HÉLIO LOPES GUERRA NETO

**Implementação de Referencial Altimétrico
Estudo de caso na Usina Hidrelétrica de Funil**

São Paulo

2020

HÉLIO LOPES GUERRA NETO

**Implementação de Referencial Altimétrico
Estudo de caso na Usina Hidrelétrica de Funil**

Versão Corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja
o Programa de Pós-graduação)

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências

Área de Concentração: Engenharia de Transportes

Ênfase: Informações espaciais

Orientador: Professor Doutor Denizar Blitzkow

São Paulo

2020

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

**Implementação de referencial altimétrico
Estudo de caso na Usina Hidrelétrica de Funil**

Versão Corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja
o Programa de Pós-graduação)

Hélio Lopes Guerra Neto

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Transportes da Universidade de São Paulo para a
obtenção do título de Mestre em Ciências.

Ênfase em informações espaciais, sob a orientação Professor
Doutor Denizar Blitzkow.

São Paulo
2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 3 de Julho de 2020

Assinatura do autor: Hélio Lopes Guerra Neto

Assinatura do orientador: Denis Bf.

Catálogo-na-publicação

Guerra Neto, Hélio Lopes

Implementação de referencial altimétrico: Estudo de caso na Usina Hidrelétrica de Funil / H. L. GUERRA NETO – versão corr. – São Paulo, 2020. 134 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.

1.gravimetria 2.IHRF 3.altitudes 4.usinas hidrelétricas I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes II.t.

Universidade de São Paulo

ATA DE DEFESA

Aluno: 3138 - 10248645 - 2 / Página 1 de 1

Ata de defesa de Dissertação do(a) Senhor(a) Helio Lopes Guerra Neto no Programa: Engenharia de Transportes, do(a) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Aos 13 dias do mês de maio de 2020, no(a) realizou-se a Defesa da Dissertação do(a) Senhor(a) Helio Lopes Guerra Neto, apresentada para a obtenção do título de Mestre intitulada:

"Implementação de referencial altimétrico: estudo de caso na usina hidrelétrica de funil"

Após declarada aberta a sessão, o(a) Sr(a) Presidente passa a palavra ao candidato para exposição e a seguir aos examinadores para as devidas arguições que se desenvolvem nos termos regimentais. Em seguida, a Comissão Julgadora proclama o resultado:

Nome dos Participantes da Banca	Função	Sigla da CPG	Resultado
Denizar Blitzkow	Presidente	EP - USP	<u>A</u>
Maria Cristina Barboza Lobianco	Titular	IBGE - Externo	<u>A</u>
Gabriel do Nascimento Guimarães	Titular	UFU - Externo	<u>A</u>

Resultado Final: A

Parecer da Comissão Julgadora *

Eu, Elias Alves de Almeida _____, lavrei a presente ata, que assino juntamente com os(as) Senhores(as). São Paulo, aos 13 dias do mês de maio de 2020.

Maria Cristina Barboza Lobianco

Gabriel do Nascimento Guimarães

Denizar Blitzkow
Presidente da Comissão Julgadora

* Obs: Se o candidato for reprovado por algum dos membros, o preenchimento do parecer é obrigatório.

A defesa foi homologada pela Comissão de Pós-Graduação em _____ e, portanto, o(a) aluno(a) _____ jus ao título de Mestre em Ciências obtido no Programa Engenharia de Transportes.

Presidente da Comissão de Pós-Graduação

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho a minha mãe, Maria de Fátima.

Se não fosse ela, nada seria possível.

Também dedico aos que se foram nesse período.

Minha avó Cida e meu padrasto Paulinho.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Prof. Dr. Denizar Blitzkow, por toda paciência, serenidade, apoio e suporte nessa trajetória. Pela expertise transmitida ao longo do tempo, pelos trabalhos feitos e os momentos de descontração.

A Prof. Dr. Ana Cristina de Oliveira Cancoro Matos (Santa Ana), por toda ajuda e colaboração dada no desenvolvimento desta dissertação. Sem ela, muita coisa não seria possível.

A minha família que me apoiou incansavelmente nessa caminhada.

Aos Professores do Departamento de Engenharia de Transportes, Flávio Vaz, Cláudio Marte e ao Prof. Edvaldo Simões, pelos ensinamentos transmitidos nesse período e os estágios PAE realizados.

Aos meus companheiros da Geovertecs e também aos meus colegas de turma, Iuri Bjorkstrom e Samuel Bueno, pela força, suporte e trabalhos de campo.

Aos membros do laboratório de Topografia e Geodésia da USP, Adalberto e Arildo.

As fantásticas servidoras da Secretaria do Departamento de Engenharia de Transportes, Luciane e Simone, por toda paciência, cautela e carinho.

Aos meus amigos do bloco C, amigos do pavilhão rubro negro e principalmente ao maravilhoso e seleto #190Sarah, esses que compartilharam diversas noites em claro, ótimas conversas, ótimos cafés, um déficit orçamentário com zé delivery e afins.

A todos os meus amigos que me apoiaram nessa trajetória, me aconselhando e me dando suporte e esperança.

RESUMO

Devido às características geográficas no Brasil, o sistema de usinas hidrelétricas (UHE) continua sendo o mais eficiente no que tange ao suprimento da demanda energética nacional, tornando-o um dos maiores geradores de do tipo no mundo. As hidrelétricas são alocadas de acordo com a viabilidade hidrográfica local e sua construção pode ser considerada de alta complexidade para a engenharia envolvendo diferentes fatores. Dentre eles, a referência altimétrica é considerada uma componente fundamental neste processo e deve ser preservada ao longo da vida útil da usina. Isto posto, em 2015, a *International Association of Geodesy* (IAG) publicou sua resolução sobre a questão altimétrica para unificação e criação do sistema altimétrico de referência internacional, o *International Height Reference System* (IHRs) e sua realização o *International Height Reference Frame* (IHRF). Para o atendimento às necessidades da UHE e vinculação da questão altimétrica, a implantação de uma estação IHRF é relevante para a obtenção das altitudes com o conceito físico e isto é possível através da definição de um ponto de gravimetria absoluta, densificação gravimétrica relativa, cálculo do potencial perturbador (T), cálculo do potencial de gravidade (W) e cálculo do número geopotencial (C) para essa estação. Para tal, foram utilizados dados de levantamentos gravimétricos provenientes do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) e do Banco Nacional de Dados Gravimétricos (BNDG), além dos Modelos Globais do Geopotencial (MGGs): GOCO05s, EIGEN6C4 e XGM2019 e também dados de Modelos Digitais do Terreno e de altimetria por radar. O cálculo destes compreendeu os pacotes do programa GRAVSOFT, envolvendo as integrais modificadas de Stokes e de Hotine. Os resultados das grandezas supracitadas foram obtidos seguindo a metodologia proposta nessa pesquisa, permitindo também a geração do Modelo Quase Geoidal Local (MQGL), a partir das anomalias de altura, e consequente Modelo Geoidal Local (MGL) com as ondulações geoidais. Atestou-se um comportamento condizente do número geopotencial na região em relação aos números fornecidos pelo IBGE para o ponto estabelecido. Porém, não foi possível comparar pontualmente os resultados dado que as grandezas obtidas para estação IHRF são inéditas sem recorrência na literatura.

Palavras-chaves: gravimetria. IHRF. altitudes. usinas hidrelétricas.

ABSTRACT

Due to the geographical characteristics in Brazil, the hydroelectric power plant (HPP) system remains the most efficient in terms of meeting the national energy demand, making it one of the largest hydroelectric power generators in the world. Hydroelectric plants are allocated according to local hydrographic viability and their construction can be considered of high complexity for engineering involving different factors. Among these, the altimetric reference is considered a fundamental component in this process and must be preserved throughout the plant's useful life. That said, in 2015, the International Association of Geodesy (IAG) published its resolution on the altimetric issue for the unification and creation of the international reference altimetric system, the International Height Reference System (IHRF) and its realization the International Height Reference Frame (IHRF). To meet the needs of the HPP and link the altimetric issue, the implantation of an IHRF station is relevant for obtaining the altitudes with the physical concept and this is possible through the definition of an absolute gravimetric point, relative gravimetric densification, calculation of the disturbing potential (T), calculating the gravity potential (W) and calculating the geopotential number (C) for that station. For this purpose, data from gravimetric surveys from the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE), from the Polytechnic School of the University of São Paulo (EPUSP) and from the National Bank of Gravimetric Data (BNDG) were used, in addition to the Global Models of Geopotential (GMM): GOCO05s, EIGEN6C4 and XGM2019 and also data from Digital Terrain Models and radar altimetry. The calculation of these included the GRAVSOFIT program packages, involving the modified Stokes and Hotine integral. The results of the aforementioned quantities were obtained following the methodology proposed in this research, also allowing the generation of the Local Quase Geoid Model (LQGM), from the height anomalies, and consequently the Local Geoid Model (LGM) with the geoidal undulations. A consistent behavior of the geopotential number in the region was attested in relation to the numbers provided by IBGE for the established point. However, it was not possible to compare the results punctually since the quantities obtained for IHRF station are unprecedented without recurrence in the literature.

Keywords: gravimetry. IHRF. heights. hydroelectric plants.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ilustração do distúrbio e anomalia de gravidade	11
Figura 2 - Tabela de Bullard.....	16
Figura 3 - Reduções gravimétricas	17
Figura 4 - Estações IGS.....	18
Figura 5 - Diferença altimétrica entre países da América Latina	21
Figura 6 - Coordenadas no IHRS.....	23
Figura 7 - Estações IGSN-71	24
Figura 8 - Estações RGFB, IGSN e ON	25
Figura 9 - Técnicas envolvidas no GGRS	27
Figura 10 - Superfícies equipotenciais	29
Figura 11 - Relação das altitudes e superfícies.....	30
Figura 12 - Forma de obtenção do número geopotencial	31
Figura 13 - Altitude ortométrica-normal.....	35
Figura 14 – Elementos da proposta de Molodensky	39
Figura 15 - Satélites GRACE e distância satélite-a-satélite.....	41
Figura 16 - Satélite GOCE	42
Figura 17 - Contribuição em grau e ordem dos dados para o EIGEN-6C4.....	44
Figura 18 - Localização do Reservatório de Funil	46
Figura 19 - Pontos Gravimetria Funil	48
Figura 20 - Mapa de anomalia de gravidade marinha	51
Figura 21 - Local de medição.....	54
Figura 22 - Distribuição gravimétrica e Raio do IHRF	55
Figura 23 - Recomendação de distribuição.....	56
Figura 24 - Dispersão anomalia ar livre em relação altitude ortométrica.	58
Figura 25 - Fluxograma dos processos adotados	60
Figura 26 - Avaliação do modelo de referência	65
Figura 27 - Fluxograma para obtenção dos distúrbios de gravidade	67
Figura 28 - Avaliação da janela média para o GOCO05S (100_15 e 200_13)	69
Figura 29 - Fluxograma de cálculo do potencial perturbador.....	70
Figura 30 - Transformação do distúrbio pontual em malha	71
Figura 31 - Fluxograma do cálculo do número geopotencial	73
Figura 32 - Modelos digitais de terreno utilizados	76
Figura 33 - Distribuição das anomalias de gravidade.....	77
Figura 34 - Anomalias de gravidade oceânica	78
Figura 35 - Erro modelo Sandwell.....	79

Figura 36 - Grade das anomalias do continente e anomalias oceânicas.....	80
Figura 37 – Distribuição das anomalias de altura.....	81
Figura 38 - Pontos IBGE para validação	83
Figura 39 - Modelo Quase Geoidal Local.....	84
Figura 40 - Disposição da anomalia de Bouguer.....	85
Figura 41 - Mapa de ondulação geoidal.....	87
Figura 42 - Diferença entre o modelo geoidal e quase geoidal	88
Figura 43 – Distribuição do distúrbio no continente (n=m=100)	90
Figura 44 – Distribuição do distúrbio no continente (n=m=200)	91
Figura 45 – Distribuição do distúrbio no oceano (n=m=100)	92
Figura 46 – Distribuição do distúrbio no oceano (n=m=200)	93
Figura 47 - Grade dos distúrbios residuais.....	94
Figura 48 – Referências de nível utilizadas.....	97
Figura 49 - Comportamento do número geopotencial e da altitude normal	101

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Relação dos MGG utilizados.....	49
Tabela 2 - Resultado da análise espacial.....	56
Tabela 3 - Resultado da diferença SRTM e altitude ortométrica	59
Tabela 4 - Constantes do GRS80 (MORITZ, 2000)	62
Tabela 5 - Relação da janela média, resolução em minuto e KM.....	64
Tabela 6 – Estatística dos valores de anomalia de altura	82
Tabela 7 - Estatística da anomalia de altura final e MGG	82
Tabela 8 - Validação das anomalias de altura	84
Tabela 9 - Validação das ondulações geoidais	86
Tabela 10 - Validação IBGE e MAPGEO2015	86
Tabela 11 - Estatística da ondulação, anomalia de altura e correção	87
Tabela 12 - Coordenadas Ponto IHRF	89
Tabela 13 - Valores de gravidade do ponto IHRF	89
Tabela 14 - Diferença entre os distúrbios de gravidade	89
Tabela 15 - Resultado do potencial perturbador CCO e RTM.....	94
Tabela 16 - Resultado do potencial perturbador LCO	95
Tabela 17 - Resultado do potencial perturbador final	95
Tabela 18 - Resultado potencial perturbador em Blitzkow <i>et al.</i> , (2018).....	95
Tabela 19 - Resultado do Cálculo de Up e Wp	96
Tabela 20 - Diferença de potencial de gravidade	96
Tabela 21 - Resultado do número geopotencial.....	96
Tabela 22 - Resultado número geopotencial das RRNN.....	98
Tabela 23 - Comparação de resultados com o IBGE	99
Tabela 24 - Análise estatística dos números geopotenciais.....	100
Tabela 25 - Coordenadas e Altitude Normal do Ponto IHRF	100

LISTA DE SIGLAS E ABREVIações

ANA	Agência Nacional de Águas
ANP	Agência Nacional de Petróleo
APP	Área de Proteção Permanente
BGI	<i>Bureau Gravimétrique International</i>
BNDG	Banco Nacional de Dados Gravimétricos
CAV	Cota x Área x Volume
CCO	Curtos Comprimentos de Onda
CHAMP	<i>Challenging Minisatellite Payload</i>
CPRM	Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais
DORIS	<i>Détermination d'Orbite et Radio positionnement Intégré par Satellite</i>
EPUSP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
ESA	<i>European Space Agency</i>
GFZ	<i>German Research Centre for Geosciences</i>
GGOS	<i>Global Geodetic Observing System</i>
GGRF	<i>Global Geodetic Reference Frame</i>
GGRS	<i>Global Geodetic Reference System</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCE	<i>Gravity Field and Steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GOCO	<i>Gravity Observation Combination</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
GRACE-FO	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment Follow-o</i>
GRAVSOFT	<i>Geodetic Gravity Field Modelling Programs</i>
GRGS	<i>Groupe Recherches Geodesie Spatiale</i>
IAG	<i>International Association of Geodesy</i>
IAU	<i>International Astronomical Union</i>
IBAMA	Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e Recursos Naturais Renováveis
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	<i>International Centre for Global Earth Models</i>
ICRF	<i>International Celestial Reference Frame</i>
ICRS	<i>International Celestial Reference System</i>
IERS	<i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>

IGS	<i>International GNSS Service</i>
IGRF	<i>International Gravity Reference Frame</i>
IGRS	<i>International Gravity Reference System</i>
IGSN	<i>International Gravity Standardization Net</i>
IHRF	<i>International Height Reference Frame</i>
IHRS	<i>International Height Reference System</i>
INDE	Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais
ISG	<i>International Service for the Geoid</i>
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i>
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
LAGEOS	<i>Laser Geodynamics Satellite</i>
LCO	Longos Comprimentos de Onda
LLR	<i>Lunar Laser Range</i>
LRI	<i>Laser Ranging Interferometry</i>
MDE	Modelo Digital de Elevação
MDT	Modelo Digital de Terreno
MGG	Modelo Global do Geopotencial
MGL	Modelo Geoidal Local
MQGL	Modelo Quase Geoidal Local
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NGA	<i>National Geospatial-Intelligence Agency</i>
ON	Observatório Nacional
POT	Parâmetros de Orientação da Terra
PVCG	Problema do valor de contorno da Geodésia
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistemas GNSS
RC	Referencial Celeste
RGFB	Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira
RGG	Referencial Geodésico Global
RRNN	Referências de nível
RT	Referencial Terrestre
RTM	<i>Residual Terrain Model</i>
RVG	Rede de Vértices Geodésicos
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro

SGBf	Sociedade Brasileira de Geofísica
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SLR	<i>Satellite Laser Range</i>
SRTM	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
UHE	Usina Hidrelétrica
USGS	<i>United States Geological Survey</i>
USP	Universidade de São Paulo
VLBI	<i>Very Long Baseline Interferometry</i>
XGM2016	<i>E(x)perimental (G)eopotential (M)odel 2016</i>
XGM2019	<i>E(x)perimental (G)eopotential (M)odel 2019</i>

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivo	2
1.2 Justificativa	3
1.3 Descrição dos capítulos	4
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
2.1 Campo de gravidade e a teoria do potencial	5
2.1.1 Teoria do potencial	5
2.1.3 Terra real	7
2.1.4 Terra normal	9
2.1.5 Potencial anômalo	10
2.1.6 Distúrbio e anomalia de gravidade	11
2.2 Reduções gravimétricas	13
2.2.1 Anomalia ar-livre	13
2.2.2 Anomalia de gravidade de Molodensky	14
2.2.3 Correção de Bouguer	14
2.3 Referenciais geodésicos	17
2.3.1 Referencial Celeste	19
2.3.2 Referencial Terrestre	20
2.3.3 Referencial altimétrico	21
2.3.4 Referencial gravimétrico	24
2.3.5 Referencial geodésico global	26
2.4 Sistema de altitudes	28
2.4.1 Superfícies	28
2.4.2 Número geopotencial	30
2.4.3 Altitude normal	31
2.4.4 Altitude ortométrica	32
2.4.5 Altitude dinâmica	33
2.4.6 Altitude elipsoidal	34
2.4.7 Altitude ortométrica-normal	34
2.5 Problema do valor de contorno da Geodésia (PVCG)	36
2.5.1 A formulação de Stokes	37
2.5.2 A proposta de Molodensky	38

2.5.3 A formulação de Hotine	39
2.6 Missões Modernas e os Modelos do Geopotencial	40
2.6.1 A Missão GRACE	40
2.6.2 A Missão GOCE	41
2.6.3 Modelos Globais do Geopotencial	42
2.6.3.1 EIGEN-6C4	44
2.6.3.2 GOCO05S	45
2.6.3.3 XGM2019	45
3 MATERIAL E MÉTODOS	46
3.1 MATERIAL	46
3.1.1 Localização da Área de Estudo	46
3.1.2 Aquisição dos dados	47
3.1.3 Dados gravimétricos	47
3.1.4 Modelos Globais do Geopotencial	48
3.1.5 Modelo Digital de Elevação	49
3.1.6 Dados de altimetria por radar	50
3.2 MÉTODOS	52
3.2.1 Processamento	52
3.2.2 Escolha do ponto IHRF	53
3.2.3 Distribuição gravimétrica	54
3.2.3.1 Análise espacial, gráfica e comparativa dos dados gravimétricos	57
3.2.3.2 Análise espacial dos dados gravimétricos	57
3.2.3.3 Análise gráfica dos dados gravimétricos	57
3.2.3.4 Análise dos dados gravimétricos com MDT	58
3.2.4 Cálculo das anomalias de gravidade	59
3.2.4.1 Cálculo da anomalia de superfície ou de Molodensky	60
3.2.4.2 Cálculo da anomalia de gravidade do MGG	61
3.2.4.3 Cálculo da anomalia do RTM	62
3.2.4.4 Cálculo das anomalias de altura residual	65
3.2.4.5 Cálculo das anomalias de altura para o MGG	66
3.2.4.6 Cálculo das anomalias de altura para o RTM	66
3.2.4.7 Cálculo das ondulações geoidais e validação	66
3.2.5 Cálculo dos distúrbios de gravidade	67

3.2.5.1 Distúrbio de gravidade observado	68
3.2.5.2 Distúrbio de gravidade do MGG	68
3.2.5.3 Distúrbio de gravidade do RTM	69
3.2.5.4 Cálculo do potencial perturbador	70
3.2.5.5 Cálculo do número geopotencial	72
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	75
4.1 Resultado para os modelos locais	75
4.1.1 Cálculo do modelo quase geoidal	75
4.1.2 Cálculo do modelo geoidal	85
4.2 Resultados para o ponto IHRF	89
4.3 Resultados para as RRNN	97
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	102
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104
ANEXO A – Relatório de Processamento A10-32	114
ANEXO B – Relatório de Processamento Ponto IHRF	116

INTRODUÇÃO

Na execução dos serviços de Engenharia é indispensável o conhecimento de uma referência altimétrica, em particular, quando se trata de Usinas Hidrelétricas (UHE) e seu reservatório. Por intermédio do nivelamento geométrico é possível transportar uma altitude nivelada para a região de interesse e, a partir desta, é factível atribuir cotas altimétricas na mesma. Entretanto, é necessário cautela na sua obtenção quando o interesse é o comportamento da água. Dependendo da altitude utilizada ela pode não possuir um significado físico adequado. Neste caso, preconiza-se o uso do número geopotencial, grandeza física relacionada ao campo de gravidade, ao qual o fluxo natural da água sujeita-se à sua variação. Contudo, sua aplicação não é usual devido à sua unidade m^2/s^2 , mas ao dividir o número geopotencial pela gravidade normal média no ponto obtêm-se a altitude normal, por exemplo, a qual possui significado físico.

Diversos setores numa empresa geradora de energia elétrica, como por exemplo, o meio ambiente, possuem normativas que exigem a delimitação da Área de Proteção Permanente (APP) através de medições topográficas, planimétricas e altimétricas, dentro da região do reservatório em estudo (ANA, 2013). Por lei, Código Florestal (nº 4.771/2012), essas medições devem ser posteriormente repassadas ao Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis (IBAMA). O setor de geração da empresa precisa, por regulamentação da Agência Nacional de Águas (ANA), atualizar sua Cota x Área x Volume (CAV), que está também estabelecido na Resolução Conjunta ANEEL/ANA nº 03, de 10 de agosto de 2010 (ANA, 2013).

No intuito de implementar um Sistema de Referência de Altitude Internacional, a *International Association of Geodesy* (IAG) definiu um referencial altimétrico, o *International Height Reference System* (IHRF) e sua realização conhecida como *International Height Reference Frame* (IHRF) (IAG, 2015).

Para o atendimento às necessidades da UHE, a implantação de uma estação IHRF é relevante para a obtenção das altitudes com significado físico, na região da usina. Isto é possível através da definição de um ponto de gravimetria absoluta, densificação gravimétrica relativa, cálculo do potencial de gravidade (Wp) e do número geopotencial (Cp) para a estação. A densificação gravimétrica deve ter uma distribuição homogênea dentro de um raio de até 210km (SÁNCHEZ *et al*, 2017).

Densificações complementares podem ser necessárias, além desse raio, para garantir a confiabilidade e a consistência do cálculo de um Modelo Quase Geoidal Local (MQGL) e Modelo Geoidal Local (MGL).

No tocante à aceleração de gravidade, sua determinação é possível a partir de medições gravimétricas relativas e absolutas (CASTRO JÚNIOR, 2005). Em ambos os casos, faz-se o uso de equipamentos específicos da Geodésia que levam no nome o método da medição, sendo eles: gravímetros relativo e absoluto.

Toda a área de estudo em questão possui um conjunto de estações conhecidas como Rede de Vértices Geodésicos (RVG), a qual está associada à rede altimétrica do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), denominadas referências de nível (RRNN). Essas materializam a componente altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), a partir de medições através de nivelamento geométrico de alta precisão (IBGE, 2019).

