ANDERSON MORAIS MORI

O USO DE SISTEMA INERCIAL
PARA APOIAR A NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA

São Paulo

2013

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES

ANDERSON MORAIS MORI

O USO DE SISTEMA INERCIAL
PARA APOIAR A NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA

São Paulo

2013

ANDERSON MORAIS MORI

O USO DE SISTEMA INERCIAL
PARA APOIAR A NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Ciências

São Paulo

2013

ANDERSON MORAIS MORI

O USO DE SISTEMA INERCIAL
PARA APOIAR A NAVEGAÇÃO AUTÔNOMA

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Ciências

Área de concentração:
Engenharia de Transportes
Ênfase: Informações Espaciais

Orientador: Prof. Dr. Edvaldo
Simões da Fonseca Junior

São Paulo
2013

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de julho de 2013.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Mori, Anderson Moraes

**O uso de sistema inercial para apoiar a navegação autônoma
/ A.M. Mori. -- versão corr. -- São Paulo, 2013.
180 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.**

**1. Sensor 2. Veículos 3. Sensores eletromecânicos 4. Sistema
de posicionamento global I. Universidade de São Paulo. Escola
Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes II. t.**

DEDICATÓRIA

*Ao meu amado filho Pedro Augusto, à minha esposa Tatiane,
aos meus pais José e Maura e à minha irmã Karina*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus Pai, provedor da vida e da sabedoria, fonte de inspiração e amparo nos momentos de dificuldade.

Ao meu pequeno Pedro Augusto razão do meu viver. Mesmo sem saber sempre me dando forças e fazendo com que a perseverança prevalecesse. A minha amada esposa Tatiane, pelo companheirismo, pela paciência e pelo incentivo incondicional.

Aos meus pais José e Maura, a quem tudo devo, por não medirem esforços para me apoiar e apesar de todas as dificuldades sempre acharem alguma forma de me socorrer nos momentos difíceis.

A minha irmã Karina pelo amor e incentivo.

A minha família, meu porto seguro, por sempre acreditarem e pelo apoio incondicional.

Ao professor Dr. Edvaldo Simões da Fonseca Jr., mão amiga, por acreditar na minha capacidade e direcionar a pesquisa para que ela, apesar dos diversos atropelos, pudesse ser concluída.

Ao amigo Luís Felipe Sartori Gonçalves, pela amizade e pelo apoio incondicional a pesquisa além da ajuda fundamental na realização dos testes.

Ao meu primo Michel do Couto, pela solidariedade nos momentos difíceis além da contribuição também fundamental para realização dos testes.

À Continental Automotive do Brasil na pessoa do Sr. Marcelo Fernandes por abrir a oportunidade para que eu cumprisse com o programa de mestrado.

Aos diversos amigos da Continental Automotive do Brasil sempre com palavras e gestos de apoio e incentivo.

Ao Professor Dr. Celso Furokawa e ao Dr. Douglas Daniel Sampaio Santana, pelas contribuições que fizeram ao trabalho.

Parte dos equipamentos utilizados nesta pesquisa foram adquiridos com recursos do CNPq concedidos através do projeto 402393/2009-0.

*“...Não me entrego sem lutar
Tenho, ainda, coração
Não aprendi a me render
Que caia o inimigo então....”
(Renato Russo)*

RESUMO

A proposta deste trabalho é contribuir com a construção de uma plataforma de veículo autônomo para viabilizar as pesquisas na área pelo Departamento de Engenharia de Transportes da USP.

Até o momento o departamento dispõe de uma plataforma que, a partir de sua posição conhecida, consegue navegar autonomamente até um ponto de destino utilizando apenas uma solução GNSS, no caso, GPS.

Para ampliar a mobilidade da plataforma, está sendo sugerida aqui, a adição de sensores inerciais ao veículo, para que ele consiga obter uma solução de posição mesmo em áreas sem cobertura GNSS. Um Sistema de Navegação Inercial não depende de infraestrutura externa, exceto para inicializar suas variáveis, o que neste caso pode ser feito com auxílio de um receptor GPS.

Sensores inerciais de alto desempenho são caros, tem alta complexidade mecânica e em geral são de grande porte. A alternativa é o uso de sensores do tipo MEMS que são pequenos, fáceis de serem manipulados e apresentam baixo consumo de energia. A contrapartida é que a solução é mais susceptível a ruído do que seus pares que custam na faixa de centena de milhões de dólares.

Palavras Chave: Navegação Inercial, Veículo Autônomo, INS, IMU, Sensores MEMS.

ABSTRACT

The proposal of this paper is to build an autonomous vehicle platform to enable the researches in this area by the Transport Engineering Department of the USP.

Until now the Department has a platform that, once its initial position is known, it can navigate autonomously to a destination point using only the GNSS, in this case, GPS.

To expand the mobility resources of the platform, it is being suggested here the addition of inertial sensors to the vehicle, enabling it to acquire a position solution even in areas where there is no coverage of the GNSS. An Inertial Navigation System does not depend on an external infra-structure, with the exception on the initial setup, where the GPS can be used to provide this kind of initialization.

High performance inertial sensors are expensive, have high mechanical complexity and in general are big. The alternative is the usage of MEMS sensors, which are small, easy to handle and has low power consumption. In the opposite side this solution is more susceptible to noises in comparison to those High performance sensors that cost hundreds of thousands of dollars.

Keywords: Inertial Navigation, Autonomous Vehicle, INS, IMU, MEMS Sensors.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Táxi autônomo “ <i>Made in Germany</i> ” do laboratório <i>Autonomous Labs</i> . (Fonte (AUTONOMOUS LABS, 2012)).	26
Figura 2 – Diagrama de blocos de um INS.	38
Figura 3 – Montagem de sistema inercial com três acelerômetros e três giroscópios.	39
Figura 4 – (a) Efeito Coriolis (b) Giroscópio vibratório <i>Tuning-Fork</i> . (Adaptado de: (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998)).	41
Figura 5 – Estrutura Geral do Acelerômetro e seu Modelo Mecânico. (Adaptado de (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998)).	44
Figura 6 – Sistema de Plataforma Estável. (Fonte: (WOODMAN, 2007)).	47
Figura 7 – Algoritmo de navegação inercial para a plataforma estável.	48
Figura 8 – Algoritmo para o sistema de Navegação inercial <i>Strapdown</i> .	49
Figura 9 – Dois Sistemas de Coordenadas Ortogonais. (Fonte: (GROVES, 2008)).	50
Figura 10 – Eixos do Referencial ECI. (Fonte: (GROVES, 2008)).	52
Figura 11 – Eixos do Referencial ECEF. (Fonte: (GROVES, 2008)).	53
Figura 12 – Eixos do Referencial de Navegação Local. (Fonte: (GROVES, 2008)).	54
Figura 13 – Eixos do Referencial do Veículo. (Fonte: (GROVES, 2008)).	56
Figura 14 – Posição da Origem do Sistema α com Relação à Origem do Sistema β . (Fonte: (GROVES, 2008)).	63
Figura 15 – <i>Lever Arm</i> do Referencial b para o Referencial B. (Fonte: (GROVES, 2008)).	72
Figura 16 – Diagrama de Blocos das Equações de Navegação do Referencial ECI. (Adaptado de: Groves (2008)).	75
Figura 17 - Diagrama de Blocos das Equações de Navegação do Referencial ECEF. (Adaptado de: (GROVES, 2008)).	80
Figura 18 – Diagrama de Blocos das Equações de Navegação para o Referencial de Navegação Local. (Adaptado de: (GROVES, 2008)).	85
Figura 19 – Requisitos a serem cumpridos com o desenvolvimento dos testes.	94
Figura 20 – Plataforma utilizada na realização dos testes.	95
Figura 21 – Receptor GPS Maestro A-1080. (Fonte: (Maestro Wireless, 2013)).	96
Figura 22 – O MTi-G. (Fonte: (XSSENS TECHNOLOGIES, 2010)).	99
Figura 23 – Máquina de Estados do MTi-G. (Fonte: (XSSENS TECHNOLOGIES, 2010)).	101

Figura 24 – Plataforma veicular desenvolvida em Gonçalves (2011).....	105
Figura 25 – Modos de operação da plataforma veicular. (Fonte: (GONÇALVES, 2011))....	105
Figura 26 – Detalhe da adaptação da plataforma veicular e demais sensores.....	106
Figura 27 – Detalhe da acomodação do sensor inercial na plataforma veicular.	107
Figura 28 – Esquema final da montagem do sistema para coleta de dados de testes.....	108
Figura 29 – Detalhe da HMI do programa de coleta e armazenamento de dados dos sensores.	111
Figura 30 – Inicialização e configuração do MTi-G.	113
Figura 31 – Inicialização e configuração do GPS Maestro A-1080.....	115
Figura 32 – Detalhe da aquisição de dados do MTi-G.....	116
Figura 33 – Detalhe da aquisição de dados do receptor GPS.....	117
Figura 34 – Trajeto dos testes.....	119
Figura 35 – Modelo desenvolvido com auxílio da ferramenta Simulink para o processamento dos dados.	127
Figura 36 – Detalhe do módulo: Condições Iniciais.	128
Figura 37 – Detalhe da Ação 1.	129
Figura 38 – Detalhe do bloco Gera Matriz C_{ne}	130
Figura 39 – Detalhe da Ação 2.	130
Figura 40 – Detalhe do módulo: IMS.....	132
Figura 41 – Detalhe do módulo: Modelo de Gravidade.	133
Figura 42 – Detalhe do processador de solução inercial.	134
Figura 43 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da DCM.	135
Figura 44 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da Força Específica.	136
Figura 45 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da Velocidade.	137
Figura 46 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da Posição.....	138
Figura 47 – Detalhe do módulo: Solução de Navegação.	139
Figura 48 – Detalhe do Bloco: Converter r_{neb} para r_{eeb}	140
Figura 49 – Uso de Leitura de Velocidade Auxiliar na Obtenção de Posição.	141
Figura 50 – Algoritmo de Integração INS/GPS.....	141
Figura 51 – Implementação do Filtro de Kalman no modelo SIMULINK.	144
Figura 52 – Sinal lido dos giroscópios durante o Teste 1.....	147
Figura 53 – Sinal lido dos acelerômetros durante o Teste 1.....	148
Figura 54 – Sinal lido do magnetômetro durante execução do Teste 1.....	150
Figura 55 – Azimute em relação ao deslocamento $P1 \rightarrow P5$	151

Figura 56 – Histograma da distância entre pontos originários das leituras do receptor GPS e o Marco P1.	153
Figura 57 – Sinais obtidos do giroscópio durante o Teste 2 Ciclo 2.	155
Figura 58 – Sinais obtidos do acelerômetro durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.	156
Figura 59 – Sinais obtidos do magnetômetro durante Teste 2 Ciclo 2.	157
Figura 60 – Análise dos dados do magnetômetro para o Teste 2 Ciclo 2.	159
Figura 61 – Azimutes obtidos durante a rodagem.	160
Figura 62 – Posicionamento obtido pelo algoritmo que usa apenas dupla integração.	162
Figura 63 – Posicionamento obtido usando velocidade GPS como sensor auxiliar.	163
Figura 64 – Erro de posição da solução de posição em comparação com a solução do MTi-G.	164
Figura 65 – Representação da velocidade GPS nos eixos do referencial local.	164
Figura 66 – Solução de posição usando fusão sensorial sem períodos de ausência do sinal GPS.	165
Figura 67 - Solução de Posição usando fusão sensorial com períodos de ausência de 5s do sinal GPS.	166
Figura 68 – Solução de Posição usando fusão sensorial com períodos de ausência de 10s do sinal GPS.	166

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Requisitos de Desempenho para as Diferentes Classes de Giroscópios. (Fonte: (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998)).	42
Tabela 2 – Especificação Típica de Acelerômetros para Aplicações Automotivas e Inerciais. <i>Fonte:</i> (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998).	45
Tabela 3 – Parâmetros do Elipsóide WGS 84 (Fonte: (NIMA, 2000)).	56
Tabela 4 – Algoritmo para implementar o Filtro de Kalman Linear.	93
Tabela 5 – Características do receptor GPS Maestro A-1080. (Fonte: (Maestro Wireless, 2013)).	98
Tabela 6 – Especificação de desempenho dos sensores calibrados. (Fonte: (XSENS TECHNOLOGIES, 2010)).	102
Tabela 7 – Dados coletados dos sensores inerciais e GPS.	110
Tabela 8 – Pontos de testes P1 à P4. (Fonte: (GONÇALVES, 2011)).	118
Tabela 9 – Pontos de testes P5 à P9.	119
Tabela 10 – Tempos de Execução de T2.	121
Tabela 11 - Levantamento de dados para o giroscópio durante o Teste 1.	147
Tabela 12 – Levantamento de dados utilizando o sinal dos acelerômetros.	148
Tabela 13 – Levantamento dos dados utilizando sinal do magnetômetro.	150
Tabela 14 – Valores de gn (estimado, calculado para o marco, fonte USP) e comparações.	152
Tabela 15 – Dados estatísticos das leituras do receptor GPS para o Teste 1.	153
Tabela 16 – Características estatísticas dos sinais do giroscópio durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.	155
Tabela 17 – Características estatísticas dos sinais do acelerômetro durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.	156
Tabela 18 – Características estatísticas dos sinais do magnetômetro durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.	157
Tabela 19 – Comparativo da Distância entre a Solução de Navegação e o traçado GPS para intervalos de 5s e 10s sem medições GPS.	167
Tabela 20 – Erros Finais das Soluções de Posição para cada um dos Ciclos Efetuados de T2.	174
Tabela 21 – Análise Estatística dos Erros Finais das Soluções de Posição para cada um dos	

Ciclos Efetuados de T2.....174

LISTA DE SIGLAS

AHRS	<i>Attitude and Heading Reference System</i>
ARM	<i>Advanced Risc Machine</i>
ASCII	<i>American Standard Code for Information Interchange</i>
CG	<i>Centro de Gravidade</i>
CIRS	<i>Conventional Inertial Reference System</i>
CO	<i>Monóxido de Carbono</i>
CTP	<i>Conventional Terrestrial Pole</i>
DARPA	<i>Defense Advanced Research Projects Agency</i>
DCM	<i>Direction Cosines Matrix</i>
DLL	<i>Dynamic Link Library</i>
DoD	<i>Department of Defense</i>
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
ECEF	<i>Earth Centered Earth Fixed</i>
ECI	<i>Earth Centered Inertial</i>
EMI	<i>Eletromagnetic Interference</i>
ESGN	<i>Electrically Supported Gyro Navigation</i>
ESGs	<i>Electrostatic Gyroscopes</i>
GMT	<i>Greenwich Mean Time</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
HMI	<i>Human Machine Interface</i>
ICBMs	<i>Intercontinental Ballistic Missile</i>
IERS	<i>International Earth Rotation Service</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
INU	<i>Inertial Navigation Unit</i>
IRM	<i>International Reference Meridian</i>
IRP	<i>International Reference Pole</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
JTAG	<i>Joint Test Action Group</i>
MBD	<i>Model Based Design</i>
MEMS	<i>Micro-electro-mechanical Systems</i>
MOEMS	<i>Micro-Opto-Electro-Mechanical Systems</i>

NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NED	<i>North-East-Down</i>
NMEA	<i>National Marine Electronics Association</i>
PC	<i>Personal Computer</i>
RPY	<i>Roll-Pitch-Yaw</i>
TTS	<i>Time to First Fix</i>
UART	<i>Universal Asynchronous Receiver Transmitter</i>
UML	<i>Unified Modeling Language</i>
USAF	<i>US Air Force</i>
USB	<i>Universal Serial Bus</i>
USN	<i>US Navy</i>
UTC	<i>Coordinated Universal Time</i>
VDOP	<i>Vertical Dilution of Precision</i>
WGS 84	<i>World Geodetic System 1984</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

i	Índice que representa o referencial inercial
e	Índice que representa o referencial ECEF
b	Índice que representa o referencial do veículo
n	Índice que representa o referencial local
$f_{\beta\alpha}^\gamma$	Vetor força específica de um referencial α com relação a um referencial β , descrita sobre os eixos de um referencial γ
$a_{\beta\alpha}^\gamma$	Vetor aceleração de um referencial α com relação a um referencial β , descrita sobre os eixos de um referencial γ
$\omega_{\beta\alpha}^\gamma$	Representa a velocidade de rotação dos eixos do referencial α com relação aos eixos do referencial β , descritos sobre os eixos do referencial γ
$m_{\beta\alpha}^\gamma$	Vetor fluxo magnético de um referencial α com relação a um referencial β , descrita sobre os eixos de um referencial γ
$r_{\beta\alpha}^\gamma$	Vetor posição da origem do referencial α com relação à origem do referencial β , descrita sobre os eixos do referencial γ
$v_{\beta\alpha}^\gamma$	Vetor velocidade de um referencial α com relação a um referencial β , descrita no referencial γ
g^n	Vetor aceleração gravitacional no referencial local
ψ	Ângulo <i>yaw</i>
θ	Ângulo <i>roll</i>
ϕ	Ângulo <i>pitch</i>
C_α^β	Matriz de transformação de coordenadas que leva um vetor do referencial α para o referencial β
I_n	Matriz identidade de ordem n
$\Omega_{\beta\alpha}^\gamma$	Matriz antissimétrica dos vetores $\omega_{\beta\alpha}^\gamma$
L_B	Latitude Geodésica
λ_B	Longitude Geodésica
h_B	Altitude
ω_{ie}	Rotação terrestre
$p(x)$	Probabilidade de x
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal de Probabilidade com média μ e variância σ^2
x_k	Vetor de estados discreto
$\Phi,$	Matriz discreta da dinâmica do processo

G	Matriz discreta que modelam as entradas associadas ao processo
w_k	Vetor ruído de processo discreto
z_k	Vetor de medições discreto
H_k	Matriz que modela os estados associados à medição
v_k	Vetor ruído de medição discreto
δ_{k-j}	Função delta de Kronecker
$\hat{x}_k^+$	Estimativa a posteriori
$\hat{x}_k^-$	Estimativa a priori
P	Matriz da covariância do Erro
Q	Matriz da covariância do ruído de processo
R	Matriz da covariância do ruído de medição
K	Ganho do Filtro de Kalman

SIMBOLOS SIMULINK®

O bloco *Data Store Memory* define uma região de memória que armazenará o valor de A.

O bloco *Data Store Read* fornece os dados que estão gravados na variável A.

O bloco *Data Store Write* copia o valor que foi fornecido em sua entrada para a variável A.

O bloco *If* implementa uma função de escolha de acordo com a condição estabelecida para a entrada u1

O bloco *If Action Subsystem*, implementa a ação a ser feita quando é definida a validade da condição do bloco *If* a que ela está associada.

O bloco *Merge* combina múltiplos sinais em um único sinal. Usado para os casos em que apenas um sinal é válido em cada iteração do modelo.

O bloco *outport* cria uma porta de saída de um subsistema ou sistema

O bloco *inport* cria uma porta de entrada para um subsistema ou sistema

O bloco *Constant* fornece um valor constante em sua saída, neste caso o valor fornecido seria 1.

O bloco *Reshape* muda a dimensionalidade de um valor de entrada de acordo com o parâmetro especificado neste trabalho o bloco foi usado para transformar vetores linha em vetores coluna

O bloco *Subtract* realiza a subtração entre dois sinais de entrada

O bloco *Angle Conversion* realiza a conversão de unidades conforme estabelecido pelo bloco, neste caso, de graus para radianos

O bloco *Terminator* é usado para terminar a execução de portas de saída que não foram utilizadas.

O bloco *Math Function* executa diversas funções matemáticas que podem ser especificadas pelo usuário.

O bloco *Add* realiza a soma entre dois ou mais sinais de entrada.

O bloco *Product* pode ser configurado para realizar tanto o produto entre suas entradas quanto a divisão das mesmas.

O bloco *Goto Tag Visibility* define o escopo em que a *Tag A* pode ser utilizada. Em geral este bloco é usado para melhorar a organização do modelo. Ele deve vir acompanhado dos blocos *From* e *Goto*.

O bloco *Goto* conecta a entrada ao bloco *From*

O bloco *From* aceita uma entrada passada pelo bloco *Goto*.

O bloco *Sin* implementa a função matemática seno.

O bloco *Invert 3x3 Matrix* realiza a inversão de uma matriz 3x3

O bloco *ECEF Position to LLA* realiza a conversão de coordenadas cartesianas para coordenadas geodésicas

O bloco *LLA Position to ECEF* realiza a conversão de coordenadas geodésicas para coordenadas cartesianas

SUMÁRIO

RESUMO.....	IX
ABSTRACT	X
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	XI
LISTA DE TABELAS.....	XIV
LISTA DE SIGLAS.....	XVI
LISTA DE SÍMBOLOS	XVIII
SIMBOLOS SIMULINK®	XX
SUMÁRIO.....	XXII
1 INTRODUÇÃO	26
1.1 OBJETIVOS	28
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO	29
2 REVISÃO DA LITERATURA	31
2.1 NAVEGAÇÃO: CONCEITO.....	31
2.2 FORMAS DE NAVEGAÇÃO	32
2.3 SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO	32
2.4 DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO	33
2.4.1 Evolução Histórica da Geodésia (Referenciais e Posicionamento).....	33
2.5 NAVEGAÇÃO INERCIAL	37
2.5.1 Conceito.....	37
2.5.2 Sensores Inerciais	38
2.5.3 O Magnetômetro.....	46
2.6 MODELOS DE CONSTRUÇÃO DE INS.....	47
2.6.1 Sistemas de Plataforma Estável.....	47
2.6.2 Sistemas de Plataforma Solidária (“Strapdown”)	48
2.7 SISTEMAS DE COORDENADAS	49

2.7.1	Referencial ECI (<i>Earth Centered Inertial</i>).....	51
2.7.2	Referencial ECEF (<i>Earth-Centered Earth-Fixed</i>).....	52
2.7.3	Referencial de Navegação Local	53
2.7.4	Referencial do Veículo (<i>Body Frame</i>)	55
2.8	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PARÂMETROS WGS84	56
2.9	TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS	57
2.9.1	Ângulos de Euler	58
2.9.2	Cossenos Diretores	61
2.10	CINEMÁTICA	61
2.10.1	Velocidade Angular	62
2.10.2	Posição Cartesiana	63
2.10.3	Velocidade	64
2.10.4	Aceleração	67
2.11	FORÇA ESPECÍFICA	68
2.12	TRANSFORMAÇÃO DE REFERENCIAIS	69
2.12.1	Referenciais Inercial e Terrestre.....	69
2.12.2	Referenciais de Navegação Local e Terrestre	70
2.12.3	Referenciais Inercial e de Navegação Local.....	71
2.12.4	Troca de Soluções de Navegação	72
2.13	EQUAÇÕES DE NAVEGAÇÃO	73
2.13.1	Equações de Navegação do Referencial Inercial.....	74
2.13.2	Equações de Navegação do Referencial Terrestre	79
2.13.3	Equações de Navegação do Referencial de Navegação Local	84
2.14	FUSÃO DE SENSORES COM O FILTRO DE KALMAN.....	90
2.14.1	Filtro de Kalman	91
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	93
3.1	VISÃO GERAL DO PROJETO.....	94

3.2	PLATAFORMA PARA REALIZAÇÃO DOS TESTES.....	95
3.2.1	O Receptor GPS	96
3.2.2	Os Sensores Inerciais.....	98
3.2.3	A Plataforma Veicular	104
3.2.4	Inserção dos Sensores Inercial e GPS na Plataforma Veicular	106
3.3	A FERRAMENTA DE COLETA DE DADOS	108
3.3.1	Seleção dos Dados dos Sensores e Seleção da Forma de Comunicação	109
3.3.2	A Interface do Usuário e a Sequência de Execução do Software	111
3.4	O PLANEJAMENTO DOS TESTES.....	118
3.4.1	A Rota de Testes.....	118
3.4.2	Especificação dos Testes	119
3.5	A FERRAMENTA DE PROCESSAMENTO DOS DADOS.....	121
3.5.1	Etapa 1: Calibração e Levantamento das Condições Iniciais do Sistema	122
3.5.2	Etapa 2: Processamento dos Dados em Pseudo-Tempo-Real	126
3.5.3	Melhorias da Solução de Navegação.....	140
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	146
4.1	RESULTADOS DO TESTE 1 (T1)	146
4.1.1	O Sinal do Giroscópio	146
4.1.2	O Sinal do Acelerômetro	147
4.1.3	O Sinal do Magnetômetro	149
4.1.4	A Matriz de Transformação de Coordenadas e a Gravidade Local.....	151
4.1.5	Verificação das Leituras do Receptor GPS	153
4.2	RESULTADOS DO TESTE 2	154
4.2.1	Análise dos Sinais dos Sensores Durante a Rodagem.....	154
4.2.2	Análise da Solução de Navegação Durante a Rodagem.....	160
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	168
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	171

ANEXO I – RESULTADOS OBTIDOS PELO PROCESSAMENTO DE T2.	174
ANEXO II – DESCRIÇÃO DA MENSAGEM <i>GEODETIC NAVIGATION DATA</i>	175
ANEXO III – RESULTADO DA CALIBRAÇÃO DO MAGNETÔMETRO UTILIZANDO O SOFTWARE MAGFIELD MAPPER.	178
GLOSSÁRIO	179

1 INTRODUÇÃO

No âmbito nacional o tema veículo autônomo é tradicionalmente ligado às áreas de Engenharia Mecânica, Elétrica e Mecatrônica. A pesquisa nesta área vem ganhando cada vez mais força à medida que as aplicações começam a ganhar notoriedade não mais apenas na academia, mas também nos meios de comunicação de massa. Como um exemplo pode-se citar a famosa prova organizada pelo Departamento de Defesa Americano (DoD), o DARPA (*Defense Advanced Research Projects Agency*) *Gran Challenge*, onde a meta é que os veículos atinjam uma série de pontos determinados em um ambiente urbano (no passado foram realizadas provas em ambientes desérticos) sem contar com infraestrutura externa (*beacons*, marcadores, etc.).

Além disso, em 2011 um laboratório Alemão *Autonomous Labs* iniciou testes nas ruas com um conceito muito interessante de um taxi autônomo, como mostra a figura 1. Nele um usuário pode requisitar um serviço de taxi através de seu IPAD®, que transmite suas coordenadas a uma central, que por sua vez envia um taxi autônomo até a localização do passageiro.

Figura 1 – Táxi autônomo “Made in Germany” do laboratório *Autonomous Labs*. (Fonte (AUTONOMOUS LABS, 2012)).

Como não poderia deixar de ser, a pesquisa nesta área também está despertando novos interesses, motivados por aplicações que envolvam segurança, logística, fluxo de trânsito e meio ambiente, por exemplo. Segundo Gonçalves (2011), no campo da segurança, quando adotados princípios de sistemas autônomos (detecção de colisão, por exemplo)

espera-se a redução dos acidentes de trânsito causados exclusivamente por fatores humanos e também naqueles onde o fator humano participa das causas.

Já quando se fala em meio ambiente a influência do trânsito é extremamente relevante. Segundo relatório da CETESB (2011) no Estado de São Paulo, os veículos são responsáveis por 97% das emissões de CO. Para Gonçalves (2011), em um cenário onde veículos autônomos que trafegam em um mesmo ambiente tenham a capacidade de se comunicar, caracterizando uma rede de veículos, haveria uma melhor distribuição dos automóveis em circulação, através de um melhor planejamento de rotas. Isto seria possibilitado, pela troca de informação constante entre os mesmos reportando condições de tráfego dentre outras, o que acarretaria em um impacto positivo na eficiência e redução do volume de trânsito.

Para que o departamento de Engenharia de Transportes (EPUSP-PTR) pudesse viabilizar suas pesquisas na área de veículos autônomos foi necessária à criação de uma plataforma que atenda seus requisitos (veja 1.1). Essa plataforma, hoje, encontra-se em desenvolvimento e já conta com um sistema de navegação autônomo com base exclusivamente no GNSS (*Global Navigation Satellite System*), mais especificamente no GPS (*Global Positioning System*).

Apesar da boa cobertura GNSS nos dias atuais, não é difícil encontrar regiões onde o sinal não esteja disponível, seja por fatores como navegação em subsolo ou vales urbanos, por exemplo. Nestas situações o veículo autônomo não pode simplesmente parar e não chegar ao seu objetivo. Uma alternativa para este tipo de trajeto (onde não há cobertura GNSS) é a adição ao veículo de um sistema de navegação inercial.

De acordo com Groves (2008), um sistema de navegação inercial (INS – *Inertial Navigation System*), algumas vezes conhecido como unidade de navegação inercial (INU – *Inertial Navigation Unit*), é um sistema de navegação *dead-reckoning*, completo (sem necessidade de infraestrutura externa) de três dimensões.

Brandt e Gardner (1998) esclarecem o conceito de *dead Reckoning*, como uma técnica de navegação baseada em medições contínuas da direção e velocidade do veículo ou ainda da distância percorrida que pode ser usada para calcular a trajetória. Estes sistemas em geral exigem inicialização, ou seja, a coordenada inicial do veículo precisa ser determinada.

Com o uso de sensores especiais, conhecidos como sensores inerciais, é possível obter a posição do veículo autônomo sem a necessidade de estrutura externa, salvo no momento de sua inicialização.

Além de possibilitar a navegação em locais com a ausência de sinais do GNSS, o

sistema de navegação inercial pode ainda viabilizar um aumento considerável na precisão total da solução de navegação global pela fusão da técnica inercial com a técnica GNSS.

Construir sistemas de navegação inercial, não é um processo trivial e apresenta grandes desafios a começar com a escolha do referencial a ser utilizado. Para haver movimento são necessários no mínimo dois referenciais: um do veículo que executa o movimento e outro da referência ao qual o movimento é descrito. Além disso, os sensores que compõem a navegação devem ser o mais preciso possível, pois qualquer mínima derivação em suas medidas provocam grandes erros para a solução de navegação final.

A exigência de precisão por parte dos sensores caminha alinhada com custos. Sistemas que possuem alto desempenho e com baixo nível de deriva tem custo extremamente elevado (da ordem de centenas de milhares de dólares) e têm sua utilização predominantemente em aplicações militares e na aviação comercial.

Recentemente, pesquisas nas áreas de miniaturização de elementos sensíveis micromecânicos desenvolveram sensores pequenos, com baixo consumo de corrente de alimentação, resistente a impactos mecânicos e que podem ser produzidos em larga escala. Tais sensores são denominados de Sensores MEMS (*Micro-Electro-Mechanical Systems*).

Este tipo de sensor vem revolucionando a pesquisa na área de Sistemas Inerciais, pois, possibilita que vários segmentos tenham acesso a tecnologia inercial, outrora restrita a aplicações militares e de aviação comercial. A contrapartida é que este tipo de dispositivo apresenta elevado grau de ruído em suas medições e como será mostrado no decorrer desta pesquisa, isto torna inviável sua utilização isolada em aplicações que exijam alto grau de confiabilidade em suas determinações.

