MURILO FREGONESI FALLEIROS

APLICAÇÃO DE CONTROLADORES H_∞ EM
MODELO NÃO LINEAR DE SUSPENSÃO ATIVA
ELETROMAGNÉTICA

São Paulo
2018

MURILO FREGONESI FALLEIROS

**APLICAÇÃO DE CONTROLADORES H_∞ EM
MODELO NÃO LINEAR DE SUSPENSÃO ATIVA
ELETROMAGNÉTICA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Ciências.

São Paulo
2018

MURILO FREGONESI FALLEIROS

**APLICAÇÃO DE CONTROLADORES H_∞ EM
MODELO NÃO LINEAR DE SUSPENSÃO ATIVA
ELETROMAGNÉTICA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador:
Prof. Dr. Diego Colón

São Paulo
2018

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Falleiros, Murilo Fregonesi

Aplicação de controladores H-infinito em modelo não linear de suspensão ativa eletromagnética / M. F. Falleiros -- versão corr. -- São Paulo, 2018. 164 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1.Sistemas de controle 2.Modelos matemáticos 3.Suspensão mecânica I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II.t.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à minha família e amigos por todo apoio e compreensão, especialmente aos meus pais Antônio Haroldo e Graziela, meu irmão Maurício e minha esposa Naiara.

Agradeço aos professores que contribuíram com minha formação e conclusão deste trabalho, em especial ao meu professor e orientador Dr. Diego Colón.

Por fim, agradeço à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo pelo ensino de qualidade e oportunidades que me foram proporcionados.

*“Na véspera de não partir nunca
Ao menos não há que arrumar malas”*

-- Fernando Pessoa

RESUMO

Este trabalho apresenta a aplicação da teoria de Controle Robusto H_∞ em modelo não linear de sistema de suspensão ativa com Atuador Tubular de Ímã Permanente (ATIP). Os principais objetivos na aplicação dos sistemas ativos de suspensão são a obtenção de melhores níveis de conforto do usuário e dirigibilidade do veículo em relação aos sistemas de suspensão passivo e semi-ativo, e a manutenção dos limites de deslocamento da suspensão. Inicialmente, são apresentados os modelos de suspensão ativa de um quarto de carro e carro completo, utilizados respectivamente como planta para o projeto dos controladores H_∞ e como modelo para as simulações dos sistemas de suspensão em malha fechada. Em seguida, o conjunto de controladores H_∞ é desenvolvido, baseado em especificações de projeto definidas, para posterior avaliação e comparação dos sistemas projetados. Verificações de robustez dos sistemas de suspensão ativos, utilizando-se da Análise- μ como ferramenta de avaliação, são feitas em conjunto com as análises de desempenho de cada sistema. A avaliação de desempenho dos sistemas é realizada tanto no domínio do tempo (avaliando-se angulações, velocidades, acelerações, deflexões e energia do sistema) quanto no domínio da frequência (através da análise de densidade espectral de potência, ou *Power Spectral Density* (PSD), das acelerações verticais do veículo e do esforço de controle do atuador). A excitação do sistema é realizada por meio de distúrbios impostos às posições das rodas, dos tipos determinístico e estocástico, representativos de condições reais da aplicação de um veículo. O conjunto de controladores desenvolvido neste trabalho apresenta resultados satisfatórios para distúrbios de entrada do tipo determinísticos e estocásticos, com ganhos de desempenho dos sistemas de suspensão ativa em relação ao sistema passivo de referência de até 34,92% para a métrica de avaliação do conforto do usuário, de 17,23% para a métrica da manutenção da dirigibilidade, e de 43,48% e 30,10% para as métricas das acelerações dos ângulos de arfagem e de rolagem da carroceria, respectivamente.

Palavras-Chave – Controle H_∞ , Suspensão ativa, Atuador Tubular de Ímã Permanente, Análise- μ .

ABSTRACT

This work presents the application of the $H\infty$ robust control theory into a non-linear model of active suspension system with a Tubular Permanent Magnet Actuator (TPMA). The main objectives in the application of the active suspension systems are the achievement of greater levels of comfort to the user and of road holding for the vehicle, when compared to the passive and semi-active suspension systems, besides the maintenance of suspension displacement limits. Initially are presented the active suspension models of a quarter-car and of a full-car, used respectively as a plant for the design of the $H\infty$ controllers and as a model for the simulations of the closed loop suspension systems. In the sequel, the controllers are developed, based on properly defined specifications, for further evaluation and comparison among the systems designed. Robustness verifications of the active suspension systems, using the μ -Analysis as assessment tool, are performed together with the performance analysis of each system. The performance evaluation of the systems is performed both in the time domain (assessing angles, speeds, accelerations, deflections and the energy of the system) and in the frequency domain (through the analysis of Power Spectral Density (PSD) of vertical accelerations of the vehicle and the control effort of the actuator). The excitation of the system is carried out by means of disturbances imposed to the vertical wheel's positions. Those disturbances are of deterministic and stochastic types, which are representatives of real working conditions of the vehicle. The set of controllers developed in this work presents satisfactory results for both deterministic and stochastic input disturbances, with performance gains of the active suspension systems in relation to the passive system of reference up to 34,92%, 17,23%, 43,48% and 30,10% respectively to the assessment metrics of user comfort, handling maintenance and acceleration of the pitch and roll angles of the chassis.

Keywords – $H\infty$ Control, Active suspension, Tubular Permanent Magnet Actuator, μ -Analysis.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Suspensão passiva tipo MacPherson do Audi® TT quattro.	34
2.2	Classificação dos sistemas de suspensão.	35
2.3	Suspensão semi-ativa Hydractive® em Citroën® C5.	37
2.4	Suspensão ativa ABC em um Mercedes-Benz® classe CL de 2007.	38
2.5	Suspensão ativa da Bose Corporation®.	39
3.1	BMW® 530i série 5.	41
3.2	Modelo de um quarto de carro.	42
3.3	Análise da força elástica da suspensão.	43
3.4	Análise dos polos do modelo contendo incertezas de um quarto de veículo com suspensão ativa em malha aberta.	45
3.5	Modelo de carro completo.	46
3.6	Atuador tubular de ímã permanente em corte.	49
3.7	Análise das forças de amortecimento f_{ds} das suspensões.	52
3.8	Perfis de deslocamento para os testes de força de amortecimento.	53
3.9	Diagramas de força de amortecimento por deslocamento para as suspensões (a) passiva e (b) ativa eletromagnética.	54
3.10	Modelo de circuito de uma fase de um motor elétrico.	55
3.11	Modos de operação do ATIP.	56
3.12	Sinais de desnível da pista $w(t)$ do tipo determinístico.	61
3.13	Realizações dos sinais de desnível da pista $w(t)$ do tipo estocástico para distúrbios padrão (a) ISO A-B, (b) ISO B-C e (c) ISO C-D.	62
3.14	Densidade espectral de deslocamento para 120 km/h.	62
4.1	Critério de conforto reduzido em termos do valor eficaz da vibração vertical e da frequência de excitação.	65

4.2	Valores singulares da aceleração da carroceria em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.	67
4.3	Valores singulares da aceleração da massa não suspensa em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.	68
4.4	Valores singulares dos ângulos da carroceria em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.	69
4.5	Valores singulares do deslocamento da suspensão em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.	70
4.6	Diagrama de conflito entre objetivos nos sistemas de suspensão.	71
4.7	Diagrama de blocos do modelo de um quarto de carro considerando as incertezas paramétricas.	73
4.8	Diagrama de blocos da planta perturbada G_P	74
4.9	Configuração geral de controle.	74
4.10	Resposta em frequência das funções peso.	77
4.11	Expansão da configuração geral de controle.	78
4.12	Estruturas (a) $M\Delta$ para análise de RS e (b) $N\Delta$ para análise de RP. . . .	79
4.13	Estrutura $N\hat{\Delta}$ para análise RP.	80
4.14	Análise- μ de robustez de estabilidade dos controladores H_∞	81
4.15	Análise- μ de robustez de desempenho dos controladores H_∞	82
4.16	Valores singulares de Hankel para os controladores de ordem não reduzida. .	83
4.17	Análise- μ de robustez de estabilidade dos controladores H_∞ de ordem reduzida.	84
5.1	Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo considerando todas as métricas para os testes estocásticos.	89
5.2	Resposta da aceleração da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h.	90
5.3	Análise PSD da (a) aceleração da carroceria e da (b) força dinâmica sob o pneu utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h.	91

5.4	Resposta da força dinâmica sob o pneu utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO C-D a 80 <i>km/h</i>	92
5.5	Análise PSD da (a) aceleração da carroceria e da (b) força dinâmica sob o pneu utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO C-D a 80 <i>km/h</i>	93
5.6	Respostas dos ângulos da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 40 <i>km/h</i>	94
5.7	Relação entre os desempenhos médios de conforto e dirigibilidade do sistema ativo em relação ao sistema passivo para os testes estocásticos.	95
5.8	Análise da energia despendida pelo ATIP em testes estocásticos para os controladores de ordem reduzida.	96
5.9	Respostas dos esforços de controle utilizando K2 e K6 de ordens reduzidas em distúrbio padrão ISO A-B a 40 <i>km/h</i>	97
5.10	Análise PSD dos esforços de controle utilizando K2 e K6 de ordens reduzidas em distúrbio padrão ISO A-B a 40 <i>km/h</i>	98
5.11	Respostas das potências do ATIP utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 80 <i>km/h</i>	100
5.12	Respostas das potências do ATIP utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 80 <i>km/h</i>	101
5.13	Resposta dos (a) deslocamentos e das (b) acelerações da suspensão dos sistemas passivo e ativo não atuado para distúrbio padrão ISO C-D a 80 <i>km/h</i>	102
5.14	Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo considerando todas as métricas para os testes determinísticos.	104
5.15	Resposta da aceleração da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso positivo a 40 <i>km/h</i>	105
5.16	Respostas dos ângulos da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso negativo a 40 <i>km/h</i>	106
5.17	Resposta da força dinâmica sob o pneu utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo senoide negativa a 80 <i>km/h</i>	108
5.18	Análise da energia despendida pelo ATIP em testes determinísticos para os controladores de ordem reduzida.	109

5.19	Respostas dos esforços de controle utilizando K2 e K6 de ordens reduzidas em distúrbio tipo impulso negativo a 40 km/h	110
5.20	Respostas das potências do ATIP utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso positivo a 40 km/h	111
5.21	Respostas das potências do ATIP utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso positivo a 40 km/h	112
5.22	Divergência dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo devido à redução da ordem dos controladores para os testes estocásticos.	113
5.23	Divergência dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo devido à redução da ordem dos controladores para os testes determinísticos.	114
A.1	Diagrama de blocos do modelo de carro completo em Simulink®.	125
A.2	Planta do modelo de carro completo em Simulink®.	126
A.3	Modelo de um quarto de carro em Simulink® para a suspensão frontal direita.	127
A.4	Modelo de saturação do deslocamento da suspensão em Simulink® para a suspensão frontal direita.	128
A.5	Modelo da dinâmica vertical da carroceria em Simulink®.	128
A.6	Modelo de geração dos sinais de leitura dos sensores do sistema de suspensão ativa contendo distúrbios.	129
A.7	Estrutura dos controladores em Simulink®.	129
A.8	Modelo de cálculo das potências dos atuadores eletromagnéticos em Simulink®.	130
C.1	Diagramas de Bode dos controladores K1 de ordem reduzida e não reduzida.	148
C.2	Diagramas de Bode dos controladores K2 de ordem reduzida e não reduzida.	148
C.3	Diagramas de Bode dos controladores K3 de ordem reduzida e não reduzida.	149
C.4	Diagramas de Bode dos controladores K4 de ordem reduzida e não reduzida.	149
C.5	Diagramas de Bode dos controladores K5 de ordem reduzida e não reduzida.	150
C.6	Diagramas de Bode dos controladores K6 de ordem reduzida e não reduzida.	150

C.7	Diagramas de Bode dos controladores K7 de ordem reduzida e não reduzida.	151
C.8	Valores singulares de Hankel para os controladores de ordem reduzida. . . .	151

LISTA DE TABELAS

3.1	Parâmetros nominais do veículo BMW® 530i.	48
3.2	Incertezas dos parâmetros do veículo BMW® 530i.	49
3.3	Parâmetros do atuador tubular de ímã permanente.	56
3.4	Valores de $G_d(n_0)$ segundo a ISO 8608.	59
3.5	Valores de k segundo a ISO 8608.	60
4.1	Modelo dos sensores e distúrbio de leitura.	78
4.2	Ordem dos controladores H_∞ de ordem reduzida.	84
5.1	Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo para os testes estocásticos.	88
5.2	Capacidade de regeneração de energia dos controladores de ordem reduzida em testes estocásticos.	98
5.3	Quantidade de saturações de deslocamento da suspensão para os testes estocásticos com controladores de ordem reduzida.	100
5.4	Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo para os testes determinísticos.	103
5.5	Capacidade de regeneração de energia dos controladores de ordem reduzida em testes determinísticos.	110
5.6	Parâmetros dos grupos de análise definidos para avaliação da influência das incertezas estruturadas.	115
5.7	Relações de desempenhos médios para os testes estocásticos entre grupos com variação exclusiva da massa suspensa.	115
5.8	Relações de desempenhos médios para os testes estocásticos entre grupos com variação exclusiva da rigidez do pneu.	116
D.1	Valores RMS das métricas de análise do sistema de suspensão passiva para o grupo de testes estocásticos.	154

D.2	Valores RMS das métricas de análise do sistema de suspensão passiva para os teste determinísticos.	154
D.3	Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem não reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO A-B.	155
D.4	Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem não reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO B-C.	156
D.5	Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem não reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO C-D.	157
D.6	Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO A-B.	158
D.7	Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO B-C.	159
D.8	Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO C-D.	160
D.9	Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K1 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.	161
D.10	Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K2 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.	161
D.11	Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K3 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.	162
D.12	Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K4 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.	162
D.13	Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K5 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.	163
D.14	Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K6 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.	163
D.15	Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K7 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.	164

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABC	<i>Active Body Control</i>
ATIP	Atuador Tubular de Ímã Permanente
CBA	Congresso Brasileiro de Automática
CL	<i>Closed Loop</i>
CMD	Controle por Modos Deslizantes
CMD-PI	Controle por Modos Deslizantes Proporcional-Integral
CMD-PID	Controle por Modos Deslizantes Proporcional-Integral-Derivativo
FCEM	Força Contra-Eletromotriz
GDL	Graus de Liberdade
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
LFT	<i>Linear Fractional Transformation</i>
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
MBC	<i>Magic Body Control</i>
MCP	<i>Model Predictive Control</i>
MR	Magneto-Reológicos
NP	<i>Nominal Performance</i>
NS	<i>Nominal Stability</i>
OL	<i>Open Loop</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
RLQ	Regulador Linear Quadrático
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RP	<i>Robust Performance</i>
RS	<i>Robust Stability</i>
SUV	<i>Sport Utility Vehicle</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Z_s	Posição vertical da massa suspensa
Z_u	Posição vertical da massa não suspensa
M_s	Massa suspensa
M_u	Massa não suspensa
k_s	Constante elástica da mola da suspensão
d_s	Coefficiente de amortecimento da suspensão
k_u	Constante elástica do pneu
d_u	Coefficiente de amortecimento do pneu
w	Distúrbio proveniente da pista
u	Força exercida pelo atuador
f_{ks}	Força elástica do sistema de suspensão
f_{ds}	Força de amortecimento do sistema de suspensão
$x(t)$	Vetor de estados
$v(t)$	Vetor de entradas
$y(t)$	Vetor de saídas
$\theta(t)$	Ângulo de arfagem da carroceria
$\phi(t)$	Ângulo de rolagem da carroceria
Z	Posição vertical da carroceria no centro de gravidade
J_y	Momento de inércia de arfagem da carroceria
J_x	Momento de inércia de rolagem da carroceria
l_1	Comprimento da dianteira do veículo
l_2	Comprimento da traseira do veículo
d_1	Largura da porção direita do veículo
d_2	Largura da porção esquerda do veículo
v	Velocidade de deslocamento da suspensão
K_i	Constante de força do atuador

I_q	Amplitude da corrente de fase
i_{ph}	Corrente de fase do atuador
τ_p	Posição do pólo magnético no conjunto de ímãs permanentes
ϕ_c	Ângulo de comutação do atuador
V_{ph}	Tensão de alimentação da fase
R_{ph}	Resistência da fase
L_{ph}	Indutância da fase
E_{ph}	Força contra eletro-motriz da fase
P_{cu}	Potência de perdas pela resistência do cobre
P_{me}	Potência mecânica exercida
P_s	Potência elétrica fornecida
$K_{e,ph}$	Ganho da força contra eletro-motriz da fase
G_d	Densidade espectral de potência de deslocamento
n	Frequência espacial
n_0	Frequência espacial nominal
N	Número de intervalos
x	Deslocamento longitudinal da pista
k	Constante de classe da pista
L	Comprimento da pista
g	Aceleração da gravidade
F_{dyn}	Força dinâmica sob o pneu
F_{sta}	Força estática da massa não suspensa
p_{ms}	Incerteza relativa de m_s
p_{ks}	Incerteza relativa de k_s
p_{ku}	Incerteza relativa de k_u
p_{ds}	Incerteza relativa de d_s
z	Vetor de sinais de “erro”
γ	Índice de desempenho
μ	Valor singular estruturado

SUMÁRIO

1	Introdução	25
1.1	Trabalhos Publicados	25
1.2	Motivação do Trabalho	25
1.3	Objetivos	26
1.4	Revisão Bibliográfica	27
1.5	Estrutura do Trabalho	32
2	Sistemas de Suspensão	33
2.1	Suspensão Passiva	33
2.2	Suspensão Semi-ativa	36
2.3	Suspensão Ativa	37
3	Modelagem Matemática	41
3.1	Modelos Veiculares	42
3.1.1	Modelo de Um Quarto de Carro	42
3.1.2	Modelo de Carro Completo	45
3.2	Atuador Tubular de Ímã Permanente	49
3.3	Distúrbios de Entrada	57
4	Síntese dos Controladores	63
4.1	Objetivos de Controle	63
4.2	Contradição dos Objetivos de Controle	69
4.3	Controladores H_∞	70
4.4	Controladores H_∞ de ordem reduzida	82

5	Resultados	87
5.1	Resposta dos controladores de ordem reduzida em testes estocásticos . . .	87
5.2	Resposta dos controladores de ordem reduzida em testes determinísticos . .	103
5.3	Influência da redução da ordem dos controladores	112
5.4	Influência das incertezas estruturadas	113
6	Conclusões	117
	Referências	121
	Apêndice A – Modelo não linear de veículo completo com suspensão ativa em Simulink®	125
	Apêndice B – Descrição em espaço de estados dos controladores H_∞	131
	Apêndice C – Redução da ordem dos controladores H_∞	147
	Apêndice D – Descrição dos resultados para os controladores H_∞	153

1 INTRODUÇÃO

1.1 TRABALHOS PUBLICADOS

Anteriormente à apresentação desta dissertação, trabalho relevante ao desenvolvimento foi publicado por FALLEIROS M. F.; COLÓN (2016) no Congresso Brasileiro de Automática (CBA) 2016.

O trabalho trata da aplicação de um controlador robusto linear LQG/LTR em modelo não linear de meio veículo com suspensão ativa e atuador eletromagnético do tipo tubular de ímã permanente. Focando na percepção de conforto do usuário e atenuação das acelerações do ângulo de arfagem da carroceria, o controlador é validado através de simulações em Matlab® e Simulink® do modelo não linear de suspensão ativa elaborado.

Considerando distúrbios de entrada do tipo determinístico, aplicados sob as posições das rodas frontal e traseira, o sistema de suspensão ativo eletromagnético apresentou ganhos significativos de desempenho em relação ao sistema passivo, considerando as métricas de análise definidas. Adicionalmente, foi realizada neste trabalho uma análise da influência das não linearidades contidas no modelo veicular sobre o comportamento dinâmico do sistema de suspensão.

1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Os objetivos principais do sistema de suspensão são: 1) isolar a carroceria dos distúrbios provenientes da pista ou de manobras como, por exemplo, frenagem, aceleração e curvas, proporcionando conforto ao usuário, e 2) manter o contato regular entre pneu e pista, garantindo uma dirigibilidade adequada ao veículo.

Com a evolução da tecnologia aplicada no setor automobilístico, das legislações sobre segurança e eficiência energética e, até mesmo, da percepção do usuário quanto ao conforto e segurança, os sistemas de suspensão têm sido intensamente estudados e desenvolvidos

pela academia e pela indústria nas últimas décadas. Os sistemas de suspensão podem ser divididos em três categorias principais: os sistemas de suspensão passivos, os semi-ativos e os ativos.

A suspensão ativa, foco deste trabalho, possui como diferencial a capacidade de não apenas remover energia do sistema de suspensão através do amortecedor, como ocorre com os sistemas passivo e semi-ativo, mas também adicionar energia ao sistema através de um atuador, possibilitando um maior controle da suspensão e maiores níveis de conforto e segurança ao veículo. Isto, obviamente, impacta de forma acentuada nos custos e na demanda energética do sistema, que devem ser considerados durante seu desenvolvimento.

Diversas metodologias vêm sendo aplicadas para a solução do problema de controle do sistema de suspensão ativa. A seleção de métodos pode-se dar pelas características principais de cada sistema físico ou modelo sendo utilizado, como, por exemplo, a linearidade do modelo, a variação de parâmetros do sistema ao longo de sua vida útil e a robustez requerida do projeto. Neste trabalho, a metodologia de controle robusto H_∞ será aplicada para o desenvolvimento de um conjunto de controladores, os quais serão comparados tendo-se como base um mesmo modelo de veículo completo.

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho possui como objetivo o projeto de um conjunto de controladores robustos, utilizando a técnica de controle H_∞ , com diferentes compromissos entre conforto e dirigibilidade, e a avaliação entre os desempenhos obtidos por estes controladores desenvolvidos. Os controladores H_∞ serão aplicados em um mesmo modelo não linear de veículo completo com suspensão ativa utilizando um atuador tubular de ímã permanente.

Diversos tópicos serão estudados e desenvolvidos com o intuito de se realizar a comparação entre os controladores robustos projetados:

- Discussão do problema de suspensão ativa: otimização de múltiplos objetivos com avaliação nos domínios da frequência e do tempo;
- Descrição dos modelos matemáticos necessários para síntese dos controladores e da planta de validação desses controladores;
- Elaboração de um procedimento de análise do sistema em malha fechada, que contenha todos os distúrbios e métricas a serem utilizados;

- Síntese dos controladores adequados para a solução do problema proposto;
- Simulação, análises e conclusões sobre os diversos sistemas de controle de suspensão ativa projetados durante o trabalho.

1.4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Após o lançamento da suspensão eletronicamente controlada no mercado automotivo, feito realizado pela Citroën® em 1955, estudos acadêmicos com foco nas malhas de controle para esta se iniciaram nos anos 70 (SANDE, 2011). Esta seção faz uma breve revisão dos trabalhos mais relevantes para esta dissertação quanto às topologias de controle, às metodologias de desenvolvimento e de análise, bem como os modelos matemáticos utilizados.

Canale et al. (2005) utiliza um modelo não-linear de quarto de carro para o projeto de um sistema de suspensão semi-ativo baseado em estratégias de controle preditivo baseado em modelo, ou *Model Predictive Control* (MCP), com os objetivos de diminuir a aceleração vertical da carroceria e garantir uma boa dirigibilidade. Baseado na condição de desacoplamento, que permite a síntese do controlador utilizando-se uma versão simplificada da planta, a análise do sistema desenvolvido é feita por simulação em modelo não-linear de meio-carro, utilizando-se de testes industriais padrão, que variam os tipos de distúrbios de entrada entre: randômico, buraco, impulso positivo, impulso negativo e pista inglesa. Os resultados obtidos são comparados com os resultados de outras duas estratégias de controle mais simples, que alocam o coeficiente de amortecimento em apenas dois estados extremos. As dificuldades de computação em tempo real da lei de controle preditiva são superadas através da implementação de técnicas de aproximação de funções não-lineares. Foi demonstrado que para quase todos os testes realizados, houve melhorias significativas de conforto e dirigibilidade para o sistema baseado em estratégias de MCP comparado com as outras estratégias apresentadas.

Spirk e Lohmann (2012) formula os objetivos de controle de um sistema de suspensão ativa como problemas de controle ótimo, variando a complexidade das funções peso para fins de comparação dos resultados. O modelo de suspensão utilizado é de um quarto de carro com não linearidades na rigidez da mola, no amortecedor e na limitação do deslocamento da suspensão. Devido à complexidade do modelo e das funções peso não lineares, soluções analíticas ou numéricas em tempo real são inviáveis. Assim, soluções offline, ou seja, previamente calculadas e somente com a solução implementada do modelo em espaço

de estados discretizado são utilizadas para a criação do controlador tipo realimentação de estados.

O trabalho apresenta resultados tanto de simulação quanto de bancada, baseados em modelo de um quarto de carro, com distúrbio randômico proveniente da pista. Os controladores projetados apresentaram alto desempenho, com aceleração da carroceria e variação da carga sob o pneu inferiores ao sistema de suspensão passivo e com um regulador linear quadrático desenvolvido a partir do modelo linearizado. Os resultados em bancada ainda se mostraram positivos, porém, inferiores aos de simulação devido às limitações do atuador presente.

Um novo sistema eletromagnético de suspensão ativa é proposto por Zhang, Cheung e Cheng (2011), composto de um motor linear de relutância variável e uma mola passiva. O modelo de dois graus de liberdade, ou um quarto de carro, desenvolvido para a avaliação do atuador, foi verificado através de análise de elementos finitos bidimensional. Este trabalho apresenta uma análise, baseada em diagramas de Bode, da influência dos parâmetros do sistema de suspensão sobre a resposta em frequência do veículo, com foco no comportamento próximo às frequências naturais da suspensão e carroceria do veículo. Após implementar um Regulador Linear Quadrático (RLQ) para o atuador eletromagnético, seu desempenho é avaliado quanto à aceleração da carroceria e deflexões da suspensão e do pneu, se mostrando vantajoso quando comparado ao sistema de suspensão passivo. Além de apresentar características dinâmicas superiores, o sistema eletromagnético é considerado energeticamente mais eficiente que os sistemas baseados em atuadores hidráulicos, por não necessitar de uma pressurização constante do sistema, e também é capaz de operar em modo gerador, transformando energia cinética proveniente dos distúrbios da pista em energia elétrica para recarregar o sistema de bateria do veículo.

Em Sande (2011) é realizado um estudo sobre a capacidade de melhoria que se pode atingir em um sistema de suspensão, em termos da minimização da aceleração da carroceria e dinâmica de compressão do pneu, através da implementação de um sistema de suspensão ativo eletromagnético com ampla largura de banda. O sistema ativo é composto de uma mola e um Atuador Tubular de Ímã Permanente (ATIP), cujos sistemas de controle desenvolvidos se baseiam nas teorias de RLQ e controle robusto H_∞ . As plantas de dois graus de liberdade utilizadas para os projetos dos controladores se baseiam em um veículo BMW®, modelo 530i, incluindo uma versão linear para o regulador ótimo e um modelo com variação da massa suspensa, coeficiente de amortecimento e rigidez do pneu para o controlador robusto. Com relação ao controlador robusto, três diferentes fatores de ponderação no domínio da frequência são discutidos para ênfase do regulador no con-

forto ou dirigibilidade. Os testes de desempenho do atuador e dos sistemas de controle são realizados em bancada de um quarto de carro. Melhorias nos níveis de conforto e de dirigibilidade do veículo foram obtidos para os dois tipos de controladores projetados, sendo que, para o controlador tipo robusto, o desempenho se apresentou muito sensível às funções peso utilizadas e às faixas de frequência enfatizadas por estas. A robustez de estabilidade dos controladores desenvolvidos para as variações presentes na planta é evidenciada através dos valores singulares estruturados, assumindo que se o controle é estável para o pior caso encontrado, será estável para quaisquer outros casos que possam vir a acontecer.