A partir de 2006, o IBGE realizou diversas campanhas com o intuito de obter o valor da aceleração de gravidade sobre as suas RRNN (IBGE, 2019). Isso permitiu o cálculo de altitudes físicas e o reajustamento da rede. Dessa forma, desde agosto de 2018 as RRNN do IBGE fornecem o número geopotencial e altitude normal. Estes valores auxiliarão na avaliação do MQGL.

Saliente-se que para esta pesquisa serão usados dados de levantamentos gravimétricos na região provenientes do IBGE, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) e do Banco Nacional de Dados Gravimétricos (BNDG).

1.1 Objetivo

O objetivo geral desta pesquisa é implementar um referencial altimétrico numa Usina Hidrelétrica e seu reservatório.

Para tal, destacam-se os objetivos específicos:

1. Inventário gravimétrica local;
2. Estabelecimento de uma estação de aceleração absoluta de gravidade;
3. Confecção dos modelos quase-geoidal e geoidal no local;
4. Cálculo do potencial perturbador e número geopotencial.

1.2 Justificativa

Devido às características geográficas/hidrográficas no Brasil, o sistema de usinas hidrelétricas continua sendo o mais eficiente no que tange ao suprimento da demanda energética nacional, tornando-o um dos maiores geradores de energia deste tipo do mundo. Desta forma, a escolha deste método de geração é bem razoável quando se olha para a proporção na produção da energia, uma vez que esta é considerada uma fonte limpa do produto.

As hidrelétricas no Brasil são alocadas de acordo com a viabilidade hidrográfica local e sua construção pode ser considerada de altíssima complexidade para a engenharia. Mesmo após sua implantação, as usinas devem seguir as diretrizes de diferentes órgãos regulatórios (ex: IBAMA, ANEEL, ANA...), os quais regulam tanto sua produção quanto o impacto ambiental que o reservatório da usina acarreta na região de atuação.

No tocante aos órgãos supracitados, especificamente a ANA preconiza algumas medidas que devem ser tomadas pela empresa responsável pela usina, sendo a mais conhecida destas a Eletrobrás FURNAS. Constantemente FURNAS precisa atualizar e repassar seus dados de operação. Os mesmos são avaliados e compreendem informações vitais da atual situação da usina e seu reservatório.

Uma das recomendações da ANA é a atualização da Curva Cota x Área x Volume (ANA, 2013). A partir dessa informação é possível avaliar, por exemplo, o atual potencial energético do reservatório. Entretanto, para confecção dessa curva é necessário que se realizem procedimentos geodésicos, os quais estão atrelados à questão altimétrica, de suma importância quando se trata da geração de energia a partir da água. Devido à tamanha extensão do reservatório, uma pequena diferença na área inundada pode refletir na delimitação equivocada de uma área de preservação ou de uma área de desapropriação.

Portanto, a avaliação gravimétrica local cobrindo as áreas com vazios na região da UHE e vizinhança, cálculo do número geopotencial e potencial perturbador para a implementação de uma estação IHRF contribui para a avaliação altimétrica e cálculo do Modelo Geoidal e Quase-geoidal local preciso, dentro das exigências da ANA, Resolução Conjunta nº 03 para futuros trabalhos topográficos, cartográficos e batimétricos.

1.3 Descrição dos capítulos

A dissertação está inicialmente dividida em 5 capítulos: Introdução, Fundamentação Teórica, Metodologia, Resultados e discussões e por fim, Conclusão.

O capítulo 1 compreende a introdução do estudo, onde são apresentados os objetivos e justificativas, bem como a estrutura desta dissertação.

O capítulo 2 denominado de Fundamentação teórica evidencia os conceitos: campo gravitacional e de gravidade (potencial gravitacional, de gravidade, anômalo, distúrbio e anomalia de gravidade), referenciais geodésicos (celeste, terrestre, altimétrico, global e gravimétrico), sistemas de altitude (superfícies, número geopotencial e as altitudes), o problema do valor de contorno da Geodésia e as formulações de Stokes, Molodensky e Hotine, as missões modernas (GRACE E GOCE) e os modelos do geopotencial (GOCO05S, EIGEN-6C4 e XGM2019) e as reduções gravimétricas e anomalias.

O capítulo 3 expõe os materiais e métodos. Neste, é indicado a área de estudo e as etapas que englobam a aquisição de dados (gravimétricos, MGG, MDT e altimetria por radar), organização, tratamento e o processamento realizado (análise dos dados, cálculo das anomalias de gravidade, cálculo do modelo quase-geoidal e geoidal, cálculo do distúrbio de gravidade, cálculo do potencial perturbador, número geopotencial e análise estatística dos dados quando necessário).

O capítulo 4 apresenta os resultados e a discussão referentes ao processamento de dados, assim como análise dos mapas, realizado nesta dissertação.

O capítulo 5 compreende as conclusões do trabalho desenvolvido, reflexões e as recomendações pertinentes sobre a temática deste.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica foi embasada na revisão bibliográfica dos principais conceitos sobre referenciais geodésicos, campo de gravidade, sistemas de altitude, superfícies, problema do valor de contorno da Geodésia e os modelos globais do geopotencial. A partir desses, foi possível estabelecer uma base para definição metodológica, discutir os resultados e alcançar os objetivos traçados.

2.1 Campo de gravidade e a teoria do potencial

O estudo do campo de gravidade é de importância para o desenvolvimento de pesquisa em diversos ramos da Geodésia, em particular, quando se trata da forma, do comportamento e das dimensões da Terra.

Em relação ao potencial de gravidade, se destacam: o geopotencial e o esferopotencial. Para ambos, deve-se levar em consideração o modelo terrestre adotado: para a Terra real o modelo geopotencial (W) e sua superfície de referência a geoidal; e terra normal o esferopotencial (U) com a superfície limitante, a elipsoidal (ARANA, 2009).

2.1.1 Teoria do potencial

A lei da gravitação foi proposta por Isaac Newton em 1687 baseado nas Leis de Kepler para descrever as órbitas planetárias. A premissa dessa lei diz que: dois corpos no espaço se atraem mutuamente com força proporcional ao produto de suas respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles (GEMAEL, 2002). A lei da gravitação universal na formulação matemática é dada como:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{l^2} \quad (1)$$

onde F é a força gravitacional ou de atração, m_1 e m_2 são duas massas, G a constante gravitacional igual a $6,67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ (IERS, 2010) e por fim, l a distância entre as massas.

A teoria do potencial tem uma contribuição fundamental na Geodésia como um dos principais instrumentos para o estudo do campo de gravidade. Assim, conforme apresentado em Gemael (2002), o potencial gravitacional V num ponto $P(x, y, z)$ vinculado a um corpo de massa m , é dado por:

$$V = \frac{G m}{l} \quad (2)$$

Assim, incluindo um sistema de coordenadas levando em conta o potencial de atração V e suas respectivas derivadas parciais de primeira ordem chega-se a (GEMAEL, 2002):

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= -G \sum_{i=1}^n \frac{m_i (x - x_i')}{l_i^3} \\ \frac{\partial V}{\partial y} &= -G \sum_{i=1}^n \frac{m_i (y - y_i')}{l_i^3} \\ \frac{\partial V}{\partial z} &= -G \sum_{i=1}^n \frac{m_i (z - z_i')}{l_i^3} \end{aligned} \quad (3)$$

e as derivadas de segunda ordem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_i^3} - 3G \sum_{i=1}^n \frac{m_i (x - x_i')^2}{l_i^3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_i^3} - 3G \sum_{i=1}^n \frac{m_i (y - y_i')^2}{l_i^3} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} &= G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_i^3} - 3G \sum_{i=1}^n \frac{m_i (z - z_i')^2}{l_i^3} \end{aligned} \quad (4)$$

ao somar os membros da equação (4) encontra-se:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 3G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_i^3} - 3G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_i^3} = 0 \quad (5)$$

que resulta em (HEISKANEN; MORTIZ, 1967):

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

A equação (6) é denominada equação de Laplace. Essa equação é de suma importância, pois é possível atestar que o potencial gravitacional é uma função harmônica, já que satisfaz a equação de Laplace, para todos os pontos no exterior das massas (GEMAEL 2002).

2.1.3 Terra real

A força atuante num corpo em repouso sobre a superfície da Terra é a resultante da força gravitacional e da força centrífuga, a qual é denominada força de gravidade. O potencial de gravidade (W) é a soma do potencial gravitacional (V) e do potencial centrífugo (ϕ) oriundo da rotação terrestre, conforme a expressão (7) (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$W = V + \phi \quad (7)$$

com V e ϕ iguais a:

$$V = G \iiint_M \frac{dm}{l} \quad (8)$$

sendo G a constante universal da gravitação, l representando a distância entre um elemento de massa dm e um ponto específico que sofre atração e

$$\phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (9)$$

onde ω é a velocidade angular e $(x^2 + y^2)$ representa a distância do ponto até o eixo de rotação.

Substituindo os valores das expressões (8) e (9) em (7), chega-se a:

$$W = G \iiint_M \frac{dm}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (10)$$

A integração da equação (10) se estende por toda a Terra (HOFMANN-WELLEHOF; MORITZ, 2005). A derivada do potencial centrífugo em relação a (x, y, z) da equação (9), encontra-se:

$$\Delta\phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 2\omega^2 \quad (11)$$

A equação de Poisson é apresentada conforme (HOFMANN-WELLEHOF; MORITZ, 2005):

$$\Delta W = -4\pi G\rho \quad (12)$$

A partir da combinação da equação (11) com a equação (12) é possível chegar à equação generalizada de Poisson para o potencial de gravidade, conforme (HOFMANN-WELLEHOF; MORITZ, 2005):

$$\Delta W = -4\pi G\rho + 2\omega^2 \quad (13)$$

Ao aplicar o operador gradiente ao potencial W , g atende a esta condição e chega-se ao vetor de gravidade, haja visto que o mesmo representa a resultante da força gravitacional com a força centrífuga, e respectivamente os gradientes de V e ϕ , os vetores força de atração $\vec{F}$ e força centrífuga $\vec{f}$ (HEISKANEN; MORTIZ, 1967):

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{f} \quad (14)$$

e

$$\vec{g} = \text{grad}W = \text{grad}V + \text{grad}\phi \quad (15)$$

A partir das derivadas parciais do potencial de gravidade em relação a (x, y, z) chega-se às componentes do vetor gravidade:

$$\text{grad}W = \left(\frac{\partial W}{\partial x}i, \frac{\partial W}{\partial y}j, \frac{\partial W}{\partial z}k \right) = g_xi + g_yj + g_zk \quad (16)$$

Com as respectivas componentes expressas como:

$$\begin{aligned} g_x &= \frac{\partial W}{\partial x} = -G \iiint_v \frac{x-\xi}{l^3} \rho dv + \omega^2 x \\ g_y &= \frac{\partial W}{\partial y} = -G \iiint_v \frac{y-\eta}{l^3} \rho dv + \omega^2 y \\ g_z &= \frac{\partial W}{\partial z} = -G \iiint_v \frac{z-\zeta}{l^3} \rho dv \end{aligned} \quad (17)$$

O módulo do vetor aceleração de gravidade, g , possui dimensão física de uma aceleração e é medida em *Gals*. O valor de g é de 983 *Gals* nos polos e de 978 *Gals* no equador (GEMAEL, 2002).

O laplaciano do geopotencial pode ser obtido a partir da equação (18):

$$\nabla^2 W = \nabla^2 V + \nabla^2 \phi \quad (18)$$

2.1.4 Terra normal

“A Terra normal é um elipsoide de revolução ao qual se atribui a mesma massa M (incluindo a massa da atmosfera) e a mesma velocidade de rotação ω da Terra real, além da importante injunção da sua superfície ser equipotencial” (GEMAEL, 2002, p.77).

A Terra normal por sua vez, é a geradora do campo de gravidade normal cujo vetor de gravidade normal é indicado por $\vec{g}$ e o potencial de gravidade chamado de esferopotencial representado por U . As superfícies equipotenciais do campo de gravidade da Terra normal são chamadas de esferopes sendo o mais conhecido destes a própria superfície elipsoidal.

Segundo Blitzkow (1996), a superfície do elipsoide da Terra normal possui potencial constante (U_0) que é igual ao potencial de gravidade da Terra real (W_0), sobre a superfície do geóide.

Similar ao potencial de gravidade da terra real, o esferopotencial gerado pela Terra normal (U) é igual à soma do potencial de atração (Z) e do potencial centrífugo (ϕ) (GEMAEL, 2002):

$$U = Z + \phi \quad (19)$$

Com Z igual a:

$$Z = G \iiint_M \frac{dm}{l} \quad (20)$$

E o potencial centrífugo ϕ igual ao da Terra real.

Assim como ocorre na Terra real, expressão (15), o gradiente do esferopotencial é igual ao vetor gravidade da terra normal, isto é (GEMAEL, 2002):

$$\vec{\gamma} = \text{grad}U \quad (21)$$

A fórmula para o cálculo de γ foi desenvolvida por Carlo Somigliana em 1929 (Hofmann-Wellenhof e Moritz, 2005) e é apresentada conforme expressão:

$$\gamma = \frac{a\gamma_a \cos^2\varphi + b\gamma_b \sin^2\varphi}{\sqrt{(a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi)}} \quad (22)$$

φ é a latitude, γ_a e γ_b representam os valores de gravidade normal no equador e no polo e os semieixos, maior e menor, representados por a e b , respectivamente.

2.1.5 Potencial anômalo

O potencial anômalo ou potencial perturbador (T) é definido como a diferença entre o potencial de gravidade da Terra real e o esferopotencial num mesmo ponto (GEMAEL, 2002). Ele descreve as variações de grandezas física e geométrica entre a Terra real e a normal. Essas variações representam a heterogeneidade de massa

em termos de potencial. Assim, o potencial anômalo para um mesmo ponto pode ser expresso como (JEKELI, 2000):

$$T_p = W_p - U_p \quad (23)$$

2.1.6 Distúrbio e anomalia de gravidade

O escalar do distúrbio de gravidade é a diferença entre o valor da aceleração de gravidade no ponto P no espaço e o valor da aceleração de gravidade normal sobre o mesmo ponto.

No tocante à anomalia de gravidade, esta possui uma relação com a terra real e a terra normal. A partir dela é possível a obtenção da ondulação geoidal através de diversas metodologias, uma delas a integral de Stokes.

Esta anomalia é definida como a diferença entre o módulo do vetor aceleração de gravidade na superfície geoidal e o mesmo módulo do vetor referente à Terra normal, ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Ilustração do distúrbio e anomalia de gravidade

Fonte: Adaptado de SANTOS; ESCOBAR, (2000).

onde $\vec{g}_P$ representa o vetor gravidade para o ponto P sobre a Terra real e o $\vec{\gamma}_Q$ o vetor gravidade normal do ponto Q sobre a Terra normal, $\vec{n}_P$ e $\vec{n}_Q$ os vetores vertical e

normal, ao geoide e elipsoide respectivamente e o ângulo entre eles o desvio da vertical representado por i .

Portanto, o vetor anomalia de gravidade é apresentada conforme (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005):

$$\Delta \vec{g} = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_Q \quad (24)$$

E o distúrbio é dado conforme a expressão:

$$\delta \vec{g} = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_p \quad (25)$$

. Destaca-se, para o distúrbio de gravidade, seu uso na formulação apresentada em Hotine (1969), a ser abordada à frente.

A ondulação geoidal ou altura geoidal (N) é a distância ou separação entre as superfícies geoidal e elipsoidal. Quando analisadas as direções entre a gravidade normal e real no mesmo ponto, o ângulo formado entre esses vetores é chamado de desvio da vertical (GEMAEL, 2002).

A anomalia de gravidade, a ondulação geoidal e o potencial anômalo estão relacionadas para obtenção de duas expressões: fórmula de Bruns e a equação fundamental da Geodésia (HEISKANEN; MORITZ, 1967).

A formula de Bruns relaciona o potencial anômalo com a ondulação geoidal conforme a expressão:

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (26)$$

Já a equação fundamental da Geodésia relaciona a anomalia de gravidade com uma combinação linear do potencial perturbador T e sua derivada normal:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + N \frac{\partial \gamma}{\partial h} \quad (27)$$

Substituindo a expressão (26) na (27) tem-se:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{T}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} \quad (28)$$

Assim, a partir do conhecimento da anomalia de gravidade de forma contínua sobre toda a Terra é possível a obtenção do potencial perturbador T .

2.2 Reduções gravimétricas

Os levantamentos gravimétricos são comumente realizados com gravímetros relativos ou absolutos na superfície terrestre (CASTRO JUNIOR, 2005). Entretanto, função do objetivo do levantamento, o valor observado é referido à superfície podendo ser necessário sua redução. Esta redução consiste em calcular os efeitos gravitacionais ocasionados pela variação de altitude no ponto de medição, as massas topográficas que ali existem e o efeito atmosférico.

Assim, a redução dos dados gravimétricos obtidos exerce uma função importante, haja visto a sua aplicação. A partir de uma redução característica, é possível determinar uma anomalia ou distúrbio correspondente (SANSÒ, 2013).

Conforme Guimarães (2010), as anomalias de ar-livre e Bouguer são as mais rotineiramente utilizadas. Isto posto, neste trabalho serão apresentadas as anomalias de ar-livre, Bouguer e Molodensky ou de superfície.

2.2.1 Anomalia ar-livre

A anomalia de ar-livre é obtida através da correção ou redução ar-livre. Essa redução despreza o conceito das massas externas à superfície geoidal, sendo apenas uma correção relacionada à altitude do ponto ao geoide. Assim, a forma simplificada da correção ar-livre (C_A) é expressa por (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$C_A = -\frac{\partial \gamma}{\partial h} H = +0.3086 H \text{ (mgGal)} \quad (29)$$

Relacionando a equação (24) com a (29) chega-se à anomalia de ar-livre:

$$\Delta_{\text{ar-livre}} = \Delta g + C_A \quad (30)$$

2.2.2 Anomalia de gravidade de Molodensky

Segundo Carrion (2017), as anomalias de gravidade de Molodensky ou superfície, podem ser definidas como a diferença do valor de gravidade do ponto P sobre a superfície física e a gravidade teórica sobre a superfície do teluroide. Assim, é expressa da seguinte forma (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$\Delta g_{molo} = g_p - \gamma_Q \quad (31)$$

e define-se as anomalias de ar-livre, no contexto da Teoria de Molodensky, sendo (HINZE et al., 2016):

$$\Delta g_{fa} = g + (-0,3086 * (0 - Hn) - \gamma + \delta g_{atm} + \Delta g_{gh} \quad (32)$$

onde:

δ_{atm} a correção atmosférica igual a (WENZEL, 1995):

$$\delta_{atm} = 0,874 - 9,9 * 10^{-5}h + 3,56 * 10^{-5}h^2 \quad (33)$$

e Δg_{gh} o termo de Honkasalo sendo (CARRION, 2017):

$$\Delta g_{gh} = 0,0371(1 - 3\sin^2\varphi) \quad (34)$$

Este termo é aplicado na forma de correção, em gravímetros específicos, estes utilizados na pesquisa da respectiva referência.

2.2.3 Correção de Bouguer

Segundo Hofmann-Wellenhof e Moritz, (2005) a correção de Bouguer é usada para a remoção da componente gravitacional ligada as massas entre o geoide e a superfície. Isto é, a anomalia de Bouguer, diferente da anomalia de ar-livre, considera as massas topográficas externas ao geoide até a superfície física.

Assim, a obtenção da anomalia de Bouguer envolve tanto a remoção de

massas, quanto a redução ar-livre e é dada como:

$$\Delta_{\text{bouguer}} = \Delta g + C_A + C_B \quad (35)$$

a fórmula completa da correção de Bouguer (C_B) é apresentada como (GEMAEL, 2002):

$$C_B = -A - B + C \quad (36)$$

Onde A está relacionado ao platô de Bouguer e o vertical de atração devido a ele, B a transformação do platô de Bouguer em uma calota com igual espessura distanciada 166,7km do ponto de medição e C referente a correção do terreno.

A expressão para o platô de Bouguer (A) é dado conforme (GUIMARÃES, 2010):

$$A = 2\pi G\rho H = 0,119 * H \text{ (mGal)} \quad (37)$$

O segundo termo (B) da expressão (36) pode ser obtido por meio da tabela de Bullard (Figura 2). Esta tabela relaciona a diferença entre a atração da componente vertical produzida pelo platô com a componente gerada pela calota em função da altitude do ponto.

Figura 2 - Tabela de Bullard

h_s	Calota	Platô	B (10^{-4} Gal)
100	11.26	11.18	0.8
200	22.62	22.36	2.6
300	33.98	33.54	4.4
400	45.24	44.72	5.2
500	56.60	55.90	7.0
600	67.86	67.08	7.8
700	79.12	78.26	8.6
800	90.48	89.44	10.4
900	101.74	100.62	11.2
1000	113.00	111.80	12.0
1100	124.26	122.98	12.8
1200	135.52	134.16	13.6
1300	146.78	145.34	14.4
1400	158.04	156.52	15.2
1500	169.20	167.70	15.0
1600	180.46	178.88	15.8
1700	191.72	190.06	16.6
1800	202.98	201.24	17.4
1900	214.14	212.42	17.2
2000	225.30	223.60	17.0

Fonte: IAG USP, 2019.

Por fim, o último termo (C) representa a correção topográfica. Essa correção assume valores pequenos quando a topografia da área é muito plana ou com poucas irregularidades. Contudo, ao trabalhar com uma região de menor escala, faz-se necessário considerar esta correção. Esta correção não será abordada no trabalho sendo melhor descrita em (BAJRACHARYA, 2003).

Assim, a anomalia completa de Bouguer pode ser escrita como:

$$\Delta g_{\text{bouguer}} = \Delta g + C_A - A - B + C \quad (38)$$

De forma generalizada, pode-se apresentar a anomalia de gravidade como a diferença entre a gravidade observada e a gravidade normal ou teórica, mais uma correção gravimétrica para redução ao geoide, conforme a expressão (GUIMARÃES, 2010):

$$\Delta g = g_{\text{obs}} - \gamma + C_B \quad (39)$$

Ainda consoante a Guimarães (2010), existem diversas reduções (Figura 3) que podem ser utilizadas para obtenção de anomalias de gravidade.

Figura 3 - Reduções gravimétricas

Redução	Efeito Indireto	Suavidade	Significado geofísico
Ar Livre	Pequeno	não é muito ondulado	Não tem significado
Bouguer	Muito grande	suave	Tem significado
Helmert	Muito pequeno	ondulado	Não tem significado
Ary-Heiskanen	Pequeno, porém maior que a redução de Helmert	suave	Tem significado
Pratt-Hayford	Pequeno, porém maior que a redução de Helmert	suave	Tem significado
Rudski	Nulo	ondulado	Não tem significado

Fonte: GUIMARÃES (2010)

2.3 Referenciais geodésicos

Para determinar e investigar mudanças no sistema terrestre, a Geodésia pode contribuir com observações geodésicas de alta resolução no tempo e no espaço, bem como referenciais estáveis à longo prazo, com precisão a qualquer momento e uma consistência homogênea em todo o mundo, com precisão em qualquer lugar (IHDE *et al.*, 2017).

As observações geodésicas e suas aplicações necessitam que haja um sistema de referência, bem definido e estabelecido, que assegure o sucesso dos levantamentos.

Após um longo período de estudos e análises concluiu-se que apenas dois referenciais seriam suficientes para mensurar todos os fenômenos relacionados aos interesses da Geodésia, da engenharia e da geodinâmica: o referencial celeste e o referencial terrestre (BLITZKOW *et al.*, 2011).

Ainda consoante à Geodésia, Blitzkow *et al.* (2011) afirmam que a mesma tem uma estreita e antiga relação com a Astronomia no que diz respeito ao estabelecimento de referenciais geodésicos. Esta relação é mais evidente no aspecto da astrometria, isto é, a observação de astros por meios ópticos (telescópios) ou eletrônicos como o *Very Long Baseline Interferometry* (VLBI), para a obtenção de uma posição através de coordenadas uranográficas: ascensão reta e declinação.

