CAUÊ SAUTER GUAZZELLI

MODELOS E MÉTODOS PARA ESTUDOS DE CONFIGURAÇÃO DE REDES
LOGÍSTICAS

SÃO PAULO

2018

CAUÊ SAUTER GUAZZELLI

MODELOS E MÉTODOS PARA ESTUDOS DE CONFIGURAÇÃO DE REDES
LOGÍSTICAS

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Ciências

SÃO PAULO

2018

CAUÊ SAUTER GUAZZELLI

MODELOS E MÉTODOS PARA ESTUDOS DE CONFIGURAÇÃO DE REDES
LOGÍSTICAS

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Ciências

Área de Concentração:
Engenharia de Transportes

Orientador: Prof. Livre-Docente
Claudio Barbieri da Cunha

SÃO PAULO

2018

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Guazzelli, Cauê Sauter

Modelos e métodos para estudos de configuração de redes logísticas / C. S. Guazzelli -- versão corr. -- São Paulo, 2018.
443 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia de Transportes.

1.Planejamento de transportes 2.Logística 3.Cadeia de suprimentos
4.Programação inteira e fluxos em rede 5.Redes neurais I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes II.t.

AGRADECIMENTOS

A Deus por sua graça e constante amparo e força; tudo o que tenho é Teu.

A meu orientador Prof. Dr. Claudio Barbieri da Cunha pelas inúmeras contribuições e pelos desafios que propôs ao longo do trabalho; certamente sua busca pela excelência me contagiou, colaborando para o aprimoramento desta tese.

Aos membros da banca de qualificação, Prof. Dr. Reinaldo Morabito e Prof. Dr. Hugo Yoshizaki, por seus comentários, sugestões e valiosas contribuições na banca de qualificação, apontando quais caminhos eram frutíferos e, sobretudo, quais não eram e deveriam ser abandonados. Também agradeço aos demais membros por aceitarem fazer parte da banca de defesa.

A minha família e amigos pelo apoio constante e pela paciência para participarem de monólogos sobre um assunto não palatável a todos os públicos.

Aos meus colegas de pós-graduação e amigos, Rhandal e Renato, que acompanharam todo o processo de desenvolvimento desta tese, pelas inúmeras discussões e ideias que contribuíram muito para o resultado final.

Por fim, à minha amada esposa Juliana, por todo o suporte, companheirismo e compreensão por minha busca pelo conhecimento; você participou de todo esse caminho, me ajudando em todo o momento, seja na tomada de decisão por seguir uma carreira acadêmica, seja me dando suporte em momentos de desânimo. Obrigado por tudo.

RESUMO

Este trabalho trata do problema de configuração de redes logísticas, em que são consideradas como principais decisões a quantidade e a localização de instalações logísticas e a definição da alocação de clientes às instalações. Mais especificamente, o trabalho considera um processo típico de configuração de redes logísticas que se vale de modelos discretos de otimização e a tomada de decisão com base nos resultados. O objetivo da tese é propor modelos e métodos capazes de dar suporte às etapas fundamentais deste tipo de estudo. Inicialmente são propostos métodos para a seleção de locais candidatos considerados nos modelos de localização. Os métodos se valem de informações sobre a distribuição dos pontos de demanda ao longo da rede para a obtenção dos candidatos a instalação e são avaliados por meio de sua aplicação a dois conjuntos de instâncias da literatura científica e comparação de tempos de resolução e de valores da função objetivo. Os resultados mostram que o tempo de resolução foi reduzido, na média, em 57% e os *gaps* das funções objetivo resultantes vale menos que 0,16% em comparação com os modelos que consideram todos os pontos de demanda como candidatos. Adicionalmente, também foram propostos métodos capazes de obter soluções alternativas de qualidade para problemas de localização que podem ser comparadas a fim de fornecer mais subsídio para a tomada de decisão. Os métodos são capazes de obter as K melhores soluções de problemas de localização e são avaliados por meio de sua aplicação a 215 instâncias da literatura científica. Além disso, a abordagem proposta permitiu a análise de resultados nunca antes obtidos para um problema muito estudado: as K melhores soluções do problema de localização de instalações capacitadas com custo fixo. Duas características principais foram identificadas: a quantidade de instalações é estável – em 99% das instâncias testadas o desvio padrão da quantidade de instalações nas 20 melhores soluções de cada instância é menor que um – e grande parte das instalações que fazem parte da solução ótima de cada instância também faz parte da maior parte das 20 melhores soluções. A partir de tais conclusões, o trabalho investiga algumas propriedades gerais de problemas de localização e apresenta uma análise topológica das 215 instâncias utilizadas, com base em indicadores propostos. Por fim, três tipos de modelos de redes neurais capazes de identificar relações entre os valores dos indicadores das instâncias e os valores das variáveis resposta associadas às melhores soluções são aplicados e avaliados. A abordagem consiste em comparar o tempo de resolução e o valor da função objetivo de modelos cujos espaços de soluções viáveis são reduzidos com base nos resultados obtidos pelas redes neurais. Os resultados mostram que é possível utilizar tal abordagem para melhorar o processo de configuração de redes logísticas, seja na etapa de construção dos modelos seja proporcionando mais subsídios para a tomada de decisão.