Um controlador H_∞ é proposto por Sename e Dugard (2003) para o controle de um sistema de suspensão semi-ativo, que é composto por uma mola em paralelo com um amortecedor controlado eletronicamente. O objetivo deste atuador é de modificar com precisão o coeficiente de amortecimento em tempo real para o aperfeiçoamento da percepção de conforto do usuário e da manutenção do contato entre pneu e pista. Tanto o projeto do controlador quanto a validação do sistema utilizam de modelo de um quarto de carro não linear de suspensão semi-ativa. A validação da malha de controle considera aspectos industriais, que abrangem o isolamento da carroceria em relação às vibrações provenientes da pista e da manutenção do contato entre pista e pneu. As métricas de validação mencionadas são então traduzidas como funções peso para o controlador H_∞ , adicionando-se também peso à entrada de controle, à aceleração da carroceria e ao erro de medida. Fazendo o projeto de controle robusto, o comportamento do controlador é verificado através da análise das funções de transferência do sistema de suspensão, apresentando clara melhora em relação ao sistema passivo. Por fim, aplica-se a Análise- μ (análise do valor singular estruturado) para verificação da robustez de estabilidade e desempenho do sistema de controle.

Rajala (2012) realiza um estudo sobre o problema de controle de um novo sistema de suspensão ativa da Daimler AG®, caracterizado por cada uma das quatro rodas do veículo conter seu próprio atuador hidráulico e uma bomba independente, visando principalmente melhorias no consumo energético do conjunto. O foco do trabalho está na topologia de controle H_∞ , onde seis diferentes controladores são projetados, discretizados e simulados em um modelo não linear completo para comparação quanto ao conforto final proporcionado ao usuário e eficiência energética. Os reguladores desenvolvidos possuem alterações tanto nas variáveis de entrada do controlador robusto quanto na formação da malha de controle. As formas da malha de controle são divididas em: controle robusto direto; e topologia cascata, com um controle H_∞ de força do atuador em série com um controle

tipo Skyhook (modelo de suspensão com referência fictícia, de posição vertical constante, acima do veículo, ou, no "céu") da posição da carroceria. Considerando a aceleração da massa suspensa, a densidade espectral dos sinais, a deflexão da suspensão, a potência mecânica e o consumo energético do atuador para avaliação, o estudo demonstrou que todas as seis malhas de controle elaboradas são capazes de estabilizar o sistema de suspensão ativa e melhorar os níveis de conforto para o usuário. Também avalia-se que com a utilização da medição prévia dos desníveis da pista, é possível aumentar a largura de banda do sistema ativo, beneficiando os resultados de conforto final do sistema.

Alves et al. (2014) apresenta um estudo sobre os efeitos causados pela computação da lei de controle durante o controle de um sistema de suspensão ativa. Para tal análise, são considerados os atrasos de aquisição e transporte dos estados. A compensação do atraso de sinal é realizada através da inclusão de observadores de estados, que são utilizados em conjunto com controladores de estrutura variável, baseados na metodologia de Controle por Modos Deslizantes (CMD), sendo um controlador desenvolvido com base em equações no tempo contínuo e outro tendo como base equações no tempo discreto, ou seja, considerando o tempo de amostragem no projeto do controlador. A planta referência do trabalho é um modelo linear de um quarto de carro, representativa da bancada de testes Quanser que foi utilizada para validação dos controladores. Dados obtidos anteriormente nesta bancada, com a aplicação de um controlador tipo RLQ convencional, também são utilizados para fins de comparação da eficácia dos sistemas de suspensão. Os resultados obtidos mostram que sem a predição de estados, os controladores por modos deslizantes se tornam ineficazes na presença de atrasos de transporte dos sinais. Também foi verificada a influência da diminuição da taxa de amostragem, ou aumento do tempo de amostragem, sob os resultados dos controladores. A topologia com base no tempo contínuo demonstrou grande deterioração de sua performance para o aumento do tempo de amostragem, enquanto a outra topologia apresentou apenas uma pequena perda de eficiência. As duas estruturas analisadas apresentaram perda de rendimento com o aumento do atraso na atualização dos sinais, porém, ainda apresentando bons resultados quando comparados com reguladores que não levam em consideração este atraso em sua formulação.

Sam, Osman e Ghani (2003) propõe uma técnica de Controle por Modos Deslizantes Proporcional-Integral (CMD-PI) capaz de prover menor erro em estado estacionário no sistema devido ao grau de liberdade adicionado à superfície de escorregamento do controlador robusto. As vantagens da topologia proposta são verificadas através de simulação em modelo de meio carro, comparando o novo controlador robusto com os modelos de suspensão passiva e regulador linear quadrático. O distúrbio considerado durante a si-

mulação é do tipo lombada senoidal e os estados analisados são a aceleração no centro de gravidade da carroceria e a deflexão dos pneus dianteiro e traseiro.

Pati, Singh e Negi (2014) propõe um seguidor de referência para suspensões ativas baseado em Controle por Modos Deslizantes Proporcional-Integral-Derivativo (CMD-PID). Esta superfície de escorregamento tipo PID provê ao controlador um grau de liberdade a mais, reduzindo o erro em estado estacionário e o comportamento transitório. O modelo apresentado para o projeto e avaliação dos controladores é de meio veículo com não linearidades nas molas e amortecedores das suspensões traseira e dianteira. Tendo como resultados da aplicação do controlador, a atenuação do deslocamento vertical da carroceria e do ângulo de arfagem, sendo que a estabilidade deste sistema não linear é matematicamente comprovada através do teorema de Lyapunov. A validação do seguidor é feita em ambiente Matlab® de simulação, variando entre oito configurações de condições iniciais para duas trajetórias desejadas senoidais. Os resultados finais apresentam erro estacionário nulo ao custo de níveis elevados de esforço de controle.

Crivellaro e Donha (2011) apresenta o desenvolvimento de um sistema de suspensão semi-ativo para veículos utilitários esportivos, ou *Sport Utility Vehicle* (SUV), que foca em melhores níveis de conforto e segurança para o veículo. O modelo matemático utilizado no trabalho é de veículo completo, que possui sete graus de liberdade, contendo modelos no tempo discreto dos amortecedores Magneto-Reológicos (MR). O projeto de controle é baseado na metodologia linear quadrático Gaussiano com recuperação do ganho da malha de transferência (LQG/LTR) para sistemas não estritamente próprios, cujas barreiras de desempenho e estabilidade impostas aos valores singulares do sistema em malha aberta têm como objetivo: limitar o máximo deslocamento da suspensão, rejeitar distúrbios, reduzir as trepidações na carroceria, evitar a perda de contato do pneu com o solo, diminuir a influência dos erros de modelagem e mitigar os erros de medição. Os resultados de simulação e de testes veiculares para o sistema semi-ativo são comparados com um sistema não linear passivo, de acordo com seis diferentes índices de desempenho: níveis de valor eficaz, ou *Root Mean Square* (RMS), de aceleração da carroceria, máximo deslocamento da suspensão, índices de torção da carroceria, aceleração vertical e aceleração transversal sob o motorista e nível de trepidação. Das seis métricas definidas, apenas o deslocamento máximo da suspensão se mostrou pior para o sistema semi-ativo, assim, de forma geral o sistema controlado possui bom desempenho, superior ao sistema passivo.

Conforme apresentado neste capítulo, baseado na evolução dos sistemas de suspensão e dos estudos acadêmicos destes, este trabalho utilizará a metodologia de controle H_∞ para o desenvolvimento de um sistema de suspensão ativa com atuador eletromagnético.

Ainda sem presença no mercado automotivo, este tipo de sistema eletromagnético tem sido discutido continuamente devido às suas vantagens em relação aos sistemas hidráulicos e pneumáticos, como, por exemplo, sua elevada eficiência energética.

Adicionalmente, a verificação do desempenho do sistema ativo projetado em relação ao sistema passivo de referência é realizada nos domínios da frequência e do tempo, com métricas de conforto, dirigibilidade e eficiência energética, em testes padronizados dos tipos determinísticos e estocásticos. Assim, contemplando as principais análises realizadas para a verificação dos desempenhos dos sistemas de suspensão ativos.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O Capítulo 2 apresenta uma introdução ao estado da arte dos sistemas de suspensão, apresentando os sistemas passivo, semi-ativo e ativo.

No Capítulo 3, primeiramente é analisado o atuador tubular de ímã permanente, assim como sua descrição matemática não linear. Em seguida, são descritos os modelos de um quarto de carro, utilizado como planta para o desenvolvimento dos algoritmos de controle, e carro completo, que é base para a simulação dinâmica que irá avaliar o sistema de suspensão ativa em malha fechada. Por fim, são tabelados os parâmetros dos modelos veiculares e descritos os critérios de avaliação do conforto e da dirigibilidade, entre outras métricas aplicadas, utilizados na avaliação dos sistemas de suspensão.

A síntese dos controladores, utilizando a técnica de controle robusto H_∞ , para atuação no sistema de suspensão ativa eletromagnética, é descrita no Capítulo 4.

Tendo como referência os critérios de avaliação de conforto e dirigibilidade apresentados no Capítulo 3, o Capítulo 5 apresenta os resultados deste trabalho, realizando uma comparação entre os compensadores desenvolvidos no Capítulo 4 e o sistema de suspensão passivo.

No Capítulo 6 são pontuadas as conclusões deste trabalho e, também, são discutidas propostas de estudos futuros para o complemento e aprofundamento deste.

2 SISTEMAS DE SUSPENSÃO

Os primeiros veículos sobre rodas, datados em mais de quatro mil anos atrás e tracionados por animais, não dispunham de qualquer tipo de amortecimento, sendo fixados os eixos das rodas diretamente sob a cabine de passageiros. Com o intuito de proporcionar conforto ao usuário, os romanos separaram os eixos da cabine, adicionando correntes ou tiras de couro para suavização das irregularidades do solo. Já nos tempos modernos, evoluções significativas ocorreram com o surgimento das suspensões por feixe de molas na Europa do século X e dos amortecedores por atrito no século XVIII (HEISSING; ERSOY, 2010).

Com o surgimento dos veículos de propulsão própria e a evolução dos processos de manufatura e projeto, os últimos dois séculos trouxeram tecnologias inovadoras que estão presentes até os dias de hoje, como, por exemplo, os pneus separados das rodas, suspensões por molas espirais e amortecedores hidráulicos (HEISSING; ERSOY, 2010). A introdução de sistemas de suspensão controlados em veículos comerciais aconteceu na segunda metade da década de 1950, porém, seu reconhecimento pelo público em geral ganhou força apenas nos anos 80, intensificado principalmente pela cobertura da imprensa feita ao carro experimental Lotus® Esprit e à Lotus® 92, primeiro Fórmula 1 com suspensão ativa lançado (HROVAT, 1997).

Nas últimas quatro décadas, os sistemas de suspensão têm evoluído rapidamente, tendo como suporte o desenvolvimento tecnológico dos microcontroladores, da eletrônica e das ferramentas de projeto ocorrido. Dividindo os sistemas de suspensão em três grandes categorias, este capítulo apresenta os aspectos principais das suspensões passivas, semi-ativas e ativas.

2.1 SUSPENSÃO PASSIVA

Sistemas passivos de suspensão são os de menor custo e de maior simplicidade quando comparados aos sistemas semi-ativos e ativos. Isto, obviamente, se deve ao fato deste tipo

de sistema não introduzir energia ao sistema, como ocorre nos sistemas ativos, e também não modificar ativamente suas características de projeto, como ocorre nos sistemas semi-ativos. Ou seja, não há controle sob os parâmetros ou atuação do sistema de suspensão passivo. Dada sua simplicidade e custo reduzido, a suspensão passiva é ainda o tipo mais popular de suspensão, sendo amplamente utilizada em todos os ramos da indústria automotiva.

O grande desafio durante o projeto de sistemas de suspensão é a ponderação entre os objetivos contraditórios de aumentar o conforto para o usuário ao mesmo tempo em que se tenta melhorar a dirigibilidade do veículo. Uma suspensão de alta rigidez garante o contato da roda com a pista, melhorando a dirigibilidade do veículo, porém, sendo desconfortável para o usuário devido às irregularidades da pista. O ponto de equilíbrio entre estes objetivos é determinado de acordo com as características do veículo para o qual a suspensão está sendo desenvolvida, mas, níveis satisfatórios tanto de conforto quanto de dirigibilidade são dificilmente atingidos, devido às limitações apresentadas pelo sistema passivo (GYSEN et al., 2010).

A arquitetura de suspensão passiva mais utilizada no setor de veículos leves, considerando principalmente o eixo dianteiro, é do tipo MacPherson, que possui mola helicoidal e amortecedor telescópico coaxiais. A Figura 2.1 exemplifica a suspensão passiva tipo MacPherson, utilizada no modelo Audi® TT quattro.

Figura 2.1: Suspensão passiva tipo MacPherson do Audi® TT quattro.

Fonte: (AG, 2016).

O modelo de um quarto de veículo com suspensão passiva é exibido na Figura 2.2, em conjunto com outros modelos de um quarto de veículo que serão discutidos neste trabalho. Este modelo simples possui dois Graus de Liberdade (GDL), sendo estes a posição da massa suspensa Z_s e a posição da massa não suspensa Z_u . Adicionalmente

aos modelos de um quarto de veículo, a Figura 2.2 apresenta para cada tipo de suspensão a sua região de operação das forças de amortecimento e elástica, que variam de acordo com o deslocamento e velocidade da suspensão, o espectro de frequências de operação do atuador e uma caracterização qualitativa da demanda energética do atuador, baseada no trabalho de Koch (2011).

Figura 2.2: Classificação dos sistemas de suspensão.

Tipo de Suspensão	Modelo	Restrição de força	Faixa de operação	Demanda energética
Passiva			-	-
Semi-ativa			0 - 40 Hz	Baixa
Adaptativa			0 - 1 Hz	Baixa
Ativa lenta			0 - 5 Hz	Média
Totalmente ativa			0 - 30 Hz	Alta

Fonte: Autor.

No modelo de suspensão passiva da Figura 2.2, encontra-se a massa suspensa M_s , que representa um quarto da massa da carroceria do veículo; a massa não suspensa M_u , que representa a massa da roda; a constante elástica da mola da suspensão k_s ; o coeficiente do amortecedor da suspensão d_s ; a constante elástica do pneu k_u ; o coeficiente de amortecimento do pneu d_u e; o distúrbio proveniente do chão w , representando o perfil da pista.

Este trabalho utilizará o sistema de suspensão passivo como base de comparação para os sistemas controlados. Obviamente, os sistemas ativos de suspensão devem apresentar melhores índices de desempenho ou conforto, de acordo com os requisitos de controle, em comparação com o sistema não atuado.

2.2 SUSPENSÃO SEMI-ATIVA

Os sistemas de suspensão semi-ativos são caracterizados pela sua capacidade de alterar ativamente os parâmetros dos elementos do sistema, seja apenas o coeficiente de amortecimento do dissipador de energia ou este em conjunto com o coeficiente de rigidez da mola da suspensão (quando ambos os coeficientes são modificados, caracteriza-se o subtipo de suspensão chamada adaptativa, como empregado em Koch (2011)). Outra característica importante dos sistemas semi-ativos é que estes são capazes de remover energia do sistema de forma variável, através do controle dos parâmetros do sistema. Porém, como ocorre com o sistema passivo, não há adição de energia ao sistema de suspensão, limitando sua capacidade de compensação das imperfeições da pista (ABOUD; HARIS; YAACOB, 2014).

Apesar da limitação de desempenho do sistema semi-ativo gerado pela ausência de um atuador que adicione energia à suspensão, este também é o grande trunfo desta tecnologia, por ser capaz de apresentar uma ótima relação entre custo e benefício, sendo um sistema barato e de baixo consumo energético quando comparado aos sistemas ativos, e ainda apresentando melhorias de conforto e dirigibilidade quando comparado ao sistema passivo. Uma comparação entre as bandas de atuação e demanda energética dos sistemas de suspensão discutidos neste capítulo é apresentada na Figura 2.2.

Podem-se citar algumas aplicações das suspensões semi-ativas no segmento de veículos comerciais leves, como, por exemplo, o Citroën® C5 exibido na Figura 2.3, equipado com o sistema hidro-pneumático Hydractive® que atua diretamente sobre os coeficientes de mola e amortecedor da suspensão.

Também podemos citar o Alfa Romeo® Mito, equipado com sistema por atuação de válvula solenoide da Magneti Marelli® e a Range Rover® Evoque, que utiliza o sistema MagneRide® da Delphi®, que é capaz de alterar a viscosidade do fluido magneto-reológico do amortecedor através da exposição deste à um campo magnético variável. A diferença entre os modelos de 2-GDL do sistema de suspensão passiva e semi-ativa, apresentados na Figura 2.2, está no coeficiente do amortecedor da suspensão d_s , que

Figura 2.3: Suspensão semi-ativa Hydractive® em Citroën® C5.

Fonte: (CITROËN, 2010).

possui valor variável para o sistema semi-ativo de acordo com o fluxo de fluido hidráulico dentro do amortecedor.

2.3 SUSPENSÃO ATIVA

Diferentemente dos sistemas de suspensão passivo e semi-ativo, que são capazes apenas de dissipar a energia do sistema através do amortecedor, o sistema de suspensão ativa possui a habilidade de armazenar, dissipar e introduzir energia diretamente ao sistema através de um atuador. Com a introdução do componente ativo à suspensão, que pode trabalhar em paralelo com os componentes passivos ou até mesmo substituir parte deles, se torna possível uma melhor sintonia entre os objetivos de projeto conflitantes de conforto e dirigibilidade, apesar do aumento de custo e consumo energético do sistema (CANALE et al., 2005).

As vantagens da utilização de um sistema de suspensão ativo ao invés do sistema passivo ou semi-ativo podem ser resumidas como: melhor desempenho em relação à dirigibilidade do veículo, levando ao acréscimo de estabilidade e segurança e; aumento da percepção de conforto do usuário. Por outro lado, a introdução de um atuador ao sistema também implica em maiores custos, sendo usualmente utilizado em modelos de luxo, e; aumento do consumo energético do veículo, sendo necessário, por exemplo, um acompanhamento constante da capacidade de carga do sistema de bateria.

Atualmente, encontram-se disponíveis diversos sistemas de suspensão ativa no mercado de veículos leves. Um dos exemplos mais conhecidos é o sistema de suspensão ativa com atuador hidráulico da Mercedes-Benz®, apresentado na Figura 2.4 em um Mercedes-Benz® classe CL de 2007, conhecido como *Active Body Control*® (ABC). O sistema ABC evoluiu para o sistema *Magic Body Control*® (MBC) através do pré-escaneamento

da pista, sendo capaz não somente de eliminar distúrbios provenientes do asfalto mas também deslocar o centro de gravidade da carroceria de acordo com a condição de uso do veículo (ABOUD; HARIS; YAACOB, 2014).

Figura 2.4: Suspensão ativa ABC em um Mercedes-Benz® classe CL de 2007.

Fonte: (BENZ, 2007).

Os sistemas de suspensão ativa podem ser divididos em três categorias, de acordo com o atuador utilizado, variando entre sistemas hidráulicos, pneumáticos e eletromagnéticos.

A força axial provida pelos atuadores eletromagnéticos é proporcional à tensão elétrica externa imposta, não sendo necessária a constante pressurização do sistema, como ocorre com os sistemas hidráulicos e pneumáticos. Assim, a tecnologia eletromagnética é reconhecida pela sua eficiência energética e, devido às suas características construtivas, avançada precisão de controle sobre a força aplicada, aceleração, velocidade e posição da suspensão. Adicionalmente, o sistema de suspensão ativo eletromagnético pode atuar em modo gerador, produzindo energia elétrica através das perturbações provenientes da pista que produzem movimento relativo entre os componentes do atuador. Essa energia gerada pelo atuador pode ser utilizada para suprir o consumo energético de componentes elétricos do veículo, ou até mesmo gerar força propulsora em veículos híbridos ou totalmente elétricos (ISA et al., 2011).

Por outro lado, de forma generalizada, podemos citar como vantagens dos sistemas hidráulico e pneumático sobre o sistema eletromagnético: o custo reduzido destas tecnologias; a atual aceitação pelo mercado consumidor; a maturidade tecnológica e; a alta densidade de força (razão entre força gerada e peso do atuador).

Apesar de ainda não encontrarmos exemplos de suspensões ativas eletromagnéticas no mercado de veículos leves, carros conceito foram utilizados para validar a eficiência da tecnologia, como, por exemplo, a suspensão ativa da Bose Corporation® apresentada na Figura 2.5, que teve seu desenvolvimento iniciado nos anos 80.

Figura 2.5: Suspensão ativa da Bose Corporation®.

Fonte: (HOWARD, 2011).

Dois modelos de um quarto de carro são definidos para a suspensão ativa, de acordo com o tipo de atuação do sistema, sendo eles a suspensão ativa lenta e a suspensão totalmente ativa, como apresentado na Figura 2.2. O primeiro modelo, que não será utilizado neste trabalho, possui o atuador, que gera uma força u , em paralelo com uma primeira mola suspensa k_{s1} e em série com uma segunda mola suspensa k_{s2} , tornando indireta a atuação do sistema sob a roda e reduzindo drasticamente seu espectro de frequências de operação. O segundo modelo, em comparação com o modelo de suspensão passiva, introduz o atuador em paralelo com a mola da suspensão k_s e o amortecedor da suspensão d_s , gerando uma força u diretamente sobre a roda e a carroceria.

O modelo de suspensão totalmente ativa de um quarto de carro, apresentado na Figura 2.2, com atuador tubular de ímã permanente, será utilizado como base para a síntese dos controladores desenvolvidos neste trabalho. Os desempenhos destes controladores, aplicados em um modelo de carro completo, serão comparados entre si e ao desempenho do sistema de suspensão passiva.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo apresenta inicialmente os modelos veiculares de um quarto de carro e carro completo, cujos parâmetros utilizados se baseiam no veículo BMW® 530i como veículo base, ilustrado na Figura 3.1. Em seguida, o modelo do atuador eletromagnético utilizado, desenvolvido por Gysen et al. (2009a) e Gysen et al. (2009b), é introduzido. Por fim, são apresentados os modelos dos distúrbios de entrada provenientes da pista.

Figura 3.1: BMW® 530i série 5.

Fonte: (SPECS, 2018).

Neste trabalho, serão utilizados quatro atuadores eletromagnéticos, um para cada suspensão do veículo, estratégia diferente da utilizada por Sande (2011), onde apenas a suspensão dianteira foi substituída por uma suspensão ativa. A utilização de atuadores tanto na suspensão dianteira como na traseira é comum em trabalhos acadêmicos, porém, obviamente, sua aplicação prática requer a validação do projeto quanto aos custos introduzidos, peso adicionado, demanda energética dos atuadores, entre outros fatores.

3.1 MODELOS VEICULARES

3.1.1 MODELO DE UM QUARTO DE CARRO

O modelo de um quarto de carro com suspensão totalmente ativa, utilizado neste trabalho unicamente como planta para a síntese dos controladores, é representado na Figura 3.2, o qual considera somente a dinâmica vertical do sistema.

Figura 3.2: Modelo de um quarto de carro.

Fonte: Autor.

Analisando a Figura 3.2, define-se a força resultante na massa suspensa como apresentado na Equação (3.1). Ressaltando que este modelo considera o sistema da Figura 3.2 em ponto de equilíbrio, ou seja, que a força peso da massa suspensa é equivalente à força elástica da mola de suspensão, proveniente da compressão da mola gerada pela força peso. Portanto, a força peso da massa suspensa não é considerada nos equacionamentos do modelo de um quarto de carro, assim como o deslocamento inicial da suspensão pode ser considerado nulo. A Equação (3.1) é dada por:

$$F_s(t) = f_{ks}(z_u(t) - z_s(t)) + f_{ds}(\dot{z}_u(t) - \dot{z}_s(t)) + u(t) \quad (3.1)$$

onde f_{ks} e f_{ds} são as forças de natureza não linear resultantes das dinâmicas da mola da suspensão e do amortecedor respectivamente. Aproximando estas forças por funções lineares, processo necessário para a criação de uma planta linear para o projeto dos controladores H_∞ , obtemos que $f_{ks}(z_u(t) - z_s(t)) = k_s(z_u(t) - z_s(t))$, e $f_{ds}(\dot{z}_u(t) - \dot{z}_s(t)) = d_s(\dot{z}_u(t) - \dot{z}_s(t))$.

As curvas de força da mola da suspensão em função do deslocamento da pista para o veículo referência e seu modelo linear elaborado são apresentadas na Figura 3.3. Em torno do ponto de equilíbrio, dado pela origem do gráfico da Figura 3.3, a curva de força elástica para o elemento não linear é descrita por uma reta. Logo, seu modelo linear é

definido como o prolongamento desta reta para toda a extensão de aplicação, não sendo necessário uma descrição mais detalhada do processo de linearização do coeficiente de mola k_s .

Fonte: Autor.

Baseadas na Equação (3.1), as dinâmicas verticais da carroceria e da roda são caracterizadas através das Equações (3.2) e (3.3) respectivamente:

$$M_s \ddot{z}_s(t) = F_s(t) \quad (3.2)$$

$$m_u \ddot{z}_u(t) = -F_s(t) + k_u(w(t) - z_u(t)) + d_u(\dot{w}(t) - \dot{z}_u(t)) \quad (3.3)$$

Através da aproximação linear do modelo de um quarto de carro apresentado nesta seção, a descrição em espaço de estados deste modelo é apresentada pelas Equações (3.4):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bv(t) \quad (3.4a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Dv(t) \quad (3.4b)$$

onde o vetor de estados $x(t)$, o vetor de entradas $v(t)$ e o vetor de saídas $y(t)$ são definidos

nas Equações (3.5):

$$x(t) = [z_s(t) \ \dot{z}_s(t) \ z_u(t) \ \dot{z}_u(t)]^T \quad (3.5a)$$

$$v(t) = [u(t) \ w(t)]^T \quad (3.5b)$$

$$y(t) = [\ddot{z}_s(t) \ \ddot{z}_u(t) \ z_s(t) - z_u(t)]^T \quad (3.5c)$$

onde os sinais medidos, que constituem o vetor de saídas $y(t)$, são provenientes dos sensores de aceleração da massa suspensa e da massa não suspensa e do sensor à laser que mede o deslocamento do sistema de suspensão, como descritos por Sande (2011). Adicionalmente, as matrizes de estados A , de entradas B , de saídas C e de alimentação direta D são dadas pelas Equações (3.6):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{M_s} & -\frac{d_s - k_s}{M_s} & 0 & \frac{d_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & -\frac{k_s - d_s + k_u}{m_u} & 0 & -\frac{d_s + d_u}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.6a)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M_s} & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_u} & \frac{k_u}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.6b)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{M_s} & -\frac{d_s}{M_s} & \frac{k_s}{M_s} & \frac{d_s}{M_s} \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6c)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{M_s} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6d)$$

A Figura 3.4 apresenta a análise dos dois pares de polos complexos conjugados do modelo de um quarto de veículo com suspensão ativa em malha aberta, definido nas Equações (3.6). Adicionalmente aos pares de polos nominais, são apresentados os pares de polos de todas as plantas possíveis, formadas pela variação das incertezas paramétricas do modelo, quais serão introduzidas na Tabela 3.2.

A diminuição do coeficiente de amortecimento do sistema de suspensão, responsável

Figura 3.4: Análise dos polos do modelo contendo incertezas de um quarto de veículo com suspensão ativa em malha aberta.

Fonte: Autor.

pela dissipação da energia introduzida no sistema, resulta no deslocamento dos pares de polos para o lado direito do gráfico da Figura 3.4. Desta forma, os polos se aproximam do eixo imaginário e o sistema tende a ser cada vez menos sub-amortecido, mesmo que estável para todos os casos de incerteza avaliados. A variação das outras incertezas do modelo influencia o sistema de forma bem menos significativa.

3.1.2 MODELO DE CARRO COMPLETO

A Figura 3.5 apresenta o modelo de carro completo com suspensão totalmente ativa. Este modelo é utilizado como planta para as simulações finais dos sistemas de controle desenvolvidos e, também, do sistema de suspensão passivo ($u(t) = 0, \forall t \in [0 t_e]$).

Através da análise do modelo apresentado na Figura 3.5, verifica-se que as forças resultantes nos pontos de conexão da carroceria com as suspensões frontal direita e esquerda e traseira direita e esquerda são dadas, nesta devida ordem, pelas Equações (3.7). Novamente, vale ressaltar que este modelo considera o sistema da Figura 3.5 em ponto de equilíbrio, logo, as forças peso das massas suspensas não são consideradas nos equacionamentos do modelo de veículo completo, assim como os deslocamentos iniciais das

Figura 3.5: Modelo de carro completo.