Para evitar este tipo de problemas, existe a possibilidade de unir informações de sensores adicionais como odômetros, magnetômetros, sensores barométricos, entre outros, para melhorar a qualidade da Solução de Navegação. Diversos autores trabalham com o intuito de usar técnicas de filtragem (como Filtro de Kalman) para viabilizar a fusão deste tipo de sensores, dentre eles podem-se citar os trabalhos de: Santana (2011), Wang (2006), Farrell (2008), Lima (2005), entre outros.

1.1 OBJETIVOS

Podem-se nominar os objetivos deste trabalho como se segue:

- Elaborar uma revisão bibliográfica consistente para o estudo de Sistemas de Navegação Inercial e na formulação matemática que o envolve;
- Familiarizar-se (estabelecer comunicação, envio e recebimento de comandos e dados) com o Sistema Inercial MTi-G adquirido para fundamentar esta pesquisa;
- Adaptar a plataforma veicular desenvolvida no trabalho de Gonçalves (2011), para receber o sensor inercial MTi-G;
- Implementar utilizando técnica de MBD (*Model Based Design*) a automatização das equações utilizadas na construção de um Sistema de Navegação Inercial utilizando o referencial local como fonte de referência e disponibilizando uma Solução de Navegação no referencial ECEF (*Earth Centered Earth Fixed*) com posições expressas em coordenadas geodésicas, além de disponibilizar também o azimuth da solução: plataforma veicular + sensor inercial;
- Planificar e realizar testes de rodagem utilizando a plataforma veicular adaptada;
- Fazer uma análise dos resultados obtidos durante a execução dos testes;

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado em cinco capítulos, são eles: Introdução, Revisão Bibliográfica, Materiais e Métodos, Resultados e Discussões, Conclusões e Trabalhos Futuros.

No capítulo 2, é feita uma discussão sobre os conceitos mais importantes relacionados ao desenvolvimento do trabalho. A revisão bibliográfica passa pelos conceitos de navegação e posicionamento, uma descrição histórica sobre a evolução dos referenciais, uma apresentação dos referenciais mais utilizados em navegação e entrando mais afundo no tema da navegação inercial, apresentando os sensores MEMS, as equações e técnicas de fusão sensoriais.

No terceiro capítulo são descritas as características dos sensores utilizados no experimento, a planificação dos testes realizados, a implementação feita tanto para a coleta de

dados quanto para o processamento dos mesmos.

O quarto capítulo apresenta os resultados obtidos após a execução dos testes e uma discussão a cerca de cada um deles. O quinto capítulo apresenta a conclusão do trabalho e considerações para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 NAVEGAÇÃO: CONCEITO

Não há uma definição exata para o termo navegação. Como será visto a seguir, diversos autores trazem um significado para esta palavra. Groves (2008), por exemplo, cita uma definição a partir de “*The Concise Oxford Dictionary*” que considera a navegação como um de muitos métodos para se determinar ou planejar a posição ou curso de um barco ou avião pela geometria, astronomia, sinais de rádio, etc. Para Lawrence (1998) navegação pode ser considerada como o processo de seguir um caminho em um mapa através de latitudes e longitudes pré-determinadas. Já para Titterton e Weston, (2004) navegação diz respeito, essencialmente, a viajar e encontrar o caminho de um lugar para outro seja através de um simples ato de seguir instruções de direção como: “Ande cinco quadras e vire à direita”, ou ainda por meio de modernos navegadores automotivos. Neste último caso, o navegador irá determinar sua posição através da constelação de satélites artificiais que compõem a rede GPS, por exemplo, e conseguirá estabelecer uma rota até o ponto de destino.

Apesar do conceito de navegação não ser definitivo, pode-se inferir das definições apresentadas alguns pontos chave como:

- Posicionamento, ou seja, determinar sua localização atual e a localização do seu ponto de destino relativa a um referencial conhecido;
- Planejamento, ou seja, conhecendo-se a origem, o destino e o meio usado para a locomoção pode-se determinar qual a melhor rota a seguir;
- Reação a estímulos, ou seja, como se portar com, por exemplo, um obstáculo não modelado na fase de planejamento.

Apesar de fazerem parte integrante da navegação os conceitos de planejamento e reação a estímulo estão fora do escopo deste trabalho que prioriza as questões relativas ao posicionamento.

2.2 FORMAS DE NAVEGAÇÃO

Grewal, Weill e Andrews (2007) classifica a navegação em cinco formas distintas de acordo com o método de posicionamento utilizado.

1. **Pilotagem**, que se baseia essencialmente no reconhecimento de marcos no terreno para determinação da posição e orientação atual.
2. **Dead Reckoning**, que se baseia no conhecimento prévio do local de origem, alguma informação de orientação e a estimativa de velocidade.
3. **Navegação Celestial**, que se baseia no conhecimento de objetos celestiais como sol, lua, planetas, estrelas.
4. **Navegação via Rádio**, que se baseia em fontes de radiofrequência com localização conhecida.
5. **Navegação Inercial**, que se baseia no conhecimento prévio da posição, velocidade e orientação mantendo-as ao longo do percurso a partir de medições da aceleração em direções espaciais conhecidas por meio de instrumentos que mecanizam as leis do movimento de Newton.

2.3 SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO

Os sistemas de navegação são utilizados para se obter determinações automáticas da posição e velocidade de um objeto. Um sistema de navegação pode ser dependente de infraestrutura externa ou componente extra para determinar posição e velocidade (ex.: navegação por *beacons* e rádio) ou independente de tal infraestrutura e contar apenas com sua construção interna como no caso de um INS (*Inertial Navigation System*). A saída, ou resultado, de um sistema de navegação é conhecido como Solução de Navegação (GROVES, 2008).

2.4 DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO

Posicionar um objeto nada mais é do que lhe atribuir coordenadas. Embora, atualmente, esta seja uma tarefa que pode ser realizada com relativa simplicidade, utilizando-se, por exemplo, satélites artificiais apropriados para este fim, determinar a posição foi um dos primeiros problemas científicos que o ser humano procurou solucionar (MONICO, 2007).

O conceito central de navegação tem como requisito primordial o posicionamento, que por sua vez é dependente de um referencial ou de um sistema de referenciais. Esta pesquisa assume posicionamento usando referenciais terrestres. Para obtê-los é necessária uma compreensão muito acurada da forma da Terra, tal compreensão é objeto de estudo da Geodésia.

Em 2.4.1 será apresentado um tópico sobre a evolução da Geodésia, e por consequência do estudo da forma da Terra e da correta forma de se posicionar sobre sua superfície. O referido tópico baseia-se em Fischer (1975).

2.4.1 Evolução Histórica da Geodésia (Referenciais e Posicionamento)

2.4.1.1 A Terra Esférica

A evolução do posicionamento remonta a própria evolução das sociedades humanas. Sumérios, babilônicos, persas, chineses, gregos, todas as importantes civilizações antigas buscavam maneiras de decifrar a forma da Terra e, por conseguinte como se posicionar corretamente em sua superfície. Foi com a escola pitagórica na figura de Pitágoras (582 a.C. – 500 a.C.) que a forma da Terra teve o salto no conceito de forma passando a realmente ser tratado como uma esfera, mais por uma questão estética, forte fascinação mística da escola pitagórica do que por alguma observação convincente. Já Hiparco (190 a.C. – 120 a.C.) aplicou seu conhecimento de ângulos no problema de se estabelecer posições na superfície da Terra. Ele deu o rigor matemático na determinação da latitude e longitude o qual não havia sido compromisso de seus predecessores, como Erastóstenes de Cirene (276 a.C. – 195 a.C.).

2.4.1.2 A Terra Elipsoidal

Pouco se evoluiu após a concretização da forma esférica da Terra. Os estudos começaram a ser retomados após as observações do genial Isaac Newton (1642 d.C. – 1727 d.C.) que ao formular sua Lei da Gravitação Universal, concluiu que a Terra sob o efeito de sua rotação seria achatada nos pólos e alongada no Equador, contrariando a forma idealizada do “ovo” ou “limão” muito difundida entre os franceses. A forma da Terra então passa a ser considerada como um elipsóide de revolução. Porém essa nova concepção não durou muito. Em seus trabalhos o matemático alemão Carl Friedrich Gauss (1777 d.C. – 1855 d.C.), concluiu, após aplicar o método dos mínimos quadrados numa série de medições geodésicas em Hannover, que os resíduos obtidos estavam muito acima dos erros aleatórios inerentes às observações, indicando que o modelo matemático adotado para a Terra, o elipsoide de revolução, não era adequado. Sugeriu então uma forma levemente irregular mais tarde denominada Geóide.

2.4.1.3 A Terra Geoidal

Neste ponto houve uma divisão na Geodésia: A Geodésia física e a Geodésia geométrica.

Na Geodésia física o geóide é definido como “a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra que, na média, coincide com o nível médio não perturbado do mar”. Esta forma (o geóide) de referência tenta representar uma Terra homogênea e não perturbada, com mesma massa e volume do geóide centrada no geocentro e sujeita a mesma rotação.

A busca por esta nova forma de representar a Terra deu origem a diversas novas proposições. Stokes em 1849 forneceu os meios teóricos para se calcular a separação geoidal em um dado ponto P do geóide a partir de observações de gravidade. Meinesz em 1928 calcula as deflexões da vertical da mesma observação gravitacional.

Na Geodésia geométrica, o objeto era ter o melhor modelo de elipsóide que representasse da melhor forma possível a forma da Terra (geóide). Seguindo essa linha de raciocínio em 1910 a União Internacional de Geodésia e Geofísica (IUGG – *International Union of Geodesy and Geophysics*) adota o elipsóide de Hayford como o elipsóide

Internacional. A partir daí cada vez mais levantamentos foram realizados em diferentes partes do planeta, visando uma coleção cada vez maior de dados contribuindo para um modelo cada vez mais acurado.

2.4.1.4 A Era Espacial

Arquimedes teria dito: Dê-me um ponto fora da Terra, onde possa me apoiar e então eu a moverei. “Dê-me um satélite artificial e eu poderei medir a Terra” teria sido a melhor forma de expressar a influência dos satélites artificiais na geodésia.

Em 1957 os russos lançaram o satélite Sputnik seguido de perto pelos americanos que em 1958 lançaram o Vanguard. Estava aberta a Era espacial e com ela a Geodésia ganha nova perspectiva em sua missão de estudar e definir a forma da Terra.

Pela primeira vez foi possível utilizar objetos do espaço exterior, passivos ou ativos, para posicionar pontos da superfície terrestre, sem a limitação imposta pela intervisibilidade, uma condição imprescindível para os métodos terrestres convencionais. Além disso, a baixa altitude dos satélites propiciou uma oportunidade única de se estudar o campo de gravidade da Terra, baseando-se nas observações diretas de suas trajetórias perturbadas, que, entretanto eram e são previsíveis ao se conhecer o campo gravitacional. Tanto que foi possível extrair quase imediatamente após o lançamento do satélite Vanguard em 1958, um valor extremamente interessante para o achatamento da Terra.

Além disso, vários desenvolvimentos na observação dos satélites, principalmente com o uso de câmeras balísticas, possibilitaram a determinação de coeficientes harmônicos do geopotencial, viabilizando a publicação do primeiro modelo formal da Terra, o modelo “*Standard Earth*” do *Smithsonian Astrophysical Observatory* (SAO SE I to SAO SE III) e o *Goddard Earth Models* (GEM) da NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) *Goddard Space Flight Center*.

Entre 1970 e 1980 novas técnicas de observação foram desenvolvidas e refinadas. Em particular as distâncias medidas a laser até os satélites e a lua, bem como a altimetria por satélite, ex. satélite GEOS-3. O sistema TRANSIT foi usado para um posicionamento Geodésico baseado no efeito Doppler. Melhorias no geóide global e na determinação de coordenadas, com a inserção de novos coeficientes harmônicos, frutos de novas observações, foram feitos e trouxeram aprimoramentos nos modelos do geopotencial (ex. GEM10, GRIM).

Os aumentos da acurácia das observações tornaram possível a medição do fenômeno geodinâmico (rotação da Terra, movimento dos pólos, deformações na crosta). Medições Doppler foram usadas mundialmente para a instalação e manutenção de redes de controle geodésicas.

De 1980 até aproximadamente 1990, os métodos de pesquisa por satélites se tornaram bem difundidos na comunidade científica, substituindo os métodos convencionais. Este processo se iniciou com os primeiros resultados obtidos com o NAVSTAR *Global Positioning System (GPS)* e resultou em uma perspectiva completamente nova de pesquisa e mapeamento. Com crescentes avanços na exatidão do posicionamento estudos a cerca do movimento dos pólos, a rotação da Terra e deformação da crosta tem resultados importantíssimos ao redor do mundo.

A partir de 1990 até 2000, inicia-se uma fase de consolidação de serviços nacionais e internacionais de geodésia. Em particular dois grandes novos serviços entram em cena. O *International Earth Rotation Service - IERS*, que se baseia exclusivamente em técnicas espaciais fornecendo parâmetros de orientação extremamente precisos com alta resolução temporal e que também mantém e constantemente refina duas referências básicas. O ICRF (*International Celestial Reference Frame*) e o ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*). O IGS (*International GNSS Service*) iniciou em 1994 e evoluiu para se tornar a principal fonte de orbitas precisas de GPS bem como para obtenção de coordenadas e observações de um conjunto global de mais de 300 estações de observação.

Após o ano 2000 as melhorias de tecnologia, método de observação e precisão continuam em andamento. Pode se citar, por exemplo:

- O lançamento de sondas dedicadas ao estudo da gravidade como CHAMP, GRACE e GOCE para determinar com grande resolução o campo de gravidade terrestre.
- O estabelecimento de uma nova geração de satélites GNSS com os blocos IIR e IIF do GPS, o sistema Europeu denominado Galileu, a modernização do sistema russo GLONASS e o Compass Chinês.

2.5 NAVEGAÇÃO INERCIAL

2.5.1 Conceito

Sabe-se da mecânica básica que a inércia é a tendência de um corpo em permanecer em repouso ou em movimento retilíneo uniforme desde que não haja nenhuma influência de forças ou torques externos.

Um sistema de navegação inercial (INS) é um sistema que mede movimento linear e/ou angular pelo processamento das grandezas de um ou mais sensores inerciais. Tais sensores são, usualmente, acelerômetros e giroscópios.

Os giroscópios fornecem medidas da mudança da atitude de um objeto ou sua taxa de rotação em relação a um espaço inercial. Acelerômetros, idealmente, fornecem uma medida da força não gravitacional por unidade de massa exercida no sensor ou “força específica”. Porém, na prática, os acelerômetros não são capazes de separar a aceleração total do objeto da aceleração devida à presença do campo gravitacional. Consequentemente, as medidas fornecidas pelos acelerômetros, especialmente quando próximas a um corpo com grande massa como a Terra, tem de ser combinadas com o conhecimento do campo gravitacional a fim de se determinar a aceleração do objeto com respeito ao espaço inercial (TITTERTON e WESTON, 2004).

A função de navegação é então realizada combinando-se as medições da rotação do objeto e a “força específica”. Assim é possível calcular estimativas da orientação, velocidade e posição em relação a um sistema de referência pré-definido (TITTERTON e WESTON, 2004).

A Figura 2 mostra um diagrama de blocos simplificado de uma INS.

Figura 2 – Diagrama de blocos de um INS.

2.5.2 Sensores Inerciais

Sensores inerciais juntamente com o modelo de gravidade e as condições iniciais do objeto compõem a entrada de um sistema de navegação inercial, conforme visto na figura 2. Os sensores mais comumente utilizados são os giroscópios¹ (*gyros*) e os acelerômetros.

A maioria dos tipos de acelerômetros mede a força específica ao longo de um único eixo. Similarmente, a maioria dos tipos de *gyros* mede velocidade angular sobre um único eixo. Como mostrado na figura 3, uma unidade de medição inercial (IMU – *Inertial Measurement Unit*) combina ou pode combinar múltiplos acelerômetros e giroscópios, usualmente três de cada, para produzir uma medição tridimensional de força específica e velocidade angular (GROVES, 2008).

¹ O desenvolvimento do giroscópio começa no século XIX com Jean Bernard Léon Foucault (1819 – 1868), que usou um giroscópio do tipo roda de impulso (*momentum wheel gyroscope*) para medir a rotação da Terra em 1852. A ele quem geralmente se credita o uso do termo giroscópio (GREWAL, WEILL e ANDREWS, 2007).

Figura 3 – Montagem de sistema inercial com três acelerômetros e três giroscópios.

Existem diversas técnicas de construção com diferentes abordagens tanto para acelerômetros quanto para giroscópios. Seu tamanho, massa e desempenho variam tanto entre a mesma tecnologia quanto entre tecnologias diferentes. Lawrence (1998) foca em seu trabalho tecnologias de construção clássicas, como o acelerômetro de pêndulo de feixe vibrante, giroscópios mecânicos de fibra ótica e laser. Já Groves (2008), Titterton e Weston (2004) e Grewal, Weill e Andrews, (2007) acrescentam construções dos sensores com a tecnologia MEMS. Tal tecnologia é tema principal no trabalho de Aggarwal, Syed, Nouredin, & El-Sheimy (2010) que usa estes sensores na construção de uma INS. Yazdi, Ayazi, & Najafi (1998), apresenta uma revisão dos acelerômetros e giroscópios MEMS com uma introdução sobre seus princípios e especificações. Neul, et al. (2007), discute a aplicação de giroscópios MEMS para aplicações automotivas.

Tamanho, a massa, o desempenho e o custo dos sensores inerciais variam tanto entre a mesma tecnologia quanto entre diferentes tecnologias. Em geral, sensores de alto desempenho são maiores, mais robustos e bem mais caros. O desenvolvimento atual de sensores inerciais está focado na tecnologia MEMS. Esta possibilita que sensores de quartzo e silício sejam produzidos em larga escala e a um custo baixo. Sensores MEMS são pequenos, leves, e tem uma tolerância muito maior a choques que os projetos mecânicos convencionais. Entretanto, eles oferecem um desempenho relativamente baixo.

2.5.2.1 Giroscópios MEMS

Nas últimas décadas pôde-se notar um crescente aumento na demanda por sensores que medem velocidade angular que sejam menores e mais baratos. Tal aumento na demanda pode ser justificado pelo advento de novas aplicações tanto automotivas quanto para consumidores finais tais como: sensores para compensar movimento das mãos em câmeras digitais, apontadores tridimensionais e sensores de detecção de taxa de guinada para controle dinâmico de veículos.

Para atender a estes requisitos, o desenvolvimento de giroscópios começou então a se basear em dispositivos micromecânicos de silício, onde a maior parte destes sensores se baseia em giroscópios vibratórios de silício.

2.5.2.1.1 Princípio de Operação e Especificação

A maioria dos giroscópios MEMS usam elementos mecânicos vibrantes para “sentir” a rotação. Eles não têm peças rotativas que exijam rolamentos, e por isso podem ser facilmente miniaturizados e fabricados em volume usando técnicas de microusinagem. Todos os giroscópios vibratórios são baseados na transferência de energia entre dois modos de vibração de uma estrutura causada pela aceleração Coriolis.

A aceleração Coriolis, homenagem ao cientista e engenheiro francês G. G. de Coriolis (1792-1843), é uma aceleração aparente que surge em um referencial rotacional e é proporcional a taxa de rotação (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998).

Figura 4 – (a) Efeito Coriolís (b) Giroscópio vibratório *Tuning-Fork*. (Adaptado de: (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998)).

Para entender o efeito Coriolís imagine uma partícula viajando no espaço com um vetor velocidade $\vec{v}$. Um observador sentado sobre o eixo $\vec{x}$ do sistema de coordenadas $\vec{xyz}$ mostrado na Figura 4, está observando esta partícula. Se o sistema de coordenadas junto com o observador começarem a rodar em torno do eixo $\vec{z}$ com velocidade angular igual a $\vec{\Omega}$, o observador pensará que a partícula está mudando sua trajetória em direção ao eixo $\vec{x}$ com uma aceleração igual a:

$$\vec{a} = 2\vec{v} \times \vec{\Omega} \quad (1)$$

Apesar de nenhuma força real ter sido exercida na partícula, para um observador ligado ao referencial rotacional, surgiu uma força resultante aparente que é diretamente proporcional à taxa de rotação. Este efeito é o princípio básico de operação de todo giroscópio de estrutura vibratória (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998).

2.5.2.1.2 Classificação dos Giroscópios MEMS

Aqui será citada apenas a classificação dos giroscópios MEMS de acordo com o modelo utilizado em sua fabricação, maiores detalhes podem ser encontrados em (Aggarwal, Syed, Noureldin, & El-Sheimy, 2010).

- Giroscópios Diapasão,
- Giroscópios *Vibrating Wheel*,
- Giroscópios Ressonador *Wine Glass*.

2.5.2.1.3 Grau de Desempenho dos Giroscópios

Para Yazdi, Ayazi, & Najafi, (1998), resolução, deriva, taxa zero de saída (ZRO – *zero-rate output*) e fator de escala são fatores importantes que determinam o desempenho de um giroscópio. Na ausência da rotação, o sinal de saída de um giroscópio é uma função aleatória que é a soma do ruído branco e uma função de variação lenta. O ruído branco define a resolução do sensor e é expresso em termos do desvio padrão da taxa de rotação equivalente pela raiz quadrada da largura de banda da detecção $[(^{\circ}/s)/\sqrt{\text{Hz}}$ ou $(^{\circ}/h)/\sqrt{\text{Hz}}$. O chamado passeio aleatório (*random-walk*) em $^{\circ}/\sqrt{h}$ também pode ser usado. O valor pico-a-pico da função de variação mais lenta define a deriva de longo ou curto prazo do giroscópio e é usualmente expressa em $^{\circ}/s$ ou $^{\circ}/h$. Fator de escala é definido como a quantidade de mudança no sinal de saída por unidade de mudança da taxa de rotação e é expressa em $/(^{\circ}/s)$. Por fim, um fator importante para qualquer giroscópio que é principalmente definido pelos desequilíbrios do dispositivo é o ZRO, que representa a saída do dispositivo na ausência de uma taxa rotacional.

Yazdi, Ayazi, & Najafi, (1998) classificam os giroscópios em três categorias diferentes baseado em seu desempenho: grau inercial, grau tático e *rate-grade*. A Tabela 1 simplifica os requisitos para cada uma dessas categorias.

Tabela 1 – Requisitos de Desempenho para as Diferentes Classes de Giroscópios. (Fonte: (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998)).

Parâmetro	<i>Rate Grade</i>	Grau Tático	Grau Inercial
<i>Passeio Aleatório do Ângulo</i> ($^{\circ}/\sqrt{h}$)	> 0,5	0,5 – 0,05	< 0,001
Deriva de <i>bias</i> , $^{\circ}/h$	10-1000	0,1 – 10	<0,01
Acurácia do Fator de Escala, %	0,1 – 1	0,01 – 0,1	<0,001
Intervalo do Fundo de Escala	50 – 1000	> 500	< 0,001

(°/s)			
Choque Max. em 1ms, g's	10^3	$10^3 - 10^4$	10^3
Largura de Banda, Hz	> 70	- 100	- 100

Estas informações são apenas de escala aproximada de magnitude para as diferentes características de erro. Os requisitos do sensor são amplamente determinados pela aplicação. Por exemplo, giroscópios para sistemas de plataforma estável podem geralmente usar escalas de entrada muito menor daquelas usadas para aplicações *strapdown* (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998).

2.5.2.2 Acelerômetros MEMS

Como destacado em 2.5.2.1, novas aplicações tanto automotivas quanto para consumidores finais necessitavam do desenvolvimento em larga escala e com custo baixo dos giroscópios. O mesmo princípio se aplica para os acelerômetros. Como será visto a seguir, um acelerômetro “sente” acelerações pelo emprego de uma massa de prova sujeita a acelerações externas. O valor da aceleração é então determinado pelo deslocamento da massa de prova.

2.5.2.2.1 Estrutura, Operação e Especificação

Um acelerômetro consiste, basicamente, de uma massa de prova suspensa por vigas compatíveis ancoradas em um corpo fixo. O corpo de prova tem uma massa M , os feixes de suspensão tem uma constante de mola efetiva K e há um fator de *damping* (D) afetando a dinâmica do movimento desta massa. O acelerômetro pode ser modelado por um sistema massa-mola de segunda ordem, como mostra a Figura 5. A aceleração externa desloca o corpo de apoio em relação à massa de prova, que por sua vez muda a tensão na mola de suspensão. Ambos o deslocamento relativo e a tensão nos feixes de suspensão podem ser usados como medida da aceleração externa (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998).

Figura 5 – Estrutura Geral do Acelerômetro e seu Modelo Mecânico. (Adaptado de (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998)).

2.5.2.2.2 Classificação dos Acelerômetros MEMS

Aggarwal, Syed, Noureldin, & El-Sheimy, (2010) classificam os acelerômetros de acordo com os tipos de elementos de transdução usados para converter o posicionamento mecânico da massa de prova em sinal elétrico. Alguns dos materiais mais comuns são: piezoresistivos, capacitivos, piezoelétricos, ótico e corrente de tunelamento.

2.5.2.2.3 Escalas de Desempenho de Acelerômetros

Para Yazdi, Ayazi, & Najafi, (1998), acelerômetros são tipicamente especificados por sua sensibilidade, faixa máxima de operação, resposta em frequência, resolução, não linearidade no fundo de escala, *offset*, sensibilidade fora do eixo e resistência a choque. Uma vez que os acelerômetros micromecânicos são utilizados em uma grande variedade de aplicações, sua especificação necessária é também dependente da aplicação e cobrem um espectro bem amplo. Por exemplo, para medidas de microgravidade dispositivos com faixa de operação maior que $\pm 0,1$ Gal, uma resolução de menos de $1\mu\text{Gal}$ em uma faixa de frequência de zero a 1Hz são desejáveis, enquanto que em aplicações de detecção de impacto e balística é desejável uma faixa de mais de 10000 Gal com resolução de menos de 1 Gal em 50kHz. A Tabela 2 resume os parâmetros típicos de desempenho de acelerômetros com resolução média para aplicações automotivas e alto desempenho para aplicações em navegação inercial.

Existem outras classificações listadas por outros autores como em Grewal, Weill, &

Andrews, (2007).

Tabela 2 – Especificação Típica de Acelerômetros para Aplicações Automotivas e Inerciais. Fonte: (YAZDI, AYAZI e NAJAFI, 1998).

Parâmetro	Automotivo	Navegação
Faixa	± 50 Gal (airbag) ± 2 Gal (sistema de estabilidade de veículos)	± 1 Gal
Faixa de Frequência	DC – 400Hz	DC – 100Hz
Resolução	< 100 mGal (airbag) < 10 mGal (sistema de estabilidade de veículos)	< 4 μ Gal
Sensibilidade <i>Off-Axis</i>	$< 5\%$	$< 0,1\%$
Não Linearidade	$< 2\%$	$< 0,1\%$
Choque Máximo em 1ms	$-40^{\circ}\text{C} - 85^{\circ}\text{C}$	$-40^{\circ}\text{C} - 80^{\circ}\text{C}$
Offset devido ao coeficiente de temperatura	< 60 mGal / $^{\circ}\text{C}$	< 50 μ Gal / $^{\circ}\text{C}$
Sensibilidade em relação à temperatura	< 900 ppm/ $^{\circ}\text{C}$	± 50 ppm / $^{\circ}\text{C}$

2.5.2.3 Características Principais dos Erros nas Medições dos Sensores Inerciais

Os erros provenientes dos giroscópios afetarão diretamente a obtenção da atitude do objeto e também na eliminação dos efeitos da aceleração da gravidade nas medições do acelerômetro, em uma INS configurada no modo *strapdown* (2.6.2). Os erros nos acelerômetros afetam diretamente a estimativa de posição da Solução de Navegação. Entre as principais fontes de erros destes sensores, pode-se destacar:

- **Erro de *Bias*:** o *bias* de um giroscópio pode ser caracterizado pela média de sua leitura de saída quando ele não está sujeito a nenhuma rotação. A unidade para representar o *bias* neste caso pode ser ($^{\circ}/\text{s}$). Para o acelerômetro, o processo é bem mais complexo, uma vez que este sensor sofre com os efeitos da aceleração da gravidade. Sendo assim, se torna mandatório o conhecimento prévio e preciso da orientação do objeto no instante da calibração para se separar da leitura o que é erro de *bias* e o que é

componente devido à aceleração da gravidade. De acordo com Santana (2011), mesmo sendo constante um sinal de bias pode mudar de valor em algumas condições, por exemplo, ao se religar o equipamento (*turn-on bias*).

- **Passeio Aleatório (*Random Walk*):** no caso do giroscópio será caracterizado como um passeio aleatório do ângulo (atitude), cuja unidade pode ser ($^{\circ}/\sqrt{s}$) e no caso do acelerômetro será caracterizado como um passeio aleatório da velocidade, cuja unidade pode ser ($g/\sqrt{Hz}$). De acordo com Santana (2011), o passeio aleatório é uma especificação para descrever o erro que irá ocorrer devido à integração da parcela de ruído aleatório presente nos sinais dos sensores inerciais.
- **Erro de Quantização:** Santana (2011), descreve este erro como sendo o erro devido a diferença de tempo entre a amostra do sinal estar disponível para a aplicação e ela ter sido realmente lida dos sensores, o que pode levar a aparição de um ruído branco na leitura dependente da ordem de grandeza com que um sinal elétrico é aproximado para valores diferentes daqueles que a amostra foi obtida.
- **Efeitos da Temperatura (Deriva Térmica):** a temperatura do ambiente aliada ao próprio calor do dispositivo induz a erros de bias, que fazem com que as leituras dos sensores acumulem erros. No caso do giroscópio estes erros se refletem em erros na atitude. Para o acelerômetro a variação na temperatura pode causar erros no posicionamento.
- **Erro de Calibração:** o erro de calibração se refere aos erros de escala, alinhamento e linearidade dos sensores. Estes erros, geralmente lineares, tendem a produzir erro de bias que são observados quando o dispositivo a que o sensor está acoplado está se movendo.

2.5.3 O Magnetômetro

Os magnetômetros são sensores capazes de medir a densidade do fluxo magnético. Sua função principal na navegação é fornecer uma referência em direção ao norte geográfico, sendo assim, no escopo deste trabalho este sensor apresenta um papel fundamental,

fornecendo o conhecimento do azimuth inicial necessário na inicialização da atitude da plataforma.

2.6 MODELOS DE CONSTRUÇÃO DE INS

Quase todos os INS podem ser classificados em uma das duas categoriais que serão listadas a seguir. A diferença entre elas é o modelo da referência em que os sensores, acelerômetro e giroscópio, operam.

2.6.1 Sistemas de Plataforma Estável

Neste tipo de configuração os sensores inerciais são montados em uma plataforma que é isolada de qualquer movimento de rotação externo. Sendo assim, a plataforma é mantida alinhada com o referencial do sistema. Para este fim, a plataforma é montada usando articulações móveis que permitem um grau de liberdade nos três eixos do movimento. A figura 6 ilustra um modelo de construção de uma IMU do tipo plataforma estável.

Figura 6 – Sistema de Plataforma Estável. (Fonte: (WOODMAN, 2007)).

