HUGO TSUGUNOBU YOSHIDA YOSHIZAKI

ANÁLISE DE DESEMPENHO OPERACIONAL DE SISTEMAS LOGÍSTICOS E DE TRANSPORTE: APLICAÇÕES DE MODELOS DE REDES DE FILAS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Transportes.

São Paulo, 1989

HUGO TSUGUNOBU YOSHIDA YOSHIZAKI

Eng. Naval, Escola Politécnica da USP, 1983

ANÁLISE DE DESEMPENHO OPERACIONAL DE SISTEMAS LOGÍSTICOS E DE TRANSPORTE: APLICAÇÕES DE MODELOS DE REDES DE FILAS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Transportes.

Orientador: Prof. Dr. Nicolau Dionísio Fares Gualda, Depto. Eng. Transportes

São Paulo, 1989

Aos meus pais, Yoshiko e Shigueichi, pelo carinho e devoção.

À minha mulher, Jane, fonte constante de inspiração e amor.

RESUMO

Os modelos de redes de filas ainda são pouco utilizados na área de Logística e Transportes, apesar de algoritmos e ferramentas computacionais eficientes estarem disponíveis atualmente. Este trabalho objetiva justamente mostrar alguns desses modelos de redes de filas e aplicá-los em exemplos específicos. Inicialmente, é feita uma breve revisão dos principais modelos e algoritmos encontrados na literatura, para, em seguida, resolver-se um problema de determinação de uma função de produção, usando um modelo de rede de filas em regime estacionário. Como segundo exemplo, é montado um modelo para análise de um sistema de transporte que opera com transientes, onde é utilizada a aproximação por filas determinísticas. Em ambos os casos, é realizada uma discussão sobre o conceito de saturação em uma rede de filas, sendo proposta uma extensão da definição do conceito para o caso de redes mistas de filas.

ABSTRACT

Queueing networks models have seldom been used in the Logistics and Transportation realm, although being very popular in modelling other complex systems in the Computer Sciences. This work intends to briefly describe the most common models of queueing networks and apply them in some particular cases. First of all, a production function for a logistic system is developed, using a stationary probability model. Then, a transportation system with transients is analised, using a fluid approximation model. For both cases, the saturation concept for a closed chain is defined, and is extended for mixed queueing networks.

SUMÁRIO

"ANÁLISE DE DESEMPENHO OPERACIONAL DE SISTEMAS LOGÍSTICOS E DE TRANSPORTES: APLICAÇÕES DE MODELOS DE REDES DE FILAS"

1. INTRODUÇÃO 1

1.1 Objetivo 1

1.2 Histórico de Modelos e Aplicações 1

1.3 Tipologia de Modelos 4

1.4 Parâmetros para Análise de Desempenho 5

1.4.1 Fila e Tempo Total no Subsistema (Nó) 5

1.4.2 Utilização e Índice de Congestionamento de um Nó 6

1.4.3 Taxa de Chegadas e de Saídas de um Nó 6

1.4.4 Tempo de Ciclo em uma Cadeia Fechada 6

2. MÉTODOS ANALÍTICOS EXATOS 8

2.1 Introdução 8

2.2 Modelos Markovianos Clássicos 9

2.2.1 Modelo de Jackson para Redes Abertas 10

2.2.2 Modelo de Gordon e Newell para Redes Fechadas 12

2.2.3 Modelo de Muntz e Baskett para Redes Abertas, Fechadas e Mistas 15

2.3 Método de Convolução 19

2.4 Método da Análise do Valor Médio (MVA) 22

3. MÉTODOS ANALÍTICOS APROXIMADOS 27

3.1 Introdução 27

3.2 Métodos Determinísticos 29

3.3 Método de Equivalência e Decomposição 33

4. EXEMPLO 1: MÉTODO ANALÍTICO EXATO 39

4.1 Função de Produção de um Sistema Logístico 40

4.2 Descrição do Sistema Logístico em Questão 41

4.3 Solução Original Usando Ciclos Determinísticos e Filas Isoladas 43

4.4 Comentários sobre a Solução Original Proposta 46

4.5 Solução Usando Modelo Analítico Exato de Rede de Filas 48

4.5.1 Discussão Inicial 48

4.5.2 Modelo Exato Aplicado no Problema 51

4.5.3 Resultados do Modelo Exato e Comparação com Modelo Original 59

4.6 Conclusões do Caso 65

5. EXEMPLO 2: MÉTODO ANALÍTICO APROXIMADO 67

5.1 Descrição do Sistema em Estudo 68

5.2 Modelagem do Processo de Filas 73

5.2.1 Discussão Inicial e Hipóteses do Modelo 73

5.2.2 Modelo Utilizado 77

5.3 Análise dos Resultados Obtidos 85

5.4 Conclusões do Caso 88

6. CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS 91

6.1 Adequabilidade dos Modelos de Redes de Filas 92

6.2 Proposição de Futuros Estudos 92

Notas e Referências 95

Bibliografia 102

ANEXOS 107

Anexo 1: Implementação do Algoritmo de Convolução

Anexo 2: Resultados pelo Método de Convolução

Anexo 3: Programa DYNAMO

Anexo 4: Código do Modelo Completo GPSS

Anexo 5: Exemplos dos Programas GPSS

Anexo 6: Resultados do Modelo DYNAMO

Anexo 7: Resultados dos Modelos GPSS

1 — INTRODUÇÃO

1.1 – Objetivo

Este trabalho visa identificar os principais modelos analíticos exatos e aproximados de redes de filas e, através da aplicação de métodos selecionados, analisar casos específicos de sistemas logísticos e de transportes em regime estacionário e transiente.

1.2 – Histórico de Modelos e Aplicações

Modelos analíticos de redes de filas são estudados há mais de trinta anos, sendo possível traçar uma linha que remonta ao trabalho de Burke publicado em 1956 (1).

Baseado nos resultados de R. R. Jackson (2), Burke solucionou modelos de redes de filas em tandem, onde cada nó podia alimentar nós a jusante no fluxo, tendo tempos de atendimento exponenciais e alimentação externa obedecendo distribuição de Poisson. Ele demonstrou que, nesse caso, cada nó pode ser estudado como uma fila M/M/C isolada (ver Figura 1.1).

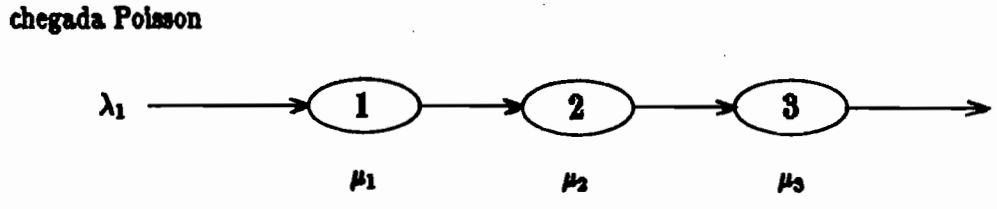


Figura 1.1 Filas em tandem.

Em 1957, Jackson (3) generalizou o resultado de Burke para redes abertas (Figura 1.2), permitindo a retroalimentação de um nó, tanto direta como indiretamente. Posteriormente, Gordon e Newell (4) modelaram processos com redes fechadas ($\gamma_i = 0$), e Muntz e Baskett (5)

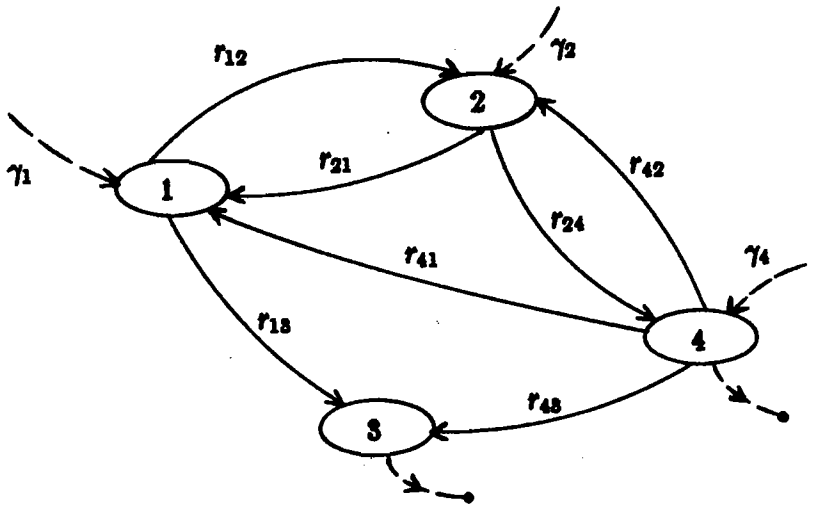


Figura 1.2 Rede aberta de Jackson.

expandiram esses trabalhos, introduzindo o conceito de classes para modelar redes de fluxo misto (aberto e fechado) com diferentes tipos de clientes e relaxando ligeiramente as hipóteses de atendimento exponencial e disciplina FCFS (para maiores detalhes, ver Capítulo 2), porém sempre com redes passíveis de modelagem por processos Markovianos.

Esses dois últimos modelos primam pela dificuldade de se resolver modelos de sistemas de porte maior que alguns poucos nós e clientes associados, ou pela natureza das hipóteses, que podem implicar em baixa aderência do modelo.

Esses modelos tradicionais tiveram sucesso apenas moderado na aplicação, sendo que os exemplos conhecidos na literatura estão em Koenigsberg (6) e Jackson (7). Na área de Transportes, Koenigsberg e Lam (8) aplicaram redes fechadas para modelar um problema de transporte marítimo de LNG, e Cabrera e Maher (9) aplicaram em um sistema de movimentação de terra.

O desenvolvimento do primeiro algoritmo numericamente eficiente para a solução de modelos Markovianos de redes de filas se deve a Buzen (10), sendo conhecido como algoritmo de convolução . Posteriormente, extensões e sofisticações deste algoritmo permitiram usá-lo em redes do tipo modelado por Muntz e Baskett e, em 1980, surgiu outro algoritmo, desenvolvido por Reiser e Lavenberg (11), chamado de MVA, análise do valor médio. Desde

então, tem surgido regularmente aperfeiçoamentos destes dois algoritmos básicos, melhor estruturados para casos particulares ou mantendo a generalidade com melhores características de processamento numérico.

Esses algoritmos eficientes foram todos desenvolvidos por estudiosos de Ciências de Computação , sendo tal ímpeto motivado pela necessidade de se desenvolver ferramentas confiáveis e de custo menor que a simulação estocástica (usada tradicionalmente), para modelar e analisar grandes sistemas de processamento de dados e de teleprocessamento, onde a construção de protótipos para mensurações de parâmetros fica proibitivamente custosa ou mesmo inviável.

Fator importante para esse esforço desenvolvido por pessoal da área de computadores foram os trabalhos de Scheer (12) e Kleinrock (13), que mostraram a robustez dos modelos tradicionais para sistemas de computadores tipo *time-sharing*, o estado-da-arte em sistemas na época. Desde então, o uso de modelos analíticos de redes de filas foi-se incrementando para a análise de desempenho de sistemas de computadores, tornando-se hoje ferramenta usual de profissionais ligados à área, principalmente nos países do Primeiro Mundo (14).

A pouca aderência dos modelos tradicionais a alguns sistemas reais levou ao desenvolvimento de modelos analíticos aproximados (tema do Capítulo 3 deste trabalho). Trabalhando em paralelo, Courtois (15) e Chandy *et alii* (16) chegaram ao método de equivalência e decomposição para redes de filas. Newell (17) desenvolveu métodos aproximados baseados em simplificações determinísticas ou por difusão em filas isoladas; Kobayashi (18 e 19) estendeu o método de difusão para redes simples de filas, estudando inclusive alguns casos de transiente. Conforme Lavenberg (20), os métodos aproximados perfazem hoje uma área onde há uma contínua atividade de pesquisa para aplicações em redes de filas sem solução analítica exata ou, caso haja esta solução , tem cálculo computacionalmente muito dispendioso.

Apesar da grande riqueza de métodos e modelos para redes de filas, muito pouco foi utilizado na área de Transportes e Logística, onde ainda normalmente se lança mão do uso de simulações estocásticas para a análise de sistemas logísticos. Isto se explica parcialmente pelas hipóteses necessárias ao uso de modelos exatos (processos Poissonianos, tempos exponenciais,

ergodicidade) que implicam muitas vezes em pouca aderência. Parece claro, porém, que os modelos analíticos tanto exatos como aproximados de redes de filas gozam ainda de pouca divulgação no meio de transportes e logística; o objetivo deste trabalho é justamente auxiliar a preencher esta lacuna, mesmo que parcialmente.

1.3 – Tipologia de Modelos

Os modelos de redes de filas podem ser classificados por três critérios básicos: com relação à sua dinâmica (dimensão temporal); à sua relação com o ambiente; e com relação aos tipos de clientes (classes de clientes).

Com relação ao tempo, pode-se determinar dois tipos de modelos: estacionários e transientes.

- Modelos estacionários: são aqueles onde os parâmetros probabilísticos de fluxos e tempos de atendimento já alcançaram o equilíbrio estocástico;

- Modelos transientes: os parâmetros probabilísticos não alcançaram o equilíbrio estocástico.

Com respeito ao tipo de clientes, em uma rede podem existir cadeias e classes diversas para clientes: uma cadeia seria uma rota que pode ser percorrida por uma dada classe de clientes, que não necessariamente percorre todos os nós da rede, podendo haver mais de uma cadeia; uma classe seria um conjunto de clientes que tem uma característica comum, como pertencer a uma única cadeia ou ter tempo de atendimento diferenciado em algum nó, com relação ao tempo de atendimento de outras classes. Comumente tratar-se-á de modelos com uma única classe ou cadeia de clientes; a extrapolação para modelos com cadeias e classes múltiplas é direta, implicando apenas em um maior trabalho algébrico.

Com respeito ao relacionamento com o ambiente externo, os modelos podem ser classificados em três tipos: abertos, fechados ou mistos.

- Modelos abertos: existem entradas e saídas externas no sistema, permitindo livre comunicação com o ambiente;

- Modelos fechados: não há comunicação com o meio externo, ficando todos os clientes "presos" dentro da rede de filas;

- Modelos mistos: são aqueles onde existe pelo menos uma classe ou cadeia aberta e outra fechada ao ambiente externo.

1.4 – Parâmetros para Análise de Desempenho

Para realizar a análise do desempenho de um sistema usando-se um modelo de rede de filas, o cálculo dos seguintes parâmetros são de grande utilidade:

- filas e tempos individuais nos nós;

- utilização e índice de congestionamento ρ no nó;

- taxa de chegadas e de saídas no nó;

- tempo de ciclo em cadeias fechadas.

1.4.1 Fila e Tempo Total no Subsistema (nó)

Muitas vezes é suficiente conhecer o tamanho médio da fila de espera e o tempo médio de espera para um cliente genérico (essas duas grandezas estão relacionadas entre sí pela fórmula de Little, $\overline{L} = \lambda\overline{W}$, onde $\overline{L}$ = fila média, $\overline{W}$ = tempo médio de espera, e λ = taxa média de chegada); caso, por questões de dimensionamento de facilidades físicas (por exemplo, um pátio de espera), for necessária a análise da cauda da distribuição, deve-se determinar a função densidade de probabilidade (fdp) das filas.

1.4.2 Utilização e Índice de Congestionamento de um Nó

O índice de congestionamento ρ é determinado pela razão $\lambda/\mu c$, onde, μ = taxa média de atendimento de um posto de atendimento do nó, e c = número de postos de atendimento no nó, e indica a carga relativa de serviço no sistema; para $\rho \geq 1$, temos sistemas com filas sempre crescentes. A utilização U de um sistema também indica a carga relativa do mesmo, e tem o valor de ρ, até o limite $\rho = 1$, pois não existe ocupação maior que 100%; seu complemento $(1 - U)$ dá a ociosidade média da facilidade.

1.4.3 Taxa de Chegadas e de Saídas de um Nó

A quantidade média de clientes que "atravessa" um nó em uma determinada unidade de tempo (também conhecida na literatura de sistemas de computadores por *throughput*) também é um parâmetro de desempenho importante, pois dá a medida de "passagens" no nó, que pode ter o significado físico de quantidade horária de descargas em um terminal, por exemplo, com reflexos na parte externa à descarga do terminal; para sistemas em equilíbrio estocástico, a taxa média de chegadas é igual à taxa média de saídas. Para ciclos fechados equivale ao inverso do tempo médio entre duas passagens sucessivas de clientes (conhecido na literatura de transportes por *headway* do ciclo).

1.4.4 Tempo de Ciclo em uma Cadeia Fechada

É outro parâmetro importante, que está "amarrado" à taxa média de chegadas em um nó do ciclo. Expressa o tempo médio que um determinado cliente demora para passar pelo mesmo nó novamente, e é calculado pela soma dos tempos médios nos nós que fazem parte da rota do ciclo.

Conhecidas diversas classes de redes de filas e os seus principais parâmetros, pode-se então partir para o estudo dos diversos modelos analíticos. O Capítulo 2 trata de modelos analíticos ditos exatos, onde é matematicamente possível obter-se uma solução exata. O Capítulo 3 cuida então de modelos que não possuem solução analítica exata, ou que a possuem mas é

numericamente muito trabalhoso encontrá-la. O Capítulo 4 trata da aplicação de um modelo analítico exato a um problema em regime estacionário, resolvendo uma função de produção de um sistema logístico através do algoritmo de Buzen modificado, e comentando aspectos referentes ao comportamento assintótico e à saturação de uma rede fechada. O Capítulo 5 usa um modelo analítico aproximado de analogia fluida para analisar o desempenho de uma rede mista de filas em regime transiente, e extende o conceito de saturação para esse tipo de rede. O Capítulo 6, finalmente, coloca as conclusões deste estudo em torno da aplicabilidade destes modelos e propõe novos estudos de desenvolvimento.

2 — MÉTODOS ANALÍTICOS EXATOS

2.1 – Introdução

No atual estado da arte, os principais modelos de redes de filas que possuem uma solução analítica exata são aqueles que tem uma solução em forma de produto, do tipo:

$$P(k_1, k_2, \ldots, k_N) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^{N} X_i(k_i), \tag{2.1.1}$$

onde $P(k_1, k_2, \ldots, k_N)$ é a distribuição conjunta de probabilidade dos estados k_i em uma rede com N filas (nós), sendo que k_i pode representar o número de clientes em um nó (um escalar) ou um estado mais complexo, como o tipo de classe a que pertence o cliente, sua posição na fila etc (sendo então um vetor ou matriz); $X_i(k_i)$, para $i = 1, 2, \ldots, N$, é um fator obtido da distribuição marginal da fila i isolada, K é o número de clientes na rede (um escalar) ou um parâmetro mais complexo, como um vetor com os totais de cadas classe, e $G(K)$ é uma constante de normalização (vide Sauer (21), Lavenberg (22), Chandy e Martin (23) e Kleinrock (24)).

Basicamente, para se obter essa solução expressa em (2.1.1), o modelo deve seguir as seguintes hipóteses:

1. Se for um sistema aberto, as taxas de chegada externa devem obedecer distribuições de Poisson;

2. Se a disciplina da fila for FCFS (de *first come, first served*, ou, o primeiro que chega é o primeiro a ser atendido), então o atendimento só pode seguir distribuição exponencial, com parâmetro constante para qualquer cliente na fila, qualquer que seja a classe a que o cliente pertença;

3. Algumas outras disciplinas de filas são permitidas, como, por exemplo, PS e LCFSPR (vide sub-ítem 2.2.3), desde que o tempo de atendimento tenha uma distribuição com transformada de Laplace racional, como, por exemplo, a distribuição de Erlang e a hiper-

exponencial;

4. O processo deve ser estável, ou seja, o sistema deve estar em regime estacionário, estocasticamente.

As restrições contidas nessas hipóteses fazem com que muitas vezes esses modelos tenham pouca aderência aos sistemas reais; isso levou ao desenvolvimento de métodos aproximados, como se tratará no Capítulo 3.

Além disso, o cálculo das probabildades expressas em (2.1.1) nem sempre é trivial; como está exposto ao longo dos próximos ítens, o porte do modelo (medido em número de nós, de classes de clientes e de clientes no total) tem um impacto muito grande na possibilidade prática da resolução do modelo, o que levou à busca de algoritmos mais e mais eficientes. Porém, como a dificuldade de se lidar com problemas muito grandes ainda existe (por questões de instabilidade numérica — vide discussão em Sauer e Chandy (25); por razões de custo, como excessivo tempo de processamento ou necessidade de memória de computador, ou por restrições de equipamento disponível), continua a busca por algoritmos melhores e, paralelamente, o desenvolvimento dos métodos aproximados.

São abordados neste capítulo apenas modelos com solução em forma de produto. Inicialmente, os modelos markovianos clássicos de Jackson (3), Gordon e Newell(4) e Baskett *et alii* (26) são expostos; em seguida, versões dos dois principais algoritmos, convolução e análise do valor médio, são descritas para mostrar seus mecanismos, sendo que suas extensões ou casos particulares são referenciados no texto para quem desejar uma maior profundidade no assunto.

2.2 — Modelos Markovianos Clássicos

Tem-se basicamente três métodos para resolução de redes de filas de maneira tradicional, a saber:

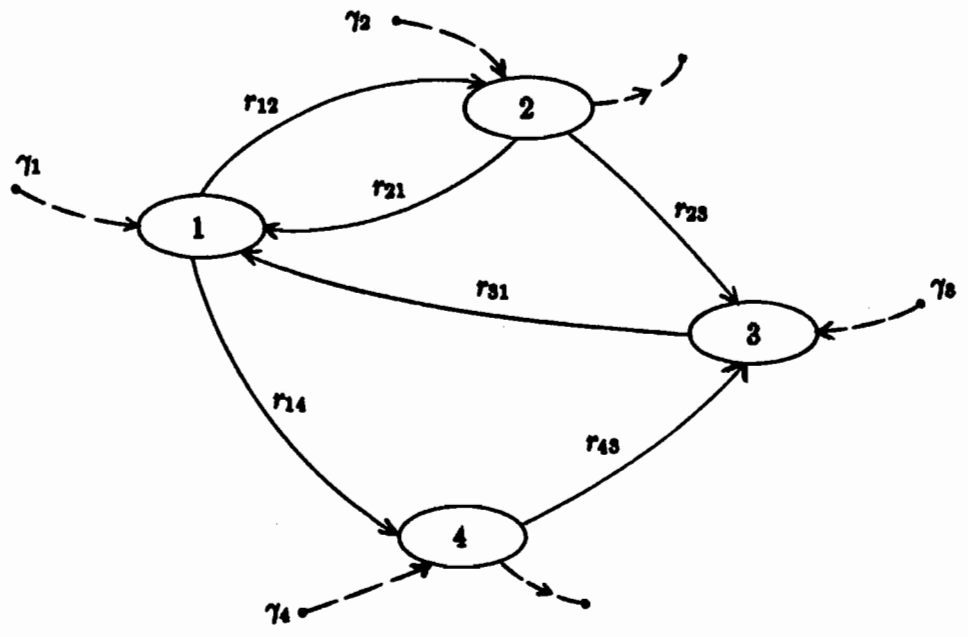


Figura 2.1 Exemplo de rede aberta com número finito de nós.

(a) Modelo de Jackson para redes abertas;

(b) Modelo de Gordon e Newell para redes fechadas;

(c) Modelo de Muntz e Baskett para redes abertas, fechadas e mistas.

2.2.1 — Modelo de Jackson para Redes Abertas

Jackson (3) estudou o seguinte processo, que está exemplificado na figura 2.1.

Usaram-se as seguintes hipóteses:

1. Em cada nó i que tenha um processo de chegadas externo, esse processo é de Poisson com taxa de chegada γ_i, para $i = 1, 2, \ldots, N$;

2. Em cada nó i, o atendimento é exponencial com média $1/\mu_i$ e c_i postos de atendimento;

3. Em cada nó i, a disciplina é FCFS;

4. Todos os clientes do sistema são homogêneos, ou seja, pertencem a uma única classe de indivíduos;

5. Uma vez atendido em um nó i, o cliente passa imediatamente para o nó j com a probabilidade constante r_{ij}; assim, a probabilidade de que um cliente deixe o sistema é $(1-\sum_j r_{ij})$.

Em regime ergódico, tem-se para um nó i qualquer que a taxa de chegadas nesse nó (λ_i) é expressa por:

$$\lambda_i = \gamma_i + \sum_{j=1}^{N} r_{ji}\lambda_j. \tag{2.2.1}$$

Jackson demonstrou que, existindo equilíbrio estocástico, i.e., $\lambda_i/\mu_i c_i < 1$, para todo i, tem-se:

$$p(k_1, k_2, \ldots, k_N) = p(k_1)p(k_2)\ldots p(k_N) = \prod_{i=1}^{N} p_i(k_i), \tag{2.2.2}$$

onde:

$p(k_1, k_2, \ldots, k_N) \triangleq$ probabilidade que haja, em um instante qualquer em regime estacionário, k_1 clientes no nó 1, k_2 clientes no nó 2, e assim por diante, até k_n clientes no nó N;

$p_i(k_i)$ = probabilidade estacionária de haver k_i clientes em um sistemas de filas M/M/C para o nó i com $\rho_i = \lambda_i/c_i\mu_i$.

Ou seja, esta rede pode ser estudada através da solução de filas M/M/C em cada nó i, isoladamente, tendo-se a taxa de chegadas λ_i de cada nó.

Como os resultados de uma fila M/M/C são há muito conhecidos, para analisar-se uma rede de Jackson basta primeiro resolver-se as equações (2.2.1) para cada nó i, que expressam um sistema de equações lineares.

Conforme Kleinrock (27), se denotarmos $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N))$, $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_N)$, e $\mathbf{R}$

é a matriz $N \times N$, tal que $\mathbf{R} = (r_{ij})$, a equação (2.2.1) se torna:

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{R}\,. \tag{2.2.3}$$

Assim, para resolver a rede de filas, tem-se a seguinte seqüência:

a. Achar os λ_i individuais, resolvendo o sistema linear (2.2.3) por um método adequado (redução de Gauss, métodos iterativos etc.);

b. Resolver as filas M/M/C para os nós i, individualmente. Essa resolução pode ser encontrada, por exemplo, em Novaes (28).

2.2.2 – Método de Gordon e Newell para Redes Fechadas

A primeira referência encontrada na literatura sobre redes fechadas ou filas cíclicas foi o trabalho de Koenigsberg (6), que desenvolveu um modelo para aplicação na sequenciação de máquinas numa mina de carvão; em seguida, aparece o trabalho de Jackson(7), que desenvolve um conceito de fila cíclica para atividades de produção intermitente (*job shop*).

O modelo de Gordon e Newell (4) para uma rede fechada arbitrária generalizou esses resultados anteriores, sendo que essas redes fechadas são as mesmas redes abertas Markovianas do sub-ítem 2.2.1 anterior, com as seguintes diferenças:

1) Existe uma quantidade K de clientes "presos" no sistema;

2) Não são permitidas entradas ou saídas externas ao sistema; ou seja, conforme discutido nas hipóteses do sub-ítem 2.2.1 anterior, $\gamma_i = 0$ e $\sum_j r_{ij} = 1$, para todo i.

Desta forma, a equação (2.2.3) se torna:

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}\mathbf{R}\,. \tag{2.2.4}$$

Como a rede é fechada, o sistema (2.2.4) é indeterminado (no caso, uma das suas equações é linearmente dependente): os λ_i da solução de (2.2.4) não são únicos, sendo possível obter-se apenas os seus valores relativos, isto é, a menos de uma constante multiplicativa qualquer.

Gordon e Newell (4) usam a seguinte notação :

$$\lambda_i = \mu_i x_i \,, \tag{2.2.5}$$

e, portanto, conforme (2.2.4),tem-se

$$\mu_i x_i = \sum_j \mu_j x_j r_{ji} \,. \tag{2.2.6}$$

Eles então obtiveram a seguinte solução :

$$p(k_1, k_2, \ldots, k_N) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^{N} \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)} \,, \tag{2.2.7}$$

onde:

$$G(K) = \sum_{\mathbf{k} \in \mathbf{A}} \prod_{i=1}^{N} \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)} \,, \tag{2.2.8}$$

sendo que $\mathbf{k}$ é um vetor $(k_1, k_2, \ldots, k_N)$, e $\mathbf{A}$ é o conjunto de vetores $\mathbf{k}$ tais que $k_1 + k_2 + \ldots + k_N = K$, para $K \geq 0$, e onde:

$$\beta_i(k_i) = \begin{cases} k_i!, & \text{para } k_i \leq c_i; \\ c_i! c_i^{k_i - c_i}, & \text{para } k_i \geq c_i. \end{cases} \tag{2.2.9}$$

A solução acima tem propriedades que serão fundamentais para o sub-ítem 2.2.3, a seguir.

Redes Markovianas de filas, como o modelo de Gordon e Newell, podem implicar em sistemas com um número enorme de equações, mesmo para valores relativamente modestos de N e K. Conforme Buzen (10), a quantidade de estados possíveis é expressa por $\binom{N+K-1}{N-1}$, e de acordo com a dimensão da rede em estudo, a descrição desses estados pode se tornar uma tarefa longa e extremamente tediosa.

Conforme Kleinrock (29), para facilitar a solução desse tipo de redes, pode-se recorrer à representação desses sistemas de filas como um processo Markoviano finito, que é uma cadeia de Markov aplicada em um conjunto de vetores-estado $\mathbf{k} = (k_1, k_2, \ldots, k_N)$ finito, onde as transições são permitidas somente entre os seguintes estados:

- $\mathbf{k}$ e $\mathbf{k}(i^+)$, onde $\mathbf{k}(i^+) = \mathbf{k}$ com um dos seus i-ésimos componentes $k_i + 1$: implica em chegada externa no nó i;

- $\mathbf{k}$ e $\mathbf{k}(i^-)$, onde $\mathbf{k}(i^-) = \mathbf{k}$ com um dos seus i-ésimos componentes $k_i - 1$: implica em uma saída externa do no i;

- $\mathbf{k}$ e $\mathbf{k}(i,j)$, onde $\mathbf{k}(i,j) = \mathbf{k}$ com exceções do componente i, que é $k_i - 1$,e do componente j, que é $k_j + 1$: implica em uma troca interna do nó i para o nó j.

Desta forma, as probabilidades de equilíbrio dos estados do sistema obedecem às equações de balanço global do sistema, ou seja, pode-se obter a solução pela aplicação de processos de nascimento e morte diretamente às probabilidades dos estados $\mathbf{k}$ possíveis do sistema.

Ainda segundo Kleinrock (30), verificou-se que esta cadeia de Markov pode ser simplificada pelo seu desmembramento em diversos conjuntos de sistemas de equações lineares, cada um deles mais simples de resolver. Esses conjuntos simplificados são chamados de conjuntos de equações de balanço local.

Uma equação de balanço local (com relação a um dado estado $\mathbf{k}$ da rede e a um determinado nó i) é aquela que iguala o fluxo de saída do estado $\mathbf{k}$ devido a uma saída do nó i ao fluxo de entrada no estado $\mathbf{k}$ devido a uma chegada no nó i.

Uma observação importante: caso o tempo de atendimento for não-exponencial mas puder ser expresso como uma distribuição por estágios (Erlang e hiper-exponencial, ver Kleinrock (31)), pode-se representar as transições como igualdades de chegadas e saídas de um dado estágio do atendimento (em vez de chegada e saída de um dado nó). Desta forma, pode-se solucionar uma rede com nós que tenham tempo de atendimento não-exponencial, determinando-se as equações de transição para estados que levam em conta o estágio de serviço, além do número de elementos no nó (isto será explorado no exemplo do ítem 3.3).

Usando-se esses conceitos, é matematicamente simples a solução de um sistema de filas

cíclicas, uma vez enumerados os estados possíveis e as suas probabilidades de transição .

A principal dificuldade deste método é que a enumeração dos estados possíveis pode levar, em sistemas mais complexos, a um número muito grande de equações . Para o modelo de fila cíclica de Gordon e Newell, conforme já comentado, ter-se-á $\binom{N+K-1}{N-1}$ equações .

Para sistemas relativamente pequenos, com, por exemplo, 4 nós (terminais) e uma frota cativa de 50 caminhões, ter-se-ia um sistema com $\binom{4+50-1}{4-1} = \binom{53}{3} = 23.426$ equações! Felizmente, como será visto nos ítens subsequentes, existem maneiras melhores e mais eficientes de se resolver esse problema.

2.2.3 – Modelo de Muntz e Baskett para Redes Abertas, Fechadas e Mistas

De acordo com Kleinrock (32), Muntz e Baskett desenvolveram em 1972 um modelo mais geral de redes de filas, que supera algumas das limitações dos modelos vistos anteriormente.

Esse modelo está extensivamente exposto em Baskett *et alli* (26) e foi descrito e analisado suscintamente por Kleinrock (32).

Conforme Kleinrock (32), os modelos de Jackson e de Gordon e Newell sofrem de três grandes desvantagens:

a. Todos os clientes se comportam de modo homogêneo (tempos de atendimento e probabilidades de transição tem as mesmas características para todos eles);

b. Todas as distribuições dos tempos de atendimento sào exponenciais (redes Markovianas), e

c. A disciplina em cada nó é FCFS.

Muntz e Baskett partiram dos resultados anteriores e chegaram ao seguinte modelo: uma

rede de N nós, com um número finito L de classes diferentes de clientes, sendo que um cliente pertence a uma única classe enquanto está em um nó (na fila ou em atendimento), podendo trocar de classe e nó ao final de seu atendimento conforme uma probabilidade de transição fixa dada por:

$$r_{il;jm} = p(\text{próximo nó é } j \text{ e classe } m/\text{nó atual é } i \text{ e classe atual é } l) \tag{2.2.10}$$

Como são permitidas classes diferentes de clientes, sistemas abertos e fechados podem ser considerados simultaneamente: uma rede pode ser aberta com relação a algumas classes de clientes e fechada com relação a outras, formando uma rede mista de filas.

Para o fluxo aberto, os processos de chegada das diversas classes em um nó i qualquer devem obedecer distribuições de Poisson com média γ_{il}; um cliente da classe l que complete seu atendimento no nó i pode deixar o sistema com uma probabilidade

$$1 - \sum_{j=1}^{N} \sum_{m=1}^{L} r_{il;jm}$$

Para o fluxo fechado, a soma do número de clientes por classes é constante e igual a K_l.

