CHRISTIAM SEGUNDO MORALES ALVARADO

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO DE UMA
PLANTA-PILOTO DE NEUTRALIZAÇÃO DE pH

São Paulo

2013

CHRISTIAM SEGUNDO MORALES ALVARADO

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO DE UMA
PLANTA-PILOTO DE NEUTRALIZAÇÃO DE pH

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para a obtenção
do título de Mestre em Ciências.

São Paulo

2013

CHRISTIAM SEGUNDO MORALES ALVARADO

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO DE UMA
PLANTA-PILOTO DE NEUTRALIZAÇÃO DE pH

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para a obtenção
do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador:
Prof. Dr. Claudio Garcia

São Paulo

2013

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de setembro de 2013.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Morales Alvarado, Christiam Segundo

**Identificação e controle preditivo de uma planta-piloto de neutralização de pH / C.S. Morales Alvarado. -- versão corr. -- São Paulo, 2013.
187 p.**

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1. Identificação de sistemas 2. Modelos matemáticos 3. Controle multivariável I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II. t.

DEDICATÓRIA

*Com todo meu amor, apreço e carinho,
aos meus amados pais, Vilma e Victor
que sempre me impulsam a seguir
adiante.*

*Aos meus queridos irmãos Jair e Ary
pelo apoio, os conselhos e cuidados.*

*Com todo meu amor à minha noiva
Priscilla, pelo apoio, paciência e sua
companhia. A distância não é
impedimento para te deixar de amar*

*As minhas queridas avós, Consuelo e
Magdalena pelo carinho desde criança
que sempre me deram.*

*À memória dos meus queridos avôs
Christian e Segundo que sempre estão
em meu coração.*

AGRADECIMENTOS

Ao meu querido amigo, orientador e Professor Dr. Claudio Garcia, pela ótima oportunidade, orientação, dedicação, paciência, ensinamentos e apoio que fizeram deste trabalho uma realidade.

Aos mestres José Jaime da Cruz, Fuad Kassab, Oswaldo Luiz do Valle e Galo Le Roux, cujas contribuições foram de grande valia para mim.

Aos Professores Marco Alayo e Gustavo Rehder, do Laboratório de Microeletrônica (LME) pela disposição e ajuda em todo momento.

Ao prezado amigo Anselmo Bittar, pela colaboração e ajuda em todo momento no meu período de mestrado.

Aos meus amigos, Mary Armas, Jorge Gonzáles e Robert Gavidia pela ajuda brindada no Brasil.

À família Arrais de Oliveira e em especial a minha cunhada Keila Arrais, que me receberam da melhor maneira que fizeram me sentir em casa durante meu período de estudo e pelos bons momentos que compartilharam comigo.

Aos meus amigos da ISA seção São Paulo, Carlos Paiola e Carlos Gury e meus amigos da ABB, Renata Leite e Daniel Dias, obrigado pelo apoio, as oportunidades que me deram e os bons momentos que compartilharam comigo.

Aos meus queridos amigos do CETAI, Alain Potts, Tiago Sanches, Jose Henrique Goulart e Rodrigo Juliani pelo apoio, paciência e ajuda durante a realização deste trabalho.

Aos meus queridos amigos e colegas do mestrado Bruno Castro, Diana Riano, Jorge Alvarado, Fabian Núñez, Fellipe Marques e (quase) engenheiro Luiz Felipe Normandia, pela grande amizade, ajuda e solidariedade.

A meus queridos amigos Andrés Zamudio, Javier Monzon, Kathy Yparraguirre, Santiago Calderón, Henry Fuentes, Kalun Lau, Max Valderrama, Rony Amasifuen, Marco Machuca, Ronald Rodriguez, Gabriel Diaz, Júlio Rivasplata e a todos meus grandes amigos que sempre tenho presentes. Obrigado a todos vocês pelos bons momentos que compartilharam comigo e por estar nos momentos difíceis também.

A CNPq pelo financiamento desse trabalho através de uma bolsa de mestrado.

*O SENHOR é o meu pastor, nada me
faltará.*

*Deitar-me faz em verdes pastos, guia-me
mansamente a águas tranquilas.*

*Refrigera a minha alma; guia-me pelas
veredas da justiça, por amor do seu
nome...*

(Salmos 23:1-6)

*Há uma força motriz mais poderosa que
o vapor, a eletricidade e a energia
atômica: a VONTADE.*

(Albert Einstein)

RESUMO

A identificação para controle é baseada especificamente na construção de modelos matemáticos a partir de dados experimentais, cuja finalidade é encontrar uma relação entre um conjunto de entradas e saídas de um processo dinâmico. Estes modelos são de fundamental importância para o projeto de controladores em processos industriais.

No presente trabalho é realizada a identificação e o desenvolvimento do sistema de controle para uma planta piloto de neutralização de pH. O procedimento de identificação é baseado na coleta de dados reais do processo de neutralização de pH, operando em malha fechada. A estimativa dos modelos é realizada de duas formas: (1) estimar modelos que representem o comportamento de todo o sistema, incluindo os controladores PID do processo e (2) estimar modelos do processo com os dados coletados dos sinais de controle e as variáveis de saída do processo. Com os modelos do processo estimados projeta-se uma estratégia de controle MPC (Model Predictive Control), envolvendo dois esquemas de controle. O primeiro esquema calculará os *set points* ótimos que ingressarão nas malhas do processo. O segundo esquema calculará os sinais de controle ótimos que ingressarão diretamente no processo. O tipo de controlador MPC adotado é o QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control), permitindo restringir os sinais de entrada e saída do processo. A avaliação destes esquemas de controle é realizada mediante a mudança do *set point* das malhas do processo e a influência de perturbações. As perturbações são baseadas no aumento da vazão do ácido que ingressa no reator.

Palavras-chave: Identificação de sistemas, Controle preditivo, Algoritmos de controle QDMC, Controle do processo de pH.

ABSTRACT

Identification for control system is based specifically on the mathematical models construction from experimental data, whose aim is to find a relationship between a set of inputs and outputs of a dynamic process. These models are fundamentally important for the industrial processes controllers design.

In this work is performed the identification and development of the control system for a pH neutralization pilot plant. The identification procedure is based on the real data collected from pH neutralization process, operating in closed loop. The models estimation is performed in two forms: (1) estimating models that represent all system behavior, including process PID controllers and (2) estimating process models with collecting data of the control signals and process output variables. The process models parameters estimation is performed with the algorithms studied in Chapter 4. With the estimated process models is a MPC (Model Predictive Control) control strategy was designed, creating two control schemes. First scheme will compute the optimal *set points* that will enter to the process-loops. The second scheme will compute the optimal control signals that will enter to the process. The type of MPC controller adopted is a QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control), allowing restriction of the input and output signals. The control schemes evaluation is performed by changing the *set point* of the process-loops and the disturbance influence. This disturbance is based on acid flow increased that enters the reactor.

Keywords: System identification, predictive control, QDMC control algorithms, pH process control.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Curva de Titulação de um ácido forte, HCl com uma base forte, NaOH	10
2.2	Diagrama P&ID da planta de neutralização de pH	14
2.3	Malha aberta para o controle do Nível	16
2.4	Malha fechada para o controle do Nível	16
2.5	Malha aberta para o controle do pH	17
2.6	Malha fechada para o controle do pH	17
3.1	Diagrama de blocos de um sistema linear com perturbação aditiva	20
3.2	Procedimento na identificação de sistema	21
3.3	Fluxograma de geração de sinais GBN	36
3.4	Diagrama de bloque típico de um sistema realimentado no domínio do tempo	37
4.1	Diagrama de bloco das estruturas de modelos formados pelos polinômios A, B, C, D e F	45
4.2	Algoritmo não-linear para a minimização da função custo utilizado na redução do modelo através do método OE	53
4.3	Algoritmo MPEM baseado na forma diagonal MFD	62
4.4	Algoritmo MRI de dois passos para a otimização do modelo de perturbação	65
4.5	Algoritmo EMPEM para otimizar os modelos de processo e da perturbação.....	67
5.1	Resposta do pré-teste para as malhas de nível e pH	69
5.2	Sinal GBN misto e seu espectro de potência para a malha de nível	71

5.3	Sinal GBN misto e seu espectro de potência para a malha do pH	71
5.4	Sinal GBN e seu espectro de potência para a malha do nível	72
5.5	Sinal GBN e seu espectro de potência para a malha do pH	72
5.6	Dados registrados das variáveis do nível e pH aplicando o sinal GBN Misto	73
5.7	Dados registrados das variáveis do nível e pH aplicando o sinal GBN	73
5.8	Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível	76
5.9	Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível	77
5.10	Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível	77
5.11	Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH	79
5.12	Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH	79
5.13	Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH	80
5.14	Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo BJ-GBN Misto identificado em malha fechada	81
5.15	Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo BJ-GBN Misto identificado em malha fechada	82

5.16	Validação cruzada com sinais degraus para uma predição de 70 passos à frente do Modelo BJ-GBN Misto identificado em malha fechada	82
5.17	Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo ASYM BJ-GBN Misto identificado em malha fechada	83
5.18	Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo ASYM BJ-GBN Misto identificado em malha fechada	83
5.19	Validação cruzada com sinais degraus para uma predição de 70 passos à frente do Modelo ASYM BJ-GBN Misto identificado em malha fechada	84
5.20	Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo MPEM-GBN Misto identificado em malha fechada	84
5.21	Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo MPEM-GBN Misto identificado em malha fechada	85
5.22	Validação cruzada com sinais degraus para uma predição de 70 passos à frente do Modelo MPEM-GBN Misto identificado em malha fechada	85
5.23	Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMPEM-GBN Misto identificado em malha fechada	86
5.24	Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMPEM-GBN Misto identificado em malha fechada	86
5.25	Validação cruzada com sinais degraus para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMPEM-GBN Misto identificado em malha fechada	87
5.26	Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do nível aplicando um sinal de excitação GBN Misto	91
5.27	Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do pH aplicando um sinal de excitação GBN Misto	92
5.28	Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do nível aplicando um sinal de excitação GBN	92
5.29	Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do pH aplicando um sinal de excitação GBN	93

5.30	Resposta dos modelos em malha aberta obtidos através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível	96
5.31	Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível	96
5.32	Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível	97
5.33	Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH	98
5.34	Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH	99
5.35	Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH	99
5.36	Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMP-GBN identificado em malha aberta	101
5.37	Validação cruzada com sinal GBN Misto para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMP-GBN identificado em malha aberta	101
6.1	Estratégia do MPC	105
6.2	Estrutura básica do MPC	106
6.3	Resposta ao degrau de um sistema linear	107
6.4	Resposta livre e forçada para as predições na entrada e saída	110
6.5	Diagrama de blocos para a predição do modelo com perturbação medida e não medida	113

6.6	Esquema do algoritmo QDMC	125
7.1	Esquema de controle do QDMC com PID ativo	129
7.2	Esquema de controle do QDMC atuando direto no processo	129
7.3	Comparação das respostas do processo com os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo-se a referência do pH constante (direita)	131
7.4	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante	132
7.5	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante	132
7.6	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo a referência do pH constante (direita)	133
7.7	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante	133
7.8	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante	133
7.9	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo a referência do pH constante (direita)	134

7.10	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, para os controladores do nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante	134
7.11	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante	135
7.12	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) mantendo a referência do nível constante (esquerda)	136
7.13	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante	136
7.14	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante	136
7.15	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) mantendo a referência do nível constante (esquerda)	137
7.16	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante	137
7.17	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante	138

7.18	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) mantendo a referência do nível constante (esquerda)	138
7.19	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante	139
7.20	Sinais de controle gerado pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante	139
7.21	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo a referência do pH constante (direita)	140
7.22	Sinais de controle gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, para o nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante	140
7.23	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) e mantendo a referência do nível constante (esquerda)	141
7.24	Sinais de controle gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, para o nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante	141
7.25	Vazão de ácido aplicada ao processo de neutralização do pH com um tempo de comutação de 30 minutos	142

7.26	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	143
7.27	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	143
7.28	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	143
7.29	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	144
7.30	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	144
7.31	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, envia os <i>set points</i> aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	145
7.32	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	145
7.33	<i>Set point</i> gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	146
7.34	Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, envia os <i>set points</i>	

	aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	146
7.35	Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo EMP-GBN, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	147
7.36	Sinais de controle gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo EMP-GBN, para o processos de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido	147

LISTA DE TABELAS

2.1	Relação entre a diferença de concentrações e o pH	11
2.2	Sintonia dos controladores PID do processo de neutralização de pH	18
4.1	Estruturas de modelos comumente usadas	46
5.1	Índices <i>fit</i> aplicando um sinal de excitação GBN Misto aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha fechada	75
5.2	Índices <i>fit</i> aplicando um sinal de excitação GBN aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha fechada	75
5.3	Ordens para os modelos identificados com sinal GBN Misto em malha fechada	87
5.4	Modelos do processo em malha fechada	89
5.5	Modelos de Perturbação em malha fechada	90
5.6	Índices <i>fit</i> aplicando um sinal de excitação GBN Misto aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha aberta	94
5.7	Índices <i>fit</i> aplicando um sinal de excitação GBN aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha aberta	94
5.8	Ordens para o modelo EMPEM na identificação em malha aberta	102
5.9	Modelos do processo obtido pelo algoritmo EMPEM em malha aberta	103
5.10	Modelos da perturbação obtido pelo algoritmo EMPEM em malha aberta	103
7.1	Parâmetros de sintonia e restrições do algoritmo QDMC com PID ativo para os modelos BJ-GBN Misto, ASYM BJ-GBN Misto, MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN	130

7.2	Parâmetros de sintonia e restrições do algoritmo QDMC atuando diretamente no processo para o modelo EMPER-GBN	130
7.3	Índices de desempenho dos controladores testados em modo servo	148
7.4	Índices de desempenho dos controladores testados em modo regulatório	149

SIMBOLOGIA E ABREVIACÕES

Operadores e notação

$\otimes$: produto de Kronecker;

$(\cdot)^{-T}$: inversa e transposta de uma matriz;

$\sigma_{min}[\cdot]$: menor valor singular de uma matriz;

$\arg \min V(\cdot)$: argumento que minimiza a função $V(\cdot)$;

$AsN(\cdot)$: distribuição assintoticamente normal em função da média e a probabilidade;

$col(\cdot)$: operador coluna em uma matriz;

$l(\varepsilon(t, \theta))$: uma norma quadrática;

I : matriz identidade;

$P(\cdot)$: probabilidade do evento $(\cdot)$ a ocorrer;

q : operador atraso;

$\|\cdot\|$: norma definida como a raiz da soma dos elementos do vetor elevado ao quadrado;

$\|\cdot\|_2$: norma l_2 ou norma euclidiana;

$var[\cdot]$: variância de uma função;

Z^+ : número inteiro positivo;

Símbolos gerais

Δ_{ij} : limite superior do erro entre o modelo do processo real e estimado;

$\mathcal{D}_{\mathcal{M}}$: conjunto de possíveis vetores de parâmetros;

$\varepsilon(t, \theta)$: chamado erro produto da diferença entre a saída real processo medido $y(t)$, e a saída predita $\hat{y}(t, \theta)$ do modelo escolhido;

θ : vetor de parâmetros lineares de dimensão finita;
 θ_0 : vetor de parâmetros verdadeiros;
 $\hat{\theta}_N$: vetor de parâmetros estimados;
 θ_{LS}^* : parâmetros estimados através do método dos mínimos quadrados para sistemas SISO;
 θ_{IV}^* : parâmetros estimados através do método de variáveis instrumentais para sistemas SISO;
 φ^T : vetor de regressão composto pelas entradas e saídas medidas até o instante $t - 1$;
 $\Phi_u(\omega)$: espectro de potência do sinal de entrada;
 $\Phi_{eu}(\omega)$: espectro de potência cruzado entre o sinal ruído branco e o sinal de entrada;
 $\Phi_{ue}(\omega)$: espectro de potência cruzado entre o sinal de entrada e o sinal ruído branco;
 $\Phi_v(\omega)$: espectro de potência da perturbação;
 $\Phi_{uMF}(\omega)$: espectros de potência do sinal de entrada ao processo
 $\Phi_{ueMF}(\omega)$: espectro de potência cruzada entre $u(t)$ e $e(t)$,
 $\hat{\Phi}_v(\omega)$: espectro de potência do sinal de perturbação estimado a partir do modelo com alta ordem;
 $\hat{\Phi}_{ue}(\omega)$: Espectro de potencia cruzado entre o sinal de entrada e a perturbação obtida do modelo de alta ordem;
 C : função de transferência do controlador;
 C_r : fator de Crista;
 $d(t)$: sinal de excitação adicional;
 $u(t)$ e $y(t)$: entradas e saídas do processo;
 $e(t)$: ruído aleatório;
 $E(T_{sw})$: tempo médio de comutação;
 $G_0(q)$, $H_0(q)$: modelo real do processo e da perturbação respectivamente;
 $G(q, \theta)$, $H(q, \theta)$: modelo do processo e da perturbação, ambos em função de um vetor de parâmetros θ ;

$G^o(q)$ e $H^o(q)$: modelos reais do processo e perturbação da equação, respectivamente;

$G(q, \theta)_{MF}$: modelo do processo em malha fechada em função de um vetor de parâmetros θ ;

$\hat{G}_N^n$ e $\hat{H}_N^n$: respostas em frequência dos modelos estimados do processo e da perturbação respectivamente;

$\hat{G}^l(e^{i\omega})$, $\hat{H}^l(e^{i\omega})$: Resposta em frequência do modelo estimado do processo e da perturbação com ordem reduzida;

g_k^o e h_k^o : coeficientes das respostas ao impulso dos modelos reais do processo e da perturbação respectivamente;

$J_{multi}(P, \theta)$: função-custo para as previsões em um amplo horizonte de previsão;

J_{QP} : função objetivo para programação quadrática;

$\mathcal{M}(\theta)$: modelo representado através de um conjunto de parâmetros;

n_a , n_c , n_d e n_f : graus dos polinômios $A(q)$, $C(q)$, $D(q)$ e $F(q)$ respectivamente;

N : quantidade de dados coletados;

p_{sw} : probabilidade de comutação;

$r(t)$: sinal de referência constante;

$y_f(t)$, $u_f(t)$, $r_f(t)$: sinais filtradas de saída, entrada e referência respectivamente

R : variância do sinal de ruído branco;

$\hat{R}$: variância estimada do sinal de ruído branco do sinal da perturbação utilizado no modelo com alta ordem;

$R_{\varepsilon u}(t)$: correlação cruzada entre o erro de previsão e a entrada ao sistema;

R_ε e R_u : covariâncias de $\varepsilon(t)$ e $u(t)$ respectivamente;

R_i : sequência de números aleatórios independentes e uniformemente distribuídos;

S_0 : função de sensibilidade;

$\hat{S}_N^n(e^{i\omega})$: resposta em frequência da função de sensibilidade da saída do modelo estimado de alta ordem do processo;

S^u : resposta forçada da variável de entrada;

S^d : resposta forçada da perturbação medida;

T_s : tempo de acomodação do processo;
 T_a : taxa de amostragem;
 T_{min} : tempo mínimo de comutação;
 $v(t)$: perturbação externa não medida;
 $W_k(q, \theta)$: matriz filtro baseado em um conjunto de parâmetros θ ;
 z_p : polo representado no tempo discreto;
 Z^N : vetor coluna que contém os dados experimentais de entrada e saída do processo;
 $Z(t)$: instrumentos ou variáveis instrumentais.

Abreviações e acrônimos

AIC: critério de informação de Akaike (Akaike information criterion);
ARMAX: modelo auto-regressivo, de média móvel com entradas exógenas (autoregressive moving average model with exogenous inputs);
ARX: modelo auto-regressivo com entrada externa (autoregressive with external input);
BJ: modelo Box-Jenkins;
DMC: controle por matriz dinâmica (dynamic matrix control);
EMPEM: MPPEM melhorado (enhanced MPPEM);
FIR: resposta ao impulso finito (finite impulse response);
FPE: critério baseado no erro de predição (final prediction error);
FSR: resposta finita ao degrau (finite step response);
GBN: sinal binário generalizado (generalized binary noise);
MDF: descrição por frações de matrizes (Matrix Fraction Descriptions);
MIMO: sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (Multi-input Multi-output);
MISO: sistema com múltiplas entradas e uma saída (multiple-input single-output);
MPC: controle preditivo baseado em modelo (model predictive control);

MPEM: método do erro de predição múltiplos passos (multistep prediction error method);

MRI: identificação relevante para MPC (MPC relevant identification);

MSE: erro quadrático médio (Mean Square Error);

OE: erro de saída (output error);

p.e.: sinal persistentemente excitante (persistently exciting);

PEM: método do erro de predição (prediction error method);

PID: proporcional integral derivativo (proportional-integral-derivative);

QDMC: controle por matriz dinâmica quadrática (quadratic dynamic matrix control);

RMSE: raiz do erro quadrático médio (root mean square error);

SE: erro quadrático (square error);

SISO: sistema com uma entrada e uma saída (single-input-single-output);

SNR: relação sinal – ruído (signal-to-noise ratio);

SVD: decomposição em valores singulares (singular value decomposition).

SUMÁRIO

1. Introdução	1
1.1 Motivações	1
1.2 Objetivos	4
1.3 Revisão Bibliográfica	5
1.4 Estrutura do trabalho	7
2. Processo de Neutralização de pH	9
2.1 Curva de Titulação do pH	9
2.2 Controle do pH	12
2.3 Planta-Piloto de Neutralização de pH	13
2.3.1 Malhas de Controle.....	16
2.3.2 Sintonia atual dos controladores PID	17
3. Identificação de Sistemas	19
3.1 Identificação de sistemas lineares	19
3.1.1 Projeto do experimento.....	21
3.1.2 Coleta de dados.....	22
3.1.3 Estrutura do Modelo ($\mathcal{M}$).....	24
3.1.4 Critério de identificação	25
3.1.5 Estimação de parâmetros	26
3.1.6 Validação do modelo.....	29
3.2 Geração dos sinais de excitação	33
3.2.1 Sinal degrau	34

3.2.2	Sinal GBN	35
3.3.2	Identificação em Malha Fechada.....	37
3.3	Identificação de Sistemas Multivariáveis.....	39
3.3.1	Procedimentos em uma identificação de sistemas multivariáveis.....	41
3.4	Problemas ao identificar um processo.....	43
4.	Métodos de Identificação para sistemas lineares.....	44
4.1	Método de identificação direta.....	44
4.1.1	Estrutura ARX.....	46
4.1.2	Estrutura ARMAX.....	46
4.1.3	Estrutura de Erro na Saída (OE).....	47
4.1.4	Estrutura de Box-Jenkins.....	47
4.2	Método Assintótico	48
4.2.1	Teoria Assintótica.....	48
4.2.2	Identificação de sistemas através do método ASYM.....	50
4.2.3	Teoria assintótica para sistemas MIMO	55
4.3	Métodos MRI	58
4.3.1	Algoritmo MPPEM.....	59
4.3.2	Algoritmo MRI de dois passos	63
4.3.3	Algoritmo EMPEM	66
5.	Projeto de identificação de uma planta-piloto de neutralização de pH.....	68
5.1	Identificação em malha fechada.....	69
5.1.1	Etapa de pré-teste em malha fechada	69
5.1.2	Geração do sinal p.e. para a identificação em malha fechada	70
5.1.3	Coleta de dados e etapa de identificação em malha fechada.....	73
5.1.4	Etapa de validação em malha fechada.....	74

5.1.5	Modelos resultantes da identificação em malha fechada.....	87
5.2	Identificação em malha aberta.....	91
5.2.1	Etapa de validação em malha aberta.....	93
5.2.2	Ordens e Modelos resultantes da identificação em malha aberta.....	102
6.	Controle Preditivo baseado em Modelo	104
6.1	Modelo de predição	107
6.1.1	Resposta livre e forçada.....	109
6.1.2	Predição na saída	110
6.1.3	Predição na saída com perturbações medidas e não medidas.....	112
6.1.4	Horizonte de controle	116
6.2	Otimizador.....	117
6.2.1	Restrições nas entradas e saídas do processo	118
6.2.1	Otimização do algoritmo QMDC	121
6.2.2	Construção do algoritmo QMDC	123
6.2.3	Algoritmo QMDC multivariável	126
7.	Aplicação do algoritmo de controle QDMC na planta piloto de neutralização de pH.....	128
7.1	Esquemas de controle.....	128
7.2	Testes em modo servo	131
7.2.1	Testes em modo servo do QDMC com PID ativo	131
7.2.2	Testes em modo servo do QDMC atuando diretamente no processo.....	140
7.3	Testes em modo regulatório	142
7.4	Avaliação dos controladores a traves de índices de desempenho	148
8.	Conclusões e trabalhos futuros.....	150
8.1	Conclusões.....	150

8.2 Sugestões para trabalhos futuros	152
Referências Bibliográficas	153

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo são apresentados os aspectos que levaram à pesquisa desenvolvida nesta dissertação, dentro das quais, as motivações e objetivos propostos (seções 1.1 e 1.2, respectivamente) que servem como base para sustentar este trabalho. Por último, na seção 1.3 é apresentada a organização dos capítulos deste documento.

1.1 Motivações

O controle de um processo industrial é de grande importância, pois afeta diretamente a qualidade do produto e o custo de produção. Uma forma de desenvolver um sistema de controle é se basear em um modelo matemático que represente, de forma aproximada, um determinado processo industrial. Dependendo da complexidade do sistema¹, um modelo pode ser criado a partir das leis da Física, o qual descreve a dinâmica do processo mediante equações matemáticas diferenciais, sendo estes chamados *modelos caixa branca*. Entretanto, quando se torna muito difícil descrever o comportamento do mesmo, outra possibilidade é tentar reproduzir o comportamento do sistema em torno de um determinado ponto de operação. Este tipo de modelo é conhecido como *modelo caixa preta* e o processo de modelagem do sistema a partir de dados registrados (ou dados experimentais) recebe o nome de *Identificação de Sistemas* (LJUNG, 1999).

¹ Neste trabalho, sistema é considerado ao modelo da planta mais o modelo da perturbação; processo é considerado ao modelo da planta.

A identificação de sistemas permite a modelagem de um processo quando este apresenta características como não-linearidade, presença de dinâmicas difíceis de modelar e obtenção de comportamentos em diferentes pontos de operação. O objetivo principal da identificação de sistemas é estimar um modelo que tenda ao processo real. Para tal fim, é preciso ter conhecimento prévio do processo, escolher uma estrutura matemática para representar o modelo e aplicar um método apropriado para a estimação dos parâmetros do mesmo². Esta estimação pode ser em função do erro de polarização (bias) ou erro da variância.

Uma das maiores contribuições da teoria de identificação de sistemas foi na área de controle. Esta proposta de extensão é denominada *Identificação para Controle*. Esta ideia se iniciou nos anos 90, com o objetivo de conseguir melhores modelos em aplicações de controle de processos industriais. Uma das principais motivações para a construção de um modelo são a aplicação de controladores preditivos MPC (do Inglês Model Predictive Control), baseado em um modelo nominal e a sintonia de controladores através do modelo estimado (GEVERS, 2004).

A ideia de identificação para controle se iniciou com os métodos clássicos de identificação direta DI (do inglês Direct Identification), propostos em (LJUNG, 1999), os quais são baseados no teorema dos mínimos quadrados e erros de predição um passo à frente.

Aos inícios do século XXI, foi dada uma grande atenção à identificação relevante para controle. Uma das primeiras aplicações foi proposta em (ZHU, 2001) através do método ASYM, no qual é realizada uma identificação multivariável em malha fechada. Este método, baseado na teoria assintótica proposta em (LJUNG, 1985), permite resolver de maneira sistemática os quatro problemas de identificação: desenvolvimento do sinal de excitação, seleção da estrutura e ordem do modelo, estimação dos parâmetros do modelo e validação do mesmo.

Por outra parte, em aplicações em controle preditivo, os modelos estimados devem ser confiáveis e devem gerar predições em um amplo horizonte de predição. Estes métodos são denominados MRI (do Inglês MPC Relevant Identification). Um primeiro trabalho foi

² No capítulo 3 e 4 serão brevemente mencionadas as formas de estimar os parâmetros referentes a uma estrutura de modelo escolhida.

proposto em (SHOOK et al., 1991), no qual o objetivo foi estimar os parâmetros do modelo a fim de gerar previsões confiáveis, minimizando uma função objetivo múltiplos passos à frente baseada em um pré-filtro. Com base neste trabalho, (HUANG; WANG, 1999) propuseram que a minimização do preditor múltiplos passos à frente seja feita a partir de uma filtragem dos dados de entrada e saída e a aplicação do preditor um passo à frente. Por outro lado, (GOPALUNI et al., 2004) propuseram um algoritmo de identificação de dois passos para estimar um modelo ótimo de perturbação, considerando o modelo do processo uma estrutura FIR de alta ordem. Finalmente, baseado nas características dos dois métodos anteriores, (POTTS et al., 2012) propuseram um algoritmo a fim de otimizar o modelo da perturbação e obter um modelo do processo a partir do modelo de perturbação otimizado.

