DANIEL JORGE CAETANO

MODELAGEM INTEGRADA PARA A PROGRAMAÇÃO DE
VOOS E A ALOCAÇÃO DE FROTAS: ABORDAGENS
BASEADAS EM PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA E NA
META-HEURÍSTICA COLÔNIA DE FORMIGAS

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade
de São Paulo para
obtenção de Título de
Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Transportes

Orientador:
Professor Doutor
Nicolau D. Fares Gualda

São Paulo
2011

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 04 de julho de 2011

Autor: Daniel J. Caetano

Orientador: Nicolau D. F. Gualda

FICHA CATALOGRÁFICA

Caetano, Daniel Jorge

Modelagem integrada para a programação de vôos e alocação de frotas: abordagens baseadas em programação linear inteira e na meta-heurística Colônia de Formigas / D.J. Caetano. -- ed. Rev. -- São Paulo, 2011.

353 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.

**1. Transporte aéreo 2. Programação linear 3. Heurística
4. Pesquisa operacional I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes II. t.**

DEDICATÓRIA

Ao meu pai, Plínio Jorge Caetano, por me mostrar o quão maior
pode ser o mundo se estivermos dispostos a conhecê-lo.

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Nicolau Dionísio Fares Gualda, pelo auxílio na definição das diretrizes deste trabalho e constante apoio.

À CAPES, pelo apoio financeiro durante grande parte do tempo de desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos MSc. Wágner de Paula Gomes, MSc. João Carlos Medau e MSc. Antonio Martins Lima Filho, pela grande ajuda na compreensão do problema tratado e pelas muitas discussões acerca de todas as etapas de elaboração deste trabalho.

Aos amigos MSc. Ludmilson Abritta Mendes e Marcelo Beccaro Bastos, dos quais o apoio técnico e emocional foi imprescindível para a finalização deste trabalho.

A todos os professores que direta ou indiretamente orientaram, transmitiram conhecimento e foram fonte de inspiração para o caminho escolhido.

E, finalmente, aos meus pais Plínio (*in memoriam*) e Dalva, aos quais serei eternamente grato, por terem me possibilitado chegar até aqui.

RESUMO

Este trabalho propõe modelos matemáticos e heurísticas para a definição da malha de voos de uma empresa aérea, como parte de seu planejamento operacional, visando à maior eficiência de operação frente às restrições relacionadas aos aeroportos, a equipamentos e à demanda. Em especial, é proposta uma função objetivo, baseada no momento de transporte, para a modelagem integrada dos problemas de Programação de Voos e Alocação de Frotas que inclui elementos específicos para a consideração de *slots* de pouso e decolagem.

A abordagem tem aplicação especialmente relevante no âmbito de empresas aéreas de pequeno e médio porte atuando em mercados regionais, cuja malha é composta principalmente por voos de curta duração, em geral operando com aeronaves de pequeno e médio porte. Nestas condições, tais empresas trabalham com margens de lucro limitadas e, portanto, podem-se beneficiar sensivelmente da definição de uma malha mais eficiente e eficaz.

Os modelos desenvolvidos, baseados em programação linear inteira e na meta-heurística *Ant Colony Optimization*, foram aplicados com sucesso ao caso de uma empresa aérea regional, com atuação no mercado brasileiro, possibilitando a definição de malhas alternativas, bem como fornecendo subsídios para a avaliação dos impactos na malha oriundos da utilização de novas aeronaves.

ABSTRACT

This research proposes mathematical models and heuristics to define the flight mesh of an airline, as part of its operational planning, considering restrictions related to airports, equipment and demand. In particular, an objective function is formulated, based on transport momentum, proposed for the integrated modeling of Flight Scheduling and Fleet Assignment problems that includes specific elements to consider landing and takeoff slots at airports.

The approach is especially relevant for small and medium airlines operating in regional markets, with short-haul flights, in general operating with small or medium size aircraft. Accordingly, these companies work with limited profit margins, and, therefore, they can take great benefit from a more efficient and effective flight mesh.

The models proposed, based on integer linear programming and on the Ant Colony Optimization meta-heuristic, were successfully applied to the case of a regional airline with operations in Brazil, enabling the definition of mesh alternatives as well as providing information for the assessment of impacts in its flight network arising from the utilization of new aircraft.

SUMÁRIO

Capítulo 1 - Introdução	15
1.1. Objetivos, Metas e Contribuição	17
1.2. Estrutura do texto	17
Capítulo 2 - O Planejamento Operacional de Empresas Aéreas	20
2.1. Introdução	20
2.2. Aspectos gerais do problema	22
2.3. Etapas Tradicionais de Solução	24
2.3.1. <i>Definição de Voos</i>	25
2.3.1.1. <i>Geração de Voos (Route Development)</i>	26
2.3.1.2. <i>Programação de Voos (Schedule Generation / Design)</i>	28
2.3.2. <i>Alocação de Aeronaves</i>	30
2.3.2.1. <i>Alocação de Frotas (Fleet Assignment)</i>	31
2.3.2.2. <i>Atribuição de Aeronaves (Maintenance Routing)</i>	33
2.3.3. <i>Alocação de Tripulantes</i>	34
2.3.3.1. <i>Definição de Viagens (Crew Pairing)</i>	36
2.3.3.2. <i>Escala de Tripulantes (Crew Rostering)</i>	37
2.4. Avanços Recentes	38
2.6. Conclusões do capítulo	41
Capítulo 3 - Modelos Clássicos para a Alocação de Frotas	42
3.1. Introdução	42
3.2. Modelos para Alocação de Frotas	42
3.2.1. <i>Modelo de Alocação de Frotas de Ferguson-Dantzig</i>	45
3.2.1.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	49
3.2.2. <i>Modelo de Alocação de Aeronaves de Simpson</i>	50
3.2.2.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	53
3.2.3. <i>Modelo de Alocação usando Rede de Conexões</i>	53
3.2.3.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	60
3.2.4. <i>Modelo de Alocação usando Rede Espaço-Tempo</i>	60
3.2.4.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	65

3.3. Modelos Integrados para Programação de Voos e Alocação de Frotas	65
3.3.1. <i>Modelo Integrado Clássico</i>	67
3.3.1.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	70
3.3.2. <i>O Modelo Integrado de Soumis-Ferland-Rousseau</i>	70
3.3.2.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	72
3.3.3. <i>O Modelo Integrado de Lohatepanont-Barnhart</i>	72
3.3.3.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	81
3.3.4. <i>O Modelo Aproximado de Lohatepanont-Barnhart</i>	82
3.3.4.1. <i>Considerações Sobre o Modelo</i>	86
3.4. Conclusões do Capítulo	86
Capítulo 4 - Ant Colony Optimization	89
4.1. Introdução	89
4.2. Origem da Otimização por Colônia de Formigas	90
4.3. A Heurística Simple Ant Colony Optimization (S-ACO)	94
4.3.1. <i>Formalização da Heurística S-ACO</i>	95
4.4. A Meta-Heurística Ant Colony Optimization (ACO)	97
4.4.1. <i>Representação de Problemas para ACO</i>	98
4.4.2. <i>Comportamento das Formigas</i>	99
4.4.3. <i>A Meta-Heurística</i>	100
4.4.4. <i>Critérios Heurísticos e o Papel das Melhorias Locais</i>	101
4.4.5. <i>Aplicação a Problemas Dinâmicos</i>	103
4.5. Variantes Comuns da ACO	103
4.5.1. <i>Ant System - Ant Cycle (AS-AC)</i>	104
4.5.2. <i>Elitist Ant System (EAS)</i>	106
4.5.3. <i>Ranked Ant System (ASrank)</i>	107
4.5.4. <i>MAX-MIN Ant System (MMAS)</i>	108
4.5.5. <i>Ant Colony System (ACS)</i>	109
4.5.6. <i>Multiple Ant Colony System (MACS)</i>	110
4.5.7. <i>Multiple Ant Colony Optimization (MACO)</i>	111
4.6. Aplicação ao Planejamento Aéreo	112

4.6.1. Roteirização de Aeronaves	112
4.6.2. Atribuição de Aeronaves	113
4.6.3. Definição de Viagens	114
4.7. Conclusões do Capítulo	114
Capítulo 5 - Caracterização do Problema	116
5.1. Introdução	116
5.2. Abordagem Adotada para a Programação de Voos Integrada à Alocação de Frota	116
5.3. Considerações Gerais	117
5.3.1. Objetivos	117
5.3.2. Mercado Considerado	118
5.3.3. Porte da Empresa Aérea	119
5.3.4. Receita e Custos	119
5.3.5. Seleção de Voos	120
5.3.6. Tempos de Voo	121
5.3.7. Demandas dos Voos	122
5.3.8. Oferta de Voos, Assentos e Aeronaves	124
5.3.9. Restrições Aeroportuárias	125
Capítulo 6 - Momento de Transporte na Programação de Voos e Alocação de Frotas	126
6.1. Introdução	126
6.2. Maximização de Lucro no Transporte Aéreo de Passageiros	126
6.3. O Momento de Transporte como Proxy de Custos e Receitas	128
6.4. Função Objetivo Baseada em Momento de Transporte	130
6.4.1. Ponto de Equilíbrio entre Oferta e Demanda	131
6.5. Proporcionalidade do Valor de Passagem por Voo	136
6.6. Conclusões do Capítulo	138
Capítulo 7 - Metodologia	139
7.1. Introdução	139
7.2. Metas	140
7.3. Procedimentos	141

7.4. Instâncias de Teste	143
7.5. Critérios	143
7.6. Calibragem dos Parâmetros Básicos da Heurística ACO	145
7.6.1. Procedimento para Calibragem dos Parâmetros Básicos	145
7.6.2. Seleção de Melhores Resultados pelo Critério de Ranking ...	147
Capítulo 8 - Instâncias de Teste e Tratamento de Dados	149
8.1. Introdução	149
8.2. Nomenclatura das Instâncias	149
8.2.1. Tipos de Malha Potencial	150
8.2.1.1. Malha Original	150
8.2.1.2. Malha Incluindo Congonhas	151
8.2.1.3. Malha Incluindo Congonhas e Guarulhos	152
8.2.2. Distribuições de Demanda	153
8.2.2.1. Tipos de Faixa Horária	154
8.2.2.2. Valores das Demandas	155
8.2.3. Tipos de Frota	158
8.2.4. Coeficientes da Função Objetivo	160
8.2.5. Tempos de Voo	161
8.3. Instâncias Adotadas	162
8.3.1. Instâncias para Modelo Sem Realocação de Demanda	162
8.3.2. Instâncias para Modelo Com Realocação de Demanda e Heurísticas	164
8.3.3. Instâncias para Calibragem de Parâmetros da Heurística	167
8.3.3.1. Calibragem do Feromônio Inicial	168
8.3.3.2. Definição de Processos de Heurística	168
8.3.3.3. Calibragem Final dos Modelos	169
8.4. Formatação de Dados de Entrada	169
8.5. Construção da Rede	170
8.5.1. Voo Potenciais Propostos	171
8.5.2. Voos Alternativos e de Reposicionamento	172
8.5.3. Espera em Solo	175

8.6. Conclusões do Capítulo	175
Capítulo 9 - Um Modelo Integrado para Programação de Voos e Alocação de Frotas Sem Realocação de Demanda	176
9.1. Introdução	176
9.2. Considerações Específicas	176
9.3. O Modelo	177
9.4. Implementação e Testes	184
9.5. Aplicação à Malha de Uma Empresa Aérea Atuando no Mercado Brasileiro	185
9.5.1. <i>Instâncias Baseadas na Malha Original</i>	185
9.5.2. <i>Instâncias Adicionando Congonhas</i>	189
9.6. Conclusões do Capítulo	193
Capítulo 10 - Um Modelo Integrado para Programação de Voos e Alocação de Frotas Com Realocação de Demanda e Janelas de Tempo	195
10.1. Introdução	195
10.2. Considerações Específicas	196
10.3. O Modelo	196
10.4. Implementação e Testes	202
10.5. Aplicação à Malha de Uma Empresa Aérea Atuando no Mercado Brasileiro	204
10.5.1. <i>Instâncias Baseadas na Malha Original</i>	204
10.5.2. <i>Instâncias Adicionando Congonhas</i>	207
10.5.3. <i>Instâncias com Congonhas e Demanda por Período</i>	213
10.5.4. <i>Mercado Compartilhado entre Congonhas e Guarulhos</i>	224
10.6. Tempos de Execução e Níveis de Reposicionamento	227
10.7. Consideração de Tempos de Voo por Frota	229
10.8. Conclusões do Capítulo	231
Capítulo 11 - Heurísticas Ant Group	234
11.1. Introdução	234
11.2. Ant Group Optimization	234

11.2.1. O Procedimento Básico da AGO	237
11.2.2. Construção da Solução na AGO	238
11.2.3. Depósito de Feromônios na AGO	240
11.3. Modelagem de Rede para Aplicação da AGO ao Problema Integrado da Programação de Voos e Alocação e Frotas	241
11.3.1. Representação de Feromônios na Rede	243
11.4. Heurística Multiple Ant Group Optimization (MAGO)	243
11.4.1. Inicialização de Feromônios	244
11.4.2. Construção da Solução	246
11.4.2.1. Origem dos Valores Heurísticos	249
11.4.3. Evaporação de Feromônios	251
11.4.4. Depósito de Feromônios	251
11.4.5. Calibragem dos Parâmetros	252
11.4.6. Resultados da Aplicação da Heurística	254
11.5. Heurística Multiple Ant Group System (MAGS)	256
11.5.1. Inicialização de Feromônios	258
11.5.2. Construção da Solução	261
11.5.2.1. Origem do Uso de Feromônios como Informação Heurística	262
11.5.3. Depósito de Feromônios	262
11.5.4. Calibragem dos Parâmetros	263
11.5.5. Resultados da Aplicação da Heurística	265
11.6. Melhorias Locais nas Heurísticas MAGO e MAGS	267
11.6.1. Melhoria Local LS	267
11.6.2. Melhoria Local LS2	268
11.6.2.1. Soluções Processadas pela LS2	269
11.6.3 Heurística MAGO-LS	270
11.6.4 Heurística MAGO-LS2	273
11.6.5 Heurística MAGS-LS	275
11.6.6 Heurística MAGS-LS2	279
11.7. Análise Geral dos Resultados	282

11.8. Conclusões do Capítulo	284
Capítulo 12 - Conclusões e Recomendações	286
12.1. Recomendações	288
Lista de Referências	292
Bibliografia Complementar	299
Glossário	300
Apêndice A - O Cenário Nacional	304
A.1. Introdução	304
A.2. O Sistema Aeroportuário Brasileiro e a Demanda Doméstica de Passageiros	304
<i>A.2.1. Empresas Aéreas Atuando no Transporte Doméstico de Passageiros</i>	<i>311</i>
A.3. Condicionantes do Cenário Nacional	312
<i>A.3.1. Informações Sobre a Demanda</i>	<i>313</i>
<i>A.3.2. Concentração da Demanda de Passageiros Domésticos</i>	<i>313</i>
<i>A.3.3. Restrições Operacionais em Aeroportos Relevantes</i>	<i>315</i>
Apêndice B - Relação entre Coeficientes de Custo e Ocupação Mínima de Aeronave	319
B.1. Introdução	319
B.2. O Princípio do Equilíbrio de Operação	320
B.3. Relação entre Coeficientes de Custo e Ocupação Mínima	321
Apêndice C - Análise de Robustez do Modelo Integrado sem Realocação de Demanda	324
C.1. Melhor Escolha de Frota para um Conjunto de Trilhos	324
C.2. Uso de Voos de Reposicionamento	326
C.3. Uso de Voos de Reposicionamento Envolvendo Aeroportos de Operação Restrita	328
C.4. Conflito entre Número de Slots de Pouso e Decolagem	330
Apêndice D - Análise de Robustez do Modelo Integrado com Realocação de Demanda	333
D.1. Alocação de Demanda Total e Disputa por Voos	333

D.2. Distribuição de Demanda entre Frotas Distintas	337
D.3. Conflito na Escolha de Aeronaves e Voos Obrigatórios	341
Apêndice E - Tabelas de Calibragem de Parâmetros	346
E.1. Calibragem da Heurística MAGO	346
E.2. Calibragem da Heurística MAGO-LS	347
E.3. Calibragem da Heurística MAGO-LS2	348
E.4. Calibragem da Heurística MAGS	349
E.5. Calibragem da Heurística MAGS-LS	350
E.6. Calibragem da Heurística MAGS-LS2	351
E.7. Ranking* de Conjuntos de Feromônio Inicial	352
E.8. Exemplo de Tabela de Testes para Depósito Inicial	353

Capítulo 1 - Introdução

A fim de atender ao crescimento da demanda de passageiros, o movimento natural das empresas de transporte aéreo tem sido o aumento da frequência dos voos, além da criação de novas rotas e, quando justificável comercialmente, a adoção de voos diretos. Entretanto, acompanhando este paulatino aumento de oferta ao longo dos anos, torna-se visível também uma ligeira queda no número de assentos por voo (SWAN, 2002).

Por outro lado, o aumento do número de voos decorrente da evolução temporal da demanda pelo transporte aéreo, quando não acompanhado do surgimento de novos aeroportos e pólos populacionais, tem como decorrência direta uma maior taxa de utilização dos aeroportos já existentes. Como consequência, alguns aeroportos podem passar a operar abaixo de um nível de serviço aceitável, levando a medidas restritivas para garantir a segurança da operação (MINISTÉRIO, 2008), possivelmente afetando a viabilidade de voos que envolvam estes aeroportos. Tais fatos, aliados à crescente competitividade advinda da desregulação do mercado de transporte aéreo (IPEA, 2003; KLABJAN, 2004), podem ter graves consequências para a saúde financeira das empresas que operam tais voos, em especial aquelas de menor porte.

Uma vez que as medidas que mitigariam estes problemas, como as expansões aeroportuárias e a criação de novos aeródromos, são de longo prazo e pouco podem contribuir, no curto prazo, para reduzir os gargalos já existentes (SWAN, 2002), torna-se fundamental para uma empresa a possibilidade de remodelar sua malha aérea visando à manutenção da viabilidade de suas operações. Tal remodelagem devem considerar as mudanças das condições operacionais dos aeroportos e a evolução da demanda, promovendo a redução de custos operacionais e melhorando as

condições competitivas da empresa (KLABJAN, 2004), levando a melhores níveis de serviço oferecidos.

Não é uma situação específica do Brasil, mas também aqui os gargalos supracitados se manifestam em alguns dos principais aeroportos (CGNA, 2009; MAYO, 1999, MINISTÉRIO, 2008; CAETANO; GUALDA, 2008). Considerando que a maior parte do tráfego aéreo nacional, cerca de 65% em termos de receita (ANUÁRIO, 2007 *apud* OLIVEIRA, 2009), é composto por tráfego de passageiros, tais restrições ganham ainda mais relevância para as empresas aéreas operando neste mercado. A saída adotada por algumas empresas é a adoção de aeroportos alternativos aos saturados; entretanto, este tipo de medida torna-se complexo quando se trata do transporte de pessoas, em especial para trajetos de curta distância, como é o caso dos voos de grande parte das empresas atuando no mercado brasileiro (ANAC, 2010a). Além disso, considerando-se a manutenção da taxa média de crescimento da demanda de passageiros por voos domésticos verificada nos últimos anos, na faixa dos 10% anuais (INFRAERO, 2008), a situação pode-se agravar ainda mais no futuro, com uma possível saturação de outros aeroportos.

Assim, tal contexto de crescente competitividade e significativas limitações do sistema aéreo explicita a necessidade de otimizar as várias etapas do planejamento operacional das empresas aéreas, que envolve desde a definição das linhas aéreas a serem oferecidas, passado pela determinação das frotas e aeronaves que serão usadas em cada voo, até a atribuição de tripulação a cada um dos voos.

Este trabalho trata da definição de modelos matemáticos para a otimização integrada de duas das etapas tradicionais do planejamento operacional de uma empresa aérea: a Programação de Voos (*Schedule Generation*) e a Alocação de Frotas (*Fleet Assignment*).

1.1. Objetivos, Metas e Contribuição

O objetivo central desta pesquisa de doutorado é modelar e resolver o Problema de Alocação de Frotas (*Fleet Assignment Problem* - FAP) integrando elementos da etapa imediatamente anterior do processo, o Problema da Programação de Voos (*Schedule Generation Problem* - SGP). Sem prejuízo da aplicação do modelo em outras situações, serão consideradas especialmente as condições e restrições existentes no panorama brasileiro, relativas a empresas de pequeno e médio porte atuando no mercado regional. Especificamente, a partir de voos potenciais propostos entre os diversos aeroportos e de demandas previstas, deve-se determinar:

- Quais são os voos viáveis, com base na demanda de passageiros.
- Qual o tipo de aeronave a ser usado em cada um destes voos.

Nestes termos, a principal contribuição desta pesquisa é o desenvolvimento de modelos para readequar a malha de empresas aéreas, com foco em voos domésticos, visando à operação mais eficiente dos voos como uma forma de melhorar a rentabilidade destas empresas, de forma que os limites operacionais do espaço aéreo e aeroportuário sejam respeitados e as demandas atendidas adequadamente.

1.2. Estrutura do texto

Esta tese está dividida em doze seções principais:

O Capítulo 1 introduz o problema e sua importância, apresenta informações gerais sobre este trabalho, bem como seus objetivos e contribuições.

A revisão bibliográfica é feita nos capítulos 2 a 4. O Capítulo 2 apresenta a caracterização do problema do Planejamento Operacional de Empresas Aéreas, destacando as etapas clássicas de solução, bem como os avanços recentes na área. O Capítulo 3 apresenta modelos clássicos para a Alocação de Frota, seja de maneira isolada ou em conjunto com a Programação de Voos. Finalmente, o Capítulo 4 apresenta a meta-heurística *Ant Colony Optimization* e suas variantes mais comuns, além de algumas aplicações específicas para o planejamento operacional de empresas aéreas.

A caracterização do problema e a metodologia são apresentadas nos capítulos 5 a 8. O Capítulo 5 apresenta a caracterização do problema abordado neste trabalho, explicitando seus aspectos fundamentais e as considerações gerais adotadas. O Capítulo 6 apresenta a estrutura básica da função objetivo proposta por este trabalho, detalhando seus elementos e seu significado. O Capítulo 7 apresenta a metodologia adotada para a obtenção dos resultados apresentados neste trabalho. Finalmente, o Capítulo 8 apresenta as instâncias consideradas para a aplicação dos modelos desenvolvidos, bem como o processo de construção da rede tomada como base para os mesmos.

As modelagens propostas são apresentadas nos capítulos 9 a 11, incluindo em cada uma delas a aplicação ao caso de uma empresa aérea regional atuando no mercado brasileiro. O Capítulo 9 apresenta um modelo simplificado para solução do problema integrado de Programação de Voos e Alocação de Frotas, sem realocação de demanda, com foco na validação do comportamento do tipo de função objetivo proposta para a resolução do problema em questão. O Capítulo 10 apresenta um modelo para solução do problema integrado de Programação de Voos e Alocação de Frotas, com realocação de demanda entre voos de aeroportos de um mesmo mercado considerando janelas de tempo de atendimento, definição de ocupação mínima e a possibilidade de uso de coeficientes de custo diferenciados para

frotas e voos específicos. Finalmente, o Capítulo 11 apresenta as heurísticas do tipo *Ant Group System*, desenvolvidas neste trabalho com base na meta-heurística *Ant Colony Optimization*.

O Capítulo 12 encerra este trabalho, com as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2 - O Planejamento Operacional de Empresas Aéreas

2.1. Introdução

Segundo uma visão sistêmica, há basicamente cinco macrovariáveis que explicam a dinâmica do sistema aéreo (FRYSZMAN, 1990):

- a) Insumos Produtivos
- b) Mercado
- c) Fatores Exógenos
- d) Desempenho da Empresa
- e) Malha Aérea

A inter-relação entre eles pode ser representada por um diagrama de causa e efeito, como o representado na Figura 2.1 (FRYSZMAN, 1990).

Figura 2.1 - Visão Sistêmica do Planejamento de Linhas de Empresa Aérea
(fonte: FRYSZMAN, 1990)

Os insumos produtivos são os elementos que a empresa dispõe para exercer sua atividade fim, como pessoal e equipamento, como suas frotas de aeronaves. O mercado é o ambiente comercial, o que inclui a demanda, os modos de transporte concorrentes, a estratégia de *marketing*, dentre outros. Os fatores exógenos são os condicionantes sobre os quais a empresa não tem controle, como os custos de alguns insumos e regulamentações, como as tarifárias (FRYSZMAN, 1990) e/ou de operação de aeroportos (ANAC 2006, 2007, 2010a). O desempenho da empresa é medido por variáveis que representam sua lucratividade e podem ser usadas para a definição de metas de participação no mercado. Finalmente, a malha aérea é o núcleo das operações de uma empresa, constituindo o "mix de produtos" que direciona todas as outras áreas funcionais da companhia aérea, para o cumprimento dos voos programados. Sua definição depende dos insumos disponíveis, do mercado e dos fatores exógenos, e influencia diretamente o desempenho financeiro da empresa (FRYSZMAN, 1990).

Uma vez que o principal componente da malha aérea são os voos oferecidos pela empresa, a determinação de quais serão estes voos, respeitando a disponibilidade de aeronaves e tripulações, dentre uma grande gama de possibilidades, constitui a base do problema denominado Planejamento Operacional de Empresas Aéreas. Devido à complexidade computacional e outros fatores de ordem organizacional, tradicionalmente este planejamento é feito em etapas, sendo decomposto em subproblemas (BARNHART *et al.*, 2003; KLABJAN, 2004). A resolução integrada de diferentes etapas, visando a resultados mais próximos do ótimo global, vem sendo estudada com mais ênfase desde o final da década de 1990, mas em geral os resultados não são aplicáveis a problemas de grande escala (KLABJAN, 2004).

Com o objetivo de apresentar o contexto no qual se insere este trabalho, esta seção apresenta uma visão geral sobre o processo do

Planejamento Operacional de Empresas aéreas, detalha as etapas em que é tradicionalmente dividido e, finalmente, as recentes evoluções propostas na literatura.

2.2. Aspectos gerais do problema

Embora cada empresa tenha o seu próprio processo para realizar as tarefas do planejamento operacional, a maioria deles envolve etapas similares, apresentadas na Figura 2.2 (KLABJAN, 2004).

Figura 2.2 - Processos do Planejamento Operacional de Empresa Aérea (baseada em KLABJAN, 2004)

O momento em que cada um destes processos ocorre é variado. O planejamento da frota e de tripulação é composto por decisões estratégicas,

de longo prazo, e usualmente refletem a missão da empresa aérea, como ela pretende operar, combinação de carga/passageiros pretendida, dentre outros (KLABJAN, 2004). O desenvolvimento da programação de voos, que define o plano de serviços da empresa, ocorre, normalmente, com uma antecedência de um ano e leva em consideração um grande número de fatores, desde interesse mercadológico, previsões de demanda, capacidade das aeronaves disponíveis, dentre outros (KLABJAN, 2004; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

A atribuição de aeronaves e tripulantes, envolvendo aspectos de manutenção, legislação, preferências dos tripulantes, rentabilidade, dentre outros, ocorre preliminarmente desde que a programação de voos é definida. Em geral, a atribuição de tripulação é iniciada cerca de 3 meses antes do voo, sofrendo alterações até algumas semanas antes do voo ocorrer. Com relação às aeronaves selecionadas para cumprir determinados voos, apenas pequenas modificações são feitas, nas últimas semanas, para adequar melhor o tipo de aeronave à demanda real, usualmente com um modelo do tipo *Demand Driven Dispatch* (BERGE; HOPPERSTAD, 1993¹ *apud* KLABJAN, 2004; SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

O processo do planejamento estratégico está ligado, também, ao gerenciamento de receita (*yield management*), preço e rentabilidade, determinando a melhor política de preços e vendas para aumentar a lucratividade. Os modelos usados para estas determinações são substancialmente distintos daqueles envolvidos nos processos anteriormente mencionados (KLABJAN, 2004); uma visão geral sobre tais modelos pode ser encontrada na literatura (VAN RYZIN; TALLURI, 2002² *apud* KLABJAN, 2004), envolvendo detalhes sobre a definição de preços

¹ BERGE, M; HOPPERSTAD, C. Demand driven dispatch: A method for dynamic aircraft capacity assignment, models and algorithms. *Operations Research*, n.41, p.153-168.

² VAN RYZIN, G; TALLURI, K. Revenue management. In: R. Hall, ed., **Handbook of Transportation Science**. Kluwer Academic Publishers. p.559-661, 2002.

(MAYO, 1999) e distribuição de demanda (DUMAS; SOUMIS, 2008; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006), por exemplo.

Finalmente, no dia da execução da operação, ocorrem ajustes finais para a programação de voos, de maneira a considerar problemas (*disruption management*) como atrasos, manutenções não previstas, dentre outros (BISAILLON *et al.*, 2010). Esse processo envolve uma nova definição de trilhos, ou seja, da sequência de voos de cada aeronave (*aircraft recovery*), realocação de tripulantes (*crew recovery*) e reacomodação dos passageiros (*passenger reaccommodation*) (KLABJAN, 2004).

A solução para este problema como um todo é complexa, envolvendo um número de variáveis e restrições que tornam o problema intratável matematicamente quando considerado no todo, para problemas práticos (HANE *et al.*, 1995; KLABJAN, 2004).

2.3. Etapas Tradicionais de Solução

Tradicionalmente, o Planejamento Operacional de Empresas Aéreas é dividido em vários subproblemas. Alguns autores propõem um modelo em quatro etapas (BARNHART *et al.*, 2003) e outros subdividem algumas destas quatro etapas, formando modelos de cinco etapas (GOPALAKRISHNAN; JOHNSON, 2005³ *apud* GOMES, 2009; KLABJAN, 2004; LOHATEPANONT; BARNHART, 2004; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Uma combinação de todas estas subdivisões leva a um modelo com três grandes etapas: a Definição de Voos, em que são definidos quais voos serão oferecidos, a Alocação de Aeronaves, em que são definidas quais aeronaves executam cada voo, e a Alocação de Tripulantes, em que são

³ GOPALAKRISHNAN, B.; JOHNSON, E. L. Airline crew scheduling: State-of-the-art. **Annals of Operations Research** n.140, p. 305-337, 2005.

definidos quais os tripulantes de cada voo. Cada uma destas etapas pode ser subdividida em duas subetapas, compondo um total de seis etapas (CAETANO; GUALDA, 2009), apresentadas na Figura 2.3.

Figura 2.3 - Etapas de Modelagem do Planejamento Operacional de Empresa Aérea

Esta divisão em etapas reduz a complexidade de solução, embora os modelos para algumas das subetapas permaneçam complexos o suficiente para exigir tratamento por metodologias específicas (HANE *et al.*, 1995). Cada uma destas etapas é descrita nas próximas seções.

2.3.1. Definição de Voos

A Definição de Voos tem como objetivo a geração da programação final de voos, isto é, quais voos serão executados e em que horário. Usualmente sua solução é dividida em dois passos: a Geração de Voos, em que se define os voos de interesse, e a Programação de Voos, em que se determina quais deles ocorrerão, na prática, e em que horário. Para a concretização desta etapa, é fundamental o conhecimento da demanda que, no caso de voos de passageiros, é definida pela quantidade de pessoas - passageiros potenciais - que desejam voar de uma cidade a outra, em um período de tempo. Ao conjunto formado pelo número de passageiros potenciais, sua origem, seu destino e faixa horária dá-se o nome de mercado (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

A demanda de um dado voo depende de diversos fatores, como, por exemplo, a estrutura da malha aérea e a capacidade da aeronave utilizada em cada voo; se não houver lugar em um dado voo, o passageiro daquele voo pode optar por outro. À demanda total, que independe das limitações da empresa aérea em atendê-la, dá-se o nome de "demanda não restrita" (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

As sub-etapas Geração de Voos e Programação de Voos são descritas a seguir.

2.3.1.1. Geração de Voos (*Route Development*)

A Geração Voos é um dos pontos de partida do planejamento operacional de uma empresa aérea. O objetivo desta etapa é definir quais são os voos de interesse da empresa aérea, criando subsídios para uma futura escolha dos melhores voos a serem oferecidos. O resultado de todo este processo é um conjunto de voos de interesse que estejam de acordo com as regras de operação dos diversos aeroportos e órgãos de controle do espaço aéreo (KLABJAN, 2004; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

O estudo é iniciado com a definição das rotas (*trips*) para cada mercado de interesse. As rotas são inicialmente identificadas como pares de cidades entre as quais há interesse em oferecer voos, sendo cada um destes pares denominado par origem-destino. Esta determinação se inicia cerca de 12 meses antes do início das operações daquela linha aérea (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006) e, usualmente, sofre alterações até cerca de 3 meses antes do início das operações (KLABJAN, 2004).

A determinação das rotas é feita, em geral, com base em critérios mercadológicos aprovados pela direção da empresa, considerando diversas questões que vão da demanda potencial em cada mercado até o cumprimento de interesses específicos da empresa, como entrar no

mercado de uma concorrente ou mesmo criar um novo mercado (KLABJAN, 2004). Isto significa que esta determinação não segue diretamente critérios financeiros, sendo possível que uma rota financeiramente inadequada seja definida como prioritária por possibilitar a abertura de um novo mercado para a empresa. Uma vez selecionadas as rotas, são definidos os voos potenciais, ou seja, entre quais aeroportos serão realizados voos para o cumprimento das rotas. Uma rota pode ser atendida por diversos conjuntos diferentes de voos (*legs*), ou seja, ela pode ser atendida por um único voo direto ou pelas mais variadas combinações de voos com escalas e/ou conexões (SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

Ao definir os voos potenciais, é fundamental identificar as demandas para cada trecho específico, pois elas farão parte da seleção dos voos financeiramente interessantes nas etapas posteriores. Uma vez que uma rota pode ser composta por vários voos e que um trecho pode ser compartilhado por mais de uma rota, a determinação da demanda específica de cada trecho pode não ser trivial, sendo este assunto tópico de pesquisas específicas (DUMAS; SOUMIS, 2008), envolvendo, por exemplo, modelos de preferência e análise conjunta de custo e tempo de viagem (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Também é relevante identificar restrições específicas ainda nesta etapa, como as limitações de operação em aeroportos restritos, uma vez que não faz sentido definir um voo se a operação aeroportuária não é permitida no horário em que o voo é interessante. Seria inadequado, por exemplo, determinar um voo partindo ou chegando ao aeroporto de Congonhas, na cidade de São Paulo, durante a madrugada, visto que, por estar situado dentro da área urbana, próximo a áreas residenciais, não há operação neste aeroporto nesse período do dia (ANAC, 2007).

Uma outra razão para que um voo não seja possível é a política de operação dos aeroportos. Cada aeroporto possui uma capacidade de pousos e decolagens que podem ser executados com segurança. Alguns aeroportos, entretanto, operam próximos deste limite (conforme dados apresentados no Apêndice A) e, para organizar o tráfego, a autoridade aeroportuária define horários específicos em que uma companhia aérea pode decolar ou pousar naquele aeroporto. Estes horários fixos são chamados de *slots* (ANAC, 2006; MAYO, 1999).

2.3.1.2. Programação de Voos (*Schedule Generation / Design*)

A Programação de Voos é a etapa que seleciona os voos que serão efetivamente ofertados e executados, tendo como base os resultados da etapa de Geração de Voos. O resultado final desta etapa é a definição de todos os voos a serem cumpridos, com a especificação de horário de cada um deles, de maneira que maximizem a receita (KLABJAN, 2004) ou minimizem o custo das operações. O resultado da Programação de Voos, uma tabela com os horários dos voos (BARNHART *et al.*, 2003), servirá de base para todas as outras etapas do planejamento (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Os voos potenciais definidos na Geração de Voos atendem, *a priori*, às necessidades mercadológicas da empresa, às restrições operacionais dos aeroportos e às regulamentações oficiais. Entretanto, eles não atendem necessariamente a todas as restrições da empresa aérea, como número de aeronaves disponíveis, tamanho das aeronaves, disponibilidade de tripulantes, necessidade de manutenção etc. (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006), o que pode levar a custos adicionais, atrasos ou cancelamentos em algumas circunstâncias, devido à impossibilidade de cumprir a programação. Por essa razão, é adequado que a seleção final dos voos a serem executados leve em conta pelo menos algumas destas restrições, em especial o número total de aeronaves disponíveis e, em certo

nível, a demanda de cada voo. Os critérios mais comuns são as já citadas maximização da receita (KLABJAN, 2004) e minimização do custo operacional (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006), também sendo adotado o critério da maximização dos lucros (KIM; BARNHART, 2007).

A determinação de valores adequados de custo e receita, entretanto, é bastante prejudicada no momento em que este planejamento é feito, pois a determinação destes valores depende de uma série de decisões que serão tomadas em etapas posteriores do processo.

Do ponto de vista dos custos, o tipo de aeronave alocado a cada voo, assim como a alocação de tripulantes pode modificar significativamente os custos operacionais (GOMES, 2009; SHERALI; BISH; ZHU, 2006). Do ponto de vista das receitas, também há indefinições. Por exemplo, se em uma etapa posterior for alocada uma aeronave com um menor número de assentos do que a demanda existente, haverá perda de passageiros, levando a uma perda de receita pelo não atendimento da demanda disponível. Por outro lado, se uma aeronave maior que o necessário for usada, haverá assentos ociosos, implicando outro tipo de perda, já que o transporte do assento está ocorrendo, mas não gera qualquer tipo de receita (SHERALI; BISH; ZHU, 2006). Além do número de passageiros transportados, também a política de preços para os assentos tem influência sobre a receita (MAYO, 1999) e, como consequência de todos estes fatores, a determinação do lucro também é afetada.

Devido à dificuldade em determinar demandas, custos e receitas com boa precisão, quando esta etapa é considerada isoladamente prevalecem, muitas vezes, os critérios mercadológicos (KLABJAN, 2004) e de cobertura, respeitando a restrição do número total de aeronaves (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Independentemente dos critérios utilizados para sua criação, é usual que a tabela de programação de voos seja definida para períodos que variam de um dia a uma semana, programação esta que deve ser repetida consecutivamente (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006), embora nada impeça que ela seja determinada para períodos mais longos. O planejamento de voos domésticos é, usualmente, diário, enquanto que o planejamento para voos internacionais, com um número menor de voos, costuma ser semanal (KLABJAN, 2004).

Alguns autores dividem o problema da Programação de Voos em outras duas etapas: Planejamento da Frequência de Voos (*Frequency Planning*), onde são definidas a quantidade de vezes que um voo é executado em dado período de tempo para atender à demanda, e a Seleção de Rota (*Timetable Development* ou *Route Selection*), em que é definido quando cada voo de uma rota será oferecido e incluído na programação (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

2.3.2. Alocação de Aeronaves

A Alocação de Aeronaves tem como objetivo a determinação de qual das aeronaves da empresa cumprirá cada um dos voos. Usualmente sua solução é dividida em dois passos: a Alocação de Frotas, em que é definido o melhor tipo de aeronave para cumprir um determinado voo, e a Atribuição de Aeronaves, em que se define exatamente qual é a sequência de voos que serão cumpridos por uma aeronave específica, considerando detalhes específicos de manutenção. Estas duas sub-etapas são apresentadas a seguir.

2.3.2.1. Alocação de Frotas (*Fleet Assignment*)

A Alocação de Frotas é a etapa que seleciona o melhor tipo de aeronave para cumprir cada um dos voos selecionados na etapa de Programação de Voos, considerando o melhor atendimento da demanda (BARNHART *et al.*, 2003), possivelmente usando o menor número de aeronaves, preferivelmente com o uso balanceado das aeronaves (ABARA, 1989). O objetivo principal desta etapa é a maximização da lucratividade, envolvendo estimativas das receitas e dos custos (HANE *et al.*, 2004; KLABJAN, 2004; SHERALI; BISH; ZHU, 2006) ou, simplesmente, buscando a minimização do custo operacional, em um modelo de cobertura (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

A maximização dos lucros é mais frequente, sendo a minimização de custos indicada apenas para casos em que a quantidade de passageiros é tão baixa que o tráfego de passageiros não se altere com variações nas capacidades das aeronaves escolhidas para cada voo (ABARA, 1989). Em outras palavras, se a demanda é menor que a capacidade da menor aeronave da empresa, em princípio a receita de um voo não se altera em função da aeronave escolhida para executá-lo.

Independente do tipo de função objetivo, a alocação deve ser feita considerando diferentes tipos de restrições, como o atendimento da demanda, a disponibilidade de aeronaves, a continuidade do fluxo de aeronaves, tempo mínimo de permanência em solo de aeronaves de um determinado tipo etc. (ABARA, 1989; KLABJAN, 2004; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006). A consideração de outros fatores como tripulação disponível, consumo de combustível, *gates* dos aeroportos e barulho das aeronaves também pode ser feita (KLABJAN, 2004).

Não é necessário que o modelo tome a demanda como cativa de um determinado voo, permitindo a existência de voos concorrentes e redistribuição da demanda entre os voos que atendem a um dado mercado. Essa redistribuição pode ser considerada com ou sem escalas/conexões no modelo (HANE *et al.*, 1994) e também é possível considerar recaptura de demanda, que é o efeito de perder um passageiro para outra empresa em um dado voo de sua rota com conexão, mas recuperá-lo em um voo subsequente (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Considerando a influência da demanda na alocação de frota, um aspecto fundamental a ser considerado é a perecibilidade dos assentos, isto é, o fato de que assentos que não foram vendidos no momento do voo são desperdiçados (MAYO, 1999; SHERALI; BISH; ZHU, 2006). Essa característica tem, como consequência direta, uma preocupação em não alocar aeronaves com capacidade muito superior à demanda prevista para um dado voo, além de indicar a necessidade de uma política de preços adequada (MAYO, 1999; SHERALI; BISH; ZHU, 2006), sendo interessante vender passagens abaixo do preço médio para um certo número de assentos que, de outra forma, não seriam vendidos e voariam vazios, usando-se do conceito de *yield management*, ou seja, de gestão de receitas (CROSS, 1998a⁴ apud MAYO, 1999).

Por outro lado, a perda de passageiros por insuficiência de oferta constitui uma perda de receita, ainda que seja uma perda de consideração mais complexa devido aos possíveis efeitos de recaptura de demanda e também ao efeito de propagação da redução de demanda para os trechos seguintes de uma mesma rota (KLABJAN, 2004; SHERALI; BISH; ZHU, 2006); adicionalmente, esta perda de receita pode ser considerada variável e crescente à medida que a incerteza da demanda de um voo aumenta (FERGUSON; DANTZIG, 1956).

⁴ CROSS, R.G. Revenue Management - Maximização de receitas: táticas radicais para dominar o mercado. Rio de Janeiro, Campus, 1998a.

Uma maneira alternativa de considerar os custos de voo, já que estes são de determinação complexa nesta fase do planejamento, é o uso de variáveis *proxy*, como o momento de transporte, que é obtido com a multiplicação do número de assentos de uma aeronave pela duração de cada voo que ela realiza (SWAN; ADLER, 2006).

2.3.2.2. Atribuição de Aeronaves (*Maintenance Routing*)

A Atribuição de Aeronaves é a etapa em que se define, para cada frota, qual será o trilha de cada aeronave, ou seja, qual a sequência de voos que cada aeronave específica irá executar. Essa atribuição deve ser feita de maneira a assegurar que cada aeronave fique tempo suficiente nos aeroportos, nos momentos adequados, para que sejam executadas todas as tarefas de manutenção (BARNHART *et al.*, 2003; KLABJAN, 2004).

As sequências de voos executados por uma aeronave, denominadas trilhos, são tradicionalmente determinados de maneira cíclica, isto é, de modo que uma aeronave parta de um dado aeroporto e, ao fim da sequência, volte ao mesmo aeroporto inicial, já posicionada para executar os mesmos voos novamente. Quando são usados modelos de fluxo em rede, a necessidade de tempo para manutenção pode ser implementada de maneira simplificada, fazendo com que cada aeronave passe pelo menos uma noite do período de planejamento em um aeroporto específico (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Uma das dificuldades da modelagem desta etapa é a definição da função objetivo, já que a determinação de um custo diferenciado para cada aeronave pode ser complexa: como são da mesma frota, todas possuem características muito similares. Assim, é comum que este problema seja resolvido simplesmente buscando uma solução de cobertura viável ou, ainda, implementando um fator multiplicador que privilegie atribuições que

garantam que rotas específicas sejam cumpridas com escalas, mas sem conexões (KLABJAN, 2004).

Em geral, as modelagens utilizadas para a representação e solução deste problema são do tipo fluxo em rede *multicommodity* ou partição de conjuntos. A solução é comumente encontrada usando-se programação linear inteira ou outros algoritmos exatos, bem como heurísticas específicas (KLABJAN, 2004). Algumas modelagens bastante diferenciadas também podem ser encontradas na literatura, como uma em que cada trilha é considerado um *tour-euleriano*, recaindo em um Problema do Caixeiro Viajante (TALLURI, 1996⁵ *apud* KLABJAN, 2004). Em alguns problemas de atribuição, com regras de manutenção bastante simplificadas, é até mesmo possível encontrar a solução através do algoritmo húngaro (NOVAES, 1978).

2.3.3. Alocação de Tripulantes

A Alocação de Tripulantes tem como objetivo a geração da programação dos tripulantes que executarão cada um dos voos (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006; KLABJAN, 2004). Usualmente sua solução é dividida em dois passos: a Definição de Viagens e a Escala de Tripulantes (GOMES, 2009).

Na Definição de Viagens são, primeiramente, definidos grupos de voos que poderão ser atribuídos a um tripulante e devem atender aos critérios legais locais, denominados jornadas. Posteriormente são definidas as viagens, que são sequências de jornadas que partem de uma base domiciliar e voltam para esta mesma base (GOMES, 2009). A Escala de Tripulantes, por sua vez, é a etapa em que se define qual tripulante irá cumprir cada viagem, considerando critérios legais e técnicos, definindo a

⁵ TALLURI, K. Swapping applications in a daily airline fleet assignment. *Transportation Science*, n.30, 1996.

programação de cada tripulante e, por consequência, qual será a tripulação de cada voo. O objetivo da alocação de tripulantes é, em geral, a minimização dos custos com tripulação (BARNHART *et al.*, 2003; GERSHKOFF, 1989⁶ *apud* GOMES, 2009), podendo ou não considerar os interesses e desejos dos tripulantes (KLABJAN, 2004).

Ainda que a lógica básica da atribuição de tripulantes seja sempre a mesma, cada problema tem características específicas. Por exemplo, dependendo do tipo de voo tratado, pode haver diferenças significativas na alocação da tripulação. Nos EUA, os voos internacionais são relativamente esparsos com relação aos voos domésticos daquele mesmo país (BARNHART *et al.*, 2003), o que leva a uma programação diária para os voos nacionais e semanal para os voos internacionais (KLABJAN, 2004), similar ao que acontece com a atribuição de aeronaves.

Além do período da programação, as condições operacionais também costumam ser diferentes entre voos domésticos e internacionais. Em voos domésticos é comum a ocorrência de operações de *deadhead*, isto é, um tripulante ter de viajar como passageiro em um voo para ser reposicionado, de acordo com as necessidades da empresa, algo que não ocorre em voos internacionais (BARNHART *et al.*, 1995⁷ *apud* BARNHART *et al.*, 2003). Há também diferenças significativas na alocação dos tripulantes, de acordo com suas atribuições na operação da aeronave. Os membros da tripulação de *cockpit*, como piloto e copiloto, em geral são mantidos unidos e sua alocação é, geralmente, limitada a alguns tipos de aeronave. A tripulação de cabine, como comissários de bordo, por sua vez, tem sua composição mais variada, sendo comumente alocados individualmente e, normalmente, o tipo de aeronave não é uma restrição a

⁶ GERSHKOFF, I. Optimizing flight crew schedules. Interfaces 19, nº 4, p. 29-43, 1989.

⁷ BARNHART, C; HATAY, L; JOHNSON, E. Deadhead selection for the long-haul crew pairing problem. Operations Research, n.43, p.491-499, 1995.

ser considerada (BARNHART *et al.*, 2003; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Maiores detalhes sobre cada uma das sub-etapas da Alocação de Tripulantes são descritas a seguir.

2.3.3.1. Definição de Viagens (Crew Pairing)

A Definição de Viagens é a etapa que, em linhas gerais, agrupa os voos em jornadas e, posteriormente, estas jornadas são agrupadas em viagens (GOMES, 2009). As jornadas são sequências de voos que devem respeitar uma série de critérios, regras e regulamentações como duração máxima, intervalo mínimo entre voos de um tripulante, sequência temporal dos voos, limite das horas de voo e do número de pousos por tripulante, entre outras (GOMES, 2009; KLABJAN, 2004).

As jornadas podem ter seu início e seu final em aeroportos distintos, o que na maioria das vezes impede um tripulante de estar sempre em sua base domiciliar. Como, em geral, há um limite para o número máximo de dias que o tripulante pode ficar distante de sua base domiciliar, existe a necessidade de agrupar as jornadas em viagens que iniciem e terminem na base domiciliar dos tripulantes, dentro do limite de tempo regulamentar (GOMES, 2009; KLABJAN, 2004). A Figura 2.4 mostra a relação entre voos, jornadas e viagens, com início e fim em uma mesma base domiciliar.

De maneira geral, o objetivo dos modelos desenvolvidos para esta etapa é a determinação de viagens que cubram todos os voos necessários e, ao mesmo tempo, respeitem a todos os critérios legais e regulamentares que regem o trabalho dos tripulantes. O resultado desta etapa é composto por diversas viagens atribuídas a bases domiciliares específicas, respeitando a todas as restrições impostas. Tais resultados serão usados na

etapa posterior, a Escala de Tripulantes, quando cada viagem será atribuída a um determinado tripulante (GOMES, 2009).

Figura 2.4 - Relação entre voos, jornadas e viagens (GOMES, 2009)

A Definição de Viagens é, normalmente, formulada como um problema de particionamento de conjuntos (KLABJAN, 2004), sendo que cada linha da matriz de restrições define um voo programado e cada coluna representa uma tripulação válida para o voo (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

2.3.3.2. Escala de Tripulantes (Crew Rostering)

Nesta etapa são definidas as escalas de cada tripulante, compostas por sequências de viagens. As escalas de cada tripulante devem atender a vários requisitos, como a qualificação do tripulante para operar um dado tipo de aeronave, além de sua disponibilidade (GOMES, 2009; KLABJAN, 2004).

A escala deve incluir as folgas, sobreavisos, reservas, treinamentos e férias dos tripulantes, com o objetivo clássico de minimizar os custos

(BARNHART *et al.*, 2003), além de buscar a satisfação dos tripulantes (KLABJAN, 2004; KOHL e KARISCH, 2004⁸ *apud* GOMES, 2009). Neste último caso, quando são levadas em consideração as preferências dos tripulantes em sua escala (usualmente considerando o tempo de serviço do tripulante como critério para determinar a importância de suas requisições), esta etapa passa também a ser denominada *Preferential Bidding* (KLABJAN, 2004).

A Escala de Tripulantes é usualmente modelada como um problema de cobertura (KLABJAN, 2004), geralmente solucionado com programação linear inteira, adotando a técnica de geração de colunas (KLABJAN, 2004).

2.4. Avanços Recentes

Embora os problemas envolvidos no planejamento operacional de empresas aéreas estejam sendo estudados desde a década de 1950 (DANTZIG; FULKERSON, 1954; FERGUSON; DANTZIG, 1955⁹ *apud* FERGUSON; DANTZIG, 1956; FERGUSON; DANTZIG, 1956; DANTZIG, 1963), foi a partir da década de 1970, com o "*Airline Deregulation Act of 1978*", nos Estados Unidos da América, que tais estudos passaram a ter fundamental importância, dada a crescente competição entre as empresas, que passaram a definir suas próprias linhas aéreas e estratégias de voo (KLABJAN, 2005; SWAN, 2002). Segundo Richter (1989), foi nessa época que os estudos acerca da definição de rotas e voos tiveram seu ápice, assim como o estudo da demanda, com os trabalhos mais interessantes sobre alocação de frota e aeronaves surgindo no início da década de 1980. Ainda hoje, muitos dos problemas iniciais estão em aberto; além disso, novos problemas ganharam relevância, devido ao crescimento e às

⁸ KOHL, N; KARISCH, S. Airline crew rostering: Problem types, modeling and optimization. *Annals of Operations Research* n.127, p. 223-257, 2004.

⁹ FERGUSON, A. R; DANTZIG, G.B. The problem of routing aircraft. *Aeronautical Engineering Review*, April, 1955, v.14, n.4, 1955.

mudanças na operação dos sistemas de transporte aéreo, bem como ao surgimento de empresas aéreas concorrentes com diferentes filosofias operacionais (SWAN, 2002).

O aumento da complexidade dos sistemas aéreos e a crescente competitividade levaram à necessidade de se criar modelos cada vez mais próximos da realidade, incluindo mais rotas e considerando um número maior de restrições. Este desenvolvimento levou a modelos de grande escala, tornando a solução de algumas etapas da definição de linhas aéreas reais um grande desafio computacional. A Alocação de Frotas, que pode envolver não apenas a definição de qual tipo de aeronave será alocado a cada voo, mas também o tratamento da distribuição e continuidade dos passageiros entre os diversos voos frequentemente se torna complexa, com um número grande de variáveis. Por essa razão, diversos métodos já foram apresentados para contornar tais dificuldades (HANE et al., 1995). Também na Atribuição de Aeronaves surgem problemas, dada a necessidade de tratamento de milhares de voos (SHERALI; BISH; ZHU, 2006). As técnicas envolvidas na soluções destes problemas incluem relaxações nas restrições (SHERALI; BAE; HAOUARI, 2009; SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980), geração de colunas, *branch-and-bound* e *branch-and-price* (HANE et al., 1995; KLABJAN, 2004).

A despeito da complexidade computacional envolvida, a busca de melhores soluções globais tem levado à união de várias destas etapas em modelos únicos, como a união entre a Programação de Voos e a Definição de Preços, com base na distribuição e recaptura de demanda (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006) ou a união de Alocação de Frotas com outras etapas do planejamento, como a Programação de Voos (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004; SHERALI; BAE; HAOUARI, 2010), a Atribuição de Aeronaves e a Alocação de Tripulantes (KLABJAN, 2004; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006; SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

Até a ocorrência dos ataques de 11 de setembro, no ano de 2001, a demanda por voos nos Estados Unidos da América estava próxima de alcançar os limites operacionais de muitos aeroportos. Isso fez com que as atenções se voltassem para modelos de gerenciamento de ocorrências, isto é, modelos para readequar o planejamento de voos e tripulação dado que houve atraso no atendimento, cancelamento ou alguma ocorrência do tipo. Um outro enfoque usado para tratar estes problemas é o planejamento robusto, isto é, um planejamento que minimize a necessidade de realocações em caso de ocorrências, ao invés de minimizar simplesmente os custos de operação. Após os eventos de 11 de setembro de 2001, a demanda sobre o sistema aéreo teve uma queda expressiva, mas a tendência natural é que esta demanda volte a alcançar os patamares anteriores nos próximos anos, mantendo assim o interesse nestes estudos voltados à robustez (KLABJAN, 2004). No caso de saturação do sistema aeroportuário, entretanto, não bastam intervenções operacionais, sendo necessárias também medidas táticas e estratégicas para reduzir e eliminar os gargalos do sistema no futuro, levando à revisão da malha (eliminando ou redefinindo *hubs*), à readequação de estratégias de preços etc. (SWAN, 2002).

Grande parte dos trabalhos desenvolvidos recentemente no Brasil focam outros aspectos do problema do planejamento operacional, normalmente mais voltados ao gerenciamento dos terminais, como análise de dados para simulação de terminais (SETTI, 1995), planejamento de uso do espaço aéreo (QUAGLIA; NETO; TARGA, 2002), análise de custos operacionais em área terminal (SANTANA *et al.*, 2006), gerenciamento de fluxo de tráfego aéreo (SOUZA; WEIGANG; CRESPO, 2008), além de análises do panorama nacional (OLIVEIRA, 2009). Dos trabalhos nacionais recentes relacionados ao planejamento operacional de empresas aéreas, os mais relevantes tratam o problema da Alocação de Tripulantes, implementando restrições relativas à legislação brasileira (CABRAL *et al.*, 2000; GOMES, 2009; MARTINS, 2007; PIMENTEL, 2005).

2.6. Conclusões do capítulo

O Planejamento Operacional de Empresas Aéreas é um problema que envolve um grande número de variáveis e condicionantes, tornando complexa a definição de um modelo unificado que possibilite a determinação de uma solução globalmente ótima para problemas em grande escala. Essa complexidade, associada ao interesse das empresas aéreas em aumentar sua participação em um mercado altamente competitivo, resultaram em uma grande quantidade de estudos sobre o tema, publicados ao longo dos últimos 60 anos.

Com o crescimento da capacidade computacional e os avanços nas técnicas de modelagem, modelos integrados cada vez mais abrangentes têm sido propostos, ainda que sua aplicação a problemas de dimensões reais nem sempre seja possível. Tais modelos, além de considerar complexas possibilidades de migrações de demanda entre opções de sequencias de voos completamente distintas, frequentemente se baseiam em funções objetivo dependentes das receitas e custos operacionais, exigindo mecanismos para o reajuste de custos, receitas e demandas.

Desta forma, dada a relevância e a complexidade do planejamento operacional de empresas aéreas, permanece a busca por novos modelos e técnicas de solução que possibilitem a obtenção de resultados adequados para problemas de dimensões práticas, propiciando o desejado aumento de eficiência e eficácia de operação para as empresas aéreas.

Capítulo 3 - Modelos Clássicos para a Alocação de Frotas

3.1. Introdução

No Capítulo 2 foram apresentadas as diferentes etapas do Planejamento Operacional de Empresas Aéreas. Enquanto a primeira destas etapas, a Definição de Voos (que inclui a Geração de Voos e a Programação de Voos), é direcionada basicamente por critérios de *marketing* (KLABJAN, 2004), as outras são, normalmente, tratadas através de modelos matemáticos resolvidos com técnicas de programação linear ou outros tipos de algoritmos e heurísticas. Em especial, a alocação de frotas é usualmente modelada como um problema de minimização de custo de circulação em rede espaço-tempo, baseando-se em grafos direcionados (BERGE; HOPPERSTAD, 1993¹ *apud* SHERALI; BISH; ZHU, 2006; HANE *et al.* 1995).

Esta tese tem foco nas etapas de Programação de Voos e de Alocação de Frotas, razão pela qual serão detalhados, nas próximas seções, os diversos modelos relevantes para a compreensão do problema e do seu tratamento na literatura.

3.2. Modelos para Alocação de Frotas

Um dos primeiros trabalhos sobre alocação de frotas publicados trata da alocação de cargueiros para atender a uma programação específica, com o objetivo de minimizar o número de cargueiros (DANTZIG; FULKERSON, 1954). Alguns dos trabalhos mais antigos específicos sobre a alocação de aeronaves foram publicados pouco tempo depois, visando à

¹ BERGE, M; HOPPERSTAD, C. Demand driven dispatch: A method for dynamic aircraft capacity assignment, models and algorithms. *Operations Research*, n.41, p.153-168.

alocação de frotas de aeronaves a trilhos pré-definidos, isto é, cada tipo de aeronave alocado a uma sequência pré-determinada de voos. Os trilhos foram considerados como dados de entrada e o problema representado como um problema de atribuição, resolvido com o apoio do algoritmo para o problema do transporte (FERGUSON; DANTZIG, 1955; FERGUSON; DANTZIG, 1956).

Este tipo de solução foi adaptado para aplicações com demanda incerta, usando uma distribuição probabilística conhecida para o cálculo de coeficientes redutores de receita, de acordo com a incerteza de uma parcela da demanda (FERGUSON; DANTZIG, 1956). Uma modelagem matemática mais específica, proposta no final da década de 1960, visava à minimização da ociosidade das aeronaves, incorporando restrições de manutenção, limitações de pouso e decolagem, além de tratar diversas frotas diferentes, embora ainda se apresentando na forma de um problema de cobertura, forçando o atendimento completo da demanda (SIMPSON, 1969² *apud* NOVAES, 1978).

A partir da década de 1970, a alocação de aeronaves foi foco de uma série de trabalhos no Massachusetts Institute of Technology, resultando em modelos denominados FR (de *Fleet Routing*), baseados no algoritmo *out-of-kilter*, e FA (de *Fleet Assignment*), baseados em técnicas de programação linear inteira (FRYSZMAN, 1990). Foram desenvolvidos 11 modelos em diferentes graus de complexidade, mas todos eles envolvendo algum tipo de simplificação. Os modelos FR não consideram mais de um tipo de frota e os modelos FA trabalham com demandas médias por período, baseadas na participação da empresa no mercado (DELAMOTTE, 1985³ *apud* FRYSZMAN, 1990).

² SIMPSON, R.W. Scheduling and routing models for airline systems. Flight Transportation Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, R68-3, 1969.

³ DELAMOTTE, H.D. An interactive airline fleet assignment model. M.Sc. Thesis. Flight Transportation Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, 1985.

Ainda na década de 1970, surgem alguns dos trabalhos mais antigos no Brasil, envolvendo a alocação de aeronaves de uma frota homogênea a voos ou trilhos pré-estabelecidos, utilizando o método da atribuição (algoritmo húngaro) para minimizar o tempo de ociosidade das aeronaves, desconsiderando voos de reposicionamento (vazios), manutenção de aeronaves e limitações de pouso e decolagem (NOVAES, 1978).

O uso de teoria de células, envolvendo agregação nos elementos da rede, foi proposto no início da década de 1980 (MATHAISEL, 1983⁴ *apud* RICHTER, 1989), ideia posteriormente aplicada na redução do tamanho dos grafos que descrevem a malha aérea potencial, antes de sua resolução por programação linear (HANE *et al.*, 1995; SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

A partir do final da década de 1980, passou-se a buscar soluções mais detalhadas, através da alocação de frotas a cada voo específico, sendo o trilho de cada frota ou aeronave determinado pela resolução do modelo. A Alocação de Frotas passou a ser tratada mais frequentemente como um problema de fluxo em rede; em alguns destes trabalhos a modelagem é baseada em uma rede de conexões (ABARA, 1989) e, em outros, em uma rede espaço-tempo (BERGE; HOPPERSTAD, 1993 *apud* SHERALI; BISH; ZHU, 2006; HANE *et al.* 1995). Neste mesmo período, houve a proposta de sistemas integrados para apoio ao planejamento operacional de empresas aéreas. Um sistema deste tipo foi proposto em 1990, no Brasil, baseado na composição de rotas e seleção de aeronaves para trilhos pré-definidos. A solução apresentada, feita em etapas, foi obtida com o uso de uma combinação dos softwares Lotus 1-2-3 e LINDO (FRYSZMAN, 1990).

⁴ MATHAISEL, D.F.X. Cell theory: Air transport network aggregation and fleet planning. 1983.

Nas próximas seções serão apresentados os modelos de alocação de frotas mais relevantes para este trabalho.

3.2.1. Modelo de Alocação de Frotas de Ferguson-Dantzig

O Modelo de Alocação de Frotas de Ferguson e Dantzig visa à alocação de tipos de frota a cada rota pré-definida, minimizando a soma dos custos variáveis de cada alocação e a receita perdida devido ao não atendimento completo da demanda. Este modelo é baseado em uma formulação clássica de problema do transporte, aproveitando esta característica para permitir sua solução com um algoritmo mais eficiente que o Simplex (FERGUSON; DANTZIG, 1956; FRYSZMAN, 1990).

A formulação a seguir é apresentada para uma rede com $i = 1, 2, \dots, (m-1)$ diferentes frotas, sendo a frota m uma frota fictícia que será alocada às rotas não atendidas na solução, e $j = 1, 2, \dots, (n-1)$ diferentes rotas, sendo a rota n fictícia, à qual serão alocadas as aeronaves que permanecerão em solo (FERGUSON; DANTZIG, 1956;).

Considerando c_{ij} o custo de operação da frota i na rota j e a variável de decisão x_{ij} , que indica o número de aeronaves da frota i atendendo à rota j , a função objetivo, que visa à minimização da soma do custo variável de todas as rotas executadas, pode ser representada conforme a Eq. 3.1.

$$[\min] \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

Esta função objetivo considera também a perda de receita por não atender às demandas de uma ou mais rotas (quando $i = m$), através do custo c_{mj} , e permite também a consideração de custos de não utilização de uma aeronave (quando $j = n$), através do custo c_{in} .

O primeiro grupo de restrições do modelo limita o número de aeronaves usado em cada frota, indicando que a soma de todas as aeronaves alocadas de uma frota deve ser igual ao número de aeronaves disponíveis nesta mesma frota. Considerando a_i o número total de aeronaves da frota i , esta restrição pode ser indicada conforme a Eq. 3.2.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad \forall i \mid i \neq m \quad (3.2)$$

Esta restrição não soma, obviamente, as aeronaves da frota fictícia (quando $i = m$). Esta restrição é representada como uma igualdade porque todas as aeronaves devem ser alocadas, seja às rotas reais ($j < n$) ou à rota fictícia ($j = n$), neste último caso correspondendo às aeronaves que, na realidade, não irão voar.

O segundo grupo de restrições garante que toda a demanda seja alocada às frotas como passageiros. Considerando p_{ij} o número de passageiros da rota j transportados pela frota i , e d_j a demanda da rota j , esta restrição pode ser representada conforme a Eq. 3.3.

$$\sum_{i=1}^m p_{ij} \cdot x_{ij} = d_j \quad \forall j \quad (3.3)$$

Também esta restrição é apresentada como uma igualdade, fazendo com que, se não for possível alocar toda a demanda a aeronaves das frotas reais ($i < m$), a demanda excedente será alocada a uma aeronave da frota fictícia ($i = m$).

Finalmente, nenhuma frota pode ter um número negativo de aeronaves alocado a uma rota, conforme é representado na Eq. 3.4. Os valores de x_{ij} devem ser inteiros.

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (3.4)$$

Nesta modelagem é considerado que d_j representa a demanda mensal total de uma rota j , e que podem ser alocadas várias aeronaves para uma única rota, cobrindo todos os seus voos. Isso limita bastante a aplicação do modelo, já que a demanda é considerada independente da frequência e dos horários dos voos. Adicionalmente, a restrição da Eq. 3.2 provoca o efeito colateral de associar cada aeronave a uma única rota por todo o mês - já que a soma das rotas que usam aquela frota não pode ser maior que o número de aeronaves da frota, o que nem sempre é consonante com as necessidades reais (FRYSZMAN, 1990).

De qualquer forma, este modelo foi estendido para incorporar a consideração de incertezas na demanda. Os resultados são obtidos aplicando-se coeficientes probabilísticos pré-calculados como redutores da receita devido às incertezas associadas à demanda. Tal modelagem estendida é apresentada a seguir (FERGUSON; DANTZIG, 1956).

A função objetivo deste modelo, representada na Eq. 3.5., visa à minimização do custo similar à do modelo original, representada na Eq. 3.1, em que c_{ij} representa o custo de operação da frota i na rota j e a variável de decisão x_{ij} indica o número de aeronaves da frota i atendendo à rota j . Entretanto, neste modelo há um termo adicional somado ao custo, que representa a perda de receita devido à incerteza. A receita perdida é calculada subtraindo da receita total possível R_o , isto é, a receita total desde que haja capacidade suficiente para atender a demanda de todas as rotas, o valor da soma da receita prevista para cada rota j , Rp_j , considerando os fatores de incerteza.

$$[\min] \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \right) + (R_o - \sum_{j=1}^n Rp_j) \quad (3.5)$$

O cálculo da demanda prevista leva em consideração uma discretização da demanda total, sendo que cada faixa de discretização tem uma probabilidade diferente de ser excedida, ou seja, a demanda de uma rota j é dividida em H intervalos, com b_{hj} passageiros potenciais em cada intervalo. Nesta situação, se γ_{hj} for a probabilidade de o número de passageiros reais exceder a soma dos passageiros dos intervalos 1, 2, 3, ..., H , e a variável de decisão y_{hj} indicar o número de passageiros do intervalo h alocados à rota j , então pode-se estimar o número de passageiros reais da faixa h por $\gamma_{hj} \cdot y_{hj}$. Com isso, considerando uma receita média por passageiro k_j , a receita total prevista Rp_j , para o trecho j , é dada pela Eq. 3.6.

$$Rp_j = k_j \sum_{h=1}^H \gamma_{hj} y_{hj} \quad (3.6)$$

Por exemplo, tome-se uma rota com receita média prevista de R\$200,00 por passageiro e uma demanda de 100 passageiros com a seguinte característica: um primeiro intervalo de 70 pessoas desta demanda garantidamente se tornarão passageiros; há, porém, uma probabilidade de 70% de que a demanda supere 90 pessoas - o segundo intervalo de 20 pessoas - e, finalmente, uma probabilidade de 25% de que a demanda atinja as 100 pessoas - somando-se o terceiro intervalo de 10 pessoas. Considerando que o modelo alocou todos os 100 passageiros a essa rota, ficam definidos: $k = 200$, $y_1 = 70$, $y_2 = 20$, $y_3 = 10$, $\gamma_1 = 1,0$, $\gamma_2 = 0,7$ e $\gamma_3 = 0,25$, compondo uma receita prevista Rp de R\$200,00.(1,0.70 + 0,7.20 + 0,25.10), o que resulta em uma receita prevista $Rp = R\$17.300,00$, diante de uma receita total possível $R_o = R\$200,00 \cdot 100 = R\$20.000,00$. Assim, a perda de receita, de acordo com o modelo, é estimada em R\$2.700,00.

O primeiro grupo de restrições do modelo, analogamente ao já apresentado na Eq. 3.2, limita o número de aeronaves usado em cada frota.

Considerando a_i o número total de aeronaves da frota i , estas restrições podem ser indicadas conforme a Eq. 3.7.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad \forall i \quad (3.7)$$

O segundo grupo de restrições, analogamente ao já apresentado na Eq. 3.3., garante que toda a demanda seja alocada às frotas como passageiros. A diferença surge no fato de que a demanda total agora é calculada pela soma de todos os y_{hj} , ou seja, os passageiros alocados de cada uma das H faixas de demanda, para todas as rotas. Considerando p_{ij} o número de passageiros da rota j transportados pela frota i , tais restrições podem ser representadas conforme a Eq. 3.8.

$$\sum_{i=1}^m p_{ij} \cdot x_{ij} = \sum_{h=1}^H y_{hj} \quad \forall j \quad (3.8)$$

As restrições de não negatividade para as variáveis de decisão x_{ij} também aparecem, conforme a Eq. 3.9, assim como as restrições que garantem que o número de passageiros alocados de uma faixa k da demanda da rota j nunca supere seu limite superior b_{kj} , como indicado na Eq. 3.10.