Fonte: Autor.

suspensões podem ser considerados nulos. As Equações (3.7) são definidas como:

$$F_{sfr}(t) = f_{ks,fr}(z_{ufr}(t) - z_{sfr}(t)) + f_{ds,fr}(\dot{z}_{ufr}(t) - \dot{z}_{sfr}(t)) + u_{fr}(t) \quad (3.7a)$$

$$F_{sfl}(t) = f_{ks,fl}(z_{ufl}(t) - z_{sfl}(t)) + f_{ds,fl}(\dot{z}_{ufl}(t) - \dot{z}_{sfl}(t)) + u_{fl}(t) \quad (3.7b)$$

$$F_{srr}(t) = f_{ks,rr}(z_{urr}(t) - z_{srr}(t)) + f_{ds,rr}(\dot{z}_{urr}(t) - \dot{z}_{srr}(t)) + u_{rr}(t) \quad (3.7c)$$

$$F_{srl}(t) = f_{ks,rl}(z_{url}(t) - z_{srl}(t)) + f_{ds,rl}(\dot{z}_{url}(t) - \dot{z}_{srl}(t)) + u_{rl}(t) \quad (3.7d)$$

sendo que $f_{ks,ij}$ e $f_{ds,ij}$, onde os índices i e j representam as partes frontal ou traseira e direita ou esquerda respectivamente ($ij \rightarrow fr$, por exemplo), são forças de natureza não linear resultantes das molas de suspensão e dos amortecedores respectivamente. Linearizando estas forças, necessário para a descrição do modelo nominal em espaço de estados, define-se que $f_{ks,ij}(z_{uij}(t) - z_{sij}(t)) = k_s(z_{uij}(t) - z_{sij}(t))$ e $f_{ds,ij}(\dot{z}_{uij}(t) - \dot{z}_{sij}(t)) = d_s(\dot{z}_{uij}(t) - \dot{z}_{sij}(t))$.

As posições verticais dos extremos da carroceria, de acordo com a Figura 3.5, são dadas pelas Equações (3.8):

$$z_{sfr}(t) = -l_2 \sin(\theta(t)) - d_1 \sin(\phi(t)) + Z(t) \quad (3.8a)$$

$$z_{sfl}(t) = -l_2 \sin(\theta(t)) + d_2 \sin(\phi(t)) + Z(t) \quad (3.8b)$$

$$z_{srr}(t) = l_1 \sin(\theta(t)) - d_1 \sin(\phi(t)) + Z(t) \quad (3.8c)$$

$$z_{srl}(t) = l_1 \sin(\theta(t)) + d_2 \sin(\phi(t)) + Z(t) \quad (3.8d)$$

Considerando apenas pequenos valores de $\theta(t)$ e $\phi(t)$ para a Equação (3.8), adotamos as seguintes simplificações: $\sin(\theta(t)) \approx \theta(t)$ e $\sin(\phi(t)) \approx \phi(t)$.

A Equação (3.9) representa a dinâmica vertical da massa suspensa, equacionando a aceleração vertical da carroceria no centro de gravidade $\ddot{Z}(t)$. As forças resultantes nos pontos de contato da carroceria com as suspensões são definidas na Equação (3.7). A Equação (3.9) é dada por:

$$M_s \ddot{Z}(t) = F_{sfr}(t) + F_{sfl}(t) + F_{srr}(t) + F_{srl}(t) \quad (3.9)$$

A dinâmica de arfagem do veículo, aceleração do ângulo de inclinação θ em relação ao eixo y , é descrita pela Equação (3.10):

$$J_y \ddot{\theta}(t) = l_1 (F_{srr}(t) + F_{srl}(t)) - l_2 (F_{sfr}(t) + F_{sfl}(t)) \quad (3.10)$$

De forma análoga, a dinâmica de rolagem do veículo, ou aceleração do ângulo de inclinação ϕ em relação ao eixo x , é apresentada na Equação (3.11):

$$J_x \ddot{\phi}(t) = d_2 (F_{sfl}(t) + F_{srl}(t)) - d_1 (F_{sfr}(t) + F_{srr}(t)) \quad (3.11)$$

onde J_y é o momento de inércia de arfagem do veículo e J_x é o momento de inércia de rolagem, considerados constantes neste trabalho uma vez que não será considerada variação na posição do centro de gravidade da carroceria.

E finalizando a descrição do modelo de veículo completo, as Equações (3.12) trazem as representações das dinâmicas verticais das massas não suspensas:

$$m_{uf}\ddot{z}_{ufr}(t) = -F_{sfr}(t) + k_u(w_{fr}(t) - z_{ufr}(t)) + d_u(\dot{w}_{fr}(t) - \dot{z}_{ufr}(t)) \quad (3.12a)$$

$$m_{uf}\ddot{z}_{ufl}(t) = -F_{sfl}(t) + k_u(w_{fl}(t) - z_{ufl}(t)) + d_u(\dot{w}_{fl}(t) - \dot{z}_{ufl}(t)) \quad (3.12b)$$

$$m_{ur}\ddot{z}_{urr}(t) = -F_{srr}(t) + k_u(w_{rr}(t) - z_{urr}(t)) + d_u(\dot{w}_{rr}(t) - \dot{z}_{urr}(t)) \quad (3.12c)$$

$$m_{ur}\ddot{z}_{url}(t) = -F_{srl}(t) + k_u(w_{rl}(t) - z_{url}(t)) + d_u(\dot{w}_{rl}(t) - \dot{z}_{url}(t)) \quad (3.12d)$$

A Tabela 3.1 apresenta os valores nominais dos parâmetros considerados nos modelos de um quarto de carro e carro completo apresentados neste capítulo para o veículo referência BMW® 530i.

Tabela 3.1: Parâmetros nominais do veículo BMW® 530i.

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
M_s	Massa suspensa	1.581,2	kg
m_{uf}	Massa não suspensa frontal	48,3	kg
m_{ur}	Massa não suspensa traseira	48,3	kg
J_x	Momento de inércia de rolagem	550	kgm ²
J_y	Momento de inércia de arfagem	2500	kgm ²
k_s	Rigidez da suspensão	30010	N/m
k_u	Rigidez do pneu	340000	N/m
d_s	Coefficiente de amortecimento da suspensão	1450	Ns/m
d_u	Coefficiente de amortecimento do pneu	0	Ns/m
$\max(z_u - z_s)$	Máxima compressão da suspensão	0,06	m
$\max(z_s - z_u)$	Máxima extensão da suspensão	0,08	m
l_1	Comprimento da dianteira do veículo	1,51	m
l_2	Comprimento da traseira do veículo	1,46	m
d_1, d_2	Largura das porções laterais do veículo	0,93	m

Fonte: (SPECS, 2018), (SANDE, 2011).

Avaliando os parâmetros descritos na Tabela 3.1 dentro do espectro de aplicação, podemos descrever a variação, ou incerteza, dos parâmetros da massa suspensa, da rigidez do pneu e da mola de suspensão e do coeficiente de amortecimento da suspensão, como apresentado na Tabela 3.2. Tais variações serão utilizadas tanto nas simulações finais, para avaliação da robustez dos controladores desenvolvidos, quanto para a elaboração dos próprios controladores robustos.

As variações encontradas nos valores dos parâmetros do modelo veicular, como apresentadas na Tabela 3.2, podem ocorrer devido à diversos fatores:

- Massa suspensa M_s : variação do número de passageiros e carga sobre o veículo;
- Rigidez da mola de suspensão k_s : contato dos elos da mola sob compressão;

Tabela 3.2: Incertezas dos parâmetros do veículo BMW® 530i.

Parâmetro	Valor nominal	Desvio	Unidade
M_s	1581,2	$-171,1 + 301,5$	kg
k_s	29885,3	+19806	N/m
d_s	1320,8	-647	Ns/m
k_u	340000	± 30000	N/m

Fonte: (SANDE, 2011).

- Coeficiente de amortecimento da suspensão d_s : comportamento dinâmico do sistema hidráulico;
- Rigidez do pneu k_u : variação na pressão interna dos pneus.

3.2 ATUADOR TUBULAR DE ÍMÃ PERMANENTE

O atuador eletromagnético estudado neste trabalho é do tipo atuador tubular de ímã permanente, instalado de forma concêntrica à mola helicoidal passiva, como exibido na Figura 3.6, conectando a roda ao chassi. Devido à sua estrutura tubular, o atuador possui grande densidade energética, aplicando grandes quantidades de energia de forma direta e com uma banda passante de centenas de Hertz. Mesmo com grande capacidade de atuação, o consumo energético do ATIP é inferior ao dos atuadores hidráulicos, tendo em vista que estes necessitam de constante pressurização do sistema (SANDE, 2011).

Figura 3.6: Atuador tubular de ímã permanente em corte.

Fonte: (GYSEN et al., 2011) © [2011] IEEE.

Devido à interação entre o conjunto de ímãs permanentes e os anéis de alumínio instalados no estator, como observado na Figura 3.6, o sistema ativo construtivamente

já fornece características de segurança em caso de falhas do atuador, dissipando energia através das correntes de eddy, ou correntes de Foucault, não sendo necessária a instalação de um amortecedor, como ocorre no sistema passivo. Por outro lado, o sistema se torna dependente da disponibilidade de ímãs de terras raras, que possuem custo elevado, caracterizando uma desvantagem deste atuador (GYSEN et al., 2011).

A força gerada pelo atuador eletromagnético, que se divide em uma porção ativa e outra dissipativa, é definida pela Equação (3.13):

$$F_{ATIP}(t) = u(t) + f_{ds}(\dot{z}_u(t) - \dot{z}_s(t)) \quad (3.13)$$

sendo u a parcela ativa da força gerada pelo ATIP e f_{ds} a parcela de natureza dissipativa, que substitui o amortecedor a óleo comum em suspensões passivas, gerada pelas perdas do sistema através das correntes de eddy. O modelo não linear da porção dissipativa do atuador é apresentado na Equação (3.14):

$$f_{ds}(\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)) = -1341 \arctan[0.985(\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t))] \quad (3.14)$$

Como realizado para a força elástica da mola de suspensão, a função da força de amortecimento do ATIP, apresentada na Equação (3.14), deve ser linearizada em torno do ponto de operação do sistema, para que, então, o modelo linear possa ser utilizado na síntese dos controladores.

Primeiramente, para que a função da força de amortecimento do ATIP seja contínua e linearizável no ponto de operação $\bar{v}$, sendo $v = \dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)$ a velocidade de deslocamento do sistema de suspensão, basta que a força f_{ds} seja diferenciável neste ponto. A condição para esta função ser diferenciável, ou derivável, é que as derivadas laterais sob o ponto de operação sejam iguais, como definido na Equação (3.15) (FLEMMING; GONÇALVES, 2007):

$$f'_{ds+}(\bar{v}) = f'_{ds-}(\bar{v}) \quad (3.15)$$

Assim, conforme o modelo da força de amortecimento do atuador, apresentado na Equação (3.14), desenvolve-se a Equação (3.16):

$$\lim_{v \rightarrow \bar{v}_+} -1341 \frac{1}{1 + 0.985^2 v^2} 0.985 = \lim_{v \rightarrow \bar{v}_-} -1341 \frac{1}{1 + 0.985^2 v^2} 0.985 \quad (3.16)$$

Com o auxílio da curva não linear da força de amortecimento do ATIP, apresentada na Figura 3.7, verifica-se que os dois lados da Equação (3.16) existem e são iguais, logo, a função da força dissipativa é contínua e linearizável no ponto de operação.

Sendo $\bar{v}$ a velocidade de operação do sistema de suspensão, então a força de amortecimento gerado pelo sistema pode ser expandida em uma série de Taylor, definida pela Equação (3.17) (OGATA, 2009):

$$f_{ds}(v) = f_{ds}(\bar{v}) + \frac{df_{ds}(\bar{v})}{dv}(v - \bar{v}) + \frac{1}{2!} \frac{d^2 f_{ds}(\bar{v})}{dv^2}(v - \bar{v})^2 + \dots \quad (3.17)$$

Considerando pequenos desvios do ponto de operação, desprezamos os termos de ordem mais elevada da Equação (3.17), assim, reescrevendo-a como apresentado na Equação (3.18):

$$f_{ds}(v) = f_{ds}(\bar{v}) + f'_{ds}(\bar{v})(v - \bar{v}) \quad (3.18)$$

Desta forma, resolvendo a Equação (3.18) para $\bar{v} = 0$, encontramos o formato linearizado da força de amortecimento do ATIP dado pela Equação (3.19), que será utilizado na síntese dos controladores robustos $H\infty$, sendo:

$$f_{ds}(v) = -1320.885 v \quad (3.19)$$

A Figura 3.7 compara as curvas de força dissipativa para: o amortecedor a óleo da BMW® 530i, veículo referência com suspensão passiva; o atuador tubular de ímã permanente, modelado a partir das perdas geradas pelas correntes parasitas; e o modelo linearizado da suspensão ativa em torno do ponto de operação, cujo coeficiente de amortecimento nominal é dado na Tabela 3.1.

Adicionalmente às respostas dos sistemas de suspensão apresentadas na Figura 3.7, a caracterização do elemento amortecedor é finalizada através do estudo das respostas das forças de amortecimento pelo deslocamento da suspensão para os sistemas passivo e ativo. Referência para o estudo que será apresentado, Rhoades (2006) realizou procedimento semelhante para a caracterização do elemento amortecedor.

A geração das curvas de resposta das forças de amortecimento pelo deslocamento da suspensão para os sistemas passivo e ativo é realizada a partir de sinais senoidais de entrada do deslocamento, baseados em amplitudes e frequências definidas que representem o comportamento do elemento na aplicação. A Figura 3.8 apresenta os sinais de entrada

do deslocamento utilizados neste trabalho, sendo três entradas de frequências diferentes que serão aplicadas nos modelos de suspensão passivo e ativo.

Conforme apresentado na Figura 3.8, cada sinal de entrada possui uma velocidade máxima de aplicação, sendo de $0,55 \text{ m/s}$ para o sinal de $1,46 \text{ Hz}$, de $0,75 \text{ m/s}$ para o sinal de $1,99 \text{ Hz}$ e de $0,95 \text{ m/s}$ para o sinal de $2,52 \text{ Hz}$. Aplicando estes três sinais gerados nos modelos não lineares de suspensão passiva e ativa encontram-se as respostas características da força de amortecimento pelo deslocamento da suspensão, apresentadas na Figura 3.9.

Primeiramente, ao se analisar os diagramas de força de amortecimento por deslocamento para as suspensões passiva e ativa, apresentados na Figura 3.9, nota-se que quanto maiores as velocidades de deslocamento da suspensão, maiores as amplitudes das forças dissipativas do sistema. Esta relação fica evidente ao analisarmos os diagramas de força dissipativa pela velocidade da suspensão, apresentados na Figura 3.7.

Adicionalmente, os diagramas apresentados na Figura 3.9 para o sistema passivo apresentam grande assimetria em relação ao eixo x , o que representa uma capacidade de amortecimento do movimento de extensão da suspensão superior ao movimento de compressão. Esta dinâmica do elemento amortecedor é criada com o intuito de diferenciar as respos-

Figura 3.8: Perfis de deslocamento para os testes de força de amortecimento.

Fonte: Autor.

tas do sistema passivo para distúrbios da pista positivos, ou tipo lombada, e negativos, ou tipo buraco. O sistema passivo utilizado neste trabalho tende a acompanhar mais os movimentos de um distúrbio positivo do que de um negativo, evitando deslocamentos excessivos do sistema durante a passagem por buracos através da dissipação da energia contida na suspensão.

Por fim, analisando os diagramas de força dissipativa para o sistema ativo, também apresentados na Figura 3.9, nota-se que estes são simétricos em relação ao eixo x , ou seja, não havendo distinção entre a dinâmica do sistema para desníveis positivos e negativos. Este comportamento também é verificado na análise da força dissipativa do ATIP pela velocidade de deslocamento do sistema de suspensão, apresentada na Figura 3.7.

Finalizando a descrição das forças geradas pelo ATIP, introduzidas pela Equação (3.13), a força ativa u do atuador é dada pela Equação (3.20):

$$u(t) = K_i I_q(t) \quad (3.20)$$

onde K_i é uma constante de força e I_q é a amplitude das correntes trifásicas i_{ph} dadas pelas Equações (3.21), onde o índice ph representa as três fases a , b e c :

Figura 3.9: Diagramas de força de amortecimento por deslocamento para as suspensões (a) passiva e (b) ativa eletromagnética.

Fonte: Autor.

$$i_a(t) = I_q(t) \cos \left(\frac{\pi(z_s(t) - z_u(t))}{\tau_p} + \phi_c \right) \quad (3.21a)$$

$$i_b(t) = I_q(t) \cos \left(\frac{\pi(z_s(t) - z_u(t))}{\tau_p} + \frac{2\pi}{3} + \phi_c \right) \quad (3.21b)$$

$$i_c(t) = I_q(t) \cos \left(\frac{\pi(z_s(t) - z_u(t))}{\tau_p} + \frac{4\pi}{3} + \phi_c \right) \quad (3.21c)$$

sendo τ_p o posicionamento do pólo magnético no conjunto de ímãs permanentes e ϕ_c o ângulo de comutação.

O atuador é conduzido por um amplificador trifásico controlado por corrente, que é gerada através de modulação por largura de pulso, ou *Pulse Width Modulation* (PWM), de um barramento de tensão contínua (GYSEN et al., 2011). Tanto o amplificador quanto o controle de corrente de alimentação serão considerados ideais neste trabalho. A Figura 3.10 apresenta um dos três ramos do circuito elétrico do atuador para visualização.

A fase apresentada na Figura 3.10 é composta pela tensão de alimentação V_{ph} , resistência R_{ph} , indutância L_{ph} e a Força Contra-Eletromotriz (FCEM) E_{ph} , tensão que contraria sua fonte geradora.

Figura 3.10: Modelo de circuito de uma fase de um motor elétrico.

Fonte: Autor.

Dada a representação do circuito elétrico na Figura 3.10, as perdas de potência por condução no cobre P_{cu} , a potência mecânica exercida pelo atuador P_{me} e a potência elétrica fornecida ao atuador P_s são definidas pelas Equações (3.22), (3.23) e (3.24), respectivamente:

$$P_{cu} = \frac{1}{t_e} \sum_{ph}^{a,b,c} \int_0^{t_e} R_{ph} i_{ph}^2(t) dt \quad (3.22)$$

$$P_{me} = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} u(t) (\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)) dt \quad (3.23)$$

$$P_s = \frac{1}{t_e} \sum_{ph}^{a,b,c} \int_0^{t_e} V_{ph}(t) i_{ph}(t) dt \quad (3.24)$$

Cuja tensão de alimentação V_{ph} é definida pela Equação (3.25):

$$V_{ph}(t) = R_{ph} i_{ph}(t) + L_{ph} \frac{di_{ph}(t)}{dt} + E_{ph} \quad (3.25)$$

Sendo que a força contra-eletromotriz E_{ph} é descrita pela Equação (3.26):

$$E_{ph} = K_{e,ph} (\dot{z}_s(t) - \dot{z}_u(t)) \quad (3.26)$$

onde $K_{e,ph}$ representa os ganhos das forças contra-eletromotrizes das fases do circuito.

Os parâmetros utilizados no modelo do atuador tubular de ímã permanente, sem considerar as incertezas na sua descrição, são delimitados na Tabela 3.3.

Os sistemas de suspensão eletromagnéticos, assim como o ATIP tratado neste trabalho, são capazes de recuperar parte da energia gasta durante sua atuação em modo motor através da operação em modo gerador. Neste modo de recuperação, a energia

Tabela 3.3: Parâmetros do atuador tubular de ímã permanente.

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
R_{ph}	Resistência de fase	1,7	Ω
L_{ph}	Indutância de fase	10	mH
K_i	Constante do atuador	115	N/A
$K_{e,ph}$	Constante EMF	76,6	Vs/m
τ_p	Posicionamento do pólo magnético	7,7	mm

Fonte: (SANDE, 2011).

cinética vertical da suspensão, proveniente das imperfeições da pista, é transformada em energia elétrica através do deslocamento linear do conjunto de ímãs permanentes pelo enrolamento do estator.

A transição do sistema de atuação da suspensão entre os modos de operação motor e gerador pode ser verificada na Figura 3.11, onde a velocidade de deslocamento da suspensão é dada por $v = \dot{z}_s - \dot{z}_u$ e a reta denominada F_{Eddy} representa a força contrária ao movimento da suspensão gerada pelas correntes de Foucault (GYSEN et al., 2011). Nesta figura, os quadrantes um e três representam o atuador operando em modo motor, enquanto os quadrantes dois e quatro representam a operação em modo gerador.

Figura 3.11: Modos de operação do ATIP.

Fonte: Autor.

Analisando a Figura 3.11, verifica-se que a operação em modo gerador por parte do ATIP, com corrente fluindo para a bateria ($P_s < 0$), ocorre quando a força gerada por este é oposta ao sentido da velocidade de deslocamento da suspensão e, além disto, superior em módulo à força dissipativa do atuador. Caso ao menos um dos requisitos não seja atendido, o atuador operará em modo motor, drenando corrente do sistema de bateria.

Como o amortecimento do sistema de suspensão é realizado através da dissipação de energia cinética vertical causada pelas perdas por correntes de eddy, apenas o restante desta energia que não for dissipada estará disponível para uma possível recuperação, com

o atuador operando em modo gerador. Considerando isto, o projeto do ATIP, ou seja, a seleção dos parâmetros de rigidez e amortecimento do sistema, deve ponderar entre a capacidade de recuperação de energia e a segurança em casos de falha na alimentação do sistema.

3.3 DISTÚRBIOS DE ENTRADA

A fim de se realizar uma avaliação adequada dos sistemas de suspensão ativa projetados neste trabalho, é necessária a utilização de modelos de distúrbios de entrada representativos das condições reais de aplicação do veículo. Desta forma, primeiramente serão descritos os tipos de distúrbio de entrada encontrados na aplicação e, posteriormente, serão apresentadas as descrições matemáticas destes distúrbios provenientes da pista.

Tais distúrbios podem ser denominados como choques ou vibrações. Choques são definidos como ocorrências isoladas na pista, com duração relativamente curta e amplitude considerável, que possuem influência acentuada nas métricas de segurança do veículo. As vibrações, ao contrário do que ocorre para os choques, são perturbações constantes, de duração prolongada e amplitude reduzida, influenciando principalmente na percepção de conforto do usuário (PAN et al., 2015).

Com o intuito de se realizar uma análise completa quanto às capacidades dos sistemas de controle robusto H_∞ desenvolvidos, em comparação com o sistema de suspensão passivo, serão utilizados ao todo dezessete perfis de distúrbio de entrada, variando entre distúrbios dos tipos choque e vibrações.

A primeira parte da análise dos sistemas de suspensão será feita com base em oito padrões de distúrbios do tipo choque, baseados nos trabalhos de Canale et al. (2005) e Alves et al. (2014), que, devido às suas representações matemáticas serem previamente estabelecidas, também podem ser denominados como distúrbios de entrada do tipo determinísticos, sendo estes:

- Desnível senoidal positivo com 3 *cm* de amplitude e 6 *m* de comprimento. Variando a velocidade do veículo entre: 40, 80 e 120 *km/h*;
- Desnível senoidal negativo com 3 *cm* de amplitude e 6 *m* de comprimento. Variando a velocidade do veículo entre: 40, 80 e 120 *km/h*;

- Impulso positivo com 3 *cm* de amplitude e 30 *cm* de comprimento. Velocidade do veículo em 40 *km/h*;
- Impulso negativo com 5 *cm* de amplitude e 30 *cm* de comprimento. Velocidade do veículo em 40 *km/h*.

A aplicação dos distúrbios determinísticos apresentados será efetuada de forma unilateral na carroceria, sendo considerada apenas na lateral esquerda do modelo veicular completo, com o objetivo de se analisar o comportamento da aceleração do ângulo de rolagem. Caso a aplicação dos distúrbios de entrada fosse realizada de forma simétrica na carroceria, em ambos os lados do veículo, os esforços dos controladores do lado direito e esquerdo seriam iguais e, portanto, não haveria inclinação da massa suspensa em relação ao eixo *x* para avaliação da dinâmica de rolagem. Obviamente, análises referentes às rodas serão efetuadas no ponto crítico da carroceria, ou seja, do lado esquerdo.

Para a segunda parte do estudo, a análise dos sistemas passivo e ativos será feita através da simulação de nove perfis padrão de distúrbios da pista do tipo vibrações, que, devido às suas representações matemáticas, também podem ser denominados como distúrbios de entrada do tipo estocásticos. Os padrões estocásticos de distúrbios proveniente da pista utilizados serão:

- Perfil estocástico com classificação ISO A-B. Variando a velocidade do veículo entre: 40, 80 e 120 *km/h*;
- Perfil estocástico com classificação ISO B-C. Variando a velocidade do veículo entre: 40, 80 e 120 *km/h*.
- Perfil estocástico com classificação ISO C-D. Variando a velocidade do veículo entre: 40, 80 e 120 *km/h*.

A categorização dos perfis de distúrbio estocásticos é baseada na norma Standardization (1995) da *International Organization for Standardization* (ISO), ou, de forma simplificada, norma ISO 8608, que propõe classificações de rugosidade para os perfis de pista semelhante ao conceito de densidade espectral de potência, ou PSD apenas, dos sinais destes (TYAN et al., 2009). PSD se refere à distribuição da potência em função da frequência de um sinal estocástico, usualmente caracterizado por uma potência média, ao longo de todo o espectro de frequência. Desta maneira, também é possível caracterizar a energia contida em um sinal aleatório, dentro de uma determinada faixa de frequência,

analisando a área coberta pelo gráfico de PSD dentro dos limites sob análise (STOICA; MOSES et al., 2005).

Os perfis de pista utilizados neste trabalho, com qualificação ISO A-B, ISO B-C e ISO C-D, são classificados como pistas de rugosidade de excelente a boa, boa a regular e regular a ruim, respectivamente. A aplicação dos distúrbios estocásticos sob o modelo veicular de carro completo será realizada de forma simétrica, ou seja, sendo aplicada em ambos os lados do veículo ao mesmo tempo, tendo como foco a análise do conforto do usuário.

De acordo com a norma ISO 8608, a densidade espectral de potência do deslocamento vertical G_d (medida em m^3) pode ser definida como uma função da frequência espacial n (medida em *ciclos/m*), para as oito classificações de rugosidade da pista apresentadas na Tabela 3.4, através da Equação (3.27):

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-2} \quad (3.27)$$

sendo a frequência espacial nominal $n_0 = 0,1$ *ciclos/m* e $G_d(n_0)$ selecionado de acordo com a Tabela 3.4, qual é definida pela Standardization (1995), onde as classes de pista variam entre o padrão A, de melhor grau de rugosidade, e H, com pior grau de rugosidade.

Tabela 3.4: Valores de $G_d(n_0)$ segundo a ISO 8608.

Classe da pista	$G_d(n_0)$ ($10^{-6} m^3$)	
	Limite inferior	Limite superior
A	—	32
B	32	128
C	128	512
D	512	2048
E	2048	8192
F	8192	32768
G	32768	131072
H	131072	—

Fonte: (STANDARDIZATION, 1995).

Para as simulações dos sistemas de suspensão em ambiente Matlab® e Simulink®, necessita-se gerar um sinal de referência em função do tempo que represente o perfil do distúrbio de pista desejado, em acordo com a norma ISO 8608.

Para um valor definido de frequência espacial, o distúrbio de pista pode ser representado no domínio do tempo como uma função harmônica simples, visto que a amplitude desta função é calculada a partir da descrição da PSD de deslocamento dos perfis de ru-

gosidade da pista definidos pela norma ISO 8608. Assim, o somatório destas influências harmônicas para todo o espectro de frequências analisado, discretizado em porções igualmente espaçadas, constitui a representação estocástica do deslocamento vertical da pista em função de seu deslocamento longitudinal $w(x)$, definido pela Equação (3.28) (AGOSTINACCHIO; CIAMPA; OLITA, 2014):

$$w(x) = \sum_{i=0}^N \sqrt{\Delta n} 2^k 10^{-3} \left(\frac{n_0}{i \Delta n} \right) \cos(2\pi i \Delta n x + \varphi_i) \quad (3.28)$$

onde N é o número de intervalos da banda de frequência; k é uma constante de classe da pista, que varia de acordo com a Tabela 3.5; x é o deslocamento longitudinal da pista que varia de 0 até L ; $\Delta n = 1/L$; e φ_i ângulo de fase aleatório de distribuição probabilística uniforme que varia entre 0 e 2π .

Tabela 3.5: Valores de k segundo a ISO 8608.