O modelo permite também quatro tipos de nós diferentes, com diferentes disciplinas e distribuições de probabilidade do tempo de atendimento, a saber:

- **Nó tipo 1:** __/M/C, FCFS. Contém um único posto de atendimento, sendo que todos os clientes, independentemente da classe a que pertençam, tem uma distribuição do tempo de atendimento exponencial; a taxa de serviço $\mu_i(j)$ pode ser dependente do estado do nó i, com j clientes no centro de serviço, ou seja, pode simular um nó com c_i postos de atendimento e fila única;

- **Nó tipo 2:** __/G/1, PS. Contém um único servidor com disciplina PS (i.e., *processor sharing*, quando há n clientes no nó, cada um deles recebe atendimento sequencialmente a uma taxa $1/n$, retornando ao fim da fila), sendo que cada classe de clientes pode ter uma

distribuição de tempo de serviço diferente, sendo a única restrição que essas distribuições devem ter transformadas de Laplace racionais;

- **Nó tipo 3:** $_/G/\infty$. Nós deste tipo tem um número infinito de postos de atendimento (ou pelo menos igual ao número máximo de clientes em um instante qualquer), e cada classe de clientes pode ter uma distribuição do tempo de atendimento distinta. As distribuições devem ter transformadas de Laplace racionais.

- **Nó tipo 4:** $_/G/1$, LCFSPR. Contém um único servidor com disciplina LCFSPR (*last come, first served, preemptive resume*, i.e., o último cliente a chegar ocupa imediatamente a facilidade, mesmo que tenha de desalojar um outro cliente, que, ao ser atendido novamente, reinicia o serviço no ponto em que foi desalojado), sendo que cada classe de clientes pode ter uma distribuição do tempo de serviço diferente. Essas distribuições devem ter transformadas de Laplace racionais.

A representação do estado S do sistema de filas é $S = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$, onde x_i representa as condições reinantes no nó i. A interpretação dos x_i depende do tipo do nó i, cada x_i um vetor que descreve o número de clientes de cada classe, sua ordenação na fila e, no caso de atendimento não-exponencial, o estágio do atendimento. Pode-se notar que a descrição de estado usada por Muntz e Baskett é bastante pormenorizada.

À semelhança do trabalho de Jackson (3), tem-se que, para um cliente da classe l:

$$e_{il} = \gamma_{il} + \sum_{j=1}^{N} \sum_{m=1}^{L} e_{jm} r_{jm;il} \tag{2.2.11}$$

semelhante à equação (2.2.1) vista anteriormente.

Para classes que pertencem ao fluxo fechado, tem-se $\gamma_{il} = 0$, e o sistema (2.2.11) é indeterminado; e_{il} expressa então a utilização relativa do nó i com relação à classe l.

Para uma classe que pertence ao fluxo aberto, $\gamma_{il} \neq 0$, e e_{il} corresponde à taxa média de chegadas de clientes da classe l no nó i (de fontes externas e internas, combinadamente).

Os autores chegaram então ao seguinte resultado:

$$p(S = x_1, x_2, \ldots, x_N) = G\, d(S) f_1(x_1) f_2(x_2) \ldots f_N(x_N)\,, \tag{2.2.12}$$

onde G é a constante de normalização para que a soma das probabilidades de estados seja 1, $d(S)$ é uma função do número de clientes no sistema, e f_i é uma função que depende do nó i.

Como o estado S contém muitas informações que em geral são de pouca valia para a análise de desempenho do sistema, os autores calcularam as probabilidades marginais usando como estado simplesmente o número total k_i de clientes em cada nó i (eliminando a distinção de classe e estágio de atendimento); conforme Kleinrock (32), tem-se então:

$$p(k_1, k_2, \ldots, k_N) = G' h_1(k_1) h_2(k_2) \ldots h_N(k_N)\,, \tag{2.2.13}$$

onde G' é a nova constante de normalização , e

$$h_i(k_i) = \begin{cases} \left(\sum_{l=1}^{L} \frac{e_{il}}{\mu_{ik_i}}\right)^{k_i}, & \text{se nó tipo 1;} \\ \left(\sum_{l=1}^{L} \frac{e_{il}}{\mu_{il}}\right)^{k_i}, & \text{se nó tipo 2 ou 4;} \\ \frac{1}{k_i!}\left(\sum_{l=1}^{L} \frac{e_{il}}{\mu_{il}}\right)^{k_i}, & \text{se nó tipo 3.} \end{cases} \tag{2.2.14}$$

sendo

$\frac{1}{\mu_{il}}$ = tempo médio de atendimento para um cliente da classe l no nó i;

$\frac{1}{\mu_{ik_i}}$ = tempo médio de atendimento da distribuição exponencial no nó i quando k_i clientes estão presentes e igual para toda classe.

Esse resultado dos estados agregados mostra que, apesar de se considerar distribuições diferentes da exponencial nos centros tipo 2,3 e 4, apenas seus tempos médios de atendimento aparecem em (2.2.13), da mesma forma que os tempos exponenciais.É importante notar que os efeitos devidos às classes diferentes permanecem, pois as médias $1/\mu_{il}$ para cada classe estão na solução .

O cálculo de G' é também mais simples, uma vez que o espaço dos estados agregados é menor do que o dos estados usados em (2.2.12).

Com relação à estabilidade do sistema, e, portanto, se o regime é estacionário ou não, Reiser e Kobayashi (33) verificaram que basta analisar o índice de trafego das cadeias referentes aos fluxos abertos (externos), que é dado em um nó i, por

$$\rho_i^e = \sum_{m \in B} \rho_{im}\,, \tag{2.2.15}$$

onde B é o conjunto formado por todas as classes que tem chegadas e saídas externas, ou seja, formam um sub-rede aberta, sendo:

$$\rho_{im} = \frac{e_{im}}{\mu_{im}}.$$

A condição necessária e suficiente para o sistema ser estável é que $\rho_i^e \leq 1$, ou seja, apenas os fluxos abertos tem influência na estabilidade de uma rede mista; os fluxos fechados não tem qualquer influência na estabilidade.

2.3 – Método de Convolução

O método de convolução foi desenvolvido inicialmente por Buzen (10) para resolução de redes fechadas de filas que seguem as hipóteses do modelo de Gordon e Newell, conforme o sub-ítem 2.2.2. Conforme Lavenberg (34), Sauer e Chandy (34) e Kobayashi (36), o método é uma forma computacionalmente eficiente e numericamente tratável para determinar $G(K)$.

Conforme visto no ítem 2.2.2, para uma rede fechada com N nós, com tempos de atendimento exponenciais (c_i postos de serviço por nó i) e K clientes circulando na rede, a solução tem a forma:

$$p(k_1, k_2, \ldots, k_N) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^{N} \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)}\,, \tag{2.2.7}$$

e a constante de normalização é calculada por:

$$G(K) = \sum_{\mathbf{k} \in \mathbf{A}} \prod_{i=1}^{N} \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)}\,. \tag{2.2.8}$$

Se todos os nós tiverem apenas um posto de atendimento, as equações acima se simplificam para:

$$p(k_1, k_2, \ldots, k_N) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^{N} x_i^{k_i}\,, \tag{2.3.1}$$

e

$$G(K) = \sum_{\mathbf{k}\in\mathbf{A}} \prod_{i=1}^{N} x_i^{k_i} . \tag{2.3.2}$$

Assim, o número de termos que devem ser somados para determinar $G(K)$ é, conforme Kobayashi (36), $\binom{N+K-1}{N-1}$, que é muito grande para se determinar mesmo para valores moderados de N e K.

Buzen (10) descobriu propriedades interessantes em $G(K)$, que derivam da solução em forma de produto e permitem o uso de técnicas recursivas para o seu cálculo.

O método permite o cálculo da solução para os seguintes modelos:

a. Rede fechada com uma única cadeia;

b. Rede fechada com cadeias múltiplas;

c. Rede mista com cadeias múltiplas.

Uma cadeia é definida como um conjunto de classes na rede onde qualquer par de classes l e m podem intercambiar um cliente entre sí (ou seja, um cliente da classe l pode ser um cliente da classe m e vice-versa), e uma classe t, que não pertença a este conjunto, não pode passar um cliente para uma classe do conjunto nem pode receber um cliente de uma classe do conjunto .

O método de convolução deve o nome à maneira pela qual a constante de normalização $G(K)$é obtida dos fatores $X_i^{k_i}/\beta_i(k_i)$ da equação (2.2.7), que é semelhante à convolução de distribuições de probabilidade discretas.

Para ilustrar o método, está apresentada a seguir a forma de solução para uma rede fechada com cadeia única.

Conforme Buzen (10), usa-se a seguinte função auxiliar:

$$g(n,k) = \sum_{\mathbf{k}\in\mathbf{A}} \prod_{i=1}^{n} \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)} . \tag{2.3.3}$$

No caso, tem-se:

$$g(N,k) = G(k), \text{ para } k = 0,1,\ldots,K.$$

Assim, para $n > 1$, prova-se a seguinte recursão:

$$g(n,k) = \sum_{i=0}^{k} \frac{(X_n)^i}{\beta_n(i)} g(n-1,k-i) . \tag{2.3.4}$$

De (2.3.3), tiram-se as seguintes condições de contorno:

$$\begin{cases} g(1,k) = \dfrac{(X_1)^k}{\beta_1(k)} \\ g(n,0) = 1 . \end{cases} \tag{2.3.5}$$

A partir das equações (2.3.5), usa-se recursivamente a equação (2.3.4) até chegar-se a $g(N,K) = G(K)$.

Para se determinar X_i, usa-se a equação (2.2.11), onde $\gamma_{il} = 0$ e $\mu_i x_i = \sum_l e_{il}$, pois só há uma única cadeia e, por hipótese, os tempos de atendimento são exponenciais e homogêneos em um dado nó.

Como trata-se de uma rede fechada, os X_i são indeterminados a menos de uma constante multiplicativa qualquer; assim, pode-se escolher valores arbitrários para os X_i, desde que obedeçam as relações estabelecidas na resolução do sistema linear (2.2.11). A escolha desses valores deve basear-se no fato de que podem existir problemas numéricos de instabilidade (*overflow* ou *underflow*), pois a recursão expressa na equação (2.3.4) implica em um grande número de multiplicações e somas dos X_i, que podem exceder os dígitos significativos do equipamento usado (computador ou calculadora).

Para se comparar a eficiência desse método, ele necessita de apenas $2KN(K+1)$ operações aritméticas, contra as $\binom{N+K-1}{N-1}$ equações pela forma tradicional (Buzen (10)).

Foram desenvolvidas diversas extensões para o método de Buzen, as quais, por usarem os mesmos conceitos básicos e terem apenas maior dificuldade algébrica, não são descritas neste trabalho. O algoritmo para resolução de redes fechadas com cadeias múltiplas está em Chandy, Herzog e Woo (37); redes mistas com múltiplas cadeias estão tratadas em Reiser e Kobayashi (37). Uma forma de controlar problemas de instabilidade numérica desses algoritmos, utilizando técnicas de redução de escala de $g(n,k)$, está em Sauer e Chandy (38) e Lavenberg (39). Um desenvolvimento que aproveita uma topologia particular é o algoritmo de convolução em árvore, de Lam e Lien (40), que serve para redes fechadas com cadeias esparsas.

2.4 – Método da Análise do Valor Médio (MVA)

Esse método foi introduzido inicialmente por Reiser e Lavenberg (11) para a solução de redes fechadas com cadeias múltiplas. Conforme Lavenberg (41) e Reiser (42), é possível extender-se o algoritmo para redes mistas.

A motivação básica para o seu desenvolvimento é que esse método não utiliza a constante de normalização e, portanto, evita os problemas numéricos associados ao seu cálculo. Para tal, se usam as relações recursivas existentes entre os tempos médios de fila em uma dada rede e as medidas de desempenho da mesma rede com um cliente a menos.

Além disso, conforme Reiser e Lavenberg (11), a distribuição conjunta de probabilidades da rede contém, em princípio, informações em demasia. Para uma análise de desempenho prática, parâmetros quantitativos mais simples, como fila média, tempo médio no sistema, índices de tráfego ou utilizações e taxas de saída, são os realmente necessários. Como o método do valor médio trabalha diretamente com esses valores, ele não necessita, como o algoritmo de convolução, de um trabalhoso cálculo posterior para determinar esses parâmetros.

Partindo da solução de Muntz e Baskett (equações (2.2.12) e (2.2.13)) e adotando as mesmas hipóteses do sub-ítem 2.2.3, Reiser e Lavenberg (11) demonstraram que, para um nó i com c_i centros de atendimento e disciplina FCFS, tem-se:

$$W_{il}(\mathbf{K}) = \frac{1}{\mu_{il}} + \frac{1}{\mu_{il}c_i}\left(Q_i(\mathbf{K} - \mathbf{e}_l) + PB_i(\mathbf{K} - \mathbf{e}_l)\right), \tag{2.4.1}$$

onde:

W_{il} = tempo médio no nó i de um cliente da cadeia l;

$\mathbf{K} = (k_1, k_2, \ldots, k_n)$

= vetor do tamanho da população em cada cadeia l,para $j = 1, 2, \ldots, L$;

μ_{il} = taxa média de atendimento de clientes da cadeia l no nó i;

Q_i = fila média (exclui os clientes em atendimento) no centro i;

$\mathbf{e}_l$ = vetor L-dimensional unitário na direção l;

$PB_i = \frac{1}{c_i}\sum_{i=c_i}^{k-l} p(i, \mathbf{K} - \mathbf{e}_l)$,

= probabilidade estacionária de que todos os postos de serviço do nó estão ocupados

No caso de um nó i ter apenas um posto de atendimento ($c_i = 1$), as disciplinas podem ser FCFS, PS ou LCFSPR, e a expressão acima se reduz para:

$$W_{il}(\mathbf{K}) = \frac{1}{\mu_{il}}(1 + L_i(\mathbf{K} - \mathbf{e}_l)), \tag{2.4.2}$$

onde L_i é o número médio de clientes no nó i (inclui clientes em atendimento).

Naturalmente, para nós com capacidade de atendimento infinita:

$$W_{il}(\mathbf{K}) = \frac{1}{\mu_{il}}. \tag{2.4.3}$$

Para melhor se compreender o mecanismo das recursões necessárias, os autores aplicaram o algoritmo para o caso inicial de uma rede apenas com nós com um único servidor ou com número infinito de servidores. Assim, eles aplicaram a fórmula de Little a cada cadeia e a

cada nó nas equações (2.4.2) e (2.4.3) e obtiveram, para uma cadeia l fechada e um dado nó j:

$$\lambda_{jl} = \frac{K_l}{\sum_{i \in S(l)} \theta_{il} W_{il}}, \tag{2.4.4}$$

onde:

λ_{jl} = taxa média de chegada de clientes da cadeia l no centro j;

K_l = número médio de clientes na cadeia l;

$S(l)$ = conjunto de nós que são visitados por clientes da cadeia l;

θ_{il} = número médio de visitas que um cliente da cadeia l faz ao nó i durante o intervalo entre duas chegadas sucessivas no nó j; é a resolução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}_l = \boldsymbol{\theta}_l \mathbf{R} \\ \theta_{jl} = 1 \end{cases} \tag{2.4.5}$$

sendo $\boldsymbol{\theta}_l$ o vetor (θ_{il}) e $\mathbf{R}$ a matriz $(r_{il;jm})$.

O sistema linear (2.4.4) é exatamente o sistema (2.2.11) com $\gamma_{il} = 0$ e fixado com relação ao nó j.

Aplicando-se a fórmula de Little para cada nó i:

$$L_{il} = \lambda_{il} \theta_{il} W_{il}, \tag{2.4.6}$$

onde L_{il} é o número médio de clientes da cadeia l no nó i.

E pode-se obter, para o nó i:

$$L_i = \sum_{k \in L(i)} L_{ik}, \tag{2.4.7}$$

onde $L(i)$ é o número de cadeias k que passam pelo nó i; sendo que L_i pode ser usado para uma nova iteração em (2.4.2).

Desta forma, partindo-se de $L_{il}(0) = 0$, com iterações sequencialmente em $i = 1, \ldots, N$; $l = 1, 2, \ldots, L$ e $k_1 = 0, 1, \ldots, K_1$; $k_2 = 0, 1, \ldots, K_2$; até $k_l = 0, 1, \ldots, K_L$, pode-de calcular primeiro (2.4.4), (2.4.6) e (2.4.7), e retornando para calcular (2.4.2).

Informalmente, o algoritmo é:

0. Fazer $\mathbf{i} = (i_1, i_2, \ldots, i_L)$, que é um vetor com índices L-dimensionais, $i_1 = 0, 1, \ldots, K_1$; $i_2 = 0, 1, \ldots, K_2$; $\ldots$ $i_L = 0, 1, \ldots, K_L$, e $\delta(i) = 1$ se $i > 0$ e $\delta(0) = 0$.

1. Fazer $1 + L_j = 1$, para todo $j = 1, 2, \ldots, N$.

2. (ciclos principais) Para $i_1 = 0, 1, \ldots, K_1$; $i_2 = 0, 1, \ldots, K_2$; $\ldots$ $i_L = 0, 1, \ldots, K_L$, realizar os passos 3 a 5 (i_1 é percorrido primeiro).

3. Fazer, para todo $l = 1, 2, \ldots, L$ e $j \in S(l)$:

$$\theta_{jl} W_{jl} = \begin{cases} (\theta_{jl}/\mu_{jl})\delta(i_l), & \text{se nó tipo 3 (__/G/}\infty\text{)}, \\ (\theta_{jl}/\mu_{jl})(1 + L_j(\mathbf{i} - \mathbf{e}_l)), & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

4. Fazer, para todo $l = 1, 2, \ldots, L$:

$$\lambda_l = \frac{i_l}{\sum_{j \in S(l)} \theta_{jl} W_{jl}}$$

5. Fazer, para todo $j = 0, 1, \ldots, N$:

$$1 + L_j(\mathbf{i}) = 1 + \sum_{l \in L(j)} \lambda_l \theta_{jl} W_{jl}.$$

Como pode-se notar no algoritmo acima, não há a necessidade de calcular a constante de normalização : esta é a principal vantagem do método do valor médio com relação ao da convolução, como foi dito anteriormente. Conforme os autores, o esforço computacional dos dois métodos para um dado problema de rede de filas (com nós com um único servidor ou com infinitos servidores) é praticamente o mesmo; o método dos valores médios tem uma desvantagem em memória necessária (da ordem de $N/2$).

A extensão do algoritmo acima para o caso de centros i com c_i postos de atendimento, conforme foi colocada no texto original (Reiser e Lavenberg (11)), apresentou problemas de

instabilidade numérica quando aplicado a alguns casos particulares de redes de filas, o que foi reportado por Sauer e Chandy (43). Reiser (42) propõe uma modificação no MVA, para superar esse problema para redes com servidores dependentes do tamanho da fila (o caso de um nó com c_i postos de atendimento idênticos é um caso particular), além de desenvolver um híbrido do MVA com o algoritmo de convolução , que chama de NCA (algoritmo de convolução normalizada). O NCA divide a rede em duas sub-redes, uma com nós com servidores únicos por nó, ou com infinitos servidores, e uma outra sub-rede com nós com servidores com taxas de atendimento dependentes do tamanho da fila: para a primeira sub-rede, usa-se o MVA, que então fornece as condições de contorno para o algoritmo de convolução, para explorar suas melhores propriedades para o caso da segunda sub-rede.

A partir do MVA foi desenvolvido por Chandy e Sauer (44) o LBANC, algoritmo para cálculo de constantes de normalização por balanço local. Uma vez que o LBANC não oferece vantagens computacionais comparados com o MVA e o método de convolução , ele não será tratado aqui.

Finalmente, Tucci e Sauer (45) desenvolveram um novo algoritmo baseado no MVA, chamado de MVA com árvore binária, onde usaram o conceito de hierarquização de sub-redes em árvores binárias desenvolvido por Lam e Lien (40). Esses autores comentam que, usando esse conceito, conseguiram uma versão do MVA eficiente para tratar redes com nós com servidores com taxa de atendimento dependente do tamanho da fila.

Assim, completa-se o tratamento dado neste trabalho para a descrição dos principais modelos e algoritmos eficientes para a resolução de modelos analíticos de redes de filas em equilíbrio estocástico. Os resultados aqui abordados são ditos exatos, pois foi possível determinar matematicamente a forma geral da solução desses modelos, que sempre assumiu a forma de um produto de probabilidades marginais. As principais hipóteses foram de, para nós com disciplina FCFS, permitir-se apenas distribuições exponenciais de tempo de atendimento, para nós com disciplina LCFSPR e PS, apenas um único posto de serviço com distribuição de tempo de atendimento com transformada de Laplace racional, e nós com disciplina e distribuição de tempo de atendimento genéricas, mas com infinitos postos de serviço.

3 — MÉTODOS ANALÍTICOS APROXIMADOS

3.1 – Introdução

Apesar dos modelos analíticos exatos cobrirem uma grande variedade de possibilidades, os sistemas de redes de filas reais muitas vezes violam as hipóteses para se obter uma solução em forma de produto. Como então não se consegue ter alguma garantia a *priori* de uma boa aderência do modelo exato, pode-se usar modelos de simulação estocástica (como é feito tradicionalmente), ou se partir para métodos analíticos aproximados.

Portanto, o desenvolvimento dos métodos aproximados se deve basicamente à necessidade de se escapar das restrições contidas nas hipóteses dos modelos exatos, ou seja, para se levar em conta:

a. Transientes que podem ocorrer em sistemas reais;

b. Taxas de chegadas regidas por distribuições diferentes da Poisson e tempos de atendimento regidos por distribuições outras que a exponencial;

c. Outras disciplinas de fila, inclusive com prioridades diferentes para diversas classes de clientes;

d. Filas finitas devido à capacidade limitada da área de espera (por exemplo, um pátio de terminal, um posto de gasolina), ocasionando bloqueio ou desistência;

e. Ocupação de mais de uma facilidade por um cliente (por exemplo, um navio ocupando um certo comprimento de cais e diversos guindastes para descarga).

Outra razão para o uso de métodos aproximados é a impossibilidade de se usar métodos exatos para certos sistemas muito complexos (por exemplo, com dezenas de nós, grande número de classes e centenas de clientes), pois implicaria em excessivo tempo de processamento

para o cálculo numérico da solução, ou se caso o equipamento disponível for incapaz de tratar o problema.

Este trabalho trata de dois métodos básicos para a resolução de modelos analíticos aproximados: a aproximação por analogia fluida e o método de equivalência e decomposição.

A aproximação por analogia fluida é também conhecida por fila determinística, sendo que é uma simplificação bastante forte da realidade, pois não leva em conta variações estocásticas, trabalhando apenas com os valores médios como se fossem determinísticos (ver Newell (17)). Outra aproximação que faz é substituir os eventos discretos por eventos contínuos, servindo portanto para modelar sistemas onde o fluxo é grande. Sua grande vantagem reside no fato de ser a única metodologia que permite modelar sistemas onde existam transientes, de maneira mais ou menos simples. Existe outro método aproximado que também permite alguns modelos com transiente, que é o método da aproximação por difusão, que é bastante mais complexo, uma vez que está baseado no uso da distribuição normal, levando em conta efeitos aleatórios da variância da distribuição . Por ter soluções apenas para alguns poucos casos de rede fechada de filas, tendo assim utilidade limitada, esse método não será abordado neste trabalho. Para maiores detalhes neste último método, consultar Kobayashi (18) e Chandy e Sauer (46).

O método da equivalência e decomposição se baseia, segundo Courtois (15), na construção de um modelo hierárquico, onde nós são agregados em sub-redes que são então consideradas como nós de um sistema mais simples, e , portanto, de solução mais rápida. Essa decomposição em sub-redes deve ser feita de forma a manter uma equivalência do fluxo dos nós agregados para o resto da rede. Conforme Chandy e Sauer (46), esse método é bastante geral, pois o comportamento de uma sub-rede pode ser estimado por qualquer método: exato, aproximado ou mesmo por regressão múltipla ou simulação.Grande esforço tem sido dispendido então para estudar sua aplicação e escopo, tendo surgido,por exemplo, aplicações para análise de arranjo interno de facilidades (vide Smith e Bouanaka (47)). O método é indicado para modelos que tenham as hipóteses listadas de b. a e. neste ítem.

A seguir, os dois métodos escolhidos estão descritos com mais detalhes.

3.2 – Métodos Determinísticos

Existem diversos nomes para designar esses métodos: fila determinística, analogia fluida ou aproximação por escoamento fluido contínuo.

Como já foi rapidamente comentado no ítem anterior, a aproximação por analogia fluida é uma simplificação bastante forte dos modelos estocásticos, uma vez que se trabalha com valores médios dos fluxos como se estes fossem determinísticos, não se levando em conta as variações aleatórias.

A justificativa para o uso de médias está exposto em Newell (17) e Kleinrock (48); ao se aproximar um processo de eventos discretos como uma fila por um processo contínuo de escoamento, deve-se verificar uma hipótese importante: a magnitude dos incrementos discretos originais deve ser pequena comparada com o valor médio da taxa (fluxo) de escoamento, isto é, quando os incrementos relativos são pequenos.

Tal hipótese é a conseqüência, do ponto de vista empírico, de condições de tráfego pesado no sistema, ou seja, quando as filas que se formam são muito maiores que um e os tempos de espera no sistema são grandes comparados com os tempos de atendimento. Assim, modelos determinísticos se prestam muito bem a condições de sobrecarga e saturação em um sistema de filas.

Deve-se destacar que, por não se levar em conta as variações aleatórias, os métodos determinísticos levam a fila zero para o caso de sistemas em equilíbrio ($\rho_j < 1$).

Como nos modelos tradicionais de filas, para um nó qualquer j, define-se (vide Kleinrock (48)):

$$\alpha_j(t) \triangleq \text{número de chegadas no intervalo } (0,t); \tag{3.2.1}$$

$$\delta_j(t) \triangleq \text{número de saídas no intervalo } (0,t); \tag{3.2.2}$$

$$N_j(t) = \text{número de clientes no sistema no instante } t.$$

Tem-se que:

$$N_j(t) = \alpha_j(t) - \delta_j(t)\,, \text{ para } N(0) = 0. \tag{3.2.3}$$

Pela hipótese de incrementos relativos pequenos, tem-se que:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\alpha_j(t) - \overline{\alpha_j(t)}}{\overline{\alpha_j(t)}} = 0 \tag{3.2.4}$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\delta_j(t) - \overline{\delta_j(t)}}{\overline{\delta_j(t)}} = 0 \tag{3.2.5}$$

E pode-se escrever (3.2.3), com a hipótese de escoamento contínuo determinístico, a função do tempo:

$$N_j(t) = \overline{\alpha_j(t)} - \overline{\delta_j(t)}. \tag{3.2.6}$$

Fazendo-se:

$$\lambda_j(t) \triangleq \frac{d\overline{\alpha_j(t)}}{dt} = \text{ taxa de chegada no instante } t; \tag{3.2.7}$$

$$\mu_j(t) \triangleq \frac{d\overline{\delta_j(t)}}{dt} = \text{ taxa de saída no instante } t, \tag{3.2.8}$$

obtém-se:

$$N_j(t) = \overline{\alpha_j(0)} - \overline{\delta_j(0)} + \int_0^t \big(\lambda_j(y) - \mu_j(y)\big)\, dy \tag{3.2.9}$$

ou

$$N_j(t) = N_j(0) + \int_0^t \big(\lambda_j(y) - \mu_j(y)\big)\, dy \tag{3.2.10}$$

A equação (3.2.10) expressa o estado no nó j em um instante qualquer, lembrando que:

$$\alpha_j(t) \geq \delta_j(t), \quad \forall t, \tag{3.2.11}$$

e

$$\mu_j(t) = \begin{cases} \mu_j(t), & \text{se } N(t) > 0; \\ \lambda_j(t), & \text{se } N(t) = 0. \end{cases} \tag{3.2.12}$$

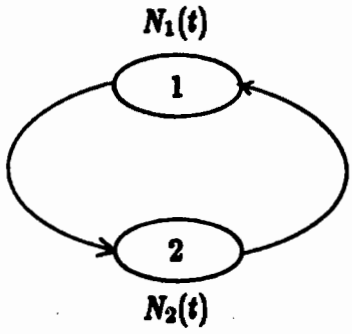


Figura 3.1 – Fila cíclica determinística.

Um exemplo trivial de fila cíclica determinínistica está ilustrado na figura 3.1, acima.

Pelas ligações da figura, tem-se que $\lambda_1(t) = \mu_2(t)$ e $\lambda_2(t) = \mu_1(t)$. Assim:

$$\begin{cases} N_1(t) = N_1(0) + \int_0^t \left(\lambda_1(y) - \lambda_2(y)\right) dy \\ N_2(t) = N_2(0) + \int_0^t \left(\lambda_2(y) - \lambda_1(y)\right) dy \end{cases} \tag{3.2.13}$$

Tendo-se a condição de contorno $N_j(0)$, pode-de integrar o sistema (3.2.13) até o intervalo t desejado.

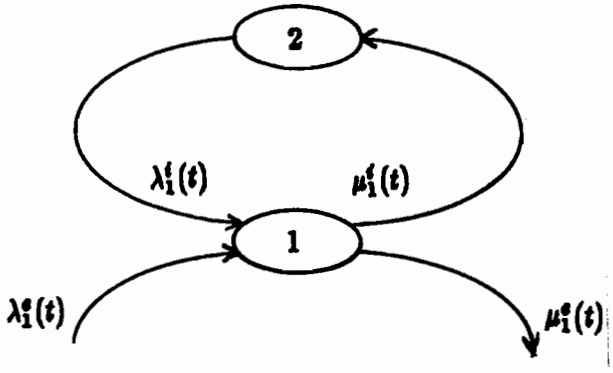


Figura 3.2 – Rede mista determinística.

Para o caso de uma rede mista (Figura 3.2), o nó onde se dá o fluxo misto deve ter duas cadeias distintas: uma para o fluxo fechado e outra para o fluxo aberto. No caso (o sobrescrito

i indica a cadeia fechada e o sobrescrito e, a cadeia aberta):

$$\begin{cases} N_1(t) = N_1^i(t) + N_1^e(t) \\ N_1^i(t) = N_1^i(0) + \int_0^t \left(\lambda_1^i(y) - \mu_1^i(y)\right) dy \\ N_1^e(t) = N_1^e(0) + \int_0^t \left(\lambda_1^e(y) - \mu_1^e(y)\right) dy \\ N_2(t) = N_2(0) + \int_0^t \left(\mu_1^i(y) - \lambda_1^i(y)\right) dy, \end{cases} \tag{3.2.14}$$

que é um sistema indeterminado. A equação faltante relaciona os fluxos das duas cadeias no nó 1, uma vez que competem pela mesma facilidade:

$$\mu_1(t) = \mu_1^i(t) + \mu_1^e(t)\,, \tag{3.2.15}$$

onde $\mu_1(t)$ pode ser determinada conforme (3.2.12).

Um critério para definir μ_1^i e μ_1^e seria fazer as taxas proporcionais ao número de elementos de cada cadeia presentes no nó 1, assim:

$$\mu_1^i(t) = \frac{N_1^i(t)}{N_1(t)}\,\mu_1(t)\,, \tag{3.2.16}$$

$$\mu_1^e(t) = \frac{N_1^e(t)}{N_1(t)}\,\mu_1(t)\,. \tag{3.2.17}$$

As equações (3.2.14) a (3.2.17) definem o sistema de equações que dá a cinemática da rede considerada; com as condições de contorno de $t = 0$, pode-se então integrar o sistema até o instante t desejado.

Para se calcular a resolução de um modelo de redes por analogia fluida, deve-se então integrar um sistema de equações de diferenças; pode-se usar então diversos métodos numéricos, como Runge-Kutta, preditor-corretor, etc. A utilização de pacotes de computador já prontos facilita a tarefa, permitindo a utilização inclusive de funções de tempo de atendimento complicadas, para as quais a solução analítica do sistema seja muito trabalhosa ou impossível (por exemplo, funções com degraus, rampas e patamares). Um "software" adequado para esse tipo de modelo é, por exemplo, o *DYNAMO* ou equivalente, como o *CSMP* (vide Yoshizaki (49)).

A analogia fluida é indicada, então, para sistemas onde hajam nós sobrecarregados ou saturados e/ou onde os parâmetros das distribuições da taxa de chegada ou tempo de atendimento variem com o tempo (transientes), impossibilitando o uso dos métodos analíticos exatos.

3.3 – Método de Equivalência e Decomposição

Também conhecido como método de agregação ou método do teorema de Norton (analogia a um teorema de circuitos elétricos).

Conforme Sauer e Chandy (50), esse método se baseia na substituição de um subconjunto de nós de uma dada rede por uma única fila cuja taxa de atendimento é função do comprimento da fila. Essa fila agregada deve se comportar como a sub-rede relacionada na sua interação com o resto das filas que compõe a rede, isto é, a fila agregada deve ser *equivalente* em termos de fluxo de clientes à sub-rede que ela substituiu. Como a rede daí resultante é menor e portanto tem menos estados, ela tem uma solução mais fácil. Caso ainda seja muito complexa para permitir uma solução, pode-se identificar um novo subconjunto e fazer nova agregação, e assim por diante, realizando-se a *síntese* da rede até esta ter um porte tal que permita a sua solução .

Que critérios permitem identificar os subconjuntos a serem agregados?

De acordo com Courtois (15), o método se baseia no reconhecimento de que, na maioria dos sistemas de redes de filas, as variáveis de estado podem ser classificadas em um pequeno número de grupos, tais que:

- as interações **dentro** dos grupos podem ser estudadas como se as interações **entre** os grupos não existissem;

- as interações **entre** os grupos podem ser analisadas sem levar em conta as interações **dentro** dos grupos.

Essa hipóteses ocorrem quando as variáveis de estado dentro de um grupo dependem apenas das variáveis de estado no *mesmo* grupo. O sistema é dito então como *totalmente desagregável* em tantos subsistemas quantos grupos existirem.

Um bom exemplo de uma rede desagregável é o modelo de Jackson (3), visto no sub-ítem 2.2.2, onde um grupo i se identifica em um único nó j do sistema, isto é, podem existir tantos grupos quantos nós existirem na rede.

