UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TRANSPORTES

JOSÉ CARLOS FONTOURA GUIMARÃES

**Modelo para recuperação de malhas aéreas integrando aeronaves e
passageiros**

São Paulo
2020

JOSÉ CARLOS FONTOURA GUIMARÃES

**Modelo para recuperação de malhas aéreas integrando aeronaves e
passageiros**

Versão Corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja
o Programa de Pós-Graduação)

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências pelo Programa de Pós-graduação
em Engenharia de Transportes.

Área de Concentração: Planejamento e
Operação de Transportes

Orientador: Prof. Dr. Nicolau D. F. Gualda

São Paulo

2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo ou pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 04 de junho de 2020

Assinatura do autor:

Assinatura do orientador:

Catálogo-na-publicação

Guimarães, José Carlos Fontoura

Modelo para recuperação de malhas aéreas integrando aeronaves e passageiros / J. C. F. Guimarães -- São Paulo, 2020.
94 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.

1.Recuperação integrada de malha aérea 2.Recovery 3.Perturbações em malhas aéreas 4.Math-heuristic I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes II.t.

A Deus.

Aos meus filhos Clara, Marcelo e Beatrice.

Aos meus pais José Roberto e Marisa.

À minha irmã Roberta.

À Maria Clara.

Agradecimentos

Iniciei este projeto com o objetivo de aprimorar meus conhecimentos de engenharia. As dificuldades de nosso país acabaram por converter este período na situação mais difícil que passei em minha vida ao ter que buscar emprego, com mais de cinquenta anos de idade, por três vezes, sendo a primeira vez exatamente um mês antes de iniciar o mestrado. A falta de perspectiva para se conseguir uma posição no mercado de trabalho, a sensação de insegurança e a sensação de vulnerabilidade acompanham permanentemente qualquer indivíduo nesta situação. Reconheço a mão de Deus ao me inspirar buscar este programa, pois o desafio intelectual e o retorno à Poli, que nutriu os meus sonhos trinta e cinco anos atrás, foram um pilar muito importante para me ajudar a manter o equilíbrio, me fortalecer e empurrar para frente.

Meus agradecimentos ao Prof. Dr. Nicolau D. F. Gualda por ter aceitado ser meu orientador no programa de mestrado após meus vinte e sete anos de formado.

Ao Prof. Dr. Marco Antonio Brinati pelas sugestões, preocupação sobre os meus próximos passos após a qualificação, análise de meus resultados intermediários e comentários durante a defesa.

Ao Prof. Dr. Arnaldo Vallim pelos comentários durante a qualificação e defesa.

Ao meu pai José Roberto pelas leituras e releituras de meu trabalho e insistência de que o conhecimento é um bem que nunca pode ser perdido ou roubado.

À minha mãe Marisa pelas “quentinhas”.

À Maria Clara, incondicional leal companheira na minha jornada de resgate ao longo dos últimos 4 anos e deste período de estudos, que literalmente esteve comigo a cada instante, acompanhando minha imagem muda no FaceTime madrugadas à dentro, me recordando do avançado da hora.

Pesquisa desenvolvida com o auxílio dos recursos de HPC disponibilizados pela Superintendência de Tecnologia da Informação da Universidade de São Paulo.

Resumo

O principal objetivo do trabalho é apresentar uma *math*-heurística para a solução do problema de recuperação de malhas aéreas, considerando, de forma integrada, interativa e não simultânea, aeronaves e passageiros. Apresenta-se também um modelo para recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea. São introduzidos os subsistemas da companhia aérea envolvidos, o problema de planejamento da companhia aérea, o papel do centro operacional da companhia aérea e a descrição do problema de recuperação de malha aérea. A *math*-heurística integra as dimensões aeronave e passageiro, compreendendo a interação entre o mínimo de duas malhas, sendo uma delas a malha de passageiros, de forma a levar em conta custos operacionais para a companhia aérea e impactos nos passageiros. Os testes realizados permitem afirmar que a *math*-heurística pode ser aplicada a companhias aéreas de aviação regional ou doméstica, com frotas de aeronaves com características operacionais semelhantes.

Palavras-chave: Recuperação integrada de malha aérea. Recovery. Perturbações em malhas aéreas. *Math-heuristic*

Abstract

The main objective of this work is to present a math-heuristic model to solve the airline disruption problem, considering the aircraft and the passenger networks, not simultaneously, but on an integrated and interactive way. A model to solve the recovery problem with minimum cost for the airline is also presented. The airline subsystems, the airline planning problem, the airline operations control center and the airline recovery problem are introduced. The proposed model allows the integration of the aircraft and passenger dimensions, providing the interaction of at least two networks, one of them being the passenger network, looking for a trade-off between airline operational costs and impacts to passengers. Tests of the math-heuristic model allow to conclude that it can be applicable to domestic airlines with an airline fleet with similar aircraft operational characteristics.

Keywords: Airline recovery. Recovery. Disruption management. Math-heuristic

Lista de figuras

Figura 1- Organização típica de uma companhia aérea.....	15
Figura 2 - Macro-fluxo entre os subsistemas da companhia aérea	17
Figura 3 - Visão geral do processo de planejamento operacional da companhia aérea	17
Figura 4 - Ilustração de uma escala de voos.....	18
Figura 5 - Ilustração de uma rotação de aeronaves	19
Figura 6 - Ilustração do "pairing" de duas tripulações	20
Figura 7 - Ilustração de "rostering" de tripulação.....	20
Figura 8 - Exemplo de itinerário de passageiro	21
Figura 9 - Planejamento da companhia aérea e o Dia da Operação.....	23
Figura 10 - Representação gráfica de uma perturbação em malha aérea	24
Figura 11 - Processo de gestão de recuperação de perturbações.....	26
Figura 12 - Solução sequencial de recuperação de perturbação em malha aérea ...	26
Figura 13 - Rede tempo-espaço.....	28
Figura 14 - Exemplo de pareamento de tripulação em operação normal.....	29
Figura 15- Grafo de uma malha aérea	31
Figura 16 - Exemplo de modelagem de atrasos na rede tempo-espaço utilizando inserção de arcos de voo	37
Figura 17- Estrutura dos modelos desenvolvidos neste trabalho	50
Figura 18 - Recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea	51
Figura 19 - <i>Math</i> -heurística I	56
Figura 20 - <i>Math</i> -heurística II	59
Figura 21 – Formato e exemplo de arquivo <i>config.csv</i>	63
Figura 22 - Formato e exemplo de arquivo <i>aircraft.csv</i>	64
Figura 23 - Formato e exemplo de arquivo <i>airports.csv</i>	64
Figura 24 - Formato e exemplo de arquivo <i>dist.csv</i>	65
Figura 25 - Formato e exemplo de arquivo <i>flights.csv</i>	65
Figura 26 - Formato e exemplo de arquivo <i>rotations.csv</i>	66
Figura 27 - Formato e exemplo de arquivo <i>itineraries.csv</i>	66
Figura 28 - Formato e exemplo de arquivo <i>alt_flights.csv</i>	66
Figura 29 - Formato e exemplo de arquivo <i>alt_airports.csv</i>	67
Figura 30 – Ilustração de arcos inseridos – extrato de arquivo <i>inserted_arcs.csv</i>	69

Figura 31 - Ilustração de solução de voos – extrato de arquivo <i>flights_solution.csv</i> .	72
Figura 32 - Ilustração de solução de rotação de aeronaves– extrato de arquivo <i>flight_rotation.csv</i>	72
Figura 33 – Ilustração da identificação de itinerários perturbados <i>pax_itineraries_step_3.csv</i>	73
Figura 34 – Ilustração de malha de voos com perturbação de itinerários	73
Figura 35 - Comparativo do custo de itinerários de passageiros cancelados em relação ao modelo de mínimo custo.....	81
Figura 36 - Comparativo do custo total em relação ao modelo de mínimo custo	82
Figura 37 - Comparativo da quantidade de voos cancelados em relação ao modelo de mínimo custo	84
Figura 38 - Comparativo do volume de atrasos inseridos em relação ao modelo de mínimo custo	85
Figura 39 – Comparação qualitativa entre as <i>math</i> -heurísticas I e II quanto a cancelamentos e inserção de atrasos de voos.....	85

Lista de tabelas

Tabela 1 - Comparativo entre abordagens na revisão bibliográfica	43
Tabela 2- Características das instâncias de teste utilizadas – Instâncias “A”	74
Tabela 3- Características das instâncias de teste utilizadas – Instâncias “B”	75
Tabela 4 – Resultados obtidos na execução do modelo de mínimo custo para a companhia aérea.....	76
Tabela 5 – Resultados obtidos na execução da <i>math</i> -heurística I	77
Tabela 6 – Resultados obtidos na execução da <i>math</i> -heurística II	78
Tabela 7 – Densidade da janela de recuperação	80

Sumário

1	Introdução	11
1.1	<i>Contexto Geral</i>	<i>11</i>
1.2	<i>Objetivo</i>	<i>13</i>
1.3	<i>Organização do Trabalho</i>	<i>13</i>
2	Planejamento e execução operacional da companhia aérea	15
2.1	<i>Planejamento Operacional da Companhia Aérea</i>	<i>15</i>
2.1.1	<i>Macro-organização de uma companhia aérea</i>	<i>15</i>
2.1.2	<i>O processo de planejamento operacional da companhia aérea.....</i>	<i>16</i>
2.1.3	<i>Dia da Operação – execução do planejamento operacional</i>	<i>22</i>
3	O problema de recuperação de perturbações em malhas aéreas na literatura	24
3.1	<i>Definição de perturbação em malha aérea.....</i>	<i>24</i>
3.2	<i>O problema de recuperação de perturbações em malha aérea</i>	<i>25</i>
3.2.1	<i>Processo de gestão de recuperação de perturbações em malha aérea .</i>	<i>25</i>
3.3	<i>Redes de voo tempo-espaço.....</i>	<i>27</i>
3.3.1	<i>Aplicações do caminho mais curto em redes de voo.....</i>	<i>28</i>
3.4	<i>Modelagem da conectividade de recursos na malha aérea – grafo de conectividade</i>	<i>29</i>
3.5	<i>Identificação de recursos impactados no grafo de conectividade após perturbações</i>	<i>32</i>
3.6	<i>Modelos gerais para recuperação de malhas.....</i>	<i>32</i>
3.6.1	<i>Modelo de programação por objetivos</i>	<i>33</i>
3.6.2	<i>Modelo baseado em heurísticas de busca local</i>	<i>34</i>
3.6.3	<i>Modelo baseado em cenários.....</i>	<i>35</i>
3.7	<i>Alterações na rede tempo-espaço para modelar o novo espaço de soluções durante o tratamento de perturbações</i>	<i>36</i>
3.7.1	<i>Modelagem de alternativas para voos (ZHANG et al., 2016)</i>	<i>36</i>
3.7.2	<i>Modelagem da indisponibilidade de recursos.....</i>	<i>38</i>
3.8	<i>Custos considerados nas modelagens de recuperação de malha aérea</i>	<i>38</i>
3.9	<i>Tipos de abordagens da literatura para a resolução do problema de recuperação integrada de perturbações em malhas de companhias aéreas</i>	<i>38</i>

3.10	<i>Sumário dos trabalhos relacionados à recuperação integrada e parcialmente integrada</i>	<i>39</i>
3.10.1	Sumário dos trabalhos com recuperação integrada não simultânea	40
3.10.2	Sumário dos trabalhos com recuperação integrada simultânea	41
3.10.3	Sumário dos trabalhos com recuperação parcialmente integrada	41
3.11	<i>Resumo das abordagens contidas na revisão bibliográfica.....</i>	<i>43</i>
3.12	<i>Conclusões do capítulo</i>	<i>47</i>
4	Metodologia proposta.....	50
4.1	<i>Modelo Min Custo de recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea – Math-heurística de referência</i>	<i>51</i>
4.1.1	Modelagem da Etapa 1 - Ajuste da malha de voos	52
4.1.2	Modelagem da Etapa 2 – Nova solução para a rotação de aeronaves ...	54
4.1.3	Modelagem da Etapa 3 – Identificação dos itinerários afetados.....	55
4.2	<i>Math-heurística I.....</i>	<i>56</i>
4.2.1	Modelagem da Etapa 3 - Reajuste da malha de voos para reduzir a perda de itinerários	57
4.3	<i>Math-heurística II.....</i>	<i>58</i>
4.3.1	Modelagem da Etapa 1 – Ajuste da malha de voos para reduzir perda de itinerários.....	59
4.4	<i>Descrição das instâncias de teste e sua aplicação nos modelos</i>	<i>62</i>
4.5	<i>Particularidades sobre a implementação das modelagens</i>	<i>67</i>
4.5.1	Ajuste da malha com perturbações de voos, introdução de inseridos e perturbações de aeroportos – <i>input</i>	67
4.5.2	Etapa 1 – Nova malha de voos.....	69
4.5.3	Etapa 2 – Nova rotação de aeronaves	70
4.5.4	Etapa 3 – Identificação dos itinerários perturbados.....	71
4.5.5	Custo Total utilizado para a comparação dos modelos	71
5	Testes e resultados	74
6	Conclusões.....	87
	Referências Bibliográficas	89

1 Introdução

Eventos como condições atmosféricas adversas, falhas em equipamentos ou ausência de tripulação para executar um voo, causam efeitos em cascata em toda a malha aérea, acarretando elevado prejuízo financeiro para as companhias aéreas e impactos indesejáveis para os passageiros. Infelizmente, essas perturbações são inerentes às condições operacionais de uma companhia aérea e devem ser prontamente administradas para recuperar a malha planejada (também denominada malha original de voos) e restabelecer os níveis de serviço prestados (“recuperação de malha aérea”).

Este trabalho apresenta uma *math*-heurística para a solução do problema de recuperação de malhas aéreas, considerando, de forma integrada, interativa e não simultânea, aeronaves e passageiros, aplicável a companhias aéreas regionais ou domésticas com frotas de aeronaves com características operacionais semelhantes.

Este capítulo apresenta o contexto geral do problema de recuperação de malhas aéreas, a relevância do tema, os objetivos da pesquisa e a organização do trabalho.

1.1 Contexto Geral

O planejamento da operação de uma companhia aérea ocorre muito tempo antes de um voo decolar. É realizado de forma a tornar o serviço eficaz e a operação rentável, e compreende a elaboração de uma programação de itinerários para atender a uma demanda de mercado, de uma programação de aeronaves adequada à demanda e às restrições operacionais dos voos a serem operados, e de uma programação de tripulação de cabine e de pilotos habilitados para atuar conforme as características operacionais das aeronaves, normas regulatórias e normas trabalhistas. Cada uma dessas programações pode ser representada por uma malha de recursos e todas essas malhas devem estar sincronizadas, para que os voos ocorram conforme o planejado e da forma mais eficiente possível.

A necessidade de eficiência operacional implica um planejamento com pouca folga, devido aos elevados custos operacionais dos recursos disponíveis – aeronaves e tripulações.

Perturbações, isto é, atrasos ou cancelamentos de voos durante a operação, podem ocasionar efeitos em cascata, tirando a operação da companhia de sua condição de execução planejada. O custo anual estimado por perturbações nas malhas aéreas é da ordem de milhões de dólares norte-americanos, compreendendo (Castro, 2014):

- Custos operacionais com aeronaves;
- Horas extras para a tripulação ou utilização de tripulação reserva;
- Perda de receita de passageiros e custos diretos a passageiros, por exemplo hotel, transporte e alimentação.

A solução do problema de recuperação de malha aérea consiste em conduzir o retorno da operação da companhia aérea à programação original após uma perturbação, mediante o ajuste dos planos de voos, das designações de aeronaves, das designações de tripulações e dos itinerários de passageiros, visando minimizar os custos operacionais e eventuais penalidades, respeitando um determinado período de tempo denominado período de recuperação.

As companhias aéreas, durante o processo de gestão de recuperação de perturbações, geralmente atuam de modo sequencial, recuperando em primeiro lugar a malha de aeronaves, em segundo lugar a malha de tripulação e, posteriormente, a malha de passageiros. Essa abordagem prioriza o retorno à operação eficiente de seus ativos mais caros, aeronaves e tripulação, porém não necessariamente fornece o melhor resultado para os seus clientes, implicando também elevados custos financeiros para as companhias aéreas relacionados aos atrasos de passageiros, e, portanto, leva a soluções não ótimas do problema.

Dados de indústria indicam que, na perspectiva do passageiro, a recuperação sequencial não é otimizada, pois 80% a 90% das malhas de aeronaves e de tripulação são recuperadas no mesmo dia em que a perturbação ocorreu. Porém, apenas 60% dos passageiros são reacomodados neste mesmo período de tempo, gerando significativos custos para as companhias aéreas – prejuízos em imagem e despesas

diretas com os passageiros afetados; e para os passageiros – insatisfação e impactos pessoais e financeiros (Castro, 2014).

Abordagens de recuperação integrada de malha aérea, nas quais se consideram os três aspectos (ou dimensões) do problema – aeronaves, tripulações e passageiros – onde dois ou mais aspectos são tratados simultaneamente - sendo um deles a malha de passageiros - apesar de mais complexas de resolver, apresentam resultados bem melhores em relação à satisfação dos passageiros afetados: quando a recuperação é realizada de forma integrada e simultânea para as três malhas, dados de indústria indicam a recuperação de 95% das malhas de aeronaves, tripulações e passageiros dentro do mesmo dia de operação em que a perturbação ocorreu (Castro, 2014).

Os problemas de recuperação de malhas aéreas são NP-difíceis, ou seja, não há algoritmos de ordem polinomial para sua resolução, independentemente da forma como seja considerada – integrada, parcialmente integrada ou não integrada (YU; QI, 2004). Daí a necessidade de desenvolvimento de heurísticas, meta-heurísticas ou *math*-heurísticas para solução do problema.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma *math*-heurística para a solução do problema de recuperação de malhas aéreas, considerando, de forma integrada, interativa e não simultânea, aeronaves e passageiros, aplicável a companhias aéreas regionais ou domésticas com frotas de aeronaves com características operacionais semelhantes.

1.3 Organização do Trabalho

O Capítulo 1 introduz o problema objeto, o contexto geral, e o objetivo deste trabalho.

Os Capítulos 2 e 3 apresentam os conceitos relevantes para o entendimento do problema de recuperação de malhas aéreas, bem como sua modelagem e resolução na literatura.