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \quad (3.9)$$

$$0 \leq y_{hj} \leq b_{hj} \quad \forall h \quad (3.10)$$

3.2.1.1. Considerações Sobre o Modelo

Os pontos fortes destes modelos propostos por Ferguson e Dantzig são a idéia de considerar a perda de receita como um custo adicional e o uso de um recurso relativamente simples para a consideração de incertezas com relação à demanda. O ponto fraco mais relevante deste modelo é a

mistura dos conceitos de rota e trilho, com a fixação de uma aeronave a uma única rota. Isso significa que a rota provavelmente é composta por uma sequência de voos - um trilho - e, daí em diante, torna-se pouco genérica a consideração de uma demanda igual em cada um dos voos que compõem uma rota, dado que rotas diferentes podem ter voos compartilhados.

Considerando-se que a rota seja composta por um único voo, a modelagem se torna pouco razoável para uma empresa aérea que tenha voos de curta duração, além de, feita essa consideração, apresentar a falha de não garantir a continuidade das aeronaves de uma mesma frota entre os voos. Adicionalmente, ao permitir que várias aeronaves sejam alocadas a uma única rota, o modelo adquire características que o torna apto a resolver apenas a etapa de *frequency planning*, isto é, para a definição de quantos voos se faz em uma rota por dia. Neste caso, a definição de uma demanda que independe do horário do voo se torna uma limitação prática relevante, mesmo com as considerações feitas sobre a incerteza da mesma. Finalmente, o modelo faz referências explícitas a custos e receitas operacionais, valores nem sempre disponíveis no momento da definição da malha aérea.

3.2.2. Modelo de Alocação de Aeronaves de Simpson

O Modelo de Alocação de Aeronaves de Simpson é um modelo de programação linear inteira que visa à alocação de aeronaves de acordo com a demanda diária de cada rota, objetivando a minimização dos custos globais de alocação, respeitando a demanda. O problema é representado com base em um grafo direcionado e modelado como um problema de minimização de custo em fluxo em rede (NOVAES, 1978).

A formulação adotada exige uma estimativa de demanda média diária em cada voo, todos eles diretos (sem escalas e conexões) e com o conhecimento *a priori* da fator de utilização (*load factor*) de cada tipo de

aeronave. Assim, dados todos os voos entre os diversos aeroportos i e j , com demanda média diária de passageiros P_{ij} , e um número limitado de aeronaves, busca-se alocar tais aeronaves aos voos, minimizando os custos de alocação. O modelo pode ser descrito como se segue (NOVAES, 1978).

A função objetivo visa à minimização do custo global da alocação, simplesmente composto pela soma dos custos de alocação das aeronaves aos voos. Considerando Ω o conjunto de todos os voos possíveis, A o conjunto de todas as frotas, DC_{ija} o custo operacional de cada aeronave da frota a nos voos de i para j e n_{ija} o número diário de voos de i para j da frota a , a função objetivo pode ser expressa de acordo com a Eq. 3.11.

$$[\min] \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_{a \in A} DC_{ija} n_{ija} \quad (3.11)$$

O primeiro grupo de restrições impõe o atendimento da demanda, isto é, que a demanda média diária P_{ij} de passageiros para cada voo, deve ser integralmente atendida, considerando o fator de utilização (*load factor*) de uma aeronave da frota a no voo (i,j) , representado pelo parâmetro LF_{ija} , e a capacidade de assentos de cada aeronave da frota a , representado pelo parâmetro S_a . Tais restrições estão indicadas na Eq. 3.12.

$$\sum_a LF_{ija} \cdot S_a \cdot n_{ija} = P_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (3.12)$$

O segundo grupo de restrições garante a continuidade das aeronaves de cada frota. Considerando M o conjunto de todos os aeroportos da rede, o número de partidas diárias em cada aeroporto i deve ser igual ao número de chegadas diárias daquele mesmo aeroporto i , para cada tipo de aeronave a , conforme indicado na Eq. 3.13.

$$\sum_{j|(j,i) \in \Omega} n_{jia} - \sum_{k|(i,k) \in \Omega} n_{ika} = 0 \quad \forall i \in M, \forall a \in A \quad (3.13)$$

O terceiro grupo de restrições limita o total de horas diárias usadas pelas aeronaves de cada frota a . O número de horas voadas em um dia é calculado com base no tempo médio de voo da aeronave da frota a de i para j , indicado pelo parâmetro TB_{ija} , em horas, multiplicado pelo número de aeronaves da frota a que realiza este voo, indicado pela variável n_{ija} ; o número de horas disponíveis, por sua vez, é calculado com base na utilização média diária de cada aeronave da frota a , indicado pelo parâmetro U_a , em horas, multiplicado pelo número de aeronaves disponíveis na frota a , N_a , conforme representado na Eq. 3.14.

$$\sum_{(i,j) \in \Omega} TB_{ija} \cdot n_{ija} \leq U_a \cdot N_a \quad \forall a \in A \quad (3.14)$$

O quarto grupo de restrições impõe uma frequência diária mínima para cada rota. Considerando o parâmetro NF_{ij} o número mínimo de voos diários do aeroporto i para j , esta restrição pode ser representada pela Eq. 3.15.

$$\sum_{a \in A} n_{ija} \geq NF_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega \quad (3.15)$$

Finalmente, o último grupo de restrições impõe um limite operacional nos aeroportos, definindo o número máximo de decolagens diárias para cada aeroporto. Considerando o parâmetro NV_i como o número máximo de decolagens em um aeroporto i , esta restrição pode ser descrita pela eq. 3.16.

$$\sum_{a \in A} \sum_{j | (i,j) \in \Omega} n_{ija} \leq NV_i \quad \forall i \in M \quad (3.16)$$

3.2.2.1. Considerações Sobre o Modelo

Os pontos fortes deste modelo proposto por Simpson estão na possibilidade de impor restrições com relação ao número de horas de uso das aeronaves de uma frota, além das limitações no número de decolagens em alguns aeroportos e as considerações sobre taxa de carregamento das aeronaves.

Por outro lado, a principal limitação deste modelo é que, ainda que ele tenha sido estruturado como um problema de fluxo em rede, trata-se de um modelo de *frequency planning*, alocando várias aeronaves a um arco, considerando uma demanda independente de horário, e não envolvendo a dimensão tempo de maneira explícita, o que dificulta a consideração adequada de *slots* e outras restrições operacionais que tenham relação com horários específicos. Por fim, também este modelo faz referência a custos operacionais, dificultando sua aplicação.

3.2.3. Modelo de Alocação usando Rede de Conexões

O Modelo de Redes de Conexões é baseado no princípio de definir para qual voo será direcionada a aeronave de uma frota que pousou em um determinado aeroporto.

Neste modelo, os nós representam os possíveis momentos em que os voos chegam e partem de cada aeroporto, em uma escala temporal. Um nó fictício faz a função de "início do dia" - fonte mestra - e outro a de "fim do dia" - sorvedouro mestre (ABARA, 1989; SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

São definidos três tipos de arcos (ABARA, 1989):

- a. Arcos de Conexão, que interligam um nó de pouso com um de decolagem, cada um indicando uma conexão que pode ocorrer no aeroporto.
- b. Arcos de Término, que interligam cada nó de pouso ao nó de "fim do dia" de um dado aeroporto, com o objetivo de indicar as aeronaves que permanecem no aeroporto ao final do dia.
- c. Arcos de Origem, que interligam o nó de "início do dia" de um aeroporto com cada nó de decolagem, indicando as aeronaves que se encontram no aeroporto no início do dia.

É imprescindível, neste modelo, que todos os arcos de conexões sejam viáveis, ocorram as conexões no mesmo dia ou em dias diferentes. Isso significa que devem respeitar a disponibilidade de aeronaves no início e no fim do dia, além de que todas as conexões precisam respeitar o tempo mínimo de manutenção básica (*turn-time*) de cada aeronave (ABARA, 1989; SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

A Figura 3.1 apresenta a estrutura da rede utilizada no modelo, em um aeroporto com 12 conexões: seis conexões de voo possíveis, três de origem e três de término (ABARA, 1989). Apesar de representados na figura, os "arcos" relativos aos voos não são criados, assim como os nós de "início do dia" e "fim do dia" (ABARA, 1989; SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

Considerando que a rede tenha sido construída de maneira que cada voo que chegue a uma conexão possa se conectar a qualquer outro, desde que o horário de partida permita um tempo mínimo para inspeção e a conexão não seja proibida, a estrutura básica do modelo é composta por uma função objetivo e quatro grupos de restrições principais. O modelo pode ser descrito como se segue (ABARA, 1989).

Figura 3.1 - Modelo de Rede de Conexões. X_{ijf} representa se aeronave do tipo f que veio do voo i irá para o voo j (baseado em ABARA, 1989)

A função objetivo deste modelo, representada de maneira resumida na Eq. 3.17, visa à maximização do benefício de cada voo, B_v , descontados dos seguintes custos: custo pelo uso de aeronaves, Ca ; custo pelo uso de aeronaves extras, Ce ; custo pela falta de aeronaves em um aeroporto (desequilíbrio da rede / falta de continuidade), Cd ; e o custo servir aos aeroportos com determinadas aeronaves, Cs , sendo que este último pode ser negativo, situação na qual passa a ser um estímulo para a alocação de uma frota a um dado aeroporto.

$$[\max] B_v - (Ca + Ce + Cd + Cs) \quad (3.17)$$

Para descrever o modelo em detalhe, tome-se como base a variável de decisão X_{ijk} , binária, que tem valor 1 apenas se a conexão do voo i para o voo j está sendo feita com uma aeronave da frota k . Com essa proposição, uma sequência de valores X_{ijk} iguais a 1 significa que estes arcos serão usados como trilha de uma frota. Por exemplo, se as variáveis $X_{0,1,9}$, $X_{1,2,9}$, $X_{2,3,9}$, $X_{3,5,9}$, $X_{5,7,9}$, $X_{7,0,9}$ tiverem valor 1, significa que pode-se construir um

trilho com os voos 1, 2, 3, 5 e 7, para a frota 9. Nestas variáveis, o índice $i = 0$ significa tratar-se de um voo inicial - isto é, a aeronave para estes voos já se encontrava no aeroporto - e o índice $j = 0$ significa tratar-se de um voo terminal - ou seja, a aeronave permanece no aeroporto ao final do dia.

Considerando F voos e K frotas e, ainda, que P_{jk} indica o benefício de operar o voo j com uma aeronave da frota k , o benefício dos voos Bv pode ser calculado como a soma do benefício de cada voo que irá ocorrer, ou seja, para o qual há uma conexão, o que pode ser descrito conforme a Eq. 3.18.

$$Bv = \sum_{i=0}^F \sum_{j=0}^F \sum_{k=1}^K P_{jk} X_{ijk} \quad (3.18)$$

O custo por se utilizar as frotas, Ca , pode ser calculado multiplicando-se um custo C_1 devido à alocação da frota - em geral um valor próximo de 1 -, multiplicado pela variável que indica o uso daquela frota em arcos de voo inicial, conforme representado na Eq. 3.19.

$$Ca = C_1 \cdot \sum_{j=0}^F \sum_{k=1}^K X_{0jk} \quad (3.19)$$

O custo pelo uso de aeronaves extras, Ce , pode ser calculado multiplicando-se um custo C_2 - um valor alto pelo uso de cada aeronave adicional, normalmente cerca de 800.000 -, multiplicado pelo número de aeronaves extra da frota k , indicado pela variável e_k , conforme representado na Eq. 3.20.

$$Ce = C_2 \cdot \sum_{k=1}^K e_k \quad (3.20)$$

O custo pelo desequilíbrio da rede, isto é, da necessidade de uma aeronave em um aeroporto em que ela não se encontra, Cd , pode ser calculado multiplicando-se um custo C_3 - um valor alto pela falta de aeronaves, normalmente cerca de 500.000 -, multiplicado pela soma do número de aeronaves faltantes de cada frota em cada aeroporto. Considerando S o conjunto de todos os aeroportos, O_{sk} o número de aeronaves faltantes da frota k necessárias para iniciar voo no aeroporto s e T_{sk} o número de aeronaves faltantes da frota k necessárias para finalizar voo no aeroporto s , esta restrição pode ser descrita conforme a Eq. 3.21.

$$Cd = C_3 \cdot \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^K (O_{sk} + T_{sk}) \quad (3.21)$$

O custo de servir a um dado aeroporto com uma determinada frota pode ser calculado multiplicando-se o custo de alocação desta frota k a um aeroporto, CS_k , pelo número de aeroportos que foram servidos por aquela frota; o custo de alocação total, Cs , é a soma do custo de alocação de cada frota. Considerando a variável Y_{sk} , que indica se a frota k serve o aeroporto s , o valor Cs pode ser calculado conforme a Eq. 3.22.

$$Cs = \sum_{k=1}^K (CS_k \cdot \sum_{s=1}^S Y_{sk}) \quad (3.22)$$

O primeiro grupo de restrições, relativo à cobertura de voo, garante que, no máximo, uma aeronave será alocada a cada voo, possibilitando apenas uma única conexão por voo j , conforme representado pela Eq. 3.23.

$$\sum_{i=0}^F \sum_{k=1}^K X_{ijk} \leq 1 \quad j = 0, 1, \dots, F \quad (3.23)$$

O segundo grupo de restrições garante a continuidade dos equipamentos, isto é, garante que, se uma aeronave da frota k fez uma conexão para o voo l , então esta mesma frota deve ser usada na conexão

do voo l para o próximo voo. Em outras palavras, o objetivo é garantir que a frota que inicia um voo é a mesma que finaliza este voo, assegurando a viabilidade da solução prática. Esta restrição pode ser representada conforme a Eq. 3.24.

$$\sum_{i=0}^F X_{ilk} = \sum_{j=0}^F X_{ljk} \quad l = 0, 1, \dots, F; k = 1, 2, \dots, K \quad (3.24)$$

O terceiro grupo de restrições garante o equilíbrio da programação, ou seja, garante que o número de aeronaves de cada frota em um dado aeroporto seja o mesmo no início e no fim do dia. Isso é feito através do equilíbrio entre o número de chegadas e partidas de cada aeroporto, já que diferenças nestes valores indicam falta de aeronaves em cada aeroporto. Considerando D_s o conjunto de partidas do aeroporto s e A_s o conjunto de chegadas ao aeroporto s , esta restrição pode ser representada conforme indicado na Eq. 3.25. Observando que os termos O_{sk} e T_{sk} aparecem nesta restrição, ela não é uma restrição estrita; entretanto, como há uma grande penalidade na função objetivo pelo desequilíbrio, boas soluções tenderão a manter o equilíbrio.

$$\sum_{i \in D_s} X_{0ik} + O_{sk} = \sum_{i \in A_s} X_{i0k} + T_{sk} \quad s = 1, 2, \dots, S; k = 1, 2, \dots, K \quad (3.25)$$

O quarto grupo de restrições impõe um limite para o número de aeronaves de cada frota, permitindo a construção de uma programação factível, evitando a alocação de mais aeronaves do que as disponíveis. Considerando M_k o número de aeronaves disponíveis na frota k , esta restrição pode ser representada como indicado na Eq. 3.26.

$$\sum_{i=1}^F X_{0ik} - e_k = M_k \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3.26)$$

Lembrando que a variável e_k indica o número de aeronaves extra da frota k , esta também não é uma restrição estrita, permitindo o uso de aeronaves extra; por outro lado, como e_k aparece na função objetivo com uma alta penalidade, boas soluções tenderão a não usar aeronaves extras.

Além destas restrições clássicas, como uma maneira de demonstrar a flexibilidade do modelo, o autor apresenta restrições adicionais - classificadas como extrínsecas -, para situações operacionais específicas, incluindo número de pernoites mínimos de cada frota em cada aeroporto, limitação no número de aeronaves por aeroporto, limitação do número de conexões por faixa horária - uma implementação similar à de *slots* - e a obrigatoriedade de um tipo de aeronave usar um dado aeroporto. A única limitação explicitada pelo autor, quanto as restrições que podem ser criadas, é a necessidade de que as variáveis sejam aditivas, isto é, o valor associado a um conjunto de voos precisa ser igual à soma dos valores dos voos individuais (ABARA, 1989).

A inclusão de algumas destas restrições pode fazer com que os tempos computacionais cresçam demasiadamente, impedindo soluções para casos práticos. Sem estas restrições adicionais, um problema com 400 voos programados, 60 aeroportos e três tipos de aeronaves envolve aproximadamente 6300 colunas e 1800 linhas, crescendo ainda se for considerado o processo de *branch and bound* para sua solução, dado que a maioria das variáveis precisa ser inteira. Pela concepção do modelo, é suficiente que apenas as variáveis de conexão sejam inteiras, mas elas são a grande maioria (ABARA, 1989).

Este modelo foi aplicado pela American Airlines para auxílio na solução de diversos problemas como a análise de alocação de bases de tripulação, redução de custos na alocação de aeronaves, ampliação dos lucros com limitação de pernoites em determinados aeroportos,

maximização do uso de determinados tipos de aeronave etc. (ABARA, 1989).

3.2.3.1. Considerações Sobre o Modelo

Os pontos fortes deste modelo são a consideração da dimensão tempo de maneira explícita, que permite uma grande flexibilidade para definir diversos tipos de restrições operacionais específicas. Um outro ponto forte é a idéia de penalização na função objetivo por conta de desequilíbrios na rede, o que também revela o primeiro ponto fraco: não garantir o fluxo contínuo de aeronaves, permitindo a ocorrência de aeronaves em excesso ou em falta nos aeroportos.

Adicionalmente, este modelo requer que todas as conexões possíveis sejam calculadas *a priori*, já que são representadas explicitamente pelos arcos; como o número de conexões possíveis tende a ser muito maior que o número de arcos de voo, o tamanho do modelo cresce demasiadamente com cada ampliação do número de voos possíveis em uma malha. Também este modelo se refere a diversos custos de operação, cujo valor nem sempre pode ser adequadamente determinado, dificultando sua aplicação prática.

3.2.4. Modelo de Alocação usando Rede Espaço-Tempo

O Modelo de Rede Espaço-Tempo é baseado na ideia de definir qual a frota que será utilizada em cada voo. No modelo de rede espaço-tempo, os nós representam um instante em um aeroporto para uma dada aeronave, sendo que os mesmos nós são usados para representar instantes de chegadas e partidas nos aeroportos (BERGE e HOPPERSTAD, 1993 *apud* SHERALI; BISH; ZHU, 2006; HANE *et al.*, 1995). Este modelo representa o deslocamento espacial das aeronaves ao longo do tempo, alocando os voos

para as diferentes frotas. Tal representação é interessante e flexível, pois permite que o modelo defina as sequências de voos possíveis, não exigindo que estas sejam definidas *a priori* (SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

Os arcos podem representar três diferentes tipos de movimentos entre os nós (BERGE e HOPPERSTAD, 1993 *apud* SHERALI; BISH; ZHU, 2006):

- a. Arcos de Voo, que interligam um nó de um aeroporto a um nó de outro aeroporto, representando o tempo de voo. Estes arcos normalmente incorporam o tempo de manutenção básica.
- b. Arcos de Solo, que interligam um nó de um aeroporto a outro nó deste mesmo aeroporto, respeitando a escala temporal, indicando o tempo que a aeronave permanece esperando no solo.
- c. Arcos de Ciclo, que interligam o último nó de um aeroporto ao primeiro nó deste mesmo aeroporto, permitindo uma solução periódica, sendo comuns as programações para períodos de um dia ou uma semana.

Por utilizar uma estrutura de redes superpostas, uma para cada frota, este modelo permite a consideração de horários e tempos de voos e de manutenção básica diferenciados para cada tipo de aeronave (SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

A Figura 3.2 apresenta a estrutura da rede utilizada no modelo, em um aeroporto com quatro voos chegando e quatro partindo (SHERALI; BISH; ZHU, 1989).

Considerando que um nó pode ser descrito por uma tríade (f,s,t) - respectivamente indicando o tipo da frota, o aeroporto e um instante de tempo -, e que cada arco de voo l pode ser representado pelo nó de origem

e pelo nó de destino, definem-se as variáveis de decisão x_{fij} - equivalentes a x_{fi} , se i representar o voo (i,j) -, binárias, que possuem valor 1 se e somente se a frota f foi alocada ao voo i , que vai do nó i ao nó j .

Figura 3.2 - Modelo de Rede Espaço-Tempo. (baseado em SHERALI; BISH; ZHU, 2006)

Com base nestas variáveis, a estrutura básica do modelo é composta por uma função objetivo e três grupos de restrições básicas, podendo ser descrito como se segue (HANE *et al.* 1995; SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

A função objetivo busca minimizar o custo total de alocação, ou seja, minimizar a somatória do custo de alocação de cada frota a cada voo específico. Considerando que L indica o conjunto de voos possíveis, F o conjunto de frotas e c_{fi} o custo de alocar o voo i à frota f , a função objetivo pode ser representada conforme a Eq. 3.27.

$$[\min] \sum_{i \in L} \sum_{f \in F} c_{fi} x_{fi} \quad (3.27)$$

O primeiro grupo de restrições refere-se à cobertura dos voos, garantindo que cada voo seja alocado a uma e apenas uma aeronave de uma frota. Tais restrições estão descritas pela Eq. 3.28.

$$\sum_{f \in F} x_{fl} = 1 \quad \forall l \in L \quad (3.28)$$

O segundo grupo de restrições garante o equilíbrio ou a continuidade de equipamentos, fazendo com que o fluxo das aeronaves de uma frota tenha continuidade, isto é, que as aeronaves estabeleçam um caminho contínuo e cíclico. Isso é feito através de uma restrição de balanceamento de fluxo em cada nó, garantindo que todas as aeronaves de uma frota partam do mesmo nó em que cada uma delas chegou. Isso significa que, para cada nó da rede, todas as aeronaves que chegam, seja a partir de um arco de voo ou de solo, devem também partir daquele nó, seja por um arco de voo ou de solo.

Considerando o conjunto de aeroportos na rede S , o conjunto de nós na rede N , e as variáveis x_{fost} , que representam as aeronaves da frota f que chegam do aeroporto o ao aeroporto s no instante t , x_{fsdt} , que representam as aeronaves da frota f que partem do aeroporto s para o aeroporto d no instante t , y_{fst^-t} e y_{fstt^+} , que representam os fluxos de aeronaves da frota f no solo do aeroporto s que chegam ao nó e que partem do nó que representa o instante t , respectivamente, as restrições de equilíbrio podem ser descritas conforme a Eq. 3.29.

$$\sum_{o \in S} x_{fost} + y_{fst^-t} - \left(\sum_{d \in S} x_{fsdt} + y_{fstt^+} \right) = 0 \quad \forall \{fst\} \in N \quad (3.29)$$

O terceiro grupo de restrições garante o respeito à disponibilidade de aeronaves, forçando a geração de uma programação factível, não utilizando mais aeronaves do que as disponíveis em cada frota. Considerando $O(f)$ o conjunto de arcos da frota f que inclui um instante t , A_f o número de

aeronaves disponível em cada frota f , $W(s)$ o conjunto de arcos de solo do aeroporto s que inclui o instante t , e as variáveis y_{fw} , que representam o fluxo de aeronaves da frota f pelos arcos de solo $w \in W(s)$, tais restrições podem ser descritas conforme a Eq. 3.30.

$$\sum_{l \in O(f)} x_{fl} + \sum_{s \in S} \sum_{w \in W(s)} y_{fw} \leq A_f \quad \forall f \in F \quad (3.30)$$

Neste modelo, diz-se que um arco "inclui o instante t " quando o instante representado pelo nó de origem deste arco for menor ou igual a t e o instante representado pelo nó de destino deste arco for maior que t . O valor de t para as restrições da Eq. 3.30 pode ser qualquer valor válido, isto é, um horário maior ou igual ao do início da programação de voos e menor ou igual ao do término da programação de voos. Adicionalmente, só é necessária uma equação de disponibilidade por frota pois, como os trilhos desenvolvidos são cíclicos, isto é, não há fontes e sorvedouros de aeronaves, o número de aeronaves utilizadas é igual e constante para qualquer instante t válido (SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

Uma das limitações deste modelo é a incapacidade de distinguir as aeronaves de uma mesma frota nos arcos de solo, dificultando seu uso na etapa seguinte, a Atribuição de Aeronaves (SHERALI; BISH; ZHU, 2006). Por outro lado, desde os trabalhos de Berge e Hopperstad (1993) e Hane *et al.* (1995), este modelo tem sido o mais aceito devido à sua grande vantagem, que é um número de variáveis relativamente menor, se comparado ao modelo de conexões, uma vez que, em geral, o número de voos é consideravelmente menor do que o número de possibilidades de conexões entre voos (SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

3.2.4.1. Considerações Sobre o Modelo

O ponto forte do modelo espaço-tempo proposto por Berge e Hopperstad é o uso de uma representação de rede que não precisa explicitar as conexões possíveis, reduzindo bastante o tamanho do modelo, mantendo a informação temporal que permite a definição de restrições operacionais atreladas a horários específicos.

O principal ponto fraco deste modelo é a fixação das demandas a voos específicos, não prevendo a possibilidade de realocação de demanda entre os voos. Apesar de permitir a implementação de restrição operacionais específicas, o modelo tradicional não as apresenta e, para algumas delas, o modelo apresenta certa limitação, ao impor que o tempo de manutenção pós-voo deva ser considerado como parte do tempo do arco de voo.

Finalmente, o modelo é rigidamente um modelo de cobertura, impedindo seu uso para a Programação de Voos, já que, segundo o modelo, todos os voos devem ser executados. A restrição de cobertura não pode ser relaxada, visto que a função objetivo envolve apenas a minimização dos custos de alocação; além do já mencionado problema relativo à dependência de custos e receitas para a Alocação de Frotas, caso a restrição seja relaxada o modelo provavelmente levará a uma solução em que todas as aeronaves permanecem no solo.

3.3. Modelos Integrados para Programação de Voos e Alocação de Frotas

A resolução integrada de duas ou mais etapas do planejamento operacional de empresas aéreas tem sido uma tendência atual. Por outro lado, trata-se de um tema que vem sendo desenvolvido desde a década de 1970. Ao longo do tempo foram apresentadas propostas com a

consideração de demandas aproximadas (SWAN, 1972⁵ *apud* SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980), ou com considerações mais completas sobre a movimentação da demanda (AGIN, 1972⁶ *apud* SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980; CHAN, 1974⁷ *apud* SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980), ou, ainda, propostas que sugerem a decomposição de Dantzig-Wolfe, gerando subproblemas que são, em essência, problemas de fluxo *multicommodity* muito grandes (SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980), testados apenas em pequenas instâncias (RICHARDSON, 1976; SCARBROUGH, 1977⁸ *apud* SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980) e, embora tenha sido apresentada uma proposta mais eficiente, ela foi testada apenas para instâncias com limitações no uso de conexões e para apenas um tipo de aeronave (CHAN, 1974 *apud* SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980).

Outros trabalhos que buscam maior lucratividade para as empresas aéreas através da otimização conjunta da programação de voos e alocação de frota surgiram a partir da década de 1990, tratando casos específicos, como o de malhas em *hub-and-spoke* (DOBSON; LEDERER, 1993), ou em âmbitos mais gerais, como um *framework* para o projeto incremental da programação de voos (MARSTEN; SUBRAMANIAN; GIBBONS, 1996⁹ *apud* LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

⁵ SWAN, W. The complete FA-4 Memo. Flight Transportation Laboratory memorandum. Massachusetts Institute of Technology, 1972.

⁶ AGIN, N. An algorithm for optimal aircraft scheduling. Proceedings NATO Conference, Sanderfjord, Norway, 1972.

⁷ CHAN, Y.P. Route network improvement in air transportation schedule planning. Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1974.

⁸ SCARBROUGH J. A mixed integer programming model for the scheduling of aircraft by time of day within a network of airports. TIMS/ORSA Meeting, San Francisco, 1977.

⁹ MARSTEN, R.E., SUBRAMANIAN, R., GIBBONS, L. Junior Analyst Extraordinaire (JANE). AGIFORS Proceedings, Athens, GA, p.247-259. 1996.

Dos modelos recentes, destacam-se os que incorporam realocação e recaptura da demanda entre rotas concorrentes (LOHATEPANON; BARNHART, 2004).

3.3.1. Modelo Integrado Clássico

Um dos primeiros modelos integrados para Programação de Voos e Alocação de Frotas foi proposto com uma função objetivo e dois conjuntos de restrições, além de condições de não negatividade. A função objetivo propõe a maximização da receita, com um ajuste para a consideração da insatisfação dos passageiros de acordo com a composição de voos escolhida para sua rota.

Para a descrição do modelo, é definido um conjunto de mercados Δ - cada um deles identificado por uma tríade $(o, d, \Delta t)$, respectivamente indicando origem, destino e intervalo de tempo. Cada mercado $m \in \Delta$ possui uma demanda associada N_m , além de um conjunto de rotas Q_m . Assim, cada rota r de um mercado m receberá uma parcela destes passageiros, representada pela variável h_r^m . Com base em tais definições, o modelo representa o fluxo de aeronaves no conjunto de arcos N de um grafo direcionado, sendo que parte dos arcos de N representa o subconjunto dos arcos de voo, L . Um trilha j é definido como sequências de arcos de voo $l \in L$ e o conjunto de arcos pertencentes a trilhos possíveis é identificado por J . Se K for o conjunto de frotas, J_k é o conjunto de trilhos que podem ser executados pela frota k (SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980).

Considerando essas condições, são definidas as variáveis de decisão y_j , que indicam o número de aeronaves alocadas aos arcos $j \in N$; tal variável é binária quando representa arcos de trilhos, isto é, quando $j \in J$. Com base nessas definições, o modelo pode ser detalhado como se segue (SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980).

A função objetivo é apresentada como a minimização do custo total de alocação das aeronaves aos arcos, subtraindo deste a receita total das rotas, sendo que a receita calculada já inclui um fator de redução relativo à insatisfação dos passageiros de cada rota. Considerando os parâmetros g_j como o custo de alocar uma aeronave ao arco j , B^m como o preço da passagem para o passageiro do mercado m e τ_r^m um custo-equivalente para a insatisfação dos passageiros na rota r do mercado m , com $\tau_r^m \geq 0$, pode se definir a função objetivo conforme a Eq. 3.31.

$$[\min] \left\{ \sum_{j \in N} (g_j \cdot y_j) - \sum_{m \in \Delta} \sum_{r \in Q_m} (B^m - \tau_r^m) \cdot h_r^m \right\} \quad (3.31)$$

O primeiro conjunto de restrições garante a cobertura de passageiros, definindo que a soma do número de passageiros alocados para cada rota de um mercado seja igual ao número total de passageiros naquele mercado. Tais restrições podem ser representadas pela Eq. 3.32.

$$\sum_{r \in Q_m} h_r^m = N_m \quad \forall m \in \Delta \quad (3.32)$$

O segundo conjunto de restrições garante o respeito à capacidade das aeronaves, definindo que a soma do número de passageiros de um voo seja menor que o número de assentos disponíveis naquele voo. O número de passageiros de um voo é calculado pela soma dos passageiros de todos os mercados que possuírem uma rota envolvendo o voo em questão; o número de assentos disponíveis, por sua vez, depende da inclusão do voo entre os trilhos a serem executados e do número de assentos das aeronaves associadas ao arco. Considerando que δ_l^r vale 1 se o arco de voo $l \in J$ está associado à rota r e 0 caso contrário, o primeiro termo da Eq. 3.33 compõe o total de passageiros realmente alocados ao arco de voo l . Considerando Γ_j o número de assentos disponíveis no trilho j e que γ_l^j vale 1 se o arco de voo l é usado no trilho j e 0 caso contrário, o segundo termo da

Eq. 3.33 indica o número de assentos total disponível no arco l , uma vez que apenas aeronaves alocadas a trilhos j ($y_j \geq 1$) e associados ao voo l ($\gamma_l^j = 1$) ofertam, de fato, assentos neste voo l .

$$\sum_{m \in \Delta} \delta_l^r \cdot h_r^m - \sum_{k=1}^K \sum_{j \in J_k} \Gamma_j \cdot \gamma_l^j \cdot y_j \leq 0 \quad \forall l \in L \quad (3.33)$$

O modelo ainda define que o número de passageiros em uma rota de um dado mercado não pode ser negativo, conforme Eq. 3.34.

$$h_r^m \geq 0 \quad \forall m \in \Delta, r \in Q_m \quad (3.34)$$

Finalmente, define que cada arco de voo de um trilho só seja associado a, no máximo, uma aeronave, conforme a Eq. 3.35.

$$y_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (3.35)$$

A solução para este tipo de modelo envolve uma decomposição de Dantzig-Wolfe, gerando subproblemas de fluxo em rede *multicommodity* de grandes proporções (SOU MIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980). Adicionalmente, o modelo não considera quaisquer restrições operacionais nos aeroportos, não impõe limites no número de aeronaves e impõe limitações sobre o número de rotas que podem atender a um mercado.

Essas restrições, assim como as restrições que garantem que todos os voos de uma rota devem ser cumpridos para que ela possa atender a um mercado, precisam estar definidas nas restrições de conservação de fluxo, não apresentadas no modelo (SOU MIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980).

3.3.1.1. Considerações Sobre o Modelo

O ponto forte do modelo é a grande flexibilidade oriunda do conceito de alocação de arcos a rotas e o agrupamento das demandas em mercados, distribuindo-as entre os arcos das rotas que atendem a um mercado.

Os pontos fracos são a necessidade de definição dos trilhos possíveis *a priori* ou, o que amplia ainda mais sua complexidade, a definição de restrições de conservação de fluxo de aeronaves nos arcos e nós. Além disso, o significado das variáveis de decisão não é totalmente claro, usando os mesmos índices ora para voos, ora para trilhos. Vale ressaltar também que o modelo apresenta restrições não lineares, como as da capacidade das aeronaves, com a multiplicação de uma variável por outra (γ_i e y_j). Adicionalmente, além de fazer referência ao custo de alocação das aeronaves a trilhos, o modelo ainda trabalha com o preço da passagem que, em última análise, depende inclusive da Programação de Voos que será obtida com sua solução.

3.3.2. O Modelo Integrado de Soumis-Ferland-Rousseau

Com base nas dificuldades de solução do modelo clássico, foi proposto outro modelo, eliminando a restrição de capacidade de aeronaves ao custo de uma função objetivo mais complexa (SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980). Este modelo é idêntico ao anterior, excluindo-se o conjunto de restrições de capacidade das aeronaves (Eq. 3.33) e adotando-se uma nova função objetivo. Para descrever a nova função objetivo, é definido o conjunto Y , composto por todas as rotas que foram construídas de maneira a atender as restrições das Eqs. 3.33 e 3.34; cada rota é composta por um conjunto de arcos $N(y)$. O custo $g(y)$ de cada rota é, então, calculado pela Eq. 3.36.

$$g(y) = \sum_{j \in N(y)} g_j \cdot y_j \quad (3.36)$$

É também definido o conjunto $H(y)$, das demandas h tais que $h_r^m \geq 0$, $m \in \Delta$, $r \in Q_m$, satisfazendo às restrições das Eqs. 3.32 e 3.33. Finalmente, é definida $p(h, y)$, uma função que representa a receita perdida devido à insatisfação dos passageiros ou falta de assentos na aeronave quando a rota y for executada. Considerando tais elementos, a função objetivo pode ser representada como na Eq. 3.37 (SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980).

$$[\min] \sum_{y \in Y} \left\{ g(y) + [\min]_{h \in H(y)} p(h, y) \right\} \quad (3.37)$$

Este novo problema pode ser resolvido com uma decomposição de Frank-Wolfe, não resultando em problemas *multicommodity*. Entretanto desta vez a função objetivo não é linear, dependendo de uma linearização para sua solução. A proposta para sua solução é um método iterativo, seguindo os passos indicados a seguir (SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980).

- 1) Determinação de uma solução inicial, podendo ser uma programação já existente, para uma determinação inicial do fluxo de passageiros.
- 2) Determinação do valor dos custos para que arcos fora das rotas sejam usados nas rotas.
- 3) Determinação de rotas alternativas para as aeronaves, resolvendo o problema - não necessariamente de maneira ótima.
- 4) Determinação dos fluxos de passageiros correspondentes às rotas definidas anteriormente e avaliação do custo global. Se o custo foi reduzido, repetir a partir do passo 2.
- 5) Se as rotas determinadas são ótimas, fim do procedimento. Caso contrário, volta-se ao passo 3.

3.3.2.1. Considerações Sobre o Modelo

O ponto forte deste modelo é propor uma metodologia de solução viável para o modelo integrado clássico. Os pontos fracos são a necessidade do uso de um método iterativo composto por dois problemas relativamente complexos, além de não resolver a dependência com relação aos custos e preços de passagem.

3.3.3. O Modelo Integrado de Lohatepanont-Barnhart

Um dos modelos mais recentes que integram a Programação de Voos e a Alocação de Frotas tem como objetivo minimizar os custos e as perdas de receita devido à demanda não atendida, permitindo alguma flexibilidade na realocação de demanda entre rotas que compartilhem o mesmo mercado. Este modelo usa os conceitos de rede espaço-tempo para alocação de frota (BERGE; HOPPERSTAD, 1993 *apud* KLABJAN, 2004), sendo a rede construída com base em um grafo direcionado, adotando também o conceito de demanda associada à rota (BARNHART; KNIKER; LOHATEPANONT, 2002; SOUMIS; FERLAND; ROUSSEAU, 1980) para representar o modelo misto de distribuição de demanda e frotas, sem a necessidade de lidar com a continuidade de passageiros entre os arcos, o que o tornaria um problema de fluxo *multicommodity*. O princípio é alocar as aeronaves aos arcos de voo que, por sua vez, são alocados às rotas; também os passageiros são alocados às rotas e acabam por compor as demandas de cada voo (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

Este modelo lida com dois elementos diferenciados na composição da demanda. O primeiro deles é um incremento da demanda em uma rota p pelo cancelamento de outra r concorrente - definidas *a priori* pelos parâmetros ΔD_p^r . O segundo elemento é a recaptura de demanda: se uma rota r perde a demanda t^p por incapacidade de atendimento, uma parcela

desta demanda será transferida com sucesso para a rota p . A fração da demanda de r que é recapturada em p é denominada taxa de recaptura, indicada *a priori* pelos parâmetros b_r^p . O modelo, assim como o significado destas variáveis e parâmetros, é apresentado detalhadamente a seguir (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

A função objetivo deste modelo minimiza a somatória de três componentes básicos: o custo operacional, O ; a receita perdida devido à demanda não atendida, S , subtraindo-se a receita de recaptura de demanda, M ; e a variação da receita devido às mudanças da demanda em um mercado, ΔR , por ocasião do cancelamento de rotas. A função objetivo pode ser representada conforme a Eq. 3.38.

$$[\min] O + (S - M) + \Delta R \quad (3.38)$$

O custo operacional total O é calculado com base no custo de cada alocação de aeronaves realizada. Considerando L como o conjunto de todos os arcos de voo na programação, K o conjunto de frotas, C_{ki} o parâmetro que representa o custo de alocar uma aeronave da frota k a cada voo i , e a variável de decisão binária f_{ki} , que vale 1 apenas se o voo i está associado à frota k , o custo operacional O pode ser descrito pela Eq. 3.39.

$$O = \sum_{i \in L} \sum_{k \in K} C_{ki} f_{ki} \quad (3.39)$$

A receita perdida devido ao não atendimento da demanda S é calculada multiplicando-se a receita de cada passageiro de cada rota pelo número de passageiros que não foi acomodado na respectiva rota. Como o modelo trabalha com o conceito de recaptura de demanda, parte dos passageiros que não forem alocados a uma rota p serão redirecionados a outras rotas r , incluindo a rota nula, que indica passageiros não transportados. Considerando-se, então, as variáveis de decisão t_p^r , que

indicam o número de passageiros perdidos em cada rota p que a empresa tentará recapturar em cada rota r , e os parâmetros $farea_p$, que representam a receita que cada um desses passageiros perdidos proporcionaria se estivessem alocados à rota p , a receita perdida total S pode ser calculada conforme a Eq. 3.40.

$$S = \sum_{p \in P} \sum_{r \in P} farea_p \cdot t_p^r \quad (3.40)$$

Ocorre que nem todos estes passageiros serão, de fato, perdidos; alguns deles serão recapturados. Assim, considerando b_p^r como o parâmetro que representa a taxa de recaptura de demanda da rota p para a rota r , e $farea_r$ o parâmetro que representa a receita por passageiro na rota r , a receita de recaptura M total, contabilizando todos os passageiros realocados de todas as rotas p para as rotas r , pode ser calculada conforme a Eq. 3.41.

$$M = \sum_{p \in P} \sum_{r \in P} b_p^r \cdot farea_r \cdot t_p^r \quad (3.41)$$

Finalmente, sempre que uma rota não for realizada, uma parte de seus passageiros será diretamente transferida para outras rotas. Há, portanto, uma variação de receita devido à variação da demanda, ΔR . A receita perdida pelo cancelamento de uma rota q pode ser calculada pela demanda irrestrita desta rota, representada pelo parâmetro D_q , multiplicada pela receita individual, $farea_q$, que cada passageiro proporcionaria se a rota q fosse executada. Ocorre, entretanto, que alguns dos passageiros perdidos em uma rota cancelada irão utilizar outra rota - proporcionando uma receita alternativa.

Considerando que o parâmetro ΔD_q^p representa a variação de demanda na rota p devido ao cancelamento da rota q , a multiplicação deste valor pela receita de cada passageiro na rota p produz a variação de receita na rota p devido ao cancelamento da rota q . Note-se que se a rota q foi

cancelada, a rota p receberá passageiros, sendo ΔD_q^p um valor positivo; como a função objetivo é de minimização de perdas, a receita adicional ($\Delta D_q^p \cdot fareap$) deve entrar com o sinal de subtração, já que ela reduz as perdas.

Assim, considerando P^o o conjunto de rotas contendo voos opcionais e Z_q uma variável de decisão binária que vale 1 apenas se a rota q tem todos os seus voos executados, a variação de receita por conta de rotas não realizadas ΔR pode ser calculada conforme a Eq. 3.42.

$$\Delta R = \sum_{q \in P^o} \left(fareaq \cdot D_q - \sum_{p \in P: p \neq q} fareap \cdot \Delta D_q^p \right) \cdot (1 - Z_q) \quad (3.42)$$

O primeiro conjunto de restrições garante a cobertura dos voos obrigatórios, indicando que uma e apenas uma única aeronave de uma única frota deve estar alocada a cada voo obrigatório. Considerando L^F o conjunto de arcos que representam os voos obrigatórios, tal restrição pode ser representada conforme a Eq. 3.43.

$$\sum_{k \in K} f_{ki} = 1 \quad \forall i \in L^F \quad (3.43)$$

O segundo conjunto de restrições é similar ao primeiro, mas com relação à cobertura dos voos opcionais, que devem ser associados a, no máximo, uma única frota. Considerando L^o o conjunto de arcos que representam os voos opcionais, tal restrição pode ser representada conforme a Eq. 3.44.

$$\sum_{k \in K} f_{ki} \leq 1 \quad \forall i \in L^o \quad (3.44)$$

O terceiro conjunto de restrições garante a continuidade das aeronaves de cada frota, através do equilíbrio nos nós da rede.

Considerando o instante de tempo t , o conjunto de nós da rede N , as variáveis de decisão inteiras y_{kot^-} e y_{kot^+} , que representam, respectivamente, o número de aeronaves da frota k que está em um arco de solo do aeroporto o no instante de tempo imediatamente anterior e imediatamente posterior a t , e $I(k,o,t)$ e $O(k,o,t)$ os conjuntos de arcos de voo que, respectivamente, chegam no nó $\{k,o,t\}$ e partem do nó $\{k,o,t\}$, estas restrições podem ser descritas conforme a Eq. 3.45.

$$y_{kot^-} + \sum_{i \in I(k,o,t)} f_{ki} - (y_{kot^+} + \sum_{i \in O(k,o,t)} f_{ki}) = 0 \quad \forall \{k, o, t\} \in N \quad (3.45)$$

O quarto conjunto de restrições limita o número de aeronaves por frota, indicando que, em qualquer instante t , o número de aeronaves utilizadas de uma frota k , em voo ou em solo, não deve superar o número de aeronaves disponíveis na frota, N_k . Considerando o conjunto de aeroportos A , $CL(k)$ como o conjunto de arcos de voo da frota k que incluem o instante t , e a variável y_{kot} , que representa o número de aeronaves da frota k que está em um arco de solo do aeroporto o no instante de tempo t , esta restrição pode ser descrita conforme a Eq. 3.46.

$$\sum_{o \in A} y_{kot} + \sum_{i \in CL(k)} f_{ki} \leq N_k \quad \forall k \in K \quad (3.46)$$

O instante t deve ser um instante de tempo válido, isto é, um instante entre os horários de partida do primeiro voo e chegada do último voo da rede, como já descrito no modelo de rede espaço-tempo na seção 3.2.4.

O quinto conjunto de restrições limita a capacidade das aeronaves, obrigando que o número de assentos disponíveis no voo i deva ser maior ou igual à demanda total deste voo, Q_i . A capacidade da aeronave é composta por quatro termos: o primeiro indica o número de assentos disponíveis no voo i , CAP_i ; o segundo termo, Ro_i , soma à capacidade a demanda perdida em uma rota devido à impossibilidade de atendê-la; e o terceiro termo, ΔP_i ,

ajusta a capacidade de acordo com a variação de demanda que o voo i sofreu devido ao cancelamento de outras rotas; o último termo, Ri_i , reduz a capacidade por conta dos passageiros que estão sendo transportados no voo i devido ao efeito de recaptura de demanda perdida em outras rotas. Esta restrição está representada na Eq. 3.47 e seus termos são detalhados a seguir.

$$CAP_i + Ro_i + \Delta P_i - Ri_i \geq Q_i \quad \forall i \in L \quad (3.47)$$

A capacidade do voo em assentos, CAP_i , é a capacidade de uma aeronave da frota k , CAP^k , que foi selecionada para cumprir o voo i , identificado pela variável f_{ki} , conforme representado na Eq. 3.48.

$$CAP_i = \sum_{k \in K} CAP^k \cdot f_{ki} \quad (3.48)$$

A demanda perdida pela falta de capacidade, Ro_i , é o total de passageiros que excedeu a capacidade da rota p . Considerando que a variável t_p^r representa a quantidade de passageiros perdidos na rota p devido à falta de capacidade, possivelmente sendo transferidas para a rota r , e δ_i^p o parâmetro binário que vale 1 apenas se o voo i faz parte da rota p , esta restrição pode ser apresentada como na Eq. 3.49.

$$Ro_i = \sum_{r \in P} \sum_{p \in P} \delta_i^p \cdot t_p^r \quad (3.49)$$

A variação de demanda devido ao cancelamento de rotas, ΔP_i , pode ser calculada como a soma das variações de demanda em todas as rotas p que compõem a demanda do voo i . A variação de demanda de cada rota p pode ser calculada como a soma das variações de demanda na rota p causadas por cada rota q cancelada, ou seja, pela soma dos parâmetros ΔD_q^p . Considerando δ_i^p o parâmetro binário que vale 1 apenas se o voo i faz

parte da rota p e Z_q uma variável binária que vale 0 apenas se a rota q foi cancelada, esta restrição pode ser descrita conforme a Eq. 3.50¹⁰.

$$\Delta P_i = \sum_{p \in P} \sum_{q \in P^O} \delta_i^p \cdot \Delta D_q^p \cdot (1 - Z_q) \quad (3.50)$$

Finalmente, a demanda recebida por recaptura, Ri_i , é obtida multiplicando-se os passageiros perdidos por incapacidade de atendimento, que a empresa gostaria de transferir para as rotas p que compõem a demanda do voo i , pelas respectivas taxas de recaptura. Considerando que a variável t_r^p representa a quantidade de passageiros perdidos na rota r que a empresa tenta recapturar na rota p , b_r^p o parâmetro que representa a taxa de recaptura efetiva de passageiros da rota r para a rota p , e δ_r^p o parâmetro binário que vale 1 apenas se o voo i faz parte da rota p , esta restrição pode ser apresentada como na Eq. 3.51.

$$Ri_i = \sum_{r \in P} \sum_{p \in P} \delta_i^p \cdot b_r^p \cdot t_r^p \quad (3.51)$$

O sexto conjunto de restrições limita a perda de demanda de uma rota; uma demanda não pode perder uma demanda maior do que aquela que possui. Considerando o parâmetro D_p como a demanda irrestrita na rota p , a restrição pode ser descrita como representado na Eq. 3.52¹¹. Nela, o primeiro termo indica o número de passageiros que a rota p recebeu de outras rotas canceladas e o segundo termo indica a quantidade de passageiros perdidos desta rota p que a empresa tentará realocar na rota r .

¹⁰Causa estranheza que o termo representado pela Eq. 3.50 apareça na restrição da Eq. 3.47 com o sinal positivo; uma vez que se trata de um incremento na demanda do voo i , tal termo deveria aparecer penalizando a capacidade, ao invés de incrementá-la.

¹¹Mais uma vez, causa estranheza que o primeiro termo da Eq. 3.52 apareça com o sinal positivo; uma vez que se trata de um incremento na demanda da rota p , tal termo deveria aparecer ampliando a quantidade de passageiros que podem ser perdidos na rota, ao invés de reduzi-la.

$$\sum_{q \in P^O} \Delta D_q^p \cdot (1 - Z_q) + \sum_{r \in P} t_p^r \leq D_p \quad \forall p \in P \quad (3.52)$$

Os sétimo e oitavo conjuntos de restrições controlam a execução das rotas opcionais. A Eq. 3.53 representa o conjunto das restrições que garantem que a variável binária Z_q terá valor 0 se pelo menos um dos voos de uma rota q , agrupados no conjunto $L(q)$, não for cumprido; o conjunto de restrições representado pela Eq. 3.54, considerando N_q um parâmetro que indica o número de voos da rota q , garante que Z_q terá valor 1 sempre que todos os voos de uma rota forem cumpridos. Em outras palavras, estas restrições ajustam o valor da variável binária de controle Z_q , que indica se a rota q será executada ou não.

$$Z_q - \sum_{k \in K} f_{ki} \leq 0 \quad \forall i \in L(q), \forall q \in P^O \quad (3.53)$$

$$Z_q - \sum_{i \in L(q)} \sum_{k \in K} f_{ki} \geq 1 - N_q \quad \forall q \in P^O \quad (3.54)$$

Finalmente, as variáveis de decisão f_{ki} e Z_q são declaradas como binárias e as variáveis y_{kot} e t_p^r são declaradas como não negativas, conforme indicado pelas eqs. 3.55 a 3.58,

$$f_{ki} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \forall i \in L \quad (3.55)$$

$$Z_q \in \{0, 1\} \quad \forall q \in P^O \quad (3.56)$$

$$y_{kot} \geq 0 \quad \forall \{k, o, t\} \in N \quad (3.57)$$

$$t_p^r \geq 0 \quad \forall p, r \in P \quad (3.58)$$

Na aplicação deste modelo, para gerar uma programação diária, são necessárias as informações de voos potenciais - obrigatórios ou opcionais -, o número de frotas disponíveis, rotas potenciais e suas demandas totais, além da necessidade de indicação de quais rotas podem competir pelos passageiros de um mercado. A consideração de uma tabela mestra de voos potenciais obrigatórios e opcionais não dificulta a aplicação do modelo, visto

que o desenvolvimento incremental da programação de voo é uma prática comum no mercado, pelas seguintes razões (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004) :

- a. Construir uma programação totalmente nova requer dados que podem não estar disponíveis para a empresa aérea;
- b. construir uma programação melhorada sem uma outra programação como ponto de partida é impraticável operacionalmente e computacionalmente difícil, se não intratável;
- c. mudanças muito grandes na estrutura da rede requerem investimentos significativos nos aeroportos (*gates*, balcões de *check-in* etc.);
- d. as empresas aéreas preferem um grau de estabilidade de uma temporada para outra, já que, no mercado aéreo, os passageiros costumam valorizar a consistência.

Quando tais informações estão disponíveis, a exigência dos dados de demanda de cada rota, isto é, a demanda por origem-destino ao invés da demanda por voo, permite uma flexibilidade maior ao modelo. Tal flexibilidade ocasiona soluções mais próximas da operação ótima em condições ideais de operação - sem atrasos, por exemplo -, promovendo, indiretamente, uma concentração de demanda em alguns aeroportos. Nos testes desse modelo, as demandas foram estimadas com o uso de softwares proprietários de avaliação de programação de voo, dificultando a exposição de detalhes dos modelos de distribuição de demanda. Além disso, a redistribuição e recaptura de demanda nas rotas depende do cálculo de fatores de correção através de um modelo de avaliação de programação de voo (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

Entretanto, para que o modelo proposto obtivesse imediatamente o resultado ótimo, seria necessário calcular antecipadamente todas as correções ΔD_q^p para todas as combinações possíveis de rotas executadas, o

que é impraticável por conta do número exponencial de combinações. Assim, é proposto um processo iterativo de geração de programação de voos e do cálculo de novos índices de correção de distribuição de demanda (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

A aplicação deste modelo a uma instância com cerca de 753 voos e 4 frotas, o que gerou um modelo com cerca de 50.000 colunas e 30.000 linhas, proporcionou um aumento de receita de quase 50% com relação à programação gerada pelo especialista. Esta solução foi obtida com o uso da técnica de geração de linhas e colunas, em um tempo de solução de quase 13 horas, usando o software CPLEX em um equipamento HP C3000, com 2GB de memória. Uma instância um pouco maior do problema, com 858 voos, com as mesmas 4 frotas, gerando um modelo de cerca de 65.000 colunas e 61.000 linhas, não teve solução inteira encontrada no mesmo computador citado, mesmo após 3 dias de processamento (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

3.3.3.1. Considerações Sobre o Modelo

Os pontos fortes deste modelo são a grande flexibilidade permitida pela redistribuição de demanda entre os diversos voos, usando o conceito de demandas agrupadas em mercados.

Por outro lado, os maiores pontos fracos são a grande complexidade e a exigência da definição *a priori* das rotas que podem fazer parte de um mercado, quais voos pertencem a cada rota, qual a demanda de cada mercado que será atendida por cada rota que dele faz parte. Adicionalmente, a solução utiliza um processo de correção de demanda complexo, advindo da consideração de transferência de passageiros entre rotas de composição distinta (de um voo direto a demanda é realocada para dois voos com conexão, por exemplo). Finalmente, este modelo trabalha explicitamente com receitas e custos, como todos aqueles citados

anteriormente, herdando as dificuldades relativas à obtenção desta informação.

3.3.4. O Modelo Aproximado de Lohatepanont-Barnhart

Diante dos resultados limitados possíveis com o modelo completo apresentado na seção 3.3.3, um modelo aproximado foi desenvolvido. A mudança foi, basicamente, a eliminação das correções da demanda de uma rota devido à extinção de outra, ΔD_q^p . Sua aplicação demonstrou que as taxas de recaptura e os limites de capacidade em outras rotas, indiretamente, ditam o número de passageiros que a empresa aérea consegue reacomodar de uma rota extinta para outras (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

Este modelo é uma simplificação direta daquele apresentado na seção 3.3.3, eliminando-se os termos que envolvem o valor ΔD_q^p , responsável pela correção da demanda, passando a usar uma taxa de recaptura ajustada, ba_r^p . Com isso, a variável binária Z_q torna-se desnecessária, tornando dispensáveis as restrições que a controlam. O resultado destas alterações leva ao modelo descrito a seguir (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

A função objetivo deste modelo minimiza a somatória de dois componentes básicos: o custo operacional e a receita perdida devido à demanda não atendida. Considerando L como o conjunto de todos os arcos de voo na programação, K o conjunto de frotas, C_{ki} o parâmetro que representa o custo de alocar uma aeronave da frota k a cada voo i realizado, e a variável de decisão binária f_{ki} , que vale 1 apenas se o voo i está associado à frota k , pode-se descrever o custo operacional conforme indicado no primeiro termo da Eq. 3.59. Considerando P o conjunto de todas as rotas, $farea_n$ os parâmetros que representam as receitas de cada rota n ,

e a variável de decisão t_p^r , que indica os passageiros perdidos da rota p e que potencialmente serão transferidos para a rota r , poder-se-ia dizer que a receita perdida na rota p devido ao não atendimento dos passageiros seria dada pela somatória de $farea_p \cdot t_p^r$ para todo $r \in P$. Entretanto, em cada rota r , uma fração ba_p^r destes passageiros será recapturada, de fato, desta demanda perdida pela rota p , ocasionando um ganho de receita dado pela somatória de $ba_p^r \cdot farear \cdot t_p^r$ para todo $r \in P$; desta forma, a receita total perdida de fato é expressa conforme o segundo termo da Eq. 3.59.

$$[\min] \sum_{i \in L} \sum_{k \in K} C_{ki} \cdot f_{ki} + \sum_{p \in P} \sum_{r \in P} (farea_p - ba_p^r \cdot farear) \cdot t_p^r \quad (3.59)$$

O primeiro, o segundo, o terceiro e o quarto conjuntos de restrições, que garantem, respectivamente, a cobertura dos voos obrigatórios, a cobertura dos voos opcionais, a continuidade das aeronaves e o número de aeronaves são exatamente iguais aos já apresentados nas Eqs. 3.43 a 3.46.

O quinto conjunto de restrições limita a capacidade das aeronaves, obrigando que a capacidade de um voo i deva ser maior ou igual à demanda não restrita deste voo, Q_i . A capacidade da aeronave é composta por três termos: o primeiro indica o número de assentos disponíveis no voo i , CAP_i ; o segundo termo, Ro_i , soma à capacidade a demanda perdida devido à impossibilidade de atendê-la; e o último termo, Ri_i , reduz a capacidade por conta dos passageiros que estão sendo transportados no voo i devido ao efeito de recaptura de demanda perdida em outras rotas. Esta restrição está representada na Eq. 3.64 e seus termos são detalhados a seguir.

$$CAP_i + Ro_i - Ri_i \geq Q_i \quad \forall i \in L \quad (3.64)$$

A capacidade do voo em assentos, CAP_i , é a capacidade de uma aeronave da frota k , CAP^k , podendo ser descrita conforme a Eq. 3.65, idêntica àquela da Eq. 3.48.

$$CAP_i = \sum_{k \in K} CAP^k . f_{ki} \quad (3.65)$$

A demanda perdida pela falta de capacidade, Ro_i , é o total de passageiros que excedeu a capacidade da rota p . Ela pode ser descrita conforme a Eq. 3.66, idêntica àquela da Eq. 3.49.

$$Ro_i = \sum_{r \in P} \sum_{p \in P} \delta_i^p . t_p^r \quad (3.66)$$

Finalmente, a demanda recebida por recaptura, Ri_i , é obtida multiplicando-se os passageiros que a empresa gostaria de transferir para as rotas p que compõem a demanda do voo i pelas respectivas taxas de recaptura, ba_r^p . Ela é descrita pela Eq. 3.67, similar àquela da Eq. 3.51, substituindo-se b_r^p por ba_r^p .

$$Ri_i = \sum_{r \in P} \sum_{p \in P} \delta_i^p . ba_r^p . t_r^p \quad (3.66)$$

O sexto conjunto de restrições limita a perda de demanda de uma rota à demanda máxima da rota origem. Considerando o parâmetro D_p como a demanda máxima possível na rota p , e t_p^r como a demanda que será perdida desta rota p para a rota r , a restrição pode ser descrita como representado na Eq. 3.67.

$$\sum_{r \in P} t_p^r \leq D_p \quad \forall p \in P \quad (3.67)$$

Finalmente, as variável de decisão f_{ki} é declarada como binária e as variáveis y_{kot} e t_p^r são declaradas como não negativas, conforme indicado pelas Eqs. 3.68 a 3.70,

$$f_{ki} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, \forall i \in L \quad (3.68)$$

$$y_{kot} \geq 0 \quad \forall \{k, o, t\} \in N \quad (3.69)$$

$$t_p^r \geq 0 \quad \forall p, r \in P \quad (3.70)$$

As informações de entrada para este modelo são, basicamente, as mesmas do modelo da seção 3.3.3. A mudança mais radical é a eliminação da necessidade de cálculo das variações de demanda não restrita de cada rota e na maneira de calcular o parâmetro de correção ba_p^r que, neste modelo, é o único parâmetro que incorpora o ajuste da demanda do mercado. Nos experimentos desse modelo, foi considerado que $ba_p^r = b_p^r$ quando todos os voos são cumpridos (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

Da mesma forma que o modelo da seção 3.3.3, ainda é necessária uma solução iterativa, realizando a programação com uma dada distribuição de demanda e, posteriormente, ajustando a demanda à programação definida, repetindo-se então o processo de programação (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

Com a simplificação, resultados puderam ser obtidos com menores tempos de processamento. A instância com 753 voos e 4 frotas, que resultou em um modelo com cerca de 36.000 colunas e 3.000 linhas, foi resolvida em cerca de 40 minutos no mesmo computador HP C3000 com 2GB de memória RAM, usando o software CPLEX, proporcionando um aumento de receita da mesma magnitude com relação ao aumento proporcionado pelo modelo completo. Para a instância com 858 voos e 4 frotas, o modelo gerado tem 39.000 colunas e 3.300 linhas, com um

resultado que permitiu um aumento de receita de cerca de 60% com relação à atribuição feita pelo especialista (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

Para problemas de dimensões maiores, com número de voos da ordem de 2.000 e 8 frotas, os tempos de processamento com o uso de um computador mais poderoso - com 6 processadores, 2GB de memória RAM e o software CPLEX capaz de paralelismo -, ficaram entre 16 e 19 horas, obtendo aumentos de receita da ordem de 1 a 3% (LOHATEPANONT; BARNHART, 2004).

3.3.4.1. Considerações Sobre o Modelo

Este modelo tem como ponto forte a simplificação do modelo original, tornando sua aplicação mais próxima da prática. Entretanto, como um grande ponto fraco permanece uma certa complexidade com relação à necessidade de definir *a priori* diversas características da demanda e de sua distribuição entre as diferentes rotas que podem atender a um mercado, além de manter o uso explícito de receitas e custos no cálculo da função objetivo.

3.4. Conclusões do Capítulo

Os diversos modelos já propostos para a solução da Alocação de Frotas e a Alocação de Frotas integrada à Programação de Voos demonstram a relevância da pesquisa por soluções para este tipo de problema, apresentando diferentes caminhos para o tratamento do problema.

Praticamente todas as modelagens descritas neste capítulo contam com uma limitação em comum: o uso de funções objetivo baseadas explicitamente em custos e/ou receitas, tornando complexa sua aplicação

prática. Custos e receitas dependem, em última análise, de um planejamento operacional já finalizado, incluindo custos de manutenção, aquisição, *leasing*, tripulação, *yield*, dentre outros, e nem sempre podem ser obtidos com precisão durante a fase de definição da malha.

Adicionalmente, cada um dos modelos apresenta complicantes específicos. Os modelos de Ferguson-Dantzig (1956) e de Simpson (1969 *apud* NOVAES, 1978) servem, basicamente, ao *frequency planning*, não representando o nível de detalhe necessário para os objetivos propostos por esse trabalho. O modelo de Abara (1989) requer uma definição explícita de todas as conexões, tornando-o excessivo para a representação do problema. O modelo de Berge e Hopperstad (1993 *apud* SHERALI; BUSH; ZHU, 2006) é flexível, mas em sua forma original é adaptado somente a problemas de Alocação de Frotas de cobertura. Por serem modelos ligados somente à etapa de Alocação de Frotas, nenhum destes modelos considera qualquer tipo de realocação de demanda.

Dentre os problemas integrados de Programação de Voos, além da dependência de custos e receitas apresentada por todos eles, surgem problemas relativos à complexidade dos modelos, o que se traduz em altos tempos computacionais. Tanto Soumis, Ferland e Rousseau (1980) quanto Lohatepanon e Barnhart (2004) apresentam versões simplificadas de seus modelos, adaptados à operação de grandes empresas aéreas, cuja operação depende de rotas com escalas e conexões, devido à existência de voos de longa duração e/ou à necessidade de operar em sistemas do tipo *hub-and-spoke*. Ainda assim, sua aplicação a instâncias reais normalmente está limitada a instâncias que representem a programação de um único dia e normalmente exigem que as rotas possíveis e alternativas sejam definidas *a priori*. Em alguns casos, como no do modelo de Lohatepanont e Barnhart (2004), é inclusive sugerido que o número de rotas alternativas não supere três, condição para que os tempos computacionais fiquem no limite de dois

ou três dias com o uso de computadores de alta capacidade de processamento.

Este trabalho visa à solução para o problema da Programação de Voos integrada à Alocação de Frotas para empresas de características diferentes daquelas que serviram de base para os modelos descritos nesse capítulo. São empresas de pequeno e médio porte, que operam voos relativamente curtos e, muitas vezes, com demandas em horários específicos - associadas a viagens de trabalho, por exemplo -, que podem ser realocadas entre alguns voos, mas, devido ao curto tempo total de viagem, não comportam escalas e conexões, sugerindo um outro tipo de modelagem. Adicionalmente, os modelos integrados lidam com o conceito de rotas e exigem que as demandas sejam especificadas por rota, não por voo.

Ainda assim, há características e conceitos nos modelos apresentados que, juntamente com a necessidade de atender aos requisitos deste trabalho, inspiram a formulação de novos modelos. Dentre estes conceitos, destacam-se a consideração de perda de receita como custo, nos modelos de Ferguson-Dantzig (1956), a consideração da taxa de carregamento das aeronaves e a possibilidade de representar restrições operacionais do modelo de Simpson (1969 *apud* NOVAES, 1978), a penalização por desequilíbrios na rede no modelo de rede de conexões de Abara (1989), assim como a flexibilidade e o desempenho do modelo de fluxo em rede espaço-tempo do modelo de Berge e Hopperstad (1993 *apud* SHERALI; BUSH; ZHU, 2006). No caso dos modelos integrados, destacam-se a ideia de demanda por mercados apresentadas por Soumis, Ferland e Rousseau (1980) e a solução iterativa, intercalando alocação de frota e distribuição de demanda, proposta por Lohatepanont e Barnhart (2004).

Capítulo 4 - *Ant Colony Optimization*

4.1. Introdução

Ainda que a programação de voos e a alocação de frotas sejam tradicionalmente tratadas com técnicas de programação linear inteira, mediante relaxações e simplificações de modelagem, as instâncias práticas, que representem a operação de grandes empresas aéreas, permanecem um desafio, dada a complexidade computacional envolvida. Esta situação estimula a busca por novos caminhos - os métodos heurísticos - que venham a permitir a determinação de boas soluções para problemas cada vez maiores, com maior integração entre suas diversas etapas, ainda que não seja possível garantir a otimalidade destas soluções. Embora não exista a garantia de otimalidade, muitos métodos heurísticos atuais são capazes de encontrar soluções muito boas para problemas combinatórios reais (RAYWARD-SMITH¹ *et al.*, 1996 *apud* ABRAHÃO, 2005). A literatura indica, inclusive, que certas relaxações e simplificações - como a divisão em várias etapas - para a aplicação de um método de solução exato pode resultar em uma solução prática pior que o caso onde todos os parâmetros são fielmente representados, mas o método de solução é aproximado (ABRAHÃO, 2005).

Diante deste cenário e do sucesso da aplicação de meta-heurísticas² na determinação de boas soluções para problemas que guardam alguma similaridade com o problema tratado neste trabalho, como o Problema do

¹ RAYWARD-SMITH, V.J; OSMAN, I.H; REEVES, C.R; SMITH, G.D. Modern heuristic search methods. John Willey & Sons. New York, 1996.

² As meta-heurísticas podem ser definidas como "métodos de solução que orquestram uma interação entre procedimentos de melhoria local e estratégias de nível mais alto para criar um processo capaz de escapar de ótimos locais e realizar uma busca robusta do espaço de soluções" (pág. xi, GLOVER; KOCHENBERGER, 2003).

Caixeiro Viajante (PCV), o Problema de Roteirização de Veículos (PRV) e sua versão com frotas heterogêneas (PRVHET), o Problema de Atribuição de Aeronaves (PAA), estimulam a busca de soluções nesta direção. Mais especificamente, uma meta-heurística que tem sido explorada com sucesso na solução dos problemas citados é aquela denominada *Ant Colony Optimization* (ACO - Otimização por Colônia de Formigas), que faz parte da categoria de meta-heurísticas de inteligência de enxame - *swarm intelligence* (TEODOROVIC, 2008).

Assim, este capítulo tem por objetivo apresentar as bases do funcionamento deste tipo de meta-heurística, apresentando resultados de trabalhos relevantes para o problema tratado nesta tese.

4.2. Origem da Otimização por Colônia de Formigas

A observação da natureza e, em especial, da maneira com que os problemas são resolvidos por ela, tem proporcionado avanços significativos na determinação de boas soluções para problemas considerados computacionalmente muito complexos. Da observação de fenômenos oriundos da gravidade, como o caminho que a água faz para chegar do topo de uma montanha ao mar, até a observação de fenômenos que regem a vida, como a combinação genética, técnicas úteis para resolver problemas computacionais podem ser assimiladas (COLORNI *et al.*, 1996).

Ao observar o comportamento das formigas, pode-se verificar que elas são capazes de encontrar bons caminhos entre o formigueiro (*nest*) e as fontes de alimento. Em alguns tipos de formiga, a determinação deste caminho advém da capacidade de deixar um rastro, através de um produto químico excretado - denominado feromônio -, que atrai outras formigas para que sigam o mesmo caminho (BONASSER, 2005; BONABEAU *et al.*, 1997³

³ BONABEAU, E; SOBKOWSKI, A; THERAULAZ, G; DENEBOURG. J.L. Adaptive task

apud DORIGO; STÜTZLE, 2004; GOSS *et al.*, 1989⁴ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004; TEODOROVIC, 2008).

Para verificar este comportamento, foi idealizado um experimento composto por um formigueiro e uma fonte de alimento, interligados por dois caminhos com diferentes relações entre o comprimento do mais longo e do mais curto. O resultado do experimento demonstrou que a maior parte das formigas optavam pelo caminho menor em cada experimento e, mesmo quando os caminhos tinham comprimentos iguais, um deles acabava sendo selecionado (DENEUBOURG *et al.*, 1990⁵ *apud* TEODOROVIC, 2008; GOSS *et al.*, 1989 *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004).