Os sensores montados na placa detectam então qualquer rotação da plataforma. Estes sinais realimentam então, motores que giram as articulações móveis para cancelar as rotações sofridas pela placa, deixando então a plataforma alinhada com o dispositivo em que está montada. Para calcular a posição do dispositivo, os sinais dos acelerômetros da plataforma são duplamente integrados. Note que é necessário subtrair a aceleração devida à gravidade da componente vertical antes de realizar as integrações. O algoritmo da plataforma de navegação inercial é mostrado na Figura 7 (WOODMAN, 2007).

Figura 7 – Algoritmo de navegação inercial para a plataforma estável.

2.6.2 Sistemas de Plataforma Solidária (“Strapdown”)

Nos sistemas *strapdown* os sensores são montados rigidamente sobre o dispositivo, sendo assim as leituras dos sensores são medidas em relação ao dispositivo e não ao movimento. Visando-se obter a orientação, os sinais do giroscópio são integrados. Para obter a posição, as leituras dos acelerômetros são distribuídas em coordenadas globais usando a orientação conhecida a partir da integração dos sinais dos giroscópios. Os sinais globais das acelerações são então integrados como no algoritmo do sistema de plataforma estável. Este processo está ilustrado na figura 8 (WOODMAN, 2007).

Figura 8 – Algoritmo para o sistema de Navegação inercial *Strapdown*.

Ambas as configurações são baseadas nos mesmos princípios básicos. Sistemas *strapdown* têm uma complexidade mecânica reduzida e tendem a ser fisicamente menores, que os sistemas de plataforma estável. Estes benefícios se contrapõem a um custo computacional que é relativamente maior no sistema *strapdown*. Atualmente, com o decréscimo do custo computacional (aumento de tecnologia no processamento embarcado), os sistemas *strapdown* têm sido utilizados predominantemente.

2.7 SISTEMAS DE COORDENADAS

Kovalevsky, Mueller, & Kolaczek (1989), expõe que movimento e posição não são conceitos absolutos e podem ser descritos apenas em relação a algum referencial. Este por sua vez, pode ser matematicamente representado valendo-se de um sistema de coordenadas.

Normalmente quando se tratam problemas simples de mecânica, o modelamento do movimento é feito em relação a um referencial terrestre considerado, para este caso, como sendo um referencial inercial. Isto é feito para se obter simplicidade no desenvolvimento da solução. Porém, para navegação, esta premissa nem sempre funciona. A rotação da Terra tem um impacto significativo nos cálculos de navegação, principalmente quando se trabalha com grandes distâncias.

Além disso, navegação é também um problema de múltiplos sistemas de coordenadas. No caso dos sensores inerciais, eles medem seu movimento com relação a um referencial inercial. O GPS, por exemplo, fornece a posição e velocidade de uma antena de

um receptor em relação a uma constelação de satélites. O usuário deste sistema, por sua vez, deseja saber sua posição em relação à Terra.

Assim, para uma navegação acurada, a relação entre os diferentes sistemas de coordenadas deve ser modelada corretamente.

Um sistema de coordenadas pode ser definido de duas formas:

- Através da definição de uma origem e um conjunto de eixos nos termos aos quais os movimentos de um objeto podem ser descritos (ex.: uma referência);
- Através da definição da posição e orientação de um objeto.

Estas duas definições são intercambiáveis. Em um problema de dois referenciais, definir qual é sistema do objeto e qual é o sistema de referência é arbitrário. É igualmente válido descrever a posição e orientação de um sistema α com relação ao sistema β como é válido descrever o sistema β com relação à α . Em outras palavras, descrever a posição de uma rua com relação a um carro sugere o mesmo tipo de informação que descrever a posição do carro em relação à rua (GROVES, 2008).

Um sistema de referência ortogonal tem seis graus de liberdade, a posição da origem, $\mathbf{o}$, e a orientação dos eixos, x , y e z . Estes devem ser expressos em relação a outro sistema a fim de defini-los. A figura 9 ilustra esta ideia. Qualquer problema de navegação deve envolver pelo menos dois sistemas de coordenadas: um sistema do objeto e um sistema de referência. O sistema do objeto descreve o corpo cuja posição e/ou orientação se quer obter. O sistema de referência descreve um corpo conhecido (como a Terra, por exemplo) relativo ao qual a posição e/ou orientação é desejada (GROVES, 2008).

Figura 9 – Dois Sistemas de Coordenadas Ortogonais. (Fonte: (GROVES, 2008)).

Todos os sistemas de coordenadas considerados aqui formam um conjunto básico

ortogonal dextrogiro. Isto significa que os eixos x -, y - e z - são sempre mutuamente perpendiculares.

A seguir serão apresentados os referenciais mais utilizados em navegação.

2.7.1 Referencial ECI (*Earth Centered Inertial*)

Denotado pelo símbolo i , este sistema é nominalmente centrado no centro de massa da Terra e orientado com relação ao seu eixo de rotação. O sentido deste referencial é mais teórico do que prático, pois a Terra não pode ser considerada um referencial inercial uma vez que sofre aceleração em sua órbita ao redor do sol e seu eixo de rotação se move vagarosamente (movimentos de precessão, nutação e movimento do pólo).

2.7.1.1 Características do Referencial ECI

A figura 10 mostra a disposição dos eixos de um sistema ECI.

- A origem do referencial está no centro de massa da Terra;
- O eixo z sempre aponta na direção do eixo de rotação da Terra, do centro de massa ao pólo norte (verdadeiro);
- O eixo x aponta na direção Terra-Sol no equinócio vernal, que é o equinócio de primavera no hemisfério norte;
- O eixo y completa o sistema dextrogiro (regra da mão direita).

Figura 10 – Eixos do Referencial ECI. (Fonte: (GROVES, 2008)).

Atualmente o eixo de rotação move-se em relação à Terra sólida, com os pólos seguindo, grosseiramente, um caminho circular de raio 15m. Uma solução é adotar o pólo de referência do IERS (IRP - *International Reference Pole*) ou o pólo terrestre convencional (CTP – *Convetional Terrestrial Pole*), que é a posição média do polo pesquisada entre 1900 e 1905. A versão do referencial inercial que adota o IRP/CTP, o centro de massa da Terra, a sua origem e o eixo x baseado no eixo Terra-Sol no equinócio vernal é conhecido como o sistema de referencia inercial convencional (CIRS - *Conventional Inertial Reference System*). O referencial inercial é importante na navegação porque os sensores inerciais medem movimento em relação a um referencial inercial genérico, e isso possibilita o uso das equações de navegação mais simples.

2.7.2 Referencial ECEF (*Earth-Centered Earth-Fixed*)

Representado pelo símbolo e , o referencial *Earth-Centered Earth-Fixed*, é similar ao referencial ECI, exceto que todos os eixos permanecem fixos em relação à Terra e os acompanham durante todo seu movimento.

2.7.2.1 Características do Referencial ECEF

A figura 11 mostra a disposição dos eixos do ECEF.

- A origem do referencial está no centro do elipsóide a qual não corresponde necessariamente ao centro de massa da Terra;
- O eixo z sempre aponta na direção do eixo de rotação da Terra do centro até o pólo norte (verdadeiro);
- O eixo x aponta do centro da intersecção do equador com o meridiano de referência do IERS, o IRM (*International Reference Meridian*), que define a longitude 0° ;
- O eixo y completa o sistema dextrogiro.

Figura 11 – Eixos do Referencial ECEF. (Fonte: (GROVES, 2008)).

O referencial terrestre é importante na navegação porque o usuário deseja saber sua posição relativa à Terra, então este referencial é comumente utilizado como sistema de referência ou um sistema de resolução para outros sistemas (GROVES, 2008).

2.7.3 Referencial de Navegação Local

O referencial de navegação local (n) ou NED (*North-East-Down*) é amplamente utilizado em navegação. Trata-se de um referencial que representa a superfície terrestre como uma superfície plana.

2.7.3.1 Características do Referencial de Navegação Local

A figura 12 mostra a disposição dos eixos do referencial de navegação local.

- A sua origem está no ponto em que a solução de navegação foi configurada como, por exemplo, o centro de massa do veículo;
- O eixo z é definido pela Normal ao elipsoide de referência;
- O eixo x , ou eixo norte (N), é a projeção no plano ortogonal ao eixo z da linha do usuário ao pólo norte;
- O eixo y completa o conjunto ortogonal e sempre aponta para o leste sendo conhecido como eixo leste (E).

Figura 12 – Eixos do Referencial de Navegação Local. (Fonte: (GROVES, 2008)).

O referencial de navegação local é importante na navegação porque o usuário deseja saber a atitude relativa ao norte, leste e baixo. Para posição e velocidade, ela fornece um conjunto conveniente de eixos de solução, mas não é usado como um referencial (GROVES, 2008).

A maior desvantagem no uso do referencial local é que há uma singularidade em cada pólo porque os eixos norte e leste não estão definidos nesta região. Assim as equações de navegação automatizadas usando este referencial não são adequadas para uso perto dos pólos. Ao invés disto um referencial alternativo pode ser usado com conversão para a solução de navegação para o referencial local ao final da cadeia de processamento.

2.7.4 Referencial do Veículo (*Body Frame*)

Denotado por b , este referencial está fixo ao corpo e compreende a origem e orientação do objeto para qual a solução de navegação é utilizada.

2.7.4.1 Características do Referencial do Veículo

A figura 13 mostra a disposição dos eixos do referencial do veículo.

- A origem é coincidente com a origem do referencial local, mas os eixos permanecem fixos com relação ao veículo (*body*);
- O eixo z está orientado para baixo (ex.: a direção usual da gravidade);
- O eixo x está orientado na direção usual do movimento;
- O eixo y completa o conjunto ortogonal.

Para movimento angular:

- O eixo z é o eixo de *yaw*;
- O eixo x é o eixo de *roll*;
- O eixo y é o eixo de *pitch*.

Por isso, os eixos do referencial do veículo são às vezes conhecidos como RPY: *roll*, *pitch* e *yaw*.

Figura 13 – Eixos do Referencial do Veículo. (Fonte: (GROVES, 2008)).

O referencial do veículo é essencial na navegação uma vez que descreve o objeto que está navegando. Todos os sensores *strapdown* medem o movimento do veículo (*body*) com relação a um referencial inercial genérico (GROVES, 2008).

2.8 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PARÂMETROS WGS84

O WGS 84 (*World Geodetic System 1984*) é um dos sistemas de referência mais conhecido no mundo. Sua definição vai além de constituir um referencial definindo também valores para uma série de constantes, tais como: velocidade angular da Terra, velocidade da luz, constante universal da gravitação, etc. A tabela 3, apresenta os parâmetros de definição do elipsóide de acordo com o WGS 84.

Tabela 3 – Parâmetros do Elipsóide WGS 84 (Fonte: (NIMA, 2000)).

Parâmetro	Valor	Descrição
a	6378137m	Semi-eixo maior
f	1/298,2572221	Achatamento
ω_e	$7292115 \cdot 10^{-8}$ rad/s	Velocidade angular terrestre
GM	$3986005 \cdot 10^8$ m ³ /s ²	Constante gravitacional terrestre

Em NIMA (2000), é possível também encontrar um modelo simples para o cálculo da aceleração devido a gravidade como uma função da latitude:

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 L_b}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 L_b}} \quad (2)$$

onde:

$$k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1 \quad (3)$$

$b = 6356752.3142\text{m}$ (semi-eixo menor do elipsóide)

$\gamma_e = 9.7803253359 \text{ m/s}^2$ (gravidade teórica no equador)

$\gamma_p = 9.8321849378 \text{ m/s}^2$ (gravidade teórica nos pólos)

$e^2 = 6.69437999014 \cdot 10^{-3}$ (quadrado da primeira excentricidade elipsoidal)

L_b = latitude geodésica

2.9 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

As transformações de coordenadas são utilizadas para converter um vetor representado num determinado sistema de coordenadas para outro sistema de coordenadas conveniente (SANTANA, 2011).

Em linhas gerais as transformações de coordenadas são feitas por matrizes (de ordem 3x3) representadas por C_{α}^{β} onde o índice inferior, α , representa “de” um sistema e o índice superior, β , indica “para” um sistema.

Assim,

$$\mathbf{x}_{\delta\gamma}^{\beta} = C_{\alpha}^{\beta} \mathbf{x}_{\delta\gamma}^{\alpha} \quad (4)$$

onde, $\mathbf{x}$ é qualquer grandeza.

Sendo assim, como exemplo, pode-se dizer que em (4) a matriz está representando a rotação do vetor $\mathbf{x}$ que está no referencial α para o sistema de referencia β .

Matrizes de transformação de coordenadas são fáceis de manipular. Para reverter uma rotação, a transposta da matriz, denotada pelo sobrescrito T é usada. Assim,

$$C_{\beta}^{\alpha} = \left(C_{\alpha}^{\beta}\right)^T \quad (5)$$

Para realizar sucessivas transformações ou rotações, as matrizes de transformação de coordenadas são simplesmente multiplicadas:

$$C_{\alpha}^{\gamma} = C_{\beta}^{\gamma} C_{\alpha}^{\beta} \quad (6)$$

Entretanto, como em qualquer multiplicação de matriz, a ordem em que a operação é feita, é crítica, então,

$$C_{\alpha}^{\gamma} \neq C_{\alpha}^{\beta} C_{\beta}^{\gamma} \quad (7)$$

Realizando uma transformação e então revertendo o processo deve retornar o vetor original ou matriz, então,

$$C_{\alpha}^{\beta} C_{\beta}^{\alpha} = I_3 \quad (8)$$

onde I_n é a identidade $n \times n$ ou matriz unidade. Assim, matrizes de transformação de coordenadas são ortogonais (GROVES, 2008).

Conforme definido em 2.7 quando for tratado do referencial ECI o índice utilizado será o *i*, para o ECEF o índice será *e*, para o referencial local o índice utilizado será o *n* e para o referencial do veículo o índice utilizado será o *b*. Ou seja, uma matriz de transformação de coordenadas em que se deseje levar um vetor do referencial do veículo para o referencial local será escrita como C_b^n .

As formas mais comuns de representação das matrizes de transformação de coordenadas são através de Ângulos de Euler, Cossenos Diretores e Quatérnions. Este último, não será abordado neste trabalho, pois a representação por Cossenos Diretores é suficiente para cumprir os objetivos desta pesquisa.

2.9.1 Ângulos de Euler

Ângulos de Euler é uma maneira intuitiva de se converter um vetor do referencial do

veículo (*body*) para o referencial de navegação local (NED) e vice-versa. Além disto, representar uma atitude usando os ângulos de Euler pode ser facilmente feito através de três rotações sucessivas, sendo elas:

- A rotação *yaw*, ψ , realizada sobre o eixo z ;
- A rotação *pitch*, θ , realizada sobre o eixo y ;
- A rotação *roll*, ϕ , realizada sobre o eixo x .

De acordo com Santana (2011), as três rotações de Euler não comutam. Sendo assim, a ordem na qual elas são feitas é crítica. Se as mesmas são realizadas em uma ordem diferente, a orientação dos eixos ao final da transformação fornece, comumente, resultados diferentes. Por isso é importante explicitar e conservar a sequência das rotações.

A rotação Euler $(\phi + \pi, \pi - \theta, \psi + \pi)$ gera o mesmo resultado que a rotação Euler (ϕ, θ, ψ) . Consequentemente, para evitar conjuntos duplicados de ângulo de Euler representando a mesma atitude, uma convenção é adotada limitando a rotação *pitch*, θ , para valores entre $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ (GROVES, 2008).

Sendo assim, o uso dos ângulos de Euler se restringe e depende da aplicação em questão, pelo fato de que existe uma singularidade em $\pm 90^\circ$ *pitch*, onde o *roll* e *yaw* tornam-se indistinguíveis.

A seguir, serão mostradas as matrizes de transformação de coordenadas usando ângulos de Euler que podem transformar um vetor do referencial do veículo para o referencial local. Em seguida, será apresentada a operação inversa. Vale destacar que as operações foram definidas na seguinte sequência de rotações: $\phi(\text{roll}) \rightarrow \theta(\text{pitch}) \rightarrow \psi(\text{yaw})$, também conhecida como sequência 1 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 3 conforme estabelecido em Santana (2011).

$$\begin{aligned}
 C_b^n &= \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \\
 &= \left[\begin{pmatrix} \cos \theta & \cos \psi & \begin{pmatrix} -\cos \phi & \sin \psi \\ +\sin \phi & \sin \theta & \cos \psi \end{pmatrix} \\ \cos \theta & \sin \psi & \begin{pmatrix} \cos \phi & \cos \psi \\ +\sin \phi & \sin \theta & \sin \psi \end{pmatrix} \\ -\sin \theta & & \begin{pmatrix} \sin \phi & \cos \theta \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \phi & \sin \psi \\ +\cos \phi & \sin \theta & \cos \psi \\ -\sin \phi & \cos \psi \\ +\cos \phi & \sin \theta & \sin \psi \\ \cos \phi & \cos \theta \end{pmatrix} \right] \quad (9)
 \end{aligned}$$

e, através de (5)

$$\begin{aligned}
C_n^b &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \left[\begin{pmatrix} \cos \phi & \cos \psi & \cos \theta & \sin \psi & -\sin \theta \\ -\cos \phi & \sin \psi & \cos \phi & \cos \psi & \sin \phi & \cos \theta \\ +\sin \phi & \sin \theta & \cos \psi & +\sin \phi & \sin \theta & \sin \psi \end{pmatrix} \right] \quad (10)
\end{aligned}$$

Vale notar então, que C_n^b é uma rotação na sequencia $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$.

Também existe a possibilidade da transformação inversa da forma:

$$\begin{aligned}
\phi &= \arctan2(C_{b_{2,3}}^n, C_{b_{3,3}}^n) = \arctan2(C_{n_{2,3}}^b, C_{n_{3,3}}^b) \\
\theta &= -\arcsin(C_{b_{3,1}}^n) = -\arcsin(C_{n_{1,3}}^b) \\
\psi &= \arctan2(C_{b_{2,1}}^n, C_{b_{1,1}}^n) = \arctan2(C_{n_{1,2}}^b, C_{n_{1,1}}^b)
\end{aligned} \quad (11)$$

observando que a função $\arctan2(x, y)$ retorna um valor de arco tangente no quarto quadrante dados que x e y são números reais.

Para valores de pequenos ângulos, as equações (9) e (10) podem ser linearizadas, produzindo as seguintes aproximações: $\sin \phi \rightarrow \phi$, $\sin \theta \rightarrow \theta$ e $\sin \psi \rightarrow \psi$ e $\cos \theta = \cos \phi = \cos \psi = 1$ (SANTANA, 2011).

Então as matrizes de transformação de coordenadas podem ser reescritas da forma:

$$C_b^n = \begin{pmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

e

$$C_n^b = \begin{pmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \phi \\ \theta & -\phi & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

2.9.2 Cossenos Diretores

A Matriz de Cossenos Diretores (DCM – *Direction Cosines Matrix*) apresenta-se como uma forma alternativa de transformação de coordenadas daquela apresentada anteriormente através dos Ângulos de Euler (2.9.1). Ela se baseia em transformações de pequenos ângulos, que pode ser definida como transformações entre dois sistemas de coordenadas que se diferem infinitesimalmente em suas orientações relativas.

Santana (2011), define a DCM como uma matriz 3x3, cujas colunas são os vetores unitários representados no eixo da plataforma e projetados ao longo do sistema de coordenadas de referência. Esta definição, pode ser exemplificada por (14).

$$C_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{\beta x} \cdot \mathbf{u}_{\alpha x} & \mathbf{u}_{\beta x} \cdot \mathbf{u}_{\alpha y} & \mathbf{u}_{\beta x} \cdot \mathbf{u}_{\alpha z} \\ \mathbf{u}_{\beta y} \cdot \mathbf{u}_{\alpha x} & \mathbf{u}_{\beta y} \cdot \mathbf{u}_{\alpha y} & \mathbf{u}_{\beta y} \cdot \mathbf{u}_{\alpha z} \\ \mathbf{u}_{\beta z} \cdot \mathbf{u}_{\alpha x} & \mathbf{u}_{\beta z} \cdot \mathbf{u}_{\alpha y} & \mathbf{u}_{\beta z} \cdot \mathbf{u}_{\alpha z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \mu_{\beta x, \alpha x} & \cos \mu_{\beta x, \alpha y} & \cos \mu_{\beta x, \alpha z} \\ \cos \mu_{\beta y, \alpha x} & \cos \mu_{\beta y, \alpha y} & \cos \mu_{\beta y, \alpha z} \\ \cos \mu_{\beta z, \alpha x} & \cos \mu_{\beta z, \alpha y} & \cos \mu_{\beta z, \alpha z} \end{pmatrix} \quad (14)$$

onde $\mathbf{u}_i$ é o vetor unidade descrevendo o eixo i e $\mu_{i,j}$ é o ângulo resultante entre os eixos i e j .

Por isso, o termo matriz de cossenos de direção (DCM - *Direction Cosines Matrix*) é frequentemente utilizado para descrever estas matrizes (GROVES, 2008).

2.10 CINEMÁTICA

Conforme visto anteriormente, o problema de navegação também é um problema de referenciais. Descrever um movimento tanto linear quanto angular requer pelo menos duas fontes de referencia. Uma delas é a do corpo que se se está estudando (referencial que será representado pela letra grega α) e outra deve ser aquela em que se deseja que o movimento seja referido (referencial que será representado pela letra grega β). Muitas grandezas cinemáticas, como, posição, velocidade, aceleração e velocidade angular, envolvem, no entanto, um terceiro referencial que representa o conjunto de eixos em que o movimento é resolvido (referencial que será representado pela letra grega γ).

O referencial do objeto, α , e o referencial, β , tem que ser diferentes; caso contrário, não há movimento. O referencial de solução γ pode ser o referencial do objeto, o sistema de

referência ou um terceiro referencial. Para descrever completamente estas grandezas cinemáticas, todos os três referenciais devem ser explicitamente estabelecidos. A seguinte notação será usada para Posição Cartesiana, Velocidade, Aceleração e Velocidade Angular:

$$\mathbf{x}_{\beta\alpha}^{\gamma} \quad (15)$$

onde o vetor, $\mathbf{x}$, descreve uma propriedade cinemática do referencial α com relação ao referencial β , expresso nos eixos do referencial γ .

2.10.1 Velocidade Angular

O vetor velocidade angular, $\boldsymbol{\omega}_{\beta\alpha}^{\gamma}$, representa a velocidade de rotação dos eixos do referencial α com relação aos eixos do referencial β , descritos sobre os eixos do referencial γ . Conforme descrito em 2.9 o referencial de solução pode ser alterado fazendo-se uso da matriz de transformação de coordenadas adequada para a mudança de referencial necessária. Velocidades angulares descritas sobre os mesmos eixos podem ser simplesmente somadas, portanto, seja δ um referencial qualquer:

$$\boldsymbol{\omega}_{\beta\alpha}^{\gamma} = \boldsymbol{\omega}_{\beta\delta}^{\gamma} + \boldsymbol{\omega}_{\delta\alpha}^{\gamma} \quad (16)$$

Uma definição muito útil, conforme será visto nos próximos tópicos é a da forma antissimétrica da matriz dos vetores da velocidade angular, dada por:

$$\boldsymbol{\Omega}_{\beta\alpha}^{\gamma} = \left[\boldsymbol{\omega}_{\beta\alpha}^{\gamma} \wedge \right] \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{\beta\alpha 3}^{\gamma} & \omega_{\beta\alpha 2}^{\gamma} \\ \omega_{\beta\alpha 3}^{\gamma} & 0 & -\omega_{\beta\alpha 1}^{\gamma} \\ -\omega_{\beta\alpha 2}^{\gamma} & \omega_{\beta\alpha 1}^{\gamma} & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

onde ambas linhas e colunas de $\boldsymbol{\Omega}_{\beta\alpha}^{\gamma}$ são descritas no referencial γ . Matrizes antissimétricas podem ser transformadas como:

$$\boldsymbol{\Omega}_{\beta\alpha}^{\gamma} = C_{\gamma}^{\delta} \boldsymbol{\Omega}_{\beta\alpha}^{\delta} C_{\delta}^{\gamma} \quad (18)$$

onde a matriz de transformação de coordenadas do lado esquerdo transforma as linhas da matriz antissimétrica e a matriz do lado direito transforma as colunas. Usando a aproximação por pequenos ângulos aplicada no limite $\delta t \rightarrow 0$, a derivada no tempo da matriz de transformação de coordenadas fica sendo definida por:

$$\dot{C}_{\beta}^{\alpha} = -C_{\beta}^{\alpha} \Omega_{\beta\alpha}^{\beta} = -\Omega_{\beta\alpha}^{\alpha} C_{\beta}^{\alpha} = C_{\beta}^{\alpha} \Omega_{\alpha\beta}^{\beta} = \Omega_{\alpha\beta}^{\alpha} C_{\beta}^{\alpha} \quad (19)$$

2.10.2 Posição Cartesiana

A figura 14 mostra, que a posição Cartesiana da origem do referencial α com relação à origem do referencial β , descrita sobre os eixos do referencial γ , é $\mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\gamma} = (x_{\beta\alpha}^{\gamma}, y_{\beta\alpha}^{\gamma}, z_{\beta\alpha}^{\gamma})$, onde x , y e z são componentes da posição nos eixos x , y e z do sistema γ .

Figura 14 – Posição da Origem do Sistema α com Relação à Origem do Sistema β . (Fonte: (GROVES, 2008)).

Os referenciais do objeto e de referência de uma Posição Cartesiana podem ser transpostos simplesmente invertendo o sinal:

$$\mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\gamma} = -\mathbf{r}_{\alpha\beta}^{\gamma} \quad (20)$$

Similarmente, duas posições com referenciais de solução comuns podem ser somadas uma vez fornecido o sistema do objeto de um que corresponde ao sistema do outro:

$$\mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\gamma} = \mathbf{r}_{\beta\delta}^{\gamma} + \mathbf{r}_{\delta\alpha}^{\gamma} \quad (21)$$

A posição pode ser descrita em um referencial diferente aplicando-se a matriz de transformação de coordenadas:

$$\mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\delta} = C_{\gamma}^{\delta} \mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\gamma} \quad (22)$$

Note que

$$\mathbf{r}_{\alpha\beta}^{\alpha} = -C_{\beta}^{\alpha} \mathbf{r}_{\beta\alpha}^{\beta} \quad (23)$$

Considerando os sistemas ECI e ECEF, sabe-se que suas origens coincidem (centro de massa da Terra), assim como as origens dos referenciais de navegação local e do veículo (*body*). Portanto,

$$\mathbf{r}_{ie}^{\gamma} = \mathbf{r}_{nb}^{\gamma} = 0 \quad (24)$$

e

$$\mathbf{r}_{ib}^{\gamma} = \mathbf{r}_{eb}^{\gamma} = \mathbf{r}_{in}^{\gamma} = \mathbf{r}_{en}^{\gamma} \quad (25)$$

o que também vale para a derivada no tempo (GROVES, 2008).

2.10.3 Velocidade

Velocidade é definida como a taxa de variação da posição da origem do referencial do objeto (*body*) com relação à origem e eixos de um sistema de referência. Isto pode, por sua

vez, ser descrito sobre os eixos de um terceiro sistema. Assim, a velocidade de um referencial α com relação a um referencial β , descrita no referencial γ é:

$$\mathbf{v}_{\beta\alpha}^\gamma = C_\beta^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta \quad (26)$$

Assim, uma velocidade é registrada, se o referencial do objeto (*body*), α , se move com relação à origem do referencial β , ou o referencial, β , se move com relação à origem do referencial α . Entretanto, a velocidade é definida não apenas com relação à origem do referencial de referência, mas com relação aos seus eixos também. Portanto, uma velocidade é também registrada se o sistema de referência, β , gira com relação à origem do sistema α . Isto é importante em navegação, pois muitos dos sistemas de referência comumente utilizados giram uns com relação aos outros (GROVES, 2008).

Deve-se observar que $\mathbf{v}_{\beta\alpha}^\gamma$ não é igual à derivada do tempo de $\mathbf{r}_{\beta\alpha}^\gamma$ a menos que não haja movimento angular do referencial de solução, γ , com relação ao referencial, β . De (22) e (26),

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\gamma &= \dot{C}_\beta^\gamma \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\beta + C_\beta^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta \\ &= \dot{C}_\beta^\gamma \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\beta + \mathbf{v}_{\beta\alpha}^\gamma \end{aligned} \quad (27)$$

A rotação entre os eixos do referencial de solução e o referencial de referência é importante em navegação, pois o sistema de navegação local gira com relação ao sistema ECEF, assim como a origem do referencial local se move com relação à Terra (GROVES, 2008).

Diferente da Posição Cartesiana, o referencial do objeto e de referência não podem ser intercambiados invertendo-se o sinal a menos que não haja movimento angular entre eles. A correta relação é

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta}^\gamma = -\mathbf{v}_{\beta\alpha}^\gamma - C_\alpha^\gamma \dot{C}_\beta^\alpha \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\beta \quad (28)$$

embora

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta}^\gamma \Big|_{C_\beta^\alpha=0} = -\mathbf{v}_{\beta\alpha}^\gamma \quad (29)$$

Similarmente, velocidades não se somam se os referenciais de referência giram uns em relação aos outros. Assim,

$$\mathbf{v}_{\beta\alpha}^{\gamma} \neq \mathbf{v}_{\beta\delta}^{\gamma} + \mathbf{v}_{\delta\alpha}^{\gamma} \quad (30)$$

embora,

$$\mathbf{v}_{\beta\alpha}^{\gamma} \Big|_{C_{\beta=0}^{\delta}} = \mathbf{v}_{\beta\delta}^{\gamma} + \mathbf{v}_{\delta\alpha}^{\gamma} \quad (31)$$

Velocidade pode ser transformada de um eixo de solução para o outro usando a matriz de transformação de coordenadas apropriada:

$$\mathbf{v}_{\beta\alpha}^{\delta} = C_{\gamma}^{\delta} \mathbf{v}_{\beta\alpha}^{\gamma} \quad (32)$$

Como os referenciais ECI e ECEF tem uma origem comum, como têm os referenciais de navegação local e do veículo (*body*),

$$\mathbf{v}_{ie}^{\gamma} = \mathbf{v}_{nb}^{\gamma} = 0, \mathbf{v}_{ib}^{\gamma} = \mathbf{v}_{in}^{\gamma}, \mathbf{v}_{eb}^{\gamma} = \mathbf{v}_{en}^{\gamma} \quad (33)$$

Entretanto, devido ao fato que o ECEF rotaciona com relação a um referencial inercial,

$$\mathbf{v}_{ib}^{\gamma} \neq \mathbf{v}_{eb}^{\gamma}, \mathbf{v}_{in}^{\gamma} \neq \mathbf{v}_{en}^{\gamma} \quad (34)$$

mesmo onde o referencial γ é o sistema e ou i (GROVES, 2008).

