\cos \varphi \cong 1 \quad (2.39)$$

e desconsiderando os termos de ordem superior:

$$\dot{\varphi}^2 \cong 0 \quad (2.40)$$

tem-se:

$$-\left(1 + \frac{m_L}{m_D}\right)\ddot{l} + \frac{m_L}{m_D}(\ddot{x}_T \varphi + g) = \frac{F_L}{m_D} \quad (2.41)$$

onde:

$$m_D = \frac{I}{r^2} \quad (2.42)$$

e

$$F_L = \frac{T_D}{r}. \quad (2.43)$$

Resumindo, as equações dinâmicas são dadas por:

$$\ddot{x} + \frac{m_L}{m_T}[\ddot{x} - \ddot{l} \varphi - 2\dot{l} \dot{\varphi} - l \ddot{\varphi}] = \frac{F_T}{m_T}, \quad (2.44)$$

$$2\dot{l} \dot{\varphi} + l \ddot{\varphi} + g \varphi = \ddot{x}_T \quad (2.45)$$

e

$$-\left(1 + \frac{m_L}{m_D}\right)\ddot{l} + \frac{m_L}{m_D}(\ddot{x}_T\varphi + g) = \frac{F_L}{m_D} \quad (2.46)$$

Conforme se apresentam originalmente em Auernig e Troger (1987).

2.3 Adimensionalização de variáveis

Com o objetivo de permitir melhor estabilidade numérica do sistema, será feita uma troca de variáveis para uma forma adimensional. Esse formato foi originalmente proposto por Auernig e Troger (1987) e também empregado por Cruz e Leonardi (2007).

Variável adimensionalizada de Controle (u_T):

$$u_T = \frac{F_T(t)}{F_{T\max}}, \quad (2.47)$$

onde:

$F_T(t)$ = força horizontal instantânea aplicada ao carro pelo motor de deslocamento e

$F_{T\max}$ = máxima força horizontal que pode ser fornecida pelo motor de deslocamento para $t_0 \leq t \leq t_f$, sendo t_0 o tempo inicial, onde o carro inicia seu curso horizontal a partir do ponto de carga (ou descarga) e t_f o tempo final, onde o carro atinge o final de curso no ponto de descarga (ou carga).

Assim:

$$|u_T| \leq 1. \quad (2.48)$$

A aceleração máxima do carro é dada por:

$$a_{T\max} = \frac{F_{T\max}}{m_T}. \quad (2.49)$$

Variável adimensionalizada de tempo (τ):

$$\tau = w_{\max} t, \quad (2.50)$$

onde:

$$w_{\max} = \sqrt{\frac{g}{l_{\min}}} \quad (2.51)$$

e:

t = tempo em unidades dimensionais (s),

τ = tempo adimensional,

g = aceleração da gravidade ($9,81\text{m/s}^2$) e

$l_{\min}$ = mínimo comprimento do cabo em unidades dimensionais (m).

Variável adimensionalizada da posição do carro:

$$\sigma = \frac{g}{a_{T\max} \cdot l_{\min}} x_T, \quad (2.52)$$

onde:

x_T = distância em unidades dimensionais (m) e

σ = distância adimensional.

Variável adimensionalizada de comprimento do cabo:

$$\lambda = \frac{l}{l_{\min}}, \quad (2.53)$$

onde:

l = comprimento do cabo em unidades dimensionais (m) e

λ = comprimento adimensional do cabo.

Portanto:

$$\lambda \geq 1. \quad (2.54)$$

Variável adimensionalizada do ângulo de oscilação do cabo em relação à vertical:

$$\phi = \frac{g}{a_{T \max}} \varphi, \quad (2.55)$$

onde:

φ = ângulo em radianos e

ϕ = ângulo em unidades transformadas.

2.4 Adimensionalização de variáveis derivadas

A fim de completar a adimensionalização das variáveis, é necessário também obter as expressões de transformação das primeiras e segundas derivadas das variáveis nominais do modelo para a forma adimensional, para que possam ser substituídas nas equações de movimento e transformá-las em adimensionais.

Definiu-se neste trabalho que a derivada de uma variável qualquer q em relação ao tempo adimensional τ é sobre-grafada por um apóstrofo:

$$\frac{dq}{d\tau} \equiv q' \text{ e}$$

$$\frac{d^2q}{d\tau^2} \equiv q''$$

Velocidade adimensional do carro:

Seja:

$$x_T = \frac{a_{T\max} l_{\min}}{g} \sigma . \quad (2.56)$$

Considerando que:

$$dt = d\tau \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}} , \quad (2.57)$$

então:

$$\frac{dx_T}{dt} = \frac{a_{T\max} l_{\min}}{g} \frac{d\sigma}{dt} = \frac{a_{T\max} l_{\min}}{g} \frac{d\sigma}{d\tau \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}}} , \quad (2.58)$$

assim:

$$\dot{x}_T = a_{T\max} \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}} \sigma' \quad (2.59)$$

e

$$\sigma' = \frac{1}{a_{T\max}} \sqrt{\frac{g}{l_{\min}}} \dot{x}_T . \quad (2.60)$$

Aceleração adimensional do carro:

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = a_{T\max} \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}} \frac{d\sigma'}{dt} = a_{T\max} \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}} \frac{d\sigma'}{d\tau \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}}} , \quad (2.61)$$

assim:

$$\ddot{x} = a_{T \max} \sigma'' \quad (2.62)$$

e

$$\sigma'' = \frac{1}{a_{T \max}} \ddot{x} . \quad (2.63)$$

Velocidade adimensional de içamento:

Seja:

$$l = l_{\min} \lambda , \quad (2.64)$$

então:

$$\frac{dl}{dt} = l_{\min} \frac{d\lambda}{dt} = l_{\min} \frac{d\lambda}{d\tau \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}}} , \quad (2.65)$$

assim:

$$\dot{l} = \sqrt{gl_{\min}} \lambda' \quad (2.66)$$

e

$$\lambda' = \frac{1}{\sqrt{gl_{\min}}} \dot{l} . \quad (2.67)$$

Aceleração adimensional de içamento:

Tomando:

$$\frac{dl}{dt} = \sqrt{gl_{\min}} \frac{d\lambda'}{dt} = \sqrt{gl_{\min}} \frac{d\lambda'}{d\tau \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}}}, \quad (2.68)$$

tem-se:

$$\ddot{l} = g\lambda'' \quad (2.69)$$

e

$$\lambda'' = \frac{1}{g} \ddot{l}. \quad (2.70)$$

Velocidade angular adimensional de oscilação do cabo:

Seja:

$$\varphi = \frac{a_{T\max}}{g} \phi, \quad (2.71)$$

tomando:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{a_{T\max}}{g} \frac{d\phi}{dt} = \frac{a_{T\max}}{g} \frac{d\phi}{d\tau \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}}}, \quad (2.72)$$

tem-se:

$$\dot{\varphi} = \frac{a_{T\max}}{\sqrt{gl_{\min}}} \phi' \quad (2.73)$$

e

$$\phi' = \frac{\sqrt{gl_{\min}}}{a_{T\max}} \dot{\varphi}. \quad (2.74)$$

Aceleração angular adimensional de oscilação do cabo:

Considerando-se:

$$\frac{d\dot{\phi}}{dt} = \frac{a_{T\max}}{\sqrt{gl_{\min}}} \frac{d\phi'}{dt} = \frac{a_{T\max}}{\sqrt{gl_{\min}}} \frac{d\phi'}{d\tau \sqrt{\frac{l_{\min}}{g}}}, \quad (2.75)$$

tem-se:

$$\ddot{\phi} = \frac{a_{T\max}}{l_{\min}} \phi'' \quad (2.76)$$

e

$$\phi'' = \frac{l_{\min}}{a_{T\max}} \ddot{\phi}. \quad (2.77)$$

2.5 Representação do modelo dinâmico na forma adimensional

Considerando de (2.47) e (2.49) que:

$$F_T = F_{T\max} . u_T$$

e

$$F_{T\max} = m_T . a_{T\max},$$

e substituindo as variáveis adimensionais nas equações de movimento (2.44) a (2.46), tem-se:

$$\sigma'' + \alpha (\sigma'' - \lambda'' \phi - 2\lambda' \phi' - \lambda \phi'') = u_T, \quad (2.78)$$

$$2\lambda'\phi' + \lambda\phi'' + \phi = \sigma'' \quad (2.79)$$

e

$$-\left(1 + \frac{m_L}{m_D}\right)\lambda'' + \frac{m_L}{m_D}\left(\frac{a_{T\max}^2}{g^2}\sigma''\phi + 1\right) = \frac{F_L}{gm_D}, \quad (2.80)$$

onde:

$$\alpha = \frac{m_L}{m_T}, \quad (2.81)$$

é razão entre a massa da carga e a do carro.