Percebe-se também que, a identificação relevante para controle permite projetar um sistema de controle com base em um modelo aproximado do processo real, podendo resultar em um controlador avançado que, além de apresentar robustez, confiabilidade e um ótimo desempenho ao menor custo possível, permita calcular as ações de controle considerando saídas previstas pelo modelo (GEVERS, 2002), (VAN DER HOF; SCHRAMA, 1995). Um controlador avançado que apresente estas características é conhecido como MPC.

O controle preditivo baseado no modelo MPC (do Inglês Model (Based) Predictive Control) é baseado em um campo amplo de disciplinas de controle, tais como o controle ótimo, controle estocástico, controle multivariável, entre outros.

A estratégia de controle do MPC é baseada na utilização de um modelo dinâmico do processo a fim de realizar previsões do comportamento futuro das diferentes variáveis controladas, em função dos valores futuros das variáveis manipuladas³, todo isso ao longo de um horizonte temporal finito. Com base nestas previsões, calculam-se as ações de controle que fazem que as variáveis controladas do processo convirjam a seus valores preditos, gerando assim um problema de otimização, cuja solução é baseada em mínimos quadrados ou em algoritmos de programação quadrática (GARCÍA; MORSHEDI, 1986).

O interesse no MPC remonta ao final de 1970 com os principais trabalhos realizados por (RICHALET et al., 1976) e (RICHALET et al., 1978) apresentando os algoritmos de

³ Para um processo em malha aberta, as entradas representam as variáveis manipuladas ou sinais de controle que se inserem no sistema. No caso da malha fechada estas entradas são os *set points* do processo.

controle de processos industriais e a aplicação de um algoritmo heurístico de controle MPHC (do Inglês Model Predictive Heuristic Control). Um ano depois, os engenheiros da Shell, Cutler e Ramaker, desenvolveram um algoritmo de controle através da matriz dinâmica DMC (do Inglês Dynamic Matrix Control) (CUTLER; RAMAKER, 1980). Este último algoritmo, ao longo do tempo sofreu diferentes modificações, sendo um deles o QDMC (do Inglês Quadratic Dynamic Matrix Control), proposto por (GARCÍA; MORSHEDI, 1986), o qual permite resolver um problema de programação quadrática e, ao mesmo tempo permite a incorporação de restrições nas entradas e nas variáveis controladas. As variações introduzidas nos algoritmos diferem no modelo do processo (podendo ser do tipo impulso, degrau ou espaço de estados), o tipo de perturbação empregada (constante, rampa, filtro com ruído branco) e a implementação do algoritmo.

Atualmente, o MPC é aplicado em uma ampla variedade de processos químicos, manufaturas, processamento de alimentos, indústria automotriz, aeroespço, metalurgia e indústria de papel, mas o grande potencial de aplicações se encontra nas refinarias de petróleo (MORARI; LEE, 1999).

1.2 Objetivos

Este trabalho tem dois objetivos principais. O primeiro é realizar o projeto de identificação de uma planta-piloto de neutralização de pH, localizada no Laboratório de Controle de Processos Industriais, LCPI, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, operando em malha fechada. Este projeto tem a missão de fornecer um modelo matemático o mais preciso possível. O segundo, com um modelo confiável, será aplicado um controlador avançado do tipo MPC no processo de neutralização de pH.

Os objetivos mencionados conduzem aos seguintes objetivos específicos:

- Realizar uma breve descrição do processo de neutralização de pH, assim como da planta piloto.
- Realizar um estudo sobre a identificação de sistemas lineares, assim como também dos métodos DI, ASYM e MRI.

- Empregar dois tipos de sinais de excitação; um sinal degrau que permita fornecer características relevantes do processo e um sinal GBN - *Generalized Binary Noise* (TULLEKEN, 1990), para a identificação do processo.
- Escolher uma estrutura adequada de modelo capaz de melhor representar a dinâmica do processo real.
- Aplicar os métodos DI, ASYM e MRI para a estimação de parâmetros do modelo em função dos dados experimentais obtidos do processo.
- Validar o modelo obtido, produto da sequência de passos anteriores.
- Realizar um estudo sobre o algoritmo de controle MPC e, em particular, o algoritmo de controle QDMC.
- Implementar o algoritmo de controle QDMC na planta piloto de neutralização de pH, utilizando os modelos obtidos na identificação do processo.

1.3 Revisão Bibliográfica

Nesta seção, apresentam-se as principais referências bibliográficas e trabalhos utilizados ao longo do desenvolvimento desta dissertação.

Primeiro, são descritos os principais trabalhos acerca da identificação de sistemas, técnicas e procedimentos que empregam durante seu processo, assim como também o sinal de excitação empregada e os métodos de identificação, a fim de realizar a estimativa dos parâmetros.

Em (LJUNG, 1999) é abordada a introdução e procedimentos sobre a identificação de sistemas, assim como também um enfoque dominante sobre os métodos de identificação direta baseados no método clássico do erro de predição (PEM).

Em (FORSSELL, LJUNG, 1999) se apresenta um enfoque da identificação de sistemas em malha fechada através do método de predição do erro (PEM). Este trabalho também apresenta um estudo das propriedades estatísticas relacionadas com a função de transferência e os parâmetros estimados do modelo.

Em (LJUNG, 1985) e (ZHU, 1998) se apresentam o método assintótico para a estimativa dos parâmetros do modelo. O primeiro realiza um estudo acerca da teoria assintótica. O segundo, baseado nesta teoria, a estende até formular um método de identificação sistemático, em que os modelos identificados são comparados com a resposta em frequência do processo real.

Em (HUANG; WANG, 1999), (GOPALUNI et al, 2004) e (POTTS et al, 2012) encontram-se novos enfoques acerca da estimação de parâmetros do modelo baseados na minimização de uma função objetivo múltiplos passos à frente. O primeiro deles propõe realizar um pré-filtragem dos dados de entrada e saída, empregando a fatorização espectral, e transformar o preditor múltiplos passos à frente em um preditor um passo à frente para estimar os parâmetros do modelo. O segundo propõe um método de Dois Passos para identificar um modelo ótimo de perturbação, baseado em um modelo de processo com uma estrutura FIR (do inglês Finite Impulse Response) de alta ordem. Finalmente, o último deles desenvolve um algoritmo baseado nas vantagens dos dois métodos anteriores com algumas melhorias.

A fim de realizar o processo de identificação, o desenvolvimento do sinal de excitação empregado é apresentado em (TULLEKEN, 1990) e (ALVES, 2011). O primeiro propõe um sinal tipo ruído binário generalizado GBN, que consiste na comutação entre dois níveis lógicos (“-1” e “1”), segundo a probabilidade de chaveamento. O segundo propõe um sinal de excitação que permita excitar o processo em alta e baixa frequência, a fim de obter a maior parte da dinâmica do processo, sendo este tipo de sinal conhecido como GBN Misto.

A seguir, são referenciadas as principais referências bibliográficas e trabalhos acerca do controle MPC (Model Predictive Control).

Em (CAMACHO; BORDONS, 2000) se apresenta um amplo estudo acerca da teoria de controle preditivo, os elementos que fazem parte do MPC, os algoritmos de controle comerciais desenvolvidos e algumas aplicações e simulações práticas.

Em (MORARI; LEE, 1999) se descreve a origem, vantagens e aplicações do MPC na indústria nas últimas décadas, as pesquisas atuais e os desafios futuros na prática industrial.

Em (CUTLER; RAMAKER, 1980) é proposto um algoritmo de controle por matriz dinâmica DMC (Dynamic Matrix Control), aplicado na indústria petroquímica, com a finalidade de calcular as ações de controle que ingressarão no processo. Este cálculo é realizado minimizando uma função custo.

Em (GARCÍA; MORSHEDI, 1986) é desenvolvido um algoritmo de controle, para calcular as ações de controle, minimizando uma função custo quadrática, restringindo as variáveis do processo em seus limites máximos e mínimos.

Em (QIN; BADGWELL, 2003) apresentam uma visão geral sobre o controle preditivo na área comercial. De acordo aos dados obtidos pelos fornecedores, são apresentados os cálculos do controle assim como também os métodos de identificação empregados.

Em (WANG, 2009) se apresenta um estudo teórico acerca do sistema de controle MPC, assim como também o desenvolvimento, implementação e aplicações práticas usando MATLAB®.

Em (FAVARO, 2012) se desenvolveu um controlador MPC, empregando o toolbox de MATLAB®, na planta piloto de neutralização de pH. A identificação foi realizada excitando ao processo com sinais degraus.

1.4 Estrutura do trabalho

No capítulo 2 o processo de neutralização de pH é descrito brevemente, mencionando-se as principais características do pH, assim como o pH como variável de controle. Além disso, se faz uma descrição da planta piloto de neutralização de pH localizada no LCPI da EPUSP e as malhas de controle que interagem nela.

No capítulo 3 são abordados os procedimentos de um projeto de identificação de sistemas. Em seguida, é descrita a geração de um sinal persistentemente excitante p.e. (do Inglês persistently exciting) para a identificação e é feito um breve resumo acerca da identificação em malha fechada. Por fim, se faz menção à identificação de sistemas MIMO (do Inglês Multi-input Multi-output) e alguns problemas ao identificar um processo.

No capítulo 4 são descritos os principais métodos de identificação de sistemas desenvolvidos, começando pelos métodos de identificação direta baseados em (LJUNG,

1999). Em seguida é abordada a identificação que teve seu início com a teórica assintótica em (LJUNG, 1985) e formalizado com o método ASYM por (ZHU, 2001). Finalmente, se faz a descrição dos algoritmos de identificação para uma predição de horizonte amplo conhecido como MRI.

O projeto de identificação de sistemas na planta piloto de neutralização de pH é abordado no capítulo 5. Inicialmente é realizado um pré-teste na planta, com a finalidade de obter informações relevantes do processo. Isto é feito para desenvolver o sinal p.e. e realizar a identificação. Em seguida, com os dados coletados da identificação, são aplicados os métodos de identificação estudados no capítulo 4 para obter o modelo representativo do processo em malha aberta e fechada. Finalmente é realizada a validação cruzada e uma validação visual a fim de selecionar o(s) modelo(s) ótimo(s).

No capítulo 6 é abordada a metodologia do MPC, assim como também o algoritmo de controle QDMC. Em seguida é descrita a manipulação de restrições dentro do algoritmo de controle, a formulação de um problema de otimização e a solução dele mediante programação quadrática. Finalmente, é realizada uma breve descrição do algoritmo de controle QDMC para sistemas MIMO.

No capítulo 7 é implementado o algoritmo QDMC na planta piloto de neutralização do pH, utilizando os modelos obtidos na identificação. Os testes são realizados em modo servo e em modo regulatório, estes últimos para distintas perturbações de entrada.

Finalmente, no capítulo 8 apresentam-se as conclusões deste trabalho de mestrado.

Capítulo 2

Processo de Neutralização de pH

Um processo de neutralização de pH é comumente visto em indústrias químicas, processos biotecnológicos, plantas de tratamentos de água, indústria farmacêutica, entre outras. Uma descrição deste processo, que pode ser neutralização de um ácido ou uma base, consiste na mudança do pH devido a um influente, chamado distúrbio, e é neutralizado pela adição de um reagente, chamado variável manipulada. A finalidade é obter o valor de pH desejado na saída do processo.

O pH, geralmente, é considerado como uma variável de qualidade em um determinado produto ou parte de um subprocesso. Na maior parte dos processos mencionados, além do comportamento nos equipamentos associados aos processos, o pH apresenta um comportamento não-linear e variante no tempo. Este comportamento deve-se à relação logarítmica do pH e às substâncias químicas presentes no processo.

2.1 Curva de Titulação do pH

Nos processos químicos, o pH é considerado como um detector do estado de uma reação. Duas características principais do pH são o comportamento logarítmico e a medição severamente não-linear, a qual pode ser vista na curva de titulação mostrada na Figura 2.1.

Figura 2.1: Curva de titulação de um ácido forte, HCl com uma base forte, NaOH (RIAÑO, 2000).

A Figura 2.1 mostra que a forma da curva de titulação indica a natureza forte ou fraca do ácido ou base e a maneira como varia o pH no curso da titulação.

Define-se o pH como o logaritmo negativo da concentração do íon hidrogênio, em íons por litro (normalidade):

$$pH \equiv -\log[H^+] \quad (2.1)$$

A ionização da água em íons hidrogênio e hidroxila pode ser descrita pela seguinte equação:

A constante de equilíbrio para ionizar a água pura a 25 C° é:

$$K_w = [H^+][OH^-] = 10^{-14} \quad (2.3)$$

Desta última relação, pode-se obter a concentração do íon hidroxila de qualquer solução aquosa com o pH conhecido.

$$[OH^-] = 10^{pH-14} \quad (2.4)$$

Para se obter um pH neutro na água, é preciso que as concentrações de íons hidrogênio e hidroxila sejam iguais, ou dito de outra forma, obter um pH igual a 7.

Considera-se neste trabalho a adição de ácido clorídrico (HCl) e soda cáustica (NaOH) dissolvidos em água com concentrações x_a e x_b , respectivamente:

Fazendo-se um balanço de carga, obtém-se:

$$[H^+] + [Na^+] = [Cl^-] + [OH^-] \quad (2.6)$$

Assumindo-se que, tanto o ácido como a base sejam ionizados por completo:

$$[H^+] + x_b = x_a + [OH^-] \quad (2.7)$$

Por fim, substituindo-se as equações (2.1) e (2.4), em (2.7), obtém-se:

$$x_a - x_b = 10^{-pH} - 10^{pH-14} \quad (2.8)$$

A partir da equação (2.8) se apresenta a Tabela 2.1, onde se observa a relação entre a diferença das concentrações de ácido e base e o valor do pH.

Tabela 2.1 Relação entre a diferença de concentrações e o pH.

pH	$(x_a - x_b)$	pH	$(x_a - x_b)$
0	1	8	-0.99×10^{-6}
2	10^{-2}	10	-10^{-4}
4	10^{-4}	12	-10^{-2}
6	0.99×10^{-6}	14	-1
7	0		

Pode-se observar que quando as concentrações x_a e x_b são iguais, a solução é neutra com um pH de 7. Por outro lado, uma variação de uma unidade do pH produz um fator de 10β na diferença das concentrações.

Além disso, deve ser considerado que a região neutra do pH varia entre 6 a 8, o que resulta difícil de controlar. Segundo a equação (2.8), quando só se utilizam ácidos e bases fortes, pequenas variações na concentração produzirão uma grande mudança no pH. Por exemplo, dada uma solução ácida com um pH no intervalo de 2 a 3, este deve ser neutralizado com uma solução básica. A adição desta última solução faz com que a concentração inicial do pH 10^{-2} passe à zona neutra, que se encontra no intervalo de 10^{-6} a 10^{-8} . Expresso de outra forma, é preciso realizar uma adição de base com uma precisão de uma parte em 100 000 aproximadamente.

Uma forma de controlar o pH é fazendo um controle por realimentação, devido a que os atuadores, como uma válvula de controle ou uma bomba dosadora não têm precisão suficiente para realizar o controle em malha aberta.

2.2 Controle do pH

O controle do pH é considerado difícil de regular devido às seguintes razões:

- Pode experimentar problemas de controle, com um tempo de acomodação muito alto, quando é afetado por perturbações na vazão de entrada ou uma variação na composição da mesma.
- A grande não-linearidade traz como consequência um processo difícil de regular.
- O tempo morto do processo varia dependendo da alteração do volume no tanque de reação e a velocidade da mistura.

Como consequência destes inconvenientes, diversos trabalhos foram propostos para dar solução ao problema de controle do pH. Um deles (PROUDFOOT et al, 1983) foi baseado em um controlador tipo PI convencional para controlar um processo de tratamento de água. Outras aplicações (MUTHU; EL KANZI, 2003), (SEAN, 1999) e (SHABANI et al, 2010) fazem uso de lógica fuzzy, redes neurais e controle robusto, respectivamente, para melhorar o controle do processo. Nesta dissertação é empregado um controle avançado baseado nas limitações dos atuadores e um modelo linear para prever as ações de controle

futuras. Para atingir estas especificações é utilizado um controlador MPC, o qual é descrito no capítulo 6 com mais detalhes.

2.3 Planta-Piloto de Neutralização de pH

Este trabalho é baseado em uma planta-piloto de neutralização de pH localizada no LCPI da EPUSP.

Na Figura 2.2 mostra-se o P&ID (do Inglês Piping and Instrumentation Diagram) da planta piloto (CORREA, 2010).

Figura 2.2: Diagrama P&ID da planta-piloto de neutralização de pH.

Como se pode ver na Figura 2.2, a planta piloto tem a seguinte estrutura:

- Um tanque de água filtrada (ou tanque TF) ou um tanque de água destilada (ou tanque TD) para fornecer água ao processo.
- Um tanque principal de ácido (TAP) onde se prepara a solução de ácido clorídrico (HCl). Esta solução passa depois por um tanque intermediário (TAPI) com a finalidade de manter constante a vazão de ingresso no reator.
- Um tanque de ácido secundário (TAS) onde se pode preparar outra solução ácida com uma concentração diferente ao tanque TAP. Como no caso anterior, também há um tanque intermediário (TASI) para manter constante a vazão de ingresso no reator. Este tanque secundário pode ser usado como uma perturbação não medida no processo.
- Um quinto tanque onde fica armazenada a solução básica (TBB) de hidróxido de sódio (NaOH), que é utilizada para neutralizar o pH do tanque reator mediante uma bomba dosadora, com o objetivo de obter um pH desejado.
- Um tanque de reação, onde é realizado o processo de neutralização. Para homogeneizar a mistura dos reagentes utiliza-se um agitador mecânico. Este tanque possui um sensor de pH para a leitura da variável de processo, um sensor de nível de pressão diferencial para estimar o nível do tanque, controlado por válvulas solenoides (ON-OFF) que regulam a vazão de saída.

Os reagentes utilizados foram:

- A solução ácida de HCl apresenta uma concentração de 0,0056 mol/litro, onde foram diluídos 83,4ml de HCL a 36,5% em um tanque com 180 litros de água filtrada.
- A solução básica de NaOH apresenta uma concentração de 0,0185 mol/litro, onde foram diluídos 154g de NaOH a 99% em um tanque com 206 litros de água filtrada.

2.3.1 Malhas de Controle

De acordo com a Figura 2.2, são medidas duas variáveis de processo, nível e pH, sendo que cada uma possui uma malha de controle.

Malha de controle do Nível

O nível é possível controlar em malha aberta (Figura 2.3) ou fechada (Figura 2.4).

Figura 2.3: Malha aberta para o controle do Nível.

O controle do nível é realizado com um sinal PWM (do inglês Pulse Width Modulation), enviado à válvula solenoide LV16A. Neste caso, a faixa de 0 a 100% do sinal PWM corresponde a uma variação de 10 segundos de duração do pulso. Quanto maior for essa duração, mais tempo a válvula solenoide ficará aberta e, portanto, maior será a vazão de saída.

Figura 2.4: Malha fechada para o controle do Nível.

Para o caso em malha fechada é adicionada uma realimentação na saída, como indicado na Figura 2.4. A duração dos pulsos do sinal de controle são calculados pelo controlador a partir do erro do processo.

Malhas de controle do pH

Da mesma forma que no caso anterior, o pH pode ser controlado em malha aberta (Figura 2.5) ou em malha fechada (Figura 2.6).

Figura 2.5: Malha aberta para o controle do pH.

Pode-se observar que o controle do pH é realizado através de um sinal de controle que está na faixa de 0 a 100%. A variação deste sinal altera a frequência de pulsação da bomba e gera uma variação de 2,35 a 12,21 aproximadamente na saída do pH.

Figura 2.6: Malha fechada para o controle do pH.

No caso do processo em malha fechada, conforme mostrado na Figura 2.6, o sistema é o mesmo, mas com uma realimentação da saída. A diferença entre o *Set Point* e a variável medida, conhecida como erro do processo, é processado pelo controlador que envia o sinal de controle para a bomba dosadora.

2.3.2 Sintonia atual dos controladores PID

A sintonia dos controlares PID, das malhas do nível e pH, foram obtidas de forma experimental considerando que, para realizar o processo de identificação de sistemas os sinais de controle não deverão de apresentar saturações nos valores máximos e mínimos.

Por tanto, a Tabela 2.2 mostra a as sintonias dos controladores PID do processo de neutralização de pH.

Tabela 2.2 Sintonia dos controladores PID do processo de neutralização de pH.

Malhas\ parâmetros	Kp	Ti	Td
Nível	4,2	350	----
pH	1,5	200	----

Capítulo 3

Identificação de Sistemas

A identificação de sistemas começou a ser desenvolvida na década de 70, tendo como base fundamental técnicas estatísticas. Uma das primeiras teorias apresentadas na identificação de modelos caixa preta foi baseada em princípios da máxima verossimilhança, proposto por (ASTRÖM; BOHLIN, 1965).

Atualmente, a área de identificação de sistemas é extensiva e importante; extensiva porque muitos trabalhos foram e são desenvolvidos de acordo com a área de concentração; importante, porque permite descrever o comportamento dinâmico de um processo e desenvolver um sistema de controle.

O objetivo deste capítulo é introduzir o conceito de identificação de sistemas presente nas referências (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011), (LJUNG, 1999), (SÖDERSTROM; STOICA, 1989), (ZHU, 2001). Estes trabalhos estabeleceram técnicas, métodos e critérios práticos para a identificação de sistemas, voltados para as mais diversas aplicações.

3.1 Identificação de sistemas lineares

Um sistema linear pode ser representado mediante a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}y(t) &= G_0(q)u(t) + v(t) \\v(t) &= H_0(q)e(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

A equação (3.1) na forma de diagrama de blocos é mostrada na Figura 3.1.

Figura 3.1: Diagrama de blocos de um sistema linear com perturbação aditiva.

Na Figura 3.1 tem-se que $u(t)$ e $y(t)$ são as entradas e saídas do processo, respectivamente. $G_0(q)$ é o modelo real do processo; $v(t)$ é uma perturbação externa não medida que pode ser descrita através de um modelo real da perturbação $H_0(q)$ e o ruído aleatório é $e(t)$.

Define-se também o operador atraso q pela seguinte expressão:

$$q^{-1}u(t) = u(t - 1) \quad (3.2)$$

Na maior parte das indústrias, este processo é do tipo SISO (do Inglês Single-Input Single-Output) ou MIMO. Normalmente é difícil encontrar um modelo matemático para o processo.

A identificação de sistemas permite construir um modelo matemático a partir de dados experimentais e conhecimento prévio do processo em torno de um ponto de operação. Estes dados experimentais representam as entradas e saídas do sistema. Basicamente, para a construção do modelo representativo, é preciso escolher uma estrutura adequada, definindo um número finito de parâmetros para o mesmo. Uma vez feito isto, é aplicado algum método estatístico para obter os valores dos mesmos. É desejável que o resultado deste procedimento gere o menor erro possível em relação ao processo real. Este erro pode ser representado de duas formas, por um bias e uma variância. O bias é causado por uma modelagem imprecisa do processo, uma vez que os dados são finitos. A variância é causada pelo ruído que atua no processo.

Segundo (LJUNG, 1999) e (SÖDERSTROM; STOICA, 1989), a Figura 3.2 representa um fluxograma que contém os procedimentos para a identificação de sistemas.

Figura 3.2: Procedimento da identificação de sistemas.

Cada um destes itens é descrito a seguir.

3.1.1 Projeto do experimento

O planejamento prévio do projeto de identificação de modelos caixa preta deve levar em conta dois fatores importantes: a escolha das variáveis de entrada e saída e uma excitação persistente na entrada do processo.

Escolha das variáveis de entrada e saída

A escolha das variáveis de entrada $u(t)$ e saída $y(t)$, baseia-se nos conhecimentos prévios por parte dos operadores do processo. O que se procura na seleção destas variáveis, em um processo SISO, é encontrar uma relação matemática onde se possa observar a dinâmica da saída quando é aplicada uma variação na entrada. Para um processo tipo MIMO deve-se observar o efeito na(s) saídas(s) quando é aplicada uma ou várias variações nas entradas ao mesmo tempo. Estes sinais podem apresentar restrições máximas (u_{max} , y_{max}) e mínimas (u_{min} , y_{min}) disponíveis por motivos de segurança e qualidade do produto final como se mostra na equação (3.3). Além destas restrições, também pode-se limitar a identificação do processo a um determinado ponto de operação, simplificando o problema. Esta é a abordagem adotada neste trabalho.

$$\begin{aligned}u_{min} &\leq u(t) \leq u_{max} \\ y_{min} &\leq y(t) \leq y_{max}\end{aligned}\tag{3.3}$$

Excitação persistente na entrada

Um dos pontos importantes na identificação é a escolha de um sinal adequado de excitação, ou sinal persistentemente excitante, o qual deve gerar informações relevantes acerca da dinâmica do processo. Atualmente consideram-se duas características principais em um sinal p.e.: forma de onda do sinal e o espectro de potência. Como restrição, a amplitude do sinal deve estar o mais próximo possível do ponto de operação do processo.

3.1.2 Coleta de dados

A informação do processo é retirada dos dados coletados do processo. Em muitas ocasiões, o intervalo de tempo para a coleta de dados é limitado por situações econômicas ou de operação. A partir das variáveis de entrada e saída escolhidas, a coleta dos dados deve ser feita levando em conta os seguintes critérios: duração do experimento, tempo de amostragem e pré-processamento dos dados.

Duração do experimento

Em um primeiro momento, a duração do experimento deve ser a maior possível, mas, conhecido o tempo de acomodação do processo (T_s), pode-se considerar uma duração do experimento entre 5 a 18 vezes o mesmo. Porém, este intervalo pode mudar, dependendo do número de entradas e a relação sinal/ruído, SNR (do Inglês Signal-to-Noise Ratio). Para um pequeno número de entradas e uma alta SNR pode-se utilizar uma faixa entre 5 a 8 vezes T_s . Na situação oposta, se o número de variáveis manipuladas é muito alto e a SNR for baixa, se utiliza entre 14 a 18 vezes T_s (ZHU, 2001).

Taxa de amostragem

A escolha da taxa de amostragem (T_a) desempenha um papel importante no processo de identificação. A escolha de uma T_a muito baixa pode causar problemas no cálculo numérico. Por exemplo, seja um polo representado no tempo discreto:

$$z_p = e^{kT_a} \quad (3.4)$$

onde k é uma constante que pertence a Z^+ . Avaliando-se a equação (3.4), se T_a tende a zero, gera um polo discreto igual a um, tendo-se um sistema marginalmente estável. Existe na literatura muitos textos que fazem referência à escolha da taxa de amostragem, como (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011), (LJUNG, 1999), (VAN DEN BOSCH; VAN DER KLAUW, 1994), (ZHU, 2001).

Pré-processamento dos dados

Este passo consiste na manipulação dos dados antes de realizar a estimativa dos parâmetros do modelo a ser escolhido. Técnicas de pré-processamento permitem que os

dados estejam livres de ruído, *outliers*⁴, problemas de escala, entre outros. Foram consideradas as seguintes técnicas de pré-processamento:

- Remover *offset*
- Remover os *outliers*
- Normalização dos dados
- Filtragem dos dados
- Redução da taxa de amostragem (*downsampling*).

Em referências como (NATIONAL INSTRUMENTS, 2003) e (ZHU, 2001) são avaliadas estas técnicas de pré-processamento com mais detalhes.

3.1.3 Estrutura do Modelo ($\mathcal{M}$)

A importância de obter uma estrutura do modelo matemático de um processo industrial é que esta possa representar seu comportamento dinâmico da melhor maneira possível. Esta estrutura é determinada dentro de um conjunto de modelos que descrevem adequadamente o processo. Isto pode se tornar um problema difícil devido aos seguintes subproblemas:

- Primeiro, considera-se o tipo de modelo a usar, envolvendo a seleção entre uma estrutura linear ou não-linear.
- Segundo, deve-se levar em conta a dimensão do modelo escolhido, de acordo com o número de variáveis de entrada e saída (sendo estes do tipo SISO ou MIMO).
- Terceiro, com os dois itens anteriores se formula a parametrização do modelo, usando-se algoritmos para estimar seus valores.

⁴ Um *outlier* é uma observação anormal que se encontra distante das outras observações em uma amostra aleatória de uma população.