A explicação encontrada para este fenômeno é que a formiga deposita seu feromônio sempre que passa em um caminho; no caminho mais curto, o processo de ida e volta ocorre mais vezes ao longo do tempo, havendo um maior depósito de feromônio. Como cada formiga tende a escolher o caminho que tem mais feromônio para passar, ela acaba por reforçar a escolha do caminho mais curto para as próximas formigas (DORIGO; STÜTZLE, 2004). Assim, ocorre a convergência em um padrão macroscópico, advindo de processos e interações microscópicas (CAMAZINE *et al.*, 2001⁶ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004; HAKEN, 1983⁷

allocation inspired by a model of division of labor in social insects. In: LUNDHA, D; OLSSON, B; NARAYANAN, A., Eds. **Bio-Computation and Emergent Computing**. Singapore, World Scientific Publishing, p.36-45, 1997.

⁴ GOSS, S; ARON, S; DENEBOURG, J.L; PASTEELS, J.M. Self-organized shortcuts in the Argentine ant. *Naturwissenschaften*, n.76, p.579-581, 1989.

⁵ DENEBOURG, J.L; ARON, S; GOSS, S; PASTEELS, J.M. The self-organizing exploratory pattern of the argentine ant, *Journal of Insect Behavior* 3, p.159-168, 1990.

⁶ CAMAZINE, S; DENEBOURG, J.L; FRANKS, N.R; SHEYD, J; THERAULAZ, G; BONABEAU, E., Eds. **Self-Organization in Biological Systems**. Princeton, NJ, Princeton University Press, 2001.

⁷ HAKEN, H. **Synergetics**. Berlin, Springer-Verlag, 1983.

apud DORIGO; STÜTZLE, 2004; NICOLIS; PRIGOGINE, 1977⁸ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004).

A Figura 4.1 ajuda a compreender a evolução das escolhas das formigas. Nela, pode-se observar as formigas L, que partem da esquerda para a direita, e as formigas R, que partem da direita para a esquerda, em quatro momentos diferentes - A, B, C e D (BONASSER, 2005).

Figura 4.1 - Escolha de caminho pelas formigas (Fonte: BONASSER, 2005)

Todas as formigas depositam o mesmo tipo de feromônio. No momento A, a formiga L1 e R1 têm de tomar uma decisão sobre qual caminho seguir. Como não há feromônios em seu caminho, a probabilidade de ambos os caminhos é igual. No momento B, verifica-se que L2 e R2 optaram por caminhos diferentes de L1 e R1, ainda que a probabilidade de seguir pelos mesmos caminhos que L1 e R1 fosse ligeiramente maior (BONASSER, 2005).

⁸ NICOLIS, G; PRIGOGINE, I. **Self-Organisation in Non-Equilibrium Systems**. New York, John Wiley & Sons, 1977.

No momento C, observa-se que o nível de feromônio no caminho inferior (menor) já é ligeiramente maior que o do caminho superior, dado que as formigas que optaram pelo caminho mais curto já estão quase no fim de seu trajeto, enquanto as que optaram pelo caminho mais longo ainda estão no meio do mesmo. Finalmente, no momento D, observa-se que o caminho mais curto está com uma quantidade de feromônio relativamente mais alta que a do caminho mais longo (BONASSER, 2005).

Como a probabilidade de escolha de um caminho cresce com a quantidade de feromônio nele depositada, haverá uma convergência natural para o caminho menor, através da "estigmergia", uma comunicação indireta através do meio que coordena a organização das formigas (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Um modelo estocástico para a descrição da dinâmica da colônia de formigas foi proposto, definindo a probabilidade de escolha de cada caminho disponível em um ponto de decisão (DENEBOURG *et al.*, 1990 *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004; GOSS *et al.*, 1989 *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004). Com base nesse princípio, mas considerando apenas o comportamento médio do sistema, foi definido um modelo de decisão para as formigas artificiais, considerando uma representação de tempo discreta (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Neste modelo, considera-se a situação de um nó da rede do qual saem dois arcos: um curto, s , e um de maior comprimento, l . Se, em um instante t , as quantidades de feromônio nestes arcos forem $\varphi_s(t)$ e $\varphi_l(t)$, então as probabilidades de escolha do caminho mais curto $p_s(t)$ e do mais longo $p_l(t)$ podem ser definidas como representado nas Eqs. 4.1 e 4.2, respectivamente (adaptado de DORIGO; STÜTZLE, 2004). Nestas equações, α é um coeficiente que deve ser calibrado de acordo com o problema.

$$p_s(t) = \frac{[\varphi_s(t)]^\alpha}{[\varphi_s(t)]^\alpha + [\varphi_l(t)]^\alpha} \quad (4.1)$$

$$p_l(t) = \frac{[\varphi_l(t)]^\alpha}{[\varphi_s(t)]^\alpha + [\varphi_l(t)]^\alpha} \quad (4.2)$$

Considerando m_i o número de formigas que optaram pelo arco i , foram também definidas funções de atualização para os feromônios, conforme Eqs. 4.3 e 4.4 (adaptado de DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\Delta\varphi_s(t) = p_s(t-1) \cdot m_s(t-1) \quad (4.3)$$

$$\Delta\varphi_l(t) = p_l(t-1) \cdot m_l(t-1) \quad (4.4)$$

4.3. A Heurística *Simple Ant Colony Optimization* (S-ACO)

A S-ACO é definida por um procedimento simplificado, com caráter didático, para a compreensão do funcionamento básico das meta-heurísticas do tipo ACO. Este procedimento tem dois passos fundamentais: a construção do caminho da formiga e a atualização dos feromônios.

A construção do caminho da formiga é, na realidade, a construção da solução. As formigas caminham sempre para frente, escolhendo o caminho a seguir a partir de uma decisão probabilística, baseada na quantidade de feromônio de cada caminho (DORIGO; STÜTZLE, 2004), usando para isso um método de sorteio como o de Monte Carlo (BONASSER, 2005). Durante a construção do caminho, as formigas armazenam o caminho percorrido para uso futuro (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

A atualização de feromônios, por sua vez, passa por duas fases: a evaporação de parte dos feromônios depositados anteriormente e o

depósito de um incremento de feromônio por cada formiga. O depósito é feito na "volta" das formigas, isto é, após a conclusão de um caminho que representa uma solução completa. Isso permite que uma pequena otimização local - a eliminação de ciclos nos caminhos - seja executada antes de ocorrer o depósito dos feromônios. Na S-ACO, cada formiga deposita uma quantidade de feromônio proporcional à qualidade da solução que representa, conduzindo a uma convergência mais rápida, supostamente em direção às melhores soluções (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

A evaporação de feromônios, que ocorre de fato na natureza, nem sempre tem um efeito perceptível na heurística (DENEUBOURG *et al.*, 1990 *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004; GOSS *et al.*, 1989 *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004), mas ela é definida na S-ACO como uma proporção do feromônio depositado. A ideia é diminuir, ao longo do tempo, os efeitos das soluções obtidas no início do processo, quando as formigas ainda constroem soluções de qualidade possivelmente muito ruim. Além disso, a evaporação reduz a velocidade de convergência, estimulando a busca mais ampla pelo espaço de soluções (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

4.3.1. Formalização da Heurística S-ACO

O procedimento S-ACO tem o objetivo de encontrar o caminho de menor comprimento (ou custo) com base em um grafo. Para isso, a cada arco (i,j) de um grafo $G = (N,A)$ são associadas as variáveis τ_{ij} , que armazenam a quantidade de feromônio em cada arco e, ao fim do processo, formarão a "trilha de feromônio artificial". A quantidade de feromônio em cada caminho será proporcional à utilidade do arco para construir boas soluções, de acordo com as estimativas das formigas (DORIGO; STÜTZLE, 2004). Com base nessa organização, o procedimento S-ACO segue a lógica apresentada na Figura 4.2.

Figura 4.2 - Esqueleto da Heurística S-ACO (Adaptado de: DORIGO; STÜTZLE, 2004)

Após a inicialização da rede, com valores iniciais de feromônio τ_{0ij} e os valores dos parâmetros de calibragem (como o número de formigas usado), são realizadas as tarefas já discutidas na seção anterior. Considerando N_i^k o conjunto de arcos disponíveis para a formiga k e que saem do nó i , a probabilidade de seleção de um arco (i,j) é dada pela Eq. 4.5 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^a}{\sum_{l|(i,l) \in N_i^k} \tau_{il}^a} \quad (4.5)$$

Considerando ρ como a taxa de evaporação, os feromônios evaporam segundo a Eq. 4.6. Os ciclos devem ser eliminados do caminho de cada formiga e, então, o depósito de feromônio é feito simplesmente somando um valor $\Delta\tau^k$ a cada arco presente no caminho da formiga k , conforme indicado na Eq. 4.7 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} \quad \forall (i,j) \in A \quad (4.6)$$

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \Delta\tau^k \quad (4.7)$$

Para um melhor desempenho da heurística, a evaporação dos feromônios deve ocorrer antes do depósito de novos feromônios. Além disso, o valor de depósito $\Delta\tau^k$ pode ser definido como um valor constante -

caso em que apenas a variação temporal para percorrer os caminhos vai definir os caminhos com mais ou menos feromônio - ou pode ser definido um depósito inversamente proporcional ao custo total da solução - no caso do caixeiro viajante, à distância total. Neste último caso, quanto menor for o caminho total percorrido, maior será o depósito, ou seja, $\Delta\tau^k$ deve ser, necessariamente, uma função não crescente do custo da solução (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

No caso da S-ACO para o PCV, especificamente, considerando L^k como o comprimento do caminho determinado por uma formiga, foi definido $\Delta\tau^k = 1/L^k$. Em aplicações realizadas por Dorigo e Stützle (2004), foram adotados os valores de $\alpha = 1$ e $\alpha = 2$, número de formigas variando de 1 a 512, e ρ de 0,00 a 0,2, com resultados diversos. Na análise comparativa, evaporações próximas de 0,01 levaram aos melhores resultados (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

4.4. A Meta-Heurística *Ant Colony Optimization* (ACO)

A meta-heurística ACO, baseada no comportamento de formigas reais, é proposta para problemas combinatórios considerados NP-difíceis (DORIGO; STÜTZLE, 2003), isto é, a categoria de problemas em que o tempo de solução ótima cresce de maneira não polinomial com o número de variáveis. A ideia por trás da ACO é que boas soluções sejam encontradas através das interações entre os agentes, por meio da comunicação estigmérgica, resolvendo problemas de otimização combinatórios de característica estática ou dinâmica (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Para que os problemas possam ser resolvidos pela meta-heurística ACO, entretanto, é preciso que eles possam ser representados de uma maneira específica (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

4.4.1. Representação de Problemas para ACO

As formigas artificiais do ACO são procedimentos construtivos estocásticos, que compõem uma solução elemento a elemento, isto é, adicionam elementos selecionados a uma solução parcial em construção. Esta característica permite que a meta-heurística ACO seja aplicada a qualquer problema de otimização combinatória para o qual possa ser definida uma heurística construtiva. O ponto crucial, entretanto, é a representação do problema em um formato que possa ser usado pelas formigas para a construção de soluções (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Considerando-se um problema (S, f, Ω) , em que S é o conjunto de soluções, f é a função objetivo que associa um custo $f(s, t)$ para cada $s \in S$, e $\Omega(t)$ é um conjunto de restrições, o objetivo é encontrar a solução possível s^* globalmente ótima, ou seja, a solução de menor custo para um problema de minimização de custos. A representação deste problema deve atender às seguintes características (DORIGO; STÜTZLE, 2004):

a) Um conjunto finito $C = \{ c_1, c_2, \dots, c_{Nc} \}$ de componentes é dado, sendo Nc o número de componentes.

b) Os estados são definidos por sequências $x = \langle c_i, c_j, \dots, c_h, \dots \rangle$ de comprimentos finitos sobre os elementos de C , sendo todos os estados denotados por χ .

c) O conjunto de soluções candidatas S é um subconjunto de χ .

d) Um conjunto de estados χ' , com $\chi' \subseteq \chi$, definido por testes que dependem do problema, que verifique que não é impossível completar a sequência $x \in \chi$ em uma solução que satisfaça Ω .

e) Um conjunto não vazio de soluções ótimas S^* , com $S^* \subseteq \chi'$ e $S^* \subseteq S$.

f) Um custo $g(s,t)$ associado a cada solução $s \in S$, sendo que na maioria dos casos $g(s,t) \equiv f(s,t)$, $\forall s \in S'$, onde $S' \subseteq S$ é o conjunto de soluções possíveis, ou seja, limitadas por Ω .

g) Em alguns casos, um custo ou sua estimativa $J(x,t)$ podem ser associadas com estados que não são soluções candidatas. Neste caso, se x_j pode ser obtido somando elementos em um estado x_i , então $J(x_i,t) \leq J(x_j,t)$, com $J(s,t) \equiv g(s,t)$.

Com base nesta formulação, as formigas artificiais construirão soluções através de caminhos aleatórios no grafo completamente conectado $G_c = (C,L)$, nos quais os nós são os componentes C e os arcos L , chamados conexões, conectam todos os elementos C . O grafo G_c é chamado de Grafo de Construção. As restrições $\Omega(t)$ podem ser implementadas nas regras seguidas pelas formigas artificiais, sendo que isso permite um grau de flexibilidade, obrigando a construção de soluções viáveis ou permitindo também soluções inviáveis (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

4.4.2. Comportamento das Formigas

As formigas artificiais apresentam um comportamento estocástico governado pelas restrições $\Omega(t)$. Os nós e/ou arcos podem ser associados a uma trilha de feromônios τ e a um valor heurístico η , o primeiro representando uma memória de longo prazo e o segundo representando informações que, em geral, podem ser calculadas *a priori*, como o custo de um elemento entrar na solução. Cada formiga k deve atender aos seguintes requisitos (DORIGO; STÜTZLE, 2004):

- a) Explora o grafo de construção G_c para encontrar a solução ótima.
- b) Possui uma memória M^k para guardar o caminho percorrido, de maneira que possa computar valores heurísticos η , verificar adequação às restrições $\Omega(t)$, avaliar a solução, depositar feromônios etc.
- c) Possui um estado inicial, como um nó de origem e memória vazia, e uma condição de término.
- d) Quando ainda não se encontra na situação de término, move-se de x_i para x_j em sua vizinhança.
- e) Seleciona caminhos por decisões probabilísticas, associadas aos valores heurísticos (memória, qualidade intrínseca dos caminhos, restrições etc.)
- f) Cada componente adicionado à M^k da formiga pode ser usado para depósito de feromônio assim que a condição de término for atingida.

Cada formiga deve agir concorrentemente e independentemente das outras e a interação entre elas é que levará a boas soluções (DORIGO, 2004).

4.4.3. A Meta-Heurística

Basicamente, a meta-heurística ACO pode ser definida como três processos básicos: ConstruirSoluçõesDasFormigas, AtualizarFeromônios e AçõesAuxiliares, conforme representado no pseudocódigo da Figura 4.3 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

A construção das soluções das formigas, como já descrito, é feita com base em decisões probabilísticas associadas a informações heurísticas (BONASSER, 2005; DORIGO; STÜTZLE, 2004). Uma vez construída uma solução completa, a avaliação da solução é realizada (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Figura 4.3 - Esqueleto da Meta-Heurística ACO (Adaptado de: DORIGO; STÜTZLE, 2004)

A atualização dos feromônios é feita pelo caminho trilhado pela formiga. Em problemas de minimização, a quantidade de feromônio depositada deve ser tão menor quanto mais custosa for a solução encontrada. É possível também promover uma evaporação dos feromônios, evitando uma convergência muito rápida (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

As ações auxiliares, por sua vez, são aquelas que não podem ser realizadas por formigas individualmente. Um exemplo deste tipo de ação seria depósito extra de feromônios em soluções especialmente boas (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Ressalta-se, entretanto, que não há uma sequência rígida para a execução desses processos ou na definição de como as interações ocorrem entre eles, ficando livre ao projetista da heurística para adequá-la às necessidades de seu problema (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

4.4.4. Critérios Heurísticos e o Papel das Melhorias Locais

Em problemas combinatórios com muitas restrições, quando as soluções são representadas por longas sequências, é comum que soluções geradas pelas formigas de maneira aleatória - em especial as soluções iniciais -, sejam de qualidade muito ruim (DORIGO; STÜTZLE, 2004). Assim, os critérios heurísticos têm um papel bastante relevante no bom resultado da meta-heurística ACO, por permitirem uma adequada

exploração das características do problema específico (DORIGO; STÜTZLE, 2003).

O uso de melhorias locais pode, também, aprimorar muito o resultado da meta-heurística, no sentido em que é um procedimento complementar àquele realizado pelas formigas na construção da solução. As melhorias locais, em geral, são eficientes em melhorar uma dada solução; por outro lado, a qualidade do resultado de uma busca local pode ficar limitada pela qualidade da solução inicial. Quando alimentadas com soluções iniciais ruins, as melhorias locais tendem a encontrar apenas ótimos locais. Em conjunto com melhorias locais, o papel da meta-heurística ACO passa a ser, então, o de encontrar boas - e variadas - soluções iniciais para que a busca local seja aplicada (DORIGO; STÜTZLE, 2003).

Neste caso, a busca local passa a ser uma das "Ações Auxiliares" da meta-heurística e, em certo grau, reduzem a importância da informação heurística na construção das soluções, uma vez que as melhorias locais podem considerar tais informações de uma maneira muito mais direta. Essa conclusão é bastante útil, em especial nos problemas em que é difícil definir uma boa informação heurística *a priori* (DORIGO; STÜTZLE, 2003).

A busca local pode ser aplicada a todas as soluções ou apenas às melhores. Adicionalmente, podem-se depositar feromônios em todos os componentes da solução original ou apenas nos componentes presentes na solução já otimizada pela busca local. A maior parte dos trabalhos usa apenas a segunda abordagem, depositando feromônios nas soluções já otimizadas pela busca local, dado que alguns estudos parecem indicar que outras estratégias levam a resultados de qualidade inferior (DORIGO; STÜTZLE, 2003).

4.4.5. Aplicação a Problemas Dinâmicos

Muitos problemas, para os quais se buscam soluções, são classificados como estáticos, isto é, todos os coeficientes e parâmetros podem ser obtidos *a priori* e não mudam durante a solução. Outros problemas, entretanto, são denominados dinâmicos, pois seus coeficientes e parâmetros variam com o tempo ou com o desenvolvimento da própria solução. Uma das situações em que isso ocorre é o roteamento de pacotes de dados em redes de telecomunicação - em que pode haver variações tanto da capacidade de tráfego quanto da topologia da rede, em tempo real. Para este caso específico, foram propostas adaptações da ACO (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Devido à sua característica construtiva, a meta-heurística ACO se adapta bem a este tipo de problema, com características dinâmicas; por outro lado, a convergência é mais complexa, sendo comum a formação de caminhos circulares e grandes flutuações nos resultados (BERTSEKAS; GALLAGER, 1992⁹ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004).

De toda forma, no caso específico do AntNet, ele foi comparado com diversos procedimentos no estado da arte e teve resultados favoráveis com relação aos concorrentes nos casos de *benchmarking*, sendo bastante robusto com relação a variações de tráfego e configuração de parâmetros (DI CARO; DORIGO, 1998¹⁰ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004).

4.5. Variantes Comuns da ACO

A partir de sua primeira aplicação, chamada *Ant System* (AS), a meta-heurística ACO foi adaptada para resolver diversos tipos de

⁹ BERTSEKAS, D; GALLAGER, R. **Data Networks**. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1992.

¹⁰DI CARO, G; DORIGO, M. AntNet: Distributed stigmergetic control for communications net-works. *Journal of Artificial Intelligence Research*, n.9, p.317-365, 1998.

problemas, como de roteirização de veículos, roteamento de dados em redes, alocação de trabalhos a máquinas, programação de serviços e veículos, particionamento de conjuntos, aprendizado, dentre outras (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

As primeiras variações do AS criadas foram denominadas *Ant Density*, *Ant Quantity* e *Ant Cycle*. Nas duas primeiras variações, as formigas depositam feromônios no momento de sua seleção e na última variação o depósito é feito apenas quando um caminho completo é construído. Esta última, a *Ant Cycle*, mostrou um desempenho bastante superior nos problemas tratados e a principal razão identificada foi a possibilidade de eliminar ciclos das soluções, melhorando a intensificação em direção a boas soluções, sem ciclos. Por essa razão, a *Ant Cycle* foi tomado como base para praticamente todos os estudos envolvendo a meta-heurística ACO (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Outras variantes comuns são o *Elitist Ant System* (EAS), o *Ranked Ant System* (ASrank), o *MAX-MIN Ant System* (MMAS), o *Ant Colony System* (ACS), além de outros mais específicos como o *Multiple Ant Colony System* (MACS) e o *Multiple Ant Colony Optimization* (MACO). As características dessas diferentes variações da ACO são apresentadas a seguir.

4.5.1. Ant System - Ant Cycle (AS-AC)

A heurística *Ant Cycle* foi desenvolvida originalmente com o objetivo de resolver o Problema do Caixeiro Viajante (PCV). Na implementação, foi adotada a sequência básica do S-ACO, com os depósitos de feromônio ocorrendo apenas nos arcos. Por outro lado, foram propostas regras específicas para a deposição inicial de feromônio, para a probabilidade de escolha de um caminho durante o processo construtivo e para a deposição de feromônios. O cálculo do depósito de feromônio inicial é feito com base no custo da solução C^n , solução esta determinada pelo método *nearest*

neighborhood (vizinho mais próximo) no caso do PCV. O cálculo do depósito é feito como se todas as m formigas de um formigueiro tivessem se deslocado por aquele caminho, como pode ser verificado na Eq. 4.8. Entretanto, ao invés desta quantidade de feromônio ser depositada apenas nos trechos da solução, os depósitos são feitos em todos os arcos da rede, para evitar uma convergência muito rápida nas rodadas iniciais (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_0 = m/C^{nn} \quad (4.8)$$

A probabilidade de escolha de um arco (i,j) , durante a construção de uma solução, por parte de uma formiga localizada no nó i , é determinada tanto pela quantidade de feromônio depositada naquele arco, τ_{ij} , quanto pela informação heurística inerente ao arco, η_{ij} , potencializados pelos coeficientes α e β , respectivamente. Considerando N_i^k o conjunto de arcos disponíveis para a formiga k e que saem do nó i , probabilidade de seleção de um arco (i,j) é dada pela Eq. 4.9 (DORIGO; STÜTZLE, 2004; TEODOROVIC, 2008).

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l|(i,l) \in N_i^k} \tau_{il}^\alpha \cdot \eta_{il}^\beta} \quad (4.9)$$

O depósito de feromônio de cada formiga k , $\Delta\tau_{ij}^k$, para quaisquer arcos (i,j) que façam parte de sua solução, é fixado como sendo o inverso do custo representado pela solução daquela formiga, C^k , conforme pode ser verificado na Eq. 4.10. Este tipo de cálculo de depósito tende a depositar mais feromônio para soluções melhores - de custo menor - e menos para soluções piores - de custo maior. Para os arcos que não fazem parte da solução da formiga k , $\Delta\tau_{ij}^k = 0$ (DORIGO; STÜTZLE, 2004; TEODOROVIC, 2008).

$$\Delta\tau_{ij}^k = 1/C^k \quad (4.10)$$

Cada arco (i,j) do grafo de conexões, G_c , recebe então um incremento igual à soma do depósito de todas as formigas que usam tal arco em sua solução, conforme representado na Eq. 4.11 (DORIGO; STÜTZLE, 2004; TEODOROVIC, 2008).

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \quad \forall (i,j) \in L \quad (4.11)$$

4.5.2. *Elitist Ant System (EAS)*

A implementação *Elitist Ant System* tende a reforçar a melhor solução encontrada até o instante (Solução Elite). Isso ocorre tanto com o uso de um coeficiente e , quanto pelo fato de sempre depositar novamente o feromônio desta Solução Elite, ainda que ela não esteja presente na lista de soluções de uma rodada específica. Sempre que uma nova solução elite é encontrada, é redefinido o depósito da melhor solução (*best solution*), $\Delta\tau_{ij}^{bs}$, como indicado na Eq. 4.12, lembrando que os arcos não pertencentes a esta melhor solução terão seu $\Delta\tau_{ij}^{bs} = 0$ (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\Delta\tau_{ij}^{bs} = 1/C^{bs} \quad (4.12)$$

Ao fim de cada rodada, quando serão processados os depósitos de feromônios, isto se dá seguindo a regra apresentada na Eq. 4.13 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + e \cdot \Delta\tau_{ij}^{bs} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \quad \forall (i,j) \in L \quad (4.13)$$

Sempre que for necessário reiniciar os feromônios, deve ser feita uma correção de acordo com o valor adotado para e . Considerando ρ a taxa

de evaporação dos feromônios, a regra proposta para o depósito inicial é apresentada pela Eq. 4.14 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_0 = (e + m)/\rho.C^{mn} \quad (4.14)$$

4.5.3. *Ranked Ant System (ASrank)*

O *Ranked Ant System* sugere reforçar as melhores soluções, e não apenas a melhor de todas. Para o caso do PCV, em especial, o comportamento obtido com esse procedimento é superior ao dos métodos apresentados anteriormente (BULLNHEIMER *et al.*, 1999c¹¹ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004). Neste caso, é definido um *ranking* de melhores soluções e o depósito de feromônio é maior conforme a melhor posição de uma solução no *ranking* (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Considerando o peso máximo w , as soluções são ordenadas de acordo com sua qualidade, e apenas $(w-1)$ soluções - não necessariamente das iterações recentes - são aproveitadas, além da melhor solução encontrada até o momento. A melhor solução até o momento, com seu feromônio de contribuição $\Delta\tau_{ij}^{bs} = 1/C^{bs}$, é a mais reforçada, com peso w , sendo as outras $w-1$ soluções reforçadas por $(w-r)$, onde r é a posição no *ranking*, conforme descrito pela Eq. 4.15 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} + w.\Delta\tau_{ij}^{bs} + \sum_{r=1}^{w-1} (w-r).\Delta\tau_{ij}^r \quad \forall (i,j) \in L \quad (4.15)$$

Sempre que for necessário reiniciar os feromônios, deve ser feita uma correção de acordo com o valor adotado para o r máximo.

¹¹BULLNHEIMER, B; HARTL, R.F; STRAUSS, C. A new rank-based version of the Ant System: A computational study. Central European Journal for Operations Research and Economics, n.7(1), p.25-38, 1999c.

Considerando ρ a taxa de evaporação dos feromônios, a regra proposta para o depósito inicial é apresentada pela Eq. 4.16 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_0 = 0,5.r.(r-1)/\rho.C^{nn} \quad (4.16)$$

4.5.4. MAX-MIN Ant System (MMAS)

No *MAX-MIN Ant System*, é proposto que apenas a melhor solução encontrada - seja ela da rodada atual ou a melhor histórica -, deposita feromônios. Como este tipo de abordagem tende a convergir mais rapidamente para um ótimo local, são adicionados alguns condicionantes que limitem a convergência (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Primeiramente é proposto um intervalo admissível de depósitos de feromônio, $\{\tau_{min}, \tau_{max}\}$. O valor τ_{min} permite que os caminhos não escolhidos na melhor solução permaneçam por um maior tempo como alternativas relevantes. Por outro lado, o valor τ_{max} limita a velocidade com que a probabilidade do melhor caminho cresça muito rapidamente. Essa faixa fixa de depósito de feromônio, associada ao coeficiente de evaporação, fazem com que a fase de exploração seja mais longa, em detrimento da indução de convergência do depósito de apenas uma solução (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Adicionalmente, é sugerido que sempre que houver estagnação do resultado, deve-se reiniciar os caminhos, isto é, limpar os feromônios para que o processo se reinicie. O objetivo desta estratégia é ampliar ainda mais as possibilidades de exploração. A inicialização dos feromônios deve ser dada pela regra da Eq. 4.17 (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_0 = 1/\rho.C^{nn} \quad (4.17)$$

4.5.5. *Ant Colony System (ACS)*

Na *Ant Colony System*, o foco é ampliar a importância da "experiência acumulada", através de uma escolha de caminhos pseudo-aleatória. Adicionalmente, limita-se a atualização de feromônios aos componentes da melhor solução encontrada até o instante e define-se uma regra que faz com que as formigas *reduzam* o feromônio dos caminhos pelos quais passam, para reforçar a exploração (DORIGO; GAMBARDELLA, 1997a¹²,b¹³ apud DORIGO; STÜTZLE, 2004).

A escolha pseudo-aleatória de caminhos ocorre com base em um parâmetro q_0 . Um valor q é sorteado aleatoriamente com uma distribuição uniforme e, se $q > q_0$, a escolha é feita com base na regra tradicional do *Ant Cycle*, dada pela Eq. 4.9. Por outro lado, se $q \leq q_0$, o arco selecionado, l_{sel} , será dado pela Eq. 4.18 (DORIGO; STÜTZLE, 2004; TEODOROVIC, 2008).

$$l_{sel} = \arg \max_{l \in N_i^k} \{ \tau_{il} \cdot [\eta_{il}]^\beta \} \quad (4.18)$$

O depósito e a evaporação de feromônios ocorrem apenas nos arcos (i,j) que pertençam à melhor solução encontrada até o instante, T^{bs} , e é dado pela Eq. 4.19, lembrando que $\Delta\tau_{ij}^{bs} = 1/C^{bs}$.

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \rho \cdot \Delta\tau_{ij}^{bs} \quad \forall (i,j) \in T^{bs} \quad (4.19)$$

¹²DORIGO, M; GAMBARDELLA, L.M. Ant colonies for the traveling salesman problem. BioSystems, n.43(2), p.73-81, 1997a.

¹³DORIGO, M; GAMBARDELLA, L.M. Ant Colony System: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem. IEEE Trans. on Evolutionary Comp., n.1(1), p.53-66, 1997b.

A evaporação local, isto é, aquela que cada formiga promove ao passar por um dado caminho, é dada pela Eq. 4.20, onde ξ é o coeficiente de evaporação local. (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_{ij} = (1 - \xi) \cdot \tau_{ij} + \xi \cdot \tau_0 \quad (4.20)$$

O valor do depósito inicial de feromônio é dado por τ_0 , conforme indicado pela Eq. 4.21, onde n é um valor que deve ser calibrado de acordo com o problema. O valor de τ_0 é a única diferença desta heurística para a heurística Ant-Q (GAMBARDELLA; DORIGO, 1995¹⁴ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004), que define valores iniciais τ_0 baseados em *Q-Learning* (WATKINS; DAYAN, 1998¹⁵ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004), mas sem produzir resultados melhores do que os obtidos pelo ACS (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

$$\tau_0 = 1/n \cdot C^{nn} \quad (4.21)$$

4.5.6. Multiple Ant Colony System (MACS)

O *Multiple Ant Colony System* é uma variante do ACS criada para resolver problemas multi-objetivos. Baseada na ideia de que, nas colônias reais, existem formigas com funções distintas, nesta heurística são usados múltiplos grupos de formigas, cada um deles representando uma das funções objetivo do problema (BELL; MCMULLEN, 2004). Cada grupo compõe uma colônia diferenciada, mas seus feromônios são compartilhados, de maneira que a convergência seja em direção a uma

¹⁴GAMBARDELLA, L.M; DORIGO, M. Ant-Q: A reinforcement learning approach to the traveling salesman problem. In: PRIEDITIS, A; RUSSELL, S. Eds. Proceedings of the Twelfth International Conference on Machine Learning (ML-95) (pp. 252-260). Palo Alto, CA, Morgan Kaufmann, 1995.

¹⁵WATKINS, C.J; DAYAN, P. Q-Learning. Machine Learning, n.8, p.279-292, 1992.

solução que satisfaça simultaneamente os vários objetivos (DORIGO; STÜTZLE, 2004; GAMBARDELLA *et al.*, 1999¹⁶ *apud* DONATI *et al.*, 2008).

Uma das implementações do MACS é conhecida como MACS-VRPTW, proposta para rotear veículos com janelas de tempo e minimizar o tempo de ciclo, ao mesmo tempo em que minimiza o número de ciclos/veículos (DORIGO; STÜTZLE, 2004; GAMBARDELLA *et al.*, 1999 *apud* DONATI *et al.*, 2008). Esta mesma implementação foi modificada, por exemplo, para lidar com tempos de percurso dependentes de horário (DONATI *et al.*, 2008).

Uma conclusão relevante sugere que o uso de colônias distintas para veículos distintos leva a melhores resultados; por outro lado, a relação entre o número de colônias e veículos ainda precisa ser avaliada (BELL; MCMULLEN, 2004).

4.5.7. Multiple Ant Colony Optimization (MACO)

O *Multiple Ant Colony Optimization* foi definido com o objetivo de se determinar caminhos disjuntos em uma rede, propondo para isso, assim como no MACS, o uso de uma colônia de formigas diferente para cada um dos caminhos. Trata-se de uma modificação na base do ACO, implementando um modelo de feromônios de ordem mais alta, em que cada arco possui diversos registros diferentes de feromônios (MONTGOMERY, 2006), incorporando a existência de múltiplas colônias de formigas com feromônios distintos: o feromônio de cada colônia é repelente para as formigas das demais colônias. Adicionalmente, o MACO também define um coeficiente de repelência, designado por γ (VRANCX; NOWÉ, 2006).

¹⁶GAMBARDELLA, L.M; TAILLARD, E; AGAZZI, G. MACS-VRPTW: Vehicle Routing Problem with Time Windows. In: CORNE, D; DORIGO, M; GLOVER, F., Editors, **New Ideas in Optimization**, McGraw-Hill, London, p. 63-76, 1999.

Considerando τ_{ij} o depósito de feromônio no arco (i,j) para uma dada colônia de formigas e ϕ_{ij} a soma dos depósitos de feromônios de outras colônias neste mesmo arco (i,j) , a probabilidade de escolha de um arco pode ser especificada conforme a Eq. 4.22 (VRANCX; NOWÉ, 2006).

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta \cdot [1/\phi_{ij}]^\gamma}{\sum_{l|(i,l) \in N_i^k} \tau_{il}^\alpha \cdot \eta_{il}^\beta \cdot [1/\phi_{il}]^\gamma} \quad (4.22)$$

4.6. Aplicação ao Planejamento Aéreo

Algumas aplicações da ACO específicas para problemas de planejamento aéreo podem ser encontradas na literatura, ainda que apareçam em menor quantidade quando comparadas às aplicações em outras áreas. Algumas destas aplicações específicas são apresentadas a seguir.

4.6.1. Roteirização de Aeronaves

É relativamente comum a aplicação da ACO na roteirização de veículos (BELL; MCMULLEN, 2004; BULLHEIMER; HARTL; STRAUSS, 1999a¹⁷,b¹⁸ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004; DONATI *et al.*, 2008; GAMBARDELLA; TAILLAR; AGAZZI, 1999 *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004; REIMANN; STUMMER; DOERNER, 2002¹⁹ *apud* DORIGO; STÜTZLE, 2004;

¹⁷BULLHEIMER, B; HARTL, R.F; STRAUSS, C. Applying the Ant System to the vehicle routing problem. In: VOSS, S; MARTELLO, S; OSMAN, I.H; ROUCAIROL, C. Eds. **Meta-Heuristics: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization**. Dordrecht, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, p.285-296, 1999a.

¹⁸BULLHEIMER, B; HARTL, R.F; STRAUSS, C. An improved ant system algorithm for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, n.89, p.319-328, 1999b.

¹⁹REIMANN, M; STUMMER, M; DOERNER, K. A savings based Ant System for the vehicle

REIMANN; DOERNER; HARTL, 2003; YU; YANG; YAO, 2009; YU; YANG, 2011), seja com frotas homogêneas ou heterogêneas. Entretanto, foi detectada uma aplicação específica de roteirização para transporte aéreo com frota heterogênea fixa, com base na ACS (BONASSER, 2005; BONASSER; GUALDA, 2006).

Na aplicação em questão, houve uma considerável melhoria nos resultados em uma implementação híbrida, combinando uma heurística baseada na ACS com uma baseada na busca tabu. Em especial, a implementação original, baseada apenas na ACS, tinha uma baixa consistência, com grande variação entre os resultados obtidos, da ordem de 20%; com a implementação híbrida, este valor caiu para cerca de 3% (BONASSER, 2005; BONASSER; GUALDA, 2006).

4.6.2. Atribuição de Aeronaves

Uma das aplicações mais relevantes da meta-heurística *Ant Colony* na área de planejamento operacional de empresas aéreas foi desenvolvida para a atribuição de aeronaves, isto é, para a programação de manutenção de cada aeronave de cada frota (ABRAHÃO, 2005; ABRAHÃO; GUALDA, 2006a,b).

Este problema, que usualmente tem lugar após a alocação de frotas, foi abordado por meio de uma série de implementações de heurísticas ACO: ASmnt, ACSmnt e suas variantes com busca local - ASmntBL e ACSmntBL -, com bons resultados frente a heurísticas mais tradicionais, combinando

routing problem. In LANGDON, W.B; CANTU-PAZ, E; MATHIAS, K; Roy, R; Davis, D; Poli, R; BALAKRISHNAN, K; HONAVAR, V; RUDOLPH, G; WEGENER, J; BULL, L; POTTER, A; SCHULTZ, A.C; MILLER, J.F; BURKE, E; JONOSKA, N. Eds., **Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference** (GECCO-2002). San Francisco, Morgan Kaufmann, p.1317-1325, 2002b.

métodos construtivos e de otimização local (ABRAHÃO, 2005; ABRAHÃO; GUALDA, 2006a,b).

Nos testes realizados, a implementação mais promissora foi a ACSmntBL, combinando uma ACS com uma busca local 2-Opt. Em todos os casos, a versão com a busca local mostrou-se superior à versão sem busca local (ABRAHÃO, 2005; ABRAHÃO; GUALDA, 2006a,b).

4.6.3. Definição de Viagens

Uma das mais recentes implementações de ACO voltadas ao planejamento operacional de empresas aéreas foca no problema de definição de viagens. A implementação foi feita de maneira a representar o problema em questão como uma variação do PCV, solucionada com uma adaptação do algoritmo ACS (LO; DENG, 2007; DENG; LIN, 2010).

Os resultados foram satisfatórios, com valor médio das soluções muitas vezes superando o valor médio das soluções obtidas com o uso de Algoritmo Genético para a resolução do mesmo problema (DENG; LIN, 2010).

4.7. Conclusões do Capítulo

A Otimização por Colônia de Formigas (ACO) tem sido aplicada a vários problemas cuja solução possa ser representada na forma de uma sequência de arcos e nós de um grafo. Seu relativo sucesso em alguns problemas combinatórios específicos sugere que pode ser interessante a sua aplicação a outros problemas desta natureza, como uma alternativa às soluções tradicionais por programação linear.

A lógica da meta-heurística e as diversas implementações existentes apresentam uma grande flexibilidade para incorporar características específicas dos mais diversos problemas, existindo tanto estratégias para promover maior exploração do espaço de soluções quanto para a promoção de maior intensificação de soluções.

Uma vez que o problema em foco neste trabalho atende aos requisitos necessários à aplicação desta meta-heurística, possuindo características específicas que podem ser exploradas, surge o interesse em avaliar a validade da implementação de uma heurística deste tipo para a resolução do problema integrado da Programação de Voos e Alocação de Frotas. E, diante da possibilidade de uma futura integração dessas duas etapas com a de Atribuição de Aeronaves e Definição de Viagens, já resolvidas isoladamente por meio de heurística ACO, tal interesse ganha ainda maior dimensão.

Capítulo 5 - Caracterização do Problema

5.1. Introdução

Embora o planejamento operacional de empresas aéreas represente um problema geral, a consideração simultânea de todos os seus condicionantes pode levar a intratabilidade computacional, em especial quando os modelos são aplicados a casos em grande escala, uma vez que várias das etapas de solução são consideradas do tipo NP-difícil (HANE *et al.*, 1995). Como a unificação das etapas levam a modelos ainda maiores, envolvendo mais variáveis e restrições, é comum que sejam adotados condicionantes específicos para permitir sua aplicação a casos reais.

Nesta seção serão detalhadas a abordagem e as considerações sobre o problema a ser modelado.

5.2. Abordagem Adotada para a Programação de Voos Integrada à Alocação de Frota

Apesar de as etapas do planejamento operacional de uma empresa aérea serem distintas entre si, de maneira geral elas compartilham um elemento: o objetivo primário é ampliar a lucratividade das operações da empresa, mantendo a conformidade com certas restrições. Este objetivo se manifesta na forma de funções que minimizem custos, maximizem receitas, ou que simplesmente encontrem uma atribuição que atenda às restrições definidas para uma operação eficiente.

Em nível tático, uma forma de atingir tal maximização dos lucros é por meio de uma Programação de Voos que proporcione uma operação eficiente, isto é, contenha apenas os voos que, no conjunto, gerem os

maiores lucros para a empresa. Uma vez que a definição do tipo de aeronave que fará cada voo tem uma influência fundamental na lucratividade de um dado voo, é interessante que a solução seja encontrada conjuntamente para a programação de voos e a alocação de frotas. Em outras palavras, isso significa que a decisão de qual voo será efetivamente realizado deve ser feita simultaneamente à definição de qual frota será alocada a ele.

5.3. Considerações Gerais

5.3.1. Objetivos

A modelagem deve, fundamentalmente, definir a malha de uma empresa aérea, por meio da seleção de voos mais adequados, segundo os critérios estabelecidos. Adicionalmente, é de interesse que os resultados proporcionados pelo modelo permitam outras análises de cunho tático e até algumas de cunho estratégico, como:

- **Análise de impacto na malha com a alteração das frotas:** permitir que sejam verificados os impactos na malha pela alteração da composição das frotas, determinando quais voos passam a ser realizados e quais deixam de ser executados para uma operação mais eficiente.
- **Análise dos impactos de mudanças na demanda:** permitir que sejam avaliados os impactos na malha no caso de alterações da demanda, em um contexto de replanejamento geral da malha.
- **Análise de seleção e uso de *slots*:** permitir que a empresa determine quais seriam os impactos na composição de sua malha, no caso da adição de *slots* em aeroportos em que opera, verificando quais seriam os mais interessantes e quais os melhores voos para utilizá-los.

5.3.2. Mercado Considerado

O modelo deve ser capaz de solucionar problemas para o mercado doméstico de passageiros em um país com as características do Brasil, isto é, de dimensões continentais, com demandas concentradas em alguns grandes centros, não sendo característica do modelo determinar *hubs*. Estas considerações estão mais detalhadas a seguir, tendo sido definidas com apoio das informações apresentadas no Apêndice A:

- **Mercado de Passageiros:** ao contrário do que ocorre com o mercado de carga, o mercado de passageiros é menos flexível, no sentido que o passageiro em geral tem restrições a longas esperas e também a realizar um número grande de conexões, preferindo voos diretos - em especial quando se tratam de voos curtos.
- **País de Dimensões Continentais:** o número de origens e destinos possíveis é, em geral, tão maior quanto maiores forem as dimensões do país, ampliando o número de mercados potenciais e, portanto, de voos potenciais.
- **Demandas Concentradas:** como as populações, os aeroportos e as demandas estão concentrados em alguns poucos grandes centros financeiros e administrativos, estes se tornam *hubs* naturais - isto é, intermediários para os movimentos entre as regiões de menor demanda. Desta forma, a concentração de tráfego nos aeroportos destes centros pode ocasionar gargalos, obrigando à adoção de restrições operacionais.
- **Mercado Doméstico:** o mercado de transporte aéreo doméstico inclui um grande número de variáveis que nem sempre precisam ser consideradas no mercado internacional. Dentre elas, explicitam-se duas: o grande número de aeroportos e voos possíveis no mercado doméstico (em países de dimensões

continentais) e voos predominantemente mais curtos, que podem ser executados com um grande número de tipos de aeronaves diferentes, e, adicionalmente, possibilitam que uma aeronave possa cumprir vários voos diferentes ao longo do dia.

5.3.3. Porte da Empresa Aérea

Devido ao pequeno número total de passageiros e assentos disponíveis, as empresas aéreas de menor porte têm seu equilíbrio financeiro mais sensível a variações de demanda. Nessas empresas, cada passageiro que deixa de ser transportado ou cada assento não aproveitado de um voo pode ter um impacto significativo na rentabilidade dos voos.

Por essa razão, o principal foco da aplicação dos modelos deste trabalho são empresas aéreas de pequeno e médio porte, embora não haja impedimentos, além dos esforços computacionais, para sua aplicação em malhas de empresas de maior porte. Neste trabalho, são consideradas empresas de pequeno e médio porte aquelas que atuam com até 10 aeronaves com capacidade para até 100 passageiros cada, e atendendo a mercados com demandas médias da ordem de 50 passageiros por voo.

5.3.4. Receita e Custos

Como o objetivo geral da empresa é ampliar sua lucratividade, o que aqui se reflete em gerar uma programação de voos com alocação de frotas eficiente, deve-se buscar uma redução de custos concomitante com o aumento da receita. Entretanto a representação financeira dos custos muitas vezes não está disponível durante a fase do planejamento da malha. Assim, o modelo proposto deve trabalhar com informações alternativas, derivadas da demanda, para minimizar o custo operacional e maximizar a

receita; em outras palavras, o modelo deve privilegiar o uso de variáveis proxy para garantir a máxima receita com os menores custos operacionais.

Visto que o objetivo fundamental do modelo é definir a malha a partir de frotas já existentes e de voos potenciais propostos pelo programador de voos, não serão considerados os custos fixos como o de aquisição de aeronaves ou de uso de aeronaves adicionais. Nos casos de análise estratégica que envolva a aquisição de aeronaves, os custos de aquisição de aeronaves deverão ser levados em conta exogenamente.

Também não serão considerados os custos de permanência da aeronave em solo - custos como o de oportunidade, por não voar, ou o de permanência no aeroporto, cobrado pelos aeroportos. Os voos selecionados devem ser apenas aqueles que, no conjunto, forem os mais rentáveis; os demais voos - sejam eles voos deficitários ou voos menos rentáveis, cuja execução seja impossível com o número de aeronaves disponível - não devem ocorrer.

5.3.5. Seleção de Voos

O modelo deve ser capaz de selecionar voos dentro de uma gama de voos potenciais pré-determinados, correspondentes ao resultado da etapa de Geração de Voos. Os voos potenciais de reposicionamento devem ser gerados automaticamente a partir dos voos potenciais propostos e são, também, dados de entrada do modelo. A tradicional restrição de uma aeronave por voo deve ser limitada aos voos com demanda, isto é, com passageiros em potencial; os arcos que representam voos de reposicionamento puro - sem nenhum potencial de demanda - devem estar livres de tal restrição. Esta relaxação busca uma maior flexibilidade para a geração da programação de voos, considerando que há maior facilidade de ajustes operacionais nos horários dos voos sem demanda. É importante

frisar, entretanto, que tal relaxação não se aplica a arcos que representam voos envolvendo aeroportos de operação restrita, isto é, com *slots*; neste caso, a restrição de uma aeronave por voo é sempre respeitada.

Todos os voos potenciais devem ser possíveis, de acordo com as regulamentações de operação que independam das aeronaves, como horário permitido para pouso e decolagem, pois estas verificações não serão realizadas pelo modelo. A única validação feita pelo modelo com relação aos voos é a da disponibilidade de aeronaves para cumprir determinado voo.

Esta abordagem é adequada tanto em relação ao método tradicional de estudo de novas malhas, que se baseia em malhas anteriores, quanto para a proposição de malhas completamente novas.

5.3.6. Tempos de Voo

Para a alimentação do modelo, deverão ser considerados os tempos de voo médios entre dois aeroportos, independente do tipo de aeronave utilizada. Esta consideração não afeta a aplicabilidade do modelo, dado que, como já mencionado anteriormente, os voos são relativamente curtos no mercado doméstico.

Por exemplo, um voo entre São Paulo e Belo Horizonte, que distam aproximadamente 500 km, pode ser cumprido em aproximadamente 60 minutos com o uso de um Embraer 170 ou de um Fokker 100, o que significa uma velocidade média de aproximadamente 500 km/h. Para uma distância maior, como entre São Paulo e Brasília, que distam aproximadamente 850 km, o voo pode ser cumprido em cerca de 100 minutos, o que leva a uma velocidade média de 512 km/h.

No caso de aeronaves como o Embraer 120 ou o ATR-42/300, suas velocidades máximas de cruzeiro são da ordem de 550 km/h, em tese suficientes para atender a esses percursos com pequena variação adicional no tempo de voo. Considerando que cumpram os voos em velocidade média de 400 km/h, o voo de São Paulo a Belo Horizonte seria executado em 75 minutos e o voo de São Paulo a Brasília seria executado em cerca de 120 minutos. Isso significa uma variação de 15 minutos e 20 minutos, respectivamente, com relação aos mesmos voos com as aeronaves maiores; tais variações são da mesma ordem de grandeza de eventuais atrasos para pouso e/ou decolagem em aeroportos como Congonhas ou Guarulhos, aos quais aeronaves maiores - e mais velozes - são mais suscetíveis. Assim, não é considerada uma limitação significativa a desconsideração de tais variações em um modelo de caráter tático/estratégico.

5.3.7. Demandas dos Voos

As demandas devem ser indicadas como dado de entrada e não devem necessariamente ser consideradas constantes ao longo do dia ou da semana, da mesma forma que nem todos os voos precisam ser oferecidos todos os dias. Assim, para o porte das empresas tratadas, o modelo deve ser capaz de solucionar programações semanais de voos.

A demanda é determinada exogenamente e é fixa para cada mercado, que deve ser atendido apenas por voos diretos. Assim, se for necessário considerar condições específicas de participação no mercado de uma dada empresa ou a demanda extra de escalas e conexões, os devidos ajustes nos dados de entrada e verificação da coerência dos resultados devem ser realizados. Em especial, a opção da demanda de voos diretos foi adotada pelas seguintes razões:

a) Como em qualquer meio de transporte, o voo direto é uma preferência dos passageiros, principalmente daqueles que viajam a trabalho.

b) Apesar de ignorar possíveis ganhos de escala com a concentração de passageiros em determinados aeroportos, tais ganhos são limitados no espectro de empresas regionais considerado neste trabalho, devido às distâncias relativamente curtas de voo, que dificultam ou inviabilizam a realização de escalas e conexões. Adicionalmente, empresas do porte em questão, em geral, usam aeronaves de menor capacidade, limitando sensivelmente os ganhos de escala.

c) Voos diretos podem proporcionar uma menor concentração de voos em alguns aeroportos, evitando também a agregação de passageiros em aeroportos que já estejam sobrecarregados. Como no Brasil já há concentração excessiva de demanda em alguns dos aeroportos considerados *hubs* naturais - devido à alta concentração de demanda com origem ou destino nos mesmos -, uma malha que se baseie na indução de concentração adicional de demanda pode sofrer mais problemas com atrasos e cancelamentos. Assim, evitando essa concentração, reduz-se o impacto de eventuais problemas operacionais nesses aeroportos mais congestionados, reduzindo também a necessidade de intervenções de emergência na programação (*disruption management*).

d) Indisponibilidade/inacessibilidade a dados de pesquisa do tipo Origem/Destino das empresas do porte tratado, estando disponíveis apenas os dados dos anuários da Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), com as demandas segmentadas por voo, não por rota.

e) Redução da complexidade computacional.

Convém lembrar, mais uma vez, que tal consideração não impede a avaliação de parte dos efeitos de escalas e de conexões. Desejando-se considerá-las, após a definição da programação básica apenas com voos diretos, os dados de entrada do modelo podem ser modificados, introduzindo apenas os voos realmente executados na programação básica

e incrementando as demandas nos voos que serão oferecidos também com escalas/conexões, considerando apenas as possibilidades da rede original.

Embora esta solução provavelmente não seja aquela considerada ótima para uma modelagem com fluxo *multicommodity* com definição livre de *hubs* e exija uma análise cuidadosa da validade dos resultados, ela pode permitir uma melhor adequação das frotas às demandas dos voos caso seja oferecida a possibilidade de escalas/conexões.

5.3.8. Oferta de Voos, Assentos e Aeronaves

O modelo deve considerar uma oferta de aeronaves heterogênea, agrupadas em um número constante de frotas homogêneas. Cada frota especifica um tipo de aeronave, com características iguais e constantes de capacidade, tamanho e tempo de manutenção básica entre voos.

O número de aeronaves de uma frota é pré-determinado e deve ser constante. As frotas devem ser alocadas em ciclos, isto é, se uma aeronave de uma frota iniciou a programação em um aeroporto, uma das aeronaves desta mesma frota deve finalizar a programação neste mesmo aeroporto. Por se tratar de um problema de alocação de frota, não envolvendo atribuição de aeronaves específicas, não existe a obrigatoriedade de ser, ao final do ciclo, exatamente a mesma aeronave do início do ciclo.

A manutenção de aeronaves específicas não será considerada, já que o modelo não se propõe a resolver o problema de Atribuição de Aeronaves. Entretanto é necessário garantir a continuidade de aeronaves, isto é, em nenhum momento devem surgir ou sumir aeronaves da rede.

5.3.9. Restrições Aeroportuárias

Devido às restrições operacionais em alguns aeroportos, é necessário que o modelo considere a existência de *slots* de pouso e decolagem, isto é, não deve permitir movimentações adicionais em aeroportos restritos, além das previamente definidas. Adicionalmente, em um horário de *slot* de pouso não deve ser permitido mais que um pouso e, em um horário de *slot* de decolagem, não deve ser permitida mais que uma decolagem. O horário do *slot* deve ser especificamente o de pouso e o da decolagem. No caso do pouso, isso significa que o tempo de manutenção básica só deve ser contado a partir do horário demarcado pelo *slot*, nunca antes.

Nos aeroportos de operação não restrita, não será limitado o número de voos de reposicionamento em um dado horário, visto que nestes aeroportos é possível, na prática, operar com uma pequena defasagem entre voos que sejam alocados no mesmo instante pelo modelo. Poderão ser limitados apenas os voos de reposicionamento que cheguem exatamente no mesmo instante que um voo com demanda potencial, considerando que voos com demanda nem sempre podem ser deslocados para outros horários.

Capítulo 6 - Momento de Transporte na Programação de Voos e Alocação de Frotas

6.1. Introdução

A abordagem integrada da Programação de Voos e Alocação de Frotas tem como objetivo encontrar soluções ótimas que levem em conta a interdependência entre estas duas etapas, isto é, gerar a melhor programação de voos possível, considerando a composição das frotas disponíveis. Os modelos integrados tradicionais, entretanto, com a adoção de funções objetivo que maximizem a lucratividade diretamente a partir dos custos e receitas, apresentam algumas dificuldades para sua aplicação prática.

Este capítulo retoma e discute as complexidades já apresentadas no Capítulo 2 e apresenta uma proposta para mitigá-las.

6.2. Maximização de Lucro no Transporte Aéreo de Passageiros

A busca pela maximização do lucro é, em geral, um dos principais condicionantes da operação das empresas. Assim, é natural que tal característica também seja parte das premissas adotadas por uma companhia aérea.

Desta forma, é razoável que, como pôde ser observado no Capítulo 2, grande parte dos modelos destinados à solução das diferentes etapas do planejamento operacional de empresas aéreas tenha, como seu objetivo final, exatamente a maximização dos lucros. Uma vez que lucro pode ser definido, simplificadamente, como a diferença entre receitas e despesas,

esse resultado é buscado, em geral, através da maximização das receitas, da minimização dos custos ou de uma combinação de ambos.

Entretanto, quando se trabalha no planejamento da malha aérea, tanto as receitas quanto os custos são de determinação complexa e baseada em estimativas. No caso de empresas aéreas no mercado de passageiros, a maximização das receitas está intimamente ligada à venda de passagens. Essa receita, depende, então, das características de cada mercado - incluindo os aspectos de recaptura de demanda (DUMAS; SOUMIS, 2008; RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006), da capacidade de transporte da empresa (ou seja, da disponibilidade de equipamentos), e da estrutura tarifária (MAYO, 1999; VAN RYZIN; TALLURI, 2002¹ *apud* KLABJAN, 2004). Esta última depende dos resultados do planejamento operacional para sua adequada determinação.

Os custos também possuem uma estrutura de cálculo bastante complexa (SWAN, ADLER, 2006), envolvendo depreciação e manutenção de frota, custos operacionais com equipamentos e funcionários, dentre outros. Muitos desses custos, em última análise, também exigem os resultados finais do planejamento operacional para que possam ser calculados. Além de tais valores serem baseados na demanda, que é um dado estimado, quando se trabalha com modelos que representam apenas parte do problema, há um grande número de fatores de influência que irão variar não apenas com as decisões tomadas nas etapas descritas pelo modelo, mas também nas etapas seguintes, que possuem um peso considerável nos custos operacionais. Como um exemplo, podem-se citar os custos advindos dos tripulantes, que historicamente representam cerca de 20% dos custos operacionais (GOMES, 2009).

¹ VAN RYZIN, G; TALLURI, K. Revenue management. In: R. Hall, ed., **Handbook of Transportation Science**. Kluwer Academic Publishers. p.559-661, 2002.

Ainda que fosse proposta uma modelagem totalmente integrada, isto é, um modelo único para a determinação de todo o planejamento operacional da empresa aérea, a determinação dos custos e receitas dentro do próprio modelo não seria simples, devido às diferentes características dos modelos que se prestam a cada uma destas tarefas, podendo recair em modelos não lineares (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

Assim, custos e receitas usados nos modelos tradicionais são, em geral, apenas estimativas baseadas em valores históricos e demandas também estimadas, podendo aumentar a incerteza dos resultados do planejamento.

6.3. O Momento de Transporte como *Proxy* de Custos e Receitas

Ao invés de trabalhar com valores de receita e custos baseados em dados históricos, que não necessariamente refletem a realidade para novas malhas e sequer estão disponíveis para voos inexistentes em malhas atuais, a abordagem apresentada neste trabalho será a do uso de variáveis *proxy* de receita e custo.

É possível relacionar os custos operacionais à capacidade da aeronave e à distância e/ou tempo de voo (SWAN; ADLER, 2006), sendo este custo proporcional à capacidade da aeronave multiplicada pela distância, ou seja, o custo operacional é proporcional ao momento de transporte da aeronave que executa um voo, ou seja, proporcional ao número de assentos da aeronave multiplicado pela duração do voo. Analogamente, considerando que a receita será maior quanto maior for o número de passageiros transportados pela maior distância possível, receita do transporte de passageiros também guarda proporcionalidade com o momento de transporte efetivo, ou seja, proporcional ao número de assentos ocupados multiplicado pela duração do voo. Como nem sempre toda a demanda pode ser atendida, o momento de transporte efetivo é uma

parcela do momento de transporte potencial de mercado, que identifica o momento de transporte máximo que seria obtido caso toda a demanda de um voo pudesse ser transportada.

Considerando a existência de demanda, quanto maior o número de voos realizados, maior o momento de transporte efetivo total e maior a receita total. Por outro lado, quanto maior o número de voos realizados, maior o momento de transporte de aeronave total e maior o custo operacional total. Assim, para uma maior lucratividade, é preciso alocar os voos de maneira que o número de passageiros transportados seja o mais próximo possível do número de assentos ofertados ou, em outras palavras, o momento de transporte efetivo total deve ser o mais próximo possível do momento de transporte total das aeronaves. Deseja-se, assim, minimizar o momento de transporte das aeronaves não aproveitado, isto é, a diferença entre o momento de transporte total das aeronaves e o momento de transporte efetivo total. Entretanto, minimizar o momento de transporte das aeronaves não aproveitado não é garantia de maior lucratividade, já que a solução trivial - não realizar nenhum voo - é possível, e leva ao valor mínimo desse momento.

É preciso, ao mesmo tempo em que se busca minimizar o momento de transporte das aeronaves não aproveitado, maximizar o momento de transporte efetivo total, relativo à receita e à demanda atendida. Afirmar isto é o mesmo que afirmar que se deseja minimizar o momento de transporte potencial total não aproveitado, que é o momento de transporte efetivo que deixou de ser obtido porque uma parcela da demanda não foi atendida. Assim, pode-se dizer que o lucro operacional proporcionado por uma programação de voos está relacionado à demanda e à capacidade da aeronave alocada para cada voo: demanda não atendida significa receita perdida pelo não atendimento de passageiros e assentos vazios significam receita perdida pela falta de passageiros.

Considerando que a distância euclidiana entre dois aeroportos não representa necessariamente bem a distância de voo e que o tempo de voo pode ser facilmente obtido e guarda uma boa relação com a distância do voo (SWAN; ADLER, 2006), torna-se conveniente, no caso do transporte aéreo, considerar um momento de transporte baseado no tempo de voo, ao invés de no momento de transporte tradicional, baseado na distância de transporte.

6.4. Função Objetivo Baseada em Momento de Transporte

As funções objetivo propostas neste trabalho estão baseadas na premissa da minimização do Momento de Transporte Não Aproveitado Total, MTN , que é calculado pela soma do Momento de Transporte Não Aproveitado em cada voo v , MTN_v . Considerando L_v o conjunto de todos os arcos de voos potenciais v , a função objetivo genérica pode ser representada conforme indicado na Eq. 6.1.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} MTN_v \quad (6.1)$$

Considerando que o MTN_v é composto pelo Momento de Transporte da Aeronave Não Aproveitado, $MTAN_v$, somado ao Momento de Transporte de Mercado Não Aproveitado, $MTMN_v$, a função objetivo genérica pode ser reescrita conforme apresentado na Eq. 6.2.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} (MTAN_v + MTMN_v) \quad (6.2)$$

Substituindo $MTAN_v$ pelos seus componentes, ou seja, o Momento de Transporte da Aeronave, MTA_v , descontado do Momento de Transporte Efetivo, MTE_v , tem-se a Eq. 6.3.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} [(MTA_v - MTE_v) + MTMN_v] \quad (6.3)$$

Dado que o principal objetivo deste trabalho é a definição de um modelo que determine a malha aérea de uma empresa a partir de voos potenciais e frotas já existentes, não serão considerados componentes que representem os custos fixos, como o de aquisição de aeronaves. Nos casos de análise estratégica que envolva, por exemplo, a aquisição de aeronaves, tais custos fixos deverão ser tratados exogenamente.

Vale ressaltar também que a função objetivo proposta visa a minimização da soma de assentos vazios e passageiros não atendidos multiplicados pelos tempos de voo, buscando um equilíbrio entre ambos, o que não necessariamente é o mesmo que minimizar os assentos vazios e os passageiros não atendidos multiplicados pelos tempos de voo em um modelo multi-objetivos.

6.4.1. Ponto de Equilíbrio entre Oferta e Demanda

As empresas aéreas, em seu planejamento, trabalham com o conceito de ocupação mínima da aeronave, isto é, a ocupação mínima que justifica financeiramente um voo ou um conjunto de voos. A taxa de ocupação - ou *load factor* - é a relação entre o número de assentos ocupados e o número de assentos disponíveis e serve como base, dentre outras coisas, para o gerenciamento de receitas - ou *yield management* - e a determinação do preço da passagem (MAYO, 1999).

Considerando as regras da alocação de frota, isto é, que, do conjunto de frotas F , apenas uma aeronave de uma frota f pode ser alocada a um voo para o qual exista demanda, definem-se as variáveis de decisão x_v^f , que indicam se

uma aeronave da frota f , de capacidade C^f , cumpre o voo v , e pa_v , que indica o número de passageiros pagos - assentos ocupados - associados ao voo v . Nestas condições, a restrição que garante a taxa de ocupação mínima δ para um dado voo poderia ser descrita conforme a Eq. 6.4.

$$\left(\frac{pa_v}{\sum_{f \in F} C^f . x_v^f} - \delta \right) \geq 0 \quad (6.4)$$

Considerando-se a busca por uma taxa de ocupação média mínima, a restrição deve ser transformada em uma somatória para todo o conjunto de voos realizados V_r , considerando uma ponderação pelos tempos de voo T_v , conforme representado na Eq. 6.5.

$$\sum_{v \in V_r} T_v . \left(\frac{pa_v}{\sum_{f \in F} C^f . x_v^f} - \delta \right) \geq 0 \quad (6.5)$$

Tal restrição não atende aos requisitos propostos por esse trabalho, por se tratar de uma restrição não linear, mas isso não significa que uma ocupação mínima não possa ser buscada por um modelo linear.

Considerando a função objetivo básica proposta na Eq. 6.3, a busca por uma taxa de ocupação mínima para que um voo seja considerado lucrativo pode ser feita através do uso de coeficientes, modificando o peso relativo entre o Momento de Transporte da Aeronave Não Aproveitado e o Momento de Transporte Potencial de Mercado Não Aproveitado. Adotando os coeficientes α e β , a função objetivo pode ser representada como indicado na Eq. 6.6.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} [\alpha . (MTA_v - MTE_v) + \beta . MTMN_v] \quad (6.6)$$

Os coeficientes α e β indicam a relação de custo entre assentos vazios e a perda de passageiros. A relação α/β indica diretamente a proporção de custo, em termos de momento de transporte não aproveitado: quanto um assento vazio voado custa a mais que um passageiro não transportado, por unidade de duração de voo.

Se $\alpha = \beta = 1$, a ocupação mínima de um voo será de 50%, pois com uma ocupação inferior a esta o momento de transporte de voar será superior ao de não transportar estes passageiros. Variando os valores de α e β é possível verificar que a razão α/β guarda uma proporção com a taxa de ocupação mínima: quanto maior o valor desta razão, maior o "custo" de um assento vazio com relação ao de um passageiro não transportado, o que leva à exigência de uma maior taxa de ocupação para que um voo seja considerado viável.

Desta forma, a taxa de ocupação mínima pode ser encarada como uma relação entre o número de passageiros que se aceita perder para não transportar um assento vazio e, a partir disso, a taxa de ocupação δ pode ser calculada a partir dos coeficientes α e β , conforme indicado na Eq. 6.7.

$$\delta = (\alpha / \beta) / [(\alpha / \beta) + 1] \quad (6.7)$$

Isolando o termo α / β , obtém-se a equação que permite seu cálculo a partir da taxa de ocupação mínima desejada δ , conforme indicado na Eq. 6.8.

$$\alpha / \beta = \delta / (1 - \delta) \quad (6.8)$$

A dedução dessas expressões encontra-se no Apêndice B, mas alguns exemplos podem torná-las mais claras. Caso se deseje uma ocupação mínima

de 60% para realizar um voo, por exemplo, a relação entre α e β deve ser de 3/2. Isso significa considerar, na função objetivo, que o "custo" do assento vazio por minuto de voo é 50% maior que o custo do passageiro perdido por minuto de voo - ou seja: é preferível deixar os passageiros no chão até que eles ocupem 60% da capacidade de uma aeronave, quando então transportá-los será menos custoso do que não transportá-los.

Assim, em um voo com demanda D de 60 passageiros, considerando uma relação entre α e β de 3/2, tem-se a seguinte situação, para uma aeronave de capacidade C de 100 passageiros:

a) Situação em que o voo não é realizado ($x = 0$, $Pax = 0$)

$$MTAN_1 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 0) - 0] = 0$$

$$MTMN_1 = \beta \cdot (D - Pax) = 2 \cdot (60 - 0) = 120$$

$$MTN = MTAN_1 + MTMN_1 = 0 + 120 = 120$$

b) Situação em que o voo é realizado ($x = 1$, $Pax = D$)

$$MTAN_1 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 1) - 60] = 120$$

$$MTMN_1 = \beta \cdot (D - Pax) = 2 \cdot (60 - 60) = 0$$

$$MTN = MTAN_1 + MTMN_1 = 120 + 0 = 120$$

Nessa situação, exatamente no ponto de equilíbrio, tem-se que, do ponto de vista de custos operacionais, este voo não contribui nem positivamente nem negativamente para o resultado global. Se, por outro lado, existir uma demanda D de 61 passageiros para o voo, a situação muda:

a) Situação em que o voo não é realizado ($x = 0$, $Pax = 0$)

$$MTAN_1 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 0) - 0] = 0$$

$$MTMN_1 = \beta \cdot (D - Pax) = 2 \cdot (61 - 0) = 122$$

$$MTN = MTAN_1 + MTMN_1 = 0 + 122 = 122$$

b) Situação em que o voo é realizado ($x = 1$, $Pax = D$)

$$MTAN_1 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 1) - 61] = 117$$

$$MTMN_1 = \beta \cdot (D - Pax) = 2 \cdot (61 - 61) = 0$$

$$MTN = MTAN_1 + MTMN_1 = 117 + 0 = 117$$

Neste caso, a realização do voo já passou a ser interessante, pois seus assentos vazios "custam menos" do que a receita que pode ser proporcionada pela demanda perdida. Mais uma vez, essa análise considera um custo em termos de momento de transporte.

O mesmo raciocínio se aplica a uma sequência de voos. Por exemplo, em uma sequência de dois voos com mesma duração, o primeiro com demanda D_1 de 59 passageiros e o segundo com demanda D_2 de 62 passageiros, considerando uma relação entre α e β de 3/2, tem-se a seguinte situação, para uma aeronave de capacidade C de 100 passageiros:

a) Situação em que os voos não são realizados ($x = 0$, $Pax = 0$)

$$MTAN_1 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 0) - 0] = 0$$

$$MTMN_1 = \beta \cdot (D_1 - Pax) = 2 \cdot (59 - 0) = 118$$

$$MTAN_2 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 0) - 0] = 0$$

$$MTMN_2 = \beta \cdot (D_2 - Pax) = 2 \cdot (62 - 0) = 124$$

$$MTN = MTAN_1 + MTMN_1 + MTAN_2 + MTMN_2 = 0 + 118 + 0 + 124 = 242$$

b) Situação em que os voos são realizados ($x = 1$, $Pax = D$)

$$MTAN_1 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 1) - 59] = 123$$

$$MTMN_1 = \beta \cdot (D_1 - Pax) = 2 \cdot (59 - 59) = 0$$

$$MTAN_2 = \alpha \cdot [(C \cdot x) - Pax] = 3 \cdot [(100 \cdot 1) - 62] = 114$$

$$MTMN_2 = \beta \cdot (D_2 - Pax) = 2 \cdot (62 - 62) = 0$$

$$MTN = MTAN_1 + MTMN_1 + MTAN_2 + MTMN_2 = 123 + 0 + 114 + 0 = 237$$

Uma vez que, no formato de função objetivo proposta, o "custo de não voar" é proporcional apenas ao momento de transporte potencial não aproveitado, o uso dos coeficientes atua no sentido de garantir uma taxa de ocupação mínima, pois o modelo naturalmente excluirá da solução as sequências de voos que façam com que a taxa de ocupação média caia abaixo do mínimo especificado. Em outras palavras, isso significa que voos que tenham ocupação superior à mínima são fortes candidatos a serem incluídos na solução; entretanto, se para o cumprimento deste voo for necessário um reposicionamento, a ocupação média dos dois voos, ponderada pelos tempos de voo, deve ser superior à mínima exigida, sob pena de o modelo considerar aquela sequência de voos inadequada. Uma outra consequência da taxa de ocupação mínima é que voos com ocupação potencial abaixo da estabelecida serão considerados apenas para o reposicionamento de aeronaves.