Multiplicando a Eq. (2.79) por ϕ , tem-se:

$$2\lambda(\phi'\phi) + \lambda(\phi''\phi) + (\phi^2) = \sigma''\phi. \quad (2.82)$$

Eliminando os termos de segunda ordem da Eq. (2.82) entre parênteses, verifica-se que:

$$\sigma''\phi \cong 0, \quad (2.83)$$

o que elimina parte do segundo termo da Eq. (2.80), tornando-a:

$$-\left(1 + \frac{m_L}{m_D}\right)\lambda'' + \frac{m_L}{m_D} = \frac{F_L}{gm_D}. \quad (2.84)$$

Considerando que $\lambda'' \ll 1$ (Auernig e Troger, 1987), e levando em consideração que o tempo durante o qual ocorre a aceleração e desaceleração de içamento é uma fração muito pequena do tempo total de descarga, assume-se que:

$$\lambda'' \cong 0. \quad (2.85)$$

Pode-se representar esquematicamente as variáveis adimensionais do guindaste como na figura 2.3.

Fig. 2.3: Representação esquemática das variáveis adimensionais da dinâmica do guindaste.

Substituindo (2.79) em (2.78), temos:

$$\sigma'' + \alpha\phi = u_T. \quad (2.86)$$

Substituindo (2.86) em (2.79), tem-se:

$$2\lambda'\phi' + \lambda\phi'' + (1 + \alpha)\phi = u_T. \quad (2.87)$$

Será considerado inicialmente um perfil de içamento dado e, conforme a Eq. (2.85), com velocidade de içamento constante:

$$v_L = \lambda' = cte. \quad (2.88)$$

A equação (2.87) é linear, porém variante no tempo, já que $\lambda = \lambda(\tau)$.

2.6 Representação do modelo adimensional em equações de estado

Convertendo as equações (2.86) e (2.87) para a representação de espaço de estados, onde:

$$x_1 = \sigma, \quad (2.89)$$

$$x_2 = x'_1 = \sigma', \quad (2.90)$$

$$x_3 = \phi, \quad (2.91)$$

$$x_4 = x'_3 = \phi', \quad (2.92)$$

tem-se:

$$\mathbf{X}'(\tau) = \mathbf{A}(\tau) \cdot \mathbf{X}(\tau) + \mathbf{B}(\tau) \cdot u_T(\tau), \quad (2.93)$$

onde:

$$\mathbf{A}(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(1+\alpha)}{\lambda(\tau)} & -\frac{2\lambda'(\tau)}{\lambda(\tau)} \end{bmatrix}, \quad (2.94)$$

$$\mathbf{B}(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1/\lambda(\tau) \end{bmatrix}^T \quad (2.95)$$

e

$$\mathbf{X}(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \\ x_3(\tau) \\ x_4(\tau) \end{bmatrix}.$$

3 O PROBLEMA DE TEMPO MÍNIMO PARA A POLÍTICA DE IÇAMENTO DADA – O PASSO CORRETOR

O que se busca nesta etapa é minimizar o tempo de descarga com um perfil de içamento dado. Primeiramente se irá buscar a solução explícita do sistema dinâmico, para que depois seja aplicada a PL para a otimização do problema, utilizando os parâmetros da solução.

3.1 Solução do sistema dinâmico

A equação de estados (2.93) tem a conhecida solução geral:

$$\mathbf{X}(\tau) = \Phi(\tau, 0) \cdot \mathbf{X}(0) + \int_0^\tau \Phi(\tau, \xi) \cdot \mathbf{B}(\xi) \cdot u_T(\xi) d\xi, \quad (3.1)$$

onde: $\Phi(\tau, \xi)$ é a matriz de transição de estados do sistema e solução da equação diferencial linear variante no tempo:

$$\frac{\partial \Phi(\tau, \xi)}{\partial \tau} = \mathbf{A}(\tau) \cdot \Phi(\tau, \xi), \quad (3.2)$$

com a condição inicial:

$$\Phi(\xi, \xi) = \mathbf{I}, \quad \forall \xi \in [0, \tau]. \quad (3.3)$$

Considerando que:

$$\Phi(\tau, 0) = \Phi(\tau, \xi) \cdot \Phi(\xi, 0) \quad (3.4)$$

e portanto:

$$\Phi(\tau, \xi) = \Phi(\tau, 0) \cdot \Phi^{-1}(\xi, 0), \quad (3.5)$$

tem-se:

$$\mathbf{X}(\tau) = \Phi(\tau, 0) \cdot \mathbf{X}(0) + \int_0^\tau \Phi(\tau, 0) \cdot \Phi^{-1}(\xi, 0) \cdot \mathbf{B}(\xi) \cdot u_T(\xi) \cdot d\xi . \quad (3.6)$$

Considerando que:

$$\mathbf{X}(0) = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

e que $\Phi(\tau, 0)$ não depende de ξ , obtém-se:

$$\mathbf{X}(\tau) = \Phi(\tau, 0) \cdot \int_0^\tau \Phi^{-1}(\xi, 0) \cdot \mathbf{B}(\xi) \cdot u_T(\xi) \cdot d\xi . \quad (3.8)$$

3.2 Discretização da solução

Considerando que a função u_T seja constante por trechos e denotando por $u_T(i)$ o valor de $u_T(\tau)$ no intervalo $(i-1)\Delta\tau \leq \tau < i\Delta\tau$, em que $\Delta\tau$ é o passo de discretização, tem-se:

$$\mathbf{X}(k) = \sum_{i=1}^k \Gamma_k(i) \cdot u_T(i) , \quad (3.9)$$

onde, abusando da notação:

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{X}(k \cdot \Delta\tau) \quad (3.10)$$

e

$$\Gamma_k(i) = \Phi(\tau_k, 0) \cdot \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \Phi^{-1}(\xi, 0) \cdot \mathbf{B}(\xi) \cdot d\xi . \quad (3.11)$$

A Equação (3.11) pode ser resolvida por:

$$\frac{d}{d\xi}(\Gamma_k(\xi)) = \Phi(\tau_k, 0) \cdot \Phi^{-1}(\xi, 0) \cdot \mathbf{B}(\xi), \quad (3.12)$$

no intervalo $[\tau_{i-1}, \tau_i]$ com a condição inicial $\Gamma_k(\tau_{i-1}) = \mathbf{0}$.

Se n representa o número de passos de discretização no intervalo $[0, \tau_f]$, fica notório que o tempo final é dado por:

$$\tau_f = \tau(n) = n \cdot \Delta\tau. \quad (3.13)$$

3.3 Aplicação da PL para resolver o problema do tempo mínimo de descarga de guindaste

Para otimização do tempo de descarga, será empregada a PL e os coeficientes Γ_k de (3.9) serão usados como parâmetros da matriz de restrições da PL.

Porém a solução indicada por (3.9) e (3.11) requer que o tempo final τ_f seja dado. Não é possível minimizar o tempo se este já está dado. Assim a otimização do tempo será feita de forma indireta. Inicialmente será feita a maximização da distância a ser percorrida pelo carro do guindaste neste tempo dado. Cruz e Leonardi (2007) demonstraram que neste processo se obtém a maximização da velocidade média. Por outro lado, a distância correspondente ao trajeto horizontal a ser percorrido pelo carro do guindaste sobre a ponte também é um valor fixo. Cruz e Leonardi (2007) também demonstraram que a distância maximizada é uma função estritamente positiva em relação ao tempo final dado. Então essa mesma rotina de maximização da distância será repetida, sendo alimentada com tempos finais ajustados iterativamente por interpolação até que, a um específico tempo final ajustado, corresponda a distância fixa dada da ponte a ser percorrida pelo carro do guindaste. Como a velocidade média é máxima e a distância é fixa, o tempo alimentado na otimização que resulta na distância fixa dada é mínimo (Cruz e Leonardi, 2007).

No presente trabalho, a função da PL a ser minimizada será o oposto da distância percorrida pelo carro do guindaste, o que significa maximizar essa distância. Isso porque, para

verificação do desenvolvimento teórico aqui apresentado, foi construída toda a otimização do sistema de controle com o uso do MATLAB®, cuja rotina interna de PL está restrita a problemas de minimização. O vetor da variável a ser determinado pela otimização, será o vetor de controle u_T .

3.4 Determinação dos coeficientes da função-objetivo e das matrizes de restrição do problema de PL.

A função-objetivo a ser maximizada será a distância (minimizando o oposto desta):

$$\max_{u_T} (x_1(n)) = \min_{u_T} \left[\sum_{i=1}^n (-\Gamma_{n,1}(i) \cdot u_T(i)) \right], \quad (3.14)$$

onde $\Gamma_{n,1}$ é a primeira linha de Γ_n .