Classe da pista		k
Limite inferior	Limite superior	
A	B	3
B	C	4
C	D	5
D	E	6
E	F	7
F	G	8
G	H	9

Fonte: (STANDARDIZATION, 1995).

A elaboração do sinal de deslocamento vertical da pista $w(x)$, definido na Equação (3.28), é realizada em Matlab® através da implementação desta função com auxílio do gerador de números aleatórios *rand* para o ângulo de fase φ_i , cujo valor do ângulo é atualizado para cada intervalo da banda de frequência i . Posteriormente, o sinal é convertido para o domínio do tempo, de acordo com a velocidade definida para o veículo, para ser carregado no modelo de carro completo em Simulink® como uma *Lookup Table*, conforme verificado na Figura A.1.

As entradas de distúrbio proveniente da pista, elaboradas neste capítulo para os testes determinísticos e estocásticos, são apresentadas nas Figuras 3.12 e 3.13, respectivamente, sendo que todos os sinais, tanto os de natureza determinística quanto os de natureza estocástica, são definidos até 10,0 s, pois este é o tempo estabelecido para a realização das simulações.

A Figura 3.14 apresenta a densidade espectral de deslocamento vertical G_d como

Figura 3.12: Sinais de desnível da pista $w(t)$ do tipo determinístico.

Fonte: Autor.

função da frequência espacial n , em escala logarítmica, conforme definida na Equação (3.27). Adicionalmente, a Figura 3.14 exemplifica a análise da PSD de deslocamento para os três perfis de pista estocásticos gerados para o veículo com velocidade constante de 120 km/h . Os gráficos gerados para as outras velocidades consideradas neste trabalho são sobreposições destes apresentados, assim, não serão demonstrados.

Figura 3.13: Realizações dos sinais de desnível da pista $w(t)$ do tipo estocástico para distúrbios padrão (a) ISO A-B, (b) ISO B-C e (c) ISO C-D.

Fonte: Autor.

Figura 3.14: Densidade espectral de deslocamento para 120 km/h .

Fonte: Autor.

4 SÍNTESE DOS CONTROLADORES

Este capítulo apresenta a síntese do conjunto de controladores H_∞ , onde o foco de projeto dado aos controladores varia gradualmente entre o máximo desempenho para o conforto do usuário e para a dirigibilidade do veículo.

Para tal, primeiramente serão discutidos os objetivos de controle, com a definição das métricas de análise dos sistemas de suspensão ativos projetados. Após esta discussão, será apresentada a contradição entre os principais objetivos de controle, de conforto e dirigibilidade. Posteriormente, será apresentada a síntese do conjunto de controladores e a verificação de sua robustez de estabilidade e desempenho. Por último, um novo conjunto de controladores H_∞ é desenvolvido a partir da redução da ordem dos controladores projetados, com o objetivo de se obter controladores de implementação facilitada em sistemas embarcados.

4.1 OBJETIVOS DE CONTROLE

Os objetivos essenciais dos sistemas de suspensão são: isolar a carroceria do veículo das acelerações provenientes da pista, garantindo conforto aos usuários; assegurar a dirigibilidade do veículo, como um compromisso de segurança aos passageiros e às outras pessoas envolvidas; e prevenir que o sistema de suspensão e seus componentes atinjam seus respectivos limites físicos, como, por exemplo, os limites de deslocamento da suspensão (batentes) e força de atuação, como garantia da integridade do sistema.

Baseado nos propósitos dos sistemas de suspensão, as estruturas de controle robustas desenvolvidas neste trabalho serão avaliadas em acordo com as métricas apresentadas a seguir. Os resultados obtidos para todos os controladores serão comparados entre si e com o sistema de suspensão passivo.

Primeiramente, para a análise de conforto do usuário em relação às acelerações verticais, será utilizado o valor RMS da aceleração da carroceria no eixo z , normalizada em

relação à gravidade g e ponderada quanto à sensibilidade humana às vibrações verticais, como apresentado na Equação (4.1) (FISCHER; ISERMANN, 2004):

$$RMS(\ddot{Z}) = \sqrt{\frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \left(\frac{\ddot{Z}_{ISO}}{g} \right)^2 dt} \quad (4.1)$$

onde $\ddot{Z}_{ISO}$ é o sinal de aceleração vertical da carroceria filtrado por W_{ISO} , sendo que W_{ISO} , desenvolvido por Zuo e Nayfeh (2003), é a função de transferência de um filtro de quinta ordem para ponderação do sinal de aceleração da carroceria quanto à sensibilidade humana às vibrações verticais, normatizada pela norma Standardization (1997) e definido na Equação (4.2):

$$W_{ISO}(s) = \frac{87.72s^4 + 1138s^3 + 11336s^2 + 5453s + 5509}{s^5 + 92.6854s^4 + 2549.83s^3 + 25969s^2 + 81057s + 79783} \quad (4.2)$$

O estudo do conforto do usuário é baseado na norma Standardization (1978), que trata da avaliação da exposição humana à vibrações de corpo inteiro. Neste trabalho, somente o nível de conforto do usuário será avaliado, sem contemplar níveis de eficiência ou limites de exposição para saúde e segurança, sendo o controle do nível vibratório específico para vibrações verticais, no sentido do tronco do passageiro.

Conforme apresentado na norma Standardization (1978), o critério de nível de conforto reduzido é especificado através da frequência de exposição, da amplitude de aceleração, do tempo em exposição e da direção da vibração. A Figura 4.1 apresenta as curvas limites de tempo de exposição às vibrações, variando entre 1 minuto e 24 horas, para o critério de conforto reduzido em termos do valor eficaz da vibração vertical e da frequência de excitação.

O valor RMS de $\ddot{Z}$ normalizado em relação à gravidade, porém, agora sem a atribuição do filtro W_{ISO} , também será utilizado para as análises dos sistemas de suspensão conforme a métrica descrita pela Equação (4.3):

$$RMS(\ddot{Z}) = \sqrt{\frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \left(\frac{\ddot{Z}}{g} \right)^2 dt} \quad (4.3)$$

As acelerações angulares da carroceria em torno dos eixos y e x , ou $\ddot{\theta}$ e $\ddot{\phi}$, serão avaliadas através da análise de seus valores RMS, obtidos com a aplicação das Equações (4.4) e (4.5), respectivamente:

Figura 4.1: Critério de conforto reduzido em termos do valor eficaz da vibração vertical e da frequência de excitação.

$$RMS(\ddot{\theta}) = \sqrt{\frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \ddot{\theta}^2 dt} \quad (4.4)$$

$$RMS(\ddot{\phi}) = \sqrt{\frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \ddot{\phi}^2 dt} \quad (4.5)$$

sendo θ e ϕ os ângulos de arfagem e rolagem da carroceria em relação à pista, respectivamente.

Para a observação dos níveis de segurança propiciados pelo sistema de suspensão, a dirigibilidade do veículo será avaliada com base na métrica descrita pela Equação (4.6). Esta métrica representa o valor RMS da força dinâmica F_{dyn} sob o pneu normalizada pela força estática F_{sta} da massa não suspensa (FISCHER; ISERMANN, 2004). A Equação (4.6) é dada por:

$$RMS(F_{dyn,ij}) = \sqrt{\frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} \left(\frac{F_{dyn,ij}}{F_{sta,ij}} \right)^2 dt} \quad (4.6)$$

onde os índices i e j representam novamente as partes frontal ou traseira e direita ou esquerda do chassi respectivamente. A força dinâmica sob o pneu F_{dyn} , definida na Equação (4.7), representa a força de compressão radial do pneu, funcionando como um sistema mola amortecedor, sendo que quanto menor seu valor eficaz, menor será a variação de compressão do pneu, garantindo maior dirigibilidade ao veículo:

$$F_{dyn,ij} = k_u(z_{uij} - w_{ij}) + d_u(\dot{z}_{uij} - \dot{w}_{ij}) \quad (4.7)$$

Quanto à força estática sob o pneu F_{sta} , definida pela Equação (4.8), esta pode ser entendida como a força peso nominal do sistema, invariável ao distúrbio de entrada, que será utilizada como referência de força resultante sob a massa não suspensa em caso de distúrbio nulo. A Equação (4.8) é dada por:

$$F_{sta,ij} = (m_{ui} + m_{sij}) g \quad (4.8)$$

Dadas as restrições de deslocamento da suspensão, cujos valores limites de extensão e compressão são apresentados na Tabela 3.1, o sinal de deslocamento do sistema de suspensão será analisado quanto aos seus valores máximo e mínimo.

A energia gasta pelos sistemas de atuação também será considerada para apreciação dos controladores H_∞ , buscando por sistemas eficientes com equilíbrio entre o consumo energético e o aprimoramento das outras métricas de análise. A energia elétrica utilizada pelo sistema é definida na Equação (3.24).

Restrições construtivas do ATIP também são consideradas através da análise da força gerada pelo atuador u , que não deve ultrapassar os $2,3kN$ ou $1kN$ em valor RMS e corrente de fase i_{ph} , cujo valor máximo atingido é de $60A$ ou $30A$ para o valor eficaz.

No domínio da frequência, a densidade espectral de potência dos sinais de aceleração vertical da carroceria e força dinâmica sob o pneu serão analisadas. As curvas PSD serão avaliadas quanto ao seu formato e magnitude nas faixas de frequências críticas para a dirigibilidade do veículo e para a percepção de conforto do usuário.

Em relação ao conforto do usuário, algumas faixas de frequências naturais do corpo humano e da carroceria podem ser consideradas como críticas durante a análise, como, por exemplo, $4 - 8 Hz$ para o estômago, $20 - 25 Hz$ para cabeça e ombros ou $30 - 80 Hz$ para o globo ocular (MOURA, 2003). Sem distinguir entre as partes do corpo humano, este trabalho considerará como relevante para a avaliação do conforto do usuário a região de

frequências de $1 - 30 \text{ Hz}$ para exame da PSD do sinal de aceleração vertical da carroceria, contendo algumas frequências naturais relevantes ao conforto do usuário e as faixas de ressonância das massas suspensa, em $1 - 2 \text{ Hz}$, e não suspensa em $10 - 20 \text{ Hz}$. As regiões de ressonância das massas suspensa e não suspensa podem ser observadas pela presença de picos locais dos valores singulares das respostas das acelerações verticais da carroceria em relação ao distúrbio de entrada e ao sinal de controle, conforme apresentado na Figura 4.2 para o modelo linearizado de veículo completo.

Figura 4.2: Valores singulares da aceleração da carroceria em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.

Fonte: Autor.

Analisando a Figura 4.2, verificamos a presença de um zero de transmissão em $13,4 \text{ Hz}$ entre a aceleração vertical do chassi e a entrada controlável, fenômeno conhecido como *wheel hop*, onde, devido à frequência natural da roda, o atuador não é capaz de influenciar adequadamente a saída desta função de transferência.

Para a análise da densidade espectral de potência em relação ao sinal da força dinâmica sob o pneu, considera-se crítica a banda de frequência natural da massa não suspensa em $10 - 20 \text{ Hz}$. A Figura 4.3 apresenta os valores singulares das acelerações da massa não suspensa em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle, onde a frequência natural da roda pode ser observada através dos picos de aceleração presentes entre 10 e 20 Hz .

Conforme apresentado nas Figuras 4.2 e 4.3, a influência do distúrbio de entrada sob

Figura 4.3: Valores singulares da aceleração da massa não suspensa em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.

Fonte: Autor.

as acelerações do veículo é maior que a influência do esforço de controle, que apresenta valores singulares menores para todo o espectro de análise.

Visando o completo entendimento da dinâmica do sistema de suspensão, os gráficos dos valores singulares dos ângulos de arfagem e rolagem da carroceria e do deslocamento da suspensão em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle são apresentados nas Figuras 4.4 e 4.5, respectivamente. Nestas respostas, obtidas em modelo linearizado de veículo completo, fica clara a influência das frequências naturais das massas suspensa e não suspensa na dinâmica do veículo.

Observando as Figuras 4.4 e 4.5, nota-se que o distúrbio de entrada possui maior influência sob a dinâmica do sistema que o esforço de controle, porém, ambos apresentam influência similar para baixas frequências, abaixo de 1 Hz, sendo uma banda de frequência importante para a atuação do sistema.

Por fim, será realizada a verificação da robustez de estabilidade e desempenho dos sistemas de suspensão ativos projetados através da Análise- μ , ou análise dos valores singulares estruturados.

Figura 4.4: Valores singulares dos ângulos da carroceria em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.

Fonte: Autor.

4.2 CONTRADIÇÃO DOS OBJETIVOS DE CONTROLE

Os dois principais objetivos de controle do sistema de suspensão, que são os de prover segurança, por meio da manutenção da dirigibilidade, e conforto, através do isolamento da carroceria em relação aos distúrbios de entrada, são naturalmente contraditórios. Esta constatação é evidenciada ao se analisar a relação entre os parâmetros dos componentes passivos da suspensão e o cumprimento desses objetivos, conforme pode-se verificar na Figura 4.6, baseada no trabalho de Koch (2011).

Como se observa na Figura 4.6, visando o aumento de conforto na direção, a mola da suspensão deve se adaptar às imperfeições da pista, ou seja, apresentar baixa rigidez (valor reduzido de k_s), sem apresentar impactos pela dispersão abrupta de energia, culminando em níveis de amortecimento reduzidos (valor reduzido de d_s).

Por outro lado, com o objetivo de aumentar a dirigibilidade do veículo, deve-se minimizar a energia armazenada nas molas do sistema de suspensão, evitando a variação da compressão, ou carga dinâmica, sob as rodas. Para tal, como mostra a Figura 4.6, a suspensão deve ser projetada com um nível de amortecimento elevado.

Figura 4.5: Valores singulares do deslocamento da suspensão em relação aos distúrbios de entrada e sinal de controle.

Fonte: Autor.

Nota-se também na Figura 4.6 que os sistemas ativos e semi-ativos, de acordo com suas características de atuação, conseguem controlar o montante de energia dissipada, possibilitando a ponderação entre os objetivos de controle tratados. Os sistemas de suspensão passivos, que possuem parâmetros constantes e definidos inicialmente em projeto, são desenvolvidos com base nas particularidades dos veículos para os quais estão sendo projetados e nas expectativas dos usuários destes como, por exemplo, veículos de luxo com foco evidente no conforto e veículos esportivos com foco na dirigibilidade.

4.3 CONTROLADORES H_∞

A abordagem H_∞ de projeto de controladores robustos, baseados em sistemas lineares e invariantes no tempo, ou *Linear Time Invariant* (LTI), tem se mostrado eficaz ao longo dos anos. O objetivo desta metodologia de controle é minimizar um índice de desempenho definido para cada aplicação e garantir a robustez de estabilidade e desempenho do sistema para todo o conjunto de plantas, dadas as incertezas do sistema (RAJALA, 2012).

Define-se que a robustez de um sistema é dada pela sua capacidade de satisfazer as especificações de projeto mesmo para os piores casos de divergência entre o sistema real e

$$M_s = \overline{M_s}(1 + p_{ms}\delta_{ms}) \quad (4.9a)$$

$$k_s = \overline{k_s}(1 + p_{ks}\delta_{ks}) \quad (4.9b)$$

$$k_u = \overline{k_u}(1 + p_{ku}\delta_{ku}) \quad (4.9c)$$

$$d_s = \overline{d_s}(1 + p_{ds}\delta_{ds}) \quad (4.9d)$$

onde $\overline{M_s}$, $\overline{k_s}$, $\overline{k_u}$ e $\overline{d_s}$ são os valores médios dos parâmetros; p_{ms} , p_{ks} , p_{ku} e p_{ds} são as incertezas relativas dos parâmetros, definidas pelas Equações (4.10); e $|\delta_{ms}| < 1$, $|\delta_{ks}| < 1$, $|\delta_{ku}| < 1$ e $|\delta_{ds}| < 1$ são valores escalares reais. Deste modo, tem-se:

$$p_{ms} = \frac{M_{s,max} - M_{s,min}}{M_{s,max} + M_{s,min}} \quad (4.10a)$$

$$p_{ks} = \frac{k_{s,max} - k_{s,min}}{k_{s,max} + k_{s,min}} \quad (4.10b)$$

$$p_{ku} = \frac{k_{u,max} - k_{u,min}}{k_{u,max} + k_{u,min}} \quad (4.10c)$$

$$p_{ds} = \frac{d_{s,max} - d_{s,min}}{d_{s,max} + d_{s,min}} \quad (4.10d)$$

dados os valores máximos e mínimos das incertezas apresentados na Tabela 3.2.

Configuradas as incertezas estruturadas do modelo linearizado de um quarto de carro como perturbações multiplicativas de saída, o diagrama de blocos da planta real é exibido na Figura 4.7, onde a matriz M_{ms} , definida por Zhou e Doyle (1998), é dada pela Equação (4.11):

$$M_{ms} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{p_{ms}}{\overline{M_s}} \\ \frac{1}{\overline{M_s}} & -p_{ms} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Assim, utilizando o mesmo vetor de estados do modelo linearizado de um quarto de carro nominal, a Equação (4.12) apresenta a descrição em espaço de estados da planta contendo as incertezas estruturadas:

Figura 4.7: Diagrama de blocos do modelo de um quarto de carro considerando as incertezas paramétricas.

Fonte: Autor.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ y_{ms} \\ y_{ks} \\ y_{ku} \\ y_{ds} \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{k}_s}{M_s} & -\frac{\bar{d}_s}{M_s} & \frac{\bar{k}_s}{M_s} & \frac{\bar{d}_s}{M_s} & -\frac{p_{ms}}{M_s} & \frac{1}{M_s} & 0 & \frac{1}{M_s} & 0 & \frac{1}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\bar{k}_s}{m_u} & \frac{\bar{d}_s}{m_u} & \frac{-\bar{k}_u - \bar{k}_s}{m_u} & -\frac{\bar{d}_s}{m_u} & 0 & -\frac{1}{m_u} & \frac{1}{m_u} & -\frac{1}{m_u} & \frac{\bar{k}_u}{m_u} & -\frac{1}{m_u} \\ -\bar{k}_s & -\bar{d}_s & \bar{k}_s & \bar{d}_s & -p_{ms} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -p_{ks}\bar{k}_s & 0 & p_{ks}\bar{k}_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p_{ku}\bar{k}_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{ku}\bar{k}_u & 0 \\ 0 & -p_{ds}\bar{d}_s & 0 & p_{ds}\bar{d}_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{k}_s}{M_s} & -\frac{\bar{d}_s}{M_s} & \frac{\bar{k}_s}{M_s} & \frac{\bar{d}_s}{M_s} & -\frac{p_{ms}}{M_s} & \frac{1}{M_s} & 0 & \frac{1}{M_s} & 0 & \frac{1}{M_s} \\ \frac{\bar{k}_s}{m_u} & \frac{\bar{d}_s}{m_u} & \frac{-\bar{k}_u - \bar{k}_s}{m_u} & -\frac{\bar{d}_s}{m_u} & 0 & -\frac{1}{m_u} & \frac{1}{m_u} & -\frac{1}{m_u} & \frac{\bar{k}_u}{m_u} & -\frac{1}{m_u} \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ u_{ms} \\ u_{ks} \\ u_{ku} \\ u_{ds} \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

A partir da descrição da planta incerta, apresentada na Equação (4.12), define-se a planta perturbada G_P , como apresentada na Figura 4.8.

onde Δ é a matriz diagonal de valores escalares reais definida pela Equação (4.13):

Figura 4.8: Diagrama de blocos da planta perturbada G_P .

Fonte: Autor.

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_{ms} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{ks} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{ku} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{ds} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

A metodologia H_∞ utiliza a configuração geral de controle, introduzida pelo diagrama de blocos da Figura 4.9, para o processo de otimização do índice de desempenho.

Figura 4.9: Configuração geral de controle.

Fonte: Autor.

onde u é a variável de controle, ou força do atuador neste caso, y é o vetor de variáveis de medida definido na Equação (3.5), w é o distúrbio de entrada, uma vez que não há referência para este sistema, e z é o vetor de sinais de “erro” que compõe o índice de desempenho, o qual deve ser minimizados visando encontrar um controlador que satisfaça os objetivos de controle, como será descrito em seguida (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007).

O índice de desempenho a ser minimizado pelo controlador em projeto, representado na Equação (4.15), é definido como a norma H_∞ da transformação linear fracionária, ou *Linear Fractional Transformation* (LFT), entre a planta generalizada P e o controlador K . Esta LFT, dada pela função de transferência de w para z , é apresentada na Equação (4.14):

$$z = F_l(P, K)w \quad (4.14)$$

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \max_{\omega} \bar{\sigma}(F_l(P, K)(j\omega)) \quad (4.15)$$

Considerando-se que controladores sub-ótimos são mais fáceis de se desenvolver e implementar, tanto computacionalmente quanto teoricamente, além de usualmente serem suficientes na prática para se atingir os objetivos de controle, não é necessário se obter um controlador H_∞ ótimo que atinge um índice de desempenho mínimo γ_{min} . Assim, a busca iterativa por controladores estabilizantes será reduzida, interrompendo-se o processo ao encontrarmos controladores sub-ótimos que atinjam um índice de desempenho inferior ao estipulado $\gamma > \gamma_{min}$, como mostra a Equação (4.16):

$$\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma \quad (4.16)$$

Neste trabalho, o valor desejado para o índice de desempenho é de $\gamma = 0,35$, sendo este o valor final encontrado para todos os controladores H_∞ .

O algoritmo para solução do problema H_∞ de otimização apresentado na Equação (4.16) é descrito por Doyle et al. (1989).

O vetor de sinais de “erro” z utilizado neste trabalho, que pondera no domínio da frequência os sinais de interesse para os objetivos de controle a serem minimizados, é composto de quatro elementos que são descritos pela Equação (4.17):

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{y1}y_1 \\ W_{y2}y_2 \\ W_{y3}y_3 \\ W_u u \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

A influência dos sinais considerados sob o índice de desempenho é ponderada através das funções peso W_{y1} , W_{y2} , W_{y3} e W_u . Dadas as funções de transferência destes pesos, a otimização do controlador H_∞ se torna um problema de sensibilidade mista, conhecido como problema S/KS , limitando a banda passante do controlador, o que limita a energia gasta pelo mesmo, e garantindo a adequada atenuação dos distúrbios de entrada. Skogestad e Postlethwaite (2007) apresenta o problema de sensibilidade mista de forma bem detalhada e ilustrativa.

Iniciando a descrição das funções peso por W_{y1} , definida pela Equação (4.18), esta representa a ponderação do sinal de aceleração vertical da carroceria quanto à sensibilidade

humana às vibrações verticais normatizada pela ISO 2631-1. Filtro similar, mas de quinta ordem, fora introduzido pela Equação (4.2) para utilização nas métricas dos objetivos de controle. No entanto, o modelo utilizado na função peso é de segunda ordem para não elevar demasiadamente a complexidade do controlador final:

$$W_{y1}(s) = w_{y1} \frac{86.51s + 546.1}{s^2 + 82.17s + 1892} \frac{2\pi 200 + s}{2\pi 200} \quad (4.18)$$

onde w_{y1} é um fator de relevância constante que definirá o peso desta função W_{y1} no projeto do controlador final. Observa-se na Equação (4.18) que a função de transferência normatizada, desenvolvida por Zuo e Nayfeh (2003), sofreu a inclusão de um filtro de primeira ordem cujo objetivo é evitar ganho nulo em altas frequências, que permitiria qualquer valor de saída para o sinal de y_1 . A resposta em frequência de W_{y1} , considerando w_{y1} unitário, é apresentada na Figura 4.10.

A Equação (4.19) apresenta a função peso W_{y2} que tem como objetivo restringir o sinal de saída do sistema relacionado à dirigibilidade do veículo, definido na Equação (3.5). Sem considerar neste modelo um sensor capaz de medir o deslocamento da pista em tempo real, o sinal ponderado por W_{y2} será a aceleração da massa não suspensa $\ddot{z}_u$. Realizado de forma similar por Sename e Dugard (2003), o inverso da função de transferência entre w e $\ddot{z}_u$ corresponderá ao formato desta função peso, utilizando-se dos picos da função a fim de se amortecer as frequências naturais da roda. Adicionalmente, a estrutura de W_{y2} fora modificada em baixas frequências com o intuito de não permitir ganho infinito, onde se aplicou um par de polos complexo conjugados, como observa-se na Figura 4.10. A Equação (4.19) é dada por:

$$W_{y2}(s) = w_{y2} \frac{s^2 + 2(2\pi 14)0.2s + (2\pi 14)^2}{s^2 + 2(2\pi 2)0.3s + (2\pi 2)^2} \quad (4.19)$$

onde w_{y2} é o fator de relevância dado à função W_{y2} , considerado unitário na resposta em frequência de W_{y2} , apresentada na Figura 4.10.

A função peso W_{y3} , aplicada ao sinal de deslocamento da suspensão a fim de se evitar a saturação do sistema para extensão e compressão, é elaborado como um ganho constante, como mostra a Equação (4.20), cujo valor será definido pelo fator de relevância w_{y3} . A Figura 4.10 apresenta a resposta em frequência desta função peso com $w_{y3} = 1$. Equação (4.20) é dada por:

$$W_{y3}(s) = w_{y3} \quad (4.20)$$

O quarto sinal ponderado é a entrada de controle u , através da função peso W_u apresentada na Equação (4.21), cujo objetivo é a limitação da energia despendida pelo atuador. Esta função, desenvolvida por Sande (2011), restringe a atuação do atuador para frequências acima dos 30 Hz , consideravelmente abaixo do limite superior da banda passante do atuador, que se aproxima dos 350 Hz como mostrado neste mesmo trabalho, tendo em vista que não há benefícios para conforto e segurança ao se atuar em frequências acima desta faixa. A Equação (4.21) é dada por:

$$W_u(s) = w_u \frac{\frac{1}{(2\pi 30)^2} s^2 + \frac{2}{\sqrt{2}(2\pi 30)} s + 1}{\frac{1}{(2\pi 200)^2} s^2 + \frac{2}{\sqrt{2}(2\pi 200)} s + 1} \quad (4.21)$$

onde w_u é o fator de relevância dado à função peso W_u . A resposta da função peso W_u no domínio da frequência é apresentada na Figura 4.10, juntamente com os outros pesos apresentados.

Fonte: Autor.

Base para o projeto do controlador H_∞ , a expansão da configuração geral de controle em formato de diagrama de blocos é ilustrada na Figura 4.11, elaborada a partir da definição da planta perturbada G_P apresentada na Figura 4.8.

Como apresentado na Figura 4.11, erros de leitura n_1 , n_2 e n_3 são adicionados aos

Figura 4.11: Expansão da configuração geral de controle.

Fonte: Autor.

senais dos sensores de aceleração da massa suspensa y_1 , da massa não suspensa y_2 e de deslocamento da suspensão y_3 , respectivamente. A atenuação dos erros de medida dos sensores não é considerada como objetivo de controle, mas seu impacto nas respostas do modelo de veículo completo deve ser avaliada.

Os distúrbios de leitura dos sinais dos sensores são modelados como sinais aleatórios de distribuição uniforme, cujas amplitudes são definidas na Tabela 4.1. A escolha do conjunto de sensores utilizados neste trabalho é baseada em Sande (2011).

Tabela 4.1: Modelo dos sensores e distúrbio de leitura.

Sinal de leitura	Modelo do sensor	Amplitude distúrbio	Unidade
$\ddot{z}_s$	Kistler® 8330A3	0,0588	m/s^2
$\ddot{z}_u$	Kistler® 8305B10	0,7845	m/s^2
$z_s - z_u$	MicroEpsilon® ILD1402-200SC	0,36	mm

Fonte: Autor.

Diante da contradição entre os principais objetivos do sistema de suspensão, que são o conforto e a segurança, para melhor se analisar a capacidade de aprimoramento provido pelo sistema ativo em comparação ao sistema passivo, ao todo sete controladores H_∞ foram projetados e avaliados. Estes controladores possuem foco de atuação variado, sendo os controladores K1 e K7 destinados ao máximo aprimoramento dos níveis de conforto e dirigibilidade, respectivamente. Os controladores intermediários, de K2 a K6, variam progressivamente o foco de controle entre o conforto e a segurança, sendo destinados ao equilíbrio entre os objetivos de controle.

A variação do foco dos controladores é realizada através da alteração das funções peso durante o projeto destes, mais especificamente através da alteração de seus fatores de relevância w_{y1} , w_{y2} , w_{y3} e w_u .