O Capítulo 4 descreve o modelo de mínimo custo e as *math*-heurísticas desenvolvidas para a resolução do problema de recuperação integrada de malha aérea considerando as aeronaves e passageiros, de forma que se possa buscar um *trade-off* entre custos operacionais e impacto nos passageiros.

O Capítulo 5 descreve a análise dos resultados obtidos utilizando-se as *math*-heurísticas em instâncias de teste da literatura.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho.

2 Planejamento e execução operacional da companhia aérea

2.1 Planejamento Operacional da Companhia Aérea

2.1.1 Macro-organização de uma companhia aérea

O objetivo da companhia aérea, ao fornecer transporte de passageiros e/ou carga, é maximizar o lucro nas rotas em que opera, sujeito a:

- Uma tabela de horários de chegadas e saídas de aeronaves em cada aeroporto;
- Níveis de serviço: atrasos dentro de limites regulados e com preço e qualidade compatíveis com a experiência esperada pelo cliente;
- Eventos imprevisíveis.

A Figura 1 mostra a organização típica de uma companhia aérea (WITTMER et al., 2011).

Figura 1- Organização típica de uma companhia aérea

Fonte: Wittmer et al. (2011)

As principais áreas da companhia são:

- Gestão de Planejamento, Receita e Distribuição: Identifica as curvas de demanda e realiza análise de mercado para identificar rotas com demandas rentáveis. A partir das curvas de demanda de mercado, identifica as rotas, frequências e tipos de frota de aeronaves que podem atender a demanda de forma eficiente e coordena a venda de assentos;

- Gestão de Recursos de Aeroporto: Planejamento de recursos humanos da companhia nos balcões de atendimento, portões de embarque e áreas do aeroporto e rampa;
- Gestão de Manutenção: Controle e execução de todas as manutenções de aeronaves requeridas no aeroporto. Esta área também é responsável por gerenciar a escala regular de manutenção de cada aeronave;
- Planejamento de voo: Responsável por coordenar as atividades de voo: elaboração do plano de voo, distribuição de carga entre as aeronaves, acompanhamento do voo e comunicação terra-ar com a aeronave;
- Centro de Controle Operacional – CCO - coordena a execução do planejamento durante o Dia da Operação. Responsável por garantir que todos os recursos necessários para a operação dos voos (por exemplo, aeronaves e tripulação) estão disponíveis. Também é responsável por gerenciar efeitos derivados de perturbações na malha de voos e seus impactos.

Ao longo da operação da companhia aérea, essas áreas/divisões se relacionam na linha do tempo conforme a Figura 2.

2.1.2 O processo de planejamento operacional da companhia aérea

A área de Planejamento de Malha da companhia aérea é responsável pela definição das rotas e frequências de voos diários que irão maximizar a receita da companhia aérea com o mínimo uso possível de recursos.

Este processo denomina-se planejamento operacional da companhia aérea conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 2 - Macro-fluxo entre os subsistemas da companhia aérea

Fonte: Adaptado de Dr. Peter Belobaba – MIT/ICAT 2006

Figura 3 - Visão geral do processo de planejamento operacional da companhia aérea

Fonte: Adaptado de Castro e Oliveira (2011)

O processo de planejamento operacional da companhia aérea inicia-se com a determinação de frequência de voos que deve atender a uma determinada demanda de passageiros, e obter a receita planejada conforme o planejamento financeiro da companhia aérea (KOHL; LARSEN, 2007). A Figura 4 ilustra uma escala de frequência diária de voos.

O tipo de aeronave, com características técnicas para a operação, número de assentos e restrições operacionais adequadas para atendimento da demanda e, tripulação em número suficiente e com as habilitações técnicas e regulatórias para operar cada aeronave, devem ser associados a cada voo e são os recursos que serão utilizados para atender à demanda.

Figura 4 - Ilustração de uma escala de voos

Aircraft	Flight	Origin	Destination	Departure	Arrival	Flight time
AC1	11	OSL	CPH	14:10	15:20	1:10
	12	CPH	AAR	16:00	16:40	0:40
	13	AAR	CPH	17:30	18:10	0:40
	14	CPH	OSL	18:50	20:00	1:10
AC2	21	CPH	WAV	14:30	15:30	1:00
	22	WAV	CPH	15:50	16:50	1:00
	23	CPH	WAV	17:30	18:30	1:00
	24	WAV	CPH	18:50	19:50	1:00
AC3	31	AAR	OSL	15:00	16:20	1:20
	32	OSL	AAR	17:00	18:20	1:20

Fonte: Clausen et al. (2010)

O resultado final do planejamento operacional denomina-se malha da companhia aérea, que é composta por três camadas, que devem estar sincronizadas para que seja possível operar as rotas diárias planejadas, com o nível de serviço esperado pelo cliente e com os resultados financeiros desejados (KOHL; LARSEN, 2007):

- Malha de movimentação das aeronaves: contém o tipo da aeronave e sua matrícula. É a base sobre a qual as demais camadas são sincronizadas, e está sincronizada com a tabela de horários e voos. A Figura 5 ilustra um exemplo de rotação de três aeronaves – AC1, AC2, AC3 – representando os voos designados a cada uma delas e relacionados na Figura 4. Neste trabalho a malha de

movimentação de aeronaves também será denominada malha de aeronaves ou dimensão de aeronaves;

Figura 5 - Ilustração de uma rotação de aeronaves

Fonte: Clausen et al. (2010)

- Malha de pareamento de tripulação - compreende duas etapas: alocação anônima da tripulação, completa e habilitada, necessária para operar a aeronave selecionada, denominada "*pairing*" e a designação da tripulação que irá executar o voo no dia da operação denominada "*rostering*", nomeando os recursos da tripulação de cada voo, considerando qualificação, restrição regulatória e preferências pessoais - altamente sincronizada com a movimentação de aeronaves. Cada "*pairing*" constitui um conjunto de jornadas diárias, que deverá ser executada pela tripulação, desde a saída de sua base de domicílio até o retorno à mesma, respeitando-se as restrições regulatórias (GOMES, 2014). A Figura 6 ilustra um exemplo de "*pairing*" de duas tripulações e suas respectivas sequências de jornadas diárias. O "*rostering*" contém todas as atividades diárias que cada tripulante nomeado deve realizar dentro de cada jornada ou fora, como treinamento, sobreaviso, reserva e folga (GOMES, 2014). A Figura 7 ilustra um exemplo de um "*rostering*" de tripulação. O "*rostering*" é geralmente montado para um horizonte de um a sete dias. Neste trabalho a malha de pareamento de tripulação também será denominada malha de tripulação ou dimensão de tripulação;

Figura 6 - Ilustração do "pairing" de duas tripulações

Fonte: Gomes (2009)

Figura 7 - Ilustração de "rostering" de tripulação

Fonte: Gomes (2009)

- Malha de itinerários de passageiros – relacionada com a demanda do mercado e alinhada com a natureza da malha de voos da companhia aérea. Os itinerários de passageiros correlacionam-se com vários voos e são agrupados por origem e destino para cada perna de voo. Esta malha permite localizar cada passageiro durante sua viagem, assim como avaliar o impacto de atrasos nas conexões e cancelamentos. A Figura 8 ilustra um exemplo de itinerário de passageiro. Neste trabalho a malha de itinerário de passageiros também será denominada malha de passageiros ou dimensão de passageiros.

Figura 8 - Exemplo de itinerário de passageiro

DATA DA VIAGEM	COMPANHIA AÉREA	SAÍDA	CHEGADA	OUTRAS OBSERVAÇÕES
06Abr14	COPA AIRLINES CM 724	SAO PAULO GUARULH, BRAZIL Hora 5:25am	PANAMA CITY PA, PANAMA Hora 10:22am	Código de reserva da companhia aérea BPDC3B Classe EXECUTIVA Número do assento 04B Limite de bagagem 2PC Status da reserva CONFIRMADO Base tarifária DO0N Inválido antes de 06 ABR Inválido depois de 06 ABR
06Abr14	COPA AIRLINES CM 142	PANAMA CITY PA, PANAMA Hora 12:22pm	SAN JUAN PR, PUERTO RICO Hora 4:17pm	Código de reserva da companhia aérea BPDC3B Classe EXECUTIVA Número do assento 02A Limite de bagagem 2PC Status da reserva CONFIRMADO Base tarifária DO0N Inválido antes de 06 ABR Inválido depois de 06 ABR
11Abr14	COPA AIRLINES CM 143	SAN JUAN PR, PUERTO RICO Hora 6:14pm	PANAMA CITY PA, PANAMA Hora 8:22pm	Código de reserva da companhia aérea BPDC3B Classe EXECUTIVA Número do assento 03A Limite de bagagem 2PC Status da reserva CONFIRMADO Base tarifária C Inválido depois de 06 ABR
11Abr14 - 12Abr14	COPA AIRLINES CM 759	PANAMA CITY PA, PANAMA Hora 9:32pm	SAO PAULO GUARULH, BRAZIL Hora 6:20am	Código de reserva da companhia aérea BPDC3B Classe EXECUTIVA Número do assento 04B Limite de bagagem 2PC Status da reserva CONFIRMADO Base tarifária C Inválido depois de 06 ABR

Fonte: O autor (2019)

2.1.3 Dia da Operação – execução do planejamento operacional

O Dia da Operação corresponde ao dia em que os voos serão executados conforme seu planejamento operacional.

A maioria das empresas possui um setor denominado Centro de Controle Operacional – CCO - que é responsável pelo gerenciamento da execução dos voos no Dia da Operação (KOHL; LARSEN, 2007) conforme especificados nas três camadas de planejamento (passageiros, voos e tripulação), que devem estar sincronizadas conforme o planejamento da companhia aérea.

No final do dia, o CCO informa a área de Planejamento o resultado do Dia da Operação: voos realizados, cancelados e criados, aeronaves que decolaram, etc.

A Figura 9 ilustra as principais atividades de responsabilidade do CCO durante o Dia da Operação:

- Gestão do despacho e progresso dos voos;
- Controle das aeronaves;
- Comunicação terra-ar;
- Coordenação com controle de tráfego aéreo sobre o andamento dos voos;
- Controle da situação dos voos;
- Gestão da tripulação;
- Coordenação da execução de manutenções não programadas;
- Coordenação junto ao atendimento aos clientes para decisões derivadas da operação que influenciem os clientes da companhia aérea.

A janela operacional corresponde ao intervalo de tempo no qual o CCO pode realizar mudanças no planejamento da companhia aérea, como alterar os voos designados para uma determinada aeronave cuja data de parada de manutenção é próxima, de forma que seu último voo termine em uma das estações de manutenção.

Normalmente a janela operacional é de cinco dias: o Dia da Operação mais quatro dias à frente da operação corrente.

Figura 9 - Planejamento da companhia aérea e o Dia da Operação

Fonte: Adaptado de Castro e Oliveira (2011)

3 O problema de recuperação de perturbações em malhas aéreas na literatura

3.1 Definição de perturbação em malha aérea

Uma perturbação na malha aérea ocorre quando pelo menos um dos recursos planejados para a realização de um voo não estiver disponível de acordo com o horário de saída do voo. Pode afetar a partida de um ou mais voos. Por menores que sejam as perturbações, essas podem criar efeitos cascata em toda a rede e afetar rapidamente o restante da malha de voos. Perturbações podem ser causadas por várias razões sendo as principais classificadas nas seguintes categorias (ARTIGUES et al, 2012):

- Atrasos de voo: podem ser causados pelo atraso no embarque de passageiros, tempo de solo maior do que o planejado, greve do pessoal de solo ou espera por conexões de passageiros ou tripulação;
- Cancelamentos de voos;
- Indisponibilidade de uma aeronave por um determinado período de tempo que impede sua designação à operação de voos nesse período;
- Redução da capacidade aeroportuária durante um determinado período de tempo, por exemplo devido às condições meteorológicas ou a greve de pessoal do aeroporto, que reduz sua capacidade de operação de pousos e decolagens no período.

A Figura 10 ilustra o impacto causado pelo atraso de uma hora em um voo – JC6501 – e o impacto no prosseguimento da viagem para quarenta e sete passageiros.

Figura 10 - Representação gráfica de uma perturbação em malha aérea

Fonte: Adaptado de Castro (2014)

3.2 O problema de recuperação de perturbações em malha aérea

O problema de recuperação de perturbações consiste no ajuste dos planos de voo, designações de aeronaves, tripulações e passageiros após uma perturbação, visando à minimização de custos operacionais, penalidades e desconfortos, para que a operação retorne ao planeamento original após um determinado intervalo de tempo, denominado período de recuperação de malha aérea.

O período de recuperação da malha aérea é o intervalo de tempo na malha planejada em que se permitem alterações nas malhas, visando a recuperar o planeamento operacional planejado - por exemplo, a duração dos impactos de uma nevasca ou de alguma restrição aeroportuária. Após esse intervalo, a operação deve retornar ao planeamento original da companhia aérea anterior à perturbação (MORAIS; CAETANO; GUALDA, 2018). Usualmente, o período de recuperação é de um dia (ZHANG et al., 2015).

É responsabilidade do CCO trazer a malha de voos de volta para a execução do planeamento original após um evento de perturbação e dentro do período de recuperação estabelecido. A esta tarefa denomina-se “*Recuperação de perturbação em malha aérea*” (CASTRO; OLIVEIRA, 2011).

Neste trabalho também são utilizados os termos “*Recuperação da malha aérea*”, “*Recuperação de malha*” e “*Recuperação de perturbações*” como sinónimos para “*Recuperação de perturbação em malha aérea*”.

3.2.1 Processo de gestão de recuperação de perturbações em malha aérea

O processo de gestão de recuperação de perturbações possui as etapas mostradas na Figura 11 (CASTRO; OLIVEIRA, 2011).

Figura 11 - Processo de gestão de recuperação de perturbações

Fonte: Adaptado de Kohl et al. (2007)

Na etapa de Monitoramento da Operação, o CCO verifica se os voos estão ocorrendo sem anormalidade, assim como os carregamentos de cargas e bagagens nas aeronaves, e o check-in de passageiros e tripulações. Ao ocorrer um evento, uma análise é efetuada imediatamente para caracterizar a necessidade de alguma ação corretiva. Usualmente a geração de soluções de *recuperação de malha aérea* utilizada nas companhias aéreas é sequencial, conforme representado na Figura 12.

Figura 12 - Solução sequencial de recuperação de perturbação em malha aérea

Fonte: Adaptado de Castro e Oliveira (2011)

Isto significa que, após um evento de perturbação da malha, o CCO primeiro elabora o plano de cancelamento e atraso de voos, a seguir busca ajustar a malha de aeronaves, sincronizar a malha de tripulação com a malha de aeronaves e, por fim, ajustar a malha de itinerários de passageiros. Caso não exista tripulação para cobrir um determinado voo, o CCO deve rever o plano de atraso e cancelamento de voos e realizar uma nova iteração.

Os métodos de recuperação de perturbações em malha aérea podem ser agrupados em dois tipos (ZHANG et al., 2016):

- Proativo: busca a elaboração de planejamentos robustos (através do uso de largura de folgas grandes, maiores possibilidades de trocas de aeronaves, mais recursos em contingência, etc.) para minimizar os efeitos de perturbações;
- Reativo: busca redirecionar os recursos disponíveis para minimizar os efeitos de uma perturbação quando de sua ocorrência.

3.3 *Redes de voo tempo-espaço*

O planejamento dos voos de uma companhia aérea pode ser descrito como uma rede tempo-espaço (MORAIS; CAETANO; GUALDA, 2018), conforme representado na Figura 13.

Nesta representação, para cada aeroporto há um conjunto de nós e cada nó representa um par: [evento no aeroporto - partida ou chegada -, horário].

Os nós associados a um mesmo aeroporto são posicionados em uma mesma coluna, ordenados de cima para baixo, conforme o horário do evento. O nó de oferta de cada aeroporto representa o número de aeronaves disponíveis no aeroporto no início do ciclo de planejamento.

Ao fim do ciclo de planejamento, o número de aeronaves disponíveis no aeroporto caracteriza um nó de terminação.

Nota-se que os nós são conectados por arcos direcionados, onde o fluxo unitário representa uma aeronave.

Todos os fluxos iniciam-se em nós de oferta e terminam em nós de terminação. Em todos os nós a conservação de fluxo é mantida.

Figura 13 - Rede tempo-espaço

Fonte: Moraes, Caetano e Gualda (2018)

As redes tempo-espaço são grafos direcionados e acíclicos (ABDELGHANY et al., 2004). Observe que cada aeronave possui um tempo de preparo entre um voo e outro (*min_turn_time*). Esse tempo pode ser modelado como parte do tempo de voo precedente (permite simplificação das modelagens), ou seja, um nó de voo termina no horário mais cedo possível de partida do próximo voo, em vez de no horário real de pouso. Portanto, um nó de partida corresponde à partida de um voo em um local $l(j)$ no horário $t(j)$ e um nó de chegada corresponde à chegada de um voo em $l(j)$ no horário $t(j) - \text{min_turn_time}$, pois $t(j)$ corresponde ao horário real de chegada + min_turn_time = (horário de prontidão para o próximo voo).

3.3.1 Aplicações do caminho mais curto em redes de voo

Encontrar caminhos mais curtos em redes de voos corresponde à resolução de importantes problemas de otimização nas companhias aéreas (MAHER, 2016): maximização de lucro nas rotas de aeronaves, minimização de custo de alocação de tripulação e minimização de custo de viagens para os passageiros.

A resolução desses problemas deve considerar apenas os caminhos viáveis, ou seja, para o caso de rotas de aeronaves deve considerar o horário de prontidão das

aeronaves para o próximo voo - e não o horário de chegada – e, no caso de tripulações, o subconjunto de caminhos possíveis dadas as restrições regulatórias.

Como já mencionado, as redes tempo-espço são direcionadas e acíclicas; portanto, existem algoritmos eficientes para encontrar caminhos mais curtos nessas condições - algoritmos de complexidade proporcional ao número de arcos na rede e que requerem ordenamento topológico dos nós (ABDELGHANY et al., 2004).

3.4 Modelagem da conectividade de recursos na malha aérea – grafo de conectividade

O planejamento da tripulação é elaborado como um conjunto de pareamentos, onde um pareamento começa e termina na base do tripulante e possui um horizonte de um a sete dias, e consiste no pareamento de um tripulante (seja piloto, copiloto ou comissário de bordo) com os voos alocados a ele no período, respeitando-se os limites trabalhistas e regulatórios.

O limite máximo de trabalho diário é denominado “jornada” ou “*duty*” e o limite mínimo de descanso entre dois períodos de trabalho é denominado “*layover*” (ABDELGHANY et al., 2004), conforme ilustrado na Figura 14.