6.5. Proporcionalidade do Valor de Passagem por Voo

No formato apresentado na expressão 6.6, existe a consideração implícita de que os passageiros aceitam pagar o mesmo valor médio de passagem por unidade de tempo (ou de distância) de voo - ou, em outras palavras, que todos os voos exigem a mesma taxa de ocupação para serem rentáveis. Essa consideração apresenta limitações, visto que existem outros elementos que influenciam a avaliação do preço por parte do passageiro.

Como uma forma de mitigar essas diferenças, pode-se adotar coeficientes γ_v , que modificam o valor relativo de um voo com relação aos demais, como representado na expressão 6.7.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} \gamma_v [a.(MTA_v - MTE_v) + \beta.MTMN_v] \quad (6.7)$$

Um valor de γ_v abaixo de 1 indica um voo que, relativamente aos demais, é mais rentável - ou seja, que os passageiros aceitam pagar um valor maior por quilômetro -, e um valor acima de 1 indica a situação inversa. Convém ressaltar, entretanto, que este tipo de coeficiente pode causar efeitos indesejáveis. Por exemplo, um γ_v muito baixo para um voo específico em relação aos demais pode deslocar passageiros de outros voos rentáveis para este com o γ_v mais baixo, possivelmente na forma de demanda não atendida. Isso ocorre porque o coeficiente atua tanto sobre o momento de transporte que representa a perda de receita dos assentos vazios quanto sobre o momento de transporte que representa a perda de receita por não transportar uma parcela da demanda.

Uma outra alternativa é o uso de um coeficiente α_v , isto é, um coeficiente α diferente para cada voo. Essa abordagem permite um ajuste da taxa de ocupação por voo, como representado na Expressão 6.8.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} [\alpha_v \cdot (MTA_v - MTE_v) + \beta \cdot MTMN_v] \quad (6.8)$$

Uma outra forma de escrever essa expressão é manter o coeficiente α independente do voo, e acrescentar um coeficiente θ_v dependente do voo, como representado na Expressão 6.9.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} [\alpha \cdot \theta_v \cdot (MTA_v - MTE_v) + \beta \cdot MTMN_v] \quad (6.9)$$

Finalmente, é possível combinar ambos os efeitos de θ_v e γ_v , para obter maior flexibilidade, como indicado na Expressão 6.10.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} \gamma_v [\alpha \cdot \theta_v \cdot (MTA_v - MTE_v) + \beta \cdot MTMN_v] \quad (6.10)$$

6.6. Conclusões do Capítulo

Este capítulo propõe um tipo de função objetivo que usa a minimização do momento de transporte perdido na alocação dos voos como alternativa a uma maximização das lucratividade, dado que, para cada voo, as receitas são proporcionais à demanda atendida, e os custos dos voos são proporcionais ao número de assentos ofertados. O tipo de função objetivo descrito fornece mecanismos para controle da taxa de ocupação mínima para que os voos sejam considerados lucrativos, assim como a indicação de voos mais ou menos rentáveis, permitindo ajustes de acordo com as necessidades de cada problema.

As aplicações dos próximos capítulos têm, dentre outros objetivos, a finalidade de avaliar a aplicação de funções objetivo no formato ora proposto.

Capítulo 7 - Metodologia

7.1. Introdução

Este trabalho se propõe a modelar o problema integrado da Programação de Voos e da Alocação de Frotas, proporcionando não apenas a elaboração do cronograma de voos, mas também permitindo análises para o planejamento tático e estratégico da empresa aérea, como suporte na aquisição de aeronaves e utilização de *slots* de pouso e decolagem.

Todo o software necessário para a aplicação dos modelos será desenvolvido na linguagem Java 6, recebendo como dados de entrada as informações brutas - como voos potenciais, frotas e aeronaves disponíveis, tempos de voo etc. -, que serão usados para gerar a rede que servirá de base para modelagens matemáticas e desenvolvimento de heurísticas. Os dados básicos de todas as implementações devem ser os mesmos, assim como a rede, permitindo a comparação dos resultados obtidos.

Para resolução dos modelos exatos será utilizado o software *Gurobi Optimizer* versão 3, com suporte a processamento paralelo, e as medidas de tempo serão todas realizadas em um equipamento Intel Core2Quad de 2.4GHz e 2GB de memória, executando Windows XP versão 32 bits. Para comparação, as heurísticas serão executadas no mesmo equipamento, porém sem fazer uso simultâneo dos múltiplos processadores, dado que tal desenvolvimento foge ao escopo do presente trabalho.

A Figura 7.1 apresenta o fluxo de trabalho proposto e, em seguida, são apresentadas as metas e os procedimentos definidos para atingir os objetivos propostos.

Figura 7.1 - Fluxo proposto para o desenvolvimento

7.2. Metas

A primeira meta é a proposição de uma modelagem matemática para Programação de Voos integrada à Alocação de Frotas sem realocação de demanda que atenda parcialmente aos requisitos gerais propostos, com a principal finalidade de verificar e validar o comportamento de uma função objetivo baseada em momento de transporte.

A segunda meta é a proposição de uma modelagem matemática para Programação de Voos integrada à Alocação de Frotas com realocação de demanda que atenda a todos os requisitos propostos, incluindo uma função objetivo baseada em momento de transporte que permita o ajuste de ocupação mínima das aeronaves.

A terceira meta é propor uma modelagem heurística para Programação de Voos integrada à Alocação de Frotas com realocação de demanda que atenda aos requisitos propostos, com o objetivo de

proporcionar soluções em tempos de processamento baixos, além de abrir horizontes para uma futura heurística que integre todas as etapas do planejamento operacional de empresas aéreas.

A quarta meta é a realização de análises de alternativas, aplicando os modelos propostos e analisando diferentes situações operacionais. Tais análises serão realizadas comparando os resultados de cada uma das aplicações. Esta meta também inclui a comparação entre os resultados da modelagem matemática com realocação de demanda e a modelagem heurística.

Para atingir a cada uma destas metas, serão adotados os procedimentos descritos a seguir.

7.3. Procedimentos

Primeira Meta:

- A. Definição do modelo matemático geral;
- B. Implementação de sistema computacional para processamento e solução exata de modelo pelo software Gurobi;
- C. Teste de robustez do modelo usando o sistema desenvolvido para aplicá-lo a instâncias artificiais de resultado previamente conhecido, verificando o comportamento do tipo de função objetivo proposto;
- D. Validação do modelo, aplicando-o a instâncias reais por meio do software desenvolvido, baseando-se nas necessidades de uma empresa aérea regional.

Segunda Meta:

- A. Definição do modelo matemático geral;
- B. Implementação de sistema computacional para processamento e solução exata de modelo pelo software Gurobi;
- C. Teste de robustez do modelo em algumas instâncias artificiais específicas para os novos componentes da função objetivo;
- D. Validação do modelo, aplicando-o a instâncias reais através do software desenvolvido, baseando-se nas necessidades de uma empresa aérea regional.

Terceira Meta:

- A. Desenvolvimento de heurística básica, segundo a meta-heurística *Multiple Ant Colony Optimization* (MACO);
- B. Calibração de parâmetros e teste da heurística;
- C. Desenvolvimento de heurística alternativa, implementando melhorias nos critérios, visando à obtenção de melhores soluções;
- D. Calibração de parâmetros e teste da heurística;
- E. Melhoria das heurísticas desenvolvidas com procedimentos de melhoria local baseados na troca de arcos e correção de soluções;
- F. Calibração de parâmetros e teste das heurísticas;
- G. Aplicação das heurísticas aos casos utilizados na meta 2 e comparação dos resultados.

Quarta Meta:

- A. Geração e solução de instâncias para avaliação de operação com restrições aeroportuárias e aquisições de *slots*: avaliação das consequências da implementação de *slots* nos aeroportos;
- B. Geração e solução de instâncias com diferentes composições de frotas: avaliação dos impactos na operação da empresa advindos da aquisição ou troca de aeronaves;

7.4. Instâncias de Teste

Segundo Reeves (1993¹ *apud* BONASSER, 2005) e Rardin e Uzsoy (2001² *apud* BONASSER, 2005), usualmente as instâncias de testes para heurísticas são de quatro tipos: de casos reais, de variações aleatórias de casos reais, instâncias da literatura e instâncias geradas aleatoriamente. As melhores fontes são os casos reais, mas é raro existir um número grande o suficiente de casos; assim, é comum o uso de variações aleatórias dos casos reais, para permitir uma análise mais abrangente de uma heurística. As instâncias da literatura, quando existem, podem proporcionar uma boa comparação com resultados já conhecidos. Finalmente, as instâncias geradas aleatoriamente são um recurso válido, em especial quando se deseja ter controle total das instâncias, para testar determinadas características, tomando-se o cuidado de não dotá-las de estruturas ocultas que tornem sua resolução muito mais fácil - ou difícil - que a de casos práticos.

Não tendo sido detectadas instâncias disponíveis para os testes dos modelos propostos, e considerando a complexidade envolvida na geração de instâncias artificiais com características próximas às reais, foi adotada uma abordagem baseada em casos reais, adaptada a diferentes cenários. Todas as instâncias utilizadas neste trabalho estão descritas em detalhes no Capítulo 8.

7.5. Critérios

Os cinco critérios de avaliação mais citados na literatura são: exatidão, velocidade, simplicidade, flexibilidade e consistência. A exatidão

¹ REEVES, C.R. Evaluation of heuristic performance. In: REEVES, C.R. **Modern heuristic techniques for combinatorial problems**. New York: John Wiley & Sons, p.304-315, 1993.

² RARDIN, R.L; UZSOY, R. Experimental evaluation of heuristic optimization algorithms: a tutorial. *Journal of Heuristics*, v.7, n.3, p.261-304, 2001.

refere-se ao quão próximo do resultado exato - ou do melhor limite inferior conhecido - foi possível chegar. A velocidade é o tempo de processamento, cujo mínimo aceitável depende do tempo disponível para a resolução do problema. A simplicidade envolve não apenas a facilidade de aplicação e uso, mas também de implementação. No caso das heurísticas, os parâmetros não devem ser em número muito grande, nem de difícil compreensão e ajuste. A flexibilidade, por sua vez, depende da facilidade com que se pode modificar o modelo e/ou heurística para lidar com diferentes restrições, sem degradação significativa na qualidade das soluções. Finalmente, a consistência refere-se ao desempenho do aplicativo em instâncias de diferentes características, sem degradação significativa, sendo desejável que o desempenho não dependa dos parâmetros do problema (CORDEAU *et al.*, 2005³ *apud* BONASSER, 2005).

No caso deste trabalho, a exatidão será medida de acordo com o valor da função objetivo. Nas análises de alternativas podem ser usados outros valores, visto que o valor da função objetivo, devido aos coeficientes, pode deixar de significar um valor de momento de transporte. No caso das heurísticas, será considerado o valor médio de 10 rodadas.

A velocidade será avaliada pelo tempo de processamento. No caso do modelo de programação linear, o tempo máximo adotado é de 48 horas. Para o caso das heurísticas, será medido o tempo médio de cada uma das 10 rodadas, com um total de 10.000 grupos de formigas - cada grupo representa uma solução completa, com uma formiga para cada aeronave disponível. A consistência, por sua vez, será considerada avaliando-se instâncias de diferentes complexidades, verificando a degradação decorrente.

³ CORDEAU, J.-F; GENDREAU, A.H; LAPORTE, G; SORMANY, J.-S. New heuristics for the vehicle routing problem. In: LANGEVIN, A; RIOPEL, D. **Logistics Systems: design and optimizations**. New York: Springer, 2005.

A simplicidade e a flexibilidade são critérios de avaliação mais subjetiva, sendo abordadas ao longo da descrição da heurística e das análises dos resultados.

O processamento com cada uma das heurísticas deve ser feito com seus respectivos parâmetros de melhor desempenho, identificados pelo processo descrito na seção 7.6. A comparação entre os resultados das heurísticas e o método exato será feita pelo critério de *ranking*, também descrito na seção 7.6.

7.6. Calibragem dos Parâmetros Básicos da Heurística ACO

Na falta de um procedimento consagrado para a calibragem dos parâmetros da meta-heurística ACO - α , β , γ , tipo de depósito de feromônio, índice de evaporação de feromônios e número de formigas/grupos por iteração -, foi definido um procedimento, descrito a seguir, cuja aplicação será feita em duas instâncias distintas, baseadas em um caso real, com diferentes complexidades. Para a seleção da melhor configuração em cada passo do procedimento, dever-se-á considerar os resultados de ambas as instâncias simultaneamente, de acordo com o critério de *ranking*, descrito posteriormente, na seção 7.6.2.

O processo de calibragem de parâmetros específicos de cada heurística implementada será apresentado na seção em que é descrita a própria heurística.

7.6.1. Procedimento para Calibragem dos Parâmetros Básicos

Denominando-se *iteração* o período em que um certo número de grupos de formigas caminha pela rede sem depositar feromônio, ou seja, antes que todos eles depositem feromônio, o procedimento de calibragem

usará os valores médios de 3 rodadas consecutivas, com um total de 5.000 grupos em cada uma delas. A semente inicial da primeira rodada deve ser sempre a mesma, para todos os passos e instâncias, e a configuração inicial de parâmetros deve ser $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 0,25$, evaporação 5%, 10 grupos por iteração e o tipo de distribuição de feromônio entre as formigas deve ser o igualitário. Ao final de cada passo, o novo valor do parâmetro calibrado deve ser adotado para os passos seguintes. Explicações mais detalhadas sobre estes parâmetros são encontradas nos Capítulos 4 e 11.

A quantidade de formigas igual a 10 é sugerida na literatura (DORIGO, 2003), sendo aqui adotado este valor como o número de grupos - já que uma solução completa exige várias formigas para ser representada. Os valores de 3 rodadas com 500 iterações em cada foram determinados de acordo com o tempo disponível para a realização dos testes. Em todos os testes a semente do gerador de números aleatórios antes da primeira rodada deve ser a mesma.

O procedimento de calibragem é definido como segue:

I) Variar o coeficiente de repelência γ entre os seguintes valores: 0,0; 0,25; 0,5. Selecionar o melhor valor de γ pelo valor médio da função objetivo.

II) Para o γ selecionado, mantendo todos os demais parâmetros, verificar se o uso de depósito de feromônio proporcional à qualidade da formiga dentro de seu grupo produz resultados melhores. Selecionar o melhor tipo de distribuição (proporcional ou igual).

III) Considerando o tipo de distribuição de feromônio selecionado e mantendo os demais parâmetros, variar a evaporação com os valores: 1%; 5%; 10% e 25% e selecionar o índice que leve ao melhor resultado médio.

IV) Para o índice de evaporação selecionado, mantendo os demais parâmetros, testar todas as combinações de α e β , variando-os com os valores: 0,5; 1,0; 1,5 e selecionar a melhor combinação de α e β .

As escolhas devem sempre levar em conta os resultados para as duas instâncias simultaneamente, usando o critério de *ranking*, descrito a seguir, para a seleção. As instâncias de teste, descritas no Capítulo 8, são as de nome CF1U1A e GP4M7A.

7.6.2. Seleção de Melhores Resultados pelo Critério de Ranking

Sempre que necessário considerar resultados de diferentes instâncias para selecionar uma configuração ou um método que leve a melhores resultados com mais consistência, um critério precisará ser usado. Bonasser (2005) adota, na comparação entre heurísticas, um critério de *ranking*, que consiste em ordenar os resultados comparáveis - usualmente resultados para uma mesma instância - associando a cada método ou parâmetro um número que reflita sua posição neste "*ranking*".

Ao final, os pontos de cada método ou parâmetro para cada instância são somados, compondo o *ranking* geral. O parâmetro ou método com menor valor no *ranking* é considerado o mais robusto entre todos. Uma explicação detalhada é feita a seguir:

I) Para cada instância, gerar os resultados com as diferentes configurações que serão comparadas. Ainda para cada instância, numerar os resultados de 1 a n, do melhor para o pior resultado. Valores iguais devem receber a mesma posição no *ranking*, e diferenças inferiores a 1% entre os resultados devem ser ignoradas (a não ser que uma observação específica seja feita). Por exemplo: se há 3 configurações sendo testadas para uma instância, cada uma delas receberá uma colocação de 1 a 3. Se duas configurações resultarem em valores iguais da função objetivo, ambos devem receber a mesma posição de *ranking*: se os valores da função

objetivo forem 100, 100 e 120, as respectivas configurações devem ser numeradas como 1, 1 e 3, não existindo a posição 2.

II) Para gerar o *ranking* geral, somam-se todos os valores de uma mesma configuração, considerando todas as instâncias. Assim, cada configuração receberá um valor de *ranking* geral.

III) Os menores valores no *ranking* geral indicam as melhores configurações, em termos de consistência nos resultados, para as diferentes instâncias, consideradas com o mesmo peso relativo.

IV) Em caso de empate, o critério secundário adotado neste trabalho é o do menor valor de função objetivo para o caso de aplicação mais complexo.

Capítulo 8 - Instâncias de Teste e Tratamento de Dados

8.1. Introdução

Como apresentado no Capítulo 7, a abordagem utilizada para avaliação dos modelos matemáticos e heurísticas será a de aplicação a instâncias baseadas em caso real. Em especial, foi adotada como base para geração de alternativas a malha área regional da empresa brasileira Air Minas, considerando-se os dados referentes à malha de 2008, disponibilizados na Internet pela própria empresa.

A malha em questão é composta por 104 voos semanais, sendo 20 voos diários de segunda a sexta e apenas dois voos de reposicionamento aos sábados e aos domingos. A informação disponível é de que, à época, a empresa operava com três aeronaves modelo ATR-42/300 - sigla abreviada para AT43 -, com capacidade para 50 passageiros. Como a empresa trabalha com aviões de pequeno porte, o tempo de manutenção básica obrigatória entre voos é de apenas 15 minutos, tempo esse, em grande parte, voltado ao embarque e desembarque de passageiros e tripulantes, além do abastecimento de combustível, carga, descarga etc.

Esta malha base deu origem a diversas instâncias, com diferentes distribuições de demanda, adição de aeroportos com *slots* à malha, adoção de diferentes frotas, variações nos parâmetros que definem a relevância e a proporção de cada custo etc. Todas elas serão melhor descritas a seguir.

8.2. Nomenclatura das Instâncias

Uma vez que as instâncias são combinações de variações de alguns parâmetros - malha de voos potenciais, distribuições de demanda, frotas disponíveis, tempos de voo e coeficientes para a construção do grafo e

especificação da função objetivo -, cada uma das instâncias usadas é designada por um conjunto de 6 dígitos alfanuméricos, conforme a indicação da Figura 8.1.

Figura 8.1 - Estrutura usada para a nomenclatura das instâncias

Cada um destes dígitos recebe valores específicos conforme o tipo de malha, demanda, frotas, tempos de voo e coeficientes usados naquela instância. Os códigos usados para cada dígito, bem como as descrições detalhadas do significado de cada um deles, são apresentados nas próximas seções.

8.2.1. Tipos de Malha Potencial

A malha potencial é aquela que descreve os voos potenciais, opcionais ou obrigatórios, que servirão de base para a definição da malha aérea real, isto é, com a seleção de voos que serão feitos e as respectivas frotas alocadas. Todas as malhas usadas nos testes são baseadas da malha original da empresa aérea escolhida.

8.2.1.1. Malha Original

A malha original, representada pela letra **O** no primeiro dígito do código de instância, é composta pelos voos que eram realizados pela empresa aérea Air Minas no ano de 2008, entre os aeroportos de Belo Horizonte (PLU), Uberlândia (UDI), Uberaba (UBA), Ipatinga (IPN) e Governador Valadares (GVR). Estes voos, sendo 2 em cada um dos dias do

fim de semana e 20 durante os dias da semana, estão descritos na Tabela 8.1 e totalizam 104 voos semanais. A malha original pode também ser chamada de malha potencial, uma vez que os voos desta malha podem ser obrigatórios ou opcionais.

Tabela 8.1: Malha original da empresa Air Minas

Dia	Partida	Chegada	Origem	Destino
Sábado	17:30	18:30	PLU	UBA
Sábado	18:45	19:05	UBA	UDI
Seg-Sex	16:15	16:55	UDI	PLU
Seg-Sex	07:05	08:15	UDI	PLU
Seg-Sex	07:15	08:25	GVR	PLU
Seg-Sex	07:17	07:42	PLU	GVR
Seg-Sex	08:05	08:30	PLU	IPN
Seg-Sex	08:30	09:10	PLU	UDI
Seg-Sex	08:40	09:00	PLU	UDI
Seg-Sex	08:45	09:55	UDI	UBA
Seg-Sex	09:15	10:15	UDI	UBA
Seg-Sex	09:25	10:05	IPN	PLU
Seg-Sex	12:30	12:55	IPN	PLU
Seg-Sex	13:15	13:40	PLU	GVR
Seg-Sex	17:00	17:25	PLU	IPN
Seg-Sex	17:10	17:50	PLU	IPN
Seg-Sex	17:35	18:45	IPN	PLU
Seg-Sex	17:50	18:15	GVR	PLU
Seg-Sex	18:05	19:15	PLU	UDI
Seg-Sex	18:40	19:50	UBA	PLU
Seg-Sex	19:30	19:50	PLU	UDI
Seg-Sex	20:05	21:05	UBA	PLU
Domingo	07:50	08:10	UDI	UBA
Domingo	08:25	09:25	UBA	PLU

8.2.1.2. Malha Incluindo Congonhas

Esta malha, representada pela letra **C**, considera que a empresa aérea obteve dois *slots* de pouso e dois de decolagem, de segunda a sexta, no aeroporto de Congonhas (CGH), às 9:00, 17:30, 10:00 e 18:30, respectivamente. Segundo os dados dos anuários de 2008 da ANAC (2010a), há demanda expressiva entre São Paulo e os seguintes

aeroportos: PLU, UBA e UDI e, sendo assim, estes foram adicionados à malha, considerando os horários dos *slots*.

Estes voos, representados na Tabela 8.2, totalizam 12 voos diários adicionais ou 60 voos semanais adicionais, fazendo com que esta malha possua um total de 164 voos. Entretanto, como a operação em CGH é restrita e a empresa poderá fazer apenas 4 voos diários de e para CGH (um para cada *slot*), apenas 20 destes 60 voos semanais adicionais podem ser cumpridos. Assim, somando-se aos 104 voos originais, o número de voos possível na rede é limitado a 124 voos.

Tabela 8.2: Malha potencial da empresa Air Minas incluindo voos para CGH

Dia	Partida	Chegada	Origem	Destino
Seg-Sex	06:40	09:00	PLU	CGH
Seg-Sex	07:50	09:00	UDI	CGH
Seg-Sex	08:00	09:00	UBA	CGH
Seg-Sex	10:00	11:00	CGH	UBA
Seg-Sex	10:00	11:10	CGH	UDI
Seg-Sex	10:00	12:20	CGH	PLU
Seg-Sex	15:10	17:30	PLU	CGH
Seg-Sex	16:20	17:30	UDI	CGH
Seg-Sex	16:30	17:30	UBA	CGH
Seg-Sex	18:30	19:30	CGH	UBA
Seg-Sex	18:30	19:40	CGH	UDI
Seg-Sex	18:30	20:50	CGH	PLU

8.2.1.3. Malha Incluindo Congonhas e Guarulhos

Esta malha, representada pela letra **G**, considera que a empresa aérea obteve, além dos *slots* em CGH, dois *slots* de pouso e dois de decolagem, de segunda a sexta, no aeroporto de Guarulhos (GRU), às 8:50, 17:20, 10:00 e 18:30, respectivamente. Neste caso, o aeroporto GRU foi considerado alternativo ao aeroporto CGH, ou seja, os mesmos voos que ocorrem entre CGH e PLU, UBA e UDI foram acrescentados, substituindo-se CGH por GRU.

Estes voos, representados na Tabela 8.3, totalizam 12 voos diários adicionais ou 60 voos semanais adicionais, fazendo com que esta malha possua um total de 224 voos. Entretanto, da mesma forma que CGH, o aeroporto GRU foi considerado com operação restrita e a empresa só poderá fazer 4 voos diários de e para GRU. Assim, apenas 20 destes 60 voos semanais adicionais podem ser cumpridos, totalizando um máximo de 144 voos possíveis.

Tabela 8.3: Malha potencial da empresa Air Minas incluindo voos para CGH e GRU

Dia	Partida	Chegada	Origem	Destino
Seg-Sex	06:40	08:50	PLU	GRU
Seg-Sex	07:50	08:50	UDI	GRU
Seg-Sex	08:00	08:50	UBA	GRU
Seg-Sex	10:00	10:50	GRU	UBA
Seg-Sex	10:00	11:00	GRU	UDI
Seg-Sex	10:00	12:10	GRU	PLU
Seg-Sex	15:10	17:20	PLU	GRU
Seg-Sex	16:20	17:20	UDI	GRU
Seg-Sex	16:30	17:20	UBA	GRU
Seg-Sex	18:30	19:20	GRU	UBA
Seg-Sex	18:30	19:30	GRU	UDI
Seg-Sex	18:30	20:40	GRU	PLU

8.2.2. Distribuições de Demanda

As demandas associadas às malhas são divididas em mercados. Cada mercado possui origens, destinos, um horário - ou uma faixa horária - e um valor. O tamanho da demanda e o tipo de faixa horária do mercado são definidos, simultaneamente, por dois dígitos - uma letra e um número.

A letra indica o tipo de faixa horária - concentrada em um horário, ao longo de uma faixa estreita de tempo ou ao longo de um período do dia -, e o número especifica o conjunto de valores para as demandas. Exemplos de códigos para especificar as demandas dos mercados são **V1** ou **P3**. Estes tipos de faixa horária são melhor especificados a seguir.

8.2.2.1. Tipos de Faixa Horária

Como especificado anteriormente, os mercados são considerados com três tipos de faixa horária: demanda concentrada no horário de voo, demanda passível de atendimento em uma faixa estreita de tempo e demanda passível de atendimento por todo um período do dia.

Uma instância cujos mercados sejam especificados pela letra **V** tem suas demandas relacionadas ao horário específico de cada voo, isto é, cada demanda de um aeroporto para outro, qualquer que seja seu valor, estará associada à data e hora específica de cada voo potencial. Como um exemplo, a Tabela 8.4 apresenta um mercado com distribuição **V**, que poderá ser atendida somente por um voo que vá de PLU para UBA às 17:30. Um voo que saia de PLU para UBA às 17:31, por exemplo, não poderá atendê-la.

Tabela 8.4: Demanda específica de um horário de voo - Tipo **V**

Mercado	Origem	Destino	Horário	Demanda
1	PLU	UBA	17:30	50

Uma instância cujos mercados sejam especificados pela letra **F** tem cada uma de suas demandas associadas à faixa horária do respectivo voo potencial, estendendo-se por meia hora - de 15 minutos antes do voo a 15 minutos após o voo. Como um exemplo, a demanda do mercado descrito na Tabela 8.5, com distribuição do tipo **F**, poderá ser atendida por qualquer voo de PLU para UBA que parta entre 17:15 e 17:45.

Tabela 8.5: Demanda associada a uma faixa horária - Tipo **F**

Mercado	Origem	Destino	Faixa Horária	Demanda
1	PLU	UBA	17:15 - 17:45	50

Finalmente, uma instância cujos mercados sejam especificados pela letra **P** tem suas demandas associadas a um período do dia - o primeiro das

05:00 às 13:00 e o segundo das 13:00 às 21:00. O comportamento é similar ao do tipo F, mas considera-se uma faixa horária mais extensa. A Tabela 8.6 apresenta um exemplo deste tipo de distribuição de demanda.

Tabela 8.6: Demanda associada a um período - Tipo **P**

Mercado	Origem	Destino	Período	Demanda
1	PLU	UBA	05:00 - 13:00	50

8.2.2.2. Valores das Demandas

Foram adotados 4 tipos diferentes de grupos de valores de demandas, especificados pelos algarismos arábicos de 1 a 4.

O primeiro deles, especificado pelo número **1**, indica uma demanda chamada de "demanda de cobertura" para as aeronaves ATR-42/300, ou seja, a cada voo ou faixa é associada uma demanda exatamente igual 50 passageiros. Este grupo de valores só é usado para mercados do tipo **V** e **F**, e em instâncias em que todas as frotas são de aeronaves da mesma capacidade.

O segundo grupo de valores de demanda, especificado pelo número **2**, indica uma demanda média por voo, calculada com base nos dados fornecidos pelos anuários estatísticos da ANAC (2010a). Este grupo de valores de demanda é usado com as distribuições de demanda do tipo **V** e **F**, já que em ambos existe uma relação direta entre mercado e voos potenciais.

Considerando que os anuários fornecem os valores totais anuais, as demandas médias por voo foram calculadas da seguinte forma: individualmente para cada sentido de voo, dividiu-se a demanda anual entre cada par de aeroportos pelo número de voos anual entre aqueles dois aeroportos. Os dados de entrada e os resultados estão apresentados na

Tabela 8.7. Como os valores de demanda nos voos envolvendo Guarulhos (GRU) são muito baixos, eles não serão considerados nessas instâncias.

Tabela 8.7: Demandas para mercados atrelados a voos (tipo 2)

Origem	Destino	Passageiros por Ano	Voos por Semana	Voos em 52 Semanas	Passageiros por Voo
PLU	UBA	11.637	1	52	224
PLU	UDI	23.048	20	1.040	22
PLU	IPN	25.471	15	780	33
PLU	GVR	26.817	10	520	52
UBA	UDI	8.819	1	52	170*
UBA	PLU	13.645	11	572	24
UDI	PLU	31.998	10	520	62
UDI	UBA	7.867	11	572	14
GVR	PLU	29.803	10	520	57
IPN	PLU	37.545	15	780	48
PLU	CGH	102.445	10	520	197
UBA	CGH	9.669	10	520	19
UDI	CGH	133.820	10	520	257
CGH	PLU	107.211	10	520	206
CGH	UBA	8.124	10	520	16
CGH	UDI	133.574	10	520	257
PLU	GRU	4.845	10	520	9
UBA	GRU	13	10	520	0
UDI	GRU	11.532	10	520	22
GRU	PLU	183	10	520	0
GRU	UBA	434	10	520	1
GRU	UDI	12.920	10	520	25

(*) Valor muito alto devido à forma usada na distribuição.

O terceiro grupo de valores de demanda, especificado pelo número **3**, indica uma demanda média por período do dia, ou seja, apenas para mercados do tipo **P**, sendo que nestas instâncias não são consideradas as demanda em GRU. As demandas foram estimadas através das médias semanais, divididas por 5 dias da semana e, posteriormente, divididas por 2 períodos do dia, conforme apresentado na Tabela 8.8. Nessas instâncias os voos de sábado e domingo são obrigatórios e sem demanda.

O quarto grupo de valores de demanda, especificado pelo número **4**, é calculado exatamente como no grupo 3; porém, as demandas de CGH e GRU são agrupadas em um único mercado, como indicado na Tabela 8.9.

Tabela 8.8: Cálculo de demandas por período de dia útil (tipo 3)

Origem	Destino	Anual	Semanal*	Diária*	Período*
PLU	CGH	102.445	1.970	394	197
PLU	GVR	26.817	516	103	52
PLU	IPN	25.471	490	98	49
PLU	UDI	23.048	443	89	44
PLU	UBA	11.637	224	45	22
CGH	PLU	107.211	2.062	412	206
CGH	UDI	133.574	2.569	514	257
CGH	UBA	8.124	156	31	16
GVR	PLU	29.803	573	115	57
IPN	PLU	37.545	722	144	72
UDI	PLU	31.998	615	123	62
UDI	CGH	133.820	2.573	515	257
UDI	UBA	7.867	151	30	15
UBA	PLU	13.645	262	52	26
UBA	CGH	9.669	186	37	19
UBA	UDI	8.819	170	34	17

(*) Consideradas 52 semanas no ano, 5 dias na semana e 2 períodos diários

Tabela 8.9: Cálculo de demandas por período do dia, mercado unificado CGH/GRU (tipo 4)

Origem	Destino	Anual	Semanal*	Diária*	Período*
PLU	CGH/GRU	107.290	2.063	413	206
PLU	GVR	26.817	516	103	52
PLU	IPN	25.471	490	98	49
PLU	UDI	23.048	443	89	44
PLU	UBA	11.637	224	45	22
CGH/GRU	PLU	107.394	2.065	413	207
CGH/GRU	UDI	146.494	2.817	563	282
CGH/GRU	UBA	8.558	165	33	16
GVR	PLU	29.803	573	115	57
IPN	PLU	37.545	722	144	72
UDI	PLU	31.998	615	123	62
UDI	CGH/GRU	145.352	2.795	559	280
UDI	UBA	7.867	151	30	15
UBA	PLU	13.645	262	52	26
UBA	CGH/GRU	9.682	186	37	19
UBA	UDI	8.819	170	34	17

(*) Consideradas 52 semanas no ano, 5 dias na semana e 2 períodos diários

No caso de instâncias especificadas com o grupo 4, os aeroportos CGH e GRU concorrem pelas demandas disponíveis, já que o mercado é considerado único.

8.2.3. Tipos de Frota

O quarto e quinto dígito do código que representa uma instância definem os tipos de frotas usados e como eles foram considerados na modelagem.

O primeiro dígito deste código é uma letra que identifica o tipo de modelagem usada, isto é, se na modelagem cada frota conterá múltiplas aeronaves de mesmas características, caso em que a instância é identificada pela letra **M**, ou se, na modelagem, cada frota terá uma única aeronave representante, caso em que a instância é identificada pela letra **U**.

Por exemplo, a presença de 3 aeronaves do tipo ATR-42/300 - especificada pelo código AT43 - pode ser representada no modelo de duas formas:

- a) Tipo M: Uma única frota AT43, contendo as três aeronaves;
- b) Tipo U: Três frotas AT43, cada uma contendo uma única aeronave.

Como a modelagem é feita com um arco para cada frota, a vantagem do tipo M é a redução do tamanho do grafo e, por consequência, do modelo matemático. O tipo U, por sua vez, tem a vantagem de permitir que a resposta forneça claramente um caminho diferente para cada aeronave, além de permitir uma avaliação parcial do desempenho computacional para a resolução de casos mais complexos, com múltiplas frotas.

O segundo dígito do código de frota é um número que especifica qual a composição de aeronaves na instância e o tempo de manutenção básica obrigatória após cada voo. As aeronaves disponíveis para as combinações estão especificadas na Tabela 8.10.

Tabela 8.10: Aeronaves consideradas para as composições de frotas

Tipo	Código	Capacidade	Manutenção
ATR-42/300	AT43	50 pax	15 min
Embraer 120	E120	30 pax	15 min
Embraer 170	E170	70 pax	15 min

Estas aeronaves foram selecionadas pela compatibilidade com o porte da empresa considerada, da distância dos voos e das demandas consideradas para cada voo, além de se adequarem ao tempo de manutenção básica de 15 minutos usado na composição da malha original da empresa Air Minas.

Assim, as composições de aeronaves disponíveis em uma instância são as indicadas na Tabela 8.11.

Tabela 8.11: Composições de Aeronaves para as Instâncias

Código	Aeronaves
1	3x AT43
2	4x AT43
3	2x AT43 + E120
4	3x E170
5	2x AT43 + E170
6	2x AT43 + 1x E120 + 1x E170
7	2x AT43 + 2x E120 + 1x E170

Como um exemplo, o código **M7** significa que a instância conta com três frotas: uma frota contendo duas aeronaves ATR-42/300, uma frota contendo duas aeronaves Embraer 120 e uma última frota contendo uma aeronave Embraer 170. O código **U7**, por sua vez, indica que a instância conta com cinco frotas: duas frotas ATR-42/300 com uma aeronave em cada, duas frotas Embraer 120 com uma aeronave em cada e uma frota Embraer 170 com uma única aeronave. Do ponto de vista do resultado de programação de voos e alocação de frotas, ambas são equivalentes, ainda que o modelo para resolver U7 seja significativamente maior.

8.2.4. Coeficientes da Função Objetivo

O último dígito do código de instância é uma letra que indica o grupo de coeficientes utilizados na definição do modelo matemático para resolver a instância. Os coeficientes modificados são:

- a. Os coeficientes de equilíbrio de custo de assento vazio e passageiros perdidos, α e β ;
- b. o coeficiente de custo de voos que não estavam incluídos na malha potencial, γ , que serve, dentre outras coisas, para privilegiar os voos propostos;
- c. o coeficiente de custo de assentos em aeronaves específicas, θ , que serve, por exemplo, para definir um custo adicional de uso para aeronaves de frotas que representem aeronaves extras.

A Tabela 8.14 apresenta os valores deste dígito de grupo de coeficientes e o significado que ele possui, ou seja, os valores dos coeficientes em cada caso.

Tabela 8.14: Grupos de configurações de coeficientes

Código	α	β	γ^*	θ
A	1	1	1	1
B	3	1	1	1
C	3	2	1	1
D	3	2	1,1	1
E	1	1	1	1,15**

(*) Aplicado aos voos que não estão na lista de voos potenciais.

(**) Aplicado aos arcos que fazem parte de frotas diferentes do AT43; a única exceção ocorre nas instâncias com frota do tipo U2, quando uma das aeronaves AT43, considerada adicional, recebe a aplicação desse coeficiente. Para as outras aeronaves, vale 1.

As instâncias com configuração de coeficientes do tipo A, em geral, visam à verificação de uma atribuição de frota simples, com ocupação mínima de 50%, com ou sem a consideração de tempos diferentes para os

voos, enquanto as instâncias do tipo B buscam uma alocação com ocupação mínima de 75%.

As instâncias de configuração dos tipos C e D, por sua vez, visam a alocações de frota com ocupação mínima de 60% e, no caso do tipo D, privilegiam o uso dos voos potenciais propostos, com um incremento 10% no custo dos arcos de voo adicionados à rede. Finalmente, as instâncias com coeficientes do tipo E avaliam um custo adicional de 15% para aeronaves extras - um possível custo de um *leasing* ou aluguel, por exemplo.

8.2.5. Tempos de Voo

Uma vez que para o modelo desenvolvido é tomado como premissa que os voos sejam de curta distância e os tempos de voo sejam similares para todas as diferentes frotas, não há uma letra no código de instância para especificar os tempos de voo.

Assim, os tempos de voo apresentados na Tabela 8.12 são considerados para todas as instâncias de aplicação, assumindo-se que os tempos de ida e volta são os mesmos, embora esta não seja uma limitação do modelo, que permite a consideração de tempos diferentes de voo na ida e na volta.

A maior parte destes tempos foi obtida a partir dos voos anunciados pela companhia aérea; os tempos de voos para Congonhas (CGH), entretanto, foram estimados com base na distância linear e os voos para Guarulhos (GRU) foram arbitrados como 10 minutos mais curtos que aqueles que envolvem CGH, em uma proposição que Guarulhos seja um aeroporto menos sobrecarregado.

Tabela 8.12: Tempos de voo base

Aeroporto 1	Aeroporto 2	Duração (min)
CGH	UDI	70*
CGH	UBA	60*
GRU	UDI	60*
GRU	UBA	50*
PLU	CGH	140*
PLU	GRU	130
PLU	GVR	40
PLU	IPN	25
PLU	UDI	70
PLU	UBA	60
UBA	UDI	20

(*) Valores estimados.

8.3. Instâncias Adotadas

Ainda que uma enorme quantidade de combinações seja possível com as características definidas, um conjunto de instâncias mais específicas foi definido para as aplicações. Algumas delas foram definidas especificamente para o primeiro modelo matemático, sem realocação de demanda, e outras foram definidas para o segundo modelo, com realocação de demanda, e para a aplicação das heurísticas. Todas elas correspondem a uma alocação para uma semana completa (7 dias), com três níveis de expansão de arcos de reposicionamento, permitindo reposicionamento entre aeroportos sem voos diretos, através de um aeroporto intermediário.

8.3.1. Instâncias para Modelo Sem Realocação de Demanda

As instâncias definidas para o modelo sem realocação de demanda foram criadas com o propósito de verificar o comportamento do modelo e, em especial, do tipo de função objetivo proposta. As instâncias e seu objetivo principal estão relacionados a seguir. Elas não possuem o último dígito do código, já que ele não faz sentido neste modelo.

OV1U1 - Malha original, demandas de 50 passageiros atreladas a cada voo potencial, com três frotas com uma AT43 em cada. O objetivo desta instância é validar o modelo, no sentido que ele seja capaz de proporcionar a cobertura completa da malha da empresa.

OV2U1 - Malha original, demandas médias por voo atreladas a cada voo potencial, com três frotas com uma AT43 em cada. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância OV1U1, verificar se uma demanda mais realista justifica todos os voos realizados pela empresa.

OV2U3 - Malha original, demandas médias por voo atreladas a cada voo potencial, com duas frotas com uma AT43 em cada e uma frota com uma E120. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância OV2U1, verificar se houve uma melhor cobertura de voos com o uso de uma aeronave menor que a AT43.

CV2U1 - Malha com a adição de CGH, demandas médias por voo atreladas a cada voo potencial, com três frotas com uma AT43 em cada. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância OV2U1, avaliar o impacto na malha com relação à adição de voos para CGH, além de verificar quais deles devem ser executados.

CV2U5 - Malha com a adição de CGH, demandas médias por voo atreladas a cada voo potencial, com duas frotas com uma AT43 em cada e uma frota com uma E170. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CV2U1, avaliar o ganho ao se substituir uma AT43 por uma E170.

CV2U6 - Malha com a adição de CGH, demandas médias por voo atreladas a cada voo potencial, com duas frotas com uma AT43 em cada, uma frota com uma E170 e outra com uma E120. O objetivo desta instância

é, em comparação com a instância CV2U5, avaliar o ganho ao se adicionar uma E120 ao conjunto de aeronaves.

CV2U7 - Malha com a adição de CGH, demandas médias por voo atreladas a cada voo potencial, com duas frotas com uma AT43 em cada, uma frota com uma E170 e duas frotas com uma E120 em cada. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CV2U6, avaliar o ganho ao se adicionar uma segunda E120 ao conjunto de aeronaves.

8.3.2. Instâncias para Modelo Com Realocação de Demanda e Heurísticas

As instâncias definidas para o modelo com realocação de demanda e heurísticas foram criadas com o propósito avaliar o comportamento e a flexibilidade da função objetivo proposta, bem como a adequabilidade das restrições do modelo. Adicionalmente, tais instâncias servirão como base para a avaliação das heurísticas, cujos resultados serão comparados aos da solução por técnicas de programação linear.

OF1U1A - Malha original, demandas de 50 passageiros na faixa horária de cada voo potencial, com três frotas com uma AT43 em cada, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é validar o modelo no sentido que ele seja capaz de proporcionar a cobertura completa da malha da empresa.

OF1U4A - Malha original, demandas de 50 passageiros na faixa horária de cada voo potencial, com três frotas com uma E170 em cada, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é verificar as perdas, em comparação à instância OF1U1A, quando são utilizadas 3 aeronaves E170 ao invés de 3 aeronaves AT43.

OF1U4B - Malha original, demandas de 50 passageiros na faixa horária de cada voo potencial, com três frotas com uma E170 em cada, com $\alpha=3$ e $\beta=1$ (ocupação de 75%). O objetivo desta instância é verificar o comportamento dos coeficientes α e β , quando a ocupação mínima não pode ser atingida.

CF1U1A - Malha com adição de Congonhas, demandas de 50 passageiros na faixa horária de cada voo potencial, com três frotas com uma AT43 em cada, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância OF1U1A, avaliar quais seriam os voos a serem executados, com a adição de CGH, caso todos eles tivessem demandas suficientes para voo; em outras palavras, deseja-se verificar quais voos da malha atual deixariam de ser executados pela simples inclusão de CGH, sem considerar a demanda específica de cada voo.

CF2U1A - Malha com adição de CGH, demandas médias na faixa horária de cada voo potencial, com três frotas com uma AT43 em cada, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CF1U1A, avaliar quais as mudanças nos voos em condições de demanda mais realista.

CF2U7A - Malha com adição de CGH, demandas médias na faixa horária de cada voo potencial, com duas frotas com uma AT43 em cada, uma frota com uma aeronave E170 e duas frotas com uma E120 em cada, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CF2U1A, avaliar os ganhos da troca de uma AT43, simultaneamente, por duas E120 e uma E170.

CF2M7A - Malha com adição de CGH, demandas médias na faixa horária de cada voo potencial, com uma frota AT43 com duas aeronaves,

uma frota E170 com uma aeronave e uma frota com duas aeronaves E120, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CF2U7A, avaliar a diferença de desempenho computacional do modelo com o agrupamento de aeronaves iguais em uma única frota.

CP3M1A - Malha com adição de CGH, demandas médias por período do dia, com uma frota AT43 com três aeronaves, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com as instâncias CF1U1A e CF2U1A, avaliar a diferença dos voos realizados com a demanda por período com relação àqueles cuja execução é possível quando não há restrições de demanda.

CP3M5A - Malha com adição de CGH, demandas médias por período do dia, com uma frota AT43 duas aeronaves e uma frota E170 com uma aeronave, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CP3M1A, avaliar o benefício de substituir uma AT43 por uma E170, considerando a demanda por período.

CP3M5E - Malha com adição de CGH, demandas médias por período do dia, com uma frota AT43 duas aeronaves e uma frota E170 com uma aeronave, com custo adicional de 15% para os voos com a aeronave E170. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CP3M1A, verificar o impacto na malha se, por ocasião da troca, o voo da E170 custar 15% a mais que o voo da AT43.

CP3M7A - Malha com adição de CGH, demandas médias por período do dia, com uma frota AT43 com duas aeronaves, uma frota E170 com uma aeronave e uma frota E120 com duas aeronaves, sem modificações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CP3M5A, avaliar o benefício de substituir uma AT43, simultaneamente, por uma E170 e duas E120, considerando a demanda por período.

CP3M7C - Malha com adição de CGH, demandas médias por período do dia, com uma frota AT43 com duas aeronaves, uma frota E170 com uma aeronave e uma frota E120 com duas aeronaves, com coeficientes $\alpha=3$ e $\beta=2$. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CP3M7A, avaliar a alteração na taxa de ocupação.

CP3M7D - Malha com adição de CGH, demandas médias por período do dia, com uma frota AT43 com duas aeronaves, uma frota E170 com uma aeronave e uma frota E120 com duas aeronaves, com coeficientes $\alpha=3$ e $\beta=2$ e custo adicional de 10% para os voos adicionados à malha. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CP3M7C, verificar o impacto na malha ao se estimular o uso dos voos potenciais propostos, ao invés de deixar tal escolha livre para o modelo.

GP4M7IA - Malha com adição de CGH e GRU, demandas médias por período do dia combinando demandas de CGH e GRU, com uma frota AT43 com duas aeronaves, uma frota E170 com uma aeronave e uma frota E120 com duas aeronaves, sem alterações nos coeficientes. O objetivo desta instância é, em comparação com a instância CP3M7A, avaliar o impacto da alternativa de voar para GRU ao invés de voar para CGH.

8.3.3. Instâncias para Calibragem de Parâmetros da Heurística

Vários dos parâmetros da heurística precisam ser calibrados com problemas diferentes. As instâncias usadas para calibragem destes parâmetros neste trabalho são descritas a seguir.

8.3.3.1. Calibragem do Feromônio Inicial

A calibragem das proporções de depósito de feromônio inicial para cada tipo de arco da rede tem a finalidade de avaliar a melhor proporção em um amplo espectro de configurações de parâmetros - em especial α , β e evaporação. Como o número de combinações de parâmetros é bastante grande, foram adotadas duas instâncias bastante diferentes, porém de tempos de execução relativamente curto.

A primeira destas instâncias é a CF1U1A, que é uma malha mais simples, porém com a complexidade de que a grande maioria dos voos é igualmente interessante, do ponto de vista de taxa de ocupação. A segunda é a GP4M7A, que é uma instância maior e com complexidades distintas da CF1U1A, relacionadas à competição de demanda entre os aeroportos CGH e GRU.

8.3.3.2. Definição de Processos de Heurística

A definição de processos da heurística é a etapa em que se define, dentre outras coisas, a melhor formulação para a informação heurística usada na probabilidade de escolha de caminhos por parte da formiga, para a função que determina a quantidade de depósito de feromônios por iteração, para a estratégia de depósito - se com reforço ou não, além da determinação da eficiência do uso de um método de melhoria local.

Adotou-se a estratégia de um número menor de execuções para verificar a validade de determinadas implementações e, por essa razão, optou-se pelo uso de duas instâncias bastante diferentes, sendo uma delas a mais complexa de todas as avaliadas neste trabalho. A primeira delas é a mesma CF1U1A usada na calibragem do depósito inicial de feromônios. A segunda é a GP4M7A, que envolve decisões mais complexas, com a

disputa de demanda de mercado entre dois aeroportos. Em alguns casos é usada também a instância de cobertura da malha original, OF1U1A.

8.3.3.3. Calibragem Final dos Modelos

A calibragem final do modelo é aquela usada para definir os parâmetros α , β , γ , evaporação e se há ou não uso de depósito proporcional de feromônio, descrita na seção 7.6. Foram adotadas as mesmas duas instâncias da Calibragem de Feromônio Inicial, CF1U1A e GP4M7A, pelas mesmas razões já descritas na seção 8.3.3.1.

8.4. Formatação de Dados de Entrada

As instâncias de teste apresentadas neste capítulo devem ser descritas em um formato específico, para que possam ser lidas pelo sistema desenvolvido e, posteriormente, transformadas no grafo que serve de base tanto para a geração dos modelos matemáticos quanto para a solução do problema por meio de heurísticas.

Todos os dados de entrada são fornecidos através de arquivos texto, que devem conter todas as informações necessárias de maneira tabular. Esses arquivos e seus conteúdos são descritos a seguir.

- Arquivo de Voos Potenciais Propostos: este arquivo deve conter a tabela de todos voos potenciais propostos, indicando origem, destino, horário do voo e, ainda, se cada voo é obrigatório ou opcional.
- Arquivo de Demandas: indica todos os mercados, especificados pelas origens, destinos, faixa horária e demanda.
- Arquivo de Tempos de Voo: este arquivo deve indicar os tempos de voo para os pares de aeroportos entre os quais é possível voar,

ainda que nem todos existam no arquivo de voos potenciais. A ausência do tempo de voo entre duas cidades indica que não é possível o reposicionamento entre estas cidades.

- Arquivo de Frotas: este arquivo deve indicar as características das frotas e aeronaves disponíveis. As informações devem incluir, para cada frota, o código e a capacidade das aeronaves, o número de aeronaves, o tempo de manutenção básica após voo, bem como o valor do coeficientes de voo θ .
- Arquivo de Aeroportos: este arquivo deve indicar os aeroportos cuja operação é restrita. Convém ressaltar que é fundamental a presença, no arquivo de voos potenciais, de indicações de voos de partida e de chegada envolvendo estes aeroportos restritos, sejam obrigatórios ou opcionais, para demarcar os slots disponíveis.
- Arquivo de Parâmetros: este arquivo deve indicar os valores dos parâmetros α , β e γ usados, sendo que g pode ser especificado separadamente para os voos propostos no arquivo de voos potenciais e para os voos criados posteriormente, durante a construção do grafo.

8.5. Construção da Rede

Os dados fornecidos nos arquivos de entrada, que descrevem o problema a ser resolvido, são processados para que uma rede seja construída. Essa rede é usada para gerar o modelo matemático e também como base para o funcionamento da heurística. Uma vez que não existe uma única forma de construir uma rede a partir dos dados brutos apresentados, uma descrição do procedimento de criação desta se faz necessária, de maneira que cada instância descrita anteriormente fique completamente especificada.

8.5.1. Voo Potenciais Propostos

Inicialmente, com base no arquivo de demandas, são criados conjuntos que representam os mercados, especificando a demanda para um par origem-destino em uma determinada faixa horária. Em seguida, com base no arquivo de voos potenciais, são criados conjuntos que representam cada voo, especificando origem, destino e horário de partida. Todo voo que puder atender a um mercado será associado a esse mercado.

O próximo passo é a criação de uma rede completa para cada frota, que se inicia com a criação dos nós e arcos que representam cada um dos voos potenciais propostos. Os arcos criados nesse instante podem ser de dois tipos: arcos associados a voos com mercado e arcos associados a voos sem mercado. Os arcos associados a voos com mercado serão considerados "voos com demanda" e os arcos associados a voos sem demanda são considerados "voos de reposicionamento". Essa distinção é usada, posteriormente, para garantir que apenas uma aeronave de uma única frota cumpra um voo com demanda.

A rede é construída em várias etapas, denominadas níveis de expansão. Os arcos de voo criados nesse primeiro instante, representando os voos propostos pelo programador, são denominados arcos e nós de nível 0. Para representar cada arco de nível 0, são criados nós de nível 0: esses primeiros arcos sempre se iniciam em um nó de decolagem de nível 0 e terminam em um nó de pouso de nível 0. Para cada nó de pouso de nível 0 é criado um arco de manutenção básica, que se inicia no nó de pouso de nível 0 e termina em um novo nó de decolagem, já identificado como de nível 1, por não fazer parte dos horários de pouso e decolagem estabelecidos na programação sugerida. Nos aeroportos restritos, os nós de nível 0 definem os *slots* desses aeroportos.

8.5.2. Voos Alternativos e de Reposicionamento

A base da rede, constituída dos voos potenciais propostos e seus respectivos períodos de manutenção, é expandida com voos alternativos e de reposicionamento, ampliando as possibilidades de combinações de voos e permitindo o reposicionamento de aeronaves. Para cada nó de decolagem de nível 0 são criados arcos de voo para todos os outros aeroportos. Da mesma forma, para cada nó de pouso de nível 0, são criados arcos originados em todos os outros aeroportos, respeitando-se as restrições de operação dos aeroportos.

A expansão dos nós de nível 0 - ou seja, a criação de arcos partindo de nós de nível 0 - leva a arcos que podem ser chamados de arcos de voo alternativo, pois ocorrem paralelamente aos voos potenciais. Por exemplo: se existe um voo que sai de Congonhas (CGH) às 9:00, com chegada às 10:00 em Santos Dumont (SDU) e, na lista de voos possíveis, estiver designado que pode haver voos entre CGH e Pampulha (PLU), será criado um voo adicional que parte de CGH às 9:00 e vai para PLU.

Da mesma forma, se houver a possibilidade de voo adicional de PLU para SDU, ele será criado, de maneira que o voo chegue a SDU às 10:00. Como consequência da aplicação do procedimento de expansão a todos os nós de nível 0, será criado também um voo adicional que sai de SDU e chega em PLU, que não compartilha nenhum horário com qualquer voo potencial. Esse processo é apresentado na Figura 8.2.

Uma segunda expansão, a partir dos nós de nível 1, é realizada para criar voos de reposicionamento de nível 1. Essa expansão pode ser dividida em duas etapas, com o mesmo procedimento apresentado na primeira expansão, mas o significado dos arcos é ligeiramente distinto.

Figura 8.2 - (A) Arco de voo programado de CGH para SDU; (B) Arcos de voo alternativo criados entre CGH e PLU; e (C) entre PLU e SDU e entre SDU e PLU.

Na primeira etapa são criados arcos que partem dos nós de decolagem de nível 1, sendo nós de "reposicionamento mais cedo" com relação aos voos de nível 0. Na segunda etapa os recém-criados nós de pouso de nível 1 são expandidos para trás, criando arcos de "reposicionamento mais tarde" com relação aos voos criados na primeira etapa. O procedimento é apresentado mais claramente na Figura 8.3.

Seguindo-se este mesmo procedimento, pode-se expandir a rede quantas vezes se desejar; se os voos forem possíveis entre todos os aeroportos, entretanto, expansões adicionais serão desnecessárias do ponto de vista de reposicionamento, sendo o segundo nível suficiente para garantir todos os movimentos necessários. Caso haja pares de aeroportos cujo voo direto seja impossível (pela grande distância entre os aeroportos ou por questões mercadológicas), podem ser necessárias outras expansões, para garantir que existam arcos de reposicionamento que deem acesso a todos os voos potenciais propostos. Por exemplo: se não for possível reposicionar de São Paulo para Manaus diretamente, esse

reposicionamento pode ocorrer por um aeroporto intermediário, por exemplo, em Brasília.

Figura 8.3 - (A) Arco de voo sem voos de reposicionamento;
(B) Arco de voo com arcos de reposicionamento "mais cedo";
(C) Arco de voo com arcos de reposicionamento "mais tarde".

Como as instâncias de teste possuem diversos reposicionamentos impedidos (por exemplo, entre IPN e GVR ou entre IPN e CGH), todas as instâncias deste trabalho foram geradas com três níveis de arcos de reposicionamento. Além de garantir a possibilidade de reposicionamento entre todos os aeroportos, esta estratégia acrescenta um grande número de voos que, nas instâncias com demanda distribuída por faixas horárias, podem ser usados para captar demanda adicional, possibilitando programações de voos ainda mais eficientes.

Um comentário final é relevante sobre a expansão da rede: os aeroportos restritos são tratados de maneira especial durante todo o processo de expansão; nenhum novo nó de pouso ou decolagem é criado, já que até mesmo os voos de reposicionamento devem respeitar os *slots*.

8.5.3. Espera em Solo

Uma vez que todos os arcos de voo e seus respectivos arcos de manutenção estejam criados, a rede é finalizada com os arcos de solo, que representam os períodos em que as aeronaves aguardam em solo em condições de decolar. Estes arcos são criados interligando, em ordem crescente de horário, todos os nós de um mesmo aeroporto. Finalmente, é criado um arco de solo especial, denominado arco de ciclo, que interliga o último nó ao primeiro nó de um aeroporto, fechando a rede de maneira que, após o último voo, as aeronaves estejam posicionadas no local de origem, para que possam executar seu primeiro voo no próximo período da programação.

8.6. Conclusões do Capítulo

Este capítulo apresentou de forma detalhada todas as variações das instâncias de teste adotadas neste trabalho, além de apresentar o procedimento detalhado de construção da rede básica para a geração dos modelos matemáticos e para o processamento das heurísticas.

Nos próximos capítulos essas instâncias serão solucionadas por meio dos diferentes modelos, com as respectivas avaliações dos resultados.

Capítulo 9 - Um Modelo Integrado para Programação de Voos e Alocação de Frotas Sem Realocação de Demanda

9.1. Introdução

Um modelo que tenha como objetivo a melhor relação entre oferta de assentos em voo e sua respectiva demanda deve buscar a melhor cobertura da demanda dos voos como um todo, alocando as maiores aeronaves para os voos com maior demanda e as menores para a menor demanda; o princípio é o de que quanto mais cheias as aeronaves voarem, maiores serão os lucros.

Uma abordagem possível é tratar a demanda de cada voo fixa, como é feito em grande parte dos modelos de Alocação de Frotas apresentados na literatura, permitindo que o modelo proposto escolha os voos mais interessantes de acordo com os critérios gerais já apresentados. Esta abordagem torna mais simples a verificação do comportamento do uso do momento de transporte na função objetivo.

Para essa modelagem, algumas considerações específicas são necessárias, sendo apresentadas e discutidas a seguir.

9.2. Considerações Específicas

Para avaliar o comportamento de uma função objetivo baseada no momento de transporte, algumas considerações adicionais foram feitas. É importante frisar, entretanto, que tais restrições, apresentadas a seguir, não modificam a essência do problema, que permanece um problema de Programação de Voos integrada à Alocação de Frotas:

- Demanda: considerada fixa por voo, sem redistribuição entre voos.
- Voos opcionais: este modelo, simplificadaamente, não considera a existência de voos obrigatórios.
- Custos dos Voos: associados ao momento de transporte perdido, seja por conta de passageiros que não foram transportados, seja por assentos vazios em voos. Para facilitar a verificação da validade dos resultados, será considerada uma ocupação média mínima de 50%, ou seja, que passageiros não transportados e assentos vazios devem ser minimizados na mesma proporção. Em outras palavras, neste modelo, um passageiro não atendido tem, proporcionalmente, o mesmo custo de um assento ocioso.

9.3. O Modelo

O modelo desenvolvido para atender aos requisitos especificados é um modelo de minimização de custo de circulação em rede, tendo como base um grafo direcionado. Tal modelo foi baseado no Modelo de Rede Espaço-Tempo, e tem como principal objetivo definir o tipo de aeronave que será utilizado em cada voo (BERGE, HOPPERSTAD, 1993¹ *apud* KLABJAN, 2004), buscando a minimização das perdas totais - assentos vazios e demanda não atendida. Para tanto, será adotada uma função objetivo do tipo proposto no Capítulo 6, baseada no conceito de proporcionalidade entre custos de um voo e seu respectivo momento de transporte (SWAN; ADLER, 2006).

No modelo clássico, apresentado na seção 3.2.4, os nós são definidos por uma tríade: frota, instante de tempo e aeroporto. Neste modelo, entretanto, há dois tipos de nós: nós de pouso e nós de

¹ BERGE, M; HOPPERSTAD, C. Demand driven dispatch: a method for dynamic aircraft capacity assignment, models and algorithms. Operations Research, n.41, p.153-168, 1993.

espera/decolagem. Esta diferenciação existe para permitir a consideração explícita dos *slots* e arcos de manutenção básica no modelo.

Interligando os pares de nós, existem arcos que podem ser de quatro tipos: os três dos modelos tradicionais e um quarto que representa o tempo de manutenção básica mínima após o voo, ou seja:

- a. Arcos de Voo, que interligam um nó de decolagem em um aeroporto a um nó de pouso em outro aeroporto, representando um voo que pode ser um arco de voo potencial (com demanda) ou de reposicionamento (sem demanda).
- b. Arcos de Manutenção Básica, que interligam um nó de pouso de um aeroporto a um nó de espera/decolagem neste mesmo aeroporto, indicando o tempo de manutenção mínima a considerar após cada arco de voo.
- c. Arcos de Espera em Solo, que interligam um nó de espera/decolagem de um aeroporto a outro nó de espera/decolagem no mesmo aeroporto, indicando o tempo que a aeronave permanece esperando em solo, com disponibilidade para voar.
- d. Arcos de Ciclo, que interligam o último nó de um aeroporto com o primeiro nó deste mesmo aeroporto, permitindo uma solução periódica (usualmente períodos diários ou semanais).

Além da maior flexibilidade que traz ao modelo, a diferenciação entre nós de pouso e espera/decolagem e entre os arcos de voo e seus respectivos arcos de manutenção básica é interessante, porque permite a consideração de *slots* de horário fixo - como adotados nos aeroportos nacionais, em que há um horário pré-definido para cada empresa realizar os pousos e as decolagens. Como os *slots* de pouso possuem um horário específico para o pouso, caso fosse considerado o tempo de manutenção como parte do tempo de voo - conforme a abordagem tradicional -, o horário

de chegada de um arco de voo não seria equivalente ao do nó que representa o *slot* de chegada, com uma representação temporal incoerente: o horário final do arco de voo seria diferente do horário do nó no qual ele termina. Ainda que tal incoerência pudesse ser aceita, ela tornaria mais complexa a definição das restrições que dependem do tempo, como a que limita o número de aeronaves utilizadas por frota.

A adoção de arcos de manutenção independentes dos arcos de voo aumenta a dimensão da rede, mas permite a correção dessa incoerência, além de permitir tempos de manutenção básica diferenciados para frotas diferentes e considerações dos custos desta manutenção básica na função objetivo, ainda que estas características não sejam exploradas neste instante.

A Figura 9.1 apresenta parte da rede usada no modelo, em um aeroporto com quatro voos chegando e quatro saindo, para uma aeronave.

Figura 9.1 - Representação em Rede Espaço-Tempo Adotada

O fluxo nos arcos desta rede significa a quantidade de aeronaves que passam por tais arcos, sendo um valor binário para cada arco de voo com

demanda associada e um valor inteiro não negativo em cada um dos demais arcos.

A estrutura básica do modelo é composta por uma função objetivo, que visa à minimização do momento de transporte perdido, e cinco grupos de restrições básicas, construídas em torno de duas variáveis de decisão. Para a descrição do modelo são considerados as seguintes variáveis, conjuntos e parâmetros:

Variáveis:

x_{ij}^f : indica o número de aeronaves da frota f que fluem por cada um dos arcos $(i,j) \in L$.

y_{ij} : vale 1 quando o voo (i,j) não é atendido e 0 caso contrário.

Conjuntos:

F : conjunto de frotas disponível para alocação, indexadas por f .

N_f : conjunto dos nós que são atendidos por uma aeronave da frota $f \in F$. Cada nó representa um horário em um aeroporto para uma frota específica.

Nrd : conjunto dos nós cuja operação de decolagem é limitada (*slots*).

Nra : conjunto dos nós cuja operação de aterrissagem é limitada (*slots*).

L : conjunto dos arcos que unem os nós da rede, cada um deles sendo representado por um par de nós (i,j) .

L_v : subconjunto de L , contendo apenas os arcos que representam movimentos de voo.

L_{vd} : subconjunto de L_v , contendo apenas os arcos que representam movimentos de voo com demanda.

L_t : subconjunto de L quem contém todos os arcos da rede que incluem o instante t .

A_f : número de aeronaves disponível na frota $f \in F$.

Parâmetros:

D_{ij} : demanda do arco (i,j) .

T_{ij} : tempo do voo representado pelo arco (i,j) .

C^f : capacidade, em passageiros de cada aeronave da frota f .

A partir dessas definições, descreve-se o modelo:

$$[\min] \sum_{f \in F} \sum_{(i,j) \in Lv} (D_{ij} - C^f)^2 \cdot T_{ij} \cdot x_{ij}^f + \sum_{(i,j) \in Lvd} D_{ij}^2 \cdot T_{ij} \cdot y_{ij} \quad (9.1)$$

$$\sum_{f \in F} x_{ij}^f + y_{ij} = 1 \quad \forall (i,j) \in Lvd \quad (9.2)$$

$$\sum_{o|(o,k) \in L} x_{ok}^f - \sum_{d|(k,d) \in L} x_{kd}^f = 0 \quad \forall k \in N_f, \forall f \in F \quad (9.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in Lt} x_{ij}^f \leq A_f \quad \forall f \in F \quad (9.4)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{d|(i,d) \in Lv} x_{id}^f \leq 1 \quad \forall i \in Nrd \quad (9.5)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{o|(o,j) \in Lv} x_{oj}^f \leq 1 \quad \forall j \in Nra \quad (9.6)$$

Variáveis Binárias:

$$x_{ij}^f \in \{0, 1\} \text{ para } \forall (i,j) \in Lvd \quad (9.7)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \text{ para } \forall (i,j) \in Lvd \quad (9.8)$$

Variáveis Inteiras:

$$x_{ij}^f \geq 0 \text{ para } \forall (i,j) \in L \setminus Lvd \quad (9.9)$$

A função objetivo, representada na Eq. 9.1, minimiza a soma dos momentos de transporte não aproveitados pelo transporte de assentos vazios e pelo não atendimento completo da demanda, com uma estrutura similar à já apresentada nas Eqs. 6.2 e 6.3. O primeiro termo da Eq. 9.1 representa o momento de transporte não aproveitado, devido aos assentos vazios ou à demanda não atendida. O segundo termo representa o

momento de transporte que não ocorreu devido ao não atendimento da demanda em voos não realizados.

Note-se que os termos que representam assentos vazios e passageiros perdidos são quadráticos, evitando que o primeiro termo tivesse sinal negativo quando algum voo fosse executado com uma frota de capacidade superior à demanda. Apenas inverter os sinais não resolveria este problema, porque a demanda também pode ser maior que a capacidade, repetindo o problema: a demanda perdida deve penalizar a função objetivo, ao invés de bonificá-la.

O primeiro conjunto de restrições, representado na Eq. 9.2, garante a cobertura dos voos, indicando que cada voo pode ser alocado a uma e apenas a uma aeronave, considerando todas as frotas. Como x_{ij}^f representa o fluxo de aeronaves da frota f no arco (i,j) , o primeiro termo da Eq. 9.2 representa o número de aeronaves que atendem a um determinado voo - no caso, uma ou nenhuma aeronave. O segundo termo da Eq. 9.2, y_{ij} é a variável de controle, que terá seu valor definido como 1 se e somente se o primeiro termo tiver valor zero, isto é, se este voo (i,j) não for atendido por nenhuma aeronave. Quando $y_{ij} = 1$, a demanda deste voo será considerada totalmente perdida, gerando penalidade na função objetivo conforme o segundo termo da Eq. 9.1.

O segundo conjunto de restrições, representado na Eq. 9.3, garante a continuidade dos equipamentos, por meio do equilíbrio nos nós, isto é, o número de aeronaves que chegam em um dado nó deve ser exatamente igual ao número de aeronaves que partem daquele nó, para todos os nós da rede. O primeiro termo da Eq. 9.3 indica o número de aeronaves da frota f que chegam ao nó k e o segundo termo indica o número de aeronaves desta mesma frota que deixam o nó k . Note-se que não há distinção entre os nós da rede, sendo tais restrições válidas inclusive para os nós inicial e final, visto que não há fontes e sorvedouros de aeronaves.

O terceiro conjunto de restrições, representado na Eq. 9.4, garante o respeito à disponibilidade de aeronaves, isto é, que o número de aeronaves utilizadas de uma frota não supera o número de aeronaves disponíveis naquela frota. Considerando que a rede é cíclica e fechada, o número de aeronaves de uma frota é constante em qualquer instante t , uma vez que elas não surgem nem desaparecem em nenhum nó ou arco. Assim, é suficiente garantir que o número de aeronaves máximo de cada frota seja respeitado em um único instante t .

Assim como no modelo clássico da seção 3.2.4, considera-se que um arco "inclui o instante t " quando o instante representado pelo nó de origem deste arco for menor ou igual a t e o instante representado pelo nó de destino deste arco for maior que t . O valor de t para as restrições da Eq. 9.4 deve ser definido para um horário válido de acordo com o problema, isto é, dentro do período de programação voos. Por exemplo: se os horários de voo variam das 9:00 do dia 1, às 23:00 do dia 7, qualquer horário entre estes dois é considerado um horário válido para o instante t .