A velocidade referenciada à Terra nos eixos do referencial de navegação local, $\mathbf{v}_{eb}^n$ ou $\mathbf{v}_{en}^n$, é frequentemente abreviada na literatura como $\mathbf{v}^n$ e a velocidade inercial referenciada, $\mathbf{v}_{ib}^i$ ou $\mathbf{v}_{in}^i$, para $\mathbf{v}^i$ (GROVES, 2008).

O módulo da velocidade $v_{\beta\alpha} = |\mathbf{v}_{\beta\alpha}^{\gamma}|$.

2.10.4 Aceleração

Aceleração é definida como a segunda derivada da posição da origem de um referencial com relação à origem e os eixos de outro referencial. Assim, a aceleração de um referencial α com relação a um referencial β , descrita sobre os eixos de um referencial γ , é

$$\mathbf{a}_{\beta\alpha}^\gamma = C_\beta^\gamma \ddot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta \quad (35)$$

A aceleração é a força por unidade de massa aplicada a partir do sistema de referência. Sua magnitude é necessariamente independente do referencial de solução. Não é o mesmo que a derivada no tempo de $\mathbf{v}_{\beta\alpha}^\gamma$ ou a segunda derivada de $\mathbf{r}_{\beta\alpha}^\gamma$. Estas dependem da rotação do referencial de solução, γ , com relação ao referencial, β (GROVES, 2008).

$$\dot{\mathbf{v}}_{\beta\alpha}^\gamma = \dot{C}_\beta^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta + \mathbf{a}_{\beta\alpha}^\gamma \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\gamma &= \ddot{C}_\beta^\gamma \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\beta + \dot{C}_\beta^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta + \dot{\mathbf{v}}_{\beta\alpha}^\gamma \\ &= \ddot{C}_\beta^\gamma \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\beta + 2\dot{C}_\beta^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta + \mathbf{a}_{\beta\alpha}^\gamma \end{aligned} \quad (37)$$

De (19) e (22)

$$\ddot{C}_\beta^\gamma r_{\beta\alpha}^\beta = (\boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma \boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\beta\gamma}^\gamma) \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\gamma \quad (38)$$

enquanto que de (27), (19) e (22),

$$\begin{aligned} \dot{C}_\beta^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta &= -\boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma C_\beta^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\beta = \boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma (\dot{C}_\beta^\gamma \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\beta - \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\gamma) \\ &= -\boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma \boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\gamma - \boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\gamma \end{aligned} \quad (39)$$

Substituindo em (37) tem-se:

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\gamma = -(\boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma \boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{\beta\gamma}^\gamma) \mathbf{r}_{\beta\alpha}^\gamma - 2\boldsymbol{\Omega}_{\beta\gamma}^\gamma \dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^\gamma + \mathbf{a}_{\beta\alpha}^\gamma \quad (40)$$

Assim, o movimento de um objeto, expresso nos eixos de um sistema solução rotacional, tal como o referencial de navegação local, depende não apenas da força aplicada, mas em duas forças virtuais, a força centrífuga e a força de Coriolis. O primeiro termo da direita de (37) é a aceleração centrífuga e o segundo termo, $-2\mathbf{\Omega}_{\beta\gamma}^{\gamma}\dot{\mathbf{r}}_{\beta\alpha}^{\gamma}$, é a aceleração Coriolis (GROVES, 2008).

Como a velocidade; a aceleração não é somada se os sistemas de referência giram uns com relação aos outros:

$$\mathbf{a}_{\beta\alpha}^{\gamma} \neq \mathbf{a}_{\beta\delta}^{\gamma} + \mathbf{a}_{\delta\alpha}^{\gamma} \quad (41)$$

mas uma aceleração pode ser resolvida sobre um conjunto de eixos diferentes aplicando-se a matriz de transformação de coordenadas apropriada (GROVES, 2008).

$$\mathbf{a}_{\beta\alpha}^{\delta} = C_{\gamma}^{\delta}\mathbf{a}_{\beta\alpha}^{\gamma} \quad (42)$$

2.11 FORÇA ESPECÍFICA

A força específica é a força não gravitacional por unidade de massa em um corpo, sentida com relação a um referencial inercial. Ela não tem sentido com relação a nenhum outro referencial, embora possa ser expressa em muitos eixos. Gravitação por sua vez, é a força fundamental de atração de massa; ela não incorpora nenhuma componente centrípeta.

A força específica é o que as pessoas e instrumentos “sentem”. Gravitação não é sentida porque ela age igualmente em todos os pontos, fazendo com que eles se movam juntos. Outras forças são sentidas conforme elas são transmitidas de um ponto a outro. A sensação de peso é causada por forças que se opõem a gravidade. Não há sensação de peso durante a queda livre, onde a força específica é zero. Reciprocamente, sobre aceleração zero, a reação à gravitação é sentida, e a força específica é igual e oposta à aceleração devida à gravitação.

Assim, a força específica, $\mathbf{f}$, varia com a aceleração, $\mathbf{a}$ e a aceleração devida à força gravitacional, γ , como:

$$\mathbf{f}_{ib}^\gamma = \mathbf{a}_{ib}^\gamma - \mathbf{r}_{ib}^\gamma \quad (43)$$

A força específica é a quantidade medida pelos acelerômetros. As medições são feitas no referencial do objeto (*body*). Assim, a força específica sentida é $\mathbf{f}_{ib}^b$.

2.12 TRANSFORMAÇÃO DE REFERENCIAIS

Em navegação é essencial a capacidade de se transformar a cinemática entre os sistemas de coordenadas. Esta seção resume as equações necessárias para expressar a atitude de um referencial com relação a outro e transformar a Posição Cartesiana, a Velocidade, a Aceleração e a Velocidade Angular entre os referenciais: Inerciais, Terrestre, e de navegação local.

2.12.1 Referenciais Inercial e Terrestre

O centro e eixo z dos referenciais de coordenadas ECI e ECEF são coincidentes. Os eixos x e y são coincidentes no tempo t_0 e os referenciais giram sobre os eixos z a ω_{ie} . Assim,

$$\begin{aligned} C_i^e &= \begin{pmatrix} \cos \omega_{ie}(t - t_0) & \sin \omega_{ie}(t - t_0) & 0 \\ -\sin \omega_{ie}(t - t_0) & \cos \omega_{ie}(t - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ C_e^i &= \begin{pmatrix} \cos \omega_{ie}(t - t_0) & -\sin \omega_{ie}(t - t_0) & 0 \\ \sin \omega_{ie}(t - t_0) & \cos \omega_{ie}(t - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

As posições referenciadas aos dois sistemas são as mesmas, então apenas os eixos de solução precisam ser transformados:

$$\mathbf{r}_{eb}^e = C_i^e \mathbf{r}_{ib}^i, \quad \mathbf{r}_{ib}^i = C_e^i \mathbf{r}_{eb}^e \quad (45)$$

As transformações da velocidade e aceleração são mais complexas:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{eb}^e &= C_i^e (\mathbf{v}_{ib}^i - \boldsymbol{\Omega}_{ib}^i \mathbf{r}_{ib}^i) \\ \mathbf{v}_{ib}^i &= C_e^i (\mathbf{v}_{eb}^e + \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}_{eb}^e)\end{aligned}\quad (46)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_{eb}^e &= C_i^e (\mathbf{a}_{ib}^i - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^i \mathbf{v}_{ib}^i - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^i \boldsymbol{\Omega}_{ie}^i \mathbf{r}_{ib}^i) \\ \mathbf{a}_{ib}^i &= C_e^i (\mathbf{a}_{eb}^e + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}_{eb}^e + \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}_{eb}^e)\end{aligned}\quad (47)$$

Velocidade angular pode ser transformada através de:

$$\boldsymbol{\omega}_{eb}^e = C_i^e \left(\boldsymbol{\omega}_{ib}^i - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie}^i \end{pmatrix} \right), \quad \boldsymbol{\omega}_{ib}^i = C_e^i \left(\boldsymbol{\omega}_{eb}^e + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie}^e \end{pmatrix} \right) \quad (48)$$

2.12.2 Referenciais de Navegação Local e Terrestre

A orientação relativa à Terra e o referencial de navegação local é determinada pela latitude geodésica, L_b , e longitude, λ_b , do referencial do veículo cujo centro coincide com o do referencial de navegação local:

$$\begin{aligned}C_e^n &= \begin{pmatrix} -\sin L_b \cos \lambda_b & -\sin L_b \sin \lambda_b & \cos L_b \\ -\sin \lambda_b & \cos \lambda_b & 0 \\ -\cos L_b \cos \lambda_b & -\cos L_b \sin \lambda_b & -\sin L_b \end{pmatrix} \\ C_n^e &= \begin{pmatrix} -\sin L_b \cos \lambda_b & -\sin \lambda_b & -\cos L_b \cos \lambda_b \\ -\sin L_b \sin \lambda_b & \cos \lambda_b & -\cos L_b \sin \lambda_b \\ \cos L_b & 0 & -\sin L_b \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (49)$$

Posição, velocidade e aceleração referenciadas ao referencial de navegação local não tem significado conforme o centro do referencial do veículo (*body*) coincide com o centro do referencial de navegação. Uma saída é utilizar o ECEF como referencial de solução para este caso, portanto, os eixos de solução da posição, velocidade e aceleração referenciada a Terra são transformadas usando a matriz de transformação de coordenadas adequada, assim a velocidade angular pode ser descrita como:

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^n = C_e^n (\boldsymbol{\omega}_{eb}^e - \boldsymbol{\omega}_{en}^e), \quad \boldsymbol{\omega}_{eb}^e = C_n^e (\boldsymbol{\omega}_{nb}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n), \quad (50)$$

$$= C_e^n \omega_{eb}^e - \omega_{en}^e$$

2.12.3 Referenciais Inercial e de Navegação Local

A transformação dos referenciais inercial-local é obtida pela multiplicação de (44) e (49):

$$C_i^n = \begin{pmatrix} -\sin L_b \cos(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & -\sin L_b \sin(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & \cos L_b \\ -\sin(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & \cos(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & 0 \\ -\cos L_b \cos(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & -\cos L_b \sin(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & -\sin L_b \end{pmatrix} \quad (51)$$

$$C_n^i = \begin{pmatrix} -\sin L_b \cos(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & -\sin(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & -\cos L_b \cos(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) \\ -\sin L_b \sin(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & \cos(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) & -\cos L_b \sin(\lambda_b + \omega_{ie}(t - t_0)) \\ \cos L_b & 0 & -\sin L_b \end{pmatrix}$$

Velocidade e aceleração referenciadas a Terra nos eixos do referencial de navegação transformam-se “para” e “de” suas contrapartes do referencial inercial como:

$$\mathbf{v}_{eb}^n = C_i^n (\mathbf{v}_{ib}^i - \boldsymbol{\Omega}_{ib}^i \mathbf{r}_{ib}^i) \quad (52)$$

$$\mathbf{v}_{ib}^i = C_n^i \mathbf{v}_{eb}^n + C_e^i \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}_{eb}^e$$

$$\mathbf{a}_{eb}^n = C_i^n (\mathbf{a}_{ib}^i - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^i \mathbf{v}_{ib}^i - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^i \boldsymbol{\Omega}_{ie}^i \mathbf{r}_{ib}^i) \quad (53)$$

$$\mathbf{a}_{ib}^i = C_n^i (\mathbf{a}_{eb}^n + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n \mathbf{v}_{eb}^n + C_e^i \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}_{eb}^e)$$

velocidade angular transforma-se:

$$\begin{aligned} \omega_{nb}^n &= C_i^n (\omega_{ib}^i - \omega_{in}^i) \\ &= C_i^n (\omega_{ib}^i - \omega_{ie}^i) - \omega_{en}^e \\ \omega_{ib}^i &= C_n^i (\omega_{nb}^n + \omega_{in}^n) \\ &= C_n^i (\omega_{nb}^n + \omega_{en}^n) + \omega_{ie}^i \end{aligned} \quad (54)$$

2.12.4 Troca de Soluções de Navegação

Algumas vezes, há um requisito para alterar uma solução de navegação de uma posição para outra em um veículo, tal como entre um INS e uma antena GPS, entre um INS e um centro de gravidade, ou entre uma referencia e um INS alinhado. Aqui, as equações para trocar posição, velocidade e atitude de um referencial b para um referencial B , são apresentadas.

Seja a orientação do referencial B com relação ao referencial b , C_b^B , e a posição do referencial B com relação ao referencial b nos eixos do referencial b , I_{bB}^b , que é conhecido como o *lever arm* ou *moment arm*. Note que o *lever arm* é matematicamente idêntico à posição Cartesiana com B sendo o referencial do objeto e b como a referencia e o sistema de resolução. A figura 15 ilustra isto (GROVES, 2008).

Figura 15 – Lever Arm do Referencial b para o Referencial B . (Fonte: (GROVES, 2008)).

A transformação da atitude é simples:

$$C_\beta^B = C_b^B C_\beta^b \quad (55)$$

$$C_B^\beta = C_b^\beta C_B^b$$

A posição cartesiana pode ser trocada usando

$$\mathbf{r}_{\beta B}^\gamma = \mathbf{r}_{\beta B}^\gamma + C_b^\gamma \mathbf{l}_{bB}^b \quad (56)$$

A transformação precisa da latitude, longitude, e altitude requerem conversão para a posição Cartesiana e a posterior reconversão para coordenadas geodésicas. Entretanto, se a aproximação por pequenos ângulos for aplicada para l/R , onde R é o raio da Terra, uma simples forma pode ser usada:

$$\begin{pmatrix} L_B \\ \lambda_B \\ h_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_B \\ \lambda_B \\ h_B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/(R_N(L_b) + h_b) & 0 & 0 \\ 0 & 1/[(R_E(L_b) + h_b) \cos L_B] & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} C_b^n \mathbf{l}_{bB}^b \quad (57)$$

Finalmente, a troca da velocidade é obtida diferenciando (56) e substituindo em (26):

$$\mathbf{v}_{\beta B}^\gamma = \mathbf{v}_{\beta B}^\gamma + C_b^\gamma \dot{C}_b^\beta \mathbf{l}_{bB}^b \quad (58)$$

assumindo $\mathbf{l}_{bB}^b$ constante. Substituindo (19),

$$\mathbf{v}_{\beta B}^\gamma = \mathbf{v}_{\beta B}^\gamma + C_b^\gamma (\boldsymbol{\omega}_{\beta b}^b \wedge \mathbf{l}_{bB}^b) \quad (59)$$

2.13 EQUAÇÕES DE NAVEGAÇÃO

Este tópico descreve as equações que podem ser aplicadas, dependendo do referencial escolhido, para a solução de navegação. As equações mostradas a seguir, se baseiam nos conceitos apresentados anteriormente e estão construídas de forma a automatizar o processo de geração da solução de navegação.

Na figura 2 é mostrado um esquema de um processador de navegação inercial. Ele integra as saídas da IMU para produzir uma solução de posição, velocidade e atitude. De acordo com a figura 8 observa-se que as equações de navegação compreendem quatro passos principais:

- Atualização da atitude;
- Transformação dos eixos de solução da força específica;
- Atualização da velocidade;

- Atualização da posição.

Além disso, um modelo de gravidade ou gravitação é necessário para transformar a força específica em aceleração. O desenvolvimento das equações está baseado no trabalho de Groves (2008). Vale ressaltar que nas equações a seguir os sufixos (-) e (+) são, usados respectivamente para denotar valores no início do ciclo de processamento das equações de navegação, no tempo t , e ao final do ciclo de processamento, no tempo $t + \tau_i$.

2.13.1 Equações de Navegação do Referencial Inercial

A figura 16 mostra como as medições de velocidade angular e força específica feita ao longo do intervalo de t até $t + \tau_i$ são usadas para atualizar a atitude, velocidade e posição expressas com relação aos eixos do referencial de coordenadas do ECI. Cada um dos quatro passos será descrito.

Figura 16 – Diagrama de Blocos das Equações de Navegação do Referencial ECI. (Adaptado de: Groves (2008)).

2.13.1.1 Atualização da Atitude

Como visto anteriormente, a atitude do corpo pode ser expressa na forma da matriz de transformação de coordenadas do veículo (*body*) para o referencial desejado, neste caso, o referencial inercial. Sua atualização é feita, então, com as medições da velocidade angular ω_{ib}^i , proveniente dos giroscópios.

De (19), a derivada no tempo da matriz de transformação de coordenadas é dada por:

$$\dot{C}_b^i = C_b^i \Omega_{ib}^b \quad (60)$$

Recordando-se de 2.10.1 que $\Omega_{ib}^b = [\omega_{ib}^b \wedge]$, é a matriz antissimétrica da velocidade angular. Integrando-se (60):

$$C_b^i(t + \tau_i) = C_b^i(t) \exp \left(\int_t^{t+\tau_i} \Omega_{ib}^b dt \right) \quad (61)$$

De forma simplificada, (61) pode ser resolvida truncando-se a expansão da série de potência para primeira ordem:

$$C_b^i(+) \approx C_b^i(-)(I_3 + \Omega_{ib}^b \tau) \quad (62)$$

Assumindo a velocidade angular constante ao longo do intervalo de integração da atitude. Tem-se:

$$I_3 + \Omega_{ib}^b \tau = \begin{pmatrix} 1 & -\omega_{ib,z}^b \tau_i & \omega_{ib,y}^b \tau_i \\ \omega_{ib,z}^b \tau_i & 1 & -\omega_{ib,x}^b \tau_i \\ -\omega_{ib,y}^b \tau_i & \omega_{ib,x}^b \tau_i & 1 \end{pmatrix} \quad (63)$$

Vale destacar que o truncamento da série de potência introduzirá erros na integração da atitude, que será maior em baixas taxas de iteração e altas velocidades angulares. A precisão pode ser melhorada à custa do aumento da complexidade e da carga de processamento incluindo termos de mais alta ordem na série de potência.

2.13.1.2 Transformação do Referencial da Força Específica

A IMU mede força específica ao longo dos eixos de solução do referencial do veículo. Entretanto, para uso na etapa de integração da velocidade nas equações de navegação, a força específica deve ser resolvida sobre os mesmos eixos que a velocidade, neste caso, o referencial ECI. Os eixos de solução são transformados simplesmente pela aplicação da matriz de transformação de coordenadas:

$$f_{ib}^i(t) = C_b^i(t) f_{ib}^b \quad (64)$$

Como a medição da força específica é uma média ao longo do tempo t até $t + \tau_i$, a matriz de transformação de coordenadas deve ser similarmente uma média. Então:

$$f_{ib}^i \approx \frac{1}{2} (C_b^i(-) + C_b^i(+)) f_{ib}^b \quad (65)$$

Pode-se notar que a média entre duas matrizes de transformação de coordenadas não produz precisamente a média de duas atitudes. Quanto menos a atitude varia ao longo do intervalo de tempo, menores são os erros introduzidos por esta aproximação (GROVES, 2008).

2.13.1.3 Atualização da Velocidade

A força específica, f , varia com a aceleração, a , e a aceleração devida à força gravitacional, γ , como:

$$f_{ib}^\gamma = a_{ib}^\gamma - \gamma_{ib}^\gamma \quad (66)$$

Assim de (66), a aceleração inercialmente referenciada é obtida simplesmente somando a aceleração gravitacional e a força específica:

$$a_{ib}^i = f_{ib}^i + \gamma_{ib}^b(r_{ib}^i) \quad (67)$$

Groves (2008) modela a aceleração da gravidade, γ_{ib}^i , como uma função da posição Cartesiana no referencial ECI. A posição deve ser, estritamente, calculada sobre o intervalo de t até $t + \tau_i$. Entretanto, isto requereria equações de navegação recursivas. Sabendo que o campo de gravidade varia lentamente com a posição, é suficiente usar $\mathbf{r}_{ib}^i(-)$.

Como mostrado em (36) no caso em que o referencial do movimento e o referencial de solução são os mesmos, a derivada da velocidade no tempo é simplesmente aceleração.

Assim,

$$\dot{v}_{ib}^i = a_{ib}^i \quad (68)$$

Para o caso em que as variações na aceleração através do intervalo de atualização da velocidade não são conhecidas, como quando a integração da velocidade é feita na mesma taxa de dados de saída da IMU, a equação de atualização da velocidade, obtida pela integração de (68), é:

$$v_{ib}^i(+) = v_{ib}^i(-) + a_{ib}^i \tau_i \quad (69)$$

2.13.1.4 Atualização da Posição

Para a atualização da posição no referencial inercial, a derivada no tempo da posição Cartesiana é a velocidade, pois o sistema de referência do movimento e o referencial de solução são os mesmos. Assim,

$$\dot{\mathbf{r}}_{ib}^i = \mathbf{v}_{ib}^i \quad (70)$$

Na etapa de atualização de velocidade onde a variação na aceleração é desconhecida, $\mathbf{v}_{ib}^i$ é modelado como uma função linear do tempo sobre o intervalo de t até $t + \tau_i$. Integrando-se (70) chega-se a posição que está sendo modelada como uma função quadrática do tempo. A velocidade é conhecida no início e fim do intervalo de atualização, então a posição é calculada usando:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{ib}^i(+) &= \mathbf{r}_{ib}^i(-) + \left(\mathbf{v}_{ib}^i(-) + \mathbf{v}_{ib}^i(+) \right) \frac{\tau_i}{2} \\ &= \mathbf{r}_{ib}^i(-) + \mathbf{v}_{ib}^i(-) \tau_i + \mathbf{a}_{ib}^i \frac{\tau_i^2}{2} \\ &= \mathbf{r}_{ib}^i(-) + \mathbf{v}_{ib}^i(+) \tau_i - \mathbf{a}_{ib}^i \frac{\tau_i^2}{2} \end{aligned} \quad (71)$$

2.13.2 Equações de Navegação do Referencial Terrestre

O referencial ECEF é comumente utilizado como o sistema de referência e referencial de solução para computação de soluções de navegação por satélite, então, em um sistema integrado (GPS + INS, por exemplo), há benefícios em se utilizar o mesmo referencial para o cálculo da solução de navegação inercial. Para algumas aplicações, tais como fotogrametria aérea, a solução de navegação é mais conveniente se expressa no referencial ECEF.

Uma desvantagem do uso do ECEF em relação ao ECI é o fato de existir a necessidade de uma conversão adicional uma vez que as medições dos sensores inerciais são relativas ao referencial inercial. Entretanto, a solução para este caso deve ser expressa no referencial terrestre o que introduz uma complexidade adicional (GROVES, 2008).

A figura 17 é um diagrama de blocos mostrando como a velocidade angular e as medições da força específica são empregadas para atualizar a atitude referenciada à Terra, a velocidade e a posição. Cada uma das quatro etapas será descrita a seguir.

Figura 17 - Diagrama de Blocos das Equações de Navegação do Referencial ECEF. (Adaptado de: (GROVES, 2008)).

2.13.2.1 Atualização da Atitude

Novamente a atualização da atitude envolve as medições de velocidade angular, ω_{ib}^b , obtida através dos giroscópios da IMU. A partir de (19), (16) e (18) a derivada no tempo da matriz de transformação do referencial do veículo para o referencial ECEF é:

$$\begin{aligned}\dot{C}_b^e &= C_b^e \boldsymbol{\Omega}_{eb}^b \\ &= C_b^e \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e C_b^e\end{aligned}\quad (72)$$

onde $\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$ é a matriz antissimétrica da medição da velocidade angular da IMU, e $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e$ é a matriz antissimétrica do vetor de rotação da Terra. Tal vetor pode ser representado por:

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^i = \boldsymbol{\omega}_{ie}^e \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{\omega}_{ie}^e \end{pmatrix} \quad (73)$$

Portanto $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e$, de (73) pode ser escrito como:

$$\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ie} & 0 \\ \omega_{ie} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (74)$$

Integrando (72), truncando a expansão da série de potência na primeira ordem e assumindo medições constantes da velocidade angular durante o intervalo de integração, tem-se:

$$C_b^e(+) \approx C_b^e(-)(I_3 + \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b \tau_i) - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e C_b^e(-) \tau_i \quad (75)$$

Como a taxa de rotação da Terra é muito lenta comparada à medida da velocidade angular pela IMU, a aproximação pelo menor ângulo é sempre válida para o termo taxa de rotação da Terra ($\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e C_b^e(-) \tau_i$) de (75) (GROVES, 2008).

2.13.2.2 Transformação da Força Específica

A transformação do referencial da força específica tem o mesmo formato do desenvolvimento do referencial ECI:

$$\mathbf{f}_{ib}^e(t) = C_b^e(t) \mathbf{f}_{ib}^b(t) \quad (76)$$

$$\approx \frac{1}{2} (C_b^e(-) + C_b^e(+)) \mathbf{f}_{ib}^b$$

2.13.2.3 Atualização da Velocidade

Visto que o sistema de referencia e o sistema de solução são os mesmos pode-se então, como visto de (35) e (36), escrever:

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^e = \mathbf{a}_{eb}^e = \ddot{\mathbf{r}}_{eb}^e \quad (77)$$

Aplicando-se (21), (24) e (25):

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{eb}^e &= \mathbf{r}_{ib}^e - \mathbf{r}_{ie}^e \\ &= \mathbf{r}_{ib}^e \end{aligned} \quad (78)$$

Substituindo em (77),

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^e = \ddot{\mathbf{r}}_{ib}^e \quad (79)$$

Aplicando (40), observando que a taxa de rotação da Terra, $\boldsymbol{\omega}_{ie}^e$, é constante,

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^e = -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}_{ib}^e - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \dot{\mathbf{r}}_{ib}^e + \mathbf{a}_{ib}^e \quad (80)$$

Assim, a taxa de transformação da velocidade resolvida sobre os eixos do referencial terrestre incorpora o termo centrífugo e Coriolis devido à rotação do eixo de solução. Aplicando (25) e (26), tem-se:

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^e = -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}_{ib}^e - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}_{eb}^e + \mathbf{a}_{ib}^e \quad (81)$$

De (66), a aceleração aplicada, $\mathbf{a}_{ib}^e$, é a soma da medida da força específica, $\mathbf{f}_{ib}^e$, e a aceleração devida à força gravitacional, $\boldsymbol{\gamma}_{ib}^e$. Aceleração devida à gravidade pode ser expressa

como:

$$\mathbf{g}_b^\gamma = \gamma_{ib}^\gamma - \boldsymbol{\Omega}_{ie}^\gamma \boldsymbol{\Omega}_{ie}^\gamma \mathbf{r}_{eb}^\gamma \quad (82)$$

De (82), a aceleração devida à gravidade, $\mathbf{g}_b^e$, é a soma das acelerações centrífuga e gravitacional. Substituindo em (81),

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^e = \mathbf{f}_{ib}^e + \mathbf{g}_b^e(\mathbf{r}_{eb}^e) - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}_{eb}^e \quad (83)$$

Como o termo Coriolis será muito menor que os termos da força específica e da gravidade, exceto para aplicações espaciais, é uma aproximação razoável negligenciar a variação do termo Coriolis sobre o intervalo de integração. Assim,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{eb}^e(+) &= \mathbf{v}_{eb}^e(-) + \left(\mathbf{f}_{ib}^e + \mathbf{g}_b^e(\mathbf{r}_{eb}^e(-)) - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}_{eb}^e(-) \right) \tau_i \\ &= \mathbf{v}_{eb}^e(-) + \mathbf{f}_{ib}^e + \left(\mathbf{g}_b^e(\mathbf{r}_{eb}^e(-)) - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}_{eb}^e(-) \right) \tau_i \end{aligned} \quad (84)$$

Hsu (1996), faz algumas comparações entre modelos de gravidade. Em um destes modelos ele expõe um método para se obter o vetor gravidade no ECEF. O modelo de gravidade J2, usa aproximações ao potencial gravitacional normal, que pode ser expresso como uma série harmônica esférica infinita.

2.13.2.4 Atualização da Posição

Para a equação de atualização de posição do ECEF, o sistema de referência e de solução são os mesmos, então, de (17),

$$\dot{\mathbf{r}}_{eb}^e = \mathbf{v}_{eb}^e \quad (85)$$

Integrando e assumindo que a velocidade varia linearmente ao longo do intervalo de integração,

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_{eb}^e(+) &= \mathbf{r}_{eb}^e(-) + (\mathbf{v}_{eb}^e(-) + \mathbf{v}_{eb}^e(+)) \frac{\tau_i}{2} \\
&\approx \mathbf{r}_{eb}^e(-) + (\mathbf{v}_{eb}^e(-) \tau_i + (\mathbf{f}_{ib}^e + \mathbf{g}_b^e(\mathbf{r}_{eb}^e(-)) - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}_{eb}^e(-)) \frac{\tau_i^2}{2}
\end{aligned} \tag{86}$$

2.13.3 Equações de Navegação do Referencial de Navegação Local

Para a automatização das equações do referencial de navegação local, o ECEF é utilizado como sistema de referência, enquanto que o referencial de navegação local (norte, leste, baixo) é o referencial de solução. A atitude é expressa como a matriz de transformação de coordenadas, C_b^n , a velocidade é referenciada a Terra nos eixos do referencial de navegação local, $\mathbf{v}_{eb}^n$. A posição, por sua vez, é expressa na forma curvilínea, ou seja, como latitude geodésica, L_b , longitude geodésica, λ_b , e altitude geodésica, h_b .

Esta forma de equações de navegação tem a vantagem de fornecer uma solução de navegação de uma maneira mais adequada para as necessidades do usuário. Entretanto, é introduzida uma complexidade adicional, comparado ao desenvolvimento dos referenciais ECI e ECEF, pois a orientação dos eixos de solução com relação ao sistema de referência depende da posição (GROVES, 2008).

A figura 18 é um diagrama de blocos mostrando como a velocidade angular e as medições da força específica são usadas para atualizar a atitude, a velocidade e a posição na adoção de um referencial de navegação local. Cada uma das quatro etapas são descritas a seguir.

Figura 18 – Diagrama de Blocos das Equações de Navegação para o Referencial de Navegação Local. (Adaptado de: (GROVES, 2008)).

2.13.3.1 Atualização da Atitude

Novamente as medições de velocidade angular, ω_{ib}^b , são utilizadas para atualizar a matriz de transformação de coordenadas C_b^n . Além disso, como observado da figura 18, as informações de posição e velocidade também são aproveitadas para o cálculo do valor da atitude. De (19), a derivada no tempo da matriz de transformação de coordenadas é dada por:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^b \quad (87)$$

Usando (16) e (18), a equação pode ser dividida em três termos:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{ib}^b - (\Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n) C_b^n \quad (88)$$

O primeiro termo ($C_b^n \Omega_{ib}^b$) é devido à velocidade angular inercialmente referenciada medida pelos giroscópios. O segundo é devido à rotação da Terra com relação a um referencial inercial ($C_b^n \Omega_{ie}^n$). O terceiro termo ($C_b^n \Omega_{en}^n$), conhecido como taxa de transporte, representa a taxa de rotação do referencial local e relação ao referencial ECEF.

A matriz antissimétrica Ω_{ie}^n é escrita como:

$$\Omega_{ie}^n = \omega_{ie} \begin{pmatrix} 0 & \sin L_b & 0 \\ -\sin L_b & 0 & -\cos L_b \\ 0 & \cos L_b & 0 \end{pmatrix} \quad (89)$$

Percebe-se que se trata de uma função da latitude, por isso, conforme ilustra a figura 18 o uso do posicionamento no cálculo desta atitude.