Os requisitos dos controladores quanto à sua estabilidade e desempenho junto ao sistema podem ser divididos em quatro pontos: estabilidade nominal, ou *Nominal Stability* (NS), estabilidade robusta, ou *Robust Stability* (RS), desempenho nominal, ou *Nominal Performance* (NP), e desempenho robusto, ou *Robust Performance* (RP), de acordo com as definições de robustez apresentadas no início deste capítulo. A principal ferramenta de análise na derivação das condições necessárias e suficientes de robustez é o valor singular estruturado, μ , sendo a análise completa de robustez do sistema feita através do valor singular estruturado, reconhecida como Análise- μ .

Posteriormente ao projeto dos controladores, as estruturas $M\Delta$ e $N\Delta$, expostas na Figura 4.12, são implementadas para as análises de robustez de estabilidade e desempenho do sistema de suspensão ativa.

Figura 4.12: Estruturas (a) $M\Delta$ para análise de RS e (b) $N\Delta$ para análise de RP.

Fonte: Autor.

A estrutura N está relacionado com P e K de acordo com a transformação linear fracionária definida na Equação (4.22) e a matriz de funções de transferência M entre as saídas e entradas das perturbações se relaciona à N através da Equação (4.23), dadas por:

$$N = F_l(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (4.22)$$

$$M = N_{11} \quad (4.23)$$

A verificação da condição de desempenho robusto é realizada tendo como base a estrutura $N\hat{\Delta}$ apresentada na Figura 4.13, onde a matriz de perturbações Δ_P , complexa, completa e de mesmo tamanho que o número de saídas de P , é um elemento de incertezas fictício que representa a especificação de desempenho H_∞ (SKOGESTAD; POS-

TLETHWAITE, 2007).

Figura 4.13: Estrutura $N\hat{\Delta}$ para análise RP.

Fonte: Autor.

Dando início à Análise- μ , a estabilidade nominal de todo o conjunto de controladores projetados é confirmada através da determinação da posição dos polos do sistema em malha fechada, desconsiderando as incertezas da planta, ou seja, empregando $\Delta = 0$. Esta verificação é realizada com auxílio do Matlab®, especificamente da função *hinfsyn*, que possui como uma de suas saídas a matriz de funções de transferência do sistema em malha fechada, elaborada a partir da planta generalizada P .

A condição de estabilidade robusta dos sistemas ativos para todas as perturbações permitidas com $\bar{\sigma}(\Delta) \leq 1, \forall \omega$, é definida na Equação (4.24):

$$RS \Leftrightarrow \mu_{\Delta}(M(j\omega)) < 1, \forall \omega, \text{ e } NS \quad (4.24)$$

Utilizando a ferramenta Matlab®, e com auxílio da função *mussv* do pacote de controle robusto, a análise gráfica do valor singular estruturado μ_{Δ} de M indica que os sete controladores H_{∞} projetados satisfazem a condição de robustez de estabilidade estabelecida pela Equação (4.24), conforme apresentado na Figura 4.14.

A Figura 4.14 demonstra que a robustez de estabilidade é crítica para as regiões de ressonância do sistema de suspensão, como a região de frequência natural da massa não suspensa entre 10 e 20 Hz .

Reestruturando as incertezas do modelo de acordo com a estrutura apresentada na Figura 4.13, os desempenhos nominal e robusto são garantidos pelas condições apresentadas, respectivamente, na Equação (4.25) e Equação (4.26):

$$NP \Leftrightarrow \mu_{\Delta_P}(N_{22}(j\omega)) < 1, \forall \omega, \text{ e } NS \quad (4.25)$$

Figura 4.14: Análise- μ de robustez de estabilidade dos controladores H_∞ .

Fonte: Autor.

$$RP \Leftrightarrow \mu_{\hat{\Delta}}(N(j\omega)) < 1, \forall \omega, \text{ e } NP \quad (4.26)$$

sendo a estrutura $\hat{\Delta}$ definida pela Equação (4.27):

$$\hat{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_P \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Novamente, com auxílio da função *mussv* do pacote de controle robusto do Matlab®, as análises gráficas dos valores singulares estruturados μ_{Δ_P} de N_{22} e $\mu_{\hat{\Delta}}$ de N indicam que os controladores robustos H_∞ projetados satisfazem as condições de desempenho estabelecidas pelas Equações (4.25) e (4.26). Assim como apresentado para o caso de robustez de estabilidade, a Figura 4.15 apresenta a análise- μ de robustez de desempenho para todos os controladores H_∞ projetados.

As descrições em espaço de estados dos controladores H_∞ projetados são apresentadas no Apêndice B.

Figura 4.15: Análise- μ de robustez de desempenho dos controladores H_∞ .

Fonte: Autor.

4.4 CONTROLADORES H_∞ DE ORDEM REDUZIDA

Controladores H_∞ possuem uma ordem mínima igual à ordem da planta de projeto, porém, normalmente apresentam ordens superiores devido à inclusão de funções peso. Neste trabalho, além da ordem 4 apresentada pelo modelo de um quarto de veículo, as funções peso W_{y1} , W_{y2} e W_u apresentam ordem 2 e, assim, os controladores projetados possuem ordem 10.

A redução da ordem dos controladores H_∞ projetados visa a simplificação destes para uma possível implementação prática em trabalhos futuros. Esta simplificação também pode ser realizada através da redução da ordem do modelo da planta, anteriormente ao projeto dos controladores, assim como feito para a função peso W_{y1} de segunda ordem, que apresentava ordem 5 originalmente.

A redução da ordem do conjunto de controladores desenvolvidos, apresentada nesta seção, se baseia na metodologia de truncamento balanceado, que desconsidera os estados menos controláveis e observáveis de uma realização balanceada do controlador original.

Conforme definido por Skogestad e Postlethwaite (2007), uma realização balanceada

da planta é uma realização mínima e assintoticamente estável, na qual o Gramiano de controlabilidade é diagonal e igual ao Gramiano de observabilidade. Sendo que os elementos destas matrizes diagonais são os valores singulares ordenados de Hankel da matriz de funções de transferência do controlador.

Os valores singulares de Hankel são utilizados para a quantificação das influências dos estados sobre o comportamento geral do controlador. Adicionalmente, indicam, de forma ordenada para uma realização balanceada, a observabilidade e controlabilidade dos estados. Para a metodologia de truncamento balanceado, os estados que apresentam os menores valores singulares de Hankel são removidos do modelo, considerando que estes pouco influenciam no comportamento do controlador e possuem controlabilidade e observabilidade reduzida em comparação com os outros estados remanescentes.

Neste trabalho, a redução da ordem dos controladores foi realizada em ambiente Matlab®, com o auxílio das funções *balred*, para a aplicação da metodologia de truncamento balanceado, e *hsvd*, para a contabilização e exibição dos valores singulares de Hankel. Os valores singulares ordenados de Hankel para os controladores de ordem não reduzida são apresentados na Figura 4.16.

Figura 4.16: Valores singulares de Hankel para os controladores de ordem não reduzida.

Fonte: Autor.

Referência para avaliar as possíveis reduções de ordem dos controladores, a função

bodeplot do Matlab® foi utilizada para comparação dos diagramas de Bode dos controladores de ordem reduzida e não reduzida, que devem apresentar amplitudes e fases próximas, principalmente nas bandas de frequências críticas para o sistema. Baseado nestes diagramas, que são apresentados no Apêndice C, e nos valores singulares de Hankel, apresentados na Figura 4.16, a Tabela 4.2 apresenta a ordem final dos controladores H_∞ de ordem reduzida, que serão utilizados nas simulações finais do sistema de suspensão ativa em modelo de veículo completo. Vale ressaltar que os estados removidos dos controladores são aqueles que apresentam menores valores singulares de Hankel, ou seja, os de menor controlabilidade e observabilidade.

Tabela 4.2: Ordem dos controladores H_∞ de ordem reduzida.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
Ordem	7	9	7	8	8	6	6

Fonte: Autor.

A análise- μ de robustez de estabilidade dos novos controladores H_∞ de ordem reduzida é apresentada na Figura 4.17, elaborada com auxílio da função *mussv* do pacote de controle robusto do Matlab®.

Figura 4.17: Análise- μ de robustez de estabilidade dos controladores H_∞ de ordem reduzida.

Fonte: Autor.

A análise gráfica do valor singular estruturado, apresentada na Figura 4.17, indica

que os sete controladores H_∞ de ordem reduzida satisfazem a condição de robustez de estabilidade estabelecida pela Equação (4.24). Comparando esta análise com a realizada para os controladores de ordem não reduzida, apresentada na Figura 4.14, as diferenças são desprezíveis.

As descrições em espaço de estados dos controladores H_∞ de ordem reduzida são apresentadas no Apêndice B.

5 RESULTADOS

Este capítulo apresenta a análise dos resultados de simulação dos sistemas de suspensão ativos e passivo em modelo de veículo completo não linear apresentado na Seção 3.1.2. Para tal, são consideradas todas as métricas de análise e todos os casos de distúrbio proveniente da pista definidos nas Seções 1.3 e 3.3, respectivamente, para a avaliação dos sistemas de controle desenvolvidos no Capítulo 4.

A descrição completa dos resultados dos controladores H_∞ de ordem reduzida e não reduzida, tabelados separadamente por conjuntos de teste, é apresentada no Apêndice D.

Visando facilitar o entendimento dos resultados obtidos, este capítulo será dividido nas seguintes seções, que buscam agrupar as análises realizadas:

- Resposta dos controladores de ordem reduzida em testes estocásticos
- Resposta dos controladores de ordem reduzida em testes determinísticos
- Influência da redução da ordem dos controladores
- Influência das incertezas estruturadas

Algumas nomenclaturas serão adotadas para se referenciar aos sistemas simulados: *Open Loop* (OL), ou malha aberta, referenciando ao sistema passivo; *Non Actuated* (NA) ou não atuado, referenciando ao sistema ativo não atuado, e; *Closed Loop* (CL), ou malha fechada, referenciando ao sistema ativo e atuante.

5.1 RESPOSTA DOS CONTROLADORES DE ORDEM REDUZIDA EM TESTES ESTOCÁSTICOS

Iniciando a análise dos resultados dos controladores H_∞ de ordem reduzida pelos testes estocásticos, que representam perfis reais de distúrbio proveniente da pista, a Tabela

5.1 e a Figura 5.1 apresentam os valores médios de desempenho do sistema ativo em relação ao sistema passivo, de forma descritiva e visual, de acordo com as seguintes cinco métricas de análise determinadas:

- m_{ver} – Métrica de conforto, sem considerar o filtro para a sensibilidade humana às vibrações verticais W_{ISO} , definida pela Equação (4.3);
- m_{iso} – Métrica de conforto, considerando o filtro para a sensibilidade humana às vibrações verticais W_{ISO} , definida pela Equação (4.1);
- m_{arf} – Métrica de aceleração do ângulo de arfagem, definida pela Equação (4.4);
- m_{rol} – Métrica de aceleração do ângulo de rolagem, definida pela Equação (4.5);
- m_{dir} – Métrica de dirigibilidade, definida pela Equação (4.6).

Tabela 5.1: Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo para os testes estocásticos.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
m_{ver}	28,92%	17,06%	5,05%	-0,35%	-0,52%	-11,27%	-9,00%
m_{iso}	26,72%	18,13%	9,17%	6,06%	2,14%	-3,02%	-3,48%
m_{arf}	31,88%	16,05%	-8,81%	-18,80%	-12,15%	-23,68%	-20,76%
m_{dir}	-17,74%	-10,69%	-8,02%	-5,61%	2,36%	5,51%	7,25%

Fonte: Autor.

Observando a Figura 5.1, nota-se que a métrica de conforto m_{iso} , que considera a sensibilidade humana às vibrações verticais, possui perfil decrescente de desempenho do sistema ativo em relação ao sistema passivo, com o índice partindo de K1, com a maior média de 26,72%, e se encerrando em K7, com a menor média de -3,48%.

Tal perfil de desempenho se deve aos foco de projeto dado aos controladores, onde, para o conforto do usuário, é máximo para K1 e se reduz gradualmente até K7, que possui o menor foco em conforto entre os controladores $H\infty$ projetados.

Exemplificando a capacidade de melhoria da métrica de conforto, a Figura 5.2 apresenta as respostas no tempo dos sinais de aceleração da carroceria, filtradas por W_{ISO} , sobre o centro de gravidade para o sistema de suspensão passivo e o sistema ativo utilizando K1, para distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h. Tais sinais são base para a avaliação da métrica de conforto m_{iso} , onde, para este teste padrão, o sistema em malha fechada apresenta um ganho de 34,43% em relação ao sistema em malha aberta.

Figura 5.1: Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo considerando todas as métricas para os testes estocásticos.

Analisando a Figura 5.2, observamos que a resposta do sistema ativo é bem atenuada em relação ao passivo, apresentando amplitudes bem reduzidas que resultarão na redução do valor RMS do sinal.

O progresso na métrica de conforto alcançado por K1 também se verifica através da remoção da energia do sinal de aceleração da banda de frequência crítica à sensibilidade humana às acelerações verticais, qual é descrita pelo filtro W_{ISO} , como podemos observar na Figura 5.3, que retrata a análise de PSD do sinal de aceleração vertical sob a carroceria para o distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h . A Figura 5.3 também apresenta a análise de PSD do sinal de força dinâmica sob o pneu para o controlador K1, com o intuito de se analisar o impacto causado pela utilização de um controlador com foco em conforto na dirigibilidade do veículo. Esta relação entre os principais objetivos de controle será foco da análise da Figura 5.7.

Pela análise da Figura 5.3 (a), nota-se uma clara atenuação da potência do sinal de aceleração vertical sob a carroceria dentro da faixa crítica de avaliação, entre 1 e 30 Hz , definida pela função peso W_{y1} , que pondera o sinal de aceleração quanto à sensibilidade humana às vibrações verticais.

Figura 5.2: Resposta da aceleração da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h .

Fonte: Autor.

Por outro lado, como apresentado na Figura 5.3 (b), ocorreu uma amplificação da potência do sinal de força dinâmica sob o pneu para o sistema em malha fechada, em comparação com o de malha aberta, dentro da banda de frequência crítica para a análise, entre 10 e 20 Hz , deteriorando a métrica de avaliação da dirigibilidade do veículo m_{dir} . A localização da banda de frequência crítica para a análise da dirigibilidade, entre 10 e 20 Hz , se deve à ressonância da massa não suspensa.

De forma análoga à descrição dos desempenhos para o conforto do usuário, devido ao foco do controlador K7 em dirigibilidade, este apresenta a maior média de segurança dentre os controladores, dada pela métrica de dirigibilidade m_{dir} , com desempenho médio de 7,25%, contra o menor desempenho médio de -17,74%, apresentado por K1, como podemos observar na Figura 5.1. Novamente, a redução do foco em dirigibilidade durante o projeto dos controladores é gradual, sendo máximo para K7 e mínimo para K1.

A Figura 5.4 apresenta os sinais de força dinâmica sob o pneu para os sistemas de suspensão passiva e ativa utilizando o controlador K7, considerando o distúrbio padrão ISO C-D a 80 km/h , como exemplo da resposta dos controladores com foco em segurança.

Figura 5.3: Análise PSD da (a) aceleração da carroceria e da (b) força dinâmica sob o pneu utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h.

Fonte: Autor.

Ao se analisar os sinais de força apresentados na Figura 5.4, o sistema em malha fechada apresenta um ganho de 11,37% em relação ao sistema em malha aberta para a métrica de dirigibilidade m_{dir} , evidenciado pela predominância de amplitudes do sinal para o sistema em malha fechada inferiores às encontradas para o sinal do sistema em malha aberta.

Através da análise no domínio da frequência dos sinais de força dinâmica sob o pneu, também se evidencia a superioridade, em termos de segurança, mensurada pela métrica de dirigibilidade m_{dir} , do sistema ativo, utilizando o controlador K7, em relação ao sistema passivo, como indica a análise de PSD da Figura 5.5 para distúrbio padrão ISO C-D a 80 km/h.

Pela análise da Figura 5.5 (b), nota-se que o sistema ativo, utilizando o controlador K7, apresenta atenuação considerável da potência do sinal de força dinâmica sob o pneu em relação ao sistema passivo, dentro da banda de frequência crítica de análise, entre 10 e 20 Hz. Apesar do ganho de potência deste sinal para o sistema eletromagnético em outras bandas não críticas, estas não impactam de forma tão incisiva na métrica de dirigibilidade, m_{dir} , quanto aquelas dentro da faixa de ressonância do conjunto da roda.

Figura 5.4: Resposta da força dinâmica sob o pneu utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO C-D a 80 km/h.

Fonte: Autor.

Analisando a Figura 5.5 (a), ao custo do foco em dirigibilidade do controlador K7, evidencia-se a degradação da métrica de conforto m_{iso} , com o aumento das acelerações verticais sob a carroceria, através da amplificação da energia deste sinal na banda de frequências crítica para análise, entre 1 e 30 Hz.

Ao analisarmos a métrica de conforto m_{ver} , que não considera a sensibilidade humana às vibrações verticais, através da Figura 5.1 e da Tabela 5.1, notamos que, apesar da tendência decrescente entre K1 e K7 desta métrica, seu perfil se diferencia de m_{iso} , sendo, por exemplo, o desempenho de K6 em relação às acelerações verticais inferior ao de K7 e apenas os controladores K1, K2 e K3 apresentando ganho de desempenho.

A diferença entre as métricas de conforto m_{iso} e m_{ver} está relacionada a não consideração do filtro para a sensibilidade humana às vibrações verticais W_{ISO} nesta última. Devido à presença deste filtro, mesmo que o sistema em malha fechada apresente altos índices de aceleração vertical, ainda é possível se ostentar uma métrica de conforto m_{iso} reduzida, ou seja, com bom desempenho, devido à concentração da potência das acelerações verticais da carroceria fora da banda de frequência crítica à sensibilidade do usuário. Analogamente, sistemas que apresentem baixos níveis de vibração na carroceria,

Figura 5.5: Análise PSD da (a) aceleração da carroceria e da (b) força dinâmica sob o pneu utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO C-D a 80 km/h.

Fonte: Autor.

ainda podem apresentar métricas de conforto filtrada ruins, devido à concentração desta potência na banda de frequência crítica ao conforto do usuário.

Referente à métrica de aceleração do ângulo de arfagem da carroceria, m_{arf} , notamos, através da análise da Figura 5.1, que há ganho do sistema ativo em relação ao sistema passivo apenas para os controladores K1 e K2, com desempenhos médios de 31,88% e 16,05%, respectivamente. Os controladores com pior desempenho foram K6 e K7, com perdas respectivas de desempenho médio de -23,68% e -20,76%.

As semelhanças entre os resultados das métricas m_{arf} e m_{ver} são justificadas pela relação direta entre as acelerações verticais absolutas na carroceria, ou seja, não ponderados referente à sensibilidade humana, e a consequente excitação da aceleração rotacional do veículo. Desta forma, fica evidente que os controladores com foco no conforto devem apresentar os melhores resultados de aceleração angular, apesar da ponderação dos resultados quanto à sensibilidade humana.

Vale ressaltar ainda que, apesar do controle ser realizado individualmente por suspensão ou roda e sem foco na inclinação da carroceria, a diminuição das vibrações verti-

cais por eixo reflete na aceleração rotacional da carroceria, assim, com o objetivo de se minimizar as acelerações rotacionais do veículo, os controladores com foco no conforto devem ser priorizados.

A Figura 5.6 exemplifica a capacidade de regulação da aceleração do ângulo de arfagem do veículo através da comparação dos sinais de aceleração dos sistemas de suspensão passivo e ativo utilizando o controlador K1, este que possui foco na percepção de conforto do usuário, para distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h .

Figura 5.6: Respostas dos ângulos da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h .

Fonte: Autor.

Analisando a Figura 5.6, observa-se que a resposta do sistema ativo é bem atenuada em relação ao sistema passivo, com amplitudes bem reduzidas que resultam em um ganho de 26,53% da métrica m_{arf} .

Os valores de desempenho para rolagem, dados pela métrica m_{rol} , não são apresentados na Tabela 5.1 e na Figura 5.1 para os testes estocásticos. Isto se deve ao fato de que a dinâmica de rolagem do modelo veicular não linear não foi excitada, sendo o distúrbio da pista inserido de forma simétrica aos dois lados da carroceria.

A Figura 5.7 representa a relação entre os desempenhos médios de conforto e dirigibilidade, dados pelas métricas m_{iso} e m_{dir} , respectivamente, dos sistemas ativo e ativo não

atuado em relação ao sistema passivo para os testes estocásticos. Os resultados utilizados para a geração desta figura são descritos na Tabela 5.1.

Figura 5.7: Relação entre os desempenhos médios de conforto e dirigibilidade do sistema ativo em relação ao sistema passivo para os testes estocásticos.

Fonte: Autor.

Observando os resultados do sistema ativo na Figura 5.7, que compara os desempenhos médios das duas principais métricas de análise, fica clara a contradição entre os objetivos de controle de conforto e dirigibilidade, representados aqui por m_{iso} e m_{dir} , respectivamente. Desta forma, os controladores com foco no conforto apresentam em média os piores desempenhos em segurança e vice-versa, enquanto os controladores que não apresentam foco predominante em apenas uma métrica são mais equilibrados e possuem resultados mais próximos ao sistema passivo.

Os controladores H_∞ K3, K4 e K5 foram projetados para serem os mais equilibrados entre os objetivos de controle e com gastos energéticos reduzidos. Como se nota nas Figuras 5.7 e 5.1, K5 possui ganhos de desempenho limitados quando comparado com outros controladores, porém, além de apresentar ganhos de desempenho significantes em comparação com o sistema passivo, este não apresenta perdas de desempenho médio para os principais objetivos de controle propostos, como ocorre com todos os outros controladores, condição que pode ser muito vantajosa de acordo com a aplicação.

Como apresentado na Figura 5.7, devido à inerente vantagem do sistema ativo não atuante em relação ao sistema passivo quanto ao conforto do usuário, apresentando um ganho da métrica m_{iso} de 17,42%, e desvantagem em relação à dirigibilidade, avaliada por m_{dir} e apresentando uma perda de desempenho de $-15,16\%$, é dedutível que os controladores com foco na percepção de conforto do usuário apresentarão consumo energético inferior àqueles com foco na segurança, como fica comprovado pela Figura 5.8, que apresenta o gasto energético dos controladores para os testes estocásticos.

Figura 5.8: Análise da energia despendida pelo ATIP em testes estocásticos para os controladores de ordem reduzida.

Como se observa na Figura 5.8, os controladores com foco no conforto do usuário (K1 e K2) possuem menor consumo energético (E_s) do que aqueles com foco na dirigibilidade (K6 e K7). Sendo o controlador K2 o de menor gasto energético médio e K6 o de maior gasto energético. Os controladores H_∞ K3, K4 e K5, projetados para serem os mais equilibrados entre os objetivos de controle, apresentam gastos energéticos intermediários, como apresentado na Figura 5.8.

A fim de se analisar a demanda energética dos controladores H_∞ , a Figura 5.9 apresenta uma comparação dos esforços de controle, ou sinal de controle u , dos controladores K2 e K6 para distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h.

Figura 5.9: Respostas dos esforços de controle utilizando K2 e K6 de ordens reduzidas em distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h.

Fonte: Autor.

Analisando a Figura 5.9, nota-se que o controlador K2, de menor consumo energético dentre a família de controladores projetados, atua com amplitudes limitadas de força e, além disto, com menor sensibilidade ao erro, ou seja, não oscilando demasiadamente o sinal de controle para pequenas variações do sinal de entrada. O controlador K6, de maior consumo energético, se comporta de maneira oposta à K2, sendo sensível ao erro e aplicando grandes amplitudes de força através do ATIP.

Complementando esta comparação da demanda energética dos controladores K2 e K6, a Figura 5.10 introduz a análise de PSD dos esforços de controle para o distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h.

Analisando a Figura 5.10, notamos que a densidade espectral de potência do esforço de controle exercido pelo controlador K2 somente é semelhante ao sinal do controlador K6 em uma banda de frequências restrita, localizada entre 1 e 5 Hz, qual fica contida dentro da faixa crítica de ponderação da métrica de conforto m_{iso} . Para o restante do espectro analisado, o controlador K6 possui amplitudes de potência muito superiores às de K2, resultando em um consumo energético de 142,7 J para K6 contra apenas 25,0 J para K2.

Figura 5.10: Análise PSD dos esforços de controle utilizando K2 e K6 de ordens reduzidas em distúrbio padrão ISO A-B a 40 km/h.

Fonte: Autor.

Durante o estudo da energia despendida pelos controladores H_∞ em testes estocásticos, os controladores K6 e K7, que são os maiores consumidores, conforme a Figura 5.8, apresentaram saturações do sinal de controle para os testes em distúrbio padrão ISO C-D a 80 e 120 km/h.

Importante etapa do estudo dos atuadores eletromagnéticos é o aferimento de sua capacidade de recuperação da energia, dada através da conversão da energia cinética vertical do sistema de suspensão em energia elétrica fornecida à bateria. A Tabela 5.2 apresenta os resultados da capacidade de recuperação energética dos sistemas em malha fechada projetados para os testes estocásticos.

Tabela 5.2: Capacidade de regeneração de energia dos controladores de ordem reduzida em testes estocásticos.

Regeneração	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
Máxima	0,19%	0,04%	0,04%	0,05%	0,19%	9,27%	14,29%
Média	0,10%	0,02%	0,03%	0,04%	0,16%	6,99%	11,80%
Mínima	0,05%	0,01%	0,03%	0,03%	0,11%	5,77%	10,46%

Fonte: Autor.

Como apresentado na Tabela 5.2, o atuador tubular de ímã permanente utilizado neste trabalho pouco oferece em termos de recuperação energética para os controladores

com foco em conforto, K1 e K2, e os controladores centrais, K3, K4 e K5. Como descrito por Sande (2011), a recuperação de energia proveniente dos distúrbios da pista pelo sistema de suspensão eletromagnético esta relacionada diretamente com o coeficiente de amortecimento projetado para o sistema. Quanto maior o coeficiente de amortecimento da suspensão, ou seja, quanto maior a capacidade de dissipação de energia através de correntes de Foucault, maior será a segurança contra falhas de suprimento de energia do atuador, porém, conseqüentemente, menor será a capacidade de recuperação de parte da energia despendida.

Em contrapartida, para os controladores com foco na dirigibilidade, K6 e K7, a recuperação de energia se mostra relevante na Tabela 5.2. No entanto, como verificado na Figura 5.1, estes controladores apresentam grandes perdas nas métricas de conforto, ou seja, aumentam consideravelmente as acelerações verticais sob a carroceria e, assim, geram oportunidades de recuperação de energia. Porém, vale ressaltar que este ganho de regeneração não compensa o gasto energético total e, apesar dos controladores K6 e K7 serem os maiores recuperadores de energia, estes também são os maiores consumidores, como apresentado na Figura 5.8.

Não sendo o foco deste trabalho, um estudo mais aprofundado sobre a influência da adoção de diferentes coeficientes de amortecimento na redução do consumo energético do atuador através da regeneração de energia do sistema de suspensão pode ser considerado como objetivo de um trabalho futuro.

Exemplificando a capacidade de regeneração de energia do sistema ativo, a Figura 5.11 apresenta os sinais no tempo de potência de alimentação P_s e potência dissipada pela resistência do atuador P_{cu} , utilizando o controlador K1 em distúrbio padrão ISO A-B a 80 *km/h*.

Analisando a Figura 5.11, nota-se que a regeneração de energia ($P_s < 0$, com energia fluindo do atuador para o sistema de armazenamento), para o controlador K1, ocorre por pequenos períodos de tempo e com pequenas amplitudes de corrente, limitando este modo de operação. Como resultado, o sistema foi capaz de recuperar 0,19% da energia despendida. Comparativamente, a Figura 5.12 apresenta os mesmos sinais no tempo de potência utilizando o controlador K7 em distúrbio padrão ISO A-B a 80 *km/h*.

Notamos pela análise da Figura 5.12 que a recuperação de energia ocorre, para o controlador K7, com maior frequência e com amplitudes de corrente bem superiores às encontradas na Figura 5.11, permitindo a recuperação de 14,29% da energia despendida. Porém, recordando, o gasto energético total do sistema ativo com o controlador K7, de

Figura 5.11: Respostas das potências do ATIP utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 80 km/h .

Fonte: Autor.

171,0 J , é bem superior ao gasto com o controlador K1, de 48,1 J , tornando os controladores com foco no conforto mais efetivos em termos energéticos do que os controladores com foco na dirigibilidade.