Palavras-Chave: Planejamento de transportes. Logística. Cadeia de suprimentos. Programação inteira e fluxos em rede. Redes neurais.

ABSTRACT

This thesis deals with the supply chain network design problem (SCND) that aims to find the optimal location of facilities and the allocation of customers to each facility. The work considers a typical process of SCND in which discrete optimization models are run and its results are used in the decision making. The goal of the thesis is to propose models and methods to support the stages of this type of planning process. Initially, methods for the selection of candidates considered in the localization models are proposed. The methods consider the distribution of the demand points throughout the network to obtain the candidates and are evaluated by their application to two sets of scientific literature instances and comparison of computational times and objective function values. The results show that the average computational time has been reduced by 57% and the resulting objective function gaps are less than 0,16% compared to the solutions obtained by the models that consider all the demand points as candidates. In addition, the thesis present methods capable of obtaining high-quality alternative solutions to location problems that can be compared in order to provide better support for decision making. The methods obtain the K -best solutions of location problems and are evaluated by their application to 215 instances of the scientific literature. In addition, the proposed approach allowed the analysis of results never before obtained for a well-studied problem: the best solutions of the capacitated fixed cost facility location problem. Two main insights were identified: the number of facilities is stable – in 99% of the tested instances the standard deviation of the number of facilities in the 20 best solutions of each instance is less than one – and most of the selected facilities in the optimal solution of each instance is selected in most of the 20 best solutions as well. Based on these conclusions, the work investigates some general properties of localization problems and presents a topological analysis of the 215 instances, based on proposed indicators. Finally, three types of neural network models capable of identifying relations between the instances indicators and the values of the variables of the best solutions are applied and evaluated. The approach consists in comparing the computational time and the objective function value of models whose feasible solution spaces are reduced based on the results obtained by the neural networks. The results show that it is possible to use such approach to improve the SCND process, either at the construction stage of the models or by providing more information for the decision making.