De (19), a taxa de transporte pode ser obtida solucionado,

$$\dot{C}_e^n = \Omega_{en}^n C_e^n \quad (90)$$

A matriz de transformação de coordenadas do referencial ECEF para o referencial de navegação local é dada por (49). Usando a derivada no tempo tem-se:

$$\dot{C}_e^n = \left[\begin{pmatrix} -\dot{\lambda}_b \cos L_b \\ \dot{L}_b \\ \dot{\lambda}_b \sin L_b \end{pmatrix} \wedge \right] C_e^n \quad (91)$$

Lembrando-se da relação de conversão entre coordenadas geodésicas e coordenadas cartesianas:

$$\begin{aligned} \sin L_b &= \frac{z_{eb}^e}{(1 - e^2)R_E(L_b) + h_b} \\ \tan \lambda_b &= \frac{y_{eb}^e}{x_{eb}^e} \end{aligned} \quad (92)$$

$$h_b = \frac{\sqrt{(x_{eb}^e)^2 + (y_{eb}^e)^2}}{\cos L_b} - R_E(L_b)$$

Se (92) for derivado no tempo resulta-se em uma função linear da velocidade referenciada a Terra nos eixos do referencial de navegação local, então:

$$\begin{aligned}\dot{L}_b &= \frac{v_{eb,N}^n}{R_N(L_b) + h_b} \\ \dot{\lambda}_b &= \frac{v_{eb,N}^n}{(R_E(L_b) + h_b) \cos L_b} \\ h_b &= v_{eb,D}^n\end{aligned}\tag{93}$$

Substituindo em (90), junto com as derivadas da latitude e longitude de (93) tem-se:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Omega}_{en}^n &= \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{en,z}^n & \omega_{en,y}^n \\ \omega_{en,z}^n & 0 & -\omega_{en,x}^n \\ -\omega_{en,y}^n & \omega_{en,x}^n & 0 \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{\omega}_{en}^n &= \begin{pmatrix} \frac{v_{eb,E}^n}{R_E(L_b) + h_b} \\ -v_{eb,N}^n \\ \frac{R_N(L_b) + h_b}{-v_{eb,E}^n \tan L_b} \\ R_E(L_b) + h_b \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{94}$$

Integrando (88) e como feito nos desenvolvimentos anteriores, truncando-se a expansão da série de potência na primeira ordem e assumindo medições constantes da velocidade angular durante o intervalo de integração, tem-se:

$$\mathbf{C}_b^n(+) = \mathbf{C}_b^n(-)(\mathbf{I}_3 + \boldsymbol{\Omega}_{ib}^b \tau_i) - (\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n(-) + \boldsymbol{\Omega}_{en}^n(-))\mathbf{C}_b^n(-)\tau_i\tag{95}$$

onde $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n(-)$ é calculado usando $L_b(-)$ e $\boldsymbol{\Omega}_{en}^n(-)$ é calculado usando $L_b(-)$, $h_b(-)$ e $v_{eb}^n(-)$.

2.13.3.2 Transformação da Força Específica

A transformação do referencial da força específica segue basicamente o mesmo processo dos referenciais anteriores. Assim,

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{ib}^n(t) &= C_b^n(t)\mathbf{f}_{ib}^b(t) \\ &\approx \frac{1}{2}(C_b^n(-) + C_b^n(+))\mathbf{f}_{ib}^b\end{aligned}\quad (96)$$

2.13.3.3 Atualização da Velocidade

Na mecanização das equações do referencial local, o referencial e o sistema de solução não são os mesmos. Como sistema de solução, obviamente, será escolhido o referencial local e como referência tem-se o ECEF. De (32), a velocidade é expressa em termos de seus homólogos nos eixos de solução do ECEF

$$\mathbf{v}_{eb}^n = C_e^n \mathbf{v}_{eb}^e \quad (97)$$

derivando-se (97),

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \dot{C}_e^n \mathbf{v}_{eb}^e + C_e^n \dot{\mathbf{v}}_{eb}^e \quad (98)$$

Assim, há um termo da taxa de transporte além da aceleração aplicada, termos centrífugos e Coriolis encontrados na atualização de velocidade no referencial ECEF conforme descrito em 2.13.2.3. Aplicando (19) e (32) para o primeiro termo e substituindo (81) para o segundo termo,

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = -\boldsymbol{\Omega}_{en}^n \mathbf{v}_{eb}^n + C_e^n (-\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{r}_{eb}^e - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}_{eb}^e + \mathbf{a}_{ib}^e) \quad (99)$$

Aplicando (18), (22), (32) e (42) para transformar os eixos de solução e rearranjando tem-se:

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n \boldsymbol{\Omega}_{ie}^n \mathbf{r}_{eb}^n - (\boldsymbol{\Omega}_{en}^n + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n) \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{a}_{ib}^n \quad (100)$$

Lembrando que a matriz antissimétrica da rotação da Terra e taxa de transporte são dadas por (89) e (94), respectivamente.

Expressando a aceleração em termos da força específica, gravidade e aceleração centrífuga usando (66) e (82) tem-se:

$$\dot{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{f}_{ib}^n + \mathbf{g}_b^n(L_b, h_b) - (\boldsymbol{\Omega}_{en}^n + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n) \mathbf{v}_{eb}^n \quad (101)$$

A aceleração devida à gravidade é modelada como uma função da latitude e altitude, conforme visto em (2). Novamente, obter uma solução completa analiticamente é complexo. Entretanto, como os termos Coriolis e taxa de transporte serão geralmente os menores, é uma aproximação razoável negligenciar suas variações ao longo do intervalo de integração. A variação de aceleração devida à gravidade sobre o intervalo de integração pode ser geralmente negligenciada (GROVES, 2008).

Assim,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{eb}^n(+) &\approx \mathbf{v}_{eb}^n(-) + [\mathbf{f}_{ib}^n + \mathbf{g}_b^n(L_b(-), h_b(-)) - (\boldsymbol{\Omega}_{en}^n(-) + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n(-)) \mathbf{v}_{eb}^n(-)] \tau_i \\ &= \mathbf{v}_{eb}^n(-) + v_{ib}^n + [\mathbf{g}_b^n(L_b(-), h_b(-)) - (\boldsymbol{\Omega}_{en}^n(-) + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^n(-)) \mathbf{v}_{eb}^n(-)] \tau_i \end{aligned} \quad (102)$$

2.13.3.4 Atualização da Posição

De (93), as derivadas da latitude, da longitude e da altitude são funções da velocidade, da latitude e da altitude. Assim,

$$\begin{aligned} L_b(+) &= L_b(-) + \int_t^{t+\tau_i} \frac{v_{eb,N}^n(t')}{R_N(L_b(t')) + h_b(t')} dt' \\ \lambda_b(+) &= \lambda_b(-) + \int_t^{t+\tau_i} \frac{v_{eb,E}^n(t')}{R_E(L_b(t')) + h_b(t') \cos L_b(t')} dt' \\ h_b(+) &= h_b(-) - \int_t^{t+\tau_i} v_{eb,D}^n(t') dt' \end{aligned} \quad (103)$$

A variação do meridiano e do raio de curvatura, R_N e R_E , com a latitude geodésica, L_b , é baixa, então é aceitável negligenciar suas variações com a latitude durante o intervalo de integração. Assumindo que a velocidade varie como uma função linear do tempo sobre o intervalo de integração, uma aproximação aceitável para a atualização de posição é,

$$\begin{aligned}
 h_b(+) &= h_b(-) - \frac{\tau_i}{2} (v_{eb,D}^n(-) + v_{eb,D}^n(+)) \\
 L_b(+) &\approx L_b(-) + \frac{\tau_i}{2} \left(\frac{v_{eb,N}^n(-)}{R_N(L_b(-)) + h_b(-)} + \frac{v_{eb,N}^n(+)}{R_N(L_b(-)) + h_b(+)} \right) \\
 \lambda_b(+) &= \lambda_b(-) + \frac{\tau_i}{2} \left(\frac{v_{eb,E}^n(-)}{R_E(L_b(-)) + h_b(-) \cos L_b(-)} + \frac{v_{eb,E}^n(+)}{R_E(L_b(+)) + h_b(+)\cos L_b(+)} \right)
 \end{aligned} \tag{104}$$

observando que a altitude, latitude e longitude devem ser calculados nesta ordem (GROVES, 2008).

2.14 FUSÃO DE SENSORES COM O FILTRO DE KALMAN

O filtro Kalman é um processo extremamente efetivo e versátil para combinar saídas de sensores que estejam sobre efeito de ruído e estimar as variáveis de um sistema (estados) que são sujeitos a uma dinâmica influenciada por incertezas.

Os sensores ruidosos podem compreender tanto soluções completas (caixa preta) como receptores GPS e sistemas de navegação inercial, ou ainda podem ser sensores em nível de subsistema, ou seja, aqueles que compõem uma solução completa como o cristal que gera informação de tempo para um receptor GPS ou acelerômetros e giroscópios que alimentam uma INS, além de sensores auxiliares como: sensores de velocidade, bússolas magnéticas e altímetros.

Os estados do sistema podem incluir: a posição, a velocidade, a aceleração, orientação e altitude de um veículo em terra, mar ou ar, além de poder definir também variáveis auxiliares para modelar fontes de ruído relativas ao tempo, tais como: propagação ionosférica, atrasos no sinal GPS, parâmetros do relógio do receptor, frequência e fase do sinal GPS e fatores de escala como *bias* nas saídas dos acelerômetros e giroscópios.

2.14.1 Filtro de Kalman

A integração das observações dos múltiplos sensores de navegação é realizada em geral por meio de algoritmos que permitem a integração e filtragem seguindo-se algum critério de otimização. O chamado filtro de Kalman possui determinadas propriedades que permitem a estimação de parâmetros (variáveis de estado) com mínima variância (LIMA, 2005).

Segundo Wang (2006), o filtro de Kalman é um algoritmo recursivo de processamento de dados que combina todas as medições disponíveis, independente de sua precisão, a fim de estimar o valor atual das variáveis de interesse, com o uso de:

1. Conhecimento do sistema e da dinâmica dos sensores;
2. A característica estatística do ruído de sistema, erro de medição e incertezas na dinâmica do modelo;
3. Disponibilidade de informações sobre as condições iniciais das variáveis de interesse.

Quando algumas condições são satisfeitas, o filtro de Kalman é considerado um estimador ótimo e minimiza a covariância do erro estimado. O filtro de Kalman é empregado no sentido de tentar estimar o estado $\hat{x}_k \in R^n$ de um processo controlado em instantes discretos de tempo, governado por equações lineares ou não (SANTANA, 2011). Este trabalho tratará apenas de adaptar uma solução para equações lineares. Maiores informações sobre processamento de equações não lineares podem ser encontradas, por exemplo, nos trabalhos de Santana (2011) ou Farrell (2008).

Dado um sistema linear descrito por uma equação diferencial ordinária do tipo:

$$x_k = \Phi_{k-1}x_{k-1} + G_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1} \quad (105)$$

e com equação de medição $z_k \in R^n$ do tipo:

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (106)$$

Onde as variáveis aleatórias w_k e v_k representam ruídos do processo e da medição

respectivamente. Considera-se que estas variáveis são ruídos brancos, independentes (estatisticamente não correlacionadas) com médias nulas e distribuições normais de probabilidades, dadas por:

$$\begin{aligned} p(w) &\sim N(0, \mathbf{Q}) \\ p(v) &\sim N(0, \mathbf{R}) \end{aligned} \quad (107)$$

$$\begin{aligned} E[w_k w_j^T] &= \mathbf{Q}_k \delta_{k-j}, \\ E[v_k v_k^T] &= \mathbf{R}_k \delta_{k-j}, \\ E[v_k w_j^T] &= 0 \end{aligned} \quad (108)$$

Nas equações anteriores, $\mathbf{Q}_k$ representa a covariância do ruído associado ao processo, $\mathbf{R}_k$ é a covariância do ruído associado à medição, $E[\cdot]$ é o operador esperança matemática associada à função $[\cdot]$ e δ_{k-j} é a função delta de Kronecker, definida como:

$$\begin{cases} \delta_{k-j} = 1 & \text{se } k = j \\ \delta_{k-j} = 0 & \text{se } k \neq j \end{cases} \quad (109)$$

Embora admita vários tipos de formulação, o principal objetivo do Filtro de Kalman é estimar o estado x_k , baseado no conhecimento do modelo do sistema dinâmico e da disponibilidade da medição z_k (SANTANA, 2011).

A quantidade de informação que é disponibilizada para a estimação do estado (na forma de medições externas) pode variar dependendo do problema a ser solucionado. Se todas as leituras estiverem prontas até o instante de tempo k (inclusive), para ser usado na estimativa de x_k , então se pode determinar uma estimativa *a posteriori*, denotada por x_k^+ , onde o sinal '+' indica que a estimativa é a *a posteriori*. Se todas as leituras estiverem prontas até o instante de tempo k (não inclusive), então, pode-se determinar uma estimativa *a priori*, denotada por x_k^- , onde o sinal '-' indica uma estimativa *a priori* (SIMON, 2006).

2.14.1.1 O Algoritmo do Filtro de Kalman Discreto

O filtro de Kalman linear estima um processo utilizando uma forma de controle por

realimentação, onde o filtro estima o estado do processo em algum instante de tempo e então obtém a realimentação a partir de medições, Assim, as equações pra o Filtro de Kalman são divididas em dois grupos: atualização temporal (predição) e atualização da medição (correção) (SANTANA, 2011).

A atualização temporal projeta a frente o estado atual e a estimativa da covariância do erro (P_k^-). A atualização da medição, conta com a disponibilidade de medições externas para corrigir a estimativa de $\hat{x}_k^-$ e P_k^- gerando, então, uma nova estimativa $\hat{x}_k^+$ e P_k^+ .

A seguir será apresentado o algoritmo que pode ser utilizado para implementar um filtro de Kalman. As sequencias estão descritas de acordo com o fluxo apresentado no trabalho de Santana (2011) e são apresentadas pela tabela 4.

Tabela 4 – Algoritmo para implementar o Filtro de Kalman Linear.

Etapas	Formulação
1 - Inicialização do Filtro de Kalman	$\hat{x}_0^+ = E[x_0] \quad (110)$ $P_0^+ = E[(x_0 - \hat{x}_0^+)(x_0 - \hat{x}_0^+)^T]$
2 - Calculo da predição do estado e da covariância (para $k > 0$)	$\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ + G_{k-1} u_{k-1} \quad (111)$ $P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^- \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$
3 - Calcula-se o ganho do Filtro de Kalman	$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (112)$
4 - Executa a correção do estado e da covariância a partir da medição (quando houver)	$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (113)$
5 - Volta-se a etapa 2 enquanto houver dados a serem processados	

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Este tópico irá apresentar os passos para a realização dos testes que validam o conceito teórico apresentado. Além disso, serão mostradas também as ferramentas que foram desenvolvidas ao longo da pesquisa bem como todos os materiais envolvidos.

3.1 VISÃO GERAL DO PROJETO

Os próximos tópicos vão focar a realização de testes para exercitar a teoria que envolve a construção de sistemas de posicionamento inercial, bem como ajudar a cumprir os objetivos deste trabalho.

O desenvolvimento prático se dará visando atender alguns requisitos, ou caso de testes, conforme mostrado na figura 19, que levam em consideração não só o comportamento do sistema em uma rota real, mas também, que levante as características estatísticas dos sensores como: erro no posicionamento do receptor GPS, bias dos sensores inerciais e precisão da velocidade GPS.

Figura 19 – Requisitos a serem cumpridos com o desenvolvimento dos testes.

Para atender a estes requisitos foi elaborada uma estratégia em que os dados de cada um dos experimentos, fossem coletados para posterior processamento.

Sendo assim, uma plataforma que contenha os sensores inerciais (acelerômetros e giroscópios) em conjunto com um receptor GPS poderia ser instalada em um veículo que conseguisse realizar, de forma controlada, um percurso pré-definido.

Para o pós-processamento dos dados é necessário o desenvolvimento de uma ferramenta para armazenar os elementos coletados não só dos sensores inerciais, mas também, do receptor GPS. Por fim, uma ferramenta que modele o desenvolvimento do sistema inercial e que também tenha capacidade de processar grandes volumes de dados tem de ser utilizada.

Em suma, para se atingir os requisitos eliciados, as seguintes etapas devem ser concluídas:

- Adaptar uma plataforma veicular para receber os sensores inerciais e GPS
- Desenvolver ferramenta de coleta de dados para PC;
- Desenvolvimento do roteiro de testes a ser executado;
- Desenvolvimento das ferramentas para processamento dos dados de testes;
- Processamento dos dados de testes.

Segue então, uma discussão sobre cada um dos itens listados.

3.2 PLATAFORMA PARA REALIZAÇÃO DOS TESTES

Como mostrado na figura 20 a plataforma a ser utilizada é composta de três elementos principais:

- A plataforma base ou plataforma veicular na qual os sensores serão instalados;
- O conjunto de sensores inerciais: acelerômetro, giroscópio e opcionalmente o magnetômetro;
- Antena GPS.

Figura 20 – Plataforma utilizada na realização dos testes.

3.2.1 O Receptor GPS

Conforme visto através da revisão teórica, os sistemas de navegação inercial necessitam sempre conhecer seu estado inicial antes de fornecer uma solução de navegação. Incorporar um receptor GPS pode ser uma boa opção para obter, por exemplo, a posição inicial do objeto. Além disso, existem outras informações disponibilizadas pelos receptores, como velocidade do veículo no solo e azimuth de navegação que também podem contribuir com o funcionamento do sistema de navegação inercial.

Existem diversas opções de receptores de mercado que variam em tamanho, consumo de corrente, faixa de temperatura de operação, quantidade de canais, dentre outros. Para este trabalho o receptor escolhido foi o Maestro (antigo Vincotech) modelo A-1080.

Figura 21 – Receptor GPS Maestro A-1080. (Fonte: (Maestro Wireless, 2013)).

Para fornecer os dados de posicionamento o dispositivo trabalha com dois protocolos:

- SIRF[®] *Binary Protocol*;
- NMEA (*National Marine Eletronics Association*) 0183.

Estes protocolos trafegam através de um meio físico que utiliza um canal serial UART (*Universal Asynchronous Receiver Transmitter*) com as seguintes características:

- Taxa de Transmissão de Dados (*Baud Rate*): 4800bps até 115200bps
- Tamanho de dado: 8bits;
- Sem paridade;
- Bits de parada: 1.

Por padrão o protocolo utilizado pelo receptor GPS é o NMEA 0183. Este é um protocolo mundialmente utilizado, que se baseia em sentenças de mensagens codificadas no padrão ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*) para enviar as diversas informações que são disponibilizadas pelo dispositivo, tais como: posição, velocidade, curso, dados dos satélites visíveis, data e hora GMT entre outros. Maiores detalhes podem ser encontrados em NMEA (2012).

O protocolo SIRF[®] *Binary Protocol* por sua vez é um protocolo proprietário cujos dados são encapsulados em mensagens no formato binário. Dentre o conjunto de mensagens disponível vale destacar a mensagem *Geodetic Navigation Data*, cujo conteúdo está descrito no ANEXO II, e que trás todas as informações que são de interesse deste projeto em um formato que não exige conversões de dados, como ocorre quando se trabalha com o formato ASCII, por exemplo. Sendo assim, torna-se a escolha natural para este projeto.

A Tabela 5 apresenta as principais informações do receptor GPS Maestro A-1080.

Tabela 5 – Características do receptor GPS Maestro A-1080. (Fonte: (Maestro Wireless, 2013)).

Sistema de Referência		WGS84	Comentários
Canais		20	Rastreo em paralelo.
Correlacionadores		200.000	-
Frequência		L1	1575 Mhz
Sensibilidade de Rastreo		-159 dBm	-
Acurácia de posicionamento 3D		< 10 m CEP	SA desabilitado.
Acurácia de posicionamento horizontal		< 2,5 m CEP	SA desabilitado.
<i>Time to First Fix</i> (TTFF)	Recuperação após obscurecimento	0,1 s	Valores teóricos para condições ideais.
	<i>Hot Start</i>	< 1 s	
	<i>Warm Start</i>	< 32 s	
	<i>Cold Start</i>	< 35 s	
Dimensões	Comprimento	19 mm	-
	Largura	16,2 mm	
	Altura	5 mm	
Alimentação		3,3 V	-
Consumo	<i>Standby</i>	20 μ A	-
	Pico de Aquisição	52 mA	
	Média de Aquisição	36 mA	
	Rastreo	31 mA	

3.2.2 Os Sensores Inerciais

Os sensores inerciais compõem as entradas básicas para que o sistema de navegação inercial forneça a solução de navegação. Existem diversos modelos de mercado que variam em preço, dimensões, características de construção dos sensores, entre outros. Por razões de custo este projeto irá trabalhar com sensores inerciais do tipo MEMS fornecidos em uma solução integrada pela empresa XSSENS. O modelo escolhido foi o MTi-G. A seguir serão mostradas as principais características do dispositivo Inercial MTi-G. As informações foram retiradas de Xsens Technologies, (2010).

O MTi-G (figura 22) é uma Unidade de Medição Inercial baseada em sensores inerciais do tipo MEMS que conta também com um receptor GPS miniatura integrado e sensores auxiliares adicionais como um magnetômetro 3D e um sensor de pressão estática. Ele foi concebido para ter um uso flexível, uma vez que existem várias possibilidades de configuração de suas saídas (dados GPS, dados dos sensores, etc) e também possui grande flexibilidade para escolha do tipo de interface que o usuário pode usar em seu trabalho.

O MTi-G tem as seguintes especificações físicas:

- Interface de Comunicação: Serial (RS-232);
- Interfaces Adicionais: *SyncOut* / Entrada Analógica (2x);
- Tensão de Operação: 5 – 30V;
- Consumo de Energia: <910mW;
- Temperatura de Operação: 0°C – 55°C;
- Dimensões Externas: 58x8x33mm (W x L x H);
- Peso: 68g.

Figura 22 – O MTi-G. (Fonte: (XSENS TECHNOLOGIES, 2010)).

3.2.2.1 Considerações Sobre as Saídas do MTi-G

Para operar o MTi-G o usuário pode escolher um dos seguintes métodos de interface:

- **Interface através de uma API para um objeto COM:** usada para aplicações feitas usando, por exemplo, MATLAB, LabView e Excel, uma vez que este tipo de interface fornece acesso a chamada de funções para obter dados dos sensores ou realizar mudanças de configuração. O objeto COM cuida da interface de comunicação com o *hardware* e é uma forma fácil de ter um desempenho semelhante à de um sistema de tempo real.
- **Interface através de uma DLL:** usada para aplicações onde o usuário use a programação C, C++, etc. Esta forma de interface (através de chamada de funções) é similar ao objeto COM, mas é baseado em uma DLL padrão C. Então não há necessidade em registrar a biblioteca no sistema operacional, as funções são acessadas diretamente no código fonte do usuário através do *link* da DLL.
- **Interface através de acesso direto de baixo nível:** usada quando o usuário deseja ter controle total, flexibilidade e requisitos de tempo real. O DSP do MTi-G realiza a calibração, o usuário tem então que coletar os dados da porta serial usando o protocolo de comunicação binária do MTi-G.

Uma vez selecionado a forma de se interagir com o dispositivo inercial, seja por objeto COM, DLL ou ainda escrevendo sua própria interface de baixo nível através de protocolo binário, deve-se efetuar algumas configurações onde se escolhe o modo de saída de dados sendo os principais:

- **Modo de Saída de Orientação:** Por padrão, a orientação calculada pelo MTi-G é a orientação do sistema de coordenadas fixo no sensor (referencial do veículo) com relação ao sistema Cartesiano ECEF. Se preferir, o usuário pode também escolher trabalhar com o referencial local. Cabe ainda ao projetista escolher o tipo de dados de orientação que ele pretende trabalhar, sendo que os possíveis são: Ângulos de Euler, Quaternions e Matriz de Cossenos Diretores.

- **Modo de Saída de Posição e Velocidade:** Neste modo o MTi-G informa a posição: Latitude, Longitude e Altitude) do módulo. Além disso, este modo também fornece a velocidade em X, Y e Z.
- **Modo de Saída de Dados Calibrados:** Neste modo as saídas dos sensores físicos que compõem o MTi-G são calibradas de acordo com um modelo matemático segundo suas respostas a algumas grandezas físicas tais como, temperatura, aceleração, etc.
- **Modo de Saída de Raw Data (dados brutos):** Este modo gera dados brutos (*raw*), ou seja, sem as correções da calibração na saída do MTi-G. Estes dados são as leituras dos conversores ADs (*Analogical to Digital*) que fazem a comunicação física entre os sensores e a IMU. Este modo é interessante quando se deseja trabalhar apenas com as saídas dos sensores sem contar com os processamentos do módulo.

Estes modos podem ser operados de maneira individual ou ainda combinados, dando a possibilidade ao usuário de aperfeiçoar os dados que se pretende trabalhar.

3.2.2.2 Estados do Dispositivo MTi-G

Figura 23 – Máquina de Estados do MTi-G. (Fonte: (XSENS TECHNOLOGIES, 2010)).

O MTi-G tem dois estados: Configuração e Medição. No estado de configuração diversos parâmetros podem ser lidos ou escritos, dentre eles, pode-se citar: modo de dados de saída, referencial utilizado, uso de dados brutos ou calibrados, entre outros. No estado de Medição o dispositivo irá enviar mensagens que contenham os dados de acordo com a configuração atual.

Existem duas maneiras diferentes de se entrar em modo de Configuração ou de Medição. Na inicialização, se nenhuma ação for tomada ele entrará no estado de Medição por padrão, usando sua última configuração válida.

Após a inicialização e antes de entrar no estado de Medição, uma mensagem de configuração é sempre enviada ao dispositivo que controla o MTi-G. Esta mensagem é a configuração que é lida da memória interna não-volátil e será usada no estado de Medição. Caso o dispositivo não receba esta mensagem ele entrará em modo de configuração. Além disso, outra forma de entrar em Modo de Configuração é usar as mensagens de GoToConfig. A mensagem GotoMeasurements também pode ser utilizada para colocar o módulo em modo Medição.

3.2.2.3 Especificações de Desempenho

A tabela 6 descreve as características dos sensores inerciais no modo de dados calibrados:

Tabela 6 – Especificação de desempenho dos sensores calibrados. (Fonte: (XSENS TECHNOLOGIES, 2010)).

		Velocidade Angular	Aceleração	Campo Magnético	Temperatura	Pressão Estática
Unidade		[°/s]	[m/s ²]	[mGauss]	[°C]	[Pa]
Dimensões		3 eixos	3 eixos	3 eixos	-	-
Fundo de Escala	[unidades]	± 300	± 50	± 750	-55 - + 125	30 – 120.10 ³
Linearidade	[% de FS]	0,1	0,2	0,2	<1	0,5
Estabilidade de Bias	[unidades 1σ]	1	0,02	0,1	0,5	100/ano
Estabilidade do Fator de Escala	[% 1σ]	-	0,03	0,5	-	-
Densidade do Erro	[unidades /√Hz]	0,05	0,002	1,5	-	4
Erro de Alinhamento	[°]	0,1	0,1	0,1	-	-
Largura de Banda	[Hz]	40	30	10	-	-

Resolução A/D	[bits]	16	16	16	12	9
---------------	--------	----	----	----	----	---

3.2.2.4 Considerações de Disposição do Módulo

Os seguintes cuidados devem ser levados em consideração quando for executado o posicionamento (*placement*) do módulo no veículo hospedeiro:

- Se o MTi-G for utilizado para medir a dinâmica do movimento de um veículo é melhor posicionar o dispositivo em um lugar onde seja esperado as menores acelerações transientes. Tal local é tipicamente próximo a centro de gravidade (CG) do veículo, uma vez que qualquer rotação em torno do centro de gravidade será traduzida em aceleração centrípeta em qualquer ponto fora do CG.
- Com relação a vibrações, para o melhor desempenho do módulo, o MTi-G deve ser isolado mecanicamente das vibrações, tanto quanto possível. Vibrações são medidas diretamente pelos acelerômetros. Isto não é necessariamente um problema, mas duas condições podem fazer com que as medições se tornem inválidas:
 - A grandeza da vibração é maior que a escala do acelerômetro, causando saturação no sensor o que pode ser observado como uma deriva no nível zero do acelerômetro e deteriorando a estimativa de *roll/pitch*.
 - A frequência da vibração é maior que a largura de banda do acelerômetro, que na teoria, deveriam ser rejeitadas, mas na prática elas podem causar o surgimento de perfilhamento no sinal, principalmente se o nível for próximo ao limite da largura de banda, uma vez que a rejeição do filtro não é perfeita. Isto pode ser observado como oscilações de baixa frequência. Além disso, vibrações de alta frequência comumente tendem a ter grandes amplitudes de aceleração.

Já com relação à disposição próxima a materiais ou campos magnéticos, um cuidado

adicional deve ser tomado uma vez que a bússola magnética incorporada ao MTi-G pode sofrer distorções em sua medição causando erros nos valores obtidos para *yaw/guinada*.

Para o sensor de pressão atmosférica o ponto a ser considerado é de que quando da necessidade do uso deste sensor, o pequeno orifício que estabelece o contato entre o sensor e a pressão atmosférica deve estar desobstruído, caso contrário medidas com valores errôneos de altitude podem ser obtidos.

3.2.3 A Plataforma Veicular

O propósito da plataforma veicular é receber o conjunto de sensores: Inercial e GPS, possibilitando a realização de percursos simples, em uma trajetória pré-definida seguindo o roteiro de testes. Sendo assim, ela deve possuir a capacidade de ser comandada remotamente, além de, possibilitar a instalação dos sensores descritos anteriormente.

Gonçalves (2011) em seu trabalho, desenvolveu uma plataforma veicular capaz de se movimentar de forma autônoma usando a constelação GPS como método de posicionamento. Além do modo autônomo, a plataforma possui também um modo remoto no qual é possível a um usuário comandar o veículo através de uma comunicação sem fio entre, por exemplo, um PC e a plataforma. A figura 24 mostra a plataforma veicular bem como todos os componentes utilizados para viabilizar o movimento autônomo e remoto da mesma. A figura 25 ilustra os modos de operação e suas possíveis transições.

Figura 24 – Plataforma veicular desenvolvida em Gonçalves (2011).

Figura 25 – Modos de operação da plataforma veicular. (Fonte: (GONÇALVES, 2011)).

No modo remoto, como dito anteriormente, a comunicação é feita de modo sem fio entre um PC e o veículo. Para o controle, existe um software que possibilita que o usuário tenha total influência sobre os movimentos da plataforma. Os comandos de movimento possíveis são: Ir para Frente, Ir para Trás, Virar a Esquerda, Virar a Direita e Parar. Desta forma o usuário remoto pode então conduzir a plataforma pelo trecho desejado.