Figura 14 - Exemplo de pareamento de tripulação em operação normal

Fonte: Abdelghany et al. (2004)

O planejamento das aeronaves também possui abordagem semelhante, onde cada aeronave deve seguir uma sequência de voos (ABDELGHANY et al., 2004). O intervalo de voo entre aeronaves deve ser suficiente para a realização das atividades de manutenção e serviço. As rotas no planejamento de aeronaves são desenhadas para que as atividades de manutenção regulares sejam executadas em bases apropriadas, dentro dos limites de tempo requeridos, baseado nas horas voadas, número de decolagens ou pousos, pouso “duro”, ou outras intercorrências.

A partida de um voo ocorre no último horário, considerando:

- Horário planejado da companhia aérea;
- Horário em que todos os recursos necessários e alocados, aeronave e tripulação para operar o voo estão prontos;
- Horário determinado pela entidade reguladora, no caso de uma emergência ou necessidade extrema (ABDELGHANY et al., 2004).

Em uma operação normal, todos os recursos devem estar operacionais antes do horário planejado para a prestação do serviço. Não obstante, há uma tolerância, denominada “folga”, entre o horário planejado de partida do voo e o horário de prontidão do recurso para operar o voo (ABDELGHANY et al., 2004).

A Figura 15 ilustra o grafo de uma malha aérea com seus recursos necessários em um horizonte de tempo h . Nessa representação, cada nó é um evento e possui um rótulo com o horário de ocorrência do evento. É uma ampliação da rede tempo-espaço, pois apresenta não somente o recurso aeronave, como também tripulação e detalhe de outras tarefas necessárias no planejamento da operação.

Note-se que cada nó representa um evento rotulado com o horário de ocorrência.

Um voo é descrito por uma sequência de quatro nós brancos representando as etapas do voo: saída, “*wheels-off*”, e chegada, “*wheels-on*”.

Nós cinzentos representam a disponibilidade de recursos para o voo seguinte. Os arcos que conectam cada etapa do voo são taxiamento de saída, voo e taxiamento de chegada.

Figura 15- Grafo de uma malha aérea

Fonte: Abdelghany et al. (2004)

O arco sólido chegando em um nó cinza representa o tempo para a execução das tarefas necessárias para o recurso estar pronto para o próximo voo, como o deslocamento da tripulação de um portão a outro, descanso requerido do tripulante, ou atividade de serviço na aeronave ou para sua dispensa (*"debriefing"*). O custo de um arco sólido é o tempo de duração das tarefas associadas com o tipo de recurso. Já um arco pontilhado partindo de um nó cinza não envolve custo, porque representa a folga do recurso.

Note-se que todos os eventos que ocorrem antes do início do horizonte h são representados por um único nó, S , de onde partem todos os arcos. Recursos conectando um voo fora do horizonte relacionam-se à prontidão para o próximo voo (ABDELGHANY et al., 2004).

3.5 *Identificação de recursos impactados no grafo de conectividade após perturbações*

Uma perturbação na malha aérea ocorre quando pelo menos um dos recursos planejados para a realização de um voo não estiver disponível em tempo suficiente para o horário de partida do voo. A perturbação se propagará pela malha aérea na medida em que o atraso seja superior à folga mínima disponível para recebimento de recursos em voos subsequentes. De fato, as folgas são importantes para soluções de recuperação de perturbações na malha.

Considerando que essa folga mínima, também denominada “folga a jusante” ou “*down-line*”, é o máximo atraso compatível com o planejamento da malha. Se um recurso não estiver disponível para um voo e não houver alternativa com horário de prontidão inferior à hora de saída programada, é viável considerar um recurso com hora de prontidão acrescida da folga a jusante da malha, pois o voo será atrasado, porém não haverá propagação do atraso na malha, pois todos os recursos estarão disponíveis em tempo hábil para os voos subsequentes. Note-se que atrasos podem causar a indisponibilidade momentânea de recursos, recuperável no horizonte h , mas também podem inviabilizar restrições de descanso e tempo de trabalho diário da tripulação ou de manutenção de aeronaves programadas para voos futuros.

A metodologia descrita em Abdelghany et al. (2004), sintetizada no grafo da Figura 15, permite identificar voos e recursos impactados após uma perturbação. Pode-se recorrer à ordenação topológica da malha, por exemplo utilizando um algoritmo linear (LAWLER, 1976). O algoritmo do Caminho Mais Curto pode ser utilizado, percorrendo o caminho do nó S até os voos para os quais se projeta atraso, sendo possível identificar os recursos que causam os atrasos. Também é possível calcular as novas folgas a jusante dos voos afetados e também identificar violações regulatórias em recursos.

3.6 *Modelos gerais para recuperação de malhas*

Três tipos de modelo têm sido utilizados para recuperar perturbações em malhas operacionais logísticas (YU; QI, 2004):

- Modelo de programação por objetivos;
- Modelo baseado em heurísticas de busca local;
- Modelo baseado em cenários.

3.6.1 Modelo de programação por objetivos

A vantagem do modelo de programação por objetivos é:

- Oferece flexibilidade, porque permite a definição de objetivos diferentes que podem ser modelados como um problema de otimização, minimizando desvios dos objetivos definidos;
- Possibilita trabalhar com soluções parciais, permitindo a violação das restrições originais;
- Permite gerar múltiplas soluções, através da alteração da forma de atingir os objetivos.

Simbolicamente, X é o conjunto de soluções viáveis em $\mathcal{R}^n$ e x_{opt} é a solução ótima do problema:

$$\min f(x) \text{ sujeito à } x \in X, \text{ onde } x \in \mathcal{R}^n \quad (3.6.1.1)$$

Uma perturbação pode ser modelada de duas formas: alteração da função objetivo, de f para f^* , ou no conjunto de soluções viáveis, de X para X^* . Porém, a solução de recuperação de malha aérea deve considerar, além da nova função objetivo f^* , o custo de desvio em relação à solução original x_{opt} , bem como a possibilidade de existir outra solução no conjunto de soluções viáveis X^* . Então, uma perturbação pode ser modelada da seguinte forma:

$$\min P = K_1 \text{inv}(\beta^+, \beta^-) + K_2 g(\alpha^+, \alpha^-) + K_3 f^*(x) \quad (3.6.1.2)$$

sujeito a

$$x + \beta^+ - \beta^- \in X^* \quad (3.6.1.3)$$

$$x + \alpha^+ - \alpha^- = x_{opt} \quad (3.6.1.4)$$

$$\alpha^+, \alpha^-, \beta^+, \beta^- \in \mathcal{R}^n \quad (3.6.1.5)$$

$$\alpha^+, \alpha^-, \beta^+, \beta^- \geq 0 \quad (3.6.1.6)$$

O primeiro termo da função objetivo, $K_1 \text{inv}(\beta^+, \beta^-)$, onde β^+ e β^- medem o gap de viabilidade, modela o custo de inviabilidade (função *inv*) em não satisfazer as novas restrições da perturbação, buscando soluções que satisfaçam as novas restrições de viabilidade o máximo possível.

O segundo termo, $K_2 g(\alpha^+, \alpha^-)$, onde α^+ e α^- medem a distância em relação a solução x_{opt} , modela o custo de desvio (função *g*) em relação à solução original pré-perturbação, buscando soluções que minimizem o custo do desvio.

O terceiro termo, $K_3 f^*(x)$, considera minimizar a nova função objetivo pós-perturbação.

Portanto, a atribuição dos pesos K_1 , K_2 e K_3 é crítica.

Todavia, priorizando cada termo da equação (3.6.1.2), é possível gerar várias soluções o que pode ser conveniente.

3.6.2 Modelo baseado em heurísticas de busca local

Os problemas de recuperação de perturbação possuem uma característica importante: a solução original orienta a busca de uma solução ótima pós-perturbação. Ou seja, parte-se da solução original para buscar em seu entorno a melhor solução possível após a perturbação (YU; QI, 2004).

Um problema de recuperação de perturbação pode ser formatado da seguinte forma (YU; QI, 2004):

$$\min P(x) = K_1 F_1(x) + K_2 F_2(x) \quad (3.6.2.1)$$

onde F_1 corresponde à função objetivo original e F_2 corresponde ao custo de desvio em relação à solução original. K_1 e K_2 são coeficientes positivos de peso.

Seja x_{opt} a solução para o problema original e x^* a solução para a perturbação.

Por definição, $F_1(x_{opt}) \leq F_1(x)$ para qualquer valor de x , e dado x_{opt} , um método de busca local irá buscar soluções próximas de x_{opt} . Essa busca será rápida se a vizinhança de x_{opt} for determinada adequadamente. Conforme demonstrado em Yu e Qi (2004), dada uma solução viável x qualquer para a perturbação, é possível delimitar superiormente a área de busca por $K_2 F_2(x)$.

Como mencionado anteriormente, modelagens de busca local são heurísticas, não necessariamente levam a uma solução ótima, porém podem oferecer soluções viáveis e próximas a uma solução otimizada, demandando tempo computacional compatível com a necessidade de solução do problema.

3.6.3 Modelo baseado em cenários

Esta abordagem difere da modelagem de programação de objetivos, com apenas dois momentos considerados: construção e revisão do plano. A incerteza do futuro é descrita em cenários que correspondem ao estado do sistema em um período de tempo p , compatível com a amplitude de variação permitida aos seus parâmetros. Tais cenários compõem um plano operacional antecipado a um evento de perturbação caracterizado por uma probabilidade de ocorrência. O plano é dinamicamente revisado durante sua execução (YU; QI, 2004).

Seja S o conjunto de todos os possíveis cenários. Em alguns casos é possível identificar um cenário s_0 com a maior probabilidade de ocorrência. Neste caso diz-se que s_0 corresponde à operação normal e os demais correspondem a uma situação de perturbação.

Seja X o conjunto de todos os correspondentes planos operacionais de S , onde X é o espaço de decisão e $c(s;x)$ o custo de executar o plano x no cenário s .

No cenário mais provável - s_0 - o plano original - x_I - é executado:

$$x_I = \operatorname{argmin}_{x \in X} \{c(s_0; x)\} \quad (3.6.3.1)$$

No caso de um cenário perturbado $s \neq s_0$, o plano operacional de recuperação é:

$$x_R = \operatorname{argmin}_{x \in X} \{c(s; x) + \Delta c(s; x_I; x)\} \quad (3.6.3.2)$$

onde $\Delta c(s; x_I; x)$ é o desvio negativo $c(s; x_I) - c(s; x)$, isto é, a variação de custo em se executar o plano operacional original e o plano de recuperação no cenário, correspondendo a todos os custos de preparação, comunicação e implementação do cenário de recuperação. Importante notar que $\Delta c(s; x_I; x_I)$ deve ser igual a zero.

O plano operacional de recuperação x_R é o que exhibe melhor desempenho no cenário perturbado s e o menor desvio do plano original. Além disso, as informações sobre o sistema devem ser atualizadas periodicamente, para se aferir o cenário de operação normal.

Portanto, esta abordagem baseada em cenários é apropriada para sistemas operando com variáveis de ambiente identificadas, nos quais é possível enumerar o conjunto de estados em que a operação é considerada normal ou perturbada, com os respectivos planos operacionais definidos ao longo de um determinado período de tempo p .

3.7 *Alterações na rede tempo-espaço para modelar o novo espaço de soluções durante o tratamento de perturbações*

A rede tempo-espaço pode ser modificada para permitir a utilização de modelos de programação por objetivos, por exemplo, modelos matemáticos *multi-commodity* nos quais se modelam fluxos de oferta e demanda, ou modelos heurísticos, para a recuperação da malha afetada por uma perturbação (ZHANG et al., 2016).

As modificações consistem em ajustes na rede para modelar o novo espaço de soluções durante o tratamento das perturbações:

- Representar alternativas para voos;
- Representar indisponibilidade de recursos.

3.7.1 Modelagem de alternativas para voos (ZHANG et al., 2016)

O objetivo é a modelagem de atrasos em voos. O ajuste consiste em que para cada voo planejado é inserido um feixe de voos com saídas correspondendo ao voo planejado mais um atraso, por exemplo, de quinze minutos (ZHANG et al., 2016).

Esses voos inseridos serão denominados arcos inseridos. A Figura 16 permite visualizar esta representação.

Cada voo inserido para modelar um possível atraso está indicado pelo nome do voo original acrescido de um identificador sequencial “-1”, “-2”, etc., correspondente ao intervalo de atraso considerado - usualmente quinze minutos.

O arco inserido correspondente ao voo original tem atraso zero. Nesta rede tempo-espço, os arcos de voo, planejados ou inseridos, são representados por uma seta simples. Os arcos de solo por uma seta de linha dupla, um nó de partida é identificado pela cor cinza e um nó de chegada por um nó preto. Os nós de entrada e saída de aeronaves indicam a posição original e final das aeronaves ao término do ciclo de tempo considerado e são indicados respectivamente por quadrados brancos e pretos em cada aeroporto - BKK, HKT ou NRT. Quando um voo for cancelado devido a uma perturbação, os demais arcos podem suprir uma alternativa dentro de sua folga a jusante.

Figura 16 - Exemplo de modelagem de atrasos na rede tempo-espço utilizando inserção de arcos de voo

Fonte: Zhang et al. (2016)

3.7.2 Modelagem da indisponibilidade de recursos

Uma perturbação, como a quebra de uma aeronave, o fechamento de aeroporto ou a indisponibilidade de quaisquer outros recursos da malha é modelada através do cancelamento de um ou mais voos, assim como dos respectivos arcos inseridos (MORAIS; CAETANO; GUALDA, 2018).

3.8 Custos considerados nas modelagens de recuperação de malha aérea

Os seguintes são os principais custos considerados nas modelagens de recuperação (CASTRO; OLIVEIRA, 2011):

- Custo de tripulação – salário médio da tripulação, horas adicionais de trabalho considerando a regulamentação, horas-extras, despesas com hotel e viagens extras.
- Custos de voo: custos de aeroporto (por exemplo, pátio, taxas aeroportuárias), serviços de aeroporto (por exemplo, limpeza, movimentação de bagagem) e consumo extra de combustível e manutenção da aeronave.
- Custo do passageiro: alimentação, hotel, compensações, custo dos atrasos e cancelamentos do ponto de visto do passageiro.

Na gestão de recuperação de perturbações, outros recursos e custos também devem ser considerados, tais como pessoal de terra (*check-in*, portão, rampa, bagagem, *catering*), porém, por estes possuírem maior flexibilidade e valores bem inferiores aos das dimensões aeronaves, tripulação e passageiro, não são usualmente considerados nas modelagens.

3.9 Tipos de abordagens da literatura para a resolução do problema de recuperação integrada de perturbações em malhas de companhias aéreas

Abordagens de recuperação integrada consideram as três malhas: aeronaves, tripulação e de passageiros. Cada uma dessas três malhas também é denominada dimensão do problema de recuperação: malha de aeronaves ou dimensão de aeronaves, malha de tripulação ou dimensão de tripulação, malha de passageiros ou dimensão de passageiros.

Castro, Rocha e Oliveira (2014) classificam os trabalhos que abordam recuperação integrada de perturbações em malhas de companhias aéreas nas seguintes categorias:

- Recuperação integrada de malha aérea não simultânea - RINS - recuperação da malha aérea considerando todas as três dimensões – aeronaves, tripulações e passageiros - porém de forma separada, não simultânea - priorizando uma sequência de solução.
- Recuperação integrada de malha aérea simultânea - RIS - recuperação da malha aérea considerando todas as três dimensões – aeronaves, tripulações e passageiros – simultaneamente, sem imposição de graus de importância.

Castro, Rocha e Oliveira (2014) também tipificam a categoria Recuperação Parcialmente Integrada - RPI – na qual a recuperação de malha aérea é realizada considerando duas dimensões, simultaneamente ou não.

Diz-se que uma recuperação é não integrada se apenas uma das três malhas – ou dimensões – for considerada.

3.10 Sumário dos trabalhos relacionados à recuperação integrada e parcialmente integrada

O número de trabalhos na área de recuperação integrada - considerando as três dimensões simultaneamente - aeronaves, tripulação e passageiros - ainda é pequeno, devido à complexidade da solução, especialmente quando considera uma modelagem ou processo monolítico. Tais modelagens são computacionalmente intratáveis, devido à complexidade da modelagem, quantidade de variáveis de decisão e complexidade das restrições. Já, as abordagens faseadas, nas quais se utilizam métodos distribuídos sem impor um grau de importância para uma das dimensões, porém utilizando métodos de decisão para viabilizar a interação entre as fases, permitem reduzir a complexidade do problema e obter soluções melhores (CASTRO; ROCHA; OLIVEIRA, 2014).

3.10.1 Sumário dos trabalhos com recuperação integrada não simultânea

Kohl et al. (2007) apresentam uma modelagem sequencial com uma abordagem distinta para cada uma das dimensões, visando a minimizar os custos operacionais e os custos de passageiros: para a dimensão aeronaves foi utilizada uma heurística de busca local, para a dimensão tripulação foi utilizada uma abordagem de programação inteira com resolução por geração de colunas; e para a dimensão passageiros foi utilizada programação de rede *multi-commodity*. Este modelo considera o custo de atraso no destino final para o passageiro realocado, os custos diretos para os passageiros remarcados (hotel, alimentação, etc.), impacto na percepção do cliente e custos relacionados com *upgrade* e *downgrade* de classe (neste caso impactando fortemente a experiência do cliente e sua disposição em voar novamente com a companhia).

Maher (2015, 2016) apresentam uma abordagem sequencial utilizando programação inteira e resolução com o método de geração de colunas; e a recuperação de passageiros ocorre após a resolução para as dimensões aeronave e tripulação. Neste modelo o custo de passageiro está em função do número de passageiros realocados no caso de cancelamento de voos e em função dos custos de atraso para os passageiros quando são realocados em outros voos.

Jafari e Zegordi (2010) utilizam uma modelagem de programação matemática mista utilizando o método de decomposição de Benders, considerando os custos de passageiros em função do número de passageiros impactados por cancelamentos e atraso dos passageiros em relação ao seu destino final.

Petersen et al. (2010) apresentam uma abordagem utilizando modelagem de rede *multi-commodity*, decomposição de Benders, geração de colunas e programação linear com relaxamento, considerando nos custos de passageiro o tempo de atraso causado por uma reacomodação e o custo de impossibilidade de acomodação no horizonte do problema.