Keywords: Transport planning. Logistics. Supply Chain. Integer programming and network flows. Neural network.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema do processo de planeamento em que modelos de otimização são utilizados	36
Figura 2.2 – Elementos que compõem um modelo de localização utilizado no SCND.....	37
Figura 2.3 – Esquema do processo típico de SCND	38
Figura 2.4 – Esquema do processo típico de SCND com etapas em que cada agente é envolvido.....	39
Figura 3.1 – Esquema do processo de planeamento para localização de instalações.....	44
Figura 3.2 – Rota realmente percorrida x rotas equivalentes para fins de planeamento	53
Figura 5.1 – Pseudocódigo para geração de candidatos por momento de transporte.....	72
Figura 5.2 – Representação dos pontos de exemplo de aplicação do método Mc2 em um plano de coordenadas.....	73
Figura 5.3 – Pseudocódigo para geração de <i>clusters</i> – <i>k-means</i>	77
Figura 5.4 – Representação dos pontos do Conjunto 1 em um plano de coordenadas, com códigos e demandas correspondentes.....	79
Figura 5.5 – Representação em um plano de coordenadas dos candidatos selecionados por cada método com $N=16$, para o Conjunto 1	81
Figura 5.6 – Representação em um plano de coordenadas dos candidatos selecionados por cada método com $N=25$, para o Conjunto 1	82
Figura 5.7 – Representação em um plano de coordenadas dos <i>clusters</i> formados pelos Métodos 3a e 3b com $N=16$, para o Conjunto 1	83
Figura 5.8 – Representação em um plano de coordenadas dos <i>clusters</i> formados pelos Métodos 3a e 3b com $N=25$, para o Conjunto 1	83
Figura 5.9 – Representação em mapas dos candidatos selecionados por cada método com $N=15$, para o Conjunto 5.....	86
Figura 5.10 – Representação em mapas dos candidatos selecionados por cada método com $N=30$, para o Conjunto 5.....	87
Figura 5.11 – Representação em mapas dos candidatos selecionados por cada método com $N=60$, para o Conjunto 5.....	88

Figura 5.12 – Representação em mapa dos candidatos selecionados pelo método Mc3c, para o Conjunto 5.....	89
Figura 5.13 – Representação em mapas dos <i>clusters</i> formados pelo método Mc3 com $N=15, 30$ e 60 , para o Conjunto 5	89
Figura 5.14 – Representação em mapas dos <i>clusters</i> definidos como as mesorregiões do IBGE, para o Conjunto 5.....	90
Figura 5.15 – Metodologia utilizada na avaliação de métodos de definição de candidatos.....	92
Figura 5.16 – Relação entre percentil 5 e mediana dos <i>gaps</i> e a quantidade de instalações abertas obtidas pelo modelo vértex.....	98
Figura 5.17 – Percentil 5 dos <i>gaps</i> obtidos para cada instância e cada N em função da relação entre N e a quantidade de instalações na solução ótima	100
Figura 6.1 – Esquema do processo de SCND considerando soluções alternativas.....	105
Figura 6.2 – Aumento % médio no tempo de cada iteração k para os conjuntos 1 e 4	122
Figura 6.3 – Quantidade de soluções dentre as 20 melhores obtidas por cada iteração do método Ms4, para os conjuntos 1 e 4.....	123
Figura 6.4 – Curvas da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 agrupadas pela quantidade de candidatos	125
Figura 6.5 – Curva da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 agrupadas pela capacidade das instalações	126
Figura 6.6 – Curvas da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 agrupadas pela relação entre custo fixo e custo variável de transporte.....	127
Figura 6.7 – Quantidade média de instalações abertas nas 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 pela relação entre custo fixo e custo variável de transporte	128
Figura 6.8 – Curvas do <i>gap</i> da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 2 agrupadas pela quantidade de candidatos	130
Figura 6.9 – Curvas do <i>gap</i> da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 2 agrupadas pela relação entre a capacidade e a demanda total.....	131
Figura 6.10 – Quantidade média de instalações abertas nas 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 2 pela relação entre custo fixo e custo variável de transporte	131

Figura 6.11 – <i>Gap</i> médio da FO das 20 melhores soluções, por conjunto de instâncias.....	134
Figura 6.12 – Desvios padrão médios da quantidade de instalações nas soluções de cada instância.....	135
Figura 6.13 – Frequência de soluções alternativas pela quantidade de alterações em relação à solução ótima, por conjunto de instância.....	138
Figura 6.14 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em quatro instâncias representativas do Conjunto 1	142
Figura 6.15 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 1	142
Figura 6.16 – Quantidade de <i>instalações ótimas</i> pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 1	143
Figura 6.17 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 1	144
Figura 6.18 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 1	144
Figura 6.19 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em quatro instâncias representativas do Conjunto 2	146
Figura 6.20 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 2	147
Figura 6.21 – Quantidade de <i>instalações ótimas</i> pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 2	147
Figura 6.22 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 2	148
Figura 6.23 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 2.....	148
Figura 6.24 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em cinco instâncias representativas do Conjunto 3	151
Figura 6.25 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 3	152