Segundo Oliveira (1998), as principais etapas para a elaboração de um

referencial estão divididas da seguinte forma: conceito, definição, materialização e densificação.

O conceito ideal de um referencial é que ele seja inercial, isto é, que ele se mantenha em estado não acelerado. Entretanto, quando sua origem é no centro de massa da terra, ele sofre uma pequena aceleração por conta do movimento de translação e desta forma é considerado quase-inercial. Contudo, a migração da sua origem para o baricentro do sistema solar torna-o muito mais próximo de um sistema inercial e isso é possível dentro do conceito da relatividade geral (IERS, 2010).

“Entretanto, para que seja possível a realização de comparações é necessário adotar "convencionalmente" uma definição do referencial. Para isso são estabelecidos princípios que fixam a origem, a orientação dos eixos e a escala de sistemas de coordenadas” (BLITZKOW *et al*, 2011, p.5).

A materialização, a exemplo do referencial terrestre, consiste na observação a partir de pontos monumentados sobre a superfície da Terra e no estabelecimento de coordenadas de referência. Para ilustrar, o *International GNSS Service* (IGS) possui uma rede de referência materializada (Figura 4), sob sua responsabilidade.

Figura 4 - Estações IGS

Fonte: IGS (2020)

Nota: Pontos em vermelhos indicam estações que não receberam dados há mais de 10 dias.

No que tange à densificação, é possível associar a rede denominada Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS) que compreende as estações

da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GNSS (RBMC), de responsabilidade do IBGE no Brasil, e estações de monitoramento em outros países na América do Sul, Central e do Norte (LOBIANCO, 2011).

Nas últimas décadas a *International Union of Geodesy and Geophysics* (IUGG) junto com a *International Association of Geodesy* (IAG) e a *International Astronomical Union* (IAU) trabalham na conceituação, na definição e na materialização. Em 1987, a IAU e a IUGG criaram o serviço conhecido como *International Earth Rotation and Reference Systems Service* (IERS), o qual possui as seguintes incumbências: o estabelecimento e a manutenção dos sistemas de referência terrestre e celeste a partir de técnicas de medição de altíssima precisão para o terrestre e de sinais de rádio de objetos extragalácticos para o celeste; a determinação dos parâmetros de orientação da Terra que conecta os dois sistemas de referência; a coleta, a organização, a análise e a disponibilização desses dados.

Por fim, segundo Blitzkow *et al.* (2011, p. 8) ficou determinado que “o Referencial Celeste tem sua origem no baricentro do Sistema Solar e seus eixos fixos no espaço. Já o Referencial Terrestre, acompanha a Terra em seu movimento de rotação em torno do eixo e de translação ao redor do Sol e tem sua origem no centro de massa da Terra”, hoje denominado de geocentro.

Além dos referenciais supracitados, outros três demandam atenção. São eles: Referencial gravimétrico, altimétrico e global. Estes serão apresentados e tratam respectivamente da componente gravimétrica, altimétrica, e o último citado, contempla a ideia futura de implementação de um referencial único que considera a união de todos os referenciais existentes.

2.3.1 Referencial Celeste

“A origem e os eixos de um referencial, em particular o Referencial Celeste (RC), não podem ser materializados de forma direta” (BLITZKOW *et al*, 2011, p.8). Por essa razão, faz-se necessário a escolha de um catálogo estelar com coordenadas uranográficas, ascensão reta e declinação. Segundo Torge (2001), a origem do *International Celestial Reference System* (ICRS) fica no baricentro do sistema solar, seu eixo OX1 orientado ao equinócio vernal do equador médio J2000, eixo OX3 orientado ao polo na época J2000 e OX2 completando um sistema dextrógiro.

Em 1991 a IAU, por meio de suas recomendações para sistemas de referência, definiu que objetos extragalácticos, os Quasares, seriam utilizados em substituição às estrelas dos catálogos FK4 e FK5 tendo em vista que esses objetos estabeleceriam de forma conveniente o referencial celeste (IERS, 2004). A vantagem da utilização daqueles objetos é que eles estão tão distantes que seu movimento próprio é imperceptível ao contrário das estrelas. Além disso, sua paralaxe diurna e anual também é inexistente. Como exemplo, a direção de uma observação tanto do centro de massa da terra quanto do baricentro do sistema solar é indiferente.

A observação dos quasares só é possível a partir de uma técnica chamada VLBI. As estações referentes a esta técnica estão distribuídas ao redor do globo e funcionam em sincronismo. A partir da análise dos diferentes instantes de aquisição das observações é possível calcular uma direção no espaço. Vale salientar que devido à importância da determinação dos instantes em cada estação, os relógios são atômicos constituídos de maser de hidrogênio (BLITZKOW *et al*, 2011).

Ademais, as coordenadas dos catálogos estão referidas por convenção a uma época específica, no caso a J2000, e esta corresponde ao calendário Juliano para o dia 01 de janeiro de 2000, às 12h TDB (Tempo dinâmico baricêntrico). (TORGE, 2001).

Deste modo, fica definido que o sistema de referência celeste do IERS é o ICRS sendo realizado pelo *International Celestial Reference Frame* (ICRF).

2.3.2 Referencial Terrestre

O sistema de referência terrestre é igualmente estabelecido pelo IERS. O mesmo é geocêntrico e tem sua origem no centro de massa da Terra, incluindo oceanos e atmosfera (IERS, 2010). A definição de sua origem só foi melhor estabelecida através das técnicas *Satellite Laser Range* (SLR) e *Lunar Laser Range* (LLR) (BLITZKOW *et al*, 2011). Seus eixos são convencionalmente orientados da seguinte forma: o eixo Oy3 fica na direção do polo terrestre – anteriormente o polo médio - e é conhecido como Polo de Referência (*Reference Pole*) do IERS, o eixo Oy1 é orientado segundo Meridiano de Referência (*Reference Meridian*) do IERS e o eixo Oy2 completando o sistema dextrogiro a 90° de Oy1 (IERS, 2004).

A origem do ITRS depende diretamente das observações por meio de técnicas

no nível espacial. Estas são divididas entre ativas e passivas. LLR, SLR e *Détermination d'Orbite et Radio positionnement Intégré par Satellite* (DORIS) são exemplos de técnicas ativas, pois emitem e recebem sinais. VLBI e *Global Navigation Satellite System* (GNSS) são passivas visto que só recebem sinais da fonte emissora.

Quanto à sua materialização, ela é viabilizada através de um catálogo de coordenadas e de velocidades, referente a uma determinada época, para um conjunto de estações. Essa materialização é produzida pelo IERS e leva a sigla ITRFyyyy sendo os 4 (quatro) últimos caracteres referentes ao ano da publicação (por exemplo: ITRF2000, ITRF2008 e ITRF2014). Cada realização é divulgada em catálogos com a publicação das coordenadas das estações calculadas, vetor velocidade (variação no tempo) e os parâmetros de transformação entre os anos da realização, em vista da variação posicional das estações por conta dos movimentos tectônicos. Atualmente, sua última realização é o ITRF2014 (ALTAMIMI *et al*, 2016).

Em resumo, o Referencial Terrestre (RT) é estabelecido pelo IERS, sendo que sua definição estabelece o conjunto de parâmetros e convenções, referido como *International Terrestrial Reference System* (ITRS) e materializado, ou seja, tendo sua monumentação e densificação, como *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF).

2.3.3 Referencial altimétrico

A comunidade científica debate o conceito de referencial altimétrico, o qual unificaria os atuais sistemas de altitudes baseando-se em parâmetros para sua realização. É sabido que cada país adota um sistema de referência vertical, além de possuir sua própria rede de nivelamento para transporte de altitudes. Entretanto, a falta de um referencial comum para integração altimétrica ocasiona uma discrepância nos sistemas (Figura 5), não permitindo a troca unívoca do valor de altitude entre os países.

Figura 5 - Diferença altimétrica entre países da América Latina

Fonte: IDHE; SÁNCHEZ (2005)

Segundo Ihde *et al*, (2017) em 2014, a IAG estabeleceu um grupo *Ad hoc* para tratar sobre o *International Height Reference System (IHR)* com o objetivo de avaliar as premissas para a definição e a realização deste referencial. Desta forma, em 2015, na Assembleia Geral da IUGG foi apresentada a Resolução N° 1 da IAG, a qual considera a implementação de um sistema de referência internacional de altitude, o *International Height Reference System (IHR)* e sua realização, o *International Height Reference Frame (IHRF)* (IAG, 2015).

Ainda consoante à resolução, foi apresentada a definição do IHR apoiado no número geopotencial, apresentado anteriormente na seção 1.3. Convencionou-se para a definição e a realização do IHR (IAG, 2015) que:

- A referência vertical seja uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra com seu potencial de gravidade W_0 ;
- Parâmetros, observações e dados devam estar relacionados ao sistema médio de marés ou crosta média;
- A unidade de comprimento seja o metro e a de tempo o segundo (SI);
- As coordenadas verticais de um ponto P (Figura 6), sobre a superfície terrestre seja dada pelo número geopotencial deste ponto, isto é, a

- diferença de potencial do ponto (ΔW_p) igual a subtração do potencial de gravidade sobre o geoide (W_o) pelo potencial de gravidade do ponto (W_p);
- A referência espacial de um ponto P esteja relacionada às coordenadas do ITRF;
 - O valor do geopotencial para referência de nível vertical do IHRS foi estimado em: $W_o = 62\,636\,853,4\,m^2/s^2$.

Figura 6 - Coordenadas no IHRS

Fonte: NICACIO (2017) adaptado de SÁNCHEZ *et al.*, (2017)

Também ficaram definidas as seguintes premissas para estabelecimento da estação IHRF (SÁNCHEZ *et al.*, 2016):

- Pontos IHRF com medição absoluta (recomendado);
- Ponto da estação com as coordenadas oriundas de receptores GNSS;
- Pontos de gravimetria distribuídos de forma homogênea num raio de até 210km entorno da estação IHRF;
- Em regiões montanhosas possuir 50% a mais de pontos de gravimetria;
- Precisão dos valores de gravidade de $\pm 20\,\mu\text{Gal}$.

Esse tópico vem sendo discutido pela IAG, através de comissões e grupos especiais de estudo, além de possuir várias publicações sobre o tema, podendo-

se citar: IHDE; SÁNCHEZ, (2005); IHDE *et al.*, (2015); SÁNCHEZ *et al.*, 2016,2017; SÁNCHEZ; SIDERIS, 2017).

2.3.4 Referencial gravimétrico

Quando se trata de medições absolutas voltadas para um referencial, elas remetem do início do século 19 quando foram realizadas observações no observatório nacional de Potsdam, Alemanha (CASTRO JUNIOR, 2005). Estas medições ficaram estabelecidas como referência para o Datum Gravimétrico mundial até o ano de 1971. Neste ano, foi criada a *International Gravity Standardization Net* (IGSN-71) formada por estações de primeira ordem. As mesmas estavam distribuídas em todos os continentes (Figura 7) e possuíam o valor de g bem estabelecido por gravímetros absolutos da época e gravimetria relativa. O valor destas estações foi ajustado e se tornou referência para qualquer tipo de levantamento gravimétrico.

Figura 7 - Estações IGSN-71

Fonte: Wziontek, Falk e Wilmes, 2015.

No Brasil, a rede de referência gravimétrica, conhecida como Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira (RGFB), foi estabelecida pelo Observatório Nacional (ON) e esteve vinculada a vinte estações da IGSN-71 distribuídas no território nacional (Figura 8, LUZ, 2008).

Figura 8 - Estações RGFB, IGSN e ON

Fonte: Luz (2008) adaptado de ON (1984) e Torge et al., (1984)

A IGSN-71 estava defasada em relação às técnicas atuais de medição, assim como a sua precisão de medição desatualizada, além disso, era necessário convencionar e definir padrões para as medições (Rülke et al., 2019).

Segundo Wilmes et al., (2016), foi proposto em resolução do IAG número 2 de 2015, a implementação de um sistema de referência de gravidade absoluta global, o *International Gravity Reference System* (IGRS) e sua realização o *International Gravity Reference Frame* (IGRF), em substituição à rede de referência IGSN-71.

Isto posto, também ficaram estabelecidos alguns pontos quanto a sua definição e realização conforme apresentado em Rülke et al., 2019 para definição:

- A definição da gravidade deve ser estabelecida ao longo do tempo;
- Conjunto de correções convencionais para componentes independentes do tempo dos efeitos da gravidade, como: maré permanente (sistema maré zero), atmosfera padrão (altitude) e eixo de rotação terrestre (polo de referência do IERS);

E para realização:

- Observações com gravímetros absolutos (época, gravidade em função da altitude);
- Comparação entre gravímetros absolutos (Nível comum, rastreabilidade, compatibilidade das observações e processamento, avaliação de efeitos sistemáticos);
- Conjunto de modelos convencionais para correção de mudanças temporais (marés, carga oceânica, atmosfera, movimento polar);
- Infraestrutura compatível (marcos e memorial descritivo).

2.3.5 Referencial geodésico global

O *Global Geodetic Reference System* (GGRS) ou Referencial Geodésico Global (RGG), aprovado em Assembleia Geral da Nações Unidas no dia 26 de fevereiro de 2015, é um conceito de referencial que incorpora o ITRF, ICRF, IHRF e IGRS com as respectivas técnicas utilizadas nesses referenciais (Figura 9).

Figura 9 - Técnicas envolvidas no GGRS

Fonte: IHDE *et al* 2017.

Esse sistema de referência global possui a seguinte definição (IAG, 2016):

- Para um ponto físico P , o potencial $W_p = W(X)$, está atrelado por meio da coordenada X do ITRS;
- A altitude física é a diferença de potencial de gravidade entre W_p sobre a superfície física e o potencial de gravidade W_o sobre a superfície geoidal;
- o vetor de gravidade $\bar{g}$ é o gradiente do potencial de gravidade da Terra;
- a geometria (coordenadas) e gravidade são funções implícitas do tempo;

- o ICRS, fundamentado numa definição cinemática, é um sistema quase-inercial e fornece a base celeste para o GGRS;
- a relação entre o ITRS e o ICRS é descrita pelos Parâmetros de Orientação da Terra (POT).

Assim, um ponto físico P corresponde a uma coordenada X , o potencial do campo de gravidade (W), altitudes físicas H e o vetor de gravidade g .

O GGRS será a estrutura que unirá principalmente os referenciais, ITRF e IHRF, de forma que sua realização, o *Global Geodetic Reference Frame* (GGRF) será vinculado a estações do IHRF e ITRS. Todas as estações do GGRF deverão (IAG, 2016):

- Operar continuamente ao longo do tempo para manter a estabilidade do GGRF;
- possuir aparelhos tecnológicos de alto padrão para garantir a qualidade das medições geodésicas;
- monitorar continuamente para detecção das deformações da Terra;
- estar conectada a um *datum* vertical para relacionar com precisão as diferenças de geopotencial.

2.4 Sistema de altitudes

Diferentes altitudes são comumente utilizadas na Geodésia, atendendo tanto às questões científicas quanto àquelas voltadas para engenharia. Cada uma possui relação, direta ou indireta, com uma superfície de referência e com o campo de gravidade. Pode-se dividir tais altitudes como: geométricas e científicas. Essa definição pode ser vista com clareza em DE FREITAS; BLITZKOW, (1999); BLITZKOW *et al.*, (2004) e cada tipo de altitude será abordado a seguir.

2.4.1 Superfícies

Preliminarmente ao conceito de altitudes é preciso entender o que elas representam. A priori, as altitudes que serão abordadas podem ser definidas como as

diferenças entre superfícies e/ou entre potenciais.

As superfícies equipotenciais são consideradas superfícies que possuem o valor do potencial de gravidade constante. Como apresentado no capítulo 2.2, essas superfícies são caracterizadas pelo seu corpo de referência, quando Terra real chamada de geopotencial e, quando Terra normal, esferopotencial. A Figura 10 ilustra as respectivas superfícies.

Figura 10 - Superfícies equipotenciais

Fonte: SEVERO (2013)

Segundo Ferreira (2011), quando se trabalha com altitude ortométrica (H) a superfície de referência é a geoidal. A referida superfície é comumente definida como uma superfície equipotencial do campo de gravidade que coincide ao nível médio não perturbado do mar (SANTOS; ESCOBAR, 2000).

Ainda consoante a Ferreira (2011), a altitude normal (H^N), está relacionando a distância cotada ao longo da linha de força normal da superfície terrestre até o quase geoide. Severo (2013), define altitude elipsoidal (h) como a distância geométrica contada da superfície do elipsoide de referência até a superfície física (Figura 11).

Por fim, também são apresentados na respectiva figura a anomalia de altura (ζ) e a ondulação geoidal (N), estes serão descritos adiante e colaboraram com a geração do modelo quase geoidal e geoidal, respectivamente.

Figura 11 - Relação das altitudes e superfícies

Fonte: CASTRO JUNIOR (2017)

2.4.2 Número geopotencial

O estudo das altitudes, sendo elas científicas, requer o conhecimento do conceito de número geopotencial. Segundo Vermeer (2016), o número geopotencial é a diferença entre o potencial de gravidade (W_p) de um ponto sobre a superfície física e o potencial sobre a superfície geoidal (W_o). Essa definição é expressa na equação (40) (IDHE *et al.*, 2017):

$$C_p = -\Delta W_p = W_o - W_p \quad (40)$$

onde C_p é o número geopotencial, W_o o potencial de gravidade na superfície geoidal e W_p o potencial de gravidade no ponto P (Figura 12). Sua unidade é dada em: kilokal x metro ou $10 \text{ m}^2 \times \text{s}^2$ (LUZ, 2008).

Figura 12 - Forma de obtenção do número geopotencial

Fonte: Adaptado de CASTRO JÚNIOR (2018)

Em função da grandeza atrelada ao número geopotencial ser puramente física e não métrica, seu uso não é comum na Engenharia (CASTRO JÚNIOR, 2018). Entretanto, a transformação do número geopotencial em medida linear de altitude é possível.

Segundo Severo *et al.*, (2013), uma possível solução unívoca para obtenção de uma altitude para um ponto qualquer se obtém por meio da altitude conhecida como científica (H_i), esta que é a divisão do número geopotencial (C_p) por um valor específico de gravidade (G):

$$H_i = \frac{C_p}{G} \quad (41)$$

2.4.3 Altitude normal

A altitude normal é aquela medida ao longo da normal e está referenciada à superfície quase geoidal. Outra forma de definição é considerar um ponto ao longo da vertical onde o seu valor de geopotencial seja igual ao de esferopotencial ($W = U$) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006). Tal ponto encontra-se sobre uma superfície conhecida como Teluroide e a distância entre esta superfície e a superfície elipsoidal é a altitude normal.

A obtenção do seu valor se dá a partir do $\bar{\gamma}$ médio ao longo da normal. Essa alternativa foi proposta por Molodensky (HEISKANEN; MORITZ, 1967) em

substituição ao valor de gravidade real médio devido à sua difícil obtenção.

Sua formulação é dada como (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (42)$$

onde $\bar{\gamma}$ é igual à gravidade média normal do ponto estipulado até o elipsoide.

Esta pode ser calculada como (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$\bar{\gamma} = \gamma \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{(H^N)^2}{a^2} \right] \quad (43)$$

sendo γ a gravidade normal sobre o elipsoide, f o achatamento do elipsoide de referência, φ a latitude do ponto, H^N a altitude normal e m igual a $\frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$.

2.4.4 Altitude ortométrica

A altitude ortométrica é definida pela distância da superfície do geoide até a superfície física da Terra ao longo da linha de prumo do campo de gravidade. (JEKELI, 2000; GEMAEL, 2002).

Sua obtenção aproximada é possível convertendo a altitude geodésica com uso da ondulação geoidal, conforme expressão a seguir (LOBIANCO, 2005; IBGE, 2015):

$$H \cong h - N \quad (44)$$

A altitude ortométrica é dada por (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$H^o = \frac{C_p}{\bar{g}} \quad (45)$$

Sendo $\bar{g}$ o valor médio da aceleração de gravidade expresso por:

$$\bar{g} = \frac{1}{H^0} \int_0^{H^0} g \, dH \quad (46)$$

Porém, “o valor de $\bar{g}$ depende do conhecimento da estrutura da crosta, ou seja, de um modelo de distribuição de densidades; portanto, sua obtenção é praticamente impossível.” (BLITZKOW, 2004, p.36). Ainda segundo Jekeli (2000), o cálculo com exatidão do valor de $\bar{g}$ dificulta o uso da altitude ortométrica.

Como alternativa à dificuldade de se obter o valor médio de $\bar{g}$, a altitude ortométrica de Helmert é apresentada como (JEKELI, 2000):

$$H_i^H = \frac{C_i}{g_i^h} \quad (47)$$

com g_i^h igual a:

$$g_i^h = g_i + 0,04244 \cdot H_i \quad (48)$$

onde g_i é o valor de gravidade no ponto na superfície física.

Segundo De Freitas e Blitzkow (1999), na expressão (47), o valor médio de gravidade usado é o adquirido em um ponto, onde a altitude é igual à metade do desnível bruto e descarta o platô de Bouguer entre o ponto na superfície e na superfície geoidal.

2.4.5 Altitude dinâmica

A altitude dinâmica está diretamente ligada ao número geopotencial. Sua obtenção é possível dividindo o referido número pela gravidade normal. A altitude dinâmica é apresentada como (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$H_i^D = \frac{C}{\gamma_o} \quad (49)$$

onde H_1^D é a altitude dinâmica, C o número geopotencial e γ_0 um valor constante da aceleração de gravidade normal numa certa latitude, geralmente 45° .

Valores de altitude dinâmica iguais representam fielmente uma superfície equipotencial. No entanto, a altitude dinâmica não possui significado geométrico, apenas físico, uma vez que representa o valor constante de altitude sobre uma mesma superfície equipotencial (DE FREITAS; BLITZKOW, 1999).

2.4.6 Altitude elipsoidal

A altitude elipsoidal ou geodésica é a distância medida ao longo da normal, de um ponto sobre a superfície física até a superfície do elipsoide de referência. Essa altitude é facilmente obtida mediante uso de receptores GNSS (MONICO, 2008).

Vale salientar que o seu uso em determinados seguimentos deve ser feito de forma cautelosa. Segundo De Freitas e Blitzkow (1999), como este tipo de altitude não tem vinculação com o campo de gravidade da Terra, podem ocorrer valores iguais para esta grandeza em pontos situados em diferentes níveis, ou vice-versa, valores desiguais da altitude podem ocorrer sobre a mesmas superfícies equipotenciais do campo de gravidade. Isto é, ela possui um significado puramente geométrico e não físico.

2.4.7 Altitude ortométrica-normal

As altitudes ortométricas-normais na verdade não são nem altitudes normais e nem altitudes ortométricas. Isto se deve ao fato de que a respectiva altitude não se encontra referida a uma superfície de referência como geoide e o quase geoide (FERREIRA, 2011). Esta altitude pode ser obtida utilizando-se do número esferopotencial (C') contrariamente ao número geopotencial (ALBARICI *et al*, 2019).

Ela pode ser expressa, analogamente à equação da altitude normal, conforme visto em Ferreira, (2011) e Albarici *et al.*, (2019), na seguinte forma:

$$H^{on} = \frac{C'_p}{\bar{\gamma}} \quad (50)$$

sendo:

$$C'_p = U_p - U_{ref} \quad (51)$$

onde, U_p é o potencial gravitacional da terra real sobre um ponto qualquer na superfície terrestre e U_{ref} o valor do esferopotencial na superfície de referência, conforme ilustrado na Figura (13):

Figura 13 - Altitude ortométrica-normal

Fonte: Adaptado de FERREIRA (2011).