Jozefowicz et al. (2012) apresentam uma heurística de busca em largura na vizinhança, considerando, para passageiros, os custos de atraso (atraso limitado a 18

horas de atraso em voos domésticos e 36 horas para voos intercontinentais), cancelamento de voos e *downgrade* de cabine.

3.10.2 Sumário dos trabalhos com recuperação integrada simultânea

Castro e Oliveira (2009, 2011) e Castro (2014) apresentam abordagens para o RIS utilizando sistemas multi-agente, agentes especialistas, métodos de negociação automatizados no CCO e métodos de aprendizagem.

3.10.3 Sumário dos trabalhos com recuperação parcialmente integrada

Os trabalhos relacionados com RPI fornecem propostas para resolver de forma integrada as dimensões aeronaves e passageiros, ou as dimensões aeronaves e tripulação.

Devido à complexidade para se resolver o problema para as dimensões aeronaves e tripulação de forma integrada, a quantidade de trabalhos para a recuperação de aeronaves e passageiros de forma integrada é mais comum na literatura (CASTRO; ROCHA; OLIVEIRA, 2014). Adicionalmente estratégias em que se coloca o passageiro como dimensão priorizada são consideradas de maior importância, visto que o passageiro é a razão de existência do negócio e a satisfação do cliente é de extrema importância para a companhia aérea em um mercado extremamente competitivo.

Bratu e Barnhart (2006) apresentam um modelo *multi-commodity* de fluxo em rede para a solução do problema de RPI nas dimensões aeronave e passageiros, incorporando modelagens de redução de custos operacionais e custos para atrasos e cancelamento de voos para os passageiros.

Abdelghany et al. (2008) propõem um modelo integrado para a recuperação para as dimensões aeronaves e tripulação, com uma abordagem de programação matemática inteira mista não linear, com o objetivo de minimizar custos operacionais.

Gao (2007) propõe uma abordagem para o RPI nas dimensões aeronaves e tripulação, partindo de uma solução robusta para planejamento original de designação de frota de aeronaves com pareamento de tripulação para reduzir impacto de uma perturbação e uma modelagem *multi-commodity* de fluxo em rede com decomposição de Benders para a solução da perturbação, com o objetivo de minimizar custos operacionais, de cancelamentos e de atrasos.

Zhang (2008) incorpora meios de transporte terrestre em uma modelagem de programação não linear para o RPI, considerando as dimensões aeronaves e passageiros para minimizar os custos operacionais e os custos dos passageiros.

Eggenberg e Salani (2010) apresentam uma solução para o RPI nas dimensões aeronaves e tripulação aplicando o método de geração de colunas, com o objetivo de minimizar os custos operacionais.

Zegordi e Jafari (2010) propõem a solução de RPI para as dimensões aeronaves e passageiros com uma heurística baseada em colônia de formigas, com o objetivo de minimizar custos operacionais, de cancelamentos de voos, de atrasos e custos para passageiros.

Bisaillon et al. (2011) apresentam uma solução para o RPI nas dimensões aeronaves e passageiros utilizando uma heurística de busca em largura na vizinhança, para minimizar custos operacionais e impactos nos passageiros.

Jafari e Zegordi (2011) apresentam um modelo de programação matemática inteira mista para o RPI nas dimensões aeronaves e tripulação, com o objetivo de minimizar custos operacionais.

Gomes (2014) apresenta uma composição de programação matemática inteira com heurísticas, para endereçar o RPI nas dimensões aeronaves e tripulação,

Sinclair et al. (2014) apresentam uma heurística de busca em largura na vizinhança para o RPI nas dimensões aeronave e passageiro baseado em Bisaillon et al. (2011).

Hu et al. (2016) apresentam uma heurística GRASP para o RPI nas dimensões aeronaves e passageiros, com o objetivo de minimizar os custos operacionais e o número de passageiros afetados.

Arikan et al. (2016) apresentam um modelo baseado em programação matemática inteira mista para o RPI nas dimensões aeronave e passageiros, modelando a inclusão de controle da velocidade de cruzeiro da aeronave como alternativa de curso de ação.

Zhang et al. (2016) apresentam a solução do RPI para as dimensões aeronaves e passageiros utilizando uma *math-heurística* de três etapas, visando o cancelamento e atraso de voos e custos de acomodação de passageiros.

Marla et al. (2017) apresentam uma abordagem para o RPI nas dimensões aeronave e passageiros modelando a inclusão de controle de velocidade de cruzeiro da aeronave como alternativa de curso de ação, utilizando programação em fluxos de rede.

3.11 Resumo das abordagens contidas na revisão bibliográfica

Um resumo comparativo das abordagens contidas na revisão bibliográfica é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 - Comparativo entre abordagens na revisão bibliográfica

Autores	Objetivos	Aero	Trip	Pax	Abordagem	Tipo
(JAFARI, ZEGORDI, 2010)	Recuperação integrada de malha aérea :aeronaves, tripulação e passageiros, considerando custos operacionais, cancelamento de voos, atrasos e custos para os passageiros	X	X	X	Decomposição de Benders, Programação matemática inteira mista	RINS
(JOZEFOWIEZ, MANCEL, MORA-CAMINO, 2012)	Recuperação integrada de malha aérea: aeronaves, tripulação e passageiros	X	X	X	Heurística de busca em largura na vizinhança	RINS

(KOHL, LARSEN, ROSS, TIOURINE, 2007)	Minimização de custos operacionais da companhia aérea e dos custos de passageiro, modelando troca de voos e tripulação, custos do passageiro e valor do passageiro de acordo com sua tarifa e categoria de programa de fidelidade	X	X	X	Sistema integrado de solução: aeronaves (heurística de busca local), tripulação (programação inteira e geração de colunas) e passageiros (programação de rede multi-commodity)	RINS
(MAHER, 2015)	Recuperação integrada das malhas aéreas: aeronave, tripulação e passageiro	X	X	X	Geração de colunas	RINS
(MAHER, 2016)	Recuperação integrada das malhas aéreas: aeronave, tripulação e passageiro	X	X	X	Geração de colunas	RINS
(PETERSEN, SOLVELING, JOHNSON, SHEBALOV, 2010)	Recuperação integrada das malhas aéreas: aeronaves, tripulação e passageiros	X	X	X	Modelagem de rede multi-commodity, decomposição de Benders, geração de colunas e programação linear com relaxamento.	RINS
(CASTRO, 2014)	Recuperação de malha aérea integrada simultânea visando minimizar o custo global: recuperação integrada de aeronaves, tripulação e passageiros	X	X	X	Métodos de aprendizagem e negociação automatizados no centro de controle operacional	RIS
(CASTRO, OLIVEIRA, 2009)	Recuperação de malha aérea integrada simultânea de aeronaves, tripulação e passageiros visando minimizar custos operacionais e atrasos na malha	X	X	X	Sistema multi-agente (agentes especialistas)	RIS

(CASTRO, OLIVEIRA, 2011)	Recuperação de malha aérea integrada simultânea de aeronaves, tripulação e passageiros, visando minimizar custos operacionais e atrasos na malha	X	X	X	Sistema multi-agente (agentes especialistas), métodos de aprendizagem, caminho mais curto, heurísticas de "simulated annealing", "hill climbing"	RIS
(ABDELGHANY, ABDELGHANY, EKOLLU, 2008)	Recuperação de malha aérea de aeronaves e tripulação (pilotos e cabine), com o objetivo de minimizar custos operacionais, cancelamentos e atrasos, modelando troca de aeronaves e tripulação.	X	X	-	Programação matemática inteira mista não linear	RPI
(ARIKAN, GUREL, AKTURK, 2016)	Recuperação de malha aérea integrada: aeronave e passageiro (categorias de itinerários e classes) e modelando a inclusão de controle de velocidade de cruzeiro da aeronave como alternativa de curso de ação.	X	-	X	Programação matemática inteira mista	RPI
(BISAILLON, CORDEAU, LAPORTE, PASIN, 2011)	Recuperação de malha aérea parcialmente integrada de aeronaves e passageiros com o objetivo de minimizar custos operacionais e impacto nos passageiros.	X	-	X	Solução baseada em uma heurística de busca em largura na vizinhança	RPI
(BRATU, BARNHART, 2006)	Minimização de custos operacionais da companhia aérea e custos de passageiro, considerando atrasos de voo, utilização de tripulação reserva e re-roteamento de aeronaves.	X	-	X	Problema de fluxo em rede multi-commodity	RPI

(EGGENBERG, SALANI, 2010)	Solução para recuperação de malha aérea de aeronaves e recuperação de tripulação (apesar de não modelado no artigo) e com indicações de como aplicar na recuperação de malha aérea de passageiros, considerando a minimização de custos operacionais e de atrasos.	X	X	-	Solução baseada em geração de colunas	RPI
(GAO, 2007)	Recuperação de malha aérea de aeronaves e tripulação (pilotos e cabine), buscando minimizar custos operacionais, cancelamentos e atrasos, modelando re-roteamento de aeronaves e tripulação.	X	X	-	Modelagem de rede multi-commodity, decomposição de Benders	RPI
(HU, SONG, ZHAO, XU, 2016)	Recuperação integrada de aeronaves e passageiros minimizando o custo operacional e o número de passageiros afetados	X	-	X	Heurística GRASP	RPI
(JAFARI, ZEGORDI, 2011)	Recuperação de malha aérea integrado aeronaves e tripulação	X	X		Programação matemática inteira mista	RPI
(MARLA, VAABEN, BARNHART, 2017)	Recuperação de malha aérea integrado aeronave e passageiro (categorias de itinerários e classes) e também modelando a inclusão de controle de velocidade de cruzeiro da aeronave como alternativa de curso de ação.	X	-	X	Modelagem de fluxos em rede, programação de rede	RPI
(ZEGORDI, JAFARI, 2010)	Recuperação de malha aérea de aeronaves com recuperação de malha aérea de passageiros, considerando custos operacionais, cancelamento de voos, atrasos e custos para os passageiros	X	-	X	Heurística baseada em colônia de formigas	RPI

(ZHANG, 2008)	Utilização de meios de transporte terrestre para minimizar custos operacionais da companhia aérea e custos do passageiro	X	-	X	Programação não linear	RPI
SINCLAIR, CORDEAU, LAPORTE, 2014)	Recuperação de malha aérea integrando aeronave e passageiro	X	-	X	Heurística de busca em largura na vizinhança	RPI
(ZHANG, LAU, YU, 2015)	Recuperação de malha aérea integrando aeronave e tripulante	X	X		<i>Math</i> -heurística	RPI
ZHANG, YU, DESAIB, LAU, 2016)	Recuperação de aeronaves e passageiros	X	-	X	<i>Math</i> heurística	RPI

Fonte: Adaptado de Castro, Rocha e Oliveira (2014) e O autor (2018)

3.12 Conclusões do capítulo

Ferramentas de pesquisa operacional – PO – são dominantes nos trabalhos sobre recuperação de perturbações em malhas de companhias aéreas. 73% de 60 trabalhos analisados por Castro, Rocha e Oliveira (2014), publicados entre os anos de 1998-2012, com uma boa representatividade de artigos sobre o tema utilizaram técnicas de PO.

Dentro desta abordagem, 70% consideraram a minimização de atrasos de voos, cancelamentos de voos e custos operacionais, e apenas 7% consideraram impactos nos passageiros e utilizaram os seguintes métodos de solução (CASTRO; ROCHA; OLIVEIRA, 2014):

- 31% utilizaram programação matemática inteira.
- 29% utilizaram fluxos em rede.
- 22% utilizaram heurísticas.
- 18% utilizaram método de geração de colunas.

O problema de recuperação integrada, parcialmente integrada ou não integrada, é um problema computacionalmente intratável, isto é, NP-difícil, devido à complexidade da

modelagem e à inexistência de algoritmo de ordem polinomial para sua solução (YU; QI, 2004).

Dentre os artigos sobre recuperação de malha aérea pesquisados por Castro, Rocha e Oliveira (2014), apenas 25% estavam relacionados com a recuperação integrada ou parcialmente integrada, sendo que os demais 75% tratam de recuperação não integrada, ou seja, tratam a recuperação de somente uma malha. Uma distribuição de trabalhos muito próxima é descrita por LE et.al, 2011. Entre 1996-2013, apenas três trabalhos de recuperação integrada de malhas aéreas foram publicados (CASTRO; ROCHA; OLIVEIRA, 2014).

A partir de 2011, as áreas de recuperação integrada e parcialmente integrada começaram a ser reconhecidas como de interesse devido à melhor qualidade de suas implementações quando comparadas a implementações de recuperação não integrada (LE et al., 2011).

A distribuição dos artigos pesquisados neste trabalho sobre recuperação integrada e recuperação parcialmente integrada publicados entre 1997-2017 por métodos de resolução é a seguinte:

- 35% utilizaram heurísticas ou *math-heurísticas*.
- 21% utilizaram fluxo em rede.
- 13% utilizaram programação inteira.
- 13% utilizaram agentes especialistas e métodos de aprendizagem.
- 9% utilizaram método de geração de colunas.
- 9% utilizaram programação não linear.

Em relação à abordagem de recuperação utilizada, a distribuição é:

- Recuperação integrada não simultânea: 26%
- Recuperação integrada simultânea: 13%
- Recuperação parcialmente integrada: 61%

De uma forma geral, o problema de recuperação integrada admite uma solução sequencial: a malha de aeronaves é tratada inicialmente e resolvida pela recuperação da malha de voo e determinação da rotação de aeronaves, reconhecendo que

aeronaves são o ativo mais escasso e de maior custo operacional. Na sequência, são consideradas as malhas tripulação e passageiros, ou passageiros e tripulação.

Abordagens de recuperação sequenciais, em que uma etapa não interage com as demais, não atingem soluções ótimas (ARTIGUES et al., 2012). Por outro lado, o problema de planejamento da companhia aérea tem obtido soluções de qualidade utilizando uma abordagem em etapas com interações mútuas (ZHANG et al. 2015).

Abordagens interativas geram soluções melhores que as puramente sequenciais. Por exemplo, Petersen et al. (2012) descrevem uma abordagem que admite que a malha de voos seja alterada após a resolução do pareamento de tripulação. Já, Zhang et al. (2016) impõem que a malha de voos seja alterada após obter-se uma resolução para a malha de passageiros.

Abordagens utilizando métodos puros de programação matemática, fluxos em rede e geração de colunas são complexas de modelar pelo volume de variáveis de decisão, tamanho do espaço de solução e complexidade das restrições. Esses métodos acabam por requerer o relaxamento de restrições e, com isso, são difíceis de obter soluções ótimas ou de qualidade (CASTRO; ROCHA; OLIVEIRA, 2014).

Abordagens heurísticas são mais apropriadas para resolver problemas NP-difícil (LE et al., 2011), porque avançam em etapas, reduzindo a complexidade de uma solução monolítica (CASTRO; ROCHA; OLIVEIRA, 2014). Note-se que apesar de não identificarem uma solução ótima, essas abordagens em etapas oferecem soluções viáveis e próximas às soluções ótimas, em tempo computacional viável.

Uma *math-heurística* combina técnicas heurísticas com programação matemática. Permite utilizar técnicas de pesquisa operacional em problemas menores, de forma iterativa ou interativa, oferecendo soluções mais eficientes (CASERTA et al., 2010).

4 Metodologia proposta

O objetivo do trabalho é estudar o impacto da integração da dimensão passageiro na modelagem de recuperação de malha com mínimo custo. Neste trabalho desenvolveu-se uma *math*-heurística de referência, denominada modelo Min Custo para recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea, e duas *math*-heurísticas (I e II) de recuperação parcialmente integrada das dimensões aeronave e passageiro, conforme ilustrado na Figura 17 onde também são indicadas as etapas nas quais se realiza as integrações entre as dimensões aeronave e passageiro.

Figura 17- Estrutura dos modelos desenvolvidos neste trabalho

Fonte: O autor (2019)

Os modelos heurísticos, baseados nas *math*-heurísticas de (Zhang *et al.*, 2016) e de (Morais *et al.*, 2018) descrevem uma abordagem integrada nas dimensões aeronave e passageiro, de forma que se possa buscar um trade-off entre custos operacionais da companhia aérea (quantificado em termos dos atrasos de voos) e impactos nos passageiros (quantificado em termos do custo dos itinerários com trechos cancelados). Neste capítulo apresentam-se os detalhes do modelo Min Custo para recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea e das *math*-

heurísticas I e II para recuperação parcialmente integrada das dimensões aeronave e passageiro. São admitidas duas simplificações: todas as aeronaves devem possuir a mesma configuração e a manutenção de aeronaves não é considerada. Portanto, uma falha de aeronave é uma perturbação que remove a aeronave da solução. Essas simplificações permitem a modelagem com uma única rede tempo-espço (Zhang *et al.*, 2016).

Apresenta-se, a seguir, as abordagens consideradas neste trabalho.

4.1 Modelo Min Custo de recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea – Math-heurística de referência

Este modelo, composto de três etapas, tem por objetivo obter a malha de menor custo de atraso e de posicionamento de aeronaves após uma perturbação e identificar os itinerários afetados, seja por cancelamento de voos nas etapas anteriores ou por falta de tempo para a conexão dos passageiros do itinerário após o ajuste da malha, conforme apresentado na Figura 18:

Figura 18 - Recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea

Fonte: O autor (2019)

4.1.1 Modelagem da Etapa 1 - Ajuste da malha de voos

A utilização de arcos inseridos para permitir modelar atraso em voos é apresentada no item 3.7.1 e ilustrada na Figura 16.

Esta etapa tenta voltar ao planejamento original através do atraso ou do cancelamento de voos. O problema é resolvido por modelagem de fluxo em rede *multi-commodity*. A seguir, apresenta-se a modelagem matemática para ajustar a malha da forma indicada – o que é equivalente a encontrar os fluxos de menor custo na rede tempo-espço perturbada, com múltiplos fluxos e limitação de capacidade.

Sejam:

F o conjunto dos voos programados – originais na malha planejada.

FC_f o conjunto dos voos $f \in F$ e seus respectivos arcos inseridos. Cada voo planejado equivale a um arco inserido de custo de atraso zero.

$AERPS$ o conjunto de todos os aeroportos indexado por aep .

TM o conjunto de tipos de movimento em um aeroporto $\in [chegada, partida]$

FH o conjunto de todas as faixas horária da rede tempo-espço indexado por fh .

$custo_cancel_f$ o custo de se cancelar um voo f .

$Cap_{aep, tm, fh}$ a capacidade do aeroporto $aep \in AERPS$, para as atividades de chegada e partida na faixa horária $fh \in FH$.