O quarto grupo de restrições, representado na Eq. 9.5, garante o respeito à capacidade de decolagens, isto é, o respeito às limitações de decolagens em aeroportos de operação restrita. Esse efeito é obtido limitando a 1 o fluxo de aeronaves em todos os arcos de voo que partem de um nó cujas decolagens são restritas, permitindo que apenas uma aeronave passe pelo nó que representa o s/ot .

O quinto grupo de restrições, representado na Eq. 9.6, é análogo ao quarto, garantindo o respeito à capacidade de pousos, isto é, o respeito às limitações de pousos em aeroportos de operação restrita.

As variáveis x_{ij}^f e y_{ij} são binárias para os voos com demanda, conforme representado pelas Eqs. 9.7 e 9.8. As variáveis x_{ij}^f são inteiras e não negativas quando representam os demais arcos da rede, conforme indicado pela Eq. 9.9.

9.4. Implementação e Testes

Conforme proposto na metodologia, um software em Java foi desenvolvido, implementando a transformação dos dados dos arquivos de entrada em uma rede. Tal software usa a rede construída como base para a criação de um arquivo no formato "LP", aceito pela maioria dos pacotes computacionais de programação linear.

Antes da aplicação aos casos reais, foram feitos testes com a finalidade específica de verificar o comportamento do modelo em situações críticas, buscando uma validação inicial de seu funcionamento. Os principais testes realizados foram:

- Verificação da escolha das aeronaves corretas: estes testes tiveram o objetivo de verificar se o modelo proposto era capaz de escolher a aeronave correta para cumprir os voos, em situações em que a demanda pode ser totalmente atendida e em outras em que esta não pode ser plenamente atendida.
- Escolha de voos de reposicionamento: estes testes tiveram o objetivo de verificar a correta escolha de voos de reposicionamento em situações em que eles eram necessários para produzir a programação de voos mais eficiente, nos termos propostos pelo modelo. Foram testadas instâncias que envolviam situações de conflito de horários de voos com demanda e voos de reposicionamento, e situações sem este tipo de conflito.

- Reposicionamento com slots: o objetivo destes testes foi avaliar a correta criação e uso de voos de reposicionamento em aeroportos de operação restrita, tanto para *slots* de pouso quanto para *slots* de decolagem.
- Situações Hipotéticas: o objetivo destes testes foi verificar o comportamento do modelo diante de situações atípicas, como a existência de dois *slots* de decolagem, mas apenas um de *pouso* em um aeroporto de operação restrita.

O modelo apresentou os resultados esperados em todos os testes, cujos detalhes e resultados podem ser verificados no Apêndice C.

9.5. Aplicação à Malha de Uma Empresa Aérea Atuando no Mercado Brasileiro

O modelo apresentado foi aplicado em instâncias baseadas na malha aérea regional de uma empresa brasileira, considerando os dados disponibilizados pela empresa, no início do ano de 2009, na Internet. As instâncias de aplicação, descritas no Capítulo 8, são as seguintes:

A) OV1U1, OV2U1 e OV2U3: Instâncias baseadas na malha original, com diferentes configurações de frotas.

B) CV2U1, CV2U5, CV2U6 e CV2U7: Instâncias incluindo a aquisição de *slots* no aeroporto de Congonhas e diferentes configurações de frotas.

9.5.1. Instâncias Baseadas na Malha Original

O objetivo destas instâncias é avaliar uma composição de frota mais adequada sob o ponto de vista de atendimento da demanda, isto é, qual seria a frota mais adequada para atender melhor à demanda, de acordo com os critérios propostos pelo modelo.

Na instância do tipo V1 é considerada a demanda de 50 passageiros por voo, enquanto nas instâncias do tipo V2 são consideradas as demandas médias de cada voo, conforme descrito no Capítulo 8. Em ambos os casos foram consideradas 3 frotas, com uma aeronave ATR-42/300 em cada. A Tabela 9.1 mostra dados do modelo e sua solução.

Tabela 9.1: Comparativo de instâncias para ATR-42/300 com demandas distintas

Instância	OV1U1	OV2U1
Variáveis	35.456	35.456
Restrições	19.526	19.526
Função Objetivo	0	3,6mi
Tempo de Solução (s)	4	4
Frotas Alocadas	3x AT43	3x AT43
Passageiros Transportados	5.200	3.013
Número de Voos	104	71
Passageiros por Voo	50	42,4
Taxa de Ocupação Média	100%	83%
M.Transporte Efetivo	230.500	123.235
M.Transp. Não Aproveitado	0	85.465

Como é possível observar, na instância OV1U1 foram utilizadas as 3 aeronaves e o valor 0 para a função objetivo - e para o momento de transporte perdido - indicando que a demanda foi completamente atendida, sem qualquer assento vazio nos voos realizados, de acordo com a taxa de ocupação média de 100%. Essa instância representa, entretanto, um problema de cobertura e, sendo assim, esta solução não significa que todos estes voos sejam, de fato, interessantes para o equilíbrio da oferta com uma demanda por assentos mais realista.

Esse fato fica claro com os resultados da instância OV2U1, quando se obtém um resultado diferente, ainda usando as três aeronaves disponíveis, mas gerando um valor de função objetivo de 3,6 milhões, referente a um momento de transporte perdido de 85.465 pax.min. Como é possível observar, diversos voos deixaram de ser realizados, devido à não

existência de demanda suficiente para que fossem rentáveis. Os voos que não devem ser executados, com base na demanda média, estão representados na Tabela 9.2.

Tabela 9.2: Comparativo da Solução das Instâncias OV1U1I e OV2U1I

Instância		OV1U1		OV2U1	
Frota		3x AT43		3x AT43	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	3	3	3	3
Seg	PLU-UDI	4	2	2	2
Seg	UDI-UBA	2	0	0	0
Seg	UBA-PLU	2	0	0	0
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	3	3	3	3
Ter-Qui	PLU-UDI	4	2	2	2
Ter-Qui	UDI-UBA	2	0	0	0
Ter-Qui	UBA-PLU	2	0	0	0
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	3	3	3	3
Sex	PLU-UDI	4	2	1	2
Sex	UDI-UBA	2	0	0	0
Sex	UBA-PLU	2	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	0	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	0	0
Total:		104		71	

O número de voos caiu significativamente: cerca de 30% dos voos deixaram de ser realizados, considerando a demanda média estimada. De maneira geral, foram eliminados alguns dos voos de Pampulha para Uberlândia (UDI), que são voos com uma média de 22 passageiros; não foram eliminados todos, porque servem de reposicionamento para que as aeronaves possam realizar o trajeto de volta: Uberlândia para Pampulha, que conta com uma demanda média significativa, de 62 passageiros. Também foram eliminados os voos Uberlândia para Uberaba (UBA), com média de 14 passageiros por voo e Uberaba para Pampulha, com média de 24 passageiros por voo.

Embora a ocupação das aeronaves seja de cerca de 83%, cabe testar a operação com melhor cobertura, com o uso de aeronaves de menor capacidade, como a Embraer 120, para 30 passageiros, por exemplo. A instância OV2U3I representa a instância OV2U1I com a substituição de uma das aeronaves pela Embraer 120, e os resultados na resolução estão representados na Tabela 9.3.

Tabela 9.3: Comparativo de Instâncias com Diferentes Frotas

Instância	OV2U1	OV2U3
Variáveis	35.456	35.456
Restrições	19.526	19.526
Função Objetivo	3,6mi	3,2mi
Tempo de Solução (s)	4	5
Frotas Alocadas	3x AT43	2x AT43 + E120
Passageiros Transportados	3.013	3.432
Número de Voos	71	101
Passageiros por Voo	42,4	34
Taxa de Ocupação Média	83%	80%
M.Transporte Efetivo	123.235	148.910
M.Transp. Não Aproveitado	85.465	71.715

Como as duas instâncias são de tamanhos similares, os tempos de solução são bastante próximos. Por outro lado, é possível observar que a substituição de uma das ATR-42/300 por uma Embraer 120 leva a melhores resultados, conforme indica o valor da função objetivo e, principalmente, o momento de transporte perdido. A comparação entre as programações das instâncias OV2U1 e OV2U3 está resumida na Tabela 9.4.

Como era esperado, com uma aeronave menor entre as frotas, o número de passageiros por voo caiu, mas o número de voos executados teve um expressivo aumento: é praticamente o mesmo da instância de cobertura, OV1U1. Ainda comparando com a instância OV1U1, os únicos voos que deixaram de ser executados nessa configuração, OV2U3, são os três voos da sexta-feira: PLU-UDI (22 passageiros), UDI-UBA (14

passageiros) e UBA-PLU (24 passageiros), dado que a aeronave que estaria disponível para cumprir este voo era a ATR-42/300, para 50 passageiros.

Tabela 9.4: Comparativo da Solução das Instâncias OV2U1 e OV2U3

Instância		OV2U1		OV2U3	
Frota		3x AT43		3x AT43	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	3	3	3	3
Seg	PLU-UDI	2	2	4	2
Seg	UDI-UBA	0	0	2	0
Seg	UBA-PLU	0	0	2	0
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	3	3	3	3
Ter-Qui	PLU-UDI	2	2	4	2
Ter-Qui	UDI-UBA	0	0	2	0
Ter-Qui	UBA-PLU	0	0	2	0
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	3	3	3	3
Sex	PLU-UDI	1	2	3	2
Sex	UDI-UBA	0	0	1	0
Sex	UBA-PLU	0	0	1	0
Sáb	UDI-UBA	0	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	0	0	1	0
		Total: 71		Total: 101	

9.5.2. Instâncias Adicionando Congonhas

As instâncias com a inclusão de Congonhas têm o objetivo de avaliar o conjunto de aeronaves que proporcionaria uma melhor cobertura da malha proposta, considerando que a empresa teria recebido dois *slots* de pouso e dois *slots* de decolagem em Congonhas (CGH). A Tabela 9.5 mostra as características dos modelos e tempos de soluções para estas instâncias.

Nas instâncias CV2U1 e CVU5, são usadas três frotas e, sendo assim, os números de variáveis e restrições são os mesmos. Nas instâncias CV2U6 e CV2U7 são usadas quatro e cinco frotas respectivamente, ampliando o número de variáveis e restrições em cerca de 15.000 variáveis e 8.000 restrições por frota.

Tabela 9.5: Comparativo de Instâncias envolvendo Congonhas

Instância	CV2U1	CV2U5	CV2U6	CV2U7
Variáveis	35.456	35.456	35.456	35.456
Restrições	19.526	19.526	19.526	19.526
Função Objetivo	161mi	145mi	144mi	144mi
Tempo de Solução (s)	10	9	15	15
Frotas Alocadas	3xAT43	2xAT43+E17	E120+2xAT43+E170	2xE120+2xAT43+E170
Passageiros Transportados	3.608	4.069	4.893	4.969
Número de Voos	81	83	123	123
Passageiros por Voo	44,5	49	39,8	40,4
Taxa de Ocupação Média	92%	90%	86%	87%
M.Transporte Efetivo	253.110	312.180	347.980	352.280
M.Trans.Não Aproveitado	898.215	846.004	824.505	818.305

Comparando os resultados, é possível verificar incrementos progressivos do número de voos e passageiros transportados. A troca de uma ATR-42/300 por uma Embraer 170 provoca um expressivo aumento de mais de 10% no número de passageiros transportados, com a adição de apenas dois voos. Isso ocorre, porque grande parte da demanda nos voos PLU-CGH (224 passageiros) estava sendo perdida com o uso da ATR-42/300 neste voo.

Com a substituição dessa aeronave pela Embraer 170, a perda nestes voos passa a ser menor. A Tabela 9.6 apresenta a comparação entre as programações resumidas das instâncias CV2U1 e CV2U5.

A adição de uma Embraer 120 a esta frota, representado na instância CV2U6, amplia em 20% o número de passageiros transportados, ficando esta aeronave alocada para a maioria dos voos de baixa demanda que deixaram de ser executados para que os voos de PLU-CGH, com grande demanda, pudessem ser executados pela Embraer 170. Adicionalmente, o uso da aeronave Embraer 170 não ficou restrito aos voos para CGH; como há voos com alta demanda no domingo, a aeronave passa a ser utilizada nos mesmos.

Tabela 9.6: Comparativo de soluções com três aeronaves

Instância		CV2U1		CV2U5	
Frota		3x AT43		2x AT43 + E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Dom	UDI-PLU	0	0	1*	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	2	2	2	2
Seg	PLU-UDI	2	2	2	2
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	0	0	0	0
Seg	UBA-PLU	0	0	0	0
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-UDI	2	2	2	2
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	0	0	0	0
Ter-Qui	UBA-PLU	0	0	0	0
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	2	2	2	2
Sex	PLU-UDI	1	2	2	2
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	0	0	0	0
Sex	UBA-PLU	0	0	0	0
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	0	0	0	0
Sáb	UBA-PLU	0	0	0	0
		Total: 81		Total: 83	

(*) Voo de reposicionamento.

A adição de uma segunda Embraer 120 à frota provoca pouca variação no número de passageiros transportados, mas aumenta a ocupação média dos voos, uma vez que nenhum voo adicional é realizado. Como o número máximo de voos possível para esta configuração é 124 voos, pode-se dizer que praticamente todos os voos estão contemplados.

Os únicos voos que ficaram de fora destas duas últimas instâncias foram aqueles entre UBA-CGH e UDI-CGH - devido aos *slots* já ocupados pelos voos PLU-CGH - e dois voos, entre UDI-UBA (14 passageiros) e UBA-PLU (24 passageiros), pois não atingem a ocupação da aeronave disponível para eles, de 50 passageiros. O voo extra que aparece na solução é um voo de reposicionamento entre UDI-PLU, às 19:20 do dia 1 na

instância CV2U6 e às 20:25 do dia 1 na instância CV2U7. Esse voo também aparece às 21:25 do dia 1 na instância CV2U5.

A Tabela 9.7 apresenta a comparação das programações resumidas das instâncias CV2U5, CV2U6 e CV2U7.

Tabela 9.7: Comparativo de soluções para diferentes frotas

Instância		CV2U5		CV2U6		CV2U7	
Frotas		2xAT43+E170		E120+2xAT43+E170		2xE120+2xAT43+E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0	1	0
Dom	UDI-PLU	1*	0	1*	0	1*	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	2	2	3	3	3	3
Seg	PLU-UDI	2	2	4	2	4	2
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	0	0	2	0	2	0
Seg	UBA-PLU	0	0	2	0	2	0
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	2	2	3	3	3	3
Ter-Qui	PLU-UDI	2	2	4	2	4	2
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	0	0	2	0	2	0
Ter-Qui	UBA-PLU	0	0	2	0	2	0
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	2	2	3	3	3	3
Sex	PLU-UDI	2	2	4	2	4	2
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	0	0	1	0	2	0
Sex	UBA-PLU	0	0	1	0	2	0
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	0	0	1	0	0	0
Sáb	UBA-PLU	0	0	1	0	0	0
Total:		83		123		123	

Pelos resultados, pode-se concluir que a empresa deveria disponibilizar voos entre o aeroporto da Pampulha e Congonhas para ocupar os *slots* recebidos, e caso fosse modificar sua frota, caberia substituir um dos ATR-42/300 por duas outras aeronaves, sendo uma do porte de um Embraer 120 e outra do porte de um Embraer 170.

9.6. Conclusões do Capítulo

O modelo apresentado comportou-se conforme o esperado, proporcionando soluções adequadas com um tempo de cálculo bastante baixo, tanto nas instâncias de teste quanto na aplicação ao caso prático, mesmo com redes com um número relativamente grande de arcos.

Como os tempos de processamento permaneceram baixos, foi possível adotar uma modelagem com uma rede por aeronave, permitindo a visualização da programação detalhada para cada aeronave, em trilhos individuais. Tal solução não atende aos requisitos de uma Atribuição de Aeronaves completa, por considerar apenas a manutenção básica, não levando em conta as manutenções específicas de cada aeronave, mas permite a visualização perfeita da Programação de Voos e Alocação de Frotas a que se propõe, sem deixar dúvida quanto à viabilidade de cada solução.

Por outro lado, este modelo apresenta um grande número de limitações à sua aplicação prática; a principal delas é considerar um voo potencial como viável se ele tiver uma taxa de ocupação mínima maior que 50%. Esta taxa de ocupação pode ser considerada baixa pela empresa aérea, que pode não estar interessada em operar nestas condições.

Uma outra limitação é que, considerando a disponibilidade apenas da informação de demanda anual, a fixação de uma demanda específica para cada voo torna-se inadequada por duas razões principais. Primeiramente, caso um voo não seja executado, essa demanda poderia estar disponível para algum outro voo de mesma origem e destino em um horário próximo. A demanda entre dois aeroportos, portanto, deve ser associada a um mercado, isto é, uma origem, um destino e uma faixa horária de partida, e não a um voo específico.

A segunda razão é relacionada à primeira: em alguns casos, a demanda pode ser associada a uma região destino, não a um aeroporto específico. A empresa pode desejar indicar, por exemplo, que voos de mesma origem, tendo como destino Congonhas (CGH) ou Guarulhos (GRU), compartilhem sua demanda.

Ainda assim, os resultados obtidos foram próximos das mudanças observadas na operação da companhia aérea, que nas temporadas posteriores passou a fazer voos para São Paulo (Guarulhos) e acabou por substituir sua frota de ATR-42/300 por uma frota de Embraer 120.

Capítulo 10 - Um Modelo Integrado para Programação de Voos e Alocação de Frotas Com Realocação de Demanda e Janelas de Tempo

10.1. Introdução

Uma vez que a rentabilidade de um voo está ligada à sua ocupação, uma empresa aérea, ao realizar seu planejamento operacional, pode desejar determinar a taxa mínima de ocupação das aeronaves para que um voo seja considerado rentável. Da mesma forma, a empresa pode desejar que alguns voos sejam cumpridos independentemente de sua viabilidade econômica, por razões exógenas, não considerando adequada uma solução que não contemple tais voos.

Além disso, a possibilidade de considerar que a demanda de passageiros seja ligeiramente flexível - seja em termos de horário de atendimento, seja em termos de aeroportos de origem e destino - pode proporcionar análises interessantes e, considerando suposições razoáveis quanto à supracitada flexibilidade, gerar programações mais eficientes.

Dado que o modelo matemático apresentado anteriormente não contempla tais possibilidades, este capítulo apresenta um novo modelo matemático para a Programação de Voos integrada à Alocação de Frotas, incluindo uma nova função objetivo e restrições que permitam as considerações apresentadas. As próximas seções detalham não apenas a modelagem em si, mas também a aplicação do modelo a instâncias baseadas no caso real de uma empresa aérea regional operando no mercado brasileiro.

10.2. Considerações Específicas

O modelo que se segue foi desenvolvido com base nas seguintes considerações, além das já expostas no Capítulo 5:

- a) Mercado: caracteriza a demanda de passageiros e é definido por um conjunto de aeroportos de origem e de destino, em uma faixa horária que indica a janela de tempo para o início do atendimento à demanda que representa (a partida do voo).
- b) Voos: podem ser obrigatórios ou opcionais, cada um deles podendo atender a um único mercado, isto é, os mercados são considerados independentes.
- c) Demanda: podendo ser redistribuída entre os voos capazes de atender a este mercado.
- d) Custos de Voo: associado ao momento de transporte perdido, seja por conta de passageiros que não foram transportados, seja por assentos vazios em voos. O número de passageiros não transportados e de assentos vazios devem ser minimizados segundo uma proporção pré-estabelecida.

10.3. O Modelo

Este modelo é uma evolução daquele apresentado no Capítulo 9, com as seguintes alterações:

- a) Proporção de "Custo" de Assentos Vazios x Passageiros Perdidos: determinada por pesos na função objetivo.
- b) Estímulo a Voos Específicos: determinada por um coeficiente constante para cada voo.
- c) Redistribuição da Demanda: a demanda de cada voo e o número de passageiros transportados por um voo passam a ser variáveis

de decisão. Para que a função objetivo se mantenha linear, não é mais possível usar a diferença quadrática entre demanda e oferta.

- d) Demanda por Mercado: a demanda distribuída por todos os voos de um mercado não pode ser superior à demanda total do mercado.
- e) Restrições do Número de Passageiros: como no modelo apresentado no Capítulo 9, o número de passageiros alocados a um voo não pode ser superior à capacidade da aeronave alocada àquele voo; adicionalmente, o número de passageiros alocados a um voo também não pode ser superior à parcela da demanda do mercado associada àquele voo durante a solução do modelo.
- f) Obrigatoriedade de Voos: restrições devem impor que cada um dos voos obrigatórios seja alocado a uma das frotas.

Para a modelagem apresentada a seguir, a definição da rede espaço-tempo segue basicamente a mesma descrição apresentada nos Capítulos 8 e 9; a única modificação se refere ao fato de que os mercados e suas demandas passam a ser associados a um conjunto de arcos, ao invés de a um único, e os arcos de voo podem ser obrigatórios ou opcionais.

Assim, a estrutura básica do modelo é composta por uma função objetivo que minimiza o momento de transporte perdido, e nove grupos de restrições, construídas em torno de três variáveis de decisão. Para a descrição do modelo são considerados as seguintes variáveis, conjuntos e parâmetros:

Variáveis:

- x_{ij}^f : indica o número de aeronaves da frota f que fluem por cada um dos arcos $(i,j) \in L$.
- d_{ij} : indica a parcela da demanda que foi associada ao arco $(i,j) \in L$ lembrando que apenas uma aeronave será alocada e este arco.

pa_{ij} : indica o número de passageiros efetivamente alocados e transportados no voo representado pelo arco $(i,j) \in L$, lembrando que apenas uma aeronave será alocada e este arco.

Coeficientes:

α : ajusta o custo do transporte de assentos vazios frente ao custo de oportunidade por não transportar uma parcela da demanda.

β : ajusta o custo de oportunidade por não transportar uma parcela da demanda ao custo do transporte de assentos vazios frente.

γ_{ij} : ajustam o custo relativo entre os diferentes voos e podem ser utilizados para indicar voos mais ou menos rentáveis ou, ainda, para privilegiar voos específicos como, por exemplo, os sugeridos pelo programador de voos

θ_{ij}^f : ajustam o custo dos assentos de frotas específicas. Também podem ser usados para indicar voos cujos assentos são mais ou menos rentáveis, estimulando ou desestimulando o uso de frotas específicas (por exemplo, para considerar frotas que precisariam ser alugadas ou adquiridas através de *leasing*).

Conjuntos:

M : conjunto de mercados indexados por m . Cada mercado define uma faixa-horária de partida, uma demanda, um conjunto de aeroportos de origem e de destino.

F : conjunto de frotas disponível para alocação, indexadas por f .

N_f : conjunto dos nós que são atendidos por uma aeronave da frota $f \in F$. Cada nó representa um horário em um aeroporto para uma frota específica.

N_{rd} : conjunto dos nós cuja operação de decolagem é limitada (*slots*).

N_{ra} : conjunto dos nós cuja operação de aterrissagem é limitada (*slots*).

L : conjunto dos arcos que unem os nós da rede, cada um deles sendo representado por um par de nós (i,j) .

L_v : subconjunto de L , contendo apenas os arcos que representam movimentos de voo.

L_m : conjunto dos arcos de voo associados ao mercado m .

L_{vm} : subconjunto de L_v , contendo apenas os arcos que representam movimentos de voo obrigatórios.

L_{vd} : subconjunto de L_v , contendo apenas os arcos que representam movimentos de voo associados a um mercado.

L_t : subconjunto de L quem contém todos os arcos da rede que incluem o instante t .

A_f : número de aeronaves disponível na frota $f \in F$.

Parâmetros:

D_m : demanda disponível no mercado m .

T_{ij} : tempo do voo representado pelo arco (i,j) .

C^f : capacidade, em passageiros, de cada aeronave da frota f .

A partir dessas definições, descreve-se o modelo:

$$[\min] \sum_{(i,j) \in L_v} \{ \gamma_{ij} \cdot T_{ij} \cdot [a \cdot ((\sum_{f \in F} \theta_{ij}^f \cdot C^f \cdot x_{ij}^f) - pa_{ij}) + \beta \cdot (d_{ij} - pa_{ij})] \} \quad (10.1)$$

$$\sum_{f \in F} x_{ij}^f = 1 \quad \forall (i,j) \in L_{vm} \quad (10.2)$$

$$\sum_{f \in F} x_{ij}^f \leq 1 \quad \forall (i,j) \in L_{vd} \quad (10.3)$$

$$\sum_{o|(o,k) \in L} x_{ok}^f - \sum_{d|(k,d) \in L} x_{kd}^f = 0 \quad \forall k \in N_f, \forall f \in F \quad (10.4)$$

$$\sum_{(i,j) \in L_t} x_{ij}^f \leq A_f \quad \forall f \in F \quad (10.5)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{d|(i,d) \in L_v} x_{id}^f \leq 1 \quad \forall i \in N_{rd} \quad (10.6)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{o|(o,j) \in L_v} x_{oj}^f \leq 1 \quad \forall j \in N_{ra} \quad (10.7)$$

$$\sum_{f \in F} C^f . x_{ij}^f - pa_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in Lv \quad (10.8)$$

$$d_{ij} - pa_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in Lv \quad (10.9)$$

$$\sum_{(i,j) \in L_m} d_{ij} - D_m = 0 \quad \forall m \in M \quad (10.10)$$

Variáveis Binárias:

$$x_{ij}^f \in \{0, 1\} \text{ para } \forall (i,j) \in (L_{vm} \cup L_{vd}) \quad (10.11)$$

Variáveis Inteiras:

$$x_{ij}^f \geq 0 \text{ para } \forall (i,j) \in L \setminus (L_{vm} \cup L_{vd}) \quad (10.12)$$

$$d_{ij} \geq 0 \text{ para } \forall (i,j) \in Lv \quad (10.13)$$

$$pa_{ij} \geq 0 \text{ para } \forall (i,j) \in Lv \quad (10.14)$$

A função objetivo, representada pela Expressão 10.1, minimiza a soma dos assentos vazios com a demanda não atendida, multiplicados pelos tempos de voo, ou seja, minimizando o momento de transporte perdido.

O primeiro conjunto de restrições, representado na Eq. 10.2, garante a cobertura dos voos obrigatórios, que são voos que devem ser alocados a uma e a apenas uma frota. Uma vez que x_{ij}^f representa o fluxo de aeronaves da frota f no arco (i,j) , tais restrições garantem que a soma do fluxo de todas as frotas seja igual a 1 em cada um dos arcos que representem voos do conjunto de voos obrigatórios, $L_{vm} \subset Lv$.

O segundo conjunto de restrições, representado na Eq. 10.3, controla a cobertura dos voos opcionais, restringindo a 1 o número de frotas que podem ser alocadas aos voos que estão associados a um mercado. Tais restrições garantem que a soma do fluxo de todas as frotas seja menor ou

igual a 1 em cada um dos arcos que representam voos associados a um mercado, agrupados no conjunto $Lvd \subset Lv$.

O terceiro conjunto de restrições, representado na Eq. 10.4, garante a continuidade dos equipamentos, por meio do equilíbrio nos nós, isto é, o número de aeronaves que chega em um dado nó deve ser exatamente igual ao número de aeronaves que partem deste mesmo nó, para cada um dos nós da rede. Na Eq. 10.4, o primeiro termo indica o número de aeronaves da frota f que chegam ao nó k e o segundo termo indica o número de aeronaves dessa mesma frota que deixam o nó k . Como a rede é cíclica, não há fontes e sorvedouros de aeronaves.

O quarto conjunto de restrições, representado na Eq. 10.5, garante o respeito à disponibilidade de aeronaves, isto é, que o número de aeronaves utilizadas de uma frota não supere o número de aeronaves disponíveis naquela frota. Considerando que a rede é cíclica e fechada, o número de aeronaves de uma frota é constante em qualquer instante t . Assim, é suficiente garantir que o número de aeronaves máximo de cada frota seja respeitado em um único instante t .

O quinto grupo de restrições, representado na Eq. 10.6, garante o respeito à capacidade de decolagens, isto é, o respeito às limitações de decolagens em aeroportos de operação restrita. Esse efeito é obtido limitando a 1 o fluxo total de aeronaves nos arcos de voo que partem de um nó cujas decolagens são restritas. O sexto grupo de restrições, representado na Eq. 10.7, é análogo ao anterior e garante o respeito à capacidade de pousos em todos os nós do conjunto dos nós cujas operações de pouso são restritas.

O sétimo grupo de restrições, representado na Eq. 10.8, garante o respeito à capacidade das aeronaves, isto é, que o número de passageiros alocados a cada voo não deve superar a capacidade da aeronave alocada

àquele voo. Em cada voo, a diferença entre a capacidade da aeronave alocada e o número de passageiros associados a ela deve ser, portanto, maior que zero, para cada um dos arcos de voo.

O oitavo grupo de restrições, representado na Eq. 10.9, garante o respeito à demanda disponível para cada voo, isto é, que o número de passageiros de um voo não deve superar a demanda alocada àquele mesmo voo. Em outras palavras, a diferença entre a demanda alocada ao voo, d_{ij} , e o número de passageiros do voo, pa_{ij} , deve ser maior ou igual a zero, para cada um dos arcos de voo.

Finalmente, o nono grupo de restrições, representado na Eq. 10.10, garante o respeito à demanda disponível em cada mercado, isto é, a soma das demandas alocadas a cada voo associado a um mercado não deve superar a demanda total daquele mercado.

As variáveis x_{ij}^f são binárias para os voos obrigatórios e voos com demanda, e inteiras e não negativas para outros arcos. Já as variáveis pa_{ij} e d_{ij} são sempre inteiras e não negativas, conforme as Eqs. 10.11 a 10.14.

Vale ressaltar, finalmente, que o uso de valores diferentes de 1 para os coeficientes - α , β , γ e θ - irá alterar o valor da função objetivo, de maneira que esta não mais represente diretamente o momento de transporte perdido.

10.4. Implementação e Testes

Conforme proposto na metodologia, um software em Java foi desenvolvido para a transformação dos dados brutos, contidos nos arquivos de dados de entrada, em uma rede, que posteriormente é transformada em

um modelo matemático descrito em um arquivo de saída no formato "LP", padrão para os pacotes de programação linear.

Antes da aplicação aos casos reais, foram feitos testes com a finalidade específica de avaliar o desempenho do modelo em situações críticas, buscando uma validação inicial de seu comportamento. Os principais testes realizados foram:

- a) Alocação de Demanda Total e Disputa por Voos: estes testes tiveram o objetivo de verificar se o modelo proposto realiza adequadamente a distribuição da demanda aos voos, ao mesmo tempo em que aloca as frotas aos voos. Foram verificadas configurações com diferentes quantidades de voos por mercado, com e sem conflito de horários entre os voos.
- b) Distribuição de Demanda entre Frotas Distintas: estes testes visavam a uma avaliação da correta distribuição de demandas e alocação de frotas em situações de voos com disputa de mercado cuja demanda é insuficiente para preencher todas as aeronaves.
- c) Conflito na Escolha de Aeronaves e Voos Obrigatórios: estes testes objetivaram a verificação da correta seleção de frotas e distribuição de demanda envolvendo aeroportos com *slots* para o cumprimento de dois voos consecutivos, com falta de demanda no primeiro voo e excesso no segundo.

O modelo apresentou resultados satisfatórios em todos os testes, cujos detalhes podem ser verificados no Apêndice D.

10.5. Aplicação à Malha de Uma Empresa Aérea Atuando no Mercado Brasileiro

O modelo apresentado foi aplicado em instâncias baseadas na malha regional de uma empresa aérea atuando no mercado brasileiro, considerando os dados disponibilizados pela empresa, no início do ano de 2009, na Internet. As instâncias de aplicação, descritas em detalhes no Capítulo 8, são:

A) OF1U1A, OF1U4A e OF1U4B: Instâncias baseadas na malha original da empresa, considerando a cobertura dos voos com diferentes frotas e taxas mínimas de ocupação, com demandas por faixa horária.

B) CF1U1A, CF2U1A, CF2U7A e CF2M7A: Instâncias incluindo a aquisição de *slots* no aeroporto de Congonhas e diferentes configurações de frotas, com demandas por faixa horária.

C) CP3M5A, CP3M7A, CP3M7C, CP3M7D e CP3M5E: Instâncias incluindo a aquisição de slots no aeroporto de Congonhas e diferentes configurações de frotas, com variação dos coeficientes da função objetivo e considerando demandas por período do dia.

D) GP4M7A: Instância incluindo a aquisição de *slots* no aeroporto de Congonhas e Guarulhos, com compartilhamento de demanda entre ambos.

10.5.1. Instâncias Baseadas na Malha Original

O objetivo destas instâncias é avaliar a alocação de cobertura da malha pelo novo modelo, considerando demandas de 50 passageiros por voo. Foram testadas aeronaves com 50 lugares (ATR-42/300) e com 70 lugares (Embraer 170). No caso da Embraer 170, foram considerados casos de taxa de ocupação mínima igual a 50% ($\alpha=\beta=1$) e taxa de ocupação mínima igual a 75% ($\alpha=3$ e $\beta=1$). O primeiro modelo, OF1U1A, com a aeronave ATR-42/300 e ocupação mínima de 50%, levou aos resultados apresentados na Tabela 10.1.

Tabela 10.1: Características da Rede e Resultados para a Instância OF1U1A

Nós	19.419	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	11.739 / 22.271 / 61.872
Arcos Totais	35.367	Função Obj. (pax.min)	0
Voos	0	Tempo de Solução (s)	3
Voos Opcionais*	312	Frotas Alocadas	AT43 + AT43 + AT43
Reposicionamento	15.636	Passageiros Transp.	5.200 (de 5.200)
Espera em Solo	11.889	Número de Voos	104
Manutenção	7.515	Passageiros por Voo	50
Ciclo	15	Ocupação Média (%)	100
Restrições	30.604	M. Transp. Efetivo	230.500
Variáveis	1.338 / 34.906	M.Trans.Não	0

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

Nesta solução foram usadas as 3 aeronaves disponíveis. O valor 0 para a função objetivo e a ocupação média de 100% indicam que a demanda foi completamente atendida, sem qualquer assento vazio nos voos realizados. Todos os 5.200 passageiros foram atendidos em 104 voos, o que significa uma cobertura total, como esperado. A título de exemplo, a programação de terça a quinta-feira está representada, na Figura 10.1.

Figura 10.1 - Programação de Voo para Terça, Quarta e Quinta

Nesta figura, as faixas horizontais em tons de cinza representam os diferentes aeroportos. A passagem do tempo é representada da esquerda para a direita e as linhas verticais em cinza marcam cada uma das 24 horas do dia. As linhas de cor preta, verde e azul representam a posição das aeronaves ao longo do tempo; cada cor representa uma diferente frota. Linhas cheias na diagonal representam voos e o número de passageiros e de capacidade são indicados. As linhas horizontais e pontilhadas representam tempo de manutenção ou espera em solo.

Quando a aeronave ATR-42/300 foi substituída por uma Embraer 170, na instância OF1U4A, os resultados foram similares, como pode ser visto na Tabela 10.2. Neste caso, manteve-se a cobertura, mas houve uma esperada queda na taxa de ocupação, já que a demanda não preenche os voos. Como a taxa de ocupação mínima especificada é de 50%, todos os voos foram alocados.

Tabela 10.2: Características da Rede e Resultados para a Instância OF1U4A

Nós	19.419	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	11.739 / 22.271 / 61.872
Arcos Totais	35.367	Função Obj. (pax.min)	0
Voos	0	Tempo de Solução (s)	3
Voos Opcionais*	312	Frotas Alocadas	E170 + E170 + E170
Reposicionamento	15.636	Passageiros Transp.	5.200 (de 5.200)
Espera em Solo	11.889	Número de Voos	104
Manutenção	7.515	Passageiros por Voo	50
Ciclo	15	Ocupação Média (%)	71,4
Restrições	30.604	M. Transp. Efetivo	230.500
Variáveis	1.338 / 34.906	M.Trans.Não Aproveitado	92.200

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

Uma situação bem diferente ocorre na instância OF1U4B, em que agora é especificada uma taxa de ocupação mínima de 75%, com o uso das mesmas aeronaves Embraer 170. O objetivo de adotar tal taxa de ocupação é verificar que os voos que levem a uma ocupação média inferior a exigida não sejam executados. Os resultados desta instância estão apresentados na Tabela 10.3.

Tabela 10.3: Características da Rede e Resultados para a Instância OF1U4B

Nós	19.419	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	11.739 / 22.271 / 61.872
Arcos Totais	35.367	Função Obj. (pax.min)	0
Voos Obrigatórios	0*	Tempo de Solução (s)	2
Voos Opcionais	312*	Frotas Alocadas	-
Reposicionamento	15.636	Passageiros Transp.	0 (de 5.200)
Espera em Solo	11.889	Número de Voos	0
Manutenção	7.515	Passageiros por Voo	0
Ciclo	15	Ocupação Média (%)	0
Restrições	30.604	M. Transp. Efetivo	0
Variáveis	1.338 / 34.906	M.Trans.Não Aproveitado	230.500

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

Neste caso, como não é possível atingir a ocupação mínima em qualquer dos voos - e nem em combinações deles, de acordo com os parâmetros adotados, absolutamente nenhum voo seria realizado.

10.5.2. Instâncias Adicionando Congonhas

As instâncias com a inclusão de Congonhas têm o objetivo de avaliar a variação da cobertura da malha, bem como a avaliação de seleção de aeronaves, na condição que a empresa tenha adquirido dois *slots* de pouso e dois *slots* de decolagem no aeroporto de Congonhas (CGH).

A primeira avaliação, com a instância CF1U1A, avalia a cobertura máxima desta malha, considerando demandas de 50 passageiros para cada voo e as 3 aeronaves do tipo ATR-42/300 disponíveis para a empresa. A Tabela 10.4 apresenta as características do modelo, bem como os resultados resumidos de seu processamento.

Tabela 10.4: Características da Rede e Resultados para a Instância CF1U1A

Nós	24.099	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	15.799 / 29.626 / 81.900
Arcos Totais	44.907	Função Obj. (pax.min)	175.000
Voos Obrigatórios	0*	Tempo de Solução (s)	7
Voos Opcionais	492*	Frotas Alocadas	AT43 + AT43 + AT43
Reposicionamento	20.316	Passageiros Transp.	4.700 (de 8.200)
Espera em Solo	14.226	Número de Voos	94
Manutenção	9.855	Passageiros por Voo	50
Ciclo	18	Ocupação Média (%)	100
Restrições	38.774	M. Transp. Efetivo	500.500
Variáveis	1.848 / 44.273	M.Trans.Não	325.500

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

Nesta solução foram usadas todas as 3 aeronaves disponíveis e o valor 175.000 pax.min para a função objetivo, em conjunto com a taxa de ocupação média de 100%, indica que a demanda não foi completamente

atendida: do total de 8.200 passageiros, apenas 4.700 foram atendidos. Esse resultado já era esperado, dado que nem todos os voos podem ser cumpridos com as aeronaves disponíveis e também pelo fato de que há diversos voos que concorrem pelos *slots* em CGH, sendo possível cumprir apenas um deles, o que não é suficiente para atender a toda a demanda devido à limitação de capacidade das aeronaves disponíveis.

Considerando que 2.000 passageiros não podem ser atendidos devido aos *slots* (50 passageiros x 8 voos diários x 5 dias), isso significa que, se essa demanda fosse real, ainda existiriam mais 1.500 passageiros não atendidos pela empresa por falta de aeronaves.

A próxima instância, CF2U1A, substitui a demanda fixa de 50 passageiros por voo por uma mais realista, calculada a partir dos totais anuais fornecidos pela ANAC, cujo cálculo pode ser visto no Capítulo 8. A Tabela 10.5 apresenta as características do modelo e seu resultado resumido.

Tabela 10.5: Características da Rede e Resultados para a Instância CF2U1A

Nós	24.099	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	15.757 / 29.585 / 81.734
Arcos Totais	44.907	Função Obj. (pax.min)	897.345
Voos Obrigatórios	0*	Tempo de Solução (s)	14
Voos Opcionais	492*	Frotas Alocadas	AT43 + AT43 + AT43
Reposicionamento	20.316	Passageiros Transp.	3.555 (de 13.697)
Espera em Solo	14.226	Número de Voos	80
Manutenção	9.855	Passageiros por Voo	44,4
Ciclo	18	Ocupação Média (%)	92
Restrições	38.774	M. Transp. Efetivo	252.545
Variáveis	1.848 / 44.273	M.Trans.Não	897.345

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

Com demandas mais realistas, a malha muda sensivelmente. Como é possível observar, apenas 80 dos 124 voos realmente possíveis são executados, menos de 60% dos voos. Além disso, uma boa parte da

demanda fica sem ser atendida; ainda que um grande contingente da mesma esteja alocada aos voos alternativos para os *slots* de CGH, existem diversos outros voos não realizados, como é possível observar pela Tabela 10.6, que apresenta a programação de voos resumida de algumas instâncias.

Tabela 10.6: Comparativo de soluções para diferentes configurações de demanda e voos

Instância		OF1U1A		CF1U1A		CF2U1A	
Frotas		3x AT43		3x AT43		3x AT43	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0	2	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	-	-	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	1	1	2	2
Seg	PLU-IPN	3	3	1	1	1	1
Seg	PLU-UDI	4	2	4	2	1	2
Seg	UDI-CGH	-	-	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	2	0	2	0	0	1
Seg	UBA-PLU	2	0	2	0	0	0
Seg	UBA-CGH	-	-	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	-	-	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	1	1	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	3	3	1	1	2	2
Ter-Qui	PLU-UDI	4	2	4	2	2	2
Ter-Qui	UDI-CGH	-	-	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	2	0	2	0	0	0
Ter-Qui	UBA-PLU	2	0	2	0	0	0
Ter-Qui	UBA-CGH	-	-	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	-	-	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	1	1	2	2
Sex	PLU-IPN	3	3	1	1	2	2
Sex	PLU-UDI	4	2	4	2	1	2
Sex	UDI-CGH	-	-	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	2	0	2	0	0	0
Sex	UBA-PLU	2	0	2	0	0	0
Sex	UBA-CGH	-	-	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	1	0	0	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	1	0	0	0
Total:		104		94		80	

É possível perceber que a adição de CGH na malha com demanda de cobertura, de OF1U1A para CF1U1A, apenas desloca voos menos rentáveis, entre Pampulha (PLU) e Governador Valadares (GVR), para voos mais rentáveis em termos de momento de transporte (os voos entre Pampulha e Congonhas são mais longos), já que há uma queda no número de voos de cerca de 10%, mas um aumento no momento de transporte realizado, de 230.500 para 500.500. Vale ressaltar que, nessas

configurações, voos mais rentáveis são aqueles mais longos, visto que a demanda de todos eles foi considerada igual a 50 passageiros.

Por outro lado, na instância CF2U1A, com a consideração de demandas mais realistas, a programação de voos ideal é sensivelmente diferente, com uma razoável redução do número de voos, de 94 para 80, eliminando o trilha pouco rentável entre Pampulha (PLU) - Uberlândia (UDI) - Uberaba (UBA) - Pampulha (PLU), com respectivamente com 22, 14 e 24 passageiros. A nova configuração não deixa de executar os voos entre PLU e CGH, com alta demanda por voo, de 197 passageiros na ida e 206 na volta, além do cumprimento de voos da sequência Pampulha (PLU) - Governador Valadares (GVR) - Pampulha (PLU), com demandas respectivas de 52 e 57 passageiros, bem como Pampulha (PLU) - Ipatinga (IPN) - Pampulha (PLU), com demandas de 33 e 48 passageiros, respectivamente.

Como há demanda em excesso nos voos entre PLU e CGH, dado que cada ATR-42/300 pode levar apenas 50 passageiros, e há voos com poucos passageiros deixando de ser executados (devido à especificação de ocupação mínima de 50%), foi proposta a troca de um das ATR-42/300 por uma Embraer 170, para 70 passageiros, além da adição de duas aeronaves Embraer 120, na instância CF2U7A. Os resultados resumidos estão na Tabela 10.7.

Tabela 10.7: Características da Rede e Resultados para a Instância CF2U7A

Nós	40.165	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	21.243 / 48.946 /
Arcos Totais	74.845	Função Obj. (pax.min)	809.365
Voos Obrigatórios	0*	Tempo de Solução (s)	Mais de 48 horas
Voos Opcionais	820*	Frotas Alocadas	AT43+AT43+E120+E120+E17
Reposicionamento	33.860	Passageiros Transp.	4.993 (de 13.697)
Espera em Solo	23.710	Número de Voos	127
Manutenção	16.425	Passageiros por Voo	39,3
Ciclo	30	Ocupação Média (%)	89
Restrições	54.842	M. Transp. Efetivo	350.885
Variáveis	3.080 / 72.967	M.Trans.Não	809.365

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso cinco.

Note-se que não foi possível concluir a execução do modelo no tempo estabelecido, de 48 horas. Sendo assim, foi resolvida a instância CF2M7A, idêntica à anterior, mas com as aeronaves do mesmo tipo agrupadas em frotas únicas. Assim, ao invés das 5 frotas da instância anterior, o modelo passou a contar com 3 frotas: uma frota de ATR-42/300 com duas aeronaves, uma frota de Embraer 120 com duas aeronaves e uma frota de Embraer 170 com uma aeronave. Do ponto de vista de resultados de programação de voos e alocação de frotas, as instâncias são idênticas e, sendo a CF2M7A uma instância com um menor número de variáveis, foi possível avaliar os resultados corretos da instância. O resumo dos resultados encontra-se na Tabela 10.8.

Tabela 10.8: Características da Rede e Resultados para a Instância CF2M7A

Nós	24.099	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	15.757 / 29.585 / 81.370
Arcos Totais	44.907	Função Obj. (pax.min)	809.365
Voos Obrigatórios	0*	Tempo de Solução (s)	14.258
Voos Opcionais	492*	Frotas Alocadas	2xAT43 + 2xE120 +
Reposicionamento	20.316	Passageiros Transp.	4.931 (de 13.697)
Espera em Solo	14.226	Número de Voos	126
Manutenção	9.855	Passageiros por Voo	39,3
Ciclo	18	Ocupação Média (%)	89
Restrições	38.774	M. Transp. Efetivo	350.885
Variáveis	1.848 / 44.273	M.Trans.Não	809.365

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

Nesta solução, obtida com a instância CF2U7A, que pouco difere da anterior, são transportados 4.931 passageiros em 126 voos, ao invés de 3.555 passageiros em 80 voos da solução com a frota original com três ATR-42/300. Com relação àquela solução, da instância CF2U1A, houve um significativo incremento no momento de transporte realizado: quase 40%.

A Tabela 10.9 faz uma comparação entre a programação da instância CF2U1A com a programação da instância CF2M7A. Observando a programação, percebe-se um substancial incremento na cobertura da

malha, com os 126 voos, três a mais que a obtida com a solução da instância CV2U7 pelo modelo simplificado, no Capítulo 9.

Tabela 10.9: Comparativo de soluções para diferentes frotas

Instância		CF2U1A		CF2M7A	
Frota		3x AT43		2xAT43+2xE120+E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	2	0	2	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	1	1	3	3
Seg	PLU-UDI	1	2	4	2
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	0	1	2	1
Seg	UBA-PLU	0	0	2	0
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	2	2	3	3
Ter-Qui	PLU-UDI	2	2	4	3*
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	0	0	2	0
Ter-Qui	UBA-PLU	0	0	2	0
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	2	2	3	3
Sex	PLU-UDI	1	2	4	2
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	0	0	2	0
Sex	UBA-PLU	0	0	2	0
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	0	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	0	0	1	0
		Total: 80		Total: 126	

(*) Este voo adicional ocorre apenas na terça-feira.

No modelo apresentado no Capítulo 9, a demanda era associada exclusivamente a um voo e, sendo assim, se for alocada uma aeronave com capacidade inferior à demanda, todo o excesso de demanda é perdido, já que a demanda excedente não pode ser redistribuída para outros voos. Como neste modelo existe a redistribuição de demanda, alguns dos mercados foram atendidos com mais de um voo, com demanda sendo realocada para voos inseridos no modelo para reposicionamento de aeronaves.

Um dos voos adicionais ocorre entre PLU e UBA, no domingo. No horário, existe uma demanda de 224 passageiros; pelo modelo do Capítulo 9, esses 224 passageiros eram alocados a um único voo, atendida por uma aeronave ATR-42/300, com uma perda de 174 passageiros. No novo modelo, existe a disponibilidade de uma aeronave ATR-42/300 adicional para cumprir um segundo voo apenas 15 minutos depois, permitindo o transporte de 100 passageiros, restando 124 passageiros como demanda não atendida.

Um outro voo adicional ocorre entre UDI-PLU, na terça-feira; uma das aeronaves Embraer 120 está se reposicionando e cumpre um voo com 12 passageiros. Finalmente, os dois voos do domingo são executados, não ocorrendo o reposicionamento entre UDI-PLU, que ocorria no sábado na instância CV2U7, resolvida pelo modelo anterior.

10.5.3. Instâncias com Congonhas e Demanda por Período

O efeito de distribuição de demanda obtido no resultado da seção anterior sugere que os resultados podem ser interessantes caso a demanda seja considerada distribuída por um período maior, ao invés de concentrada em uma faixa de apenas 30 minutos - de 15 minutos antes do horário de cada voo proposto a 15 minutos após o horário destes mesmos voos. Assim, nas próximas instâncias, do tipo CP3, serão adotadas demandas cujo atendimento pode ocorrer em dois períodos do dia: das 5:00 às 13:00 e das 13:00 às 21:00, de acordo com as estimativas apresentadas no Capítulo 8.

Na primeira delas, CP3M1A, estão disponíveis três aeronaves ATR-42/300, para uma avaliação inicial dos voos que podem ser cumpridos com a frota original da empresa, considerando o período mais flexível para o atendimento da demanda. As características do modelo e um resumo dos resultados são apresentados na Tabela 10.10.

Tabela 10.10: Características da Rede e Resultados para a Instância CP3M1A

Nós	8.033	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	8.919 / 15.610 / 37.347
Arcos Totais	14.969	Função Obj. (pax.min)	870.150
Voos Obrigatórios	4	Tempo de Solução (s)	68
Voos Opcionais	160	Frotas Alocadas	3xAT43
Reposicionamento	6.772	Passageiros Transp.	3.390 (de 13.697)
Espera em Solo	4.472	Número de Voos	84
Manutenção	3.285	Passageiros por Voo	46,8
Ciclo	6	Ocupação Média (%)	96
Restrições	28.211	M. Transp. Efetivo	270.550
Variáveis	6.139 / 21.094	M.Trans.Não	868.650

Os resultados mostram os efeitos positivos proporcionados pela redistribuição de demanda, quando esta é possível: um alto número de passageiros por voo, refletindo na mais alta taxa de ocupação até o instante, perdendo apenas para os resultados obtidos com demanda de cobertura na CF1U1A, fixa em 50 passageiros por voo.

Um outro ponto relevante: comparando tais resultados aos da instância CF2U1A, percebe-se que o número total de passageiros transportado caiu e o número de voos aumentou. Esses resultados, assim como a variação nos momentos de transporte - isto é, a redução do momento de transporte realizado e aumento do perdido -, têm origem na existência de voos obrigatórios sem demanda nessa nova configuração de demanda. Por outro lado, ainda assim, com quatro voos completamente vazios, a taxa de ocupação subiu, de 92% para 96%, o que significa que os voos com demanda realizados estão com uma ocupação média superior à ocupação média dos voos da instância CF2U1A. Esse aumento da taxa de ocupação com menos passageiros e mais voos só é possível porque esta taxa de ocupação média é ponderada pelos tempos de voo, indicando que a menor quantidade de passageiros transportados está mais concentrada em voos mais longos.

A Tabela 10.11 apresenta a programação resumida destas três instâncias, para comparação.

Tabela 10.11: Comparativo de soluções para diferentes configurações de demanda e voos

Instância		CF1U1A		CF2U1A		CP3M1A	
Frotas		3x AT43		3x AT43		3x AT43	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	2	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	1	1	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	1	1	1	1	2	2
Seg	PLU-UDI	4	2	1	2	2	2
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	2	0	0	1	0	0
Seg	UBA-PLU	2	0	0	0	0	0
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	1	1	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	1	1	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-UDI	4	2	2	2	2	2
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	2	0	0	0	0	0
Ter-Qui	UBA-PLU	2	0	0	0	0	0
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	1	1	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	1	1	2	2	2	2
Sex	PLU-UDI	4	2	1	2	2	2
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	2	0	0	0	0	0
Sex	UBA-PLU	2	0	0	0	0	0
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	0	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	0	0	1	0
Total:		94		80		84	

Como é possível observar, há pouca mudança na programação dos voos da instância CF2U1A para a instância CP3M1A durante a semana. Ao mesmo tempo em que os voos aos fins de semana, obrigatórios, passam a ser todos executados, a maior mudança nos voos semanais ocorre em sua demanda, que aumenta em cada voo. Adicionalmente, a programação com as demandas em períodos longos é mais estável, isto é, o número de voos entre as cidades varia menos ao longo de toda a semana.

Por outro lado, verifica-se que os voos UDI-UBA e UBA-PLU, com demanda baixa mesmo nestas condições, não são justificados e, não ocorrendo, impedem a execução de voos de maior demanda, entre PLU-UDI. Isso ocorre porque, embora PLU-UDI tenha uma demanda

suficiente para quase completar uma aeronave ATR-42/300 (a demanda do período para esse trecho é de 44 passageiros), essa quantidade de passageiros não justifica os voos complementares UDI-UBA e UBA-PLU, que possuem uma demanda baixa no período, de 15 e 26 passageiros, respectivamente. Visto que uma grande parcela da demanda dos voos para CGH não está sendo transportada, na próxima instância, CP3M5A, será trocada uma aeronave ATR-42/300 por uma Embraer 170, para avaliar as variações na ocupação e número de passageiros transportados. Os resultados resumidos são apresentados na Tabela 10.12.

Tabela 10.12: Características da Rede e Resultados para a Instância CP3M5A

Nós	16.066	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	18.534 / 25.430 / 76.885
Arcos Totais	29.938	Função Obj. (pax.min)	814.150
Voos Obrigatórios	8*	Tempo de Solução (s)	78.120 **
Voos Opcionais	320*	Frotas Alocadas	2xAT43 + E170
Reposicionamento	13.544	Passageiros Transp.	4.330 (de 13.680)
Espera em Solo	9.484	Número de Voos	84
Manutenção	6.570	Passageiros por Voo	51,5
Ciclo	12	Ocupação Média (%)	96
Restrições	36.255	M. Transp. Efetivo	326.550
Variáveis	12.278 / 29.918	M.Trans.Não Aproveitado	812.650

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso duas.

(**) Solução interrompida por falta de memória para processamento, mesmo usando o HardDisk como memória virtual. A distância deste valor para o limite inferior calculado pelo software Gurobi, denominada *gap*, ficou em 0,8%.

Como é possível observar pelos resultados, o número de voos e a ocupação permaneceram os mesmos, mas o número médio de passageiros e o total transportado cresceu, indicando um melhor atendimento da demanda com as aeronaves maiores. De fato, a programação de voos é exatamente a mesma apresentada para a instância CP3M1A, com a diferença que os voos das sequências PLU-CGH-PLU são agora realizados com a aeronave Embraer 170. Seria interessante verificar se esta troca faria sentido caso o custo de voo da Embraer 170 fosse cerca de 15% superior ao da ATR-42/300, e que não pudesse ser refletido nos preços das passagens, provocando um desequilíbrio no ponto de oferta e demanda

desta frota. Para realizar essa comparação, na instância CP3M5E é definido $\theta_{ij}^f = 1,15$ para todos os arcos de voo da frota Embraer 170. O resumo dos resultados está apresentado na Tabela 10.13.

Tabela 10.13: Características da Rede e Resultados para a Instância CP3M5E

Nós	16.066	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	18.534 / 25.430 /
Arcos Totais	29.938	Função Obj. (pax.min)	1.728.950
Voos Obrigatórios	8*	Tempo de Solução (s)	Mais de 48 Horas **
Voos Opcionais	320*	Frotas Alocadas	2xAT43 + E170
Reposicionamento	13.544	Passageiros Transp.	4.330 (de 13.680)
Espera em Solo	9.484	Número de Voos	84
Manutenção	6.570	Passageiros por Voo	51,5
Ciclo	12	Ocupação Média (%)	96
Restrições	36.255	M. Transp. Efetivo	326.550
Variáveis	12.278 / 29.918	M.Trans.Não Aproveitado	812.650

(*) O número de voos sempre se refere ao número arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso duas.

(**) Solução interrompida devido ao tempo limite de processamento estabelecido. A distância deste valor para o limite inferior calculado pelo software Gurobi, denominada *gap*, ficou em 0,5%.

Como esperado, devido ao grande incremento no volume de passageiros transportados na sequência PLU-CGH-PLU com o uso da Embraer 170 (que tem uma capacidade 40% superior à da ATR-42/300), o resultado é exatamente o mesmo da programação da instância anterior. Deste resultado, pode-se deduzir que mesmo com um custo de operação adicional de 15% da Embraer 170 contra a ATR-42/300, a troca se justifica para a realização dos voos da sequência PLU-CGH-PLU.

De qualquer forma, as mudanças introduzidas pela troca da ATR-42/300 por uma Embraer 170 foram positivas, mas não contribuíram para captar a demanda das sequências de voos PLU-UDI-UBA-PLU. Como a média de passageiros desta sequência, ponderada pelo tempo de voo, é de quase 40 passageiros por voo, considerando-se uma ocupação mínima de 50%, estes voos fazem sentido, mesmo com uma ATR-42/300. Entretanto, possivelmente a aeronave que os executaria está sendo deslocada para cumprir as outras sequências, que possuem maior demanda, como as PLU-IPN-PLU e PLU-GRV-PLU. Assim, na próxima

instância, CP3M7A, será testada a adição de duas aeronaves Embraer 120, como nas configurações já testadas para outras distribuições de demanda, para avaliar a configuração final da programação de voos nestas condições. Os resultados resumidos do processamento desta instância são apresentados na Tabela 10.14.

Tabela 10.14: Características da Rede e Resultados para a Instância CP3M7A

Nós	24.099	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	21.273 / 35.102 /
Arcos Totais	44.907	Função Obj. (pax.min)	788.550
Voos Obrigatórios	12*	Tempo de Solução (s)	Mais de 48 horas **
Voos Opcionais	480*	Frotas Alocadas	1xAT43 + 2xE120 +
Reposicionamento	20.316	Passageiros Transp.	5.215 (de 13.680)
Espera em Solo	14.226	Número de Voos	143
Manutenção	9.855	Passageiros por Voo	36,4
Ciclo	18	Ocupação Média (%)	89
Restrições	44.289	M. Transp. Efetivo	368.450
Variáveis	18.417 / 38.742	M.Trans.Não	788.550

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

(**) Solução interrompida no tempo limite de execução adotado. A distância deste valor para o limite inferior calculado pelo software Gurobi, o *gap*, ficou em 0,8%.

Como é possível observar, o número de voos cresceu cerca de 70%, de 84 para 143. O número de passageiros transportados também aumentou em cerca de 20%, embora a ocupação média tenha caído ligeiramente, indicando que há um maior número de voos com poucos passageiros sendo executados. Adicionalmente, pode ser verificado que o momento de transporte realizado subiu cerca de 10%, acompanhado de queda de 5% do momento de transporte perdido. Tais informações, em conjunto, aparentam sinalizar uma solução mais eficiente do ponto de vista operacional.

Uma outra informação significativa é que apenas uma das aeronaves ATR-42/300 foi utilizada, com uso completo das duas aeronaves Embraer 120, levando à conclusão de que uma das ATR-42/300 não era a mais adequada para atender a alguns conjuntos de voos, provavelmente por falta de capacidade, já que as duas Embraer 120 somadas têm uma capacidade de 60 passageiros, contra 50 passageiros da ATR-42/300. A comparação

desta programação com a das instâncias CP3M1A/CP3M5A, na Tabela 10.15, pode confirmar essa conclusão.

Tabela 10.15: Comparativo de soluções para diferentes configurações de frota

Instância		CP3M1A / CP3M5A		CP3M7A	
Frotas		3xAT43 / 2xAT43+E170		1xAT43+2xE120+E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	2	2	2	2
Seg	PLU-UDI	2	2	4	4
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	0	0	2	2
Seg	UBA-PLU	0	0	2	2
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-UDI	2	2	4	4
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	0	0	2	2
Ter-Qui	UBA-PLU	0	0	2	2
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	2	2	2	2
Sex	PLU-UDI	2	2	4	4
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	0	0	2	2
Sex	UBA-PLU	0	0	2	2
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	1	0
Total:		84		143	

A análise destes dados indica um incremento significativo na frequência dos voos nas sequências PLU-UDI-PLU, UDI-UBA-UDI e PLU-UBA-PLU, superando o número de voos da malha original, com voos de ida e volta nos dois períodos do dia. Em outras palavras, além de novos voos passarem a ser interessantes com as aeronaves Embraer 120 - nos quais a ATR-42/300 seria sub-utilizada, os voos do trecho PLU-UDI-PLU passaram a ser executados quatro vezes ao dia, ao invés de duas, indicando que existia uma demanda superior à capacidade do ATR-42/300, mas não suficiente para dois voos desta aeronave. De fato, a demanda total de cada período deste trecho é de 106 passageiros, somando ida e volta.

Realizando a sequência PLU-UDI-PLU apenas uma vez por período, a média de passageiros é de 53 por voo - o que justifica o uso da ATR-42/300, desta forma, nas instâncias CP3M1A e CP3M5A. Esta mesma demanda supera a capacidade da aeronave Embraer 120 mas, se por outro lado, a sequência for executada duas vezes por período, a média de passageiros por voo cai para 26,5, justificando o uso da Embraer 120, com uma taxa de ocupação média de quase 90% na sequência.

Uma avaliação interessante é quanto a mudanças nesta programação, caso seja considerada uma taxa de ocupação mínima mais comum, de 60%, já que há voos com muito pouca demanda sendo realizados, como os voos UDI-UBA-UDI, com respectivamente 15 e 17 passageiros por período. Assim, a próxima instância, CP3M7C, modifica a instância CP3M7A com coeficientes $\alpha = 3$ e $\beta = 2$, forçando uma ocupação de interesse mínima de 60% nas sequências de voos. Os resultados resumidos desta instância são apresentados na Tabela 11.16.

Tabela 10.16: Características da Rede e Resultados para a Instância CP3M7C

Nós	24.099	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	21.273 / 35.102 /
Arcos Totais	44.907	Função Obj. (pax.min)	1.596.500
Voos Obrigatórios	12*	Tempo de Solução (s)	Mais de 48 horas **
Voos Opcionais	480*	Frotas Alocadas	2xAT43 + 2xE120 +
Reposicionamento	20.316	Passageiros Transp.	4.862 (de 13.680)
Espera em Solo	14.226	Número de Voos	110
Manutenção	9.855	Passageiros por Voo	44,2
Ciclo	18	Ocupação Média (%)	92
Restrições	44.289	M. Transp. Efetivo	356.940
Variáveis	18.417 / 38.742	M.Trans.Não	788.070

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

(**) Solução interrompida no tempo limite de execução adotado. A distância deste valor para o limite inferior calculado pelo software Gurobi, o *gap*, ficou em 1,2%.

A redução do número de voos e o aumento de ocupação média - incluindo o uso de todas as 5 aeronaves - mostram que uma alteração significativa da programação ocorreu, em decorrência da eliminação de voos

cuja demanda estava abaixo da expectativa de 60%. A nova programação pode ser comparada com a da instância CP3M7A na Tabela 10.17.

Tabela 10.17: Comparativo de soluções para diferentes taxas de ocupação de interesse

Instância		CP3M7A		CP3M7C	
Frotas		1xAT43+2xE120+E170		2xAT43+2xE120+E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	2	2	2	2
Seg	PLU-UDI	4	4	2	2
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	2	2	0	0
Seg	UBA-PLU	2	2	2	2
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-UDI	4	4	2*	2*
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	2	2	0	0
Ter-Qui	UBA-PLU	2	2	2	2
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	2	2	3	3
Sex	PLU-UDI	4	4	2	2
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	2	2	1	1
Sex	UBA-PLU	2	2	2	2
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	1	0

Total: 143

Total: 110

(*) Na terça-feira são executados 3 sequências PLU-UDI-PLU.

É possível verificar uma redução expressiva no número de voos entre PLU-UDI-PLU e UDI-UBA-PLU; a única ampliação de número de voos ocorre na sexta-feira, com três sequências de PLU-IPN-PLU, ao invés de duas. Estes resultados indicam que a melhor reorganização para evitar voos com ocupação abaixo de 60% exclui alguns voos PLU-UDI (44 passageiros por período) e UDI-PLU (62 passageiros por período), cuja demanda por voo era muito baixa com 4 sequências, além de eliminar, durante a semana, os voos entre UDI-UBA (15 passageiros por período) e UBA-UDI (17 passageiros por período). Na reorganização, passou a ser mais interessante agregar os passageiros em duas sequências PLU-UDI-PLU, usando as

aeronaves ATR-42/300 praticamente cheias e eliminando os voos que, com essa taxa de ocupação mínima, passaram a ser considerados deficitários.

Em todas as programações obtidas até este ponto, com exceção dos voos obrigatórios e envolvendo aeroportos com *slots*, nem sempre os voos utilizados para atender à demanda se encaixam exatamente aos horários propostos pelo programador nos arquivos de entrada, visto que o modelo trata igualmente os arcos dos voos da programação sugerida e os arcos de voos criados para propiciar reposicionamento. Como é possível que uma empresa deseje privilegiar os voos da programação sugerida, o modelo permite esta consideração por meio de coeficientes de custo para os diferentes tipos de arcos, γ_{ij} .

A próxima instância, CP3M7D, é uma variante da CP3M7C, incluindo um valor de $\gamma_{ij} = 1,1$ para todos os arcos que são criados para reposicionamento, isto é, tornando-os "10% mais custosos" que os arcos sugeridos no arquivo de voos potenciais. Os resultados obtidos com esse processamento podem ser verificados na Tabela 10.18.

Tabela 10.18: Características da Rede e Resultados para a Instância CP3M7D

Nós	24.099	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	21.273 / 35.102 /
Arcos Totais	44.907	Função Obj. (pax.min)	1.606.100
Voos Obrigatórios	12*	Tempo de Solução (s)	71420 **
Voos Opcionais	480*	Frotas Alocadas	2xAT43 + 2xE120 +
Reposicionamento	20.316	Passageiros Transp.	4.797 (de 13.680)
Espera em Solo	14.226	Número de Voos	105
Manutenção	9.855	Passageiros por Voo	45,7
Ciclo	18	Ocupação Média (%)	93
Restrições	44.289	M. Transp. Efetivo	353.850
Variáveis	18.417 / 38.742	M.Trans.Não	789.250

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

(**) Solução interrompida por falta de memória para processamento. A distância deste valor para o limite inferior calculado pelo software Gurobi, o *gap*, ficou em 0,6%.

Estes resultados mostram que, ao privilegiar os voos propostos na programação, alguns voos deixaram de ser executados, com uma leve redução do número de passageiros transportados. Uma possível razão para este efeito é a impossibilidade de conciliar os horários dos voos de maneira a produzir uma programação igual à da instância CP3M7C, sendo mais interessante a remoção de alguns voos do que arcar com o custo adicional de atender a uma parcela da demanda com voos que não sejam da programação sugerida. A Tabela 10.19 apresenta uma comparação das programações resumidas.

Tabela 10.19: Comparativo de soluções para diferentes taxas de ocupação de interesse

Instância		CP3M7C		CP3M7D	
Frotas		2xAT43+2xE120+E170		2xAT43+2xE120+E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	2	2	2	2
Seg	PLU-UDI	2	2	2	2
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	0	0	0	0
Seg	UBA-PLU	2	2	2	2
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-UDI	2*	2*	2	2*
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	0	0	0	0
Ter-Qui	UBA-PLU	2	2	2**	2
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	3	3	2	2
Sex	PLU-UDI	2	2	2	2
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	1	1	0	1
Sex	UBA-PLU	2	2	2	2
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	1	0
Total:		110		105	

(*) Na terça-feira ocorrem 3 vezes.

(**) Na quinta-feira ocorre apenas 1 vez.

Como é possível verificar, não ocorrem mudanças significativas na programação da semana, com exceção de três voos que deixam de ocorrer na sexta-feira, um na terça-feira e um na quinta-feira. A pequena variação no momento de transporte realizado e a baixa variação da demanda atendida, de 4862 para 4797 - pouco mais de 1% - confirmam que são programações muito parecidas.

Por outro lado, uma análise da programação detalhada, com os horários de cada voo, revela que, dos 110 voos da instância CP3M7C, apenas 25 estavam no horário da programação sugerida para os voos potenciais, ou seja, cerca de 23%. Destes, 24 representam voos obrigatórios ou voos envolvendo o aeroporto CGH, o que significa que apenas 1 voo (PLU-UDI, às 18:40 do dia 3), dos 86 voos com horário flexível - pouco mais de 1%, estava com o horário de acordo com a programação sugerida no arquivo de voos potenciais.

Já na instância CP3M7D, onde os coeficientes adotados privilegiam os voos potenciais, o número de voos no horário sugerido sobe para 84, ou seja, 80% dos 105 voos foram alocados nos horários sugeridos. Excluindo-se os voos cujo horário é obrigatório, são 60 voos no horário sugerido em um total de 81 voos - ou mais de 74%. É possível ampliar esta proporção, incrementando o valor do coeficiente γ_{ij} para além de 1,1; porém, isso também significa forçar programações menos eficientes, em troca de cumprir horários pré-programados.

10.5.4. Mercado Compartilhado entre Congonhas e Guarulhos

Considerando os resultados obtidos na instância CP3M7A, a empresa pode desejar verificar qual seria a configuração ideal de sua malha, considerando que recebesse também dois *slots* de pouso e dois de decolagem no aeroporto de Guarulhos (GRU), na situação em que as

demandas dos voos envolvendo CGH e GRU fossem compartilhadas, isto é, para os passageiros seria indiferente chegar ou partir de qualquer um destes aeroportos.

Nestas condições, assume-se que, não existindo passagem para voos envolvendo um destes aeroportos, um passageiro naturalmente adquiriria a passagem para voos envolvendo o outro aeroporto. É exatamente esta situação a proposta da instância GP4M7A, cujos dados do modelo e resumo dos resultados de processamento estão especificados na Tabela 10.20.