Mencionados os problemas anteriores e delimitando o campo de aplicação, assume-se que $\mathcal{M}^*$ determina um conjunto de modelos lineares⁵ sobre o qual é baseada a procura do melhor modelo. θ pode ser considerado como um vetor de parâmetros lineares de dimensão finita, para o qual um modelo particular é representado por $\mathcal{M}(\theta)$. O vetor de parâmetros deve estar dentro de um conjunto de possíveis vetores de parâmetros $\mathcal{D}_{\mathcal{M}}$ do modelo escolhido. Definidas as notações anteriores, a estrutura do modelo segue a seguinte função:

$$\mathcal{M}: \mathcal{D}_{\mathcal{M}} \ni \theta \rightarrow \mathcal{M}(\theta) \in \mathcal{M}^* \quad (3.5)$$

Usualmente, a forma geral de representar uma estrutura do modelo estimado e em função de um vetor de parâmetros θ é representada pela equação (3.6).

$$\mathcal{M}(\theta): y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t) \quad (3.6)$$

onde $G(q, \theta)$ é chamado modelo do processo e $H(q, \theta)$ modelo da perturbação, ambos em função de um vetor de parâmetros θ ; $y(t)$ e $u(t)$ são as saídas (com vetor unidimensional ny) e entradas (com vetor unidimensional nu) do processo, respectivamente; $e(t)$ é uma sequência de variáveis aleatórias identicamente distribuídas com média nula (conhecida também como ruído branco).

3.1.4 Critério de identificação $V_N(\theta, Z^N)$

Como ponto de partida, se define o erro de predição, $\varepsilon(t, \theta)$:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t, \theta) \quad (3.7)$$

o qual é a diferença entre a saída real do processo $y(t)$ e a saída predita $\hat{y}(t, \theta)$ do modelo escolhido, $\mathcal{M}(\theta)$. Se a sequência dos erros de predição for suficientemente pequena, o modelo pode ser considerado bom. Mas em alguns casos, o mesmo modelo pode gerar erros que podem ser pequenos, em um instante, e grandes em outros. Também, cabe a

⁵ Um modelo linear deve satisfazer a propriedade de homogeneidade e aditiva do princípio da superposição (OGATA, 1998).

probabilidade que sejam gerados erros positivos e negativos, os quais poderiam ser anulados.

Para evitar estes inconvenientes, formula-se um critério de identificação, que consiste na avaliação matemática da medida do desempenho do modelo estimado mediante a minimização de uma função custo, expressa da seguinte forma:

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N l(\varepsilon(t, \theta)) \quad (3.8)$$

onde $l(\varepsilon(t, \theta))$ é uma norma quadrática ou função escalar; Z^N é um conjunto de dados conhecidos de dimensão N .

Para um caso SISO, a norma quadrática é representada da seguinte forma:

$$l(\varepsilon(t, \theta)) = \frac{1}{2} \varepsilon(t, \theta)^2 \quad (3.9)$$

Esta é uma escolha padrão para facilitar os cálculos e análise computacional. Para o caso MIMO, a norma quadrática é definida da seguinte forma:

$$l(\boldsymbol{\varepsilon}(t, \theta)) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \Lambda^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.10)$$

Com a matriz Λ , se pode ponderar a importância relativa dos componentes em $\varepsilon(t, \theta)$. Quanto menor a função custo, melhor é a capacidade de prever os estados das saídas do processo.

3.1.5 Estimação de parâmetros

O processo para a estimação de parâmetros é dividido em duas formas:

- Identificação *on-line*: Este método consiste na estimação dos parâmetros em tempo real, fazendo uso de procedimentos recursivos.
- Identificação *off-line*: Neste caso, a estimação de parâmetros do modelo escolhido se baseia em um conjunto de dados experimentais coletados (ou série de medidas).

Neste trabalho é desenvolvida uma identificação do tipo *off-line*.

A estimação dos parâmetros do modelo escolhido $\mathcal{M}(\theta)$ consiste em obter um conjunto de valores do vetor θ , empregando um método estatístico, que melhor represente o comportamento do processo.

A partir dos dados experimentais de entrada e saída do processo Z^N , uma estrutura do modelo escolhida $\mathcal{M}^*$ e um possível conjunto de parâmetros $\mathcal{D}_{\mathcal{M}}$, pode ser escrito em uma linguagem formal como a equação (3.11).

$$Z^N \rightarrow \hat{\theta}_N \in \mathcal{D}_{\mathcal{M}} \quad (3.11)$$

onde $\hat{\theta}_N$ é o vetor de parâmetros estimados. Normalmente a estimação destes parâmetros se baseia em um problema de otimização.

Definindo uma função de otimalidade para o vetor de parâmetros, tenta-se minimizar a equação (3.8), o que resulta na minimização do erro do modelo.

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta \in \mathcal{D}_{\mathcal{M}}} V_N(\theta, Z^N) \quad (3.12)$$

onde “*arg min*” é o operador que fornece o argumento que vai minimizar a função custo. De forma geral, esta técnica de estimar os valores de θ é conhecida como *método de erro de predição* PEM (do Inglês Prediction Error Method).

Uma vez formalizado o problema, é possível passar para o cálculo do vetor de parâmetros. A seguir são apresentados os métodos matemáticos para tal finalidade.

Estimador de mínimos quadrados

Uma forma de solucionar a equação (3.12) é mediante o estimador dos mínimos quadrados, LS (do Inglês Least-Square), o qual pertence à família dos PEM.

A saída predita $\hat{y}(t, \theta)$ pode ser escrita como uma regressão linear da seguinte forma:

$$\hat{y}(t, \theta) = \varphi^T(t) \theta \quad (3.13)$$

onde φ^T é um vetor de regressão, composto pelas entradas e saídas medidas até o instante $t - 1$. Substituindo-se as equações (3.8) e (3.13) na equação (3.12), é possível mostrar que a solução do estimador de mínimos quadrados é:

$$\theta_{LS}^* = \arg \min_{\theta \in \mathcal{D}_M} V_N(\theta, Z^N) = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) y(t) \quad (3.14)$$

Avaliando-se o gradiente da função objetivo em relação a θ , uma solução ótima da equação (3.14) pode ser encontrada:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} V_N(\theta) = 0 \quad (3.15)$$

Para sistemas MIMO a solução do estimador LS é:

$$\theta_{LS}^* = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\varphi}(t) \Lambda^{-1} \boldsymbol{\varphi}^T(t) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\varphi}(t) \Lambda^{-1} \mathbf{y}(t) \quad (3.16)$$

Fazendo uma análise das equações obtidas anteriormente, por razões numéricas, a matriz Λ deve de ser quadrada para se obter a matriz inversa. Porém, em algumas situações é possível estimar o inverso de Λ por meio de uma decomposição QR ou de uma decomposição em valores singulares SVD (SVD do Inglês Singular Value Decomposition). Referências como (ANTON; BUSBY, 2003) ou (KAILATH, 1980) dão detalhes sobre estes métodos de decomposição.

Método de variáveis instrumentais

Este método tem como objetivo aproveitar as vantagens do método dos mínimos quadrados e superar suas limitações. O único problema é que deve ser definida uma nova variável chamada *instrumento*. Em primeiro lugar, a equação (3.13) pode ser reescrita adicionando um distúrbio $v(t)$, isto é:

$$\hat{y}(t, \theta) = \varphi^T(t) \theta + v(t) \quad (3.17)$$

Então, define-se $Z(t)$ como uma matriz tal que possua correlação com o vetor de regressão $\varphi(t)$ e pode ou não ter correlação com $v(t)$. Define-se a equação (3.18):

$$\theta_{IV}^* = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) y(t) \quad (3.18)$$

onde os elementos de $Z(t)$ são os instrumentos ou variáveis instrumentais IV (do Inglês Instrumental Variables). Para que o vetor de parâmetros θ_{IV}^* convirja ao vetor de parâmetros verdadeiros θ_0 , deve-se satisfazer as seguintes propriedades:

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) \varphi^T(t) \text{ seja singular} \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z(t) v(t) = 0$$

O que significa que é necessário que a variável instrumental seja fortemente dependente do vetor de regressão $\varphi(t)$, mas independente do ruído.

3.1.6 Validação do modelo

Nesta última etapa, o modelo obtido durante a aplicação dos passos anteriores, é avaliado para verificar se está de acordo com os requisitos do projeto. Como objetivo principal, este modelo deve apresentar comportamento próximo ao comportamento do processo real. A seguir são apresentados alguns critérios para validar um modelo.

Validação mediante simulação

A finalidade deste critério é realizar uma simulação livre no modelo e fazer a comparação com os dados reais do processo. A avaliação deste método é por meio do erro gerado entre os dados reais e os dados obtidos pelo modelo. Se o erro é pequeno implica que foi obtido um bom modelo. Por outro lado, se o erro é grande, é possível que esta diferença tenha sido causada por distúrbio do processo real e não necessariamente por um erro na modelagem.

Validação Cruzada

A validação cruzada é uma técnica amplamente utilizada, pois verifica se o modelo pode reproduzir dados de saída para diferentes sinais de entrada que não foram empregados na estimação. Basicamente, esta técnica considera duas sequências de dados:

- Conjunto de dados para estimação: estes dados são empregados para estimar o modelo.
- Conjunto de dados para validação: a avaliação do modelo é realizada com uma sequência de dados que não foi usada em sua estimação.

Autovalidação

A autovalidação utiliza os mesmos dados da estimação dos parâmetros para avaliar o desempenho do modelo. O problema de se usar este método é que ele produz altos índices de validação, pois o valor da função custo diminui. Isto ocorre porque o modelo estimado está adequado aos dados que foram usados na identificação.

Além dos métodos de validação descritos anteriormente, existem outras formas particulares de avaliar um modelo. Estas são a análise de resíduos e a determinação da dimensão do modelo, que são descritos a seguir.

Análise de Resíduos

O erro, $\varepsilon(t, \theta)$, entre os dados experimentais e os dados simulados pode ser produto de uma má estimação dos parâmetros do modelo ou de não ter sido possível representar a dinâmica do processo. A análise de resíduos consiste em identificar estas proposições.

Idealmente, estes resíduos devem ser independentes da entrada. Caso isto não ocorra, significa que existem componentes em $\varepsilon(t, \theta)$ que dependem do sinal de entrada. Isto significa que o modelo não foi capaz de representar a parte da dinâmica do processo.

Portanto, o método consiste em analisar a correlação cruzada entre o erro de predição e a entrada do sistema, como na equação (3.20).

$$R_{\varepsilon u}(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t) u(t - \tau) \quad (3.20)$$

O modelo será mais preciso quanto mais os termos de $R_{\varepsilon u}$ forem próximos a zero ($\varepsilon(t)$ e $u(t)$ são realmente independentes). Pode-se mostrar também que a equação (3.20) (para valores grandes de N) é uma distribuição normal com média nula e variância:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{\varepsilon}(k) R_u(k) \quad (3.21)$$

onde R_{ε} e R_u são as covariâncias de $\varepsilon(t)$ e $u(t)$, respectivamente.

Determinação da dimensão do modelo

A seleção da ordem do modelo está diretamente relacionada com o número de parâmetros de uma determinada classe de modelo. Esta seleção é usualmente realizada por alguma avaliação do conjunto de dados. Além disso, o conhecimento prévio que se tem do processo permite deduzir um intervalo de ordens para o modelo.

Um método mais simples é avaliar a função perda $V(\theta, Z^N)$, que está vinculada diretamente com a ordem do modelo. Conforme esta ordem aumenta, a função perda diminui até atingir um valor estacionário ou variar lentamente. Outros métodos se baseiam na avaliação de diferentes critérios levando em conta a complexidade do modelo. O critério de análise de complexidade pode ser realizado, adicionando à função perda um termo extra que penalize a complexidade do modelo, a fim de selecionar um modelo simples que minimize o critério. Os critérios a serem analisados são apresentados a seguir.

- Critério de informação de Akaike (AIC): este método permite diminuir a função-perda, aumentando o número de parâmetros. A função objetivo a minimizar é:

$$AIC = \ln[V(\theta, Z^N)] + \frac{2\alpha}{N} \quad (3.22)$$

- Critério FPE (*Final Prediction Error*): este é outro método proposto por Akaike que é representado pela seguinte equação:

$$FPE = \frac{1+\alpha/N}{1-\alpha/N} V(\theta, Z^N) \quad (3.23)$$

- Critério FPEP: este critério é derivado do critério FPE, mas dentro de um horizonte de predição p passos à frente, definido da seguinte maneira (POTTS et al., 2012):

$$FPEP = \frac{1}{N} J_p \frac{1+d_i/N}{1-d_i/N} \quad (3.24)$$

Para os critérios (3.22) e (3.23), α é o número de parâmetros do modelo. Uma propriedade importante para esses critérios é que a ordem do modelo é determinada como resultado do valor mínimo do critério. No último critério, d_i é o número de parâmetros estimados para o i -ésimo modelo MISO, J_p é a função custo para um horizonte de predição p passos à frente e N é o número de amostras.

Indicador para a validação do modelo

Um indicador (ou índice de desempenho) é uma função matemática que define a qualidade do modelo. Em alguns casos, também é utilizado para comparar a similaridade entre a resposta do processo real e os valores de saída do modelo. Segundo (AGUIRRE, 2000), (HAIR et al, 1998) e (LJUNG, 1999) são definidos os seguintes indicadores:

- Erro Quadrático (SE): O SE (do Inglês Square Error) atribui pesos maiores aos erros grandes normalmente presentes nos instantes iniciais e menores para os erros pequenos normalmente nos estados finais. Sua representação matemática é feita por:

$$SE = \sum_{t=1}^N e(t)^2 \quad (3.25)$$

- Média do Erro Quadrático (MSE): a MSE (do Inglês Mean Square Error) é um indicador semelhante ao anterior, mas considerando a média do erro quadrático expressa na seguinte equação:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e(t)^2 \quad (3.26)$$

- Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE): a RMSE (RMSE do Inglês Root Mean Square Error) é o cálculo da raiz do indicador MSE, dado na equação (3.26).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y(t) - \hat{y}(t)]^2} \quad (3.27)$$

Segundo (AGUIRRE, 2000) este índice também pode ser representado da seguinte forma:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^N [y(t) - \hat{y}(t)]^2}}{\sqrt{\sum_{t=1}^N [y(t) - \bar{y}(t)]^2}} \quad (3.28)$$

sendo $\hat{y}(t)$ dados da simulação livre e $\bar{y}(t)$ é o valor médio dos valores medidos $y(t)$.

- *fit*: O MATLAB® conta com um índice de ajuste *fit* (%), o qual é representado pela seguinte expressão:

$$fit(\%) = 100 \cdot \left(1 - \frac{\|y(t) - \hat{y}(t)\|}{\|y(t) - \bar{y}(t)\|}\right) \quad (3.29)$$

onde $\|\cdot\|$ é uma norma euclidiana definida como a raiz da soma dos elementos do vetor elevado ao quadrado.

3.2 Geração dos sinais de excitação

A escolha dos sinais de excitação tem um papel importante na identificação do sistema. Estes sinais são determinados a partir do ponto de operação do processo, além de fornecer informações sobre o comportamento e propriedades. Porém, existe um limite na escolha destes sinais de excitação. Dois aspectos muito importantes são descritos a seguir:

- *Forma do sinal:* a ideia de escolher a forma do sinal é de modo que contenham potência para gerar dados com alto SNR. Na subseção 3.1.1, além de serem descritas algumas restrições na amplitude, considera-se que este sinal não deve excitar a região de não-linearidade do processo. Uma forma de avaliar a potência do sinal de entrada é mediante o fator de Crista, o qual é dado por:

$$C_r = \sqrt{\frac{\max_t u(t)^2}{\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)^2}} \quad (3.30)$$

onde $u(t)$ é um sinal com média nula. Em um processo de identificação, um sinal de entrada ótimo será aquele que tenha o menor fator de Crista possível, respeitando os limites de operação do processo.

- *Espectro de Potência:* de acordo com (LJUNG, 1999), o espectro de potência do sinal de entrada é dependente dos parâmetros a serem estimados. Com base nesta proposição, dois aspectos importantes são considerados: a frequência do sinal de entrada deve estar na mesma faixa de frequência de resposta do processo e a maioria dos processos industriais apresentam características de filtros passa-baixa (VAN DEN BOSCH; VAN DER KLAUW, 1994).

Neste trabalho são projetados dois sinais de entrada para identificação, sendo eles: um sinal que permita fornecer informação previa do processo (um sinal degrau) e outro que forneça parâmetros de estimação ótimos (um sinal GBN).

3.2.1 Sinal degrau

Um degrau é um sinal com variação brusca e derivada infinita. Pela simplicidade, este sinal é muito utilizado na identificação de sistemas, tendo como característica principal a baixa relação sinal/ruído na banda de alta frequência.

A equação representativa deste sinal é da forma:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ u_0, & t \geq 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

onde u_0 é a amplitude do sinal. De acordo com (SÖDERSTROM; STOICA, 1989) um degrau fornece informações como: tempo de acomodação, tempo de subida, constantes de tempo dominantes do processo, sobressinal, ganho estático.

3.2.2 Sinal GBN

Considerando a forma e espectro de potência para estimar os parâmetros da estrutura do modelo escolhido, é preciso projetar um sinal com um fator de Crista baixo. Um sinal p.e. de tipo ruído branco com média nula é ideal para abordar este problema, sendo o GBN uma opção que contém estas qualidades.

O GBN (do Inglês Generalized Binary Noise) é um sinal que apresenta propriedades estocásticas, tendo sido proposto por (TULLEKEN, 1990). O sinal GBN alterna entre dois estados fixos (por exemplo, +a e - a) em pontos discretos no tempo. Esta variação do sinal segue uma distribuição de probabilidade de acordo com a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} P[u(t) = -u(t-1)] &= p_{sw} \\ P[u(t) = u(t-1)] &= 1 - p_{sw} \end{aligned} \tag{3.32}$$

onde p_{sw} é a probabilidade de comutação. Para evitar variações muito rápidas é definido um tempo mínimo de comutação T_{min} , que normalmente é escolhido em uma faixa de 3 a 5 intervalos de amostragem T_a . É definido também o tempo médio de comutação $E(T_{sw})$ (ou em Inglês, *switching time*) dado pela seguinte expressão:

$$E(T_{sw}) = \frac{T_{min}}{p_{sw}} \tag{3.33}$$

Analisando-se a expressão anterior, à medida que a probabilidade de comutação diminui, o tempo médio de comutação aumenta. Outra característica importante que se deve considerar é a relação entre o tempo médio de comutação e o tempo de acomodação, definido da seguinte forma:

$$E(T_{sw}) = \frac{T_s}{n} \tag{3.34}$$

onde o parâmetro n representa um fator de ajuste da frequência do sinal. O tempo médio de comutação é calculado a partir do tempo de acomodação, como foi mostrado na equação (3.33). Se o valor de n aumenta, o tempo médio de comutação diminui.

Um algoritmo para gerar este sinal é apresentado em um fluxograma (ROMANO, 2009), mostrado na Figura 3.3, onde R_i (para $i = 1, 2, \dots, N$) representa uma sequência de números aleatórios independentes e uniformemente distribuídos, com valores entre $[0;1]$. Esta é usada para determinar se deve ocorrer uma mudança de valor no sinal de teste $d(i)$.

Figura 3.3: Fluxograma de geração de sinais GBN.

Deve-se considerar que, para este algoritmo, R_i toma um valor inicial fornecido por uma semente.

3.3.2 Identificação em Malha Fechada

Em muitos processos industriais como os químicos, biológicos, petroquímicos, farmacêuticos, produção de papel, entre outros, os principais motivos de se usar malhas realimentadas é para rejeitar a perturbação indesejada do processo; por outra parte, a maioria dos processos químicos apresenta não-linearidade que prejudica a estabilidade do processo. Por esta razão, uma identificação em malha aberta não pode ser empregada. Portanto, a maioria dos processos industriais operam com estruturas de controle realimentadas. Estas estruturas utilizam a diferença entre o sinal de saída do processo e a referência, gerando um erro para calcular o sinal de controle. Este erro passa por um controlador (linear ou não-linear) que permita regular o comportamento do processo. Além disso, é desejável que o controlador minimize o erro sem perder a estabilidade do processo e também minimize o efeito de perturbações e ruído.

Basicamente, um processo realimentado apresenta o esquema mostrado na Figura 3.4.

Figura 3.4: Diagrama de blocos típico de um sistema realimentado no domínio do tempo.

Na Figura 3.4, $r(t)$ é o sinal de referência constante; $d(t)$ é o sinal de excitação adicional; $u(t)$ é o sinal de controle para o processo; $v(t)$ é uma perturbação externa sendo não correlacionada com $r(t)$; $y(t)$ é a saída do processo. $G_0(q)$ e C são funções de transferência do processo e do controlador, respectivamente.

As equações que representam o processo em malha fechada são:

$$y(t) = \frac{G_0(q)Cr(t)}{1+CG_0(q)} + \frac{v(t)}{1+CG_0(q)} = G_0(q)CS_0r(t) + S_0v(t) \quad (3.35)$$

$$u(t) = \frac{Cr(t)}{1+CG_0(q)} - \frac{Cv(t)}{1+CG_0(q)} = CS_0r(t) - CS_0v(t) \quad (3.36)$$

onde S_0 é definida como a função de sensibilidade

$$S_0 = (1 + CG_0(q))^{-1} \quad (3.37)$$

Considerando as equações anteriores, assume-se que:

- O processo em malha fechada seja estável
- As funções C e G_0 possuam atrasos

Ao realizar a identificação em malha fechada surge um problema que deve ser considerado: o sinal de entrada $u(t)$ apresenta certa correlação com o sinal de distúrbio $v(t)$ e, como consequência, ao aplicar algum método de estimação de parâmetros, como erro na saída ou variáveis instrumentais, é produzido um *bias* na estimação. São analisadas duas formas de obter o modelo do processo:

- A primeira forma é realizar a identificação usando o conjunto de dados $Z^N = [y(1), r(1), \dots, y(N), r(N)]$, o que significa que é identificado o modelo em malha fechada. A partir da equação (3.35) é possível estimar o modelo do processo em malha aberta $G(q, \theta)$.

$$G(q, \theta)_{MF} = G(q, \theta)CS_0 \quad (3.38)$$

onde $G(q, \theta)_{MF}$ é o modelo do processo em malha fechada em função de um vetor de parâmetros θ .

- A segunda forma é realizar a identificação de forma direta da mesma forma que um processo em malha aberta, considerando o conjunto de dados $Z^N = [y(1), u(1), \dots, y(N), u(N)]$. Para compensar o *bias* gerado é ajustado o modelo da perturbação.

3.3 Identificação de Sistemas Multivariáveis

Uma configuração tipo MIMO é vista na indústria como um processo complexo, porque é difícil de encontrar uma expressão matemática que represente a relação entre as variáveis de entrada e saída, pois uma mudança na variável de entrada não afeta necessariamente uma variável de saída, e uma variável de saída pode não depender exclusivamente de uma variável de entrada. Considerando que existem m variáveis de entrada e n variáveis de saída, isto implica que haverá $m \times n$ combinações possíveis entre entradas e saídas.

Com isso em mente, considere um processo tipo MIMO linear e invariante no tempo, expresso da seguinte maneira:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{G}(q)\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (3.39)$$

com a perturbação representada como:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{H}(q)\mathbf{e}(t) \quad (3.40)$$

Além disso, no sistema da equação (3.39), o modelo do processo também pode ser representado por um conjunto de sistemas MISO (do Inglês Multiple-Input Single-Output):

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1m} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix} \quad (3.41)$$
$$y_i = \sum_{j=1}^m G_{ij}u_j$$

Definidas as funções anteriores, y_i e u_j representam as variáveis de saída e entrada, respectivamente, com as dimensões descritas anteriormente; G_{ij} representa a *matriz de transferência generalizada*, onde cada i e j representa um modelo do processo na entrada u_j para a saída y_i ; $\mathbf{e}(t)$ é uma matriz coluna do ruído branco com as componentes

$[e_1(t) \ e_2(t) \ \dots \ e_n(t)]^T$ e a matriz $\mathbf{H}(q)$ representa o modelo da perturbação com uma dimensão $n \times n$.

Para realizar os cálculos na estimação dos modelos do processo e da perturbação, é necessário que o sistema da equação (3.39) seja representado mediante a descrição por frações de matrizes ou MDF (do Inglês *Matrix Fraction Description*) da seguinte forma (ROMANO et al., 2012):

$$\mathbf{G}(q) = \mathbf{F}'(q)\mathbf{B}(q) \quad (3.42)$$

$$\mathbf{H}(q) = \mathbf{D}^{-1}(q)\mathbf{C}(q) \quad (3.43)$$

onde $\mathbf{B}(q)$, $\mathbf{C}(q)$, $\mathbf{D}(q)$ e $\mathbf{F}'(q)$ são matrizes polinomiais com dimensão $n \times m$, $n \times n$, $n \times n$ e $n \times m$, respectivamente. O vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ é composto pelos coeficientes dos polinômios das matrizes anteriores. Para a determinação de $\boldsymbol{\theta}$, define-se, em primeiro lugar, a matriz polinomial $\mathbf{B}(q)$ como:

$$\mathbf{B}(q) = \begin{bmatrix} B_{11}(q) & \dots & B_{1m}(q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1}(q) & \dots & B_{nm}(q) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

para cada $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ e $j \in \{1, 2, \dots, m\}$. Cada elemento da matriz $B_{ij}(q)$ é um polinômio de grau $\mu_{ij} - 1$.

$$B_{ij}(q) = b_{ij}^{(1)}q^{-1} + \dots + b_{ij}^{(\mu_{ij})}q^{-\mu_{ij}} \quad (3.45)$$

A matriz $\mathbf{F}'(q)$ toma a seguinte forma:

$$\mathbf{F}'(q) = \begin{bmatrix} F^{-1}_{11}(q) & F^{-1}_{12}(q) & \dots & F^{-1}_{1n}(q) \\ F^{-1}_{21}(q) & F^{-1}_{22}(q) & \dots & F^{-1}_{2n}(q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F^{-1}_{n1}(q) & \dots & F^{-1}_{nn-1}(q) & F_{nm}(q) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

onde, cada elemento de $F(q)$ é representado por polinômios com grau v_{ij} .

$$F_{ij}(q) = 1 + f_{ij}^{(1)}q^{-1} + \dots + f_{ij}^{(v_{ij})}q^{-v_{ij}} \quad (3.47)$$

Finalmente, as matrizes $\mathbf{C}(q)$, $\mathbf{D}(q)$, são definidas como matrizes diagonais MFD, onde cada elemento da diagonal é um polinômio diferente de zero. Considere a matriz $\mathbf{C}(q)$:

$$\mathbf{C}(q) = \begin{bmatrix} C_{11}(q) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_{11}(q) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & C_{nn}(q) \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

para cada $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ os elementos de $\mathbf{C}(q)$ têm uma forma polinomial de grau α_i da seguinte forma:

$$C_{ii}(q) = 1 + c_{ii}^{(1)} q^{-1} + \cdots + c_{ii}^{(\alpha_i)} q^{-\alpha_i} \quad (3.49)$$

A matriz $\mathbf{D}(q)$ pode ser obtida da forma análoga a $\mathbf{C}(q)$.

Então, definidas as matrizes anteriores e a partir da equação (3.40), a forma de modelos MISO é:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \sum_{j=1}^m F_{1j}^{-1}(q) B_{1j}(q) u_j(t) + \frac{C_{11}(q)}{D_{11}(q)} e_1(t) \\ &\vdots \\ y_n(t) &= \sum_{j=1}^m F_{nj}^{-1}(q) B_{nj}(q) u_j(t) + \frac{C_{nn}(q)}{D_{nn}(q)} e_n(t) \end{aligned} \quad (3.50)$$

em que $y_i(t)$ e $u_j(t)$ são denotados como a i -ésima e j -ésima saída e entrada, respectivamente.

3.3.1 Procedimentos em uma identificação de sistemas multivariáveis

De acordo com a Figura 3.2, uma identificação de sistemas multivariáveis apresenta a mesma estrutura que um sistema SISO, mas com as seguintes variações:

Sinais de excitação: As excitações desenvolvidas para cada entrada não devem apresentar correlação⁶. Isto é importante para que o método de estimação de parâmetros possa determinar a relação de entradas e saídas. Desta forma, é possível estimar uma função de transferência para cada par de entradas e saídas. Caso contrário, não é possível isolar o efeito de cada entrada em cada uma das saídas.

Considerem-se dois sinais de entrada u_1 e u_2 , cuja forma de avaliar sua correlação cruzada é:

$$R(0) = \sum_{i=1}^N u_1(n) \cdot u_2(n) \quad (3.51)$$

onde o valor mínimo de $R(0)$ ($R(0)$ tende a zero) representa uma não correlação dos sinais. Outro fator a ser considerado é a forma de excitar o processo. A seguir são apresentadas algumas alternativas:

- Excitar só uma entrada e avaliar todas as variáveis de saída simultaneamente
- Excitar todas as variáveis de entrada simultaneamente e avaliar só uma variável de saída
- Excitar todas as variáveis de entrada de forma simultânea e avaliar todas as variáveis de saída.

A finalidade destas formas é verificar a contribuição ao excitar uma ou um conjunto de variáveis de entrada, em relação às variáveis de saída.

Por último, os sinais de excitação descritos na seção 3.2 podem ser aplicados para o caso MIMO, mas com o seguinte critério:

- Na aplicação de um sinal tipo degrau, este deve apresentar defasagem em relação aos demais.
- Na excitação usando um sinal GBN, a geração destes sinais deve ser feita com uma semente diferente.