$custo_atraso_{fc}$ o custo de se atrasar um voo f – o voo planejado tem custo zero.

Variável de decisão $y_f \in [0,1]$, sendo $y_f = 1$ se o voo original f é cancelado.

Variável de decisão $x_{fc} \in [0,1]$, sendo $x_{fc} = 1$ se o arco inserido fc é escolhido, seja o planejado com custo zero ou um voo atrasado.

A função objetivo visa obter a nova malha de voos minimizando os cancelamentos ou atrasos de voos:

$$FO = \min (\sum_{f \in F} custo_{cancel_f} y_f) + (\sum_{fc \in FC_f} custo_{atraso_{fc}} * x_{fc}) \quad (1)$$

A seguir são apresentadas as restrições do modelo.

Seja F_{cancel} o conjunto de todos os voos originais e seus arcos inseridos identificados na etapa preparatória como impactados pela perturbação e que não podem ser considerados no ajuste de malha e, portanto, cada $f \in F_{cancel}$ será cancelado e seus arcos inseridos não podem ser utilizados na Etapa 1:

$$y_f = 1, \forall f \in F_{cancel} \quad (2)$$

$$\sum_{fc \in FC_arcos_inseridos_f} x_{fc} = 0, \forall f \in F_{cancel} \quad (3)$$

Para voos originais planejados e seus respectivos arcos inseridos que serão objeto do ajuste de malha, apenas uma opção pode ser escolhida; dentre elas, manter o voo original, atrasar ou cancelar:

$$(\sum_{fc \in FC_f} x_{fc}) + y_f = 1, \forall f \in F \quad (4)$$

Cada um dos nós na rede tempo-espço deve manter balanceamento de fluxo.

Sejam:

N_INT o conjunto de nós intermediários

FC_IN_n o conjunto de todos os voos, originais ou arcos inseridos que chegam a n .

FC_OUT_n o conjunto de todos os voos, originais ou arcos inseridos que saem de n .

$N_ENTRADA$ o conjunto de nós de entrada de aeronaves.

$N_ENTRADA_n$ o valor inteiro correspondendo ao número de aeronaves que entram em n no início do período da rede tempo-espço.

O balanceamento é modelado como segue, para cada nó de entrada de aeronave:

$$\sum_{fc \text{ partindo de } n} x_{fc} = N_ENTRADA_n, \forall n \in N_ENTRADA \quad (5)$$

Sejam:

N_SAIDA o conjunto de nós de saída de aeronaves.

N_SAIDA_n o valor inteiro correspondendo ao número de aeronaves que saem de n ao final do período da rede tempo-espço.

O balanceamento é modelado como segue, para cada nó de saída de aeronave:

$$\sum_{fc \text{ chegando em } n} x_{fc} \leq N_SAIDA_n, \forall n \in N_SAIDA \quad (6)$$

Finalmente, as restrições de capacidade aeroportuárias devem ser consideradas:

$$\sum_{fc \in FC_{aep,tm,fh}} x_{fc} \leq Cap_{aep,tm,fh}, \forall aep \in AERPS, \forall tm \in TM, \forall fh \in FH \quad (7)$$

4.1.2 Modelagem da Etapa 2 – Nova solução para a rotação de aeronaves

Esta etapa visa à obtenção da nova rotação de aeronaves. A solução do problema é feita através de uma modelagem de fluxo em rede *multi-commodity* e recebe como entrada a solução da Etapa 1. Sejam:

X_f o conjunto solução da Etapa 1, onde $x_f = 1$ se o voo f foi escolhido e 0 caso contrário, sendo f um arco inserido ou voo original.

$STD_{a,f}$ o horário de partida do voo f com a aeronave a .

$ETA_{a,f}$ o horário de pouso da aeronave a no voo f .

A o conjunto de aeronaves indexado por a , já removidas as aeronaves em manutenção.

$C_{troca_{a,f}}$ o custo de troca da aeronave a do voo f , em relação ao planejamento original.

$C_{nao_designacao}$ o custo de não designação de uma aeronave.

Variável de decisão $x_{a,f} \in [0,1]$, sendo $x_{a,f} = 1$ se a aeronave a é alocada ao voo $f \in X_f$.

Variável de decisão $w_{a,f} \in [0,1]$, sendo $w_{a,f} = 1$ se a aeronave a não é alocada a algum voo $f \in X_f$.

A função objetivo visa a minimizar o custo de troca de aeronave em relação à rotação do voo antes da perturbação e o custo de voos sem aeronave designada:

$$FO = \min \sum_{f \in X_{fc}} \sum_{a \in A} (C_{troca_{a,f}} x_{a,f} + C_{nao_designacao} w_{a,f}) \quad (8)$$

A seguir apresentam-se as restrições do modelo, equações (9) a (12), que permitem modelar a obtenção da rotação de aeronaves.

Cada voo precisa ter uma aeronave alocada ou não ter aeronaves alocadas:

$$(\sum_{a \in A} x_{a,f}) + w_{a,f} = 1, \forall f \in X_f \quad (9)$$

Cada voo só pode ter alocado a ele no máximo uma aeronave:

$$\sum_{a \in A} x_{a,f} \leq 1, \forall f \in X_f \quad (10)$$

Voos cancelados na Etapa 1, sejam originais ou arcos inseridos, não podem ter aeronaves alocadas:

$$\sum_{a \in A} x_{a,f} = 0, \forall f \in F_{cancel} \quad (11)$$

Finalmente, o horário de partida de uma aeronave tem que ser posterior ao horário de prontidão da mesma após o voo anterior:

$$STD_{f_2} \geq (x_{a,f_1} * ETA_{a,f_1}), \forall f_2 \text{ consecutivo a } f_1, \forall a \in A, \forall f_1, f_2 \in X_f \quad (12)$$

4.1.3 Modelagem da Etapa 3 – Identificação dos itinerários afetados

O objetivo desta etapa é identificar os itinerários afetados, seja por cancelamento de voos ocorridos nas etapas anteriores, ou por falta de tempo para a conexão dos passageiros do itinerário.

Sejam:

X_f o conjunto solução da Etapa 2, onde $x_f = 1$ se o voo f foi escolhido e 0 caso contrário (voo cancelado na Etapa 1 ou cancelado na Etapa 2 por falta de designação de aeronave), sendo f arco inserido ou voo original.

T o conjunto de itinerários de passageiros indexada por τ . Cada itinerário τ possui uma sequência de voos que deve ser percorrida. Um itinerário é afetado se houver algum voo cancelado ou se não houver tempo suficiente para conexão entre dois voos consecutivos do itinerário.

c_τ o custo de perda de conexão de passageiro.

ETA_{fc} o horário de pouso do arco inserido fc .

STD_{fc} o horário de partida do arco inserido fc .

$conn_\tau$ o tempo mínimo de conexão entre dois voos consecutivos em um itinerário de passageiro τ .

Variável de decisão $z_\tau \in [0,1]$, sendo $z_\tau = 1$ se o itinerário τ é afetado (impossível de ser percorrido, sejam por falta de tempo para conexão ou possuir algum voo cancelado).

A função objetivo visa minimizar o custo de conexões perdidas:

$$FO = \min \sum_{\tau \in T} c_\tau * z_\tau \quad (13)$$

Restrições do modelo:

Um itinerário é afetado se possui algum voo cancelado:

$$z_\tau = 1, \forall \tau \text{ com algum voo cancelado} \quad (14)$$

Para cada par de voos em um itinerário, se a partida de um voo f_2 , consecutivo a f_1 , for superior à chegada de f_1 acrescido do tempo de conexão do passageiro, então a conexão não é perdida. Caso contrário, o itinerário é afetado:

$$\sum_{f_c \in FC'_{f_2}} x_{f_c} STD_{f_c} - \sum_{f_c \in FC'_{f_1}} x_{f_c} ETA_{f_c} - conn_{\tau} \geq -M * z_{\tau}, \forall (f_1, f_2) \in T, M \text{ grande} \quad (15)$$

4.2 Math-heurística I

Esta modelagem possui também três etapas, conforme indicada na Figura 19, sendo as Etapas 1 e 2 idênticas às modeladas no item 4.1. Nesta modelagem a Etapa 3 tem o objetivo de reduzir a perda de itinerários, introduzindo atrasos em voos de forma a permitir conexões que não estavam habilitadas, por falta de tempo suficiente entre voos de um itinerário, após a Etapa 1.

Figura 19 - Math-heurística I

Fonte: O autor (2019)

Neste item as Etapas 1 e 2 não serão detalhadas, pois já estão apresentadas em detalhe no item 4.1.

4.2.1 Modelagem da Etapa 3 - Reajuste da malha de voos para reduzir a perda de itinerários

O objetivo desta etapa é, mantendo-se a rotação de aeronaves fixa, isto é, não alterando a rotação a partir da Etapa 2, realizar um novo ajuste na malha de voo, atrasando voos, para minimizar o número de passageiros com conexões afetadas após a Etapa 2. A modelagem é semelhante à da Etapa 1 apresentada no modelo Min Custo de recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea (item 4.1).

Sejam:

X_f o conjunto solução da Etapa 2, onde $x_f = 1$ se o voo f foi escolhido e 0 caso contrário (voo cancelado na Etapa 1 ou cancelado na Etapa 2 por falta de designação de aeronave), sendo f arco inserido ou voo original.

FC'_f o conjunto dos voos $f \in X_f$ e seus respectivos arcos inseridos. Cada voo planejado equivale a um arco inserido de custo de atraso zero.

c_{fc} o custo do arco inserido fc .

T o conjunto de itinerários de passageiros indexada por τ . Cada itinerário τ possui uma sequência de voos a ser percorrida. Um itinerário é afetado se possuir algum voo cancelado ou se não houver tempo suficiente para conexão entre dois voos consecutivos do itinerário.

c_τ o custo de perda de conexão de passageiro.

ETA_{fc} o horário de pouso do arco inserido fc .

$ETA_{adj_{fc}}$ é igual a ETA_{fc} acrescido do tempo de preparo da aeronave associada ao voo fc na Etapa 2.

STD_{fc} o horário de partida do arco inserido fc .

$conn_\tau$ o tempo mínimo de conexão entre dois voos consecutivos em um itinerário de passageiro τ .

Variável de decisão $x'_{fc} \in [0,1]$, sendo $x'_{fc} = 1$ se o arco inserido fc é selecionado.

Variável de decisão $z_\tau \in [0,1]$, sendo $z_\tau = 1$ se o itinerário τ é afetado (impossível de ser percorrido, sejam por falta de tempo para conexão ou possuir algum voo cancelado).

A função objetivo visa a minimizar os atrasos e a quantidade de itinerários perdidos:

$$FO = \min (\sum_{f \in X_f} \sum_{fc \in FC'_f} c_{fc} * x'_{fc}) + \sum_{\tau \in T} c_\tau * z_\tau \quad (16)$$

Restrições do modelo:

Cada voo só pode ter associado a ele um arco inserido:

$$\sum_{fc \in FC'_f} x'_{fc} = 1, \forall f \in X_f \quad (17)$$

O horário de partida de um voo tem que ser posterior ao horário de pouso do voo anterior:

$$x_{f_2} STD_{f_2} \geq x_{f_1} ETA_{adj_{f_1}}, \forall f_2 \text{ consecutivo a } f_1, \forall f_1, f_2 \in FC'_f \quad (18)$$

Um itinerário é afetado se possui algum voo cancelado:

$$z_\tau = 1, \forall \tau \text{ com algum voo cancelado} \quad (19)$$

Para cada par de voos em um itinerário, se a partida de um voo f_2 , consecutivo a f_1 , for superior à chegada de f_1 acrescido do tempo de conexão do passageiro, então a conexão não é perdida. Caso contrário o itinerário é afetado:

$$\sum_{fc \in FC'_{f_2}} x_{fc} STD_{fc} - \sum_{fc \in FC'_{f_1}} x_{fc} ETA_{fc} - conn_\tau \geq -M * z_\tau, \forall (f_1, f_2) \in T, M \text{ grande} \quad (20)$$

Finalmente, as restrições de capacidade aeroportuária devem ser consideradas:

$$\sum_{fc \in FC_{aep,tm,fh}} x'_{fc} = Cap_{aep,tm,fh}, \forall aep \in AERPS, \forall tm \in TM, \forall fh \in FH \quad (21)$$

4.3 Math-heurística II

Este modelo possui também três etapas, sendo as Etapa 2 e Etapa 3 idênticas às modeladas no item 4.1, porém a Etapa 1 tem o objetivo reduzir a perda de itinerários durante o ajuste da malha, conforme indicado na Figura 20. As Etapas 2 e 3 não serão detalhadas neste item, pois já foram apresentadas em detalhe no item 4.1.

Figura 20 - *Math*-heurística II

Fonte: O autor (2019)

4.3.1 Modelagem da Etapa 1 – Ajuste da malha de voos para reduzir perda de itinerários

Esta etapa tenta voltar ao planejamento original através do atraso ou cancelamento de voos, utilizando uma modelagem de fluxo em rede *multi-commodity*, e também minimizar o número de passageiros com conexões afetadas após a Etapa 1. A seguir apresentam-se a modelagem matemática para ajustar a malha da forma indicada.

Sejam:

F o conjunto dos voos programados – originais na malha planejada.

FC_f o conjunto dos voos $f \in F$ e seus respectivos arcos inseridos. Cada voo planejado equivale a um arco inserido de custo de atraso zero.

$AERPS$ o conjunto de todos os aeroportos indexado por aep .

TM o conjunto de tipos de movimento em um aeroporto $\in [\text{chegada}, \text{partida}]$

FH o conjunto de todas as faixas horária da rede tempo-espaco indexado por fh.

custo_cancel_f o custo de se cancelar um voo f.

Capaep, tm, fh a capacidade do aeroporto aep $\in \text{AERPS}$, para as atividades de chegada e partida na faixa horária fh $\in \text{FH}$.

custo_atraso_{fc} o custo de se atrasar um voo f – ou seja escolher um arco inserido.

T o conjunto de itinerários de passageiros indexada por τ . Cada itinerário τ possui uma sequência de voos que deve ser percorrida. Um itinerário é afetado se houver algum voo cancelado, ou se não houver tempo suficiente para conexão entre dois voos consecutivos do itinerário.

c τ o custo de perda de conexão de passageiro.

conn τ o tempo mínimo de conexão entre dois voos consecutivos em um itinerário de passageiro τ .

Variável de decisão x_{fc} $\in [0,1]$, sendo x_{fc} = 1 se o arco inserido fc é escolhido, ou seja, o voo f atrasou.

Variável de decisão y_f $\in [0,1]$, sendo y_f = 1 se o voo original f é cancelado.

Variável de decisão z τ $\in [0,1]$, sendo z τ = 1 se o itinerário τ é afetado (impossível de ser percorrido, sejam por falta de tempo para conexão ou possuir algum voo cancelado).

A função objetivo visa obter a nova malha de voos minimizando os cancelamentos ou atrasos de voos e os custos de interrupção de itinerários:

$$FO = \min((\sum_{f \in F} \text{custo}_{cancel_f} y_f) + (\sum_{fc \in FC_f} \text{custo}_{atraso_{fc}} * x_{fc}) + (\sum_{\tau \in T} c_{\tau} * z_{\tau})) \quad (22)$$

A seguir são apresentadas as restrições do modelo.

Seja Fcancel o conjunto de todos os voos originais e seus arcos inseridos identificados na etapa preparatória como impactados pela perturbação e que não podem ser considerados no ajuste de malha e, portanto, cada f $\in F_{cancel}$ será cancelado e seus arcos inseridos não podem ser utilizados na Etapa 1:

$$y_f = 1, \forall f \in F_{cancel} \quad (23)$$

$$\sum_{fc \in FC_arcos_inseridos_f} x_{fc} = 0, \forall f \in F_{cancel} \quad (24)$$

Para voos originais programados e seus respectivos arcos inseridos, que serão objeto do ajuste de malha, apenas uma opção pode ser escolhida; dentre elas, manter o voo original, atrasar ou cancelá-lo:

$$(\sum_{fc \in FC_f} x_{fc}) + y_f = 1, \forall f \in F \quad (25)$$

Cada um dos nós na rede tempo-espaco deve manter balanceamento de fluxo.

Sejam:

N_INT o conjunto de nós intermediários

FC_INn o conjunto de todos os voos, originais ou arcos inseridos que chegam a n .

FC_OUTn o conjunto de todos os voos, originais ou arcos inseridos que saem de n .

$N_ENTRADA$ o conjunto de nós de entrada de aeronaves.

$N_ENTRADAn$ o valor inteiro corresponde ao número de aeronaves que entram em n no início do período da rede tempo-espaco.

O balanceamento é modelado como segue, para cada nó de entrada de aeronave:

$$\sum_{fc \text{ partindo de } n} x_{fc} = N_ENTRADAn, \forall n \in N_ENTRADA \quad (26)$$

Sejam:

N_SAIDA o conjunto de nós de saída de aeronaves.

N_SAIDAn o valor inteiro correspondendo ao número de aeronaves que saem de n ao final do período da rede tempo-espaco.

O balanceamento é modelado como segue para cada nó de saída de aeronave:

$$\sum_{fc \text{ chegando em } n} x_{fc} \leq N_SAIDAn, \forall n \in N_SAIDA \quad (27)$$

Finalmente, as restrições de capacidade aeroportuária devem ser consideradas:

$$\sum_{fc \in FC_{aep,tm,fh}} x_{fc} \leq Cap_{aep,tm,fh}, \forall aep \in AERPS, \forall tm \in TM, \forall fh \in FH \quad (28)$$

O horário de partida de um voo tem que ser posterior ao horário de pouso do voo anterior:

$$x_{f2} STD_{f2} \geq x_{f1} ETA_{f1}, \forall f_2 \text{ consecutivo a } f_1, \forall f_1, f_2 \in FC'_f \quad (29)$$

Um itinerário é afetado se possui algum voo cancelado:

$$z_\tau = 1, \forall \tau \text{ com algum voo cancelado} \quad (30)$$

Para cada par de voos em um itinerário, se a partida de um voo f_2 , consecutivo a f_1 , for superior à chegada de f_1 acrescido do tempo de conexão do passageiro, então a conexão não é perdida. Caso contrário, o itinerário é afetado:

$$\sum_{fc \in FC'_{f_2}} x_{fc} STD_{fc} - \sum_{fc \in FC'_{f_1}} x_{fc} ETA_{fc} - conn_\tau \geq -M * z_\tau, \forall \tau \quad (f_1, f_2) \in T, M \text{ grande} \quad (31)$$

4.4 Descrição das instâncias de teste e sua aplicação nos modelos

Foram admitidas as seguintes simplificações na execução das *math*-heurísticas utilizando as instâncias de teste consideradas:

- I. Todas as aeronaves possuem a mesma configuração. (4.4.1)
- II. Não se considera manutenção ou perturbação de aeronaves. (4.4.2)
- III. O tempo de preparo de uma aeronave é de 30 minutos. (4.4.3)
- IV. O tempo de conexão de um passageiro é de 30 minutos. (4.4.4)

As instâncias de teste utilizadas são as apresentadas em (Palpant et al., 2009).