Figura 6.26 – Quantidade de <i>instalações ótimas</i> pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 3.....	152
Figura 6.27 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 3.....	153
Figura 6.28 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 3	153
Figura 6.29 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em quatro instâncias representativas do Conjunto 4.....	155
Figura 6.30 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 4	156
Figura 6.31 – Quantidade de <i>instalações ótimas</i> pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 4.....	157
Figura 6.32 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 4.....	157
Figura 6.33 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 4	158
Figura 6.34 – Representação em mapa da frequência de instalações abertas em seis instâncias representativas do Conjunto 5	160
Figura 6.35 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 5	161
Figura 6.36 – Quantidade de instalações ótimas pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 5.....	162
Figura 6.37 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 5.....	162
Figura 6.38 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 5	163
Figura 7.1 – Exemplo genérico de custo total em relação à quantidade de instalações	172
Figura 7.2 – Exemplo de quantidade de instalações abertas na solução ótima em função do custo fixo de cada instalação.....	176
Figura 7.3 – Exemplo de custos fixos, variáveis e totais das soluções ótimas em função do custo fixo de cada instalação.....	176

Figura 7.4 – Metodologia utilizada na análise topológica das instâncias	203
Figura 7.5 – Relação entre a quantidade de instalações na solução ótima e a quantidade de clientes e de candidatos para as instâncias dos conjuntos de 1 a 5204	
Figura 7.6 – Relação entre as variáveis resposta $PMed^{20}$ e $POtimo$	206
Figura 7.7 – Histograma da diferença entre as variáveis resposta $PMed^{20}$ e $POtimo$	206
Figura 7.8 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst1$ - Relação entre custo fixo médio e o <i>lower bound</i> do custo variável de transporte, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5.....	207
Figura 7.9 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst2$ - Relação entre custo fixo médio e custo variável de transporte médio ponderado, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5.....	208
Figura 7.10 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst3$ – Variabilidade da <i>demanda de alocação ótima</i> , para instâncias dos conjuntos de 1 a 5	209
Figura 7.11 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst4$ – Variabilidade da <i>demanda de alocação ótima</i> , para instâncias dos conjuntos de 1 a 5	209
Figura 7.12 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst5$ – Variabilidade do custo fixo, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5	210
Figura 7.13 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst6$ – Relação entre capacidade média dos candidatos e a demanda total, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5.....	210
Figura 7.14 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst7$ – Relação entre capacidade total e demanda total, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5.....	211
Figura 7.15 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst8$ – Variabilidade da capacidade, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5.....	211
Figura 7.16 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst9$ – Relação entre falta de capacidade e demanda, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5.....	212
Figura 7.17 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst10$ – Variabilidade da demanda, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5	212

Figura 7.18 – Matriz de correlação entre os indicadores de instâncias	213
Figura 7.19 – Representação das 215 instâncias dos conjuntos de 1 a 5 em um plano de coordenadas.....	215
Figura 7.20 – Representação dos <i>clusters</i> das 215 instâncias dos conjuntos de 1 a 5 em um plano de coordenadas	216
Figura 7.21 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand1</i> – Demanda percentual de alocação ótima, para instâncias do <i>cluster 1</i>	218
Figura 7.22 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand2</i> – Relação entre o aumento mínimo no custo em função de não abrir e o custo fixo, para instâncias do <i>cluster 1</i>	220
Figura 7.23 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand3</i> – Relação entre o custo fixo e a capacidade, para instâncias do <i>cluster 1</i>	221
Figura 7.24 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand4</i> – Relação entre o custo fixo e a <i>demanda de alocação ótima</i> , para instâncias do <i>cluster 1</i>	221
Figura 7.25 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand5</i> – Relação entre a contribuição ao <i>lower bound</i> do custo variável e o <i>upper bound</i> , para instâncias do <i>cluster 1</i>	222
Figura 7.26 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand6</i> – Relação entre o custo fixo e o <i>upper bound</i> , para instâncias do <i>cluster 1</i>	223
Figura 7.27 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand7</i> – Relação entre o potencial de ordem 5 e o <i>upper bound</i> , para instâncias do <i>cluster 1</i>	224
Figura 7.28 – Relação entre as variáveis resposta <i>ZOtimo</i> e <i>PMed²⁰</i> e o indicador <i>ICand8</i> – Potencial total normalizado, para instâncias do <i>cluster 1</i>	225
Figura 8.1 – Esquema de RN clássica com aprendizado supervisionado e três camadas de neurônios	232
Figura 8.2 – Metodologia utilizada na aplicação das RNs	233
Figura 8.3 – CTs e CAs para os quatro cenários utilizados na aplicação das RNs	235