3.2.4 Inserção dos Sensores Inercial e GPS na Plataforma Veicular

Esta etapa compreende a montagem e adaptação dos sensores, que foram previamente descritos, na plataforma veicular. A figura 26 mostra a montagem final do sistema. Podem-se notar as modificações feitas comparando-a com a figura 24.

Como sugerido em 3.2.2.4, alguns cuidados foram tomados, principalmente, em relação ao posicionamento e fixação do Sistema Inercial. Para sua acomodação, o antigo receptor GPS da plataforma foi removido do “teto” abrindo um local próximo ao CG do veículo.

Figura 26 – Detalhe da adaptação da plataforma veicular e demais sensores.

Figura 27 – Detalhe da acomodação do sensor inercial na plataforma veicular.

Para a montagem do sistema inercial, como mostrado na figura 27, foi usada uma espuma de absorção mecânica para evitar vibrações que afetem o desempenho dos acelerômetros. A acoplagem do sensor na plataforma foi feita com auxílio de torres extensoras e parafusos, além de uma presilha para ajustar a posição do sensor em relação ao veículo e ao plano de navegação. A idéia aqui é conseguir a melhor disposição onde as leituras dos acelerômetros refletissem apenas a aceleração da gravidade e que a aceleração nas outras componentes fosse nula.

A bateria do veículo que se encontrava na “caçamba”, foi retirada para reduzir a influência de campos magnéticos próximos e tentar amenizar efeitos de degradação das leituras dos sensores magnéticos (magnetômetros). Vale ressaltar que os próprios servomotores do veículo têm uma influência magnética importante e que infelizmente não pôde ser removida.

Para o GPS, apenas a antena ficou instalada no veículo. A placa que realiza o processamento dos sinais e envio das informações ficou localizada em uma mochila. Nela também ficou instalada a bateria.

A figura 28 mostra um diagrama da situação final da montagem e da disposição dos componentes. As setas verdes representam itens que estão incorporados a outros itens, como por exemplo, os sensores que são incorporados na plataforma veicular. A linha negra representa um barramento de comunicação física que liga um dispositivo a outro. Já o raio,

simboliza um link sem fio entre dois dispositivos.

Figura 28 – Esquema final da montagem do sistema para coleta de dados de testes.

3.3 A FERRAMENTA DE COLETA DE DADOS

Na figura 28 observa-se que o Laptop 1 se comunica fisicamente com a INS e com o receptor GPS. Nele será então instalado um software em linguagem C#, desenvolvido especialmente para: se comunicar com os sensores, coletar e armazenar as informações relevantes para os testes.

Neste sentido, o passo inicial no desenvolvimento desta ferramenta é levantar quais informações serão coletadas de quais sensores. A seguir, deve ser definida a forma de comunicação com os dispositivos o que engloba: a escolha do tipo de protocolo, velocidade de comunicação, ente outros. Por fim deve ser definida a sequência de execução do software

3.3.1 Seleção dos Dados dos Sensores e Seleção da Forma de Comunicação

Como visto anteriormente através da revisão teórica (capítulo 2), a solução de navegação com sensores inerciais depende de valores iniciais, os quais podem ser obtidos do receptor GPS. Com base em 3.2.1 e, complementarmente, em Maestro Wireless (2013) é possível determinar quais informações provenientes do receptor GPS, serão coletadas. São elas:

- Latitude;
- Longitude;
- Altitude;
- Curso (azimute);
- Velocidade;
- Erro Horizontal de Posição;
- Erro Vertical de Posição.

Estes dados podem ser obtidos da mensagem *Geodetic Navigation Data* conforme ANEXO II. Esta mensagem é transmitida pelo receptor GPS usando o protocolo SIRF Binary, a uma frequência de 1Hz, através de uma interface serial UART.

A configuração da comunicação serial utilizada será a padrão do dispositivo:

- Taxa de Transmissão de Dados (*Baud Rate*): 4800bps;
- Tamanho de dado: 8bits;
- Sem paridade;
- Bits de parada: 1.

Dos sensores inerciais, é de interesse da solução, obter uma leitura completa dos giroscópios nos seus três eixos (x,y,z), assim como dos acelerômetros. Além disso, é interessante também obter leituras dos magnetômetros, o que pode ser de grande valia para a aplicação, como será visto posteriormente.

Em 3.2.2.1 foi mostrado que o MTi-G, disponibiliza em um de seus modos de saída de dados, os valores calibrados das leituras dos seus sensores inerciais e magnetômetro. Este

modo é interessante, pois ele tenta compensar alguns efeitos físicos que corrompem os sinais, tal como a variação da temperatura nos sensores.

Para o MTi-G as informações de interesse e que devem ser armazenadas são as seguintes:

- Aceleração na direção do eixo X (NED);
- Aceleração na direção do eixo Y (NED);
- Aceleração na direção do eixo Z (NED);
- Velocidade angular na direção do eixo X (NED);
- Velocidade angular na direção do eixo Y (NED);
- Velocidade angular na direção do eixo Z (NED);
- Intensidade do campo magnético na direção do eixo X (NED);
- Intensidade do campo magnético na direção do eixo Y (NED);
- Intensidade do campo magnético na direção do eixo Z (NED);

A comunicação física do Laptop 1 com o MTi-G se dá por uma interface serial RS232 por meio de um cabo USB. Para a interface do software de coleta de dados, dentre as possibilidades como mostrado em 3.2.2.1, foi escolhida o objeto COM, por simplificar a construção do mesmo. A frequência dos dados para o modo de saída de dados calibrados está na faixa de aproximadamente 33,33Hz, conforme descrito em Xsens Technologies, (2010).

Adicionalmente outros dois campos de controles foram adicionados ao registro dos dados, são eles:

- Intervalo de tempo entre a coleta das amostras;
- *Status* de indicação do período de calibração dos sensores.

A tabela 7 resume os dados selecionados para o armazenamento pela ferramenta.

Tabela 7 – Dados coletados dos sensores inerciais e GPS.

Controle		INS									GPS						
Sta	Delt	Acc	Acc	Ac	Gyr	Gyr	Gyr	Ma	Ma	Ma	L	Lo	A	Cu	Ve	Err	Err
tus	a_T	_X	_Y	c_Z	_X	_Y	_Z	g_X	g_Y	g_Z	at	ng	lt	rso	loc	_H	_V

3.3.2 A Interface do Usuário e a Sequência de Execução do Software

Definidas as informações que serão armazenadas, o próximo passo foi desenvolver uma HMI (*Human-Machine Interface*), que de forma simples, possibilitasse que um usuário pudesse especificar, por exemplo, em qual local ele gostaria de salvar o arquivo que contenha os dados a serem armazenados.

A figura 29 mostra o resultado da confecção da tela principal do programa. Nela observam-se três grupos de comandos, uma sequência de quatro botões, uma *checkbox* e um quadro de *prompt* de comando usado para exibir as notificações do software. No grupo Configuração dos Dispositivos, estão localizados dois botões. O botão INS é responsável por inicializar e configurar o MTi-G até o ponto em que ele esteja pronto para realizar as aquisições de dados. De forma similar o botão GPS é usado para preparar o dispositivo Maestro A1080.

Figura 29 – Detalhe da HMI do programa de coleta e armazenamento de dados dos sensores.

No grupo Log de Dados se encontram dois botões. O primeiro botão, Salvar Dados, é responsável por criar um arquivo do tipo “txt”, que armazenará as informações dos sensores. O botão Coleta de Dados por sua vez, coloca o software em modo de leitura e armazenamento de dados caso um arquivo para este fim tenha sido criado anteriormente.

A *checkbox* Calibrando Sensores é usada apenas para atualizar uma indicação no arquivo de dados que notifica se o usuário está coletando dados para fins de calibração ou se já está em modo de navegação.

A seguir será dada uma descrição mais detalhada dos processos principais da execução do software de coleta de dados.

As figuras a seguir: figura 30, figura 31, figura 32 e figura 33 foram confeccionadas usando a forma de um diagrama de sequência UML (*Unified Modeling Language*). Embora não sigam a formalidade da ferramenta de modelagem, uma explicação com base nestes diagramas se torna mais simples. Vale ressaltar ainda que elas estão sempre representando cenários positivos, ou seja, cenários nos quais não houve falha de nenhuma das partes envolvidas nas sequências descritas. Os casos de erro também são tratados pelo software.

Figura 30 – Inicialização e configuração do MTi-G.

O processo ilustrado na figura 30 se inicia com um clique no botão INS. Os passos na ilustração ganharão explanação adicional a seguir:

1. O **Usuário** solicita início e configuração do INS, clicando no botão INS do grupo Configuração dos Dispositivos.
2. O **Coletor de Dados** cria uma instância do objeto COM usando os arquivos do MTi-G.

3. O **Coletor de Dados** faz uma busca em suas portas seriais por quaisquer dispositivos do tipo MTi-G conectados.
4. Detectado um dispositivo MTi-G em uma de suas portas seriais, o **Coletor de Dados** solicita então a abertura de um canal de comunicação serial com o **MTi-G**.
 - 4.1 O **MTi-G** confirma a abertura do canal de comunicação serial com o **Coletor de Dados**.
5. O **Coletor de Dados** solicita a identificação do **MTi-G** conectado. Esta identificação será usada pelos próximos comandos e só tem propósito em sistemas que se comunicam com mais de um MTi-G ao mesmo tempo.
 - 5.1 O **MTi-G** informa se número de identificação o qual é armazenado pelo **Coletor de Dados**.
6. O **Coletor de Dados** pede que o **MTi-G** entre em Modo de Configuração.
 - 6.1 O **MTi-G** confirma a solicitação do **Coletor de Dados** e entra em Modo de Configuração.
7. O **Coletor de Dados** envia uma mensagem de configuração de modo de trabalho do dispositivo. Nesta mensagem ele especifica que o **MTi-G** deve operar enviando ao coletor Dados Calibrado, que o referencial utilizado seja o NED e que a precisão dos dados enviados seja FLOAT de acordo com a IEEE 754.
 - 7.1 O **MTi-G** confirma o a solicitação do **Coletor de Dados** e efetiva as novas configurações.
8. O **Coletor de Dados** envia o cenário automotivo para ser usado pelos filtros internos do **MTi-G**.
 - 8.1 O **MTi-G** confirma a solicitação do **Coletor de Dados** e efetiva a nova configuração do filtro.
9. O **Coletor de Dados** configura a fila de dados do **MTi-G** para que seja enviado sempre o último dado processado.
 - 9.1 O **MTi-G** confirma a solicitação do **Coletor de Dados** e efetiva a nova configuração da fila de dados.
10. Feitas todas as configurações necessárias, o **Coletor de Dados** solicita que o **MTi-G** entre em Modo de Medição.
 - 10.1 O **MTi-G** aceita o comando do **Coletor de Dados** e começa a operar em Modo de Medição.

1.1 O **Coletor de Dados** informa então ao **Usuário** através da tela de *prompt* que o MTi-G está configurado e pronto.

Figura 31 – Inicialização e configuração do GPS Maestro A-1080.

Para o receptor GPS Maestro A-1080, o processo está ilustrado pela figura 31 e é iniciado quando o usuário clica no botão GPS. A seguir está uma explanação adicional para a figura.

1. O **Usuário** solicita início e configuração do receptor GPS, clicando no botão GPS do grupo Configuração dos Dispositivos.
2. O **Coletor de Dados** abre uma porta serial para estabelecer a comunicação com o receptor GPS.
3. Por padrão a comunicação utilizada pelo receptor GPS é aquela que usa o protocolo NMEA. O **Coletor de Dados** solicita então que o **Receptor GPS** altere a forma de comunicação para usar o protocolo *Sirf Binary*.
4. O **Coletor de Dados**, aguarda 160ms para o envio de uma nova mensagem.
5. O **Coletor de Dados** solicita que seja interrompido o envio de mensagens pelo **Receptor GPS**. Esta configuração é realizada apenas para evitar possíveis conflitos nas mensagens enviadas.

6. O **Coletor de Dados**, aguarda 160ms para o envio de uma nova mensagem.
7. O **Coletor de Dados** configura o **Receptor GPS** para enviar a mensagem de posição *Geodetic Navigation Data* cuja descrição pode ser encontrada em ANEXO II.
8. O **Coletor de Dados**, aguarda 160ms para o envio de uma nova mensagem.
- 1.1 O **Coletor de Dados** informa ao usuário através do *prompt* de mensagens que o **Receptor GPS** está pronto.

Passada a etapa de inicialização, o usuário pode clicar em Salvar Dados, para escolher um arquivo no qual os dados recebidos dos sensores serão armazenados. Feito isso basta clicar em Coletar Dados para que se inicie o processo de coleta de dados do receptor GPS e do INS.

O processo de coleta de dados é feito por monitoramento dos dados recebidos. Assim que o usuário solicita o início desta operação o Coletor de Dados começa um processo cíclico de consulta aos dados dos sensores. Para o MTi-G o processo é ilustrado pela figura 32. Para o caso do receptor GPS (Maestro A-1080) a figura 33 é usada para mostrar as etapas da aquisição de dados.

Figura 32 – Detalhe da aquisição de dados do MTi-G.

Como feito anteriormente segue explanação dos passos como mostrado na figura 32.

1. O **Coletor de Dados** verifica ciclicamente se existe novo pacote de dados na fila do **MTi-G**.
- 1.1 O **MTi-G** responde positivamente ao **Coletor de Dados**, caso novos dados estejam disponíveis para serem coletados.
2. O **Coletor de Dados** faz a solicitação para receber os dados dos sensores do **MTi-G**. Para cada dado conjunto de dados uma solicitação diferente deve ser feita, então este processo pode ser repetido algumas vezes mais.
- 2.1 O **MTi-G** envia ao **Coletor de Dados** o conjunto de informações solicitadas.

Para o receptor GPS o processo é similar ao do INS. Segue a figura 33 com a sequência utilizada na coleta de dados GPS e posterior explanação dos passos.

Figura 33 – Detalhe da aquisição de dados do receptor GPS.

1. O **Receptor GPS** envia a mensagem *Geodetic Navigation Data* pelo canal serial.
2. O **Coletor de Dados** faz o processamento da mensagem e retira as informações relevantes e que serão armazenadas no arquivo de dados.
3. O produto do processamento de dados é então disponibilizado para o armazenamento.

3.4 O PLANEJAMENTO DOS TESTES

Este tópico irá apresentar as etapas do planejamento de testes, que foram concebidos para atender os requisitos do projeto conforme apresentados na figura 19. Fazem parte do Planejamento de Testes:

- Planejamento da Rota de Testes para a Plataforma Veicular;
- Especificação dos Testes e a Sequência de Execução;

3.4.1 A Rota de Testes

O local escolhido para a execução dos testes foi o mesmo em que foram realizados os experimentos de Gonçalves (2011). Isto se deve ao fato de que poderiam ser aproveitados os pontos levantados por este autor (que apresentam elevado grau de precisão em suas determinações conforme tabela 8), além de se tratar de um ambiente de pouca movimentação durante os finais de semana, ser um local plano e livre de obstruções.

Tabela 8 – Pontos de testes P1 à P4. (Fonte: (GONÇALVES, 2011)).

ID	Latitude (S)	Desvio padrão Latitude (m)	Longitude (W)	Desvio padrão Longitude (m)	Altitude (m)	Desvio padrão altitude (m)
P1	23° 33' 27,72591"	0,0009	46° 43' 24,59394"	0,0006	719,3220	0,0028
P2	23° 33' 28,33732"	0,0017	46° 43' 24,37731"	0,0007	719,3637	0,0055
P3	23° 33' 28,63590"	0,0010	46° 43' 25,42720"	0,0010	719,5034	0,0045
P4	23° 33' 28,11638"	0,0010	46° 43' 24,83525"	0,0008	719,3892	0,0030

Apenas com esse pontos não era possível realizar testes que propiciassem repetitibilidade além de não favorecer a realização de um percurso fechado. Assim sendo, decidiu-se por levantar adicionalmente outros pontos notáveis (Tabela 9), que foram determinados, inicialmente, com auxílio das juntas do pavimento que compõe o local de testes e posteriormente através de um levantamento utilizando o receptor GPS Maestro A-1080. Para esta determinação, foram feitas as ocupações dos pontos por um período de 20 minutos. Como estes pontos servem apenas de referência para trajetória não houve um rigor maior em

sua determinação, como, por exemplo, através de técnicas de posicionamento relativo.

Tabela 9 – Pontos de testes P5 à P9.

ID	Latitude (S)	Desvio padrão Latitude (m)	Longitude (W)	Desvio padrão Longitude (m)	Altitude (m)	Desvio padrão altitude (m)
P5	23.55774552845°	0.000004	46.72336036181°	0.000003	733.86	0.864720
P6	23.55798479270°	0.000005	46.72348078969°	0.000006	737.15	1.096535
P7	23.55791449045°	0.000002	46.72361520904°	0.000003	736.64	1.017720
P8	23.55798355762°	0.000003	46.72364385887°	0.000003	732.35	1.384505
P9	23.55778958792°	0.000003	46.72359135968°	0.000006	727.71	0.708795

O percurso resultante prioriza, como descrito anteriormente, a repetitibilidade dos testes, ser um circuito fechado além de possibilitar manobras em várias direções. A figura 34 ilustra o trajeto dos testes.

Figura 34 – Trajeto dos testes.

3.4.2 Especificação dos Testes

Foram determinados dois tipos de testes em que se busca tratar do levantamento de parâmetros estatísticos dos sensores envolvidos e a observação do comportamento do modelo,

a partir de testes de rodagem na trajetória estabelecida em 3.4.1. Vale ressaltar que aqui serão descritos apenas as etapas dos testes em campo que visam coletar os dados de leitura dos sensores. O processamento destes dados foi feito a posteriori.

3.4.2.1 T1: Determinação dos Parâmetros Estatísticos dos Sensores

O Teste 1 (T1) tem o propósito de levantar algumas características estatísticas (erro de bias, erro nas posições GPS), dos sensores que compõem a solução inercial e também do receptor GPS. A duração deste teste foi de aproximadamente 30 minutos, com uma frequência de coleta de dados média da INS em torno de 32,51Hz e do receptor GPS em torno de 1Hz. Durante o tempo de teste, a plataforma se manteve parada em P1, com a frente orientada para P5, apenas conectada ao laptop responsável pela realização da coleta de dados (laptop 1, figura 28).

3.4.2.2 T2: Teste de Rodagem sem Parada

O Teste 2 (T2) tem o objetivo de verificar o comportamento do modelo ao ser submetido ao trajeto descrito em 3.4.1. Neste teste a plataforma executou o percurso P1 → P5 → P2 → P6 → P7 → P8 → P3 → P9 → P4 → P1, sem paradas e se espera observar o resultado da solução de navegação (Posição, Atitude e Velocidade).

Inicialmente a plataforma veicular é colocada sobre P1 com a frente apontando para P5. Ela é mantida em repouso por cerca de um minuto para a realização de uma pequena sequência de calibração onde são levantados o bias dos giroscópios, o valor do azimuth e por consequência, a matriz de transformação de coordenadas inicial, além de ser atribuído como posição inicial o valor de latitude, longitude e altitude de P1, devidamente transformado do referencial ECEF para o referencial Local.

Após o tempo de calibração, o veículo é comandado remotamente usando o laptop 2 (figura 28) por uma pessoa, enquanto outra, utilizando o laptop 1 (figura 28), segue o trajeto acompanhando a plataforma veicular e coletando os dados para processamento posterior.

O teste termina com a plataforma atingindo novamente o ponto P1 completando o

circuito fechado. A seguir é registrado o tempo de teste. Foram realizadas 10 sequências de T2, conforme mostrado pela tabela 10, porém houve problemas com os registros de dois testes que foram observados somente na fase de processamento.

Tabela 10 – Tempos de Execução de T2.

Ciclo	Duração (mm:ss)
1	03:48
2	03:46
3	03:48
4	03:39
5	03:37
6	03:36
7	03:34
8	03:37
9	03:32
10	03:35

3.5 A FERRAMENTA DE PROCESSAMENTO DOS DADOS

O desenvolvimento da ferramenta de processamento de dados foi feito utilizando o software MATLAB amplamente utilizado nos meios profissionais e acadêmicos. Ele apresenta uma interface muito fácil para importar dados em formato texto, o qual foi usado na gravação dos registros dos testes com a plataforma veicular, além de possuir diversas funções matemáticas nativas em suas bibliotecas.

Para a modelagem dos algoritmos de processamento da solução de navegação inercial, foi escolhida a ferramenta SIMULINK, inclusa MATLAB. A escolha pelo SIMULINK foi feita por dois motivos, o primeiro foi em razão de a ferramenta permitir o design gráfico e validação do algoritmo sem a necessidade de um hardware físico (*Model Based Design*). A segunda foi a de proporcionar a geração de código C ou C++ através do SIMULINK Coder. Este detalhe pode proporcionar no futuro que soluções incorporadas a este trabalho possam ser facilmente portadas para uma plataforma autônoma.

A seguir, serão apresentadas as duas partes envolvidas no processamento dos dados.

3.5.1 Etapa 1: Calibração e Levantamento das Condições Iniciais do Sistema

O processo de calibração envolve tanto o levantamento de parâmetros estatísticos dos sensores quanto o cálculo de constantes que serão utilizadas como argumentos na inicialização do processamento da solução inercial.

Em linhas gerais o propósito desta etapa é o de se levantar as seguintes informações:

- *Bias* dos Giroscópios;
- Valor de g^b médio segundo leitura dos Acelerômetros;
- Levantamento de *roll* e *pitch* inicial através das medições dos Acelerômetros
- Valor médio da leitura dos magnetômetros;
- Determinação do azimuth inicial da plataforma.
- Determinação da DCM inicial

A seguir serão explanados os passos realizados para o levantamento de cada uma destas características.

3.5.1.1 Levantamento do Bias dos Giroscópios

Seja u um sinal lido de um giroscópio, ele pode ser modelado como:

$$u = \omega_{ib}^b + x_g + v_g \quad (114)$$

Onde v_g é um ruído branco Gaussiano e x_g um erro aditivo, que aqui será considerado como um erro de *bias*.

Uma estimativa inicial do *bias* dos giroscópios, pode ser feita no instante em que o veículo está parado em fase de calibração, através de uma média feita nas leituras destes sensores (FARRELL, 2008).

$$\hat{x}_g^b = \frac{1}{T} \int_0^T u(\tau) d\tau \quad (115)$$

O ideal seria que a taxa de rotação terrestre ω_{ie} , fosse subtraída das leituras, entretanto, os giroscópios utilizados na INS MTi-G não são suficientemente acurados para medir esta grandeza.

3.5.1.2 Valor de g^b Médio Segundo Leituras dos Acelerômetros

Seja y_a um sinal lido do acelerômetro, ele pode ser modelado como:

$$y_a = a_{ib}^b - g^b + x_a + v_a \quad (116)$$

Onde v_a é um ruído branco Gaussiano e x_a um erro aditivo, que aqui será considerado como um erro de *bias*.

A idéia deste tópico é que no momento da calibração, o acelerômetro está em repouso, sendo assim, $a_{ib}^b = 0$. Assumindo também que $x_a = 0$, e com base em (116) se for feita uma média em suas leituras pode-se obter um valor médio de g^b , através de (117).

$$\bar{g}^b = \frac{1}{T} \int_0^T -y_a(\tau) d\tau \quad (117)$$

3.5.1.3 Determinação dos Ângulos de Roll e Pitch Iniciais

No instante de calibração, uma das variáveis que se busca observar com ajuda das saídas dos acelerômetros é a influência que a gravidade exerce em suas leituras tal qual observado anteriormente em 3.5.1.2. Sabendo que a força gravitacional se decompõe nos eixos do acelerômetro conforme sua inclinação é possível realizar o cálculo da atitude inicial, ou melhor, de duas das componentes da atitude inicial, os ângulo *roll e pitch* com base nas relações matemáticas apresentadas em (118)

Denotando $\bar{g}^b = [\bar{g}_1, \bar{g}_2, \bar{g}_3]$, então:

$$\begin{aligned}\hat{\phi} &= \arctan2(\bar{g}_2, \bar{g}_3) \\ \hat{\theta} &= \arctan2\left(-\bar{g}_1, \sqrt{\bar{g}_2^2 + \bar{g}_3^2}\right)\end{aligned}\quad (118)$$

3.5.1.4 Levantamento do Valor Médio das Leituras dos Magnetômetros

O objetivo deste tópico é determinar um valor médio das leituras dos magnetômetros. Este valor médio será utilizado em 3.5.1.5, para a determinação do azimuth inicial da plataforma.

Seja y_m um sinal lido do magnetômetro, ele pode ser modelado como:

$$y_m = m_e^b + m_b^b + v_m \quad (119)$$

Onde v_m é um ruído branco Gaussiano, m_e^b é o vetor campo magnético Terrestre representado no referencial do veículo, e m_b^b é o vetor campo magnético gerado pelo veículo e também representado no referencial do veículo.

Assumindo que o magnetômetro esteja isolado das influências do campo magnético do veículo no instante da calibração, pode-se então considerar $m_b^b = 0$. Sendo assim o valor médio de m_e^b , ou $\bar{m}^b$, pode ser obtido através de:

$$\bar{m}^b = \frac{1}{T} \int_0^T y_m(\tau) d\tau \quad (120)$$

3.5.1.5 Determinação do Ângulo *Yaw* Inicial da Plataforma

Para a determinação do ângulo de *yaw* inicial da plataforma, são usados os resultados obtidos em 3.5.1.3 e 3.5.1.4.

Como mostrado em 2.9.1, o vetor $\bar{m}^b$, pode ser transformado do referencial do veículo para o referencial local utilizando a matriz de transformação de coordenadas apropriada. Neste caso:

$$m^b = C_n^b m^n \quad (121)$$

Ainda de 2.9.1, C_n^b pode ser expressa com uma sria de rotaes. Neste caso, a sequncia utilizada : uma rotao em *roll* $[\phi]_1$, seguida de uma rotao em *pitch* $[\theta]_2$ e por fim uma rotao em *yaw* $[\psi]_3$. Portanto, de (121):

$$m^b = [\phi]_1 [\theta]_2 [\psi]_3 m^n \quad (122)$$

usando-se do fato que $[\phi]_1^{-1} = [\phi]_1^T$ e $[\theta]_1^{-1} = [\theta]_1^T$ e com $m^n = [m_e, 0, 0]$,

$$[\phi]_1 [\theta]_2 m^b = [\psi]_3 m^n$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta)\sin(\phi) & \sin(\theta)\cos(\phi) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix} m^b = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \\ -\sin(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} m^n \quad (123)$$

visto que os valores de *roll* e *pitch* iniciais foram determinados anteriormente em 3.5.1.3 til ento definir um vetor $\bar{m}^w = [\bar{m}_1^w, \bar{m}_2^w, \bar{m}_3^w]$ tal que:

$$\bar{m}^w = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta)\sin(\phi) & \sin(\theta)\cos(\phi) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix} m^b \quad (124)$$

w pode ser tido como um referencial intermedirio definido pelas projees dos eixos do veculo no plano local. Atravs de uma anlise em (124) observa-se que a matriz de rotao $C_n^w = [\psi]_3$, $C_b^w = [\theta]_2^T [\theta]_1^T$ e $C_b^w C_n^b = C_n^w$. Assim o valor inicial de *yaw* pode ser obtido das componentes de $\bar{m}^w$, como:

$$\psi(T) = \text{atan2}(-\bar{m}_2^w, \bar{m}_1^w) \quad (125)$$

essa determinao de *yaw* ainda precisa ser corrigida com o valor da declinao magntica local, a qual pode ser obtida em NOAA (2012).

3.5.1.6 Determinação da Matriz de Transformação de Coordenadas C_b^n e C_n^b Iniciais

Durante o processamento da solução de navegação inercial, a atitude será mantida usando uma Matriz de Cossenos Diretores. A obtenção da matriz inicial será feita usando ângulos de Euler conforme descrito em 2.9.1.

Sendo assim, uma vez determinados os valores de *roll* e *pitch* iniciais, como feito em 3.5.1.3 e *yaw* inicial como em 3.5.1.5, pode-se chegar em C_b^n utilizando-se (9) e C_n^b através de (10).

3.5.1.7 Determinação da Posição Inicial

A coordenada inicial do veículo (Latitude, Longitude e Altitude) é determinada ou pelo receptor GPS ou através do conhecimento prévio das coordenadas do ponto inicial através de levantamento com receptor GPS de alta precisão.

Para este trabalho foram adotadas como valor inicial as coordenadas de P1, conforme tabela 8.

3.5.2 Etapa 2: Processamento dos Dados em Pseudo-Tempo-Real

Essa etapa é dita como pseudo-tempo-real, pois, os dados que serão processados já estão armazenados usando o mecanismo apresentado em 3.3. Porém, o algoritmo foi desenvolvido de tal forma que o processamento é feito imitando as características de um processamento em tempo real.

A figura 35, ilustra o modelo desenvolvido para o processamento dos dados utilizando a ferramenta SIMULINK. Nele podem ser observadas três componentes: os módulos que individualmente efetuam etapas no processamento, as entradas que realizam a interface entre o modelo e os dados capturados anteriormente e por fim as saídas geradas pelo modelo.

Existem cinco módulos que compõem o modelo. A seguir será dada uma explanação detalhada sobre o papel de cada um deles no processamento.

Nota: As representações de vetores e seus referenciais serão diferentes das apresentadas anteriormente devido a limitações da edição de texto na ferramenta. Onde se representava $x_{\delta\gamma}^{\beta}$ passa-se a representar por: $x_{\beta\delta\gamma}$. Assim, por exemplo, a matriz de transformação de coordenadas que leva um vetor do referencial do veículo para o referencial local, C_b^n , passará a ser representada pela notação: C_{nb} no modelo em SIMULINK.

Figura 35 – Modelo desenvolvido com auxílio da ferramenta Simulink para o processamento dos dados.

3.5.2.1 Módulo: Condições Iniciais

Um sistema de navegação inercial depende de suas condições anteriores para fornecer uma nova solução de navegação. No modelo proposto, cabe ao Módulo: Condições Iniciais, fornecer a inicialização do sistema além de prover o valor anterior fazendo a realimentação do sistema.

Figura 36 – Detalhe do módulo: Condições Iniciais.

Conforme mostrado pela figura 36, internamente ao módulo há uma decisão feita pelo bloco “If”, com base em uma variável “boPrimeiroLoop” que identifica se esta é a primeira execução ou não do modelo gerando duas possíveis ações:

- **Ação 1:** executada caso o valor da variável seja 1 e cujo detalhe será apresentado na figura 37;
- **Ação 2:** executada quando “boPrimeiroLoop” tem valor igual a 0 e mostrada na figura 39.

Figura 37 – Detalhe da Ação 1.

A figura 37 descreve a ação feita sempre na primeira execução do modelo. O valor de C_{nb_0} é neste caso uma constante, que foi determinada em 3.5.1.6. Lembrando que inicialmente o sistema está em repouso, v_{neb_0} também é uma constante com valor $[0,0,0]$. O valor r_{eeb_0} é determinado em 3.5.1.7. Além das constantes que são propagadas neste momento, vale notar também, o bloco Gera Matriz C_{ne} .