Cada uma das instâncias é composta dos seguintes arquivos de dados:

- *config.csv*: arquivo de configuração com os parâmetros do problema de recuperação (data e hora do início e fim do período de recuperação, custos operacionais, custos de cancelamento e penalidades):
 - No arquivo *config.csv* apenas foram considerados a data e a hora de início e a data e a hora de término da janela de recuperação, correspondendo à primeira linha do arquivo, conforme ilustrado na Figura 21.

Figura 21 – Formato e exemplo de arquivo *config.csv*

```

StartDate StartTime EndDate EndTime
(Cabin Type Cost/min )+
(Cabin Type Cost )+
(Cabin Type Cost )+
(Cabin Cabin Type Cost )+
P1 P2 P3
 $\alpha$   $\beta$   $\gamma$ 

Example file:
10/01/08 06:00 10/01/08 23:30
F D 0.75 F C 1.08 F I 1.5 B D 0.5 B C 0.75 B I 1 E D 0.33 E C 0.5 E I 0.66
F D 1000.0 F C 2000.0 F I 3000.0 B D 650.0 B C 1300.0 B I 2000.0 E D 350.0 E C 650.0
E I 1000.0
F D 3000.0 F C 6000.0 F I 9000.0 B D 2000.0 B C 4000.0 B I 6000.0 E D 1000.0 E C 2000.0
E I 3000.0
F B D 150.0 F B C 300.0 F B I 450.0 F E D 250.0 F E C 500.0 F E I 750.0 B E D 100.0
B E C 200.0 B E I 300.0
20000.0 5000.0 1000.0
1.0 1.0 1.0
#

```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *aircraft.csv*: dados sobre as características de cada aeronave, conforme ilustrado na Figura 22: identificador da aeronave, modelo, família, configuração de assentos, autonomia de voo em horas, tempo de preparo entre um voo e outro, aeroporto de origem e aeroporto onde a aeronave está localizada no início da janela de recuperação:
 - As informações do arquivo *aircraft.csv* não foram consideradas nas modelagens devido ao item (4.4.1), porém foram utilizadas para identificar os voos “terrestres” realizados para interligar aeroportos por via terrestre (aeronave modelo *TranspCom*), conforme explicado para o arquivo *flights.csv* mais adiante.

Figura 22 - Formato e exemplo de arquivo *aircraft.csv*

```

Aircraft Model Family Config Dist Cost/h TurnRound Transit Orig Maint
Example file (including presence and absence of maintenance, surface public transportation):
A320#1 A320 AirbusSmall 0/20/150 480 1500.0 30 30 CDG CDG-10/01/08-14:00-10/01/08-20:00-900
A320#2 A320 AirbusSmall 10/30/110 480 1500.0 30 30 NCE NULL
TranspCom#1 TranspCom TranspCom -1/-1/-1 60 0.0 5 5 CDG NULL
TranspCom#2 TranspCom TranspCom -1/-1/-1 60 0.0 10 10 ORY NULL
#

```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *alt_aircraft.csv*: dados sobre de perturbação de aeronaves:
 - As informações do arquivo *alt_aircraft.csv* não foram consideradas na modelagem devido ao item (4.4.2).
- *positions.csv*: posição desejada para cada aeronave no final da janela de recuperação:
 - As informações do arquivo *positions.csv* não foram consideradas, devido ao item (4.4.1), e à restrição do número de nós de saída ao término da janela de recuperação, apresentada na equação (6) do item 4.1.1.
- *airports.csv*: capacidade aeroportuária (capacidade horária de chegadas e partidas), conforme ilustrado na Figura 23.
 - As informações deste arquivo foram consideradas na modelagem.

Figura 23 - Formato e exemplo de arquivo *airports.csv*

```

Airport (Dep/h Arr/h StartTime EndTime )+
Example file:
NCE 0 0 00:00 03:00 5 0 03:00 07:00 20 20 07:00 19:00 5 10 19:00 21:00 0 0 21:00 00:00
#

```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *dist.csv*: tempo de voo nominal em minutos entre um par de aeroportos, conforme ilustrado na Figura 24.
 - As informações deste arquivo foram consideradas na modelagem.

Figura 24 - Formato e exemplo de arquivo *dist.csv*

```
Origin Destination Dist Type

Example file:
CDG NCE 95 D
NCE CDG 95 D
#
```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *flights.csv*: características de cada voo (número do voo, aeroporto de origem, aeroporto de chegada, horário de partida, horário de chegada, voo predecessor para voos com várias pernas), conforme ilustrado na Figura 25. Neste trabalho foram consideradas as seguintes restrições:
 - “voos terrestres”, identificados pelo uso de aeronave modelo *TranspCom* (“*commuter*”), consistindo na ligação entre aeroportos próximos, em uma mesma região, utilizando veículos terrestres com uma frequência definida. Perturbações ou alterações de planejamento não são permitidas a estes voos, portanto não recebem arcos inseridos no modelo e não podem ser cancelados.
 - Voos em rota, quando do início da janela de recuperação, não recebem arcos inseridos (não podem atrasar) e não podem ser cancelados.
 - Voos que partiram e chegaram antes do início da janela de recuperação não são alterados.
 - Voos que partiram antes do início da janela e chegam após a janela de recuperação não são alterados.
 - Apenas voos que partem dentro da janela de recuperação podem ser atrasados (até o limite de término da janela) ou cancelados.

Figura 25 - Formato e exemplo de arquivo *flights.csv*

```
Flight Orig Dest DepTime ArrTime PrevFlight

Example file:
1 NCE CDG 14:00 15:35 0
2 SIN LHR 15:20 05:30+1 0
3 LHR CDG 06:30 07:45 2
4 ORY CDG 08:30 09:00 0
#
```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *rotations.csv*: contém a rotação original de cada aeronave durante a janela de recuperação, conforme ilustrado na Figura 26:
 - As informações deste arquivo foram consideradas na modelagem.

Figura 26 - Formato e exemplo de arquivo *rotations.csv*

```
Flight DepDate Aircraft
Example file:
2 20/01/08 B747#5
3 21/01/08 B747#5
2 21/01/08 A340#2
3 22/01/08 A340#2
4 21/01/08 TranspCom#2
#
```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *itineraries.csv*: descrição do itinerário de cada passageiro (sequência de voos) e de seu custo em Euros, conforme ilustrado na Figura 27:
 - As informações deste arquivo foram consideradas na modelagem.

Figura 27 - Formato e exemplo de arquivo *itineraries.csv*

```
Ident Type Price Count (Flight DepDate Cabin )+
Example file:
1 A 784.21 320 2 20/01/08 E
2 R 1752.5 27 2 20/01/08 B 3 21/01/08 B
#
```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *alt_flights.csv*: arquivo de perturbação de voos (atraso em minutos ou cancelamento de voos, indicado por um atraso igual a -1) conforme ilustrado na Figura 28:

- As informações destes arquivos foram consideradas na modelagem.

Figura 28 - Formato e exemplo de arquivo *alt_flights.csv*

```
Flight DepDate Delay
Example file:
2 20/01/08 45
1 21/01/08 -1
#
```

Fonte: Palpant et al. (2009)

- *alt_airports.csv*: arquivo de perturbação de aeroportos (alteração das capacidades de partida e chegada de voos), conforme ilustrado na Figura 29:
 - As informações destes arquivos foram consideradas na modelagem.

Figura 29 - Formato e exemplo de arquivo *alt_airports.csv*

Airport	StartDate	StartTime	EndDate	EndTime	Dep/h	Arr/h
Example file:						
LHR	20/01/08	04:00	20/01/08	10:00	0	2
#						

Fonte: Palpant et al. (2009)

4.5 Particularidades sobre a implementação das modelagens

Neste item são detalhadas as implementações dos modelos considerando as informações contidas nas instâncias de testes (Palpant et al., 2009).

4.5.1 Ajuste da malha com perturbações de voos, introdução de inseridos e perturbações de aeroportos – *input*

O processamento inicial das instâncias de testes do problema - fase *input*, conforme ilustrado na Figura 17 – é realizado com as seguintes etapas:

- 1) Leitura dos arquivos de dados do problema.
- 2) Aplicação das perturbações de voos (atrasos e cancelamentos)
- 3) Aplicação das perturbações de aeroportos - alteração da capacidade aeroportuária de partidas e chegadas.
- 4) Introdução de arcos inseridos aos voos que serão tratados na janela de recuperação

Voos “terrestres” ou que estão em curso quando do início da janela de recuperação não são perturbados e não podem sofrer alteração no planejamento. Isto significa que não sofrem atrasos e não podem ser cancelados.

Os voos em curso quando do início da janela de recuperação possuem seus horários de partida alterados para o horário de início da janela. Isto foi feito para simplificar-se o tratamento destes voos no domínio dos voos afetados dentro da janela de recuperação.

4.5.1.1 Perturbação de voos

A aplicação dos atrasos em voo é implementada na programação original de voos (arquivo `flights.csv`), alterando-se o horário de saída do voo, conforme indicado no arquivo de perturbação de voos (`alt_flights.csv`), o cancelamento de um voo é implementado forçando-se seu cancelamento no modelo matemático.

4.5.1.2 Perturbação de aeroportos

A perturbação de aeroportos é implementada na programação original (arquivo `airports.csv`) alterando-se a capacidade aeroportuária, conforme indicado no arquivo de perturbação de aeroportos (`alt_airports.csv`).

4.5.1.3 Arcos inseridos

A utilização de arcos inseridos para permitir modelar atraso em voos é apresentada no item 3.7.1. Neste trabalho, cada arco inserido corresponde a um atraso de quinze minutos. Como exemplo, o voo 07_147 (denominação do voo 147, operado em 07/01/06), atrasado de quinze minutos será nomeado 07_147.000001; atrasado de trinta minutos, será nomeado 07_147.000002 e assim sucessivamente. Os arcos inseridos são gerados e armazenados em um arquivo intermediário denominado *inserted_arcs.csv*, onde cada linha do arquivo possui os seguintes campos:

- Identificação do voo.
- Origem.
- Destino.
- Horário de partida.
- Horário de chegada.
- Voo predecessor (para voos com várias pernas, 0 se não há).

- Data completa de partida.
- Data completa de chegada.
- Custo de atraso.
- Custo de cancelamento.

Para o custo de cancelamento de um voo arbitrou-se o valor de 10^9 . O custo de atraso equivale ao número de minutos de atraso. Um arco inserido possui custo 0 de cancelamento. Importante notar que a modelagem irá cancelar o voo ou escolher o voo, seja o original ou seu arco inserido. A Figura 30 ilustra arcos inseridos para o voo 07_147.

Figura 30 – Ilustração de arcos inseridos – extrato de arquivo *inserted_arcs.csv*

07_147	CDG	MLH	12:00	13:10	0	07/01/06-12:00	07/01/06-13:10	0	1000000000
07_147.000001	CDG	MLH	12:15	13:25	0	07/01/06-12:15	07/01/06-13:25	900	0
07_147.000002	CDG	MLH	12:30	13:40	0	07/01/06-12:30	07/01/06-13:40	1800	0
07_147.000003	CDG	MLH	12:45	13:55	0	07/01/06-12:45	07/01/06-13:55	2700	0
07_147.000004	CDG	MLH	13:00	14:10	0	07/01/06-13:00	07/01/06-14:10	3600	0
07_147.000005	CDG	MLH	13:15	14:25	0	07/01/06-13:15	07/01/06-14:25	4500	0
07_147.000006	CDG	MLH	13:30	14:40	0	07/01/06-13:30	07/01/06-14:40	5400	0
07_147.000007	CDG	MLH	13:45	14:55	0	07/01/06-13:45	07/01/06-14:55	6300	0
07_147.000008	CDG	MLH	14:00	15:10	0	07/01/06-14:00	07/01/06-15:10	7200	0

Fonte: O autor (2019)

O arquivo *inserted_arcs.csv* e as perturbações incluídas são a entrada para as primeiras etapas (denominadas Etapa 1) dos modelos comparados neste trabalho, conforme indicadas na Figura 17.

4.5.2 Etapa 1 – Nova malha de voos

Ao término da Etapa 1, deve-se obter a nova malha de voos, conforme o critério aplicado na Etapa 1 de cada modelo. Esta nova malha deve conter os voos mantidos, cancelados ou atrasos. Neste trabalho o arquivo de saída da Etapa 1 denomina-se *flights_solution.csv*, onde cada linha do arquivo possui os seguintes campos (A Figura 31 ilustra um segmento de um arquivo solução da Etapa 1):

- Identificação do voo.
- Nome da variável no modelo Gurobi.
- Origem.

- Destino.
- Horário de partida.
- Horário de chegada.
- Voo predecessor (para voos com várias pernas, 0 se não há).
- Data completa de partida.
- Data completa de chegada.
- Marcação que permite identificar se o voo original está mantido (*scheduled flight*), se o voo estava em curso durante o início da janela – tem seu horário de partida ajustado para o início da janela, conforme 4.5.1 (*flight em route*), se foi cancelado (*flight cancelled in Step 1*), ou se foi atrasado (*delayed flight in step 1*).

Na Figura 31 está ilustrado um comportamento esperado do modelo: o voo 07_2604 tem um voo precedente (07_2603), ou seja 07_2603 e 07_2604 fazem parte de um voo multi-pernas e devem ser executados em sequência. No arquivo de instâncias de teste utilizadas o intervalo planejado para voos deste tipo é de vinte minutos. Como utilizou-se o intervalo obrigatório entre voos de trinta minutos (4.4.3), a modelagem atrasa o voo 07_2604 em quinze minutos para respeitar esta restrição.

4.5.3 Etapa 2 – Nova rotação de aeronaves

Ao término da Etapa 2, deve-se obter a nova rotação de aeronaves, conforme o critério aplicado na Etapa 2 de cada modelo. Esta nova rotação deve conter os voos cancelados por falta de aeronave, obrigatoriamente manter as aeronaves originais alocadas aos voos operando durante o início da janela de recuperação e alocar as aeronaves aos voos restantes. Neste trabalho, o arquivo de saída da Etapa 2 denomina-se *flight_rotation.csv*, onde cada linha do arquivo possui os seguintes campos (A Figura 32 ilustra um segmento de um arquivo solução da Etapa 2):

- Identificação do voo.
- Nome da variável no modelo *Gurobi*.
- Origem.
- Destino.
- Horário de partida.
- Horário de chegada.

- Voo predecessor (para voos com várias pernas, 0 se não há).
- Data completa de partida.
- Data completa de chegada.
- Marcação que permite identificar se o voo original está mantido (*scheduled flight*), se o voo estava em curso durante o início da janela – tem seu horário de partida ajustado para o início da janela conforme 4.5.1 (*flight em route*).
- Marcação que permite identificar se o voo não possui aeronave alocada ou a denominação da aeronave alocada caso contrário.
- O status do voo: cancelado ou programado.

4.5.4 Etapa 3 – Identificação dos itinerários perturbados

Ao término da Etapa 3 indicar os itinerários perturbados, ou seja, impossíveis de realizar, em função das Etapas 1 e 2. Neste trabalho, o arquivo de saída da Etapa 3 denomina-se *pax_itineraries_step3.csv*, onde cada linha do arquivo possui os seguintes campos (A Figura 33 ilustra um arquivo solução da Etapa 3):

- Nome da variável do itinerário no modelo *Gurobi*.
- Marcação de itinerário perturbado: valor > 0.
- Custo do impacto no passageiro.
- Nome dos voos que causaram a perturbação: seja por cancelamento ou tempo de conexão

A Figura 34 ilustra uma solução de voos da Etapa 2 que causou a perturbação dos itinerários ilustrados na Figura 33: voo 07_2609 cancelado e impossibilidade de se fazer a conexão do voo 07_4838 com o voo 07_2644.

4.5.5 Custo Total utilizado para a comparação dos modelos

Para a comparação dos modelos estabeleceu-se o Custo Total do modelo da seguinte forma: $\text{Custo Total} = \text{Custo do Atraso na Malha da Companhia Aérea} + \text{Custo dos Itinerários Cancelados}$. O Custo de Atraso na Malha é calculado em função do total de atrasos em minutos introduzidos na malha ajustada - €100/min (MULIGAN, 2019) e (COOK; TANNER; ANDERSON, 2004). Os custos dos itinerários são dados nas instâncias de teste.

Figura 31 - Ilustração de solução de voos – extrato de arquivo *flights_solution.csv*

07_2603 flight[07_2603]	LYS	URO	17:50	19:10	0	07/01/06-17:50	07/01/06-19:10	scheduled_flight_*****	
07_2604.000001 flight[07_2604.000001]	URO	LEH	19:45	20:05	07_2603	07/01/06-19:45	07/01/06-20:05	delayed_flight_in_step_1	
07_2609 flight[07_2609]	NCE	RNS	16:00	16:21	0	07/01/06-16:00	07/01/06-16:21	flight_en_route	
07_2620 flight[07_2620]	LYS	RNS	16:00	16:05	0	07/01/06-16:00	07/01/06-16:05	flight_en_route	

Fonte: o autor (2019).