⁶ A não correlação entre os sinais de excitação se deve apresentar só em processos bem condicionados. No caso de processos mal-condicionados, pode existir correlação entre os sinais de excitação.

Desta forma, o critério de identificação e o método de estimação de parâmetros para um sistema multivariável foram descritos nas subseções 3.1.4 e 3.1.5, respectivamente.

3.4 Problemas ao identificar um processo

Pode ocorrer que, na primeira tentativa de se obter um modelo representativo do processo, ele não possa ser validado pelas seguintes razões (ZHU, 2001):

- Os dados coletados não fornecem suficiente informação por falha no procedimento experimental do processo (escolha de variáveis de entrada e saída).
- O sinal p.e. não foi desenvolvido corretamente.
- A estrutura de modelo escolhido não é apropriada para representar o sistema.
- Falhou o procedimento numérico ao encontrar os parâmetros estimados da estrutura do modelo de acordo com o critério de identificação usado.
- O tempo do experimento não foi suficiente.

Ocorrido alguns dos casos anteriores, deve-se realizar um novo experimento com a finalidade de obter um novo modelo mais adequado.

Capítulo 4

Métodos de Identificação para sistemas lineares

4.1 Método de identificação direta

O método de identificação direta DI é uma aplicação simples do PEM, ao conjunto de dados coletados na(s) entrada(s) e saída(s) do processo. Este método é aplicado com ou sem presença de um sinal de referência $r(t)$, isto é, a identificação pode ser feita com o conjunto de dados coletados $Z^N = [y(1), u(1), \dots, y(N), u(N)]$, ignorando a realimentação. Além disso, a identificação também pode ser feita com um conjunto de dados coletados $Z^N = [y(1), r(1), \dots, y(N), r(N)]$, para depois obter o modelo estimado do processo através de uma operação matemática (equação 3.37).

De acordo com a equação (3.6), $G(q, \theta)$ e $H(q, \theta)$ podem ser representados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} G(q, \theta) &= \frac{B(q, \theta)}{A(q, \theta)F(q, \theta)} \\ H(q, \theta) &= \frac{C(q, \theta)}{A(q, \theta)D(q, \theta)} \end{aligned} \tag{4.1}$$

sendo A , B , C , D e F polinômios definidos pelas seguintes equações:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \tag{4.2}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{n_b-1} q^{-n_b} \quad (4.3)$$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \quad (4.4)$$

$$D(q) = 1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2} + \dots + d_{n_d} q^{-n_d} \quad (4.5)$$

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \dots + f_{n_f} q^{-n_f} \quad (4.6)$$

onde n_a , n_c , n_d e n_f são os graus dos polinômios $A(q)$, $C(q)$, $D(q)$ e $F(q)$ respectivamente e $n_b - 1$ é o grau do polinômio $B(q)$.

A Figura 4.1 mostra um modelo linear que fornece a parte determinística e estocástica de um sistema dinâmico.

Figura 4.1: Diagrama de blocos das estruturas de modelos formados pelos polinômios A , B , C , D e F .

Na Figura 4.1, se observa que podem ser gerados 32 conjuntos de estruturas diferentes de modelos com a combinação dos polinômios anteriores. Apresenta-se a Tabela 4.1 como resumo das estruturas comumente empregadas (LJUNG, 1999).

Tabela 4.1: Estruturas de modelos comumente usadas.

Polinômio usado na equação (4.1)	Nome da estrutura do modelo
B	FIR (<i>finite impulse response</i>)
A, B	ARX
A, B, C	ARMAX
B, F	OE (<i>output error</i>)
B, C, D, F	BJ (<i>Box-Jenkins</i>)

4.1.1 Estrutura ARX

A estrutura ARX (do inglês *AutoRegressive with eXogenous input*) faz referência a duas componentes: a parte auto-regressiva (AR) e uma entrada adicional (X) também conhecida como variável exógena. A equação representativa da estrutura ARX é mostrada a seguir:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) = b_1 u(t-1) + b_2 u(t-2) + \dots + b_{n_b-1} u(t-n_b+1) \quad (4.7)$$

cujo vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ representam os coeficientes da função de transferência discreta e é dado por:

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_{n_a} \hat{b}_1 \dots \hat{b}_{n_b}]^T \quad (4.8)$$

4.1.2 Estrutura ARMAX

A estrutura ARMAX (do inglês *AutoRegressive Moving Average with eXogenous input*) apresenta a vantagem de se utilizar um polinômio $\hat{C}(q)$, conhecido como media móvel do ruído branco, a fim de descrever as propriedades do modelo da perturbação conforme mostra a equação a seguir:

$$\hat{A}(q)y(t) = \hat{B}(q)u(t) + \hat{C}(q)e(t) \quad (4.9)$$

e cujo vetor de parâmetros do modelo discreto $\hat{\theta}$, podem ser ajustados, é dado por:

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_{n_a} \hat{b}_1 \dots \hat{b}_{n_b} \hat{c}_1 \dots \hat{c}_{n_c}]^T \quad (4.10)$$

4.1.3 Estrutura de Erro na Saída (OE)

Uma forma de representar as funções de transferência de forma independente é através da estrutura de modelo OE (do inglês *Output Error*), o qual é representada pela seguinte forma:

$$e_{OE}(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \frac{\hat{B}(q)}{\hat{F}(q)} u(t) \quad (4.11)$$

onde $\hat{y}(t)$ é a saída não perturbada calculada pelo modelo de função de transferência $\frac{\hat{B}(q)}{\hat{F}(q)}$.

Para esta estrutura de modelo, o vetor de parâmetros a serem estimados é:

$$\hat{\theta} = [\hat{f}_1 \dots \hat{f}_{n_f} \hat{b}_1 \dots \hat{b}_{n_b}]^T \quad (4.12)$$

4.1.4 Estrutura de Box-Jenkins

A estrutura de Box-Jenkins (BJ) é uma estrutura baseada no erro na saída adicionando ao modelo, as propriedades do ruído na saída. As funções de transferência do modelo do processo e da perturbação são parametrizadas de forma independente como funções racionais. A estrutura BJ está representada na equação a seguir:

$$y(t) = \frac{\hat{B}(q)}{\hat{F}(q)} u(t) + \frac{\hat{C}(q)}{\hat{D}(q)} e(t) \quad (4.13)$$

Neste caso o vetor de parâmetros a serem estimados fica:

$$\hat{\theta} = [\hat{f}_1 \dots \hat{f}_{n_f} \hat{b}_1 \dots \hat{b}_{n_b} \hat{c}_1 \dots \hat{c}_{n_c} \hat{d}_1 \dots \hat{d}_{n_d}]^T \quad (4.14)$$

4.2 Método Assintótico

A teoria assintótica foi desenvolvida por (LJUNG, 1985) e (LJUNG; YUAN, 1985). A partir disto, o método assintótico foi implementado pela primeira vez por (ZHU, 2001). O objetivo deste método é realizar a identificação de sistemas para processos SISO ou MIMO que serão utilizados em controladores MPC.

Uma vantagem do método ASYM é sua forma sistemática em realizar o processo de identificação, isto é, permite uma classificação dos procedimentos de identificação para estimar o modelo a fim de obter-se um ótimo desempenho. Caso contrário, deve-se repetir o processo de identificação.

Como primeiro ponto, apresenta-se a seguir o fundamento matemático da teoria assintótica.

4.2.1 Teoria Assintótica

Consideram-se os modelos reais do processo e da perturbação, $G^o(q)$ e $H^o(q)$ respectivamente, definidos como:

$$G^o(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k^o q^{-k} \quad (4.15)$$

$$H^o(q) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k^o q^{-k} \quad (4.16)$$

com g_k^o e h_k^o são os coeficientes das respostas ao impulso dos modelos reais do processo e da perturbação, respectivamente. Então, os modelos anteriores podem ser descritos no domínio da frequência da seguinte forma:

$$G^o(e^{i\omega}) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k^o e^{-i\omega} \quad \text{com} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (4.17)$$

$$H^o(e^{i\omega}) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k^o e^{-i\omega} \quad \text{com} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (4.18)$$

Considerando os dados coletados $Z^N = [y(1), u(1), \dots, y(N), u(N)]$, a teoria assintótica afirma que, na estimação do modelo do processo com ordem desconhecida, é

necessário coletar um número elevado de dados, isto é, que N tenda ao infinito. Sendo assim, a ordem do modelo n tende ao infinito e, como consequência, a ordem do modelo está em função do número de amostras $n = n(N)$. Isto pode ser formalmente expresso da seguinte forma:

$$n(N) \rightarrow \infty \quad \text{quando} \quad N \rightarrow \infty \quad (4.19)$$

$$\frac{n^2(N)}{N} \rightarrow \infty \quad \text{quando} \quad N \rightarrow \infty \quad (4.20)$$

Como resultado em (LJUNG, 1985), dadas as equações (4.19) e (4.20), suponha que o modelo obtido tenda para o processo real:

$$\begin{bmatrix} \hat{G}_N^n(e^{i\omega}) \\ \hat{H}_N^n(e^{i\omega}) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} G^o(e^{i\omega}) \\ H^o(e^{i\omega}) \end{bmatrix} \quad \text{com probabilidade 1 quando } N \rightarrow \infty \quad (4.21)$$

onde $\hat{G}_N^n$ e $\hat{H}_N^n$ são as respostas em frequência dos modelos estimados do processo e da perturbação, respectivamente.

Da equação (4.21), percebe-se que os modelos estimados do processo e da perturbação tendem ao processo real quando N tende ao infinito. Define-se também a equação (4.22):

$$\sqrt{N} \begin{bmatrix} \hat{G}_N^n(e^{i\omega}) - E\hat{G}_N^n(e^{i\omega}) \\ \hat{H}_N^n(e^{i\omega}) - E\hat{H}_N^n(e^{i\omega}) \end{bmatrix} \rightarrow AsN(0, P_n(\omega)) \quad \text{quando } N \rightarrow \infty \quad (4.22)$$

onde o erro do modelo, para cada frequência, tende a uma distribuição assintoticamente normal com média nula e probabilidade $P_n(\omega)$, sendo esta última expressa da seguinte forma:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} P_n(\omega) = \Phi_v(\omega) \Phi^{-1}(\omega) \quad \text{e,} \quad (4.23)$$

$$\Phi(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_u(\omega) & \Phi_{eu}(\omega) \\ \Phi_{ue}(\omega) & R \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\Phi_v(\omega) = |H^o(e^{i\omega})|^2 R \quad (4.25)$$

sendo:

$\Phi_u(\omega)$: espectro de potência do sinal de entrada.

$\Phi_{eu}(\omega)$: espectro de potência cruzado entre o sinal de ruído branco e o sinal de entrada.

$\Phi_{ue}(\omega)$: espectro de potência cruzado entre o sinal de entrada e o sinal de ruído branco.

R : variância do sinal de ruído branco.

$\Phi_v(\omega)$: espectro de potência da perturbação.

Por outra parte, a variância assintótica dos modelos estimados do processo e da perturbação podem ser calculados a partir das equações (4.23) - (4.25).

$$var[\hat{G}_N^n(e^{i\omega})] \approx \frac{n}{N} \frac{\Phi_v(\omega)R}{\Phi_u(\omega)R - |\Phi_{ue}(\omega)|^2} \quad (4.26)$$

$$var[\hat{H}_N^n(e^{i\omega})] \approx \frac{n}{N} \frac{\Phi_v(\omega)\Phi_u(\omega)}{\Phi_u(\omega)R - |\Phi_{ue}(\omega)|^2} \quad (4.27)$$

4.2.2 Identificação de sistemas através do método ASYM

O método ASYM proposto por (ZHU, 2001), deve ser executado de forma sistemática, em quatro passos: o teste de identificação, a estimação de parâmetros, a seleção da ordem e da estrutura do modelo e, finalmente, a validação do modelo.

Como breve resumo, este método consiste, em primeiro lugar, em estimar um modelo de alta ordem, o qual deve apresentar uma resposta em frequência que tende a ser igual à do processo real. Com o modelo de alta ordem estimado, faz-se a redução da ordem desse modelo, buscando reduzir a variância em função da ordem elevada, aplicando o critério assintótico a fim de encontrar o melhor modelo com ordem reduzida. Finalmente, é feita a etapa de validação do modelo reduzido. A seguir são apresentados os passos do método ASYM.

Teste de identificação

Esta etapa consiste no planejamento do processo de identificação, considerando os critérios das subseções 3.1.1 e 3.1.2, sendo os mais importantes o sinal p.e. e a coleta de dados. O desenvolvimento de um sinal p.e. deve ser ótimo a fim de estimar um modelo de alta ordem, levando em conta que o espectro de potência seja positivo e a frequência esteja no intervalo $\pm\pi$.

$$\Phi_r(\omega) > 0 \quad \text{para} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (4.28)$$

Na coleta de dados, a teoria assintótica considera que $N \rightarrow \infty$, o que na prática é impossível de realizar. Opta-se então por coletar a maior quantidade de dados possível do processo. O tempo para a coleta de dados pode ser assumido de acordo à subseção 3.1.2.

Estimação de parâmetros do modelo de alta ordem

Um modelo de alta ordem é estimado de tal forma que sua resposta em frequência tenda à resposta em frequência do processo real, de acordo com a equação (4.21). O modelo estimado deve convergir a um mínimo global para qualquer valor de n e N , considerando que as propriedades assintóticas do modelo estimado não dependem da estrutura.

De acordo com o parágrafo anterior, opta-se por escolher uma estrutura ARX (com os polinômios estimados $\hat{A}_N^n(q)$ e $\hat{B}_N^n(q)$) pela vantagem que possui para reduzir a ordem. A redução da ordem do modelo é apresentada a seguir.

Redução do modelo

Considerando a equação (4.26), pode-se observar que a variância do modelo estimado do processo é proporcional a sua ordem, como consequência, uma redução da ordem diminui sua variância. Também, um modelo paramétrico com ordem reduzida permite seu uso em um controlador.

Um método para reduzir a ordem do modelo em estruturas ARX foi proposto por (WAHLBERG, 1989) através do método da máxima verossimilhança assintótica. Este

método consiste em filtrar os sinais de entrada e saída do modelo de alta ordem, onde este filtro corresponde ao inverso da variância do mesmo. A aplicação deste método é conhecida como a minimização da função da verossimilhança logarítmica aplicada aos modelos estimados de processo e da perturbação, respectivamente, sendo expressas da seguinte forma:

$$V_G = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{G}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{G}^l(e^{i\omega})|^2 \frac{\Phi_u(\omega)\hat{R} - |\hat{\Phi}_{ue}(\omega)|^2}{\hat{\Phi}_v(\omega)\hat{R}} d\omega \quad (4.29)$$

$$V_H = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{H}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{H}^l(e^{i\omega})|^2 \frac{\Phi_u(\omega)\hat{R} - |\hat{\Phi}_{ue}(\omega)|^2}{\hat{\Phi}_v(\omega)\Phi_u(\omega)} d\omega \quad (4.30)$$

$$V = V_G + V_H \quad (4.31)$$

sendo:

$\hat{G}^l(e^{i\omega})$: resposta em frequência do modelo estimado do processo com ordem reduzida.

$\hat{H}^l(e^{i\omega})$: resposta em frequência do modelo estimado da perturbação com ordem reduzida.

$\hat{\Phi}_v(\omega)$: espectro de potência do sinal de perturbação estimado a partir do modelo com alta ordem.

$\hat{R}$: variância estimada do sinal de ruído branco do sinal da perturbação utilizado no modelo com alta ordem.

$\hat{\Phi}_{ue}(\omega)$: espectro de potência cruzado entre o sinal de entrada e a perturbação obtida do modelo de alta ordem.

e com:

$$\hat{\Phi}_v(\omega) = |\hat{H}_N^n(e^{i\omega})|^2 \hat{R} \quad (4.32)$$

A equação (4.29) e (4.30) representam as minimizações dos erros dos modelos estimados do processo e da perturbação, respectivamente.

No caso de um processo onde não exista correlação entre o sinal de entrada e o ruído branco, o espectro de potência cruzado entre estes duas é $\hat{\Phi}_{ue}(\omega) = 0$. Então, a minimização dos erros é apresentada nas seguintes equações:

$$V_G = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{G}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{G}^l(e^{i\omega})|^2 \frac{\Phi_u(\omega)}{\hat{\Phi}_v(\omega)} d\omega \quad (4.33)$$

$$V_H = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{H}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{H}^l(e^{i\omega})|^2 \frac{1}{|\hat{H}_N^n(e^{i\omega})|^2} d\omega \quad (4.34)$$

Com as equações (4.33) e (4.34), (ZHU, 2001) propôs um algoritmo de minimização não-linear através do método OE, que é descrito na Figura 4.2.

Figura 4.2: Algoritmo não-linear para a minimização da função custo utilizado na redução do modelo através do método OE.

Avaliando as funções V_{oeG}^N e V_{oeH}^N , supondo-se que o número de amostras tenda ao infinito $N \rightarrow \infty$, aplicando-se a identidade de Parseval, obtém-se como resultado:

$$V_{oeG}^\infty = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{G}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{G}^l(e^{i\omega})|^2 \frac{\Phi_u(\omega)}{|\hat{H}_N^n(e^{i\omega})|^2} d\omega \quad (4.35)$$

$$V_{oeH}^{\infty} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{H}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{H}^l(e^{i\omega})|^2 \frac{1}{|\hat{H}_N^n(e^{i\omega})|^2} d\omega \quad (4.36)$$

Observando-se as equações (4.35) e (4.36), nota-se que elas são equivalentes às funções de verossimilhança logarítmica negativa das equações (4.33) e (4.34), respectivamente.

Finalizada a redução da ordem, deve ser escolhida uma estrutura de modelo que permita flexibilidade para o desenvolvimento de um controlador, sendo estas do tipo ARMAX ou BJ.

Seleção da ordem do modelo

Na seleção da ordem do modelo, o método ASYM propõe que a diferença entre as respostas em frequência do modelo estimado de alta ordem e do modelo de ordem reduzida seja aproximadamente igual à variância do modelo de alta ordem. Isto pode ser formalizado como é mostrado na equação (4.37).

$$|\hat{G}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{G}^l(e^{i\omega})| \approx \frac{n}{N} \frac{\hat{\Phi}_v(\omega)\hat{R}}{\Phi_u(\omega)\hat{R} - |\hat{\Phi}_{ue}(\omega)|^2} \quad (4.37)$$

Para a escolha da ordem ótima do modelo é usado o critério assintótico ASYC, o qual permite a minimização da equação (4.37):

$$ASYC = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| |\hat{G}_N^n(e^{i\omega}) - \hat{G}^l(e^{i\omega})|^2 - \frac{n}{N} \frac{\hat{\Phi}_v(\omega)\hat{R}}{\Phi_u(\omega)\hat{R} - |\hat{\Phi}_{ue}(\omega)|^2} \right| d\omega \quad (4.38)$$

Na obtenção da ordem ótima, o índice ASYC deve tender a zero. O mesmo critério pode ser empregado para estimar a ordem do modelo da perturbação.

Validação do modelo usando o limite superior do erro

Nesta última etapa, a teoria assintótica avalia os erros gerados pelo modelo real do processo e o modelo estimado de alta ordem. Estes erros apresentam uma distribuição assintoticamente normal com a variância do modelo do processo.

$$|G^o(e^{i\omega}) - \hat{G}_N^n(e^{i\omega})| \leq 3 \sqrt{\frac{n}{N} \frac{\hat{\Phi}_v(\omega)\hat{R}}{\Phi_u(\omega)\hat{R} - |\hat{\Phi}_{ue}(\omega)|^2}} \quad \text{com probabilidade de 99,99\%} \quad (4.39)$$

Também o limite superior pode ser avaliado usando o modelo estimado de ordem reduzida $\hat{G}^l(e^{i\omega})$, isto porque este último reduz o erro no modelo.

$$|G^o(e^{i\omega}) - \hat{G}^l(e^{i\omega})| \leq 3 \sqrt{\frac{n}{N} \frac{\hat{\Phi}_v(\omega)\hat{R}}{\Phi_u(\omega)\hat{R} - |\hat{\Phi}_{ue}(\omega)|^2}} \quad \text{com probabilidade maior que 99,99\%} \quad (4.40)$$

Na validação se deve considerar a equação (4.40), por apresentar características mais conservativas.

4.2.3 Teoria assintótica para sistemas MIMO

Considerando as equações (3.38) e (3.39) para os modelos reais do processo e da perturbação, respectivamente, eles podem ser representados através da resposta em frequência da seguinte forma:

$$G^o(e^{i\omega}) = \sum_{k=1}^{\infty} G_k^o e^{-i\omega k} \quad (4.41)$$

$$H^o(e^{i\omega}) = \sum_{k=1}^{\infty} H_k^o e^{-i\omega k} \quad (4.42)$$

A teoria assintótica para sistemas MIMO possui uma estrutura equivalente aos sistemas SISO, mas com as modificações apresentadas a seguir.

Quanto ao sinal p.e.

Este deve cumprir a seguinte condição:

$$\sigma_{\min}[\Phi_u(\omega)] > 0 \quad \text{para} \quad -\pi < \omega < \pi \quad (4.43)$$

onde $\sigma_{\min}[\cdot]$ é denotado como o menor valor singular da matriz dada.

Quanto ao mínimo global

Estas são obtidas da seguinte forma:

$$[\hat{\mathbf{G}}_N^n(e^{i\omega}), \hat{\mathbf{H}}_N^n(e^{i\omega})] \rightarrow [\mathbf{G}^o(e^{i\omega}), \mathbf{H}^o(e^{i\omega})] \text{ com probabilidade 1 quando } N \rightarrow \infty \quad (4.44)$$

$$\text{col } \sqrt{N}[\hat{\mathbf{G}}_N^n(e^{i\omega}), \hat{\mathbf{H}}_N^n(e^{i\omega})] \rightarrow N(0, \mathbf{P}_n(\omega)) \text{ quando } N \rightarrow \infty \quad (4.45)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbf{P}_n(\omega) = [\Phi(\omega)]^{-T} \otimes \Phi_v(\omega) \quad (4.46)$$

$$\Phi(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_u(\omega) & \Phi_{eu}(\omega) \\ \Phi_{ue}(\omega) & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$\Phi_v(\omega) = \mathbf{H}^o(e^{i\omega}) \mathbf{R} \mathbf{H}^o(e^{i\omega}) \quad (4.48)$$

onde $\hat{\mathbf{G}}_N^n(e^{i\omega})$ e $\hat{\mathbf{H}}_N^n(e^{i\omega})$ são os modelos estimados do processo e da perturbação, respectivamente; $\mathbf{R}$ é a covariância do ruído branco; $\text{col}(\cdot)$ é denotado como o operador coluna em uma matriz; $(\cdot)^{-T}$ é a inversa e transposta de uma matriz; $\otimes$ é descrito como o produto de Kronecker⁷.

Na aplicação do método assintótico, o procedimento de identificação para sistemas MIMO mantém a mesma estrutura que os sistemas SISO, a menos dos itens que se seguem.

Quanto à estimação de parâmetros

Considera-se os modelos estimados $\hat{\mathbf{G}}_N^n(e^{i\omega})$ e $\hat{\mathbf{H}}_N^n(e^{i\omega})$ da estrutura ARX de alta ordem. Define-se também o espectro da perturbação estimada como:

$$\hat{\Phi}_v(\omega) = \hat{\mathbf{A}}_N^{-1}(e^{i\omega}) \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{A}}_N^{-T}(e^{-i\omega}) \quad (4.49)$$

onde $\hat{\mathbf{R}}$ é a covariância estimada e $\hat{\mathbf{A}}_N$ é o polinômio da estrutura ARX de alta ordem.

⁷ O produto de Kronecker, também denominado produto direto é definido da seguinte forma: dadas as matrizes A e B, de ordem $m \times n$ e $p \times q$, respectivamente, o produto de Kronecker entre A e B é a matriz de ordem $mp \times nq$ obtida através de:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = [a_{ij} \cdot \mathbf{B}], i \in 1:m, j \in 1:n$$

Quanto à redução do modelo

A redução do modelo através da máxima verossimilhança assintótica pode ser avaliada através da forma diagonal do modelo MIMO, desacoplando-o em p modelos MISO. Considerando os modelos do processo real e estimado com entradas (i, j) de $\hat{\mathbf{G}}_N^n(e^{i\omega})$ e $\mathbf{G}^o(e^{i\omega})$ respectivamente, se sabe pela teoria assintótica que a estimação da alta ordem e a função de transferência do processo é independente, então para cada função segue uma distribuição gaussiana com a seguinte variância:

$$\text{var}[\hat{\mathbf{G}}_{ij}^n(e^{i\omega})] \approx \frac{n}{N} [\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\omega)]_{jj} \boldsymbol{\Phi}_{v_i}(\omega) \quad (4.50)$$

considerando a $[\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\omega)]_{jj}$ como entrada (j, j) de $\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\omega)$; $\boldsymbol{\Phi}_{v_i}(\omega)$ é o espectro de potência de $v_i(t)$.

Com a variância definida, calcula-se a função de verossimilhança logarítmica negativa para cada submodelo:

$$V_i = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\hat{\mathbf{G}}_{ij}^n(e^{i\omega}) - \hat{\mathbf{G}}_{ij}^l(e^{i\omega})|^2 \frac{1}{[\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\omega)]_{jj} \boldsymbol{\Phi}_{v_i}(\omega)} d\omega \quad (4.51)$$

no qual é válido aplicar o mesmo algoritmo de minimização não-linear descrito na Figura 4.2 para o modelo do processo e da perturbação, respectivamente.

Quanto à seleção da ordem do modelo

Para a redução do modelo se faz uso da forma diagonal. Define-se l_i como a ordem do i -ésimo modelo MISO, então a matriz $[l_1, l_2 \dots l_p]$ determina a estrutura da forma diagonal do modelo MIMO. O critério assintótico (índice ASYC) para sistemas MIMO é apresentado na equação (4.52).

$$\mathbf{ASYC}_i = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \hat{\mathbf{G}}_{ij}^n(e^{i\omega}) - \hat{\mathbf{G}}_{ij}^l(e^{i\omega}) \right|^2 - \frac{n}{N} [\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\omega)]_{ii} \boldsymbol{\Phi}_{v_j}(\omega) d\omega \quad (4.52)$$

Quanto à validação do modelo

Define-se a matriz do limite superior para cada sistema MISO:

$$\Delta_{ij} = \mathbf{G}_{ij}^o(e^{i\omega}) - \widehat{\mathbf{G}}_{ij}^l(e^{i\omega}) \quad (4.53)$$

então da mesma forma que para a equação (4.51):

$$\mathbf{G}_{ij}^o(e^{i\omega}) - \widehat{\mathbf{G}}_{ij}^l(e^{i\omega}) \leq 3 \sqrt{\frac{n}{N} [\Phi^{-1}(\omega)]_{ii} \Phi_{v_j}(\omega)} \text{ com probabilidade } 99,99\% \quad (4.54)$$

Esta análise permite avaliar a robustez e estabilidade do modelo obtido. Se o modelo passa no teste de validação, pode-se projetar o controlador com o modelo obtido, caso contrário, deve-se refazer o teste de identificação.

4.3 Métodos MRI

Considerando as equações (3.4) e (3.10) e substituindo na equação (3.3), a equação (4.55) representa a predição da saída um passo à frente $\hat{y}(t|t-1, \theta)$ desenvolvida por (LJUNG, 1999).

$$\hat{y}(t|t-1, \theta) = H^{-1}(q, \theta)G(q, \theta)u(t) + [1 - H^{-1}(q, \theta)]y(t) \quad (4.55)$$

Esta equação fornece um modelo estimado ótimo, mas só para predições um passo à frente. Em aplicações para MPC, o modelo estimado deve gerar predições confiáveis sobre um amplo horizonte de predição. Este tipo de modelo, com amplo horizonte de predição, pode ser obtido usando algoritmos de identificação relevante para MPC, MRI. De acordo com (GOPALUNI et al, 2004) e (SHOOK et al, 1991), a estimação de parâmetros através da função objetivo baseada nas predições múltiplos passos à frente fornece, geralmente, melhores modelos para aplicações com MPC. Esta função objetivo e os algoritmos MRI são desenvolvidos para sistemas MIMO (considerar as equações da seção 3.3).

Define-se, como primeiro ponto, a matriz filtro com dimensão $n \times n$:

$$\mathbf{W}_p(q, \theta) \triangleq \left(\sum_{l=0}^{k-1} h(l)q^{-l} \right) \mathbf{H}^{-1}(q, \theta) \quad (4.56)$$

com:

$$\mathbf{L}_p(q, \theta) \triangleq \sum_{i=0}^{k-1} h(i)q^{-i} \quad (4.57)$$

onde $h(l)$ é o l -ésimo coeficiente da resposta ao impulso de $\mathbf{H}(q, \theta)$.