Ainda na figura supracitada, a altitude elipsoidal está sendo representada por h_p e o segmento que parte de P até Q_0 e H^{on} a altitude normal-ortométrica sendo o segmento linha de força normal que vai de P até P_0 . De forma prática, esta altitude também pode ser determinada por meio de correções nos desníveis geométricos que se tornam desníveis ortométricos-normais (FREIRE *et al.*, 2017).

A obtenção, o cálculo e a transformação acerca dessas correções são abordadas em LUZ, (2008); FERREIRA, (2011) e NICACIO, (2017). Ademais, uma definição mais simples dessa correção é expressa na expressão (52) como (SNEEUW, 2013):

$$CON = -0,053 H_{AB} \Delta\varphi_{AB} \sin^2\varphi \quad (52)$$

onde:

$H_{AB} = 0,5 (H_A + H_B)$, média das altitudes brutas em A e B;

$\Delta\varphi_{AB} = (\varphi_B - \varphi_A)$, diferença entre a latitude das estações;

$\varphi_{AB} = 0,5 (\varphi_A + \varphi_B)$, média entre as latitudes das estações.

Segundo Ferreira (2011), o objetivo de empregar esta correção aos desníveis antes do ajustamento visava à determinação de “altitudes ortométricas” mais precisas, o que explica por que elas são comumente, porém erroneamente, referidas como altitudes ortométricas no Brasil. Ainda, segundo Nicácio (2017) esta altitude é de suma importância, pois era a altitude representada nas RRNN do IBGE.

Vale salientar que essa altitude não possui um significado físico devido à complexidade desta estar referida a alguma superfície que não comumente vista na literatura.

2.5 Problema do valor de contorno da Geodésia (PVCG)

Pode-se dizer que um dos principais objetivos da Geodésia é ao conhecimento do geoide e a modelagem do campo de gravidade. O problema do valor de contorno busca determinar o campo de gravidade externo da Terra e suas possíveis implicações na forma e nas dimensões a partir do conhecimento do potencial de gravidade e sua derivada normal sobre a superfície limitante que comumente é desconhecida (GUIMARÃES; BLITZKOW, 2011).

Segundo a teoria do potencial, existem três problemas de valor de contorno:

- O primeiro problema de Dirichlet diz: conhecendo o valor de uma função T sobre uma superfície S , determinar essa função T de forma que ela seja harmônica tanto internamente ou externamente a S e que, sobre S , considere os valores da função selecionada.

- O segundo problema de Neumann diz: conhecendo o valor da derivada normal da função T sobre a superfície S , determinar a função que seja harmônica tanto no interior quanto no exterior de S .
- O terceiro problema de Hilbert diz: a partir dos valores da combinação linear da função T com sua derivada normal na superfície S , determina-se a função T nas duas situações anteriores.

Os problemas não admitem solução única pois existem infinitas distribuições de massa que levam ao mesmo potencial (GUIMARÃES; BLITZKOW, 2011). A anomalia de gravidade quando reduzida à superfície geoidal, torna-se uma combinação linear do potencial anômalo (T) com sua derivada normal, a equação fundamental da Geodésia (equação 27), em conformidade com o terceiro problema de valor de contorno.

2.5.1 A formulação de Stokes

Stokes propôs que seria possível realizar as medições para obtenção do potencial perturbador em função da anomalia de gravidade sobre a superfície geoidal. Porém, confronta-se com um problema considerando que esse seria um caso interno as massas devido ao fato de não se conhecer o modelo de distribuição de densidade na crosta terrestre (GUIMARÃES; BLITZKOW, 2011).

A formulação clássica de Stokes é apresentada como (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g \cdot S(\psi) d\sigma \quad (53)$$

onde Δg é a anomalia de gravidade, definida na expressão (24) e $S(\psi)$ a função de Stokes dada por:

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6\sin\frac{\psi}{2} + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi \ln\left(\sin\frac{\psi}{w} + \sin^2\frac{\psi}{2}\right) \quad (54)$$

Pelo teorema de Bruns apresentado na expressão (25), chega-se a:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g \cdot S(\psi) d\sigma \quad (55)$$

Segundo Guimarães e Blitzkow (2011), a fórmula de Stokes, expressão (55), só é empregada quando o elipsoide de referência possua potencial de gravidade U_o igual ao potencial W_o sobre o geoide.

2.5.2 A proposta de Molodensky

Molodensky propôs uma nova formulação que utiliza a superfície física como limitante, não havendo necessidade do conhecimento da distribuição de densidade, mas tal conceito cria um impeditivo: essa superfície não tem o mesmo significado físico da superfície geoidal por não ser uma superfície equipotencial.

No referido problema utiliza-se o conceito de quase geoide, onde a anomalia de gravidade e a deflexão da vertical estão referidas à superfície física e trabalha-se o conceito de anomalia de altura em substituição às ondulações geoidais (GUIMARÃES; BLITZKOW, 2011).

Na formulação adotada por Molodensky (Figura 12), a superfície do teluroide é uma superfície onde a distância até o elipsoide se iguala à distância da superfície física até o quase geoide. A anomalia de altura (ζ) é a distância entre a superfície física e a superfície do teluroide (VANÍČEK; KRAKIWSKY, 1986).

Figura 14 – Elementos da proposta de Molodensky

Fonte: FERREIRA; DE FREITAS (2010)

Ainda nesta formulação, a anomalia de gravidade é dada conforme expressão (30), entretanto, P está localizado na superfície física e Q é a projeção de P sobre o teluroide.

2.5.3 A formulação de Hotine

A fórmula de Hotine se assemelha à formulação proposta por Stokes para obtenção do potencial perturbador. Nesta formulação, a superfície terrestre, S, é a superfície de redução (JAMUR, 2013). Segundo Ferreira (2011), sua principal diferença consiste no uso dos distúrbios de gravidade contrariamente às anomalias de gravidade.

A integral de Hotine é apresentada pela expressão (HOTINE, 1969):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g \cdot H(\psi) d\sigma \quad (56)$$

onde o termo $H(\psi)$ é a função esférica de Hotine, com argumento ψ , dada por (HOTINE, 1969):

$$H(\psi) = \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})} - \ln\left[1 + \frac{1}{\sin(\frac{\psi}{2})}\right] \quad (57)$$

Por fim, Luz (2008) afirma que uma solução fixa do PVCG é possível seguindo a formulação apresentada por Hotine, em alternativa a Stokes, para a solução do PVCG livre.

As abordagens para solução do PVCG são claramente apresentadas em BLITZKOW (1996), FERREIRA; DE FREITAS (2010, FERREIRA *et al.*, (2010), GUIMARÃES; BLITZKOW (2011), PALMEIRO *et al.*, (2013) e NICÁCIO; DELAZOANA (2019).

2.6 Missões Modernas e os Modelos do Geopotencial

O início da era espacial ficou marcado com o lançamento do primeiro satélite artificial, o Sputnik, de origem soviética, em 1957 (GUIMARÃES, 2010). Até então, os modelos do geopotencial eram obtidos somente com o uso de dados gravimétricos terrestres (LOPES, 2006). As missões modernas da Geodésia foram um marco e impulsionaram o estudo do campo de gravidade terrestre sendo iniciada pela missão do satélite *Challenge Minisatellite Payload* (CHAMP), lançada em julho de 2000, na Rússia (JAMUR, 2007). As técnicas espaciais dessas missões ajudaram no processo de representação do campo gravitacional da Terra a partir da observação das perturbações nas órbitas dos satélites (JAMUR; DE FREITAS, 2008).

Ainda, segundo Nicácio e Delazoana (2017), o uso dessas técnicas para obtenção de informações do campo gravitacional a partir de missões satelitais foi primordial para a popularização do conhecimento e o uso dos Modelos Globais do Geopotencial (MGGs).

2.6.1 A Missão GRACE

A missão *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE) teve início em março de 2002 e é composta por dois satélites que orbitam distanciados de 220km um do outro, em órbita polar, afastados 500km da Terra (JAMUR, 2007).

O principal objetivo dessa missão foi realizar observações do campo gravitacional da Terra e suas variações no tempo. Sua vida útil seria de 5 anos de observações, entretanto, o período se estendeu por mais alguns anos, completando 15 anos em 2017. A missão GRACE também contribuiu para o monitoramento das

variações oceânicas, alterações glaciais, fluxo de massa continental e melhoria nos modelos de atmosfera da Terra (PEREIRA, 2013).

O sucessor do satélite GRACE foi lançado em maio de 2018, uma parceria entre a *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) e o *German Research Centre for Geosciences* (GFZ). Foi intitulado *Gravity Recovery and Climate Experiment Follow-on* (GRACE-FO) e possui os mesmos parâmetros de órbita da missão anterior, com distância entre os satélites variando de 170 km a 270km (SHEARD; HEINZEL; DANZMANN, 2012). Segundo Flechtner *et al* (2014), os dois principais objetivos da missão GRACE-FO são: manter a série temporal dos modelos globais do geopotencial e avaliar o desempenho do *Laser Ranging Interferometry* (LRI) na medição e rastreamento satélite-a-satélite (Figura 15).

Figura 15 - Satélites GRACE e distância satélite-a-satélite

Fonte: NASA (2019)

2.6.2 A Missão GOCE

A missão *Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer* (GOCE) foi uma iniciativa da *European Space Agency* (ESA), com início em março de 2009 com um período de duração aproximada de 20 meses. O objetivo principal da missão consistiu na observação do campo gravitacional da Terra e na modelagem da superfície geoidal com altíssima precisão. Salienta-se que, para tal, o satélite foi colocado na órbita mais baixa possível (ESA, 2019).

A precisão foi de 1 cm para ondulação geoidal e 1mGal nas anomalias de gravidade para uma resolução de 100km (RUMMEL; STUMMER, 2011; CASTRO

JUNIOR *et al.*, 2018).

Para tal, uma particularidade da missão GOCE foi a inserção de um gradiômetro a bordo do satélite (RUMMEL; STUMMER, 2011). O *Electrostatic Gravity Gradiometer*, trabalha com três eixos e seis acelerômetros dispostos numa plataforma estável, fornecendo informações do campo de gravidade em termos de derivadas de segunda ordem do potencial gravitacional (JAMUR *et al.*, 2010, SOUSA; GUIMARÃES, 2017, CASTRO JUNIOR, 2018). Assim, a gradiometria realizada por esse equipamento fornece os médios e curtos comprimentos de onda do campo gravitacional (JAMUR *et al.*, 2010).

Além do GPS e controladores de altitude, o GOCE (Figura 16) possui prismas retro-refletores para monitoramento de órbita precisa utilizando a técnica SLR.

Figura 16 - Satélite GOCE

Fonte: ESA (2019)

2.6.3 Modelos Globais do Geopotencial

Os modelos do geopotencial podem ser definidos como (SEEBER, 2003; SANSÒ; SIDERIS, 2013) um conjunto de coeficientes do desenvolvimento do potencial gravitacional em série de funções harmônicas esféricas, este determinado por meio de informações oriundas de técnicas espaciais e terrestres.

Estas funções permitem expressar o campo gravitacional da Terra a partir de um conjunto de coeficientes, C_{nm} e S_{nm} , que descrevem a distribuição de massa da Terra com base em uma aproximação esférica, onde n e m são o grau e ordem do

modelo. Os coeficientes das funções harmônicas esféricas representam as pequenas irregularidades do campo gravitacional da Terra (BARTHELMES, 2013).

Assim, é possível expressar o geopotencial em uma série, conforme (BARTHELMES, 2013):

$$\begin{aligned}
 W(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} & \left[1 \right. \\
 & + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos(m\lambda) \\
 & + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm}(\sin(\varphi)) \left. \vphantom{\sum_{n=2}^{\infty}} \right] \\
 & + \frac{1}{3} \omega^2 r^2 [1 - P_{20}(\sin(\varphi))]
 \end{aligned} \tag{58}$$

Onde GM é a constante gravitacional, r a distância do ponto adotado até o geocentro do modelo, a o semieixo maior do elipsoide de referência, C_{nm} e S_{nm} os coeficientes do desenvolvimento em série, w a velocidade angular de rotação e P_{nm} a função de Legendre associada a um grau e ordem.

Segundo Featherstone (2002), os Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) podem ser divididos segundo a forma ao qual seus dados são obtidos:

- a) Modelos do geopotencial combinados: são modelos gerados a partir da combinação de diferentes dados de gravidade, isto é, observações aos satélites artificiais, gravimetria terrestre, gravimetria aérea e gravimetria oceânica;
- b) Modelos do geopotencial somente-satélite: são os modelos que usam somente os dados dos satélites;
- c) Modelos do geopotencial adaptados: são modelos gerados a partir de modelos já existentes, com o objetivo principal de ser implementado em uma região.

2.6.3.1 EIGEN-6C4

O EIGEN-6C4 é o último modelo de uma série de realizações que iniciou em 2011 com a publicação do modelo EIGEN-6C, em 2012 com o EIGEN-C2 e em 2013 com o EIGEN-6Csat3 (FÖRSTE *et al.*, 2014). Elaborado a partir da parceria entre o GFZ e o *Groupe Recherches Geodesie Spatiale* (GRGS), este modelo foi desenvolvido até grau e ordem 2190 e é considerado um dos mais completos modelos combinados.

Os dados que constituem o EIGEN-6C4 (Figura 17) fazem partes da missão GOCE, GRACE e *Laser Geodynamics Satellite* (LAGEOS), além de dados gravimétricos terrestres e altimétricos, estes detalhados a seguir conforme (KOSTELECKÝ *et al.*, 2015):

1. LAGEOS-1/2: dados SLR do período de 1985 até 2010 contribuindo com o grau e ordem de 2 até 30;
2. GRACE: GNSS-SST e banda K processados do período de 2003 a 2012, contribuindo com o grau e ordem 2 a 130;
3. GOCE: dados do período de 2009 a 2013 até grau e ordem 300;
4. EGM2008: dados terrestres e grau e ordem 370;
5. DTU12: grade global de anomalias de gravidade.

Figura 17 - Contribuição em grau e ordem dos dados para o EIGEN-6C4

Fonte: Adaptado de Forste *et al.*, (2014)

A combinação desses dados terrestres e satelitais contribuiu para o desenvolvimento do modelo até grau e ordem 370 fazendo uso de equações normais

combinadas, oriundas das equações de observação para os coeficientes das funções harmônicas esféricas (KOSTELECKÝ *et al.*, 2015). Ainda consoante a referência anterior, a partir dos resultados supracitados, o modelo foi expandido e desenvolvido até grau e ordem 2190 utilizando dados de anomalias de gravidade globais do modelo DTU10.

2.6.3.2 GOCO05S

O modelo GOCO05S é um dos modelos lançados em abril de 2015 do grupo de modelos da *Gravity Observation COmbination* (GOCO). Os modelos GOCO, em sua maioria, são modelos que empregam dados da missão GOCE e GRACE, e as vezes, dados aerogravimétricos e de gravimetria terrestre (FECHER *et al.*, 2016).

O Modelo GOCO05S tem a particularidade de possuir dados exclusivos da missão GOCE e GRACE na sua elaboração e por isso é conhecido como um modelo somente satélite (*sattelite-only*) (MAYER-GURR *et al.*, 2015). Ele foi desenvolvido até grau e ordem 280, possui dados completos da missão GOCE e dados de 10 anos da missão GRACE, além da órbita cinemática de 8 satélites e 6 observações SLR (MAYER-GURR *et al.*, 2015).

2.6.3.3 XGM2019

O *Experimental Gravity Field Model 2019* (XGM2019) é um modelo global do geopotencial combinado, com desenvolvimento de alto grau e ordem, possuindo três versões de truncamento, sendo elas: 760, 2159 e 5540 (ZINGERLE *et al.*, 2019).

Ele possui dados do modelo GOCO06S (Kvas *et al.*, 2019) para os longos comprimentos de onda e, para os curtos, utiliza dados terrestres, os mesmos usados no modelo *Experimental Gravity Field Model 2016* (XGM2016) (PAIL *et al.*, 2016). Na parte oceânica, as anomalias de gravidade foram utilizadas para preenchimento dos vazios gravimétricos. As anomalias foram obtidas da altimetria por radar e são oriundas do modelo DTU13 (ANDERSEN *et al.*, 2013).

Por fim, tal como descrito por Zingerle *et al.*, (2019), numa escala global, o modelo XGM2019e se comporta de forma mais homogênea comparado a outros modelos de alta resolução atuais.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo, a área de estudos e a fonte utilizada para obtenção dos dados empregados no desenvolvimento desta pesquisa serão descritas, bem como os softwares utilizados para seu processamento e a metodologia adotada para tal.

3.1 MATERIAL

3.1.1 Localização da Área de Estudo

A Usina Hidrelétrica de Funil (Figura 18) iniciou oficialmente sua operação em 1969 quando foi absorvida pela Eletrobrás Furnas. O Reservatório de Funil, que configura o foco de estudo deste trabalho, possui área aproximada de 40 km², volume de 8,9 bilhões de metros cúbicos de água e está localizado no Sul Fluminense, mais especificamente nos municípios de Resende e Itatiaia, e no limite estadual de São Paulo, compreendendo os municípios de Queluz, Areais e São José do Barreiro (FURNAS, 2018).

Figura 18 - Localização do Reservatório de Funil

Fonte: Elaborada pelo autor

A escolha do Reservatório baseou-se na sua importância, localização e a disponibilidade de dados preliminares que auxiliaram na execução desse trabalho. A área do referido reservatório possui uma Rede de Vértices Geodésicos (RVG)¹ implementada de acordo com as recomendações e normas dos processos cartográficos, como previstos na NBR 13.333.

3.1.2 Aquisição dos dados

Para execução deste trabalho foi necessário realizar um estudo prévio com intuito de avaliar os dados que seriam utilizados. Inicialmente, foi proposta a realização de campanhas para a densificação gravimétrica, com uso de gravímetros relativos, nas áreas com vazios gravimétricos. Entretanto, constatou-se que diferentes fontes disponibilizam dados gravimétricos e que a combinação destes, atenderia às necessidades do projeto, restando somente, o estabelecimento de uma medição absoluta do valor de gravidade.

3.1.3 Dados gravimétricos

Os dados de gravimetria terrestre selecionados se encontram em sua totalidade no entorno da área de estudo, delimitados entre o meridiano -47° e -42° e entre os paralelos -20° e -25° . Os mesmos em sua maioria são provenientes das seguintes instituições: IBGE, EPUSP e BNDG.

Os dados de levantamentos, quando públicos, são disponibilizados pelo IBGE na Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais (INDE) em www.visualizador.inde.gov.br.

Os dados do BNDG, por motivos estratégicos, são disponibilizados para pesquisa somente por solicitação formal. Isto se deve ao fato que estes dados podem ser utilizados em outras áreas, por exemplo, na prospecção de petróleo.

Ainda sobre o BNDG, é um banco que possui dados gravimétricos e tem como missão principal atender, receber e disponibilizar dados gratuitamente (BNDG, 2019). Engloba levantamentos de algumas instituições como Agência Nacional de Petróleo

¹ Dados obtidos em contato com Eng. Carlos Henrique Oliveira da Rocha (FURNAS), em fevereiro de 2017, por correio eletrônico.

(ANP), Petrobrás, Furnas, Observatório Nacional (ON), Sociedade Brasileira de Geofísica (SBGf) e Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais (CPRM).

Para o presente trabalho, existe uma quantidade relevante de dados de levantamentos gravimétricos (Figura 19) que complementam os insumos básicos dessa dissertação. Esses dados são fundamentais para a implementação do IHRF, pois preenchem a região permitindo o cálculo do potencial perturbador e do modelo geoidal e quase-geoidal local.

Figura 19 - Pontos Gravimetria Funil

Fonte: Elaborada pelo autor

3.1.4 Modelos Globais do Geopotencial

Os Modelos Globais do Geopotencial (MGG) utilizados (Tabela 1) foram o GOCO05s, o EIGEN-6C4 e o XGM2019 todos disponíveis no site do *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM) (BARTHELMES; KÖHLER, 2016).

O EIGEN foi escolhido tendo em vista seu alto grau e por conter dados de gravimetria terrestre, aérea e das missões GRACE e GOCE. Já o GOCO por ser um

modelo *satellite-only*, possui dados totais das missões GRACE e GOCE, além de habitualmente possuir aplicação em pesquisas científicas, podendo-se citar trabalhos como (REGUZZONI *et al*, 2017; FECHER *et al*, 2016; GERLACH; OPHAUG, 2017; BLITZKOW *et al*, 2018).

Tabela 1 - Relação dos MGG utilizados

Modelo	Ano	Grau	Dados	Referência
GOCO05s	2015	280	S (GRACE, GOCE)	Mayer-Gurr <i>et al.</i> , 2015
EIGEN-6C4	2014	2190	A, G, S(GOCE), S(GRACE), S (LAGEOS)	Förste <i>et al.</i> , 2014
XGM2019	2019	2190	A, G, S(GOCO06s), T	Zingerle <i>et al.</i> , 2019

Fonte: Retirado e adaptado do ICGEM

O XGM2019 é o modelo global, sucessor do XGM2016 e lançado recentemente no ano de 2019. Esse modelo possui dados derivados do modelo GOCO06s (Kvas *et al.*, 2019) e atualmente é considerado o modelo com maior grau de desenvolvimento disponível. Além dessas justificativas, sua escolha está relacionada ao seu emprego recorrente em pesquisas acadêmicas e se deve ao fato de apresentar comportamento mais adequado para realização deste trabalho em relação a outros modelos.

3.1.5 Modelo Digital de Elevação

Os modelos digitais de elevação têm função primordial no estudo do campo de gravidade uma vez que eles proporcionam, através dos métodos disponíveis de redução de massa, o conteúdo de alta frequência do espectro do campo de gravidade.

Esta contribuição de alta frequência dos efeitos topográficos para diferentes constituintes do campo de gravidade ocorre devido à alta correlação das feições gravimétricas de curto comprimento de onda com a topografia/batimetria (SANSÒ; SIDERIS, 2013).

Segundo Marques (2017), a definição dos curtos comprimentos de onda ou altas frequências, para a obtenção de um modelo geoidal ou quase-geoidal, advém das altitudes médias na área de interesse; para obter as correções relacionadas ao

terreno faz-se necessário o uso de um modelo digital do terreno.

O Modelo Digital de Elevação (MDE) escolhido para o estudo da região continental consiste no Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) (Mukul; Srivastava, 2016) com resolução de 30 m (1 segundo de arco) disponível no site da United States Geological Survey (USGS) por meio da ferramenta Earth Explorer. Para a combinação da parte oceânica, optou-se pelo modelo SRTM15plus (Olson; Becker; Sanwell, 2014), com resolução de 500m (15 segundos de arco) e estes estão delimitados entre os meridianos -57° e -38° e os paralelos -28° e -16°.

O MDE contribui tanto para análise das altitudes de cada levantamento gravimétrico quanto no processamento para obtenção do modelo quase-geoidal e geoidal, além de possibilitar o cálculo do potencial perturbador para o ponto do IHRF.

3.1.6 Dados de altimetria por radar

A localização da UHE de Funil, mesmo que afastada do litoral, acaba exigindo uma densificação gravimétrica costeira e oceânica, devido ao alcance do raio para implementação do IHRF que para o presente trabalho é de 200km.

Para estabelecer o preenchimento gravimétrico, que engloba parte do litoral de São Paulo e do Rio de Janeiro, utilizou-se os valores do modelo gravimétrico global marinho disponibilizados no trabalho de Sandwell *et al.*, (2014) ilustrado na Figura 20. Ainda de acordo com Sandwell *et al.*, (2014), o novo modelo oceânico de gravidade global possui acurácia de 2mGal. Seus dados estão disponibilizados em formato de grade com resolução de 1' x 1'.

Os dados gravimétricos obtidos por Sandwell *et al.*, (2014) para confecção do modelo gravimétrico global supracitado foram gerados a partir dos radares altimétricos Cryosat-2 e Jason-1 (AVISO, 2019).

Figura 20 - Mapa de anomalia de gravidade marinha

Fonte: Sandwell *et al.*, (2014).