Figura 8.4 – Função de transformação de dados com α valendo 4, 2 e zero.	241
Figura 8.5 – Histograma do <i>Erro 1</i> (<i>P_{Otimo}</i>) para cada um dos CAs.....	242
Figura 8.6 – Histograma do <i>Erro 2</i> (<i>P_{Med}²⁰</i>) para cada um dos CAs.....	243
Figura 8.7 – Relação entre <i>Erro 2</i> e <i>P_{Medest}20</i> , por CA.....	244
Figura 8.8 – Erro 2 para os instâncias dos quatro cenários utilizados na aplicação das RNs distribuídas em um plano de coordenadas	245
Figura 8.9 – Instâncias e candidatos com erros da Rn2 com critério de classificação à classe com probabilidade maior ou igual a 99%.....	249
Figura 8.10 – Relação entre percentual de erros de classificação e percentual de elementos <i>previsíveis</i> por CA	250
Figura 8.12 – Histograma do <i>Erro</i> da Rn3 com α valendo 0 para cada um dos CAs.....	252
Figura 8.13 – Histograma do <i>Erro</i> da Rn3 com α valendo 2 para cada um dos CAs.....	252
Figura 8.14 – Histograma do <i>Erro</i> da Rn3 com α valendo 4 para cada um dos CAs.....	252

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Pontos do exemplo de aplicação do método Mc2.....	73
Tabela 5.2 – Matriz $Mcl0$	74
Tabela 5.3 – Matriz $Mcl0,2$	74
Tabela 5.4 – Matriz $Mcl0,5$	74
Tabela 5.5 – Matriz $Mcl1$	75
Tabela 5.6 – Ordem de seleção de candidatos para o exemplo com variações no θ	75
Tabela 5.7 – Custo de transporte médio entre cada candidato e o candidato mais próximo ($\$/unidade$).....	80
Tabela 5.8 – Seleção como candidatos de pontos presentes na solução ótima de ao menos uma instância do Conjunto 1 por cada método	84
Tabela 5.9 – Custo médio entre candidato e o candidato mais próximo ($\$/unidade$).....	85
Tabela 5.10 – Seleção como candidatos de pontos presentes na solução ótima de ao menos uma instância do Conjunto 5 por cada método	91
Tabela 5.11 – Valores da FO e <i>gaps</i> para instâncias do Conjunto 1	93
Tabela 5.12 – Comparação entre o valor da FO obtido pelo método Mc1 e pela instância original com a mesma quantidade de candidatos	94
Tabela 5.13 – Valores da FO e <i>gaps</i> para instâncias do Conjunto 5	95
Tabela 5.14 – Quantidade de instalações abertas nas soluções de instâncias do Conjunto 1 por método	96
Tabela 5.15 – Quantidade de instalações abertas nas soluções de instâncias do Conjunto 5 por método	97
Tabela 5.16 – Quantidade de instalações, mediana e percentil 5 dos <i>gaps</i> das soluções obtidas por meio dos métodos aplicados a cada instância do Conjunto 1 ..	97
Tabela 5.17 – Quantidade de instalações, mediana e percentil 5 dos <i>gaps</i> das soluções obtidas por meio dos métodos aplicados a cada instância do Conjunto 5 ..	98
Tabela 5.18 – Tempo de resolução de cada instância do Conjunto 1 com candidatos obtidos por cada método (milissegundos).....	101
Tabela 5.19 – Tempo de resolução de cada instância do Conjunto 5 com candidatos obtidos por cada método (milissegundos).....	101