Além das condições iniciais nulas, conforme explicitado em (3.7), as condições finais são:

$$x_2(\tau_f) = 0, \quad (3.15)$$

$$x_3(\tau_f) = 0 \quad (3.16)$$

e

$$x_4(\tau_f) = 0. \quad (3.17)$$

que representam, respectivamente, a velocidade final nula do carro, assim como o ângulo e a velocidade angular da carga no instante final.

As restrições (3.15) a (3.17) são resolvidas por:

$$x_2(n) = \sum_{i=1}^n \Gamma_{n,2}(i) \cdot u_T(i) = 0, \quad (3.18)$$

$$x_3(n) = \sum_{i=1}^n \Gamma_{n,3}(i) \cdot u_T(i) = 0 \quad (3.19)$$

e

$$x_4(n) = \sum_{i=1}^n \Gamma_{n,4}(i) \cdot u_T(i) = 0. \quad (3.20)$$

Além disso há que se considerar que a velocidade do carro do guindaste não pode superar um dado limite máximo em qualquer instante no intervalo $0 \leq \tau \leq \tau_f$:

$$|x_2(\tau)| \leq \sigma'_{\max}, \quad (3.21)$$

formulada em termos discretos por:

$$x_2(k) \leq \sigma'_{\max} \quad (3.22)$$

e

$$-x_2(k) \leq \sigma'_{\max}, \quad (3.23)$$

e calculada por:

$$x_2(k) = \sum_{i=1}^k \Gamma_{k,2}(i) \cdot u_T(i) \leq \sigma'_{\max} \quad (3.24)$$

e

$$-x_2(k) = \sum_{i=1}^k -\Gamma_{k,2}(i) \cdot u_T(i) \leq \sigma'_{\max}. \quad (3.25)$$

onde $\Gamma_{k,2}$ representa a segunda linha de Γ_k , ou seja, os coeficientes da velocidade representada pelo estado $\mathbf{x}_2$ em cada instante.

Uma outra limitação prática é o máximo esforço de controle, isto é a máxima força que pode ser aplicada ao carro em qualquer instante no intervalo $0 \leq \tau \leq \tau_f$. Em termos adimensionais:

$$|u_T(\tau)| \leq 1. \quad (3.26)$$

Assim, em termos discretos:

$$u_T(k) \leq 1 \quad (3.27)$$

e

$$u_T(k) \geq -1, \quad (3.28)$$

com $1 \leq k \leq n$.

3.5 Solução do tempo mínimo para a distância fixa

Como foi dito anteriormente, a rotina da PL, para um tempo dado τ_f , maximiza a distância percorrida $x_1(n)$. Porém essa distância, resultante do processo de otimização difere, a princípio, daquela distância fixa dada σ_f , que representa o percurso total que o carro do guindaste deve fazer para atingir o ponto de descarga.

Para corrigir essa diferença, é feito iterativamente um ajuste no tempo dado τ_f , repetindo toda a otimização para o cálculo de $x_1(n)$ até que este convirja para a distância dada σ_f , quando então o tempo representará o tempo mínimo do deslocamento τ_f^* .

Para esse ajuste de tempo é empregado a interpolação linear:

$$\tau_f^{(j+1)} = \frac{(\sigma_f - x_1^{(j-1)}(n)) \cdot (\tau_f^{(j)} - \tau_f^{(j-1)})}{x_1^{(j)}(n) - x_1^{(j-1)}(n)} + \tau_f^{(j-1)}, \quad (3.29)$$

onde: $j = 1, 2, \dots$ denota o índice para a sequência de ajuste de tempo e $x_1^{(j)}(n)$ denota o estado representando a distância percorrida em $\tau_f^{(j)}$. Para $j = 1$, $\tau_f^{(0)} \equiv 0$ e $x_1^{(0)}(n) \equiv 0$.

3.6 Resultados da otimização com içamento dado

Considerando os dados reais do Porto de Sepetiba (Cruz e Leonardi, 2007):

$$x_{Tf} = 50m ,$$

$$\dot{x}_{T\max} = 2,4m/s ,$$

$$m_T = 19.500kg ,$$

$$F_{T\max} = 19.500N ,$$

$$\alpha = 2.1 \text{ e}$$

$$n = 100 \text{ (Número de passos de discretização) ,}$$

tem-se os resultados da otimização, considerando o perfil de içamento dado conforme as Figs. 3.1 e 3.2. Os resultados são apresentados nas Figs. 3.3 – 3.8.

Fig. 3.1 – Perfil de içamento dado.

Fig. 3.2 – Velocidade do içamento dado.

Fig. 3.3 – Posição do carro no tempo
como resultado da otimização.

Fig. 3.4 – Esforço de controle no carro do guindaste.

Fig. 3.5 – Aceleração do carro do guindaste.

Fig. 3.6 – Velocidade do carro do guindaste.

Fig. 3.7 – Deslocamento angular da carga do guindaste.

Fig. 3.8 – Velocidade angular da carga do guindaste.

Como se pode observar, a otimização forneceu o vetor de controle (força aplicada ao carro do guindaste) tendo sido o tempo total otimizado de descarga de 28,0626 segundos. A otimização cumpriu com o percurso dado de 50 m, conforme mostra a Fig. 3.3, satisfaz a limitação no esforço de controle de 19.5kN conforme Fig. 3.4, além de atender as outras restrições da velocidade máxima do carro durante o percurso de 2,4m/s e velocidade final do carro nula (Fig. 3.6), deslocamento angular final nulo (Fig. 3.7) e velocidade angular final nula (Fig. 3.8). Além disso, tanto o deslocamento angular como a velocidade angular foram relativamente pequenos durante todo o percurso do carro, $\pm 4^\circ$ e $\pm 3^\circ/\text{s}$ respectivamente, fato bastante positivo para aplicação do método e que está perfeitamente alinhado com a linearização das equações diferenciais do modelo. Cabe observar que a velocidade, apesar de aparentemente terminar de forma muito abrupta para uma aplicação prática, na verdade reflete uma frenagem do carro do guindaste, que a executa para anular a oscilação da carga no final do curso. Neste ponto cessa o esforço de controle e o carro permanece onde está e a carga termina sem oscilação. Um aspecto muito favorável deste método é a facilidade com que as restrições podem ser implementadas em comparação com outros métodos, como o Princípio do Máximo de Pontryagin, que demandam um processamento numérico mais elaborado. Outra vantagem deste modelo é a possibilidade de configurar-se apropriadamente a massa da caçamba com material relativamente à massa do carro do guindaste pelo coeficiente $\alpha \neq 0$, fato importante na aplicação devido a variedade de guindastes existentes.

4 OTIMIZAÇÃO DO PERFIL DE IÇAMENTO – O PASSO PREDITOR

A minimização do tempo de transferência da carga realizada no capítulo 3 levou em consideração um perfil de içamento particular. Claro que o tempo otimizado resultante não considerou outros possíveis perfis de içamento, estando o resultado da otimização evidentemente limitado aquele perfil dado de içamento. Se o perfil de içamento fosse diferente, o tempo minimizado seria diferente? Seria possível determinar um perfil de içamento que levasse o tempo de transferência da carga a um valor ainda menor, mínimo ?

O objetivo agora é justamente o de proceder com o desenvolvimento de um método que determine um perfil de içamento otimizado, i.e., aquele dentre todos os possíveis dentro de certas restrições, que produza a minimização do tempo de transferência da carga, executada agora a partir de um espectro mais amplo de políticas de içamento possíveis. Também vai ser investigada a influência do perfil de içamento na minimização do tempo de transferência.

Esse método consiste na aplicação da PL agora para maximizar a variação da distância percorrida pelo carro em relação à solução da primeira otimização obtida no cálculo do passo corretor, ante um perfil incremental de içamento. Como não haverá variação do tempo de percurso em cada passo do cálculo incremental, a variação obtida da distância percorrida pelo carro vai se adicionar à distância obtida no passo corretor anterior, de forma que isso se refletirá em ganho de velocidade média, o que implicará, numa etapa posterior, em minimização do tempo.