Ainda conforme Courtois (15), esse método permite boas aproximações para sistemas onde as interações entre os grupos existem mas são *fracas* comparadas com as interações dentro dos grupos. Tais sistemas são ditos *quase totalmente desagregáveis*. Demonstra-se que tais sistemas tem dois comportamentos distintos: a dinâmica de curto prazo e a dinâmica de longo prazo.

Na dinâmica de curto prazo, o equilíbrio estocástico local é devido às interações fortes dentro de cada subsistema, quase independentemente dos outros subsistemas.

Na dinâmica de longo prazo, as interações fracas entre os grupos são importantes, e o sistema como um todo alcança um equilíbrio local, mantendo aproximadamente os valores de equilíbrio relativos das variáveis de estado de cada subsistema ao final da análise de dinâmica de curto prazo.

Estas duas propriedades então indicam um critério para a decomposição de um sistema quase totalmente desagregável e a agregação dos elementos em subsistemas: pode-se analisar a dinâmica de curto prazo, *de modo aproximado*, de cada sistema isolado, e o seu equilíbrio local pode ser representado por uma ou poucas variáveis agregadas; analisar-se-ia então a dinâmica de longo prazo como um conjunto de interações entre essas variáveis, as interações dentro de cada subsistema sendo naturalmente ignoradas.

Deve-se ressaltar que assumir a decomposição e agregação no caso de sistemas quase totalmente desagregáveis é uma aproximação; esse método é estritamente heurístico no sentido

em que ele não é, de maneira formal, analiticamente exato.

Um dos problemas deste método é a dificuldade não-trivial de quantificar o erro com relação a uma solução exata (pois a mesma pode não existir). Assim, a determinação da aderência depende então da comparação direta do modelo com o sistema real (vide Sauer e Chandy (50)).

Demonstra-se (vide Chandy *et alii* (37) e (16)), que os modelos de redes de filas com solução em forma de produto, vistos no Capítulo 2, podem ser analisados de modo exato por este método, uma vez que são totalmente desagregáveis.

Esse último resultado é particularmente interessante, pois permite identificar mais um critério para usar-se o método de equivalência e decomposição : conforme Lavenberg (51), se uma rede *quase* atende as hipóteses para ter uma solução em forma de produto, pode-se supor que sua decomposição baseada na equivalência de fluxos de um modelo exato correspondente (isto é, caso as hipóteses para solução em forma de produto fossem atendidas) levaria a erros aceitáveis. É difícil definir quão próximo um modelo está da solução em forma de produto, mas algumas regras empíricas podem basear uma decisão, como, por exemplo:

a. Quantos nós violam as hipóteses para a solução em forma de produto?

b. Qual a "gravidade" do afastamento dessas hipóteses para esses nós?

c. Qual a carga relativa nesses nós? Se for um nó pouco requisitado, as filas podem ser desprezíveis e ele pode ser tratado como uma fila $_/G/\infty$.

Os dois critérios mencionados, ou seja, o grau de *desagregabilidade* de uma rede em sub-redes, e a proximidade de uma solução em forma de produto, podem ser considerados como suficientes para justificar o uso do método, embora um não necessite do outro; não são critérios também necessários para uma boa aderência do modelo, podendo haver casos onde o método de equivalência e decomposição é eficaz e o seu modelo não atende nenhum dos dois critérios

acima (por exemplo, na análise assintótica de uma rede fechada, vide Kleinrock (52)).

Para ilustrar a técnica, está mostrado a seguir um exemplo que permite explorar suas características básicas. Para tanto, na rede da figura 3.3, apenas o centro 1 viola a forma de produto, sendo uma fila $_/E_r/1$, disciplina FCFS, onde E_r denota um atendimento com distribuição de Erlang de ordem r. Os outros nós são $_/M/\infty$, com tempos médios de atendimento $1/\mu_j$, para $j = 2, 3, 4$. Só existe uma classe de clientes, todos homogêneos.

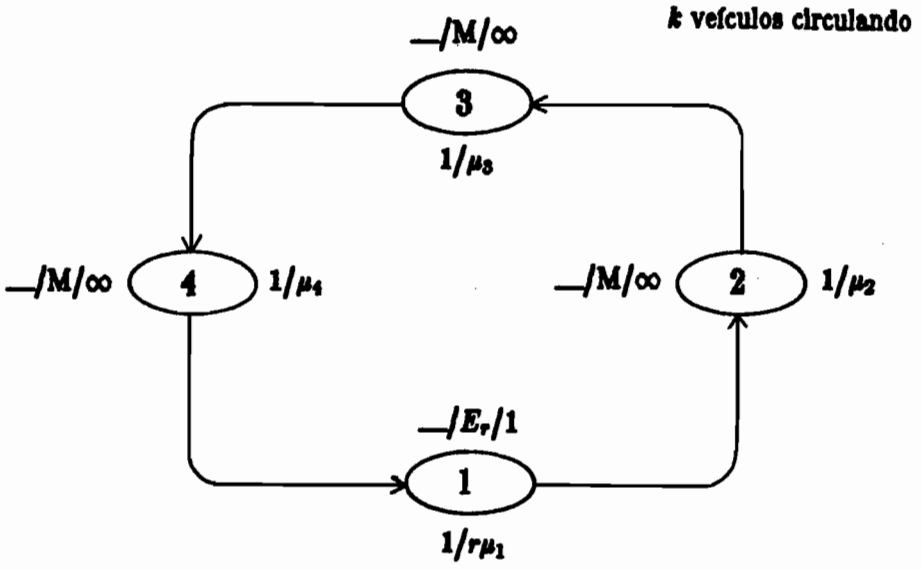


Figura 3.3 Modelo de rede com ciclo fechado.

Esse exemplo representa um sistema de transporte onde o nó 1 representa um terminal onde há apenas uma facilidade de atendimento, com tempo médio de atendimento $1/r\mu_1$, o nó 2 o tempo de viagem de um veículo até o destino, com média $1/\mu_2$ e distribuição exponencial (os destinos estão espalhados por diversos lugares), o nó 3 o tempo de descarga no destino, com média $1/\mu_3$ e distribuição exponencial, e o nó 4 o tempo de viagem do veículo até o terminal, com média $1/\mu_4$ e distribuição exponencial.

A idéia básica é resolver a rede simplificada mostrada na figura 3.4.

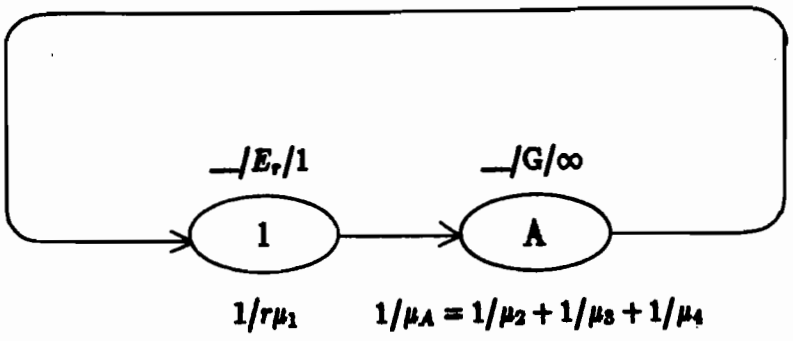


Figura 3.4 Rede de agregação .

Para encontrar-se a fila equivalente a A, que agrega os nós 2, 3 e 4, curto-circuita-se o complemento da rede agregada em relação à figura 3.4, obtida na figura 3.5, a seguir.

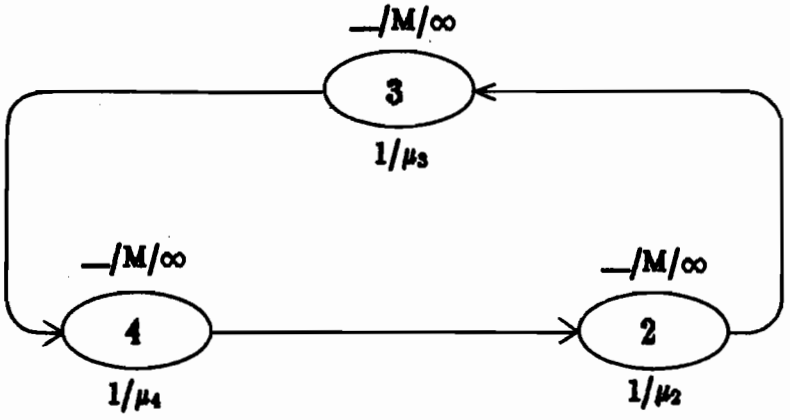


Figura 3.5 Subconjunto a ser agregado.

A rede acima é simples de resolver usando um modelo exato, resultando no nó A da figura 3.4.

Para a rede agregada é possível encontrar uma cadeia de Markov associada, caso se decompuzer o nó com distribuição de Erlang em estágios (vide Kleinrock (53)), e trabalhar com uma definição de estado no sistema que leve em conta os estágios da distribuição de Erlang

no mesmo. Diversas técnicas podem ser usadas para então solucionar o processo de Markov encontrado (vide Sauer e Chandy (54)).

Para o caso de uma rede com diversos nós que não obedeçam as hipóteses para solução em forma de produto, uma extrapolação da fórmula acima é realizada iterativamente, nó a nó, até a convergência dos fluxos equivalentes, conforme pode ser encontrado em Lavenberg (55). Para uma discussão mais profunda e alguns exemplos, vide Chandy e Sauer (46) e Courtois (15), onde modelos de redes com filas limitadas e ocupação de mais de uma facilidade são explorados.

Aqui se completa a descrição dos principais métodos aproximados de redes de filas: a aproximação por analogia fluida é recomendada para sistemas onde haja nós com sobrecarga e tráfego pesado, permitindo inclusive a análise de transientes; a aproximação por equivalência e decomposição é um método mais geral para a análise de modelos complexos de filas em equilíbrio estocástico, sendo indicado para sistemas que não possam ser modelados por redes com solução em forma de produto.

4 — EXEMPLO 1: MÉTODO ANALÍTICO EXATO

Conforme visto nos capítulos anteriores, existe uma variedade muito grande de modelos analíticos de redes de filas. Como foi comentado na Introdução (Capítulo 1), a grande maioria deles foi desenvolvida por cientistas e engenheiros da área de Computação, área onde eles gozam de relativa popularidade, pois surgiram como uma alternativa mais simples, rápida e barata para o uso da simulação estocástica.

Conquanto tenha havido algumas aplicações em diversas áreas fora de Computação, como *lay-out* de arquitetura (Smith e Bouanaka (47)) e sistemas de produção (pelo *RESQ*, Chow *et alli* (56) e usando facilidades de processamento interativo, Bitran (58)), o uso de modelos analíticos de redes de filas na área de Logística e Transportes é pouco referenciado na literatura, tendo sido encontrados apenas três exemplos (Cabrera e Maher (9), Koenigsberg e Lam (8) e Daskin e Walton (57)), todos eles lidando com modelos Markovianos clássicos e, portanto, tendo de solucionar sistemas de equações lineares. Aparentemente, o trabalho desenvolvido por Buzen (10) e Reiser e Lavenberg (11) na geração de algoritmos eficientes para a solução de modelos Markovianos passou desapercebido dos autores citados (o artigo de Daskin e Walton (57) é dez anos posterior ao artigo de Buzen (10)). Este fato sugere a baixa divulgação dessas ferramentas na área de Transportes.

Os modelos analíticos exatos, devido à sua simplicidade de modelagem e à eficiência dos algoritmos disponíveis, podem ser considerados de grande valia para a representação matemática e análise quantitativa de sistemas logísticos, englobando o transporte e suas interfaces com terminais.

Os objetivos deste capítulo são:

a. Mostrar a aplicabilidade dos métodos analíticos exatos a problemas de Logística e Transportes;

b. Executar uma implementação de algoritmo eficiente para a resolução de redes de filas

fechadas em regime estacionário e,

c. Discutir algumas características de sistemas fechados de filas com respeito ao seu comportamento em função da população nesses sistemas.

Como exemplo de aplicação dos modelos analíticos exatos, tomou-se um caso descrito por Novaes (59), para a determinação da função de produção de um sistema logístico, resolvido originalmente usando um modelo híbrido de ciclo determinístico de transportes e alguns conceitos de filas isoladas. Neste trabalho, utilizou-se um modelo de rede fechada de filas, o que possibilitou a comparação dos dois métodos de solução, feita no final deste capítulo.

4.1 – Função de Produção de um Sistema Logístico

De acordo com Novaes (60), "...função de produção é uma representação das relações técnico-operacionais envolvidas num processo produtivo, relacionando os níveis de produção com variáveis físicas, tecnológicas, operacionais e econômicas."

O enfoque sistêmico utilizado para a análise da função de produção de um determinado sistema logístico permite, desta forma:

- Realizar a comparação entre diversas alternativas de oferta de serviços para um determinado sistema;

- Analisar possíveis ganhos de escala associados;

- Quantificar os fatores físicos de produção para posterior análise econômica.

O nível de produção depende da particular combinação de fatores de produção logísticos e das restrições associadas (frota, tecnologia, terminais e facilidades de carga e descarga, etc.). Assim, conforme Novaes (60), uma função de produção pode ser representada genericamente

por:

$$Q = g(X)\,,$$

onde Q é um vetor que representa as quantidades de m diversos produtos $(Q_1,\ Q_2\ ,\ldots,Q_m)$ e X é um vetor das diversas variáveis técnicas, operacionais e econômicas $(x_1\ ,x_2\ ,\ldots,x_n)$ que representam os n fatores de produção, chamadas de variáveis básicas. Assim, uma função de produção pode relacionar um conjunto qualquer de variáveis básicas com um ou mais produtos.

4.2 – Descrição do Sistema Logístico em Questão

O caso estudado por Novaes (61) tem por objeto o seguinte sistema: uma empresa opera caminhões basculantes, transportando pedra britada de uma pedreira situada num ponto A, a uma central de concreto situada em B (figura 4.1). Suponha-se que o percurso entre A e B seja $d = 20$ km.

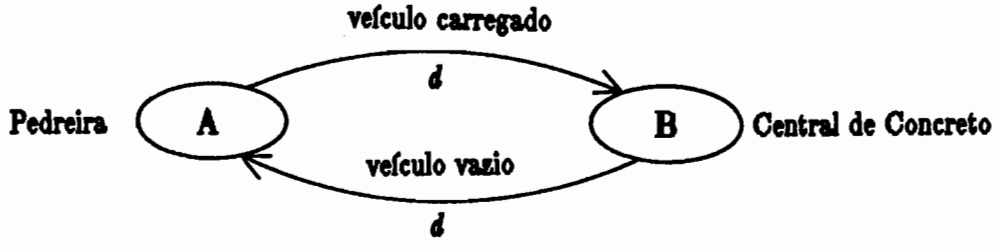


Figura 4.1 Esquema simplificado do sistema.

Na pedreira, o carregamento dos basculantes é efetuado por gravidade a partir de um depósito elevado, que permite apenas a operação de um único veículo por vez (figura 4.2). O tempo dessa operação de carregamento, t_A, é função da quantidade w de pedra transferida ao veículo:

$$t_A = 1,5 + 0,25w\,, \tag{4.1}$$

onde t_A é dado em minutos e w em toneladas.

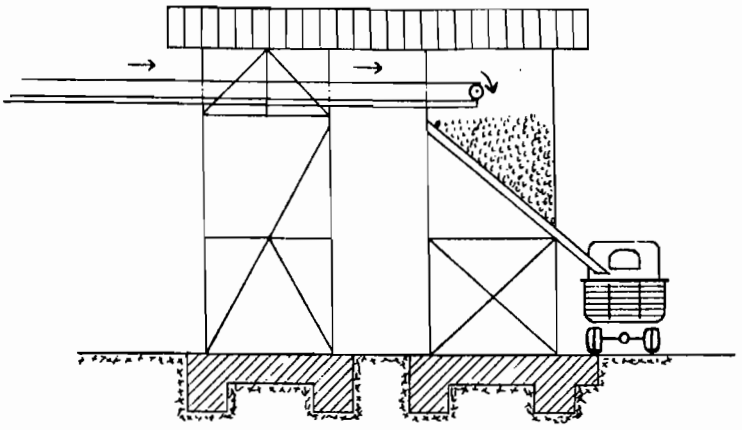


Figura 4.2 Carregamento de caminhão basculante (transcrito de Novaes (61)).

O depósito de pedra para o carregamento é alimentado por uma esteira rolante, com taxa efetiva de 125 t/h. Assim, a produção possível da frota de transporte está limitada superiormente pela capacidade da esteira transportadora.

A velocidade média de percurso dos caminhões é $\overline{V}$ = 30 km/h. O tempo total para descarga em B, t_B, é assumido constante e igual a 8 minutos.

O problema colocado é determinar a função de produção do sistema frota + pedreira, Q, em toneladas/ano, em função do número de caminhões em operação efetiva. A produção anual Q corresponde assim à tonelagem total de pedra transportada entre A e B pela frota de caminhões:

$$Q = g(K) \ ,$$

onde,

Q = quantidade anual de pedra transportada (t/ano);

K = número de caminhões em operação efetiva.

Para facilitar a geração de alternativas, as soluções apresentadas trabalham com frotas homogêneas e com os caminhões trafegando com carga completa.

4.3 – Solução Original Usando Ciclos Determinísticos e Filas Isoladas

Novaes (61) adotou o seguinte procedimento para a solução do problema exposto acima.

Primeiro, definiu-se adicionalmente os seguintes parâmetros e variáveis:

H = jornada de trabalho na pedreira (h/dia);

A = ano operacional = número médio de dias de operação efetiva do sistema por ano;

w = capacidade útil do veículo(toneladas);

T_c = tempo de ciclo (minutos).

O tempo de ciclo é a soma dos tempos de percurso, de carregamento na pedreira e da descarga na central de concreto.

Assim:

$$T_c = t_A + t_B + 2.\frac{60\,d}{\overline{V}} = 9,5 + 0,25w + \frac{120\,d}{\overline{V}}. \tag{4.2}$$

A taxa média de chegada de caminhões vazios na pedreira é:

$$\lambda = K.\frac{60}{T_c} \qquad \text{(caminhões/h)}. \tag{4.3}$$

Porém, a esteira gera uma restrição para o número de carregamentos horários na pedreira, que é a razão entre a capacidade de alimentação da esteira (t/h) e a capacidade útil de um veículo:

$$\lambda^* = \frac{125}{w} \qquad \text{(caminhões/h)} \tag{4.3}$$

= número máximo de caminhões que podem ser carregados por hora.

Além disso, existe uma restrição do carregador devida aos tempos de carregamento dos veículos. Cada caminhão bloqueia o carregador durante um tempo t_A, e o número máximo de carregamentos por hora é:

$$\lambda^{**} = \frac{60}{t_A} = \frac{60}{1,5 + 0,25w} \qquad \text{(caminhões/h)}. \tag{4.5}$$

Como o processo de chegadas é aleatório, a solução original assumiu um fator de utilização $\phi = 0,9 < 1$ constante, e λ^{**} fica:

$$\lambda^{**} = \phi\frac{60}{t_A} = 0,90 \,.\, \frac{60}{t_A} = \frac{54}{1,5 + 0,25w} \,. \tag{4.6}$$

Assim:

$$\lambda \leq min\{\lambda^*, \lambda^{**}\},$$

e, igualando λ^* e λ^{**}, Novaes determinou o valor de w que limita qual das duas restrições pode ser ativa, ou seja, fazendo:

$$\lambda^* = \lambda^{**} \quad \text{, obteve } w^* = 8,24 \text{ t.} \tag{4.7}$$

Para $w < w^*$, é o carregador que restringe a função de produção , e para $w > w^*$, a esteira de alimentação é a restrição ativa.

Uma vez definidas as restrições de carregamento, Novaes passou ao cálculo da função de produção do sistema.

Para um veículo qualquer, temos que o número médio de viagens diárias é:

$$m = 60\,\frac{H}{T_c} \qquad \text{(viagens/dia)}. \tag{4.8}$$

E a função de produção, a menos das restrições de carregamento, foi determinada como:

$$Q = KAwm = 60KAw\frac{H}{T_c} \qquad \text{(t/ano)}. \tag{4.9}$$

Para $w < w^* = 8,24$ t, a restrição de carregamento é devida ao tempo no carregador e, portanto, $\lambda \leq \lambda^{**}$. A frota fica restrita da seguinte forma:

$$K^{**} \leq 0,90\left[\frac{120d/\overline{V} + 9,5 + 0,25w}{1,5 + 0,25w}\right], \tag{4.10}$$

ou, genericamente,

$$K^{**} \leq \phi \frac{T_c}{t_A} \,. \tag{4.11}$$

Para $w > w^* = 8,24$ t, a restrição é devida à esteira rolante, ou seja, $\lambda \leq \lambda^*$. A frota fica então:

$$K^* \leq 2,0833 \left[\frac{120d/\overline{V} + 9,5 + 0,25w}{w} \right] , \tag{4.12}$$

ou, genericamente:

$$K^* \leq \frac{T_c}{60} \lambda^* \,. \tag{4.13}$$

Assim, a produção anual Q cresce linearmente em função de K, até alcançar uma produção máxima Q_{max}, onde

$$Q_{max} = min\{Q(K^*_{max}), Q(K^{**}_{max})\} \,, \tag{4.14}$$

onde

$$K^*_{max} = \phi \frac{T_c}{t_A} \text{ ,devido a (4.11), e}$$
$$K^{**}_{max} = \frac{T_c}{60} \lambda^* \text{ ,devido a (4.13).}$$

Os valores K^*_{max} e K^{**}_{max} (condições limite para $\lambda = \lambda^*$ e $\lambda = \lambda^{**}$, respectivamente) na realidade não restrigem o número possível de veículos em operação, e sim o nível de produção Q. Isto significa que qualquer caminhão adicional além de $K_{max} = min\{K^*_{max}, K^{**}_{max}\}$ não aumenta o valor de Q, fazendo aumentar a ociosidade dos veículos.

Assim, a função de produção final fica:

$$Q = min\{Q_1, Q_{max}\} \,, \tag{4.15}$$

onde:

$$Q_1 = 60KAw\frac{H}{T_c} \,.$$

Novaes calculou diversas curvas para Q, fazendo $d = 20\,\text{km}$, $\overline{V} = 30\,\text{km/h}$, $H = 12$ horas/dia, e $A = 355$ dias/ano, e parametrizando a capacidade de carga w do caminhão

Tabela 4.1 Resultados cf. Novaes (61)

w (t)	K_{max} (veic.)	Q_{max} (t/ano)	Restrição de Capacidade
6	27	455.024	devido carregador
8	23	513.993	devido carregador
12	16	530.543	devido esteira
18	11	532.500	devido esteira

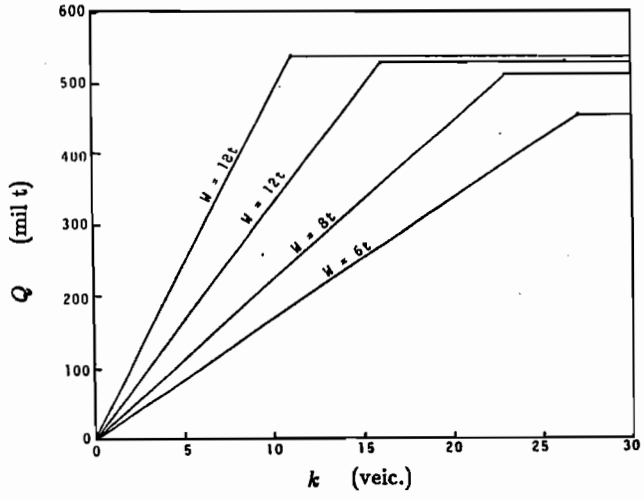


Figura 4.3 Família de funções de produção (transcrito de Novaes (61)).

nos seguintes valores:$w_1 = 6\,\text{t}$, $w_2 = 8\,\text{t}$, $w_3 = 12\,\text{t}$ e $w_4 = 18\,\text{t}$. Desta forma, foi obtida a tabela 4.1.

A figura 4.3, também mostrada em Novaes (61), representa uma família de funções de produção , parametrizadas nas capacidades dos veículos.

4.4 – Comentários sobre a Solução Original Proposta

A modelagem proposta por Novaes (61) utiliza conceitos de filas isoladas para modelar o nó correspondente à pedreira, adotando um fator de utilização $\phi < 1$ (cf. equação 4.6). Entretanto, ao se usar um valor constante para ϕ, incorre-se em um certo erro, pois na

verdade ϕ varia com K, ou seja:

$$\phi = \phi(K)\,, \tag{4.16}$$

sendo ϕ tanto maior quanto maior for K, até chegar-se a um ponto onde ϕ é próximo de 1 quando $K = K_{max}$.

Portanto, o formato de $Q = g(N)$ não deve seguir uma rampa com patamar, mas sim algo do tipo colocado na figura 4.4.

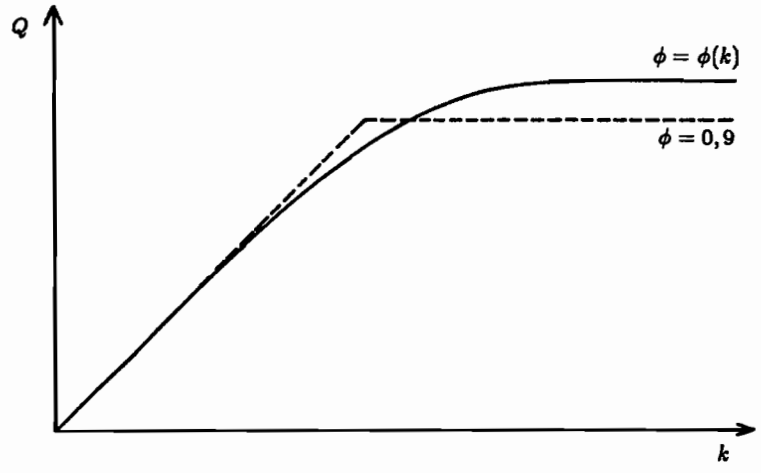


Figura 4.4 Função de produção real.

Uma outra aproximação realizada diz respeito ao tempo de ciclo T_c, pois o mesmo não é constante, conforme mostra a equação 4.2: foi omitida a parcela referente ao tempo médio de espera na pedreira, que é crescente com K, ou seja, a população de caminhões dentro do ciclo de transporte. Então T_c é uma equação do tipo:

$$T_c = t_A + t_B + 2 \times 60\frac{d}{\overline{V}} + W_A\,, \tag{4.17}$$

onde,

W_A = tempo de espera para carregar na pedreira (min).

Em um sistema fechado como o estudado acima, à medida que a população (frota) K cresce, W_A cresce também; devido aos efeitos aleatórios, W_A deverá ter incrementos pequenos (porém maiores que zero) para valores baixos de K, até que, quando K assume valores

próximos a K^*, o tempo W_A sofre incrementos maiores, devido aos efeitos de saturação que ocorrem, isto é, o instante quando, apesar de incrementar K, λ e, consequentemente, $Q(K)$ não crescem, ou crescem muito devagar. Oportunamente voltar-se-á ao assunto.

A dificuldade está justamente em encontrar um valor para $W_A(K)$. Novaes (61) coloca um fator de segurança para a taxa máxima de chegadas (função do *headway* e do tempo de ciclo, portanto), que é o fator $\phi = 0,90$ adotado por ele, ou seja, assume implicitamente que, para o instante de saturação, $W_A(K)$ é de tal ordem que a taxa de chegada λ diminui em 10%. Porém, é de se supor que, para valores grandes de K (a partir de K^*), haja um congestionamento na pedreira, fazendo com que $\phi \rightarrow 1$.

Todos estes raciocínios partem do pressuposto que o gargalo do sistema considerado é a pedreira, por ter apenas um único posto de atendimento (para o carregamento dos caminhões basculantes); a central de concreto foi assumida com suficientes postos de serviço, de forma a nunca haver filas para descarga. Analogamente, a capacidade das vias também não é restrição, à medida que, para os tamanhos das populações consideradas, não há efeito de interferência durante a viagem que, por exemplo, diminua a velocidade média $\overline{V}$.

Desta forma, para o caso das quantidades anuais Q calculadas para restrição de capacidade devida ao carregador (λ^*), o uso do fator ϕ **subestima** o valor de Q_{max}, ao passo que, para determinados momentos (antes de Q^*), **superestima** $Q(K)$ — ver figura 4.4. Porém, usando-se modelos de redes fechadas de filas (filas cíclicas), é possível determinar com precisão a curva de Q. Isto está desenvolvido no ítem seguinte.

4.5 – Solução Usando Modelo Analítico Exato de Rede de Filas

4.5.1 – Discussão Inicial

É possível resolver-se o problema proposto através de um modelo singelo de fila cíclica, como o esquematizado na figura 4.5.

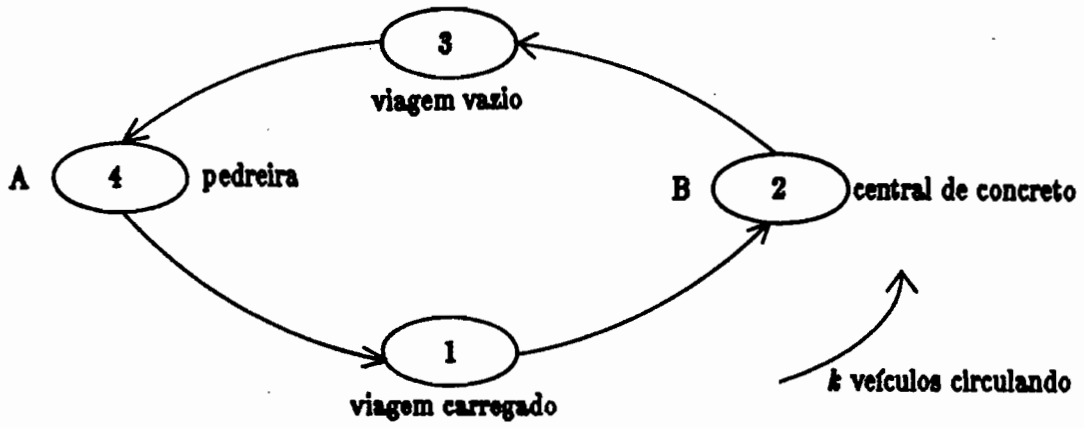


Figura 4.5 Modelo do problema proposto.

Para encontrar a função de produção Q para o sistema em equilíbrio estocástico (regime ergódico), utilizou-se um modelo Markoviano, onde os tempos de atendimento em cada nó i, para $i = 1, \ldots, 4$, seguem distribuições exponenciais em lugar dos tempos determinísticos usados na solução original examinada. Apesar do uso de tempos exponenciais ser uma hipótese forte, ela permitirá a solução exata do modelo e uma melhor compreensão do comportamento do sistema. Assim, temos que os diversos nós representam:

* Nó 1: viagem do veículo carregado (tramo pedreira-central); é um nó com infinitos postos de atendimento;

* Nó 2: central de concreto; nó com capacidade infinita;

* Nó 3: viagem do veículo vazio (tramo central-pedreira); capacidade infinita;

* Nó 4: pedreira; nó com um único posto de serviço.

Como se pode reparar na figura 4.5, o sistema forma uma rede fechada com uma população finita K de veículos. Resolvendo-se o sistema para diversos valores de K, pode-se levantar a curva $Q(K)$; $Q(K)$, conforme visto, é:

$$Q = 60KAw\frac{H}{T_c} \qquad \text{(t/ano)}. \tag{4.9}$$

No presente modelo $Q(K)$ pode ser determinado a partir da taxa de saída no nó 4, ou seja, do λ_s da pedreira. Como, em um sistema em regime, a taxa de saída é igual à taxa de chegada, temos que:

$$Q(K) = AwH\lambda(K) \,, \tag{4.18}$$

onde,

$$\lambda(K) = \text{taxa de saída horária no nó 4 (pedreira).} \quad \text{(veic./h)}$$

A equação (4.18) é coerente com a equação (4.9), pois, no modelo original, a taxa média de chegadas na pedreira é:

$$\lambda = K\frac{60}{T_c} \,, \tag{4.9}$$

que, substituindo em (4.9), fica:

$$Q = AwH\lambda \,, \tag{4.19}$$

que tem a mesma forma de (4.18).

Devido à estrutura particular do problema, temos que $\lambda(K)$ é o mesmo para todos os nós; de fato, tomando a equação (2.2.4) para uma rede fechada:

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}\mathbf{R} \,. \tag{2.2.4}$$

temos que:

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i r_{ij} \,, \quad \text{para } j = 1, \ldots, N \tag{4.20}$$

onde $N = 4$ nós.

Para a rede em vista, a matriz $\mathbf{R}$ é da forma:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \tag{4.21}$$

Resolvendo (2.2.4) para este caso, tem-se que $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$, como era de se esperar.

Obtém-se, assim, um modelo Markoviano de rede fechada de filas, conforme a seção 2.2.2 (modelo de Gordon e Newell).

Tabela 4.2 Parâmetros das redes modeladas

Nó	Disciplina	Tipo	Tempo médio de atendimento (min.)			
			w (t) 6	8	12	18
1	FCFS	__/M/∞	40	40	40	40
2	FCFS	__/M/∞	8	8	8	8
3	FCFS	__/M/∞	40	40	40	40
4	FCFS	__/M/1	3	3,5	4,5	6

* k veículos, para $k = 1, \ldots, K$

** $N = 4$ nós

A tabela 4.2 resume o modelo exato usado, conforme o tipo de veículo.

Ao invés de se enumerar os estados possíveis para a rede de filas e resolver o sistema de equações correspondente (conforme ítem 2.2.2), utilizou-se o algoritmo de Buzen, explicado no sub-ítem 2.3. Aliás, o algoritmo de Buzen é especialmente conveniente, pois além de diminuir enormente o número de cálculos necessários (pelo método clássico seria preciso resolver $4 \times N$ sistemas, cada um com $\binom{N+3}{3}$ equações), o fato do mesmo ser recursivo no tamanho da população K permite levantar em uma única passagem os valores de $\lambda(k)$, para $k = 1, \ldots, K$, e, portanto, levantar $Q(k)$ ponto a ponto.

O mecanismo do algoritmo original está muito bem descrito em Buzen (10). Entretanto, o algoritmo utilizado foi baseado em uma modificação proposta por Bruell e Balbo (62), que simplifica os cálculos necessários ao evitar algumas redundâncias do trabalho original de Buzen.