Durante o estudo dos controladores H_∞ para os testes estocásticos, os sistemas de suspensão passiva e ativa apresentaram saturações de deslocamento da suspensão, seja via compressão ou extensão da mola de suspensão, conforme as quantidades apresentadas pela Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Quantidade de saturações de deslocamento da suspensão para os testes estocásticos com controladores de ordem reduzida.

Perfil de pista	OL	NA	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
ISO C-D @80 km/h	1	0	0	0	1	1	1	2	1
ISO C-D @120 km/h	1	2	1	2	2	2	2	2	2

Fonte: Autor.

Conforme visto na Tabela 5.3, o sistema em malha aberta apresentou saturação de deslocamento da suspensão, via compressão da mola, para os perfis de pista padrão ISO C-D a 80 e 120 km/h , enquanto o sistema em malha fechada não atuado apresentou saturações de deslocamento, via compressão e extensão da mola, apenas para o perfil de

Figura 5.12: Respostas das potências do ATIP utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio padrão ISO A-B a 80 km/h .

Fonte: Autor.

pista padrão ISO C-D a 120 km/h . A predominância de saturações do sistema passivo via compressão da mola se deve ao perfil não linear característico da força de amortecimento deste sistema, como apresentado na Figura 3.7, que é capaz de dissipar mais energia proveniente dos distúrbios durante a extensão da mola do que durante a compressão.

A Figura 5.13 exemplifica a resposta do sistema de suspensão passivo durante a ocorrência de uma saturação por compressão da mola para distúrbio padrão ISO C-D a 80 km/h , em conjunto com a resposta do sistema ativo não atuado, o qual não apresenta saturações para este teste.

Verifica-se na Figura 5.13 o impacto causado na dinâmica do sistema em malha aberta devido à saturação do deslocamento da suspensão, ocorrido entre os 7 e 7,1 s. A força contrária ao movimento de compressão da mola no instante da saturação gera picos de aceleração acentuados tanto na massa suspensa quanto na massa não suspensa. Essas acelerações singulares acarretarão na perda de desempenho do sistema referente às métricas de conforto e dirigibilidade.

Como apresentado na Tabela 5.3, os controladores com melhor desempenho em relação às saturações do sistema são K1 e K2, que possuem foco no conforto e, assim, maior

Figura 5.13: Resposta dos (a) deslocamentos e das (b) acelerações da suspensão dos sistemas passivo e ativo não atuado para distúrbio padrão ISO C-D a 80 km/h .

Fonte: Autor.

capacidade de atenuar as vibrações verticais e evitar maiores deslocamentos da mola de suspensão. Para o padrão ISO C-D a 80 km/h , estes controladores não apresentaram saturações, assim como o sistema ativo desligado, enquanto o restante dos controladores apresentaram. Enquanto para o padrão ISO C-D a 120 km/h , o controlador K1 foi capaz de reduzir em uma saturação a resposta do sistema, ao passo que os outros controladores mantiveram as duas saturações presentes no sistema ativo desligado.

Vale ressaltar que a sintonia dos controladores H_∞ deste trabalho foi realizada tendo-se como base o perfil estocástico padrão ISO B-C a 120 km/h , que não apresenta saturações, com o objetivo de se criar um conjunto de controladores que variam o foco de projeto entre conforto e dirigibilidade. A sintonia dos controladores com base no perfil ISO C-D a 120 km/h , que apresenta saturações, não gera resultados satisfatórios para o propósito deste trabalho, tendo em vista que uma gama muito limitada de controladores atende aos requisitos de saturações e, assim, inviabiliza o estudo comparativo proposto entre os controladores.

Fora do foco deste trabalho, em estudos futuros, conjuntos de controladores podem ser sintonizados individualmente para perfis de pista e velocidades de operação específicos,

de acordo com os objetivos de controle. Por exemplo, controladores com foco na não saturação do sistema podem ser sintonizados e selecionados durante o percurso do veículo conforme as condições de aplicação.

5.2 RESPOSTA DOS CONTROLADORES DE ORDEM REDUZIDA EM TESTES DETERMINÍSTICOS

Prosseguindo com a análise dos resultados dos controladores robustos H_∞ de ordem reduzida, a Tabela 5.4 e a Figura 5.14 apresentam os valores médios de desempenho do sistema ativo eletromagnético em relação ao sistema passivo para os testes determinísticos, de acordo com as cinco métricas de análise introduzidas no estudo dos resultados dos testes estocásticos: m_{ver} , m_{iso} , m_{arf} , m_{rol} e m_{dir} .

Tabela 5.4: Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo para os testes determinísticos.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
m_{ver}	33,15%	15,86%	-12,52%	-17,40%	-9,01%	-24,20%	-18,94%
m_{iso}	34,92%	20,15%	-3,93%	-6,40%	-2,86%	-12,79%	-10,17%
m_{arf}	43,48%	26,32%	-2,08%	-4,68%	5,99%	-5,02%	-2,54%
m_{rol}	30,10%	20,83%	-1,34%	-10,15%	-8,20%	-16,58%	-15,50%
m_{dir}	17,23%	13,85%	-4,48%	0,56%	6,28%	4,43%	2,57%

Fonte: Autor.

Analisando a Figura 5.14, nota-se que a contradição entre os principais objetivos de controle, de manutenção do conforto e da dirigibilidade, não se mostra evidente para os testes determinísticos, sendo que alguns controladores, como K3 e K4, se mostraram, em média, ineficientes para ambos os objetivos de controle e, por outro lado, os controladores K1 e K2 possuem os melhores desempenhos médios para as cinco métricas consideradas.

Isto se deve ao fato de que a sintonização dos controladores H_∞ se baseia na busca por controladores com desempenhos médios adequados a partir de um distúrbio de entrada do tipo perfil de pista estocástico, que excita a dinâmica do sistema em todo o espectro conforme a norma ISO 8608. Como os distúrbios determinísticos excitam o sistema de forma bem distinta, e em menores amplitudes, seus resultados acabam não representando toda a capacidade de desempenho dos controladores. Porém, os distúrbios determinísticos utilizados neste trabalho podem ser entendidos como picos de distúrbio inseridos em perfis de pista pouco ruidosos, como, por exemplo, lombadas ou buracos localizados em uma pista de boa qualidade. Assim, justifica-se a análise realizada nesta seção na busca de

Figura 5.14: Desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo considerando todas as métricas para os testes determinísticos.

controladores capazes de garantir a segurança e o conforto dos passageiros.

Observando a curva de desempenho dos controladores em relação à principal métrica de conforto m_{iso} , na Figura 5.14, nota-se que os controladores com foco no conforto, K1 e K2, possuem os melhores desempenhos médios, apresentando ganhos acima dos 20%. Em sequência, estão os controladores mais equilibrados em relação aos objetivos de controle, K3, K4 e K5, com perdas médias inferiores a 10%. Por fim, os controladores com foco de projeto na dirigibilidade, apresentam os piores resultados, com perdas médias superiores a 10%.

Exemplificando a capacidade de melhoria nos índices de conforto gerada pelos controladores H_{∞} , a Figura 5.15 apresenta a resposta da aceleração da carroceria para os sistemas em malha fechada, utilizando o controlador K1, e malha aberta, em distúrbio tipo impulso positivo a 40 km/h. Os sinais de aceleração da carroceria, filtradas por W_{ISO} , são a base para a avaliação da métrica de conforto m_{iso} , onde, para este caso estudado, o sistema ativo apresenta um ganho de 25,41% em relação ao sistema em malha aberta.

Verifica-se na Figura 5.15 que o sistema ativo é capaz de atenuar consideravelmente as amplitudes de aceleração vertical da carroceria, resultando em ganho de conforto ao

Figura 5.15: Resposta da aceleração da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso positivo a 40 km/h.

Fonte: Autor.

usuário para o teste de impulso positivo.

No caso dos testes determinísticos, como se pode observar na Figura 5.14, os resultados para a métrica de conforto que não considera a sensibilidade humana às vibrações verticais, m_{ver} , possuem um perfil muito semelhante ao encontrado para a métrica de conforto m_{iso} , apesar das variações nos valores de desempenho médios, com os controladores focados em conforto apresentando os melhores desempenhos e aqueles com foco em dirigibilidade apresentando os piores.

É importante ressaltar que os desempenhos médios da métrica m_{iso} foram superiores aos de m_{ver} para todos os sete controladores, como verificado na Figura 5.14. Este resultado demonstra que, para os controladores com ganhos de desempenho, adicionalmente à atenuação das vibrações verticais sob a carroceria, esta redução acontece principalmente dentro da banda crítica à sensibilidade humana às vibrações, beneficiando m_{iso} . De forma análoga, para os controladores que apresentaram perda de desempenho, parte considerável das amplificações da aceleração vertical sob a carroceria ocorrem fora da banda crítica à sensibilidade humana, não prejudicando diretamente a percepção de conforto do usuário.

Apresentado na Figura 5.14, a métrica de acelerações do ângulo de arfagem m_{arf} pos-

sua curva de desempenhos semelhante àquelas formadas pelas métricas de conforto do usuário. Aqui, no entanto, o controlador K5 aparece como um ponto fora da curva, com ganho de desempenho médio de 5,99% enquanto os outros controladores de foco de projeto equilibrado e foco na dirigibilidade apresentam apenas perdas de desempenho médio. Adicionalmente, o comportamento dinâmico apresentado por K5 para os testes determinísticos, que resultou em ganho médio para m_{arf} , também resultou em um ganho médio para m_{dir} acima daqueles apresentados pelos controladores com foco na dirigibilidade, K6 e K7, como será avaliado adiante nesta seção.

A Figura 5.16 exemplifica as respostas dos ângulos da carroceria, utilizando o controlador com melhores ganhos para m_{arf} e m_{rol} , K1, para um distúrbio tipo impulso negativo a 40 km/h.

Figura 5.16: Respostas dos ângulos da carroceria utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso negativo a 40 km/h.

Fonte: Autor.

Os ganhos de desempenho para as métricas de aceleração do ângulo de arfagem e de rolagem da carroceria são de 86,16% e 83,49%, respectivamente, para o sistema de suspensão ativo com controlador K1 em relação ao sistema passivo em distúrbio tipo impulso negativo a 40 km/h. Esta grande capacidade de atenuação das acelerações rotacionais da carroceria é apresentada na Figura 5.16, onde os sinais de resposta do sistema em malha fechada apresentam amplitudes bastante atenuadas em relação aos sinais do sistema em

malha aberta.

O desempenho médio da métrica de aceleração do ângulo de rolagem m_{rol} para os controladores $H\infty$ em testes determinísticos, introduzido na Figura 5.14, é máximo para os controladores com foco no conforto, sendo estes os únicos com ganho de desempenho, intermediário para os controladores com projeto equilibrado entre os objetivos de controle e mínimo para os controladores com foco na dirigibilidade.

Como se nota na Figura 5.14, os resultados para a métrica m_{rol} acompanham os desempenhos para as métricas de conforto, mas variando as amplitudes médias. Como mencionado durante a análise dos resultados para os testes estocásticos, isto se deve à relação direta entre as acelerações verticais sob a carroceria e a excitação da aceleração do ângulo de rolagem do veículo. Desta forma, apesar do controle ser realizado individualmente por suspensão e sem foco nas acelerações rotacionais do veículo, projetos voltados para o conforto do usuário, que destinam-se a diminuir as acelerações verticais da carroceria, inerentemente atenuam as acelerações rotacionais da carroceria. A Figura 5.16 exemplifica o comportamento do sinal de aceleração do ângulo de rolagem do veículo para o controlador K1 em distúrbio tipo impulso negativo a 40 km/h .

Ao se analisar os desempenhos médios da métrica de dirigibilidade m_{dir} dos controladores $H\infty$, apresentados na Figura 5.14, apenas K3 apresentou perda de desempenho neste quesito. Desta forma, o conjunto de controladores projetado neste trabalho possui, em geral, desempenho satisfatório na atenuação das variações de força compressiva sob os pneus para os testes determinísticos, garantindo melhor dirigibilidade ao veículo, em comparação com o sistema passivo, para os casos de pico de distúrbio contidos nos perfis de pista.

Em contradição com o foco do projeto, como exibido na Figura 5.14, os controladores com foco no conforto apresentaram os melhores desempenhos médios de dirigibilidade, respectivamente de 17,23% e 13,85% para K1 e K2, consideravelmente superiores aos ganhos de 4,43% para K6 e de 2,57% para K7. A Figura 5.17 demonstra a atenuação exercida por K1 da força dinâmica sob o pneu em distúrbio tipo senoide negativa a 80 km/h .

Como observado na Figura 5.17, o ganho de desempenho em m_{dir} de 45,97% do sistema ativo utilizando K1 em relação ao sistema passivo para distúrbio tipo senoide negativa a 80 km/h , se deve à considerável atenuação das amplitudes do sinal de força dinâmica sob o pneu ao longo do tempo.

Apresentado na Figura 5.7, durante a análise dos testes estocásticos, o sistema ativo

Figura 5.17: Resposta da força dinâmica sob o pneu utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo senoide negativa a 80 km/h.

Fonte: Autor.

desligado possui vantagem inerente em relação ao sistema passivo para o conforto e, consequentemente, uma desvantagem para a dirigibilidade. Desta forma, o consumo energético esperado para os controladores com foco no conforto é inferior ao consumo dos controladores com foco de projeto equilibrado ou com foco na dirigibilidade. Este mesmo perfil de demanda energética pode ser observado para os testes determinísticos, como apresentado na Figura 5.18.

Como se observa na Figura 5.18, os controladores com foco no conforto apresentam menor consumo energético, sendo K2 o de menor demanda, e os controladores com foco na dirigibilidade apresentam o maior consumo energético, sendo o controlador K6 o de maior demanda. Os controladores K3, K4 e K5, que possuem foco equilibrado de controle, apresentam demanda energética intermediária e gastos energéticos médios similares. Com o intuito de se analisar a demanda energética dos controladores H_∞ , a Figura 5.19 apresenta uma comparação dos esforços de controle, ou sinal de controle u , dos controladores K2 e K6 para distúrbio tipo impulso negativo a 40 km/h.

Nota-se, através da análise da Figura 5.19, que o esforço de controle exercido pelo controlador K2 possui amplitudes bem reduzidas se comparada às do sinal apresentado pelo

Figura 5.18: Análise da energia despendida pelo ATIP em testes determinísticos para os controladores de ordem reduzida.

controlador K6, resultando em uma economia energética final de 94,4% para o teste tipo impulso negativo a 40 km/h . Além disto, o sinal de controle de K6 apresenta saturação da força do atuador, em 2,3 kN , enquanto o sinal de controle de K2 não ultrapassa a amplitude de 500 N .

As únicas saturações encontradas para os testes determinísticos foram de esforço de controle. Num total de duas saturações, ambas ocorreram para o teste tipo impulso negativo a 40 km/h , sendo uma ocorrência para o controlador K6, como apresentado na Figura 5.19, e outra para o controlador K7. Este tipo de saturação é causada pela maior sensibilidade dos controladores com foco na dirigibilidade ao erro, assim, apresentando picos de força em relação ao distúrbio tipo impulso de entrada.

O estudo da capacidade de recuperação de energia dos sistemas em malha fechada projetados, dada através da conversão da energia cinética do sistema de suspensão em energia elétrica, em testes determinísticos é apresentado na Tabela 5.5.

Com a recuperação de energia proveniente dos distúrbios da pista pelo sistema de suspensão eletromagnético se relacionando diretamente com a métrica de vibrações verticais na carroceria m_{ver} , os controladores com foco na dirigibilidade, que apresentam perdas no desempenho desta métrica, apresentam capacidade de recuperação de energia despen-

Figura 5.19: Respostas dos esforços de controle utilizando K2 e K6 de ordens reduzidas em distúrbio tipo impulso negativo a 40 km/h.

Fonte: Autor.

Tabela 5.5: Capacidade de regeneração de energia dos controladores de ordem reduzida em testes determinísticos.

Regeneração	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
Máxima	0,04%	0,34%	0,35%	0,39%	0,60%	2,79%	7,31%
Média	0,02%	0,07%	0,09%	0,09%	0,15%	2,33%	5,83%
Mínima	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,43%	2,30%

Fonte: Autor.

dida relevante, alcançando 5,83% em média para o controlador K7, como apresentado na Tabela 5.5. Para os demais controladores, a recuperação energética é pouco relevante, limitada a 0,15% de média para o controlador K5. Para os controladores com foco no conforto, ou com foco equilibrado entre os objetivos de controle, grande parte da energia não aproveitada pelo sistema é dissipada através de correntes de eddy, porém, garantindo segurança ao sistema ativo em caso de falhas do suprimento energético ao ATIP.

Vale ressaltar que a regeneração de energia apresentada pelos controladores com foco na dirigibilidade não compensa o gasto energético total durante os testes. Assim, mesmo que os controladores K6 e K7 sejam os maiores recuperadores de energia, estes também são os maiores consumidores, como apresentado na Figura 5.18.

A Figura 5.20 apresenta os sinais no tempo de potência de alimentação P_s e potência

dissipada pela resistência do atuador P_{cu} , exemplificando a capacidade de regeneração de energia do sistema em malha fechada utilizando o controlador H_∞ K1 em distúrbio tipo impulso positivo a 40 km/h .

Figura 5.20: Respostas das potências do ATIP utilizando K1 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso positivo a 40 km/h .

Fonte: Autor.

A Figura 5.20 representa a potência utilizada por controladores com foco em conforto para os testes determinísticos, apresentando baixo consumo energético, com picos reduzidos de potência requerida, e baixa capacidade de regeneração, praticamente não atuando em modo gerador. Para o teste exibido, tipo impulso positivo a 40 km/h , o controlador K1 drenou apenas $8,2 \text{ J}$ de energia, uma economia de $86,35\%$ quando comparado ao mesmo teste realizado pelo sistema ativo utilizando K7, cuja resposta da potência é exibida na Figura 5.21, com uma capacidade de regeneração reduzida de $0,04\%$.

Observado na Figura 5.21, a resposta das potências utilizando controladores com foco na dirigibilidade apresentam amplitudes consideravelmente maiores às presentes nos controladores com foco no conforto. Assim, o teste em exemplo com o controlador K7 demanda uma quantia total de $60,3 \text{ J}$. Por outro lado, o controlador apresenta uma capacidade de regeneração de energia de $5,14\%$.

Figura 5.21: Respostas das potências do ATIP utilizando K7 de ordem reduzida em distúrbio tipo impulso positivo a 40 km/h.

Fonte: Autor.

5.3 INFLUÊNCIA DA REDUÇÃO DA ORDEM DOS CONTROLADORES

Esta seção realiza a comparação entre os desempenhos médios obtidos, em testes estocásticos e determinísticos, para os controladores de ordem reduzida e não reduzida, projetados no Capítulo 4. O objetivo desta comparação é demonstrar que, para a redução de ordem realizada, não há alteração significativa dos resultados finais do controlador sintonizado.

As Figuras 5.22 e 5.23 apresentam as divergências dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo devido à redução da ordem dos controladores para os testes estocásticos e determinísticos, respectivamente.

Como apresentado nas Figuras 5.22 e 5.23, as divergências dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo devido à redução da ordem dos controladores, baseada nos valores singulares de Hankel, possuem valores aceitáveis, inferiores a 0,5% para os testes estocásticos e a 0,3% para os testes determinísticos.

Os controladores com foco equilibrado entre os objetivos de controle apresentaram

Figura 5.22: Divergência dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo devido à redução da ordem dos controladores para os testes estocásticos.

uma maior influência nos desempenhos médios devido à redução de suas ordens. Entretanto, para uma redução de ordem três para K3 e de reduções de ordem dois para K4 e K5, as divergências encontradas ainda são toleráveis para a utilização deste conjunto de controladores de ordem reduzida. Caso os resultados não fossem aceitáveis, reduções de ordens inferiores poderiam ser aplicadas ou, em caso extremo, o controlador sem redução de ordem seria utilizado.

5.4 INFLUÊNCIA DAS INCERTEZAS ESTRUTURADAS

Por fim, nesta seção são analisadas as influências das incertezas estruturadas do modelo não linear de veículo completo nos desempenhos médios dos sistemas ativos em relação ao sistema passivo.

As duas incertezas estruturadas consideradas nesta avaliação são a massa suspensa M_s e a rigidez do pneu k_u , cujos parâmetros são introduzidos na Tabela 3.2. A constante de mola da suspensão k_s e o fator de amortecimento da suspensão d_s , apesar de serem não lineares e incertos para o modelo nominal, utilizado durante a síntese dos controladores,

Figura 5.23: Divergência dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo devido à redução da ordem dos controladores para os testes determinísticos.

são curvas definidas e implementadas no modelo de carro completo utilizado durante a simulação dos sistemas ativo e passivo e, assim, não são consideradas para a avaliação do impacto das incertezas nos resultados.

O procedimento de análise da influência das incertezas estruturadas nos desempenhos médios dos sistemas ativos é dado por:

- Definição do conjunto de valores a serem considerados para cada incerteza
- Definição dos grupos de análise de acordo com os parâmetros selecionados
- Simulação e aferição dos desempenhos médios para os grupos definidos
- Avaliação da influência das incertezas

Primeiramente, o conjunto de valores considerados para cada incerteza estruturada foi definido como sendo os valores mínimo e máximo de cada parâmetro, conforme apresentados na Tabela 3.2, para se obter a maior influência possível nos resultados.

A combinação entre os conjuntos de valores selecionados para as incertezas gerou os grupos de análise apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Parâmetros dos grupos de análise definidos para avaliação da influência das incertezas estruturadas.

	G1	G2	G3	G4
M_s (kg)	1410,1	1410,1	1882,7	1882,7
k_u (N/m)	310000	370000	310000	370000

Fonte: Autor.

Conforme os grupos de análise apresentados na Tabela 5.6, a verificação da influência da incerteza da massa suspensa nos resultados será calculada pela proporção entre os desempenhos médios dos grupos G1 e G3 ($G1/G3$) e dos grupos G2 e G4 ($G2/G4$). Semelhantemente, a verificação da influência da incerteza da rigidez do pneu nos resultados será calculada pela proporção entre os desempenhos médios dos grupos G1 e G2 ($G1/G2$) e dos grupos G3 e G4 ($G3/G4$). Desta forma, cada análise será baseada na variação de apenas uma incerteza, possibilitando a verificação de sua influência sob os resultados.

A Tabela 5.7 apresenta as relações dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo, considerando os testes estocásticos, entre grupos com variação exclusiva da massa suspensa.

Tabela 5.7: Relações de desempenhos médios para os testes estocásticos entre grupos com variação exclusiva da massa suspensa.

		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	Média
$\frac{G1}{G3}$	m_{iso}	1,30	1,27	1,26	1,24	1,26	1,25	1,26	1,27
	m_{arf}	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,01	1,00	1,01
	m_{dir}	1,29	1,29	1,28	1,28	1,28	1,27	1,28	1,28
$\frac{G3}{G4}$	m_{iso}	1,30	1,27	1,27	1,24	1,27	1,25	1,27	1,27
	m_{arf}	1,01	1,01	1,01	1,01	0,99	1,01	1,00	1,00
	m_{dir}	1,30	1,29	1,29	1,28	1,28	1,28	1,28	1,29

Fonte: Autor.

Observando a Tabela 5.7, a incerteza da massa suspensa M_s impacta de forma acentuada os desempenhos médios das principais métricas de análise, m_{iso} e m_{dir} , ultrapassando os 30% de influência nestas métricas para 33,5% de variação do parâmetro incerto. Adicionalmente, a razão desta influência de M_s é negativa, ou seja, quanto maior o valor da massa suspensa, menores serão os valores das métricas de saída, o que representa uma melhor resposta do sistema em relação à segurança e ao conforto.

De forma concisa, considerando-se a aplicação de um mesmo distúrbio de entrada, quanto maior o valor da massa suspensa, conseqüentemente, menores serão as acelerações da carroceria devido ao aumento inercial desta, reduzindo, assim, os níveis de aceleração vertical e da métrica de conforto do usuário. Por sua vez, menores níveis de aceleração sobre a carroceria podem ser interpretados como menores níveis de distúrbio operando

sob o sistema de suspensão e, conseqüentemente, sob a roda, auxiliando na métrica de dirigibilidade do veículo.

Apesar da influência encontrada da incerteza do valor da massa suspensa sob as acelerações verticais da carroceria, não houve diferença aparente para os resultados da aceleração no ângulo de arfagem nas análises realizadas, como apresentado na Tabela 5.7.

A Tabela 5.8 apresenta as relações dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo, considerando os testes estocásticos, entre grupos com variação exclusiva da rigidez do pneu.

Tabela 5.8: Relações de desempenhos médios para os testes estocásticos entre grupos com variação exclusiva da rigidez do pneu.

		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	Média
$\frac{G1}{G2}$	m_{iso}	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,95	0,95	0,96
	m_{arf}	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	m_{dir}	0,83	0,84	0,84	0,84	0,85	0,86	0,86	0,85
$\frac{G3}{G4}$	m_{iso}	0,96	0,96	0,97	0,97	0,96	0,96	0,96	0,96
	m_{arf}	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00
	m_{dir}	0,83	0,84	0,84	0,84	0,85	0,86	0,86	0,85

Fonte: Autor.

Como observado na Tabela 5.8, a incerteza no parâmetro de rigidez do pneu influencia consideravelmente na capacidade de manutenção da dirigibilidade do veículo, com variações do desempenho de m_{dir} acima dos 15% para 16,2% de variação do parâmetro incerto. Entretanto, a influência desta incerteza sobre a percepção de conforto do usuário não é tão acentuada, com variações do desempenho de m_{iso} não superando 5% para os 16,2% de variação do parâmetro incerto.

Para o caso da rigidez do pneu, a razão da influência de k_u sobre as principais métricas de análise é positiva, ou seja, quanto maior o valor da rigidez do pneu, maiores serão os valores de m_{iso} e m_{dir} , o que representa uma resposta inferior do sistema em relação à segurança e ao conforto. Este resultado é condizente com o comportamento dinâmico do elemento, onde, quanto maior a pressão do pneu, ou seja, quanto maior a rigidez do mesmo, menor será a flexibilidade do material e menor sua capacidade de aderência ao solo devido à menor área de contato entre pneu e pista, resultando em piora na dirigibilidade.

Novamente, apesar da influência encontrada desta incerteza sob as acelerações verticais da carroceria, não houve diferença aparente para os resultados da aceleração no ângulo de arfagem nas análises realizadas, conforme apresentado na Tabela 5.8.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho realizou o projeto e avaliação de um conjunto de controladores robustos H_∞ aplicados em um modelo não linear de veículo completo com sistema de suspensão ativa utilizando um atuador tubular de ímã permanente. De forma sucinta, as seguintes etapas foram desenvolvidas no decorrer deste trabalho:

- Elaboração dos modelos veiculares
- Modelagem dos distúrbios de entrada
- Definição dos objetivos de controle
- Projeto dos controladores H_∞
- Redução da ordem dos controladores H_∞
- Avaliação dos sistemas de suspensão ativa projetados

No Capítulo 3 foram desenvolvidos os modelos de um quarto de carro linearizado com suspensão totalmente ativa, utilizado como planta para a síntese dos controladores, e de carro completo não lineares com suspensões totalmente ativa e passiva, utilizados como planta para a simulação e avaliação dos sistemas de suspensão. Inserido nos modelos de suspensão ativa, o Capítulo 3 ainda apresentou a elaboração de um modelo de atuador eletromagnético do tipo atuador tubular de ímã permanente.

Para a avaliação de desempenho dos sistemas de suspensão ativa projetados, em condições de aplicação semelhantes às reais, no Capítulo 3 foram modelados distúrbios de entrada do tipo determinísticos e estocásticos, também conhecidos como distúrbios do tipo choques e vibrações. Posteriormente, no Capítulo 4, foram desenvolvidas as descrições matemáticas dos objetivos de controle e definidas as análises à serem realizadas para as avaliações de desempenho dos sistemas ativos.

No Capítulo 4 foi apresentado o projeto do conjunto de controladores H_∞ , baseando-se em um problema de sensibilidade mista S/KS , que busca limitar a energia gasta

pelo atuador e garantir a atenuação adequada dos distúrbios de entrada provenientes da pista. Ao todo quatro sinais do modelo de malha fechada são ponderados, através de funções peso desenvolvidas, para alcançar os objetivos de controle: a aceleração vertical da carroceria ponderada quanto à sensibilidade humana às vibrações; a aceleração vertical da massa não suspensa; o sinal de deslocamento da suspensão e; o esforço de controle. Os sete controladores projetados possuem foco de atuação variado entre o conforto e a dirigibilidade, sendo o foco de controle alterado através da modificação das funções peso. Por fim, as condições de robustez de estabilidade e de desempenho foram verificadas para o conjunto de controladores utilizando-se a Análise- μ .