De acordo com (LJUNG, 1999), o preditor p passos à frente do vetor de saída pode ser expresso como:

$$\hat{\mathbf{y}}(t + p|t, \theta) = \mathbf{W}_p(q, \theta)\mathbf{G}(q, \theta)\mathbf{u}(t + p) + [\mathbf{I} - \mathbf{W}_p(q, \theta)]\mathbf{y}(t + p) \quad (4.58)$$

sendo $\mathbf{I}$ a matriz identidade e com a equação (4.56) o erro de predição p passos à frente é:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}(t + p|t, \theta) &= \mathbf{y}(t + p) - \hat{\mathbf{y}}(t + p|t, \theta) \\ &= \mathbf{W}_p(q, \theta)(\mathbf{y}(t + p) - \mathbf{G}(q, \theta)\mathbf{u}(t + p)) \end{aligned} \quad (4.59)$$

Para as equações (4.55)-(4.58) a escolha do critério de otimização para a estimação de parâmetros é mediante a função-custo para as predições em um amplo horizonte de predição:

$$\mathbf{J}_{multi}(P, \theta) = \sum_{p=1}^P \sum_{t=0}^{N-p} \|\boldsymbol{\varepsilon}(t + p|t, \theta)\|_2^2 \quad (4.60)$$

onde $\|\cdot\|_2$ é a chamada norma l_2 ou norma euclidiana. A função $\mathbf{J}_{multi}(P, \theta)$ quantifica o erro mínimo quadrático baseado num intervalo de predição de 1 a P passos à frente, considerando um conjunto de dados de dimensão N .

4.3.1 Algoritmo MPEM

O algoritmo MPEM (do Inglês Multistep Prediction Error Method) foi proposto por (HUANG; WANG, 1999), baseado em métodos de pré-filtro. A vantagem deste método é que permite estimar seu próprio modelo da perturbação. Para o desenvolvimento do algoritmo MPEM, primeiro deve ser calculado este pré-filtro.

Considerando a equação (4.60), ela pode ser reescrita substituindo-se as equações (4.56), (4.57) e (4.59), dando como resultado a equação (4.61).

$$J_{multi}(P, \theta) = \sum_{p=1}^P \sum_{t=0}^{N-P} \left(\frac{L_p(q, \theta)}{H(q, \theta)} (\mathbf{y}(t+p) - \mathbf{G}(q, \theta) \mathbf{u}(t+p)) \right)^2 \quad (4.61)$$

Define-se $\tilde{\mathbf{G}}(q, \theta)$ como a diferença entre o modelo do processo real e estimado.

$$\tilde{\mathbf{G}}(q, \theta) = \mathbf{G}(q) - \mathbf{G}(q, \theta) \quad (4.62)$$

Logo, substituindo a equação (4.62) em (4.61) e, realizando operações matemáticas, dá como resultado a equação (4.63).

$$J_{multi}(P, \theta) = \sum_{p=1}^P \sum_{t=0}^{N-P} \left(\frac{L_p(q, \theta)}{H(q, \theta)} \left([\tilde{\mathbf{G}}(q, \theta) \quad \mathbf{H}(q)] \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t+p) \\ \mathbf{e}(t+p) \end{bmatrix} \right) \right)^2 \quad (4.63)$$

Aplicando à equação (4.63) o teorema de Parseval, assumindo que $N \rightarrow \infty$ e realizando operações matemáticas, obtém-se como resultado a equação (4.64).

$$J_{multi}(P, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sum_{p=1}^P |L_p(e^{j\omega}, \theta)|^2}{|H(e^{j\omega}, \theta)|^2} ([\tilde{\mathbf{G}}(e^{j\omega}, \theta) \quad \mathbf{H}(e^{j\omega})]) x \quad (4.64)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_u(\omega) & \Phi_{eu}(\omega) \\ \Phi_{ue}(\omega) & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}(e^{-j\omega}, \theta) \\ \mathbf{H}(e^{-j\omega}) \end{bmatrix} d\omega$$

Da equação (4.64) pode ser obtido o filtro para múltiplos passos à frente, representado pela equação (4.65).

$$\mathbf{W}_{multi}(e^{j\omega}, \theta) = \frac{\sum_{p=1}^P |L_p(e^{j\omega}, \theta)|^2}{|H(e^{j\omega}, \theta)|^2} \quad (4.65)$$

com o pré-filtro:

$$L_{multi}(e^{j\omega}, \theta) = \sum_{p=1}^P |L_p(e^{j\omega}, \theta)|^2 \quad (4.66)$$

Para predições um passo à frente, $L_{multi}(e^{j\omega}, \theta)$ toma valor igual a 1. A importância deste pré-filtro é fornecer um modelo adequado para as estimações múltiplos passos à frente. Finalmente, a Figura 4.3 representa o algoritmo MPEM.

Figura 4.3: Algoritmo MPEM baseado na forma diagonal MFD.

O algoritmo MPEM, inicialmente, fixa o modelo da perturbação para estimar o pré-filtro. Este algoritmo é baseado na forma diagonal MFD para estimar os parâmetros do processo MIMO, tratando de forma independente um conjunto de modelos MISO.

4.3.2 Algoritmo MRI de dois passos

Este algoritmo, proposto em (GOPALUNI et al., 1998), determina que o modelo do processo é representado através de uma estrutura FIR de alta ordem. Isto é feito a fim de que o erro do *bias* seja insignificante. Para o modelo da perturbação, este deve ser calculado com o objetivo de minimizar o erro da variância.

Considerando que a estimação do modelo do processo e da perturbação pode ser feita de forma separada, então estes modelos são definidos da seguinte forma:

$$\mathbf{G}(q, \theta) = \mathbf{B}(q) \quad (4.67)$$

$$H_{ii}(q, \eta_i) = \frac{C_{ii}(q)}{D_{ii}(q)} = \frac{1 + c_{ii}^{(1)} q^{-1} + \dots + c_{ii}^{(\alpha_i)} q^{-\alpha_i}}{1 + d_{ii}^{(1)} q^{-1} + \dots + d_{ii}^{(\beta_i)} q^{-\beta_i}} \quad (4.68)$$

onde η_i é o vetor de parâmetros estimados do modelo da perturbação; α_i e β_i correspondem aos graus polinomiais de $C_{ii}(q)$ e $D_{ii}(q)$, respectivamente e o modelo do processo estimado corresponde a uma estrutura FIR.

Como mencionado anteriormente, define-se a equação (4.69) da seguinte forma:

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^m B_{ij}(q) u_j(t) + v_i(t) \quad (4.69)$$

Finalmente, substituindo a equação (4.56) e as equações (4.67)-(4.69) na equação (4.59), obtém-se como resultado:

$$\varepsilon_i(t + p|t, \theta) = \left(\sum_{l=1}^{p-1} h_i(l) q^{-l} \right) \frac{D_{ii}(q)}{C_{ii}(q)} v_i(t) \quad (4.70)$$

Expandindo-se a equação (4.72):

$$\varepsilon_i(t + p|t, \theta) = v_i(t + p) + h_i(1)v_i(t + p - 1) + \dots + h_i(p - 1)v_i(t + 1)$$

$$\begin{aligned}
& -c_{ii}^{(1)} \varepsilon_i(t + p - 1|t, \theta) - \dots - c_{ii}^{(\alpha_i)} \varepsilon_i(t + p - \alpha_i|t, \theta) \\
& + d_{ii}^{(1)} L_{p,i}(q) v_i(t + p - 1) + \dots - d_{ii}^{(\beta_i)} L_{p,i}(q) v_i(t + p - \beta_i) \quad (4.71)
\end{aligned}$$

Ordenando a equação (4.72) em vetores colunas, se apresentam a seguintes equações:

$$\eta_{i,p} = [h_i(1), \dots, h_i(p - 1), 1, c_{ii}^{(1)}, \dots, c_{ii}^{(\alpha_i)}, d_{ii}^{(1)}, \dots, d_{ii}^{(\beta_i)}]^T \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{p,i}(t, \eta_{i,p}) = & [-v_i(t + p - 1), \dots, v_i(t + 1), y_i(t + p) - v_i(t + p), \varepsilon_i(t + p - 1|t, \theta), \\
& \dots, \varepsilon_i(t + p - \alpha_i|t, \theta), -F_{i,p}(q) v_i(t + p - 1), \dots, -F_{i,k}(q) v_i(t + \beta_i)] \quad (4.73)
\end{aligned}$$

considerando a $F_{i,p} = I$. Então, a equação (4.70) é reescrita como:

$$\varepsilon_i(t + p|t) = y_i(t + p) - \varphi_{p,i}^T(t, \eta_{i,p}) \eta_{i,p} \quad (4.74)$$

O objetivo deste algoritmo é encontrar um modelo ótimo da perturbação. A Figura 4.4 representa a resolução do algoritmo MRI de dois passos.

Figura 4.4: Algoritmo MRI de Dois passos para otimizar o modelo da perturbação.

onde $h_i(l)(\eta_i)$ são os l^{th} coeficientes da resposta ao impulso do modelo da perturbação gerados pelos polinômios C e D .

4.3.3 Algoritmo EMPEM

Este algoritmo, proposto em (POTTS et al., 2012), é uma combinação das características dos algoritmos MPEM e Dois passos, considerando as seguintes modificações:

- Com respeito ao algoritmo MPEM, observa-se que este necessita de um modelo ótimo de perturbação para realizar a filtragem dos dados coletados das entradas e saídas. Isto com a finalidade de obter um bom modelo do processo.
- Com respeito ao algoritmo de Dois passos, este calcula um modelo ótimo da perturbação com um erro da variância baixo, mas o modelo de processo fica em uma estrutura FIR de alta ordem.

Portanto, mencionado o anterior, o algoritmo EMPEM (do inglês Enhanced MPEM) considera cinco passos, os quais nos três primeiros obtém-se um modelo ótimo da perturbação usando uma estrutura ARX de alta ordem (substituindo a estrutura FIR de alta ordem proposta por (GOPALUNI et al., 2004)) para o modelo do processo; os dois últimos passos calculam o modelo do processo usando o algoritmo MPEM. A seguir a Figura 4.5 apresenta o fluxograma do algoritmo EMPEM.

Figura 4.5: Algoritmo EMPPEM para otimizar os modelos de processo e da perturbação.

Capítulo 5

Projeto de identificação de uma planta-piloto de neutralização de pH

Neste capítulo se realiza a identificação do processo de neutralização de pH, em malha aberta e fechada e as validações dos modelos obtidos. Para a identificação em malha aberta, as entradas representam os sinais de controle que fornecem as saídas dos controladores de nível e pH e as saídas representam as variáveis do processo, considerando-se que ao realizar a identificação em malha aberta, deve-se ajustar o modelo de perturbação, devido ao fato que o sinal de controle apresenta certa correlação com o sinal de perturbação. Este ajuste deve-se à impossibilidade de manipular um conjunto de sinais de controle na entrada da malha de pH, devido à instabilidade que a mesma apresenta. No caso da identificação em malha fechada, os dados de entrada e saída do processo pertencem aos *set points* e as variáveis do processo de neutralização do pH. Também, deve-se desenvolver um sinal ótimo de excitação, para o qual é realizada uma etapa de pré-teste com sinais de teste tipo degrau, a fim de fornecer parâmetros relevantes do processo, como o tempo de acomodação e tempo de amostragem. Na subseção 2.3.1 foram apresentadas as malhas de controle do processo, nas quais são feitas variações em um *set point* por vez, mantendo a outra variável constante em seu ponto de operação (uma variação do *set point* do pH mantendo o nível em seu ponto de operação e uma variação no *set point* do nível, com o pH em seu ponto de operação).

5.1 Identificação em malha fechada

5.1.1 Etapa de pré-teste em malha fechada

Sinais tipo degrau são aplicados no processo de neutralização de pH a fim de realizar o desenvolvimento do sinal persistentemente excitante. De acordo com a Figura 3.4, as variações do sinal de entrada aditiva $d(t)$, para as malhas de nível e pH são apresentadas a seguir:

- Para a malha do nível da Figura 2.4, $r(t)$ permanece constante em todo o experimento, com um valor de 65% e o sinal $d(t)$ varia no intervalo de $\pm 3\%$.
- Na malha do pH da Figura 2.6, $r(t)$, também permanece constante com um valor de 7, mas o sinal de entrada externa $d(t)$ varia em um intervalo de $\pm 0,5$.

Figura 5.1: Resposta do pré-teste para as malhas de nível e pH.

A Figura 5.1 mostra a série de degraus com um tempo de 30 minutos em cada patamar. Em seguida, com os dados coletados de entrada e saída, estimam-se modelos de 1ª ordem com tempo morto utilizando estruturas tipo ARX.

$$\begin{aligned}
Nivel_{MF} &= \frac{0.006472}{s + 0.006} e^{-30s} \\
pH_{MF} &= \frac{0.01324}{s + 0.01283} e^{-10s}
\end{aligned}
\tag{5.1}$$

Cabe ressaltar que o tempo morto dos modelos foram calculados com o comando *DELAYEST* do MATLAB®.

5.1.2 Geração do sinal p.e. para a identificação em malha fechada

Com os modelos obtidos da equação (5.1), aplicam-se degraus unitários a cada função de transferência, a fim de obter o tempo de acomodação. Para a geração do sinal GBN segundo o fluxograma da Figura 3.3, o cálculo do vetor de dados aleatórios é realizado considerando variações do parâmetro " n " na equação (3.4), a qual está em função de dois valores, $n = 3$ e $n = 0,8$ com a finalidade de excitar o processo em alta e média frequência, respectivamente. Segundo (ALVES, 2011), este tipo de sinal é conhecido como *GBN Misto*.

A seguir são apresentadas as características do sinal GBN para ambos os processos:

- Para a função de transferência do nível, é aplicado um degrau no modelo $Nivel_{MF}$, que fornece um tempo de acomodação de $T_s = 702s$. Para o cálculo do tempo de amostragem segundo (ZHU, 2001) admite-se que $T_a = \frac{T_s}{50} = 15s$. Em seguida, conforme foi discutido na subseção 3.2.2 o tempo mínimo de comutação é $T_{min} = 4T_a = 60s$.
- Para a função de transferência do pH, da mesma forma que no caso anterior, o tempo de acomodação do processo é $T_s = 315s$. No cálculo do tempo de amostragem, assume-se que $T_a = \frac{T_s}{50} = 7s$. O tempo mínimo de comutação é $T_{min} = 4T_a = 28s$.

Definidos os parâmetros anteriores, as Figuras 5.2 e 5.3 representam os sinais aditivo GBN Misto e o espectro de potência, realizado para a malha do nível e pH, respectivamente.

Figura 5.2: Sinal GBN Misto e seu espectro de potência para a malha do nível.

Figura 5.3: Sinal GBN Misto e seu espectro de potência para a malha do pH.

De acordo com as Figuras 5.2 e 5.3, as potências em ambos os sinais estão concentradas em baixa frequência.

Além disso, são desenvolvidos também os sinais GBN puro, proposto por (TULLEKEN, 1990), a fim de realizar uma comparação na identificação usando ambos os sinais de excitação. No desenvolvimento do sinal de excitação GBN puro para os processos do nível e pH e, com os mesmos dados obtidos ao aplicar um degrau às funções de transferência da equação (5.1), as Figuras 5.4 e 5.5 mostram os sinais de excitação do nível e pH, respectivamente, com seus espectros de potência.

Figura 5.4: Sinal GBN e seu espectro de potência para a malha do nível.

Figura 5.5: Sinal GBN e seu espectro de potência para a malha do pH.

5.1.3 Coleta de dados e etapa de identificação em malha fechada

Em seguida, com os sinais desenvolvidos na subseção 5.1.2, estes são aplicados à planta piloto de neutralização de pH, a fim de realizar o processo de identificação em malha fechada, para o qual as Figuras 5.6 e 5.7 mostram os dados coletados das variáveis nível e pH aplicando os sinais GBN Misto e GBN, respectivamente. Esta coleta foi feita usando um tempo de amostragem igual a 10 segundos.

Figura 5.6: Dados registrados das variáveis do nível e pH aplicando o sinal GBN Misto.

Figura 5.7: Dados registrados das variáveis do nível e pH aplicando o sinal GBN.

Realizada a coleta, aplicam-se a aplicar os métodos descritos no capítulo 4 a fim de obter os modelos ótimos do sistema, mas com as seguintes considerações:

- Na aplicação dos algoritmos MRI, o horizonte de predição para a identificação é calculado dividindo o tempo de acomodação mais alto pelo tempo de amostragem do processo⁸. Neste trabalho adota-se o valor de 70 para o horizonte de predição.
- Na seleção das ordens dos modelos para os métodos de identificação direta, o método assintótico e os algoritmos MRI é realizada uma busca do menor valor da função custo usando o critério FPEP mostrado na equação (3.24) para 70 passos à frente.

5.1.4 Etapa de validação em malha fechada

Uma vez realizada a etapa de identificação aplicando os métodos descritos no capítulo 4, a etapa de validação consiste em avaliar o índice *fit*, calculado através da equação (3.29), efetuando-se uma autovalidação e uma validação cruzada, esta última com os sinais aplicados ao processo de neutralização de pH ao longo deste trabalho, como são o sinal de excitação GBN Misto, o GBN e degraus.

Os primeiros resultados obtidos nestas validações aplicando uma excitação GBN Misto são mostrados na Tabela 5.1, onde os índices *fit* são obtidos através da autovalidação, (realizada com o mesmo sinal de excitação) e as validações cruzadas (realizadas com sinais GBN e degraus). Para a Tabela 5.2, são mostrados os índices *fit* da autovalidação aplicando um sinal de excitação GBN e as validações cruzadas aplicando sinais de excitação GBN Misto e os degraus.

⁸ O tempo de acomodação do processo mais alto foi de processo do nível com um valor 702 segundos e o tempo de amostragem adotado foi a média dos dois com um valor igual a 10 segundos.

Tabela 5.1: Índices *fit* aplicando um sinal de excitação GBN Misto aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha fechada.

Método	Nome	Autovalidação		Validação Cruzada			
				GBN		Degrau	
		<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)	<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)	<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)
DI	ARX	76,62	73,91	75,47	70,61	78,06	75,95
	ARMAX	94,82	80,87	95,33	68,61	93,10	81,82
	OE	95,29	81,76	94,98	67,55	93,00	82,27
	BJ	95,06	81,36	95,41	68,75	93,01	81,86
ASYM	ASYM ARMAX	66,02	75,01	70,66	63,82	59,55	76,02
	ASYM BJ	95,14	81,23	95,01	67,82	92,97	82,08
MRI	MPEM	95,34	81,76	95,02	67,55	93,00	82,27
	Dois passos	----	81,76	----	65,20	----	81,79
	EMPEM	95,25	81,81	94,84	65,93	92,88	81,98

Tabela 5.2: Índices *fit* aplicando um sinal de excitação GBN aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha fechada.

Método	Nome	Autovalidação		Validação Cruzada			
				GBN Misto		Degrau	
		<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)	<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)	<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)
DI	ARX	77,65	69,99	75,65	58,86	73,08	60,10
	ARMAX	95,38	80,89	94,34	71,02	92,78	78,38
	OE	95,72	81,31	94,75	72,27	93,02	78,52
	BJ	95,66	80,88	94,30	71,42	92,94	78,52
ASYM	ASYM ARMAX	74,11	78,39	72,91	71,31	71,48	71,38
	ASYM BJ	94,76	79,18	93,09	71,59	91,79	73,15
MRI	MPEM	95,76	81,32	94,60	72,27	93,01	78,52
	Dois passos	----	79,00	----	64,53	----	74,42
	EMPEM	95,70	81,26	94,72	72,23	92,97	78,71

De forma geral, os índices *fit* mostrados nas Tabelas 5.1 e 5.2 apresentam valores muito próximos para as validações realizadas dos modelos fornecidos pelos três métodos de identificação aplicando os dois tipos de sinais de excitação para as duas malhas do processo. Para a malha do nível, os *fit* ficam entre 92% e 96% para a autovalidação e as validações cruzadas, à exceção dos algoritmos ARX, ASYM ARMAX e Dois passos. Para

a malha do pH, os índices *fit* ficam entre 65% e 83% para a autovalidação e as validações cruzadas. Por esta razão, não é possível descartar modelos por diferenças pequenas nos *fit* entre cada um deles, por isso é realizada uma validação visual aplicando um degrau aos modelos obtidos.

Validação visual através da resposta ao degrau para a malha do nível

Através dos métodos de identificação estudados no capítulo 4, aplicando os sinais de excitação GBN misto e GBN, os modelos obtidos são avaliados visualmente, aplicando um degrau de 3% como são mostrados nas Figuras 5.8, 5.9 e 5.10 para os métodos DI, ASYM e MRI, respectivamente.

Figura 5.8: Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível.

Figura 5.9: Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível.

Figura 5.10: Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível.

De acordo com os resultados mostrados, na Figura 5.8 pode-se observar que os modelos ARX-GBN Misto e ARX-GBN não acompanham a resposta do processo e as respostas obtidas pelos modelos ARMAX, BJ e OE GBN Misto e GBN, respectivamente apresentam ótimos acompanhamentos em comparação à saída do processo.

Na Figura 5.9, o modelo ASYM BJ-GBN apresenta um melhor acompanhamento da resposta do processo, diferentemente do modelo ASYM BJ-GBN que apresenta um deslocamento. No caso dos modelos ASYM ARMAX GBN Misto e GBN os modelos não acompanham a resposta do processo.

Finalmente, a Figura 5.10 mostra que os modelos de Dois passos-GBN Misto, MPEM-GBN Misto, EMPEM-GBN Misto, MPEM-GBN e EMPEM-GBN acompanham bem a saída do processo. O modelo de Dois passos-GBN apresenta um deslocamento e não acompanha a saída do processo.

Para a malha do nível, pode-se observar que não se encontra muita diferença nas suas respostas ao degrau aplicado aos modelos obtidos pelos três métodos de identificação, a exceção do algoritmo ASYM ARMAX e MRI Dois passos.

Validação visual através da resposta ao degrau para a malha do pH

Para a malha do pH é aplicado o mesmo princípio que na malha do nível, se aplica um degrau de 3,5% aos modelos identificados com sinal GBN Misto e GBN, sendo as Figuras 5.11, 5.12 e 5.13 as respostas para os métodos DI, ASYM e MRI, respectivamente.

Figura 5.11: Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH.

Figura 5.12: Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH.

Figura 5.13: Resposta ao degrau dos modelos obtidos em malha fechada através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH.

Na Figura 5.11, percebe-se que realizando a identificação com sinal GBN, as respostas ao degrau para os modelos obtidos apresentam um deslocamento em relação à resposta do processo. Em seguida, a resposta ao degrau do modelo BJ-GBN Misto apresenta um menor sobressinal e um ótimo acompanhamento da saída do processo em comparação às estruturas ARMAX-GBN Misto e OE-GBN Misto.

Na Figura 5.12, observa-se também que identificando com sinal GBN, as respostas ao degrau para os modelos obtidos apresentam um deslocamento em relação à resposta do processo. Em seguida, o modelo obtido pelo algoritmo ASYM BJ-GBN Misto faz um bom acompanhamento da resposta do processo.

Finalmente, a Figura 5.13 mostra também o deslocamento quando é aplicado um degrau aos modelos identificados com sinal GBN em relação à resposta do processo. Com respeito aos modelos de Dois passos-GBN Misto, MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, eles acompanham a resposta do processo.

Para a malha do pH, há diferenças notáveis entre os modelos que se obtêm identificando com sinal GBN Misto e GBN, isto porque o pH apresenta comportamento não-linear e precisa de um sinal que permita excitar as regiões de alta e baixa frequência.

Através das validações por meio de índices *fit* e as validações visuais, se escolhe como modelos referenciais para representar a dinâmica dos processos de nível e do pH os modelos BJ-GBN Misto, ASYM BJ-GBN Misto, MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto. Esta escolha deve-se ao melhor desempenho do sinal GBN Misto na identificação do processo; no caso do nível, se obtêm índices *fit* ligeiramente superiores; no caso do pH, apresentam um melhor acompanhamento em relação à saída do processo.

Em seguida, as Figuras 5.14, 5.15 e 5.16 mostram a autovalidação e as validações cruzadas com sinal GBN e Degraus realizadas no modelo BJ-GBN Misto; as Figuras 5.17, 5.18 e 5.19 mostram a autovalidação e as validações cruzadas com sinal GBN e Degraus realizadas no modelo ASYM BJ-GBN Misto; as Figuras 5.20, 5.21 e 5.22 mostram a autovalidação e as validações cruzadas com sinal GBN e Degraus realizadas no modelo MPEM-GBN Misto e finalmente as Figuras 5.23, 5.24 e 5.25 mostram a autovalidação e as validações cruzadas com sinal GBN e Degraus realizadas no modelo EMPEM-GBN Misto.

Figura 5.14: Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo BJ-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.15: Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo BJ-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.16: Validação cruzada com sinais em degrau para uma predição de 70 passos à frente do Modelo BJ-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.17: Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo ASYM BJ-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.18: Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo ASYM BJ-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.19: Validação cruzada com sinais em degrau para uma predição de 70 passos à frente do Modelo ASYM BJ-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.20: Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo MPBM-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.21: Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo MPEM-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.22: Validação cruzada com sinais em degrau para uma predição de 70 passos à frente do Modelo MPEM-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.23: Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMP-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.24: Validação cruzada com sinal GBN para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMP-GBN Misto identificado em malha fechada.

Figura 5.25: Validação cruzada com sinais em degrau para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMPEM-GBN Misto identificado em malha fechada.

5.1.5 Modelos resultantes da identificação em malha fechada

Escolhidas as estruturas dos modelos, apresenta-se a Tabela 5.3 indicando as ordens dos modelos BJ-GBN Misto, ASYM BJ-GBN Misto, MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto representados por uma estrutura BJ e lembrando que as ordens foram obtidas pelo critério FPEP da equação (3.24).

Tabela 5.3: Ordens para os modelos identificados com sinal GBN Misto em malha fechada.

<i>Modelo</i>	<i>Nível</i>				<i>pH</i>			
	<i>nb</i>	<i>nf</i>	<i>nc</i>	<i>nd</i>	<i>nb</i>	<i>nf</i>	<i>nc</i>	<i>nd</i>
<i>BJ</i>	2	5	1	5	2	5	1	4
<i>ASYM BJ</i>	4	5	5	3	5	5	5	5
<i>MPEM</i>	3	5	2	4	4	5	1	3
<i>EMPEM</i>	3	4	1	5	4	5	1	2

Em seguida, de acordo com a equação (3.5), o processo de neutralização de pH apresenta duas entradas e duas saídas ($m=2$ e $p=2$), para o qual a equação (5.2) mostra as

entradas e a saída do modelo MISO com seus respectivos polinômios representativos para o modelo do processo e perturbação.

$$y_{Nível}(t) = F_{11_MF}^{-1}(q)B_{11_MF}(q)SP_{Nível}(t) + F_{12_MF}^{-1}(q)B_{12_MF}(q)SP_{pH}(t) + \frac{C_{11_MF}(q)}{D_{11_MF}(q)}e_{MF1}(t) \quad (5.2)$$

$$y_{pH}(t) = F_{21_MF}^{-1}(q)B_{21_MF}(q)SP_{Nível}(t) + F_{22_MF}^{-1}(q)B_{22_MF}(q)SP_{pH}(t) + \frac{C_{22_MF}(q)}{D_{22_MF}(q)}e_{MF2}(t)$$

Finalmente, as Tabelas 5.4 e 5.5 mostram as funções de transferência para os modelos do processo e da perturbação, respectivamente, para as malhas do nível e pH em malha fechada.

Tabela 5.4: Modelos do processo em malha fechada.