4.5.2 – Modelo Exato Aplicado no Problema

O modelo de fila cíclica em regime estacionário usado está exposto na figura 4.6.

Define-se:

N = número de nós no sistema;

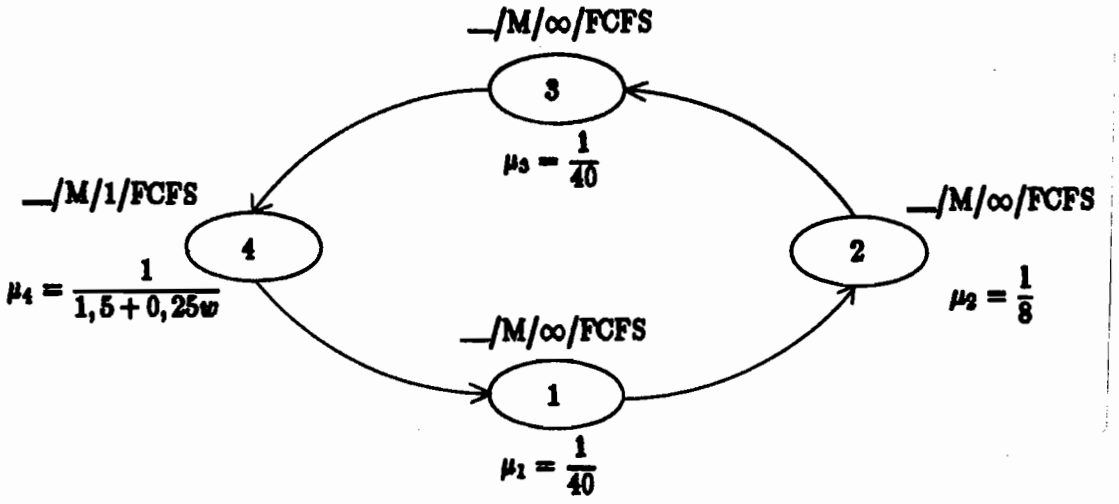


Figura 4.6 Modelo de rede resolvido.

$K = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 =$ total de veículos no sistema;

$k_i =$ quantidade de veículos no nó i, para $i = 1, \ldots, 4$;

$s_i = \dfrac{1}{\mu_i} =$ tempo médio de serviço no nó i;

todos tempos são exponencialmente distribuídos;

$r_{ij} =$ probabilidade de transição da estação i para j.

Conforme visto no ítem 2.2.2, e seguindo o desenvolvimento de Bruell e Balbo (62), essa rede tem solução em forma de produto, ou seja:

$$P(\mathbf{k}) = P(k_1, \ldots, k_N) = \frac{1}{G(K)} \prod_{i=1}^{K} f_i(k_i) \ , \tag{4.22}$$

que é a distribuição estacionária do estado $\mathbf{k}$ na rede, onde:

$$f_i(k_i) = \begin{cases} \dfrac{e_i^{k_i}}{\prod_{j=1}^{k_i} \mu_i(j)}, \text{ se nó } i \text{ tem atendimento dependente do seu estado } k_i \\ (e_i s_i)^{k_i} = y_i^{k_i}, \text{ se o nó } i \text{ tem atendimento independente de } k_i \end{cases}$$

e $\mathbf{k} = (k_1, \ldots, k_N)$ o vetor que representa um estado possível do sistema.

Os valores e_i são as soluções do seguinte sistema de N equações lineares:

$$e_j = \sum_{i=1}^{N} e_i r_{ij} \ , \quad \text{para } j = 1, 2, \ldots, N, \tag{4.23}$$

que igualam o fluxo de transições de e para cada nó j e $G(K)$ é a constante de normalização tal que a soma de todos $P(\mathbf{K})$ seja um.

Seja $S(K,N)$ o conjunto de todos os estados posíveis:

$$S(K,N) = \left\{(k_1, k_2, \ldots, k_N) \mid \sum_{i=1}^{N} k_i = K,\ k_i \geq 0,\ \text{para } i = 1, \ldots, N\right\}.$$

Da condição já mencionada:

$$\sum_{\mathbf{k} \in S(K,N)} P(\mathbf{k}) = 1\,, \tag{4.24}$$

tem-se a forma de cálculo para $G(K)$:

$$G(K) = \sum_{\mathbf{k} \in S(K,N)} \prod_{i=1}^{N} f_i(k_i)\,. \tag{4.25}$$

Para se mostrar o algoritmo, é preciso definir a função auxiliar:

$$g(n,k) = \sum_{\mathbf{k} \in S(k,n)} \prod_{i=1}^{n} f_i(k_i)\,. \tag{4.26}$$

A função $g(n,k)$ expressa a própria constante de normalização para a rede com k elementos dentro dela, ou seja, $g(n,k) = G(k)$.

Mostra-se que, para $n > 1$, tem-se, no caso de um nó n com taxa de atendimento dependente de seu estado:

$$g(n,k) = \sum_{i=0}^{k} f_n(i)\, g(n-1, k-i)\,. \tag{4.27}$$

Caso a estação ou nó n tenha atendimento independente do seu estado, como quando tem-se apenas um único servidor, a equação (4.27) se simplifica para:

$$g(n,k) = g(n-1,k) + y_n g(n,k-1)\,. \tag{4.28}$$

As relações (4.27) e (4.28) são recorrentes, ou seja, $g(n-1,k)$ deve ser calculada antes de $g(n,k)$.

A inicialização desta recorrência pode ser feita por:

$$g(1,k) = f_1(k)\,, \text{para } k = 0,1,\ldots,K.$$

Notar que $f_i(j)$ pode ser expresso por:

$$f_i(j) = \begin{cases} \dfrac{e_i}{\mu_i(j)} f_i(j-1), & \text{se nó } i \text{ tem atendimento dependente do estado,} \\ y_i f_i(j-1), & \text{se atendimento independente do estado,} \end{cases}$$

e que $f_i(0) = 1$, para $i = 1,2,\ldots,N$.

No caso específico do exemplo da pedreira,assumiu-se que os nós de 1 a 3, que tem taxa de atendimento dependente do número de elementos dentro deles, são compostos por múltiplos servidores idênticos. Além disso, como não são gargalo, se comportam com se tivessem *infinitos* postos de serviço. Então, para estes nós:

$$\mu_i(k) = k\mu_i\,, \quad \text{para } \forall k \geq 0$$

onde μ_i é a taxa de atendimento individual de um posto de serviço do nó i. Desta forma, $f_i(k)$ torna-se:

$$f_i(k) = \frac{y_i^k}{k!}\,, \quad \text{para } k \geq 0$$

e, então, obtém-se a seguinte recursão:

$$f_i(k) = \frac{y_i}{k!} f_i(k-1)\,, \quad \text{para } \forall k \geq 1\,, \tag{4.29}$$

que foi a adaptação introduzida pelo autor no algoritmo de Buzen revisto por Bruell e Balbo (62).

Desta maneira, pode-se calcular a constante de normalização para a rede de filas em questão. Como, para determinar o valor de $G(K) = g(N,K)$, é necessário guardar-se pelo menos os valores dos K valores anteriores de $G(k)$, ou seja, $k = 0,\ldots,K$, o algoritmo permite,

sem trabalho adicional, calcular as estatísticas para todos os valores da população até K, pois, afinal, cada $G(k)$ é a constante de normalização para uma população de tamanho $k \leq K$ fechada no ciclo. Como, no presente caso, a taxa de chegada $\lambda_j(k)$ é a estatística diretamente associada à função de produção $Q(k)$, a adequabilidade do algoritmo de Buzen para solucionar este problema fica ainda mais realçada.

As constantes de normalização $G(k)$, para $k = 0, 1, \ldots, K$, não são únicas, pois provém da solução de um sistema indeterminado de equações de balanço linear já exposto:

$$e_j = \sum_{i=1}^{N} e_i r_{ij} \ , \quad \text{para } j = 1, 2, \ldots, N. \tag{4.23}$$

A solução deste sistema linear pode ser determinada designando-se um valor arbitrário para, por exemplo, e_1.

No presente caso, o sistema (4.23) fica sendo, em forma matricial:

$$\mathbf{e} = \mathbf{eR} \, , \tag{4.30}$$

e

$$\mathbf{R} = (r_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{pmatrix},$$

que resulta em:

$$\begin{cases} e_1 = e_2 \\ e_2 = e_3 \\ e_3 = e_4 \\ e_4 = e_1 \end{cases} \tag{4.31}$$

A solução (indeterminada), semelhante à vista no ítem 4.5.1, é $e_1 = e_2 = e_3 = e_4$. Por uma questão de conveniência, adotou-se $e_i = 1$, para $i = 1, 2, 3, 4$.

Como foi visto acima, a estatística principal para o cálculo da função de produção $Q(k)$ é a taxa de saída no nó 4 (pedreira), $\lambda_4(k)$. Como as taxas relativas e_i são idênticas, a taxa de saída no regime estacionário é a mesma nos quatro nós, como havia sido comentado anteriormente.

Conforme Bruell e Balbo (63), a taxa de saída pode ser calculada para um nó i por:

$$\lambda_i(k) = e_i \frac{G(k-1)}{G(k)} . \tag{4.32}$$

É interessante notar que, apesar de e_i poder assumir qualquer valor real, sua multiplicação pela razão $G(k-1)/G(k)$ dá um valor único para $\lambda_i(k)$.

Como informação complementar, calculou-se também a utilização, a fila média e o tempo médio de processamento $(t_A + W_A)$ no nó 4 (pedreira). Para determinar-se estas estatísticas, Buzen (10) mostrou que, no caso de um nó i com atendimento independente, a sua utilização u_i fica:

$$u_i(k) = y_i \frac{G(k-1)}{G(k)} = s_i \lambda_i(k) . \tag{4.33}$$

Com relação à fila média $\overline{L}_i$, Bruell e Balbo (64) dão a seguinte recursão:

$$\overline{L}_i(k) = u_i(k)\big(1 + \overline{L}_i(k-1)\big) , \tag{4.34}$$

com $\overline{L}_i(0) = 0$ como condição inicial.

Quanto ao tempo médio no sistema $\overline{W}_i$, usa-se a fórmula de Little:

$$\overline{W}_i(k) = \frac{\overline{L}_i(k)}{\lambda_i(k)} , \tag{4.35}$$

uma vez que, em um sistema Markoviano em equilíbrio estocástico a taxa média de saída é igual à taxa média de chegada em um nó i qualquer.

Antes de se resolver o problema pela aplicação do algoritmo e do cálculo de estatísticas, é necessário tomar-se algumas precauções para garantir a estabilidade numérica do processamento. Reiser e Kobayashi (33) demonstraram que o uso de um fator de escala adequado pode evitar problemas de *overflow* e *underflow* durante o cálculo da constante de normalização . Deve-se lembrar que as quantidades $y_i = e_i s_i$ são elevadas à potência para o cálculo dos f_i do algoritmo. Bruell e Balbo (65) sugerem um fator de escala para multiplicar e_i

Tabela 4.3 Fatores de escala para diversos tipos de veículos.

Capacidade do veículo w (t)	Fator de escala c
6	0,027803
8	0,027928
12	0,028165
18	0,028485

e, portanto, controlar y_i: o fator de escala c deve ser tal que a soma dos quadrados das diferenças entre y_i e 1 seja minimizada. Desta forma, obtem-se:

$$c = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{\sum_{i=1}^{N} y_i^2}. \tag{4.36}$$

Uma vez que o tempo de atendimento s_4(do carregador na pedreira) depende da capacidade w de carga do veículo, é necessário calcular-se valores de c para cada tipo de veículo. Os valores de c estão na tabela 4.3, calculados com base em $e_i = 1$, para todo i.

Lavenberg (66) propõe outra metodologia (mais complexa) para o cálculo do fator de escala c. Entretanto, como o fator de escala proposto por Bruell e Balbo (65) mostrou-se adequado para a solução do presente caso, não foi necessário utilizar formulações alternativas.

Problemas de instabilidade numérica podem ocorrer, mesmo com o uso de fatores de escala, especialmente quando se trabalha com populações muito grandes ou quando os nós tiverem taxas de atendimento com ordens de grandeza muito diferentes. O método proposto por Lavenberg (66) evita o problema de esgotamento da precisão de ponto flutuante (*overflow*), porém não evita necessariamente que os valores de alguns $G(k)$ sejam muito pequenos para a precisão de um determinado computador (*underflow*), gerando resultados errados. Nesses casos, o algoritmo de convolução não é indicado, devendo-se adotar o algoritmo do valor médio (MVA, comentado no ítem 2.4) ou o método da equivalência e decomposição (vide ítem 3.3).

De fato, o autor enfrentou inicialmente problemas de instabilidade numérica que o uso do fator de escala sózinho não conseguiu resolver. A solução adotada, entretanto, foi muito

simples: apenas aumentou-se a precisão das variáveis de ponto flutuante (reais) usadas no programa de computador.

O programa que implementa o algoritmo de fila cíclica foi montado inicialmente em Turbo-PASCAL 3.0 (precisão de números reais de $10^{+/-38}$, com 11 dígitos significativos), gerando problemas de *underflow*, com algumas $G(k)$ valendo zero. Utilizou-se então uma versão do Turbo-PASCAL BCD, que trabalha com uma precisão, em números reais, de $10^{+/-63}$ com 18 dígitos, o que se mostrou suficiente e foi utilizado nos cálculos deste trabalho. Foi usado um microcomputador padrão IBM/PC XT sem coprocessador numérico, sendo que o processamento total (excluindo a impressão dos resultados e incluindo a compilação) ocorria em uma questão de segundos.

Como curiosidade, o autor já processou sem nenhum problema modelos mais complexos com o algoritmo de convolução, com populações finitas de 250 elementos e diferenças nos tempos de atendimento individuais entre nós da ordem de 1:200, usando Turbo-PASCAL 3.0 e um micro IBM-XT equipado com coprocessador 8087 (precisão com números reais entre $4,19 \times 10^{-307}$ e $1,67 \times 10^{+308}$, com 16 dígitos).

No caso do presente trabalho, limitou-se o cálculo de $Q(k)$ para a população-limite de 70 caminhões. A maior diferença de tempos de atendimento entre nós diferentes foi da ordem de 3:40, no caso de veículos com capacidade $w = 6$ t.

A implementação do algoritmo de convolução, do cálculo das estatísticas e da função de produção está mostrado no programa que está no Anexo 1. Os resultados obtidos estão no Anexo 2. Tem-se uma lista de resultados para cada tipo de veículo(Casos 1 a 4, representando veículos de 6, 8, 12 e 18 t, respectivamente).

A primeira coluna dá o tamanho da frota (entre 1 e 70), vindo, a seguir, na mesma linha, as estatísticas referentes àquela população de veículos: taxa de saída da pedreira (*throughput*), em veículos/h, a utilização média, o tempo médio de espera e carregamento na pedreira, em minutos, a produção $Q(k)$, em t/ano (sem levar em conta a restrição da esteira), e a produção

calculada conforme o modelo original proposto por Novaes (59), chamado "produção antiga", também em t/ano.

4.5.3 – Resultados do Modelo Exato e Comparação com Modelo Original

Os resultados obtidos estão resumidos na tabela 4.4, onde $\lambda^*_{(2)}$ é a taxa máxima de carregamento possibilitada pela capacidade da esteira de alimentação (125 t/h); $\lambda^{**}_{(2)}$ é a taxa máxima de carregamento possibilitada pelo carregador da pedreira (resultado do modelo exato); $K^{(2)}_{max}$ é o tamanho máximo de frota, além do qual os incrementos em $Q(k)$ são desprezíveis; Q_{max} é o valor máximo para a função de produção; e restrição da capacidade é o fator que limitou Q_{max} primeiro.

Tabela 4.4 Resultados usando modelo exato de rede de filas

w (t)	$\lambda^*_{(2)}$ (veic/h)	$\lambda^{**}_{(2)}$ (veic/h)	$K^{(2)}_{max}$ (veic.)	Q_{max} (t/ano)	Restrição de Capacidade
6	20,833	20,000	59	511200	devido carregador
8	15,625	17,143	28	532599	devido esteira
12	10,417	13,333	18	532500	devido esteira
18	6,944	10,000	12	532500	devido esteira

A rigor, apenas para o caso de veículos de 6 t a restrição é devida ao carregador. Comparando com os resultados do modelo original (61), apresentados na tabela 4.1, vemos que, efetivamente, Q_{max} foi subestimado (como era esperado); naturalmente, os valores de K_{max} obtidos por Novaes (61) são sistematicamente menores que os calculados pelo modelo de redes de filas.

Lançando os resultados de $Q(k)$ do Anexo 2 obtém-se, analogamente à figura 4.3 da solução original (61), o gráfico da figura 4.7.

Para melhor comparar os resultados das soluções , as curvas de $Q(k)$ estão desenhadas

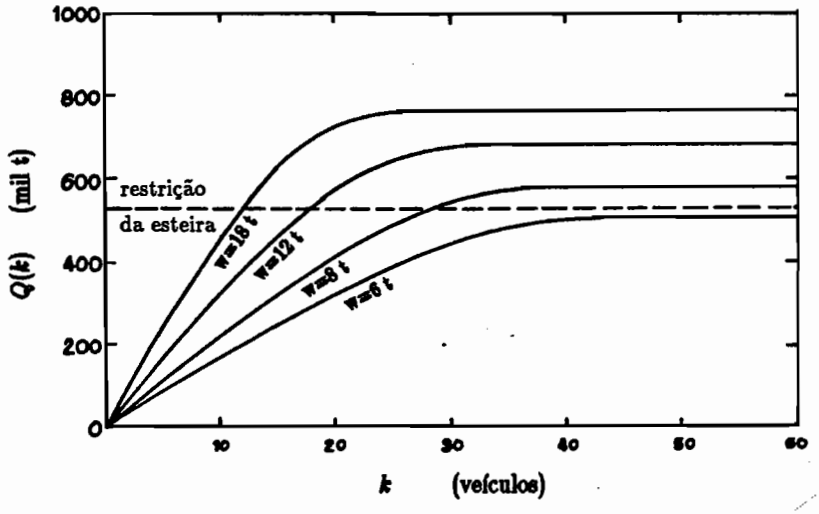


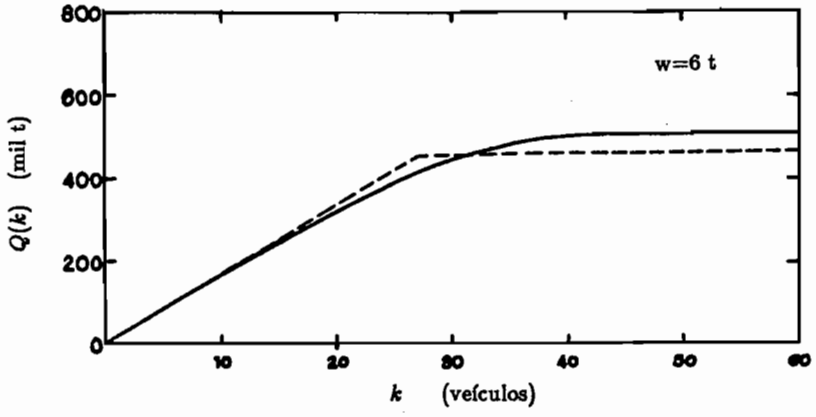
Figura 4.7 Família de funções de produção obtidas pela aplicação de rede de filas.

caso a caso na figura 4.8.

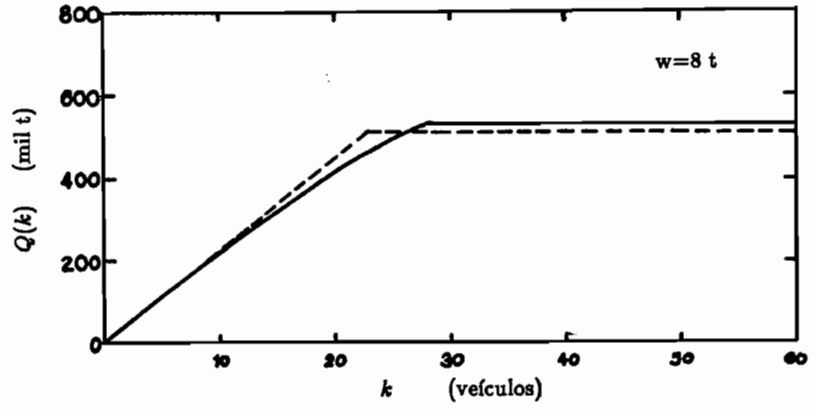
Pela análise das figuras 4.7 e 4.8, vemos que o modelo original superestima $Q(k)$ (e, portanto, $\lambda(k)$), até que, após $K_{max}^{(1)}$, com $Q_{max}^{(1)}$ estabilizado, $Q(k)$ se aproxima e posteriormente ultrapassa os valores previstos no modelo original.

Assim, o fator $\phi = 0,9$ utilizado por Novaes (61) se torna conservador para estimar Q_{max}. Tal ocorre porque o modelo original é determinístico na medida que $Q(k)$ varia linearmente com k, para $0 < k < K_{max}$. O modelo de rede de filas, ao contrário, leva em conta a possibilidade de interferência mútua entre os veículos no ciclo, devido à aleatoriedade dos tempos de processamento nos nós, isto é, a probabilidade de encontrar um ou mais elementos no nó correspondente à pedreira é maior que zero para $k > 1$.

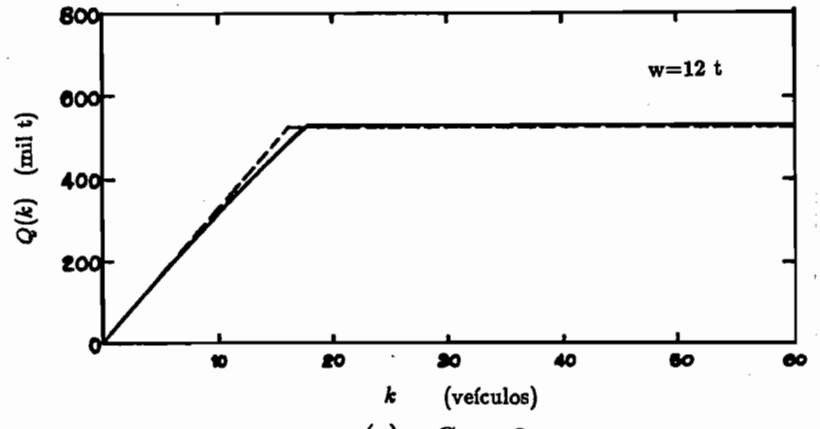
Observando a figura 4.7, pode-se notar que, a menos da horizontal representando a restrição da esteira, $Q(k)$ tende assintoticamente para um valor $Q^*(k)$ estabelecido por $\lambda_{(2)}^{**}$. Assim, pode-se observar que existe um valor de k a partir do qual Q não cresce perceptivelmente, ou seja, incrementos em k não se traduzem em incrementos visíveis de $Q(k)$. Pode-se pensar então que o sistema está, digamos, *saturado*.



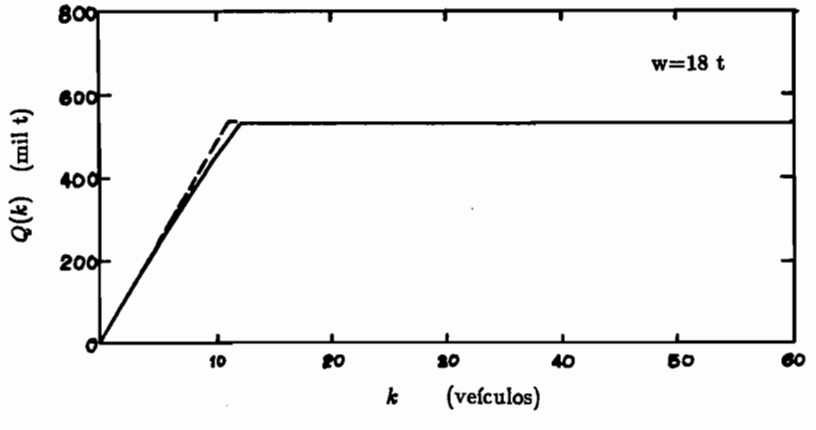
(a) Caso 1.



(b) Caso 2.



(c) Caso 3.



(d) Caso 4.

Figura 4.8 Comparação das soluções propostas: original (61) e pelo autor.

A partir de que ponto pode-se considerar que um sistema fechado está saturado? Conforme Kleinrock (13) e (67), define-se o valor K^*, a partir do qual existe o fenômeno de saturação, como:

$$K^* \triangleq \frac{T_c}{s_s}, \tag{4.37}$$

ou seja, é a razão entre o tempo de ciclo T_c e o tempo médio de atendimento s_s no nó s, que é o nó "gargalo" do sistema. O "gargalo" do sistema será aquele nó i que tem a maior utilização relativa X_i/c_i, onde $X_i = e_i s_i$ para nós com c_i postos de atendimento idênticos, com $c_i \geq 1$. No limite, quando $k \to \infty$, uma fila infinita se formará no "gargalo", enquanto que apenas filas médias finitas existirão para os outros nós.

A definição da população K^* que satura um sistema pode ser entendida da seguinte forma: se todos os tempos de atendimento são determinísticos, então K^* é o número máximo de elementos que podem ser colocados dentro do sistema de maneira a **não** causar interferência mútua. A partir de K^*, elementos adicionais no sistema não contribuiriam para incrementar significativamente a taxa de saída do nó saturado e, portanto, a função de produção $Q(k)$.

A natureza aleatória dos tempos de atendimento (exponenciais) faz com que a aproximação da saturação ocorra de maneira gradativa, assintoticamente.

Calculando os valores de K^* para o presente caso, obtemos a tabela 4.5.

Tabela 4.5 Saturação na rede de filas.

caso	w (t)	T_c (min.)	s_4 (min.)	K^* (veic.)
1	6	91,0	3,0	30,333
2	8	91,5	3,5	26,143
3	12	92,5	4,5	20,556
4	18	94,0	6,0	15,667

O nó 4 (pedreira) é o "gargalo" para este sistema, pois possui a maior ocupação relativa

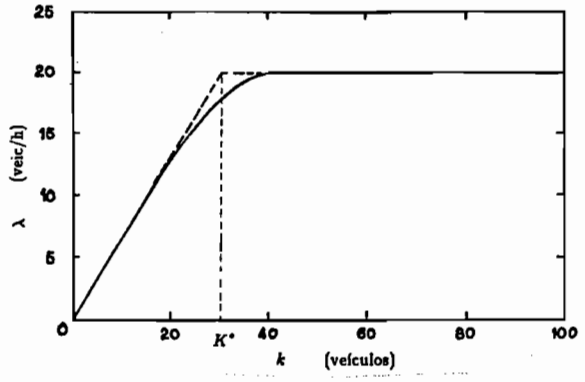
(afinal, no modelo, os outros nós se comportam como se tivessem infinitos postos de serviço e, portanto, nunca se configurariam como "gargalos").

Lançando-se os valores da taxa de saída λ, a utilização, a fila média e o tempo médio no nó 4 para o caso 1 (veículo de 6 t), obtém-se a figura 4.9. Para os outros casos as curvas seguem formas semelhantes e a discussão que se segue também é válida.

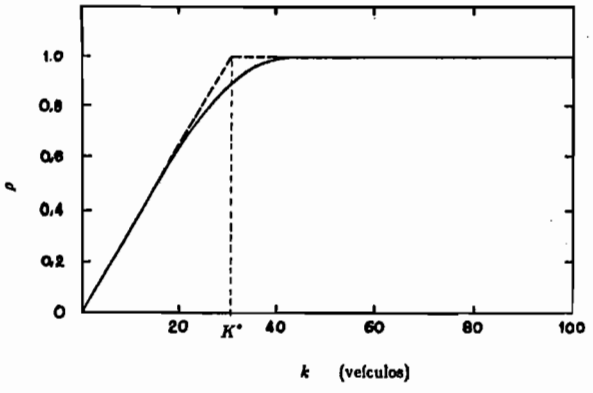
As linhas tracejadas na figura 4.9 representam o caso determinístico, onde pode-se determinar o ponto de saturação K^*. É interessante reparar no comportamento assintótico dos parâmetros, isto é, quando $k >> K^*$: a taxa de saída e a utilização estabilizam, a fila média cresce com gradiente 1 e o tempo médio de permanência no nó 4 cresce com a taxa de 3,0 minutos/veículo,que é o tempo médio de serviço s_4. Esse comportamento sugere que, quando $k >> K^*$, qualquer elemento adicional não consegue ser absorvido pelo sistema: o sistema está saturado.

É interessante notar que, quando uma rede fechada de filas está operando de maneira saturada (os trechos à direita na figura 4.9. ou seja, para $k >> K^*$), seu comportamento médio pode ser determinado de modo determinístico: sua fila média será $(k - K^* + 1)$, e o tempo médio no sistema será $s_s(k - K^* + 1)$, conforme Kleinrock (67). Essa condição determinística do comportamento assintótico do sistema de filas está explorada, de certa maneira, no Capítulo 5: quando tem-se $k \to \infty$, ocorre $\rho \to 1$, isto é, $p(k_s) \to 0$. Tal leva à formação de uma fila persistente no nó saturado. Na prática, isto ocorre para valores $k >> K^*$.

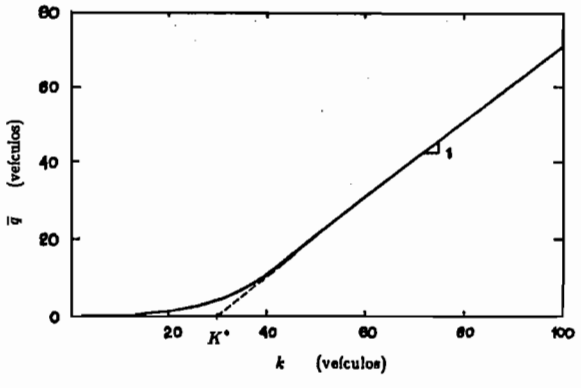
Assim, ao adotar o valor $\phi = 0,9$, a solução original (61) "cortou" parte da envoltória determinística do comportamento do sistema (figura 4.10). Há de se considerar que, em termos da produção máxima Q_{max}, o erro com relação ao modelo de fila cíclica permaneceu entre 0 e 11% (coerentemente abaixo);entretanto, o erro para a produção máxima calculada usando os valores de $K_{max}^{(1)}$ originais ficou restrita entre 6,5 e 9,6% acima da produção calculada pelo modelo de rede de filas (vide tabela 4.6).



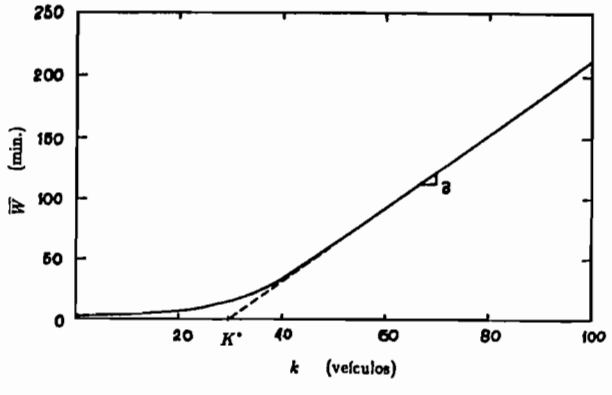
(a) Taxa de saída.



(b) Utilização .



(c) Fila média.



(d) Tempo médio de permanência.

Figura 4.9 Caso 1: veículode 6 t.

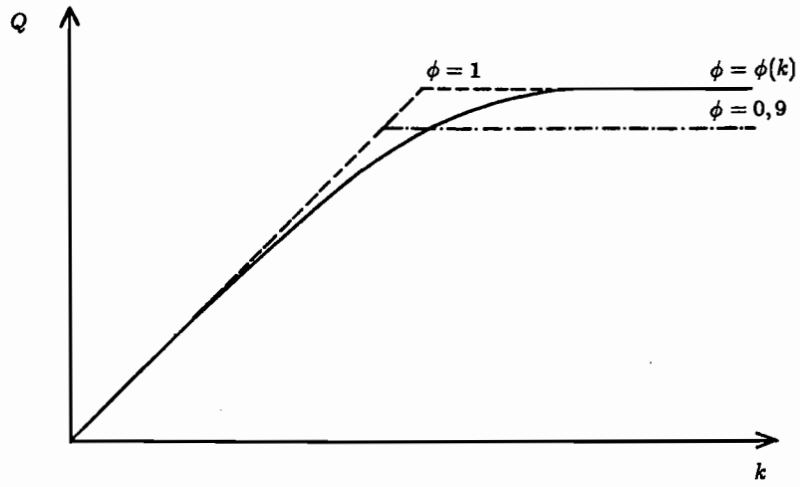


Figura 4.10 Curvas de $Q(k)$ para: (a) solução original (61); (b) solução por rede de filas.

Tabela 4.6 Comparação de resultados entre solução original (61) e modelo de rede de filas.

caso	w	Solução original (61)				Saturação	Solução cf. rede de filas		
		$K_{max}^{(1)}$	$Q_{max}^{(1)}$	$Q^{(1)}(K_{max}^{(2)})$	Dif.	K^*	$K_{max}^{(2)}$	$Q_{max}^{(2)}$	Dif.
	(t)				%				%
1	6	27	455024	417090	9,1	30,333	59	511200	−11,0
2	8	23	513993	469153	9,6	26,143	28	532500	−3,5
3	12	16	530543	490783	8,1	20,556	18	532500	−0,4
4	18	11	532500	500240	6,5	15,667	12	532500	0

A resolução por rede de filas, desta maneira, permite não apenas calcular de forma mais precisa a função de produção do sistema, como também entrar em uma série de considerações sobre o comportamento do mesmo. Tal análise foi possível com um esforço relativamente pequeno, devido à própria simplicidade do algoritmo usado e, portanto, das ferramentas necessárias (equipamento e *software*) ao seu processamento.