3.2 MÉTODOS

3.2.1 Processamento

Para o processamento dos dados gravimétricos apresentados anteriormente, fez-se necessário o uso de diferentes softwares, esses que buscam facilitar e automatizar o processo. Nesta pesquisa, destaca-se o uso dos programas do pacote *Geodetic Gravity Field Modelling Programs* (GRAVSOF) (FOSERBERG; TSCHERNING, 2014). Na literatura, esse software é comumente visto no estudo para obtenção ou atualização de modelos geoidais e quase-geoidais para grandes regiões (SABRI *et al.*, 2019; PAHLEVI *et al.*, 2019; VU *et al.*, 2019; ATLOTHMAN, 2020).

O GRAVSOF é um software que possui diversos programas ou módulos que auxiliam na modelagem de alguns componentes gravimétricos, tais como anomalias de gravidade, ondulação geoidal e desvio da vertical, e permite a determinação do quase-geoide e do geoide, por exemplo. Cada módulo foi criado e implementado em linguagem FORTRAN.

Os procedimentos desenvolvidos neste trabalho apoiam-se na metodologia proposta por Carrión (2017), para avaliação dos modelos digitais de terreno de referência; a descrição dos diferentes programas do GRAVSOF em Marques (2017); a combinação dos modelos para obtenção do *Residual Terrain Model* (RTM) visto em Vu *et al.*, (2019); a descrição concisa da técnica remover-restaurar abordada em Ferreira (2011); os esforços recentes apresentados por Ribeiro (2019) e por Blitzkow *et al.*, (2018) na colaboração do IHRF.

A metodologia de cálculo desta pesquisa norteia o processamento pelo GRAVSOF, apresentado anteriormente. Conforme elencado, diversos autores fazem uso do respectivo software, variando somente as componentes analisadas.

Segundo Marques (2017), os módulos existentes no GRAVSOF carregam o nome de diferentes autores, como Rene Forsberg (RF), e seu trabalho correlato a *terrain*, *grids*, *FFT* e *planar collocation*. O Quadro 1 ilustra os principais módulos utilizados nessa pesquisa, sua função, uma breve descrição e o autor responsável e mais informações são claramente obtidas em (FOSERBERG; TSCHERNING, 2014).

Quadro 1 - Principais módulos do GRAVSOFT

Função	Programa	Descrição	Autor
Seleção e reformatação de dados.	SELECT	Selecionar, dados puros e / ou média em qualquer ponto ou formato de grade. Também pode adicionar ruído aos dados para fins de simulação e produzir gráficos de linha de impressoras bruto	RF
Interpolação e <i>gridding</i>	GEOGRID	Interpolação linear binária para o geoide. Inclui transformação de coordenadas e de alturas.	RF
Integração <i>prism Terrain</i>	TC	Integração prisma efeitos do terreno, (topografia, topo isostática, RTM, e a correção clássica do terreno).	RF
	TCGRID	Programa de apoio para obter grids médios e superfícies médias do terreno para o método RTM na TC.	RF
Métodos de Fourier	SPFOUR	Determinação do geoide ou quase-geoide por multibandas esféricas.	RF
Harmônicos Esféricos	HARMEXP	Calcula o potencial perturbador pontual para os LCO	DA / CCT

Fonte: Adaptado de MARQUES (2017) e FOSERBERG; TSCHERNING (2014)

Nota: CTT refere-se ao autor Carl C. Tscherning e DA a Dimitrios Arabelos.

3.2.2 Escolha do ponto IHRF

A escolha do ponto para implementação do IHRF foi fundamentada nas recomendações apresentadas por SÁNCHEZ *et al.*, (2016). O ponto está localizado em uma região próxima à barragem, onde foi estabelecido em uma fundação de concreto sobre rocha e onde já se encontra um pilar geodésico da própria usina, utilizado para monitoramento da barragem. Neste local, realizou-se um levantamento com receptor GNSS dupla frequência para obtenção das coordenadas geodésicas do ponto (φ, λ, h) e uma medição com o gravímetro A10-32 para obtenção do valor de aceleração de gravidade absoluta (Figura 21).

Cabe citar que o rastreo durou aproximadamente uma hora e a medição absoluta foi feita com 8 sets, isto é, uma sequência de 8 medições com 120 segundos cada para obtenção do valor de aceleração de gravidade final. Para tanto, maiores detalhes são apresentados no Anexo A e B desta pesquisa.

Figura 21 - Local de medição

Fonte: Autor (2019)

3.2.3 Distribuição gravimétrica

Após a definição do local, avaliou-se a distribuição gravimétrica em seu entorno. Primeiramente, avaliou-se a distribuição dos pontos dentro da área de interesse, delimitada na seção 3.1.3, para cálculo do modelo quase-geoidal e geoidal local. Na sequência, avaliou-se a disposição dos dados em até um raio de 210km do ponto escolhido para o IHRF, conforme Figura 22.

Figura 22 - Distribuição gravimétrica e Raio do IHRF

Fonte: Elaborado pelo Autor

Os dados gravimétricos contemplam a área de interesse quase que em sua totalidade, com ressalva para alguns vazios gravimétricos presentes e a região oceânica, esta última que será preenchida com a grade de dados do modelo gravimétrico marinha proposto por Sandwell *et al.*, (2014).

Quanto ao cálculo do IHRF, a distribuição dos pontos segue a metodologia recomendada por SÁNCHEZ *et al.*, (2017), onde faz-se necessário uma distribuição homogênea de pontos no entorno do ponto IHRF em um raio de até 210km do respectivo ponto. Ainda consoante a SÁNCHEZ *et al.*, (2017), sugere-se que, dependendo da região; plana ou montanhosa, esta possua uma quantidade de dados gravimétricos, dividido por distância e quadrantes (Figura 23).

Figura 23 - Recomendação de distribuição

Fonte: Ribeiro (2019) adaptador de SÁNCHEZ *et al.*, (2016)

Por intermédio do *software ArcGIS 10.3*, realizou-se uma análise espacial para avaliar a quantidade de pontos por distância e quadrantes. Na Tabela 2, constatou-se que em todas as situações, a distribuição gravimétrica existente atendia com segurança o número de pontos recomendados para regiões montanhosas.

Salienta-se que não foi necessário inclusão da região oceânica nesta análise, tendo em vista que os dados oceânicos se encontram distribuídos em grade regular contemplando toda área de interesse.

Tabela 2 - Resultado da análise espacial

Distância	Repartições	Pontos Recomendados	Pontos Existentes
10 km	1	4/8	65
50km	4	20/30	106
110km	7	30/45	92
210km	11	50/75	192
Soma	23	104/158	455

3.2.3.1 Análise espacial, gráfica e comparativa dos dados gravimétricos

Com intuito de garantir segurança na manipulação dos dados gravimétricos obtidos, realizou-se uma verificação para constatar se haviam erros grosseiros, duplicidade ou omissão de alguma informação. Além disso, também foi proposto uma análise gráfica dos dados relacionando a anomalia ar livre com a altitude ortométrica. Por fim, uma análise comparativa relacionando as altitudes dos pontos foi feita em relação às altitudes oriundas do MDT SRTM.

3.2.3.2 Análise espacial dos dados gravimétricos

Para viabilizar a análise espacial, os dados gravimétricos foram organizados em planilhas a fim de verificar a existência de omissão de informações. Dessa forma, informações como latitude, longitude, gravidade observada, que compõem os dados gravimétricos foram tabuladas. A consulta espacial avaliou as coordenadas geodésicas dos pontos, isto é, pontos com a mesma posição no espaço foram considerados duplicados. Esta análise foi realizada utilizando o *software ArcGIS 10.3*. Neste caso, constatou-se que apenas 10 pontos apresentavam duplicidade por serem oriundos da mesma fonte e estes, foram removidos.

3.2.3.3 Análise gráfica dos dados gravimétricos

Com intuito de verificar alguma incoerência altimétrica, realizou-se uma análise gráfica dos dados, relacionando a anomalia de ar livre com a altitude ortométrica (BARACHARYA; SIDERIS, 2004). A partir desse gráfico é possível detectar discrepâncias no grupamento dos dados.

A Figura 24 apresenta o gráfico de dispersão com o grupo de observações. Nota-se que existe um agrupamento de dados mais coesos e outros, dispersos, mas de forma pontual. Visto isso, esses pontos foram descartados por segurança a fim de manter a consistência dos dados. Salienta-se que as altitudes ortométricas dos pontos sem essa componente foram restauradas a partir das ondulações do modelo XGM2019 com seu grau e ordem máximo e os pontos que fazem parte do BDG do IBGE foram considerados pontos de referência e mantidos no trabalho.

Figura 24 - Dispersão anomalia ar livre em relação altitude ortométrica.

3.2.3.4 Análise dos dados gravimétricos com MDT

A análise comparativa nesta etapa consiste em avaliar as diferenças entre as altitudes dos pontos em relação a um MDT de referência, no caso o SRTM. Todos os pontos foram sobrepostos ao modelo e os valores extraídos de forma automática por meio de uma rotina *Get Pixel Value* na plataforma do *software ArcGIS 10.3*. Isto posto, pontos que ultrapassaram a discrepância estabelecida, isto é, a diferença entre as altitudes ortométricas do ponto em relação ao MDT, foram desconsiderados.

No que tange à diferença estabelecida, Sevilla *et al.*, (1997) contempla que uma diferença de 10 m, entre o ponto e o MDT, é tolerável. Todavia, Kiamehr e Sjörbeg, (2005) adotam o valor de 16 m como tolerância para as diferenças. Este valor é consoante ao trabalho de Farr *et al.*, (2007). Ainda em Matos (2005), o valor de ± 50 m é apresentado, para o SRTM, como a discrepância máxima numa curva normal na avaliação do modelo.

Isto posto, constatou-se que a disposição dos pontos de gravimetria em relação ao MDT, sua diferença altimétrica e as instituições pertencentes e, com isso, adotou-se a diferença absoluta no valor de ± 30 m. Os resultados obtidos nessa etapa são apresentados na Tabela 3:

Tabela 3 - Resultado da diferença SRTM e altitude ortométrica

Total de pontos: 7962	SRTM (m) – H (m)
Mínimo	-21,45
Máximo	1217,85
Média	11,22
Desvio Padrão	30,39
Pontos removidos	228

Verifica-se na Tabela 3 que a tolerância adotada ficou próxima ao desvio padrão obtido pelas diferenças entre a altitude do modelo e dos pontos. Ainda, a quantidade de pontos removidos que se encontravam fora da tolerância foi de 228, representando aproximadamente 4% dos dados observados.

3.2.4 Cálculo das anomalias de gravidade

Nesta sessão serão apresentados os processos necessários para obtenção das anomalias de Molodensky ou de superfície (Δg_{molo}) por meio dos pontos obtidos pelo BDG, oriundas do MGG (Δg_{MGG}) e a anomalia do efeito da topografia residual (RTM) (Δg_{RTM}). A obtenção dessas anomalias de Molodensky corrobora com a técnica “remover-restaurar” (GENRO; QUINTAS, 2007; ABBAK *et al.*, 2012), para a obtenção da anomalia residual de gravidade (Δg_{res}) como resultado da etapa remover. Já na etapa restaurar, a anomalia de altura (ζ) é obtida a partir da anomalia de altura residual (ζ_{res}), anomalia de altura do MGG (ζ_{MGG}) e anomalia de altura do efeito RTM (ζ_{RTM}).

Ainda segundo a referência supracitada, o uso dessa técnica permite modelar grandezas com menor variabilidade e os erros provenientes da topografia são reduzidos.

Isto posto, a etapa remover traduz-se na remoção da componente das anomalias referente aos longos, médios e curtos comprimentos de onda, conforme (BARTHELMES, 2013); apresentado em (PEREIRA, 2013):

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{molo} - \Delta g_{MGG} - \Delta g_{RTM} \quad (59)$$

E na etapa restaurar, as componentes das anomalias de altura são adicionadas para obtenção da anomalia de altura, conforme (BARTHELMES, 2013; FOSERBERG; TSCHERNING, 2014):

$$\zeta = \zeta_{res} + \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} \quad (60)$$

Na Figura 25, as variáveis são anomalias de Molodensky (Δg_{molo}); anomalias de Molodensky do MGG (Δg_{MGG}) e a anomalia do efeito da topografia residual (Δg_{RTM}); a anomalia residual de gravidade (Δg_{res}); e anomalias de altura residuais ($\zeta_{res}, \zeta_{RTM}, \zeta_{MGG}$), a anomalia de altura final e por fim, a ondulação geoidal (N).

Figura 25 - Fluxograma dos processos adotados

Fonte: Elaborada pelo Autor.

3.2.4.1 Cálculo da anomalia de superfície ou de Molodensky

Para o total de pontos obtidos da seção 3.3.2.4, foram calculadas as anomalias de ar livre, conforme expressão apresentada na seção 2.2.1. e conseguinte as anomalias de Molodensky apresentado na seção 2.2.2.

O termo de Honkasalo apresentado na seção supracitada foi removido do cálculo. Ele é aplicado na forma de correção, em gravímetros específicos, estes utilizados na pesquisa do autor no Equador.

Com isso, os dados no formato identificador referentes à latitude, longitude,

altitude elipsoidal e a gravidade observada foram processados no programa ANOMALIA_MOLODENSKY desenvolvido na EPUSP, retornando os valores apresentados na equação (51).

3.2.4.2 Cálculo da anomalia de gravidade do MGG

Esta etapa consiste em obter o valor da anomalia de gravidade do MGG (Δg_{MGG}) para cada ponto. Os valores foram calculados diretamente no site do ICGEM, para o modelo XGM2019, com grau e ordem de desenvolvimento até 250, 360, 720 e 2159. Os diferentes grau e ordem escolhidos corroboram, de certa forma, com a metodologia apresentada por Vu *et al.*, (2019) para avaliação do modelo de terreno de referência, demonstrado adiante.

Importante salientar que o valor foi calculado de forma pontual, referido ao GRS80, no sistema 'maré zero' e desconsiderando o termo de ordem zero. O valor das anomalias de gravidade para qualquer modelo global do geopotencial é dado conforme equação (61) (TORGE, 2001):

$$\Delta g_{MGG} = \frac{GM}{r\gamma} \left[\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm} \cos(\varphi) \right] \quad (61)$$

O termo de ordem zero pode ser calculado conforme equação (62) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006):

$$\zeta_0 = \frac{GM - GM_0}{r\gamma_Q} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma} \quad (62)$$

onde γ_Q é a gravidade normal calculada no teluroide e $GM = 39868600,4418 \cdot 10^9 m^3 s^{-2}$ a constante gravitacional da terra no sistema WGS84. As constantes para o GRS80, são apresentadas na Tabela 4 (MORITZ, 2000):

Tabela 4 - Constantes do GRS80 (MORITZ, 2000)

Constantes	Valores
γ_e	9,7803267715 m/s ²
γ_p	9,8321863685 m/s ²
m	0,00344978600308
U_0	62636860,850 m ² /s ²
GM_0	39868600,5000 10 ⁹ m ³ s ⁻²
a	6.378.137,0000 m
b	6.356.752,3141 m
f	0,00335281068118

Todavia, o termo de ordem zero foi obtido pela expressão (62) modificada, conforme apresentado por (CARRION, 2017):

$$\zeta_0 = \frac{GM - GM_0}{r\gamma_Q} \quad (63)$$

A diferença apresentada pela referência supracitada é que a expressão (62) é adotada pela *National Geospatial-Intelligence Agency* (NGA) e a expressão (63) pelo ICGEM.

Esse termo será adotado mais à frente, pois faz-se necessário sua aplicação na validação dos modelos obtidos em relação aos pontos de GPS/Nivelamento.

Segundo Guimarães (2010), a adoção do referente termo é necessária tendo em vista que ele reflete a diferença entre o elipsoide dos MGG em relação ao elipsoide dos pontos GNSS.

3.2.4.3 Cálculo da anomalia do RTM

O cálculo do efeito RTM é uma etapa da técnica remover-restaurar estando podendo estar atrelado a aquisição dos curtos comprimentos de onda do espectro do geopotencial (JUNIOR et al., 2016).

Segundo Carrión (2017), o uso da técnica RTM é muito utilizada, pois contribui para a determinação do quase geoide com o PVCG fixado. Em síntese, ela remove

as massas acima da superfície de referência e preenche os vazios, objetivando o cálculo dos curtos comprimentos de onda.

Uma avaliação foi feita para verificar o melhor modelo de referência para o cálculo da componente gravitacional envolvida pela influência da topografia. A ideia foi reproduzir a metodologia apresentada por Carrión (2017) para o Equador para área de estudo dessa pesquisa. O modelo XGM2019 foi utilizado com grau e ordem diferentes, consoante ao apresentado na seção 3.2.4.2.

Para esse cálculo se trabalho com 3 modelos digitais de terreno:

- Modelo detalhado onde se adotou SRTM15s_PLUS;
- Modelo digital menos irregular calculado por média simples com resolução de 3' (adotado nessa data) obtido do modelo MDT detalhado usando o programa SELECT do pacote computacional GRAVSOFT;
- Modelo de referência obtido utilizando a grade do MDT com resolução de 3' que é filtrada com um operador de média móvel usando o programa TCGRID do mesmo pacote computacional citado anteriormente.

Nesta etapa, foram gerados e avaliados 16 modelos de referência para cada janela média equivalente a uma resolução. Para o programa TCGRID esses valores devem ser ímpares. A Tabela 5 mostra a resolução do modelo de referência que corresponde ao tamanho da janela ao utilizar o modelo menos irregular com resolução de 3'.

Assim, avalia-se cada solução do RTM para cada modelo, num total de 16 soluções para cada grau e ordem, elencado na seção 3.3.3.2. A análise da anomalia do RTM é avaliada pelo RMS em relação a janela média.

Após a definição da escolha do modelo de referência, o efeito da anomalia do RTM foi calculado pelo programa TC para a os pontos do continente e para região oceânica. A metodologia para geração da grade, oriunda da união do modelo SRTM e SRTM15_plus, bem como o preenchimento dos vazios é descrita em VUL *et al.*, (2019). Salienta-se que para cada região de estudo, foi adotada a respectiva densidade (continente = 2,67 g/m³ e oceano = 1,030 g/m³).

A Figura 26 mostra os resultados da avaliação da resolução dos modelos de referência que apresentam menores RMS para anomalia de gravidade residual. Para os graus 250, 360, 720 e 2159 foram as janelas 9, 3, 7 e 1, respectivamente.

Por fim, foi utilizado para elaboração deste trabalho o modelo de referência XGM2019_250_9 (grau 250 e janela 9) para o cálculo do modelo quase geoidal e geoidal. Posteriormente, utilizou-se essa mesma metodologia para obtenção do modelo de referência com o MGG GOCO05S para grau 100 e 200, para o cálculo das componentes do IHRF.

Tabela 5 - Relação da janela média, resolução em minuto e KM

Janela Média	Resolução Minuto	Resolução KM
1	3,00	5,6
3	9,00	16,7
5	15,00	27,8
7	21,00	38,9
9	27,00	50,0
11	33,00	61,1
13	39,00	72,2
15	45,00	83,3
17	51,00	94,5
19	57,00	105,6
21	63,00	116,7
23	69,00	127,8
25	75,00	138,9
27	81,00	150,0
29	87,00	161,1
31	93,00	172,3

Figura 26 - Avaliação do modelo de referência

Fonte: Elaborada pelo Autor.

3.2.4.4 Cálculo das anomalias de altura residual

Para o cálculo das anomalias de altura residual (ζ_{res}) é necessário o uso das anomalias de gravidade residual (Δg_{res}) obtidas na etapa remover, apresentada na seção 3.2.4. Por intermédio do programa SPFOUR é possível obter as respectivas anomalias de altura para os pontos a partir da fórmula de Stokes modificada. Nesse caso, os pontos com a anomalia de gravidade residual são transformados em grade pelo programa GEOGRID.

A obtenção da anomalia de altura residual se dá conforme a equação (64) apresentado em (FORSBERG; TSCHENRING, 2014):

$$\xi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{\Delta g(x', y')}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}} dx' dy' \quad (64)$$

3.2.4.5 Cálculo das anomalias de altura para o MGG

Para a obtenção das anomalias de alturas referentes ao MGG (ζ_{MGG}), utilizou-se os mesmos pontos da grade obtida da anomalia de altura residual (ζ_{res}) mostrada anteriormente. Isto posto, o cálculo foi realizado diretamente no repositório do ICGEM para o modelo XGM2019 desenvolvido até grau e ordem 2159, referido ao GRS80 e sistema maré zero desconsiderando o termo de ordem zero.

3.2.4.6 Cálculo das anomalias de altura para o RTM

O efeito dos CCO sobre o geopotencial é calculado usando a técnica RTM na forma do efeito resultante na anomalia de altura do RTM (ζ_{RTM}) (HIRT *et al.*, 2010).

O cálculo da anomalia de altura para o RTM remete ao mesmo apresentado na seção 3.3.1.1. Todavia, faz-se necessário modificar o programa MDTREF-RTM para que este possa retornar os valores adequados, no caso, a ζ_{RTM} .

3.2.4.7 Cálculo das ondulações geoidais e validação

A obtenção das ondulações geoidais (N) para confecção do modelo foi obtida pelo programa N2ZETA. Esse programa, realiza o cálculo das ondulações geoidais a partir das anomalias de altura, da anomalia de Bouguer simples, altitude ortométrica e gravidade normal média, conforme (HEISKENEN; MORITZ, 2006):

$$N = \zeta + \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H \cong \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (65)$$

Os parâmetros de entrada consistem nas coordenadas dos pontos, anomalia de altura e anomalia de Bouguer simples extraída do modelo XGM2019, retornando as ondulações geoidais e uma correção que representa a diferença entre ambas.

Por fim, a validação dos modelos foi realizada por um programa desenvolvido na EPUSP que faz a transformação dos pontos com os valores de anomalia ou ondulação em grade e avalia as diferenças entre as anomalias de altura ou ondulações geoidais deste modelo em relação as mesmas componentes referentes aos pontos do IBGE.

3.2.5 Cálculo dos distúrbios de gravidade

O cálculo do distúrbio de gravidade é necessário para obtenção do potencial perturbador e consequente cálculo do número geopotencial para o ponto do IHRF. Primeiramente, nesta seção, serão apresentados os cálculos necessários para obtenção do distúrbio de gravidade residual (Figura 27).

Figura 27 - Fluxograma para obtenção dos distúrbios de gravidade

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Conforme apresentado na seção 3.2.4.3, é necessário realizar a separação entre os dados no continente dos dados oceânicos. Na região oceânica, a mesma grade de 5'x5' foi utilizada. Isto posto, no cálculo dos distúrbios, somente os pontos oriundos do BDG foram utilizados, não havendo o preenchimento dos vazios. Esta decisão baseou-se nos esforços propostos por SÁNCHEZ *et al.*, (2017) buscando relacionar a implementação do IHRF com os dados disponíveis existentes.

Isto posto, o distúrbio de gravidade residual é dado conforme a equação (66) (PALMEIRO *et al.*, 2013):

$$\delta g_{\text{res}} = \delta g_{\text{obs}} - \delta g_{\text{MGG}} - \delta g_{\text{RTM}} \quad (66)$$

3.2.5.1 Distúrbio de gravidade observado

O cálculo do distúrbio de gravidade observado (δg_{obs}) na superfície da Terra foi realizado para todos os pontos no continente conforme a expressão (25) na seção 2.1.6. Todavia, algumas instituições disponibilizam os dados com o valor da gravidade normal calculado, porém, esse valor é medido sobre o elipsoide, sendo necessário realizar a continuação para cima para que o mesmo fique referido à superfície terrestre.

Para tal, faz-se necessário alterar a expressão (25), conforme demonstrado em (BLITZKOW *et al.*, 2018):

$$\delta g = g_{(p)} - (\gamma_o - 0,3086 * h) \quad (67)$$

Quanto aos distúrbios de gravidade na parte oceânica, os mesmos possuem valores iguais as anomalias de gravidade e foram calculados a partir do modelo proposto por Sandwell *et al.*, (2014), já descritos anteriormente.