<i>Saídas\ Entradas</i>		<i>Nível</i>	<i>pH</i>
<i>BJ</i>	<i>Nível</i>	$\frac{0.04096 z^{-2} - 0.03976 z^{-3}}{1 - 2.046z^{-1} + 1.184z^{-2} - 0.3082z^{-3} + 0.295z^{-4} - 0.1237z^{-5}}$	$\frac{0.001518z^{-2} - 0.001532 z^{-3}}{1 - 1.947z^{-1} + 0.8552z^{-2} + 0.08698z^{-3} + 0.114z^{-4} - 0.1056z^{-5}}$
	<i>pH</i>	$\frac{-0.001241z^{-7} + 0.001494z^{-8}}{1 - 0.7923z^{-1} - 1.12z^{-2} + 0.2693z^{-3} + 1.126z^{-4} - 0.4488z^{-5}}$	$\frac{0.04664z^{-2} - 0.04443z^{-3}}{1 - 2.283z^{-1} + 1.651z^{-2} - 0.5956z^{-3} + 0.4233z^{-4} - 0.194z^{-5}}$
<i>ASYM BJ</i>	<i>Nível</i>	$\frac{0.02498z^{-1} - 0.01987 z^{-2} - 0.0168z^{-3} + 0.01221z^{-4}}{1 - 2.156z^{-1} + 0.622z^{-2} + 1.507z^{-3} - 1.234z^{-4} + 0.262z^{-5}}$	$\frac{0.0006233z^{-2} - 0.0006338z^{-3}}{1 - 3.098z^{-1} + 3.466z^{-2} - 1.389z^{-3} - 0.1981z^{-4} + 0.2206z^{-5}}$
	<i>pH</i>	$\frac{0.002932z^{-1} - 0.005508z^{-2} - 0.001495z^{-3} + 0.007139z^{-4} - 0.00459z^{-5}}{1 - 1.952z^{-1} + 0.9607z^{-2} + 1.051z^{-3} - 1.747z^{-4} + 0.797z^{-5}}$	$\frac{0.01491z^{-1} + 0.006617z^{-2} - 0.03163z^{-3} + 0.01231z^{-4} - 0.0008471 z^{-5}}{1 - 2.878z^{-1} + 3.108z^{-2} - 1.683z^{-3} + 0.5863z^{-4} - 0.1319z^{-5}}$
<i>MPEM</i>	<i>Nível</i>	$\frac{0.06317 z^{-2} - 0.1034z^{-3} + 0.04079z^{-4}}{1 - 2.27z^{-1} + 1.46z^{-2} - 0.2296z^{-3} + 0.1841z^{-4} - 0.1439z^{-5}}$	$\frac{0.001304z^{-2} - 0.0006454z^{-3} - 0.0006848z^{-4}}{1 - 1.54z^{-1} + 0.4028z^{-2} - 0.7437z^{-3} + 1.53z^{-4} - 0.6442z^{-5}}$
	<i>pH</i>	$\frac{-0.00869z^{-7} + 0.009712z^{-8} + 0.007064z^{-9} - 0.007986z^{-10}}{1 - 1.051z^{-1} - 1.356z^{-2} + 1.511z^{-3} + 0.364z^{-4} - 0.4525z^{-5}}$	$\frac{0.07783z^{-2} - 0.2077 z^{-3} + 0.1845z^{-4} - 0.05456z^{-5}}{1 - 3.516z^{-1} + 4.411z^{-2} - 2.09z^{-3} + 0.0136z^{-4} + 0.1816z^{-5}}$
<i>EMPEM</i>	<i>Nível</i>	$\frac{0.0678z^{-2} - 0.1179z^{-3} + 0.0505z^{-4}}{1 - 2.175z^{-1} + 0.9227z^{-2} + 0.6988z^{-3} - 0.4458z^{-4}}$	$\frac{0.001812z^{-2} - 0.003213z^{-3} + 0.001395z^{-4}}{1 - 2.522z^{-1} + 1.846z^{-2} - 0.1049z^{-3} - 0.2182z^{-4}}$

<i>EMPEM</i>	<i>pH</i>	$\frac{-0.003291z^{-7} + 0.003755z^{-8} - 0.002753z^{-9} + 0.002435z^{-10}}{1 - 1.614z^{-1} + 1.464z^{-2} - 1.563z^{-3} + 1.501z^{-4} - 0.7851z^{-5}}$	$\frac{0.05571z^{-2} - 0.1629z^{-3} + 0.1592z^{-4} - 0.05198z^{-5}}{1 - 4.314z^{-1} + 7.335z^{-2} - 6.112z^{-3} + 2.475z^{-4} - 0.3838z^{-5}}$
--------------	-----------	--	--

Tabela 5.5: Modelos de Perturbação em malha fechada.

<i>Nome</i>		<i>Modelo de Perturbação</i>
<i>BJ</i>	<i>Nível</i>	$\frac{1 + 0.9905 z^{-1}}{1 + 0.2423z^{-1} - 0.7372z^{-2} - 0.02108z^{-3} - 0.06486z^{-4} - 0.0659z^{-5}}$
	<i>pH</i>	$\frac{1 - 0.3476z^{-1}}{1 - 1.467 z^{-1} + 0.3919z^{-2} + 0.07094z^{-3} + 0.05898z^{-4}}$
<i>ASYM BJ</i>	<i>Nível</i>	$\frac{1 + 0.3866z^{-1} + 0.0272z^{-2} + 0.08488z^{-3} + 0.08716z^{-4} + 0.07582z^{-5}}{1 + 0.484z^{-1} - 0.3773z^{-2} + 0.08529z^{-3}}$
	<i>pH</i>	$\frac{1 - 0.08488z^{-1} - 0.1074z^{-2} - 0.2932z^{-3} - 0.2602z^{-4} - 0.1141z^{-5}}{1 - 0.1069 z^{-1} - 0.01319z^{-2} - 0.1469z^{-3} - 0.05775z^{-4} - 0.1062z^{-5}}$
<i>MPEM</i>	<i>Nível</i>	$\frac{1 - 1.831z^{-1} + 0.8383z^{-2}}{1 - 2.582z^{-1} + 2.209z^{-2} - 0.6431z^{-3} + 0.01782z^{-4}}$
	<i>pH</i>	$\frac{1 - 0.5111z^{-1}}{1 - 1.63 z^{-1} + 0.5675z^{-2} + 0.1048z^{-3}}$
<i>EMPEM</i>	<i>Nível</i>	$\frac{1 - 0.207z^{-1}}{1 - 0.9986z^{-1} + 0.1427z^{-2} - 0.02134z^{-3} - 0.05164z^{-4} - 0.03106z^{-5}}$
	<i>pH</i>	$\frac{1 - 9.454 \cdot 10^{-22} z^{-1}}{1 - 1.41z^{-1} + 0.5161z^{-2}}$

5.2 Identificação em malha aberta

Para realizar a identificação em malha aberta são considerados os dados coletados das variáveis de saída do processo e os sinais de controle para as malhas de nível e pH, aplicando os sinais de excitação GBN Misto e GBN. As Figuras 5.17 e 5.18 representam os dados coletados do sinal de controle e a variável para a malha do nível e a malha do pH respectivamente, aplicando como excitação o sinal GBN Misto. As Figuras 5.26 e 5.27 representam os dados coletados do sinal de controle e da variável de saída para a malha do nível e a malha do pH, respectivamente, aplicando como excitação o sinal GBN Misto e as Figuras 5.28 e 5.29 representam os dados coletados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do nível e a malha do pH, respectivamente, aplicando um sinal GBN.

Figura 5.26: Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do nível aplicando um sinal de excitação GBN Misto.

Figura 5.27: Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do pH aplicando um sinal de excitação GBN Misto.

Figura 5.28: Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do nível aplicando um sinal de excitação GBN.

Figura 5.29: Dados registrados do sinal de controle e a variável de saída para a malha do pH aplicando um sinal de excitação GBN.

Esta coleta dos dados foi realizada com um tempo de amostragem igual a 10 segundos. Finalmente, da mesma forma que na identificação em malha fechada, aplicam-se os métodos de identificação descritos no capítulo 4, a fim de obter modelos do processo e perturbação, considerando o mesmo critério aplicado na identificação em malha fechada: as ordens são obtidas através de uma busca do menor valor da função custo e o horizonte de predição para os algoritmos MRI é adotado o mesmo da identificação em malha fechada, com um valor de 70.

5.2.1 Etapa de validação em malha aberta

Finalizada a identificação em malha aberta se realiza a validação dos modelos através da autovalidação e da validação cruzada com os sinais GBN Misto e GBN, a fim de avaliar os índices $\hat{fit}$ de cada um deles. Um resumo geral é apresentado na Tabela 5.6, aplicando um sinal de excitação GBN Misto e, na Tabela 5.7 quando é aplicado um sinal de excitação GBN.

Tabela 5.6: Índices *fit* aplicando um sinal de excitação GBN Misto aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha aberta.

Método	Nome	Autovalidação		Validação Cruzada	
		<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)	GBN	
				<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)
DI	ARX	85,12	----	89,27	22,42
	ARMAX	86,42	37,12	90,86	7,69
	OE	78,61	38,21	75,42	41,80
	BJ	90,40	47,61	92,17	8,64
ASYM	ASYM ARMAX	75,55	10,98	86,43	28,58
	ASYM BJ	62,62	11,78	84,42	31,68
MRI	MPEM	79,37	45,12	86,81	8,52
	Dois passos	----	12,78	----	16,83
	EMPEM	83,44	47,04	88,02	7,39

Tabela 5.7: Índices *fit* aplicando um sinal de excitação GBN aos modelos obtidos na etapa de identificação em malha aberta.

Método	Nome	Autovalidação		Validação Cruzada	
		<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)	GBN Misto	
				<i>fit</i> do Nível (%)	<i>fit</i> do pH (%)
DI	ARX	90,93	19,84	84,66	----
	ARMAX	91,85	58,93	84,43	28,77
	OE	86,66	63,33	53,90	19,40
	BJ	92,96	62,31	85,79	----
ASYM	ASYM ARMAX	73,60	13,73	----	----
	ASYM BJ	85,81	37,62	59,20	----
MRI	MPEM	91,92	55,02	70,45	36,67
	Dois passos	----	----	----	----
	EMPEM	92,96	55,06	80,68	27,67

Realizada a validação através dos índices *fit*, percebe-se que, para a malha do nível, os índices ficam na faixa de 78% a 87% para a autovalidação e 75% a 91% para a validação cruzada, identificando com sinal GBN Misto; identificando com sinal GBN, as faixas das validações foram de 73% a 93% para a autovalidação e 70% a 86% para a validação cruzada.

Para a malha do pH, a diferença é mais notória, por ser um processo não-linear. Identificando com sinal GBN Misto, os maiores índices obtidos foram de 45,12%, 47,04% e 47,61% para os modelos MPEM, EMPEM e BJ para a autovalidação; para a validação cruzada, o maior índice foi de 28,58% para o modelo ASYM ARMAX. Identificando com sinal GBN, os maiores índices para a autovalidação foram de 55,02%, 55,06%, 58,93% e 63,33% para os modelos MPEM, EMPEM, ARMAX e OE, respectivamente; para a validação cruzada, os maiores índices foram de 27,67%, 28,77% e 36,67% para os modelos EMPEM, MPEM e ARMAX, respectivamente. Além disso, percebe-se certa superioridade quando se identifica com sinal GBN que com o sinal GBN Misto.

Realizada a análise dos *fit* para ambas as malhas, os índices obtidos para os modelos da malha do nível estão próximos, por tal razão não podem ser descartados os modelos com menores *fit*, sem aplicar outro critério para avaliar os modelos resultantes. Para os modelos da malha do pH, devido aos baixos índices *fit* obtidos, adotam-se os maiores índices obtidos na autovalidação e na validação cruzada e também se propõe avaliar os modelos mediante um segundo critério de validação.

Por tal motivo, esta avaliação é realizada através de uma validação visual aplicando o sinal de controle real aos modelos obtidos, tanto na malha do nível, como na malha do pH e comparando com a saída do processo.

Validação visual em malha aberta para a malha do nível

Os modelos obtidos em malha aberta, identificados com sinal GBN misto e GBN, são avaliados visualmente. Para isto é usado os dados do pré-teste em malha fechada (o sinal de controle e a variável de saída do nível) quando é aplicado um degrau na malha do nível. Então, o sinal real de controle é aplicado aos modelos obtidos e a saída resultante é comparada com a saída do processo. As Figuras 5.30, 5.31 e 5.32 mostram as respostas dos modelos para os métodos DI, ASYM e MRI, respectivamente.

Figura 5.30: Resposta dos modelos em malha aberta obtidos através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível.

Figura 5.31: Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível.

Figura 5.32: Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do nível.

De acordo com os resultados mostrados, na Figura 5.30 se pode observar que o modelos OE-GBN Misto, BJ-GBN Misto, ARMAX-GBN, OE-GBN e BJ-GBN não acompanham a resposta real do processo. Os modelos que apresentam um acompanhamento próximo da saída do processo são os modelos ARX-GBN Misto, ARMAX-GBN Misto e ARX-GBN.

Na Figura 5.31 observa-se notoriamente que, as respostas obtidas pelos modelos ASYM ARMAX-GBN Misto e ASYM BJ-GBN Misto apresentam acompanhamentos muito próximos da saída do processo. As respostas dos modelos ASYM ARMAX-GBN e ASYM BJ-GBN não apresentam similaridade com a resposta real.

Finalmente, na Figura 5.32 se mostra que os modelos EMPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN acompanham a saída do processo. Os modelos MPEM para ambos os sinais de excitação não respondem de forma adequada quando se aplica o sinal de controle.

Validação visual em malha aberta para a malha do pH

Para a malha do pH é aplicado o mesmo princípio que na malha do nível, usa-se o sinal real de controle para aplicar aos modelos resultantes e, a saída obtida por parte dos modelos é comparada com a saída do processo. As Figuras 5.33, 5.34 e 5.35 mostram as respostas obtidas dos modelos para os métodos DI, ASYM e MRI, respectivamente.

Figura 5.33: Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método DI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH.

Figura 5.34: Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método ASYM aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH.

Figura 5.35: Resposta dos modelos obtidos em malha aberta através do método MRI aplicando o sinal de excitação GBN Misto (esquerda) e o sinal GBN (direita) para a malha do pH.

Na Figura 5.33 percebe-se que somente o modelo ARX-GBN Misto apresenta um acompanhamento parecido com o sinal do processo, mas com uma imprecisão no ganho do modelo. Para os outros modelos, as respostas obtidas não acompanham a resposta do processo.

Na Figura 5.34 observa-se que o modelo ASYM BJ-GBN apresenta um comportamento similar em comparação à saída do processo, mas com um deslocamento. Os modelos ASYM ARMAX-GBN Misto e ASYM BJ-GBN Misto apresentam problemas no ganho do modelo, por isso se percebe um deslocamento maior. O modelo ASYM ARMAX-GBN responde na subida, mas não conseguiu acompanhar a resposta real.

Na Figura 5.35 o modelo EMPEM-GBN acompanha a saída do processo, mas com um deslocamento. As respostas dos outros modelos não apresentam uma boa resposta quando é aplicado o sinal de controle.

Resumindo as respostas visuais dos modelos obtidos, a maioria dos modelos identificados apresentam erro no ganho do modelo. Isto pode ser devido a que os sinais de excitação não conseguem estabilizar a resposta do modelo, assim como também existe certa correlação entre o sinal de perturbação e o sinal de controle. Esta correlação claramente afeta o processo de identificação, sendo mais visível na malha do pH onde a perturbação tem maior peso.

Finalmente, realizadas as validações através de índices *fit* e as validações visuais, se escolhe como modelos referenciais para representar a dinâmica dos processos de nível e pH em malha aberta, o modelo EMPEM-GBN. Esta escolha foi adotada devido aos melhores índices *fit* obtidos e pelo desempenho dos modelos em apresentar um melhor acompanhamento em relação à saída do processo.

Finalmente, as Figuras 5.36 e 5.37 mostram a autovalidação e a validação cruzada com sinal GBN Misto aplicado ao modelo EMPEM-GBN.

Figura 5.36: Autovalidação para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMP-GBN identificado em malha aberta.

Figura 5.37: Validação cruzada com sinal GBN Misto para uma predição de 70 passos à frente do Modelo EMP-GBN identificado em malha aberta.

5.2.2 Ordens e Modelos resultantes da identificação em malha aberta

Realizada a avaliação dos modelos na subseção 5.2.1, a Tabela 5.8 mostra as ordens do modelo EMPEM-GBN possuindo uma estrutura BJ.

Tabela 5.8: Ordens para o modelo EMPEM na identificação em malha aberta.

<i>Estrutura</i>	<i>Nível</i>				<i>pH</i>			
	<i>nb</i>	<i>nf/na</i>	<i>nc</i>	<i>nd</i>	<i>nb</i>	<i>nf/na</i>	<i>nc</i>	<i>nd</i>
<i>EMPEM</i>	2	3	1	5	3	4	3	5

Em seguida, dando o mesmo formato que a equação (5.2), a equação (5.3) descreve as entradas e saídas do modelo MISO com os polinômios característicos do modelo de processo e perturbação, para duas entradas e duas saídas ($m=2$ e $p=2$) do processo de neutralização de pH em malha aberta.

$$y_{Nível}(t) = F_{11_MA}^{-1}(q)B_{11_MA}(q)u_{Nível}(t) + F_{12_MA}^{-1}(q)B_{12_MA}(q)u_{pH}(t) + \frac{C_{11_MA}(q)}{D_{11_MA}(q)}e_{MA1}(t) \quad (5.3)$$

$$y_{pH}(t) = F_{21_MA}^{-1}(q)B_{21_MA}(q)u_{Nível}(t) + F_{22_MA}^{-1}(q)B_{22_MA}(q)u_{pH}(t) + \frac{C_{22_MA}(q)}{D_{22_MA}(q)}e_{MA2}(t)$$

Finalmente, as Tabelas 5.9 e 5.10 mostram as funções de transferência para os modelos do processo e da perturbação, respectivamente, para as malhas do nível e pH em malha aberta.

Tabela 5.9: Modelos do processo obtido pelo algoritmo EMPEM em malha aberta.

<i>Saídas\ Entradas</i>		<i>Nível</i>	<i>pH</i>
<i>EMPEM</i>	<i>Nível</i>	$\frac{-0.1188z^{-2} + 0.04564z^{-3}}{1 - 0.8439z^{-1} - 0.6433z^{-2} + 0.4899z^{-3}}$	$\frac{0.02273z^{-3} - 0.02263z^{-4}}{1 - 1.217z^{-1} - 0.5525z^{-2} + 0.7698z^{-3}}$
	<i>pH</i>	$\frac{0.06314z^{-3} - 0.1292z^{-4} + 0.06638z^{-5}}{1 - 2.049z^{-1} + 0.5499z^{-2} + 1.081z^{-3} - 0.5822z^{-4}}$	$\frac{0.2127z^{-2} - 0.3827z^{-3} + 0.1816z^{-4}}{1 - 3.214z^{-1} + 3.802z^{-2} - 1.93z^{-3} + 0.3427z^{-4}}$

Tabela 5.10: Modelos da perturbação obtido pelo algoritmo EMPEM em malha aberta.

<i>Nome</i>		<i>Modelo de Perturbação</i>
<i>EMPEM</i>	<i>Nível</i>	$\frac{1 + 0.1382z^{-1}}{1 - 0.4737z^{-1} - 0.2827z^{-2} - 0.009917z^{-3} - 0.04418z^{-4} - 0.1771z^{-5}}$
	<i>pH</i>	$\frac{1 - 0.0146z^{-1} - 0.3227z^{-2} + 0.1352z^{-3}}{1 - 0.8202z^{-1} - 0.5054z^{-2} + 0.3602z^{-3} - 0.02591z^{-4} - 0.008123z^{-5}}$

Capítulo 6

Controle Preditivo baseado em Modelo

O MPC é um algoritmo de controle que permite calcular um conjunto de entradas que ingressam no processo, minimizando uma função objetivo e para isto, utiliza um modelo dinâmico do processo. O objetivo principal do MPC é otimizar o processo dentro de um horizonte de predição definido e sujeito a restrições nas variáveis de entrada e saída do processo.

De acordo com (CAMACHO; BORDONS, 2004), as principais vantagens do controlador preditivo frente a outros controladores são:

- Pode ser utilizado para controlar um maior número de variáveis do processo, processo com dinâmicas simples e complexa, processos com tempo morto muito alto.
- Permite a manipulação de restrições de uma forma sistemática ao longo do desenvolvimento.

Uma das grandes desvantagens do MPC é o requisito de um modelo apropriado do processo.

Na prática, o controle preditivo tem demonstrado ser uma estratégia razoável de controle, sendo aplicado com sucesso em numerosos processos industriais.

Como breve resumo, a estratégia do MPC é apresentada na Figura 6.1.

Figura 6.1: Estratégia do MPC (GARCÍA et al.,1989).

De acordo com a Figura 6.1, se pode observar que no instante k , as saídas futuras ($y(k + N)$ para $N = 1, 2, \dots, p$) são preditas usando o modelo dinâmico do processo, sob um horizonte de predição p . Estas saídas preditas dependem dos valores das entradas e saídas passadas até o instante k e, as entradas futuras ($u(k), u(k + 1), \dots, u(k + c)$), onde c é definido como o horizonte de controle, que se pretende aplicar ao processo e são as que se deseja calcular. A cada intervalo de amostragem, o algoritmo trata de minimizar uma função custo, que está em função do desvio entre as variáveis de saída e as referências, dentro de um horizonte de predição, e o esforço de controle realizado pelas entradas, dentro do horizonte de controle. Cabe ressaltar que apenas o primeiro elemento da entrada futura calculada é aplicado ao processo, o resto é descartado, posto que no instante da amostragem seguinte ($k + 1$), todas as sequências são calculadas novamente a partir da nova medida da saída. Este processo é conhecido como horizonte deslizante.

A estrutura básica do MPC é representada pela Figura 6.2.

Figura 6.2: Estrutura básica do MPC (CAMACHO; BORDONS, 2000).

De acordo com a Figura 6.2, um dos elementos do MPC é o modelo, usado para prever as saídas futuras. As saídas previstas estão em função das entradas e saídas passadas do processo. Em seguida, um comparador que permite gerar os erros futuros (diferença entre a trajetória de referência e as saídas previstas) calculados em cada intervalo de amostragem. Finalmente, o otimizador que permite calcular as melhores entradas futuras para o processo, considerando uma função custo e as respectivas restrições das variáveis de entrada e saída do processo.

Cada um destes elementos é descrito a seguir.

6.1 Modelo de predição

O modelo de predição é a peça fundamental de todo MPC. Ele deve descrever a dinâmica do processo, a fim de calcular predições ótimas de saídas nos instantes futuros $\hat{y}(k + n|k)$. Este modelo pode ser linear ou não-linear, em tempo contínuo ou discreto, parâmetros distribuídos ou concentrados, no domínio do tempo ou da frequência.

Na estrutura do MPC apresentada na Figura 6.2 é usado um modelo discreto de resposta ao degrau. A vantagem do modelo de resposta ao degrau é descrever a dinâmica do processo de forma simples, sem requerer informação prévia do processo e sem assumir uma estrutura, a partir das informações de entradas e saídas do processo. A Figura 6.3 mostra a resposta ao degrau de um sistema linear.

Figura 6.3: Resposta ao degrau de um sistema linear (SEBORG et al., 1989).

Na Figura 6.3 se pode observar que os valores $s(n)$ (onde n representa o instante em que o sistema já se estabilizou) representam os coeficientes da resposta finita ao degrau FSR (do Inglês Finite Step Response) e os valores $h(n)$ são os valores da resposta ao impulso. Por outro lado, o transitório do sistema estabiliza depois do instante n , então se conclui que $s(n + 1) = s(n + 2) = \dots = s(\infty)$.

Como foi descrito no parágrafo anterior, a dinâmica do sistema pode ser descrita baseada nos coeficientes do modelo FSR. Define-se a saída do sistema $\mathbf{y}$ como um vetor coluna:

$$\mathbf{y} = [0, s(1), s(2), s(3), \dots, s(n), s(n), s(n), \dots]^T \quad (6.1)$$

e uma entrada $\mathbf{u}$ qualquer como se mostra na equação (6.2).

$$\mathbf{u} = [u(0), u(1), u(2), \dots]^T \quad (6.2)$$

A equação (6.2) pode ser representada como uma diferença de dois estados como é mostrado na equação (6.3).

$$\mathbf{u} = [1, 1, 1, \dots]^T x u(0) + [1, 1, 1, \dots]^T x (u(1) - u(0)) + [1, 1, 1, \dots]^T x (u(2) - u(1)) + \dots \quad (6.3)$$

Reescrito o vetor de entrada, defina-se Δu como a diferença entre o estado atual e o estado anterior ($\Delta u = u(k) - u(k-1)$). Então a saída do sistema pode ser descrita mediante a equação (6.4).

$$\begin{aligned} \mathbf{y} = & [0, s(1), s(2), s(3), \dots, s(n), s(n), s(n), \dots]^T x u(0) \\ & + [0, 0, s(1), s(2), \dots, s(n-1), s(n), s(n), \dots]^T x \Delta u(1) \\ & + [0, 0, 0, s(1), \dots, s(n-1), s(n-2), s(n), \dots]^T x \Delta u(2) \\ & + \dots \end{aligned} \quad (6.4)$$

O vetor de saída pode ser representado de forma matricial por meio da equação (6.5).

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(n) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ s(1)u(0) \\ s(2)u(0) + s(1)\Delta u(1) \\ \vdots \\ s(n)u(0) + s(n-1)\Delta u(1) + \dots + s(1)\Delta u(n-1) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Finalmente, a equação (6.6) representa a k -ésima saída do sistema.

$$y(k) = s(n)u(k - n) + \sum_{i=1}^{n-1} s(i)\Delta u(k - i) \quad (6.6)$$

6.1.1 Resposta livre e forçada

As predições de saídas calculadas estão constituídas por uma resposta livre e uma resposta forçada, as quais podem ser representadas pela equação (6.7).

$$\begin{matrix} \text{Predições} \\ \text{das saídas} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{Predições à} \\ \text{resposta livre} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{Predições à} \\ \text{resposta forçada} \end{matrix} \quad (6.7)$$

Considerando a Figura (6.4), a predição da saída é dividida em duas partes, uma delas corresponde à resposta livre (y_f) e a outra à resposta forçada (y_c). A resposta livre corresponde à predição de saída e é dada quando as entradas passadas e futuras u_f se mantêm constantes e iguais ao último valor da mesma. Para tal caso, u_f é definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} u_f(k - j) &= u(k - j) \text{ para } j = 1, 2, \dots \\ u_f(k + j) &= u(k - 1) \text{ para } j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6.8)$$

A resposta forçada y_c corresponde à predição da saída e é dada quando o sinal de entrada futura u_c toma valor igual a zero no passado. Neste caso, u_c é definido conforme se mostra na equação (6.9).

$$\begin{aligned} u_c(k - j) &= 0 && \text{para } j = 1, 2, \dots \\ u_c(k + j) &= u(k + j) - u(k - 1) && \text{para } j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6.9)$$

Finalmente, conclui-se que a resposta livre responde à evolução do processo em seu estado atual e a resposta forçada se deve às ações das entradas futuras.

Figura 6.4: Resposta livre e forçada para as previsões na entrada e saída (CAMACHO; BORDONS, 2000).

6.1.2 Predição na saída

A fim de realizar as previsões de saídas $y(k|k), y(k+1|k), \dots, y(k+n|k)$ utilizando o modelo de resposta ao degrau e para múltiplos passos à frente, se considera a equação (6.6) como ponto de partida e se realiza uma sequência de previsões, como é mostrado na equação (6.10).

$$\begin{aligned}
 y(k|k) &= \underbrace{\sum_{i=1}^{n-1} s(i)\Delta u(k-i) + s(n)u(k-n)}_{f(k|k)} \\
 y(k+1|k) &= \sum_{i=1}^{n-1} s(i)\Delta u(k+1-i) + s(n)u(k+1-n) \\
 &= \underbrace{\sum_{i=2}^{n-1} s(i)\Delta u(k+1-i) + s(n)u(k+1-n)}_{f(k+1|k)} + s(1)\Delta u(k|k) \\
 y(k+2|k) &= \sum_{i=1}^{n-1} s(i)\Delta u(k+2-i) + s(n)u(k+2-n) \\
 &= \underbrace{\sum_{i=3}^{n-1} s(i)\Delta u(k+2-i) + s(n)u(k+2-n)}_{f(k+2|k)} \\
 &\quad + s(1)\Delta u(k+1|k) + s(2)\Delta u(k|k) \\
 \vdots &\quad \quad \quad \vdots \\
 y(k+n-1|k) &= \sum_{i=1}^{n-1} s(i)\Delta u(k+n-1-i) + s(n)u(k-1) \\
 &= \underbrace{s(n)u(k-1) + \sum_{i=1}^{n-1} s(i)\Delta u(k+n-1-i)}_{f(k+n-1|k)} \\
 y(k+n|k) &= \sum_{i=1}^{n-1} s(i)\Delta u(k+n-i|k) + s(n)u(n) \\
 &= \underbrace{s(n)u(k-1) + \sum_{i=1}^n s(i)\Delta u(k+n-i|k)}_{f(k+n|k)}
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Na equação (6.10) se percebe que as expressões do lado direito estão em função das entradas passadas, as quais correspondem à resposta livre f . O segundo termo das expressões representam a resposta forçada, a qual está em função da variação da entrada no instante k , das variações futuras e do coeficiente da resposta ao degrau. Também, pode-se afirmar o seguinte:

- Se $\Delta u(k+j) = 0$ para $j \geq 0$, a resposta livre é igual à resposta do sistema com $f(k+i|k) = y(k+i)$.
- Nos instantes $k+n-1$ em diante, a resposta livre assume um valor constante ($f(k+n+j|k) = f(k+n-1|k)$ com $j \geq 0$).