Neste bloco, o valor inicial da posição, r_{eeb_0} (r_{eb}^e), é dado pelo ponto P1, ou seja, o valor está no referencial ECEF. Sendo assim é necessário obter uma posição inicial no referencial local, que será usado como referencial pelo modelo, usando a matriz de transformação C_{ne} (C_e^n).

Como mostrado pela figura 38, para obter a posição inicial no referencial local a partir de r_{eb}^e (posição no referencial ECEF) deve-se:

- 1º Passo: Converter Latitude e Longitude de Graus para Radianos;
- 2º Passo: Criar a matriz de transformação de coordenadas do referencial ECEF para o Local (C_e^n)
- 3º Passo: Transformar Latitude, Longitude e Altitude de coordenadas geodésicas para coordenadas cartesianas (bloco LLA to ECEF Position).
- 4º Passo: Transformar a posição do referencial ECEF para o referencial local

através da multiplicação $C_e^n r_{eb}^e$.

Figura 38 – Detalhe do bloco Gera Matriz C_{ne} .

Depois da execução da Ação 1 o valor de “boPrimeiroLoop”, passará a ser 0 (figura 37). Neste caso, para as próximas iterações, o algoritmo passa então a executar a Ação 2. Esta ação apenas propaga os valores que foram obtidos no instante anterior, pelo módulo Solução de Navegação, através de leituras de memória (figura 39).

Figura 39 – Detalhe da Ação 2.

Em resumo, o módulo Condições Iniciais, coleta os dados do instante anterior realimentando o sistema com a informação do passado. No caso de uma inicialização este bloco coleta os valores iniciais após a etapa de calibração e realiza ainda, a conversão das coordenadas do referencial ECEF para o referencial Local.

São entradas deste módulo:

- Para “boPrimeiroLoop = 1”
 - Atitude inicial C_{nb_0} , obtida após fase de calibração;
 - Velocidade Inicial $v_{neb_0} = [0,0,0]$ veículo em repouso;
 - Posição Inicial $r_{neb_0} = [\text{Latitude } (L_b), \text{Longitude } (\lambda), \text{Altitude } (h)]$ de um ponto notável, P1.
- Para “boPrimeiroLoop = 0”
 - Atitude anterior C_{nb_0} , realimentada da solução de navegação através do bloco Leitura de Memória;
 - Velocidade anterior v_{neb_0} , realimentada da solução de navegação através do bloco Leitura de Memória 1;
 - Posição Inicial r_{neb_0} , realimentada da solução de navegação através do bloco Leitura de Memória 2;

São saídas deste módulo:

- Para “boPrimeiroLoop = 1”
 - Atitude inicial;
 - Velocidade inicial;
 - Posição inicial.
- Para “boPrimeiroLoop = 0”
 - Atitude anterior;
 - Velocidade anterior;
 - Posição anterior.

3.5.2.2 Módulo: IMS (*Inercial Measurement Unit*)

O módulo de medição inercial é responsável por alimentar o sistema com os dados coletados dos acelerômetros e giroscópios. Além disso, como pode ser observado pela figura 40, no caso do sinal do giroscópio existe ainda o processo de minimização do efeito do *bias* através da subtração do sinal lido do giroscópio por um valor constante, obtido pelo método

apresentado em 3.5.1.1.

Figura 40 – Detalhe do módulo: IMS.

São entradas deste módulo:

- Vetor velocidade angular w_bib_in ($[\omega_{ib_x}^b, \omega_{ib_y}^b, \omega_{ib_z}^b]$);
- Vetor de acelerações f_bib_in ($[f_{ib_x}^b, f_{ib_y}^b, f_{ib_z}^b]$).

São saídas deste módulo:

- Vetor velocidade angular w_bib ($[\omega_{ib_x}^b, \omega_{ib_y}^b, \omega_{ib_z}^b]^T$);
- Vetor de acelerações f_bib ($[f_{ib_x}^b, f_{ib_y}^b, f_{ib_z}^b]^T$).

3.5.2.3 Módulo: Modelo de Gravidade

A função deste módulo é alimentar o Processador de Solução Inercial com uma estimativa do valor de g^n .

Esta estimativa pode ser obtida conforme apresentado em 2.8. Nela, o cálculo do vetor gravidade no referencial local é apresentado como uma função da Latitude (L_b). Na figura 41 este cálculo é realizado seguindo a representação em modelo SIMULINK.

Figura 41 – Detalhe do módulo: Modelo de Gravidade.

São entradas deste módulo:

- Posição Inicial $r_{neb_0} = [Latitude (L_b), Longitude (\lambda), Altitude (h)]$, sendo que apenas a Latitude L_b é utilizada;

São saídas deste módulo:

- Valor de g_n calculado ($[0, 0, g_n]^T$).

3.5.2.4 Módulo: Processador de Solução Inercial

O módulo Processador de Solução Inercial pode ser definido como o “coração” do modelo. Basicamente, as entradas que foram pré-processadas nos módulos anteriores, são utilizadas aqui para fazer a propagação da solução de navegação no intervalo de tempo entre duas coletas consecutivas de dados dos sensores.

Conforme descrito anteriormente, o modelo se baseia na leitura dos sensores, seguida da atualização da matriz que transforma um vetor do referencial do veículo para o referencial local, então a atualização da velocidade e posição do veículo.

As etapas sumarizadas aqui serão descritas em detalhes com o auxílio do modelo gráfico construído.

Figura 42 – Detalhe do processador de solução inercial.

3.5.2.4.1 Sub-Módulo 1: Atualização da DCM

Este módulo (Figura 43) é responsável por propagar a matriz de transformação de coordenadas no tempo. Nele não está sendo considerado o efeito Coriolis nem a taxa de transporte devido à rotação Terrestre. Isto se deve ao fato que, como os experimentos foram de curta duração, o erro devido à velocidade de rotação da Terra e ao efeito Coriolis é muito menor que o do próprio sistema (como será observado em 4.2.2.2). Sendo assim optou-se por não serem considerados estes efeitos.

São entradas do Módulo:

- C_nb_0 ($C_b^n(-)$): DCM do momento anterior;
- w_bib (ω_{ib}^b): o vetor de leitura do giroscópio proveniente do Módulo IMS;
- Tempo: variação de tempo entre a amostra anterior e a atual.

São saídas do Módulo:

- C_nb ($C_b^n(+)$): valor atual da DCM.

Figura 43 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da DCM.

3.5.2.4.2 Sub-Módulo 2: Atualização da Força Específica

Este módulo, representado pela figura 44, é responsável por realizar a atualização da força específica. Nesta etapa, é feita uma média da matriz de transformação de coordenadas, que será usada para transformar o vetor que contém as acelerações provenientes dos acelerômetros (f_{ib}), do referencial do veículo para o referencial local. Além disso, é nesta etapa que os efeitos da aceleração da gravidade são removidos do eixo baixo (*down*), que, conforme visto anteriormente, é o eixo em que a gravidade atua estando o sistema referenciado ao referencial local.

São entradas do Módulo:

- C_{nb_0} ($C_b^n(-)$): DCM do momento anterior;
- C_{nb} ($C_b^n(+)$): DCM que foi atualizada em 3.5.2.4.1;
- f_{ib} (f_{ib}^b): o vetor de leitura do acelerômetro proveniente do Módulo IMS;
- $g_n(g^n)$: vetor de aceleração da gravidade no referencial local.

São saídas do Módulo:

- f_{nb} ($f_{ib}^n(+)$): valor atual da força específica.

Figura 44 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da Força Específica.

3.5.2.4.3 Sub-Módulo 3: Atualização da Velocidade

Nos cálculos para propagação da velocidade e posteriormente da posição, existe uma semelhança muito grande com a propagação feita utilizando o referencial inercial (i). Isto se deve ao fato que, para estes experimentos, foram desconsiderados a velocidade de rotação terrestre e o efeito Coriolis, pois seus efeitos não seriam representativos para os testes que tem curta duração.

A figura 45, ilustra a construção das equações para atualização da velocidade usando o modelo SIMULINK.

São entradas do módulo:

- v_neb_0 ($v_{eb}^n(-)$): velocidade do momento anterior;
- f_nb ($f_{ib}^n(+)$): valor atual da força específica, atualizada em 3.5.2.4.2.
- Tempo: variação de tempo entre a amostra anterior e a atual.

São saídas do módulo:

- v_neb ($v_{eb}^n(+)$): valor atual da velocidade;

Figura 45 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da Velocidade.

3.5.2.4.4 Sub-Módulo 4: Atualização da Posição

A atualização da posição tem as mesmas características da atualização da velocidade, ou seja, suas equações se assemelham muito com as usadas na atualização de posição

utilizando o referencial inercial.

A figura 46, ilustra a construção das equações para atualização da posição usando o modelo SIMULINK.

São entradas do módulo:

- r_{neb_0} ($r_{eb}^n(-)$): posição do momento anterior;
- v_{neb_0} ($v_{eb}^n(-)$): velocidade do momento anterior;
- f_{nb} ($f_{ib}^n(+)$): valor atual da força específica, atualizada em 3.5.2.4.2.
- Tempo: variação de tempo entre a amostra anterior e a atual.

São saídas do módulo:

- r_{neb} ($r_{eb}^n(+)$): valor atual da posição;

Figura 46 – Detalhe do sub-módulo: Atualização da Posição.

3.5.2.5 Módulo: Solução de Navegação

O módulo: Solução de Navegação é responsável por fornecer ao sistema o resultado do processamento realizado pelos algoritmos que compõem o Módulo Processador de Solução Inercial. Além disso, ele realiza a conversão necessária para o referencial desejado.

Para este trabalho, é de interesse que a posição seja referenciada ao ECEF, que é a mesma utilizada pelo GPS. Para atitude, é interessante usar o referencial local, pois nele existe uma relação direta na obtenção do ângulo *yaw* e por consequência, o azimuth da plataforma. Para a velocidade, também é interessante o uso do referencial local, pois no caso da obtenção da velocidade do corpo em relação à via (*speed over the ground*), o processo é simples, bastando realizar a transformação do vetor v_{eb}^n para o vetor v_{eb}^b utilizando a matriz de transformação de coordenadas adequada.

Figura 47 – Detalhe do módulo: Solução de Navegação.

Na figura 47 percebe-se que além do módulo fornecer a Solução de Navegação (posição, velocidade e atitude), ele também realiza a propagação desta solução para o próximo laço do sistema através das escritas em memória, feitas pelos blocos homônimos.

O bloco Converte r_{neb} para r_{eeb} , apresentado na figura 48, é responsável por converter o vetor posição que está representada no referencial local para o referencial ECEF, mais adequado para este tipo de navegação outdoor. Além de fazer a conversão de referenciais, o bloco ainda transforma as coordenadas que estão na forma cartesiana (x,y,z) para a forma de coordenadas geodésicas (Latitude, Longitude e Altitude).

Figura 48 – Detalhe do Bloco: Converter r_{neb} para r_{eeb} .

3.5.3 Melhorias da Solução de Navegação

Realizando apenas as operações de dupla integração dos sinais dos acelerômetros corrigidas com a atitude obtida a partir das leituras do giroscópio, é produzida uma solução de navegação com alto grau de erro. Este tópico apresenta testes adicionais que foram feitos, baseados em pesquisas na área de navegação inercial, que visam melhorar o resultado da solução de navegação.

3.5.3.1 Auxílio da Solução de Navegação Através de Medição Auxiliar de Velocidade

O objetivo deste experimento é utilizar odometria para auxiliar a obtenção de uma solução de posição mais adequada. Devido ao fato de não existir na plataforma veicular, um sensor que obtivesse este tipo de informação, foi utilizada para efeitos experimentais, a velocidade lida do receptor GPS para calcular a posição da plataforma veicular.

Esta leitura representa a velocidade da plataforma em relação ao sentido do deslocamento, ou seja, medida apenas na direção do eixo x da plataforma. Trata-se de um vetor velocidade da plataforma em relação a um referencial inercial descrita nos eixos da plataforma ($v_{ib}^b = [v_{GPS}, 0, 0]^T$).

Como o sistema trabalha com o referencial local, a primeira etapa é a transformação deste vetor para o referencial local através da matriz C_b^n da mesma forma como apresentado em 3.5.2.4.1.

Na figura 49, observa-se a etapa descrita acima onde VelocidadeAuxiliar_vbib é multiplicada por C_{nb} . A seguir nota-se também que a velocidade é então utilizada para gerar

uma posição no referencial local (r_{neb}).

Figura 49 – Uso de Leitura de Velocidade Auxiliar na Obtenção de Posição.

3.5.3.2 Estimativa de Posição Utilizando Filtro de Kalman com Auxílio de Posição GPS

Conforme visto anteriormente o filtro de Kalman é uma ferramenta muito utilizada na estimação de estados onde as entradas são obtidas de sinais que podem ser afetados por fontes de ruídos aleatórios. Neste tópico será combinada a solução de navegação proveniente dos sensores inerciais com as leituras do receptor GPS, gerando uma solução de navegação mais adequada às necessidades da plataforma veicular. O desenvolvimento feito aqui foi baseado em Santana, Furukawa e Maruyama (2006).

Figura 50 – Algoritmo de Integração INS/GPS.

A figura 50 ilustra o comportamento do modelo que usa a fusão INS/GPS. Nele nota-se que a IMU envia dados de aceleração para o modelo dinâmico do sistema que calcula uma solução de navegação. Esta solução será corrigida todas as vezes que o dado GPS estiver

$$G_k = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} \\ T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dado que o vetor $\mathbf{u}$ receberá as entradas deste modelo, que no caso será o valor da força específica devidamente transformada no referencial local, ou seja, $\mathbf{u}_k = [F_{ib_x}^n, F_{ib_y}^n, F_{ib_z}^n]^T$.

De (106) a matriz H, ou matriz de medição, é utilizada quando existe um novo dado de posição proveniente do receptor GPS que pode ser utilizado para determinação de um estado *a posteriori*.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (128)$$

A matriz da covariância do ruído de medição R pode ser dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{GPS} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{GPS} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{GPS} \end{bmatrix} \quad (129)$$

onde σ_{GPS} representa a variância das medições do receptor GPS.

Obter a matriz de erro de processo Q, não é um processo trivial e demanda um grande aparato de tempo e materiais para se chegar a um valor que se aproxime de sua caracterização. Existe na literatura algumas técnicas que auxiliam em sua obtenção dentre elas pode se citar uma encontrada em Farrell (2008), que aproxima a matriz Q da seguinte forma:

$$Q_k \cong \Gamma Q \Gamma^T \cdot T \quad (130)$$

onde $\Gamma(t)$ é a matriz de coeficientes associada ao ruído de processo e $Q(t)$ é matriz de densidade de ruído de processo.

O algoritmo desenvolvido foi incorporado ao modelo SIMULINK através da criação

- Tempo: variação de tempo entre a amostra anterior e a atual.
- Ruído: Fonte de ruído externa para exercitar a robustez do filtro. É implementado pela função `randn` do Matlab.

São saídas do módulo:

- $r_{neb}(r_{eb}^n(+))$: valor atual da posição;
- $r_{neb}(r_{eb}^n(+))$: valor atual da velocidade.

Os valores de saídas são então passados ao módulo: Solução de Navegação (3.5.2.5), que converte a posição que está no referencial local para o referencial ECEF e por fim converte a coordenada cartesiana em geodésica disponibilizando então o resultado para o sistema.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Todos os testes estabelecido no capítulo 3, foram realizados durante todo o dia 01/09/2012 com início às 08:00h e término às 18:30h . Durante o período da manhã foram feitas as adaptações, montagens necessárias na plataforma e demarcação da rota dos testes com a fixação de “fítilho” no entorno do percurso.

No caso do Teste 1 (T1), o resultado será apresentado na íntegra. Já para o Teste 2, apenas um de seus ciclos será analisado em detalhes. Os demais resultados estão apresentados no ANEXO I.

4.1 RESULTADOS DO TESTE 1 (T1)

O Teste 1 tem o propósito de levantar algumas características estatísticas dos sensores que compõem a solução inercial além do receptor GPS. A duração deste teste foi de aproximadamente 30 minutos, com uma frequência de coleta de dados média da INS em torno de 32,51Hz e do receptor GPS em torno de 1Hz. Ao início foi executada a calibração do magnetômetro através do processo descrito pelo fabricante que consiste em girar o MTi-G por alguns instantes. O ANEXO III mostra o relatório de calibração fornecido pela ferramenta. Após esta etapa, a plataforma se manteve parada apenas conectada ao laptop responsável pela realização da coleta de dados (laptop 1, figura 28).

4.1.1 O Sinal do Giroscópio

A figura 52 ilustra o sinal proveniente dos giroscópios (nos três eixos) no instante do teste. Nesta figura percebe-se que o sinal proveniente deste sensor é ruidoso mesmo na ausência de movimento da plataforma. Com base nestes dados, foi feita a determinação do *bias* inicial conforme proposto em 3.5.1.1, além de outras características estatísticas as quais serão apresentadas na tabela 11.

Figura 52 – Sinal lido dos giroscópios durante o Teste 1.

Tabela 11 - Levantamento de dados para o giroscópio durante o Teste 1.

Eixo	Bias	Valor Máximo	Valor Mínimo	Desvio Padrão
x	-0,003677871376359	0,02103194035589	-0,03206962719559	0,006429857582460
y	0,0024300970111810	0,03644610568881	-0,02336111478507	0,005307662465854
z	0,0064298575824600	0,02391984127461	-0,03688902407884	0,006312594370560

4.1.2 O Sinal do Acelerômetro

A figura 53 mostra o sinal lido dos acelerômetros durante a execução do Teste 1. Tendo em vista que durante a execução deste teste a plataforma não estava sob a influência de nenhuma fonte de aceleração, pode-se observar como ocorre a distribuição dos efeitos da

aceleração da gravidade entre os eixos do sensor.

Figura 53 – Sinal lido dos acelerômetros durante o Teste 1.

Notam-se em alguns momentos, picos nas medições de aceleração que tendem a ser compensados, pois hora o pico ocorre para cima hora para baixo. Em geral, observa-se que o sinal do acelerômetro é mais estável que o sinal proveniente do giroscópio.

Como estabelecido em 3.5.1.2 foi feito o cálculo de $\bar{g}^b$ utilizando (116). Os resultados estão apresentados na tabela 12.

Tabela 12 – Levantamento de dados utilizando o sinal dos acelerômetros.

Eixo	$\bar{g}^b$ (m/s ²)	Valor Máximo (m/s ²)	Valor Mínimo (m/s ²)	Desvio Padrão (m/s ²)
x	0,0753857873754340	0,585649609565735	-0,21134100854396	0,0112181218287555
y	-0,137727351293602	0,634278118610382	-0,38670602440834	0,0138047117337216
z	-9,77756183438541	-9,56272888183594	-9,89562702178955	0,0137324429657262

Idealmente, no caso de um alinhamento perfeito entre a plataforma e o referencial local, $\bar{g}^b$ para os eixos x e y deveria ser nulo enquanto que para o eixo z deveria ser equivalente ao valor de $\bar{g}^n$. No teste realizado, nota-se no caso de $\bar{g}^b$ para o eixo x, que o valor está bem próximo de zero. Para o eixo y o sinal se aproxima de zero um pouco menos. Já no eixo z, como será observado posteriormente (tabela 14), o valor de $\bar{g}^b$ está bem próximo ao determinado para a aceleração da gravidade local. Com este cenário pode-se dizer que a plataforma apresenta um bom nivelamento inicial.

Posteriormente, usando (118), foi feita a determinação de *roll* (ϕ) e *pitch* ($\hat{\theta}$) da plataforma no instante do teste. O resultado obtido foi:

$$\begin{aligned}\hat{\phi} &= 0,807018583177009^\circ \\ \hat{\theta} &= 0,441702493908762^\circ\end{aligned}\tag{131}$$

4.1.3 O Sinal do Magnetômetro

A figura 54 mostra a leitura obtida do magnetômetro. Estes sinais serão utilizados para se determinar o valor médio das leituras deste sensor ($\bar{m}^b$) e posteriormente o valor do ângulo de *yaw* (ψ) e por consequência do azimuth inicial da plataforma, lembrando que no referencial local o eixo x aponta sempre na direção Norte.

Figura 54 – Sinal lido do magnetômetro durante execução do Teste 1.

O valor de $\bar{m}^b$ para os três eixo foi calculado conforme (120) e o resultado será apresentado na tabela 13 que adicionalmente mostra outros valores levantados com os dados deste sensor.

Tabela 13 – Levantamento dos dados utilizando sinal do magnetômetro.

Eixo	$\bar{m}^b$ (mGauss)	Valor Máximo (mGauss)	Valor Mínimo (mGauss)	Desvio Padrão (mGauss)
x	-0,301904965089336	-0,292503297328949	-0,309014856815338	0,00222210929788625
y	-0,250115195075307	-0,235453724861145	-0,276597321033478	0,00368159046652264
z	-0,907205087947037	-0,888816356658936	-0,916517913341522	0,00312581679267247

Com base nos valores estimados para *roll* e *pitch*, pode-se encontrar também uma estimativa para *yaw* utilizando as equações descritas em 3.5.1.5.

Neste caso o valor obtido para *yaw*, após a compensação do desvio magnético obtido em NOAA (2012), é de:

$$\psi(T) = 122,310313451732^\circ \quad (132)$$

Figura 55 – Azimute em relação ao deslocamento P1 $\rightarrow$ P5.

A figura 55 ilustra o azimute obtido para a plataforma enquanto a mesma se encontra em P1 com a frente apontada para P5.

4.1.4 A Matriz de Transformação de Coordenadas e a Gravidade Local

Com base nos valores de *roll* (ϕ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ) calculados anteriormente, consegue-se chegar ao valor da matriz de transformação de coordenadas inicial que leva um vetor do referencial do veículo para o referencial local (C_b^n), bem como a matriz que realiza a operação inversa (C_n^b). Com auxílio de (9) e (10) respectivamente pode-se chegar aos seguintes valores de C_b^n e C_n^b .

$$C_b^n = \begin{pmatrix} -0,534488607940374 & -0,845139835370526 & 0,00778374279136356 \\ 0,845140519657958 & -0,534359703432241 & 0,0140431257234475 \\ -0,00770908647241612 & 0,0140842471466340 & 0,999871093675616 \end{pmatrix} \quad (133)$$

$$C_n^b = \begin{pmatrix} -0,534488607940374 & 0,845140519657958 & -0,00770908647241612 \\ -0,845139835370526 & -0,534359703432241 & 0,0140842471466340 \\ 0,00778374279136356 & 0,0140431257234475 & 0,999871093675616 \end{pmatrix} \quad (134)$$

Com base nos valores encontrados para a matriz de transformação de coordenadas C_b^n em (133) e o valor de $\bar{g}^b$ conforme a tabela 12, pode-se determinar uma estimativa da gravidade local ($\hat{g}^n$) através de:

$$\hat{g}^n = C_b^n \bar{g}^b \quad (135)$$

Como uma referência da gravidade local, foi feito o cálculo desta grandeza no Marco P1 (g^n_{P1}) utilizando o mesmo algoritmo que foi descrito em 2.8. A tabela 14 mostra os resultados comparativos entre: o valor de g^n estimado através de (135), o valor de g^n_{P1} no Marco P1 e o valor de g^n_{USP} determinado para Universidade de São Paulo, utilizando um gravímetro absoluto, cuja acurácia da medição está em $0,01 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$.

Como pode ser observado, o valor determinado pelos sensores está bem próximo ao calculado para o marco P1 e ao valor de referência na USP, mostrando tanto consistência no levantamento da matriz de transformação de coordenadas quanto na medição dos dados, principalmente obtidos do acelerômetro.

Tabela 14 –Valores de g^n (estimado, calculado para o marco, fonte USP) e comparações.

Medidas	Valores
g^n (estimado)	-9,77882238643605 m/s ²
g^n_{P1} (calculado para o marco)	-9,78857997920677 m/s ²
g^n_{USP} (obtido através de gravimetria)	-9,7864182 m/s ²
Erro Absoluto ² entre g^n e g^n_{P1}	0,009757592770720 m/s ²
Erro Relativo ³ entre g^n e g^n_{P1}	0,099683435099363%
Erro Absoluto entre g^n e g^n_{USP}	0,007595813563951 m/s ²
Erro Relativo entre g^n e g^n_{USP}	0,077615869347896%

² O erro absoluto foi calculado fazendo a simples diferença entre a medição e um valor de referência.

³ O erro relativo é representado pelo módulo da diferença entre a medição e o valor de referência dividido pelo módulo do valor de referência. Este valor ainda é multiplicado por 100 para se obter um resultado em porcentagem.

4.1.5 Verificação das Leituras do Receptor GPS

Aproveitando-se do fato de que as coordenadas de P1 foram determinadas com alta precisão, foi feito um levantamento dos dados fornecidos pelo receptor GPS fixado também à plataforma. A tabela 15, apresenta os dados estatísticos provenientes da captura das leituras do receptor GPS durante o momento do teste.

Tabela 15 – Dados estatísticos das leituras do receptor GPS para o Teste 1.

Coordenadas	Valor Médio (°)	Máximo (°)	Mínimo (°)	Desvio Padrão (°)
Latitude	-23,5577189423719	-23,5576912000000	-23,5577466000000	$9,948705364881 \times 10^{-6}$
Longitude	-46,7234831603007	-46,7234508000000	-46,7235134000000	$1,165001510969 \times 10^{-5}$
Altitude	721,906959910913	727,5300000000000	711,8300000000000	2,88468774721790

Com base no histograma apresentado pela figura 56 observa-se um desempenho um pouco abaixo do esperado para o receptor GPS. De acordo com a documentação do receptor GPS utilizado, a acurácia de posicionamento horizontal é $< 2,5\text{m CEP}$ (*Circular Error Probable*). Apesar do conceito CEP pressupor que 50% dos pontos devem estar dentro da margem estipulada, observa-se através da análise do histograma que um total de 43,485% das amostras apresentaram uma distância menor que 2,5m do Marco P1.

Figura 56 – Histograma da distância entre pontos originários das leituras do receptor GPS e o Marco P1.

4.2 RESULTADOS DO TESTE 2

O Teste 2 faz uma análise do modelo construído para fornecer uma solução de navegação quando a plataforma realiza o percurso estabelecido. No início deste teste foi feita a etapa de calibração e alinhamento conforme recomendado pelo roteiro descrito em 3.4.2.2. Esta etapa é similar à realizada pelo Teste 1 e como não há muito a se acrescentar em termos de resultados, eles serão omitidos aqui. Posteriormente seguiu-se com a realização do processamento dos dados do trajeto cujos resultados obtidos serão discutidos a seguir.

Para uma melhor apresentação dos resultados relativos a este teste foi feita uma divisão em 4 etapas:

1. Análise das leituras dos sensores durante o percurso de teste;
2. Análise da solução de navegação durante o percurso de teste utilizando o algoritmo desenvolvido pela ferramenta SIMULINK;
3. Análise da solução de navegação durante o percurso de teste utilizando o algoritmo desenvolvido pela ferramenta SIMULINK e com auxílio da velocidade GPS;
4. Análise da solução de navegação durante o percurso de teste utilizando o algoritmo desenvolvido pela ferramenta SIMULINK e com auxílio da posição GPS como entrada de medição para um filtro de Kalman;

Para os resultados do teste 2 apenas o ciclo 2 será considerado, uma vez que os outros ciclos apresentam resultados similares.

4.2.1 Análise dos Sinais dos Sensores Durante a Rodagem

Este tópico analisa o sinal obtido dos sensores inerciais e magnetômetro durante a realização do percurso de teste.

Figura 57 – Sinais obtidos do giroscópio durante o Teste 2 Ciclo 2.

A figura 57 ilustra o comportamento dos sinais lidos do giroscópio durante a execução do percurso. Observando a figura percebe-se que nos eixos x e y, houve diversas perturbações decorrentes de variações no trajeto do veículo, tais como buracos e desníveis no percurso do teste. Adicionalmente com auxílio da tabela 16 observa-se que a média dos movimentos nos eixos x e y são próximas à zero, porém não são zero. Isto significa que houve resíduo dos efeitos dessas medições o que prejudica a solução de posição, pois movimentos angulares podem ser favorecidos em torno de uma direção, que pode não ser a correta.

Tabela 16 – Características estatísticas dos sinais do giroscópio durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.

Eixo	Mínimo (rad/s)	Máximo (rad/s)	Média (rad/s)	Desvio Padrão (rad/s)
x	-1,05163550376892	1,11261963844299	-0,00658043282617639	0,174313671594835
y	-0,941845774650574	0,923277080059052	0,000804971920176111	0,201877269559366
z	-1,36596536636353	1,11166238784790	0,0369283249249828	0,286240414079934

Com relação ao sinal do giroscópio no eixo z, observa-se ainda através da figura 57, a tendência do sinal (picos e vales de maior duração) na direção em que as curvas são feitas no trajeto do teste. Este é composto de: duas curvas para a direita, uma curva para a esquerda, a seguir três curvas para a direita, uma curva para a esquerda e por fim uma curva para a direita chegando novamente ao destino em P1. O detalhe do trajeto pode ser observado em

3.4.1.

Figura 58 – Sinais obtidos do acelerômetro durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.

A figura 58 mostra os sinais dos acelerômetros amostrados durante o percurso realizado no teste 2. Como o teste se inicia e termina com o veículo parado, no caso ideal e para uma plataforma perfeitamente alinhada, as médias das acelerações nos eixos deveriam ser nulas, com exceção do eixo z que sofre os efeitos da aceleração da gravidade e por sua vez deveria apresentar um valor condizente com a aceleração da gravidade local. Observa-se, de acordo com a tabela 17, que as médias nos eixos x e y estão próximas à zero, porém os valores máximo e mínimo nestes eixos estão um pouco acima do esperado. Estes valores podem ter sido observados, devido às condições da dinâmica do trajeto e ainda pela baixa eficiência do amortecimento mecânico que foi adaptado entre o sensor inercial (MTi-G) e a plataforma veicular.

Tabela 17 – Características estatísticas dos sinais do acelerômetro durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.

Eixo	Mínimo (m/s ²)	Máximo (m/s ²)	Média (m/s ²)	Desvio Padrão (m/s ²)
x	-14,8148984909058	13,3925247192383	0,186137183477440	1,77778255365841
y	-12,7487192153931	9,47337245941162	0,129273518827238	2,10266934817963
z	-25,9917030334473	-1,78784000873566	-9,80195359996303	2,08599480396158

A figura 59, mostra os sinais que foram lidos do magnetômetro durante a realização

do percurso conforme determinado anteriormente. O magnetômetro é o sensor que captura a intensidade de campos magnéticos. Para esta aplicação se está interessado no campo magnético terrestre. No referencial local o campo magnético terrestre está distribuído entre os eixos Norte e Leste. Se for considerado o eixo do veículo vemos componentes lidas nos três eixos. A presença de leitura de campo magnético sobre o eixo z se deve ao fato de a plataforma não estar totalmente alinhada e ter uma leve inclinação *pitch*, conforme visto em (131). Além disso, ela não é imune à interferência de campos magnéticos próximos, como no caso do gerado pelo motor DC da plataforma veicular.