4.6 – Conclusões do Caso

Apesar da natureza pouco sofisticada do modelo analítico exato usado no exemplo de aplicação, sua resolução permitiu algumas conclusões interessantes:

a. O algoritmo de convolução mostrou-se bastante prático, a ponto de terem sido utilizados equipamentos e programas comuns (microcomputador e linguagem de uso geral);

b. A própria estrutura do algoritmo de convolução foi adequada para o levantamento ponto a ponto da função de produção do sistema logístico;

c. A forma da curva da função de produção $Q(k)$ e dos parâmetros de desempenho operacional do sistema (taxa de circulação λ, utilização , fila média, etc.) levou à discussão do conceito de "gargalo" e saturação, e, portanto, de algumas propriedades assintóticas interessantes;

d. O uso de um modelo analítico exato de redes de filas para o cálculo do desempenho produtivo do sistema foi relativamente simples: é intuitivo perceber-se que sistemas mais complexos podem ser também modelados e resolvidos usando este tipo de ferramenta;

e. Deve-se recordar as hipóteses implícitas para o bom uso do modelo exato: tempos de atendimento exponenciais, disciplina FCFS e regime estacionário.

5 — EXEMPLO 2: MÉTODO ANALÍTICO APROXIMADO

No capítulo anterior foi resolvido um sistema de rede fechada de filas em regime estacionário. Esta característica, associada a algumas outras hipóteses sobre as distribuições de probabilidade dos diversos tempos de atendimento no sistema e disciplina de fila, permitiram o uso de um método analítico exato para determinar o comportamento do sistema.

Neste capítulo, vai-se tratar de um problema onde a característica básica é a ocorrência de transientes durante sua operação . Assim, o uso de métodos analíticos exatos fica prejudicado: foi necessário, portanto, lançar mão de modelos analíticos aproximados.

A disponibilidade de modelos probabilísticos aproximados é bastante restrita no caso de sistemas com transientes: apenas no caso de redes fechadas muito simples (2 nós), como foi estudado por Kobayashi (19) aplicando aproximação por difusão, foi encontrada uma análise de transiente na literatura. O método de equivalência e decomposição, apesar de dar alguma indicação sobre a seqüência na qual os diversos sub-sistemas entram em equilíbrio, sómente gera soluções em regime estacionário (vide Courtois (68)).

Restou, desta maneira, o método de analogia fluida, que não leva em conta a natureza aleatória das filas. Se verá, entretanto, que características peculiares do sistema real estudado levam a resultados que não podem ser considerados quantitativamente muito discrepantes. Essas particularidades estão associadas ao conceito de congestionamento e saturação de uma rede de filas, cuja discussão parcial foi realizada no capítulo anterior, para o caso de rede fechada em regime estacionário.

Os objetivos deste capítulo são:

a. Mostrar a aplicabilidade de um método aproximado a problemas de Logística e Transportes com regime transiente;

b. Executar a implementação de um modelo de analogia fluida usando ferramental de com-

putação adequado e,

c. Explorar os resultados do modelo para desenvolver uma discussão sobre o comportamento de redes mistas transientes e sobre a adequação do modelo de analogia fluida.

5.1 Descrição do Sistema em Estudo

O sistema logístico em questão é parte de um complexo agro-industrial para produção de açúcar e álcool (usina de açúcar), seus elementos correspondendo aos veículos para o transporte de cana em vara, aos talhões de produção de cana-de-açúcar, aos equipamentos de carregamento de cana em vara, ao pátio de descarga da usina, etc., isto é, todos os elementos necessários para garantir o suprimento de matéria-prima para o processamento industrial — vide Yoshizaki (49).

Uma descrição esquemática do sistema estudado está na figura 5.1, que também mostra os diversos fluxos envolvidos.

Um veículo (que pode pertencer à frota própria da empresa ou pode ser um terceiro, que vende sua carga de cana para a usina) chega na entrada da usina, entrando em uma fila de pesagem que lhe permitirá o ingresso no pátio de descarga. Após a pesagem na balança de entrada (B1), caso seja um caminhão próprio, é realizado um sorteio: se o veículo for sorteado, ele vai para uma das duas brocas de amostragem (A), que colhem uma amostra de cana para análise química, e, em seguida, se encaminha para uma das três facilidades de descarga (D), que são hilos mecânicos. Se não for sorteado, ele se encaminha diretamente para a descarga. A chance de ser sorteado é de 1/4. Caso seja um veículo de terceiro, ele obrigatoriamente passa pela amostragem antes de ir para a descarga.

Após a descarga por um hilo (D), sempre com disciplina FCFS, o veículo se encaminha para a pesagem na balança de saída do pátio (B2), é pesado e então se retira do pátio da usina. Caso seja um veículo próprio, ele se dirige para o campo, indo coletar uma nova carga de cana em um talhão designado na sua saída, para em seguida retornar à usina e recomeçar

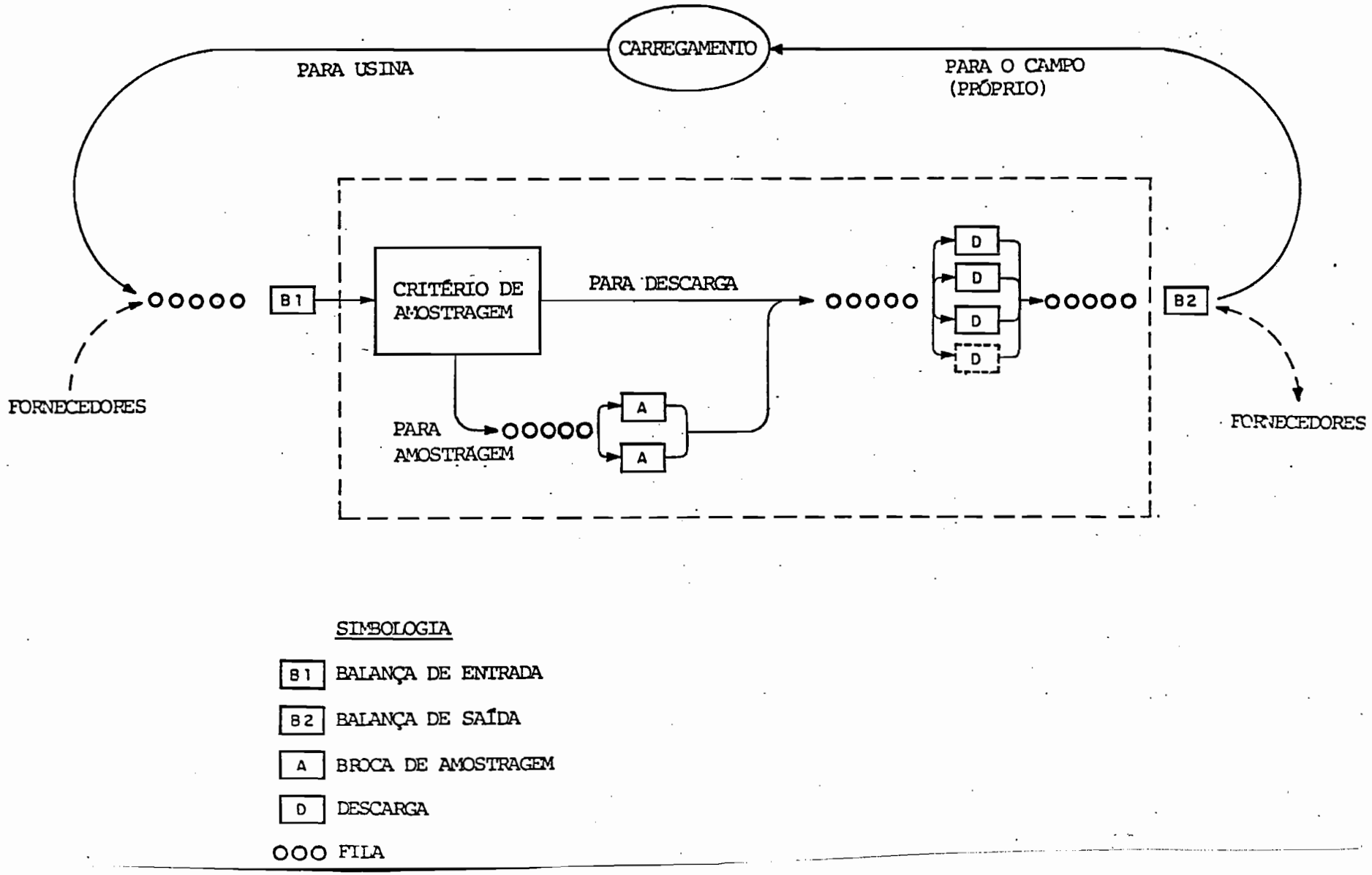


Figura 5.1 Esquema considerado do fluxo de transporte.

o ciclo novamente. Caso seja um veículo de terceiro, ao sair da balança B2 ele simplesmente deixa o sistema.

Os tempos médios de atendimento nas diversas facilidades do pátio estão mostrados na tabela 5.1.

Tabela 5.1 Tempos médios de atendimento.

Facilidade	Quantidade	Tempo médio de atendimento (min)
B1	1	0,63
A	2	3,00
D	3	2,85
B2	1	0,42

O sistema trabalha com fluxos diários da ordem de 26.000 t de cana; no dia de operação modelado, houve um total de 1481 descargas em 24 h de operação ininterrupta (contada das 06:00 h da manhã às 06:00h da manhã seguinte). Havia 201 veículos próprios trabalhando, que deram 1027 descargas; as 454 descargas restantes foram devidas a terceiros (chamados de fornecedores).

Como pode ser observado na figura 5.1, existe um **ciclo fechado** de transporte para os caminhões próprios da usina (viagem carregado– descarga no pátio–viagem vazio–carregamento no campo), e um **fluxo aberto** para os veículos de fornecedores.

Para o sistema estudado, no caso dos caminhões próprios, existe a possibilidade de uma gestão direta pela administração da usina, o que não ocorre com os fornecedores. Uma vez que a taxa de chegada dos fornecedores é determinável (apesar de aleatória), tal simplificação não afeta de maneira negativa a modelagem do processo.

O fluxo aberto dos veículos de fornecedores existe somente durante parte do dia (suas chegadas se dão entre 06:00 h e 18:00 h, principalmente), o que faz com que os picos de fila no pátio ocorram no período diurno. Assim, durante o dia, temos um problema de rede mista

de filas, e, durante a noite, uma rede fechada de filas cujo estado inicial foi gerado pela rede mista.

Este é o grande transiente do sistema. Além disso, como a carga maior de serviço no pátio de descarga ocorre durante o dia, a administração do transporte enviava os veículos próprios para talhões mais distantes durante o dia, e, durante a noite, para os talhões mais próximos, na tentativa de balancear a solicitação no subsistema pátio durante sua operação: às 06:00 h da manhã, os veículos próprios que saíam da usina eram despachados para talhões na média mais distantes; às 18:00 h, esta orientação eram invertida e os veículos próprios eram enviados para locais mais próximos. Apesar destes cuidados, ocorria normalmente a formação de filas excessivamente longas e persistentes na entrada da usina, que chegavam a 200 caminhões em horários de pico.

Desta maneira, o interesse principal do estudo está em analisar o processo de formação de filas na entrada do pátio da usina.

No estudo original para a usina em questão, foi usado um modelo de simulação estocástica discreta, dada a natureza aleatória dos diversos processos envolvidos e a dificuldade de desenvolvimento de modelos analíticos de redes de filas para o caso de sistemas com variações bruscas e cíclicas nos parâmetros de chegada e atendimento (análise de transiente). A determinação do desempenho de diversas medidas, destinadas à diminuição das filas associadas e que atendessem restrições de moagem mínima, foi realizada assim por um simulador construído em GPSS, que é uma linguagem de simulação desenvolvida na IBM na década de 60. A lógica básica do simulador estava baseada em um exemplo de aplicação proposto por Schrieber (69).

Foi escolhido para o estudo um dia padrão de operação na usina (14/08); nesse dia, o sistema funcionou, entre as 06:00 h e as 06:00 h do dia seguinte, nas condições descritas abaixo (observação: diurno se refere das 06:00 às 18:00 h; noturno, das 18:00 h do dia às 06:00 h do dia seguinte):

Tabela 5.2 Taxas médias de chegada de fornecedores – λ_e.

Horário	Taxa λ_e (veic./h)
06:00/08:00 h	54,0
08:00/10:00 h	25,0
10:00/13:00 h	37,3
13:00/17:00 h	30,5
17:00/19:00 h	22,0
19:00/20:00 h	16,6
20:00 h em diante	0

- veículos próprios: 201;

- fila inicial: 14 veículos, todos próprios;

- fila final: 18 veículos, todos próprios;

- taxa de chegada de fornecedores: segue lei de Poisson; para taxas médias, vide tabela 5.2;

- tempo médio de viagem de um veículo:média de 214,0 min. diurno/178,5 min. noturno, seguindo uma distribuição de Erlang de ordem 2 defasada (defasagem de 55 min.diurno/ 40 min. noturno);

- tempo médio no subsistema usina (desde a chegada na fila da balança de entrada até o término do atendimento na balança de saída; elementos dentro do subsistema às 18:00 h são considerados apenas nas estatísticas noturnas): 115,8 min.diurno/77,1 min. noturno;

- fila persistente: em nenhum momento do dia o subsistema usina ficou vazio.

5.2 – Modelagem do Processo de Filas

5.2.1 – Discussão Inicial e Hipóteses do Modelo

Modelar um processo estocástico de formação de filas por analogia fluida ou fila determinística é uma aproximação que leva em conta apenas os efeitos de primeira ordem do fenômeno (isto é, relacionados com as médias das populações – vide (70)). Equivale a substituir o fluxo discreto pelo escoamento contínuo de um fluido incompressível.

A decisão de se utilizar um modelo contínuo determinístico foi baseada nas seguintes considerações :

a. Como se trata de um sistema complexo com grandes variações na sua operação devido à ocorrência de transientes, apenas a modelagem determinística seria matematicamente tratável para o caso;

b. A fila na descarga da usina real é persistente e muito maior que um, indicando condições de sobrecarga ou tráfego pesado, que são hipóteses básicas para o uso de métodos determinísticos (70). O congestionamento se alivia, mas não desaparece após as 18:00 h.

Vale a pena discutir um pouco mais o último ítem. Sabe-se que, para um processo estocástico de filas isoladas, um sistema com índice de tráfego $\rho = 1$ leva a filas sempre crescentes, apesar da capacidade média de atendimento ser igual à taxa média de chegadas. Ou seja, tal sistema é instável. Além disso, mesmo no caso de $\rho < 1$, existe a formação de filas, que em média são maiores que zero, uma vez que sempre existe uma probabilidade maior que zero do nó estar vazio: no caso de um intervalo entre duas chegadas sucessivas ser superior ao tempo de atendimento dos elementos existentes no sistema no instante da primeira chegada, o tempo em que o sistema ficou vazio esperando o segundo cliente não pode ser usado para atendimento, ou seja, não há volta no tempo, e esse potencial de trabalho está perdido. Isto explica porque, para processos aleatórios, sistemas com ρ próximo de um possuem filas médias muito grandes (permanecendo em equilíbrio estocástico): qualquer

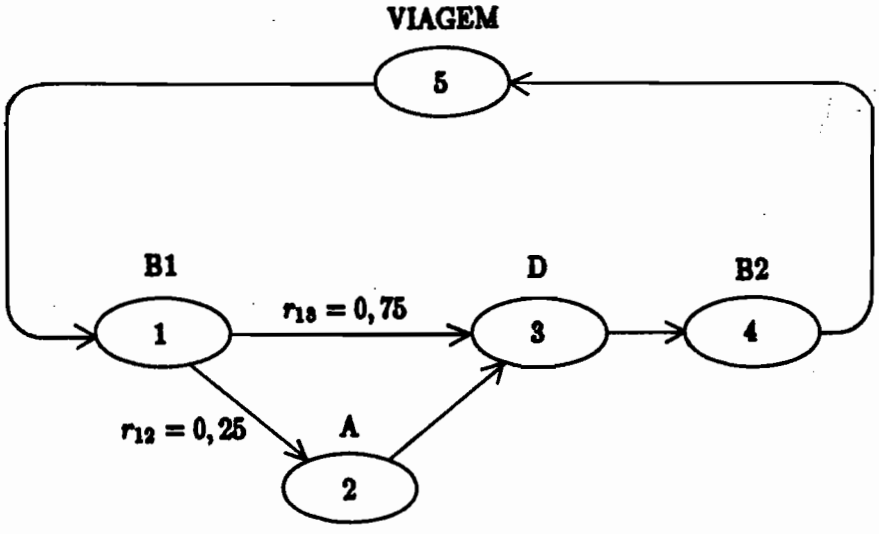


Figura 5.2 Cadeia fechada de veículos próprios.

ociosidade que ocorra "demora" muito para ser compensada.

No caso de analogia fluida , valores de $\rho < 1$ não geram filas; apenas quando $\rho \geq 1$ começam a existir filas no sistema (que começa a funcionar como uma "capacitância"), as quais somente diminuem quando o índice de tráfego fica menor que 1.

Pensando agora em redes fechadas de filas, como é o caso da cadeia fechada dos veículos próprios, os efeitos de fila persistente no nó "gargalo" s se devem à saturação do sistema. Numa rede fechada com população finita, porém, nunca tem-se $\rho_s > 1$, pois esta sempre consegue alcançar o equilíbrio estocástico se não ocorrerem novas perturbações . É interessante lembrar (71), porém, que o comportamento assintótico de uma rede fechada (quando esta trabalha com uma população k muito maior que a população K^* de saturação) funciona de maneira determinística em média (vide Kleinrock (13)).

Calculando-se as utilizações relativas conforme a equação (2.2.11) para a cadeia fechada representada na figura 5.2, obtém-se a tabela 5.3 (fazendo-se $e_1 = e_3 = e_4 = e_5 = 1$):

O "gargalo" se configura como o nó 3, a descarga no pátio, e é onde ocorreria a formação de filas persistentes e a saturação , caso $k >> K^*$.

Tabela 5.3 Cadeia fechada de veículos próprios.

Nó	Função	Capacidade de Atendimento (veic./min)	Utilização relativa
1	Balança de entrada	1,587	0,63
2	Amostragem	0,667	0,375
3	Descarga	1,053	0,95
4	Balança de saída	2,381	0,42
5	Campo	∞	–

E como calcular K^*? Tem-se a equação (4.37):

$$K^* = \frac{T_c}{s_s}\,, \tag{4.37}$$

onde

$$T_c = \text{tempo de ciclo}$$

$$s_s = \text{tempo de serviço no nó } s,$$

que é válida para o caso de um nó com um único servidor. Caso tenha c_s servidores idênticos, ela se transforma para (vide Kleinrock (72)):

$$K^* = \frac{T_c}{s_s/c_s} = \frac{c_s T_c}{s_s}\,. \tag{5.1}$$

No caso, tem-se:

$$T_c = s_1 + r_{12}s_2 + s_3 + s_4 + s_5\,. \tag{5.2}$$

O cálculo de K^* para o caso diurno e noturno está colocado na tabela 5.4.

Tabela 5.4 Saturação na cadeia de veículos próprios.

Caso	T_c	K^*
Diurno	218,65	230
Noturno	183,15	192

Como $k = 201$, apenas no período noturno tem-se $k > K^*$, e apenas a cadeia fechada não consegue explicar o fenômeno de fila persistente.

Desta forma, é a interferência causada pela cadeia aberta, formada pelos veículos de fornecedores, que adiciona a solicitação extra que causa o forte congestionamento no pátio da usina. De fato, a menor taxa de chegada λ_f de fornecedores durante o período diurno é $\lambda_f = 0,3667$ veic/min (das 8:00 às 10:00 h). A taxa teórica de chegada para os veículos próprios é $\lambda'_p = k/T_c = 0,9193$, dando uma taxa de chegada total de $\lambda'_t = 1,2860$ veic/min, e o índice teórico de tráfego fica $\rho'_3 = 1,354 > 1$!

Entretanto, conforme colocado anteriormente (73), Reiser e Kobayashi (33) mostraram que, para uma rede mista ser estável, é necessário e suficiente que $\rho_i^e < 1$, ou seja, o índice de tráfego relativo das cadeias abertas deve ser menor que um: apenas os fluxos abertos podem tornar uma rede mista instável.

O conceito de saturação e comportamento assintótico permite então compreender melhor essa propriedade: sendo $\rho_i^e < 1$, apenas no caso da população k da cadeia fechada ser infinita é que haveria a formação de fila infinita no nó "gargalo"; para qualquer k finito, o nó saturado simplesmente vai bloqueando os veículos do ciclo fechado, de forma a, no equilíbrio, ter $\rho_s = 1$. Isto significa justamente uma fila persistente no nó saturado.

Naturalmente, a ocorrência de transientes de operação e das taxas de chegadas de fornecedores impossibilita a formação de equilíbrio estocástico no sistema real.

Para o período noturno, temos $k > K^*$ e, assim, as condições de saturação ficam parcialmente preenchidas nesse horário.

Portanto, as condições de tráfego pesado ou sobrecarga para se utilizar um modelo de analogia fluida parecem estar razoavelmente atendidas no sistema, mais especificamente no nó "gargalo" (descarga do pátio). A verificação da aderência dos resultados permitirá discutir a adequabilidade do modelo usado.

5.2.2 – Modelo Utilizado

Uma vez que se deseja avaliar o pátio da usina como um todo (um subsistema), por uma questão de simplicidade, as balanças e os pontos de amostragem foram eliminados do modelo, pois o "gargalo" do pátio se configurou como o nó de descarga, estando as filas principais (persistentes) associadas a ele. Realmente, as facilidades de serviço que estão a montante da descarga não tem grande influência quando o pátio está muito congestionado, pois o tempo de espera na fila de descarga era utilizado para realizar as operações anteriores no sistema real. Deve-se comentar também que, a balança de saída (a jusante da descarga) foi eliminada do modelo pois não configura um "gargalo"e seu tempo de atendimento é pequeno (25 segundos em média, com pequena dispersão).

A passagem da rede completa para a rede modelada está esquematizada na figura 5.3.

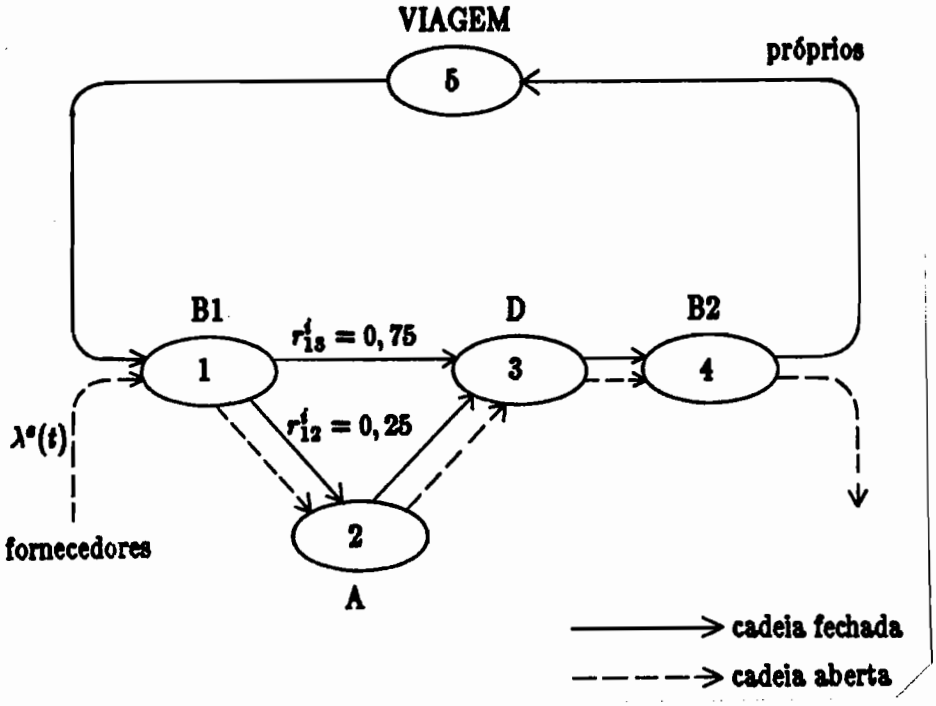
O modelo matemático de rede mista com dois nós foi mostrado anteriormente na parte teórica (74) e não será repetido aqui.

Para figura 5.3.b, fica realçada a existência de duas cadeias distintas, a dos veículos próprios (fluxo fechado, em linha cheia na parte superior do diagrama) e a dos veículos de terceiros (fluxo aberto, em linha tracejada, na parte inferior do diagrama), que se interligam apenas no nó $1'$, a descarga no pátio da usina.

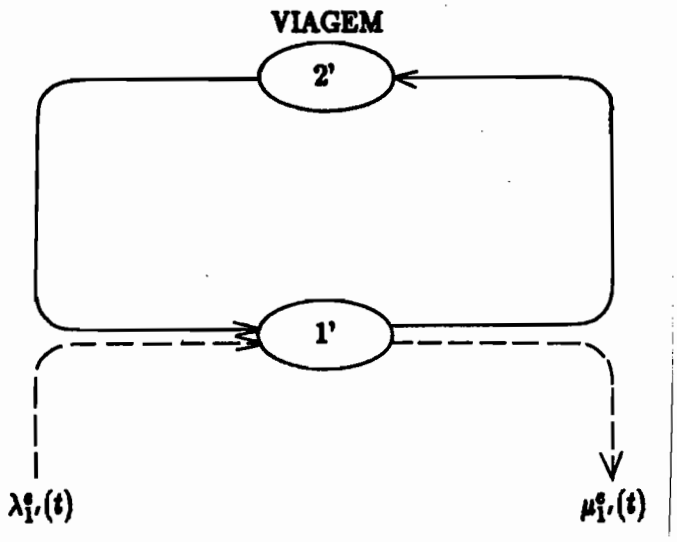
Para resolver o sistema de equações (3.2.14), que representa o sistema de filas, utilizou-se o programa DYNAMO, de simulação contínua. Tal uso se justifica pois:

a. O DYNAMO justamente resolve sistemas dinâmicos pela integração numérica de sistemas de equações diferenciais;

b. O DYNAMO trabalha com conceitos de fluxo com retroalimentação ou fluxos abertos, tal como rede mistas de fluxo fluido, que é o caso do modelo em questão;



(a)Rede completa original.



(b) Rede simplificada modelada.

Figura 5.3 Rede mista modelada por analogia fluida.

c. Como o DYNAMO está baseado no conceito de Dinâmica Industrial de Forrester (75), o uso desta linguagem facilita o trabalho da montagem do modelo matemático, uma vez que não é necessário montar as rotinas numéricas necessárias: elas já fazem parte da linguagem de simulação ;

d. Existe correspondência direta entre os conceitos de nível e fluxo em dinâmica de sistemas para os conceitos de fila de espera e taxa de atendimento na teoria de filas.

Existem algumas idiossincrasias que, entretanto, implicaram em alguns ajustes: os tempos de atendimento eram modelados como um atraso de dinâmica industrial, por exemplo. Uma vez que os atrasos representam amortecimentos exponenciais do fluxo, e não saltos discretos no tempo, o fluxo resolvido pelo DYNAMO sempre tinha um certo grau de "inércia" para responder às mudanças. No caso do fluxo da cadeia fechada, porém, ocorria um efeito interessante: a retroalimentação do fluxo ocorria muito antes do devido, distorcendo os fluxos de entrada no pátio da usina. O uso de atrasos de quinta ordem, juntamente com uma função portal solucionou em grande parte este comportamento indesejável.

O diagrama de Forrester que modela a rede mista simplificada (figura 5.3.b) está mostrado na figura 5.4, onde:

$VIAGEM$ = veículos indo/voltando ou carregando no campo (veic.);
= na realidade, atraso de quinta ordem;

FEP = fluxo de entrada de veículos próprios (veic/mim);

TV = tempo de viagem (min); varia entre dia e noite;

FIP = fluxo inicial de entrada de veículos próprios (vei/min);
= constante até ser "desligado" em TE;

TE = instante em que FIP é "desligado" (min); depende de TV (noturno) e da
= quantidade de veículos em viagem; tirado a partir do fluxo observado na simulação GPSS;

$FILAP$ = quantidade de veículos próprios na descarga (veic.);

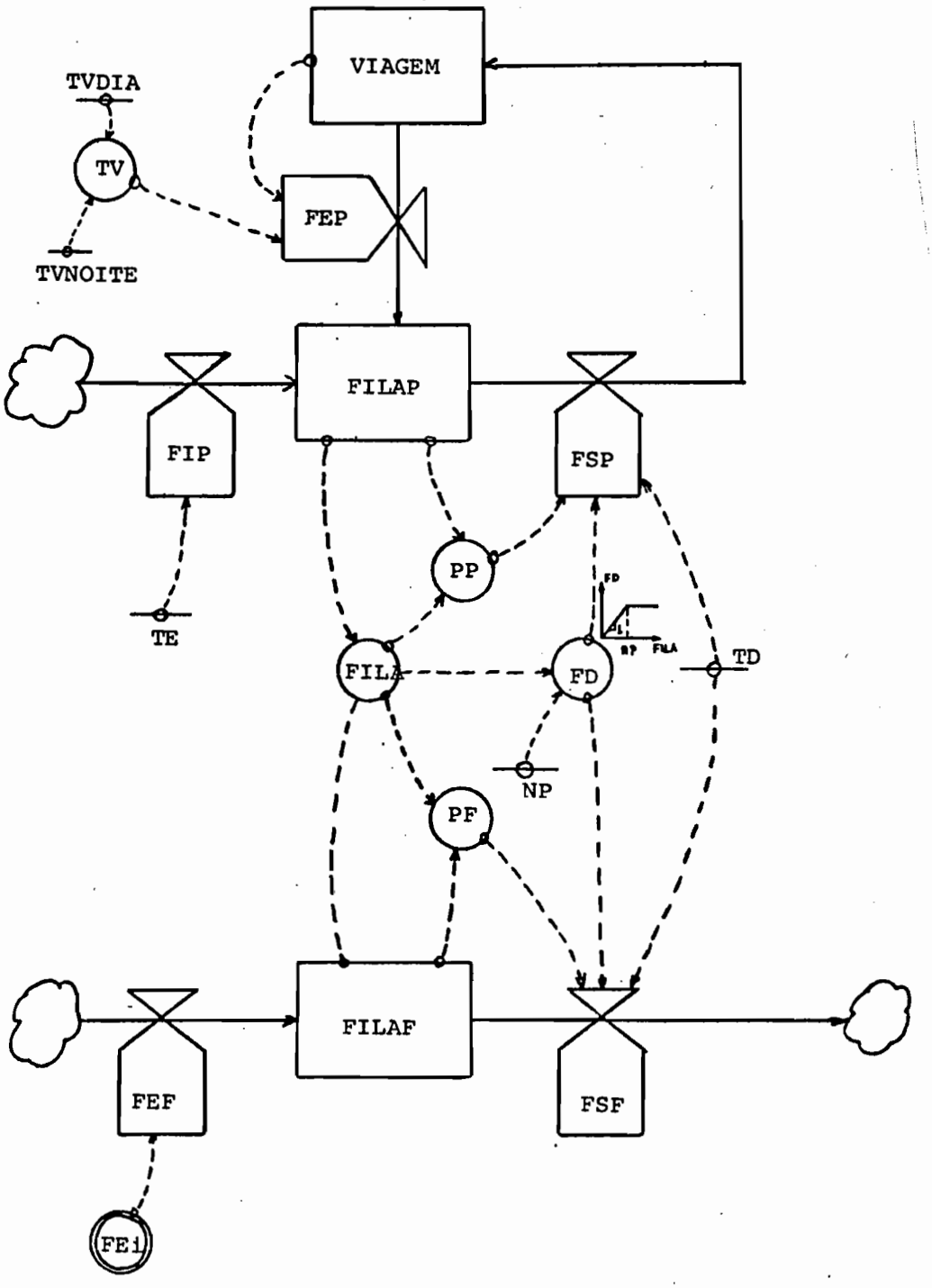


Figura 5.4 Diagrama de Forrester.

FSP = fluxo de saída de próprios (veic./min);

$FILA$ = total de veículos na descarga (veic.);

PP = proporção de veículos próprios na fila;

PF = proporção de veículos de fornecedores na fila;

$FILAF$ = quantidade de veículos de fornecedores na descarga (veic.);

FEF = fluxo de entrada de fornecedores (veic./min);

FSF = fluxo de saída de fornecedores (veic./min);

FD = fluxo de descarga (veic/min);

= depende do número de hilos de descarga, do número de caminhões na fila e do tempo de serviço;

NP = número de postos de descarga;

TD = tempo de descarga individual (min/veic).

A modelagem por dinâmica de sistemas das cadeias isoladas (cadeia fechada – próprios; cadeia aberta – fornecedores) é trivial. A sua junção no pátio de descarga, que tem uma fila real única é mais problemática.

Para solucionar esta questão, foram usadas variáveis auxiliares que formavam um processo auxiliar (fluxo de informações), que controla o processo real da fila no pátio. Portanto, as variáveis auxiliares FILA e FD formam o fluxo de informação , FILA como a soma das filas de cada ciclo isolado e FD o fluxo total, soma dos fluxos isolados (conforme a equação (3.2.15)). A questão agora se transforma em como ratear a taxa de atendimento FD entre a cadeia fechada e a cadeia aberta.

Adotou-se fazer os fluxos proporcionais ao número de veículos de cada tipo presentes na fila total a cada instante (74): a fração do fluxo de saída de cada ciclo isoladamente é proporcional à participação de seus veículos(próprios ou terceiros, dependendo da cadeia)na fila total, PP ou PF. Tal artifício não garante a disciplina FCFS, mas como se deseja principalmente analisar o comportamento médio do sistema pátio (e não do ponto-de-vista de

um veículo genérico de uma cadeia isolada), essa aproximação é, em princípio, aceitável. É necessário analisar os resultados numéricos obtidos para se discutir mais este ponto.

O programa DYNAMO correspondente ao diagrama de Forrester está listado no Anexo 3.

As principais estatísticas tiradas do processamento, afora os níveis ou variáveis auxiliares que simulam níveis (FILA, FILAP, FILAF, VIAGEM), são outras variáveis auxiliares:

. DESC: é a contagem do número de veículos que passou pela descarga até aquele instante (veic.);

. FILAC: é a integração da variável FILA no tempo (veic.×min); dividido pelo tempo total, dá a quantidade média de veículos na descarga; dividido pelo número de chegadas até o instante do cálculo, dá o tempo médio de permanência de um veículo na descarga;

. FILACP: idem acima, para veículos próprios (veic×min);

. FILACF: idem acima, para veículos de terceiros (veic×min).