Por último, define-se a matriz $\mathbf{f}(k)$, cujos elementos representam as respostas livres para cada predição.

$$\mathbf{f}(k) = [f(k|k), f(k+1|k), f(k+2|k), \dots, f(k+n-1|k)] \quad (6.11)$$

Realizadas as descrições das saídas preditas, a equação (6.10) pode ser reescrita em forma matricial da seguinte forma:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ y(k+2|k) \\ y(k+3|k) \\ \vdots \\ y(k+n|k) \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{y}}(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} f(k+1|k) \\ f(k+2|k) \\ f(k+3|k) \\ \vdots \\ f(k+n|k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}(k+1|t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} s(1) & 0 & \dots & 0 \\ s(2) & s(1) & \ddots & 0 \\ s(3) & s(2) & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s(n) & s(n-1) & \dots & s(1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+n-1|k) \end{bmatrix}}_{\Delta \mathbf{u}(k)} \quad (6.12)$$

onde $\hat{\mathbf{y}}(k+1)$ representa o vetor coluna de saídas preditas para o primeiro instante; $\mathbf{f}(k+1|k)$ é a resposta livre predita no instante $k+1$; $\mathbf{G}$, de dimensão $n \times n$, é definido como a matriz dinâmica, a qual permite descrever como é afetada a saída do sistema quando existe uma variação na entrada do estado atual e futura. O produto das matrizes $\mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k)$ correspondem à resposta forçada do sistema.

Outra forma de representar as predições no primeiro instante da equação (6.12) é substituindo a resposta livre $\mathbf{f}(k+1|k)$, em função dos valores da resposta livre atual $\mathbf{f}(k)$

e a variação na entrada $\Delta u(k|k)$. Para isto, se faz a análise para o instante de tempo $k' = k + 1$ na equação (6.11) e, lembrando que a resposta livre assume um valor constante a partir de $f(k + n + j|k)$ para $j \geq 0$. Realizando as operações necessárias, a equação (6.13) representa a resposta livre no instante $k + 1$.

$$\mathbf{f}(k + 1) = [f(k + 1|k), f(k + 2|k), \dots, f(k + n - 1|k)]^T + \mathbf{s}\Delta u(k) \quad (6.13)$$

De acordo com os elementos que compõem a matriz $\mathbf{f}(k + 1)$, esta pode ser representada em forma matricial, como é mostrado na equação (6.14) e pode ser resumida por meio da equação (6.15).

$$\mathbf{f}(k + 1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f}(k) + \begin{bmatrix} s(1) \\ s(2) \\ s(3) \\ \vdots \\ s(n) \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (6.14)$$

$$\mathbf{f}(k + 1) = \mathbf{M}\mathbf{f}(k) + \mathbf{s}\Delta u(k) \quad (6.15)$$

Na equação (6.15) observa-se que $\mathbf{M}$, de dimensão $n \times n$, representa uma matriz quadrada onde seus elementos acima da diagonal principal têm valores unitários e o vetor $\mathbf{s}$ é composto pelos coeficientes da resposta ao degrau. Finalmente, demonstra-se que as predições para a matriz $\mathbf{f}(k + 1)$ podem ser realizadas de forma recursiva.

Outra forma de representar a equação (6.12) é considerando a equação (6.15) para representar o vetor de saídas preditas do modelo de predição, tendo como resultado a equação (6.16).

$$\hat{\mathbf{y}}(k + 1) = \mathbf{M}\mathbf{f}(k) + \mathbf{G}\Delta u(k) \quad (6.16)$$

6.1.3 Predição na saída com perturbações medidas e não medidas

O efeito das perturbações medidas e não medidas pode ser adicionado nas equações desenvolvidas na subseção 6.1.2, dentro de um horizonte de predição p , para o qual se considera a estrutura da Figura 6.5.

Figura 6.5: Diagrama de blocos para a predição do modelo com perturbação medida e não medida.

Como se pode observar na Figura 6.5, u representa a variável de entrada; d é a perturbação medida; w é a perturbação não medida incluindo o modelo dinâmico da mesma; y descreve a saída do sistema; S^u representa a matriz que contém os coeficientes da resposta do sistema quando é aplicado um degrau na entrada; S^d é a matriz que contém os coeficientes da resposta do sistema quando é aplicado um degrau na perturbação.

Com as variáveis definidas do modelo e, conhecidos os valores até o instante k , a predição da saída $\hat{y}$ é calculada através da equação (6.17).

$$\hat{y} = f(k+1) + S^u \Delta u + S^d \Delta d + w \quad (6.17)$$

Da equação (6.17) se pode perceber que $f(k+1)$ representa as predições da resposta livre; $S^u \Delta u$ representa a resposta forçada da variável de entrada u ; $S^d \Delta d$ representa a resposta forçada da perturbação medida; w é a resposta da variável não medida. A variação da perturbação medida no instante k pode ser obtida por meio da diferença da perturbação medida no instante k e no instante $k-1$ ($\Delta d = d(k) - d(k-1)$). Para valores futuros de Δd se assume que $\Delta d(k+1) = \Delta d(k+2) = \dots = 0$. Para a perturbação não medida w no instante k , pode-se estimar a diferença entre o valor medido da saída e o valor estimado ($w(k|k) = y(k) - \hat{y}(k)$). De acordo com a equação (6.10), o valor estimado da saída $\hat{y}(k)$ é igual à resposta livre do sistema ($\hat{y}(k) = f(k|k)$), a qual é expressa na equação (6.18).

$$w(k|k) = y(k) - f(k|k) \quad (6.18)$$

Assume-se também que as medidas da perturbação não medidas no futuro permanecem constantes dentro de um horizonte de predição p ($w(k+1|k) = w(k+2|k) = \dots = w(k+p|k)$). Finalmente, as predições de saída para p passos à frente são mostradas na equação (6.19), sendo esta estendida em sua forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \hat{y}(k+3|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(k+1|k) \\ f(k+2|k) \\ f(k+3|k) \\ \vdots \\ f(k+p|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s^u(1) & 0 & \dots & 0 \\ s^u(2) & s^u(1) & \ddots & 0 \\ s^u(3) & s^u(2) & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s^u(p) & s^u(p-1) & \dots & s^u(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+p-1|k) \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

$$+ \begin{bmatrix} s^d(1) \\ s^d(2) \\ s^d(3) \\ \vdots \\ s^d(p) \end{bmatrix} \Delta d(k|k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} (y(k) - f(k|k))$$

Os elementos da resposta livre até o horizonte de predição p podem ser representados mediante a matriz $\mathbf{f}'(k+1)$, adicionando o vetor da resposta ao degrau do modelo e da perturbação medida, conforme se mostra na equação (6.20).

$$\mathbf{f}'(k+1) = [f(k+1|k), f(k+2|k), \dots, f(k+p-1|k)]^T + \mathbf{s}^u \Delta u(k) + \mathbf{s}^d \Delta d(k) \quad (6.20)$$

Da mesma forma como se obtiveram as equações (6.14) e (6.15), os elementos que compõem a matriz $\mathbf{f}'(k+1)$ podem ser representados de forma matricial como se mostra na equação (6.21).

$$\mathbf{f}'(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \mathbf{f}(k) + \begin{bmatrix} s^u(1) \\ s^u(2) \\ s^u(3) \\ \vdots \\ s^u(p) \end{bmatrix} \Delta u(k) + \begin{bmatrix} s^d(1) \\ s^d(2) \\ s^d(3) \\ \vdots \\ s^d(p) \end{bmatrix} \Delta d(k|k) \quad (6.21)$$

A matriz formada com valores unitários acima da diagonal principal é denotada como a matriz $\mathbf{T}$ de dimensão pxn , resultado assim na equação (6.22).

$$\mathbf{f}'(k+1) = \mathbf{T} \mathbf{f}(k) + \mathbf{s}^u \Delta u(k) + \mathbf{s}^d \Delta d(k) \quad (6.22)$$

A matriz $\mathbf{T}$ tem como objetivo extrair os primeiros p elementos da resposta livre. Esta matriz pode ser avaliada da seguinte forma⁹:

- Se $p > n$, a matriz $\mathbf{T}$ desloca a $\mathbf{f}$ e repete o último elemento até alcançar a p .
- Se $p = n$, a matriz $\mathbf{T}$ desloca a $\mathbf{f}$ e repete o último elemento.
- Se $p < n$, a matriz $\mathbf{T}$ desloca a $\mathbf{f}$ e toma os primeiros p elementos.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{p \times n}^{p > n} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{p \times n}^{p = n} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{p \times n}^{p < n} \quad (6.23)
 \end{aligned}$$

Em seguida, a equação (6.19) pode ser resumida da seguinte forma:

$$\underbrace{\hat{\mathbf{y}}(k+1|k)}_{\text{Predição}} = \underbrace{\mathbf{T}\mathbf{f}(k)}_{\text{passado}} + \underbrace{\mathbf{s}^d \Delta d(k) + (y(k) - f(k|k))}_{\text{presente}} + \underbrace{\mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k)}_{\text{futuro}} \quad (6.24)$$

da mesma forma que se obteve a matriz $\hat{\mathbf{y}}(k+1)$ com o modelo de predição, a equação (6.24) representa as predições de saída do modelo de predição com perturbações medidas e não medidas, onde os elementos passados são formados pela resposta livre, $\mathbf{T}\mathbf{f}$; os elementos presentes conformam a perturbação medida e o *bias* gerado pela diferença entre o valor medido e o estimado; os elementos futuros são composto pelas ações do processo (ou resposta forçada).

Considera-se também que a equação (6.15) deve ser atualizada adicionando o vetor de perturbação medida.

⁹ Na pratica, a matriz de deslocamento mais empregada é considerando $p = n$.

$$\mathbf{f}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{f}(k) + \mathbf{s}^u \Delta u(k) + \mathbf{s}^d \Delta d(k) \quad (6.25)$$

6.1.4 Horizonte de controle

O horizonte de controle c representa o número de ações de controle futuras que serão consideradas no processo de otimização. O menor horizonte de controle possível é um, que significa que o algoritmo MPC só poderá calcular um único movimento no instante atual. Esta configuração implica que o algoritmo de controle se aproxima a um controlador convencional. Se o horizonte de controle aumenta, o algoritmo de controle resulta em um controlador mais agressivo com ações de controle mais suaves sobre as manipuladas, mas isto implica em um aumento do esforço computacional. O horizonte de controle pode ser considerado como um parâmetro de sintonia para o algoritmo MPC.

Considere a equação (6.19) onde é inserido o horizonte de controle c na matriz dinâmica $\mathbf{G}$ e nas variações das entradas futuras $\Delta \mathbf{u}$, resultando uma matriz aumentada tal como se mostra na equação (6.26) levando em conta que as mudanças futuras das ações de controle a partir do instante c são nulas ($\Delta u(k+c|k) = \Delta u(k+c+1|k) = \dots = \Delta u(k+p+c-1|k)$).

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \hat{y}(k+3|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(k+1|k) \\ f(k+2|k) \\ f(k+3|k) \\ \vdots \\ f(k+p|k) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} s^u(1) & 0 & \dots & 0 \\ s^u(2) & s^u(1) & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ s^u(c) & s^u(c-1) & \dots & s^u(1) \\ s^u(c+1) & s^u(c) & \dots & s^u(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s^u(p) & s^u(p-1) & \dots & s^u(p-c+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \\ s^u(1) & \dots & 0 \\ s^u(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s^u(p-c) & \dots & s^u(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+c-1|k) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} s^d(1) \\ s^d(2) \\ s^d(3) \\ \vdots \\ s^d(p) \end{bmatrix} \Delta d(k|k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} (y(k) - f(k|k)) \quad (6.26) \end{aligned}$$

Finalmente, a equação (6.26) pode ser reescrita em função do vetor $\mathbf{y}^p$, que é a soma dos termos passados e presentes, e os valores futuros composto pelo termo $\mathbf{G}\Delta\mathbf{u}(k)$, em torno do horizonte de predição e controle, como é resumido na equação (6.27). Também, a matriz $\mathbf{G}$ apresenta uma dimensão $p \times c$ descrita na equação (6.28).

$$\hat{\mathbf{y}}(k+1|k) = \mathbf{y}^p(k+1) + \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}(k) \quad (6.27)$$

com

$$\mathbf{y}^p(k+1) = [y^p(k+1), y^p(k+2), \dots, y^p(k+p)]^T$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} s^u(1) & 0 & \dots & 0 \\ s^u(2) & s^u(1) & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ s^u(c) & s^u(c-1) & \dots & s^u(1) \\ s^u(c+1) & s^u(c) & \dots & s^u(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s^u(p) & s^u(p-1) & \dots & s^u(p-c+1) \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

As equações desenvolvidas até agora representam a estrutura do algoritmo de controle por matriz dinâmica DMC (do inglês Dynamic Matrix Control), a qual emprega o modelo de resposta ao degrau, expresso em forma matricial como alternativa para a modelagem do processo e introduz o conceito de horizonte de predição e de controle.

Para o cálculo da resposta livre, o algoritmo DMC deve ser inicializado assumindo que o processo está em estado estacionário.

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \Delta u(k+1) = \Delta u(k+2) = \dots = 0 \\ \Delta d(k) &= \Delta d(k+1) = \Delta d(k+2) = \dots = 0 \\ w(k) &= w(k+1) = w(k+2) = \dots = 0 \end{aligned} \quad (6.29)$$

6.2 Otimizador

Um funcionamento ótimo da planta requer certos critérios de desempenho do sistema de controle. Estes critérios devem se expressos em termos matemáticos para que a lei de controle possa ser obtida em forma algorítmica. No DMC a minimização da função objetivo é usada tal que se possa declarar em sua forma mais simples:

$$J = \min_{\Delta u} \sum_{i=1}^p \delta (y^{ref}(k+i) - \hat{y}(k+i))^2 + \sum_{i=0}^{c-1} \lambda \Delta u(k+i)^2 \quad (6.30)$$

onde y^{ref} é a referência futura do processo (ou *set point*); $\hat{y}$ representa as predições das saídas futuras do processo; Δu é a variação da entrada (ou ações de controle) no instante k ; as magnitudes relativas de δ e λ determinam o intercâmbio entre se seguir/abandonar a trajetória de referência ou reduzir/aumentar a ação das variáveis manipuladas. A minimização desta função custo resulta em um problema de otimização sem restrições.

O problema do algoritmo DMC é a falta de restrições nas variáveis de entrada e saída do processo. Na aplicação do MPC para a planta piloto de neutralização do pH, as variáveis de entrada e saída estão submetidas a restrições, sendo que uma opção mais robusta e interessante para restringir as variáveis é utilizar o algoritmo QDMC (do inglês Quadratic Dynamic Matrix Control). O QDMC utiliza as mesmas equações que o DMC, porém a função objetivo se minimiza mediante o uso de técnicas iterativas, como a programação quadrática.

A seguir são descritas as restrições nas entradas e saídas do processo, a de otimização que o QMDC emprega e, finalmente se apresenta o algoritmo de controle do QMDC.

6.2.1 Restrições nas entradas e saídas do processo

O tratamento convencional de restrições em controle de processos se baseia nas limitações físicas do processo, por exemplo, a velocidade de abertura de uma eletroválvula, a temperatura máxima de um forno, a velocidade de enchimento de um tanque, etc, por razões de segurança, econômicas, etc.

Os algoritmos de controle MPC são metodologias possíveis de adicionar restrições de forma sistemática na fase de desenvolvimento do controlador, sendo esta característica uma das razões de seu êxito na indústria. É evidente que, ao se ter um modelo dinâmico do processo, possa se conhecer a evolução futura de sua saída e, portanto possa se conhecer se está violando ou não as restrições e atuar nesta consequência.

Entre as mais comuns, existem três tipos de restrições: limitações na mudança da entrada, limitações na entrada e limitações na saída, cada uma delas é descrita a seguir.

Restrições na variação da entrada

Consideram-se os limites superior e inferior representados pelos parâmetros Δu_{min} e Δu_{max} , respectivamente, para as restrições na mudança da entrada:

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u \leq \Delta u_{max} \quad (6.31)$$

o qual, pode ser reescrito separando o limite superior e inferior da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Delta u &\leq \Delta u_{max} \\ -\Delta u &\leq -\Delta u_{min} \end{aligned} \quad (6.32)$$

então, redefinindo o vetor que contem as variações futuras da variável de entrada $\Delta u(k)$, a equação (6.32) mostra todos os elementos do vetor $\Delta \mathbf{u}(k)$ em função dos valores dos elementos máximos e mínimos em forma matricial.

$$\begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+c-1|k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta u_{max} \\ -\Delta u_{min} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta u_{max,1} \\ \Delta u_{max,2} \\ \vdots \\ \Delta u_{max,c} \\ -\Delta u_{min,1} \\ -\Delta u_{min,2} \\ \vdots \\ -\Delta u_{min,c} \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

A equação (6.33) pode ser resumida na forma $\mathbf{A}_{I_1} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_1$, sendo $\mathbf{A}_{I_1}$ formada pelas matrizes identidades, $\mathbf{x}$ representa o vetor das variações futuras nas entradas e $\mathbf{b}_1$ os elementos formados pelos limites máximos e mínimos da variação na entrada. Também, deve-se considerar $\Delta u_{max}(j) = \Delta u_{max}$ e $\Delta u_{min}(j) = \Delta u_{min}$ para todo j .

Restrições na variável de entrada

Para a entrada, consideram-se os limites superiores e inferiores do valor atual da variável de entrada representado pela seguinte inequação:

$$u_{min} \leq u \leq u_{max} \quad (6.34)$$

para o qual, os limites superior e inferior podem ser reescritos, em forma matricial, em função das variações da entrada, levando em conta a expressão $\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$.

$$\begin{array}{rcl}
 \Delta u(k) & \leq & u_{max,1} - u(k - 1) \\
 \Delta u(k + 1) + \Delta u(k) & \leq & u_{max,2} - u(k - 1) \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 \underbrace{\Delta u(k + c - 1) + \dots + \Delta u(k)}_{\text{limite superior}} & \leq & u_{max,c} - u(k - 1) \\
 & & (6.35) \\
 -\Delta u(k) & \leq & -u_{min,1} - (-u(k - 1)) \\
 -\Delta u(k + 1) - \Delta u(k) & \leq & -u_{min,2} - (-u(k - 1)) \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 \underbrace{-\Delta u(k + c - 1) - \dots - \Delta u(k)}_{\text{limite inferior}} & \leq & -u_{min,c} - (-u(k - 1))
 \end{array}$$

Descritas as formas matriciais para os limites superior e inferior da entrada, a equação (6.36) mostra o resultado da combinação das duas em uma matriz da forma $\mathbf{A}_{I_2} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_2$, sendo $\mathbf{A}_{I_2}$ uma matriz binária triangular inferior $\mathbf{I}_L$ e $\mathbf{b}_2$ é o vetor coluna formado pela diferença do vetor de máximos e mínimos e o vetor coluna de mais e menos uns.

$$\begin{bmatrix} I_L \\ -I_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k + 1|k) \\ \Delta u(k + 2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + c - 1|k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_{max,1} \\ u_{max,2} \\ \vdots \\ u_{max,c} \\ -u_{min,1} \\ -u_{min,2} \\ \vdots \\ -u_{min,c} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} u(k - 1) \quad (6.36)$$

$$\mathbf{I}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Restrições na saída

Consideram-se os limites superiores e inferiores para a desigualdade na variável de saída:

$$\mathbf{y}_{min} \leq \hat{\mathbf{y}} \leq \mathbf{y}_{max} \quad (6.37)$$

considerando em conta a equação (6.27) e separando a equação (6.37) em duas desigualdades para os limites máximos e mínimos, a equação (6.38) mostra as restrições superior e inferior em função das previsões e a equação (6.39) representa em sua forma matricial, que pode ser descrita também pela forma $\mathbf{A}_3 \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_3$.

$$\begin{array}{rcl} \hat{y}(k+1) & \leq & y_{max,1} \\ \hat{y}(k+2) & \leq & y_{max,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{y}(k+p) & \leq & y_{max,p} \end{array} \quad \text{limite superior} \quad (6.38)$$

$$\begin{array}{rcl} \hat{y}(k+1) & \leq & -y_{min,1} \\ \hat{y}(k+2) & \leq & -y_{min,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{y}(k+p) & \leq & -y_{min,p} \end{array} \quad \text{limite inferior}$$

$$\begin{bmatrix} G \\ -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|t) \\ \vdots \\ \Delta u(k+c-1|k) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{max} - \mathbf{y}^p(k+1) \\ \mathbf{y}_{min} + \mathbf{y}^p(k+1) \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

Finalmente, os três tipos de restrições representadas pelas desigualdades $\mathbf{A}_{I_1} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_1$, $\mathbf{A}_{I_2} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_2$ e $\mathbf{A}_3 \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_3$ podem ser combinados em um sistema completo, como é mostrado na equação (6.40).

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{A} \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{b} \quad (6.40)$$

6.2.1 Otimização do algoritmo QMDC

Desenvolvidas as restrições nas variáveis de entrada e saída, a finalidade do algoritmo QDMC é encontrar uma sequência de variações futuras na entrada $\Delta \mathbf{u}$ mediante um processo de otimização sujeito a restrições e usando programação quadrática (GARCÍA; MORSHEDI, 1986). A programação quadrática representa um tipo especial de

programação não-linear, na qual a função objetivo é da forma quadrática e as restrições são lineares. Então, para se obter a dita expressão se inicia a partir da equação (6.30) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
J &= (\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u})^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}) + \Delta\mathbf{u}^T \lambda \Delta\mathbf{u} \\
J &= [(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T - \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{G}^T] \delta[(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p) - \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}] + \Delta\mathbf{u}^T \lambda \Delta\mathbf{u} \\
J &= (\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p) - (\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} - \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{G}^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p) \\
&\quad + \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{G}^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}^T \lambda \Delta\mathbf{u} \\
J &= \Delta\mathbf{u}^T (\mathbf{G}^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \lambda \mathbf{I}) \Delta\mathbf{u} - 2(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)
\end{aligned}$$

a função objetivo para a programação quadrática J_{QP} se define da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
J_{QP} &= \frac{1}{2} J \\
J_{QP} &= \frac{1}{2} [\Delta\mathbf{u}^T (\mathbf{G}^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \lambda \mathbf{I}) \Delta\mathbf{u} - 2(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)] \\
J_{QP} &= \frac{1}{2} \Delta\mathbf{u}^T (\mathbf{G}^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \lambda \mathbf{I}) \Delta\mathbf{u} + [-\mathbf{G}^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)]^T \Delta\mathbf{u} + \frac{1}{2} (\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)
\end{aligned}$$

o último termo é desprezado devido a que não influi na localização do ótimo, isto porque não depende da variação da entrada $\Delta\mathbf{u}$. Finalmente a função custo J_{QP} é representada mediante a equação (6.41).

$$J_{QP} = \frac{1}{2} \Delta\mathbf{u}^T \underbrace{(\mathbf{G}^T \delta\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \lambda \mathbf{I})}_{\mathbf{H}} \Delta\mathbf{u} + \underbrace{[-\mathbf{G}^T \delta(\mathbf{y}^{ref} - \mathbf{y}^p)]^T}_{\mathbf{C}^T} \Delta\mathbf{u} + cte \quad (6.41)$$

As matrizes $\mathbf{H}$ e $\mathbf{C}^T$ são chamadas de Hessiana (uma matriz constante) e de gradiente do vetor (varia em cada tempo de amostragem), respectivamente. Para que o problema de programação quadrática convirja, a matriz Hessiana deve ser positiva semi-definida. Se esta condição é cumprida, então existe um mínimo global.

Como resumo final, a solução da programação quadrática se define da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta u} \quad & \left(\frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{C}^T \Delta \mathbf{u} \right) \\ \text{sujeito a} \quad & \mathbf{A} \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{b} \end{aligned} \tag{6.42}$$

6.2.2 Construção do algoritmo QMDC

O algoritmo QMDC consiste em duas etapas, uma etapa *off-line* e outra *on-line*.

OFF-LINE

A etapa *off-line* consiste no ingresso de dados e o cálculo das matrizes que o algoritmo QMDC requer para calcular as ações de controle futuras. Primeiro, o algoritmo precisa dos seguintes parâmetros:

- Obter a resposta ao degrau do modelo S^u ;
- Obter a resposta ao degrau do modelo S^d ;
- Ingressar o horizonte de predição p ;
- Ingressar o horizonte de controle c ;
- Ingressar o fator de peso para a variável de entrada λ ;
- Ingressar o fator de peso para a variável de saída δ ;
- Ingressar os limites superiores e inferiores para as variáveis de entrada e saída.

em seguida, com os parâmetros ingressados, são calculadas as seguintes matrizes:

- Calcular a matriz dinâmica $\mathbf{G}$ da equação (6.28);
- Construir a matriz binária $\mathbf{M}$, $\mathbf{T}$ e $\mathbf{I}_L$ das equações (6.15), (6.23) e (6.36), respectivamente;
- Construir a matriz de restrições $\mathbf{A}$ da equação (6.40);
- Calcular a matriz Hessiana $\mathbf{H}$ da equação (6.41).

ON-LINE

Na etapa *on-line* o algoritmo resolve o problema de otimização de forma iterativa, encontrando um vetor de ações de controle que será aplicado ao processo. Porém, não existe expressão analítica para a solução. A seguir, a Figura 6.6 mostra o fluxograma do algoritmo QDMC.

Figura 6.6: Esquema do algoritmo QDMC.

6.2.3 Algoritmo QMDC multivariável

Uma das principais vantagens do MPC é a solução de um problema de controle multivariável, sem a necessidade de desacoplar o processo em vários sistemas SISO. Neste processo, as equações desenvolvidas para o sistema SISO podem ser estendidas para sistemas MIMO, sendo este último modelado em múltiplos sistemas MISO.

Definindo o número de variáveis de entrada como m e o número de variáveis do processo como n e, considerando a equação (4.26), as previsões de saída para um sistema MIMO podem ser representadas através da equação (6.43).

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \\ \vdots \\ \hat{y}_n \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{y}}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{T}\mathbf{f}_1 \\ \mathbf{T}\mathbf{f}_2 \\ \mathbf{T}\mathbf{f}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{T}\mathbf{f}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{1,1}^d & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{s}_{2,2}^d & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{s}_{n,n}^d \end{bmatrix} \Delta \mathbf{d}(k|k)}_{\mathbf{y}^p} + \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 - \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{y}_2 - \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{y}_3 - \mathbf{f}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n - \mathbf{f}_n \end{bmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,1} & \mathbf{G}_{1,2} & \cdots & \mathbf{G}_{1,m} \\ \mathbf{G}_{2,1} & \mathbf{G}_{2,2} & \ddots & \mathbf{G}_{2,m} \\ \mathbf{G}_{3,1} & \mathbf{G}_{3,2} & \ddots & \mathbf{G}_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{G}_{n,1} & \mathbf{G}_{n,2} & \cdots & \mathbf{G}_{n,m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_1 \\ \Delta \mathbf{u}_2 \\ \Delta \mathbf{u}_3 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}_m \end{bmatrix}}_{\Delta \mathbf{u}}
 \end{aligned} \tag{6.43}$$

De acordo com a equação (6.43), se pode observar que o vetor coluna $\mathbf{y}^p$ apresenta dimensão $n \times p$; a matriz dinâmica $\mathbf{G}$ possui dimensão $n \times p \times m \times c$; o vetor coluna das variações futuras de controle $\Delta \mathbf{u}$ apresenta dimensão de $m \times c \times 1$.

Finalmente, a solução do problema de otimização é igual ao fluxograma do algoritmo QDMC para sistemas SISO apresentado na Figura 6.6, mas os fatores peso da saída e as ações de controle são representados através de matrizes diagonais $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$, respectivamente, como é mostrado na equação (6.44).

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \delta_n \end{bmatrix}; \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

Capítulo 7

Aplicação do algoritmo de controle QDMC na planta piloto de neutralização de pH

Realizada a etapa de identificação do processo de neutralização do pH e a revisão teórica sobre o algoritmo de controle baseado em modelo MPC, neste capítulo pretende-se desenvolver o sistema de controle (seção 7.1) e avaliar o desempenho do algoritmo QDMC, utilizando os modelos obtidos no capítulo 5. O algoritmo QDMC foi desenvolvido pelo BR-Ident do grupo CETAI (Centro de Excelência em Tecnologia de Aplicação em Automação Industrial) da USP. Esta avaliação é realizada de maneira experimental em modo servo e regulatório, como é mostrado nas seções 7.2 e 7.3, respectivamente. Os resultados obtidos são comparados com as respostas que o controlador convencional PID proporciona.

7.1 Esquemas de controle

Nesta dissertação são adotados dois esquemas de controle. O primeiro esquema desenvolvido calcula os *set points* ótimos que ingressarão nos controladores PID de nível e pH, respectivamente, a fim de manter as variáveis de processo em um valor desejado; este esquema de controle é mostrado na Figura 7.1. No segundo esquema, o algoritmo QDMC calcula os sinais de controle ótimos que ingressarão no processo de pH, como é mostrado na Figura 7.2.

Figura 7.1: Esquema de controle do QDMC com PID ativo.

Figura 7.2: Esquema de controle do QDMC atuando direto no processo.