Ainda no Capítulo 4, os controladores H_∞ passaram por um processo de redução de ordem, baseado na metodologia de truncamento balanceado, que desconsidera os estados menos controláveis e observáveis de uma realização balanceada do controlador original. As condições de robustez de estabilidade também foram verificadas para o conjunto de controladores de ordem reduzida através da Análise- μ .

O Capítulo 5 abordou os resultados das simulações realizadas, em modelo não linear de veículo completo contendo incertezas estruturadas, com os conjuntos de controladores H_∞ de ordem reduzida e não reduzida para os distúrbios de entrada do tipo determinísticos e estocásticos. As avaliações de desempenho entre os sistemas ativos projetados, e entre estes sistemas e o sistema passivo utilizado como padrão, foram realizadas tanto no domínio do tempo quanto no da frequência, considerando-se as bandas de frequências críticas para o comportamento adequado do sistema de suspensão.

Os controladores projetados neste trabalho apresentaram resultados satisfatórios quanto aos objetivos de controle propostos, com ganhos médios de percepção de conforto de até 26,72%, dirigibilidade de até 7,25% e de aceleração do ângulo de arfagem de até 31,88% para os testes do tipo estocásticos.

Para os testes determinísticos, os ganhos médios de desempenho chegam a 34,92% para o conforto, a 17,23% para a dirigibilidade, a 43,48% para a aceleração do ângulo de arfagem e a 30,10% para a aceleração do ângulo de rolagem. Dos sete controladores projetados, seis apresentaram ganhos médios de manutenção da dirigibilidade em relação ao sistema passivo para os testes determinísticos, apenas K3 apresentando perda de desempenho, resultado importante para este conjunto de distúrbios que é utilizado para a verificação da segurança proporcionada pelos sistemas de suspensão.

Os controladores com foco na percepção de conforto do usuário apresentaram consumo energético inferior àqueles com foco na dirigibilidade, devido à vantagem inerente do

sistema ativo em relação ao sistema passivo quanto ao conforto. Devido ao coeficiente de amortecimento da suspensão projetado, o ATIP apresenta, de maneira geral, uma capacidade elevada de dissipação de energia através de correntes de Foucault, garantindo segurança contra falhas de suprimento de energia. Porém, este possui capacidade limitada de recuperação de energia proveniente dos distúrbios da pista.

A análise das divergências dos desempenhos médios do sistema ativo em relação ao sistema passivo (devido à redução da ordem dos controladores) apresentou valores aceitáveis, inferiores a 0,5%, não impactando na qualidade dos controladores projetados.

Em relação à influência nos desempenhos dos sistemas ativos causada pelas incertezas estruturas do modelo, as duas incertezas consideradas nesta avaliação, a massa suspensa M_s e a rigidez do pneu k_u , impactam de forma acentuada e em proporções aproximadamente unitárias, ou seja, para cada ponto percentual de variação dos parâmetros, aproximadamente um ponto percentual será variado no desempenho do sistema.

Como sugestão de trabalho futuro, pode-se implementar em bancada um sistema de um quarto de carro com suspensão ativa eletromagnética, a fim de se validar os resultados obtidos em simulação. Adicionalmente, metodologias de controle não lineares, como CMD ou CMD-PID, podem ser utilizadas, com o objetivo de evitar simplificações no modelo não linear de suspensão.

REFERÊNCIAS

- ABOUD, W. S.; HARIS, S. M.; YAACOB, Y. Advances in the control of mechatronic suspension systems. *Journal of Zhejiang University SCIENCE C*, Springer, v. 15, n. 10, p. 848–860, 2014.
- AG, A. *Audi Technology Portal–Front suspension Audi TT quattro*. 2016. [i<https://www.audi-technology-portal.de/en/chassis/wheel-suspension-steering/front-suspension>i](https://www.audi-technology-portal.de/en/chassis/wheel-suspension-steering/front-suspension). Acesso em: 07 set. 2017.
- AGOSTINACCHIO, M.; CIAMPA, D.; OLITA, S. The vibrations induced by surface irregularities in road pavements—a Matlab® approach. *European Transport Research Review*, Springer, v. 6, n. 3, p. 267–275, 2014.
- ALVES, U. N. L. et al. Sliding mode control for active suspension system with data acquisition delay. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2014, 2014.
- BENZ, M. *Mercedes Benz CL Class 2007 Chassis*. 2007. [i<http://www.emercedesbenz.com/Images/Sep06/05_A_Look_At_the_2007_Mercedes-Benz_CL_Class_Chassis.jpg>i](http://www.emercedesbenz.com/Images/Sep06/05_A_Look_At_the_2007_Mercedes-Benz_CL_Class_Chassis.jpg). Acesso em: 07 set. 2017.
- CANALE, M. et al. Semi-active suspension control using ”fast” model predictive control. In: *Proceedings of the American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 1, p. 274.
- CITROËN. *Citroën C5 Hydractive system*. 2010. [i<http://www.citroenet.org.uk/passenger-cars/psa/c5/restyled/17.jpg>i](http://www.citroenet.org.uk/passenger-cars/psa/c5/restyled/17.jpg). Acesso em: 07 set. 2017.
- CRIVELLARO, C.; DONHA, D. LQG/LTR robust semi-active suspension control system using magneto-rheological dampers. In: *Proceedings of COBEM*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 24–28.
- DOYLE, J. C. et al. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems. *IEEE Transactions on Automatic control*, IEEE, v. 34, n. 8, p. 831–847, 1989.
- FALLEIROS M. F.; COLÓN, D. LQG/LTR robust active suspension control applied on a nonlinear half-vehicle model. *Congresso Brasileiro de Automática*, 2016.
- FISCHER, D.; ISERMANN, R. Mechatronic semi-active and active vehicle suspensions. *Control engineering practice*, Elsevier, v. 12, n. 11, p. 1353–1367, 2004.
- FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. *Calculo A: funções, limite, derivação e integração*. [S.l.]: Pearson Education, 2007.
- GYSEN, B. et al. Slotted tubular permanent magnet actuator for active suspension systems. *Proc. LDIA*, p. 292–295, 2009.

GYSEN, B. L. et al. Design aspects of an active electromagnetic suspension system for automotive applications. *IEEE transactions on industry applications*, IEEE, v. 45, n. 5, p. 1589–1597, 2009.

GYSEN, B. L. et al. Active electromagnetic suspension system for improved vehicle dynamics. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, IEEE, v. 59, n. 3, p. 1156–1163, 2010.

GYSEN, B. L. et al. Efficiency of a regenerative direct-drive electromagnetic active suspension. *IEEE transactions on vehicular technology*, IEEE, v. 60, n. 4, p. 1384–1393, 2011.

HEISSING, B.; ERSOY, M. *Chassis handbook: fundamentals, driving dynamics, components, mechatronics, perspectives*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010.

HOWARD, B. *Bose active suspension diagram—ExtremeTech*. 2011. [j\(https://www.extremetech.com/extreme/97177-bose-active-suspension-moves-toward-market/attachment/bose-active-suspension-diagram\)](https://www.extremetech.com/extreme/97177-bose-active-suspension-moves-toward-market/attachment/bose-active-suspension-diagram). Acesso em: 07 set. 2017.

HROVAT, D. Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications. *Automatica*, Elsevier, v. 33, n. 10, p. 1781–1817, 1997.

ISA, H. M. et al. A review on electromagnetic suspension systems for passenger vehicle. In: IEEE. *Electrical, Control and Computer Engineering (INECCE), 2011 International Conference on*. [S.l.], 2011. p. 399–403.

KOCH, G. P. *Adaptive control of mechatronic vehicle suspension systems*. Tese (Doutorado) — Universität München, 2011.

MOURA, E. D. A. *Estudo de suspensões passiva, semi-ativa MR e ativa*. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ, 2003.

OGATA, K. *Modern control engineering*. fifth. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 2009.

PAN, H. et al. Nonlinear tracking control based on extended state observer for vehicle active suspensions with performance constraints. *Mechatronics*, Elsevier, v. 30, p. 363–370, 2015.

PATI, A.; SINGH, S.; NEGI, R. Sliding mode controller design using PID sliding surface for half car suspension system. In: IEEE. *Engineering and Systems (SCES), 2014 Students Conference on*. [S.l.], 2014. p. 1–6.

RAJALA, S. *H-infinity Control Design of an Active Vehicle Suspension System*. Tese (Master of Science Thesis) — TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, 2012.

RHOADES, K. S. *Development and experimental verification of a parametric model of an automotive damper*. Tese (Doutorado) — Texas A&M University, 2006.

SAM, Y. M.; OSMAN, J. H. S.; GHANI, M. R. A. Sliding mode control design for active suspension on a half-car model. In: IEEE. *Research and Development, 2003. SCORED 2003. Proceedings. Student Conference on*. [S.l.], 2003. p. 36–42.

- SANDE, T. van der. Control of an automotive electromagnetic suspension system. *Master's thesis, Eindhoven University of Technology*, 2011.
- SENAME, O.; DUGARD, L. Robust H_∞ control of quarter-car semi-active suspensions. In: IEEE. *European Control Conference (ECC)*, 2003. [S.l.], 2003. p. 3112–3117.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. [S.l.]: Wiley New York, 2007. v. 2.
- SPECS, U. *BMW E60 5 series 530i specifications*. 2018. [i<https://www.ultimatespecs.com/wallpaper.php?id=1198>i](https://www.ultimatespecs.com/wallpaper.php?id=1198). Acesso em: 07 set. 2017.
- SPIRK, S.; LOHMANN, B. Controlling an active suspension using methods of optimal control. In: IEEE. *2012 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. [S.l.], 2012. p. 6333–6339.
- STANDARDIZATION, I. O. for. *Guide for the evaluation of human exposure to whole-body vibration*. Geneva, Switzerland, 1978.
- STANDARDIZATION, I. O. for. *Mechanical vibration – Road surface profiles – Reporting of measured data*. Geneva, Switzerland, 1995.
- STANDARDIZATION, I. O. for. *Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements*. Geneva, Switzerland, 1997.
- STOICA, P.; MOSES, R. L. et al. *Spectral analysis of signals*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 2005. v. 452.
- TYAN, F. et al. Generation of random road profiles. *Journal of Advanced Engineering*, v. 4, n. 2, p. 1373–1378, 2009.
- ZHANG, Z.; CHEUNG, N. C.; CHENG, E. Application of linear switched reluctance motor for active suspension system in electric vehicle. *World Electric Vehicle Journal*, Volume 4 - Issue 1, p. 14–21, 2011.
- ZHOU, K.; DOYLE, J. C. *Essentials of robust control*. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998. v. 104.
- ZUO, L.; NAYFEH, S. Low order continuous-time filters for approximation of the ISO 2631-1 human vibration sensitivity weightings. *Journal of sound and vibration*, Academic Press, v. 265, n. 2, p. 459–465, 2003.

APÊNDICE A – MODELO NÃO LINEAR DE VEÍCULO COMPLETO COM SUSPENSÃO ATIVA EM SIMULINK®

Este apêndice apresenta uma visão geral do modelo não linear de veículo completo com suspensão ativa implementado em Simulink®. Primeiramente, na Figura A.1, é exibido o modelo completo em diagrama de blocos.

Figura A.1: Diagrama de blocos do modelo de carro completo em Simulink®.

Fonte: Autor.

A Figura A.2 apresenta a planta do modelo veicular, encontrada dentro do bloco denominado *Full Vehicle Suspension* no diagrama de blocos da Figura A.1, composta pelas dinâmicas de um quarto de carro para cada suspensão e a dinâmica vertical da carroceria.

Figura A.2: Planta do modelo de carro completo em Simulink®.

Fonte: Autor.

Representando as dinâmicas de um quarto de veículo da planta, a Figura A.3 introduz o modelo de um quarto de carro em Simulink® para a suspensão frontal direita. Modelos análogos a este são utilizados para as outras três suspensões contidas na planta, assim, não sendo apresentadas neste apêndice.

Inserido no modelo de um quarto de carro, apresentado na Figura A.3, o modelo de saturação do deslocamento da suspensão é apresentado na Figura A.4, onde, em caso de saturação, a constante de mola do sistema de suspensão é alterada a fim de se representar a rigidez do material da mola.

A Figura A.5 apresenta o modelo da dinâmica vertical da carroceria em Simulink®, implementado no bloco *Chassis* da planta.

O diagrama de blocos responsável pela geração dos sinais de leitura dos sensores de aceleração da massa suspensa, de aceleração da massa não suspensa e de deslocamento da suspensão, todos contendo distúrbios de leitura, é apresentado na Figura A.6.

A estrutura do controlador, presente no bloco *Controller K* do diagrama de blocos do modelo de carro completo, é apresentado na Figura A.7. Os controladores projetados são

Figura A.3: Modelo de um quarto de carro em Simulink® para a suspensão frontal direita.

Fonte: Autor.

inseridos no modelo através de sua representação em espaço de estados.

Por fim, a Figura A.8 exemplifica o modelo de cálculo das potências dos atuadores eletromagnéticos, apresentando o modelo para o atuador frontal direito. Novamente, o modelo para os outros atuadores será análogo a este e, portanto, não apresentado.

Figura A.4: Modelo de saturação do deslocamento da suspensão em Simulink® para a suspensão frontal direita.

Fonte: Autor.

Figura A.5: Modelo da dinâmica vertical da carroceria em Simulink®.

Fonte: Autor.

Figura A.6: Modelo de geração dos sinais de leitura dos sensores do sistema de suspensão ativa contendo distúrbios.

Fonte: Autor.

Figura A.7: Estrutura dos controladores em Simulink®.

Fonte: Autor.

Figura A.8: Modelo de cálculo das potências dos atuadores eletromagnéticos em Simulink®.

Fonte: Autor.

APÊNDICE B – DESCRIÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS DOS CONTROLADORES H_∞

Este apêndice apresenta a descrição completa em espaço de estados, definida pelas Equações (B.1), dos controladores H_∞ de ordem não reduzida e de ordem reduzida projetados:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + By(t) \tag{B.1a}$$

$$u(t) = Cx(t) + Dy(t) \tag{B.1b}$$

onde $x(t)$ é o vetor de estados, y é o vetor de variáveis de medida, definido na Equação (3.5), e u é a variável de controle, ou força do atuador, conforme apresentado no diagrama de blocos da Figura 4.9.

As descrições em espaço de estados dos controladores de ordem não reduzida $K1$, $K2$, $K3$, $K4$, $K5$, $K6$ e $K7$ são dadas pelas Equações (B.2), (B.3), (B.4), (B.5), (B.6), (B.7) e (B.8), respectivamente. Enquanto as descrições em espaço de estados para os controladores de ordem reduzida, respeitando a mesma ordem utilizada anteriormente, são dadas pelas Equações (B.9), (B.10), (B.11), (B.12), (B.13), (B.14) e (B.15). As matrizes nulas serão omitidas durante as descrições para fins de simplificação.

(B.2a)

$$A = \begin{bmatrix} -1,46 & 0,93 & 1,55 & 0,1 & -0,02 & 0 & -0,58 & -0,04 & 8,97 & 14,88 \\ -13,47 & -0,63 & 15,24 & 0,95 & -0,14 & 0 & -5,41 & -0,34 & 83,3 & 138,17 \\ 1,52 & 0,07 & -1,82 & 0,89 & 0,02 & 0 & 0,61 & 0,04 & -9,38 & -15,56 \\ 13,52 & 0,63 & -15,3 & -0,95 & 0,14 & 0 & 5,4 & 0,34 & -83,25 & -138,09 \\ -0,59 & -0,03 & 0,67 & 0,04 & -82,18 & -59,13 & -0,24 & -0,01 & 3,66 & 6,08 \\ 0,03 & 0 & -0,03 & 0 & 32 & 0 & 0,01 & 0 & -0,18 & -0,31 \\ -0,08 & 0 & 0,09 & 0,01 & 0 & 0 & -7,57 & -9,87 & 0,48 & 0,79 \\ 0,23 & 0,01 & -0,26 & -0,02 & 0 & 0 & 16,09 & 0,01 & -1,43 & -2,37 \\ -0,24 & -0,08 & 3,69 & 0,71 & -0,28 & -0,01 & -10,51 & -0,66 & -1615,22 & -1273,51 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1024 & 0 \end{bmatrix}$$

(B.2b)

$$B = \begin{bmatrix} -0,08 & 0 & 0 \\ 0,29 & 0 & -0,02 \\ 0,08 & 0 & -0,01 \\ 0,7 & 0,99 & -0,03 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,06 & 0 \\ 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(B.2c)

$$C = \begin{bmatrix} -0,12 & -0,04 & 1,86 & 0,35 & -0,14 & 0 & -5,29 & -0,33 & 81,45 & 135,11 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1,43 & 0,93 & 1,38 & 0,08 & -0,97 & 0 & -0,22 & -0,01 & 24,11 & 31,7 \\ -13,25 & -0,69 & 13,61 & 0,72 & -9,05 & 0,02 & -2,04 & -0,08 & 223,86 & 294,33 \\ 1,5 & 0,08 & -1,63 & 0,92 & 1,02 & 0 & 0,23 & 0,01 & -25,21 & -33,15 \\ 13,3 & 0,69 & -13,66 & -0,72 & 9,04 & -0,02 & 2,04 & 0,08 & -223,76 & -294,2 \\ -4,67 & -0,24 & 4,8 & 0,25 & -85,35 & -59,12 & -0,72 & -0,03 & 78,8 & 103,6 \\ 0,24 & 0,01 & -0,24 & -0,01 & 32,16 & 0 & 0,04 & 0 & -3,97 & -5,22 \\ -0,08 & 0 & 0,08 & 0 & -0,05 & 0 & -7,55 & -9,87 & 1,29 & 1,69 \\ 0,23 & 0,01 & -0,23 & -0,01 & 0,16 & 0 & 16,04 & 0 & -3,85 & -5,06 \\ 0,37 & -0,4 & 1,03 & 0,5 & -35,17 & 0,08 & -7,93 & -0,33 & -906,71 & -397,69 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1024 & 0 \end{bmatrix}$$

(B.3a)

$$B = \begin{bmatrix} -0,13 & 0 & 0 \\ 0,51 & 0 & -0,04 \\ 0,14 & 0 & -0,01 \\ 1,23 & 1,74 & -0,06 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,02 & 0 & 0 \\ -0,01 & 0,11 & 0 \\ 0,02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(B.3b)

$$C = \begin{bmatrix} 0,05 & -0,06 & 0,15 & 0,07 & -5,04 & 0,01 & -1,14 & -0,05 & 124,76 & 164,03 \end{bmatrix}$$

(B.3c)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -18,78 & -0,87 & 18,75 & 0,88 & -1,23 & 0,35 & -0,38 & 0,02 & 133,75 & 136,12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9,39 & -0,43 & 9,38 & 0,44 & -82,79 & -58,95 & -0,19 & 0,01 & 66,88 & 68,06 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7,54 & -9,87 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 1,36 & -0,34 & -1,64 & 0,5 & -13,57 & 3,85 & -4,15 & 0,21 & -305,91 & -44,8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1024 & 0 \end{bmatrix}$$

(B.4a)

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 115 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14,38 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(B.4b)

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -0,01 & 0 & 0 & 0 & 0,8 & 0,81 \end{bmatrix}$$

(B.4c)

$$\begin{aligned}
A = & \begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-19,09 & -0,98 & 19,14 & 0,87 & -0,99 & 0,14 & -0,26 & -0,04 & 66,14 & 67,86 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-19,09 & -0,98 & 19,14 & 0,87 & -83,16 & -58,99 & -0,26 & -0,04 & 66,14 & 67,86 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7,54 & -9,87 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 \\
-4,24 & -3,08 & 5,19 & 0,65 & -21,88 & 2,98 & -5,65 & -0,84 & -322,12 & -49,18 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1024 & 0
\end{bmatrix} \\
& \text{(B.5a)} \\
B = & \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 123,13 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 15,39 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0,01 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \\
& \text{(B.5b)} \\
C = & \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & -0,01 & 0 & 0 & 0 & 0,37 & 0,38
\end{bmatrix} \\
& \text{(B.5c)}
\end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -19,41 & -1,09 & 19,52 & 0,83 & -9,85 & 0,18 & -0,23 & -0,04 & 256,75 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4,85 & -0,27 & 4,88 & 0,21 & -84,63 & -59,08 & -0,06 & -0,01 & 64,19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7,54 & -9,87 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 \\ -2,8 & -1,38 & 3,4 & -0,01 & -54,18 & 0,99 & -1,26 & -0,23 & -365,08 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1024 \end{bmatrix}$$

(B.6a)

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 63,41 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,98 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(B.6b)

$$C = \begin{bmatrix} -0,01 & 0 & 0,01 & 0 & -0,11 & 0 & 0 & 2,78 & 2,92 \end{bmatrix}$$

(B.6c)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -346,39 & -70,64 & 308,11 & 3,54 & -4364,08 & -1520,38 & -34,25 & -10,71 & 138,06 & 349,62 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -86,6 & -17,66 & 77,03 & 0,88 & -1173,19 & -439,22 & -8,56 & -2,68 & 34,52 & 87,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7,54 & -9,87 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -56,29 & -12 & 49,71 & 0,46 & -750,05 & -261,31 & -5,89 & -1,84 & -1753,42 & -1482,04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1024 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4,79 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,07 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7b})$$

$$C = \begin{bmatrix} -47,04 & -10,03 & 41,54 & 0,39 & -626,86 & -218,39 & -4,92 & -1,54 & 19,83 & 50,22 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7c})$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0,01 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7d})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -300,04 & -68,91 & 288,75 & 3,32 & -2451,95 & -823,62 & -20,93 & -5,38 & 1,26 & 3,24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -150,02 & -34,46 & 144,37 & 1,66 & -1308,14 & -470,94 & -10,47 & -2,69 & 0,63 & 1,62 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7,54 & -9,87 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ -24,16 & -5,85 & 23,19 & 0,21 & -210,71 & -70,78 & -1,8 & -0,46 & -1777,04 & -1541,85 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1024 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9,35 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,29 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8b})$$

$$C = \begin{bmatrix} -20,67 & -5,01 & 19,84 & 0,18 & -180,28 & -60,56 & -1,54 & -0,4 & 0,09 & 0,24 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8c})$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0,01 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8d})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0,1 & 0 & 0,33 & -1,63 & 2,42 & -14,63 \\ 0 & -0,07 & -0,41 & 3,47 & -17,5 & 26,03 & 62,12 \\ 0 & 0,18 & -4,18 & 39,7 & -196,15 & 291,27 & 500,95 \\ 0 & 0,04 & -2,03 & -6,74 & -13,09 & -16,84 & -123,21 \\ 0 & -0,01 & 0,08 & 2,98 & 11,52 & -21,5 & -77,78 \\ 0 & -0,01 & 0,22 & 2,8 & 9,86 & -13,04 & -249,88 \\ 0 & 0 & 0 & 0,11 & -0,21 & 0,21 & -883,84 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 3,62 & 3,65 & -0,19 \\ 4,05 & 3,71 & -0,22 \\ -2,74 & -6,01 & 0,09 \\ 0,16 & -1,96 & -0,01 \\ 0,08 & 0,23 & 0 \\ 0,09 & 0,35 & 0 \\ -0,01 & 0,01 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9b})$$

$$C = \begin{bmatrix} 1,26 & -1,05 & 0,03 & 0,6 & -2,1 & 3,19 & 8,42 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9c})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -0,1 & 0,01 & 0,35 & 1,03 & 0,21 & 5,23 & -4,27 & -30,18 \\ 0,01 & -0,08 & 0,18 & -1,99 & -5,89 & -1,42 & 4,69 & 34,07 & -65,79 \\ 0,01 & -0,18 & -2,47 & 34,82 & 100,32 & 23,03 & 11,03 & -550,23 & 500,83 \\ 0 & -0,03 & -2,18 & -7,55 & 2,4 & -19,11 & 58,36 & 133,25 & -225,58 \\ 0 & 0,01 & 0,38 & 0,72 & -0,32 & 5,86 & 14,5 & -72,62 & 171,74 \\ 0 & 0,02 & 0,4 & 4,61 & -11,09 & -1,83 & 0,27 & 22,38 & 12,96 \\ 0 & 0 & -0,01 & -0,19 & -0,15 & 0,12 & -70,73 & -118,64 & 211,37 \\ 0 & 0 & -0,01 & -0,05 & 0,02 & 0,07 & -28,16 & -75,61 & 168,98 \\ 0 & 0 & 0 & 0,13 & 0,37 & 0,08 & 37,4 & -86,22 & -422,11 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 3,47 & 3,48 & -0,18 \\ -3,35 & -3,13 & 0,18 \\ -2,28 & -5,19 & 0,07 \\ 0,21 & -1,56 & -0,01 \\ 0,07 & 0,33 & 0 \\ 0,11 & 0,57 & 0 \\ 0,01 & -0,02 & 0 \\ 0 & -0,01 & 0 \\ -0,02 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10b})$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,92 & 0,93 & -0,01 & 0,43 & 0,48 & 0,2 & -4,53 & -5,2 & 6,49 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10c})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0,04 & -0,06 & 0,17 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,04 & -0,08 & 0,2 \\ 0 & 0 & -4,22 & 17,77 & 5,21 & 13,63 & 34360,52 \\ 0 & 0 & -8,08 & -3,32 & -8,51 & -21,93 & -47415,63 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0,04 & 0,7 & 3,35 & 199,74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5,66 & -2,56 & -2,01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,04 & -0,11 & -94,26 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 5683,86 & 0 \\ 0 & -4676,11 & 0 \\ 0 & 1,68 & 0 \\ 0 & -3,16 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11b})$$

$$C = \begin{bmatrix} -34,31 & -41,7 & 0,39 & -1,3 & -492,78 & 264,51 & 3597,22 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11c})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0,03 & 1,97 & 2,66 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,16 & 0,05 & 3,15 & 4,24 \\ 0 & 0 & -3,65 & 6,9 & 0,33 & -2,62 & -358,58 & -1737,03 \\ 0 & 0 & -20,92 & -3,92 & -5,91 & 46,4 & 6468,62 & 31198,48 \\ 0 & 0 & 0,06 & 0,03 & -4,94 & 4,34 & -101,45 & -191,17 \\ 0 & 0 & 0,03 & 0,02 & -4,8 & -0,46 & 2,97 & -73,56 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & -0,76 & -59,08 & -75,28 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & -0,14 & -15,65 & -33,55 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -3338,75 & 0 \\ 0 & 2092,42 & 0 \\ 0 & -0,53 & 0 \\ 0 & -1,86 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12b})$$

$$C = \begin{bmatrix} -48,33 & -77,11 & -3,95 & 2,72 & 534,75 & 363,71 & 829,83 & 1080,68 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12c})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05 & -0,03 & 0,19 & 1,45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,1 & 0,06 & -0,37 & -2,88 \\ 0 & 0 & 0,85 & 15,13 & 12,86 & 6,26 & 1161,85 & 40120,43 \\ 0 & 0 & -11,55 & -8,9 & -40,37 & -20,21 & -3735,7 & -129923,43 \\ 0 & 0 & -0,38 & -0,52 & -5,67 & -8,04 & -173,4 & -4960,46 \\ 0 & 0 & 0,04 & 0,04 & 2,41 & -3,28 & -62,75 & -367,13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,2 & 0,26 & -15,98 & -14,34 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,09 & -0,07 & -11,61 & -120,61 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -3622,04 & 0 \\ 0 & -1831,01 & 0 \\ 0 & 0,03 & 0 \\ 0 & 0,26 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13b})$$

$$C = \begin{bmatrix} -63,34 & 125,29 & 21,47 & -23,29 & 816,21 & 25,17 & 817,02 & 5354,41 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13c})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05 & -0,07 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0,08 & -0,13 \\ 0 & 0 & 2,77 & 17,64 & 35,51 & -26926,28 \\ 0 & 0 & -7,09 & -3,12 & 66,03 & -37238,81 \\ 0 & 0 & -0,47 & -0,83 & -0,17 & -1274,29 \\ 0 & 0 & 0,19 & 0,25 & 3,75 & -1185,52 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -33831,63 & 0 \\ 0 & 19815,21 & 0 \\ 0 & -0,06 & 0 \\ 0 & 0,34 & 0 \\ 0 & 0,03 & 0 \\ 0 & -0,01 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14b})$$

$$C = \begin{bmatrix} 9,49 & 16,21 & 7,27 & -6,81 & 116,09 & 313,92 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14c})$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0,01 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14d})$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0,03 & -0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,05 & 0,15 \\ 0 & 0 & 0,57 & 8,64 & 44,9 & -84938,01 \\ 0 & 0 & -13,9 & -1,17 & 85,35 & -114214,21 \\ 0 & 0 & -0,52 & -0,35 & 0,51 & -2455,38 \\ 0 & 0 & 0,13 & 0,05 & 1,91 & -1372,63 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15a})$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 32862,65 & 0 \\ 0 & 19666,09 & 0 \\ 0 & -0,1 & 0 \\ 0 & -1,41 & 0 \\ 0 & -0,07 & 0 \\ 0 & 0,02 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15b})$$

$$C = \begin{bmatrix} -3,34 & 5,58 & -4,25 & 3,2 & -66,55 & -376,46 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15c})$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0,01 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15d})$$

APÊNDICE C – REDUÇÃO DA ORDEM DOS CONTROLADORES H_∞

Este apêndice apresenta os diagramas de Bode dos controladores H_∞ de ordem reduzida e não reduzida, utilizados para verificação da redução de ordem realizada, que não deve afetar demasiadamente o comportamento do sistema de suspensão ativo. Adicionalmente, ao fim deste apêndice, são apresentados os valores singulares de Hankel para os controladores de ordem reduzida.