4.1 Modelagem do sistema incremental

Seja o modelo dado por (2.93). Vai se proceder a uma “pequena” variação no modelo, de forma que se possa utilizar uma aproximação linear para o sistema. Seja:

$$\mathbf{X}(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \\ x_3(\tau) \\ x_4(\tau) \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{X}'(\tau) = \begin{bmatrix} x'_1(\tau) \\ x'_2(\tau) \\ x'_3(\tau) \\ x'_4(\tau) \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{A}(\lambda(\tau), \lambda'(\tau)) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(1+\alpha)}{\lambda(\tau)} & -\frac{2\lambda'(\tau)}{\lambda(\tau)} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

e

$$\mathbf{B}(\lambda(\tau)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1/\lambda(\tau) \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Tomando como referência a solução obtida no passo corretor, onde o perfil de içamento é dado:

$$\overline{\mathbf{X}}'(\tau) = \overline{\mathbf{A}}(\tau) \cdot \overline{\mathbf{X}}(\tau) + \overline{\mathbf{B}}(\tau) \cdot \overline{u}_T(\tau), \quad (4.5)$$

onde:

$$\overline{\mathbf{A}}(\tau) = \mathbf{A}(\overline{\lambda}(\tau), \overline{\lambda}'(\tau)) \quad (4.6)$$

e

$$\overline{\mathbf{B}}(\tau) = \mathbf{B}(\overline{\lambda}(\tau)). \quad (4.7)$$

Fazendo:

$$\mathbf{X}(\tau) = \overline{\mathbf{X}}(\tau) + \Delta \mathbf{X}(\tau), \quad (4.8)$$

$$\mathbf{X}'(\tau) = \overline{\mathbf{X}}'(\tau) + \Delta \mathbf{X}'(\tau), \quad (4.9)$$

$$\mathbf{A}(\tau) = \overline{\mathbf{A}}(\tau) + \Delta \mathbf{A}(\tau), \quad (4.10)$$

$$\mathbf{B}(\tau) = \overline{\mathbf{B}}(\tau) + \Delta \mathbf{B}(\tau) \quad (4.11)$$

e

$$u_T(\tau) = \overline{u}_T(\tau) + \Delta u(\tau), \quad (4.12)$$

onde $\Delta(\cdot)$ é uma variação “pequena” na variável $(\cdot)$, então a seguinte aproximação linear é válida:

$$\Delta \mathbf{X}'(\tau) = \mathbf{A}(\overline{\lambda}(\tau), \overline{\lambda}'(\tau)) \cdot \Delta \mathbf{X}(\tau) + \Delta \mathbf{A}(\overline{\lambda}(\tau), \overline{\lambda}'(\tau)) \cdot \overline{\mathbf{X}}(\tau) + \mathbf{B}(\overline{\lambda}(\tau)) \cdot \Delta u(\tau) + \Delta \mathbf{B}(\overline{\lambda}(\tau)) \cdot \overline{u}_T(\tau) \quad (4.13)$$

Assumindo que $\Delta \lambda$ e $\Delta \lambda'$ são suficientemente pequenos, então:

$$\Delta \mathbf{A}(\overline{\lambda}(\tau), \overline{\lambda}'(\tau)) \cong \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \lambda} \bigg|_{\overline{\lambda}(\tau), \overline{\lambda}'(\tau)} \cdot \Delta \lambda(\tau) \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \lambda'} \bigg|_{\overline{\lambda}(\tau), \overline{\lambda}'(\tau)} \cdot \Delta \lambda'(\tau) \right) \quad (4.14)$$

e

$$\Delta \mathbf{B}(\overline{\lambda}(\tau)) \cong \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \lambda} \bigg|_{\overline{\lambda}(\tau)} \cdot \Delta \lambda(\tau). \quad (4.15)$$

Definindo uma nova variável de estado $\Delta x_5(\tau)$, como:

$$\Delta x_5(\tau) = \Delta \lambda(\tau) \quad (4.16)$$

e uma nova variável de controle v :

$$v(\tau) = \Delta \lambda'(\tau), \quad (4.17)$$

tem-se:

$$\Delta x'_s(\tau) = v(\tau). \quad (4.18)$$

Definindo também:

$$\mathbf{E}_{1,1}(\tau) = \mathbf{A}(\bar{\lambda}(\tau), \bar{\lambda}'(\tau)), \quad (4.19)$$

$$\mathbf{E}_{1,2}(\tau) = \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \lambda} \Big|_{\bar{\lambda}(\tau), \bar{\lambda}'(\tau)} \cdot \bar{\mathbf{X}}(\tau) \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \lambda} \Big|_{\bar{\lambda}(\tau)} \cdot \bar{u}_T(\tau) \right), \quad (4.20)$$

$$\mathbf{G}_{1,1}(\tau) = \mathbf{B}(\bar{\lambda}(\tau)), \quad (4.21)$$

$$\mathbf{G}_{1,2}(\tau) = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \lambda'} \Big|_{\bar{\lambda}(\tau), \bar{\lambda}'(\tau)} \cdot \bar{\mathbf{X}}(\tau), \quad (4.22)$$

$$\mathbf{E}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{1,1}(\tau) & \mathbf{E}_{1,2}(\tau) \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

$$\mathbf{G}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,1}(\tau) & \mathbf{G}_{1,2}(\tau) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

$$\chi(\tau) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}(\tau) \\ \Delta \lambda(\tau) \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

e

$$\mu(\tau) = \begin{bmatrix} \Delta u(\tau) \\ v(\tau) \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

tem-se:

$$\chi'(\tau) = \mathbf{E}(\tau) \cdot \chi(\tau) + \mathbf{G}(\tau) \cdot \mu(\tau), \quad (4.27)$$

ou seja:

$$\chi'(\tau) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}'(\tau) \\ \Delta \lambda'(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{1,1}(\tau) & \mathbf{E}_{1,2}(\tau) \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}(\tau) \\ \Delta \lambda(\tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,1}(\tau) & \mathbf{G}_{1,2}(\tau) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u(\tau) \\ v(\tau) \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

4.2 Solução e discretização do sistema incremental

Procedendo de forma análoga ao desenvolvido no capítulo 3 e considerando $\mu(\tau)$ constante por trechos e levando em consideração que tanto o carro como a carga devem estar inicialmente em repouso:

$$\chi(0) = \mathbf{0}. \quad (4.29)$$

As variações dos estados ao longo do tempo são obtidas por:

$$\chi(k) = \sum_{i=1}^k \Omega_k(i) \cdot \mu(i), \quad (4.30)$$

onde:

$$\Omega_k(i) = \Phi_{\Delta}(\tau_k, 0) \cdot \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \Phi_{\Delta}^{-1}(\xi, 0) \cdot \mathbf{G}(\xi) \cdot d\xi \quad (4.31)$$

e $\Phi_{\Delta}(\tau_k, \xi)$ é a matriz de transição de estados do sistema incremental e solução da equação diferencial:

$$\frac{\partial \Phi_{\Delta}(\tau, \xi)}{\partial \tau} = \mathbf{E}(\tau) \cdot \Phi_{\Delta}(\tau, \xi), \quad (4.32)$$

com condição inicial $\Phi_{\Delta}(0, 0) = \mathbf{I}$ onde $\mathbf{I}$ é a matriz identidade.

A solução (4.30), num instante k, terá a forma matricial:

$$\chi(k) = \begin{bmatrix} \Omega_k(1) & \Omega_k(2) & \cdots & \Omega_k(i) & \cdots & \Omega_k(k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu(1) \\ \mu(2) \\ \vdots \\ \mu(i) \\ \vdots \\ \mu(k) \end{bmatrix}, \quad (4.33)$$

onde:

$$\mathbf{\Omega}_k(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_{k,1}(i) \\ \mathbf{\Omega}_{k,2}(i) \\ \mathbf{\Omega}_{k,3}(i) \\ \mathbf{\Omega}_{k,4}(i) \\ \mathbf{\Omega}_{k,5}(i) \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

Portanto:

$$\chi(k) = \begin{bmatrix} \Delta x_1(k) \\ \Delta x_2(k) \\ \Delta x_3(k) \\ \Delta x_4(k) \\ \Delta x_5(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_{k,1}(1) & \mathbf{\Omega}_{k,1}(2) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,1}(i) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,1}(k) \\ \mathbf{\Omega}_{k,2}(1) & \mathbf{\Omega}_{k,2}(2) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,2}(i) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,2}(k) \\ \mathbf{\Omega}_{k,3}(1) & \mathbf{\Omega}_{k,3}(2) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,3}(i) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,3}(k) \\ \mathbf{\Omega}_{k,4}(1) & \mathbf{\Omega}_{k,4}(2) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,4}(i) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,4}(k) \\ \mathbf{\Omega}_{k,5}(1) & \mathbf{\Omega}_{k,5}(2) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,5}(i) & \cdots & \mathbf{\Omega}_{k,5}(k) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu(1) \\ \mu(2) \\ \cdots \\ \mu(i) \\ \cdots \\ \mu(k) \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

Cada $\mathbf{\Omega}_{k,j}(i)$ tem dimensão 1x2 e cada $\mu(i)$ tem dimensão de 2x1.