Figura 32 - Ilustração de solução de rotação de aeronaves – extrato de arquivo *flight_rotation.csv*

07_4390 flight[07_4390]	PGF	ORY	17:50	19:15	0	07/01/06-17:50	07/01/06-19:15	*****scheduled_flight_*****	*****no_aircraft_assigned*****	cancelled
07_3092 flight[07_3092]	NCE	ORY	18:05	19:30	0	07/01/06-18:05	07/01/06-19:30	*****scheduled_flight_*****	*****no_aircraft_assigned*****	cancelled
07_4416 flight[07_4416]	MPL	ORY	18:20	19:40	0	07/01/06-18:20	07/01/06-19:40	*****scheduled_flight_*****	*****no_aircraft_assigned*****	cancelled
07_4324 flight[07_4324]	PUF	ORY	18:30	19:50	0	07/01/06-18:30	07/01/06-19:50	*****scheduled_flight_*****	*****no_aircraft_assigned*****	cancelled
07_4301 flight[07_4301]	ORY	CFE	16:55	17:50	0	07/01/06-16:55	07/01/06-17:50	*****scheduled_flight_*****	A318#1	on_time on_time
07_4619 flight[07_4619]	ETZ	MRS	16:00	16:10	0	07/01/06-16:00	07/01/06-16:10	*****_flight_en_route_*****	A318#2	on_time on_time
07_4620 flight[07_4620]	MRS	ETZ	18:50	20:30	0	07/01/06-18:50	07/01/06-20:30	*****scheduled_flight_*****	A318#2	on_time on_time
07_4368 flight[07_4368]	TLN	ORY	17:35	19:00	0	07/01/06-17:35	07/01/06-19:00	*****scheduled_flight_*****	A318#3	on_time on_time
07_3082 flight[07_3082]	NCE	ORY	16:00	17:24	0	07/01/06-16:00	07/01/06-17:24	*****_flight_en_route_*****	A318#4	on_time on_time
07_3095 flight[07_3095]	ORY	NCE	20:00	21:20	0	07/01/06-20:00	07/01/06-21:20	*****scheduled_flight_*****	A318#4	on_time on_time

Fonte: o autor (2019).

Figura 33 – Ilustração da identificação de itinerários perturbados *pax_itineraries_step_3.csv*

lost_itinerary[331]	1.0	1750.0	07_4837_flight_check_conn_time	07_2609_cancelled	impossible_to_check
lost_itinerary[333]	1.0	700.0	07_4837_flight_check_conn_time	07_2609_cancelled	impossible_to_check
lost_itinerary[335]	3.36e-12	1750.0	07_4838_flight_check_conn_time	07_2644_flight_check_conn_time	possible_to_check
lost_itinerary[337]	3.36e-12	1000.0	07_4838_flight_check_conn_time	07_2644_flight_check_conn_time	possible_to_check

Fonte: o autor (2019).

Figura 34 – Ilustração de malha de voos com perturbação de itinerários

07_2609	cancel_flight[07_2609]	flight[07_2609]	NCE	RNS	14:05	15:45	0	07/01/06-14:05	07/01/06-15:45	*****cancelled_flight_in_step_2_*
07_2644	flight[07_2644]	flight[07_2644]	SXB	LYS	13:10	14:10	0	07/01/06-13:10	07/01/06-14:10	*****scheduled_flight*****
07_4838	flight[07_4838]	flight[07_4838]	NCE	SXB	12:16	13:36	0	07/01/06-12:16	07/01/06-13:36	*****scheduled_flight*****

Fonte: o autor (2019).

Tabela 3- Características das instâncias de teste utilizadas – Instâncias “B”

Instâncias	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
Qtd. voos	1422	1422	1422	1422	1422	1422	1422	1422	1422	1422
Qtd. aeronaves	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
Qtd. aeroportos	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44
Qtd. itinerários	11214	11214	11214	11214	11214	11565	11565	11565	11565	11565
Qtd. aeroportos afetados com redução de capacidade	0	0	0	1	33	0	0	1	0	33
Qtd. voos atrasados/cancelados	229	254	228	229	0	229	254	228	229	0
Janela de Recuperação	1/Mar 16:00	1/Mar 16:00	1/Mar 16:00	1/Mar 16:00	1/Mar 00:00	1/Mar 16:00	1/Mar 16:00	1/Mar 16:00	1/Mar 16:00	1/Mar 00:00
	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00	3/Mar 04:00

As instâncias A1, A2, A3, A6, A7 e A8 – da Tabela 2 – foram executadas em uma máquina Intel i7 com 16Gb de memória RAM no sistema operacional Windows. As instâncias B1, B2, B3, B4, B6, B7, B8, B9, A4, A9, A5 e A10 – com as características apresentadas na Tabela 2 e na Tabela 3 – foram executadas em um nó do cluster de alta performance – HPC - da Universidade de São Paulo – com CPU Intel(R) Xeon(R) CPU E7- 2870 @ 2.40GHz e 512 GB de memória RAM.

As instâncias B5 e B10 não puderam ser executadas no nó do cluster por excederem a capacidade de memória disponível durante a execução da Etapa 2 dos modelos. Isto ocorreu devido ao número de voos considerados na restrição (12), pois as instâncias B5 e B10 possuem uma janela de recuperação maior do que as demais (aproximadamente meio dia de operação a mais).

Os resultados da execução dos modelos estão apresentados na Tabela 4, na Tabela 5 e na Tabela 6.

Tabela 4 – Resultados obtidos na execução do modelo de mínimo custo para a companhia aérea

	Recuperação de malha com mínimo custo para a Cia. Aérea (arcos inseridos: 2 horas)																				
	Atraso Malha Etapa 1 (h)	Voos Canc. Etapa 1	Δt (min)	Voos Canc. Etapa 2	Gurobi gap %	Δt (min)	Custo Total Atrasos Malha Etapa 3 (\$1000)	Custo Total Itin. Pass. Canc. Etapa 3 (\$1000)	Δt (min)	Total Voos Canc.	% Voos Canc.	Qtd. Itin. Canc.	% Itin. Canc.	Qtd. Voos Atras.	Custo Total Atraso Malha (h)	Custo Total Atrasos Malha (\$1000)	Custo Total Itin. Pass. Canc. (\$1000)	Custo Total (\$1000)	% Custo Itin Pax no Custo Total	% Custo Atraso Cia no Custo Total	Δt Total (min)
A1	0,50	-	0,7	19	-	6,5	3,0	427,4	0,3	19	6,9%	113	5,8%	2	0,5	3,0	427,4	430,4	99,3%	0,7%	7,5
A2	0,75	-	0,7	1	-	1,9	4,5	57,2	0,3	1	0,7%	15	0,8%	2	0,8	4,5	57,2	61,7	92,7%	7,3%	2,9
A3	0,75	-	0,7	10	-	10,1	4,5	325,9	0,3	10	4,7%	35	1,8%	3	0,8	4,5	325,9	330,4	98,6%	1,4%	11,1
A4	91,25	-	0,7	28	-	433,0	547,5	700,9	0,3	28	8,3%	222	11,4%	68	91,3	547,5	700,9	1248,4	56,1%	43,9%	14,0
A5	18,75	184	0,7	40	-	479,0	112,5	4746,0	0,3	224	24,1%	1.319	33,3%	23	18,8	112,5	4746,0	4858,5	97,7%	2,3%	480,0
A6	0,50	-	0,7	19	-	8,5	3,0	476,7	0,3	19	6,9%	117	6,3%	2	0,5	3,0	476,7	479,7	99,4%	0,6%	9,5
A7	0,75	-	0,7	1	-	2,5	4,5	71,8	0,3	1	0,7%	17	0,9%	2	0,8	4,5	71,8	76,3	94,1%	5,9%	3,5
A8	0,75	-	0,7	10	-	8,5	4,5	304,7	0,3	10	4,7%	73	3,9%	3	0,8	4,5	304,7	309,2	98,5%	1,5%	9,5
A9	74,00	-	0,7	28	-	488,0	444,0	767,2	0,3	28	8,3%	180	9,6%	68	74,0	444,0	767,2	1211,2	63,3%	36,7%	15,0
A10	18,75	184	0,7	40	-	481,0	112,5	5924,9	0,3	224	24,1%	1.279	33,9%	23	18,8	112,5	5924,9	6037,4	98,1%	1,9%	482,0
B1	0,00	-	0,7	227	0,05	632,0	-	7194,0	0,3	227	12,4%	1.451	12,9%	-	0,0	0,0	7194,0	7194,0	100,0%	0,0%	633,0
B2	0,00	-	0,7	271	0,06	633,0	-	6900,9	0,3	271	14,9%	1.714	15,3%	-	0,0	0,0	6900,9	6900,9	100,0%	0,0%	634,0
B3	0,00	1	0,7	333	0,07	635,0	-	11353,5	0,3	334	18,2%	2.077	18,5%	-	0,0	0,0	11353,5	11353,5	100,0%	0,0%	636,0
B4	0,00	21	0,7	311	-	636,0	-	10125,9	0,3	332	18,1%	2.101	18,7%	-	0,0	0,0	10125,9	10125,9	100,0%	0,0%	637,0
B6	0,00	-	0,7	342	-	634,0	-	12610,6	0,3	342	18,6%	2.145	18,5%	-	0,0	0,0	12610,6	12610,6	100,0%	0,0%	635,0
B7	0,00	-	0,7	327	0,07	632,0	-	11843,9	0,3	327	18,0%	2.086	18,0%	-	0,0	0,0	11843,9	11843,9	100,0%	0,0%	633,0
B8	0,00	1	0,7	337	-	633,0	-	14812,5	0,3	338	18,4%	2.217	19,2%	-	0,0	0,0	14812,5	14812,5	100,0%	0,0%	634,0
B9	0,00	21	0,7	319	-	635,0	-	13233,8	0,3	340	18,5%	2.199	19,0%	-	0,0	0,0	13233,8	13233,8	100,0%	0,0%	636,0

Tabela 5 – Resultados obtidos na execução da *math*-heurística I

	Heurística I (arcos inseridos: 2 horas)																				
	Atraso Malha Etapa 1 (h)	Voos Canc. Etapa 1	Δt (min)	Voos Canc. Etapa 2	Gurobi gap %	Δt (min)	Atraso Malha Etapa 3 (h)	Voo Canc. Etapa 3	Δt (min)	Total Voos Canc.	Qtd. Itin. Canc.	Qtd. Voos Atras.	Custo Total Atraso Malha (h)	Custo Total Atrasos Malha (\$1000)	Custo Total Itin. Pass. Canc. (\$1000)	Custo Total (\$1000)	% Custo Itin Pax no Custo Total	% Custo Atraso no Custo Total	Δt Total (min)	Delta Custo Itin Canc.	Delta Custo Total
A1	0,50	-	0,7	19	-	6,5	5,75	1	0,2	20	128	10	6,3	37,5	395,1	432,6	91,3%	8,7%	7,4	-7,5%	0,5%
A2	0,75	-	0,7	1	-	1,9	9,50	1	0,2	2	11	11	10,3	61,5	25,0	86,5	28,9%	71,1%	2,8	-56,3%	40,2%
A3	0,75	-	0,7	10	-	10,1	3,75	1	0,2	11	102	10	4,5	27,0	308,4	335,4	91,9%	8,1%	11,0	-5,4%	1,5%
A4	91,25	-	0,7	28	-	433,0	80,22	-	0,2	28	208	77	171,5	1.028,8	700,8	1729,6	40,5%	59,5%	433,9	0,0%	38,5%
A5	18,75	184	0,7	40	-	482,0	0,25	-	0,2	224	1.319	24	19,0	114,0	4746,0	4860,0	97,7%	2,3%	482,9	0,0%	0,0%
A6	0,50	-	0,7	19	-	8,5	11,50	-	0,2	19	102	13	11,5	69,0	442,4	511,4	86,5%	13,5%	9,4	-7,2%	6,6%
A7	0,75	-	0,7	1	-	2,5	14,25	-	0,2	1	10	15	15,0	90,0	33,7	123,7	27,2%	72,8%	3,4	-53,1%	62,1%
A8	0,75	-	0,7	10	-	8,5	1,50	-	0,2	10	66	4	2,3	13,5	285,4	298,9	95,5%	4,5%	9,4	-6,3%	-3,3%
A9	74,00	-	0,7	28	-	488,0	16,25	-	0,2	28	151	77	90,3	541,5	714,9	1256,4	56,9%	43,1%	488,9	-6,8%	3,7%
A10	18,75	184	0,7	40	-	481,0	0,75	-	0,3	224	1.312	24	19,5	117,0	5924,9	6041,9	98,1%	1,9%	482,0	0,0%	0,1%
B1	0,00	-	0,7	233	0,05	632,0	17,00	-	0,3	233	1.448	28	17,0	102,0	7167,4	7269,4	98,6%	1,4%	633,0	-0,4%	1,0%
B2	0,00	-	0,7	271	0,06	633,0	18,00	2	0,3	273	1.693	29	18,0	108,0	6843,1	6951,1	98,4%	1,6%	634,0	-0,8%	0,7%
B3	0,00	1	0,7	333	0,07	635,0	14,25	3	0,3	337	2.060	23	13,8	82,5	11307,1	11389,6	99,3%	0,7%	636,0	-0,4%	0,3%
B4	0,00	21	0,7	311	-	636,0	9,50	-	0,3	332	2.083	14	9,5	57,0	10097,2	10154,2	99,4%	0,6%	637,0	-0,3%	0,3%
B6	0,00	-	0,7	342	-	634,0	6,25	1	0,3	343	2.137	11	6,3	37,5	12588,6	12626,1	99,7%	0,3%	635,0	-0,2%	0,1%
B7	0,00	-	0,7	327	0,07	632,0	10,25	-	0,3	327	2.070	18	10,3	61,5	11783,4	11844,9	99,5%	0,5%	633,0	-0,5%	0,0%
B8	0,00	1	0,7	337	-	633,0	7,50	2	0,3	340	2.216	13	7,5	45,0	14806,1	14851,1	99,7%	0,3%	634,0	0,0%	0,3%
B9	0,00	21	0,7	319	-	635,0	11,50	1	0,3	341	2.194	9	11,5	69,0	13226,9	13295,9	99,5%	0,5%	636,0	-0,1%	0,5%

Tabela 6 – Resultados obtidos na execução da *math*-heurística II

	Heurística II (arcos inseridos: 2 horas)																			
	Atraso Malha Etapa 1 (h)	Voos Canc. Etapa 1	Δt (min)	Voos Canc. Etapa 2	Gurobi gap %	Δt (min)	Custo Total Itin. Pass. Canc. Etapa 3 (\$1000)	Δt (min)	Total Voos Canc.	Qtd. Itin. Canc.	Qtd. Voos Atras.	Custo Total Atraso Malha (h)	Custo Total Atrasos Malha (\$1000)	Custo Total Itin. Pass. Canc. (\$1000)	Custo Total (\$1000)	% Custo Itin Pax no Custo Total	% Custo Atraso Malha no Custo Total	Δt Total (min)	Delta Custo Itin Canc.	Delta Custo Total
A1	8,00	-	0,5	19	-	8,1	413,7	0,3	19	143	11	8,00	48,0	413,7	461,7	89,6%	10,4%	8,9	-3,2%	7,3%
A2	8,75	-	0,5	1	-	1,6	90,6	0,3	1	20	10	8,75	52,5	90,6	143,1	63,3%	36,7%	2,4	58,5%	132,1%
A3	2,50	-	0,5	9	-	13,5	272,9	0,3	9	89	5	2,50	15,0	272,9	287,9	94,8%	5,2%	14,3	-16,3%	-12,9%
A4	103,50	-	0,5	26	-	481,0	638,6	0,3	26	164	78	103,50	621,0	638,6	1.259,6	50,7%	49,3%	481,8	-8,9%	0,9%
A5	84,75	196	0,5	37	-	483,0	3.925,6	0,3	233	1.639	100	84,75	508,5	3.925,6	4.434,1	88,5%	11,5%	483,8	-17,3%	-8,7%
A6	7,50	-	0,5	20	-	25,2	454,3	0,3	20	111	8	7,50	45,0	454,3	499,3	91,0%	9,0%	26,0	-4,7%	4,1%
A7	8,00	-	0,5	-	-	2,1	37,4	0,3	-	8	12	8,00	48,0	37,4	85,4	43,8%	56,2%	2,9	-47,9%	11,9%
A8	2,75	-	0,5	8	-	7,1	245,8	0,3	8	62	6	2,75	16,5	245,8	262,3	93,7%	6,3%	7,9	-19,3%	-15,2%
A9	91,50	-	0,5	27	-	483,0	805,7	0,3	27	167	77	91,50	549,0	805,7	1.354,7	59,5%	40,5%	483,8	5,0%	11,9%
A10	144,75	183	0,5	72	-	482,0	5.460,0	0,3	255	1.347	132	144,75	868,5	5.460,0	6.328,5	86,3%	13,7%	482,8	-7,8%	4,8%
B1	12,25	4	3,0	204	0,04	632,0	6.735,4	0,3	208	1.294	18	12,25	73,5	6.735,4	6.808,9	98,9%	1,1%	635,3	-6,4%	-5,4%
B2	14,50	3	3,1	196	0,04	631,0	5.083,2	0,3	199	1.246	24	14,50	87,0	5.083,2	5.170,2	98,3%	1,7%	634,4	-26,3%	-25,1%
B3	10,75	6	3,1	343	0,07	632,0	9.826,7	0,3	349	2.040	23	10,75	64,5	9.826,7	9.891,2	99,3%	0,7%	635,4	-13,4%	-12,9%
B4	8,50	26	3,2	316	0,07	634,0	10.960,8	0,3	342	2.167	25	8,50	51,0	10.960,8	11.011,8	99,5%	0,5%	637,5	8,2%	8,7%
B6	7,25	1	3,4	340	0,08	632,0	12.067,8	0,3	341	2.102	17	7,25	43,5	12.121,4	12.164,9	99,2%	0,8%	635,7	-4,3%	-3,5%
B7	5,00	-	3,3	327	0,07	633,0	11.777,0	0,3	327	2.036	13	5,00	30,0	11.777,0	11.807,0	99,7%	0,3%	636,6	-0,6%	-0,3%
B8	4,50	2	3,1	338	0,07	631,0	12.458,2	0,3	340	2.180	13	4,50	27,0	12.458,2	12.485,2	99,8%	0,2%	634,4	-15,9%	-15,7%
B9	6,75	22	3,2	327	0,07	632,0	12.708,1	0,3	349	2.145	17	6,75	40,5	12.708,1	12.748,6	99,7%	0,3%	635,5	-4,0%	-3,7%

A coluna Delta Custo Total, na Tabela 5 e na Tabela 6, compara o Custo Total respectivamente, da *math*-heurística I e da *math*-heurística II aplicadas em cada tipo de instância, com o Custo Total do modelo de recuperação de malha com mínimo custo para a companhia aérea apresentados respectivamente na Tabela 4.

A coluna %Custo Itin Pax no Custo Total e a coluna %Custo Atraso Cia no Custo Total – na Tabela 5 e na Tabela 6 - apresentam respectivamente a participação do Custo dos Itinerários Cancelados e do Custo do Atraso na Malha da Companhia Aérea no Custo Total conforme definido em 4.5.5.