Estas estatísticas foram tiradas para permitir a análise dos resultados do modelo e sua comparação com os parâmetros do sistema modelado.

Uma dificuldade que existiu para realizar a análise dos resultados foi que, a estatística do tempo médio no subsistema pátio não foi determinada de forma coerente entre o sistema real e o modelo de analogia fluida: no caso do sistema real, os tempos diurno e noturno eram calculados apenas para os veículos que *saíam* do pátio até o horário-limite do período (entre 18:00 h e 06:00 h do dia seguinte, para os períodos diurno e noturno, respectivamente), ou seja, os veículos que estavam no pátio ou em suas filas *no instante de troca de períodos* tinham seus tempos computados apenas para as estatísticas do período seguinte. Além disso, não havia sido coletado dados sobre a evolução do estado do subsistema pátio, isto é, a quantidade de elementos nos diversos nós: existiam dados referentes apenas aos instantes

Tabela 5.5 Calibração do modelo completo GPSS (média de 14 corridas independentes)

	Sistema real			Simulação GPSS completa		
	dia	noite	total	dia	noite	total
Chegadas na usina	906	575	1481	892,6	613,8	1506,4
Descargas no pátio	754	727	1481	755,9	757,5	1513,4
Tempo na fila do pátio	78,7	41,0		82,1	44,3	
Tempo no pátio	37,1	36,1		37,1	29,6	
Tempo total na usina	115,8	77,1		119,2	73,9	

de chegada e saída do pátio, para cada veículo.

A solução adotada foi utilizar um simulador estocástico programado em GPSS, que permitiu a coleta destas estatísticas de uma forma e da outra. Assim, montou-se um modelo em GPSS completo, que foi devidamente ajustado para aderir aos dados reais. A listagem do código do programa que simula o sistema completo (como mostrado nas figuras 5.1 e 5.3.a), incluindo as distribuições de probabilidade associadas aos tempos nos nós que representam as diversas atividades, está no Anexo 4.

Além de ter-se estatísticas coerentes para comparar com o modelo de dinâmica de sistemas, foi possível também levantar-se o comportamento dinâmico do número de elementos no subsistema pátio, de forma a permitir também esta comparação . A comparação entre os resultados do modelo GPSS e o sistema real estão na tabela 5.5.

O uso de simulação estocástica discreta com GPSS permitiu também fazer outras análises interessantes: primeiro, para a rede completa, foram retiradas as características aleatórias, conseguindo-se uma situação determinística com eventos discretos – isto serviu para analisar o impacto das variações aleatórias no sistema completo. Em seguida, foi montada a rede simplificada de filas (figura 5.3.b) em GPSS, porém com tempos de processamento nos nós variando conforme as respectivas distribuições de probabilidade e, finalmente, o caso determinístico para a rede simplificada.

Naturalmente, o último caso (rede simplificada determinística em GPSS) é o mais próximo

do modelo de dinâmica de sistemas resolvido, pois ambos modelam exatamente a mesma rede e a mesma situação.Os casos anteriores de simulação em GPSS servem para analisar o impacto das simplificações efetuadas na aderência dos resultados, também servindo de modelos de referência.

Os programas GPSS correspondentes estão no Anexo 5.

Os mesmos dados serviram para alimentar os programas DYNAMO e GPSS, sendo que:

- No modelo DYNAMO, a entrada dos 201 veículos próprios na cadeia fechada obedeceu a taxa de chegada verificada na simulação determinística simplificada em GPSS;

- Nos modelos GPSS, partiu-se de um estado inicial que começava às 00:00 h do dia, ou seja, houve 6 horas de ajustamento durante a "madrugada", onde apenas veículos próprios percorriam a cadeia fechada; as estatísticas começavam a ser contadas apenas a partir das 06:00 h da manhã, como ocorre com o modelo DYNAMO. Estas 6 horas eram suficientes para os veículos próprios percorrerem praticamente dois ciclos noturnos completos, para fazer o sistema entrar em regime para o dia simulado.

Para realizar o processamento dos modelos foram utilizados os programas *Professional DYNAMO* para o modelo de analogia fluida e o *GPSS/PC* para as simulações discretas. A unidade de tempo usada foi de 1 minuto para o modelo DYNAMO e de 1 segundo para o modelo GPSS. O equipamento usado foi um microcomputador padrão IBM/PC-AT, sem coprocessador numérico. Para o modelo DYNAMO, o tempo de processamento era da ordem de 8 minutos (DT=1 minuto do sistema, 24 horas de operação); cada corrida da rede estocástica completa em GPSS demorava em torno de 5 minutos (30 horas de operação do sistema, pois inclui 6 horas de transiente), enquanto que a rede determinística simplificada (idêntica ao DYNAMO) era processada pelo GPSS em menos de um minuto. Este fato atesta, como era de se esperar, que a simulação discreta é , no casos de sistemas de filas, muito mais eficiente que a simulação contínua.

Tabela 5.6 Resultados obtidos dos modelos

Modelo usado	$\overline{N}$		$\overline{W}$	
	dia	noite	dia	noite
Sim. Estoc. Completa (*)	138,48	64,82	116,86	62,87
Sim. Determ. Completa	132,83	58,46	112,02	56,88
Sim. Estoc. Simples (*)	136,21	64,50	107,94	60,48
Sim. Determ. Simples	131,62	58,73	105,39	55,09
Analogia Fluida	**133,42**	**61,31**	**106,86**	**57,23**

(*) médias de 14 corridas

Os relatórios de saída do modelo DYNAMO estão no Anexo 6, e as saídas das simulações GPSS estão no Anexo 7. Para as simulações estocásticas, apenas uma corrida exemplo das 14 realizadas foi colocada no anexo.

5.3 – Análise dos Resultados Obtidos

Os resultados estão sumarizados na tabela 5.6, onde $\overline{N}$ é a quantidade média de veículos na usina durante o período (veic.) e $\overline{W}$ é o tempo médio de permanência de um veículo na usina (min).

A tabela 5.7, a seguir, dá os erros porcentuais do modelo de analogia fluida em relação às diversas simulações realizadas.

Tabela 5.7 Diferenças porcentuais entre os modelos

Modelo usado	$\Delta\overline{N}$		$\Delta\overline{W}$	
	dia	noite	dia	noite
Sim. Estoc. Completa	−3,65	−5,41	−8,56	−8,97
Sim. Determ. Completa	0,44	4,88	−4,61	0,62
Sim. Estoc. Simples	−2,05	−4,95	−1,00	−5,37
Sim. Determ. Simples	1,37	4,39	1,39	3,88

Analisando as tabelas 5.6 e 5.7, pode-se observar que o modelo de analogia fluida leva a resultados próximos dos verificados nas simulações . Além disso, via de regra, os erros

porcentuais para o período noturno são maiores que os do período diurno: isto ocorre justamente no período em que o sistema mais se afasta da hipótese de tráfego pesado ou fila persistente, de forma que isto não pode ser considerado como uma coincidência.

O alívio do congestionamento durante a noite pode ser observado na figura 5.5, obtida pelo lançamento dos números de elementos na usina ao longo do dia para o modelo de analogia fluida.

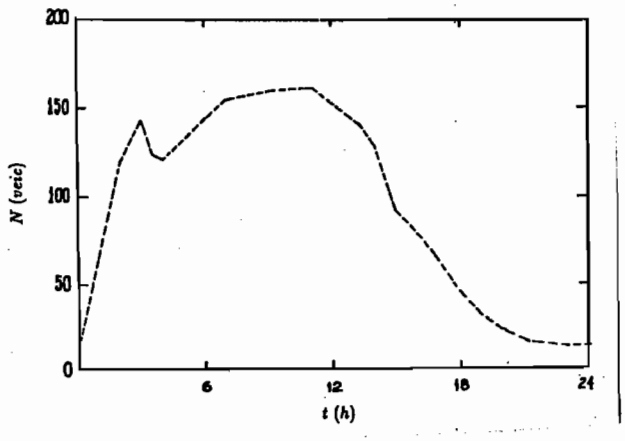


Figura 5.5 Número de elementos na usina cf. modelo de analogia fluida.

Os piores resultados ocorrem com relação à simulação estocástica com a rede completa, principalmente no que diz respeito aos tempos médios: isto também já era de se esperar, uma vez que este é o modelo que contém as menores simplificações da rede. E o fato das piores divergências se darem nos tempos médios é também coerente: afinal, foram justamente tirados nós com seus respectivos tempos no modelo simplificado.

É interessante notar que, no caso das simulações determinísticas, o modelo de analogia fluida dá tempos e quantidades médias maiores: este é um dos efeitos de se modelar um processo discreto por um processo contínuo, ambos com retroalimentação. Este é o efeito da "inércia" associada a este último (amortecimento exponencial), conforme comentado no ítem 5.2.1.

Para se analisar melhor a aderência do modelo de analogia fluida, tomou-se os valores do número de elementos na usina ao longo das 24 horas de operação do sistema para os

casos de simulação determinística (rede completa e simplificada) e para o modelo de analogia fluida, de modo a permitir a comparação do comportamento das filas dos diversos modelos. A tabela 5.8 dá esses valores para as 24 horas de operação .

Tabela 5.8 Número de elementos no pátio.

Hora	Sim. Det. Completa	Sim. Det. Simples	Analogia Fluida	Hora	Sim. Det. Completa	Sim. Det. Simples	Analogia Fluida
06:00	14	12	12,00	19:00	137	138	144,86
07:00	68	65	65,84	20:00	126	124	129,19
08:00	120	118	119,68	21:00	103	104	91,37
09:00	142	142	144,13	22:00	91	90	78,94
10:00	127	124	121,57	23:00	62	61	61,90
11:00	134	131	133,06	00:00	34	34	45,01
12:00	140	141	144,45	01:00	16	14	31,62
13:00	149	148	155,35	02:00	13	12	22,65
14:00	156	156	158,11	03:00	13	12	17,48
15:00	161	160	159,81	04:00	14	12	14,90
16:00	162	163	160,68	05:00	14	12	13,77
17:00	159	160	161,12	06:00	14	12	13,33
18:00	149	149	153,02				

Colocando-se os valores da tabela 5.8 em um gráfico, obtém-se a figura 5.6.

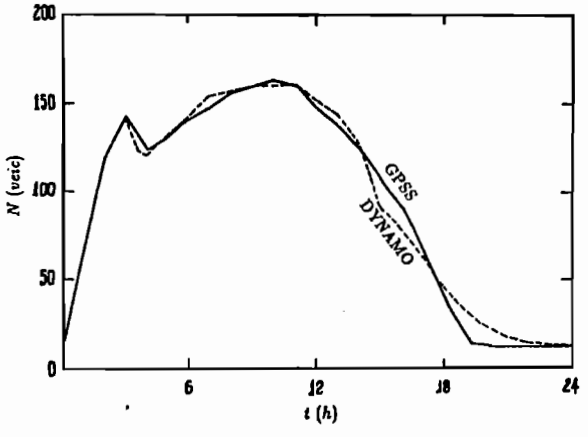


Figura 5.6 Comportamento da fila para os diversos modelos.

Pode-se perceber claramente o efeito do amortecimento exponencial no modelo contínuo pelo comportamento da fila durante o período noturno: a fila "demora" mais para reagir à queda na taxa de chegada, e tem um comportamento mais "suave" do que as simulações discretas.

Tudo posto, conclui-se que não se pode rejeitar a aderência da aproximação por um modelo de analogia fluida para o processo de congestionamento no sistema de filas estudado. As hipóteses de tráfego pesado e fila persistente mostraram-se adequadas para garantir a adequação do método utilizado.

5.4 – Conclusões do Caso

A resolução deste exemplo de aplicação permitiu concluir que:

a. A obediência das hipóteses de tráfego pesado e fila persistente garantiu uma aproximação boa para o comportamento de uma rede mista de filas, usando-se um modelo de analogia fluida contínua;

b. O método de analogia fluida consegue trabalhar a contento com a ocorrência de transientes, sem dificultar a modelagem;

c. A simplificação de um subsistema por um único nó não implicou em erros muito grandes: isto está relacionado com o fato do nó escolhido ter sido justamente o nó "gargalo" da rede de filas;

d. Apesar da cadeia fechada da rede mista (veículos próprios) não estar saturada, e da cadeia aberta garantir a estabilidade (pois $\rho_i^e < 1, \forall i$), sem se levar em conta os efeitos dos transientes, a soma dos dois fluxos gera as condições de tráfego pesado e faz com que o nó de descarga se comporte como um nó saturado de uma rede fechada pura (76). Assim, é como se intuitivamente a cadeia aberta "roubasse" uma parte da taxa de atendimento no nó "gargalo" e fizesse o valor K^* da população de saturação da cadeia fechada diminuir.

Informalmente, o autor pode então definir que a população K_m^* de saturação no nó saturado s para uma cadeia fechada de uma rede mista é:

$$K_m^* \triangleq T_c(\mu_s - \sum_{i \in L} \lambda_{is}) \ , \tag{5.3}$$

onde

T_c = tempo de ciclo;

μ_s = taxa de serviço no nó s;

$= \dfrac{c_s}{s_s}$, no casos de c_s servidores idênticos;

s_s = tempo de atendimento de um servidor no nó s;

λ_{is} = fluxo da cadeia i que chega no nó s;

L = conjunto formado por todas as cadeias que chegam ao nó s.

Aplicando-se no caso estudado, tem-se que, no horário diurno menos solicitado (17:00 h):

$$T_c = 218,65 \text{ minutos (tabela 5.4)};$$
$$\mu_s = \frac{3}{2,85} \text{ veic./min};$$
$$\sum \lambda_{is} = 0,367 \text{ veic./min},$$

e, portanto

$$K_m^* = 218,65(\frac{3}{2,85} - 0,367) = 150 \text{ veículos.}$$

Assim, verificamos que $k > K_m^*$, e o nó esta funcionando em saturação, coerentemente com todas as hipóteses e conclusões formuladas anteriormente.

E assim encerraram-se as aplicações dos modelos de redes de filas a sistemas Logísticos e de Transportes. No primeiro exemplo, utilizou-se um modelo analítico exato para resolver um problema de cálculo da função de produção de um sistema logístico em regime estacionário. Através do algoritmo de convolução, determinou-se ponto a ponto a função de produção, que tinha como variável básica o número de veículos fechados dentro do sistema, e viu-se que

o algoritmo era especialmente adequado para esse cálculo. A análise dos seus parâmetros de desempenho levou à discussão do conceito de saturação e comportamento assintótico para redes fechadas de filas. No segundo exemplo, estudou-se um caso de rede mista em regime transiente, utilizando-se um método aproximado, a analogia fluida contínua. Para isso, o sistema atendia as hipóteses de tráfego pesado e filas persistentes, o que resultou em boa aderência do modelo. A análise do comportamento das filas no nó gargalo do sistema levou à extensão do conceito de saturação para cadeias fechadas de redes mistas, realizado pelo autor.

6 — CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS

O uso de modelos analíticos de redes de filas na área de Logística e Transportes é ainda bastante restrito, conforme foi comentado na introdução do Capítulo 4, tendo sido encontrados apenas três exemplos aplicando modelos Markovianos clássicos. Aparentemente, o uso de algoritmos eficientes (convolução, MVA) ainda é pouco difundido no meio, ao contrário dos resultados de filas isoladas, que são bastante populares.

A alternativa mais comum usada na análise do comportamento aleatório de sistemas complexos de Transportes e Logística foi a técnica de simulação estocástica, principalmente pela sua facilidade em modelar situações muito complexas para se tratar analiticamente. Porém, seu custo relativamente elevado (de desenvolvimento e processamento) limita seu uso para projetos de porte razoável. Ademais, uma vez que é necessário montar uma nova simulação para analisar um cenário diferente, usar-se esta técnica na comparação de um leque muito grande de alternativas, pode tornar-se proibitivo, pois cada cenário deverá ser simulado diversas vezes para garantir um mínimo de confiança estatística.

Como foi visto nos exemplos de aplicação resolvidos neste trabalho, os modelos de redes de filas não são de uso muito difícil e, obedecidas suas hipóteses implícitas (tipo de fluxo, distribuição de probabilidades, disciplina de fila, tipo de regime, carregamento de tráfego), eles conseguem boa aderência a sistemas reais.

Assim, os modelos analíticos de redes de filas podem ser usados para se avaliar rapidamente alternativas, sendo que então as mais promissoras poderiam ser melhor modeladas e tratadas mais detalhadamente por outros modelos analíticos ou mesmo por simulação. Desta forma, os modelos apresentados neste trabalho podem ser considerados como uma primeira aproximação, a serem usados em uma primeira análise de alternativas: por exemplo, na fase de concepção de um projeto. Seu uso, portanto, complementaria mais que substituiria o uso da simulação, que poderia ser reservada para fases do projeto onde cálculos acurados são necessários.

6.1 – Adequabilidade dos Modelos de Redes de Filas

Um grande número de problemas de Transportes e Logística poderiam ser modelados por redes de filas. Algumas sugestões:

- Movimentação interna em terminais: as diversas facilidades e fluxos internos de um terminal podem ser modelados; as ligações entre facilidades podem ser, por exemplo, movimentações por esteiras rolantes, empilhadeiras, etc.;

- Sistemas logísticos: sistemas compostos por diversos terminais e frotas (homogêneas ou não) podem ter seu desempenho avaliado para projeto ou análise de suas configurações;

- Dimensionamento de frota: através do conceito de saturação de uma cadeia fechada, pode-se determinar, por exemplo, o nível aproximado de frota máxima.

A tabela 6.1 mostra as principais hipóteses associadas aos principais modelos de redes de filas e a sua aplicabilidade a diversas situações. Por ela, então, pode-se verificar qual método é adequado para uma aplicação específica, simplesmente examinando a aderência do sistema real às hipóteses implícitas dos modelos.

6.2 – Proposição de Futuros Estudos

Ainda existe um grande campo para pesquisa sobre rede de filas. As hipóteses listadas na tabela 6.1 mostram o quanto ainda são limitados os modelos analíticos existentes; só para citar alguns ítens, apenas um número muito limitado de disciplinas de filas foi modelado de forma exata, assim como faltam modelos para regime transiente, mormente quando não é possível usar aproximações por tráfego pesado.

A questão de disciplinas alternativas de filas é importante para se poder incluir nos modelos de sistemas logísticos interligações mais realistas com o sistema de produção: a programação de produção muitas vezes utiliza regras que implicam em disciplinas de fila

Tabela 6.1 Hipóteses e adequação de modelos de redes de filas

Método	Regime	Tipo de nó permitido	Tipo de fluxo	Hipóteses associadas	Observações
Clássico de Jackson	estacionário	M/M/c/FCFS	aberto	γ_i Poisson $\rho_i < 1$	modo mais simples de resolver redes Markovianas abertas;
Convolução	estacionário	__/M/c/FCFS ou __/G/1/LCFSPR __/G/∞/GD	qualquer	λ_i^e Poisson $\rho_i^e < 1$	fornece todas informações da rede; pode apresentar instabilidade numérica para redes complexas ou com tempos de serviço muito diferentes.
MVA	estacionário	idem acima	qualquer	idem acima	só fornece valores médios; evita instabilidade numérica.
Equivalência e Decomposição	estacionário	__/G/c/GD	qualquer	depende do modelo dos subsistemas	para redes que não atendem os três casos anteriores ou atendem mas são redes muito grandes.
Analogia Fluida	estacionário; transiente	__/D/c/GD	qualquer	tráfego pesado	para casos de redes com transiente; para boa aderência deve ter tráfego pesado.

muito diferentes da FCFS, com classes de prioridades, etc, pois tenta-se minimizar custos de espera (estoque em processo). Tal modelo permitiria um enfoque integrado da operação logística e de produção.

Além disso, não foi encontrado na literatura nenhum tratamento para redes de filas com atendimento ou chegada em grupos: em alguns sistemas de transporte, é comum a operação de comboios, por exemplo.

O autor deste trabalho pretende realizar novas pesquisas no sentido de:

a. Explorar melhor o método de equivalência e decomposição, que parece muito promissor e não foi aqui abordado em profundidade;

b. Paralelamente, aproveitar a forte base de teoria de sistemas do método de equivalência e decomposição para determinar até que ponto um subsistema pode ser considerado parte de um sistema maior ou não, isto é, o grau de interação necessário para se enxergar um subsistema como tal e não como um sistema isolado; tal tema está ligado ao conceito intuitivo de tratar, sob condições específicas, diversos nós de uma rede de filas como filas isoladas e independentes, como expresso por Newell (77).

Finalmente, pode-se finalizar o trabalho dizendo-se que modelos analíticos de redes de filas podem perfeitamente ser aplicados na análise de sistemas logísticos e de transportes, uma vez que algoritmos e técnicas eficientes já existem: cumpre agora utilizá-los nas diversas modalidades e problemas da área. O autor somente contribuiu para este processo, aplicando esses métodos para dois casos, em regimes estacionário e transiente, e deseja que tenham sido um incentivo inicial ao seu uso mais intensivo. E com isso, espera ter atendido aos objetivos expressos na Introdução deste estudo, que são identificar modelos analíticos de redes de filas e aplicá-los em alguns casos selecionados.

NOTAS E REFERÊNCIAS

[1] BURKE, P.J. The output of a queueing system. *Operations Research, 4*: 699–704, 1956.

[2] JACKSON, R.R.P. Queueing systems with phase type service. *Operations Research Quarterly, 5*: 109–120, 1954.

[3] JACKSON, J.R. Networks of waiting lines. *Operations Research, 5*: 518–521, 1957.

[4] GORDON, N.J. e NEWELL, G.F. Closed queueing systems with exponential servers. *Operations Research, 15*: 254–265, 1967.

[5] MUNTZ, R.R. e BASKETT, F. *Open, closed and mixed networks of queues, with different classes of custumers.* Technical Report n.33, Stanford Electronics Laboratories, Stanford University, ago. 1972.

[6] KOENIGSBERG, E. Cyclic queues. *Operations Research Quarterly, 9*: 22–35, 1958.

[7] JACKSON, J.R. Jobshop like queueing systems. *Management Science, 10* (1): 131–142, out. 1963.

[8] KOENIGSBERG, E. e LAM, R.C. Cyclic queue models of fleet operations. *Operations Research, 24* (3): 516–529, 1976.

[9] CABRERA, J.G. e MAHER, M.J. Optimizing earth-moving plant: solution for the escavator-trucks systems. *Highway Research Records, 454*: 7–15, 1973.

[10] BUZEN, J.P. Computational algorithms for closed queueing networks with exponential servers. *Communications of the ACM, 16* (9): 527–531, set. 1973.

[11] REISER, M. e LAVENBERG, S.S. Mean-value analysis of closed multichain queueing

networks. *Journal of the ACM, 27* (2): 313–322, abr. 1980.

[12] SCHEER, A.A. *An analysis of time-shared computer system.* Cambridge, Mass., MIT Press, 1967.

[13] KLEINROCK, L. Certain analytic results for time-shared processors. *Proceedings of the International Federation for Information Processing Congress*, p. 838–845, ago. 1968.

[14] LAVENBERG, S.S. *Computer performance modeling handbook.* New York, Academic Prees, 1983. Prefácio, p. xi--xii.

[15] COURTOIS, P.J. Decomposability, instabilities and saturation in multiprogramming systems. *Communications of the ACM, 18*: 371–377.

[16] CHANDY, K.M., HERZOG, U. e WOO,L.S. Approximate analysis of general queueing networks. *IBM Journal of Research and Development, 19* (1): 43–49, jan. 1975.

[17] NEWELL, G.F. *Applications of queueing theory.* London, Chapman and Hall Ltd., 1971. Cap. 2, p. 20–36.

[18] KOBAYASHI, H. Application of the diffusion approximation to queueing networks I: equilibrium queue distributions. *Journal of the ACM, 21* (2): 316–328, abr. 1974.

[19] _____. Application of the diffusion approximation to queueing networks II: non equilibrium distributions and applications to computer modeling. *Journal of the ACM, 21* (3): 459–469, jul. 1974.

[20] Obra citada. Prefácio, p. xii.

[21] SAUER, C.H. Computational algorithms for state-dependent queueing networks. *ACM Transactions on computer systems, 1* (1): 67–92, fev. 1983.

[22] Obra citada. Cap. 3, p. 164–166.

[23] CHANDY, K.M. e MARTIN, A.J. A characterization of product-form queueing networks. *Journal of the ACM, 30* (2): 286–299, abr. 1983.

[24] KLEINROCK, L. *Queueing systems.* New York, John Wiley & Sons, Inc, 1976. V. 2, cap. 4, p. 229–230.

[25] SAUER, C.H. e CHANDY, K.M. *Computer systems performance modeling.* New Jersey, Prentice-Hall, Inc, 1981. Cap. 5, p. 155.

[26] BASKETT, F., CHANDY, K.M., MUNTZ, R.R. e PALACIOS, F.G. Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of custumers. *Journal of the ACM, 22* (2): 248–260, abr. 1975.

[27] Obra citada. Cap. 4, p. 214.

[28] NOVAES, A.G.N. *Pesquisa operacional aplicada aos transportes.* São Paulo, Mc Graw-Hill, 1977, Cap. 4.

[29] KLEINROCK, L. *Queueing systems.* New York, John Wiley & Sons, Inc., 1975. V. 1, Cap. 4, p. 153–154.

[30] Obra citada. V. 1, Cap. 4, p. 155–160.

[31] Obra citada. V. 1, Cap. 4, p. 139–147.

[32] Obra citada. V. 2, Cap. 4, p. 225–229.

[33] REISER, M. e KOBAYASHI, H. Queueing networks with multiple closed chains: Theory and computacional algorithms. *IBM Journal of Research and Development, 19* (3): 283–

294, mai. 1975.

[34] Obra citada. Cap. 3, p. 127.

[35] Obra citada. cap. 5, p. 133–134.

[36] KOBAYASHI, H. *Modeling and analysis: an introduction to system performance evalution methodology.* Reading, Mass., Addison-Wesley Publishing Co., 1978. Cap. 3, p. 170–171.

[37] CHANDY, K.M., HERZOG, U., e WOO, L.S. Parametric analysis of queueing networks. *IBM Journal of Research and Development, 19* (1): 36–42.

[38] Obra citada. Cap. 5, p. 157–159.

[39] Obra citada. Cap. 3, p. 132.

[40] LAM, S.S. e LIEN, Y.L. A tree convolution algorithm for the solution of queueing networks. *Communications of the ACM, 26* (3): 203–215, mar. 1983.

[41] Obra citada. Cap. 3, p. 161.

[42] REISER, M. Mean-value analysis and convolution method for queue-dependent servers in closed queueing networks. *Performance Evaluation, 1* (1): 7–18, 1981.

[43] Obra citada. Cap. 5, p. 161.

[45] CHANDY, K.M. e SAUER, C.H. Computational algorithms for product form queueing networks. *Communications of the ACM, 23* (10): 573–583, out. 1980.

[46] TUCCI, S. e SAUER, C.H. The tree MVA algorithm. *Performance Evaluation, 5*: 187–196, 1985.

[47] SMITH, J.M. e BOUANAKA, B. Queueing network decomposition and facilities planning. *Computers and Operations Research, 12* (1): 1–16, 1985.

[48] Obra citada. Vol. 2, Cap. 2, p. 56–62.

[49] YOSHIZAKI, H.T.Y. *Modelo de um sistema de transporte de matéria-prima agroindustrial por dinâmica de sistemas.* Escola Politécnica da USP, 1987.

[50] Obra citada. Cap. 6, p. 165–166.

[51] Obra citada. Cap. 4, p. 192.

[52] Obra citada. V. 2, Cap. 4, p. 219.

[53] Obra citada. V. 1, Cap. 4, p. 126–130.

[54] Obra citada. Cap. 3, p. 41–45 e 50–57.

[55] Obra citada. Cap. 4, p. 198–201.

[56] CHOW, W., MAC NAIR, E.A. e SAUER, C.H. Analysis of manufacturing systems by the Research Queueing Package. *IBM Journal of Research and Development, 29* (4): 330–342, jul. 1985.

[57] DASKIN, M.S. e WALTON, C.M. An appoximate analytic model of supertanker lightering operations. *Transportation Research-B, 17-B,* (3): 201–219, 1983.

[58] BITRAN, G. e PAPAGEORGE, T. Integração da política da manufatura e estratégia empresarial com auxílio de "expert systems". *Seminário "Estratégia e Manufatura"*, Rio de Janeiro, AMANA, 1987. Cap .4, p. 20–21.

[59] NOVAES, A.G.N. *Sistemas de transportes.* São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1986. V. 2, Cap. 10, p. 215–225.

[60] Obra citada. Cap. 10, p. 215–217.

[61] Obra citada. Cap. 10, p. 217–225.

[62] BRUELL, S.C. e BALBO, G. *Computational algorithms for closed queueing networks.* New York, NY, North-Holland, 1980. Cap. 2, p. 36–54.

[63] Obra citada. Cap. 2, p. 49–51.

[64] Obra citada. Cap. 2, p. 52–54.

[65] Obra citada. Cap. 3, p. 123–127.

[66] Obra citada. Cap. 3, p. 132–133.

[67] KLEINROCK, L. *Queueing systems.* New York, John Wiley & Sons, Inc., 1976. V. 2, Cap. 4, p. 206–209 e 218–222.

[68] COURTOIS, P.J. *Decomposability: queueing and computer systems applications.* London, Academic Prees, 1977. Cap. 6, p. 82–84.

[69] SCHRIEBER, T.J. *Simulation using GPSS.* New York, John Wiley & Sons, Inc., 1974. Cap. 6, p. 329–336.

[70] Vide Cap. 3, ítem 3.2, p. 30–34.

[71] Vide Cap. 4, ítem 4.5.3, p. 61–64.

[72] Obra citada. Cap. 4, p. 219–222.

[73] Vide Cap. 2, ítem 2.2.3, p. 19.

[74] Vide Cap. 3, ítem 3.2, p. 32–34.

[75] TORRES, O.F.F. *PRO-765: Identificação e modelagem de sistemas — Notas de aula.* São Paulo, Escola Politécnica, 1987.

[76] Vide Cap. 5, ítem 5.2.1, p. 76–77.

[77] Obra citada. Cap. 8, p. 142–146.

BIBLIOGRAFIA

BASKETT, F., CHANDY, K.M., MUNTZ, R.R. e PALACIOS, F.G. Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of custumers. *Journal of the ACM, 22* (2): 248–260, abr. 1975.

BITRAN, G. e PAPAGEORGE, T. Integração da política da manufatura e estratégia empresarial com auxílio de "expert systems". *Seminário "Estratégia e Manufatura"*, Rio de Janeiro, AMANA, 1987.

BOBILLIER, P.A., KAHAN, B.C. e PROBST, A.R. *Simulation with GPSS and GPSS V.* Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1976.

BOISE, J.W., WARN, D.R. e MC GINITY, P.D. A straightforward model for computer performance prediction. *ACM Computing Surveys, 7* (2): 73–93, jun. 1975.

BRUELL, S.C. e BALBO, G. *Computational algorithms for closed queueing networks.* New York, NY, North-Holland, 1980.

BURNS, L.D., HALL, R.W., BLUMENFELD, D.E. e DAGANZO, C.F. Distribution strategies that minimize transportation and inventory costs. *Transportation Research, 33* (3): 469–490, mai. 1985.

BURKE, P.J. The output of a queueing system. *Operations Research, 4*: 699–704, 1956.

BUZEN, J.P. A queueing network model of MVS. *ACM Computing Surveys, 10* (3): 319–331, set. 1978.

_____. Computational algorithms for closed queueing networks with exponential servers. *Communications of the ACM, 16* (9): 527–531, set. 1973.

CABRERA, J.G. e MAHER, M.J. Optimizing earth-moving plant: solution for the escavator-trucks systems. *Highway Research Records, 454*: 7–15, 1973.

CHANDY, K.M., HERZOG, U. e WOO,L.S. Approximate analysis of general queueing networks. *IBM Journal of Research and Development, 19* (1): 43–49, jan. 1975.

_____. Parametric analysis of queueing networks. *IBM Journal of Research and Development, 19* (1): 36–42.

CHANDY, K.M. e MARTIN, A.J. A characterization of product-form queueing networks. *Journal of the ACM, 30* (2): 286–299, abr. 1983.

CHANDY, K.M. e SAUER, C.H. Approximate methods for analysing queueing network models of computing systems. *ACM Computing Surveys, 10* (3): 281–317, set. 1978.

_____. Computational algorithms for product form queueing networks. *Communications of the ACM, 23* (10): 573–583, out. 1980.

CHANG, W. Bulk queue models for computer system analysis. *IBM Journal of Research and Development, 18* (3): 370–372, JUL. 1974.

CHOW, W., MAC NAIR, E.A. e SAUER, C.H. Analysis of manufacturing systems by the Research Queueing Package. *IBM Journal of Research and Development, 29* (4): 330–342, jul. 1985.

COURTOIS, P.J. Decomposability, instabilities and saturation in multiprogramming systems. *Communications of the ACM, 18*: 371–377.

_____. *Decomposability: queueing and computer systems applications.* London, Academic Prees, 1977.

DASKIN, M.S. e WALTON, C.M. An appoximate analytic model of supertanker lightering operations. *Transportation Research-B, 17-B,* (3): 201–219, 1983.

DENNING, P.J. e BUZEN, J.P. The operational analysis of queueing network models. *ACM Computing Surveys, 10* (3): 225–261, set. 1978.

FORRESTER, J.W. *Industrial dynamics.* Massachussets, M.I.T. Press, 1969.

GORDON, N.J. e NEWELL, G.F. Closed queueing systems with exponential servers. *Operations Research, 15*: 254–265, 1967.

GRAHAM, G.S. Guest editor's overview — Queueing network models of computer system performance. *ACM Computing Surveys, 10* (3): 219–224, set. 1978.

HERZOG, U., WOO, L. e CHANDY, K.M. Solution of queueing problems by a recursive technique. *IBM Journal of Research and Development, 19* (3): 295–300, mai. 1975.

JACKSON, J.R. Networks of waiting lines. *Operations Research, 5*: 518–521, 1957.

_____. Jobshop like queueing systems. *Management Science, 10* (1): 131–142, out. 1963.

JACKSON, R.R.P. Queueing systems with phase type service. *Operations Research Quarterly, 5*: 109–120, 1954.