Tabela 10.20: Características da Rede e Resultados para a Instância GP4M7A

Nós	25.479	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	23.113 / 38.182 /
Arcos Totais	48.087	Função Obj. (pax.min)	619.150
Voos Obrigatórios	12*	Tempo de Solução (s)	Mais de 48 Horas **
Voos Opcionais	660*	Frotas Alocadas	2xAT43 + 2xE120 +
Reposicionamento	21.936	Passageiros Transp.	6.270 (de 14.260)
Espera em Solo	14.883	Número de Voos	164
Manutenção	10.575	Passageiros por Voo	38,2
Ciclo	21	Ocupação Média (%)	91
Restrições	47.454	M. Transp. Efetivo	496.150
Variáveis	20.112 / 41.354	M.Trans.Não	619.150

(*) O número de voos sempre se refere ao número de arcos de voo. O número de voos reais deve ser dividido pelo número de frotas, neste caso três.

(**) Solução interrompida no limite de tempo de processamento adotado. A distância deste valor para o limite inferior calculado pelo software Gurobi, o *gap*, ficou em 1,0%.

Por esses resultados, verifica-se que a adição de voos envolvendo o aeroporto de Guarulhos (GRU) traz uma programação expressivamente melhor em número de passageiros transportados e voos executados, além de propiciar uma ocupação média mais alta e mais passageiros por voo que na instância CP3M7A.

Isso é possível mais pela possibilidade de executar quatro sequências de ida e volta de Belo Horizonte (PLU) a São Paulo (CGH e GRU) por dia do que propriamente pelo incremento de demanda proporcionado pela consideração da demanda adicional de GRU, já que só

a demanda entre PLU-CGH-PLU já seria suficiente para a realização de quatro sequências, ao invés das duas que ocorrem na instância CP3M7A, devido à limitação de *slots* em CGH. A comparação entre as programações das instâncias CP3M7A e GP4M7A pode ser verificada na Tabela 10.21.

Tabela 10.21: Programação Envolvendo Demanda Compartilhada entre CGH e GRU

Instância		CP3M7A		GP4M7A	
Frotas		1xAT43+2xE120+E170		2xAT43+2xE120+E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2
Seg	PLU-GRU	-	-	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	2	2	2	2
Seg	PLU-UDI	4	4	4	4
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0
Seg	UDI-GRU	-	-	0	0
Seg	UDI-UBA	2	2	2	2
Seg	UBA-PLU	2	2	2	2
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0
Seg	UBA-GRU	-	-	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GRU	-	-	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-UDI	4	4	4	4
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-GRU	-	-	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	2	2	2	2
Ter-Qui	UBA-PLU	2	2	2	2
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0
Ter-Qui	UBA-GRU	-	-	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2
Sex	PLU-GRU	-	-	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	2	2	2	2
Sex	PLU-UDI	4	4	4	4
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0
Sex	UDI-GRU	-	-	0	0
Sex	UDI-UBA	2	2	2	2
Sex	UBA-PLU	2	2	2	2
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0
Sex	UBA-GRU	-	-	0	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	1	0
Total:		143		105	

(*) Na terça-feira ocorrem 3 vezes.

(**) Na quinta-feira ocorre apenas 1 vez.

Note-se que a execução de voos adicionais entre PLU-GRU não provocou deslocamento de qualquer voo anterior, isto é, todos os voos que

eram executados na programação CP3M7A continuam sendo executados na instância GP4M7A. Isso significa que havia uma ociosidade expressiva das aeronaves considerando a malha possível na instância CP3M7A, tornando bastante interessante, para a frota considerada nestas instâncias, a adição de voos entre PLU-GRU.

10.6. Tempos de Execução e Níveis de Reposicionamento

Os tempos de execução para a maioria das instâncias com 6 aeroportos e 3 frotas foram relativamente altos. Entretanto, duas observações relevantes podem ser feitas.

A primeira delas é que as instâncias geradas usam 3 níveis de expansão, ou seja, um conjunto de arcos alternativos de voo e reposicionamento em 2 níveis, permitindo reposicionamento entre aeroportos sem conexão direta, como CGH e IPN ou entre GRV e UBA, por exemplo. Uma vez que nenhuma das programações utilizou os reposicionamentos que seriam impedidos com apenas dois níveis de expansão da rede, foram executados testes com algumas instâncias - em específico CF1U1A, CF2M7A, CP3M7A e GP4M7A - com o uso de apenas dois níveis, com o objetivo de avaliar a variação no tempo de solução do modelo.

Para a instância CF1M1A o tempo foi bastante baixo, 1s, em comparação aos 7s da instância com 3 níveis, e o resultado foi exatamente o mesmo. No caso da instância CF2M7A, os resultados obtidos foram ligeiramente piores, da ordem de 1% acima daquele conseguido com os 3 níveis de expansão, embora tenha consumido apenas 3% do tempo original para chegar a este resultado. A justificativa para a diferença de qualidade entre as respostas é que os três níveis de reposicionamento, além de permitir os reposicionamentos, oferecem uma maior alternativa de horários

para o cumprimento dos voos, permitindo também o atendimento da demanda fora dos horários dos voos previamente programados. Como a faixa horária em que as demandas podem ser atendidas na instância CF2M7A é estreita, de apenas 30 minutos, a redução no número de voos de reposicionamento tem esse impacto negativo.

Na instância CP3M7A, por sua vez, o resultado obtido foi o mesmo que se obteve anteriormente, com 3 níveis de expansão. Por outro lado, o processamento perdurou por 48 horas sem qualquer variação no *gap*, que é a distância entre a melhor solução obtida e um limite inferior admitido para o resultado ótimo. Como na instância com 3 níveis de expansão, o *gap* permaneceu em cerca de 0,8%, embora tenha chegado a este valor mais rapidamente na instância com apenas 2 níveis de expansão. A razão pela qual neste caso foi possível atingir o ótimo - e na instância CF2M7A não - é que na instância CP3M7A o horário de atendimento da demanda é extremamente flexível, ampliando a probabilidade de algum voo de reposicionamento capturar demandas não atendidas por outros voos, mesmo com um menor número de voos de reposicionamento. Só haveria algum problema em atingir o ótimo caso ocorresse algum conflito de horário específico, o que não aconteceu. Finalmente, na instância GP4M7A, após 48 horas, o processamento não havia finalizado, também chegando à mesma solução obtida com três níveis de expansão, também sem qualquer redução do *gap*.

A segunda observação relevante é que, na maioria das instâncias, o pacote Gurobi é capaz de chegar a uma solução com *gap* inferior a 1% nos primeiros 10 a 15 minutos, sendo a maior parte do tempo subsequente destinado a confirmar a otimalidade ou a garantir pequenos incrementos nos resultados. Apenas em instâncias mais complexas como a GP4M7A, com os três níveis de expansão, o *gap* ficou muito próximo de 1% em cerca de 10 minutos, mas não foi significativamente reduzido após 48 horas de processamento.

Adicionalmente, vale ressaltar que tais tempos foram obtidos com o uso total e simultâneo de 4 núcleos de processamento, o que significa que o desempenho pode ser sensivelmente melhorado em máquinas com mais processadores, embora isso não signifique que instâncias maiores do que as aqui tratadas possam ser resolvidas em tempos muito mais curtos do que os apresentados, dada a natureza combinatória do problema.

10.7. Consideração de Tempos de Voo por Frota

Apesar do modelo adotado partir da premissa de que os tempos de voo podem ser considerados iguais para diferentes tipos de aeronaves, a consideração de tempos de voo diferenciados no modelo proposto poderia ser feita com algumas modificações. Em essência, a adaptação pode ser feita com o aumento em uma dimensão de algumas variáveis - tornando o modelo ainda maior -, com a distribuição de demandas e passageiros por arco e por frota, ao invés de uma distribuição apenas por voo, independente da frota. As variáveis pa_{ij} e d_{ij} passariam a ser representadas como pa_{ij}^f e d_{ij}^f e um arco passaria a ser representado por uma tríade (i, j, f) , que significa o arco da frota f que parte do nó i em direção ao nó j .

Essa nova colocação exige mudanças correspondentes na função objetivo e nas restrições. Como o valor do tempo passa a ser variável, de acordo com a frota, não mais seria possível multiplicar o tempo de voo pelo número de passageiros alocados na forma original, sob pena do modelo tornar-se não linear. A alternativa é expandir a função objetivo com termos para cada frota, situação na qual é possível considerar o tempo de voo constante em cada termo (ou seja, para cada frota). A nova forma desta expressão pode ser verificada na Eq. 10.15.

$$[\min] \sum_{f \in F} \sum_{(i, j, f) \in L_v} \{ \gamma_{ij}^f \cdot T_{ij}^f \cdot [a \cdot (\theta_{ij}^f \cdot C^f \cdot x_{ij}^f - pa_{ij}^f) + \beta \cdot (d_{ij}^f - pa_{ij}^f)] \} \quad (10.15)$$

Considerando Nd o conjunto de nós de decolagem da rede, as restrições de cobertura obrigatória e opcional devem ser escritas conforme as Eqs. 10.16 e 10.17.

$$\sum_{f \in F} \sum_{(i,j,f) \in Lvm} x_{ij}^f = 1 \quad \forall i \in Nd \mid \exists j \mid (i,j,f) \in Lvm \quad (10.16)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{(i,j,f) \in Lvd} x_{ij}^f \leq 1 \quad \forall i \in Nd \mid \exists j \mid (i,j,f) \in Lvd \quad (10.17)$$

As restrições de continuidade e disponibilidade de aeronaves permanecem as mesmas indicadas, respectivamente, nas Eqs. 10.4 e 10.5, uma vez que já são específicas por frota.

Por outro lado, a restrição de passageiros quanto à capacidade das aeronaves deve ser transformada em vários grupos, um para cada frota, garantindo que um voo de uma frota só receba passageiros caso a alocação ocorra. A nova forma da restrição aparece na Eq. 10.18.

$$C^f x_{ij}^f - p a_{ij}^f \geq 0 \quad \forall (i,j,f) \in Lv \quad (10.18)$$

Também as restrições de passageiros com relação à demanda alocada a cada frota devem ser transformadas em vários grupos, um por frota, conforme a expressão da Eq. 10.19.

$$d_{ij}^f - p a_{ij}^f \geq 0 \quad \forall (i,j,f) \in Lv \quad (10.19)$$

Ainda, a restrição que garante o respeito à demanda total por mercado deve considerar as demandas distribuídas para cada frota, como representado na Eq. 10.20.

$$\sum_{(i,j,f) \in Lm} d_{ij}^f - D_m = 0 \quad \forall m \in M \quad (10.20)$$

Finalmente, os voos de diferentes frotas precisam ser ajustados na composição da rede, quando decolarem ou pousarem em aeroportos com *slots*; adicionalmente, considerações específicas devem ser feitas para os casos em que um voo proposto ligue dois aeroportos de operação restrita, quando então o tempo de voo torna-se fixo pelo modelo.

10.8. Conclusões do Capítulo

Neste capítulo foi proposto um modelo matemático linear para a resolução do Problema da Programação de Voos integrado ao Problema da Alocação de Frotas, baseado em uma função objetivo que visa à minimização do momento de transporte perdido total, isto é, busca a minimização dos momentos de transporte desperdiçados pela existência de assentos vazios em voos executados e pelo não atendimento de demanda, seja pela não execução de um voo, ou pela falta de capacidade da frota alocada ao voo em questão.

O modelo proposto considera frotas heterogêneas e apresenta uma abordagem que permite a todos os voos que atendam a alguma das origens ou destinos de um mercado, na janela de tempo especificada, compartilhar a demanda disponível, buscando equilibrá-la com a oferta de assentos para cada voo, com a alocação da melhor frota possível. Tal modelo ainda tem as seguintes características:

- a) Permite a consideração de aeroportos com operação restrita, isto é, aeroportos que contem com *slots* de pouso e decolagem;
- b) Possui parâmetros de ajuste que permitem a alteração do equilíbrio entre oferta e demanda, buscando taxas de ocupação mínimas aceitáveis para os voos executados;

- c) Permite a definição de custos diferenciados para os assentos de frotas distintas;
- d) Permite a definição de coeficientes de ajuste de custo para arcos de voo específicos;
- e) Permite a consideração de voos opcionais ou obrigatórios.

Adicionalmente, verifica-se a flexibilidade para adaptação do modelo proposto para a consideração de outros parâmetros, como tempos de voo diferenciados para cada frota, bem como a facilidade de incorporação de restrições compatíveis com os modelos baseados no conceito de rede espaço-tempo.

O modelo foi aplicado a diversas instâncias baseadas na malha real de uma empresa aérea regional operando no mercado brasileiro, com resultados práticos que atendem aos requisitos básicos de operação de uma empresa aérea e em tempos de processamento relativamente curtos. Os resultados obtidos proporcionam informações suficientes para a comparação entre diversos cenários, fornecendo suporte para decisões de mudança de malha e frota, bem como os impactos da aquisição de *slots* em aeroportos de operação restrita.

Finalmente, a expansão da rede com arcos para até dois reposicionamentos consecutivos permitiu a avaliação do desempenho computacional da solução do modelo em situações com um grande número de voos. Os modelos gerados a partir das instâncias de aplicação, em número de restrições e variáveis, são equiparáveis às aplicações realizadas por Lohatepanont e Barnhart (2004), embora as instâncias consideradas neste trabalho possuam cerca de quatro vezes mais voos (cerca de 8.000 contra 2.000, nas maiores instâncias) que a maior instância considerada pelos supracitados autores.

Os resultados obtidos permitem concluir que o modelo apresentado atingiu os objetivos propostos por esta pesquisa, proporcionando soluções ótimas ou muito próximas da ótima em um tempo de processamento bastante curto, usualmente inferior a 10 minutos.

Ainda assim, dada a característica combinatória do problema, não há garantia de que o modelo matemático apresentado leve a soluções de boa qualidade para instâncias maiores, devido a limitações de tempo de processamento e memória existentes na aplicação prática. Sendo assim, é conveniente desenvolver um modelo heurístico capaz de resolver os mesmos tipos de problemas aqui tratados, com a mesma flexibilidade, mas com tempos de processamento reduzidos, viabilizando a determinação de boas soluções mesmo para instâncias maiores.

Capítulo 11 - Heurísticas *Ant Group*

11.1. Introdução

Este capítulo apresenta, primeiramente, a descrição geral de uma variação para a meta-heurística ACO, denominada *Ant Group Optimization* (AGO), com adaptações para considerar soluções representadas por um grupo de formigas, ao invés de uma solução completa por formiga. Em seguida são apresentadas as heurísticas desenvolvidas neste trabalho, *Multiple Ant Group Optimization* (MAGO) e *Multiple Ant Group System* (MAGS), além de suas versões modificadas com a adição de métodos de melhoria local. Ao final do capítulo, é feita uma análise crítica, comparando os resultados obtidos.

11.2. *Ant Group Optimization*

Tradicionalmente, as heurísticas baseadas na ACO, como a *Ant Systems* (AS) ou a *Multiple Ant Colony Systems* (MACS), têm sido aplicadas a problemas de minimização representados como um problema do caixeiro viajante ou um problema de caminho mínimo entre dois pontos. Assim, como o objetivo na maior parte desses casos é a determinação de um caminho único e cada formiga da ACO produz um caminho completo, uma única formiga é suficiente para representar uma solução completa.

No caso do tratamento integrado da programação de voos e da alocação de frotas, em decorrência de uma modelagem em que se usam grafos distintos para cada frota de aeronaves, torna-se natural considerar que cada formiga represente uma aeronave circulando pela rede. Neste contexto, as várias formigas de uma mesma colônia representam uma única frota, compartilhando o mesmo grafo; as formigas de colônias diferentes,

por sua vez, representam frotas distintas, trafegando por grafos distintos. A inspiração para esta abordagem vem da proposta da heurística *Multiple Ant Colony Optimization* (MACO), que implementa um modelo de trilhas de feromônio de ordem superior, desenvolvida para encontrar o maior número de caminhos disjuntos em uma rede, sendo que cada colônia tem o objetivo de encontrar um destes caminhos (VRANCX; NOWÉ, 2006).

Entretanto, tanto a MACO quanto a MACS (DORIGO; STÜTZLE, 2003), que usa múltiplas colônias a fim de buscar soluções para problemas multi-objetivo, têm em comum o fato de que a construção dos caminhos pelas diferentes colônias é feita sem uma vinculação mais forte, isto é, a única interação existente entre as colônias ocorre por conta dos feromônios. Considerando o contexto de aplicação destas heurísticas, a existência deste único tipo de interação faz sentido. Na MACS, os feromônios das diferentes colônias são somados, embora os objetivos das formigas de diferentes colônias sejam diferentes; a somatória dos feromônios, neste caso, tende a provocar uma convergência em direção a soluções que levam em conta os vários objetivos (DORIGO, 2003). Na MACO, por outro lado, o objetivo é encontrar vários caminhos disjuntos, mas as formigas das diferentes colônias são, em essência, iguais, com os mesmos objetivos; porém, as colônias disputam os "arcos menos custosos" e, sendo assim, o feromônio de uma colônia repele formigas da outra, convergindo para soluções parciais cuja intersecção dos arcos da solução encontrada por cada colônia seja nula (VRANCX; NOWÉ, 2006).

No caso deste trabalho, o problema tem similaridades com aquele para o qual foi aplicada a heurística MACO, mas há diferenças significativas. A primeira delas é que as formigas não são, necessariamente, todas iguais - cada uma pode representar uma aeronave de uma frota distinta, com considerações de custos distintos -, que trafegam por grafos potencialmente distintos - já que os tempos de manutenção básica podem ser diferentes para as aeronaves - e, finalmente, não são apenas os "arcos menos

custosos" que estão em disputa: existe também uma concorrência pela demanda, que pode ser compartilhada entre vários arcos.

A concorrência pela demanda faz com que o conceito de "arco menos custoso" seja relativo: embora um arco tenha demanda potencial, esta demanda está compartilhada com outros arcos. Se duas formigas, que representam aeronaves diferentes, escolherem arcos que compartilhem uma mesma demanda, inconsistências podem surgir. Por exemplo, caso a demanda disponível não seja suficiente para preencher a ocupação mínima das duas aeronaves, *a priori* uma das formigas terá feito uma boa escolha de arco, enquanto a outra terá feito uma escolha ruim. A ocorrência deste tipo de situação pode ser frequente, levando a soluções de baixa qualidade. Devido a estas características, a construção de soluções com formigas independentes buscando as melhores soluções para os seus próprios propósitos, como a MACO, não convergiu a boas soluções em experimentos preliminares. A desconsideração do caráter dinâmico do atendimento da demanda ao longo da construção da solução dificulta a convergência para boas soluções.

Neste contexto, propõe-se uma variação da meta-heurística ACO, denominada *Ant Group Optimization* (AGO), em que se substitui o conceito de "uma formiga constrói uma solução" para o conceito de "um grupo de formigas constrói uma solução". Enquanto no primeiro caso a formiga leva em consideração apenas as suas escolhas anteriores e o depósito de feromônio para decidir por qual caminho seguir, no segundo, além dessas informações, a formiga considera também as decisões que as outras formigas de seu grupo já tomaram até aquele instante e que causaram modificações nas características da rede.

Os grupos de formigas podem ser constituídos por formigas de uma só colônia ou por formigas de diversas colônias, cada formiga representando uma parte da solução. No caso da aplicação deste trabalho,

por exemplo, cada frota é representada por uma colônia; se um problema considerar apenas uma frota com cinco aeronaves, o grupo será composto por cinco formigas da mesma colônia. Se, por outro lado, um problema considerar cinco frotas com uma aeronave em cada, o grupo será composto por uma formiga de cada uma das cinco colônias.

11.2.1. O Procedimento Básico da AGO

No processo tradicional da ACO, repete-se o procedimento de criar uma formiga e fazê-la caminhar pela rede, criando soluções. Depois que algumas soluções tenham sido criadas, completando uma iteração, procede-se à evaporação dos feromônios antigos e, finalmente, as formigas criadas na última iteração depositam seus feromônios. Este processo é repetido até que algum critério de parada seja atingido. A lógica pode ser descrita conforme representado na Figura 11.1.

Figura 11.1 - Esqueleto de uma Heurística ACO Básica

Nas heurísticas AGO o procedimento é similar: repete-se o processo de criar um grupo de formigas e fazê-lo caminhar pela rede. Depois de alguns grupos terem sido criados, completando uma iteração, procede-se à

evaporação dos feromônios antigos e os grupos criados nesta iteração depositam seus feromônios, repetindo-se o processo até o critério de parada adotado - no caso o número de iterações. A lógica pode ser descrita conforme a representado na Figura 11.2.

Figura 11.2 - Esqueleto de uma Heurística AGO Básica

11.2.2. Construção da Solução na AGO

A construção de soluções na AGO é similar à da ACO, mas se segue um princípio relativamente distinto. Na ACO, a construção da solução é feita elemento a elemento, e a escolha dos novos elementos que serão adicionados a uma solução parcial segue um critério probabilístico. A probabilidade de escolher um arco, por sua vez, leva em conta a informação de feromônio da colônia da formiga atual no arco (i,j) , designada por τ_{ij} , a informação heurística deste mesmo arco, designada por η_{ij} , e a informação do total de feromônios de outras colônias concorrentes no arco, designado por ϕ_{ij} , conforme a Eq. 11.1 (VRANCX; NOWÉ, 2006).

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta \cdot [1/\phi_{ij}]^\gamma}{\sum_{l|(i,l) \in N_i^k} \tau_{il}^\alpha \cdot \eta_{il}^\beta \cdot [1/\phi_{il}]^\gamma} \quad (11.1)$$

Na AGO proposta, este tipo de escolha se mantém, havendo uma variação na informação heurística, que pode ser dinâmica e diferenciada para cada arco considerado no cálculo da referida probabilidade. Como nas heurísticas MACO e MACS, as formigas não depositam feromônio no momento em que passam por um arco: isso é feito ao término da iteração, conforme descrito anteriormente. Por outro lado, sempre que uma formiga de um grupo tomar um arco como um componente de sua parte da solução, ela alterará o ambiente, modificando de forma significativa a probabilidade de escolha daquele arco (ou de um conjunto de arcos) por parte das outras formigas do mesmo grupo.

Por exemplo, no caso da solução integrada da programação de voos e da alocação de frotas, isso significa que, sempre que uma formiga/aeronave estiver escolhendo um dos arcos que partem do nó em que ela se encontra, ela o fará considerando os seguintes aspectos: a) no caso de arcos de voo, apenas os que representam voos ainda não executados têm probabilidades diferentes de zero; e b) a medida de qualidade de um arco de voo com demanda é feita com base na demanda ainda disponível, isto é, a demanda que não tenha sido alocada para nenhuma outra formiga do grupo.

Para que isso seja possível, a passagem da formiga por um arco de voo deve causar os seguintes efeitos, no exato momento em que ela adiciona o arco à sua solução:

- a) Se o arco representar um voo com demanda, este arco deve ser bloqueado - ou seja, este arco, assim como todos os outros que representam este mesmo voo, passa a ter probabilidade zero de escolha para todas as outras formigas do grupo.

- b) Se o voo em questão envolver um *slot*, todos os outros voos e seus respectivos arcos que compartilham o mesmo *slot* também devem ser bloqueados.
- c) A parcela da demanda que é atendida pela aeronave representada por aquela formiga, naquele arco, deve ser tornada indisponível para outros arcos e formigas do grupo, alterando as condições de cálculo da informação heurística.

Todas as formigas de um grupo devem escolher seus arcos seguintes de maneira aleatoriamente intercalada, e o processo de construção de uma solução completa terminará quando todas as formigas de um grupo chegarem ao seu destino, ou seja, a um arco de ciclo.

11.2.3. Depósito de Feromônios na AGO

A quantidade de feromônio que deve ser depositada pelo grupo de formigas na AGO é calculado conforme a regra da ACO para uma única formiga: em geral, um valor inversamente proporcional ao valor da função objetivo, considerando-se um problema de minimização. Entretanto, dado o fato de que cada formiga representa apenas parte da solução, definir o depósito de feromônio do grupo não define automaticamente a distribuição de feromônio de cada formiga do grupo. Algumas das possibilidades de cálculo para esse depósito individual são:

- a) Depositar, para cada formiga, o valor total atribuído como depósito do grupo.
- b) Depositar, para cada formiga, o valor total atribuído como depósito do grupo dividido pelo número de formigas.
- c) Depositar, para cada formiga, o valor total atribuído como depósito do grupo dividido ponderadamente pelo número de formigas, de acordo com a sua contribuição para a qualidade da solução.

- d) Depositar, para cada formiga, o valor total atribuído como depósito do grupo ponderado pela contribuição da formiga para a qualidade da solução.

Outras possibilidades podem ser consideradas e a melhor delas pode variar de acordo com o problema abordado.

11.3. Modelagem de Rede para Aplicação da AGO ao Problema Integrado da Programação de Voos e Alocação e Frotas

As heurísticas propostas para este trabalho têm como base a mesma rede descrita para os modelos matemáticos. Resumidamente, os nós da rede representam um par espaço-tempo, indicando um horário específico em um dado aeroporto, podendo ser de duas categorias: de pouso ou de decolagem. Os arcos, por sua vez, representam os movimentos/estados das aeronaves e são classificados em quatro categorias distintas: arcos de voo, de manutenção básica, de espera em solo e de ciclo.

Dado que cada voo termina em um único arco de manutenção básica e que os tempos desta manutenção podem ser diferentes, é criada uma rede diferente para cada frota. A razão para isso é que tempos de manutenção diferenciados podem tornar alguns voos inviáveis para algumas aeronaves, devido ao seu horário de partida. Em outras palavras, os tempos de manutenção diferenciados podem tornar as redes de cada aeronave significativamente diferentes. Tais redes não são, entretanto, desconexas. Todos os arcos que partem de um mesmo aeroporto i em um mesmo horário t com destino para o mesmo aeroporto j representam um único voo.

Cada voo, representado por um aeroporto de origem, horário de partida e aeroporto destino, pode estar associado a um mercado; cada mercado, por sua vez, é definido por um conjunto de aeroportos de origem,

um conjunto de aeroportos de destino e uma faixa de horário de partida, além de uma demanda, que pode ser alocada - inclusive parcialmente - a qualquer dos voos que atendam aos requisitos do mercado (origem, destino e horário de partida). Em outras palavras, todos os voos que estão associados a um mercado compartilham sua demanda, isto é, se um voo receber toda a demanda de um mercado, os outros voos que atendem àquele mercado ficarão sem demanda.

Adicionalmente, assim como no modelo matemático, só é impedido o uso de mais de uma frota por voo se ele for obrigatório e/ou estiver associado a um mercado e/ou for de pouso ou decolagem em um aeroporto de operação restrita, com *slots*. Isto significa que o modelo permite várias frotas para um mesmo voo, se não houver um mercado associado a este voos e os aeroportos envolvidos não forem de operação restrita, situação na qual os arcos são considerados meramente de reposicionamento, já que, no contexto do modelo, nunca receberão demanda.

Diante do exposto, a única diferença desta rede para aquela usada para descrever a modelagem matemática é a adição de um nó "fonte" para a rede de cada frota/colônia, representando o formigueiro. É deste nó que partem todas as formigas da colônia em direção à sua respectiva rede. Isso permite que a própria heurística decida a cidade inicial de cada uma das formigas/aeronaves, de acordo com a evolução dos resultados obtidos a partir de cada aeroporto de origem.

11.3.1. Representação de Feromônios na Rede

Como há uma rede para cada frota/colônia e não há restrições quanto ao fluxo nos arcos de solo, manutenção e ciclo, nestes arcos não há a necessidade combinar feromônios de diferentes colônias, ou seja, nestes arcos o depósito de feromônios é de ordem simples, só existindo o feromônio da colônia que trafega por aquela rede. Em outras palavras, em tais arcos não faz sentido uma disputa entre formigas de diferentes colônias.

Os arcos de voo, por outro lado, possuem um tratamento diferenciado. Cada voo possui uma matriz de feromônios, com um valor diferente para cada colônia/frota; os feromônios da colônia à qual uma formiga pertence são atrativos, mas os feromônios das outras colônias são repelentes, usando uma formulação de probabilidade similar à da MACO, já apresentada na Eq. 11.1. Como um voo pode ser representado por diversos arcos, um para cada frota, todos os arcos que representam este voo compartilham a matriz de feromônios do voo.

Uma abordagem alternativa seria adotar uma colônia para cada aeronave, mas por se tratar de um problema de alocação de frota, em que o importante é o tipo de aeronave selecionado para um arco, isso é desnecessário. Por outro lado, é sempre possível obter os resultados de uma modelagem com uma colônia por aeronave, configurando adequadamente os arquivos de entrada, indicando várias frotas com uma única aeronave em cada.

11.4. Heurística *Multiple Ant Group Optimization* (MAGO)

A heurística MAGO é inspirada diretamente nas heurísticas *Ant System* (AS) originais e na heurística MACO, já citadas anteriormente, e é uma implementação dos conceitos mencionados nas seções anteriores

aplicados ao problema integrado da Programação de Voos e da Alocação de Frotas. A lógica geral desta heurística pode ser apresentada conforme descrito na Figura 11.3.

Figura 11.3 - Lógica Geral da Heurística MAGO

A seguir serão apresentadas descrições detalhadas dos processos de inicialização de feromônios, de construção de soluções, de evaporação de feromônios e, finalmente, de depósito de feromônios.

11.4.1. Inicialização de Feromônios

A inicialização de feromônios é baseada naquela da heurística AS-AC e tem o propósito de garantir uma diversificação inicial. O depósito inicial τ_0 é igual para todos os arcos e seu valor é proporcional ao número de grupos de formigas g e inversamente proporcional ao "custo" C^n de uma solução inicial, obtida por uma heurística de "vizinho mais próximo". A expressão para determinação deste depósito está representada na Eq. 11.2.

$$\tau_0 = g/C^n \quad (11.2)$$

Entretanto, a heurística de vizinho mais próximo usada não é trivial e precisa ser detalhada. Ela é construída conforme uma simulação por eventos do deslocamento das aeronaves pela rede, isto é, a aeronave que está no nó que representa um instante no tempo mais antigo é que terá preferência na escolha pelo próximo arco. Cada arco de voo usado por uma aeronave recebe o mesmo tratamento que um arco selecionado por uma formiga na heurística: bloqueio de outros arcos quando necessário e redução da demanda disponível no mercado em questão.

Em seu primeiro movimento, cada aeronave é direcionada para o aeroporto que possua o próximo voo disponível. A partir de então, a escolha pelo próximo arco obedece a um critério de "melhor arco disponível", isto é, a partir de um nó, uma aeronave vai para o arco de voo que possa ser usado e que proporcione o melhor ganho de momento de transporte - multiplicando a demanda disponível no arco (limitada pela capacidade da aeronave) pelo comprimento do arco em minutos. Se, a partir de um nó, não existirem arcos de voo livres ou, dos que existirem, nenhum possuir demanda, é selecionado o arco que representa a permanência da aeronave em solo.

Repetindo-se este processo, constrói-se uma solução inicial completa, cujo valor pode ser calculado pela função objetivo usada no modelo matemático com realocação de demanda, representada na Eq. 11.3, na qual T_{ij} é o comprimento em minutos do arco (i,j) , C^f é a capacidade da aeronave, x_{ij}^f indica se uma aeronave da frota f usa o arco (i,j) , pa_{ij} indica o número de passageiros alocados ao voo representado pelo arco (i,j) e d_{ij} representa a demanda alocada ao voo representado pelo arco (i,j) . Os demais coeficientes - α , β , γ_{ij} e θ^f - são descritos no Capítulo 10.

$$\sum_{(i,j) \in L_v} \{ \gamma_{ij} \cdot T_{ij} \cdot [\alpha \cdot (\sum_{f \in F} \theta_{ij}^f \cdot C^f \cdot x_{ij}^f) - pa_{ij}] + \beta \cdot (d_{ij} - pa_{ij}) \} \quad (11.3)$$

Esta solução inicial, destaque-se, é sempre processada pelos métodos de melhoria LS e LS2, apresentados posteriormente. Ainda que em alguns casos a solução inicial seja muito boa, em outros a solução assim encontrada tem qualidade muito baixa, isto é, pior que o valor obtido na função objetivo se nenhum voo fosse realizado - já que esta construção não observa os critérios de ocupação e coeficientes da função objetivo. Neste caso específico, o valor usado como C^n na determinação do depósito inicial será exatamente o custo de não realizar nenhum dos voos.

Vale ressaltar que, para o cálculo da função objetivo, é preciso distribuir as demandas da melhor maneira possível, isto é, a que proporcione o menor valor de momento de transporte desperdiçado. Isso não é garantido pelo processo de construção das soluções, seja o apresentado na seção 11.2.2 ou os próximos neste capítulo, já que as demandas vão sendo alocadas pelas aeronaves que chegam primeiramente até elas. Como um mercado pode ser atendido por voos diferentes e por aeronaves diferentes, a alocação realizada durante a construção da solução não é necessariamente a distribuição ótima das demandas para a solução construída. Assim, sempre que for necessário calcular o valor do custo de uma solução, as demandas devem ser redistribuídas, com preferência para os voos da solução que tenham maior momento de transporte potencial - isto é, mais longos e com mais capacidade, respeitando o limite de capacidade das aeronaves e considerando os coeficientes da função objetivo α , β , γ_{ij} e θ^f .

11.4.2. Construção da Solução

A construção de cada solução segue o procedimento descrito na seção 11.2.2, em um processo de sorteio das formigas do grupo que irão acrescentar o próximo arco à sua solução. A formiga sorteada, a partir do nó de destino do último arco adicionado, escolhe um dos arcos disponíveis (isto

é, desconsiderando os arcos bloqueados), de acordo com a probabilidade de cada arco, computada segundo a Eq. 11.4, onde Nd_i^k representa o conjunto dos arcos que partem do nó i e estão disponíveis para uso do grupo k . Os parâmetros α , β e γ são determinados pelo processo de calibragem, descrito no Capítulo 7.

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta \cdot [1/\phi_{ij}]^\gamma \cdot \rho_{ij}}{\sum_{l|(i,l) \in Nd_i^k} \tau_{il}^\alpha \cdot \eta_{il}^\beta \cdot [1/\phi_{il}]^\gamma \cdot \rho_{il}} \quad (11.4)$$

Nesta equação, τ_{ij} representa o valor do feromônio da colônia da formiga atual depositado no arco ou no voo; ϕ_{ij} vale 1 no caso de arcos de manutenção, solo e ciclo, mas no caso dos arcos que representam voos, ϕ_{ij} tem o valor da soma dos feromônios dos arcos de todas as outras frotas/colônias que representam este mesmo voo.

O valor heurístico η_{ij} depende do tipo de arco. Em arcos de manutenção, espera em solo, ciclo e voos sem demanda, seu valor é sempre 1. No caso de arcos que representam voos com demanda, ele é calculado de acordo com o momento de transporte disponível para aquele arco reduzido pela ocupação, isto é, considerando δ^* a taxa de ocupação que será potencialmente obtida com a atribuição, calculada no instante de escolha do arco, d a demanda disponível no arco, C a capacidade da aeronave representada pela formiga e t a duração do arco em minutos, este valor é computado segundo a Eq. 11.5. Para voos obrigatórios ainda não executados, independente da demanda, são usados os momentos de transporte potencial, com $\delta^* = 1$.

$$\eta_{ij} = t \cdot \min(d, C) \cdot \delta^* \quad (11.5)$$

Na Eq. 11.4 aparece, ainda, um coeficiente redutor ρ_{ij} , que tem por objetivo reduzir a probabilidade de caminhos com sequências de voos sem demanda. Este coeficiente vale sempre 1 para arcos que representam voos com demanda, manutenção, espera em solo ou ciclo e pode ter um valor diferente de 1 para arcos que representam voos sem demanda. Neste último caso, seu valor depende da solução parcial que a formiga já construiu: sempre que uma formiga adicionar à sua solução um arco que representa um voo com demanda, este valor é redefinido para 1. A cada voo sem demanda, este valor é multiplicado por 0,5. Em outras palavras, a cada arco de voo vazio adicionado em sequência, a probabilidade de esta mesma formiga adicionar outro em seguida cai significativamente.

Como cada arco de voo de uma frota sempre termina em um arco de manutenção básica, não há decisão a ser tomada por parte das formigas. Por essa razão, sempre que um arco de voo é selecionado para fazer parte da solução, automaticamente o arco de manutenção subsequente também o é. O processo de seleção de arcos para cada formiga se repete até que todas as formigas tenham chegado aos arcos que marcam o final do período de solução, que são os arcos de ciclo. Quando todas as formigas chegarem a um arco de ciclo, o processo termina e o grupo de formigas em questão representa uma solução completa para o problema. É neste momento que a solução pode ter seu custo calculado, de acordo com a função objetivo, já apresentada na Eq. 11.3.

Quando nem todas as formigas terminam seu caminho no mesmo aeroporto de origem, é adicionada uma penalidade no valor de sua função objetivo. O valor dessa penalidade depende da existência de voos entre o aeroporto final e o aeroporto inicial. Se houver, a penalidade considerada é o custo deste voo, em termos de momento de transporte, ampliado em 25%, para que esta solução penalizada não tenha a mesma qualidade de uma solução em que a formiga legitimamente chega ao aeroporto correto. Se, por outro lado, não existirem voos ligando o aeroporto final ao aeroporto

inicial, o valor da penalidade deve ser um número alto, por se tratar de uma solução muito ruim; na aplicação, o valor dessa penalidade foi determinado como o momento de transporte de um voo vazio de 8 horas.

Da mesma forma, soluções que não incluem os voos obrigatórios são penalizadas com um valor muito alto, igual ao de não transportar nenhum dos passageiros da rede. Essa penalidade excessiva foi adotada porque soluções que não cumpram os voos obrigatórios são consideradas inválidas.

11.4.2.1. Origem dos Valores Heurísticos

Uma primeira aproximação para a informação heurística dos arcos de voo é o momento potencial do voo, isto é, a demanda total do arco multiplicada pela duração do voo. Este tipo de informação leva a resultados razoáveis, porém ocasiona uma alta probabilidade de escolha de voos que eventualmente já tenham a demanda de seu mercado alocada a outros voos.

Assim, uma segunda aproximação usa os valores de momento de transporte disponível, isto é, apenas a demanda ainda disponível no mercado do arco é usada para o cálculo do momento de transporte, denominado momento de transporte disponível. Esta aproximação leva a melhores resultados, mas não fornece informações suficientes para decidir entre um voo de 1 hora com 50 passageiros e um de 2 horas com 25, considerando que a capacidade da aeronave é de 50 passageiros ou mais.

Portanto, a terceira aproximação, adotada no modelo, é o momento de transporte disponível reduzido pela ocupação, em que terão mais probabilidade de ocorrer os voos com grande momento de transporte disponível e com maior ocupação da aeronave.

Esta heurística mostrou-se pouco sensível com relação ao valor heurístico dos outros arcos. Foram realizados vários testes, alguns deles enumerados na Tabela 11.1, para a escolha de escala deste valor.

Tabela 11.1: Definição de Escala dos Valores Heurísticos de Arcos sem Demanda

Valor Heurístico	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
1.000	4	249.267	3	447.000	4	1.081.627	11
100	2	222.383	1	414.117	2	1.036.616	5
10	1	210.367	4	469.783	3	1.063.990	8
1	2	220.800	1	415.417	1	1.004.963	4

É possível observar que o uso de valores variando de 1000 a 1 para a informação heurística destes outros arcos não chega a causar variações superiores a 25% no valor da função objetivo. De qualquer forma, pela classificação no *ranking*, o valor 1 foi escolhido, levando a resultados médios melhores em instâncias de diferentes complexidades.

Como a informação heurística dos arcos de voo com demanda é, para o tipo de empresa tratado, da ordem de 1000 (25 passageiros x 40 minutos) a 12000 (100 passageiros x 120 minutos), os valores que levam aos melhores resultados indicam que a probabilidade de escolher arcos de voo com demanda deve ser significativamente maior do que a de qualquer outro tipo de arco. Isso leva a uma conclusão importante, com relação às escolhas que levam aos melhores resultados: quando houver arcos que representam voos com demanda saindo de um nó, a escolha ficará praticamente limitada a estes arcos; a probabilidade de escolha de arcos de espera e arcos de voo vazios só tem maior relevância quando não houver nenhum arco de voo com demanda partindo do nó em questão.

11.4.3. Evaporação de Feromônios

A evaporação de feromônios adotada é a tradicional, com a evaporação de uma fração dos feromônios já depositados, sendo essa fração constante e igual para o feromônio de todos os arcos. O coeficiente de evaporação, ou seja, o valor da fração de feromônio que evapora ao fim de cada iteração, é determinado por meio da metodologia apresentada no Capítulo 7.

11.4.4. Depósito de Feromônios

Na AGO, assim como em muitas variações da ACO, a distribuição de feromônios ocorre apenas ao fim de uma iteração. Isso significa que vários grupos de formigas caminham pela rede com uma mesma distribuição de feromônios e, quando todos eles finalizarem o processo, é feita a evaporação e então é que o depósito de feromônio de cada um destes grupos é realizado. O valor de depósito adotado é o tradicional, dado pela Eq. 11.6, onde τ_g é o depósito de feromônio do grupo g e C^g é o custo da solução representada por este mesmo grupo; o valor τ_g será tão menor quanto mais custosa for a solução encontrada.

$$\tau_g = 1/C^g \quad (11.6)$$

Esse valor pode ser distribuído entre as formigas de duas maneiras: todas as formigas depositam o mesmo valor τ_g ou todas as formigas depositam esse valor multiplicado por um coeficiente de proporcionalidade com relação à sua qualidade perante o grupo τ_f , proporcionalidade esta medida em termos de momento de transporte. Neste trabalho, o primeiro tipo de depósito é denominado "depósito igualitário" e o segundo é denominado "depósito proporcional".

O cálculo do depósito proporcional τ_f é representado pela Eq. 11.7, em que o valor τ_g é multiplicado por um valor que representa o momento de transporte efetivo da formiga f , MTE_f , dividido pelo momento de transporte potencial máximo do grupo de formigas, MTP_g .

$$\tau_f = \tau_g \cdot \{0,5 + [MTE_f / (2.MTP_g)]\} \quad (11.7)$$

A formulação garante que o valor do depósito varie de 50% a 100% do depósito total τ_g , evitando depósitos muito pequenos para algumas formigas, o que nos testes tornava a convergência menos consistente, isto é, com variações demasiadamente grandes entre as rodadas. No caso específico em que um grupo de formigas represente a solução em que nenhum voo é realizado, ou seja, todas as aeronaves ficaram no solo, o MTP_g vale zero e, assim, é usado o depósito integral τ_g em cada formiga.

Dependendo da configuração da heurística, com ou sem melhorias locais, o depósito igualitário pode ser mais efetivo que o depósito proporcional, ou vice-versa. Assim, o tipo de uso de depósito, igualitário ou proporcional, é um parâmetro que deve ser calibrado, juntamente com os outros da heurística.

Outros tipos de distribuições citados anteriormente, com divisão do depósito total entre as formigas, foram avaliados e foi verificado que, por levarem a depósitos muito baixos para cada formiga - em especial nos casos com maior número de aeronaves -, não se mostraram eficazes para promover convergência neste tipo de problema.

11.4.5. Calibragem dos Parâmetros

A calibragem dos parâmetros básicos como o coeficiente de feromônios da colônia, α , de informação heurística, β , de repelência do

feromônio de outras colônias, γ , e o tipo de depósito de feromônio, igualitário ou proporcional, foram definidos segundo a metodologia proposta, resultando nos valores apresentados na Tabela 11.2. Os valores obtidos no processo de calibragem podem ser vistos no Apêndice E.

Tabela 11.2: Resultados da Calibração de Parâmetros Básicos para a Heurística MAGO

Parâmetro	Valor
α	1,00
β	1,50
γ	0,00
Evaporação	5%
Depósito	proporcional

Com esses valores, foram realizados testes de variação no número de formigas, mantendo o número total de grupos no conjunto das iterações, para verificação do ganho de convergência com o mesmo número total de grupos. Dorigo e Stützle (2003) sugerem o uso de 10 a 20 formigas por iteração; no caso deste trabalho, foram testadas instâncias com 5, 10 e 20 grupos de formigas por iteração; como cada grupo é, usualmente, composto por várias formigas (no caso deste trabalho, de 3 a 5 formigas por grupo), isso significa que o número de formigas por iteração é superior ao usualmente adotado.

Como nos testes e na calibragem são adotados 5000 grupos no total, divididos em 500 iterações de 10 grupos, os demais testes foram realizados com 5 grupos em 1000 iterações e 20 grupos em 250 iterações. Os resultados estão indicados na Tabela 11.3, estando as instâncias mais simples à esquerda e as mais complexas à direita.

Tabela 11.3: Seleção do Número de Formigas para a Heurística MAGO (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Grupos por iteração	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
20	3	179.950	3	445.450	3	972.450	9
10	1	159.900	1	390.167	1	940.887	3
5	1	161.033	1	386.600	1	943.886	3

Como é possível verificar, os desempenhos foram relativamente equivalentes entre o uso de 10 ou 5 grupos por iterações, tendo sido selecionada a configuração com 10 grupos por ter, numericamente, resultados melhores nas instâncias mais complexas.

11.4.6. Resultados da Aplicação da Heurística

A heurística foi configurada com os parâmetros definidos na calibragem, mas com 1.000 iterações com 10 grupos de formigas em cada. Para cada instância, foram executadas 10 rodadas independentes da heurística, e os valores obtidos estão resumidos na Tabela 11.4.

Tabela 11.4: Resultados da Heurística MAGO para Diferentes Instâncias

Instância	Número de Arcos	Modelo Matemático		MAGO Média de 10 Execuções		
		Valor	Tempo (s)	Valor	Desvio	Tempo Médio (s)
OF1U1A	35.367	0	3	232.310***	30.763	577
OF1U4A	35.367	92.200	3	308.365***	58.328	580
OF1U4A	35.367	230.500	2	549.516***	146.766	574
CF1U1A	44.907	175.000	7	455.780***	59.678	770
CF2U1A	44.907	897.345	14	1.108.520***	44.970	710
CF2U7A	74.845	809.365	172.800*	1.197.707***	46.761	1.081
CF2M7A	44.907	809.365	14.249	1.065.263***	25.030	710
CP3M1A	14.969	870.120	68	1.029.363	37.805	451
CP3M5A	29.938	814.150	78.133**	1.064.124	48.743	709
CP3M7A	44.907	788.550	172.800*	1.015.401	69.109	943
CP3M7C	44.907	1.596.500	172.800*	2.160.948	76.549	983
CP3M7D	44.907	1.596.775	71.420**	2.168.813	108.932	988
CP3M5E	29.938	1.728.950	172.800*	2.333.922	152.107	675
GP4M7A	48.087	619.150	172.800*	1.004.929***	26.672	1.059

(*) O processamento foi interrompido no limite de tempo de 2 dias, ou 172.800 segundos.

(**) O processamento foi interrompido devido ao esgotamento da memória (mesmo em equipamento com 2GB de memória e uso do harddisk como memória virtual).

(***) Os valores obtidos pela heurística construtiva foram, na ordem: 53.500, 129.100, 230.500, 185.000, 834.355, 963.615, 834.535 e 889.390.

Nesta e em todas as aplicações subsequentes, a comparação dos resultados da heurística é feita com o valor da função objetivo obtido por meio do modelo matemático e uso do software Gurobi Optimizer, com um limite de tempo de execução de 48 horas. Os tempos de processamento são mostrados apenas para o processo de solução, tendo sido excluídos o tempo de geração da rede, que é igual para todos os métodos, dependendo apenas da instância. São ignorados, para as médias da heurística, o valor obtido por meio da heurística construtiva, já que estes mascarariam o desempenho efetivo da heurística MAGO.

Considerando-se os tamanhos dos modelos em número de arcos, verifica-se que, ao contrário do que ocorre com a resolução do modelo matemático por técnicas de programação linear, o tempo de execução desta heurística é praticamente linear, com uma média de 0,02 segundos por arco da rede, independente do número de aeronaves, com desvio padrão próximo de zero.

Por outro lado, como é possível verificar pelos resultados, esta heurística não é muito eficaz, ficando muito longe do ótimo nos problemas menores, como as instâncias do tipo OF1U e CF1U. Nas instâncias maiores seu desempenho melhora, com resultados variando de 18% a 36% acima dos resultados obtidos com a resolução do modelo matemático por programação linear para as instâncias médias, do tipo CF2U1, CF2M e CP3M, e de 48% a 62% para as instâncias maiores, como CF2U7 e GP4M7. A evolução das soluções durante a execução da heurística revelaram uma baixa convergência, com grandes variações de resultados entre uma rodada e outra, característica em parte expressa pelos altos valores de desvio padrão.

Uma análise do processo de escolha das formigas na construção das soluções levou à conclusão de que, diante da existência de arcos de natureza muito distinta (voos com demanda, voos sem demanda,

permanência em solo etc.), característica incomum nos problemas tradicionais solucionados com heurísticas baseadas em ACO, uma configuração em que os feromônios iniciais sejam igualmente distribuídos limita o espaço de soluções explorado inicialmente em torno dos arcos com informação heurística elevada.

Se, por um lado, aumentar a escala da informação heurística dos arcos que não representem voos com demanda pode solucionar esta discrepância, por outro reduz a convergência em torno de boas soluções, já que reduz a capacidade da formiga de se mover com maior probabilidade para os arcos que efetivamente causam redução no valor da função objetivo, que são justamente os arcos de voo com demanda. Esta redução da capacidade de distinguir entre os melhores arcos do ponto de vista do problema tratado também é visível quando é utilizado um coeficiente β inferior a 1, com resultados substancialmente piores com valores de β inferiores a 0,5.

Considerando o exposto, o caminho para melhorar as soluções encontradas pela heurística MAGO está ligado à incorporação de um mecanismo que permita uma maior exploração inicial, com um aumento da probabilidade de escolha de arcos que não sejam de voo com demanda, com uma progressiva redução destas probabilidades, conduzindo gradualmente a um período de intensificação crescente.

Tais conclusões inspiraram mudanças para um melhor desempenho da heurística, fornecendo as bases para o desenvolvimento da heurística *Multiple Ant Group System* (MAGS), apresentada a seguir.

11.5. Heurística *Multiple Ant Group System* (MAGS)

A heurística MAGS é uma evolução da MAGO, incluindo elementos de outras heurísticas baseadas em ACO, além de modificações específicas

não detectadas na literatura. A maioria das modificações é orientada pela hipótese de que, em um contexto de aplicação em que a representação de rede envolve arcos de natureza muito distinta, a distribuição de feromônios inicial tradicional da ACO e a informação heurística proposta para o modelo MAGO são deficientes para proporcionar uma diversificação inicial adequada e conduzir gradativamente a um processo de intensificação.

A heurística MAGS propõe, assim, ações para mitigar esta deficiência, tanto com modificações nos depósitos iniciais de feromônio, diferenciados para cada tipo de arco, quanto no cálculo da informação heurística, além de implementar a possibilidade de um reforço de feromônios com base na melhor solução para estimular a convergência. Adicionalmente, são apresentados três tipos de função de cálculo de atualização de feromônios, com o objetivo de fortalecer a intensificação das buscas em torno das melhores soluções. Excluindo-se estas mudanças, a heurística MAGS é similar à heurística MAGO e, sendo assim, serão apresentadas nessa seção apenas as modificações pertinentes. A Figura 11.4 apresenta a lógica geral da heurística MAGS.

Figura 11.4 - Lógica Geral da Heurística MAGS

A seguir serão apresentadas descrições detalhadas das mudanças na inicialização de feromônios, na construção de soluções e no depósito de feromônios, sendo que tais mudanças foram implementadas na sequência em que se encontram descritas, com sucessivas melhorias no desempenho da heurística.

11.5.1. Inicialização de Feromônios

Uma das mudanças mais relevantes da heurística MAGS é a forma com que é feito o depósito de feromônios inicial em cada um dos arcos. Nas heurísticas baseadas em colônias de formigas, tradicionalmente o depósito é idêntico em todos os arcos, com o objetivo de proporcionar uma diversificação inicial. Entretanto, devido à grande diferença de escala entre os valores de informação heurística dos arcos, a distribuição inicial igualitária não é suficiente para garantir uma adequada exploração do espaço de soluções.

Assim, para equilibrar a diferença de escala das informações heurísticas e, desta forma, promover a diversificação no início do processo, na heurística MAGS é feita uma distribuição diferenciada de feromônios iniciais, com valores diferentes para os arcos de voo com mercado, voo sem mercado, voos obrigatórios e para os demais arcos, sejam de espera em solo, ciclo ou manutenção básica.

Em experimentos iniciais, foram testadas as proporções de distribuição de feromônios indicadas na Tabela 11.5. Os conjuntos 1 a 4 serviram para uma avaliação prévia de escala e os conjuntos de 5 a 9 de proporção. O termo "upper" nesta tabela refere-se a um limite superior (*upperbound*), calculado como se nenhuma demanda fosse atendida. O valor desse *upperbound* é 500.500 para a instância CF1U1A e 1.132.350 para a instância GP4M7A.

Tabela 11.5: Conjuntos de Valores de Distribuição Inicial de Feromônios

Conjunto	Voo com Mercado	Voo sem Mercado	Voo Obrigatório	Outros Arcos
1	1/upper	1/upper	1/upper	1/upper
2	1	1	1	1
3	0,1	0,1	0,1	0,1
4	10000	1000	100	0,1
5	0,01000	1	5	2
6	0,01000	1	5	1,1
7	0,00010	0,00100	0,01000	0,10000
8	0,00001	0,00100	0,01000	0,10000
9	0,00001	0,00010	0,00100	0,01000

Nos primeiros testes, envolvendo os conjuntos de 1 a 4, os resultados melhores foram similares para os valores baixos (conjuntos de 1 a 3), com destaque para o conjunto 1. Assim sendo, uma escala baixa de valores foi adotada para os conjuntos de testes seguintes, de 5 a 9. As proporções testadas refletem a intenção de dar, inicialmente, um peso maior para os arcos que possuem informação heurística de valor reduzido, como os voos sem demanda e os arcos de solo.

O princípio por trás de testes com um peso maior para os arcos de solo de que para os arcos de voo sem demanda é que, *a priori*, considerando a característica da função objetivo, os arcos de solo constituem um melhor caminho para a construção de boas soluções do que os arcos de voos sem mercado; o uso de arcos que representam voos vazios devem ser reforçados para garantir a diversidade, mas em menor escala. Os voos obrigatórios, por outro lado, além de possuírem uma informação heurística alta, quando ainda não cumpridos, terão seus feromônios também reforçados logo de início, pois as soluções que não os contemplam são consideradas muito ruins.

Para a definição de um *ranking* dos conjuntos, foram realizados diversos testes para cada um deles, variando α e β de 0,0 a 2,0 em intervalos de 0,25, com γ fixo no valor 0,25 e evaporação nos valores de

0,00 0,01, 0,05, 0,10 e 0,25, com 100 iterações de 50 formigas em cada. Como a busca era por uma distribuição de feromônios mais robusta entre todas as variações de α , β e evaporação, foi adotada a média dos resultados para cada combinação de α , β e evaporação para estabelecer o *ranking*. Os resultados gerais destes testes estão tabulados no Apêndice E, os resultados finais para cada conjunto estão apresentados na Tabela 11.6.

Tabela 11.6: Ranking dos Conjuntos

Conjunto	Ranking para CF1U1A	Ranking para GP4M7A	Ranking Final
9	51	80	131
7	50	95	145
1	202	75	277
8	70	215	285
5	129	194	323
2	230	179	409
6	178	232	410
3	266	147	413
4	309	268	577

Estes resultados mostram uma proporção 1:10:100:1000, relativa respectivamente aos arcos de voo com mercado, voos sem mercado, voos obrigatórios e demais arcos. Com base nesta proporção, foi definido o depósito básico inicial τ_0 , usado para os arcos de voo com mercado, conforme indicado na Eq. 11.8, em que n é um coeficiente de escala, a ser calibrado, g é o número de grupos de formigas por iteração e C^{nn} é o custo da solução obtida pelo método do vizinho mais próximo, já descrito na heurística MAGO.

$$\tau_0 = n.g/C^{nn} \quad (11.8)$$

O depósito inicial dos arcos de voo sem mercado τ_{vsd} , de voos obrigatórios τ_{vo} e dos demais arcos τ_{da} , podem ser calculados de acordo com as expressões das Eqs. 11.9 a 11.11.

$$\tau_{vsd} = 10.\tau_0 \quad (11.9)$$

$$\tau_{vo} = 100.\tau_0 \quad (11.10)$$

$$\tau_{vda} = 1000.\tau_0 \quad (11.11)$$

Adicionalmente, em testes preliminares, foi detectado que o desempenho da heurística pode melhorar sensivelmente se for realizado um pequeno depósito adicional de feromônio nos arcos de origem (que ligam o nó fonte - a colônia de formigas - ao primeiro nó de cada aeroporto) que terminem em aeroportos dos quais partem os primeiros voos com mercado. Este depósito adicional é feito da seguinte forma: considerando f o número de formigas de um grupo, são selecionados os f primeiros voos com demanda da rede, ordenados por horário. Para o arco que liga o nó fonte a cada um dos aeroportos de origem desses f voos, é depositada uma quantidade de feromônio adicional τ_a , dada pela Eq. 11.12, onde m é um parâmetro de escala que deve ser calibrado. É importante observar que se um aeroporto aparecer repetidas vezes como origem destes voos iniciais, o arco de origem correspondente receberá o reforço repetidas vezes.

$$\tau_a = m.g/C^{nn} \quad (11.12)$$

11.5.2. Construção da Solução

A construção das solução no MAGS segue praticamente a mesma lógica da construção da solução na MAGO. Entretanto, uma mudança no valor da informação heurística melhorou significativamente o desempenho global. Da mesma forma que na MAGO, o valor de η_{ij} deve ser o momento de transporte disponível para os arcos de voo com demanda, reduzido pela ocupação. Entretanto, para os demais arcos, deve-se considerar $\eta_{ij} = \tau_{ij}$, isto é, deve-se usa o feromônio do arco como sendo sua informação heurística.

11.5.2.1. Origem do Uso de Feromônios como Informação Heurística

Considerando que a informação heurística dos arcos que não representam voos com demanda é fixa, ela pouco contribuía com o processo de construção das soluções; no início do processo da MAGS, com a diferença de escala entre os depósitos iniciais de feromônio, é promovida uma diversificação geral. Entretanto, à medida que os feromônios iniciais vão se evaporando, os arcos de voo com demanda passam a ter uma probabilidade muito alta, de forma que um deles usualmente é escolhido, com a probabilidade variando de acordo com seus momentos de transporte disponíveis. Por outro lado, quando não há arcos de voo com demanda, as escolhas normalmente recaem entre voos sem demanda e arcos de espera no solo, e a probabilidade passa a ser controlada tão somente pelo feromônio. Entretanto, dependendo das situações, os valores dos feromônios de arcos de solo e voo podem ser bastante próximos, embora normalmente não sejam iguais. Neste caso, por serem baseadas apenas nos feromônios, as probabilidades acabam por ser muito parecidas.

Uma vez que, com o decorrer do processamento, o valor do depósito de feromônio tende a representar a qualidade das soluções nas quais aquele arco é usualmente incluído, seu uso como informação heurística passa a ser interessante, por reforçar as diferenças de qualidade entre as soluções das quais os diferentes arcos fazem parte no cálculo das probabilidades.

11.5.3. Depósito de Feromônios

O depósito de feromônios na MAGS ocorre de forma similar à MAGO, mas o cálculo do depósito básico do grupo pode ser feito segundo três alternativas, indicadas pelas Eqs. 11.13 a 11.15.

$$\tau_g = 1/C^g \quad (11.13)$$

$$\tau_g = (1/C^g)^2 \quad (11.14)$$

$$\tau_g = 1/[(C^g - Best + 1).C^g] \quad (11.15)$$

A primeira alternativa é a tradicional, idêntica àquela usada na heurística MAGO. A segunda dá um peso quadrático para o custo, aumentando a diferença entre os feromônios depositados nas boas e más soluções. A terceira alternativa é intermediária entre ambas, depositando uma quantidade similar à da Eq. 11.13 em soluções próximas à melhor encontrada e depositando uma quantidade similar à da Eq. 11.14 em soluções cujo custo seja muito superior ao custo da melhor solução conhecida. Dependendo da configuração dos outros parâmetros, uma destas alternativas será a melhor, ficando a escolha definitiva para o período de calibragem.

Adicionalmente, a cada iteração é possível realizar um reforço do feromônio da melhor solução encontrada até o instante, τ_r . Este depósito adicional é calculado conforme a Eq. 11.16 e aplicado segundo as regras de distribuição de feromônio pelas formigas do grupo. Nesta equação, r representa um coeficiente de escala para o reforço, e deve ser definido durante a calibragem dos parâmetros.

$$\tau_r = r.1/Best \quad (11.16)$$

11.5.4. Calibragem dos Parâmetros

A heurística MAGS tem um número maior de parâmetros a serem calibrados. Antes dos parâmetros básicos, são calibrados, na ordem: a escala do depósito de feromônios inicial, n ; a escala do reforço de feromônio inicial dos arcos da fonte, m ; a escolha do critério de atualização dos feromônios e, finalmente, a escala do reforço de feromônios da melhor solução, r .

Para a primeira calibragem, parte-se de uma configuração com $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 0,25$, evaporação de 5%, depósitos de feromônios iguais, sem reforço inicial nos arcos de origem, sem reforço da melhor solução e com depósito de feromônios dado pela Eq. 11.15. Os resultados dos testes de calibragem destes parâmetros estão representados nas Tabelas 11.7 a 11.10, respectivamente.

Tabela 11.7: Seleção da Escala do Depósito Inicial m para a Heurística MAGS (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

m	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
100	1	0	5	188.533	4	802.990	10
10	1	0	1	178.000	4	805.286	6
1	1	0	3	182.917	1	795.897	5
0,1	1	0	1	179.550	1	794.390	3
0,01	1	0	3	182.750	1	790.490	5

Tabela 11.8: Seleção da Escala do Reforço dos Arcos de Origem n para a Heurística MAGS (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

n	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
10	1	0	1	176.600	3	793.993	5
5	1	0	2	180.500	3	798.383	6
1	1	0	4	183.100	1	784.867	6
0,5	1	0	4	183.283	1	785.943	6
0	1	0	2	179.550	3	794.390	6

Tabela 11.9: Seleção do Tipo de Depósito de Feromônio para a Heurística MAGS (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Tipo	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
1/C	1	0	1	175.166	1	749.247	3
1/C²	1	0	3	179.433	2	796.350	6
1/[(C-Best+1)*C]	1	0	1	176.600	2	793.993	4

Tabela 11.10: Seleção da Escala do Reforço da Melhor Solução r para a Heurística MAGS (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

r	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
10	1	0	1	175.000	2	768.400	4
5	1	0	1	175.000	2	768.257	4
1	1	0	1	175.000	4	785.783	6
0	1	0	1	175.166	1	749.247	3

A calibragem dos parâmetros básicos, como o coeficiente de feromônios da colônia, α , de informação heurística, β , de repelência devido aos feromônio de outras colônias, γ , e o tipo de depósito de feromônio, igualitário ou proporcional, foram definidos segundo a metodologia proposta, resultando nos valores apresentados na Tabela 11.11. Os valores obtidos no processo de calibragem pode ser vistos no Apêndice E.

Tabela 11.11: Resultados da Calibração de Parâmetros Básicos para a Heurística MAGS

Parâmetro	Valor
α	1,00
β	1,00
γ	0,25
Evaporação	5%
Depósito	igualitário

Com estes valores, foram realizados testes de variação no número de formigas, mantendo o total de 5.000 grupos, em três categorias: 10 grupos em 500 iterações, 5 grupos em 1000 iterações e 20 grupos em 250 iterações. Os resultados estão indicados na Tabela 11.12, com as instâncias mais simples à esquerda e as mais complexas à direita.

Tabela 11.12: Seleção do Número de Formigas para a Heurística MAGS (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Grupos por iterações	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
20	1	0	3	182.083	3	808.050	7
10	1	0	1	175.166	1	749.247	3
5	1	0	2	177.950	2	775.870	5

11.5.5. Resultados da Aplicação da Heurística

A heurística foi configurada com os parâmetros definidos na calibragem, em 1.000 iterações com 10 grupos em cada. Para cada instância, foram executadas 10 rodadas independentes da heurística, e os

valores obtidos estão resumidos na Tabela 11.13, considerando as mesmas condições dos resultados já apresentados para a heurística MAGO.

Tabela 11.13: Resultados da Heurística MAGS para Diferentes Instâncias

Instância	Modelo Matemático		MAGO Média de 10 Execuções			MAGS Média de 10 Execuções		
	Valor	Tempo (s)	Valor****	Desvio	Tempo Médio(s)	Valor****	Desvio	Tempo Médio(s)
OF1UA	0	3	232.310	30.763	577	0	0	4
OF1U4A	92.200	3	308.365	58.328	580	92.200	0	451
OF1U4B	230.500	2	549.516	146.766	574	266.650***	474	463
CF1U1A	175.000	7	455.780	59.678	770	179.195	2.933	606
CF2U1A	897.345	14	1.108.520	44.970	710	936.245	2.226	575
CF2U7A	809.365	172.800*	1.197.707	46.761	1.081	867.157	14.749	924
CF2M7A	809.365	14.249	1.065.263	25.030	710	863.892	15.103	656
CP3M1A	870.120	68	1.029.363	37.805	451	918.420	8.999	431
CP3M5A	814.150	78.133**	1.064.124	48.743	709	892.740	11.115	630
CP3M7A	788.550	172.800*	1.015.401	69.109	943	862.790	18.170	905
CP3M7C	1.596.500	172.800*	2.160.948	76.549	983	1.768.814	41.840	899
CP3M7D	1.596.775	71.420**	2.168.813	108.932	988	1.821.342	41.849	886
CP3M5E	1.728.950	172.800*	2.333.922	152.107	675	1.921.410	22.934	613
GP4M7A	619.150	172.800*	1.004.929	26.672	1.059	771.136	18.971	969

(*) O processamento foi interrompido no limite de tempo de 2 dias, ou 172.800 segundos.

(**) O processamento foi interrompido devido ao esgotamento da memória (mesmo em equipamento com 2GB de memória e uso do harddisk como memória virtual).

(***) Valor obtido com a heurística construtiva foi de 230.500.

(****) Valores médios desconsiderando o resultado da heurística construtiva.

Com relação aos custos das soluções, como é possível verificar, esta heurística chega a valores mais próximos daqueles obtidos pelo método exato. Na instância mais complexa, GP4M7A, ainda há um razoável descolamento, com uma diferença de 25% do ótimo, mas, para todas as outras instâncias, esta diferença não supera 16%, tendo sido o valor ótimo atingido em algumas instâncias. Com relação à heurística MAGO, os ganhos são ordem de 50% a 70% nas instâncias menores, e da ordem de 20% a 25% nas demais. A redução significativa no desvio padrão, assim como a evolução dos resultados durante a solução, indicam uma convergência mais coerente, confirmando o benefício obtido com as mudanças implementadas na heurística.

Analisando os tempos de processamento, verifica-se que também os tempos de execução da heurística MAGS evoluem linearmente com o número de arcos, na base de 0,02 segundos por arco da rede em média, com um desvio padrão de menos de 0,01. Apesar de o MAGS ser um modelo heurístico mais complexo que o MAGO, os tempos de processamento foram ligeiramente inferiores. A razão para isso é a convergência mais acentuada da heurística MAGS, isto é, os depósitos de feromônio se concentram mais rapidamente nos melhores arcos. Como consequência disso e de características específicas da implementação do processo de Monte Carlo, as escolhas de arcos ficaram mais rápidas, explicando a sensível redução nos tempos de processamento.

Uma vez que a literatura sugere significativos ganhos de eficácia para as heurísticas ACO com a adição de métodos de melhoria local (DORIGO; STÜTZLE, 2004), uma implementação deste tipo se torna um caminho natural de evolução para as heurísticas apresentadas. Sendo assim, nas próximas seções são descritos dois procedimentos de melhoria local, bem como sua incorporação às heurísticas MAGO e MAGS.

11.6. Melhorias Locais nas Heurísticas MAGO e MAGS

A fim de aprimorar os resultados obtidos com as heurísticas MAGO e MAGS, são apresentados dois diferentes métodos de melhorias locais, sendo um denominado LS e o outro LS2.

11.6.1. Melhoria Local LS

O método de melhoria local LS é um método que visa à eliminação de arcos que prejudiquem a solução representada por um grupo de formigas, além de corrigir o aeroporto terminal de cada aeronave/formiga,

reduzindo a necessidade do uso de penalidades para aeronaves que iniciem o trilho em um aeroporto e finalize em outro.

O primeiro processo se inicia varrendo os arcos da solução de cada formiga, eliminando duplas de arcos cuja ocupação seja inferior à desejada, calculada através dos coeficientes α , β , incluindo correções aproximadas para considerar os coeficientes γ_{ij} e θ^f , oriundos da função objetivo, já apresentada na Eq. 11.3. Para reduzir o tempo de processamento, é feita uma busca apenas por pares específicos de arcos: para cada voo partindo de um aeroporto A para um outro aeroporto B, é verificado se o próximo voo partindo de B retorna para A. Caso positivo, é verificada se a ocupação de ambos, em conjunto, é inferior à ocupação desejada. Se for, ambos os arcos são eliminados e os arcos são substituídos por uma sequência de arcos de espera em solo. Caso negativo, a busca procede para o próximo arco de voo, repetindo o processo até que toda a solução tenha sido examinada.

O procedimento corretivo é executado ao término da eliminação de voos. Para cada formiga é selecionado o último arco de voo com demanda ou obrigatório e, a partir dele, são feitas trocas de arcos para que o aeroporto final do trilho seja o mesmo aeroporto do início. Dentro do possível, é alocado para este reposicionamento um voo para o qual exista demanda disponível.

11.6.2. Melhoria Local LS2

O método de melhoria local LS2 é um complemento ao método LS. Sua função é procurar pares de voos com quantidade de demanda que proporcione uma ocupação interessante e que possam ser encaixados nos períodos de uma solução em que as aeronaves permanecem inativas em

solo. Em outras palavras, é uma substituição de arcos de solo por arcos de voo.