As *math*-heurísticas foram projetadas para reduzir o impacto nos passageiros e manter o maior número de conexões, pela inserção de atrasos adicionais na malha de voos além dos causados pela perturbação. Estas soluções deverão ter um custo de itinerários cancelados inferior ao da solução de mínimo custo. Porém, o custo total poderá ser eventualmente maior ao da solução de mínimo custo caso o custo pela inserção de atrasos for significativo.

Os resultados contidos na Tabela 5 e na Tabela 6 e representados na Figura 35 e na Figura 36 confirmam este comportamento.

A Tabela 7 apresenta os valores da densidade da janela de recuperação - quantidade de voos impactados pela perturbação por hora da janela de recuperação) - para cada instância de teste utilizada.

A coluna Quantidade de Voos na Janela de Recuperação da Tabela 7 contém a quantidade de voos de cada instância de teste efetivamente impactada durante seus respectivos períodos de perturbação.

É importante notar que o número de voos indicados na Tabela 2 e na Tabela 3 corresponde a um dia de operação e o número de voos nas modelagens é proporcional ao tamanho da janela de recuperação pois a malha de voo é replicada para cada dia da janela de operação.

Tabela 7 – Densidade da janela de recuperação

	Quantidade de Voos na Janela de Recuperação	Duração da Janela de Recuperação (h)	Densidade da Janela de Recuperação (voos/h)
A1	276	16	17,3
A2	153	12	12,8
A3	214	14	15,3
A4	337	18	18,7
A5	928	44	21,1
A6	276	16	17,3
A7	153	12	12,8
A8	214	14	15,3
A9	337	18	18,7
A10	928	44	21,1
B1	1838	36	51,1
B2	1821	36	50,6
B3	1838	36	51,1
B4	1838	36	51,1
B6	1838	36	51,1
B7	1821	36	50,6
B8	1838	36	51,1
B9	1838	36	51,1

Os gráficos da Figura 35 permitem comparar os resultados obtidos com as *math*-heurísticas com os do modelo de custo mínimo.

Observa-se que, em várias instâncias, a *math*-heurística II obtém melhores resultados na redução do custo de itinerários de passageiros cancelados, seja por cancelamento de voo, por não designação de aeronave ou por falta de tempo de conexão entre voos.

Os gráficos da Figura 36 comparam os custos obtidos com as *math*-heurísticas em relação ao custo total do modelo de mínimo custo definido em 4.5.5.

Apesar do maior Custo Total em 5 das 18 instâncias, nota-se que a *math*-heurística II geralmente obtém melhores resultados.

Figura 35 - Comparativo do custo de itinerários de passageiros cancelados em relação ao modelo de mínimo custo

Figura 36 - Comparativo do custo total em relação ao modelo de mínimo custo

As *math*-heurísticas consideradas tiveram efeitos distintos nos cancelamentos e inserção de atrasos em relação ao modelo de referência.

Observa-se, na Figura 37, que a *math*-heurística II, para as instâncias de teste utilizadas, causou maior quantidade de cancelamento de voos na maioria das instâncias quando comparada à *math*-heurística I.

Já, a Figura 38 mostra que a *math*-heurística I, aplicada nas instâncias de teste utilizadas, insere uma quantidade maior de atrasos quando comparada à *math*-heurística II, na maioria das instâncias. Esses resultados estão esquematizados na Figura 39.

Pode-se verificar que a restrição (12) na Etapa 2 gera uma quantidade de restrições da ordem de $|A| * |X_i|^2$, onde $|A|$ = número de aeronaves e $|X_i|$ o número de voos impactados, ou seja, o espaço de soluções cresce exponencialmente com o número de aeronaves e voos que é umas das características de um problema NP-difícil (GAO et al., 2009). Nas instâncias “B” a restrição (12) gerou a quantidade aproximada de 430.000.000 restrições no software otimizador, ocupando quase a totalidade da memória disponível (512 Gb de memória) no HPC- USP durante a etapa de carga do modelo para início de solução.

As instâncias B5 e B10 não puderam ser executadas no nó do cluster por excederem a capacidade de memória disponível na etapa de carga no otimizador comercial utilizado, pois possuem uma janela de recuperação maior do que as demais (aproximadamente meio dia de operação a mais) e consequentemente mais voos para tratar.

A utilização dos servidores de alta performance – HPC da Universidade de São Paulo nas instâncias com elevado número de voos, permitiu estender em até 12 horas a busca de uma solução com gap mínimo, tendo sido obtidos valores para o gap entre 0% e 0.07%.

Figura 37 - Comparativo da quantidade de voos cancelados em relação ao modelo de mínimo custo

Figura 38 - Comparativo do volume de atrasos inseridos em relação ao modelo de mínimo custo

Figura 39 – Comparação qualitativa entre as *math*-heurísticas I e II quanto a cancelamentos e inserção de atrasos de voos

	Math-heuristic I	Math-heuristic II
cancelamentos	↓	↑
atrasos	↑	↓

O tempo de execução das *math*-heurísticas I e II para instâncias com 85 aeronaves, 276 voos impactados e janela de recuperação de até 12 horas, conforme as instâncias A1, A2, A3, A6, A7 e A8, é aceitável pela indústria (até 30 minutos).

Entretanto, para instâncias com uma quantidade de aeronaves superiores a 85, com quantidade de voos impactados superiores a 276 e janelas de recuperação maiores do que 12 horas, utilizando a capacidade computacional corporativa usualmente disponível (máquina Intel i7 com 16Gb de memória RAM e sistema operacional Windows), não foram encontradas soluções dentro dos 30 minutos aceitáveis pela indústria,

Uma alternativa para reduzir o tempo de solução do problema seria a substituição da modelagem matemática da Etapa 2 por uma heurística, por exemplo, conforme desenvolvida em Morais (2019) ou Gao et al. (2009).

As *math*-heurísticas propostas exibiram desempenhos similares quanto ao Custo Total em todas as instâncias de teste. A diferenciação dos resultados foi possível quando estes foram analisados agrupando-se as amostras de acordo com suas densidades da janela de recuperação.

Os resultados para as *math*-heurísticas indicam que para janelas com densidade de voos inferiores a 18 voos/h, em que se busque minimizar o cancelamento de itinerários, a *math*-heurística I pode ser escolhida se houver a estratégia de minimizar-se o número de cancelamentos em detrimento da inserção de atrasos na malha.

Para janelas com densidade superior a 18 voos/h, a *math*-heurística II é a indicada para minimizar o cancelamento de itinerários, independentemente do número de cancelamentos ou inserção de atrasos.

6 Conclusões

O principal objetivo do trabalho consistiu no desenvolvimento de uma ferramenta computacional para solução do problema de recuperação de malhas aéreas, considerando, de forma integrada, interativa e não simultânea, aeronaves e passageiros.

Uma *math*-heurística para recuperação da malha de voos com mínimo custo para a companhia aérea foi desenvolvido. A natureza NP-difícil do problema envolvendo a integração das dimensões aeronave e passageiro levou à proposição de duas *math*-heurísticas concorrentes para a sua solução.

Modelos matemáticos foram introduzidos em cada etapa das *math*-heurísticas, de forma a se ter uma comparação bastante apurada dos resultados da integração das malhas de aeronaves e de passageiros com os resultados do modelo de referência (recuperação de malha com mínimo custo).

A etapa de rotação de aeronaves (Etapa 2 das *math*-heurísticas) é a parcela ofensora de tempo, ou seja, o problema de recuperação de aeronaves modelado na Etapa 2 das *math*-heurísticas (obtenção de nova rotação após uma perturbação) é um problema NP-difícil. Para buscar soluções factíveis, em problemas desse tipo, pode-se lançar mão de relaxamento de restrições, de limitação de gap ou de limitação do tempo de execução do modelo.

Neste trabalho, optou-se por manter a formulação matemática inteira, sem relaxamento de restrições, e explorar a utilização do HPC da Universidade de São Paulo, de alta capacidade computacional (CPU Intel(R) Xeon(R) CPU E7- 2870 @ 2.40GHz e 512 GB de memória RAM) para solução das instâncias consideradas.

O não atingimento da solução ótima para as instâncias maiores, mesmo utilizando um nó do cluster de alta performance do HPC-USP, comprova a natureza NP-difícil do problema.

Entretanto, a utilização dos servidores de alta performance – HPC da Universidade de São Paulo para as instâncias com elevado número de voos permitiu estender em até 12 horas a busca de uma solução com gap mínimo, tendo sido obtidos valores para o gap entre 0% e 0.07%.

Os resultados dos testes indicam que a *math*-heurística I pode ser escolhida, para janelas com densidade de voos inferiores a 18 voos/h, em que se busque minimizar o cancelamento de itinerários, considerando a estratégia de minimizar o número de cancelamentos em detrimento da inserção de atrasos na malha.

Para janelas com densidade superior a 18 voos/h, a *math*-heurística II é a indicada para minimizar o cancelamento de itinerários, independentemente do número de cancelamentos ou inserção de atrasos.

As características das instâncias consideradas e os resultados dos testes permitem afirmar que a *math*-heurística II pode ser aplicada a companhias aéreas de aviação regional ou doméstica, com frotas de aeronaves com características operacionais semelhantes.

Referências Bibliográficas

- ABDELGHANY K, SHAH S, RAINA S, ABDELGHANY A. A model for projecting flight delays during irregular operation conditions. **Journal of Air Transport Management**, 10, p.385-394, 2004.
- ABDELGHANY K, ABDELGHANY A, EKOLLU, G. An integrated decision support tool for Airlines schedule recovery during irregular operations. **European Journal of Operational Research** 185(2), p. 825–848, 2008.
- ARIKAN U, GUREL S, AKTURK M. Integrated aircraft and passenger recovery with cruise time controllability. **Annals of Operations Research**, 236(2), p.295-317, 2016.
- ARTIGUES C, BOURREAU E, AFSAR M, BRIANT O, BOUDIA M. Disruption management for commercial airlines: methods and results for the ROADEF 2009 Challenge, **European Journal of Industrial Engineering**, January 2012.
- BALL M, BARNHART C, NEMHAUSER G, ODONI A. Air transportation: irregular operations and control. **Handbook in Operations Research and Management Science**, v.14, 2007.
- BARNHART C, BELOBABA P, ODONI A. Applications of operations research in the air transport industry. **Transportation Science**, 37, 4, p.368–391, 2003.
- BISAILLON S, CORDEAU J-F, LAPORTE G, PASIN F. A large neighborhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem. **4OR: A Quarterly Journal of Operations Research**, v. 9, p. 139-157, 2011.
- BRATU S, BARNHART C. Flight operations recovery: new approaches considering passenger recovery. **Journal of Scheduling**, v. 9, n. 3, p. 279–298, 2006.
- CAETANO, D. J. Modelagem integrada para a programação de voos e alocação de frotas: abordagens baseadas em programação linear inteira e na meta-heurística colônia de formigas, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011.
- CAETANO, D. J; GUALDA, N. D. F. Modelo para Programação de Voos e Alocação de Frotas. **XXIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, Vitória, 2009.
- CASERTA M, RAMIREZ A, Voß, S. A Math-Heuristic for the Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem with Carryover. **European Conference on the Applications of Evolutionary Computation**, p. 462-471, 2010.
- CASTRO A. How automated negotiation and learning help to manage disruptions in airline operations control, Intelligent transportations systems applied to logistics and transportation conference, session IX, October 2014, Portugal.

CASTRO A, OLIVEIRA, E. Quantifying quality operational costs in a multi-agent system for airline operations recovery. **International Review on Computers and Software (IRECOS)**, v. 4: n. 4., July 2009.

CASTRO A, OLIVEIRA, E. Airline operations control: a new concept for operations recovery. **Airline Industry: Strategies, Operations and Safety**, p. 61-97, Connor R. Walsh, 2011.

CASTRO A, ROCHA A, OLIVEIRA, E. A new approach for disruption management in airline operations control. **Studies in Computational Intelligence**, v. 562, Springer-Verlag, 2014.

CLAUSEN J, LARSEN A, LARSEN J, REZANOVA N. Disruption management in the airline industry - Concepts, models and methods. **Computers & Operations Research** 37, p.809-821, 2010.

COOK, A, TANNER G, ANDERSON S. Evaluating the true cost to airlines of one minute of airborne or ground delay: final report. School of Architecture and the Built Environment, University of Westminster, 2004.

COOK A, TANNER G, LAWES A. The Hidden Cost of Airline Unpunctuality. **Journal of Transport Economics and Policy**, 46, 2, p. 157-173, 2012.

EGGENBERG N, SALANI M, BIERLAIRE M. Constraint-specific recovery network for solving recovery problems. **Computers and Operations Research**, 37(6), p.1014–1026, 2010.

GAO, C. Airline Integrated Planning and Operations. Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, 2007

GAO Q, TANG X, ZHU J. Research on Greedy Simulated Annealing Algorithm for Irregular Flight Schedule Recovery Model. **Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services**, Nanjing, China, 2009.

GOMES, W. Programação de tripulantes de aeronaves no contexto brasileiro, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2009.

GOMES, W. Modelagem Integrada do problema de programação de tripulantes de aeronaves, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2014.

GOMES W, GUALDA N D F. Modelagem Integrada do Problema de Programação de Tripulantes de Aeronaves, <https://www.researchgate.net/publication/279661115> , 2011.

GOMES W, GUALDA N D F. Heurística Construtiva para a Solução Integrada do Problema de Programação de Tripulantes de Aeronaves, <https://www.researchgate.net/publication/315683542> , 2013.

GOMES W, GUALDA N D F. Heuristics to solve the integrated airline crew assignment problem. **The Journal of Transport Literature**, 9(1), p.25-29, 2015.

HU Y, SONG Y, ZHAO K, XU B. Integrated recovery of aircraft and passengers after airline operation disruption based on a GRASP algorithm, **Transportation Research Part E** 87, p.97–112, 2016.

JAFARI N, ZEGORDI S. The airline perturbation problem: considering disrupted passengers. **Transportation Planning and Technology** 33(2), p. 203–220, 2010.

JAFARI N, ZEGORDI S. Simultaneous recovery model for aircraft and passengers, **Journal of the Franklin Institute**, v. 348, n. 7, p. 1638–1655, 2011.

JOZEFOWIEZ N, MANCEL C, MORA-CAMINO F. A heuristic approach based on shortest path problems for integrated flight, aircraft, and passenger rescheduling under disruptions. **Journal of the Operational Research Society**, Vol.64(3), p.384, 2012.

KOHL, N, LARSEN A, LARSEN J, ROSS A, TIOURINE A. Airline disruption management – Perspectives, experiences and outlook. **Journal of Transportation Management**, v. 13, p. 149-162, 2007.

LAWLER, L. Combinatorial Optimization: Networks and Matroids. Holt, Rinehart, & Winston, Austin, 1976.

LE M, WU C, ZHAN C, SUN L. Airline recovery optimization research: 30 years' march of mathematical programming – a classification and literature review. International Conference on Transportation, Mechanical, and Electrical Engineering (TMEE), Changchun, China, 2011.

LETTOVSKY L. Airline operations recovery: an optimization approach, PhD Dissertation, Georgia Institute of Technology, 1997.

MAHER S. A novel passenger recovery approach for the integrated airline recovery problem. **Computer and Operations Research**, v. 57, p. 123-137, 2015.

MAHER S. Solving the integrated airline recovery problem using column-and-row generation. **Transportation Science**, 50(1), p.216-239, 2016.

MARIANI C. Disruption management in the airline industry, MSc. Thesis, Norwegian University Of Science And Technology, 2015

MARLA L, VAABEN B, BARNHART C. Integrated Disruption Management and Flight Planning to Trade Off Delays and Fuel Burn. **Transportation Science**, 51(1):88-111, 2017.

MILBREDT O, RADIVOJEVIC S. New Approach for Assistance of Airline Operation Controllers Based on Passenger Perception and Stakeholder Business Prioritization Policy, **Air Transport and Operations Symposium**, 2015.

MORAIS, F. Heurística Matemática Híbrida para Recuperação da Malha de Empresa Aérea, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2019.

MORAIS F, CAETANO D, GUALDA N. Math-heuristic para o problema de recuperação de malha aérea (Recovery Problem), XVII AIR TRANSPORTATION SYMPOSIUM – SITRAER, São Paulo, Outubro 2018, https://www.researchgate.net/publication/328433545_MATH-HEURISTIC_PARA_O_PROBLEMA_DE_RECUPERACAO_DE_MALHA_AEREA_RECOVERY_PROBLEM.

MULIGAN J. Europe's flight delays cost €100 a minute, Business World, Independent.ie <https://www.independent.ie/business/world/europes-flight-delays-cost-100-a-minute-37934906.html>, March, 21, 2019, Ireland.

PALPANT, M, BOUDIA, M, ROBELIN, C-A, GABTENI, S, LABURTHE, F. RAODEF 2009 Challenge: Disruption Management for Commercial Aviation, Amadeus S.A.S., Operations Research Division, France, 2009.

PETERSEN, J, SOLVELING G, JOHNSON, E.J., CLARKE, J.-P., SHEBALOV, S. An optimization approach to airline integrated recovery. **Transportation Science** 46(4), p. 482–500, 2012.

SERRANO F, KAZDA A. Airline disruption management: yesterday, today and tomorrow. **Transportation Research Procedia** 28, p.3–10, International Conference on Air Transport, 2017.

SINCLAIR K, CORDEAU J-F, LAPORTE G. Improvements to a large neighborhood search heuristic for an integrated aircraft and passenger recovery problem. **European Journal of Operational Research**, v. 233, p. 234–245, 2014.

WITTMER A, BIEGER T, MULLER, R. Aviation Systems: Management of the integrated aviation value chain, **Springer Texts in Business Economics**, Springer-Verlag, 2011.

YU, G. (Editor) Operations research in the airline industry, Springer Science + Business Media, 1998.

YU G, QI X. Disruption management: frameworks, models and applications, World Scientific Publishing Co., London, 2004.

ZEGORDI, S, JAFARI, N. Solving the airline recovery problem by using ant colony optimization. **International Journal of Industrial Engineering & Production Research**, 21(3), p.121–128, 2010.

ZHANG, Y. Real-time intermodal substitution: strategy for airline recovery from schedule perturbation and for mitigation of airport congestion. PhD Dissertation, University of California, Berkeley, 2008.

ZHANG D, LAU H, YU C. A two stage heuristic algorithm for the integrated aircraft and crew schedule recovery problems, **Computers & Industrial Engineering**, 87, p.436–453, 2015.

ZHANG D, YU C, DESAIB J, LAU H. A math-heuristic algorithm for the integrated air service recovery, **Transportation Research Part B**, 84, 211–236, 2016.