A evolução dos estados no tempo pode ser representada por:

$$\begin{bmatrix} \chi(1) \\ \chi(2) \\ \chi(3) \\ \cdots \\ \chi(k) \\ \cdots \\ \chi(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_1(1) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{\Omega}_2(1) & \mathbf{\Omega}_2(2) & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{\Omega}_3(1) & \mathbf{\Omega}_3(2) & \mathbf{\Omega}_3(3) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{\Omega}_k(1) & \mathbf{\Omega}_k(2) & \mathbf{\Omega}_k(3) & \mathbf{\Omega}_k(4) & \cdots & \mathbf{\Omega}_k(i) & \cdots & \mathbf{\Omega}_k(k) & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \mathbf{\Omega}_n(1) & \mathbf{\Omega}_n(2) & \mathbf{\Omega}_n(3) & \mathbf{\Omega}_n(4) & \cdots & \mathbf{\Omega}_n(i) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{\Omega}_n(n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu(1) \\ \mu(2) \\ \mu(3) \\ \cdots \\ \mu(k) \\ \cdots \\ \mu(n) \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

4.3 Aplicação da PL para determinação da política ótima de içamento

A função-objetivo a ser maximizada será a variação do deslocamento horizontal final do carro:

$$\max_{\boldsymbol{\mu}}(\Delta x_1) = \min_{\boldsymbol{\mu}} \left(\sum_{i=1}^n -\boldsymbol{\Omega}_{n,1}(i) \cdot \boldsymbol{\mu}(i) \right), \quad (4.37)$$

onde o vetor $\boldsymbol{\Omega}_{n,1}$ é a primeira linha da matriz $\boldsymbol{\Omega}_n$. Note-se que se está minimizando o oposto da distância, portanto a maximizando.

Assim, como resultado da aplicação da PL, se irá encontrar um vetor $[\boldsymbol{\mu}(1) \ \boldsymbol{\mu}(2) \ \cdots \ \boldsymbol{\mu}(n)]^T$ que contempla, como foi definido, incrementos no controle e na velocidade de içamento.

A solução do sistema incremental representado pelas Eqs. (4.30) e (4.31) requerem também que o tempo final seja dado. O tempo aqui computado é o mesmo do sistema nominal do capítulo 3 e, portanto, os estados representam incrementos das variáveis nos intervalos de tempo correspondentes.

As restrições podem ser sinteticamente formuladas por:

$$\mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\chi}(n) = \mathbf{0}, \quad (4.38)$$

onde $\mathbf{P}$ é a matrix (4x5):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

Computa-se então:

$$\Delta x_2(n) = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\Omega}_{n,2}(i) \cdot \boldsymbol{\mu}(i) = 0, \quad (4.40)$$

$$\Delta x_3(n) = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\Omega}_{n,3}(i) \cdot \boldsymbol{\mu}(i) = 0, \quad (4.41)$$

$$\Delta x_4(n) = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\Omega}_{n,4}(i) \cdot \boldsymbol{\mu}(i) = 0 \quad (4.42)$$

e

$$\Delta x_5(n) = \sum_{i=1}^n \mathbf{\Omega}_{n,5}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) = 0, \quad (4.43)$$

onde $\Delta x_2(n)$ é a variação da velocidade no instante final τ_f , $\Delta x_3(n)$ é o deslocamento angular no instante final, $\Delta x_4(n)$ é a variação da velocidade angular no instante final e $\Delta x_5(n)$ é a variação do içamento no instante final.

Adicionalmente é necessário considerar que os incrementos de velocidades e de esforços de controle a serem efetivamente calculadas no preditor, somadas aos valores nominais da otimização anterior – passo corretor – estejam limitadas em cada instante:

$$|x_2(\tau) + \Delta x_2(\tau)| \leq \sigma'_{\max}, \quad \forall \tau \in [0, \tau_f], \quad (4.44)$$

pois o incremento de velocidade, em cada instante, somado à velocidade anterior, não pode superar a velocidade máxima do carro.

Portanto em termos discretos:

$$\Delta x_2(k) \leq (\sigma'_{\max} - \bar{x}_2(k)) \quad (4.45)$$

e

$$-\Delta x_2(k) \leq (\sigma'_{\max} + \bar{x}_2(k)), \quad (4.46)$$

então:

$$\Delta x_2(k) = \sum_{i=1}^k \mathbf{\Omega}_{n,2}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq (\sigma'_{\max} - \bar{x}_2(k)) \quad (4.47)$$

e

$$-\Delta x_2(k) = \sum_{i=1}^k -\mathbf{\Omega}_{n,2}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq (\sigma'_{\max} + \bar{x}_2(k)). \quad (4.48)$$

Além disso:

$$|u_T(\tau) + \Delta u(\tau)| \leq u_{T\max}, \forall \tau \in [0, \tau_f], \quad (4.49)$$

pois o incremento no controle de força no carro, em cada instante, somado ao valor de controle obtido no corretor, não pode superar o máximo esforço de controle.

Então, em termos discretos:

$$\Delta u(k) \leq (1 - \bar{u}_T(k)) \quad (4.50)$$

e

$$\Delta u(k) \geq -(1 + \bar{u}_T(\tau)). \quad (4.51)$$

Por outro lado:

$$|\lambda'(\tau) + \Delta \lambda'(\tau)| \leq \lambda'_{\max}, \forall \tau \in [0, \tau_f], \quad (4.52)$$

pois o incremento na velocidade de içamento, em cada instante, somado à velocidade de içamento anterior, não pode superar a máxima velocidade de içamento.

mas:

$$\Delta \lambda'(\tau) = v(\tau), \quad (4.53)$$

portanto, em termos discretos:

$$v(k) \leq (\lambda'_{\max} - \bar{\lambda}'(k)) \quad (4.54)$$

e

$$v(k) \geq -(\lambda'_{\max} + \bar{\lambda}'(k)). \quad (4.55)$$

Além disso, para garantir a linearidade do sistema incremental, é necessário que:

$$\Delta \lambda(\tau) = \Delta x_5(\tau) \leq \varepsilon \cdot |\bar{\lambda}(\tau)|, \quad \forall \tau \in [0, \tau_f], \quad (4.56)$$

onde:

$$0 < \varepsilon < 1, \quad (4.57)$$

portanto em termos discretos:

$$\Delta x_5(k) \leq \varepsilon \cdot \bar{\lambda}(k) \quad (4.58)$$

e

$$-\Delta x_5(k) \leq \varepsilon \cdot \bar{\lambda}(k), \quad (4.59)$$

calculado por:

$$\Delta x_5(k) = \sum_{i=1}^k \mathbf{\Omega}_{k,5}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq \varepsilon \cdot \bar{\lambda}(i) \quad (4.60)$$

e

$$-\Delta x_5(k) = \sum_{i=1}^k -\mathbf{\Omega}_{k,5}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq \varepsilon \cdot \bar{\lambda}(i). \quad (4.61)$$

Também para garantir a linearidade:

$$v(\tau) \leq \gamma \cdot |\lambda'_{\max}|, \quad \forall \tau \in [0, \tau_f], \quad (4.62)$$

onde:

$$0 < \gamma < 1. \quad (4.63)$$

Assim em termos discretos:

$$v(k) \leq \gamma \cdot \lambda'_{\max} \quad (4.64)$$

e

$$-v(k) \leq \gamma \cdot \lambda'_{\max}. \quad (4.65)$$

Como existem 2 conjuntos de restrições associadas à $v(\tau)$, deve-se reuni-las por:

$$v(k) \leq \min((\lambda'_{\max} - \lambda'(k)), (\gamma \cdot \lambda'_{\max})) \quad (4.66)$$

e

$$v(k) \geq \max((- (\lambda'_{\max} + \lambda'(k))), (-\gamma \cdot \lambda'_{\max})). \quad (4.67)$$

Uma importante restrição é a limitação do comprimento do cabo, para que este nunca seja inferior a um valor mínimo nem superior a um valor máximo permissível ao longo da trajetória da carga, refletindo uma limitação prática de navegação vertical e evitando o choque da carga com o navio ou com a estrutura do guindaste:

$$\lambda_{\min}(\tau) \leq (\lambda(\tau) + \Delta\lambda(\tau)) \leq \lambda_{\max}(\tau). \quad (4.68)$$

Ao longo das iterações pode-se determinar as cotas $\lambda_{\min}(\tau)$ e $\lambda_{\max}(\tau)$ a partir de $\lambda_{\min}(\sigma)$ e $\lambda_{\max}(\sigma)$ que são dadas.