Da Figura C.1 à Figura C.7, que representam nesta ordem os diagramas de Bode do controlador K1 ao controlador K7, os diagramas estão separados em seis partes, sendo duas fileiras e três colunas. A fileira superior representa as amplitudes dos diagramas, enquanto a fileira inferior representa as fases destes. As colunas estão separadas por variável de entrada das funções de transferência, sendo estas: a aceleração vertical da carroceria (as); a aceleração vertical da roda (au) e; o deslocamento da suspensão (sd). A saída de todas as funções de transferência é o próprio sinal de controle (fa).

Por fim, a Figura C.8 apresenta os valores singulares de Hankel para os controladores H_∞ de ordem reduzida.

Figura C.1: Diagramas de Bode dos controladores K1 de ordem reduzida e não reduzida.

Fonte: Autor.

Figura C.2: Diagramas de Bode dos controladores K2 de ordem reduzida e não reduzida.

Fonte: Autor.

Figura C.3: Diagramas de Bode dos controladores K3 de ordem reduzida e não reduzida.

Fonte: Autor.

Figura C.4: Diagramas de Bode dos controladores K4 de ordem reduzida e não reduzida.

Fonte: Autor.

Figura C.5: Diagramas de Bode dos controladores K5 de ordem reduzida e não reduzida.

Fonte: Autor.

Figura C.6: Diagramas de Bode dos controladores K6 de ordem reduzida e não reduzida.

Fonte: Autor.

Figura C.7: Diagramas de Bode dos controladores K7 de ordem reduzida e não reduzida.

Fonte: Autor.

Figura C.8: Valores singulares de Hankel para os controladores de ordem reduzida.

Fonte: Autor.

APÊNDICE D – DESCRIÇÃO DOS RESULTADOS PARA OS CONTROLADORES H_∞

Este apêndice traz a descrição completa dos resultados dos controladores H_∞ de ordem reduzida e de ordem não reduzida, tabelados separadamente por conjuntos de testes, dos tipos determinísticos e estocásticos. Inicialmente, são reintroduzidas as métricas de análise definidas neste trabalho para avaliação dos sistemas de controle.

- m_{ver} – Métrica de conforto, sem considerar o filtro para a sensibilidade humana às vibrações verticais W_{ISO} , definida pela Equação (4.3);
- m_{iso} – Métrica de conforto, considerando o filtro para a sensibilidade humana às vibrações verticais W_{ISO} , definida pela Equação (4.1);
- m_{arf} – Métrica de aceleração do ângulo de arfagem, definida pela Equação (4.4);
- m_{rol} – Métrica de aceleração do ângulo de rolagem, definida pela Equação (4.5);
- m_{dir} – Métrica de dirigibilidade, definida pela Equação (4.6).

Para fins comparativos, primeiramente são apresentados na Tabela D.1 os valores RMS das métricas de análise do sistema de suspensão passiva para o grupo de testes do tipo estocásticos.

A Tabela D.2 apresenta os valores RMS das métricas de análise do sistema em malha aberta, ou sistema de suspensão passiva, para o grupo de testes determinísticos, denominados de forma simplificada como:

- Impulso negativo a 40 km/h , sendo IN_{40} ;
- Impulso positivo a 40 km/h , sendo IP_{40} ;

Tabela D.1: Valores RMS das métricas de análise do sistema de suspensão passiva para o grupo de testes estocásticos.

	Métrica	Velocidade (km/h)		
		40	80	120
ISO A-B	m_{ver}	0,0353	0,0514	0,0646
	m_{iso}	0,0301	0,0415	0,0508
	m_{arf}	0,0019	0,0016	0,0014
	m_{rol}	0,0000	0,0000	0,0000
	m_{dir}	0,0775	0,1093	0,1320
ISO B-C	m_{ver}	0,0654	0,0971	0,1274
	m_{iso}	0,0551	0,0744	0,0944
	m_{arf}	0,0037	0,0034	0,0030
	m_{rol}	0,0000	0,0000	0,0000
	m_{dir}	0,1564	0,2257	0,2770
ISO C-D	m_{ver}	0,1193	0,2025	0,2691
	m_{iso}	0,0979	0,1443	0,1846
	m_{arf}	0,0082	0,0074	0,0065
	m_{rol}	0,0000	0,0000	0,0000
	m_{dir}	0,3231	0,4715	0,5805

Fonte: Autor.

- Senoide negativa a 40 km/h , sendo SN_{40} ;
- Senoide negativa a 80 km/h , sendo SN_{80} ;
- Senoide negativa a 120 km/h , sendo SN_{120} ;
- Senoide positiva a 40 km/h , sendo SP_{40} ;
- Senoide positiva a 80 km/h , sendo SP_{80} ;
- Senoide positiva a 120 km/h , sendo SP_{120} .

Tabela D.2: Valores RMS das métricas de análise do sistema de suspensão passiva para os teste determinísticos.

Métrica	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	0,0241	0,0152	0,0086	0,0143	0,0154	0,0070	0,0114	0,0105
m_{iso}	0,0186	0,0123	0,0052	0,0084	0,0103	0,0039	0,0072	0,0077
m_{arf}	0,0008	0,0004	0,0014	0,0008	0,0005	0,0013	0,0006	0,0002
m_{rol}	0,0012	0,0006	0,0021	0,0020	0,0018	0,0017	0,0013	0,0009
m_{dir}	0,1735	0,1101	0,0229	0,0347	0,0393	0,0212	0,0314	0,0330

Fonte: Autor.

Os desempenhos dos controladores $H\infty$ de ordem não reduzida em relação ao sistema passivo para os testes estocásticos de perfil de pista padrão ISO A-B, ISO B-C e ISO C-D são apresentados nas Tabelas D.3, D.4 e D.5, respectivamente.

Tabela D.3: Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem não reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO A-B.

	Métrica	40 km/h	80 km/h	120 km/h
K1	m_{ver}	33,22%	30,65%	29,44%
	m_{iso}	34,45%	31,36%	27,78%
	m_{arf}	26,53%	31,52%	30,02%
	m_{dir}	-16,55%	-17,21%	-19,67%
K2	m_{ver}	26,37%	21,31%	20,33%
	m_{iso}	28,51%	24,56%	21,91%
	m_{arf}	10,79%	14,06%	14,25%
	m_{dir}	-10,52%	-11,40%	-13,74%
K3	m_{ver}	16,34%	7,56%	6,24%
	m_{iso}	20,35%	15,31%	13,01%
	m_{arf}	-15,15%	-14,49%	-14,07%
	m_{dir}	-7,84%	-8,53%	-10,98%
K4	m_{ver}	13,80%	2,64%	2,23%
	m_{iso}	19,62%	12,96%	11,52%
	m_{arf}	-31,22%	-23,61%	-22,20%
	m_{dir}	-5,32%	-6,64%	-9,02%
K5	m_{ver}	10,80%	4,60%	3,86%
	m_{iso}	14,92%	10,26%	9,16%
	m_{arf}	-21,33%	-13,22%	-15,39%
	m_{dir}	2,07%	0,83%	-1,11%
K6	m_{ver}	4,22%	-4,66%	-5,29%
	m_{iso}	12,01%	6,09%	4,88%
	m_{arf}	-36,60%	-26,77%	-27,19%
	m_{dir}	4,98%	3,24%	0,94%
K7	m_{ver}	4,39%	-2,05%	-3,32%
	m_{iso}	10,67%	5,92%	4,52%
	m_{arf}	-29,26%	-21,09%	-24,09%
	m_{dir}	6,34%	5,12%	3,11%

Fonte: Autor.

Enquanto os desempenhos dos controladores de ordem reduzida em relação ao sistema passivo para os testes estocásticos de perfil de pista padrão ISO A-B, ISO B-C e ISO C-D são apresentados nas Tabelas D.6, D.7 e D.8, respectivamente.

Por fim, os desempenhos dos sistemas de malha fechada utilizando os controladores de K1 à K7 em relação ao sistema passivo para os testes determinísticos são apresentados sequencialmente nas Tabelas D.9, D.10, D.11, D.12, D.13, D.14 e D.15.

Tabela D.4: Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem não reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO B-C.

	Métrica	40 <i>km/h</i>	80 <i>km/h</i>	120 <i>km/h</i>
K1	m_{ver}	27,33%	26,44%	29,04%
	m_{iso}	28,46%	23,88%	23,64%
	m_{arf}	19,99%	34,32%	35,45%
	m_{dir}	-17,10%	-16,34%	-16,72%
K2	m_{ver}	19,27%	16,25%	18,93%
	m_{iso}	21,61%	16,08%	16,59%
	m_{arf}	2,38%	18,25%	20,93%
	m_{dir}	-10,84%	-10,12%	-10,18%
K3	m_{ver}	8,84%	1,26%	4,29%
	m_{iso}	12,75%	5,04%	6,64%
	m_{arf}	-26,94%	-5,91%	-3,43%
	m_{dir}	-8,14%	-6,88%	-7,09%
K4	m_{ver}	5,77%	-3,28%	0,63%
	m_{iso}	11,59%	3,05%	4,99%
	m_{arf}	-41,89%	-13,91%	-10,29%
	m_{dir}	-5,64%	-5,17%	-5,26%
K5	m_{ver}	2,08%	-2,10%	2,51%
	m_{iso}	6,22%	-0,34%	2,25%
	m_{arf}	-30,31%	-6,99%	-5,51%
	m_{dir}	2,18%	2,80%	2,99%
K6	m_{ver}	-3,99%	-11,37%	-6,10%
	m_{iso}	3,63%	-5,19%	-2,07%
	m_{arf}	-47,85%	-16,69%	-13,54%
	m_{dir}	5,02%	5,67%	5,44%
K7	m_{ver}	-4,24%	-9,76%	-4,68%
	m_{iso}	1,89%	-5,65%	-2,85%
	m_{arf}	-38,99%	-15,74%	-12,91%
	m_{dir}	6,53%	7,20%	7,48%

Fonte: Autor.

Tabela D.5: Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem não reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO C-D.

	Métrica	40 <i>km/h</i>	80 <i>km/h</i>	120 <i>km/h</i>
K1	m_{ver}	22,94%	31,77%	29,65%
	m_{iso}	22,19%	24,97%	24,01%
	m_{arf}	29,47%	38,71%	40,85%
	m_{dir}	-16,79%	-19,12%	-20,40%
K2	m_{ver}	13,15%	22,11%	-3,26%
	m_{iso}	13,60%	16,30%	5,01%
	m_{arf}	12,63%	26,37%	24,78%
	m_{dir}	-9,80%	-10,14%	-11,51%
K3	m_{ver}	2,27%	8,56%	-12,78%
	m_{iso}	3,55%	5,56%	-3,44%
	m_{arf}	-8,33%	8,42%	0,58%
	m_{dir}	-5,85%	-4,76%	-8,15%
K4	m_{ver}	-0,52%	-0,34%	-26,31%
	m_{iso}	2,15%	-0,84%	-12,92%
	m_{arf}	-17,99%	-0,43%	-8,03%
	m_{dir}	-3,02%	-2,75%	-3,40%
K5	m_{ver}	-5,62%	-5,36%	-16,35%
	m_{iso}	-4,90%	-7,34%	-10,44%
	m_{arf}	-8,61%	0,43%	-8,72%
	m_{dir}	4,82%	6,60%	3,64%
K6	m_{ver}	-12,74%	-26,91%	-34,77%
	m_{iso}	-7,99%	-18,40%	-20,46%
	m_{arf}	-24,68%	-8,56%	-11,41%
	m_{dir}	7,67%	9,88%	7,24%
K7	m_{ver}	-13,34%	-22,01%	-27,01%
	m_{iso}	-10,32%	-17,53%	-17,99%
	m_{arf}	-17,05%	-11,61%	-16,02%
	m_{dir}	9,12%	11,37%	9,00%

Fonte: Autor.

Tabela D.6: Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO A-B.

	Métrica	40 <i>km/h</i>	80 <i>km/h</i>	120 <i>km/h</i>
K1	m_{ver}	33, 19%	30, 62%	29, 43%
	m_{iso}	34, 43%	31, 33%	27, 77%
	m_{arf}	26, 53%	31, 52%	30, 02%
	m_{dir}	-16, 52%	-17, 18%	-19, 64%
K2	m_{ver}	26, 24%	21, 23%	20, 24%
	m_{iso}	28, 40%	24, 50%	21, 79%
	m_{arf}	10, 79%	14, 06%	14, 25%
	m_{dir}	-10, 34%	-11, 22%	-13, 55%
K3	m_{ver}	16, 68%	7, 91%	6, 43%
	m_{iso}	20, 72%	15, 75%	13, 30%
	m_{arf}	-15, 14%	-14, 48%	-14, 07%
	m_{dir}	-8, 23%	-8, 92%	-11, 39%
K4	m_{ver}	14, 10%	2, 79%	2, 43%
	m_{iso}	19, 88%	13, 08%	11, 79%
	m_{arf}	-31, 23%	-23, 61%	-22, 21%
	m_{dir}	-5, 72%	-7, 03%	-9, 44%
K5	m_{ver}	10, 94%	4, 45%	4, 19%
	m_{iso}	14, 91%	9, 87%	9, 40%
	m_{arf}	-21, 33%	-13, 23%	-15, 39%
	m_{dir}	1, 75%	0, 53%	-1, 47%
K6	m_{ver}	4, 25%	-4, 64%	-5, 20%
	m_{iso}	12, 03%	6, 09%	4, 99%
	m_{arf}	-36, 60%	-26, 72%	-27, 15%
	m_{dir}	4, 94%	3, 20%	0, 89%
K7	m_{ver}	4, 39%	-2, 07%	-3, 27%
	m_{iso}	10, 65%	5, 87%	4, 57%
	m_{arf}	-29, 28%	-21, 03%	-24, 06%
	m_{dir}	6, 34%	5, 12%	3, 11%

Fonte: Autor.

Tabela D.7: Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO B-C.

	Métrica	40 <i>km/h</i>	80 <i>km/h</i>	120 <i>km/h</i>
K1	m_{ver}	27,30%	26,41%	29,03%
	m_{iso}	28,43%	23,85%	23,62%
	m_{arf}	19,99%	34,32%	35,45%
	m_{dir}	-17,07%	-16,31%	-16,69%
K2	m_{ver}	19,13%	16,16%	18,83%
	m_{iso}	21,48%	16,00%	16,45%
	m_{arf}	2,38%	18,24%	20,94%
	m_{dir}	-10,65%	-9,91%	-9,96%
K3	m_{ver}	9,22%	1,66%	4,50%
	m_{iso}	13,17%	5,55%	6,97%
	m_{arf}	-26,92%	-5,90%	-3,43%
	m_{dir}	-8,54%	-7,29%	-7,52%
K4	m_{ver}	6,11%	-3,11%	0,84%
	m_{iso}	11,90%	3,21%	5,30%
	m_{arf}	-41,90%	-13,92%	-10,30%
	m_{dir}	-6,07%	-5,62%	-5,72%
K5	m_{ver}	2,23%	-2,32%	2,84%
	m_{iso}	6,21%	-0,80%	2,52%
	m_{arf}	-30,33%	-7,03%	-5,49%
	m_{dir}	1,83%	2,42%	2,61%
K6	m_{ver}	-3,95%	-11,37%	-6,00%
	m_{iso}	3,65%	-5,19%	-1,95%
	m_{arf}	-47,85%	-16,68%	-13,50%
	m_{dir}	4,97%	5,61%	5,38%
K7	m_{ver}	-4,24%	-9,80%	-4,62%
	m_{iso}	1,87%	-5,71%	-2,79%
	m_{arf}	-38,99%	-15,78%	-12,93%
	m_{dir}	6,54%	7,20%	7,48%

Fonte: Autor.

Tabela D.8: Desempenhos dos sistemas ativos com controladores de ordem reduzida em relação ao sistema passivo para perfil de pista padrão ISO C-D.

	Métrica	40 <i>km/h</i>	80 <i>km/h</i>	120 <i>km/h</i>
K1	m_{ver}	22,91%	31,73%	29,66%
	m_{iso}	22,15%	24,92%	24,00%
	m_{arf}	29,48%	38,71%	40,86%
	m_{dir}	-16,76%	-19,10%	-20,37%
K2	m_{ver}	12,98%	22,02%	-3,28%
	m_{iso}	13,44%	16,21%	4,87%
	m_{arf}	12,63%	26,37%	24,77%
	m_{dir}	-9,56%	-9,82%	-11,21%
K3	m_{ver}	2,73%	9,01%	-12,70%
	m_{iso}	4,07%	6,16%	-3,12%
	m_{arf}	-8,33%	8,41%	0,61%
	m_{dir}	-6,30%	-5,28%	-8,68%
K4	m_{ver}	-0,13%	-0,38%	-25,79%
	m_{iso}	2,52%	-0,82%	-12,33%
	m_{arf}	-18,01%	-0,47%	-7,53%
	m_{dir}	-3,52%	-3,38%	-4,00%
K5	m_{ver}	-5,47%	-5,77%	-15,81%
	m_{iso}	-4,92%	-7,92%	-10,04%
	m_{arf}	-8,61%	0,35%	-8,30%
	m_{dir}	4,41%	6,10%	3,10%
K6	m_{ver}	-12,70%	-26,95%	-34,88%
	m_{iso}	-7,97%	-18,41%	-20,40%
	m_{arf}	-24,68%	-8,59%	-11,35%
	m_{dir}	7,61%	9,82%	7,20%
K7	m_{ver}	-13,34%	-22,15%	-25,86%
	m_{iso}	-10,35%	-17,64%	-17,77%
	m_{arf}	-17,05%	-11,70%	-15,99%
	m_{dir}	9,12%	11,37%	9,01%

Fonte: Autor.

Tabela D.9: Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K1 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.

Controlador de ordem não reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	24,7%	24,3%	31,1%	52,1%	54,8%	11,5%	38,3%	28,7%
m_{iso}	22,6%	25,5%	42,6%	51,2%	50,2%	19,6%	40,2%	27,8%
m_{arf}	86,2%	71,5%	24,6%	54,4%	62,0%	19,1%	24,2%	6,0%
m_{rol}	83,5%	69,5%	15,3%	39,9%	50,6%	-4,2%	-2,5%	-11,4%
m_{dir}	-44,6%	-19,6%	44,4%	46,0%	25,0%	37,8%	38,2%	10,6%
Controlador de ordem reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	24,6%	24,2%	31,1%	52,1%	54,8%	11,5%	38,3%	28,7%
m_{iso}	22,5%	25,4%	42,6%	51,2%	50,1%	19,6%	40,2%	27,8%
m_{arf}	86,2%	71,5%	24,6%	54,4%	62,0%	19,1%	24,2%	6,0%
m_{rol}	83,5%	69,5%	15,3%	39,9%	50,6%	-4,2%	-2,5%	-11,4%
m_{dir}	-44,6%	-19,6%	44,4%	46,0%	25,0%	37,8%	38,3%	10,7%

Fonte: Autor.

Tabela D.10: Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K2 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.

Controlador de ordem não reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	18,4%	18,6%	5,1%	35,5%	41,9%	-20,8%	18,3%	10,5%
m_{iso}	15,5%	19,6%	21,6%	37,0%	39,0%	-8,8%	24,4%	13,6%
m_{arf}	79,8%	63,8%	1,2%	38,7%	49,7%	-4,1%	1,9%	-20,4%
m_{rol}	79,1%	66,4%	8,6%	31,1%	40,8%	-12,3%	-16,4%	-30,5%
m_{dir}	-31,0%	-11,3%	32,8%	36,8%	21,9%	26,6%	27,8%	6,4%
Controlador de ordem reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	18,1%	18,3%	5,1%	35,5%	41,9%	-20,8%	18,3%	10,5%
m_{iso}	15,2%	19,3%	21,6%	37,0%	38,9%	-8,8%	24,4%	13,5%
m_{arf}	79,8%	63,8%	1,2%	38,7%	49,7%	-4,1%	1,9%	-20,4%
m_{rol}	79,1%	66,3%	8,6%	31,1%	40,8%	-12,3%	-16,4%	-30,5%
m_{dir}	-30,6%	-11,0%	32,8%	36,8%	21,9%	26,6%	27,8%	6,5%

Fonte: Autor.

Tabela D.11: Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K3 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.

Controlador de ordem não reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	10,0%	9,1%	-22,0%	4,5%	14,1%	-70,4%	-21,0%	-26,5%
m_{iso}	7,4%	12,1%	-1,3%	9,9%	16,6%	-55,5%	-8,7%	-14,0%
m_{arf}	71,4%	57,4%	-30,2%	10,2%	24,1%	-36,0%	-41,5%	-72,3%
m_{rol}	71,4%	60,9%	-8,8%	9,2%	15,8%	-37,1%	-48,6%	-73,5%
m_{dir}	-22,2%	-5,5%	12,0%	5,4%	2,6%	-8,0%	-5,7%	-13,6%
Controlador de ordem reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	11,2%	10,0%	-22,0%	4,5%	14,1%	-70,5%	-21,0%	-26,5%
m_{iso}	8,6%	13,0%	-1,4%	9,9%	16,7%	-55,6%	-8,6%	-13,9%
m_{arf}	71,6%	57,5%	-30,1%	10,2%	24,1%	-36,0%	-41,5%	-72,3%
m_{rol}	71,5%	60,9%	-8,8%	9,2%	15,8%	-37,1%	-48,6%	-73,5%
m_{dir}	-22,7%	-5,8%	12,0%	5,3%	2,7%	-8,0%	-5,8%	-13,6%

Fonte: Autor.

Tabela D.12: Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K4 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.

Controlador de ordem não reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	6,9%	6,5%	-34,6%	4,0%	15,2%	-92,7%	-22,9%	-23,2%
m_{iso}	4,7%	10,0%	-10,2%	11,4%	19,5%	-71,7%	-7,2%	-9,1%
m_{arf}	69,0%	54,2%	-42,8%	12,4%	27,5%	-50,2%	-40,0%	-68,0%
m_{rol}	70,0%	58,1%	-26,5%	3,0%	13,7%	-57,7%	-61,7%	-80,5%
m_{dir}	-19,0%	-3,4%	10,5%	18,3%	10,1%	-10,2%	5,5%	-5,7%
Controlador de ordem reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	7,8%	7,2%	-34,6%	4,0%	15,2%	-92,7%	-22,9%	-23,2%
m_{iso}	5,5%	10,7%	-10,2%	11,3%	19,5%	-71,7%	-7,3%	-9,0%
m_{arf}	69,3%	54,4%	-42,8%	12,4%	27,5%	-50,2%	-40,0%	-68,0%
m_{rol}	70,1%	58,2%	-26,5%	3,0%	13,7%	-57,7%	-61,7%	-80,5%
m_{dir}	-19,9%	-3,9%	10,5%	18,3%	10,1%	-10,2%	5,5%	-5,9%

Fonte: Autor.

Tabela D.13: Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K5 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.

Controlador de ordem não reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	-2,3%	-1,4%	-19,5%	17,0%	22,6%	-69,5%	-5,3%	-14,1%
m_{iso}	-4,3%	2,2%	0,1%	18,4%	19,1%	-51,7%	2,9%	-9,0%
m_{arf}	70,1%	58,5%	-25,9%	18,9%	31,8%	-30,9%	-22,7%	-52,2%
m_{rol}	67,9%	57,3%	-27,4%	7,0%	17,1%	-57,6%	-54,5%	-75,4%
m_{dir}	-5,9%	5,7%	14,1%	18,2%	10,8%	6,6%	9,1%	-6,0%
Controlador de ordem reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	-2,1%	-0,8%	-19,5%	16,9%	22,6%	-69,5%	-5,4%	-14,2%
m_{iso}	-4,4%	2,5%	0,1%	18,2%	19,0%	-51,8%	2,7%	-9,2%
m_{arf}	70,4%	58,4%	-25,9%	18,9%	31,8%	-30,9%	-22,7%	-52,2%
m_{rol}	68,0%	57,2%	-27,4%	7,0%	17,1%	-57,6%	-54,5%	-75,4%
m_{dir}	-7,1%	4,9%	14,1%	18,1%	10,7%	6,5%	9,1%	-6,2%

Fonte: Autor.

Tabela D.14: Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K6 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.

Controlador de ordem não reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	-8,7%	-10,2%	-41,3%	3,4%	13,5%	-102,7%	-22,8%	-25,2%
m_{iso}	-8,0%	-2,4%	-16,4%	9,3%	14,5%	-78,0%	-7,8%	-13,7%
m_{arf}	68,4%	55,6%	-44,6%	10,1%	25,8%	-52,5%	-36,7%	-66,8%
m_{rol}	68,3%	56,2%	-37,0%	-1,0%	11,1%	-72,2%	-69,5%	-88,9%
m_{dir}	-1,6%	10,0%	4,3%	17,0%	10,5%	-6,0%	7,6%	-6,2%
Controlador de ordem reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	-8,7%	-10,0%	-41,3%	3,4%	13,6%	-102,7%	-22,8%	-25,1%
m_{iso}	-8,0%	-2,3%	-16,4%	9,3%	14,5%	-78,0%	-7,8%	-13,7%
m_{arf}	68,5%	55,6%	-44,6%	10,2%	25,9%	-52,4%	-36,6%	-66,7%
m_{rol}	68,3%	56,2%	-37,0%	-1,0%	11,1%	-72,1%	-69,4%	-88,7%
m_{dir}	-1,7%	9,9%	4,3%	17,0%	10,5%	-6,0%	7,7%	-6,2%

Fonte: Autor.

Tabela D.15: Desempenhos dos sistemas ativos utilizando o controlador K7 em relação ao sistema passivo para testes determinísticos.

Controlador de ordem não reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	-8,7%	-11,1%	-30,2%	8,4%	14,3%	-82,1%	-16,5%	-25,7%
m_{iso}	-8,6%	-3,6%	-8,1%	11,2%	11,7%	-60,8%	-5,7%	-17,6%
m_{arf}	70,8%	58,2%	-34,8%	7,6%	22,1%	-40,8%	-36,0%	-67,5%
m_{rol}	68,4%	56,1%	-33,5%	-0,2%	8,7%	-66,5%	-66,0%	-91,5%
m_{dir}	0,8%	12,4%	2,9%	9,3%	6,4%	-2,3%	1,7%	-10,7%
Controlador de ordem reduzida								
	IN_40	IP_40	SN_40	SN_80	SN_120	SP_40	SP_80	SP_120
m_{ver}	-8,8%	-11,1%	-30,2%	8,4%	14,3%	-82,1%	-16,4%	-25,6%
m_{iso}	-8,6%	-3,6%	-8,1%	11,2%	11,7%	-60,8%	-5,7%	-17,5%
m_{arf}	70,8%	58,2%	-34,9%	7,6%	22,1%	-40,8%	-36,0%	-67,5%
m_{rol}	68,5%	56,2%	-33,5%	-0,2%	8,8%	-66,5%	-65,9%	-91,3%
m_{dir}	0,7%	12,4%	2,8%	9,4%	6,4%	-2,3%	1,7%	-10,7%

Fonte: Autor.