Figura 59 – Sinais obtidos do magnetômetro durante Teste 2 Ciclo 2.

Tabela 18 – Características estatísticas dos sinais do magnetômetro durante percurso do Teste 2 Ciclo 2.

Eixo	Mínimo (m/s^2)	Máximo (m/s^2)	Média (m/s^2)	Desvio Padrão (m/s^2)
x	-0,394615173339844	0,394767791032791	-0,00537310186788578	0,268309316488990
y	-0,413716465234756	0,405801296234131	0,00503901101210278	0,288254146517868
z	-1,07693195343018	-0,821696102619171	-0,910260659624360	0,0152915264932562

A figura 60, foi confeccionada para ajudar a análise das leituras do magnetômetro nos eixos x e y. Adicionalmente a leitura do giroscópio no eixo z foi incluída para separar os instantes em que houve mudança de direção na plataforma. A determinação da direção do campo geomagnético foi feita anteriormente em (132), ou seja, quando a plataforma estava

orientada no sentido $P1 \rightarrow P5$ foi obtido um valor de azimute de $122,31^\circ$ e descontando-se o efeito da deriva magnética, em torno de -20.67° resulta em valor aproximado de para a direção do campo de $101,64^\circ$ para a região próxima de P1.

Figura 60 – Análise dos dados do magnetômetro para o Teste 2 Ciclo 2.

4.2.2 Análise da Solução de Navegação Durante a Rodagem

Este tópico analisa a solução de navegação dada pelos algoritmos SIMULINK e também de outras referências como o receptor GPS e o sensor MTi-G.

4.2.2.1 Análise do Azimute

A figura 61 apresenta uma comparação entre os azimutes obtidos do receptor GPS, da Solução de Navegação (feito a partir da propagação dos sinais do giroscópio), das medições do magnetômetro e também da própria solução do MTi-G. Todos os azimutes, com exceção do azimuth GPS, foram obtidos através de uma conversão para serem aderentes à definição desta grandeza.

Figura 61 – Azimutes obtidos durante a rodagem.

O azimuth GPS só é válido quando a plataforma veicular está em movimento, uma

vez que ele é feito indiretamente através de variações entre duas leituras de posição consecutivas. Este efeito pode ser observado analisando os instantes iniciais em que a medição do azimuth GPS estava com valor inválido.

O azimuth da Solução de Navegação foi retirado a cada atualização da matriz de transformações de coordenadas C_b^n , através do ângulo *yaw* conforme 3.5.1.5.

Comparando-se todas as leituras percebe-se que elas sempre mantiveram a mesma tendência de valor ressaltando a validade da atualização da DCM utilizada para a solução de navegação. Nota-se em alguns pontos que a solução através do magnetômetro distou do restante das medições provavelmente devido a efeitos de campos magnéticos próximos.

É válido notar também que a solução do MTi-G apresentou variações de azimuth, próximo ao trecho final dos testes, possivelmente devido ao efeito da deriva de bias sobre esta solução.

4.2.2.2 Análise da Solução de Posicionamento Utilizando Algoritmo Sem Auxílio

A figura 62 apresenta o resultado obtido pelo processamento dos dados, armazenados durante a execução do teste 2 (T2). Ela mostra: a marcação do trajeto de testes que foi cumprido pela plataforma veicular, a solução de posição dada após processamento usando o algoritmo descrito em 3.5.2 e o posicionamento da plataforma obtido através do receptor GPS, que irá servir de referência para a comparação do resultado.

Figura 62 – Posicionamento obtido pelo algoritmo que usa apenas dupla integração.

O posicionamento pelo receptor GPS permite reconstruir o formato da trajetória, mas não consegue atingir todos os marcos, o que é esperado devido a precisão do posicionamento GPS que gira em torno de 2,5m CEP.

Através da figura 62, observa-se ainda que o resultado da posição obtida após processamento está muito aquém daquele estabelecido pela rota de referência. Nem mesmo o formato do trajeto é mantido, ficando o percurso que deveria ser fechado, ou seja, começando e terminando em P1 totalmente aberto. O erro final, que pode ser observado pela mesma figura, ficou em aproximadamente 15 km.

A partir deste resultado, nota-se que o desempenho do conjunto de sensores não é suficiente para permitir que o algoritmo gerasse uma solução de navegação mais consistente com o trajeto percorrido pela plataforma veicular.

4.2.2.3 Análise da Solução de Posicionamento Utilizando Algoritmo com Auxílio Externo

Como alternativa para melhorar o resultado de posicionamento obtido anteriormente, foi feito um novo processamento dos dados agora usando a velocidade GPS como sensor auxiliar, conforme sugerido em 3.5.3.1.

Figura 63 – Posicionamento obtido usando velocidade GPS como sensor auxiliar.

A figura 63 mostra o resultado obtido usando a velocidade GPS, devidamente transformada do referencial do veículo para o referencial local, ao invés da velocidade calculada usando a aceleração lida dos acelerômetros. Percebe-se um ganho muito grande no resultado final se comparado ao obtido anteriormente. Isto mostra que sem a adição de outros sensores, uma solução razoável de posição é praticamente inviável usando apenas sensores inerciais do tipo MEMS.

Adicionalmente foi comparado a Solução de Navegação com o posicionamento dado pelo MTi-G. Em cada uma das iterações (atualização da posição), foi calculada a distância entre as duas soluções. A figura 64 apresenta o resultado desta comparação. O erro final de posição está em torno de 12 m.

Figura 64 – Erro de posição da solução de posição em comparação com a solução do MTi-G.

A figura 65 trás o resultado da transformação da velocidade GPS do referencial da plataforma, que apresenta apenas componente no eixo x, para o referencial local, tendo então as componentes em Norte, Leste e Baixo devidamente evidenciadas.

Figura 65 – Representação da velocidade GPS nos eixos do referencial local.

4.2.2.4 Análise da Solução de Posicionamento Utilizando Filtro de Kalman Auxiliado Com Posição GPS

Este tópico apresenta o resultado obtido usando o filtro de Kalman com medições auxiliares provenientes do receptor GPS para computar a solução de posição. A cada instante em que havia disponibilidade de dados GPS ele foi usado como medição pelo filtro auxiliando na correção da solução de navegação.

Este experimento foi feito em três etapas. Na primeira como mostrado pela figura 66 as atualizações ocorreram em todos os instantes em que uma posição GPS estava presente. Observa-se que em vários momentos a mecanização INS por si só não consegue manter uma solução de navegação adequada e o filtro então “puxa” a solução de volta para um traçado mais coerente, que no caso foi o feito pelo receptor GPS.

Figura 66 – Solução de posição usando fusão sensorial sem períodos de ausência do sinal GPS.

Este efeito fica mais evidente através das figuras: Figura 67 e Figura 68. Nelas os sinais dos GPS foram simulados como se estivessem ausentes por 5s e 10s respectivamente. Como esperado, quanto maior o tempo sem novas inovações de medição, maior é a deriva que a solução de navegação apresenta.

Figura 67 - Solução de Posição usando fusão sensorial com períodos de ausência de 5s do sinal GPS.

Figura 68 – Solução de Posição usando fusão sensorial com períodos de ausência de 10s do sinal GPS.

A tabela 19 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos nestes dois últimos experimentos (ausência de dados GPS por 5s e 10s). Observa-se, como nas figuras, que os erros aumentam drasticamente e continuariam a aumentar caso os intervalos fossem aumentados para 30s, 40s,... Os resultados obtidos aqui corroboram ainda mais os obtidos

anteriormente, ou seja, como os sensores são de baixa qualidade, sem auxílio externo de outros sensores, não há como se obter uma solução de posição adequada.

Tabela 19 – Comparativo da Distância entre a Solução de Navegação e o traçado GPS para intervalos de 5s e 10s sem medições GPS.

Intervalo	Distância em metros da Solução de Navegação ao traçado GPS com 5s de ausência do sinal GPS	Distância em metros da Solução de Navegação ao traçado GPS com 10s de ausência do sinal GPS
Ausência GPS 1	6.978306026097023	34.139871889142036
Ausência GPS 2	1.775679499888284	11.469251644300750
Ausência GPS 3	6.843816869293607	22.247825645637658
Ausência GPS 4	9.019634269623797	25.033427992072728
Ausência GPS 5	2.422406635127498	9.552421718479362

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Para atender aos objetivos desta dissertação foi feita uma vasta pesquisa por fontes bibliográficas sobre o assunto. A maior parte delas é de autores estrangeiros o que gerou um pouco de dificuldade, principalmente na adaptação dos termos técnicos para a língua nacional. O desenvolvimento de Sistemas de Navegação Inercial vem de longa data e acompanha a pesquisa de novas tecnologias para produção de sensores e também de novas técnicas como a fusão sensorial, possibilitada pelo uso do filtro de Kalman.

Como visto pelos capítulos que precedem esta conclusão, um ponto fundamental no desenvolvimento deste tema, diz respeito ao trabalho com os diferentes tipos de referenciais, o que, se não for feito de maneira correta, pode gerar grande confusão e desvio dos resultados obtidos.

A escolha da ferramenta SIMULINK para a elaboração do modelo dinâmico da INS foi um ponto positivo dentro do trabalho, pois ele permitiu que de uma única vez fosse feito a implementação e também a documentação da solução através de um design gráfico. Este tipo de abordagem está em sintonia com as novas tendências de desenvolvimento que procuram cada vez mais fazer uso de um design orientado a modelos (*Model Based Design*).

Com relação à IMU disponível, o ponto positivo foi a facilidade no manuseio do dispositivo MTi-G, aliado ao tamanho reduzido, o que por sua vez ajudou na adaptação deste sensor à plataforma veicular, além do baixo consumo de corrente que é um fator importante para aplicações que usam bateria como fonte principal de energia.

Com relação ao Teste 1, foi feita uma análise de todos os sinais dos sensores envolvidos (acelerômetro, giroscópio e magnetômetro), enquanto a plataforma era mantida em repouso sobre o Marco P1. Idealmente, o sinal do giroscópio deveria ser estável, com leituras nulas para os três eixos. Isto não foi observado na prática. O que se observou, foi um sinal que apresenta componentes de alta frequência influenciando sua resposta. Assim o levantamento do *bias*, feito nesta etapa, contribuiu para amenizar os efeitos da deriva deste sinal.

Para o acelerômetro, no caso em que a plataforma está perfeitamente alinhada com o plano local o valor de $\bar{g}^b$ lido para os eixos x e y deveria ser nulo enquanto que no eixo z ele deveria ser equivalente ao valor de $\bar{g}^n$. Na prática, notou-se que a plataforma estava inclinada em torno dos eixos x e y, uma vez que em repouso houve resíduos da aceleração devido à

gravidade nestes dois eixos. Com relação ao magnetômetro, seu uso foi de grande ajuda para esta fase, pois o levantamento do azimuth inicial só foi possível com o auxílio deste sensor, que, como visto em 4.2.2.1 apresentou bons resultados se comparado à referência fornecida pelo GPS.

O receptor GPS utilizado apresentou desempenho abaixo do esperado. Conforme informações do fabricante a acurácia de posicionamento horizontal é $< 2,5\text{m CEP}$, porém o que foi observado é que aproximadamente 43% das leituras estavam a menos de 2,5m da referência (Marco P1).

Durante a execução do Teste 2, idealmente, esperava-se que a média das leituras do sinal do giroscópio dos três eixos fosse igual a zero. Para os eixos x e y esta média esteve próxima de zero, mas não foi nula. Como a matriz de transformação de coordenadas é alimentada por estas leituras a distribuição da aceleração nos eixos do plano local (que é feita com auxílio da matriz) fica comprometida.

Na análise dos azimutes obtidos para o Teste 2, foi interessante observar que a solução de navegação apresentou bons resultados se comparado ao receptor GPS, mostrando que tanto o valor do azimuth inicial obtido com auxílio do magnetômetro como sua manutenção durante todo o percurso do teste foram consistentes.

Com relação aos resultados de posição do Teste 2 pôde-se observar que por si só os sensores do tipo MEMS não foram capazes de fornecer uma solução de posição adequada para esta aplicação. As derivas dos sensores, principalmente do giroscópio que são utilizados para propagar a matriz de transformação de coordenadas, contribuem para o aumento do erro de posição. Deve-se lembrar de que o erro de aceleração é integrado uma vez para velocidade e duas vezes para obter a posição, ou seja, pequenos erros na aceleração produzem grandes erros na posição conforme cresce o intervalo de tempo. Adicionalmente através das tabelas apresentadas no ANEXO I fica evidente a baixa confiabilidade dos resultados quando não se utiliza auxílio externo (alto desvio padrão).

Quando as informações dos sensores inerciais foram combinadas com uma fonte externa, como observado em 4.2.2.3, onde se utilizou a informação de velocidade do GPS, nota-se que os resultados obtidos foram mais interessantes com um erro de posição final melhor do que o obtido no teste sem auxílio externo. Neste sentido, cita-se, por exemplo, o trabalho de Santana (2011) que conseguiu bons resultados usando informações de odometria combinados a uma IMU para realizar a reconstrução de trajetórias.

Com relação à fusão sensorial usando o filtro de Kalman, percebe-se que ele atuou bem quando a frequência de correções com o sinal de GPS foi de 1Hz. Nas simulações de

ausência deste sinal, as derivas continuaram a aparecer. Isto foi esperado, pois as correções foram apenas na aceleração e não na matriz de transformação de coordenadas que continuou a propagar o erro acumulado dos giroscópios.

O desenvolvimento do filtro de Kalman feito neste trabalho precisa de melhorias, pois se baseia em um modelo linear, o que pode ser usado como aproximação, mas ainda assim não condiz com um modelo real. Recomenda-se a aplicação do filtro de Kalman Extendido (EKF) para obtenção de melhores resultados.

Além disso, as correções também devem ser estendidas a DCM utilizando, por exemplo, as medições do magnetômetro que se mostraram consistentes na obtenção do azimute como visto em 4.2.2.1. Estas se aplicariam apenas ao ângulo *yaw*. *Pitch e roll* poderiam ser auxiliados, por exemplo, com o uso de inclinômetros.

Recomenda-se também investigar a possibilidade de adicionar informações cartográficas como mais um parâmetro do filtro de Kalman, ou seja, além das informações físicas provenientes dos sensores, o sistema poderia contar ainda com uma informação “lógica” disponibilizada por mapas digitais ou modelos digitais do terreno, por exemplo.

Como dito anteriormente, os resultados obtidos com a simulação usando a ferramenta SIMULINK foram positivos. O fato de gerar código C ou C++, que pode ser facilmente incorporado a uma aplicação embarcada possibilitando uma continuidade/expansão dos horizontes desta pesquisa, é um diferencial.

No âmbito da solução de navegação autônoma, sugere-se então que a solução seja ampliada utilizando esta ferramenta, ou seja, em um projeto de veículo autônomo, não só a parte de posicionamento pode ser feito com este tipo de abordagem, mas também, todo o desenvolvimento da plataforma possibilitando além das vantagens mencionadas, a simulação de vários outros componentes que compõem a plataforma autônoma sem depender de um meio físico específico (*hardware*) para este fim.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGGARWAL, P. et al. **MEMS-Based Integrated Navigation**. Norwood: Artech House, 2010.

AUTONOMOUS LABS, 2012. Disponível em: <<http://www.autonomos-labs.com>>. Acesso em: 15 Janeiro 2012.

BRANDT, A.; GARDNER, J. F. Constrained Navigation Algorithms for Strapdown Inertial Navigation systems with Reduced Set of Sensors. **Proceedings of the American Control Conference**, Junho 1998.

CETESB. Qualidade do ar no estado de São Paulo 2010 / CETESB., São Paulo, 2011. Disponível em: <<http://www.cetesb.sp.gov.br/ar/qualidade-do-ar/31-publicacoes-e-relatorios>>. Acesso em: 04 Setembro 2011.

FARRELL, J. A. **Aided Navigation GPS with High Rate Sensors**. [S.l.]: McGraw-Hill, 2008.

FISCHER, I. The Figure Of The Earth - Changes In Concepts. **Geophysical Surveys - An International Journal of Geophysics**, v. 2, 1975.

GONÇALVES, L. F. S. **Desenvolvimento de navegação autônoma por GNSS**. São Paulo: Dissertação de Mestrado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes., 2011.

GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P. **Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration**. 2ª Edição. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2007.

GROVES, P. D. **Principles of GNSS, Inertial and Multisensor Integrated Navigation Systems**. 1ª Edição. ed. Boston: Artech House, 2008.

HSU, D. Y. Comparison of Four Gravity Models. **Position Location and Navigation Symposium, IEEE 1996**, 1996.

IEEE. **IEEE Standard for Inertial Systems Terminology**. New York, EUA: [s.n.], 2009.

KOVALEVSKY, J.; MUELLER, I. I.; KOLACZEK, B. **Reference Frames in Astronomy and Geophysics**. Dordrecht/Boston/Londres: Kluwer Academic Publishers, 1989.

LAWRENCE, A. **Modern Inertial Technology - Navigation, Guidance, and Control**. 2ª Edição. ed. New York: Springer-Verlag, 1998.

LIMA, S. R. S. D. **Integração GPS/INS Utilizando Sensores Inerciais Baseados em Sistemas Microeletromecânicos (MEMS)**. Curitiba: Tese de Doutorado - Universidade Federal do Paraná, Departamento de Geomática., 2005.

MAESTRO Wireless, 06 Janeiro 2013. Disponível em: <<http://www.maestro-wireless.com/a1080>>.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS - Descrição, fundamentos e aplicações**. São Paulo: Editora Unesp, 2007.

NEUL, R. et al. Micromachined Angular Rate Sensors for Automotive Applications. **IEEE Sensors Journal**, VII, Fevereiro 2007.

NIMA. **Department Of Defense World Geodetic System 1984 - Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems**. [S.l.]: [s.n.], 2000.

NMEA. **National Marine Electronics Association**, nov. 2012. Disponível em: <<http://www.nmea.org>>.

NOAA. NOAA's Geophysical Data Center - Geomagnetic Data, Setembro 2012. Disponível em: <<http://www.ngdc.noaa.gov/geomagmodels/Declination.jsp>>.

SANTANA, D. D. S. **Navegação Terrestre Usando Unidade de Medição Inercial de Baixo**

Desempenho e Fusão Sensorial com Filtro de Kalman Adaptativo Suavizado. São Paulo: Tese de Doutorado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Controle e Automação., 2011.

SANTANA, D. D. S.; FURUKAWA, C. M.; MARUYAMA, N. Estimação De Trajetórias Terrestres Utilizando Central Inercial e Fusão Sensorial. **IEEE Induscon, International Conference on Industry Applications**, 2006.

SIMON, D. **Optimal State Estimation**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006.

TITTERTON, D. H.; WESTON, J. L. **Strapdown Inertial Navigation Technology**. 2ª Edição. ed. Stevenage: [s.n.], 2004.

WALCHKO, K. J. et al. Embedded Low Cost Inertial Navigation System, Flórida, Estados Unidos da América, 8 Maio 2003.

WANG, J.-H. **Intelligent MEMS INS/GPS Integration For Land Vehicle Navigation**. Calgary: Tese de Doutorado: Departamento de Engenharia Geomática da Universidade de Calgary., 2006.

WOODMAN, O. J. An Introduction to Inertial Navigation. **Technical Report Number 696 - University of Cambridge**, Cambridge, Reino Unido, Agosto 2007.

XSENS TECHNOLOGIES. MTi-G User Manual an Technical Documentation, 15 Outubro 2010.

YAZDI, N.; AYAZI, F.; NAJAFI, K. Micromachined Inertial Sensors. **Proceedings of the IEEE**, vol. 86 n° 8, 08 Agosto 1998.

ANEXO I – Resultados Obtidos pelo Processamento de T2.

Tabela 20 – Erros Finais das Soluções de Posição para cada um dos Ciclos Efetuados de T2.

Ciclo	Erro Final da Solução de Posição sem Auxílio Externo (metros).	Erro Final da Solução de Posição com Auxílio de Leitura de Velocidade (metros).
2	14732,59	9,15
3	31874,48	10,99
4	10770,35	9,94
5	27491,76	8,13
6	28710,66	11,12
7	20298,42	7,94
8	31564,81	11,97
10	16048,45	10,45

Tabela 21 – Análise Estatística dos Erros Finais das Soluções de Posição para cada um dos Ciclos Efetuados de T2.

	Erro Final da Solução de Posição sem Auxílio Externo (metros)	Erro Final da Solução de Posição com Auxílio de Leitura de Velocidade (metros)
Média	22686,44	9,96
Desvio Padrão	8260,49	1,452
Máximo	31874,48	11,97
Mínimo	10770,35	7,94

ANEXO II – Descrição da Mensagem *Geodetic Navigation Data*

Geodetic Navigation Data – Message ID 41

Name	Bytes	Description
Message ID	1 U	Hex 0x29 (decimal 41)
Nav Valid	2 D	<p>0x0000 = valid navigation (any bit set implies navigation solution is not optimal);</p> <p>Bit 0 ON: solution not yet overdetermined¹ (< 5 SVs), OFF: solution overdetermined¹ (>= 5 SV)</p> <p>Bits 1 – 2 : Reserved</p> <p>Bits 8 – 14 : Reserved</p> <p>(The following are for SiRFDRive only)</p> <p>Bit 3 ON : invalid DR sensor data</p> <p>Bit 4 ON : invalid DR calibration</p> <p>Bit 5 ON : unavailable DR GPS-based calibration</p> <p>Bit 6 ON : invalid DR position fix</p> <p>Bit 7 ON : invalid heading</p> <p>(The following is for SiRFNav only)</p> <p>Bit 15 ON : no tracker data available</p>
NAV Type	2 D	<p>Bits 2 – 0 : GPS position fix type</p> <p>000 = no navigation fix</p> <p>001 = 1-SV KF solution</p> <p>010 = 2-SV KF solution</p> <p>011 = 3-SV KF solution</p> <p>100 = 4 or more SV KF solution</p> <p>101 = 2-D least-squares solution</p> <p>110 = 3-D least-squares solution</p> <p>111 = DR solution (see bits 8, 14-15)</p> <p>Bit 3 : TricklePower in use</p> <p>Bits 5 – 4 : altitude hold status</p> <p>00 = no altitude hold applied</p> <p>01 = holding of altitude from KF</p> <p>10 = holding of altitude from user input</p> <p>11 = always hold altitude (from user input)</p> <p>Bit 6 ON : DOP limits exceeded</p> <p>Bit 7 ON : DGPS corrections applied</p> <p>Bit 8 : Sensor DR solution type (SiRFDRive only)</p> <p>1 = sensor DR</p> <p>0 = velocity DR² if Bits 0 – 2 = 111; else check Bits 14-15 for DR error status</p> <p>Bit 9 ON : navigation solution overdetermined¹</p> <p>Bit 10 ON : velocity DR² timeout exceeded</p> <p>Bit 11 ON : fix has been edited by MI functions</p> <p>Bit 12 ON : invalid velocity</p> <p>Bit 13 ON : altitude hold disabled</p> <p>Bits 15 – 14 : sensor DR error status (SiRFDRive only)</p> <p>00 = GPS-only navigation</p> <p>01 = DR calibration from GPS</p> <p>10 = DR sensor error</p> <p>11 = DR in test</p>

Extended Week Number	2 U	GPS week number; week 0 started January 6 1980. This value is extended beyond the 10-bit value reported by the SVs.
TOW	4 U	GPS time of week in seconds $\times 10^3$
UTC Year	2 U	UTC time and date. Seconds reported as integer milliseconds only
UTC Month	1 U	
UTC Day	1 U	
UTC Hour	1 U	
UTC Minute	1 U	
UTC Second	2 U	
Satellite ID List	4 D	Bit map of SVs used in solution. Bit 0 = SV 1, Bit 31 = SV 32. A bit set ON means the corresponding SV was used in the solution
Latitude	4 S	In degrees (+ = North) $\times 10^7$
Longitude	4 S	In degrees (+ = East) $\times 10^7$
Altitude from Ellipsoid	4 S	In meters $\times 10^2$
Altitude from MSL	4 S	In meters $\times 10^2$
Map Datum ³	1 S	See footnote
Speed Over Ground (SOG)	2 U	In m/s $\times 10^2$
Course Over Ground (COG, True)	2 U	In degrees clockwise from true north $\times 10^2$
Magnetic Variation	2 S	Not implemented
Climb Rate	2 S	In m/s $\times 10^2$
Heading Rate	2 S	deg/s $\times 10^2$ (SiRFDRive only)
Estimated Horizontal Position Error	4 U	EHPE in meters $\times 10^2$
Estimated Vertical Position Error	4 U	EVPE in meters $\times 10^2$
Estimated Time Error	4 U	ETE in seconds $\times 10^2$ (SiRFDRive only)
Estimated Horizontal Velocity Error	2 U	EHVE in m/s $\times 10^2$ (SiRFDRive only)
Clock Bias	4 S	In m $\times 10^2$
Clock Bias Error	4 U	In meters $\times 10^2$ (SiRFDRive only)
Clock Drift ⁴	4 S	In m/s $\times 10^2$
Clock Drift Error	4 U	In m/s $\times 10^2$ (SiRFDRive only)
Distance	4 U	Distance traveled since reset in meters (SiRFDRive only)
Distance error	2 U	In meters (SiRFDRive only)
Heading Error	2 U	In degrees $\times 10^2$ (SiRFDRive only)
Number of SVs in Fix	1 U	Count of SVs indicated by SV ID list
HDOP	1 U	Horizontal Dilution of Precision $\times 5$ (0.2 resolution)

AdditionalModeInfo	1 D	<p>Additional mode information:</p> <p>Bit 0: map matching mode for Map Matching only 0 = map matching feedback input is disabled 1 = map matching feedback input is enabled</p> <p>Bit 1: map matching feedback received for Map Matching only 0 = map matching feedback was not received 1 = map matching feedback was received</p> <p>Bit 2: map matching in use for Map Matching only 0 = map matching feedback was not used to calculate position 1 = map matching feedback was used to calculate position</p> <p>Bit 3-6: reserved</p> <p>Bit 7: DR direction for SiRFDRive only 0 = forward 1 = reserve</p>
--------------------	-----	--

Payload length: 91 bytes

1. An overdetermined solution (see bit 0 from Nav Valid and bit 9 of Nav Type) is one where at least one additional satellite has been used to confirm the 4-satellite position solution. Once a solution has been overdetermined, it remains so even if several satellites are lost, until the system drops to no-navigation status (Nav Type bits 0-2 = 000).
2. Velocity Dead Reckoning (DR) is a method by which the last solution computed from satellite measurements is updated using the last computed velocity and time elapsed to project the position forward in time. It assumes heading and speed are unchanged, and is thus reliable for only a limited time. Sensor DR is a position update method based on external sensors (e.g., rate gyroscope, vehicle speed pulses, accelerometers) to supplement the GPS measurements. Sensor DR is only applicable to SiRFDRive products.
3. Map Datum indicates the datum to which latitude, longitude, and altitude relate. 21 = WGS-84, by default. Other values are defined as other datums are implemented. Available datums include: 21 = WGS-84, 178 = Tokyo Mean, 179 = Tokyo Japan, 180 = Tokyo Korea, 181 = Tokyo Okinawa.
4. To convert Drift m/s to Hz: $\text{Drift (m/s)} * L1(\text{Hz})/c = \text{Drift (Hz)}$.

Note – Values are transmitted as integer values. When scaling is indicated in the description, the decimal value has been multiplied by the indicated amount and then converted to an integer. Example: Value transmitted: 2345; indicated scaling: 10^2 ; actual value: 23.45.

ANEXO III – Resultado da Calibração do Magnetômetro Utilizando o Software Magfield Mapper.

GLOSSÁRIO

<i>Acelerômetro</i>	Sensor utilizado para medir a aceleração a que um corpo está submetido, idealmente este sensor deveria medir apenas a aceleração do corpo, porém ele não consegue distinguir os efeitos da aceleração da gravidade. A medição é referenciada a um referencial inercial.
<i>Atitude</i>	É a orientação de um veículo em relação a um determinado referencial ⁴ .
<i>Bias</i>	O erro de bias pode ser interpretado como sendo um nível de sinal constante ou que varia muito lentamente independentemente do sinal de entrada
<i>Dead-reckoning</i>	Técnica de navegação baseada em medições contínuas da direção e velocidade do veículo ou ainda da distância percorrida que pode ser usada para calcular a trajetória.
<i>Espaço de estados</i>	Técnica utilizada para representar as equações diferenciais que descrevem o comportamento de um sistema dinâmico ⁵ .
<i>Força específica</i>	Aceleração não gravitacional ⁶ .
<i>Gimbale</i>	Modelo de construção de sistemas de navegação inercial que se utiliza de articulações móveis para manter a plataforma alinhada com o referencial do sistema.
<i>Giroscópio</i>	Sensor utilizado para medir a velocidade angular a que um corpo está submetido. A medição é referenciada a um referencial inercial.
<i>Magnetômetro</i>	Sensor utilizado para medir variações do fluxo magnético terrestre.
<i>Model Based Design</i>	Técnica de modelagem visual que fornece uma abordagem eficiente no intuito de estabelecer um <i>framework</i> entre o design e a implementação do sistema proposto.
<i>Movimento do pólo</i>	Corresponde a variação da posição relativa de um observador com relação ao eixo de rotação da Terra.
<i>Nutação</i>	Pequena oscilação do eixo de rotação da Terra que ocorre em um ciclo de aproximadamente 18,6 anos.
<i>Pitch</i>	Conhecido como ângulo de arfagem. É um ângulo de Euler que representa a rotação da plataforma em torno do eixo y
<i>Precessão</i>	Corresponde à variação da Eclíptica em relação à linha do Equador. Este

⁴ Fonte: (IEEE, 2009)

⁵ Fonte: (SANTANA, 2011)

⁶ Fonte: (IEEE, 2009)

	movimento tem um ciclo de ocorrência de aproximadamente 25.600 anos.
<i>Random-walk</i>	Ou Passeio aleatório é o resultado da integração do ruído branco.
<i>Roll</i>	Conhecido como ângulo de rolagem. É um ângulo de Euler que representa a rotação da plataforma em torno do eixo x
<i>Ruído branco</i>	Tipo de ruído que possui uma potência constante em todas as frequências do sinal em questão. Em geral é usada uma distribuição gaussiana como distribuição de probabilidade para este ruído ⁷ .
<i>Solução de Navegação</i>	Valor produzido pela mecanização da dinâmica de um sistema de navegação inercial. Ela contém os vetores de posição, velocidade e orientação de acordo com o referencial escolhido para representa-la.
<i>Strapdown</i>	Modelo de construção onde os sensores são montados rigidamente sobre o dispositivo, acompanhando-o durante todo o movimento.
Taxa de transporte	Representa a taxa de rotação do referencial local e relação ao referencial ECEF
<i>Yaw</i>	Conhecido como ângulo de guinada. É um ângulo de Euler que representa a rotação da plataforma em torno do eixo z

⁷ Fonte: (SANTANA, 2011)