KLEINROCK, L. Certain analytic results for time-shared processors. *Proceedings of the International Federation for Information Processing Congress,* p. 838–845, ago. 1968.

_____. *Queueing systems.* New York, John Wiley & Sons, Inc., 1975. V. 1.

_____. *Queueing systems.* New York, John Wiley & Sons, Inc., 1976. V. 2.

KOBAYASHI, H. Application of the diffusion approximation to queueing networks I: equilibrium queue distributions. *Journal of the ACM, 21* (2): 316–328, abr. 1974.

_____. Application of the diffusion approximation to queueing networks II: non equilibrium distributions and applications to computer modeling. *Journal of the ACM, 21* (3): 459–469, jul. 1974.

_____. *Modeling and analysis: an introduction to system performance evalution methodology.* Reading, Mass., Addison-Wesley Publishing Co., 1978. Cap. 3, p. 170–171.

KOENIGSBERG, E. Cyclic queues. *Operations Research Quarterly, 9*: 22–35, 1958.

_____. Twenty-five years of cyclic queues and closed queue networks: a review. *Journal of the Operational Research Society, 33* (7): 605–619, jul. 1982.

KOENIGSBERG, E. e LAM, R.C. Cyclic queue models of fleet operations. *Operations Research, 24* (3): 516–529, 1976.

KUMAR, B. e DAVIDSON, E.S. Computer system design using a hierarchical approach to performance evaluation. *Communications of the ACM, 23* (9): 511–521, set. 1980.

LAM, S.S. An extension of Moore's result for closed queueing networks. *IBM Journal of Research and Development, 21* (4): 384–387, jul. 1977.

_____. Queueing networks with population size constraints. *IBM Journal of Research and Development, 21* (4): 370–378, jul. 1977.

LAM, S.S. e LIEN, Y.L. A tree convolution algorithm for the solution of queueing networks. *Communications of the ACM, 26* (3): 203–215, mar. 1983.

LAVENBERG, S.S. *Computer performance modeling handbook.* New York, Academic Prees, 1983.

LEE, A.M. *Applied queueing theory.* New York, MacMillan&Co., 1968.

LEMOINE, A.J. Networks of queues — a survey of equilibrium analysis. *Management Science, 24*: 464–481, 1977.

_____. Networks of queues — a survey of weak convergence results. *Management Science, 24*: 1175–1193, 1978.

MUNTZ, R.R. Queueing networks: a critique of the state of the art and directions for the future. *ACM Computing Surveys, 10* (3): 353–359, set. 1978.

MUNTZ, R.R. e BASKETT, F. *Open, closed and mixed networks of queues, with different classes of custumers.* Technical Report n.33, Stanford Electronics Laboratories, Stanford

University, ago. 1972.

NEWELL, G.F. *Applications of queueing theory.* London, Chapman and Hall Ltd., 1971.

NOVAES, A.G.N. *Pesquisa operacional aplicada aos transportes.* São Paulo, Mc Graw-Hill, 1977.

_____. *Sistemas de transportes.* São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1986. V. 2.

REISER, M. Mean-value analysis and convolution method for queue-dependent servers in closed queueing networks. *Performance Evaluation, 1* (1): 7–18, 1981.

_____. Accuracy of the diffusion approximation for some queueing systems. *IBM Journal of Research and Development, 18* (2): 110–124, mar. 1974.

REISER, M. e KOBAYASHI, H. Queueing networks with multiple closed chains: Theory and computacional algorithms. *IBM Journal of Research and Development, 19* (3): 283–294, mai. 1975.

REISER, M. e LAVENBERG, S.S. Mean-value analysis of closed multichain queueing networks. *Journal of the ACM, 27* (2): 313–322, abr. 1980.

ROBERTS, N., ANDERSEN, D.F., DEAL, R.M., GARET, M. e SHAFFER, W.A. *Introduction to computer simulation: the systems dynamics approach.* Reading, Massachusetts, Addison-Wesley, 1983.

ROSE, C.A. A measurement procedure for queueing network models of computer systems. *ACM Computing Surveys, 10* (3): 263–280, set. 1978.

SAUER, C.H. Computational algorithms for state-dependent queueing networks. *ACM Transactions on computer systems, 1* (1): 67–92, fev. 1983.

SAUER, C.H. e CHANDY, K.M. *Computer systems performance modeling.* New Jersey, Prentice-Hall, Inc, 1981.

SCHEER, A.A. *An analysis of time-shared computer system.* Cambridge, Mass., MIT Press, 1967.

SCHESSBERGER, R. e DADUNA, H. The time for a round trip in a cycle of exponential queues. *Journal of the ACM, 30* (1): 146–150, jan. 1983.

SCHRIEBER, T.J. *Simulation using GPSS.* New York, John Wiley & Sons, Inc., 1974.

SMITH, J.M. e BOUANAKA, B. Queueing network decomposition and facilities planning. *Computers and Operations Research, 12* (1): 1–16, 1985.

SURI, R. A concept of monotonicity and its characterization for closed queueing networks.

Operations Research, *33* (3): 606–624, mai. 1985.

TORRES, O.F.F. *PRO-765: Identificação e modelagem de sistemas — Notas de aula.* São Paulo, Escola Politécnica, 1987.

TOWSLEY, D. Queueing networks models with state-dependent routing. *Journal of the ACM*, *27* (2): 323–337, abr. 1980.

TUCCI, S. e SAUER, C.H. The tree MVA algorithm. *Performance Evaluation*, *5*: 187–196, 1985.

VINOD, B. e ALTIOK, T. Approximating unreliable queueing netwoks under the assumption of exponentiality. *Journal of the Operational Research Society*, *37* (3): 309–315, mar. 1986.

WONG, J.W. Queueing network modeling of computer communication networks. *ACM Computing Surveys*, *10* (3): 343–351, set. 1978.

YOSHIZAKI, H.T.Y. *Modelo de um sistema de transporte de matéria-prima agroindustrial por dinâmica de sistemas.* São Paulo, Escola Politécnica da USP, 1987.

ANEXO 1 Implementação do Algoritmo de Convolução

```
Program Pedreira;
{desenvolvido em 14/02/89}
Const
  N:integer =70;
  M:integer = 4;
  t:real=6.0;
  c:real=0.027803;
  QMax:real= 455024.;
  Station: array [1..4] of string [2]= ('LD','LD','LD','LI');
  e: array [1..4] of real= (1,1,1,1);
  s: array [1..4] of real= (40,8,40,3);
Type
  ArrayN = array [0..70] of real;
  ArrayN1= array [1..70] of real;
Var
  N1    : integer;
  M1    : integer;
  K     : integer;
  Y     : real;
  SUM   : real;
  QW    : real;
  Tciclo:real;
  G     : ArrayN;
  FM    : ArrayN;
  L     : ArrayN;
  Q     : ArrayN1;
  QN    : ArrayN1;
  X     : ArrayN1;
  U     : ArrayN1;
  WS    : ArrayN1;
begin
  G[0]:= 1.0;
  if Station[1]='LI' then
    begin
      Y:= c*e[1]*s[1];
      for N1:=1 to N do
        G[N1]:= G[N1-1]*y
    end
  else
    begin
      Y:= c*e[1];
      for N1:=1 to N do
        G[N1]:= G[N1-1]*y/(N1/s[1])
    end;
  for M1:=2 to M do
    begin
      if Station[M1]='LI' then
        begin
          Y:=c*e[M1]*s[M1];
          for N1:=1 to N do
            G[N1]:= G[N1] + Y*G[N1-1]
        end
      else
        begin
          FM[0]:= 1.0;
          Y:= c*e[M1];
          for N1:=1 to N do
            FM[N1]:= FM[N1-1]*Y/(N1/s[M1]);
          for N1:=N downto 1 do
            begin
              SUM:= G[N1];
              for K:=1 to N1 do
                SUM:= SUM + FM[K]*G[N1-K];
              G[N1]:= SUM
            end
        end
    end;
  Clrscr;
```

ANEXO 2 Resultados pelo Método de Convolução

CASO 1. Veiculo de 6 t.

N	Throughput veic/h	Utilizacao	Fila Media veic.	Tempo Medio min	Producao t/ano	Producao Antiga
1	0.6593	0.0330	0.033	3.00	16853	16853
2	1.3172	0.0659	0.068	3.10	33669	33705
3	1.9736	0.0987	0.105	3.20	50445	50558
4	2.6282	0.1314	0.145	3.32	67178	67411
5	3.2810	0.1640	0.188	3.44	83862	84264
6	3.9317	0.1966	0.234	3.56	100494	101116
7	4.5801	0.2290	0.282	3.70	117068	117969
8	5.2261	0.2613	0.335	3.85	133578	134822
9	5.8692	0.2935	0.392	4.01	150017	151675
10	6.5093	0.3255	0.453	4.18	166378	168527
11	7.1460	0.3573	0.519	4.36	182653	185380
12	7.7790	0.3889	0.591	4.56	198830	202233
13	8.4077	0.4204	0.669	4.77	214900	219086
14	9.0316	0.4516	0.754	5.01	230849	235938
15	9.6504	0.4825	0.846	5.26	246663	252791
16	10.2632	0.5132	0.947	5.54	262326	269644
17	10.8693	0.5435	1.058	5.84	277820	286497
18	11.4680	0.5734	1.180	6.17	293122	303349
19	12.0583	0.6029	1.315	6.54	308210	320202
20	12.6391	0.6320	1.463	6.94	323055	337055
21	13.2092	0.6605	1.626	7.39	337627	353908
22	13.7673	0.6884	1.808	7.88	351892	370760
23	14.3118	0.7156	2.009	8.42	365810	387613
24	14.8411	0.7421	2.233	9.03	379338	404466
25	15.3532	0.7677	2.482	9.70	392429	421319
26	15.8463	0.7923	2.759	10.45	405031	438171
27	16.3181	0.8159	3.067	11.28	417090	455024
28	16.7664	0.8383	3.409	12.20	428549	455024
29	17.1889	0.8594	3.790	13.23	439349	455024
30	17.5835	0.8792	4.211	14.37	449434	455024
31	17.9480	0.8974	4.676	15.63	458752	455024
32	18.2807	0.9140	5.188	17.03	467255	455024
33	18.5802	0.9290	5.749	18.56	474911	455024
34	18.8458	0.9423	6.359	20.25	481699	455024
35	19.0773	0.9539	7.020	22.08	487616	455024
36	19.2754	0.9638	7.729	24.06	492679	455024
37	19.4416	0.9721	8.486	26.19	496927	455024
38	19.5780	0.9789	9.286	28.46	500415	455024
39	19.6876	0.9844	10.125	30.86	503215	455024
40	19.7735	0.9887	10.999	33.37	505410	455024
41	19.8392	0.9920	11.902	36.00	507091	455024
42	19.8884	0.9944	12.830	38.71	508346	455024
43	19.9241	0.9962	13.778	41.49	509261	455024
44	19.9495	0.9975	14.741	44.33	509910	455024
45	19.9672	0.9984	15.715	47.22	510361	455024
46	19.9791	0.9990	16.697	50.14	510665	455024
47	19.9870	0.9993	17.686	53.09	510867	455024
48	19.9920	0.9996	18.678	56.06	510996	455024
49	19.9952	0.9998	19.674	59.04	511078	455024
50	19.9972	0.9999	20.671	62.02	511128	455024
51	19.9984	0.9999	21.669	65.01	511159	455024
52	19.9991	1.0000	22.668	68.01	511177	455024
53	19.9995	1.0000	23.667	71.00	511187	455024
54	19.9997	1.0000	24.667	74.00	511193	455024
55	19.9999	1.0000	25.667	77.00	511196	455024
56	19.9999	1.0000	26.667	80.00	511198	455024
57	20.0000	1.0000	27.667	83.00	511199	455024
58	20.0000	1.0000	28.667	86.00	511199	455024
59	20.0000	1.0000	29.667	89.00	511200	455024
60	20.0000	1.0000	30.667	92.00	511200	455024
61	20.0000	1.0000	31.667	95.00	511200	455024
62	20.0000	1.0000	32.667	98.00	511200	455024
63	20.0000	1.0000	33.667	101.00	511200	455024
64	20.0000	1.0000	34.667	104.00	511200	455024
65	20.0000	1.0000	35.667	107.00	511200	455024
66	20.0000	1.0000	36.667	110.00	511200	455024
67	20.0000	1.0000	37.667	113.00	511200	455024
68	20.0000	1.0000	38.667	116.00	511200	455024
69	20.0000	1.0000	39.667	119.00	511200	455024
70	20.0000	1.0000	40.667	122.00	511200	455024

CASO 2. Veiculo de 8 t.

N	Throughput veic/h	Utilizacao	Fila Media veic.	Tempo Medio min	Producao t/ano	Producao Antiga
1	0.6557	0.0383	0.038	3.50	22348	22348
2	1.3096	0.0764	0.079	3.63	44630	44695
3	1.9613	0.1144	0.123	3.78	66840	67043
4	2.6106	0.1523	0.171	3.93	88970	89390
5	3.2574	0.1900	0.223	4.10	111011	111738
6	3.9012	0.2276	0.278	4.28	132954	134085
7	4.5418	0.2649	0.339	4.47	154786	156433
8	5.1788	0.3021	0.404	4.69	176494	178780
9	5.8117	0.3390	0.476	4.92	198064	201128
10	6.4401	0.3757	0.555	5.17	219478	223475
11	7.0633	0.4120	0.641	5.44	240717	245823
12	7.6807	0.4480	0.735	5.74	261757	268170
13	8.2915	0.4837	0.839	6.07	282573	290518
14	8.8948	0.5189	0.954	6.44	303135	312866
15	9.4897	0.5536	1.082	6.84	323408	335213
16	10.0749	0.5877	1.223	7.29	343352	357561
17	10.6492	0.6212	1.381	7.78	362923	379908
18	11.2110	0.6540	1.557	8.33	382069	402256
19	11.7586	0.6859	1.754	8.95	400733	424603
20	12.2901	0.7169	1.974	9.64	418848	446951
21	12.8035	0.7469	2.222	10.41	436343	469298
22	13.2963	0.7756	2.499	11.28	453140	491646
23	13.7662	0.8030	2.810	12.25	469153	513993
24	14.2105	0.8289	3.158	13.33	484294	513993
25	14.6266	0.8532	3.548	14.55	498475	513993
26	15.0120	0.8757	3.982	15.92	511610	513993
27	15.3644	0.8963	4.465	17.44	523620	513993
28	15.6820	0.9148	5.000	19.13	534443	513993
29	15.9634	0.9312	5.587	21.00	544034	513993
30	16.2083	0.9455	6.228	23.05	552378	513993
31	16.4170	0.9577	6.922	25.30	559490	513993
32	16.5909	0.9678	7.667	27.73	565417	513993
33	16.7324	0.9761	8.459	30.33	570239	513993
34	16.8446	0.9826	9.295	33.11	574063	513993
35	16.9312	0.9877	10.168	36.03	577016	513993
36	16.9963	0.9915	11.072	39.09	579235	513993
37	17.0439	0.9942	12.002	42.25	580855	513993
38	17.0776	0.9962	12.953	45.51	582005	513993
39	17.1009	0.9976	13.919	48.83	582798	513993
40	17.1165	0.9985	14.896	52.22	583331	513993
41	17.1267	0.9991	15.881	55.64	583679	513993
42	17.1332	0.9994	16.871	59.08	583900	513993
43	17.1372	0.9997	17.865	62.55	584036	513993
44	17.1396	0.9998	18.862	66.03	584119	513993
45	17.1411	0.9999	19.860	69.52	584167	513993
46	17.1419	0.9999	20.859	73.01	584195	513993
47	17.1423	1.0000	21.858	76.51	584211	513993
48	17.1426	1.0000	22.858	80.00	584219	513993
49	17.1427	1.0000	23.857	83.50	584224	513993
50	17.1428	1.0000	24.857	87.00	584226	513993
51	17.1428	1.0000	25.857	90.50	584227	513993
52	17.1428	1.0000	26.857	94.00	584228	513993
53	17.1428	1.0000	27.857	97.50	584228	513993
54	17.1429	1.0000	28.857	101.00	584228	513993
55	17.1429	1.0000	29.857	104.50	584229	513993
56	17.1429	1.0000	30.857	108.00	584229	513993
57	17.1429	1.0000	31.857	111.50	584229	513993
58	17.1429	1.0000	32.857	115.00	584229	513993
59	17.1429	1.0000	33.857	118.50	584229	513993
60	17.1429	1.0000	34.857	122.00	584229	513993
61	17.1429	1.0000	35.857	125.50	584229	513993
62	17.1429	1.0000	36.857	129.00	584229	513993
63	17.1429	1.0000	37.857	132.50	584229	513993
64	17.1429	1.0000	38.857	136.00	584229	513993
65	17.1429	1.0000	39.857	139.50	584229	513993
66	17.1429	1.0000	40.857	143.00	584229	513993
67	17.1429	1.0000	41.857	146.50	584229	513993
68	17.1429	1.0000	42.857	150.00	584229	513993
69	17.1429	1.0000	43.857	153.50	584229	513993
70	17.1429	1.0000	44.857	157.00	584229	513993

CASO 3. Veiculo de 12 t.

N	Throughput veic/h	Utilizacao	Fila Media veic.	Tempo Medio min	Producao t/ano	Producao Antiga
1	0.6486	0.0486	0.049	4.50	33159	33159
2	1.2942	0.0971	0.102	4.72	66161	66318
3	1.9364	0.1452	0.160	4.96	98987	99477
4	2.5746	0.1931	0.224	5.22	131611	132636
5	3.2083	0.2406	0.295	5.51	164007	165795
6	3.8369	0.2878	0.373	5.83	196143	198954
7	4.4597	0.3345	0.459	6.18	227981	232112
8	5.0758	0.3807	0.555	6.57	259476	265271
9	5.6842	0.4263	0.663	7.00	290578	298430
10	6.2838	0.4713	0.784	7.48	321226	331589
11	6.8731	0.5155	0.920	8.03	351351	364748
12	7.4505	0.5588	1.073	8.64	380870	397907
13	8.0142	0.6011	1.246	9.33	409688	431066
14	8.5622	0.6422	1.442	10.11	437698	464225
15	9.0919	0.6819	1.665	10.99	464776	497384
16	9.6006	0.7200	1.919	11.99	490783	530543
17	10.0854	0.7564	2.208	13.14	515567	530543
18	10.5431	0.7907	2.537	14.44	538966	530543
19	10.9705	0.8228	2.910	15.92	560811	530543
20	11.3642	0.8523	3.333	17.59	580938	530543
21	11.7213	0.8791	3.809	19.50	599194	530543
22	12.0395	0.9030	4.342	21.64	615459	530543
23	12.3171	0.9238	4.935	24.04	629650	530543
24	12.5537	0.9415	5.588	26.71	641746	530543
25	12.7502	0.9563	6.300	29.65	651788	530543
26	12.9087	0.9682	7.067	32.85	659892	530543
27	13.0327	0.9775	7.885	36.30	666232	530543
28	13.1266	0.9845	8.748	39.98	671033	530543
29	13.1954	0.9897	9.647	43.86	674548	530543
30	13.2440	0.9933	10.575	47.91	677034	530543
31	13.2772	0.9958	11.527	52.09	678732	530543
32	13.2991	0.9974	12.495	56.37	679852	530543
33	13.3131	0.9985	13.474	60.73	680566	530543
34	13.3217	0.9991	14.462	65.13	681006	530543
35	13.3268	0.9995	15.454	69.58	681268	530543
36	13.3298	0.9997	16.450	74.04	681420	530543
37	13.3315	0.9999	17.447	78.52	681505	530543
38	13.3324	0.9999	18.446	83.01	681551	530543
39	13.3329	1.0000	19.445	87.51	681575	530543
40	13.3331	1.0000	20.445	92.00	681588	530543
41	13.3332	1.0000	21.445	96.50	681594	530543
42	13.3333	1.0000	22.445	101.00	681597	530543
43	13.3333	1.0000	23.444	105.50	681599	530543
44	13.3333	1.0000	24.444	110.00	681599	530543
45	13.3333	1.0000	25.444	114.50	681600	530543
46	13.3333	1.0000	26.444	119.00	681600	530543
47	13.3333	1.0000	27.444	123.50	681600	530543
48	13.3333	1.0000	28.444	128.00	681600	530543
49	13.3333	1.0000	29.444	132.50	681600	530543
50	13.3333	1.0000	30.444	137.00	681600	530543
51	13.3333	1.0000	31.444	141.50	681600	530543
52	13.3333	1.0000	32.444	146.00	681600	530543
53	13.3333	1.0000	33.444	150.50	681600	530543
54	13.3333	1.0000	34.444	155.00	681600	530543
55	13.3333	1.0000	35.444	159.50	681600	530543
56	13.3333	1.0000	36.444	164.00	681600	530543
57	13.3333	1.0000	37.444	168.50	681600	530543
58	13.3333	1.0000	38.444	173.00	681600	530543
59	13.3333	1.0000	39.444	177.50	681600	530543
60	13.3333	1.0000	40.444	182.00	681600	530543
61	13.3333	1.0000	41.444	186.50	681600	530543
62	13.3333	1.0000	42.444	191.00	681600	530543
63	13.3333	1.0000	43.444	195.50	681600	530543
64	13.3333	1.0000	44.444	200.00	681600	530543
65	13.3333	1.0000	45.444	204.50	681600	530543
66	13.3333	1.0000	46.444	209.00	681600	530543
67	13.3333	1.0000	47.444	213.50	681600	530543
68	13.3333	1.0000	48.444	218.00	681600	530543
69	13.3333	1.0000	49.444	222.50	681600	530543
70	13.3333	1.0000	50.444	227.00	681600	530543

CASO 4. Veiculo de 18 t.

N	Throughput veic/h	Utilizacao	Fila Media veic.	Tempo Medio min	Producao t/ano	Producao Antiga
1	0.6383	0.0638	0.064	6.00	48945	48945
2	1.2714	0.1271	0.135	6.38	97492	97889
3	1.8985	0.1899	0.216	6.81	145577	146834
4	2.5185	0.2519	0.306	7.29	193122	195779
5	3.1303	0.3130	0.409	7.84	240033	244723
6	3.7324	0.3732	0.526	8.45	286199	293668
7	4.3230	0.4323	0.660	9.16	331487	342613
8	4.9001	0.4900	0.813	9.96	375738	391557
9	5.4612	0.5461	0.990	10.88	418765	440502
10	6.0035	0.6004	1.195	11.94	460350	489447
11	6.5237	0.6524	1.432	13.17	500240	538391
12	7.0181	0.7018	1.707	14.59	538152	538392
13	7.4827	0.7483	2.025	16.24	573774	538392
14	7.9132	0.7913	2.394	18.15	606782	538392
15	8.3053	0.8305	2.819	20.36	636853	538392
16	8.6554	0.8655	3.305	22.91	663698	538392
17	8.9606	0.8961	3.858	25.83	687095	538392
18	9.2192	0.9219	4.479	29.15	706926	538392
19	9.4315	0.9432	5.167	32.87	723209	538392
20	9.5998	0.9600	5.920	37.00	736113	538392
21	9.7281	0.9728	6.732	41.52	745950	538392
22	9.8220	0.9822	7.594	46.39	753148	538392
23	9.8877	0.9888	8.498	51.57	758192	538392
24	9.9319	0.9932	9.433	56.99	761575	538392
25	9.9602	0.9960	10.392	62.60	763747	538392
26	9.9776	0.9978	11.366	68.35	765082	538392
27	9.9878	0.9988	12.351	74.20	765868	538392
28	9.9936	0.9994	13.343	80.11	766312	538392
29	9.9968	0.9997	14.338	86.06	766553	538392
30	9.9984	0.9998	15.336	92.03	766679	538392
31	9.9993	0.9999	16.334	98.01	766743	538392
32	9.9997	1.0000	17.334	104.01	766774	538392
33	9.9998	1.0000	18.334	110.00	766788	538392
34	9.9999	1.0000	19.333	116.00	766795	538392
35	10.0000	1.0000	20.333	122.00	766798	538392
36	10.0000	1.0000	21.333	128.00	766799	538392
37	10.0000	1.0000	22.333	134.00	766800	538392
38	10.0000	1.0000	23.333	140.00	766800	538392
39	10.0000	1.0000	24.333	146.00	766800	538392
40	10.0000	1.0000	25.333	152.00	766800	538392
41	10.0000	1.0000	26.333	158.00	766800	538392
42	10.0000	1.0000	27.333	164.00	766800	538392
43	10.0000	1.0000	28.333	170.00	766800	538392
44	10.0000	1.0000	29.333	176.00	766800	538392
45	10.0000	1.0000	30.333	182.00	766800	538392
46	10.0000	1.0000	31.333	188.00	766800	538392
47	10.0000	1.0000	32.333	194.00	766800	538392
48	10.0000	1.0000	33.333	200.00	766800	538392
49	10.0000	1.0000	34.333	206.00	766800	538392
50	10.0000	1.0000	35.333	212.00	766800	538392
51	10.0000	1.0000	36.333	218.00	766800	538392
52	10.0000	1.0000	37.333	224.00	766800	538392
53	10.0000	1.0000	38.333	230.00	766800	538392
54	10.0000	1.0000	39.333	236.00	766800	538392
55	10.0000	1.0000	40.333	242.00	766800	538392
56	10.0000	1.0000	41.333	248.00	766800	538392
57	10.0000	1.0000	42.333	254.00	766800	538392
58	10.0000	1.0000	43.333	260.00	766800	538392
59	10.0000	1.0000	44.333	266.00	766800	538392
60	10.0000	1.0000	45.333	272.00	766800	538392
61	10.0000	1.0000	46.333	278.00	766800	538392
62	10.0000	1.0000	47.333	284.00	766800	538392
63	10.0000	1.0000	48.333	290.00	766800	538392
64	10.0000	1.0000	49.333	296.00	766800	538392
65	10.0000	1.0000	50.333	302.00	766800	538392
66	10.0000	1.0000	51.333	308.00	766800	538392
67	10.0000	1.0000	52.333	314.00	766800	538392
68	10.0000	1.0000	53.333	320.00	766800	538392
69	10.0000	1.0000	54.333	326.00	766800	538392
70	10.0000	1.0000	55.333	332.00	766800	538392

ANEXO 3 Programa DYNAMO

```
*  REDE MISTA DET. - 24:00 H - USANDO DELAY 5 E STEPS NO TV S/ FIFO

L  VIAGDIA.K=VIAGDIA.J+DT*(FSPD.JK-FEPD1.JK) em viagem de dia
R  FEPD1.KL=STEP((VIAGDIA.K/(TVDIA/5)),42.8) viajando de dia
L  VIADIA2.K=VIADIA2.J+DT*(FEPD1.JK-FEPD2.JK)
R  FEPD2.KL=STEP((VIADIA2.K/(TVDIA/5)),85.6)
L  VIADIA3.K=VIADIA3.J+DT*(FEPD2.JK-FEPD3.JK)
R  FEPD3.KL=STEP((VIADIA3.K/(TVDIA/5)),128.4)
L  VIADIA4.K=VIADIA4.J+DT*(FEPD3.JK-FEPD4.JK)
R  FEPD4.KL=STEP((VIADIA4.K/(TVDIA/5)),171.2)
L  VIADIA5.K=VIADIA5.J+DT*(FEPD4.JK-FEPD.JK)
R  FEPD.KL=STEP((VIADIA5.K/(TVDIA/5)),TVDIA)
L  VIAGNOI.K=VIAGNOI.J+DT*(FSPN.JK-FEPN1.JK) em viagem de noite
R  FEPN1.KL=STEP((VIAGNOI.K/(TVNOI/5)),755.7) viajando de noite
L  VIANOI2.K=VIANOI2.J+DT*(FEPN1.JK-FEPN2.JK)
R  FEPN2.KL=STEP((VIANOI2.K/(TVNOI/5)),791.4)
L  VIANOI3.K=VIANOI3.J+DT*(FEPN2.JK-FEPN3.JK)
R  FEPN3.KL=STEP((VIANOI3.K/(TVNOI/5)),827.1)
L  VIANOI4.K=VIANOI4.J+DT*(FEPN3.JK-FEPN4.JK)
R  FEPN4.KL=STEP((VIANOI4.K/(TVNOI/5)),862.8)
L  VIANOI5.K=VIANOI5.J+DT*(FEPN4.JK-FEPN.JK)
R  FEPN.KL=STEP((VIANOI5.K/(TVNOI/5)),898.5)
L  FILAP.K=FILAP.J+DT*(FIP.JK+FEPD.JK+FEPN.JK-FSPD.JK-FSPN.JK)  proprios
R  FIP.KL=CLIP(0,1.05,TIME.K,TE)              fluxo inicial de proprios
R  FSPD.KL=PP.K*FD.K*DIA.K/TD                 fluxo de saida, dia
A  PP.K=FILAP.K/FILA.K                        proporcao de proprios, sem FIFO
A  FILA.K=FILAP.K+FILAF.K                     fila global
A  FD.K=CLIP(NP,FILA.K,FILA.K,NP)             taxa de saida
A  DIA.K=CLIP(0,1,TIME.K,720.1)
R  FSPN.KL=PP.K*FD.K*(1-DIA.K)/TD             fluxo de saida, noite
L  FILAF.K=FILAF.J+DT*(FEF.JK-FSF.JK)         fila de fornecedores
R  FSF.KL=PF.K*FD.K/TD                        fluxo de saida de fornec.
A  PF.K=1-PP.K                                proporcao de fornecedores
R  FEF.KL=CLIP(FE2.K,0.90,TIME.K,120)         fluxo de entrada de fornec.
A  FE2.K=CLIP(FE3.K,0.41,TIME.K,240)
A  FE3.K=CLIP(FE4.K,0.63,TIME.K,420)
A  FE4.K=CLIP(FE5.K,0.51,TIME.K,660)
A  FE5.K=CLIP(FE6.K,0.37,TIME.K,780)
A  FE6.K=CLIP(0,0.2767,TIME.K,840)
NOTE  ESTATISTICAS

L  FILACP.K=FILACP.J+DT*FILAP.J               espaco-tempo, proprios
L  FILACF.K=FILACF.J+DT*FILAF.J               espaco-tempo, fornecedores
S  FILAC.K=FILACP.K+FILACF.K                  espaco-tempo, total
S  VDIA.K=VIAGDIA.K+VIADIA2.K+VIADIA3.K+VIADIA4.K+VIADIA5.K
S  VNOI.K=VIAGNOI.K+VIANOI2.K+VIANOI3.K+VIANOI4.K+VIANOI5.K
S  VIAGEM.K=VDIA.K+VNOI.K                     em viagem, proprios
L  DESC.K=DESC.J+DT*(FD.J/TD)                 descargas
NOTE  PARAMETROS

P  TVDIA=214
P  TVNOI=178.5
P  TE=180
P  TD=2.85
P  TI=13.11
P  NP=3
NOTE  CONDICOES INICIAIS

N  VIAGDIA=0
N  VIADIA2=0
N  VIADIA3=0
N  VIADIA4=0
N  VIADIA5=0
N  VIAGNOI=0
N  VIANOI2=0
N  VIANOI3=0
N  VIANOI4=0
N  VIANOI5=0
N  FILAP=12
N  FILAF=0
N  FILACP=0
N  FILACF=0
N  DESC=0
NOTE  CONTROLE

SAVE FILA,FILAP,FILAF,FILACP,FILACF,FILAC,VIAGEM,DESC
SPEC DT=1/LENGTH=1440/SAVPER=30
```