Sabendo que:

$$\Delta\lambda = \Delta x_5, \quad (4.69)$$

tem-se, em termos discretos:

$$\Delta x_5(k) \leq (\lambda_{\max}(k) - \bar{\lambda}(k)) \quad (4.70)$$

e

$$-\Delta x_5(k) \leq (\lambda(k) - \lambda_{\min}(k)), \quad (4.71)$$

que são computadas por:

$$\Delta x_5(k) = \sum_{i=1}^k \mathbf{\Omega}_{k,5}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq (\lambda_{\max}(k) - \bar{\lambda}(k)) \quad (4.72)$$

e

$$-\Delta x_5(k) = \sum_{i=1}^k -\mathbf{\Omega}_{k,5}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq (\lambda(k) - \lambda_{\min}(k)). \quad (4.73)$$

Como existem dois conjuntos de restrições associadas à $\Delta\lambda(\tau)$, deve-se reuni-las por:

$$\Delta x_5(k) = \sum_{i=1}^k \mathbf{\Omega}_{k,5}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq \min((\lambda_{\max}(k) - \bar{\lambda}(k)), (\varepsilon \cdot \lambda(k))) \quad (4.74)$$

e

$$-\Delta x_5(k) = \sum_{i=1}^k -\mathbf{\Omega}_{k,5}(i) \cdot \mathbf{\mu}(i) \leq \min((\lambda(k) - \lambda_{\min}(k)), (\varepsilon \cdot \lambda(k))). \quad (4.75)$$

A otimização aplicada neste capítulo produz um vetor de incrementos no controle (da força aplicada ao carro) e na velocidade de içamento que permite a integração do sistema incremental, resultando na determinação de todos os estados do sistema incremental ao longo do tempo. Desses estados do cálculo do preditor, apenas o estado do incremento do comprimento do cabo será utilizado, para atualizar o içamento:

$$\lambda_{j+1}(\tau) = \bar{\lambda}_j(\tau) + \Delta\lambda_j(\tau), \quad (4.76)$$

onde $j = 1, 2, \dots$ representa a seqüência de otimização pelo preditor.

Como o passo preditor produz um novo perfil de içamento que leva a um tempo otimizado menor que o tempo anterior considerado pelo passo corretor, é feita uma redução no tempo total anterior, proporcional ao ganho de distância promovida pelo preditor antes de submetê-lo novamente ao corretor. Como a distância é função estritamente positiva em relação ao tempo final dado, conforme demonstraram Cruz e Leonardi (2007), esse tempo ajustado submetido na nova seqüência de iterações do corretor estará bastante próximo do tempo otimizado efetivo que, usado na integração do modelo nominal, leva o estado $x_1(\tau_f)$ à distância dada σ_f , reduzindo o número de interpolações necessárias para ajuste de distância:

$$\tau_f^{(j+1)} = \tau_f^{(j)} \cdot \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \Delta x_1^{(j)}} \right) \quad (4.77)$$

e:

$$\Delta\tau^{(j+1)} = \frac{\tau_f^{(j+1)}}{n}. \quad (4.78)$$

Cada partição $\Delta\tau$ do vetor de tempo $[0 \ \Delta\tau \ 2 \cdot \Delta\tau \ 3 \cdot \Delta\tau \ \dots \ k \cdot \Delta\tau \ \dots \ n \cdot \Delta\tau]^T$ estará menor que no passo corretor anterior, de forma que, mesmo que não houvesse mudança nas cotas de içamento, como ocorre dentro do passo corretor nas iterações para ajuste da distância, um $\Delta\tau$ diferente já causaria uma alteração na velocidade de içamento.

Assim, o vetor de velocidade de içamento é sempre calculado a partir do vetor de comprimento do cabo atualizado e com $\Delta\tau$ atualizado, para garantir total compatibilidade e evitar acumulação de erros nas iterações:

$$\lambda'_{j+1}(\tau) = \frac{\lambda_{j+1}(\tau) - \lambda_{j+1}(\tau - \Delta\tau)}{\Delta\tau}. \quad (4.79)$$

O vetor de variações de controle $\Delta u(\tau)$ também é descartado, pois o novo vetor de controle $u_{j+1}(\tau)$ que será calculado pelo modelo nominal ante o içamento corrigido, já irá refletir os incrementos $\Delta u_j(\tau)$.

Esse método é denominado de Preditor pois prevê qual ganho de distância (depois convertido para ganho de tempo) a ser obtido com o içamento corrigido. Além disso modifica o vetor de comprimento do cabo que leva, de forma iterativa, à minimização do tempo de descarga, além de prever quais incrementos ocorrerão no vetor de controles $u_I(\tau)$ ante o içamento modificado, que serão confirmados na etapa corretora seguinte.

4.4 A seqüência de passos preditor-corretor

O cálculo de valores incrementais gerados no preditor para atualização do içamento e submetidos ao corretor deverá ser repetido até que estes sejam suficientemente pequenos, ocorrendo uma convergência no vetor de comprimento do cabo, e também até que não haja mais ganhos significativos de tempo no corretor.

Observa-se também que quando o vetor de içamento converge, também converge o vetor de controle de força aplicada ao carro, porque os “inputs” da solução do sistema, i.e., o tempo final de integração $\tau_f^{(*)}$ e os parâmetros $\lambda(\tau)$ e $\lambda'(\tau)$ não mais se modificam.

Em resumo, para a efetiva otimização do içamento, com vistas a minimização total do tempo, propõe-se:

- a) Computar a otimização descrita no capítulo 3, chamada corretora, sobre o modelo nominal, utilizando-se um içamento dado inicialmente e obtendo-se o vetor de estados e o vetor de controle da força aplicada ao carro a cada instante.
- b) Computar a otimização descrita no capítulo 4, chamada preditora, sobre o modelo incremental, obtendo-se um vetor incremental de comprimento de cabo (içamento) que deve ser adicionado ao vetor de içamento anterior, resultando em um novo perfil de içamento a ser utilizado na próxima otimização corretora sobre o modelo nominal.

- c) Computar novamente a otimização descrita no capítulo 3, sobre o modelo nominal, porém com o vetor de içamento corrigido. (Etapa corretora).
- d) Repetir os passos *b* e *c* até que o vetor de içamento convirja, assim como o de controles, a menos de um erro previamente especificado.

A Fig. 4.1 apresenta um fluxograma que mostra a seqüência de operações no preditor-corretor.

5 RESULTADOS

As próximas seções apresentam os resultados das otimizações considerando o método preditor-corretor, com variações nos parâmetros içamento inicial e restrições verticais.

5.1 Otimização com barreiras verticais limitando o curso da carga ao longo da trajetória

Inicialmente se irá proceder com a otimização considerando uma limitação vertical de curso da carga na região do cabo retraído (aquela em que a carga está içada e cruzando a estrutura do guindaste) no intervalo entre 16m e 18m, devendo a carga chegar ao final do curso na cota de 17m para descarga do material.

Considerando os dados reais do Porto de Sepetiba (Cruz e Leonardi, 2007), tem-se:

$$x_{Tf} = 50m$$

$$l_{\min} = 16m$$

$$l_{\max}(\sigma_h) = 30m \text{ (para a região de içamento)}$$

$$l_{\max}(\sigma_r) = 18m \text{ (para a região de cabo retraído)}$$

$$\dot{x}_{T\max} = 2,4m / s$$

$$m_T = 19.500kg$$

$$F_{T\max} = 19.500N$$

$$\alpha = 2.1$$

$$\dot{l}_{\max} = 2m / s$$

$$\varepsilon = 0,02$$

$$\gamma = 0,02$$

$$n = 100$$

A região admissível para o comprimento do cabo, definida pela barreira traço-ponto como máximo e mínimo içamentos, junto com o perfil de içamento inicial além do resultante da otimização é mostrado na Fig. 5.1. As Figs. 5.2 a 5.9 mostram os outros resultados obtidos.

Como pode ser observado, todas as restrições foram satisfeitas. O tempo mínimo obtido foi de 27,638 segundos, conforme Fig. 5.2.

Fig. 5.1 – Perfil de içamento.

Fig. 5.2 - Evolução do tempo mínimo ao longo dos passos predictor-corretor.

Fig. 5.3 – Velocidade de içamento em função do tempo.

Fig. 5.4 – Posição do carro em função do tempo.

Fig. 5.5 – Deslocamento angular.

Fig. 5.6 – Velocidade do carro.

Fig. 5.7 – Velocidade angular.

Fig. 5.8 – Aceleração do carro.

Fig. 5.9 – Esforço de controle no carro.