3.2.5.2 Distúrbio de gravidade do MGG

O distúrbio de gravidade do MGG (δg_{MGG}) foi obtido pontualmente, bem como apresentado na seção 3.2.4.2, através do site do ICGEM, utilizando o modelo GOCO05S como referência, desenvolvido até grau e ordem 100 e 200. Ressalta-se que esse procedimento foi realizado para os pontos no continente e para os pontos no oceano. O distúrbio de gravidade para um MGG pode ser obtido conforme apresentado em (BARTHELMES, 2013):

$$\begin{aligned} \delta g_{\text{MGG}}(h, \lambda, \varphi) &= \sqrt{[w_u(h, \lambda, \varphi)]^2 + [w_v(h, \lambda, \varphi)]^2 + [w_w(h, \lambda, \varphi)]^2} \\ &\quad - \sqrt{[U_u(h, \lambda, \varphi)]^2 + [U_v(h, \lambda, \varphi)]^2 + [U_w(h, \lambda, \varphi)]^2} \end{aligned} \quad (68)$$

3.2.5.3 Distúrbio de gravidade do RTM

O distúrbio de gravidade do efeito RTM (δg_{MGG}) foi obtido seguindo a mesma metodologia apresentada na seção 3.2.4.3, avaliando o melhor modelo de referência considerando as diferentes janelas na obtenção da média móvel. Os modelos utilizados tiveram o mesmo desenvolvimento definidos nas outras etapas do cálculo do distúrbio até grau e ordem 100 e 200.

Nesse caso, os melhores modelos de referência utilizando o GOCO05s foram com resolução de 15' e 13' para os graus 100 e 200, respectivamente conforme ilustrado na Figura 28.

Figura 28 - Avaliação da janela média para o GOCO05S (100_15 e 200_13)

Assim, calculou-se o distúrbio de gravidade do efeito RTM para todos os pontos (continente e oceano), separadamente, por meio do programa MDTREF-RTM, desenvolvido pela EPUSP.

Por fim, obtém-se o distúrbio de gravidade residual até 100 e 200 para o continente e para o oceano.

A combinação dos distúrbios obtidos junto a expressão (66), chega-se ao distúrbio residual final da área de interesse, desenvolvidos até 100 e 200, para o cálculo do potencial perturbador.

3.2.5.4 Cálculo do potencial perturbador

Para o cálculo do potencial perturbador do IHRF, replica-se a técnica remover-restaurar demonstrada na seção 3.2.4. Nesta etapa, a principal diferença é que o valor final está referido ao ponto escolhido. As etapas de processamento estão ilustradas de forma sucinta na Figura 29.

Figura 29 - Fluxograma de cálculo do potencial perturbador

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Primeiramente fez-se necessário a obtenção do distúrbio de gravidade residual, para tal, aplica-se a mesma metodologia apresentada na seção 3.2.5, com a remoção de parte dos curtos, médios e longos comprimentos de onda (MGG). Essa remoção é no geral, fundamental para restringir a área de integração onde o potencial perturbador residual será calculado.

Com isso, o resultado é o distúrbio de gravidade residual (δg_{res}), desenvolvido até grau 100 e 200, no formato pontual. Para tanto, o distúrbio residual precisa ser transformado em uma grade regular (Figura 30), no programa GEOGRID para ambos desenvolvimentos e com o espaçamento de 5' x 5' para o cálculo do potencial perturbador residual.

Figura 30 - Transformação do distúrbio pontual em malha

Fonte: Ferreira (2011)

O cálculo do potencial perturbador residual ($T_{res\ CCO}$) no ponto é obtido a partir do programa HOTINE_5min, desenvolvido na EPUSP. O programa calcula a integral modificada de Hotine (1969), expressão (45), por integração numérica e os dados de entrada do programa são: os pontos definidos pelo usuário, no caso, as coordenadas geodésicas do ponto IHRF; e a grade do distúrbio de gravidade residual. Em síntese, o programa realiza o cálculo ponto a ponto na grade e interpola para o ponto de interesse (RIBEIRO, 2019).

No que tange a obtenção do valor do potencial perturbador referente ao RTM (T_{RTM}) foi necessário determinar primeiramente o valor do efeito RTM na anomalia de altura (ζ_{RTM}). Para tal, utilizou-se o programa MDTREF-RTM, modificação do TC do GRAVSOFT. Ademais, é possível obter essa anomalia de forma simplificada segundo expressão (69) (JAMUR; DE FREITAS, 2012):

$$\zeta_{RTM} = \frac{G\rho(H - H_{ref})}{\gamma} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{s_o} dx dy \quad (69)$$

Isto posto, o potencial referente ao RTM é obtido conforme a expressão (HOFFMAN-WELLENHOF; MORITZ, 2006; MOREIRA; De FREITAS, 2016):

$$T_{RTM} = \zeta_{RTM} \gamma \quad (70)$$

Na sequência, para a obtenção do potencial perturbador final para o ponto da estação IHRF, somam-se os valores de potencial obtidos, etapa esta conhecida como restaurar. Neste processo, o valor do potencial perturbador para os LCO ($T_{LCO_{200}^{100}}$) é calculado para um raio de até 100km (GOCO05S grau 200) e 200km (GOCO05S grau 100). Esse cálculo é realizado no programa HARMEXP, onde as coordenadas geodésicas do ponto IHRF, junto ao modelo GOCO05S, são usados como dados de entrada. Deste modo, o potencial perturbador final é formado a partir da soma dos potenciais obtidos anteriormente, conforme equação (71) (FORSBERG; TSCHENRING, 2014; CARRION, 2017):

$$T_{final} = T_{res\ CCO} + T_{RTM} + T_{LCO_{200}^{100}} \quad (71)$$

3.2.5.5 Cálculo do número geopotencial

O valor do número geopotencial (C_p) foi calculado para o ponto de referência do IHRF para ambos os raios adotados, tanto quanto para as 30 referências de nível disponíveis em torno de reservatório. A Figura 31 ilustra as etapas para o cálculo do ponto.

Figura 31 - Fluxograma do cálculo do número geopotencial

Fonte: Elaborado pelo Autor

Inicialmente, fez-se necessário calcular o valor do esferopotencial do ponto do IHRF na superfície (U_p), conforme (HEIKKINEN, 1981):

$$U_p = U_o + \frac{\partial U_o}{\partial h} h_{ITRF} \quad (72)$$

onde $U_o = 62.636.860,850 \text{ m}^2/\text{s}^2$ (MORTIZ, 2000) e o segundo termo da expressão (72) é um truncamento que envolve a latitude e a altitude geodésicas. Seu desenvolvimento é melhor descrito em (HEIKKINEN, 1981, p.4).

Todavia, a expressão (72) pode ser escrita simplesmente como (MOREIRA; DE FREITAS, 2016; IDHE *et al.*, 2017):

$$U_p = U_o - (\gamma * h) \quad (73)$$

O cálculo do potencial de gravidade W_p é obtido reordenando a expressão do potencial perturbador, apresentada na 2.1.5, equação (23), chegando à expressão:

$$W_p = U_p + T_p \quad (74)$$

Por fim, o número geopotencial do ponto da estação do IHRF é dado pela diferença de potenciais, conforme apresentado na seção 2.4.2, equação (40) e descrito de forma mais simples na equação (75):

$$C_{p_{200}^{100}} = -\Delta W_p = W_o - W_p \quad (75)$$

Sendo, $W_o = 62.636.853,4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ (IAG, 2015).

Em relação às referências de nível, o valor do número geopotencial foi obtido por meio da expressão (75) expandida. Esta expressão utiliza as diferenças das altitudes (ΔH) multiplicada pela gravidade média observada entre os pontos, priorizando a menor distância entre eles e o fechamento do circuito.

Ela é dada conforme a expressão (76), apresentado em (LUZ, 2008):

$$C_p = W_o - W_p = \int_0^p g \, dH \sim \sum_{i=1}^k (g_m^{obs} \Delta H^{obs}) \quad (76)$$

onde:

C_p é o número geopotencial;

W_o é o potencial de gravidade no geoide;

W_p é o potencial de gravidade no ponto;

g_m^{obs} o valor médio da gravidade nos pontos;

ΔH^{obs} é o desnível entre os pontos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta pesquisa foram obtidas as coordenadas geodésicas (ϕ , λ , h) e o valor da aceleração de gravidade absoluta para o ponto do IHRF. No primeiro caso foi utilizado um receptor GNSS de dupla frequência e no segundo o valor da aceleração foi derivado de uma medição com gravímetro absoluto, modelo A10, número 32.

Ainda nesta pesquisa, foram gerados os modelos quase-geoidal e geoidal local para a área de estudo. O modelo quase-geoidal foi calculado com valores de anomalia de gravidade e as anomalias de altura. Já o geoidal, foi obtido através de conversão com o uso das anomalias de Bouguer e das anomalias de altura para obtenção das ondulações geoidais.

Por fim, foram calculados os valores do potencial perturbador (T_p), potencial de gravidade (W_p) e o número geopotencial (C_p) referidos no ponto do IHRF. O potencial perturbador foi obtido a partir dos dados de distúrbios de gravidade enquanto os outros derivaram da sua obtenção. Ademais, foram obtidos os números geopotenciais das RN no entorno do reservatório somente para atestar a consistência do número geopotencial do ponto IHRF.

Este capítulo apresenta os resultados obtidos e está dividido em duas partes, um referente aos modelos quase-geoidal e geoidal gerados e outro referente aos valores calculados para o ponto IHRF (T_p , W_p e C_p) e RRNN (C_p).

4.1 Resultado para os modelos locais

Os resultados obtidos para o cálculo do modelo quase-geoidal e geoidal local estão descritos a seguir e os valores finais que foram submetidos a um processo estatístico para atestar a qualidade do resultado. Salienta-se que todas as figuras seguintes foram geradas utilizando o *Generic Mapping Tools* (GMT), versão 6.0.0 (WESSEL *et al.*, 2019).

4.1.1 Cálculo do modelo quase geoidal

Primeiramente, a Figura 32 mostra as diferentes resoluções de Modelos Digitais de Terreno utilizadas para o cálculo e obtenção do *Residual Terrain Model* (RTM).

Figura 32 - Modelos digitais de terreno utilizados

Nota-se na Figura 32 a diferença entre os modelos durante o processo. Inicialmente o modelo SRTM combinado com o modelo SRTM15s_PLUS sendo o mais detalhado. Logo após, o modelo de elevação bruta, gerado a partir do modelo anterior, com resolução de 3' (SRTM3m_Hel) e por fim, o modelo de referência (XGM2019_250_1) utilizado no cálculo.

Em seguida, os valores das anomalias de gravidade foram calculados pontualmente para obtenção da anomalia residual no continente pela metodologia apresentada a partir da seção 3.2.4. A Figura 33 retrata a distribuição das anomalias de gravidade no continente.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para a região oceânica realizou-se o mesmo cálculo das anomalias para obtenção das anomalias residuais oceânicas, conforme a metodologia apresentada na seção 3.2.5.1., ilustrado na Figura 34.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

A Figura 35 retrata o erro do modelo oceânico proposto por Sandwell *et al.*, (2014), referente à anomalia de gravidade, para a região. Nela pode-se observar que o erro aumenta quando próximo ao continente, sendo esperado quando se utiliza esse tipo de técnica.

As anomalias residuais pontuais no continente foram convertidas para grade com resolução de 5' x 5' e adicionadas às anomalias residuais oceânicas para formar uma grade única de anomalias residuais, conforme a Figura 36.

Figura 36 - Grade das anomalias do continente e anomalias oceânicas

Na Figura 36, observa-se que a região de estudo não apresenta vazios gravimétricos, fato explicado pelo preenchimento realizado a partir da combinação de modelos digitais de terreno para a parte oceânica e para a região do continente.

Com base nas anomalias residuais, a anomalia de altura residual foi obtida pelo método Stokes, este apresentado na seção 3.2.4.4. Além desta, também foram calculadas a anomalia de altura do efeito do RTM, anomalia de altura do MGG e por fim, a anomalia de altura final, conforme a técnica restaurar, na seção 3.2.4, equação (56).

A Figura 37 ilustra a disposição de cada anomalia com valores apresentados em metros para área de estudo.

Figura 37 – Distribuição das anomalias de altura

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Os dados provenientes da anomalia de altura residual e do RTM, visualmente, são mais sutis, pois contribuem com refinamento do modelo quase geoidal por estarem representando os curtos e médios comprimento de onda. Um melhor aprofundamento sobre o método da decomposição espectral é apresentado por SIDERIS (1997).

Com base nos dados, os valores de média, desvio padrão, mínimo e máximo foram calculados para a anomalia de altura residual, anomalia de altura do modelo XGM2019 ($n=m=250$) obtida no ICGEM, o resíduo da anomalia de altura do RTM e a anomalia de altura final proveniente da etapa restaurar e são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Estatística dos valores de anomalia de altura

	ζ_{res}	ζ_{MGG}	ζ_{RTM}	ζ_{final}
Média	-0,002m	-4,752m	0,136m	-4,617m
Desvio Padrão	0,212m	1,992m	0,280m	2,056m
Mínimo	-0,700m	-11,056m	-0,438m	-11,196m
Máximo	0,930m	-1,573m	1,386m	-0,958m

A priori, constata-se na Tabela 6 a contribuição dos longos comprimentos de onda na média dos valores das anomalias de altura, oriundas do MGG desenvolvido até grau e ordem 250 comparada às anomalias de altura finais após a etapa restaurar. Essa diferença é esperada pelo fato do grau e ordem de desenvolvimento que acaba por retratar exclusivamente os longos comprimentos de onda.

A título de comparação, outra avaliação das anomalias de altura foi realizada a partir do modelo EIGEN-6C4 e XGM2019, desenvolvidos até grau e ordem 2190 para os mesmos pontos da grade de anomalias. A Tabela 7 apresenta a média, desvio padrão, mínimo e máximo da diferença entre as anomalias de altura do modelo em relação as anomalias de altura obtida para os MGGs.

Tabela 7 - Estatística da anomalia de altura final e MGG

	$\zeta_{\text{final}} - \zeta_{\text{EIGEN6C4}}$	$\zeta_{\text{final}} - \zeta_{\text{XGM2019}}$
Média	-0,151m	-0,131m
Desvio Padrão	-0,157m	-0,103m
Mínimo	-0,348m	-0,328m
Máximo	-0,959m	-0,589m

Analisando a Tabela 7 é possível notar que houve uma concordância entre os valores das anomalias de altura, mostrando indícios de que os resultados estão coerentes com a área de estudo. Ambos os modelos são combinados e de alto grau e ordem de desenvolvimento, retratando de forma mais detalhada o comportamento na superfície.

Após essa análise prévia, as anomalias de altura foram validadas com as anomalias de altura de 130 pontos de GPS/Nivelamento na região. A Figura 38 apresenta a distribuição dos pontos na área de estudo.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

A validação foi realizada levando em consideração a diferença entre as anomalias de altura obtidas pelo modelo em relação aos pontos do IBGE. A título de comparação, avaliou-se a diferença considerando ou não o termo de ordem zero, Tabela 8, e optou-se por seguir o cálculo do ICGEM, expressão (60). O resultado obtido foi igual a -0,93 m.

Tabela 8 - Validação das anomalias de altura

	Sem ζ_0	Com ζ_0
Média	-0,71m	0,22m
Desvio Padrão	0,14m	0,14m
Mínimo	-1,02m	-0,09m
Máximo	-0,37m	0,56m

Os resultados analisados na Tabela 8 mostram que a diferença entre as anomalias de altura do modelo quase-geoidal é de aproximadamente 22 cm quando incluído o termo de ordem zero (ζ_0) e de 71 cm, sem o respectivo termo. Por fim, a partir dos resultados das anomalias de altura finais, o Modelo Quase Geoidal foi gerado e apresentado na Figura 39.

Figura 39 - Modelo Quase Geoidal Local
Modelo Quase Geoidal

4.1.2 Cálculo do modelo geoidal

Além do modelo quase geoidal, neste trabalho também foi calculado o modelo geoidal local. A geração do mesmo consistiu na obtenção das ondulações geoidais a partir das anomalias de altura calculadas e das anomalias de Bouguer simples, extraídas do modelo XGM2019 com $n=m=2159$, no site do ICGEM.

As anomalias de Bouguer foram extraídas do respectivo MGG a partir da grade de pontos para que possa se evitar grandes vazios de informação gravimétrica.

Nota-se na Figura 40 que, os valores da anomalia de Bouguer são negativos no continente e positivos na região oceânica.

O mesmo processo de validação realizado no modelo quase geoidal foi efetuado para as ondulações do modelo geoidal utilizando as antigas altitudes ortométricas do IBGE conforme Tabela 9.

Tabela 9 - Validação das ondulações geoidais

N (IBGE – Modelo)	Sem ζ_0	Com ζ_0
Média	-0,42m	0,51m
Desvio Padrão	0,09m	0,09m
Mínimo	-0,64m	0,29m
Máximo	-0,17m	0,76m

Assim, o resultado da Tabela 9 mostra que a diferença de ondulação geoidal é de -42cm sem a inclusão do termo de ordem zero e de aproximadamente 50cm com a inclusão do termo. Isto posto, o valor com o termo de ordem zero foi comparado as ondulações extraídas do MAPGEO2015 tomando como referência a diferença entre as ondulações do IBGE como mostra a tabela 10.

Tabela 10 - Validação IBGE e MAPGEO2015

	N (IBGE – MAPGEO)	N (MAPGEO – Modelo)
Média	0,12m	0,39m
Desvio Padrão	0,11m	0,09m
Mínimo	-0,36m	0,12m
Máximo	0,46m	0,81m

Nota-se na Tabela 10 que há uma proximidade das diferenças obtidas entre o modelo gerado e o MAPGEO2015 que é de 39cm. A priori, espera-se que a diferença entre as ondulações das RRNN do IBGE seja melhor, todavia, a distribuição dos pontos em relação ao MAPGEO2015 que é interpolado corrobora com o resultado.

Assim, com base nas ondulações geoidais (N) obtidas, estas foram dispostas para confecção do modelo geoidal, ilustrado na Figura 41.

Figura 41 - Mapa de ondulação geoidal

Fonte: Elaborada pelo autor

A Tabela 11 apresenta os valores estatísticos da ondulação geoidal, anomalia de altura e diferença absoluta entre ambas (correção).

Tabela 11 - Estatística da ondulação, anomalia de altura e correção

	N_{geoide}	$\zeta_{quase-geoide}$	Correção
Média	-4,662m	-4,617	0,044m
Desvio Padrão	2,036m	2,056m	0,041m
Mínimo	-11,196m	-11,196m	-0,000m
Máximo	-1,056m	-0,958m	0,213m

Analisando a Tabela 11 é possível notar que a diferença entre o geoide e o quase geoide é de aproximadamente 0,04m. Essa discrepância centimétrica, em comparação com os resultados apresentados por Ferreira *et al.*, (2011), Albarici *et al.*,

(2018) e Albarici (2019) podem ser consideradas consistentes. Esse valor também é aplicável quando avaliada a altitude, representando aproximadamente a diferença entre a altitude normal e a ortométrica.

A partir dos dados das ondulações geoidais e anomalia de altura, é possível ilustrar a diferença supracitada e ilustrada na Figura 42.

Figura 42 - Diferença entre o modelo geoidal e quase geoidal

Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.2 Resultados para o ponto IHRF

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos para o ponto do IHRF escolhido. A Tabela 12 retrata as coordenadas geodésicas do ponto, assim como a Tabela 13, a gravidade teórica e o valor de gravidade absoluta. Maiores detalhes dessa medição é vista no Anexo A.

Tabela 12 - Coordenadas Ponto IHRF

	Latitude	$\sigma (\varphi)$	Longitude	$\sigma (\lambda)$	Alt. Elipsoidal	$\sigma (h)$
IHRF	-22,5275075°	0,07m	-44,5696986°	0,15m	467,391 m	0,16m

Tabela 13 - Valores de gravidade do ponto IHRF

Grav. Teórica	Grav. Absoluta
978791306,48 μGal	978608530,55 μGal

Os valores dos distúrbios de gravidade foram calculados para todos os pontos por meio da metodologia apresentada em seção 3.2.5. A partir do modelo GOCO05s, os distúrbios foram obtidos para o desenvolvimento até $n=m=100$ e $n=m=200$, que representa o raio de integração até 210km e 100km respectivamente. Além disso, os distúrbios do RTM foram obtidos, esses com os mesmos valores desenvolvidos até 100 e 200. Neste processo, foi avaliada a diferença entre os distúrbios pontuais (observados) e os distúrbios oriundos dos modelos utilizados, conforme Tabela 14.

Tabela 14 - Diferença entre os distúrbios de gravidade

	$\delta g_p - \delta g_{\text{GOCO}(100)}$	$\delta g_p - \delta g_{\text{GOCO}(200)}$	$\delta g_p - \delta g_{\text{EIGEN}(2190)}$
Média	-11,296 mGal	-9,099 mGal	-6,664 mGal
Desvio Padrão	30,864 mGal	27,238 mGal	12,784 mGal

Avaliando a Tabela 14, é possível constatar uma menor diferença entre os distúrbios pontuais em relação ao MGG EIGEN-6C4; entretanto, esse modelo não foi utilizado para o cálculo. A partir dos distúrbios calculados, obteve-se o distúrbio residual para a região do continente utilizando a técnica remover.

A Figura 43 mostra a disposição dos distúrbios de gravidade de forma pontual, sendo eles: o distúrbio observado, o distúrbio do modelo GOCO05s $n=m=100$, para o

RTM e o distúrbio residual.

Figura 43 – Distribuição do distúrbio no continente ($n=m=100$)

Fonte: Elaborada pelo autor

Na Figura 44 repete-se a mesma distribuição dos distúrbios observados, diferenciando no modelo GOCO05s com $n=m=200$, RTM (100 e 200) e no distúrbio residual.

Figura 44 – Distribuição do distúrbio no continente (n=m=200)

O processo apresentado na seção 4.1.1 referente ao preenchimento da parte oceânica foi realizado para os valores do distúrbio de gravidade, para ambos desenvolvimentos 100 e 200, e os valores obtidos são ilustrados conforme Figura 45 e 46 a seguir.

Figura 45 – Distribuição do distúrbio no oceano ($n=m=100$)

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 46 – Distribuição do distúrbio no oceano ($n=m=200$)

Fonte: Elaborada pelo autor

Por fim, a grade dos distúrbios residuais foi gerada a partir da combinação dos dados do continente e do oceano, desenvolvido até 100, a esquerda e até 200, a direita, conforme Figura 47.

Figura 47 - Grade dos distúrbios residuais

Fonte: Elaborado pelo Autor

A partir das grades de distúrbios residuais descritas anteriormente, o potencial perturbador residual para os CCO's foi calculado utilizando a integral de Hotine, apresentada na seção 3.2.5.4. Ressalta-se que o raio de integração é de 210km para o grau e ordem 100 e 100km para os correspondentes 200. Além disso, o potencial perturbador para o RTM também foi calculado, sendo o mesmo para ambos os desenvolvimentos.

Na Tabela 15, são apresentados os resultados para o cálculo do potencial perturbador residual para os CCO's ($T_{res\ CCO}$), desenvolvido até graus 100 e 200, e o valor do potencial perturbador para do RTM 100 e 200 (T_{RTM}):

Tabela 15 - Resultado do potencial perturbador CCO e RTM

$T_{res\ CCO}\ 100$	$T_{res\ CCO}\ 200$	$T_{RTM}\ 100$	$T_{RTM}\ 200$
4,511 m ² /s ²	-0,204 m ² /s ²	0,905 m ² /s ²	0,581 m ² /s ²

O valor do potencial perturbador para os LCO foi obtido de forma pontual a partir do MGG GOCO05S. Na Tabela 16, observam-se os valores do potencial

perturbador para os LCO (T_{LCO}) no ponto para ambos desenvolvimentos adotados:

Tabela 16 - Resultado do potencial perturbador LCO

T_{LCO100}	T_{LCO200}
-24,853 m ² /s ²	-28,327 m ² /s ²

Por fim, o valor do potencial perturbador final é obtido pela técnica restaurar apresentada pela expressão (69), seção 3.2.5.4. A Tabela 15 mostra o valor do potencial perturbador final (T_{final}) obtido no ponto para ambos os desenvolvimentos e a diferença dos resultados.