A sintonia do controlador QDMC foi obtida de forma experimental, aplicando-se um degrau de 65% a 68% e de 7 a 7.5 nas referências das malhas do nível e pH, respectivamente. Para tal fim manteve-se constante o peso da saída, com um valor de 10, e passou-se a variar o peso dos incrementos, até encontrar a melhor sintonia do controlador QDMC, onde cada 10 segundos o controlador calcula o sinal de entrada. Este procedimento foi realizado variando uma referência por vez.

Os resultados obtidos na busca da sintonia ótima são mostrados nas Tabelas 7.1 e 7.2 para os esquemas de controle do QDMC com PID ativo e atuando diretamente no processo, respectivamente. Na sintonia do QDMC com PID ativo, utilizando os quatro modelos em malha fechada, apresentaram respostas similares e por tanto é assumida uma única sintonia.

Tabela 7.1: Parâmetros de sintonia e restrições do algoritmo QDMC com PID ativo para os modelos BJ-GBN Misto, ASYM BJ-GBN Misto, MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN.

Pesos e Restrições – QDMC		
Nível	Peso na Entrada	10
	Peso na Saída	1
	Valor máximo no valor atual da entrada	70
	Valor mínimo no valor atual da entrada	60
	Valor máximo no valor atual da saída	70
	Valor mínimo no valor atual da saída	60
	Limite superior na variação da entrada	3
	Limite inferior na variação da entrada	-3
pH	Peso na Entrada	10
	Peso na Saída	0,5
	Valor máximo no valor atual da entrada	8
	Valor mínimo no valor atual da entrada	6
	Valor máximo no valor atual da saída	7,7
	Valor mínimo no valor atual da saída	6,3
	Limite superior na variação da entrada	0,5
	Limite inferior na variação da entrada	-0,5

Tabela 7.2: Parâmetros de sintonia e restrições do algoritmo QDMC atuando diretamente no processo para o modelo EMPEM-GBN.

	Pesos e Restrições – QDMC	EMPEM
Nível	Peso na Entrada	10
	Peso na Saída	1
	Valor máximo no valor atual do sinal de controle	65
	Valor mínimo no valor atual do sinal de controle	15
	Valor máximo no valor atual da saída	70
	Valor mínimo no valor atual da saída	60
	Limite superior na variação do sinal de controle	5
	Limite inferior na variação do sinal de controle	-5
pH	Peso na Entrada	10
	Peso na Saída	0,3
	Valor máximo no valor atual do sinal de controle	80
	Valor mínimo no valor atual do sinal de controle	30
	Valor máximo no valor atual da saída	7,6
	Valor mínimo no valor atual da saída	6,4
	Limite superior na variação do sinal de controle	5
	Limite inferior na variação do sinal de controle	-5

7.2 Testes em modo servo

Os testes em modo servo são realizados aplicando sinais degrau, similares à etapa de pré-teste como sinal de referência do processo, com uma duração de 30 minutos em cada patamar. Uma das variáveis de processo se manteve constante em seu ponto estacionário, durante o tempo do experimento e a outra foi variando de acordo com o sinal de referência empregado.

7.2.1 Testes em modo servo do QDMC com PID ativo

Nesta etapa experimental o controlador QDMC com PID ativo é testado variando as referências das malhas do nível e pH. A Figura 7.3 mostra as variáveis de saída do nível e pH que proporcionam os controladores PID e QDMC com PID ativo, este último utiliza o modelo BJ-GBN Misto para a referência aplicada. As Figuras 7.4 e 7.5 mostram os *set points* ótimos gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, e os sinais de controle, respectivamente.

Figura 7.3: Comparação das respostas do processo com os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo-se a referência do pH constante (direita).

Figura 7.4: *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante.

Figura 7.5: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante.

Em seguida o modelo ASYM BJ-GBN Misto é testado no controlador QDMC com PID ativo. As respostas de saída do nível e pH do QDMC são comparadas com as respostas do controlador convencional PID conforme se mostra na Figura 7.6. Logo, as Figuras 7.7 e 7.8 mostram os *set points* ótimos gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, e os sinais de controle que ingressam no processo respectivamente.

Figura 7.6: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo a referência do pH constante (direita).

Figura 7.7 *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante.

Figura 7.8: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante.

Finalmente, os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto são testados no controlador QMDC com PID ativo, variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante. As respostas de saídas das variáveis do processo do controlador QMDC são comparadas com as respostas do controlador PID, conforme é mostrado na Figura 7.9. As Figuras 7.10 e 7.11 mostram os *set points* ótimos gerados pelo algoritmo QMDC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto e os sinais de controle, respectivamente.

Figura 7.9: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QMDC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo a referência do pH constante (direita).

Figura 7.10: *Set point* gerado pelo algoritmo QMDC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, para os controladores do nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante.

Figura 7.11: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante.

De acordo com os gráficos mostrados, pode-se observar a eficiência e robustez do algoritmo QDMC, usando os quatro modelos identificados, o qual mantém a variável de saída do nível no valor desejado com um melhor tempo de subida e descida. Avaliando-se o pH, estes apresentam variações aceitáveis, produto das variações na referência do nível.

Os *set points* que calcula o QDMC ficam dentro do intervalo estabelecido, mostrando-se variante em todo o experimento, a fim de manter a variável de saída no valor desejado.

Referente ao sinal de controle que entra na malha do nível, este apresenta uma saturação de 0% no momento em que a referência do nível varia de 62% a 65%.

Em seguida, testa-se a malha do pH, variando sua referência em um intervalo de 6,5 a 7,5, mantendo-se a referência do nível constante. A Figura 7.12 mostra a saída de pH e nível utilizando os controladores PID e QDMC com PID ativo, este último utiliza o modelo BJ-GBN Misto para calcular as entradas ótimas que ingressarão no processo. As Figuras 7.13 e 7.14 mostram os *set points* ótimos gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, e os sinais de controle, respectivamente.

Figura 7.12: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) mantendo a referência do nível constante (esquerda).

Figura 7.13: *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante.

Figura 7.14: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante.

Em seguida é testado o modelo ASYM BJ–GBN Misto no controlador QDMC com o PID ativo a fim de calcular os sinais de entrada que ingressarão no processo. A Figura 7.15 mostra as respostas de saída do nível e pH, variando a referência de entrada deste último e mantendo constante a referência do nível. A Figura 7.16 mostra os *set points* ótimos que calcula o algoritmo QDMC empregando o modelo ASYM BJ–GBN Misto e a Figura 7.17 mostra os sinais de controle que ingressam no processo.

Figura 7.15: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) mantendo a referência do nível constante (esquerda).

Figura 7.16: *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante.

Figura 7.17: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante.

Finalmente, os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto são testados no controlador QMDC com PID ativo, variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante. As respostas obtidas pelos controladores PID e QDMC são comparadas, mostrando como resultado a Figura 7.18. As Figuras 7.19 e 7.20 mostram os *set points* ótimos gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, e os sinais de controle, respectivamente.

Figura 7.18: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) mantendo a referência do nível constante (esquerda).

Figura 7.19: *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante.

Figura 7.20: Sinais de controle gerado pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante.

De acordo com os resultados obtidos, percebe-se que o algoritmo QDMC consegue diminuir as oscilações nos pontos de operação de 7 e 7,5 de pH para os quatro modelos testados. No ponto 6,5 de pH, devido à assimetria e à não-linearidade do processo, ele não consegue estabilizar no tempo estabelecido. Para a malha do nível, a variável de saída manteve-se dentro do ponto estacionário indicado. Este resultado é esperado devido à natureza linear do processo.

7.2.2 Testes em modo servo do QDMC atuando diretamente no processo

Neste item, o modelo EMPEM-GBN é testado de forma experimental como no item anterior. Primeiro é realizada uma variação na referência do nível mantendo a referência do pH constante, tal como é mostrado na Figura 7.21. A Figura 7.22 mostra os sinais de controle do nível e pH realizando uma variação na referência do nível, mantendo a do pH constante.

Em seguida, passa-se a variar a referência do pH mantendo a referência do nível constante, como se mostra na Figura 7.23 e a Figura 7.24 mostra os sinais de controle do nível e pH, realizando uma variação na referência do pH, mantendo a do nível constante.

Figura 7.21: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, quando se insere uma variação na referência do nível (esquerda) mantendo a referência do pH constante (direita).

Figura 7.22: Sinais de controle gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, para o nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do nível e mantendo a referência do pH constante.

Figura 7.23: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, quando se insere uma variação na referência do pH (direita) e mantendo a referência do nível constante (esquerda).

Figura 7.24: Sinais de controle gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, para o nível (esquerda) e pH (direita) variando a referência do pH e mantendo a referência do nível constante.

Analisando visualmente os resultados das variações realizadas nas referências do nível e pH, percebe-se a eficiência do algoritmo QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, para manter ambas as variáveis de saída do processo no ponto de operação estabelecido.

Para a malha do nível, variando sua referência, nota-se que o algoritmo QDMC responde de forma mais eficiente, estabilizando a saída no valor desejado com um melhor tempo de subida e descida. A saída do pH também apresenta uma melhor estabilidade ao longo do teste, à exceção dos sobressinais, que são produto das variações na referência do nível.

Para a malha do pH, variando sua referência, percebe-se também a eficiência do algoritmo QDMC, que permite estabilizar a saída do pH em todos os pontos de operação testados, diminuindo as oscilações e mantendo o nível perto do ponto estacionário estabelecido em todo o experimento.

7.3 Testes em modo regulatório

Nesta seção, os testes em modo regulatório são realizados variando a vazão do ácido que ingressa no reator. De acordo com a Figura 7.25, o aumento da vazão do ácido é realizada a cada 30 minutos. Inicialmente, a vazão é aproximadamente 49,5 l/h (Q_a , linha de cor azul) em seguida esta comuta para um valor de 50,5 l/h (Q_b , linha de cor preta).

Figura 7.25: Vazão de ácido aplicada ao processo de neutralização do pH com um tempo de comutação de 30 minutos.

O experimento é realizado com os pontos estacionários de 65%, para a referência do nível e 7 para a referência do pH. A Figura 7.26 mostra o nível e o pH com controladores PID e QDMC com PID ativo, utilizando o modelo BJ-GBN Misto. A Figura 7.27 mostra os *set points* que envia o QDMC aos controladores de nível e pH e a Figura e 7.28 mostra os sinais de controle gerados pelo controlador PID.

Figura 7.26: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Figura 7.27: *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Figura 7.28: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo BJ-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

As Figuras 7.29, 7.30 e 7.31 mostram as variáveis de saída do nível e pH que proporcionam os controladores PID e QDMC com PID ativo, este último utiliza o modelo ASYM BJ-GBN Misto, o *set point* que envia o QDMC aos controladores de nível e pH e os sinais de controle por parte destes controladores, respectivamente.

Figura 7.29: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Figura 7.30: *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Figura 7.31: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Finalmente, são testados os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto no controlador QDMC e as respostas obtidas são comparadas com as respostas do controlador PID, conforme mostrando assim na Figura 7.32. As Figuras 7.33 e 7.34 mostram os *set points* que o QDMC envia aos controladores de nível e pH e os sinais de controle por parte destes controladores, respectivamente.

Figura 7.32: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Figura 7.33: *Set point* gerado pelo algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, para os controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Figura 7.34: Sinais de controle gerados pelo PID quando o algoritmo QDMC, utilizando os modelos MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto, envia os *set points* aos controladores de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

De acordo com os resultados mostrados, nota-se a robustez do algoritmo QDMC em estabilizar o processo quando este é submetido a uma perturbação não medida.

Na malha do nível, o controlador QDMC mantém a variável de saída muito perto do ponto estacionário estabelecido em comparação à resposta PID, que varia aproximadamente $\pm 1\%$ em torno do valor desejado.

No caso da malha de pH, o controlador QDMC consegue estabilizar mais rápido o pH, com um sobressinal inicial de $\pm 0,2$ de pH aproximadamente, em comparação à resposta que se obtém com controlador PID. Este último apresenta sobressinal elevado na

saída do pH, com valores de $+0,8$ e $-0,6$ aproximadamente do valor desejado. Os quatro modelos testados com o algoritmo QDMC apresentam respostas similares.

A seguir, é testado o modelo EMPEM-GBN no controlador QDMC, atuando diretamente no processo, e as respostas das variáveis de saída são comparadas com as respostas que o controlador PID proporciona, como é mostrado na Figura 7.35. A Figura 7.36 mostra os sinais de controle calculados pelo algoritmo QDMC.

Figura 7.35: Comparação das respostas do processo entre os controladores PID e QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Figura 7.36: Sinais de controle gerados pelo algoritmo QDMC, utilizando o modelo EMPEM-GBN, para o processos de nível (esquerda) e pH (direita) quando se insere uma perturbação na vazão de ácido.

Realizando uma análise visual, as variáveis do processo precisam de maior tempo para atingir a estabilidade utilizando o controlador QDMC que atua diretamente no processo. Para a malha do nível, a variação da variável de saída varia em torno de $\pm 0,5\%$ do ponto estacionário aproximadamente. Para a malha do pH, as variações na saída se

encontram no intervalo de $\pm 0,3$ aproximadamente do ponto de operação, apresentando uma subida e descida lenta para atingir a referência estabelecida.

7.4 Avaliação dos controladores a traves de índices de desempenho

Uma forma de avaliar o desempenho dos controladores testados na planta piloto de neutralização de pH, em modo servo e regulatório, é mediante a integral o erro quadrático ISE (do inglês Integral Square Error) a qual é expressa pela equação (3.25). O ISE tem mais ponderação nos erros grandes que estão presentes ao início da resposta menor ponderação para erros pequenos que se encontram ao final da resposta. O menor valor do ISE é quem apresenta melhor acompanhamento entre o sinal de saída e a referencia do processo.

A seguir, as Tabelas 7.3 e 7.4 apresentam os índices de desempenho para os controladores testados em modo servo e regulatório respectivamente.

Tabela 7.3: Índices de desempenho dos controladores testados em modo servo.

Controlador	Malha	Modelo	Valor do ISE (referencia do nível variável com pH fixo)	Valor do ISE (referencia do pH variável com nível fixo)
PID	Nível	----	4260,3	103,88
	pH	----	10,39	97,41
QDMC com PID ativo	Nível	BJ	2138,5	193,61
		ASYM BJ	2078,4	94,94
		MPPEM	2222,6	140,79
		EMPEM	2315,6	205,02
	pH	BJ	24,53	74,29
		ASYM BJ	28,1	71,27
		MPPEM	29,09	70,54
		EMPEM	37,19	74,15
QDMC atuando diretamente no processo	Nível	EMPEM	2201,2	74,4
	pH	EMPEM	77,65	58,44

Tabela 7.4: Índices de desempenho dos controladores testados em modo regulatório.

Controlador	Malha	Modelo	Valor do ISE
PID	Nível	----	3511,3
	pH	----	879,79
QDMC com PID ativo	Nível	BJ	189,2
		ASYM BJ	164,1
		MPEM	180,06
		EMPEM	191,78
	pH	BJ	96,03
		ASYM BJ	106,19
		MPEM	65,27
		EMPEM	138,56
QDMC atuando diretamente no processo	Nível	EMPEM	910,85
	pH	EMPEM	240,93

De acordo com os resultados mostrados, na Tabela 7.3 se pode observar que, variando a referencia do nível e fixando a referencia do pH, os melhores resultados de índices ISE foram de 2078,4 e 10,39 utilizando o controlador QDMC com PID ativo, empregando o modelo ASYM BJ-GBN Misto, e o controlador PID, para as malhas do nível e pH, respectivamente. Realizando a variação na referencia do pH e fixando a referencia do nível, os melhores resultados de índices ISE foram de 74,40 e 58,44 utilizando o controlador QDMC atuando diretamente no processo e empregando o modelo EMPEM.

Avaliando os resultados, em modo regulatório, da Tabela 7.4, pode-se observar que, para a malha do nível, o melhor resultado do índice ISE foi de 164,1, utilizando o modelo ASYM BJ-GBN Misto; para a malha do pH, o melhor resultado do índice ISE foi de 65,27, utilizando o modelo MPEM-GBN Misto. Ambos modelos foram implementos no controlador QDMC com PID ativo.

Capítulo 8

Conclusões e trabalhos futuros

Depois de ter analisado e discutido os resultados obtidos na etapa de identificação, em malha aberta e fechada, e na aplicação do algoritmo QDMC na planta-piloto de neutralização de pH, neste capítulo são formuladas as conclusões finais. Também serão feitas algumas sugestões para trabalhos futuros nesta linha de pesquisa.

8.1 Conclusões

A identificação para controle de processos industriais é de grande interesse. A estimação de modelos matemáticos permite desenvolver o sistema de controle com maior eficiência e robustez. Nesta dissertação realizou-se o processo de identificação de sistemas para que, com os modelos resultantes, seja desenvolvido o sistema de controle utilizando o algoritmo QDMC.

A etapa de identificação foi realizada para o sistema em malha aberta e em malha fechada com os algoritmos estudados no capítulo 4. Os modelos resultantes passaram por um processo de validação clássica, proposta por LJUNG (1999) assim como também uma validação visual, concluindo-se o seguinte:

- Na identificação em malha fechada percebeu-se a superioridade do sinal GBN misto sobre o sinal GBN. A comparação visual dos modelos foi determinante para adotar os modelos BJ-GBN Misto, ASYM BJ-GBN Misto, MPEM-GBN Misto e EMPEM-GBN Misto para representar o processo, devido aos índices *fit* serem similares para todos os métodos

aplicados. Os modelos obtidos, utilizando os distintos métodos de identificação em malha fechada, resultarem ótimos a partir da otimização da ordem das estruturas para 70 passos à frente, mediante o critério FPEP e por tal razão, as respostas foram muito próximas.

- Na identificação em malha aberta, os modelos obtidos para a malha de nível apresentaram índices *fit* próximos, com os dois tipos de sinais de excitação. As diferenças entre eles foram obtidas nas validações visuais, pois só os algoritmos ARX, ARMAX, ASYM BJ e EMPEM conseguem estimar modelos com um comportamento próximo ao processo real. Com relação à malha de pH, os índices *fit* obtidos ficam abaixo da média esperada, da mesma forma que a resposta visual obtida, quando foi aplicado o sinal de controle real do processo, com exceção do algoritmo EMPEM. Isto por causa da natureza assimétrica e não-linearidade do processo.

No desenvolvimento do sistema de controle para o processo de neutralização de pH utilizando o algoritmo QDMC, os experimentos realizados em modo servo e regulatório trazem as seguintes conclusões:

- O teste em modo servo demonstrou a superioridade dos sistemas de controle QDMC com PID ativo e o QDMC atuando direito no processo, para as malhas do nível e pH, com respeito ao controlador PID; na malha do nível porque permite um menor tempo de subida e descida, uma redução do sobressinal e uma melhor estabilidade nos pontos de operação testados, melhor que o controlador PID; na malha do pH porque reduz as oscilações e os sobressinal nos pontos de operação testados.
- O teste em modo regulatório permitiu observar o desempenho e a robustez do algoritmo QDMC com respeito ao controlador PID. No primeiro esquema de controle (Figura 7.1) se demonstrou que o tempo de estabilidade das variáveis de saída, quando é aplicada a perturbação na vazão de ácido, é mais rápido e apresenta menor sobressinal em comparação ao PID. Para o segundo esquema de controle (Figura 7.2), o tempo de estabilidade é lento

em comparação às respostas do primeiro esquema, mas conseguiu reduzir o sobressinal.

Comparando os dois esquemas de controle, o melhor resultado que se obteve em modo servo foi do QDMC atuando direto no processo. A diferença deste resulta na mudança do pH de 7 a 6,5 que consegue estabilizar a saída no tempo estabelecido. Avaliando o desempenho destes esquemas em modo regulatório, notoriamente o esquema da Figura 7.1, nota-se um tempo de estabilidade e um sobressinal menor aos que se obtêm utilizando o QDMC atuando direito no processo. A consequência deste resultado deve-se ao modelo estimado, que não consegue representar a maior parte da dinâmica do processo.

8.2 Sugestões para trabalhos futuros

A seguir são apresentadas algumas perspectivas de extensão deste trabalho:

- Os algoritmos estudados no capítulo 4 fazem referência à identificação de modelos lineares. Nesta situação se observou que a malha de pH apresenta uma alta assimetria e não-linearidade. Por tal razão se poderia propor métodos de identificação não-lineares a fim de realizar a comparação com os resultados obtidos neste trabalho e observar a melhora da identificação e controle;
- Nos esquemas de controle propostos neste trabalho, o algoritmo QDMC emprega o modelo do processo para calcular os *set point* e as ações de controle. Uma alternativa de melhorar o controle do processo é usar o sinal disponível da vazão de ácido e usá-lo como uma perturbação medida no modelo da planta.

Referências Bibliográficas

AGUIRRE, L. A. Introdução à identificação de sistemas – técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. Ed. UFMG, Belo Horizonte, MG, 2000.

ALVES, V. A. O. Comparação de Métodos Diretos e de Dois-Passos na identificação de sistemas em malha fechada. Teses de doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, 2011.

ANTON H.; BUSBY, R. *Álgebra Linear Contemporânea*. John Wiley, USA, 2003.

ÅSTRÖM, K. L.; BOHLIN T. Numerical identification of linear dynamic system from normal operating records. In Proceedings of IFAC Symposium on Self-Adaptive System, Teddington, UK, 1965.

BRAS, E. Identification and Robust Control of a MIMO Process. Thesis, Department of Automatic Control & System Engineering, University of Valladolid, Spain, November 1997.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. *Model Predictive Control*, Springer-Verlag, London, 2000.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Control Predictivo: Pasado, Presente y Futuro. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial. Vol. 1-3, pp 5-28, 2004.

CORREA, R. J. Adequação de Planta Piloto de Neutralização de pH a Plataforma de Pesquisa e Desenvolvimento. Relatório de Iniciação Tecnológica EPUSP/FDTE. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, 2011.

CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dynamic matrix control—a computer control algorithm. In Proceedings of the joint automatic control conference, San Francisco, 1980.

FAVARO, J. Controle preditivo aplicado à planta piloto de neutralização de pH. Dissertação de mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, 2012.

FORSELL, U. Closed-loop Identification: Methods, Theory, and Applications. Licenciature thesis no. 566, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Linköping, Sweden, Mar 1999.

GARCÍA, C. E.; MORSHEDI, A. M. Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC). Chemical Engineering Communications, 46, 73–87, 1986.

GARCIA, G.E.; PRETT, D.M.; MORARI, M. Model Predictive Control: Theory and Practice-A Survey. Automatica, Vol. 25, pp. 335-348, 1989.

GEVERS, M. Identification for control: Achievements and open problems. In Proceedings of the 7th IFAC Symposium on System Identification, pp. 401-412, Massachusetts, USA, 2004.

GOPALUNI, R. B., PATWARDHAN, R. S. & SHAH, S. L. The nature of data pre-filters in MPC relevant identification – open- and closed-loop issues, Automatica 39: 1617–1626, 2003.

GOPALUNI, R. B., PATWARDHAN, R. S. & SHAH, S. L. MPC relevant identification – tuning the noise model, Journal of Process Control 14: 699–714, 2004.

HAIR, J.; TAHAM, R.; ANDERSON, R.; BLACK, W. *Analise Multivariada de Dados*. Prentice Hall, USA, 1998.

HUANG, B.; WANG, Z. The role of data prefiltering for integrated identification and model predictive control, Proceedings of the 14th IFAC World Congress, Beijing, China, pp. 151–156, 1999.

IBRAHIM, R. Practical modelling and control implementation studies on a ph neutralization process pilot plant. Thesis, Department of Electronics and Electrical Engineering, Faculty of Engineering, University of Glasgow, Mar 2008.

ISERMANN, R.; MÜNCHHOF M. *Identification of Dynamic System: An Introduction with Application*. Springer-Verlag, Berlin, 2011.

KAILATH, T. *Linear System*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1980.

LEE, J.H.; MORARI, M.; GARCIA, C.E. State-space interpretation of model predictive control. *Automatica*, 1994, Vol. 293, pp. 299-330.

LJUNG, L. Asymptotic variance expressions for identified black-box transfer functions models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 30 N° 9, pp. 834-941, 1985.

LJUNG, L. *System Identification: Theory for the user*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2nd edition, 1999.

LJUNG, L.; Yuan, Z. Asymptotic properties of black-box identification of transfer functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 30, N°6, pp. 514-530, 1985.

MACIEJOWSKI, J. M. *Predictive control with constraints*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2002.

MCMILLAN, G. K. pH control. Research Triangle Park, NC, USA: Instrument Society of America, 1984.

MISOCZKI, R. Identificação de sistemas através do método assintótico, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, 2011.

MORARI, M.; LEE, J. H. Model predictive control: Past, present and future. *Computer and Chemical Engineering*, Vol. 23, pp. 667-682, 1999.

MUTHU, R.; EL KANZI, E. Fuzzy logic control of a pH neutralization process. *International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS)*, Vol. 3, N°5, pp. 1066-1069, 2003.

NATIONAL INSTRUMENTS *System Identification Toolkit: User Manual*. Sept. 2003.

OGATA K. *Engenharia de Controle Moderno*. 4ta Edição, Prentice Hall, 1998.

POTTS, A. S.; ROMANO, R. A.; GARCIA, C. Improving performance and stability of MRI methods in closed-loop. In: *International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes ADCHEM 2012*, 2012, pp. 408-413, Singapore.

PRETT, D.M.; RAMAKER, B.L.; CUTLER, C.L. Dynamic Matrix Control Method. United States Patent, 1979.

PROUDFOOT, C. G.; GAWTHROP, P.J.; JACOBS, O.L.R. Self-tuning PI control of a pH neutralisation process. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, Vol. 130, N°5, pp. 267-272, 1983.

QIN, S. J.; BADGWEL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, n. 11, pp. 733-764, 2003.

RIAÑO, N. *Fundamentos de química analítica básica: Análisis cuantitativo*. Editorial Universidad de Caldas, España, 2000.

RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J. L.; PAPON, J. Algorithmic control of industrial processes. In Proceedings of the 4th IFAC symposium on identification and system parameter estimation. pp. 1119–1167, 1976.

RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J. L.; PAPON, J. Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes. *Automatica*, Vol. 14, 413–428, 1978.

ROMANO, R. A. Identificação de processos não-lineares e quantificação de atrito em válvulas de controle. Tese de doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, 2009.

ROMANO, R. A.; POTTS, A. S.; GARCIA, C. Model Predictive Control Relevant Identification. *Frontiers in Advanced Control Systems, InTech*, pp. 231-252, 2012.

SEAN, K., D. Control of pH in chemical processes using artificial neural networks. Thesis, School of Engineering Liverpool John Moores University, Nov. 1999.

SHABANI, R.; KHAKI S. A.; SALAHSHOOR K. Robust Control of a pH Neutralization Process Plant Using QFT. *International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)*, pp. 497-500, 2010.

SEBORG, D.E.; EDGAR, T.F.; MELLICHAMP, D.A. “Process Dynamics and Control”, John Wiley & Sons Inc., 2nd edition, Canada, 1989.

SHINSKEY, F. G. *Process control systems—application, design, and tuning*. McGraw-Hill Inc, 4th ed., New York, 1996.

SHOOK, D. S.; MOHTADI, C.; SHAH, S. L. Identification for long-range predictive control. IEE Proceedings-D, Vol. 138, N°1, pp. 75-84, 1991.

SÖDERSTROM, T.; STOICA, P. *System Identification*. New York, Prentice Hall, 1989.

TULLEKEN, H. J. A. F. Generalized binary noise test-signal concept for improved identification-experiment design. *Automatica*, Vol. 26, N°1, pp. 37-49, 1990.

VAN DER HOF, P. M. J.; SCHRAMA, R. J. P. Identification and control – closed-loop issues. *Automatica*, 31: 1751-1770, 1995.

VAN DER HOF, P. M. J.; BOMBOIS, X. *System Identification for Control*. Lecture Notes DISC Course, Delft University of Technology, Mar. 2004.

VAN DER KLAUW, A. C. *Closed-loop Identification Issues in the Process Industry*. phd. Thesis, Delft University of Technology, 1995.

VAN DEN BOSCH, P. P. J.; VAN DER KLAUW, A. C. *Modeling, Identification and Simulation of Dynamical System*. CRC Press, 1994.

WAHLBERG, B. *Model Reduction of high-order estimated models: the asymptotic ML approach*. Int. J. Control, 49 (I), pp. 169-192, 1989.

WANG, L. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*, Springer-Verlag, London, 2009.

ZHU, Y.; Backx, A.; Eykhoff, P. Multivariable process identification based on frequency domain measures. Proceedings of 30th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 303-308, 1991.

ZHU, Y. Multivariable process identification for MPC: the asymptotic method and its applications. J. Proc. Cont. Vol. 8, N°2, 8 (2), pp. 101-115, 1998.

ZHU, Y. *Multivariable System Identification for Process Control*. Elsevier Science, First edition Oxford, 2001.