O processo se inicia com a busca de arcos de espera em cada formiga. Para cada arco de espera encontrado é verificada a existência de arcos de voo que possam substituí-lo. Para cada um destes arcos de voo encontrados, do aeroporto A para o aeroporto B, é feita a verificação se existe um voo de volta de B para A em tempo hábil, isto é, a tempo de que o próximo voo já programado para esta aeronave partindo de A seja cumprido.

Encontrando voos nessas condições, é verificada se a ocupação deste par de voos atende ao mínimo desejado e, em caso positivo, eles são adicionados à solução. Caso nenhuma dupla de voos adequada seja encontrada, o procedimento segue, buscando o próximo arco de espera, repetindo o processo até que todos os arcos de todas as formigas tenham sido processados.

Esta melhoria local pode ser considerada complementar à LS, já que a eliminação de voos com baixa demanda realizada pela LS favorece o surgimento de hiatos na programação das aeronaves, os quais propiciam a inclusão de voos interessantes por parte da LS2. Assim, nas implementações destes procedimentos nas heurísticas, o procedimento LS será sempre aplicado antecedendo o procedimento LS2.

11.6.2.1. Soluções Processadas pela LS2

Nos testes preliminares de aplicação da melhoria local LS2, verificou-se que sua implementação piorava consistentemente o desempenho da heurística MAGO, enquanto tinha pouco efeito nos resultados da heurística MAGS. Assim, foram realizados alguns testes para detectar se as melhorias LS e LS2 deveriam ser aplicadas em todos os

grupos de formigas ou apenas em alguns específicos, já que a convergência rápida a um mínimo local poderia ser uma possível causa da piora dos resultados. Os resultados destes testes estão na Tabela 11.14.

Tabela 11.14: Seleção de Soluções que Recebem as Melhorias LS e LS2

Métodos de Melhoria		CF1U1A		GP4M7A	
LS	LS2	MAGO*	MAGS*	MAGO	MAGS
Não	Não	478.850	177.500	-	-
Até 1.10 x Best	Não	416.083	178.500	-	-
Até 1.10 x Best	Até 1.10 x Best	408.666	178.500	-	-
Até 1.25 x Best	Até 1.25 x Best	351.833	178.500	-	-
Até 1.25 x Best	Não	335.866	178.500	-	-
Sempre	Sempre	309.500	178.500	-	-
Sempre	Até 1.25 x Best	306.000	178.500	-	-
Sempre	Não	270.500	178.500	-	-
Sempre	Só no melhor	267.916	178.500	-	-
Sempre	Até 1.10 x Best	264.416	178.500	-	-
Sempre	Até 1.00 x Best e Acima de 2.0 x	264.416	178.500	732.657	759.201
Sempre	Até 1.10 x Best e Acima de 2.0 x	264.333	178.500	737.256	761.473
Sempre	Até 1.05 x Best e Acima de 2.0 x	264.333	178.500	715.043	756.946

(*) Valores médios de 2 execuções, com $a = b = 1$, $g = 0,25$ e distribuição de feromônios proporcional.

De acordo com os resultados, foi verificado que a redução nos valores da função objetivo tem mais consistência quando a melhoria LS é aplicada sempre e a LS2 apenas para as soluções cujo custo é baixo (até 5% acima do menor custo encontrado até o instante) ou muito alto (maior que 2 vezes o menor custo encontrado até o instante). Nas aplicações seguintes, esses serão os critérios de aplicação de LS e LS2.

11.6.3 Heurística MAGO-LS

A heurística MAGO-LS tem basicamente o mesmo procedimento da heurística MAGO, com o processamento de todas as soluções encontradas pela melhoria local LS. A lógica está descrita na Figura 11.5.

Figura 11.5 - Lógica Geral da Heurística MAGO-LS

A calibragem dos parâmetros básicos foi realizada, resultando nos valores apresentados na Tabela 11.15. Os valores obtidos no processo de calibragem pode ser vistos no Apêndice E. Com a calibragem estabelecida, foram realizados os testes de número de grupos por iteração. A Tabela 11.16 apresenta esses resultados.

Tabela 11.15: Resultados da Calibração de Parâmetros Básicos para a Heurística MAGO-LS

Parâmetro	Valor
α	0,50
β	1,00
γ	0,00
Evaporação	25%
Depósito	proporcional

Tabela 11.16: Seleção do Número de Formigas para a Heurística MAGO-LS (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Grupos por Iteração	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
20	1	26.167	3	280.667	1	759.423	5
10	3	39.500	1	213.667	1	752.380	5
5	2	33.333	2	249.500	3	773.133	7

Os resultados obtidos, para o processamento de 10 rodadas com 1.000 iterações de 10 grupos em cada e os valores da calibragem especificados, estão representados na Tabela 11.17.

Tabela 11.17: Resultados da Heurística MAGO-LS para Diferentes Instâncias

Instância	Modelo Matemático		MAGO Média de 10 Execuções			MAGO-LS Média de 10 Execuções		
	Valor	Tempo (s)	Valor***	Desvio	Tempo Médio(s)	Valor***	Desvio	Tempo Médio(s)
OF1U1A	0	3	232.310	30.763	577	44.350	20.333	595
OF1U4A	92.200	3	308.365	58.328	580	145.160	27.576	613
OF1U4B	230.500	2	549.516	146.766	574	252.590	15.060	641
CF1U1A	175.000	7	455.780	59.678	770	224.200	24.180	1.002
CF2U1A	897.345	14	1.108.520	44.970	710	966.498	40.400	965
CF2U7A	809.365	172.800*	1.197.707	46.761	1.081	943.462	48.005	1.434
CF2M7A	809.365	14.249	1.065.263	25.030	710	921.413	41.185	1.024
CP3M1A	870.120	68	1.029.363	37.805	451	896.178	20.520	758
CP3M5A	814.150	78.133**	1.064.124	48.743	709	874.189	28.718	1.103
CP3M7A	788.550	172.800*	1.015.401	69.109	943	862.109	21.802	1.504
CP3M7C	1.596.500	172.800*	2.160.948	76.549	983	1.750.933	54.427	1.482
CP3M7D	1.596.775	71.420**	2.168.813	108.932	988	1.790.006	66.489	1.539
CP3M5E	1.728.950	172.800*	2.333.922	152.107	675	1.819.141	37.382	1.121
GP4M7A	619.150	172.800*	1.004.929	26.672	1.059	761.047	36.167	1.292

(*) O processamento foi interrompido no limite de tempo de 2 dias, ou 172.800 segundos.

(**) O processamento foi interrompido devido ao esgotamento da memória (mesmo em equipamento com 2GB de memória e uso do harddisk como memória virtual).

(***) Valores médios desconsiderando o resultado da heurística construtiva.

Uma análise destes dados revela uma melhoria substancial nos resultados com relação à heurística MAGO básica, embora os resultados para as instâncias menores ainda sejam ruins. De maneira geral, o valor médio obtido dista menos de 15% da solução ótima, mas na instância mais complexa, GP4M7A, essa distância chega a 23% do ótimo.

Com relação aos tempos de processamento, são cerca de 40% superiores àqueles da heurística MAGO. O substancial incremento se deve ao grande número de intervenções que a melhoria local LS executa para eliminar más sequências de arcos selecionadas pelas formigas. De qualquer forma, os tempos se mantêm aproximadamente lineares com o número de

arcos, com média de 0,03 segundos por arco e um desvio padrão inferior a 0,01. O incremento no tempo de processamento é baixo, entretanto, com ganhos de até 80% no valor médio dos resultados, em relação à heurística MAGO.

Note-se que, de maneira geral, a aplicação do procedimento LS reduz o desvio padrão dos resultados, ainda que de maneira não muito expressiva. Este fato pode ser explicado devido à maior estabilidade que o procedimento traz às soluções, ao eliminar os arcos de voo que não fazem sentido.

Tal resultado está de acordo com a hipótese de que a heurística MAGO explora com menor intensidade a região do espaço de soluções que inclui arcos de solo, o que a faz convergir mais rapidamente para um mínimo local. Sem prejudicar a convergência com o aumento do valor da informação heurística do cálculo de probabilidades, o método LS amplia o espaço de soluções investigado pela heurística MAGO, conduzindo a melhores resultados finais.

11.6.4 Heurística MAGO-LS2

A heurística MAGO-LS2 simplesmente adiciona o procedimento LS2 à heurística MAGO-LS, processando apenas as soluções cujo custo seja até 5% superior ao valor do custo da melhor solução, ou cujo custo seja maior que o dobro deste. A procedimento desta heurística está descrito na Figura 11.6.

A calibragem dos parâmetros básicos foi realizada, resultando nos valores apresentados na Tabela 11.18. Os valores obtidos no processo de calibragem podem ser vistos no Apêndice E. A Tabela 11.19 apresenta os testes para o número de grupos por iteração.

Procedimento MAGO-LS2

Inicializar Parâmetros

Sol1 = Calcular Solução por Vizinho Mais Próximo

Sol2 = Calcular Solução Ficar em Solo

melhorSolução = Solução de Custo Mínimo entre $\min(\text{Sol1}, \text{Sol2})$

Inicializar Feromônios

Repetir por i iterações**Repetir** por g Grupos de Formigas

Criar Grupo de Formigas

Sol3 = Construir Solução do Grupo de Formigas

Sol3 = LS(Sol3)

Se $(\text{Sol3} < 1,05 * \text{melhorSolução} \text{ OU } \text{Sol3} > 2 * \text{melhorSolução})$

Sol3 = LS2(Sol3)

Se $(\text{Sol3} < \text{melhorSolução})$ melhorSolução = Sol3**Fim** - Repetir por g Grupos de Formigas

Evaporar Feromônios

Depositar Feromônios dos Grupos de Formigas

Fim - Repetir por i iterações**Fim** - Procedimento

Figura 11.6 - Lógica Geral da Heurística MAGO-LS2

Tabela 11.18: Resultados da Calibração de Parâmetros Básicos para a Heurística MAGO-LS2

Parâmetro	Valor
α	1,00
β	1,00
γ	0,00
Evaporação	5%
Depósito	proporcional

Tabela 11.19: Seleção do Número de Formigas para a Heurística MAGO-LS2 (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Grupos por iteração	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
20	1	63.167	1	198.000	2	771.533	4
10	1	63.533	2	228.167	1	737.130	4
5	1	63.333	3	249.916	3	804.480	7

Os resultados obtidos, para o processamento de 10 rodadas com 1.000 iterações de 10 grupos em cada e os valores da calibragem especificados, estão representados na Tabela 11.20.

Tabela 11.20: Resultados da Heurística MAGO-LS2 para Diferentes Instâncias

Instância	Modelo Matemático		MAGO-LS Média de 10 Execuções			MAGO-LS2 Média de 10 Execuções		
	Valor	Tempo(s)	Valor***	Desvio	Tempo Médio(s)	Valor***	Desvio	Tempo Médio(s)
OF1U1A	0	3	44.350	20.333	595	75.050	31.047	510
OF1U4A	92.200	3	145.160	27.576	613	118.050	19.761	550
OF1U4B	230.500	2	252.590	15.060	641	244.000	6.926	549
CF1U1A	175.000	7	224.200	24.180	1.002	276.175	51.212	996
CF2U1A	897.345	14	966.498	40.400	965	947.428	19.893	1.005
CF2U7A	809.365	172.800*	943.462	48.005	1.434	942.965	45.653	1.456
CF2M7A	809.365	14.249	921.413	41.185	1.024	887.099	29.867	1.217
CP3M1A	870.120	68	896.178	20.520	758	880.086	3.857	1.137
CP3M5A	814.150	78.133**	874.189	28.718	1.103	845.576	14.483	1.302
CP3M7A	788.550	172.800*	862.109	21.802	1.504	818.256	15.032	3.001
CP3M7C	1.596.500	172.800*	1.750.933	54.427	1.482	1.737.650	54.470	1.670
CP3M7D	1.596.775	71.420**	1.790.006	66.489	1.539	1.741.810	57.610	1.655
CP3M5E	1.728.950	172.800*	1.819.141	37.382	1.121	1.830.861	63.549	1.126
GP4M7A	619.150	172.800*	761.047	36.167	1.292	718.266	17.793	1.348

(*) O processamento foi interrompido no limite de tempo de 2 dias, ou 172.800 segundos.

(**) O processamento foi interrompido devido ao esgotamento da memória.

(***) Valores médios desconsiderando o resultado da heurística construtiva.

Como é possível verificar pelos resultados, de maneira geral a melhoria local LS2 permite que a heurística MAGO gere soluções melhores. A redução dos valores é, entretanto, relativamente baixa e em algumas poucas instâncias os resultados são piorados pelo método LS2. Uma causa possível para esse efeito é que o procedimento LS2 reverte parte dos efeitos positivos trazidos pela LS à heurística MAGO, ao reforçar a exploração do espaço de soluções com muitos voos. Entretanto, pelo fato de a heurística LS2 acrescentar apenas voos interessantes às soluções, no geral, seus efeitos são positivos.

11.6.5 Heurística MAGS-LS

A heurística MAGS-LS é, basicamente, a heurística MAGS com a adição do método LS, que processa todas as soluções encontradas pelas formigas. O procedimento básico da heurística MAGS-LS está descrito na Figura 11.7.

Figura 11.7 - Lógica Geral da Heurística MAGS-LS

A calibração dos parâmetros estendidos foram calibrados de acordo com as Tabelas 11.21 a 11.24.

Tabela 11.21: Seleção da Escala do Depósito Inicial *m* para Heurística MAGS-LS
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

m	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
100	1	0	2	180.000	3	785.633	6
10	1	0	1	177.833	2	762.916	4
1	1	0	4	183.833	3	786.393	8
0,1	1	0	4	183.500	3	779.377	8
0,01	1	0	2	179.833	1	750.773	4

Tabela 11.22: Seleção da Escala do Reforço dos Arcos de Origem *n* na Heurística MAGS-LS
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

n	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
10	1	0	1	178.000	2	777.097	4
5	1	0	5	184.667	2	780.913	8
1	1	0	3	180.333	2	780.227	6
0,5	1	0	3	180.333	2	776.630	6
0	1	0	1	177.833	1	762.916	3

Tabela 11.23: Seleção do Tipo de Depósito de Feromônio para Heurística MAGS-LS
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Tipo	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
1/C	1	0	2	181.500	1	759.897	4
1/C ²	1	0	2	180.333	3	786.633	6
1/[(C-Best+1)*C]	1	0	1	177.833	1	762.916	3

Tabela 11.24: Seleção da Escala do Reforço da Melhor Solução r para Heurística MAGS-LS
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

r	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
10	1	0	1	175.000	1	744.337	3
5	1	0	1	175.000	1	742.927	3
1	1	0	1	175.000	1	749.007	3
0	1	0	1	177.833	4	762.916	6

A calibragem dos parâmetros básicos resultou nos valores apresentados na Tabela 11.25. Os valores obtidos no processo de calibragem pode ser vistos no Apêndice E. A Tabela 11.26 apresenta os testes para determinar o número de grupos por iteração.

Tabela 11.25: Resultados da Calibração de Parâmetros Básicos para a Heurística MAGS-LS

Parâmetro	Valor
α	1,50
β	1,00
γ	0,00
Evaporação	5%
Depósito	proporcional

Tabela 11.26: Seleção do Número de Formigas para a Heurística MAGS-LS
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Grupos por iteração	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
20	1	0	1	175.000	2	751.293	4
10	1	0	1	175.000	1	712.610	3
5	1	0	1	175.000	2	753.983	4

Os resultados obtidos para o processamento de 10 rodadas, com 1.000 iterações de 10 grupos em cada, e os valores da calibragem especificados, estão representados na Tabela 11.27.

Tabela 11.27: Resultados da Heurística MAGS-LS para Diferentes Instâncias

Instância	Modelo Matemático		MAGS Média de 10 Execuções			MAGS-LS Média de 10 Execuções		
	Valor	Tempo (s)	Valor****	Desvio	Tempo Médio (s)	Valor****	Desvio	Tempo Médio (s)
OF1U1A	0	3	0	0	4	0	0	4
OF1U4A	92.200	3	92.200	0	451	92.200	0	511
OF1U4B	230.500	2	266.650***	474	463	232.000***	0	537
CF1U1A	175.000	7	179.195	2.933	606	177.250	264	819
CF2U1A	897.345	14	936.245	2.226	575	918.898	2.078	836
CF2U7A	809.365	172.800*	867.157	14.749	924	849.182	396	1.263
CF2M7A	809.365	14.249	863.892	15.103	656	836.235	13.895	909
CP3M1A	870.120	68	918.420	8.999	431	885.410	2.237	698
CP3M5A	814.150	78.133**	892.740	11.115	630	852.882	1.642	997
CP3M7A	788.550	172.800*	862.790	18.170	905	806.336	4.479	1.411
CP3M7C	1.596.500	172.800*	1.768.814	41.840	899	1.631.210	15.651	1.486
CP3M7D	1.596.775	71.420**	1.821.342	41.849	886	1.647.354	18.355	1.441
CP3M5E	1.728.950	172.800*	1.921.410	22.934	613	1.760.935	16.438	979
GP4M7A	619.150	172.800*	771.136	18.971	969	711.182	1.587	1.290

(*) O processamento foi interrompido no limite de tempo de 2 dias, ou 172.800 segundos.

(**) O processamento foi interrompido devido ao esgotamento da memória (mesmo em equipamento com 2GB de memória e uso do harddisk como memória virtual).

(***) O valor obtido pela heurística construtiva foi de 230.500.

(****) Valores médios desconsiderando o resultado da heurística construtiva.

Comparados com as heurísticas anteriores, os valores alcançados pela heurística MAGS-LS são bem mais próximos dos obtidos pelo método exato, com valores médios com diferença inferior a 5% com relação ao ótimo; apenas no caso da instância mais complexa, GP4M7A, a diferença sobe para 15%. Com relação à heurística MAGS, os ganhos no valor da função objetivo chegam a 10%. Adicionalmente, os desvios se reduziram significativamente.

Tais resultados são considerados bons, tomando como base que o incremento no tempo de processamento com relação à MAGS foi da ordem de 20%, uma vez que se tratam de tempos de processamento relativamente baixos. Adicionalmente, a evolução dos tempos de processamento permanece relativamente linear com o número de arcos da instância, mantendo a média de 0,02 segundos por arco da rede, com um desvio

padrão de 0,01; tal desvio pode ser explicado, em parte, pelo diferente número de formigas nos grupos de cada instância.

11.6.6 Heurística MAGS-LS2

A heurística MAGS-LS2 pode ser descrita como a incorporação do procedimento LS2 à heurística MAGS-LS, processando as soluções cujo custo for superior em até 5% do custo da melhor solução ou cujo custo seja maior que o dobro deste. O procedimento básico desta heurística está descrito na Figura 11.8.

Figura 11.8 - Lógica Geral da Heurística MAGS-LS2

Os parâmetros estendidos da heurística MAGS-LS foram calibrados, de acordo com as Tabelas 11.28 a 11.31 e a calibragem dos parâmetros básicos resultou nos valores apresentados na Tabela 11.32. Os valores obtidos no processo de calibragem pode ser vistos no Apêndice E.

Tabela 11.28: Seleção da Escala do Depósito Inicial m para Heurística MAGS-LS2
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

m	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
100	1	0	2	180.000	3	765.463	6
10	1	0	1	177.833	3	766.300	5
1	1	0	4	183.833	1	755.863	6
0,1	1	0	4	183.500	3	766.170	8
0,01	1	0	2	179.833	1	760.327	4

Tabela 11.29: Seleção da Escala do Reforço dos Arcos de Origem n para a MAGS-LS2
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

n	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
10	1	0	1	175.500	1	742.010	3
5	1	0	2	177.667	1	748.500	4
1	1	0	5	182.000	1	741.520	7
0,5	1	0	2	178.833	4	764.083	7
0	1	0	4	179.833	4	760.327	9

Tabela 11.30: Seleção do Tipo de Depósito de Feromônio para Heurística MAGS-LS2
(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Tipo	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
$1/C$	1	0	3	177.333	1	734.980	5
$1/C^2$	1	0	1	176.167	3	754.760	5
$1/[(C-Best+1)*C]$	1	0	1	175.500	1	742.010	3

Tabela 11.31: Seleção da Escala do Reforço da Melhor Solução r para Heurística MAGS-LS2

(valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

r	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
10	1	0	1	175000	1	727817	3
5	1	0	1	175000	3	748010	5
1	1	0	1	175000	1	727903	3
0	1	0	1	175500	3	742010	5

Tabela 11.32: Resultados da Calibração de Parâmetros Básicos para a Heurística MAGS-LS2

Parâmetro	Valor
α	1,00
β	1,00
γ	0,00
Evaporação	5%
Depósito	igualitário

A Tabela 11.33 apresenta os resultados dos testes para determinação do número de grupos por iteração.

Tabela 11.33: Seleção do Número de Formigas para a Heurística MAGS-LS2 (valores médios do custo da melhor solução em 3 execuções distintas)

Grupos por Iteração	Rank	OF1U1A	Rank	CF1U1A	Rank	GP4M7A	Rank Final
20	1	0	1	175.000	1	713.843	3
10	1	0	1	175.000	1	710.197	3
5	1	0	1	175.000	3	718.737	5

Os resultados obtidos, para o processamento de 10 rodadas com 1.000 iterações de 10 grupos em cada e os valores da calibragem especificados acima, estão representados na Tabela 11.34.

Tabela 11.34: Resultados da Heurística MAGS-LS2 para Diferentes Instâncias

Instância	Modelo Matemático		MAGS-LS Média de 10 Execuções			MAGS-LS2 Média de 10 Execuções		
	Valor	Tempo (s)	Valor****	Desvio	Tempo Médio(s)	Valor****	Desvio	Tempo Médio(s)
OF1U1A	0	3	0	0	4	0	0	0
OF1U4A	92.200	3	92.200	0	511	92.200	0	430
OF1U4B	230.500	2	232.000***	0	537	233.200	2.324	655
CF1U1A	175.000	7	177.250	264	819	177.500	0	803
CF2U1A	897.345	14	918.898	2.078	836	916.475	0	828
CF2U7A	809.365	172.800*	849.182	396	1.263	855.192	23.398	1.386
CF2M7A	809.365	14.249	836.235	13.895	909	843.317	8.468	1.108
CP3M1A	870.120	68	885.410	2.237	698	878.324	3.615	2.236
CP3M5A	814.150	78.133**	852.882	1.642	997	831.716	3.220	2.792
CP3M7A	788.550	172.800*	806.336	4.479	1.411	807.112	9.452	3.372
CP3M7C	1.596.500	172.800*	1.631.210	15.651	1.486	1.611.755	17.437	1.300
CP3M7D	1.596.775	71.420**	1.647.354	18.355	1.441	1.615.929	19.180	1.460
CP3M5E	1.728.950	172.800*	1.760.935	16.438	979	1.740.296	7.683	1.170
GP4M7A	619.150	172.800*	711.182	1.587	1.290	713.745	7.003	1.283

(*) O processamento foi interrompido no limite de tempo de 2 dias, ou 172.800 segundos.

(**) O processamento foi interrompido devido ao esgotamento da memória (mesmo em equipamento com 2GB de memória e uso do harddisk como memória virtual).

(***) O valor obtido pela heurística construtiva foi de 230.500.

(****) Valores médios desconsiderando o resultado da heurística construtiva.

Como é possível verificar pelos resultados, esta heurística leva a resultados ainda mais próximos daqueles obtidos pelo método exato, com desvios relativamente baixos. Estes resultados mostram o sucesso da

diversificação proporcionada pela MAGS, aliada à intensificação dos resultados em torno de soluções envolvendo bons arcos proporcionada pela aplicação conjunta de LS e LS2. Os tempos de processamento não são lineares com o número de arcos, com uma média de 0,04 segundos por arco, mas chegando a 0,15 segundos por arco na instância CP3M1A. Por outro lado, os tempos de processamento permanecem relativamente baixos quando comparados aos tempos de processamento do modelo matemático pelo software Gurobi.

11.7. Análise Geral dos Resultados

Conforme apresentado ao longo do capítulo, algumas das heurísticas implementadas levaram a resultados ótimos ou muito próximo dos ótimos para diversas instâncias. A Tabela 11.35 resume os resultados médios obtidos em todas as heurísticas, já apresentados anteriormente, assim como apresenta o *ranking* de cada heurística.

Tabela 11.35: Resumo dos Resultados Médios dos Métodos em 10 Rodadas

Instância	#	Modelo**	#	MAGO*	#	MAGO LS*	#	MAGO LS2*	#	MAGS*	#	MAGS LS*	#	MAGS LS2*
OF1U1A	1	0	7	232.310	5	44.350	6	75.050	1	0	1	0	1	0
OF1U4A	1	92.200	7	308.365	6	145.160	5	118.050	1	92.200	1	92.200	1	92.200
OF1U4B	1	230.500	7	549.516	5	252.590	4	244.000	6	266.650	1	232.000	3	233.200
CF1U1A	1	175.000	7	455.780	5	224.200	6	276.175	2	179.195	2	177.250	2	177.500
CF2U1A	1	897.345	7	1.108.520	6	966.498	5	947.428	4	936.245	2	918.898	2	916.475
CF2U7A	1	809.365	7	1.197.707	5	943.462	5	942.965	4	867.157	2	849.182	2	855.192
CF2M7A	1	809.365	7	1.065.263	6	921.413	5	887.099	4	863.892	2	836.235	2	843.317
CP3M1A	1	870.120	7	1.029.363	5	896.178	3	880.086	6	918.420	3	885.410	1	878.324
CP3M5A	1	814.150	7	1.064.124	5	874.189	3	845.576	6	892.740	3	852.882	2	831.716
CP3M7A	1	788.550	7	1.015.401	5	862.109	4	818.256	5	862.790	2	806.336	2	807.112
CP3M7C	1	1.596.500	7	2.160.948	4	1.750.933	4	1.737.650	6	1.768.814	3	1.631.210	1	1.611.75
CP3M7D	1	1.596.775	7	2.168.813	5	1.790.006	4	1.741.810	6	1.821.342	3	1.647.354	2	1.615.92
CP3M5E	1	1.728.950	7	2.333.922	4	1.819.141	4	1.830.861	6	1.921.410	3	1.760.935	1	1.740.29
GP4M7A	1	619.150	7	1.004.929	5	761.047	2	718.266	6	771.136	2	711.182	2	713.745
Ranking	14		98		71		60		63		30		24	

(*) Todos os resultados ignoram o valor da heurística construtiva.

(**) Melhores resultados obtidos com modelo matemático linear inteiro misto.

Considerando os valores médios obtidos, verifica-se que as melhorias locais realmente trazem benefícios a todas as heurísticas, com destaque especial para os ganhos obtidos com a melhoria local LS. Adicionalmente, pode-se dizer que as mudanças implementadas na heurística MAGS a tornaram significativamente superior à MAGO. Finalmente, a heurística MAGS-LS2 levou a resultados bastante satisfatórios, com valores médios para a função objetivo superando o ótimo em apenas 2% em diversos instâncias, não superando 6% na grande maioria delas.

A Tabela 11.36, por sua vez, resume os valores mínimos alcançados pelas heurísticas em todas as 10 rodadas, juntamente com o *ranking* destas melhores soluções.

Tabela 11.36: Resumo dos Mínimos das Heurísticas em 10 Rodadas

Instância	#	Modelo**	#	MAGO*	#	MAGO LS*	#	MAGO LS2*	#	MAGS*	#	MAGS LS*	#	MAGS LS2*
OF1U1A	1	0	7	182.350	5	24.000	6	28.000	1	0	1	0	1	0
OF1U4A	1	92.200	7	240.800	6	106.200	5	98.200	1	92.200	1	92.200	1	92.200
OF1U4B	1	230.500	7	438.800	5	239.000	4	235.000	6	266.650	1	232.000	1	232.000
CF1U1A	1	175.000	7	365.250	5	194.500	6	223.500	2	177.500	2	177.000	2	177.500
CF2U1A	1	897.345	7	1.043.715	4	933.375	4	926.105	4	933.325	2	912.985	2	916.475
CF2U7A	1	809.365	7	1.068.295	5	878.695	6	890.575	3	843.645	3	849.025	2	832.135
CF2M7A	1	809.365	7	1.033.405	6	870.765	3	836.585	3	841.605	2	822.095	3	833.865
CP3M1A	1	870.120	7	963.310	4	879.290	1	876.930	6	904.330	4	884.390	1	875.470
CP3M5A	1	814.150	7	982.370	2	833.990	2	827.870	6	870.030	5	851.610	2	829.170
CP3M7A	1	788.550	7	915.880	5	824.110	2	801.660	6	834.410	2	802.390	2	801.030
CP3M7C	1	1.596.500	7	2.044.025	3	1.634.400	5	1.649.900	6	1.714.050	3	1.623.650	1	1.605.15
CP3M7D	1	1.596.775	7	2.025.681	5	1.702.580	3	1.628.375	6	1.755.117	3	1.634.799	1	1.609.42
CP3M5E	1	1.728.950	7	2.426.433	3	1.766.265	5	1.777.010	6	1.884.680	3	1.751.695	1	1.735.35
GP4M7A	1	619.150	7	971.870	5	728.630	2	696.760	6	740.400	3	709.390	3	709.700
Ranking		14		98		63		54		62		35		23

(*) Todos os resultados ignoram o valor da heurística construtiva.

(**) Melhores resultados obtidos com modelo matemático linear inteiro misto.

Considerando os valores mínimos, a heurística MAGS-LS2 levou a resultados com valores médios para a função objetivo superando o ótimo em menos de 3% para praticamente todas as instâncias.

Estes resultados são considerados muito bons, ainda que no caso da instância mais complexa, a GP4M7A, tenha havido um distanciamento relativamente maior com relação ao ótimo, na faixa dos 15%. Prováveis causas são a maior complexidade das decisões tomadas na instância, com maior dificuldade na intensificação, fatores que podem ser atenuados com refinamentos no cálculo das probabilidades dos arcos.

11.8. Conclusões do Capítulo

Neste capítulo foi apresentada uma variação da meta-heurística *Ant Colony Optimization*, chamada *Ant Group Optimization*, em que cada formiga constrói uma parte de uma solução representada pelo grupo, promovendo modificações no meio, além do usual depósito de feromônio para buscar a construção de soluções viáveis com maior qualidade.

Esta variante da meta-heurística foi implementada em duas versões, a *Multiple Ant Group Optimization* e a *Multiple Ant Colony System*, além de incorporação de 2 procedimentos de melhoria local, gerando seis diferentes variações da heurística. Cada uma destas variações foi aplicada a instâncias baseadas na malha real de uma empresa operando no mercado de transporte aéreo brasileiro, e os resultados foram comparados aos da resolução por técnicas de programação linear.

A aplicação das heurísticas teve sucesso, gerando resultados de boa qualidade para a grande maioria das instâncias tratadas. Além disso, os resultados mostraram a relevância que as diferentes naturezas dos arcos da rede têm para os resultados e, sendo assim, ajustes foram adotados para considerar adequadamente tais diferenças. Em especial, o uso de depósitos de feromônios diferenciais ao início do processo demonstrou levar a resultados bastante promissores, assim como o uso da quantidade de feromônio também como informação heurística. A introdução dos métodos

de melhoria local mostraram sua importância, confirmando que sua implementação torna menos relevante os critérios específicos do problema na construção das soluções por parte das formigas.

De maneira geral, as heurísticas propostas possuem parâmetros de fácil compreensão, com uma calibragem relativamente simples, e proporcionam resultados em tempos de execução aproximadamente lineares com o número de arcos do problema, uma característica extremamente bem vinda em contraposição ao crescimento exponencial dos tempos de execução e do alto consumo de memória para a resolução dos modelos matemáticos através de técnicas de programação linear.

Finalmente, a *Ant Group Optimization* se mostrou uma alternativa válida para o tratamento de problemas de fluxo em rede em que as características da rede se modifiquem durante a construção das soluções, compostas por vários caminhos de mínimo custo diferentes. Em especial, a heurística MAGS-LS2 se mostrou eficiente e eficaz, proporcionando resultados muito próximos dos ótimos para praticamente todas as instâncias, em tempos de processamento relativamente baixos.

Capítulo 12 - Conclusões e Recomendações

O principal objetivo deste trabalho foi a definição de modelos para a solução integrada dos problemas de Programação de Voos e Alocação de Frotas, definindo malhas de voos que consideram os principais condicionantes que afetam a operação de empresas que atuam no mercado regional nacional, possibilitando controle sobre a taxa de ocupação das aeronaves e redistribuição de demandas por mercado, dentro da janela de tempo especificada, além de considerar restrições de operação aeroportuária, como *slots* para pousos e decolagens.

A pesquisa bibliográfica revelou que tais problemas possuem característica NP-difícil e constituem etapas de solução para um problema maior, o planejamento operacional de empresas aéreas. Para solucionar tais etapas do problema, estão disponíveis tanto modelos incapazes de englobar todas as necessidades - como a realocação de passageiros entre diferentes voos - quanto modelos de alta complexidade, com altos tempos computacionais e, ainda assim, incapazes de atender a algumas das necessidades - como a consideração de *slots* com horário fixo.

Adicionalmente, detectou-se que os modelos mais completos dependem de informações nem sempre facilmente disponíveis para as empresas aéreas - como as demandas origem-destino, envolvendo sequências de voos - e aqueles que suportam a realocação de demanda exigem que voos (ou rotas) alternativos sejam definidos *a priori*. Finalmente, todos os modelos detectados consideram receitas e custos operacionais de maneira direta, o que se revela um problema, dado que os custos e a política de preços que definem as receitas dependem, em grande parte, dos resultados do planejamento operacional final, envolvendo as definições não apenas das etapas de Programação de Voos e Alocação de Frotas, mas também das etapas de Atribuição de Aeronaves e Alocação de Tripulantes.

De maneira a evitar os problemas relativos a determinação de receitas e custos operacionais, foi proposta uma função objetivo baseada em momento de transporte, tomando como base o princípio de que os custos operacionais de um voo são proporcionais à sua duração e ao número de assentos da aeronave utilizada e que sua receita é proporcional à sua duração e ao número de passageiros transportados. Tal função objetivo foi usada como base para o desenvolvimento de um modelo matemático exato, capaz de atender a alguns dos requisitos propostos para este trabalho, que foi aplicado a instâncias baseadas no caso real de uma empresa regional atuando no mercado nacional. Os resultados obtidos se mostraram adequados, demonstrando a validade do tipo de função objetivo proposta.

Com base nesses resultados, foi proposto um novo modelo matemático exato, englobando todos os requisitos propostos para este trabalho. Tal modelo incorpora diversos coeficientes que permitem ajustes para a consideração de diferentes cenários, e foi aplicado com sucesso a diversas instâncias, desenvolvidas com base no caso real de uma empresa regional operando no Brasil. Os resultados obtidos com a resolução de tais instâncias proporcionaram não apenas avaliar a adequada composição de novas malhas aéreas, mas também verificar que informações geradas fornecem subsídios adequados para embasar decisões comuns no planejamento tático e estratégico de empresas aéreas.

O modelo desenvolvido proporcionou a obtenção de resultados de boa qualidade em tempos de processamento relativamente baixos, considerando sua aplicação no contexto tático-estratégico. Os resultados permitem concluir que o modelo exato possivelmente resolva com sucesso instâncias ainda maiores; por outro lado, a característica combinatória do problema não permite assumir que este comportamento se repita para instâncias de qualquer porte. Por outro lado, detectou-se a possibilidade de

uso de uma heurística baseada na meta-heurística *Ant Colony Optimization* com o objetivo de gerar boas soluções para o problema em tempos de processamento ainda mais baixos, de preferência com tempos lineares com relação à dimensão da instância.

Foi proposta uma variação da meta-heurística, considerando a composição de cada solução por um grupo de formigas, e esta foi aplicada na composição de duas heurísticas: *Multiple Ant Group Optimizacion* e *Multiple Ant Group System*. Posteriormente foram incorporadas melhorias locais em ambas, o que levou a uma heurística capaz de gerar soluções de qualidade considerada muito boa - em geral com custos menos de 3% superiores ao ótimo, em média, com boa consistência entre as rodadas - em tempos de processamento relativamente baixos e lineares com o número de arcos, da ordem de 0,03 segundos por arco, o que permite sua aplicação a instâncias reais de grande porte.

Assim, conclui-se que o trabalho desenvolvido atingiu os objetivos propostos em sua plenitude, produzindo modelos matemáticos e heurísticas capazes de gerar, com qualidade, novas malhas aéreas para uma empresa aérea, considerando uma ampla gama de condicionantes e, assim, contribuindo para um planejamento que leve a uma operação de maior eficiência, com eficácia.

12.1. Recomendações

Os modelos matemáticos apresentados têm características que os tornam adequados para a solução de problemas de uma parcela significativa das empresas aéreas, que operam em mercados regionais, apresentando soluções ótimas com tempos de processamento relativamente curtos, diferentemente de abordagens mais genéricas encontradas na literatura.

Ainda assim, outros elementos podem ser adicionados ao modelo sem maiores complicações e sem grande prejuízo do desempenho, não tendo sido implementados para facilitar a leitura e compreensão dos modelos. Alguns deles são:

- Restrições Aeroportuárias Quanto ao Tamanho de Aeronaves: com uma indicação do tamanho máximo de aeronave aceito em um dado aeroporto, o software gerador de modelos pode excluir alguns aeroportos das redes de algumas aeronaves, gerando modelos menores.
- Limitação no Horário de Operação de Aeroportos: alguns aeroportos não operam em determinados horários. O software que gera versões computacionais do modelo pode ser modificado de maneira a impedir a criação de arcos de voo em horários inapropriados, desde que estes períodos sejam indicados.

Outros tipos de modificações podem adaptar os modelos para que se tornem mais adequados a outros usos, com algum impacto computacional. Algumas das modificações possíveis são:

- Consideração do Tempo em Solo na Função Objetivo e Restrições: caso se deseje garantir um alto uso das aeronaves, ou mesmo propiciar um melhor balanceamento entre o uso das mesmas, pode ser relevante considerar o custo de tempo em solo das aeronaves, seja na função objetivo, seja em restrições. Este tipo de consideração deve ser feito com bastante cuidado, pois uma especificação ruim de custo pode fazer com que voos deficitários sejam realizados apenas para que as aeronaves não fiquem aguardando em solo.
- Consideração do Tempo de Manutenção Básica na Função Objetivo: caso o tempo de manutenção tenha implicações

diferenciadas em aeroportos distintos, pode ser interessante adicioná-la à função objetivo.

Finalmente, algumas modificações podem ser adotadas para tornar o modelo mais genérico, com impacto possivelmente alto nos tempos de solução. Algumas destas são citadas a seguir:

- Compartilhar Voos em Vários Mercados: considerando voos diretos, basta modificar as equações que envolvem a demanda de voo para que esta seja composta da somatória da demanda daquele voo definida nos vários mercados do qual ele faz parte. Basicamente, a variável d_{ij} torna-se a somatória, para todos os mercados, dos valores das variáveis d_{ij}^m , ou seja, a demanda do voo de i para j oriunda do mercado m .
- Modelagem por Rotas: Uma outra abordagem é considerar a existência de voos com escalas e conexões, usando para isso alocação por rotas. Isso implica definir as demandas por rota e fazer uma modelagem de rotas concorrentes, aproximando o modelo daqueles propostos por Soumis, Ferland e Rousseau (1980) e Lohatepanont e Barnhart (2004).
- Consideração de Taxa de Remanejamento: o modelo apresentado apresenta uma taxa de remanejamento de 100% entre voos de um mesmo mercado, já que ele se baseia na premissa de que todos os voos diretos de um mercado são totalmente intercambiáveis. Uma alternativa seria considerar índices de remanejamento, similares aos índices de recaptura apresentados por Lohatepanont e Barnhart (2004), em especial no caso de consideração de modelagem por rotas. Pode-se utilizar um critério como o de horário preferencial de voo, dentre outros, para determinar o índice de remanejamento.
- Consideração de Incerteza de Demanda: considerando que na fase do planejamento a demanda é bastante incerta, uma modificação

interessante seria a consideração da incerteza de demanda, nos moldes apresentados por Ferguson e Dantzig (1956).

Com relação às heurísticas propostas, podem ser feitas extensões tanto na heurística básica, adotando melhores critérios heurísticos - um que considere a taxa de ocupação mínima da aeronave, por exemplo - quanto implementando métodos de melhoria local mais específicos. Outras linhas de extensão envolvem a determinação de funções de ajuste dos parâmetros das heurísticas de acordo com as características da instância em execução, seja previamente ou durante o procedimento básico do heurística.

Finalmente, é um caminho natural a ser seguido a integração das heurísticas ora propostas com aquelas apresentadas por Abrahão (2006), para a etapa seguinte do planejamento operacional, o problema de Atribuição de Aeronaves.

LISTA DE REFERÊNCIAS

ABARA, J. Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem. *Interfaces*, v.19, n.4, p.21-28, 1989.

ABRAHÃO, F.T.M. A Meta-Heurística Colônia de Formigas para Solução do Problema de Programação de Manutenção Preventiva de uma Frota de Veículos com Múltiplas Restrições: Aplicação na Força Aérea Brasileira. Tese. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

ABRAHÃO, F.T.M; GUALDA, N.D.F. Fleet Maintenance Scheduling with an Ant Colony System Approach. In: DORIGO, M; GABARDELLA, L.M; BIRATTARI, M; MARTINOLI, A; POLI, R; STÜTZLE, T. (editors) *Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*, 5th International Workshop, ANTS 2006, Brussels, Belgium - Proceedings. Brussels, p412-419, 2006a.

_____. A Meta-Heurística Colônia de Formigas para Solução do Problema de Programação de Manutenção Preventiva de Frotas de Veículos". In: XIV Panamerican Conference of Traffic and Transportation Engineering, 2006, Las Palmas de Gran Canaria, Spain. L05_25, 16 p., 2006b.

ANAC - Agência Nacional de Aviação Civil: Anuários Estatísticos do Transporte Aéreo 2008. Disponível em: < <http://www.anac.gov.br/estatistica/estatisticas1.asp> >. Consultados em 24 de junho de 2010a.

_____- Agência Nacional de Aviação Civil: Ato Resolução No. 2 de 3 de julho de 2006. Disponível em: < <http://www.anac.gov.br/biblioteca/resolucao.asp> >. Consultado em 14 de julho de 2009.

_____- Agência Nacional de Aviação Civil: Portaria No. 480 de 17 de maio de 2007. Disponível em: < <http://www.anac.gov.br/biblioteca/portarias.asp> >. Consultado em 14 de julho de 2009.

_____- Agência Nacional de Aviação Civil: Lista de Aeródromos Públicos de 29 de março de 2010. Disponível em: < <http://www.anac.gov.br/arquivos/xls/aerodromosPublicos> >. Consultado em 13 de abril de 2010b.

BARNHART, C.; COHN, A.M.; JOHNSON, E.L.; KLABJAN, D.; NEMHAUSER, G.L.; VANCE, P.H. Airline Crew Scheduling in **Handbook of Transportation Science**. 2nd ed. Kluwer's International Series, 2003.

BELL, J.E; MCMULLEN, P.R. Ant Colony Optimization Techniques for the Vehicle Routing Problem. *Advanced Engineering Informatics*, v.18, n.1, p. 41-48, 2004.

BISAILLON, S; CORDEAU, J.F; LAPORTE, G; PASIN, F. A Large Neighbourhood Search Heuristic for the Aircraft and Passenger Recovery Problem. Disponível em < <http://neumann.hec.ca/chairelogistique/jfc.shtml> >. Consultado em 17 de dezembro de 2010.

BONASSER, U.O. Meta-Heurísticas Híbridas para Solução do Problema de Roteirização de Veículos com Múltiplos Depósitos e Frota Heterogênea Fixa: Aplicação na Força Aérea Brasileira. Tese. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

BONASSER, U.O; GUALDA, N.D.F. Hybrid Meta-Heuristics for Solution of the Vehicle Routing Problem with Multiple Depots and Heterogeneous, Fixed Fleet. In: XIV Panamerican Conference of Traffic and Transportation Engineering, 2006, Las Palmas de Gran Canaria, Spain. L05_30, 14 p., 2006.

BRADLEY, S. P.; HAX, A. C.; MAGNANTI, T. L. **Applied mathematical programming**. Reading, Mass.: Addison-Wesley Pub. Co., 1977.

CABRAL, L.A.F; FREITAS, M. J; MACULAN, N; PONTES, R.C.V. An heuristic approach for large scale crew scheduling problems at Rio-Sul Airlines. *40th International Symposium of the AGIFORS*, Istanbul, Turkey, 2000. Disponível em < <http://www.decom.ufop.br/decom/prof/marcone/Publicacoes/Publicacoes.htm> >. Acesso em 29/04/2010.

CAETANO, D. J. ; GUALDA, N. D. F. Modelagem do Problema de Alocação de Frota de uma Empresa Aérea Brasileira. In: **XXII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, 2008, Fortaleza / CE. Panorama Nacional da Pesquisa em Transportes 2008. Rio de Janeiro : ANPET, p. 2173-2176, 2008.

_____. Modelo para Programação de Voos e Alocação de Frotas. In: **XXIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, 2009, Vitória / ES. Panorama Nacional da Pesquisa em Transportes 2009. Rio de Janeiro : ANPET, 2009.

CGNA - Centro de Gerenciamento de Navegação Aérea : Capacidades dos Aeroportos. Disponível em: < <http://www.cgna.gov.br/aeroportos/aeroportos.htm> >. Consultado em 04/07/2009, 2009.

COLORNI, A; DORIGO, M; MAFFIOLI, F; MENIEZZO, V; RIGHINI, G; TRUBIAN, M. Heuristics from Nature for Hard Combinatorial Optimization Problems. *International Transactions in Operational Research*, v.3, n.1, p. 1-21, 1996.

DANTZIG, G. B. **Linear programming and extensions**. New Jersey: Princeton University Press, 1974.

DANTZIG, G.B; FULKERSON, D.R. Minimizing the number of carriers to meet a fixed schedule, *Naval Res. Log.* Vol 1, 1954.

DE NEUFVILLE, R. Multi-Airport Systems in the era of no-frill airlines. Working Paper Series. Massachusetts Institute of Technology: Engineering System Division. Massachusetts, 2005.

DENG, G.F; LIN, W.T. Ant Colony Optmization-Based Algorithm for Airline Crew Scheduling Problem, *Expert Systems with Applications*, doi:10.1016/j.eswa.2010.10.053, 2010.

DONATI, A.V; MONTEMANNI, R; CASAGRANDE, N; RIZZOLI, A.E; GAMBARDELLA, L.M. Time Dependent Vehicle Routing Problem With a Multi Ant Colony System, *European Journal of Operational Research*, v.185, n.3, p. 1174-1191, 2008.

DORIGO, M; STÜTZLE, T. The Ant Colony Optimization Metaheuristic: Algorithms, Applications, and Advances. In: GLOVER, F; KOCHENBERGER, G. A. **Handbook of Metaheuristics**. Kluwer Academic Publishers. Cap.9, p.251-285, 2003.

_____. **Ant Colony Optimization**. Bradford Book, 2004.

DUMAS, J; SOUMIS, F. Passenger Flow Model for Airline Networks, *Transportation Science*, v.42, n.2, p. 197-207, 2008.

FERGUSON, A.R; DANTZIG, G.B. The Problem of Routing Aircraft - A Mathematical Solution, *Aeronautical Engineering Review*, v.14, n.4, p. 51-55, 1955.

_____. The Allocation of Aircraft to Routes - An Example of Linear Programmig Under Uncertain Demand, *Management Science*, v.3, n.1, p. 45-73, 1956.

FRYSZMAN, A. S. Sistema de apoio à decisão no planejamento de linhas aéreas: uma proposta para o mercado doméstico de passageiros. Dissertação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1990.

GLOVER, F; KOCHENBERGER, G. A. **Handbook of Metaheuristics**. Kluwer Academic Publishers, 2003.

GOMES, W. P. Programação de Tripulantes de Aeronaves no Contexto Brasileiro. Dissertação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2009.

GOMES, W. P; GUALDA, N. D. F. Otimização da Formação de Viagens no Processo de Alocação de Tripulantes e Aeronaves (Crew Pairing Problem). In: **XXII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, 2008, Fortaleza / CE. Panorama Nacional da Pesquisa em Transportes 2008. Rio de Janeiro : ANPET, p. 1010-1020, 2008.

_____. Programação de Tripulantes de Aeronaves no Contexto Brasileiro. In: **XXIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, 2009, Vitória / ES. Panorama Nacional da Pesquisa em Transportes 2009. Rio de Janeiro : ANPET, 2009.

HANE, C.; BARNHART, C.; JOHNSON, E.; MARSTEN, R.; NEMHAUSER, G.; SIGISMONTI, G. A fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program, Technical report, Georgia Institute of Technology, School of Industrial and System Engineering. Report Series 92-04, 1984.

IBGE: Estados@, dados de 2009. Disponível em < <http://www.ibge.gov.br/estadosat/> >. Consultado em 13/04/2010.

INFRAERO: Movimento operacional acumulado da Rede Infraero. Disponível em: < <http://www.infraero.gov.br/> >. Consultado em 03/07/2008.

IPEA - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada: A regulação do mercado de aviação civil no Brasil. Nota Técnica. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. Rio de Janeiro, 2003.

KIM D; BARNHART, C. Flight schedul design for a charter airline. Computers & Operations Research, n. 34. p.1516-1531, 2007.

KIRKPATRICK, S; GELATT Jr. C.D; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. Science, v.220, n.4598, p.671-680, 1983.

KLABJAN, D. Large-scale models in the airline industry, in G. Desaulniers, J. Desrosiers, M. M. Solomon, editors, Column Generation, Kluwer Academic Publishers, 2004.

LO, C.C; DENG, G.F. Using Ant Colony Optmization Algorithm to Solve Airline Crew Scheduling Problems, Proceedings of the Third International Conference on Natural Computation, v.4, doi:10.1109/ICNC.2007.797, 2007.

LOHATEPANONT, M; BARNHART, C. Airline Schedule Planning: Integrated Models and Algorithms for Schedule Design and Fleet Assignment. *Transportation Science*, v.38, n.1, p.19-32, 2004.

MARTINS, F. J. Uma abordagem para a solução do problemas de rotações de tripulações para empresas aéreas utilizando busca tabu e janelas de tempo. Dissertação. Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo/RS, 2007.

MAYO, D. Contribuições para implementação do yield management em companhias aéreas brasileiras. Dissertação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.

MINISTÉRIO da Defesa: Congonhas voltará a ter escalas e conexões. Disponível em: <
http://www.defesa.gov.br/mostra_materia.php?ID_MATERIA=31859 >. Consultado em 04/07/2008.

MONTGOMERY, J. Higher Order Pheromone Models in Ant Colony Optimization. In: DORIGO, M; GABARDELLA, L.M; BIRATTARI, M; MARTINOLI, A; POLI, R; STÜTZLE, T. (editors) *Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence, 5th International Workshop, ANTS 2006, Brussels, Belgium - Proceedings*. Brussels, p428-435, 2006.

NOVAES, A. G. Alocação de aeronaves a um esquema de vôos. In: NOVAES, A. G. **Métodos de otimização**: aplicações aos transportes. 1a.ed. São Paulo: Edgard Blücher Editora. Cap.22, p.444-451, 1978.

OLIVEIRA, A. **Transporte Aéreo** - Economia e Políticas Públicas. 1a. ed. Pezco Editora. São Paulo, 2009.

PIMENTEL, A.L.G. Uma abordagem heurística para a solução de problemas de recobrimento de conjuntos de grande porte, com aplicação à alocação de tripulações para companhias aéreas. Tese. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

QUAGLIA, E; NETO, M.A; TARGA, D. Um modelo de otimização para o planejamento de tráfego aéreo. *Revista Transportes*. v10, n.2. p.31-48, 2002.

RABETANETY, A.; CALMET J.; SCHOEN, C. Airline Schedule Planning Integrated Flight Schedule Design and Product Line Design. Tese. Universität Karlsruhe. Karlsruhe, 2006.

REIMANN, M; DOERNER, K; HARTL, R.F. D-Ants: Savings Based Ants Divide and Conquer the Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations Research*, v.31, n.4, p. 563-591, 2004.

RICHARDSON, R. An Optimization Approach to Routing Aircraft. *Transportation Science*. v10, n.1. p.52-71, 1976.

RICHTER, H. Thirty Years of Airline Operations Research. *Interfaces*, v.19, n.4, p.3-9, 1989.

SANTANA, E.S.M; HUPALO, M.F; FEITOSA, M.V.M; MÜLLER, C. Análise de custos operacionais e dos atrasos de aeronaves na Área Terminal São Paulo (TMA-SP), *Revista Transportes*. v14, n.1. p.16-24, 2006.

SETTI, J.R.A. Um método para agrupamento de dados para simulação de terminais de passageiros. v3, n.1. p.49-67, 1995.

SHERALI, H.D; BAE, K. H; HAOUARI, M. Integrated Airline Schedule Design and Fleet Assignment: Polyhedral Analysis and Benders' Decomposition Approach. *Inform Journal on Computing*, n.4, p.500-513. 2010

SHERALI, H.D; BISH, E. K; ZHU, X. Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms, *European Journal of Operational Research*, n.172, p.1-30. 2006

SILVA, M. R. Uma contribuição ao problema de localização de terminais de consolidação no transporte de carga parcelada. Dissertação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.

SOUMIS, F; FERLAND, J.A; ROUSSEAU, J.M. A model for large-scale aircraft routing and scheduling problems. *Transportation Research Part B: Methodological*. v.14, n.1-2. p191-201, 1980.

SOUZA, B.B; WEIGANG, L; CRESPO, A.M.F. Implementação de modelo para balanceamento de fluxos aplicado ao gerenciamento de tráfego aéreo. *Revista Transportes*. v16, n.2. p.48-58, 2008.

SWAN, W.M. Airline route developments: a review of history. *Journal of Air Transport Management*. n.8. p.349-353, 2002.

SWAN, W.M; ADLER, N. Aircraft Trip Cost Parameters: A Function of Stage Length and Seat Capacity. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v.42, n.2, p. 105-115, 2006.

TEODOROVIC, D. Swarm Intelligence Systems for Transport Engineering: Principles and Applications. *Transportation Research Part C: Engineering Technologies*, v.16, n.6, p. 651-667, 2008.

VRANCX, P; NOWÉ, A. Using Pheromone Repulsion to Find Disjoint Paths. In: DORIGO, M; GABARDELLA, L.M; BIRATTARI, M; MARTINOLI, A; POLI, R; STÜTZLE, T. (editors) Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence, 5th International Workshop, ANTS 2006, Brussels, Belgium - Proceedings. Brussels, p522-523, 2006.

YU, B; YANG, Z.Z. An Ant Colony Optimization Model: The Period Vehicle Routing Problem with Time Windows, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, v.47, n.2, p. 166-181, 2011.

YU, B; YANG, Z.Z; YAO, B. An Improved Ant Colony Optimization for Vehicle Routing Problem, European Journal of Operational Research, v.196, n.1, p. 171-176, 2009.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

CHURCHMAN, C. W. **Introdução à teoria dos sistemas**. Rio de Janeiro: Editora Vozes, Petrópolis, 1972.

CHVATAL, V. **Linear programming**. New York: W. H. Freeman, 1983.

DEITEL, H. M; DEITEL, P. J. **Java: Como Programar**. 6ed. São Paulo, Pearson-Prentice Hall, 2005.

HYDE, R. **The art of assembly language**. San Francisco, Estados Unidos: No Starch Press, 2003.

NOVAES, A. G. **Sistemas de transportes**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1986.

PAULA FILHO, W. P. **Engenharia de software**. 2ed. São Paulo: LTC, 2003.

PRESSMAN, R. S. **Engenharia de software**. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda., 1992.

RICH, E.; KNIGHT, K. **Inteligência artificial**. São Paulo: Books do Brasil, 1993.

SCHILDT, H. **Inteligência artificial utilizando linguagem C**. São Paulo: McGraw-Hill Editora, 1989.

_____. **C completo e total**. São Paulo: Makron Books Editora, 1997.

SILVA, G. P. **Uma metodologia baseada na técnica de geração de arcos para o problema de programação de veículos**. Tese - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2001.

SWAIT, J. D. **Fundamentos computacionais, algoritmos e estruturas de dados**. São Paulo: Makron Books Editora, 1991.

TIMPF, S. Ontologies of wayfinding: a traveler's perspective. *Networks and Spatial Economics*, v.1, n.2 , p.9-33, mar. de 2002.

WINSTON, W. L. **Operations research: applications and algorithms**. S.I.: International Thomson Publishing, 1994.

GLOSSÁRIO

Aeroporto Restrito - Aeroporto que, por questões legais ou de segurança não permite pousos e decolagens livremente. Quando o número de movimentos diários de um aeroporto torna-se próximo ao seu limite operacional, são definidos *slots* de pouso e decolagem, que são concedidos às empresas aéreas como forma de garantir a segurança da operação aeroportuária.

Base Domiciliar (Crew Base) - Localidade onde os tripulantes mantêm domicílio e recebem suas folgas.

Comunicação Estigmérgica (stigmergic communication) - Processo de comunicação através do meio por meio do armazenamento de uma informação de estímulo ao uso de um recurso. A informação/estímulo é proporcional aos resultados que historicamente o uso daquele recurso tem proporcionado.

Conexão (Connection) - Pouso de uma rota em que o passageiro precisa trocar de aeronave. Ocorre quando os voos do trilha e da rota não são coincidentes. No caso do modelo de conexões, uma conexão significa que dois voos subsequentes serão cumpridos com a mesma frota.

Demanda - Quantidade de passageiros de um mercado

Demanda Não Restrita (Unconstrained Demand) - Demanda total de um mercado, que não depende da capacidade de atendimento da empresa aérea.

Escala (Scale) - Pouso de uma rota em que o passageiro não precisa trocar de aeronave. Ocorre quando os voos do trilha e da rota são coincidentes.

Estação (Station) - O mesmo que aeroporto.

Frota (Fleet) - Conjunto de aeronaves de um mesmo tipo ou modelo. No contexto deste trabalho, toda frota é homogênea e a representação de aeronaves diferentes é feita através de várias frotas.

Gap - Intervalo entre o valor da função objetivo da melhor solução encontrada para um problema e um limite mínimo/máximo calculado para a mesma função objetivo. No caso de um problema de minimização, o *gap* costuma ser representado pela relação entre o valor da melhor solução encontrada, descontada do limite inferior (*lower bound*), e o valor da melhor solução encontrada.

Hub - No modelo *hub-and-spoke*, é ponto de concentração de passageiros e/ou carga, interligando os voos locais (*hub-spoke*), de baixa demanda e alta frequência, aos voos troncais (*hub-hub*) de alta demanda e menor frequência.

Jornada (Duty Period) - Duração do trabalho do tripulante, do momento em que ele se apresenta no local de trabalho até o momento em que é dispensado.

Malha Aérea - Conjunto de voos disponibilizados por uma empresa aérea durante um período específico.

Manutenção Básica (Turn-Time) - Tempo mínimo que uma aeronave precisa permanecer em solo para inspeção básica, abastecimento, troca de tripulantes etc.

Mercado (Market) - Um par de cidades (origem-destino) e uma faixa de horário com demanda definida.

Momento de Transporte - Medida de transporte que leva em consideração não apenas a quantidade de pessoas ou carga, mas também a distância ou o tempo de transporte.

Momento de Transporte Efetivo - Medida que indica o momento de transporte que ocorreu de fato. É relativo à demanda efetivamente atendida.

Momento de Transporte Potencial de Mercado Não Aproveitado - Medida que indica o momento de transporte adicional que poderia ter ocorrido, se houvesse mais capacidade de transporte no trecho. É relativo à demanda não atendida.

Momento de Transporte Não Aproveitado - Medida que indica o momento de transporte que deixou de ser aproveitado para a geração de receita, seja ele pelo transporte de assentos vazios, seja ele por demanda não atendida.

Momento de Transporte da Aeronave - Medida que indica o momento de transporte máximo propiciado por uma aeronave, com base em sua capacidade de transporte.

Momento de Transporte da Aeronave Não Aproveitado - Medida que indica o momento de transporte adicional que poderia ter ocorrido se houvesse maior demanda por transporte. É relativo à capacidade não aproveitada de um veículo em transporte.

Rota (Linha Aérea, Route ou Trip) - Um ou mais voos em sequência que levam um passageiro de uma origem a um destino, partindo de um determinado horário. Comercialmente as empresas aéreas usam o termo voo com conexões ou escalas para designar uma rota.

Slot - Estreita faixa de horário em que é permitido um pouso ou uma decolagem de uma aeronave. Em geral, os *slots* são alocados a empresas aéreas pela autoridade aeroportuária.

Trecho - Trajeto entre dois aeroportos, sem indicação de horário.

Trilho (*Flight, Rotation ou Itinerary*) - Sequência de voos cumpridos com a mesma aeronave.

Tripulação (*Crew*) - Profissional habilitado que exerce função específica a bordo da aeronave.

Tripulante Extra (*Dead-head*) - Tripulante que se desloca a serviço da empresa sem exercer função a bordo da aeronave, para substituir outro tripulante em determinada cidade ou para seu retorno à base domiciliar.

Voo (*Leg ou Flight-leg*) - Movimento completo de uma aeronave entre dois aeroportos, em um determinado horário.

Viagem (*Pairing*) - Conjunto de uma ou mais jornadas cumpridas por um tripulante, com início e término em sua base domiciliar.

Apêndice A - O Cenário Nacional

A.1. Introdução

Apesar da operação aérea no Brasil ter muitas características similares às de outros países, a operação aérea em cada país tem um conjunto de condicionantes específicos que exigem considerações especiais.

Alguns destes condicionantes são relativos ao tipo de informação amplamente disponível, outros estão relacionados ao tipo e distribuição da demanda e, ainda, há restrições específicas no espaço de soluções viáveis. Uma vez que tais condicionantes podem ter uma influência significativa nos resultados, um modelo que contemple também a realidade nacional e tenha como objetivo uma aplicação prática não deve ignorá-los.

Sendo assim, este capítulo faz um breve resumo dos desafios do planejamento operacional de empresas aéreas, considerando o panorama da realidade do transporte aéreo doméstico de passageiros no Brasil, no que tange à determinação de malhas aéreas viáveis dentro desta realidade.

A.2. O Sistema Aeroportuário Brasileiro e a Demanda Doméstica de Passageiros

O sistema aeroportuário brasileiro é composto por 745 aeródromos públicos, distribuído pelos estados brasileiros como indicado na Tabela A.1.

Com cerca de 8,5 milhões de quilômetros quadrados, o Brasil tem, em média, um aeroporto público para cada 11,5 mil quilômetros quadrados. A distribuição não é, entretanto, uniforme, variando desde densidades

aeroportuárias maiores em estados como Rio de Janeiro e São Paulo, um aeroporto para cada 2,6 mil quilômetros quadrados e para cada 2,9 mil quilômetros quadrados respectivamente, até densidades aeroportuárias bastante baixas, como no estado do Amapá, com um aeroporto para cada 36 mil quilômetros quadrados.

Tabela A.1 - Distribuição dos aeródromos nacionais pelos estados brasileiros
(fonte dos dados: ANAC, 2010b)

Estado	Aeródromos
Minas Gerais	97
São Paulo	87
Bahia	83
Rio Grande do Sul	63
Amazonas	44
Mato Grosso	44
Pará	42
Paraná	42
Goiás	34
Mato Grosso do Sul	25
Maranhão	22
Santa Catarina	22
Rio de Janeiro	17
Tocantins	17
Pernambuco	15
Ceará	13
Rondônia	13
Piauí	12
Paraíba	11
Roraima	9
Acre	7
Rio Grande do Norte	7
Espírito Santo	6
Amapá	5
Alagoas	3
Sergipe	3
Distrito Federal	2

Disparidades semelhantes ocorrem entre a relação de aeroportos por município de cada estado. A média nacional é de cerca de 7,5 municípios por aeroporto, variando de dois aeroportos por município, no Distrito Federal, a cerca de 34 municípios por aeroporto, em Alagoas. Os estados do Rio Grande do Sul, São Paulo e Goiás são os que mais se aproximam da média nacional, com médias entre 7,9 e 7,2 municípios por aeroporto.

Também é possível observar uma grande variação com relação à população média que cada aeroporto serve. A média nacional é de cerca de 257 mil habitantes por aeroporto, variando de um aeroporto para cada 47 mil habitantes, em Roraima, até um aeroporto para cada 1,3 milhões de habitantes, no Distrito Federal.

A tabela A.2 apresenta as informações, para cada estado, da área média servida por aeroporto, número médio de municípios servidos por aeroporto e população média atendida por aeroporto. Os estados são apresentados na ordenação do maior número de aeroportos para o menor número de aeroportos.

Tabela A.2 - Relação entre o número de aeroportos e diferentes características dos estados
(fonte dos dados: ANAC, 2010b e IBGE, 2010)

Estado	Área / Aeroporto (km²)	Municípios / Aeroporto	População / Aeroporto
Minas Gerais	6.047	8,8	206.533
São Paulo	2.853	7,4	475.679
Bahia	6.707	5	176.354
Rio Grande do Sul	4.472	7,9	173.240
Amazonas	20.531	3,2	68.220
Mato Grosso	35.699	1,4	77.122
Pará	29.707	3,4	176.929
Paraná	4.746	9,5	254.434
Goiás	10.003	7,2	174.303
Mato Grosso do Sul	14.285	3,1	94.420
Maranhão	4.334	13,3	278.125
Santa Catarina	15.090	9,9	289.415
Rio de Janeiro	2.570	5,4	941.790
Tocantins	16.331	8,2	76.003
Pernambuco	6.554	12,3	587.350
Ceará	18.275	4	115.687
Rondônia	11.448	14,2	657.524
Piauí	20.961	18,6	262.110
Paraíba	5.131	20,3	342.725
Roraima	24.922	1,7	46.833
Acre	7.542	23,9	448.220
Rio Grande do Norte	21.797	3,1	98.733
Espírito Santo	7.680	13	581.200
Amapá	28.563	3,2	125.922
Alagoas	9.256	34	1.052.036
Sergipe	7.303	25	673.226
Distrito Federal	2.901	0,5	1.303.443

Além de uma distribuição não uniforme dos aeroportos com relação a qualquer um dos critérios, também o número de voos e passageiros domésticos transportados é distribuído de maneira desigual entre os estados, como pode ser visto na Tabela A.3 e nos Gráficos A.1 e A.2.

Tabela A.3 - Proporção dos Voos e Número de Passageiros por Estado
(fonte dos dados: ANAC, 2010a)

Estado	Voos	Pax
SP	21,0%	26,3%
RJ	10,6%	12,8%
DF	8,2%	10,6%
BA	6,7%	6,5%
MG	6,7%	6,1%
PA	5,9%	2,7%
PR	5,7%	5,6%
RS	5,1%	4,6%
PE	4,5%	4,2%
CE	3,9%	3,2%
AM	3,9%	2,3%
SC	2,7%	2,6%
MT	2,0%	1,5%
ES	1,7%	1,9%
GO	1,7%	1,5%
MA	1,5%	1,0%
RN	1,3%	1,4%
MS	1,1%	0,9%
RO	1,0%	0,5%
AL	1,0%	0,9%
SE	0,7%	0,6%
AP	0,6%	0,5%
PI	0,6%	0,4%
AC	0,5%	0,3%
PB	0,4%	0,5%
TO	0,4%	0,2%
RR	0,4%	0,2%
FN*	0,2%	0,1%
??**	0,1%	0,0%
TOTAL	100,0%	100,0%

(*) A ANAC computa os voos de Fernando de Noronha separadamente

(**) Diferença existente entre os voos informados e o total de voos informado

Os dados da Tabela 4.3 e do Gráfico 4.1 mostram que mais de 50% dos voos estiveram concentrados em apenas cinco unidades federativas: São Paulo, Rio de Janeiro, Distrito Federal, Bahia e Minas Gerais. Em especial, quase um terço dos voos domésticos ocorreram em São Paulo e Rio de Janeiro, sendo que mais de um quinto dos voos envolveu algum aeroporto do Estado de São Paulo.

Gráfico A.1 - Proporção de voos (partidas e chegadas) por estado no ano de 2008
(fonte dos dados: ANAC, 2010a)

Gráfico A.2 - Proporção de passageiros (partidas e chegadas) por estado no ano de 2008
(fonte dos dados: ANAC, 2010a)

Os dados da Tabela A.3 e do Gráfico A.2 evidenciam que a concentração se acentua quando é avaliado o número de passageiros transportados, sendo que praticamente 50% dos passageiros transportados passaram por três unidades federativas: São Paulo, Rio de Janeiro e Distrito Federal. Em especial, mais de um terço dos passageiros passaram no Estado de São Paulo e/ou Rio de Janeiro e mais de um quarto dos

passageiros do país passaram por algum aeroporto do Estado de São Paulo.

Observando a Tabela A.2, pode-se verificar que estes estados são aqueles que possuem algumas das piores relações entre o número habitantes e número de aeródromos públicos.

Uma breve análise da movimentação nos principais aeroportos mostra uma concentração específica em alguns aeroportos, como pode ser observado na Tabela A.4 e nos Gráficos A.3 e A.4. A proporção é feita com relação a todos os movimentos aeroportuários do país.

Tabela A.4 - Proporção dos Voos e Número de Passageiros por Aeroporto
(fonte dos dados: ANAC, 2010a)

Aeroporto	Voos	Pax
CONGONHAS	9,3%	12,8%
INT. DE SÃO PAULO	8,3%	11,3%
INT. DE BRASÍLIA	8,2%	10,6%
INT. DO RIO DE JANEIRO	7,8%	9,3%
INT. DOIS DE JULHO	5,5%	5,3%
INT. SALGADO FILHO	4,4%	4,4%
INT. GUARARAPES	4,3%	4,1%
INT. AFONSO PENA	4,0%	4,0%
INT. TANCREDO NEVES	3,9%	4,6%
PINTO MARTINS	3,7%	3,1%
EDUARDO GOMES	3,0%	1,9%
INT VAL DE CAES	3,0%	2,0%
SANTOS DUMONT	2,6%	3,4%
HERCILIO LUZ	1,8%	1,8%
OUTROS	30,2%	21,4%

Os dados da Tabela A.4 e do Gráfico A.3 mostram que mais de 33% dos voos estiveram concentrados em apenas quatro aeroportos: Congonhas, Cumbica (Int. de São Paulo), Juscelino Kubitschek (Int. de Brasília) e Galeão (Int. do Rio de Janeiro). Em especial, quase um quinto dos voos domésticos passaram por um dos dois aeroportos da cidade de São Paulo.