ANEXO 4 Código do Modelo Completo GPSS

```
10 * SIMULACAO DA AGROINDUSTRIA DIA 14/08 - MODELO COMPLETO PROBAB.
100          SIMULATE     120
110 PATIO    STORAGE      40                    ;CAPACIDADE DO PATIO
120 DESCG    STORAGE      3                     ;POSTOS DE DESCARGA
130 AMOST    STORAGE      2                     ;POSTOS DE AMOSTRAGEM
140 * DEFINICAO DA TABELA DE TEMPO DE TRANSITO
150 *
160 PATIO    TABLE        M1,300,300,30
170 ENTRA    QTABLE       PATIO,300,300,30
180 *
190 * DEFINICAO DE FUNCOES
200 *
205 TFOR     FUNCTION     AC1,C48
0,7200/3600,7200/3601,1800/7200,1800/7201,10800/18000,10800/18001,1800/
21600,1800/21601,67/25200,66/25201,67/28800,67/28801,146/32400,146/
32401,146/36000,146/36001,95/39600,95/39601,95/43200,95/
43201,96/46800,95/46801,117/50400,118/50401,118/54000,118/
54001,118/57600,118/57601,117/61200,118/61201,162/64800,162/
64801,162/68400,162/68401,162/70800,162/70801,666/72000,666/
79201,36000/86400,36000/86401,36000/90000,36000/90001,36000/93600,36000/
93601,18000/97200,18000/97201,36000/108000,36000
210 XPON     FUNCTION     RN6,C24
0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.355/.4,.509/.5,.69/.6,.915/
.7,1.2/.75,1.38/.8,1.6/.84,1.83/.88,2.12/.9,2.3/
.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2/.97,3.5/
.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9997,8
220 EXP1     FUNCTION     RN2,C24
0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.355/.4,.509/.5,.69/.6,.915/
.7,1.2/.75,1.38/.8,1.6/.84,1.83/.88,2.12/.9,2.3/
.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2/.97,3.5/
.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9997,8
230 EXP2     FUNCTION     RN3,C24
0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.355/.4,.509/.5,.69/.6,.915/
.7,1.2/.75,1.38/.8,1.6/.84,1.83/.88,2.12/.9,2.3/
.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2/.97,3.5/
.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9997,8
233 DIA      FUNCTION     AC1,C6
0,0/21600,0/21601,1/64800,1/64801,0/108000,0
236 NOITE    FUNCTION     AC1,C6
0,1/21600,1/21601,0/64800,0/64801,1/108000,1
237 ERLMED   FUNCTION     AC1,C6
0,4156/21600,4156/21601,4769/64800,4769/64801,4156/108000,4156
238 ERLINIC FUNCTION      AC1,C6
0,2400/21600,2400/21601,3300/64800,3300/64801,2400/108000,2400
240 TRAN1    FVARIABLE    (((FN$EXP1#4769)+(FN$EXP2#4769))+3300)
250 TRAN2    FVARIABLE    (((FN$EXP1#4156)+(FN$EXP2#4156))+2400)
255 TVI      FVARIABLE    (FN$DIA#V$TRAN1)+(FN$NOITE#V$TRAN2)
260          RMULT        313,96847,31047,,,111
270 *
280 * geracao de caminhoes proprios
290 *
300          GENERATE     ,,,201
305          TRANSFER     ,USI
310 CARGA    ADVANCE      V$TRAN2
320 *
330 * entrada do patio
340 *
350 USI      QUEUE        PATIO
360          ENTER        PATIO
370          DEPART       PATIO
380 *
390 * fila da balanca de entrada
400 *
410          QUEUE        BAL1
420 *
430 * pesagem na balanca de entrada
440 *
450          SEIZE        BAL1
460          DEPART       BAL1
470          ADVANCE      38,8
480          RELEASE      BAL1
490 *
500 * inicio do tempo de transito no patio
510 *
520          MARK
530 *
540 * teste de amostragem
550 *
560          TRANSFER     .25,DSCG,AMST
```

```
570 *
580 * amostragem
590 *
600 AMST     QUEUE        AMOST
610          ENTER        AMOST
620          DEPART       AMOST
630          ADVANCE      180,60
640          LEAVE        AMOST
650 * *******  descarga de material   ****************
660 *
670 DSCG     QUEUE        DESCG
680          ENTER        DESCG
690          DEPART       DESCG
700          ADVANCE      171,60
710          LEAVE        DESCG
720 *
730 * saida do patio
740 *
750          LEAVE        PATIO
760 *
770 * pesagem na balanca de saida
780 *
790          QUEUE        BAL2
800          SEIZE        BAL2
810          DEPART       BAL2
820          ADVANCE      25,5
830          RELEASE      BAL2
840 *
850 * fim do tempo de transito no patio
860 *
870          TABULATE     PATIO
880 *
890 * retorno ao transporte
900 *
910          TRANSFER     ,CARGA
920 *
930 * geracao de caminhoes de fornecedores
940 *
950 KEY      GENERATE     FN$TFOR,FN$XPON      ;taxa de chegada=0
960 *
970 * entrada do patio
980 *
990          QUEUE        PATIO
1000         ENTER        PATIO
1010         DEPART       PATIO
1020 *
1030 * fila da balanca de entrada
1040 *
1050         QUEUE        BAL1
1060 *
1070 * pesagem na balanca de entrada
1080 *
1090         SEIZE        BAL1
1100         DEPART       BAL1
1110         ADVANCE      38,8
1120         RELEASE      BAL1
1130 *
1140 * inicio do tempo de transito no patio
1150 *
1160         MARK
1170 *
1180 * teste de amostragem
1190 *
1200         TRANSFER     .75,DSC,AMS
1210 *
1220 * amostragem
1230 *
1240 AMS     QUEUE        AMOST
1250         ENTER        AMOST
1260         DEPART       AMOST
1270         ADVANCE      180,60
1280         LEAVE        AMOST
1290 *
1300 * descarga de material
1310 *
1320 DSC     QUEUE        DESCG
1330         ENTER        DESCG
1340         DEPART       DESCG
1350         ADVANCE      171,60
1360         LEAVE        DESCG
1370 *
1380 * saida do patio
1390 *
1400         LEAVE        PATIO
```

```
1410 *
1420 * pesagem na balanca de saida
1430 *
1440          QUEUE         BAL2
1450          SEIZE         BAL2
1460          DEPART        BAL2
1470          ADVANCE       25,5
1480          RELEASE       BAL2
1490 *
1500 * fim do temoo de transito no patio
1520          TABULATE      PATIO
1530 *
1540 * termino de veiculos de fornecedores
1550 *
1560          TERMINATE
1570 *
1580 * controle de temoo : 12 horas=43200 segundos
1590 *
1600          GENERATE      3600
1610          TERMINATE     1
1620          REPORT        TRAN01.GPS          ;TRANSIENTE 01D
1630          START         1,NP                ;HORA 01 TRANSIENTE
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=2
1660          START         1,NP                ;HORA 02 TRANSIENTE
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
1690          START         3,NP                ;HORA 3,4,5 TRANSIENTE
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=2
1740          START         1                   ;HORA 06 TRANSIENTE
1750          RESET
1760          REPORT        REP01D.GPS          ;REPLICA 01D - DIA
310 CARGA     ADVANCE       V$TRAN1             ;MUDA  TV  DIA
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=
1820          START         1,NP                ;HORA 01 - 06:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
1900          START         1,NP                ;HORA 02 - 07:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
1980          START         1,NP                ;HORA 03 - 08:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2060          START         1,NP                ;HORA 04 - 09:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2140          START         1,NP                ;HORA 05 - 10:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2220          START         1,NP                ;HORA 06 - 11:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2300          START         1,NP                ;HORA 07 - 12:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2380          START         1,NP                ;HORA 08 - 13:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2460          START         1,NP                ;HORA 09 - 14:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2540          START         1,NP                ;HORA 10 - 15:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2620          START         1,NP                ;HORA 11 - 16:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2730          START         1                   ;HORA 12 - 17:00 H
2760          RESET
2770          REPORT        REP01N.GPS          ;REPLICA 01D - NOITE
310 CARGA     ADVANCE       V$TRAN2             ;MUDA TV NOITE
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2780          START         1,NP                ;HORA 13 - 18:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2850          START         1,NP                ;HORA 14 - 19:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
2930          START         1,NP                ;HORA 15 - 20:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
3010          START         1,NP                ;HORA 16 - 21:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
3090          START         1,NP                ;HORA 17 - 22:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
3170          START         1,NP                ;HORA 18 - 23:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
3780          START         1,NP                ;HORA 19 - 24:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
3850          START         1,NP                ;HORA 20 - 01:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
3930          START         1,NP                ;HORA 21 - 02:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
4010          START         1,NP                ;HORA 22 - 03:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
4090          START         1,NP                ;HORA 23 - 04:00 H
950 KEY       GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON     ;taxa de chegada=0
4170          START         1                   ;HORA 24 - 05:00 H
4180          CLEAR
```

ANEXO 5 Exemplos dos Programas GPSS

```
10 * SIMULACAO DA AGROINDUSTRIA DIA 14/08 - MODELO SIMPLIFICADO PROBABIL.
100          SIMULATE      120
120 DESCG    STORAGE       3                    ;POSTOS DE DESCARGA
205 TFOR     FUNCTION      AC1,C48
0,7200/3600,7200/3601,1800/7200,1800/7201,10800/18000,10800/18001,1800/
21600,1800/21601,67/25200,66/25201,67/28800,67/28801,146/32400,146/
32401,146/36000,146/36001,95/39600,95/39601,95/43200,95/
43201,96/46800,95/46801,117/50400,118/50401,118/54000,118/
54001,118/57600,118/57601,117/61200,118/61201,162/64800,162/
64801,162/68400,162/68401,162/70800,162/70801,666/72000,666/
79201,36000/86400,36000/86401,36000/90000,36000/90001,36000/93600,36000/
93601,18000/97200,18000/97201,36000/108000,36000
236 NOITE    FUNCTION      AC1,C6
0,1/21600,1/21601,0/64800,0/64801,1/108000,1
270 *
280 * geracao de caminhoes proprios
290 *
300          GENERATE      ,,,201
305          TRANSFER      ,DSCG
310 CARGA    ADVANCE       V$TRAN2
320 *
650 * *******  descarga de material   ****************
660 *
670 DSCG     QUEUE         DESCG
680          ENTER         DESCG
690          DEPART        DESCG
700          ADVANCE       171,60
710          LEAVE         DESCG
720 *
890 * retorno ao transporte
900 *
910          TRANSFER      ,CARGA
920 *
930 * geracao de caminhoes de fornecedores
940 *
950 KEY      GENERATE      FN$TFOR,FN$XPON      ;taxa de chegada=0
960 *
1290 *
1300 * descarga de material
1310 *
1320 DSC     QUEUE         DESCG
1330         ENTER         DESCG
1340         DEPART        DESCG
1350         ADVANCE       171,60
1360         LEAVE         DESCG
1370 *
1540 * termino de veiculos de fornecedores
1550 *
1560         TERMINATE
1570 *
1580 * controle de temoo : 12 horas=43200 segundos
1590 *
1600         GENERATE      3600
1610         TERMINATE     1
```

```
10 * SIMULACAO DA AGROINDUSTRIA DIA 14/08 - MODELO COMPLETO DETERMINISTICO
100          SIMULATE      120
110 PATIO    STORAGE       40                    ;CAPACIDADE DO PATIO
120 DESCG    STORAGE       3                     ;POSTOS DE DESCARGA
130 AMOST    STORAGE       2                     ;POSTOS DE AMOSTRAGEM
140 * DEFINICAO DA TABELA DE TEMPO DE TRANSITO
150 *
160 PATIO    TABLE         M1,300,300,30
170 ENTRA    QTABLE        PATIO,300,300,30
180 *
190 * DEFINICAO DE FUNCOES
200 *
205 TFOR     FUNCTION      AC1,C48
0,7200/3600,7200/3601,18000/7200,18000/7201,10800/18000,10800/18001,18000/
21600,18000/21601,67/25200,66/25201,67/28800,67/28801,146/32400,146/
32401,146/36000,146/36001,95/39600,95/39601,95/43200,95/
43201,96/46800,95/46801,117/50400,118/50401,118/54000,118/
54001,118/57600,118/57601,117/61200,118/61201,162/64800,162/
64801,162/68400,162/68401,217/70800,217/70801,216/72000,216/
79201,36000/86400,36000/86401,36000/90000,36000/90001,36000/93600,36000/
93601,18000/97200,18000/97201,36000/108000,36000
233 DIA      FUNCTION      AC1,C6
0,0/21600,0/21601,1/64800,1/64801,0/108000,0
236 NOITE    FUNCTION      AC1,C6
0,1/21600,1/21601,0/64800,0/64801,1/108000,1
240 TRAN1    FVARIABLE     (((FN$EXP1#4769)+(FN$EXP2#4769))+3300)
250 TRAN2    FVARIABLE     (((FN$EXP1#4156)+(FN$EXP2#4156))+2400)
255 TVI      FVARIABLE     (FN$DIA#V$TRAN1)+(FN$NOITE#V$TRAN2)
270 *
280 * geracao de caminhoes proprios
290 *
300          GENERATE      ...,201
305          TRANSFER      ,USI
310 CARGA    ADVANCE       10712
320 *
330 * entrada do patio
340 *
350 USI      QUEUE         PATIO
360          ENTER         PATIO
370          DEPART        PATIO
380 *
390 * fila da balanca de entrada
400 *
410          QUEUE         BAL1
420 *
430 * pesagem na balanca de entrada
440 *
450          SEIZE         BAL1
460          DEPART        BAL1
470          ADVANCE       38
480          RELEASE       BAL1
490 *
500 * inicio do tempo de transito no patio
510 *
520          MARK
530 *
540 * teste de amostragem
550 *
560          TRANSFER      .25,DSCG,AMST
570 *
580 * amostragem
590 *
600 AMST     QUEUE         AMOST
610          ENTER         AMOST
620          DEPART        AMOST
630          ADVANCE       180
640          LEAVE         AMOST
650 * *******  descarga de material    ****************
660 *
670 DSCG     QUEUE         DESCG
680          ENTER         DESCG
690          DEPART        DESCG
700          ADVANCE       171
710          LEAVE         DESCG
720 *
730 * saida do patio
740 *
750          LEAVE         PATIO
760 *
770 * pesagem na balanca de saida
780 *
790          QUEUE         BAL2
800          SEIZE         BAL2
```

```
810          DEPART       BAL2
820          ADVANCE      25
830          RELEASE      BAL2
840 *
850 * fim do tempo de transito no patio
860 *
870          TABULATE     PATIO
880 *
890 * retorno ao transporte
900 *
910          TRANSFER     .CARGA
920 *
930 * geracao de caminhoes de fornecedores
940 *
950 KEY      GENERATE     FN$TFOR              ;taxa de chegada=0
960 *
970 * entrada do patio
980 *
990          QUEUE        PATIO
1000         ENTER        PATIO
1010         DEPART       PATIO
1020 *
1030 * fila da balanca de entrada
1040 *
1050         QUEUE        BAL1
1060 *
1070 * pesagem na balanca de entrada
1080 *
1090         SEIZE        BAL1
1100         DEPART       BAL1
1110         ADVANCE      38
1120         RELEASE      BAL1
1130 *
1140 * inicio do tempo de transito no patio
1150 *
1160         MARK
1170 *
1180 * teste de amostragem
1190 *
1200         TRANSFER     .75,DSC,AMS
1210 *
1220 * amostragem
1230 *
1240 AMS     QUEUE        AMOST
1250         ENTER        AMOST
1260         DEPART       AMOST
1270         ADVANCE      180
1280         LEAVE        AMOST
1290 *
1300 * descarga de material
1310 *
1320 DSC     QUEUE        DESCG
1330         ENTER        DESCG
1340         DEPART       DESCG
1350         ADVANCE      171
1360         LEAVE        DESCG
1370 *
1380 * saida do patio
1390 *
1400         LEAVE        PATIO
1410 *
1420 * pesagem na balanca de saida
1430 *
1440         QUEUE        BAL2
1450         SEIZE        BAL2
1460         DEPART       BAL2
1470         ADVANCE      25
1480         RELEASE      BAL2
1490 *
1500 * fim do tempo de transito no patio
1520         TABULATE     PATIO
1530 *
1540 * termino de veiculos de fornecedores
1550 *
1560         TERMINATE
1570 *
1580 * controle de tempo : 12 horas=43200 segundos
1590 *
1600         GENERATE     3600
1610         TERMINATE    1
```

```
10 * SIMULACAO DA AGROINDUSTRIA DIA 14/08 - MODELO SIMPLIFICADO DETERMINIST.
100          SIMULATE      120
180 *
190 * DEFINICAO DE FUNCOES
200 *
205 TFOR     FUNCTION      AC1,C48
0,7200/3600,7200/3601,18000/7200,18000/7201,10800/18000,10800/18001,18000/
21600,18000/21601,67/25200,66/25201,67/28800,67/28801,146/32400,146/
32401,146/36000,146/36001,95/39600,95/39601,95/43200,95/
43201,96/46800,95/46801,117/50400,118/50401,118/54000,118/
54001,118/57600,118/57601,117/61200,118/61201,162/64800,162/
64801,162/68400,162/68401,217/70800,217/70801,216/72000,216/
79201,36000/86400,36000/86401,36000/90000,36000/90001,36000/93600,36000/
93601,18000/97200,18000/97201,36000/108000,36000
233 DIA      FUNCTION      AC1,C6
0,0/21600,0/21601,1/64800,1/64801,0/108000,0
236 NOITE    FUNCTION      AC1,C6
0,1/21600,1/21601,0/64800,0/64801,1/108000,1
240 TRAN1    FVARIABLE     (((FN$EXP1#4769)+(FN$EXP2#4769))+3300)
250 TRAN2    FVARIABLE     (((FN$EXP1#4156)+(FN$EXP2#4156))+2400)
255 TVI      FVARIABLE     (FN$DIA#V$TRAN1)+(FN$NOITE#V$TRAN2)
270 *
280 * geracao de caminhoes proprios
290 *
300          GENERATE      ,,,201
305          TRANSFER      ,DSCG
310 CARGA    ADVANCE       10712
320 *
650 * *******  descarga de material    ****************
660 *
670 DSCG     QUEUE         NFSCG
680          ENTER         DESCG
690          DEPART        DESCG
700          ADVANCE       171
710          LEAVE         DESCG
720 *
890 * retorno ao transporte
900 *
910          TRANSFER      ,CARGA
920 *
930 * geracao de caminhoes de fornecedores
940 *
950 KEY      GENERATE      FN$TFOR              ;taxa de chegada=0
960 *
1300 * descarga de material
1310 *
1320 DSC     QUEUE         DESCG
1330         ENTER         DESCG
1340         DEPART        DESCG
1350         ADVANCE       171
1360         LEAVE         DESCG
1370 *
1540 * termino de veiculos de fornecedores
1550 *
1560         TERMINATE
1570 *
1580 * controle de tempo : 12 horas=43200 segundos
1590 *
1600         GENERATE      3600
1610         TERMINATE     1
1620         REPORT        TRAN01.GPS           ;TRANSIENTE 01I - DETERMINISTICO
1630         START         1,NP                 ;HORA 01 TRANSIENTE
1632         SHOW          (Q$DESCG+S$DESCG)
1634         SHOW          W3
1636         SHOW          W4+W7
```

ANEXO 6 Resultados do Modelo DYNAMO

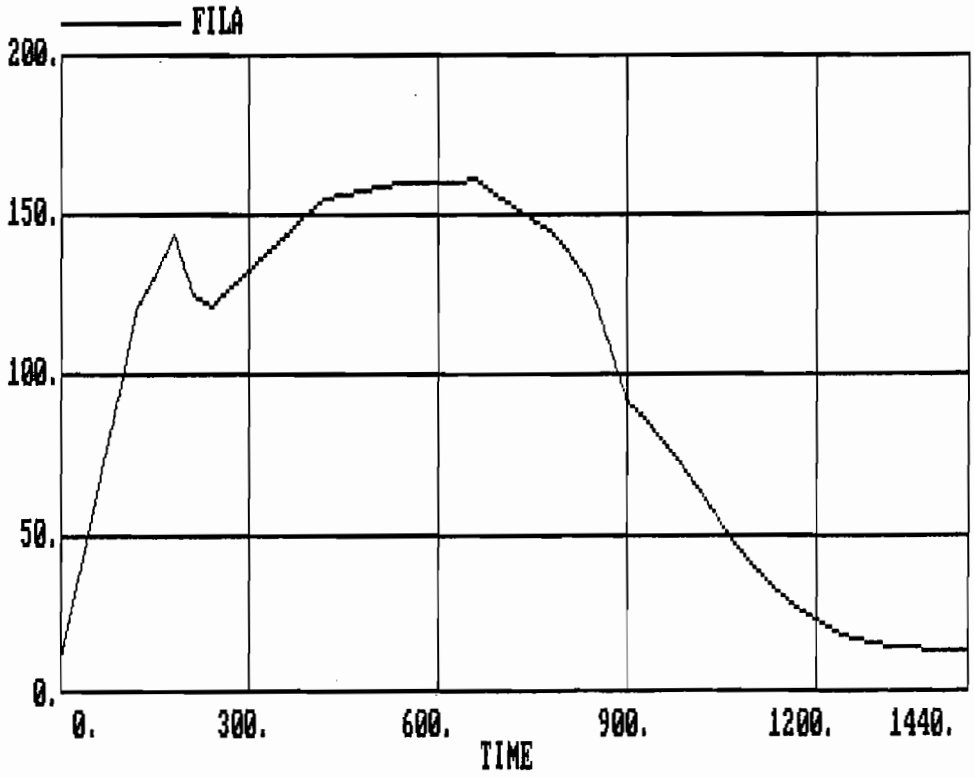
Crede12.rsl - Page 1 Rede Det. 24h Delay5 Steps 21/09/1989

TIME	0.	60.	120.	180.	240.	300.	360.
FILA	12.	65.842	119.68	144.13	121.57	133.06	144.45
FILAC	0.	2308.3	7847.2	15.75e3	23.46e3	31.09e3	39.41e3
VIAGEM	0.	38.854	73.214	110.48	131.44	129.52	126.07
DESC	0.	63.158	126.32	189.47	252.63	315.79	378.95
FILACF	0.	959.08	3486.6	6715.2	9904.2	13.32e3	17.25e3
FILACP	0.	1349.3	4360.6	9034.1	13.56e3	17.77e3	22.16e3
FILAF	0.	29.696	54.898	53.609	52.014	61.583	69.522
FILAP	12.	36.146	64.786	90.518	69.56	71.476	74.927

TIME	420.	480.	540.	600.	660.	720.	780.
FILA	155.35	158.11	159.81	160.68	161.12	153.02	144.86
FILAC	48.41e3	57.81e3	67.36e3	76.97e3	86.63e3	96.06e3	105.e3
VIAGEM	122.2	119.25	117.79	117.27	117.17	117.91	102.4
DESC	442.11	505.27	568.42	631.58	694.74	757.89	821.05
FILACF	21.64e3	26.22e3	30.81e3	35.41e3	40.04e3	44.45e3	48.46e3
FILACP	26.77e3	31.59e3	36.55e3	41.56e3	46.59e3	51.6e3	56.53e3
FILAF	76.548	76.37	76.602	76.953	77.285	69.93	63.81
FILAP	78.801	81.745	83.211	83.73	83.835	83.087	81.05

TIME	840.	900.	960.	1020.	1080.	1140.	1200.
FILA	129.19	91.368	78.938	61.901	45.007	31.615	22.653
FILAC	113.2e3	119.9e3	125.e3	129.3e3	132.5e3	134.8e3	136.4e3
VIAGEM	106.98	120.3	129.32	136.18	149.55	163.35	174.24
DESC	884.21	947.36	1010.5	1073.7	1136.8	1200.	1263.1
FILACF	51.98e3	54.47e3	55.76e3	56.34e3	56.55e3	56.6e3	56.61e3
FILACP	61.27e3	65.42e3	69.28e3	72.95e3	75.94e3	78.17e3	79.78e3
FILAF	53.51	29.989	14.281	5.7835	1.7336	.31638	28.05e-3
FILAP	75.679	61.379	64.657	56.117	43.273	31.299	22.625

TIME	1260.	1320.	1380.	1440.
FILA	17.483	14.898	13.768	13.33
FILAC	137.6e3	138.5e3	139.4e3	140.2e3
VIAGEM	181.24	185.02	186.78	187.5
DESC	1326.3	1389.5	1452.6	1515.8
FILACF	56.61e3	56.61e3	56.61e3	56.61e3
FILACP	80.97e3	81.93e3	82.78e3	83.6e3
FILAF	1.045e-3	17.65e-6	.4551e-6	.4551e-6
FILAP	17.482	14.898	13.768	13.33



ANEXO 7 Resultados dos Modelos em GPSS

a. Modelo completo probabilístico.

WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01D - DIA

GPSS/PC Report file REP01D.GPS. (V 2, # 37684) 10-03-1989 11:46:43 page 1

START_TIME	END_TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES	FREE_MEMORY
21606	64800	61	2	3	238512

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE._TIME	AVAILABLE	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
BAL1	773	0.680	38.03	1	124	0	0	0	1
BAL2	757	0.438	25.03	1	52	0	0	0	1

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRIES	ENTRIES(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
PATIO	171	145	918	33	120.22	5656.74	5867.67	0
DESCG	37	34	792	0	33.77	1841.93	1841.93	0
AMOST	6	0	356	184	0.44	53.06	109.83	0
BAL1	11	1	773	399	0.41	22.90	47.32	0
BAL2	2	1	758	532	0.08	4.60	15.44	0

STORAGE	CAP.	REMAIN.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
PATIO	40	0	22	40	798	1	39.80	0.995	0	145
DESCG	3	0	2	3	761	1	3.00	1.000	0	34
AMOST	2	1	0	2	356	1	1.50	0.749	0	0

TABLE	MEAN	STD.DEV.	RETRY	RANGE		FREQUENCY	CUM.%
PATIO	2215.35	215.80	0				
			1200 -		1500	9	1.19
			1500 -		1800	26	4.63
			1800 -		2100	129	21.69
			2100 -		2400	462	82.80
			2400 -		2700	130	100.00
ENTRA	5858.54	2820.16	0				

WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01D - NOITE

GPSS/PC Report file REP01N.GPS. (V 2, # 37684) 10-03-1989 11:47:39 page 1

START_TIME	END_TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES	FREE_MEMORY
64802	108000	61	2	3	236480

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE._TIME	AVAILABLE	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
BAL1	742	0.650	37.86	1	19	0	0	0	1
BAL2	758	0.436	24.86	1	0	0	0	0	0

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRIES	ENTRIES(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
PATIO	148	0	741	329	43.53	2537.87	4564.47	0
DESCG	37	19	775	0	25.87	1441.81	1441.81	0
AMOST	4	0	257	165	0.19	32.59	91.03	0
BAL1	4	1	742	339	0.30	17.55	32.31	0
BAL2	2	0	757	515	0.08	4.71	14.75	0

STORAGE	CAP.	REMAIN.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
PATIO	40	15	10	40	781	1	31.09	0.777	0	0
DESCG	3	0	2	3	759	1	3.00	1.000	0	19
AMOST	2	1	0	2	258	1	1.07	0.536	0	0

TABLE	MEAN	STD.DEV.	RETRY	RANGE		FREQUENCY	CUM.%
PATIO	1788.82	627.56	0				
			300 -		600	10	1.32
			600 -		900	82	12.14
			900 -		1200	134	29.82
			1200 -		1500	52	36.68
			1500 -		1800	9	37.86
			1800 -		2100	66	46.57
			2100 -		2400	334	90.63
			2400 -		2700	70	99.87
			2700 -		3000	1	100.00
ENTRA	3434.67	3803.57	0				

b. Modelo completo determinístico.

WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01J - DIA - DETERMINISTI

GPSS/PC Report file REP01D.GPS. (V 2, # 37684) 09-22-1989 11:40:13 page 2

LINE	LOC	BLOCK_TYPE	ENTRY_COUNT	CURRENT_COUNT	RETRY
1280	47	LEAVE	261	0	0
1320	DSC	QUEUE	358	18	0
1330	49	ENTER	340	0	0
1340	50	DEPART	340	0	0
1350	51	ADVANCE	340	2	0
1360	52	LEAVE	338	0	0
1400	53	LEAVE	338	0	0
1440	54	QUEUE	338	0	0
1450	55	SEIZE	338	0	0
1460	56	DEPART	338	0	0
1470	57	ADVANCE	338	0	0
1480	58	RELEASE	338	0	0
1520	59	TABULATE	338	0	0
1560	60	TERMINATE	338	0	0
1600	61	GENERATE	12	0	0
1610	62	TERMINATE	12	0	0

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE._TIME	AVAILABLE	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
BAL1	786	0.691	37.97	1	0	0	0	0	0
BAL2	759	0.438	24.97	1	0	0	0	0	0

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRIES	ENTRIES(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
PATIO	126	109	894	59	92.98	4492.12	4809.53	0
DESCG	37	37	795	0	33.09	1797.54	1797.54	0
AMOST	8	0	366	163	0.69	80.91	145.88	0
BAL1	12	0	785	705	0.42	22.91	224.79	0
BAL2	1	0	758	758	0.00	0.00	0.00	0

STORAGE	CAP.	REMAIN.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
PATIO	40	0	12	40	798	1	39.41	0.985	0	109
DESCG	3	0	2	3	761	1	3.00	1.000	0	37
AMOST	2	2	0	2	367	1	1.53	0.763	0	0

TABLE	MEAN	STD.DEV.	RETRY	RANGE	FREQUENCY	CUM.%
PATIO	2152.70	385.26	0			
			600	- 900	26	3.43
			900	- 1200	15	5.40
			1200	- 1500	20	8.04
			1500	- 1800	17	10.28
			1800	- 2100	62	18.45
			2100	- 2400	522	87.22
			2400	- 2700	91	99.21
			2700	- 3000	6	100.00
ENTRA	4621.49	2168.72	0			

WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01J - NOITE DETERM.

GPSS/PC Report file REP01N.GPS. (V 2, # 37684) 09-22-1989 11:41:39 page 2

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE._TIME	AVAILABLE	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
BAL1	731	0.643	37.98	1	58	0	0	0	0
BAL2	758	0.439	25.00	1	27	0	0	0	0

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRIES	ENTRIES(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
PATIO	109	0	731	365	30.78	1816.76	3628.55	0
DESCG	37	8	766	0	22.57	1271.45	1271.45	0
AMOST	2	0	232	178	0.07	12.16	52.24	0
BAL1	1	0	731	731	0.00	0.00	0.00	0
BAL2	1	0	758	758	0.00	0.00	0.00	0

STORAGE	CAP.	REMAIN.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
PATIO	40	27	12	40	771	1	27.24	0.681	0	0
DESCG	3	0	2	3	761	1	3.00	1.000	0	8
AMOST	2	1	0	2	232	1	0.96	0.482	0	0

TABLE	MEAN	STD.DEV.	RETRY	RANGE	FREQUENCY	CUM.%
PATIO	1595.88	757.38	0			
			300	- 600	25	3.30
			600	- 900	277	39.89
			900	- 1200	14	41.74
			1200	- 1500	11	43.20
			1500	- 1800	11	44.65
			1800	- 2100	21	47.42
			2100	- 2400	352	93.92
			2400	- 2700	46	100.00
ENTRA	2354.66	2716.16	0			

c. Modelo simplificado probabilístico.

```
WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01D - DIA

GPSS/PC Report file REP01D.GPS.  (V 2. # 37684)  10-03-1989 10:44:40   page 1

    START_TIME     END_TIME  BLOCKS     FACILITIES  STORAGES   FREE_MEMORY
      21611         64800     17            0          3         268192

QUEUE          MAX  CONT. ENTRIES ENTRIES(0) AVE.CONT. AVE.TIME  AVE.(-0) RETRY
 PATIO           0     0       0          0     0.00       0.00      0.00     0
 DESCG         209   189     944          0   156.55    7162.19   7162.19     0

STORAGE         CAP. REMAIN. MIN.  MAX.  ENTRIES AVL.  AVE.C. UTIL. RETRY DELAY
 PATIO           40     40     0     0        0   1     0.00  0.000     0     0
 DESCG            3      0     2     3      758   1     3.00  1.000     0   189
 AMOST            2      2     0     0        0   1     0.00  0.000     0     0

TABLE            MEAN      STD.DEV. RETRY  RANGE           FREQUENCY  CUM.%
 PATIO           0.00        0.00    0
 ENTRA           0.00        0.00    0

XACT_GROUP         GROUP_SIZE       RETRY
 POSITION                0           0


WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01D - NOITE

GPSS/PC Report file REP01N.GPS.  (V 2, # 37684)  10-03-1989 10:45:13   page 1

    START_TIME     END_TIME  BLOCKS     FACILITIES  STORAGES   FREE_MEMORY
      64816        108000     17            0          3         266160

QUEUE          MAX  CONT. ENTRIES ENTRIES(0) AVE.CONT. AVE.TIME  AVE.(-0) RETRY
 PATIO           0     0       0          0     0.00       0.00      0.00     0
 DESCG         191    17     785          0    71.70    3944.08   3944.08     0

STORAGE         CAP. REMAIN. MIN.  MAX.  ENTRIES AVL.  AVE.C. UTIL. RETRY DELAY
 PATIO           40     40     0     0        0   1     0.00  0.000     0     0
 DESCG            3      0     2     3      771   1     3.00  1.000     0    17
 AMOST            2      2     0     0        0   1     0.00  0.000     0     0

TABLE            MEAN      STD.DEV. RETRY  RANGE           FREQUENCY  CUM.%
 PATIO           0.00        0.00    0
 ENTRA           0.00        0.00    0

XACT_GROUP         GROUP_SIZE       RETRY
 POSITION                0           0
```

d. Modelo simplificado determinístico.

WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01I - DIA - DETERMINISTI

GPSS/PC Report file REP01D.GPS. (V 2, # 37684) 09-21-1989 14:10:47 page 1

START_TIME	END_TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES	FREE_MEMORY
21656	64800	17	0	3	267904

LINE	LOC	BLOCK_TYPE	ENTRY_COUNT	CURRENT_COUNT	RETRY
300	1	GENERATE	0	0	0
305	2	TRANSFER	0	0	0
310	CARGA	ADVANCE	419	122	0
670	DSCG	QUEUE	495	77	0
680	5	ENTER	418	0	0
690	6	DEPART	418	0	0
700	7	ADVANCE	421	2	0
710	8	LEAVE	419	0	0
910	9	TRANSFER	419	0	0
950	KEY	GENERATE	22	0	0
1320	DSC	QUEUE	407	69	0
1330	12	ENTER	338	0	0
1340	13	DEPART	338	0	0
1350	14	ADVANCE	338	1	0
1360	15	LEAVE	337	0	0
1560	16	TERMINATE	337	0	0
1600	17	GENERATE	12	0	0
1610	18	TERMINATE	12	0	0

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRIES	ENTRIES(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
PATIO	0	0	0	0	0.00	0.00	0.00	0
DESCG	163	146	902	0	128.62	6152.24	6152.24	0

STORAGE	CAP.	REMAIN.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
PATIO	40	40	0	0	0	1	0.00	0.000	0	0
DESCG	3	0	2	3	759	1	3.00	1.000	0	146
AMOST	2	2	0	0	0	1	0.00	0.000	0	0

WARNING: interactions during simulation. REPLICA 01I - NOITE DETERM.

GPSS/PC Report file REP01N.GPS. (V 2, # 37684) 09-21-1989 14:11:27 page 1

START_TIME	END_TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES	FREE_MEMORY
64809	108000	17	0	3	262832

LINE	LOC	BLOCK_TYPE	ENTRY_COUNT	CURRENT_COUNT	RETRY
300	1	GENERATE	0	0	0
305	2	TRANSFER	0	0	0
310	CARGA	ADVANCE	649	189	0
670	DSCG	QUEUE	659	9	0
680	5	ENTER	650	0	0
690	6	DEPART	650	0	0
700	7	ADVANCE	652	3	0
710	8	LEAVE	649	0	0
910	9	TRANSFER	649	0	0
950	KEY	GENERATE	0	0	0
1320	DSC	QUEUE	109	0	0
1330	12	ENTER	109	0	0
1340	13	DEPART	109	0	0
1350	14	ADVANCE	110	0	0
1360	15	LEAVE	110	0	0
1560	16	TERMINATE	110	0	0
1600	17	GENERATE	12	0	0
1610	18	TERMINATE	12	0	0

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRIES	ENTRIES(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
PATIO	0	0	0	0	0.00	0.00	0.00	0
DESCG	146	9	768	0	55.73	3134.30	3134.30	0

STORAGE	CAP.	REMAIN.	MIN.	MAX.	ENTRIES	AVL.	AVE.C.	UTIL.	RETRY	DELAY
PATIO	40	40	0	0	0	1	0.00	0.000	0	0
DESCG	3	0	2	3	762	1	3.00	1.000	0	9
AMOST	2	2	0	0	0	1	0.00	0.000	0	0