Pode-se observar no exemplo estudado que o perfil de içamento tem pequena influência no tempo mínimo de descarga. Como a Fig. 5.2 mostra, o ganho de tempo de transferência da carga é de apenas 0,4246 segundos, que representa uma melhora de apenas 1,5% em relação ao tempo ótimo com o perfil de içamento dado. Note também que isto ocorre a despeito do perfil de içamento final ser bastante diferente do dado inicialmente.

Outro ponto interessante a ser observado no exemplo estudado, é que a solução, i.e. o içamento otimizado conforme Figs. 5.1 e 5.3, têm um caráter oscilatório, o que pode refletir um perfil não-linear de içamento reconstruído pelo método.

Nos resultados apresentados por Auernig e Troger (1987), com o uso do Princípio do Máximo de Pontryagin, pode-se também observar que os perfis de içamento têm pouca influência nos tempos otimizados mínimos obtidos. Além disso, se observa também no trabalho desses autores que o melhor tempo de transferência da carga corresponde ao perfil de içamento mais oscilante entre os perfis lá apresentados, o que concorda com o presente estudo.

Apesar de os gráficos da velocidade de içamento refletirem, nos trechos de mudança de velocidade, uma aceleração de içamento não desprezível, este fato não tem maiores

consequências sobre os resultados porque os intervalos em que isso ocorre são muito pequenos, tendo, portanto, pouca influência sobre a dinâmica do sistema, conforme também argumentado por Auernig e Troger (1987).

De um ponto de vista prático, a solução oscilante de içamento pode ser difícil de ser implementada. Este problema pode ser contornado pela imposição de cota fixa na região de cabo retraído conforme se apresenta nas Figs. 5.10 e 5.11. Obviamente paga-se o preço do aumento do tempo mínimo, que neste caso foi de 27,9584 segundos, muito próximo ao valor correspondente ao perfil inicial de içamento. A cotas máximas e mínimas apresentadas na Fig. 5.10 correspondem a barreiras físicas do guindaste.

Fig. 5.10 – Perfil de içamento sem oscilação na região de cabo retraído.

Fig. 5.11 – Velocidade de içamento sem oscilação na região de cabo retraído.

5.2 Otimização sem barreiras verticais

Na seção anterior (5.1) adotou-se um espaço permissível para variação vertical da carga na região de cabo retraído correspondente ao intervalo de cota entre 16m e 18m, devendo a carga chegar no final do curso do carro na cota de 17m de altura para a descarga do material. Subsequentemente se impediu o movimento vertical na região de cabo retraído. Agora, investiga-se o resultado da otimização com condições diferentes para avaliar a direção tomada pela otimização com respeito ao içamento ótimo. Vai-se proceder a mesma otimização com o mesmo conjunto de dados de Sepetiba, exceto que a carga estará livre para deslocar-se verticalmente, devendo apenas atender à restrição de partir da cota inicial de 30m e chegar no final do curso na cota de 17m. A Fig. 5.12 mostra o perfil inicial de içamento dado na linha tracejada e o perfil otimizado em linha contínua.

Fig. 5.12 – Perfil de içamento para trajetória sem barreiras com perfil inicial crescente.

Fig. 5.13 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos predictor-corretor.

Fig. 5.14 – Velocidade de içamento.

Fig. 5.15 – Posição do carro.

Fig. 5.16 – Deslocamento angular.

Fig. 5.17 – Velocidade do carro.

Fig. 5.18 – Velocidade angular.

Fig. 5.19 – Aceleração do carro.

Fig. 5.20 – Esforço de controle aplicado no carro.

Como se pode notar pela Fig. 5.12, a amplitude da oscilação aumentou sem a imposição de barreiras na região de cabo retraído. A Fig. 5.13 mostra a evolução do tempo otimizado para a trajetória vertical sem barreiras que alcançou 27,5455 segundos partindo de 28,0626 segundos correspondente ao perfil de içamento inicial. Isso representa um ganho de 1,84% de tempo, um pouco melhor que os 1,5% obtidos na seção 5.1 com a imposição de barreiras. Uma melhora esperada, pois a rotina preditor-corretor teve mais espaço na busca da solução ótima, porém um ganho comparativo muito tímido de apenas 0,0925 segundos em relação à situação com imposição de barreira naquela região. As Figs. 5.14 a 5.20 mostram o atendimento das restrições e o comportamento das variáveis dinâmicas ao longo da trajetória do carro e da carga.

5.3 Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 17m ao longo da trajetória

Para verificar a sensibilidade da solução ótima frente ao perfil inicial de içamento dado, vai-se proceder à otimização, com os mesmos dados de Sepetiba utilizados nas seções 5.1 e 5.2, porém agora o perfil de içamento dado inicialmente será constante ao longo de toda a trajetória da carga, partindo de uma cota de 17m (ao invés de 30m) e terminando nesta mesma cota. A otimização deve respeitar a restrição que essas cotas, inicial e final, sejam alcançadas, porém não serão impostas restrições verticais ao curso da carga na sua trajetória intermediária. Isto não corresponde à realidade prática, mas servirá apenas para verificar o

caráter da solução na situação de um içamento constante e portanto também simétrico, diferente das rotinas das seções 5.1 e 5.2. A Fig. 5.21 mostra o perfil de içamento otimizado. As Figs. 5.22 – 5.29 mostram os outros resultados.

Fig. 5.21 – Perfil de içamento sem barreiras com içamento inicial constante.

Fig. 5.22 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos predictor-corrector para o perfil de içamento inicial constante.

Fig. 5.23 – Velocidade de içamento.

Fig. 5.24 – Posição do carro.

Fig. 5.25 – Deslocamento angular da carga.

Fig. 5.26 – Velocidade do carro.

Fig. 5.27 – Velocidade angular da carga.

Fig. 5.28 – Aceleração do carro.

Fig. 5.29 – Esforço de controle no carro.

O tempo final otimizado foi de 27,2362 segundos, tendo partido da otimização inicial correspondente ao içamento dado de 28,2327 segundos, um ganho de 0,9965 segundos ou 3.5% de ganho. O ganho maior de tempo reflete a maior liberdade vertical de espaço de içamento na busca da solução ótima.

Observa-se pela Fig. 5.21 que o içamento otimizado é oscilante em torno do içamento dado. Note-se que o içamento ótimo neste caso difere bastante do içamento ótimo obtido nas seções 5.1 e 5.2 e, observa-se pelos casos analisados que o içamento ótimo é sensível à escolha do içamento inicial, sendo um ótimo local. A oscilação parece ocorrer mais preponderantemente na região onde o perfil de içamento dado inicialmente é constante. Nas Seções 5.1 e 5.2 a região inicial do içamento dado tinha velocidade de içamento constante e a oscilação observada foi pequena nesta região. Naquelas seções, apenas na região de cabo retraído com içamento constante dado inicialmente é que ocorreu a maior oscilação da solução ótima. Na presente seção, como o içamento inicial foi constante por todo o trajeto da carga, a oscilação da solução ótima, desde o momento inicial, também já se mostrou mais intensa. E o tempo total otimizado foi o menor das três seções. Também se observa nas Figs. 5.21 a 5.29 que o comportamento das variáveis é mais simétrico em virtude da simetria do içamento.

5.4 Otimização sem barreiras verticais e com cota inicial constante de 23m ao longo da trajetória

O objetivo agora é repetir a otimização apenas mudando o perfil de içamento dado inicialmente para 23m constantes, conforme mostra a Fig. 5.30. As Figs. 5.31 – 5.38 mostram os outros resultados.

Fig. 5.30 – Perfil de içamento sem barreiras.
com içamento inicial constante.

Fig. 5.31 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos preditor-corretor para o perfil de içamento inicial constante.

Fig. 5.32 – Velocidade de içamento.

Fig. 5.33 – Posição do carro.

Fig. 5.34 – Deslocamento angular da carga.

Fig. 5.35 – Velocidade do carro.

Fig. 5.36 – Velocidade angular da carga.

Fig. 5.37 – Aceleração do carro.

Fig. 5.38 – Esforço de controle no carro.

Observa-se agora que não só o içamento otimizado como os outros gráficos ficaram bastante simétricos. O ganho no tempo otimizado, de 28,5s para 27,5s foi de 1 segundo (3,51%).

Também a solução otimizada tem aspecto diferente daquela cujo içamento inicial dado foi constante em 17m. Essa nova observação corrobora a observação de que a solução ótima de içamento parece ser sensível à condição inicial.

5.5 Otimização sem barreiras verticais, com cota inicial constante de 23m ao longo da trajetória e $\alpha = 0$

Como procedimento final, vai se proceder com a otimização usando o mesmo conjunto de dados da seção 5.4, com a trajetória vertical livre para a carga, mas com $\alpha = 0$, ou seja, com a massa da carga desprezível em relação à massa do carro, i.e., o controle por aceleração do carro ao invés de força. Seguem resultados da otimização nas Figs. 5.39 – 5.47.