Tabela 17 - Resultado do potencial perturbador final

$T_{final100}$	$T_{final200}$	$\Delta (T_{final200} - T_{final100})$
-19,437 m ² /s ²	-27,950 m ² /s ²	-8,513 m ² /s ²

Nota-se na Tabela 17 que a diferença entre o potencial perturbador obtido é de -8,513 m²/s². Por se tratar de um ponto arbitrário, torna-se difícil a comparação com outro ponto de referência conforme apresentado por Blitzkow *et al.*, (2018) e Ribeiro (2019) haja visto que, os pontos nos respectivos trabalhos são representantes de estações do IBGE.

Todavia, ao avaliar somente a diferença entre potenciais, é possível observar que seu valor é considerável, em consonância com os resultados apresentados por Blitzkow *et al.*, (2018), expostos na Tabela 18.

Tabela 18 - Resultado potencial perturbador em Blitzkow *et al.*, (2018)

Estações	T1 (m ² /s ²)	T2 (m ² /s ²)	T2-T1
CEFT	-91,772	-83,048	-8,724
MABA	-223,684	-225,772	2,088
CUIB	21,164	24,516	-3,351
BRAZ	127,447	-118,732	-8,715
PPTE	51,515	-46,982	-4,534
IMBT	34,349	21,331	13,018

Fonte: Adaptado de Blitzkow *et al.*, (2018)

Nota-se que as diferenças obtidas na Tabela 16 para algumas estações (CEFT, BRAZ e IMBT) possuem valores aproximados, em unidades de potencial, do resultado obtido na Tabela 17. Todavia, essa análise buscou somente atestar se a discrepância era condizente ou não.

Os dados seguintes são referentes ao cálculo realizado para obtenção do potencial de gravidade e número geopotencial, conforme metodologia apresentada na seção 3.2.5.5. Na Tabela 19, são apresentados os valores de U_p e W_p , obtidos seguindo as equações (70), (71) e (72):

Tabela 19 - Resultado do Cálculo de U_p e W_p

U_p	W_p 100	W_p 200
62632298,815 m ² /s ²	62632279,377 m ² /s ²	62632270,865 m ² /s ²

E a diferença entre os valores de potencial de gravidade é apresentado na Tabela 20:

Tabela 20 - Diferença de potencial de gravidade

W_p 200 – W_p 100
-28,70 m ² /s ²

Enfim, o valor do número geopotencial (C_p) calculado a partir dos resultados da Tabela 20 utilizando a equação (73) e é apresentado na Tabela 21:

Tabela 21 - Resultado do número geopotencial

C_p 100	C_p 200
4574,023 m ² /s ²	4582,535 m ² /s ²

4.3 Resultados para as RRNN

Em seguida, serão apresentados os resultados do cálculo do número geopotencial das referências de nível em torno do reservatório. Essa etapa só foi realizada para atestar o comportamento do número geopotencial na região, isto é, se o valor obtido está condizente com os calculados pelo IBGE. A Figura 48 ilustra a distribuição das referências de nível utilizadas para o cálculo.

Figura 48 – Referências de nível utilizadas

Fonte: Elaborada pelo autor

Esse cálculo foi realizado para 30 RRNN incluindo as oriundas da RVG disponibilizada por Furnas. Nesse processo, a formulação expressa na expressão (76) foi usada como referência, a partir dos valores médios de gravidade observados entre as estações e seus desníveis (LUZ, 2008). Cada referência de nível está enumerada indicando o sentido do circuito percorrido e a RN de partida foi a SAT91824 (Ponto 0, Figura 48). Os resultados dispostos na Tabela 22.

Tabela 22 - Resultado número geopotencial das RRNN

Fonte	Pontos	Distância (km)	G médio (mGal)	ΔH (m)	C (m ² /s ²)
IBGE	8113090	5,65	978622,17	-8,94	3884,08
IBGE	8111748	5,69	978620,66	11,92	4000,73
IBGE	8113089	4,36	978617,65	-0,87	3992,21
IBGE	8113137	2,4	978618,41	-4,04	3952,68
IBGE	8113088	4,17	978615,85	38,65	4330,91
IBGE	8113128	3,76	978610,65	25,07	4576,25
IBGE	8113086	2,94	978607,53	-1,62	4560,40
IBGE	8113076	3,54	978605,29	24,05	4795,75
IBGE	8113075	3,88	978606,93	-17,68	4622,73
FURNAS	MR01	5,69	978700,71	17,55	4794,49
IBGE	8113102	2,44	978693,22	90,15	5676,79
FURNAS	MR03	2,01	978694,46	-62,96	5060,60
IBGE	8113104	5,39	978699,16	26,7	5321,91
FURNAS	MR04	2,87	978699,09	59,02	5899,54
IBGE	8113106	2,32	978701,65	-77,91	5137,04
IBGE	8113109	4,68	978614,32	-35,35	4791,09
IBGE	8113110	2,7	978620,57	-13,35	4660,45
FURNAS	MR05	4,84	978710,01	46,61	5116,63
IBGE	8113114	1,92	978709,33	-23,3	4888,59
FURNAS	MR07	5,53	978709,33	13,2	5017,78
IBGE	8113117	3,84	978711,57	-35,57	4669,65
IBGE	8113118	2,68	978624,67	-5,44	4616,41
IBGE	8113119	3,34	978625,81	-27,92	4343,18
IBGE	8113120	2,99	978626,97	-20,39	4143,64
IBGE	8113121	1,46	978625,36	7,58	4217,82
IBGE	8113122	3,41	978624,01	-17,16	4049,88
IBGE	8113123	1,8	978623,5	-7,99	3971,69
IBGE	8113124	2,8	978623,11	1,07	3982,16
IBGE	8111749	1,17	978622,55	4,2	4023,27
IBGE	SAT91824	4,79	978621,15	-5,28	3971,64

Os resultados obtidos na Tabela 20 foram comparados com os atuais números geopotenciais calculados pelo IBGE no Reajustamento da Rede Altimétrica com números geopotenciais, realizado em 2018 (IBGE, 2019). A diferença (ΔC) entre o valor obtido com o valor do IBGE é apresentada na Tabela 23.

Tabela 23 - Comparação de resultados com o IBGE

Fonte	Ponto	C (m²/s²)	C IBGE (m²/s²)	ΔC (m²/s²)
IBGE	8113090	3884,08	3884,048	-0,027
IBGE	8111748	4000,73	4000,777	0,047
IBGE	8113089	3992,21	3992,199	-0,014
IBGE	8113137	3952,68	3952,690	0,013
IBGE	8113088	4330,91	4330,958	0,046
IBGE	8113128	4576,25	4576,287	0,038
IBGE	8113086	4560,40	4560,482	0,086
IBGE	8113076	4795,75	4795,814	0,064
IBGE	8113075	4622,73	4622,744	0,011
IBGE	8113102	5676,79	5676,747	-0,040
IBGE	8113104	5321,91	5321,978	0,065
IBGE	8113106	5137,04	5137,038	0,003
IBGE	8113109	4791,09	4791,115	0,020
IBGE	8113110	4660,45	4660,505	0,056
IBGE	8113114	4888,59	4888,607	0,021
IBGE	8113117	4669,65	4669,669	0,021
IBGE	8113118	4616,41	4616,385	-0,026
IBGE	8113119	4343,18	4343,237	0,058
IBGE	8113120	4143,64	4143,677	0,040
IBGE	8113121	4217,82	4217,798	-0,019
IBGE	8113122	4049,88	4049,862	-0,023
IBGE	8113123	3971,69	3971,649	-0,044
IBGE	8113124	3982,16	3982,105	-0,059
IBGE	8111749	4023,27	4023,284	0,018
IBGE	SAT91824	3971,64	3971,608	-0,031

É possível notar que a diferença entre o resultado calculado e os valores fornecidos pelo IBGE são pequenos. Isso significa que ambos os valores são consistentes. Os valores da média e desvio padrão são vistos na Tabela 24.

Tabela 24 - Análise estatística dos números geopotenciais

	C (m²/s²)	C IBGE (m²/s²)	ΔC (m²/s²)
Média	4568,999	4447,251	0,013
Desvio Padrão	539,775	479,356	0,040

Nesta, é possível avaliar que os resultados continuam consistentes devido às pequenas discrepâncias. Os altos desvios padrão não afetam o resultado tendo em vista que o valor está diretamente ligado aos desníveis entre as RRNN, logo, o resultado em (ΔC) deve ser considerado satisfatório.

Ainda que esses resultados apresentados na Tabela 24 tenham sido satisfatórios, uma análise gráfica foi realizada para verificar o comportamento do número geopotencial para o ponto em relação aos valores dos números geopotenciais e altitudes normais das RRNN. Somente realizou-se essa análise com o intuito de atestar se o valor calculado para o ponto está condizente com as altitudes e números geopotenciais das RRNN em seu entorno, haja visto que, o ponto em questão foi estabelecido para efeitos de realização deste trabalho, não sendo, assim, uma estação do IBGE ou um ponto com valores prévios disponíveis.

Isto posto, o valor da altitude normal para o ponto foi obtido a partir da anomalia de altura extraída do modelo quase geoidal gerado utilizando o mesmo método da seção 3.2.3.4 e o valor apresentado na Tabela 25:

Tabela 25 - Coordenadas e Altitude Normal do Ponto IHRF

	Latitude	Longitude	Alt. Normal
IHRF	-22,5275075	-44,5696986	464,369 m

Para os pontos da RVG de furnas que não possuíam dados de altitude normal calculada, estas foram obtidas utilizando a anomalia de altura extraída do modelo quase geoidal gerado e subtraídas das altitudes elipsoidais destes pontos.

Por fim, o comportamento do número geopotencial e da altitude normal é ilustrado em duas situações, conforme Figura 49.

Figura 49 - Comportamento do número geopotencial e da altitude normal

A partir dos gráficos ilustrados na Figura 49, nota-se que o valor obtido do número geopotencial e a altitude normal calculada, indicados pelo ponto 31, ficaram condizentes com a região de estudo. Ainda, é possível notar que a diferença de escala entre os dois gráficos é de aproximadamente 10x o valor da altitude, isto é, um valor que ao multiplicar a altitude por um valor próximo a $10 m^2/s^2$, chega-se ao valor do número geopotencial.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Dentro da Usina Hidrelétrica de Funil, foi estabelecido um ponto onde sua coordenada geodésica e o valor da aceleração de gravidade absoluta foram adquiridas, assim como, sua altitude normal calculada. Ainda, realizou-se o cálculo do potencial perturbador, o potencial de gravidade e o número geopotencial para este ponto. Ademais, o número geopotencial igualmente foi calculado para as referências de nível no entorno do reservatório e os modelos quase-geoidal e geoidal local foram gerados a partir da anomalia de altura e ondulação geoidal, respectivamente, para a área de interesse.

O modelo quase geoidal foi obtido e validado comparando os valores de anomalia de altura, isto é, diferença entre altitude elipsoidal e normal do IBGE. Neste caso, incluindo o termo de ordem zero na validação, obteve-se a diferença de 22 cm, entre as anomalias de alturas oriundas do IBGE em relação ao modelo. Não incluindo esse termo, a diferença aumentou para 71 cm. Essa discrepância era esperada, haja visto que esse termo reflete exatamente essa diferença entre os sistemas de referência dos pontos e do modelo.

Quanto ao modelo geoidal, este foi validado utilizando as antigas altitudes do IBGEs. Em relação as RRNN a diferença obtida foi de -42cm sem o termo de ordem zero e de aproximadamente 50cm com o respectivo termo. Esse resultado pode ser explicado pela disposição das RRNN na região. Porém, o resultado do modelo se aproximou do MAPGEO2015 com uma diferença de 39cm. Nessa situação, o fato de o MAPGEO2015 ser oriundo de interpolação contribui para tal. Ainda, atestou-se a diferença entre as mesmas RRNN e o MAPGEO2015 onde a diferença foi de 12cm.

Em relação à diferença entre os modelos gerados, essa foi centimétrica e o valor médio foi de aproximadamente 5 cm, concordante com a região avaliada e com outros trabalhos referenciados nessa pesquisa.

Quanto às componentes referidas ao ponto IHRF, potencial perturbador e número geopotencial, todas foram calculadas atentando-se a metodologia escolhida para obtenção dos resultados encontrados no intuito de assegurar que não houvessem erros atribuídos no cálculo. As diferenças encontradas entre o potencial perturbador desenvolvido até 100 e 200 foram equivalentes se comparada com outros trabalhos. Todavia, não foi cabível a comparação pontual entre valores, somente entre diferenças, esta que foi de $-8,513 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

Além disso, o número geopotencial das referências de nível no entorno do reservatório foi calculado e comparado com o IBGE. Salienta-se que nesse caso, o IBGE só realizou o cálculo do número geopotencial para o *datum* de Imbituba e o *datum* de Santana, não sendo possível afirmar com precisão o atual distanciamento do W_0 . Ademais, os valores anteriormente citados serviram de parâmetro para atestar a coerência do número geopotencial do ponto e sua altitude normal, sendo condizentes com a região. Portanto, os resultados obtidos foram considerados satisfatórios para a metodologia adotada, apresentando consistência quando avaliada, podendo ser utilizada para obtenção das componentes supracitadas, além de permitir a obtenção de modelos quase geoidal e geoidal.

Recomenda-se para esta pesquisa que sejam abordadas outras metodologias (obtenção do potencial pelas anomalias; utilização de outro software; utilização de outros MGGs) para a obtenção dos resultados previamente citados, permitindo avaliar quais se adequam e contribuem no que tange às componentes do IHRF.

Sugere-se que seja realizado um nivelamento geométrico até o ponto estabelecido e outra medição absoluta e rastreo GNSS para contribuição na componente temporal do ponto. Também se ressalta que haja preenchimento dos vazios gravimétricos dentro da região de interesse, com esses pontos vinculados ao ponto absoluto.

Por fim, indicam-se os seguintes estudos:

- Avaliação da componente física atrelada à régua de medição do reservatório;
- Investigação sobre a diferença de W_0 na região em relação ao IBGE;
- Consideração sobre o *datum* vertical para o Brasil e as discrepâncias esperadas para área de estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAK, R. A.; EROL, B.; USTUN, A. ***Comparison of the KTH and remove-compute-restore techniques to geoid modelling in a mountainous area.*** Computers and Geosciences 48, 31–40, 2012.

ALBARICI, F. L. ***Atualização do sistema altimétrico do estado de São Paulo e suas aplicações em infraestrutura viária.*** Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, SP, 174p. 2019.

ALBARICI, F. L.; FOROUGH, I.; GUIMARÃES, G. D. N.; SANTOS, M., TRABANCO, J. ***A new perspective for physical heights in brazil.*** Boletim de Ciências Geodésicas, 25(1), 2019.

ALOTHMAN, A. O. ***Computation of a Gravimetric Geoid Within the Kingdom of Saudi Arabia (KSA) by Least-Squares Collocation.*** Arab J Sci Eng 45, 381–389 doi.org/10.1007/s13369-019-03977-6 , 2020.

ALTAMIMI, Z.; REBISCHUNG, P.; METIVIER, L.; COLLILIEUX, X. ***ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions.*** Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 121(8), 6109–6131. doi:10.1002/2016jb013098, 2016.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (ANA). ***Orientações para atualização das curvas cota x área x volume / Agência Nacional de Águas (ANA)***; Superintendência de Gestão da Rede Hidro meteorológica. Brasília: ANA, SGH, 2013. 40p. Disponível em: <http://arquivos.ana.gov.br/inf hidrologicas/cadastro/OrientacoesParaAtualizacaoDasCurvas_Cota_Area_Volume_Versao_Dez2013.pdf >. Acesso em: 20 dezembro 2019

ANDERSEN, O.; KNUDSEN, P.; KENYON, S.; FACTOR, J.; HOLMES, S. ***The DTU13 Global Marine Gravity Field - First evaluation.*** Technical report, DTU Space - National Space Institute, 2013.

ARANA, J. M. ***Estratégia para determinação da ondulação do geoide com uso do GPS/nivelamento.*** In: Universidade Federal do Paraná. Curso de pós-graduação em ciências geodésicas. Série em ciências geodésicas: as ciências geodésicas nas políticas de desenvolvimento. 5. ed. Curitiba, p. 111-121, 2005.

ARANA, J. M. ***Introdução a Geodésia Física.*** FCT-UNESP – Presidente Prudente, 2009.

AVISO+, ***Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic data Mission.*** Disponível em: <https://www.aviso.altimetry.fr/en/missions.html> Acessado em: Dezembro de 2019.

BAJRACHARYA, S. ***Terrain effects on geoid determination.*** Master of Science Dissertation, rep 20181, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary. 2003.

BAJRACHARYA, S.; SIDERIS, M. **The Rudzki inversion gravimetric reduction scheme in geoid determination.** Journal of Geodesy 78, 272–282. <https://doi.org/10.1007/s00190-004-0397-y> 2004.

BARTHELMES, F. **Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models.** Relatório Técnico STR09/02. Helmholtz-Zentrum Potsdam, GFZ, 2013.

BARTHELMES, F.; KÖHLER, W. **International Centre for Global Earth Models (ICGEM).** In: Drewes, H., Kuglitsch, F. Adám, J. *et al.*, The Geodesists Handbook, Journal of Geodesy, vol. 90, n. 10, pp. 907–1205, 2016.

BLITZKOW, D. **Problema de valor de contorno da geodesia: resultados práticos para a américa do sul.** 1996. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

BLITZKOW, D.; CAMPOS, I. O.; FREITAS, S. R. C. **Altitude: o que interessa e como Equacionar** - Anais do I Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação, Recife, 2004.

BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; GUIMARÃES, G. N.; COSTA, S. M. A. **O conceito atual dos referenciais usados em Geodésia.** Revista Brasileira de Cartografia, no. 63/5, pp. 633-648, 2011.

BLITZKOW, D., MATOS, A. C. O. C., CARNEIRO, C. De C., COSTA, S. M. A. **First efforts for the IHRF establishment in Brazil.** GGHS2018 – 2nd joint meeting of IGFS and IAG Commission 2, 2018.

CARRIÓN, J. L. S. **Vínculo do Datum Vertical Equatorial do International Height Reference System – IHRS.** Tese de doutorado. Programa de pós graduação em Ciências Geodésicas – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 268p, 2017.

CASTRO JÚNIOR, C. A. C. **Contribuição ao estabelecimento de um sistema gravimétrico para a América do Sul.** São Paulo, 156p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes), Escola Politécnica, USP, 2005.

CASTRO JUNIOR, C. A. C.; GUIMARÃES, G. N.; FERREIRA, N. C. **Evolução da infraestrutura gravimétrica no Brasil.** Revista de Geociências, 37(2): 361-384. 2018.

CASTRO JÚNIOR, C. A. C. **Arcabouço gravimétrico brasileiro e o meio ambiente: possibilidades e perspectivas.** 234 f. Tese (Doutorado em Ciências Ambientais) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

DE FREITAS, S.R.C.; BLITZKOW, D. **Altitudes e Geopotencial.** IgeS Bulletin, Milan, Special Issue for South America, 9: 47-62, 1999.

EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA). **Gravity Mission GOCE.** Disponível em: https://www.esa.int/Enabling_Support/Operations/GOCE Acessado em: Dez de 2019.

FARR, T. G.; ROSEN, P. A.; CARO, E.; CRIPPEN, R.; DUREN, R.; HENSLEY, S.; KOBRICK, M.; PALLER, M.; RODRIGUEZ, E.; ROTH, L.; SEAL, D.; SHAFFER, S.; SHIMADA, J.; UMLAND, J.; WERNER, M.; OSKIN, M.; BURBANK, D.; ALSDORF, D. ***The Shuttle Radar Topography Mission***. Reviews of Geophysics, Barcelona, v. 45, n. 2, p. 21-35, doi.org/10.1029/2005RG000183 2007.

FECHER, T.; PAIL, R.; GRUBER, T. ***The combined gravity field model GOCO05c***. In EGU general assembly conference abstracts (Vol. 18), 2016.

FERREIRA, V. G.; DE FREITAS, S. R. C. **Análise do termo de primeira ordem das séries de Molodensky para o problema de valor de contorno da geodésia**. Boletim de Ciências Geodésicas, v. 16, n. 4, p. 557-574, out-dez, 2010.

FERREIRA, V. G.; DE FREITAS, S.R.C.; HECK, B. **Determinação da diferença de geopotencial do Datum Vertical Brasileiro relativa ao Earth Gravity Model 2008**. Revista Brasileira de Cartografia nº 62/03, 2010.

FERREIRA, V. G. **Solução do tipo Brovar para o segundo problema de valor de contorno da geodésia com vistas à modernização de sistemas de altitudes**. (Tese de Doutorado) Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná – UPRF, 171p. 2011.

FEATHERSTONE, W. ***Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia***, Journal of Geospatial Engineering, 4, 1–19. 2002.

FLECHTNER, F.; MORTON, P.; WATKINS, M.; WEBB, F. ***Status of the GRACE Follow-On Mission***. In: Marti U. (eds) Gravity, Geoid and Height Systems. International Association of Geodesy Symposia, vol 141, 2014.

FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S. L.; SHAKO, R.; ABRIKOSOV, O.; FLECHTNER, F.; MARTY, J. C.; LEMOINE, J. -M.; DAHLE, C.; NEUMEYER, H.; BARTHELMES, F.; BIANCALE, R.; BALMINO, G.; KÖNIG, R. ***EIGEN-6 - A new combined global gravity field model including GOCE data from the collaboration of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse***, Geophys. Res. Abstracts, vol. 13, pp. EGU2011-3242-2, 2011.

FÖRSTE, C.; BRUINSMA S. L.; ABRIKOSOV, O.; LEMOINE, J. M.; MARTY, J. C.; FLECHTNER, F.; BALMINO, G.; BARTHELMES, F.; BIANCALE, R. ***EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse***. GFZ Data Services. <http://doi.org/10.5880/icgem.2015.1> 2014.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. ***An overview manual for the GRAVSOFT geodetic gravity field modelling programs***. 3rd edition, Denmark, 2014.

FREIRE, A. A. R.; OLIVEIRA L. C.; FERREIRA V. G., **Análise da aderência da rafb as altitudes ortométricas e normais para a região sul brasileira**. REVISTA MILITAR DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, v. 33, p. 42-47, 2017.

FURNAS, **Sistema Furnas de geração e transmissão**, Disponível em: http://www1.furnas.com.br/hotsites/sistemaFurnas/usina_hidr_funil.asp Acessado em: Dezembro de 2019.

GEMAEL, C. *Introdução à geodesia física*. Curitiba: Editora da UFPR, 302p, 2002.

GENRO, R. S.; QUINTAS, M. C. L. **Determinação de um geóide gravimétrico para o estado do paraná utilizando colocação por mínimos quadrados** Boletim de Ciências Geodésicas, vol. 13, núm. 1, pp. 186-208, 2007.

GERLACH, C.; OPHAUG, V. ***Accuracy of Regional Geoid Modelling with GOCE.*** International Association of Geodesy Symposia. doi:10.1007/1345_2017_6 2017.

GUERRA NETO, H. L.; OLIVEIRA, C. H. Da R. **Estudos Comparativos de Modelos Geoidais em Atendimento às Orientações da Agência Nacional de Águas para a Revisão das Curvas Cota x Área x Volume do Reservatório da UHE Serra da Mesa.** Revista Brasileira de Cartografia, v. 70, n. 1, p. 409-436, doi:10.14393/rbcv70n1-45261 2018.

GUIMARÃES, G. N. **A altimetria e o modelo geoidal no estado de São Paulo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 119p. 2010.