Gráfico A.3 - Proporção de voos (partidas e chegadas) por aeródromo no ano de 2008
(fonte dos dados: ANAC, 2010a)

Gráfico A.4 - Proporção de passageiros (partidas e chegadas) por aeródromo em 2008
(fonte dos dados: ANAC, 2010a)

Os dados da Tabela A.4 e do Gráfico A.4 evidenciam que a concentração se acentua quando é avaliado o número de passageiros transportados, sendo que praticamente 50% dos passageiros transportados passaram por cinco aeroportos: Congonhas, Cumbica (Int. de São Paulo), Juscelino Kubitschek (Int. de Brasília), Galeão (Int. do Rio de Janeiro) e

Salvador (Int. Dois de Julho). Em especial, mais de um quarto dos passageiros passaram por um dos dois aeroportos da cidade de São Paulo.

A.2.1. Empresas Aéreas Atuando no Transporte Doméstico de Passageiros

Em 2008, havia 19 empresas aéreas operando no transporte aéreo doméstico de passageiros no Brasil, como pode ser visto na Tabela A.5.

Tabela A.5 - Participação das Empresas Aéreas no Transporte Doméstico de Passageiros em 2008 (fonte dos dados: ANAC, 2010a)

Empresa	Transporte		Participação	
	Pax	Pax.km	Pax(%)	Pax.Km(%)
ABAETÉ	3296	1552000	0,007	0,003
AIRMINAS	58912	17545000	0,126	0,035
AZUL	11007	13627000	0,024	0,027
CRUISER	3816	1085000	0,008	0,002
GOL	13249789	13800374000	28,432	27,821
NHT	56671	15426000	0,122	0,031
OCEANAIR	1323339	1399076000	2,840	2,821
PANTANAL	204427	79007000	0,439	0,159
PASSAREDO	188473	87067000	0,404	0,176
PUMA	8820	3622000	0,019	0,007
RICO	78297	49300000	0,168	0,099
SETE	24985	9823000	0,054	0,020
TAF	31823	34044000	0,068	0,069
TAM	19487823	23791533000	41,817	47,963
TEAM	16145	3407000	0,035	0,007
TOTAL	146340	67057000	0,314	0,135
TRIP	1426631	538631000	3,061	1,086
VARIG/GOL	9394690	8515652000	20,159	17,167
WEBJET	887035	1175759000	1,903	2,370
TOTAL	46602319	49603587000	100,000	100,000

É possível verificar, pela Tabela A.5, que em 2008 o mercado nacional de transporte doméstico de passageiros era amplamente dominado por três grandes empresas: TAM e GOL e VARIG/GOL, controlando cerca de 90% do mercado.

Em seguida aparecem empresas médias como a TRIP, OCENAIR e WEBJET, com participações de cerca de 2% a 3%, totalizando quase 8% do

mercado. Os outros cerca de 2% do mercado são divididos entre as 13 outras empresas menores, consideradas empresas regionais.

A.3. Condicionantes do Cenário Nacional

Assim como nos Estados Unidos da América, também no Brasil o marco regulatório que regia a operação das empresas aéreas foi derrubado. Entretanto, no Brasil, o processo de desregulação foi iniciado apenas nos primeiros anos da década de 1990, sendo implementado gradualmente (IPEA, 2003; OLIVEIRA, 2009).

Como consequência, as empresas aéreas vêm enfrentando no cenário nacional muitos dos desafios tratados internacionalmente: uma grande quantidade de alternativas de voos possíveis torna os modelos grandes, de complexo tratamento computacional. Adicionalmente, a crescente competição leva a uma constante necessidade de otimização das malhas, exigindo cada vez modelos mais abrangentes e que integrem diferentes etapas do planejamento operacional, em busca de uma programação de voos mais eficiente.

Por outro lado, o sistema de transporte aéreo brasileiro apresenta algumas características que requerem alternativas aos modelos já existentes, como o tipo de informação amplamente disponível sobre a demanda e a elevada concentração do fluxo de passageiros em algumas poucas cidades, cujos aeroportos já se encontram saturados, tornando fundamental que os modelos considerem a existência de slots de pouso e decolagem de aeronaves.

A.3.1. Informações Sobre a Demanda

Uma das informações mais determinantes para a definição das rotas que compõem uma malha é a demanda, ou seja, quais são os mercados de relevância, indicando a quantidade de pessoas que possuem interesse em viajar de uma região para outra.

Os dados fornecidos pelos anuários e semestrais da Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC, 2008) e os dados de movimentos aeroportuários fornecidos pela gestora dos aeroportos (INFRAERO, 2008) são apresentados de forma agregada por voo, não tendo sido conseguidas, por parte do autor desta pesquisa, informações específicas relacionadas à origem e destino real dos passageiros, nem a faixa horária em que os deslocamentos ocorreram de fato.

Finalmente, os dados sobre a participação das empresas no mercado (ANAC, 2010a) são anuais e para o país como um todo, tornando imprecisa a determinação da demanda específica de uma empresa aérea que atua apenas no âmbito regional e que tenha concorrentes de grande porte em alguns voos.

A.3.2. Concentração da Demanda de Passageiros Domésticos

Parte da concentração dos voos nos aeroportos de algumas regiões se deve à concentração populacional e econômica nas mesmas, que são os centros comerciais, administrativos e de turismo do país; por outro lado, esta concentração existente - que faz dos aeroportos domésticos destas cidades *hubs* naturais - leva estes aeroportos a operarem em seu limite. Para mitigar este problema, algumas mudanças operacionais foram implantadas nos aeroportos das cidades que possuem mais de um aeroporto.

É possível verificar que, por volta do ano 2001, uma parcela pequena dos movimentos domésticos era realizada nos aeroportos classificados como "internacionais", nas regiões de São Paulo, Rio de Janeiro e Belo Horizonte (NEUFVILLE, 2005).

Esta distribuição ainda se observa em 2003, mas quanto mais se aproxima de 2008, mais se verifica uma tendência de crescimento dos voos domésticos nos aeroportos internacionais e uma redução nos aeroportos considerados domésticos, com exceção de São Paulo, onde houve um aumento no aeroporto internacional (Guarulhos) e, ainda assim, houve aumento no aeroporto doméstico (Congonhas). Os dados dos anos de 2003 e 2008 podem ser verificados na Tabela A.6.

Tabela A.6 - Crescimento do movimento aeroportuário em algumas cidades
(fonte dos dados: INFRAERO, 2008)

Aeroporto	Domésticos			Internacionais		
	2003 (pax)	2008 (Pax)	Variação	2003 (pax)	2008 (Pax)	Variação
Congonhas (SP - Doméstico)	12.069.757	15.265.433	+27%	0	0	0%
Cumbica (SP - Internacional)	4.652.676	10.346.742	+122%	6.928.358	8.448.854	+22%
Santos Dumont (RJ - Doméstico)	5.382.776	3.214.415	-40%	3	0	-100%
Galeão (RJ - Internacional)	2.642.414	8.174.496	+209%	1.976.815	2.178.147	+10%
Pampulha (MG - Doméstico)	2.970.578	758.316	-75%	840	1.508	+80%
Confins (MG - Internacional)	269.006	4.306.972	+1501%	95.904	33.157	-65%

Esta mudança no tipo de movimento dos aeroportos considerados internacionais pode ter diversas origens, como restrições de pouso de grandes aeronaves em alguns aeroportos domésticos ou restrições de capacidade dos aeroportos ou espaço aéreo, bem como pode ser uma resposta do crescimento da demanda, dentre outras causas.

Uma vez que, de acordo com os dados, a demanda por voos internacionais é relativamente pequena frente à demanda doméstica, essa redistribuição entre os aeroportos de uma mesma cidade faz sentido. Em São Paulo, a demanda internacional foi, em 2008, de aproximadamente 25% da demanda total. No Rio, esta demanda foi de aproximadamente 15% da demanda total e, em Belo Horizonte, foi de aproximadamente 0,7%. Adicionalmente, a demanda por voos domésticos, proporcionalmente, tem crescido mais do que a demanda por voos internacionais. Em São Paulo, a demanda por voos internacionais cresceu apenas cerca de 22% e, no Rio de Janeiro, apenas cerca de 10% - além de uma redução em Belo Horizonte (-65%). Já a demanda doméstica total cresceu significativamente nestas três cidades: em São Paulo o crescimento foi de aproximadamente 50%, no Rio de Janeiro foi de aproximadamente 40% e em Belo Horizonte foi de aproximadamente 75%.

A.3.3. Restrições Operacionais em Aeroportos Relevantes

Como pode ser verificado pela Tabela A.7, as capacidades dos aeroportos internacionais são relativamente maiores que as capacidades dos aeroportos domésticos, em termos de movimentos por hora (pousos ou decolagens). Usualmente, os aeroportos internacionais também comportam aeronaves de maior porte que os domésticos, fazendo com que o aumento na capacidade de passageiros transportados seja ainda mais marcante.

Esta maior capacidade dos aeroportos internacionais torna natural a ocupação dos aeroportos internacionais também por voos domésticos, em especial quando o crescimento da demanda por voos domésticos é expressivamente mais vigoroso que o crescimento da demanda por voos internacionais, ao longo do tempo.

Tabela A.7 - Capacidade de movimentos comerciais por hora em alguns aeroportos, para voos por instrumentos (*Instrument Meteorological Condition / Instrument Land System*)
(fonte dos dados: CGNA, 2008)

Aeroporto	Capacidade Praticada	Capacidade IMC (ILS)
Congonhas (SP - Doméstico)	31	21
Cumbica (SP - Internacional)	49	35
Santos Dumont (RJ - Doméstico)	33	23*
Galeão (RJ - Internacional)	48	36 / 28*
Pampulha (MG - Doméstico)	28	-
Confins (MG - Internacional)	32	25

(*) Capacidade quando operando conjuntamente

Entretanto, em São Paulo, mesmo com o crescimento do uso da capacidade do aeroporto o internacional (Guarulhos) para voos domésticos, a demanda do aeroporto doméstico (Congonhas) continuou a crescer, como pôde ser visto na Tabela A.6.

Até o início de 2007, para suportar este excesso de demanda, Congonhas vinha operando com uma capacidade de 48 movimentos por hora, acima de sua capacidade nominal, de 33 movimentos por hora. Destes 48 movimentos por hora, 40 eram movimentos de voos comerciais, também acima da capacidade de 31 voos comerciais por hora (CGNA, 2008; MINISTÉRIO, 2008). Como consequência disso, a operação do aeroporto ficou bastante sensível a problemas de tráfego aéreo, como atrasos e problemas com controle de voo, o que acabou causando uma série de problemas para os usuários do sistema aéreo, com longos atrasos e cancelamentos de voos no ano de 2007, prejudicando também as empresas.

Como Congonhas é um dos principais *hubs* do Brasil, estes problemas acabaram tendo reflexos em toda a malha aérea. A solução temporária foi uma limitação forçada da oferta, com a proibição do funcionamento de Congonhas como um *hub*, impedindo seu uso em conexões e escalas. Essa restrição foi revogada posteriormente e a

limitação do número de movimentos de voos comerciais ficou definida em 30 por hora (MINISTÉRIO, 2008).

Para o longo prazo, a proposta governamental é ampliar a capacidade dos aeroportos existentes e, eventualmente, a construção de novos aeroportos nas regiões saturadas como São Paulo (MINISTÉRIO, 2008). Em parte, estas soluções estão de acordo com algumas apresentadas na literatura (SWAN, 2002) mas, no caso das soluções de curto prazo, as restrições impostas pelo governo deixaram o problema de readequação da operação para as empresas aéreas.

Tais imposições operacionais são novas restrições à definição de rotas e voos. Adicionalmente, a possibilidade de atrasos dificulta a escolha mais econômica de aeronaves para cada rota, pode ser interessante privilegiar critérios de robustez e respeitar restrições de horários de pouso/decolagem (os *slots*) que não podem ser relaxados. Além disso, as restrições de tempo em solo arbitradas pelo governo para o aeroporto de Congonhas, em que um atraso de meia hora na ocupação de um *finger* pode ter uma tarifa adicional de 1000%, podendo chegar a 16000% do custo normal para atrasos mais longos (MINISTÉRIO, 2008), podem comprometer a definição de uma programação e alocação de aeronaves e tripulação, potencialmente tornando diversos voos inviáveis economicamente.

Nos aeroportos com maior demanda e muitas restrições operacionais, uma das primeiras alternativas de solução, que seria a redução da frequência de voos com o uso de aeronaves maiores (SWAN, 2002), pode ficar limitada. No caso de Congonhas, por exemplo, o aumento do tamanho médio das aeronaves não é uma escolha, devido limitações físicas do aeroporto, como as dimensões da pista e sua localização, no meio de um centro urbano.

Se a redução da frequência for inevitável, é possível que os voos domésticos sejam irregulares ao longo dos dias, ou seja, um voo entre uma cidade e outra pode ocorrer na segunda-feira, mas não na terça-feira. Este tipo de situação pode levar à necessidade de definição de programações de voos domésticos semanais ou até mensais, fazendo com que o tamanho do modelo e os tempos computacionais de solução cresçam consideravelmente.

Apêndice B - Relação entre Coeficientes de Custo e Ocupação Mínima de Aeronave

B.1. Introdução

No Capítulo 6 foi apresentada uma função objetivo, reproduzida na expressão B.1, que inclui dois coeficientes, α e β , que permitem modificar a relação entre o "custo" de transportar assentos vazios e o de não transportar possíveis passageiros, sempre considerando o "custo" em termos do momento de transporte não aproveitado. O aumento do valor do coeficiente α torna mais custoso o transporte de assentos vazios e o aumento do coeficiente β torna mais custoso deixar de transportar potenciais passageiros.

$$[\min] \sum_{v \in L_v} [\alpha.(MTA_v - MTE_v) + \beta.MTMN_v] \quad (B.1)$$

Ainda no Capítulo 6 foi apresentada uma relação entre os coeficientes α e β e a taxa de ocupação mínima de interesse para a realização do voo, δ , dada pela Eq. B.2 ou pela Eq. B.3.

$$\delta = (\alpha/\beta)/[(\alpha/\beta) + 1] \quad (B.2)$$

$$\alpha/\beta = \delta / (1 - \delta) \quad (B.3)$$

Uma vez que a determinação de tais relações não é direta, é conveniente, portanto, apresentar uma demonstração das mesmas, explicitando os princípios nos quais ambas estão calcadas.

B.2. O Princípio do Equilíbrio de Operação

A relação entre δ , α e β tem origem no conceito de *break even*, isto é, a situação em que ocorre um equilíbrio entre receita e custo. A característica desta situação é que não há nem lucro e nem prejuízo.

No caso do problema tratado, o conceito é adaptado para a situação em que o voo não dá lucro nem prejuízo. Uma vez que, além da consequente perda de passageiros, não são considerados os custos de uma aeronave permanecer em solo, esse equilíbrio se dá quando o número de passageiros é tal que se torna indiferente voar ou não, pois as receitas obtidas com o voo equilibram perfeitamente seus custos operacionais. Para verificar em que situação isso ocorre, é preciso analisar a relação entre custo e receita por assento de voo.

Considere-se uma aeronave com capacidade com C assentos, com um custo operacional por assento c . Considerando que a receita de cada passageiro, r , é composta pelo custo do assento, c , mais um lucro, l , pode-se descrever a receita média de cada passageiro como na Eq. B.4:

$$r = c + l \quad (\text{B.4})$$

Como consequência, a receita de p passageiros pode ser calculada conforme a expressão B.5:

$$p.r = p.(c + l) \quad (\text{B.5})$$

Um voo com p passageiros gera o lucro total, L , indicado pela Eq. B.6:

$$L = p.(c + l) - C.c \quad (\text{B.6})$$

Com algumas transformações algébricas, indicados nas Eqs. B.7 a B.9:

$$L = p.c + p.l - C.c \quad (\text{B.7})$$

$$L = p.c - C.c + p.l \quad (\text{B.8})$$

$$L = c.(p - C) + p.l \quad (\text{B.9})$$

Dado que no *break even* o lucro é zero, nesta situação a Eq. B.9 pode ser reescrita como indicado na Eq. B.10 e, com algumas transformações algébricas, como indicado nas Eqs. B.11 e B.12:

$$c.(p - C) + p.l = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$c.(p - C) = -p.l \quad (\text{B.11})$$

$$c.(C - p) = p.l \quad (\text{B.12})$$

Ora, como $(C-p)$ indica o número de assentos vazios, o lado esquerdo da Eq. B.12 indica o custo de transporte relativo aos assentos vazios e o lado direito da Eq. B.12 indica a perda pelo não transporte de p passageiros, se o voo não ocorrer. Em outras palavras, pode-se interpretar o *break even* como o ponto em que o custo por transportar assentos vazios é igual ao lucro que se perde caso o voo não seja realizado.

B.3. Relação entre Coeficientes de Custo e Ocupação Mínima

Tome-se a situação em que há p potenciais passageiros para serem transportados por uma aeronave de capacidade C assentos, com $p \leq C$, em um voo com duração de d minutos. Tomando as premissas apresentadas no Capítulo 6, adotando o momento de transporte como *proxy* dos custos e receitas, o custo de transportar os assentos vazios CT , em um voo com p

passageiros, pode ser considerado conforme a Eq. B.13, onde α pode ser interpretado como o custo de transporte por assento vazio por minuto de voo.

$$CT = \alpha.(C - p).d \quad (B.13)$$

Nessa mesma situação, o lucro perdido por não transportar p passageiros, LN , pode ser dado pela Eq. B.14, onde β pode ser interpretado como o custo de oportunidade por não transportar um passageiro por minuto de voo.

$$LN = \beta.p.d \quad (B.14)$$

Como apresentado anteriormente, do ponto de vista do interesse de realizar ou não um voo, o equilíbrio se dá quando estes custos são iguais. Este equilíbrio pode ser representado pela Eq. B.15.

$$CT = LN \quad (B.15)$$

Substituindo os termos, tem-se como resultado a Eq. B.16. As Eqs. B.17 e B.18 mostram transformações algébricas, considerando que $\beta \neq 0$.

$$\alpha.(C - p).d = \beta.p.d \quad (B.16)$$

$$\alpha.(C - p) = \beta.p \quad (B.17)$$

$$\alpha/\beta = p/(C - p) \quad (B.18)$$

Dividindo cada elemento do lado direito pela capacidade da aeronave, C , com $C > 0$, tem-se a Eq. B.19, que pode ser reescrita conforme apresentado na Eq. B.20:

$$\alpha/\beta = (p/C) / [(C - p)/C] \quad (B.19)$$

$$\alpha/\beta = (p/C) / [(C/C) - (p/C)] \quad (\text{B.20})$$

Considerando que a taxa de ocupação é a relação entre o número de passageiros e a capacidade da aeronave, ou seja, $\delta = p/C$, obtém-se a Eq. B.21, que é exatamente a Eq. B.3 apresentada anteriormente e que não vale para $\delta = 1$.

$$\alpha/\beta = \delta / (1 - \delta) \quad (\text{B.21})$$

Definindo $\kappa = \alpha / \beta$, pode-se escrever a Eq. B.22, que pode ser interpretada como descrito na Eq. B.23.

$$\kappa = \delta / (1 - \delta) \quad (\text{B.22})$$

$$\delta = \kappa.(1 - \delta) \quad (\text{B.23})$$

As Eqs. B.24 a B.27 apresentam transformações algébricas, partindo da Eq. B.23.

$$\delta = \kappa - \delta.\kappa \quad (\text{B.24})$$

$$\delta.\kappa + \delta = \kappa \quad (\text{B.25})$$

$$\delta(\kappa + 1) = \kappa \quad (\text{B.26})$$

$$\delta = \kappa/(\kappa + 1) \quad (\text{B.27})$$

Substituindo-se κ por α / β , chega-se à Eq. B.28, que é exatamente aquela apresentada na Eq. B.2.

$$\delta = (\alpha/\beta)/[(\alpha/\beta) + 1] \quad (\text{B.28})$$

Apêndice C - Análise de Robustez do Modelo Integrado sem Realocação de Demanda

A análise de robustez do modelo foi realizada com base em uma série de testes compostos por situações críticas e cujas soluções são previamente conhecidas. Em todos os testes a configuração do sistema foi feita de maneira que ele gere até o terceiro nível de arcos de reposicionamento. Alguns destes testes e seus resultados são apresentados a seguir.

C.1. Melhor Escolha de Frota para um Conjunto de Trilhos

Os primeiros testes visam identificar se o modelo escolhe corretamente as frotas para diferentes voos. Assim, foram definidas duas rotas envolvendo 3 aeroportos, uma com demanda de 100 passageiros por voo e outra com demanda de 116 passageiros por voo, conforme a Tabela C.1. A Tabela C.2 indica a duração dos voos possíveis, nos dois sentidos.

Tabela C.1: Rotas com demanda contínua (indicação dos horários das partidas)

Número	Demanda	Rota
1	100	A(1:40) - B(7:40) -
2	116	A(1:40) - C(11:00) -

Tabela C.2: Voos possíveis (ambas as direções)

Aeroporto 1	Aeroporto 2	Duração (min)
A	B	300
B	C	400
A	C	500

O primeiro teste nesta situação conta com a disponibilidade de duas frotas, uma de Fokker 100 (para 100 passageiros) e outra de Embraer 195 (para 116 passageiros), sendo cada frota composta por 3 aeronaves. O

tempo manutenção básica foi definido como 45 minutos para todas as frotas. A geração do modelo demorou cerca de 2 segundos, resultando em modelo com 540 restrições e 948 variáveis. Sua resolução pelo CPLEX não demorou mais que 0,04s, e está representada na Tabela C.3, indicando a esperada alocação de um único Fokker 100 para o trilho 1 e de um único Embraer 195 para o trilho 2. As outras aeronaves ficaram em espera e não são apresentadas na tabela.

Tabela C.3: Alocação de frota aos trilhos (incluindo manutenção e espera)

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)
Fokker 100 (1)	Manutenção	B (0 - 06:40)	B (0 - 07:25)
Fokker 100 (1)	Espera	B (0 - 07:25)	B (0 - 07:40)
Fokker 100 (1)	Voo	B (0 - 07:40)	A (0 - 12:40)
Fokker 100 (1)	Manutenção	A (0 - 12:40)	A (0 - 13:25)
Fokker 100 (1)	Espera	A (0 - 13:25)	A (0 - 13:40)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 13:40)	C (0 - 22:00)
Fokker 100 (1)	Manutenção	C (0 - 22:00)	C (0 - 22:45)
Fokker 100 (1)	Espera	C (0 - 22:45)	C (0 - 23:00)
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 23:00)	A (1 - 07:20)
Fokker 100 (1)	Manutenção	A (1 - 07:20)	A (1 - 08:05)
Embraer 195 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	C (0 - 10:00)
Embraer 195 (1)	Manutenção	C (0 - 10:00)	C (0 - 10:45)
Embraer 195 (1)	Espera	C (0 - 10:45)	C (0 - 11:00)
Embraer 195 (1)	Voo	C (0 - 11:00)	B (0 - 17:40)
Embraer 195 (1)	Manutenção	B (0 - 17:40)	B (0 - 18:25)
Embraer 195 (1)	Espera	B (0 - 18:25)	B (0 - 18:40)
Embraer 195 (1)	Voo	B (0 - 18:40)	C (1 - 01:20)
Embraer 195 (1)	Manutenção	C (1 - 01:20)	C (1 - 02:05)
Embraer 195 (1)	Espera	C (1 - 02:05)	C (1 - 02:20)
Embraer 195 (1)	Voo	C (1 - 02:20)	A (1 - 10:40)
Embraer 195 (1)	Manutenção	A (1 - 10:40)	C (1 - 11:25)

Convém observar que nenhuma das aeronaves conseguirá cumprir seus voos em dias consecutivos com os trilhos propostos, pois a finalização do último voo ocorre em momento posterior ao que seria necessário para a realização do ciclo. Para gerar soluções que atendam a ciclos diários, é necessário gerar soluções para voos de vários dias consecutivos. Uma aplicação deste tipo será vista na aplicação ao caso de uma empresa aérea regional.

O segundo teste nesta situação foi feito com apenas uma única aeronave do tipo Fokker 100. O resultado é um modelo com 274 restrições e 478 variáveis. A alocação, resolvida pelo CPLEX em cerca de 0,01s, fica como apresenta na Tabela C.4:

Tabela C.4: Alocação de uma aeronave Fokker 100 (apenas voos)

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	C (0 - 10:00)
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 11:00)	B (0 - 17:40)
Fokker 100 (1)	Voo	B (0 - 18:40)	C (1 - 01:20)
Fokker 100 (1)	Voo	C (1 - 02:20)	A (1 - 10:40)
-	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)
-	Voo	B (0 - 07:40)	A (0 - 12:40)
-	Voo	A (0 - 13:40)	C (0 - 22:00)
-	Voo	C (0 - 23:00)	A (1 - 07:20)

Neste caso, o Fokker 100, para 100 passageiros, foi alocado no trilho 2, com demanda de 116 passageiros. Este é um comportamento previsível, devido à função objetivo com diferenças quadráticas, em que, quando não for possível atender toda a demanda, as aeronaves serão alocadas nas posições em que ocorrer a maior demanda, ainda que esta demanda supere a capacidade da aeronave.

Um terceiro teste, resolvendo o mesmo problema apenas com uma aeronave Embraer 195, resultam em alocações idênticas à da Tabela C.4, com o uso da aeronave Embraer 195 substituindo o uso da aeronave Fokker 100 no trilho 2.

C.2. Uso de Voos de Reposicionamento

Nos testes da seção anterior não foi necessário usar nenhum voo além daqueles presentes na tabela de voos potenciais, para que fosse possível cumprir de maneira eficiente os voos desejados. Entretanto, esta

nem sempre é uma suposição válida: a solução mais eficiente pode envolver algum reposicionamento de aeronaves.

Os próximos testes visam a verificação do correto uso dos voos de reposicionamento gerados. Assim, foram definidos três voos na tabela de voos potenciais, indicados na Tabela C.5, sendo os tempos de voo idênticos aos indicados anteriormente, na Tabela C.2. Será permitido o uso de uma única aeronave do tipo Fokker 100, com tempo mínimo de manutenção básica de 45 minutos.

Tabela C.5: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Demanda
A	B	01:40	100
A	C	01:40	10
C	A	15:00	100

Os voos foram assim definidos para criar um conflito para a escolha entre o voo de A para B ou o voo de A para C, ambos partindo às 01:40. A escolha mais direta, que independe do reposicionamento de aeronaves, é o voo de A para C. Entretanto, esse é um voo longo (500 minutos, conforme Tabela C.2) com uma demanda muito baixa e, como agravante, causa uma grande perda de demanda do voo de A para B. Esta situação faz com que a melhor alternativa seja realizar o voo de A para B, fazendo um voo vazio, mais curto, de B para C e, assim, perdendo apenas a pequena demanda do voo de A para C.

Em um primeiro teste, não foi definida nenhuma restrição operacional em qualquer dos aeroportos. Nesta situação, a geração do modelo levou menos de 1 segundo, resultando em modelo com 99 restrições e 167 variáveis. Sua resolução pelo CPLEX não demorou mais que 0,03s, e está representada na Tabela C.6, indicando exatamente a seleção dos voos de A para B, o uso do voo de reposicionamento de B para C e a seleção do voo de C para A. Os eventos em *itálico* indicam voos de reposicionamento.

Tabela C.6: Voos selecionados pelo modelo para a aeronave Fokker 100

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)
<i>Fokker 100 (1)</i>	<i>Voo</i>	<i>B (0 - 07:25)</i>	<i>C (0 - 14:05)</i>
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 15:00)	A (0 - 23:20)
-	Vôo	A (0 - 01:40)	C (0 - 10:00)

É possível notar, nesta solução, que um novo nó de pouso foi criado no aeroporto C. Caso o aeroporto C fosse de operação restrita, isto é, operasse com o sistema de slots, isso não seria possível. Pela tabela de voos potenciais, a chegada do voo de A para C ocorre às 10:00, definindo o slot de pouso. Seria inviável, portanto, o reposicionamento anterior, cujo pouso ocorre em C às 14:05, fazendo com que a solução ótima seja optar pelo voo de A para C e depois o voo de C para A. Assim, o próximo teste restringe as operações no aeroporto C. A geração do modelo levou menos de 1 segundo, resultando em modelo com 34 restrições e 44 variáveis. Sua resolução pelo CPLEX não demorou mais que 0,04s, e está representada na Tabela C.7, indicando exatamente a seleção de voos prevista.

Tabela C.7: Voos selecionados para a aeronave Fokker 100, com operação em C restrita.

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	C (0 - 10:00)
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 15:00)	A (0 - 23:20)
-	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)

C.3. Uso de Voos de Reposicionamento Envolvendo Aeroportos de Operação Restrita

Em alguns casos pode ser necessário criar voos de reposicionamento usando os slots de aeroportos com operação restrita. Os testes aqui propostos têm como objetivo exatamente a verificação deste tipo de situação.

A primeira verificação é quanto aos slots de pouso. Para tanto, foram definidos três voos na tabela de voos potenciais, indicados na Tabela C.8 e

os voos possíveis são os indicados na Tabela C.9. Uma única aeronave, do tipo Fokker 100, será usada, com tempo mínimo de manutenção após voo de 45 minutos. A operação é restrita no aeroporto C.

Tabela C.8: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Demanda
A	B	01:40	100
A	C	01:40	10
C	A	15:15	100

Tabela C.9: Voos possíveis (ambas as direções)

Aeroporto 1	Aeroporto 2	Duração (min)
A	B	300
B	C	400
A	C	760

Por estas tabelas, é possível identificar que o slot de pouso em C é o do momento 1:40 + 760 minutos, ou seja, 14:20. Com essa organização de voos, deve ser possível realizar a sequência de voos A-B-C-A, mesmo com restrição de operação em C.

Para este caso, a criação do modelo leva menos de 1 segundo, resultando em modelo com 34 restrições e 44 variáveis. Sua resolução pelo CPLEX não demorou mais que 0,03s, e está representada na Tabela C.10, indicando exatamente a seleção de voos prevista.

Tabela C.10: Voos selecionados para a aeronave Fokker 100, com operação em C restrita

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)
Fokker 100 (1)	Voo	B (0 - 07:40)	C (0 - 14:20)
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 15:15)	A (1 - 03:55)
-	Voo	A (0 - 01:40)	C (0 - 14:20)

Uma outra verificação possível é a dos *slots* de decolagem. Para tanto, foram definidos três voos potenciais, indicados na Tabela C.11, sendo os voos possíveis os mesmos indicados anteriormente na Tabela C.2. Uma

única aeronave, do tipo Fokker 100, será usada, com tempo de manutenção básica de 45 minutos. A operação é restrita no aeroporto B.

Tabela C.11: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Demanda
A	B	01:40	100
B	A	08:20	10
C	A	15:50	100

Como o slot de decolagem em B está no horário 8:20, deve ser possível realizar a sequência de voos A-B-C-A, mesmo com restrição de operação em B. Para esse caso, a criação do modelo levou menos de 1 segundo, resultando em modelo com 41 restrições e 54 variáveis. Sua resolução pelo CPLEX não demorou mais que 0,03s, e está representada na Tabela C.12, indicando exatamente a seleção de voos prevista.

Tabela C.12: Voos selecionados para a aeronave Fokker 100, com operação em B restrita

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)
Fokker 100 (1)	Voo	B (0 - 08:20)	C (0 - 15:00)
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 15:50)	A (1 - 00:10)
-	Voo	C (0 - 08:20)	A (0 - 13:20)

C.4. Conflito entre Número de Slots de Pouso e Decolagem

É possível que, na tabela de voos potenciais, um aeroporto restrito tenha um único slot de pouso e mais de um de decolagem ou o contrário. Essa é uma situação que poderia ocorrer, por exemplo, na hipótese de uma empresa desejar avaliar, dentre vários slots de decolagem (ou pouso), qual proporcionaria resultados mais interessantes para sua malha.

Seja definido o problema teste com os 7 voos potenciais da Tabela C.13. Os voos possíveis estão indicados na Tabela C.14 e serão disponibilizadas duas aeronaves: um ATR-72, para 74 passageiros, e um

Fokker 100, para 100 passageiros. O tempo de manutenção básica é de 45 minutos. A operação é restrita no aeroporto C.

Tabela C.13: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Chegada	Demanda
A	B	01:40	06:40	100
A	C	01:40	13:20	50
A	B	01:45	06:45	100
B	C	07:40	13:20	100
B	C	07:45	13:20	100
C	A	15:15	02:55	50
C	A	15:20	03:00	50

Tabela C.14: Voos possíveis (ambas as direções)

Aeroporto 1	Aeroporto 2	Duração (min)
A	B	300
B	C	400
A	C	700

Sem restrições em nenhum dos aeroportos, a geração do modelo demorou cerca de 2 segundos, resultando em um modelo de 585 restrições e 1013 variáveis. A solução ótima, obtida em menos de 0,04s, é apresentada na Tabela C.15. Como é possível observar, as duas aeronaves fizeram o melhor caminho A-B-C-A, ficando com os voos de maior demanda em todos os três trechos.

Tabela C.15: Voos selecionados para as aeronaves, sem restrição nos aeroportos

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
ATR-72 (1)	Voo	A (0 - 01:45)	B (0 - 06:45)
ATR-72 (1)	Voo	B (0 - 7:40)	C (0 - 13:20)
ATR-72 (1)	Voo	C (0 - 15:20)	A (1 - 03:00)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)
Fokker 100 (1)	Voo	B (0 - 07:45)	C (0 - 13:20)
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 15:15)	A (1 - 02:55)
-	Voo	A (0 - 01:40)	C (0 - 13:20)

Acrescentando a restrição de operação no aeroporto C, os horários de pouso e decolagem ficam limitados às 13:20 para pouso e às 15:15 e 15:20 para decolagem. Com essa organização de voos, não será mais

possível cumprir todas estas etapas, devendo ser alocado prioritariamente o Fokker 100 nos voos possíveis com demanda de 100 passageiros e, restando algum voo possível de alta demanda, este deve ser atribuído ao ATR-72. A geração deste modelo, com restrição de operação no aeroporto C, demorou cerca de 2 segundos, resultando em um modelo de 142 restrições e 199 variáveis.

A solução não demorou mais que 0,03s para ser obtida, e está representada na Tabela C.16, tendo as características previstas anteriormente, com soluções compatíveis com a realidade, escolhendo o *slot* viáveis em cada situação e mantendo vazios os *slots* inviáveis.

Tabela C.16: Voos selecionados para as aeronaves, com restrição no aeroporto C

Frota (Aeronaves)	Evento	Origem (Dia -	Destino (Hora)
ATR-72 (1)	Voo	A (0 - 01:45)	B (0 - 06:45)
ATR-72	Voo	B (1 - 09:25)	A (1 - 14:25)
Fokker 100 (1)	Voo	A (0 - 01:40)	B (0 - 06:40)
Fokker 100 (1)	Voo	B (0 - 07:45)	C (0 - 13:20)
Fokker 100 (1)	Voo	C (0 - 15:20)	A (1 - 03:00)
-	Voo	A (0 - 01:40)	C (0 - 13:20)
-	Voo	B (0 - 7:40)	C (0 - 13:20)
-	Voo	C (0 - 15:15)	A (1 - 02:55)

Apêndice D - Análise de Robustez do Modelo Integrado com Realocação de Demanda

A análise de robustez do modelo foi realizada com base em uma série de testes compostos por situações cujas soluções são previamente conhecidas. Em todos os testes a configuração do software gerador foi feita de maneira a expandir a rede até o terceiro nível de arcos de reposicionamento. Alguns destes testes e seus resultados são apresentados a seguir, tendo sido realizados com todos os coeficientes α , β , γ_{ij} e θ_{ij}^f iguais a 1, com o objetivo de simplificar a verificação do comportamento do modelo.

D.1. Alocação de Demanda Total e Disputa por Voos

Os primeiros testes visam a verificação da adequada alocação da demanda aos trechos e dos voos a estas demandas. Inicialmente foi definida uma rota envolvendo 2 aeroportos e dois voos - ida e volta -, com uma demanda de 100 passageiros por voo, conforme a Tabela D.1.

Tabela D.1: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Obrigatório
A	B	06:00	Não
B	A	08:00	Não

Além dos dados de demanda, apresentados na Tabela D.2, foi indicada a possibilidade de voos de reposicionamento entre as duas cidades, cada um deles com duração de 60 minutos. Finalmente, foi indicada a disponibilidade de uma única aeronave de uma frota do tipo Fokker 100, para 100 passageiros, com um tempo de manutenção básica de 45 minutos.

A solução esperada para este problema é a realização de um voo de ida para atendimento do primeiro mercado e um voo de volta para o atendimento do segundo mercado.

Tabela D.2: Mercados e Demandas

Mercado	Origem	Destino	Faixa Horária	Demanda
1	A	B	06:00 - 07:00	100
2	B	A	08:00 - 09:00	100

As características do modelo estão apresentadas na Tabela D.3, incluindo os tempos de processamento, valor da função objetivo e a ocupação média final das aeronaves. A programação gerada pelo processamento, incluindo os valores de Momento de Transporte (M.T.) e Momento de Transporte Máximo (M.T.Máx.), está indicada na Tabela D.4. A solução visual é apresentada na Figura D.1.

Tabela D.3: Características da Rede e Modelo

Nós	14	Restrições	35
Arcos Totais	20	Variáveis (total/bins./inteiras)	26 / 4 / 22
Voos Obrigatórios	0	Geração do Modelo (s)	0,3
Voos Opcionais	2	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	6 / 11 / 25
Reposicionamento	4	Tempo de Solução (s)	0,4
Espera em Solo	6	Função Obj. (pax.min)	0
Manutenção	6	M. de Transp. (pax.min)	12.000
Ciclo	2	Ocupação Média (%)	100

Tabela D.4: Programação de Voos

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:07:00) bbb	Voo	100	100	6.000	6.000
2	bbb (01:07:00-01:07:45)	Manut.				
3	bbb (01:07:45-01:08:00)	Espera				
4	bbb (01:08:00-01:09:00) aaa	Voo	100	100	6.000	6.000
5	aaa (01:09:00-01:09:45)	Manut.

Figura D.1 - Representação Visual da Programação de Voos

Com apenas dois voos potenciais, a alocação realizada foi exatamente a alocação esperada, com toda a demanda alocada para os voos programados.

O próximo teste visa a verificação da escolha de alguns entre diversos voos potenciais. Todos os dados permaneceram os mesmos, com exceção da tabela de voos potenciais, que agora é a indicada na Tabela D.5. Embora a solução esperada seja similar à anterior, agora o modelo terá de selecionar duas dentre as diversas combinações possíveis de voos, não sendo possível definir *a priori* quais deles serão selecionados.

Tabela D.5: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Obrigatório
A	B	06:00	Não
A	B	06:05	Não
A	B	06:10	Não
A	B	06:15	Não
B	A	08:00	Não
B	A	08:05	Não
B	A	08:10	Não
B	A	08:15	Não

As características do modelo e do processamento são apresentadas na Tabela D.6. A programação gerada está indicada na Tabela D.7 e a solução visual é apresentada na Figura D.2.

Tabela D.6: Características da Rede e Modelo com Vários Voos Potenciais

Nós	51	Restrições	120
Arcos Totais	73	Variáveis (total/bins./inteiras)	101 / 16 / 85
Voos Obrigatórios	0	Geração do Modelo (s)	0,3
Voos Opcionais	8	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	27 / 46 / 110
Reposicionamento	14	Tempo de Solução (s)	0,1
Espera em Solo	27	Função Obj. (pax.min)	0
Manutenção	22	M. de Transp. (pax.min)	12.000
Ciclo	2	Ocupação Média (%)	100

Tabela D.7: Programação Gerada para Vários Voos Potenciais Possíveis

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:06:05)	Espera				
2	aaa (01:06:05-01:07:05) bbb	Voo	100	100	6.000	6.000
3	bbb (01:07:05-01:07:50)	Manut.				
4	bbb (01:07:50-01:08:15)	Espera				
5	bbb (01:08:15-01:09:15) aaa	Voo	100	100	6.000	6.000
6	aaa (01:09:15-01:10:00)	Manut.

Figura D.2 - Representação Visual da Programação de Voos

A alocação realizada está de acordo com o esperado, diferenciada da solução do teste anterior apenas pela deslocamento no horário de partida dos voos, com toda a demanda corretamente alocada. Vale ressaltar que, para esta configuração, existe mais de uma solução ótima, tendo o modelo chegado a uma delas.

O próximo teste visa a verificação da escolha entre dois tipos de aeronaves, considerando a existência dos diversos voos potenciais da Tabela D.5, apresentada anteriormente. Além da frota de Fokker 100 anterior, foi agora disponibilizada uma aeronave do tipo Embraer 170, para 70 passageiros, mantendo os 45 minutos de manutenção básica.

A solução esperada é a mesma do caso anterior, com a aeronave Embraer 170 mantida em solo, já que a aeronave Fokker 100 atende melhor à demanda. As características do modelo gerado são apresentadas na Tabela D.8, a programação gerada está indicada na Tabela D.9 e a solução visual é apresentada na Figura D.3.

Mais uma vez a alocação ocorreu conforme a previsão, sendo o resultado diferente do anterior apenas pelo horário do segundo voo.

Tabela D.8: Características da Rede e Modelo com Vários Voos Potenciais e Duas Frotas

Nós	102	Restrições	172
Arcos Totais	146	Variáveis (total/bins./inteiras)	172 / 32 / 140
Voos Obrigatórios	0	Geração do Modelo (s)	0,3
Voos Opcionais	16	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	66 / 84 / 240
Reposicionamento	28	Tempo de Solução (s)	0,1
Espera em Solo	54	Função Obj. (pax.min)	0
Manutenção	44	M. de Transp. (pax.min)	12.000
Ciclo	4	Ocupação Média (%)	100

Tabela D.9: Programação Gerada para Vários Voos Potenciais Possíveis para a Fokker 100

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:06:05)	Espera				
2	aaa (01:06:05-01:07:05) bbb	Voo	100	100	6.000	6.000
3	bbb (01:07:05-01:07:50)	Manut.				
4	bbb (01:07:50-01:08:10)	Espera				
5	bbb (01:08:10-01:09:10) aaa	Voo	100	100	6.000	6.000
6	aaa (01:09:10-01:09:55)	Manut.

Figura D.3 - Representação Visual da Programação de Voos

D.2. Distribuição de Demanda entre Frotas Distintas

Nos testes anteriores, a demanda total era exatamente igual à capacidade de uma das aeronaves disponíveis. Agora os testes se baseiam nas mesmas características do último teste da seção anterior, porém as demandas serão diferentes, como apresentado na Tabela D.10.

Tabela D.10: Mercados e Demandas

Mercado	Origem	Destino	Faixa Horária	Demanda
1	A	B	06:00 - 07:00	80
2	B	A	08:00 - 09:00	80

Agora a demanda, de 80 passageiros, é um valor intermediário entre o número de assentos do Fokker 100 e do Embraer 170. A decisão deve ser entre voar com 20 assentos vazios na aeronave Fokker 100 ou perder 10 passageiros com a aeronave Embraer 170.

Nesse caso, como todas as demais condições são idênticas e não há pesos diferentes para assentos vazios e passageiros perdidos, a opção deverá ser pela perda de 10 passageiros, com a aeronave Embraer 170, implicando um custo menor na função objetivo do que os 20 assentos vazios da aeronave Fokker 100. As características do modelo gerado são apresentadas na Tabela D.11, a programação gerada está indicada na Tabela D.12 e a solução visual é apresentada na Figura D.4.

Tabela D.11: Características da Rede e Modelo com Vários Voos Potenciais e Duas Frotas

Nós	102	Restrições	172
Arcos Totais	146	Variáveis (total/bins./inteiras)	172 / 32 / 140
Voos Obrigatórios	0	Geração do Modelo (s)	0,3
Voos Opcionais	16	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	66 / 84 / 240
Reposicionamento	28	Tempo de Solução (s)	0,1
Espera em Solo	54	Função Obj. (pax.min)	1.200
Manutenção	44	M. de Transp. (pax.min)	8.400
Ciclo	4	Ocupação Média (%)	100

Tabela D.12: Programação Gerada para Voos Potenciais Possíveis para Embraer 170

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:07:00) bbb	Voo	70	80	4.200	4.800
2	bbb (01:07:00-01:07:45)	Manut.				
3	bbb (01:07:45-01:08:10)	Espera				
4	bbb (01:08:10-01:09:10) aaa	Voo	70	70	4.200	4.200
5	aaa (01:09:10-01:09:55)	Manut.

Figura D.4 - Representação Visual da Programação de Voos

Desta vez a aeronave Embraer 170 foi alocada, como esperado, permanecendo a Fokker 100 em solo. Há duas novidades nesta solução. A primeira delas é a alocação do avião de 70 passageiros com uma demanda de 80 passageiros no primeiro trecho. A demanda que está além da capacidade da aeronave alocada é perdida. Pela Tabela D.12, entretanto, dez passageiros do segundo mercado desapareceram, uma vez que apenas 70 foram alocados como demanda do voo de A para B às 8:10. Estes passageiros foram alocados em um outro voo, que não ocorreu, como pode ser visto em vermelho na Figura D.4. Os dados do voo com demanda não executado são apresentados na Tabela D.13.

Tabela D.13: Passageiros Alocados em Voos Não Realizados

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	bbb (01:08:00-01:09:00) aaa	Perdidos	0	10	0	600

Além da escolha da aeronave de acordo com a demanda, é interessante verificar a distribuição de demanda entre mais voos. Para tanto, serão mantidos todos os parâmetros com exceção da demanda, agora considerada como indicado na Tabela D.14.

Tabela D.14: Mercados e Demandas

Mercado	Origem	Destino	Faixa Horária	Demanda
1	A	B	06:00 - 07:00	160
2	B	A	08:00 - 09:00	160

Uma grande diversidade de soluções pode ser encontrada pelo modelo, mas deve envolver o transporte do total de passageiros, distribuídos entre as duas aeronaves Fokker 100 e Embraer 170, com um total de 10

assentos vazios. Como os θ_{ij}^f e γ_{ij} são todos iguais a 1, não há qualquer tipo de diferença que justifique a opção de uma aeronave por outra nos voos em questão. Sendo assim, não é possível prever quantos assentos vazios ficarão em uma ou outra aeronave, nem qual delas será alocada em qual horário.

As características do modelo gerado e de seu processamento são apresentadas na Tabela D.15. A programação gerada está indicada nas Tabelas D.16 e D.17, e a Figura D.5 contém a representação visual da solução encontrada.

Tabela D.15: Características da Rede e Modelo com Vários Voos Potenciais e Duas Frotas

Nós	102	Restrições	172
Arcos Totais	146	Variáveis (total/bins./inteiras)	172 / 32 / 140
Voos Obrigatórios	0	Geração do Modelo (s)	0,3
Voos Opcionais	16	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	66 / 84 / 240
Reposicionamento	28	Tempo de Solução (s)	0,1
Espera em Solo	54	Função Obj. (pax.min)	1.200
Manutenção	44	M. de Transp. (pax.min)	19.200
Ciclo	4	Ocupação Média (%)	92,9

Tabela D.16: Programação Gerada para Vários Voos Potenciais Possíveis para Fokker 100

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:06:10)	Espera				
2	aaa (01:06:10-01:07:10) bbb	Voo	100	100	6.000	6.000
3	bbb (01:07:10-01:07:55)	Manut.				
4	bbb (01:07:55-01:08:10)	Espera				
5	bbb (01:08:10-01:09:10) aaa	Voo	100	100	6.000	6.000
6	aaa (01:09:10-01:09:55)	Manut.				

Tabela D.17: Programação Gerada para Voos Potenciais Possíveis para Embraer 170

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:07:00) bbb	Voo	60	60	3.600	3.600
2	bbb (01:07:00-01:07:45)	Manut.				
3	bbb (01:07:45-01:08:00)	Espera				
4	bbb (01:08:00-01:09:00) aaa	Voo	60	60	3.600	3.600
5	aaa (01:09:00-01:09:45)	Manut.

Figura D.5 - Representação Visual da Programação de Voos

A alocação ocorreu da maneira esperada, com os assentos vazios alocados na aeronave Embraer 170. O momento de transporte perdido, indicado pelo valor 1.200 da função objetivo, é decorrente da existência destes assentos vazios. O Momento de Transporte Máximo indicado nas tabelas refere-se à demanda disponível para transporte e não à capacidade da aeronave.

D.3. Conflito na Escolha de Aeronaves e Voos Obrigatórios

Nestes testes foram definidos diversos condicionantes para tornar a escolha do modelo mais restrita. As frotas consideradas são as mesmas dos testes anteriores: uma aeronave Fokker 100 e uma aeronave Embraer 170. Também permanece a situação de apenas duas cidades A e B, distantes entre si por uma hora de voo. Por outro lado, os mercados considerados são agora os indicados na Tabela D.17 e os voos potenciais são aqueles indicados na Tabela D.18. Além disso, foi imposta a restrição de operação no aeroporto A, o que significa que os únicos horários de partida e decolagem permitidos são os indicados na tabela de voos potenciais, que são os *slots* disponíveis, às 6:00, às 6:20, às 9:00 e às 9:05.

Tabela D.17: Mercados e Demandas

Mercado	Origem	Destino	Faixa Horária	Demanda
1	A	B	06:00 - 07:00	70
2	B	A	08:00 - 09:00	160

Tabela D.18: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Obrigatório
A	B	06:00	Não
A	B	06:20	Não
B	A	08:00	Não
B	A	08:05	Não

Com estes dados, não há demanda para a realização dos quatro voos. Considerando dois voos, a escolha da aeronave que irá cumpri-los é indiferente, pois a escolha da aeronave Fokker 100, pois ocasionaria uma perda de 30 assentos na ida e 60 passageiros na volta, e a escolha da Embraer 170, apesar de não ocasionar perdas na ida, gera uma perda de 90 passageiros na volta. Por outro lado, os voos não podem mais ser selecionados indistintamente. Como não é possível criar voos em A, as partidas só podem ocorrer às 6:00 e 6:20, e os pousos às 9:00 e às 9:05. Isso significa que, com um tempo de manutenção de 45 minutos, o voo que sai de A às 6:00 pode voltar tanto às 9:00 quanto às 9:05, mas o voo que sai às 6:20 só poderá voltar às 9:05, sem espera. As características do modelo gerado e de seu processamento são apresentadas na Tabela D.19. A programação gerada está indicada na Tabela D.20 e a solução visual é apresentada na Figura D.6.

Tabela D.19: Características da Rede e Modelo com Duas Frotas e Restrições de Operação

Nós	22	Restrições	42
Arcos Totais	30	Variáveis (total/bins./inteiras)	34 / 16 / 18
Voos Obrigatórios	0	Geração do Modelo (s)	0,2
Voos Opcionais	8	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	18 / 16 / 56
Reposicionamento	0	Tempo de Solução (s)	0,1
Espera em Solo	10	Função Obj. (pax.min)	5.400
Manutenção	8	M. de Transp. (pax.min)	10.200
Ciclo	4	Ocupação Média (%)	85

Tabela D.20: Programação Gerada para Vários Voos Potenciais Possíveis para Fokker 100

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:06:20)	Espera				
2	aaa (01:06:20-01:07:20) bbb	Voo	70	70	4.200	4.200
3	bbb (01:07:20-01:08:05)	Manut.				
4	bbb (01:08:05-01:09:05) aaa	Voo	100	160	6.000	9.600
5	aaa (01:09:05-01:09:50)	Manut.

Figura D.6 - Representação Visual da Programação de Voos

A alocação ocorreu da maneira prevista, em horário compatível com os *slots* definidos.

O próximo teste mantém a maioria das características, mas considera novas demandas, conforme indicado na Tabela D.21 e considera os voos potenciais indicados na Tabela D.22.

Tabela D.21: Mercados e Demandas

Mercado	Origem	Destino	Faixa Horária	Demanda
1	A	B	06:00 - 07:00	160
2	B	A	08:00 - 09:00	160

Tabela D.22: Voos potenciais

Origem	Destino	Partida	Obrigatório
A	B	06:00	Não
A	B	06:05	Sim
A	B	06:10	Não
A	B	06:15	Não
B	A	08:00	Não
B	A	08:05	Não
B	A	08:10	Não
B	A	08:15	Não

Uma grande diversidade de soluções pode ser encontrada pelo modelo, mas deve envolver o transporte do total de passageiros, distribuídos entre as duas aeronaves Fokker 100 e Embraer 170. Adicionalmente, um dos dois voos de ida deve ocorrer às 6:05, conforme indicado na Tabela D.22.

As características do modelo gerado são apresentadas na Tabela D.23, a programação gerada está indicada nas Tabelas D.24 e D.25, e a solução visual é apresentada na Figura D.7. Convém ressaltar que, na Tabela D.23, a informação "Voos Obrigatórios" indica o valor 2 porque existem dois arcos para cumprir o único voo obrigatório: um para a aeronave Fokker 100 e outro para a aeronave Embraer 170. Pelas restrições do modelo, entretanto, apenas um deles será selecionado.

Tabela D.23: Características da Rede e Modelo com Vários Voos Potenciais e Duas Frotas

Nós	46	Restrições	82
Arcos Totais	146	Variáveis (total/bins./inteiras)	74 / 32 / 42
Voos Obrigatórios	2	Geração do Modelo (s)	0,2
Voos Opcionais	14	Modelo Final (lin./col./ñ.z.)	23 / 25 / 82
Reposicionamento	0	Tempo de Solução (s)	0,1
Espera em Solo	26	Função Obj. (pax.min)	1.200
Manutenção	16	M. de Transp. (pax.min)	19.200
Ciclo	4	Ocupação Média (%)	95

Tabela D.24: Programação Gerada para Vários Voos Potenciais Possíveis para Fokker 100

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
1	aaa (01:06:00-01:06:10)	Espera				
2	aaa (01:06:10-01:07:10) bbb	Voo	90	90	5.400	5.400
3	bbb (01:07:10-01:07:55)	Manut.				
4	bbb (01:07:55-01:08:00)	Espera				
5	bbb (01:08:00-01:09:00) aaa	Voo	90	90	5.400	5.400
6	aaa (01:09:00-01:09:45)	Manut.				

Tabela D.25: Programação Gerada para Voos Potenciais Possíveis para Embraer 170

#	Descrição	Evento	Pax	Demanda	M.T.	M.T.Máx.
3	bbb (01:06:00-01:06:05)	Espera				
1	aaa (01:06:05-01:07:05) bbb	Voo	70	70	4.200	4.200
2	bbb (01:07:05-01:07:50)	Manut.				
3	bbb (01:07:50-01:08:10)	Espera				
4	bbb (01:08:10-01:09:10) aaa	Voo	70	70	4.200	4.200
5	aaa (01:09:10-01:09:55)	Manut.

Figura D.7 - Programação de Voo apresentada de maneira visual.

A alocação ocorreu da maneira esperada, com os assentos vazios, desta vez, alocados para a aeronave Fokker 100. A aeronave encarregada de cumprir o único voo obrigatório da programação foi a Embraer 170.

Apêndice E - Tabelas de Calibragem de Parâmetros

E.1. Calibragem da Heurística MAGO

MAGO

500x10 x 3

Passo 1: Identificar comportamento MACO ou ACO, com ou sem comportamento de grupo

alpha = 1 beta = 1

ev = 0,05 dist = igual

Gamma	Instância				Rank
	1		2		
	Ranking	Valor	Ranking	Valor	
0,00	1	457150	1	1052356	2
0,25	2	577166	2	1224220	4
0,50	3	626566	3	1331326	6

Selecionar 1

Passo 2: Identificar influência conjunta comportamento individual ou grupal

Análise da influência de cada componente individual da grade						
Ferom. Distribut.	Gamma	Instância				Rank
		1		2		
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	
igual	0,00	2	457150	2	1052356	4
prop.		1	395733	1	932973	2

Selecionar 1

Passo 3: Identificar adequado coeficiente de evaporação - perda de memória

Ass 6: Identificar adequado coeficiente de evaporação - perda de memória							
Ferom. Distribut.	Gamma	Evap	Instância				Rank
			1		2		
			Ranking	Média	Ranking	Média	
prop.	0,00	0,01	4	461800	4	1060523	8
		0,05	1	395733	1	932973	2
		0,1	2	410717	2	998556	4
		0,25	3	437833	2	994257	5

Selecionar 1

Passo 4: Identificar correto peso entre informação heurística e memória

Fer. Dist.: prop. Gamma: 0 Evap: 0,05

Instância 1		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	6	414550	1	363117	1	359650
	1	9	446350	4	395733	3	390167
	1,5	8	440033	6	416000	4	394767

Instância 2		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	1	933233	6	956460	7	977130
	1	9	1008293	1	932973	1	940887
	1,5	7	975933	4	947153	4	942836

Final		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking		Ranking		Ranking	
Alfa	0,5	7		7		8	
	1	18		5		4	
	1,5	15		10		8	

Selecionar 1

E.2. Calibragem da Heurística MAGO-LS

MAGO-LS

500x10 x 3

Passo 1: Identificar comportamento MACO ou ACO, com ou sem comportamento de grupo

alpha = 1 beta = 1

ev = 0,05 dist = igual

Gamma	Instância				Rank
	1		2		
	Ranking	Valor	Ranking	Valor	
0,00	1	212333	1	786513	2
0,25	2	331083	2	922910	4
0.50	3	389833	3	943497	6

Selecionar 1

Passo 2: Identificar influência conjunta comportamento individual ou grupal

Instância						
Ferom. Distribut.	Gamma	1		2		Rank
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	
		1	212333	2	786513	
igual	0,00	2	242417	1	731400	3
prop.		2	242417	1	731400	3

Selecionar 1

Passo 3: Identificar adequado coeficiente de evaporação - perda de memória

Ferom. Distribut.	Gamma	Evap	Instância				Rank
			1		2		
			Ranking	Média	Ranking	Média	
prop.	0,00	0,01	4	290167	4	853590	8
		0,05	3	242417	1	731400	4
		0,1	2	238250	3	793910	5
		0,25	1	225667	2	772660	3

Selecionar 1

Passo 4: Identificar correto peso entre informação heurística e memória

Fer. Dist.: prop. Gamma: 0 Evap: 0,25

Instância 1		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	9	270400	1	213667	7	252000
	1	5	243667	3	225667	2	221833
	1,5	8	266083	5	245833	4	232917

Instância 2		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	4	769917	1	752380	1	753997
	1	7	781557	4	772660	4	773803
	1,5	9	798807	1	749313	7	788757

Final		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking		Ranking		Ranking	
Alfa	0,5	13		2		8	
	1	12		7		6	
	1,5	17		6		11	

Selecionar 1

E.3. Calibragem da Heurística MAGO-LS2

MAGO-LS2

500x10 x 3

Passo 1: Identificar comportamento MACO ou ACO, com ou sem comportamento de grupo

alpha = 1 beta = 1 ev = 0,05 dist = igual

Gamma	Instância				Rank
	1		2		
	Ranking	Valor	Ranking	Valor	
0,00	1	241000	1	735746	2
0,25	2	380083	2	826510	4
0.50	3	354450	3	865203	6

Selecionar 1

Passo 2: Identificar influência conjunta comportamento individual ou grupal

Ferom. Distribut.	Gamma	Instância				Rank
		1		2		
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	
igual	0,00	2	241000	1	735746	3
prop.		1	228167	1	737130	2

Selecionar 1

Passo 3: Identificar adequado coeficiente de evaporação - perda de memória

Tabela 6: Identificar as quatro melhores soluções de evaporação para as instâncias							
Ferom. Distribut.	Gamma	Evap	Instância				Rank
			1		2		
			Ranking	Média	Ranking	Média	
prop	0,00	0,01	4	287500	4	818013	8
		0,05	2	228167	1	737130	3
		0,1	1	222667	3	751183	4
		0.25	3	253667	1	739843	4

Selecionar 1

Selecionar 1

Passo 4: Identificar correto peso entre informação heurística e memória

Fer. Dist.:

Gamma:

Evap:

Instância 1		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	5	258833	5	256500	8	283500
	1	1	230166	1	228167	4	233750
	1,5	7	278500	9	310417	3	230750

Instância 2		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	1	730983	9	780587	8	748456
	1	6	741243	1	737130	6	739463
	1,5	1	736010	1	735746	1	735993

Final		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking		Ranking		Ranking	
Alfa	0,5	6		14		16	
	1	7		2		10	
	1,5	8		10		4	

Selecionar 1

E.4. Calibragem da Heurística MAGS

MAGS

500x10 x 3

Passo 1: Identificar comportamento MACO ou ACO, com ou sem comportamento de grupo

alpha = 1 beta = 1 ev = 0,05 dist = igual

Gamma	Instância				Rank
	1		2		
	Ranking	Valor	Ranking	Valor	
0,00	1	176600	2	789503	3
0,25	1	175166	1	749247	2
0.50	2	177000	2	786953	4

Selecionar 1

Passo 2: Identificar influência conjunta comportamento individual ou grupal

Instância						
Ferom. Distribut.	Gamma	1		2		Rank
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	
		1	175000	1	749247	
igual	0,25	1	175000	1	749247	2
porp.		1	176600	2	782100	3

Selecionar 1

Passo 3: Identificar adequado coeficiente de evaporação - perda de memória

Ferom. Distribut.	Gamma	Evap	Instância				Rank
			1		2		
			Ranking	Média	Ranking	Média	
igual	0,25	0,01	3	181750	3	794643	6
		0,05	1	175000	1	749247	2
		0,1	4	185483	3	793093	7
		0,25	1	175166	2	780136	3

Selecionar 1

Passo 4: Identificar correto peso entre informação heurística e memória

Fer. Dist.: igual Gamma: 0,25 Evap: 0,05

Instância 1		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	3	177667	7	182433	3	177700
	1	7	183517	1	175166	1	176600
	1,5	7	181916	3	178767	3	178167

Instância 2		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	5	796193	5	791817	2	785880
	1	9	819753	1	749247	2	785967
	1,5	8	804940	2	779287	5	794853

Final		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking		Ranking		Ranking	
Alfa	0,5	8		12		5	
	1	16		2		3	
	1,5	15		5		8	

Selecionar 1

E.5. Calibragem da Heurística MAGS-LS

MAGS-LS

500x10 x 3

Passo 1: Identificar comportamento MACO ou ACO, com ou sem comportamento de grupo

alpha = 1 beta = 1 ev = 0,05 dist = igual

Gamma	Instância				Rank
	1		2		
	Ranking	Valor	Ranking	Valor	
0,00	1	175000	1	724400	2
0,25	1	175000	2	749007	3
0.50	1	175000	3	777637	4

Selecionar 1

Passo 2: Identificar influência conjunta comportamento individual ou grupal

Instância						
Ferom. Distribut.	Gamma	1		2		Rank
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	
igual	0,00	1	175000	1	724400	2
prop.		1	175000	1	719536	2

Selecionar 1

Passo 3: Identificar adequado coeficiente de evaporação - perda de memória

Tabela 6: Identificar as quatro melhores instâncias de evaporação por dia de memória							
Ferom. Distribut.	Gamma	Evap	Instância				Rank
			1		2		
			Ranking	Média	Ranking	Média	
prop.	0,00	0,01	1	175000	3	767450	4
		0,05	1	175000	1	719536	2
		0,1	1	175000	1	724340	2
		0,25	1	175000	3	761793	4

Selecionar 1

Passo 4: Identificar correto peso entre informação heurística e memória

Fer. Dist.: prop Gamma: 0 Evap: 0,05

Instância 1		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	1	175000	1	175000	1	175000
	1	1	175000	1	175000	1	175000
	1,5	1	175000	1	175000	1	175000

Instância 2		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	3	733640	5	737706	5	735093
	1	8	745620	1	719536	9	758977
	1,5	5	740193	1	712610	3	730067

Final		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking		Ranking		Ranking	
Alfa	0,5	4		6		6	
	1	9		2		10	
	1,5	6		2		4	

Selecionar 1

E.6. Calibragem da Heurística MAGS-LS2

MAGS-LS2

500x10 x 3

Passo 1: Identificar comportamento MACO ou ACO, com ou sem comportamento de grupo

alpha = 1 beta = 1 ev = 0,05 dist = igual

Gamma	Instância				Rank
	1		2		
	Ranking	Valor	Ranking	Valor	
0,00	1	175000	1	710197	2
0,25	1	175000	2	727817	3
0.50	1	175000	3	742100	4

Selecionar 1

Passo 2: Identificar influência conjunta comportamento individual ou grupal

Instância						
Ferom. Distribut.	Gamma	1		2		Rank
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	
		1	175000	1	710197	
igual	0,00	1	175000	2	727907	2
prop.		1	175000	2	727907	3

Selecionar 1

Passo 3: Identificar adequado coeficiente de evaporação - perda de memória

Ferom. Distribut.	Gamma	Evap	Instância				Rank
			1		2		
			Ranking	Média	Ranking	Média	
igual	0,00	0,01	1	175000	2	722943	3
		0,05	1	175000	1	710197	2
		0,1	1	175000	2	720510	3
		0,25	1	175000	4	741220	5

Selecionar 1

Passo 4: Identificar correto peso entre informação heurística e memória

Fer. Dist.:

Gamma:

Evap:

Instância 1		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	1	175000	1	175000	1	175000
	1	1	175000	1	175000	1	175000
	1,5	1	175667	1	175000	1	175000

Instância 2		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking	Valor	Ranking	Valor	Ranking	Valor
Alfa	0,5	1	711280	6	727013	1	714683
	1	1	711387	1	710197	1	711470
	1,5	9	732413	6	722466	6	727287

Final		Beta					
		0,5		1		1,5	
		Ranking		Ranking		Ranking	
Alfa	0,5	2		7		2	
	1	2		2		2	
	1,5	10		7		7	

Selecionar 1

E.7. *Ranking** de Conjuntos de Feromônio Inicial

1- CF1U1A				
Evap	Conjunto	Mínimo	Média	Rank
10,0%	7	176500	260911,73	1
25,0%	7	177000	261337,65	2
10,0%	9	176500	263192,59	3
25,0%	8	176500	264689,51	4
25,0%	9	177000	265767,9	5
5,0%	9	176500	267151,85	6
10,0%	8	176500	269364,81	7
5,0%	7	176000	271688,27	8
1,0%	9	176500	279548,15	9
0,0%	9	176500	282820,37	10
5,0%	8	176500	286606,79	11
1,0%	7	177000	289745,68	12
0,5%	7	177000	291650,62	13
0,0%	7	177000	293294,44	14
1,0%	8	176000	322913,58	15
0,5%	8	176500	327759,88	16
0,0%	8	176500	334552,47	17
0,5%	9	349350	365262,35	18
0,0%	5	334000	463573,46	19
1,0%	5	335000	464455,56	20
5,0%	5	341500	465977,78	21
10,0%	5	354000	468969,75	22
25,0%	5	354000	474990,74	23
0,5%	5	437600	499740,12	24
0,5%	6	493100	502177,16	25
0,0%	6	449350	518028,4	26
1,0%	6	480250	521683,95	27
5,0%	1	442000	522290,74	28
10,0%	1	471500	524600,62	29
5,0%	6	482250	526217,9	30
1,0%	1	446000	528367,28	31
0,0%	1	465500	529338,89	32
10,0%	6	479250	529949,38	33
0,0%	2	490600	530182,72	34
1,0%	2	493600	533223,46	35
0,5%	2	501600	533523,46	36
25,0%	6	476850	535767,28	37
25,0%	1	460000	536854,32	38
5,0%	2	486850	537662,96	39
0,0%	3	515600	544976,54	40
10,0%	2	512250	545140,74	41
0,5%	3	504750	545920,37	42
1,0%	3	504000	546148,77	43
0,5%	1	489000	547113,58	44
25,0%	2	516250	552276,54	45
5,0%	3	513500	553141,98	46
10,0%	3	516500	558101,23	47
25,0%	3	508350	564563,58	48
25,0%	4	539750	630931,48	49
10,0%	4	559350	636919,75	50
5,0%	4	537750	637649,38	51
1,0%	4	543850	644919,75	52
0,0%	4	536850	647363,58	53
0,5%	4	553600	648717,9	54

2- GP4M7A				
Evap	Conjunto	Mínimo	Média	Rank
25,0%	9	721730	814439,51	1
25,0%	7	723370	817152,47	2
25,0%	8	723140	826102,84	3
10,0%	9	723000	830694,94	4
10,0%	7	724760	832184,69	5
5,0%	9	724640	841463,95	6
1,0%	9	725250	864010,12	7
0,0%	9	726370	866365,31	8
5,0%	7	723550	868295,68	9
10,0%	1	794380	879857,53	10
25,0%	1	758040	881435,19	11
5,0%	1	791300	884065,56	12
1,0%	1	798680	886618,15	13
0,0%	1	781540	889566,17	14
0,5%	1	785930	892904,07	15
25,0%	5	804290	896236,67	16
10,0%	8	723000	898866,05	17
0,5%	7	729830	909084,2	18
10,0%	5	810870	910214,2	19
0,5%	3	833670	915494,69	20
0,0%	3	839200	916421,73	21
25,0%	6	830740	917028,4	22
1,0%	3	833430	917052,1	23
5,0%	3	826270	917613,58	24
0,0%	2	837250	919473,21	25
0,5%	2	828970	920327,41	26
1,0%	2	838840	920938,64	27
1,0%	7	733240	921387,41	28
25,0%	3	816610	921834,94	29
10,0%	3	839060	922171,85	30
5,0%	5	808320	922441,85	31
5,0%	2	845410	923024,57	32
0,0%	7	728300	923276,67	33
10,0%	2	838580	923973,09	34
25,0%	2	826340	927424,57	35
10,0%	6	848470	930577,41	36
1,0%	5	781800	936631,73	37
5,0%	6	841400	937786,54	38
0,0%	5	788330	939732,1	39
25,0%	4	844370	949127,16	40
1,0%	6	842560	949390,37	41
0,0%	6	842160	950413,09	42
10,0%	4	843930	950581,48	43
1,0%	4	856040	953554,07	44
5,0%	8	721640	954012,35	45
5,0%	4	846650	954843,58	46
0,0%	4	857040	956239,14	47
0,5%	4	855050	958625,31	48
0,5%	8	723700	993477,78	49
1,0%	8	728190	1002924,94	50
0,0%	8	721790	1039678,64	51
0,5%	5	839130	1143756,79	52
0,5%	6	858080	1147851,23	53
0,5%	9	1391720	3198584,57	54

(*) *Ranking* simplificado, com classificação por simples ordenação de valores.

E.8. Exemplo de Tabela de Testes para Depósito Inicial

[illegible]