Fig. 5.39 – Perfil de içamento sem barreiras com içamento inicial constante.

Fig. 5.40 – Evolução do tempo otimizado ao longo dos passos preditor-corretor para o perfil de içamento inicial constante.

Fig. 5.41 – Velocidade de içamento.

Fig. 5.42 – Posição do carro.

Fig. 5.43 – Deslocamento angular da carga.

Fig. 5.44 – Velocidade do carro.

Fig. 5.45 – Velocidade angular da carga.

Fig. 5.46 – Aceleração do carro.

Fig. 5.47 – Esforço de controle no carro.

Observou-se nesta seção que o tempo otimizado foi o menor de todas as seções, 23.2383 segundos, tendo partido de 26,2184 segundos da primeira otimização (com içamento dado) o que já foi menor que as anteriores devido à maior liberdade na busca de soluções (Fig. 5.40).

O ganho de tempo foi de 11.4%. Também os gráficos da oscilação e velocidade angulares, do controle, velocidade e aceleração do carro resultaram totalmente simétricos devido não só ao perfil constante de içamento dado inicialmente, mas também porque $\alpha = 0$ o que elimina o retardo do efeito do controle da força em relação à aceleração efetiva do carro. Novamente se observa um perfil otimizado de içamento totalmente diferente agora em relação à seção anterior 5.4, que tinha o mesmo perfil inicial de içamento com o cabo contante à 23m, porém naquela seção com $\alpha \neq 0$.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho desenvolveu um método para o cálculo numérico da lei de tempo mínimo para guindastes portuários do tipo “grab gantry crane”. Foram consideradas como variáveis de controle a força aplicada ao carro do guindaste e a velocidade de içamento da carga. Empregando a PL numa sequência iterativa de passos do tipo preditor-corretor, foi possível obter a otimização do tempo e simultaneamente impor todas as restrições práticas com bastante facilidade, como a limitação na velocidade de deslocamento do carro, a máxima força aplicável ao carro, o intervalo permissível de deslocamento vertical da carga ao longo do trajeto e a velocidade máxima de içamento, além, é claro, da imposição de não-oscilação da carga no final do curso do carro. Com isso o método permite uma ampla configuração, podendo abranger diferentes dimensões de guindastes, extensões de transferência do carro do guindaste e alturas de carga e descarga, tornando-se bastante flexível de ser usado na prática.

Observou-se nos exemplos estudados que a solução de tempo ótima para o içamento tem um caráter oscilatório. Essa oscilação ocorre preponderantemente onde o içamento inicialmente dado é constante e aumenta na medida em que se flexibiliza as barreiras para o curso vertical da carga, propiciando a diminuição do tempo otimizado correspondente, pois o problema de otimização tem restrições mais folgadas. Esta solução oscilatória pode refletir um perfil não-linear de içamento reconstruído pelo método.

Nos exemplos apresentados observou-se também que o perfil de içamento influi muito pouco no tempo otimizado de transferência da carga, da ordem de 1% a 3% dependendo do içamento dado inicialmente. Considerando este pequeno ganho de tempo e tendo o perfil de içamento ótimo um caráter oscilante, cuja implementação prática pode não ser conveniente, é possível adotar restrições de forma que o perfil de içamento seja constante na região de cabo retraído, conforme ilustrado na Fig. 5.10, sem grande perda no tempo otimizado.

A PL mostrou-se uma ferramenta flexível e simples de ser implementada para a busca da solução ótima. Ela apresenta a grande vantagem de produzir uma solução quando o conjunto de equações e inequações de restrição é viável e limitado.

Um cuidado importante é a adoção de taxas pequenas de limitação de variação ε e γ para as variáveis incrementais $\Delta\lambda$ e $\Delta\lambda'$, respectivamente, de forma a garantir a linearidade do

sistema em cada iteração. Simulações feitas indicam que o valor para essas variáveis deve ser menor ou igual a 0,05 (5%).

O problema de controle ótimo tratado neste trabalho é de malha aberta. Assim a robustez na rastreabilidade desta solução não é o escopo deste trabalho. Em termos práticos, incertezas de modelo precisam ser levadas em consideração no momento da aplicação, onde um controlador em malha fechada pode ser projetado para rastrear de forma robusta a solução ótima de malha aberta aqui desenvolvido.

Não é escopo deste trabalho a busca formal das condições de convergência ou garantias de otimalidade, que representam novas frentes de estudo a serem desenvolvidas posteriormente.

Outra frente de estudo importante será a de procurar explicar a oscilação de içamento, a maneira como ela se correlaciona com a variação de outras variáveis e de que forma essa oscilação contribui para o ganho de tempo ótimo.

Também, como possível campo para desenvolvimento futuro, pode-se considerar guindastes com movimento da carga no espaço tridimensional, como é o caso de guias utilizadas na construção civil.

Espera-se que a aplicação deste método a casos práticos de guindaste possa contribuir na otimização de tempo de transferência de cargas e, por consequência, possa contribuir para um ganho de eficiência nos portos.

REFERÊNCIAS

AL-GARNI, A. Z.; MOUSTAFA, K.A.F.; JAVEED NIZAMI S.S.A.K. Optimal control of overhead cranes. *Control Engineering Practice*, v.3, n.9, p.1277-1284, 1995.

AUERNIG, J.W.; TROGER, H. Time optimal control of overhead cranes with hoisting of the load. *Automatica*, v.23, n.4, p.437-447, 1987.

BENHIDJEB, A.; GISSINGER, G.L. Fuzzy control of an overhead crane performance comparison with classic control. *Control Engineering Practice*, v.3, n.12, p.1687-1696, 1995.

CHO, S.K.; LEE, H.H. An anti-swing control of a 3-dimensional overhead crane. In: THE 2000' AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2000, Chicago, Illinois. *Proceedings*. Evanston, IL; Piscataway, NJ : American Automatic Control Council: IEEE, 2000. p.1037-1041.

CORRIGA, G.; GIUA, A.; USAI, G. An implicit gain-scheduling controller for cranes. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 6, n.1, 1998.

CRUZ, J.J.; LEONARDI, F. Minimum-time anti-swing control of cranes using linear programming. */submetido para publicação, 2007./*

GOLAFSHANI, A.R; APLEVICH, J.D. Computation of time-optimal trajectories for tower cranes. In: IEEE CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS, 1995, Albany, NY. *Proceedings*. New York: IEEE, 1995. p.1134-1139, 1995.

KAILATH, T., *Linear Systems*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1980.

KHAN, Z.H. Modelling and Antiswing control of overhead cranes. *MsC thesis to faculty of the college of graduate studies of King Fahd University of Petroleum & Minerals Dhahran, Saudi Arabia*, 1993.

LEE, H.H.; CHOI, S.G. A model-based anti-swing control of overhead cranes with high hoisting speeds. In: 2001 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 2001, Seoul, Korea. *Proceedings...* New York: IEEE, 2001. p.2547-2552.

LEE, H.H. A new design approach for the anti-swing trajectory control of overhead cranes with high-speed hoisting. *International Journal of Control*, v. 77, n.10, p.931-940, 2004.

LEE, H.H. Motion planning for three-dimensional overhead cranes with high-speed load hoisting. *International Journal of Control*, v.78, n.12, p.875-886, 2005.

LIANG, Y.C.; KOH, K.K. Concise anti-swing approach for fuzzy crane control. *Electronics Letters*, v.22, n.2, p.167-168, 1997.

SAKAWA, Y.; SHINDO, Y. Optimal control of container cranes. *Automatica*, v.18, n.3, p.257-266, 1982.

SCARDUA, L.A.; CRUZ, J.J.; COSTA, A.H.R. Optimal control of ship unloaders using reinforcement learning. *Advanced Engineering Informatics*, n.16, p.217-227, 2002.

SINGHOSE, W.; PORTER, L.; KENISON, M.; KRIKKU, E. Effects of hoisting on the input shaping control of gantry cranes. *Control Engineering Practice*, v.8, p.1159-1165, 2000.

SOLIHIN, M.; WAHYUDI. Sensorless anti-swing control for automatic gantry crane system: a model-based approach. *International Journal of Applied Engineering Research*, v.2, n.1, p.147-161, 2007.

WANG, L.; WANG. X.; KONG. Z. Anti-swing control of overhead cranes. In: CONGRESS OF INTELLIGENT CONTROL AND AUTOMATION, 6., 2006, Dalian, China. *Proceedings...* New York: IEEE, 2006.