GUIMARÃES, G. N.; BLITZKOW, D. **Problema de valor de contorno da Geodésia: uma abordagem conceitual**. Boletim de Ciências Geodésicas, vol.17, no.4, p.607-624. ISSN 1982-2170, 2011.

HEIKKINEN, M. *Solving the Shape of the Earth by Using Digital Density Models*. Report 81:2, Finnish Geodetic Institute, Helsinki, 1981.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. ***Physical Geodesy***. San Francisco: Freeman and Co., 1967.

HIRT, C.; FILMER, M. S.; FEATHERSTONE, W. E. ***Comparison and validation of recent freely-available ASTER-GDEM ver1, SRTM ver4.1 and GEODATA DEM-9S ver3 digital elevation models over Australia.*** Australian Journal of Earth Sciences. 57 (3): pp. 337-347. 2010.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. 2. ed. New York: Springer, 403 p., 2005.

HOTINE, M. **Mathematical Geodesy**. Washington D.C.: U.S. Environmental Science Services Administration. 1969.

IAIG. **Resolution (No. 1) for the definition and realization of an International Height Reference System (IHRs)**. Relatório Técnico, München, Alemanha, 2015.

IAG, ***Description of the Global Geodetic Reference Frame***, Position paper, IAG
 Executive Committee, April 2016.

IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATISTICA. **Relatório do Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro.** Disponível em: <ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/relatorioajustamento.pdf>. Acesso em: dezembro de 2019.

_____, **O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil MAPGEO2015.** Disponível em: http://geofp.ibge.gov.br/modelos_digitais_de_superficie/modelo_de_ondulacao_geoidal/cartograma/rel_mapgeo2015.pdf. Acessado em: dezembro de 2019.

_____, **Reajustamento da rede altimétrica com números geopotenciais: REALT-2019,** ISBN 978-85-240-4502-8. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101666.pdf>. Acessado em: Janeiro de 2020.

IERS, **IERS Conventions (2003). IERS Technical Note, No. 32,** Frankfurt am Main, Germany: 127 p., 2004.

IERS, **IERS Conventions (2010). IERS Technical Note, No. 36,** Frankfurt am Main, Germany: 179 p., 2010.

IGS – **International GNSS Service – IGS Network** Disponível em: <http://www.igs.org/network> Acessado em: Maio de 2020.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L. **A unified global height reference system as a basis for IGGOS.** *Journal of Geodynamics*, v. 40, n. 4-5, p. 400-413, ISSN 0264-3707, 2005.

IHDE, J.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M.; DREWES, H.; FOERST, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; PAIL, R. **Report of the Ad-hoc Group on an International Height Reference System (IHRs).** In: IAG Reports 2011-2015 (Travaux de l'AIG Vol. 39), International Union of Geodesy and Geophysics. 2015.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; DREWES, H.; FOERSTE, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; MARTI, U.; PAIL, R.; SIDERIS, M. **Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRs).** *Surveys in Geophysics*, v. 38, n. 3, p.549-570, 2017.

JAMUR, J. P. **Estimativa da Resolução de Modelos Geoidais Globais Obtidos de Missões Satelitais e Gravimétricos Regionais Para o Estado do Paraná com Base em Observações Gravimétricas.** Dissertação de mestrado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 111p. 2007.

JAMUR, K. P.; DE FREITAS, S. R. C. **Estimativa Da Resolução De Modelos Geoidais Globais Obtidos De Missões Satelitais E Gravimétricos Regionais Para O Estado Do Paraná Com Base Em Observações Gps Sobre RRNN.** *Boletim De Ciências Geodésicas*, V. 14, P. 432-434, 2008.

JAMUR, K. P.; MELO, L.; DE FREITAS, S. R. C. **Avaliação dos Modelos do Campo da Gravidade Terrestre advindos da Missão GOCE – Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer**. In: Reunião Anual SIRGAS 2010. Lima, Peru: [s.n.], Boletim Informativo nº15 SIRGAS, 2010.

JAMUR, K. P.; De FREITAS, S. R. C. **Estudo de alternativas para combinar altimetria e gravimetria por satélites para uso em regiões de baixa cobertura gravimétrica convencional** Anais do III Simpósio Brasileiro de Geomática, Presidente Prudente - SP, 25-27 de julho de 2012.

JAMUR, K. P. **Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB**, Curitiba, Tese de Doutorado em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, 176p. 2013.

JEKELI, C. **Heights, the Geopotential, and Vertical Datums**. Report n. °459. Geodetic Science and Surveying, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science. The Ohio State University – Columbus, Ohio, 2000.

JUNIOR, M. K.; LOPES, A. B.; PEREIRA, R. A. D. **CÁLCULO DO EFEITO RTM PARA A FRONTEIRA OESTE DO RS, AVALIAÇÃO DO MDE SRTM**. Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão, v. 7, n. 2, 2016.

KIAMEHR, R.; SJÖBERG, L. E. **Effect of the SRTM global DEM on the determination of a high-resolution geoid model: a case study in Iran**. Journal of Geodesy, 79: 540–551, 2005.

KOSTELECKÝ, J.; KLOKOCNÍK, J.; BUCHA, B.; BEZDEK, A.; FÖRSTE, C. **Evaluation of the gravity field model EIGEN-6C4 in comparison with EGM2008 by means of various functions of the gravity potential and by GNSS/levelling**. Geoinformatics FCE CTU 14(1). doi:10.14311/gi.14.1.1. 2015.

LOBIANCO, M. C. B. **Análise dos dados da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS 2006 a 2010**. Relatório Técnico, Rio de Janeiro: IBGE, 424p. 2011.

LOPES, B. A. **O Geoide Gravimétrico e o Nível Médio Do Mar na Região do Datum Altimétrico Brasileiro: Um Estudo Comparativo** Dissertação, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, 96p. 2006.

LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. (Tese de Doutorado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 207p. 2008.

MARQUES, É. T. **Automação do processo de modelagem geoidal aplicando diferentes métodos de redução gravimétrica em áreas geologicamente distintas**. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 143p. 2017.

MATOS, A. C. O. C. de. **Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de geodésia e geofísica na América do Sul**. Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, doi:10.11606/T.3.2005.tde-10102005-104155. 2005.

MAYER-GURR, T.; PAIL, R.; GRUBER, T.; FECHER, T.; REXER, M.; SCHUH, W. D.; KUSHE, J.; BROCKMANN, J. M.; RIESER, D.; ZEHENTNER, N.; KVAS, A.; KLINGER, B.; BAUR, O.; HOCK, E.; KRAUSS, S.; JAGGI, A. **The combined satellite gravity field model GOCO05s**. Presentation at EGU 2015, Vienna, April 2015.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicações**. São Paulo: Editora Unesp, 476 p., 2008.

MOREIRA, R. M.; DE FREITAS, S. R. C.; **Conexão de sistemas verticais de referência locais ao sistema geodésico brasileiro com base em um sistema vertical de referência global**. Boletim de Ciências Geodésicas - Curitiba, v. 22, n. 2, p. 232-247, jun. 2016.

MORITZ, H. **Geodetic Reference System 1980**, Journal of Geodesy 74, 128–133 doi.org/10.1007/s001900050278, 2000.

MUKUL, M.; SRIVASTAVA, V. **Accuracy analysis of the 2014–2015 Global Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) 1 arc-sec C-Band height model using International Global Navigation Satellite System Service (IGS) Network**. J Journal of Earth Syst Sci 125, 909–917, doi.org/10.1007/s12040-016-0716-8, 2016.

NICACIO, E. L. **Alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas na Amazônia legal brasileira**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, 229p. 2017.

NICACIO, E.; DALAZOANA, R. **Passado e presente dos Modelos Globais do Geopotencial: uma abordagem conceitual sobre sua evolução**. Revista Eletrônica Multidisciplinar FACEAR, v. 2, n. 6, p. 1-15, 2017.

NICACIO, E.; DALAZOANA, R. **O emprego da Solução do Problema de Valor de Contorno da Geodésia à Vinculação Nacional a um Sistema Vertical de Referência Global: uma Revisão Conceitual**. Revista Brasileira de Cartografia, v. 71, n. 1, p. 122-148, 2019.

OLIVEIRA, L. C. De. **Realizações do Sistema Geodésico Brasileiro associadas ao SAD 69: uma proposta metodológica de transformação**. Tese de doutorado apresentada à Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Transportes. São Paulo, 197p. 1998.

OLSON, C. J.; BECKER, J. J.; SANDWELL, D. T. **A new global bathymetry map at 15 arcsecond resolution for resolving seafloor fabric: SRTM15_PLUS** (pp. OS34A–03). San Francisco: AGU Fall Meeting Abstracts. 2014.

PAHLEVI, A. M.; SOFIAN, I.; PANGASTUTI, D.; WIJANARTO, A. B; **UPDATING MODEL GEOID INDONESIA**. In Seminar Nasional Geomatika (Vol. 3, pp. 761-770), 2019.

PALMEIRO, A. S.; DE FREITAS, S. R. C.; DALAZONA, R. **Análise do vínculo do Datum Vertical Brasileiro a um Sistema Global de Altitudes**, Revista Brasileira de Cartografia, nos. 65-66, p. 1097-1111, 2013.

PAVLIS, N.; HOLMES, S.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. **The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)**. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 117(B4), pp. 1-38, 2012.

PAIL, R.; FECHER, T.; BARNES, D.; FACTOR, J. K.; HOLMES, S. A.; GRUBER, T.; ZINGERLE, P. **The experimental gravity field model XGM2016**. In International Symposium on Gravity, Geoid and Height System 2016 1st Joint Commission 2 and IGFS Meeting, 2016.

PAIL, R.; FECHER, T.; BARNES, D.; FACTOR, J. F.; HOLMES, S. A.; GRUBER, T.; ZINGERLE, P. **Short note: the experimental geopotential model**. Journal of Geodesy, Vol. 92(4), pp. 443–451, 2018.

PEREIRA, R. A. D. **Modelagem do potencial perturbador com base em wavelets aplicada à conexão de redes verticais**. Tese de doutorado. Programa de pós graduação em Ciências Geodésicas – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 175p. 2013.

REGUZZONI, M.; VENUTI, G.; DE LACY, M. C.; CARRION, D.; BARZAGHI, R.; BORQUE, M. J.; GIL, A. J.; VAQUERO, P. A. **The Use of GNSS/Levelling and Gravity Data for the Spanish Height System Unification**. In: Vergos G., Pail R., Barzaghi R. (eds) International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016. International Association of Geodesy Symposia, vol 148. Springer, Cham, doi.org/10.1007/1345_2017_14 2017.

RIBEIRO, L. C. **Contribuição para o estabelecimento do IHRF no estado de São Paulo** (Dissertação de Mestrado) UNESP, Presidente Prudente, São Paulo, 100p. 2019.

RUMMEL, R.; YI, W.; STUMMER, C. **GOCE gravitational gradiometry**. Journal of Geodesy 85, 777 doi.org/10.1007/s00190-011-0500-0 2011.

SABRI, L. M.; SUDARSONO, B.; DWI INDRIANA, R. **Determination of Vertical Deflection Based on Terrestrial Gravity Disturbance Data (A Case Study in Semarang City)**. KnE Engineering, 4(3), 106–114. doi.org/10.18502/keg.v4i3.583 2019.

SÁNCHEZ, L.; IHDE, J.; PAIL, R.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; AGREN, J.; SIDERIS, M.; NOVÁK, P. **Strategy for the Realization of the International Height Reference System (IHR)**. Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI-TUM). Technische Universität München. Equador. Nov. 2016.

SÁNCHEZ, L.; IHDE, J.; PAIL, R.; GRUBER, T.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; AGREN, J.; SIDERIS, M.; NOVÁK, P. ***Towards a first realization of the International Height Reference System (IHR)***. European Geosciences Union General Assembly. Viena, Austria. April, 2017.

SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M. G. ***Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHR)***. European Geosciences Union General Assembly 2017, Vienna, Austria, 2017.

SANDWELL, D. T.; MULLER, R. D.; SMITH, W. H. F.; GARCIA, E.; FRANCIS, R. ***New global marine gravity model from CryoSat-2 and Jason-1 reveals buried tectonic structure***. Science, 346(6205), 65-67. 2014.

SANSÒ, F.; SIDERIS, M. G. S. ***Geoid Determination – Theory and Methods. Lecture Notes in Earth System Sciences***. v. 110. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 734 p. 2013.

SANTOS, N. P.; ESCOBAR, I. P. ***Determinação gravimétrica do geoide na região do município do Rio de Janeiro***. Revista Brasileira de Geofísica, v. 18, n. 1, p. 50-62, 2000.

SEVERO, T. C. ***Estudo das altitudes físicas aplicado à rede altimétrica fundamental do Brasil no estado do Rio Grande do Sul***. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 96p. 2013.

SEVERO, T. C.; DE SOUZA, S. F.; MATSUOKA, M. T.; GEHLEN, A. K. ***Estudo Das Correções Gravimétricas Para Altitudes Físicas Aplicadas Aos Desníveis Da RAAP***. Boletim de Ciências Geodésicas, 19(3), 472-497. ISSN: 1413-4853, 2013.

SEVILLA, M. J.; RAMÍREZ HUERTA, D.; SÁNCHEZ MENÉNDEZ, F. J. ***Metodología para la creación de bases de datos gravimétricos fiables: Métodos clásicos, gráficos y digitales (I)***. Revista Topografía y cartografía, ISSN: 0212-9280 14 (79): 2-19. 1997.

SHEARD, B. S.; HEINZEL, G.; DANZMANN, K. ***Intersatellite laser ranging instrument for the GRACE follow-on mission***. Journal of Geodesy 86: 1083. doi.org/10.1007/s00190-012-0566-3_2012.

SEEBER, G. ***Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications***. Walter de Gruyter, Berlin, 531 p, New York, 2003.

SIDERIS, M. G. ***Geoid Determination by FFT Technique***, In Lecture Notes of IAG's Geoid School, Rio de Janeiro, Brazil, 1997.

SNEEUW, N. ***Height Systems. Lecture notes on Geodesy***. (2013) Disponível em :< <http://folk.uio.no/treiken/GEO4530/HeightSystemsSneeuw.pdf>> Acesso em: 18 jan. 2020.

SOUSA, L. A. S.; GUIMARÃES, G. N. **Avaliação da potencialidade dos modelos da missão GOCE no Equador** Revista Brasileira de Geomática, v.5 n.4 DOI: 10.3895/rbgeov5n4.5513, 2017.

VANÍČEK, P.; KRAKIWSKY, E. **Geodesy: the concepts**. Holland: North-Holland, 697 p. ISBN-13: 978-0444877772. 1986.

VERMEER, M. **Physical Geodesy**. 1. Ed. 2016, 319p.

VU, D. T.; BRUINSMA, S.; BONVALOT, S. **A high-resolution gravimetric quasigeoid model for Vietnam**. Earth Planets Space 71, 65. <https://doi.org/10.1186/s40623-019-1045-3> 2019.

TORGE, W. **Geodesy**. 4. ed. Berlin/Boston: Walter de Gruyter, 416p. 2001.

WESSEL, P.; LUIS, J. F.; UIEDA, L.; SCHARROO, R.; WOBBE, F.; SMITH, W. H. F.; TIAN, D. **The Generic Mapping Tools version 6**. Geochemistry, Geophysics, Geosystems, 20, 5556–5564. <https://doi.org/10.1029/2019GC008515> 2019.

WILMES, H.; VITUSHKIN, L.; PÁLINKÁŠ, V.; FALK, R.; WZIONTEK, H.; BONVALOT, S. **"Towards the definition and realization of a Global Absolute Gravity Reference System"**. In International Symposium on Earth and Environmental Sciences for Future Generations, pp. 25-29. Springer, Cham, doi.org/10.1007/1345_2016_245 2016.

WZIONTEK, H.; FALK, R.; WILMES, H. **NI The absolute gravity reference system and its contribution to geoid determination** Tutorial Height and Gravity EUREF Symposium 2015, Leipzig, Germany, June 2, 2015.

ZINGERLE, P.; PAIL, R.; GRUBER, T.; XANTHI, O. **The experimental gravity field model XGM2019e**. GFZ Data, 2019.

ANEXO A – Relatório de Processamento A10-32

Micro-g LaCoste g Processing Report

File Created: 12/06/19, 17:04:55

Project Name: Furnas

g Acquisition Version: 4.041600

g Processing Version: 9.120423

Company/Institution:

Operator: helio

Station Data

Name: IAG

Site Code: 3

Lat: -22.52722 Long: -44.56972 Elev: 468.00 m

Setup Height: 0.00 cm

Transfer Height: 0.00 cm

Actual Height: 71.80 cm

Gradient: -3.086 $\mu\text{Gal}/\text{cm}$

Nominal Air Pressure: 958.28 mBar

Barometric Admittance Factor: 0.30

Polar Motion Coord: 0.1110 " 0.2711 "

Earth Tide (ETGTAB) Selected

Potential Filename: C:\gData\gWavefiles\ETCPOT.dat

Delta Factor Filename: C:\gData\OceanLoad-IAG.dff

Delta Factors

Start	Stop	Amplitude	Phase Term
0.000000	0.000001	1.000000	0.0000 DC
0.000002	0.249951	1.160000	0.0000 Long
0.721500	0.906315	1.154250	0.0000 Q1
0.921941	0.974188	1.154240	0.0000 O1
0.989049	0.998028	1.149150	0.0000 P1
0.999853	1.216397	1.134890	0.0000 K1
1.719381	1.906462	1.161720	0.0000 N2
1.923766	1.976926	1.161720	0.0000 M2
1.991787	2.002885	1.161720	0.0000 S2
2.003032	2.182843	1.161720	0.0000 K2
2.753244	3.081254	1.07338	0.0000 M3
3.791964	3.937897	1.03900	0.0000 M4

Ocean Load ON, Filename: C:\gData\OceanLoad-IAG.olf

Waves:	M2	S2	K1	O1	N2	P1	K2	Q1	Mf	Mm	Ssa
Amplitude (μGal):	2.678	1.334	0.183	0.635	0.486	0.051	0.412	0.190	0.092	0.077	0.187
Phase (deg):	70.4	80.1	61.3	114.2	52.2	68.5	82.9	131.7	-177.1	-151.0	158.9

Instrument Data

Meter Type: A10

Meter S/N: 032

Factory Height: 71.80 cm

Rubidium Frequency: 10000000.00500 Hz

Offset: 0.000 μGal

Laser: L-Series (032)

Blue Lock: 632.99090910 nm

Red Lock: 632.99194690 nm

Processing Results

Date: 12/06/19

Time: 16:51:55

DOY: 340

Year: 2019

Time Offset (D h:m:s): 0 0:0:0
 Gravity: 978608530.55 μGal
 Set Scatter: 6.19 μGal
 Measurement Precision: 2.19 μGal
 Total Uncertainty: 10.94 μGal
 Red/Blue Separation: 51.30 μGal
 Number of Sets Collected: 8
 Number of Sets Processed: 8
 Set #s Processed: 1,2,3,4,5,6,7,8
 Number of Sets NOT Processed: 0
 Set #s NOT Processed:
 Number of Drops/Set: 120
 Total Drops Accepted: 956
 Total Drops Rejected: 4
 Total Fringes Acquired: 350
 Fringe Start: 4
 Processed Fringes: 337
 GuideCard Multiplex: 4
 GuideCard Scale Factor: 55
 Acquisition Settings
 Sequence Interval: 7 min
 Red/Blue Interval: 3 min
 Drop Interval: 1 sec
 Number of Sets: 8
 Number of Drops: 120
 Gravity Corrections
 Earth Tide (ETGTAB): -18.09 μGal
 Ocean Load: -1.19 μGal
 Polar Motion: 3.65 μGal
 Barometric Pressure: -2.12 μGal
 Transfer Height: 221.57 μGal
 Reference Xo: -0.00 μGal
 Uncertainties
 Sigma Reject: 3.00
 Earth Tide Factor: 0.001
 Average Earth Tide Uncertainty: 0.02 μGal
 Ocean Load Factor: 0.10
 Average Ocean Load Uncertainty: 0.12 μGal
 Barometric: 1.00 μGal
 Polar Motion: 0.05 μGal
 Laser: 0.05 μGal
 Clock: 0.50 μGal
 System Type: 10.00 μGal
 Tidal Swell: 0.00 μGal
 Water Table: 0.00 μGal
 Unmodeled: 0.00 μGal
 System Setup: 3.00 μGal
 Gradient: 2.154 μGal (0.030 $\mu\text{Gal}/\text{cm}$)

ANEXO B – Relatório de Processamento Ponto IHRF

Relatório de Processamento

Page 1 of 1

CABEÇALHO DO PROJETO

Nome do Projeto: **furnas_mestrado_all.ttp**
 Pasta do Projeto: **C:\Users\Maria de Fátima\Documents\Topcon Tools Jobs**
 Criado por:
 Comentários:
 Unidade Linear: **Meters**
 Unidade Angular: **DMS**
 Projeção UTM: **UTMSouth-Zone_23 : 48W to 42W**
 Datum: **SIRGAS2000**
 Hora: **E. South America Standard Time**

AJUSTAMENTO

Tipo de Ajustamento: **Plano + Altura, Minimal constraint**
 Nível de Confiança: **95 %**
 Numero de pontos Ajustados: **2**
 Numero de Pontos de Controle Planimétricos: **1**
 Numero de Pontos Planimétricos Ponderados: **1**
 Numero de vetores GPS usados: **1**
 Plano UWE A posteriori: **1**, Bounds: (**1**, **1**)
 Numero de Pontos de Controle Altimétricos: **1**
 A posteriori altura UWE: **1**, Intervalo: (**1**, **1**)

COORDENADAS UTM

Nome	Malha Norte (m)	Malha Este (m)	Elevação (m)
RJVA	7522030,561	638769,195	444,977
furnas	7508719,806	544250,229	467,391

COORDENADAS GEOGRAFICAS

Nome	Latitude	Longitude	Elevação (m)
RJVA	22°24'07,95963"S	43°39'06,70586"W	444,977
furnas	22°31'39,02702"S	44°34'10,91497"W	467,391

DESVIO PADRÃO

Nome	Desv Padrão n (m)	Desv Padrão e (m)	Desv Padrão Hz (m)	Desv Padrão u (m)	Código
RJVA	0,006	0,005	0,008	0,008	
furnas	0,073	0,150	0,167	0,143	

FATOR DE ESCALA

Nome	Fator de Escala Combinado Proj ao Terr	Convergência
RJVA	1,000231961388	-0°30'49,9167"
furnas	1,000449340212	-0°09'53,5059"

PRECISÃO

Nome	dN (m)	dE (m)	dZ (m)	North RMS(m)	East RMS(m)	Vert RMS (m)	CorrXY	CorrXZ	CorrYZ
RJVA-furnas	-13310,756	-94518,966	22,414	0,073	0,150	0,143	0,0446	-0,0924	0,3175

DISTANCIA, SOLUÇÃO, ORBITA E PDOP

Nome	Distancia (m)	Tipo Solução	Órbita	PDOP	HDOP	VDOP
RJVA-furnas	95484,991	Fixo,Pista Larga	Preciso	1,992	0,969	1,741

DURAÇÃO E INTERVALO

Nome Ponto	Nome Original	Hora Início	Hora Fim	Duração	Método	Interval (msec)	Tipo Antena	Altura Antena (m)
RJVA	RJVA	05/12/2019 21:00:00	06/12/2019 21:00:00	24:00:00	Estático	15000	TRM57971.00 NONE	0,008
furnas	log0101b (2)	06/12/2019 14:26:45	06/12/2019 15:29:00	01:02:15	Estático	15000	Legant 2	1,581

PONTOS DE CONTROLE

Nome	Malha Norte (m)	Malha Este (m)	Elevação (m)	Código	Desv Padrão n (m)	Desv Padrão e (m)	Desv Padrão Hz (m)	Desv Padrão u (m)
RJVA	7522030,561	638769,195	444,977		0,006	0,005	0,008	0,008