Tabela 6.1 – Tempo médio para cada método obter as 20 melhores soluções de cada instância (s).....	119
Tabela 6.2 – Frequência percentual de melhor desempenho por método para cada conjunto de instâncias.....	119
Tabela 6.3 – Tempo de resolução de instâncias do Conjunto 1 (s).....	120
Tabela 6.4 – Tempo de resolução de instâncias do Conjunto 4 (s).....	120
Tabela 6.5 – Tempo médio de otimização e de construção para a obtenção das 20 melhores soluções dos conjuntos 1 e 4 (s).....	121
Tabela 6.6 – Quantidade de instâncias em que as 20 melhores soluções são obtidas com menos de 20 iterações por quantidade de iterações necessárias	123
Tabela 6.7 – Quantidade média de instalações abertas nas 10 melhores e 10 piores soluções analisadas das instâncias do Conjunto 1 por relação entre custo fixo e custo variável de transporte	128
Tabela 6.8 – Desvio padrão médio da quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada instância do Conjunto 1	128
Tabela 6.9 – Quantidade média de instalações abertas nas 10 melhores e 10 piores soluções alternativas das instâncias do Conjunto 2 por relação entre custo fixo e custo variável de transporte	132
Tabela 6.10 – Desvio padrão médio da quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada instância do Conjunto 2	132
Tabela 6.11 – Desvio padrão médio da quantidade de instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada conjunto.....	136
Tabela 6.12 – Dados sobre a quantidade de instalações ótimas que aparecem nas soluções alternativas, por conjunto de instâncias	136
Tabela 6.13 – Percentual médio, mínimo e máximo de candidatos abertos em soluções alternativas em relação à quantidade de candidatos por instância.....	137
Tabela 6.14 – Percentuais de instalações que abrem na solução ótima, em ao menos uma solução alternativa e não abrem em nenhuma solução alternativa.....	137
Tabela 6.15 – Valores referentes à quantidade de alterações das soluções alternativas	138
Tabela 6.16 – Percentuais referentes aos tipos de alterações das soluções alternativas	139
Tabela 6.17 – Percentuais de clientes com nível de serviço melhor, igual e pior, por conjunto de instâncias	140

Tabela 6.18 – Valores médios de funções objetivo e <i>gaps</i> de instâncias do Conjunto 1, pelos agrupamentos definidos	141
Tabela 6.19 – Valores médios de funções objetivo e <i>gaps</i> de instâncias do Conjunto 2, pelos agrupamentos definidos	145
Tabela 6.20 – Valores médios de funções objetivo e <i>gaps</i> de instâncias do Conjunto 3, pelos agrupamentos definidos	150
Tabela 6.21 – Valores médios de funções objetivo e <i>gaps</i> de instâncias do Conjunto 4, pelos agrupamentos definidos	155
Tabela 6.22 – Valores médios de funções objetivo e <i>gaps</i> de instâncias do Conjunto 5, pelos agrupamentos definidos	159
Tabela 7.1 – Médias e desvios padrão dos indicadores e variáveis resposta de instância para os conjuntos de instâncias de 1 a 5	205
Tabela 7.2 – Distâncias médias de instâncias do mesmo <i>cluster</i>	215
Tabela 7.3 – <i>Clusters</i> de instâncias criados por <i>k-means</i> com <i>k</i> valendo 4....	216
Tabela 7.4 – Médias e desvios padrão dos indicadores de candidatos para os conjuntos do <i>cluster</i> 1	217
Tabela 8.1 – Classes de candidatos da Rn2	239
Tabela 8.2 – <i>Erro 1</i> e <i>Erro 2</i> absolutos médios por conjunto por cenário.....	243
Tabela 8.3 – <i>Erro 2</i> por faixa de $PMed^{20}_{est}$	244
Tabela 8.4 – Classe de cada elemento dos conjuntos de aplicação.....	246
Tabela 8.5 – Resultado da Rn2 com critério de classificação referente à classe de maior probabilidade	246
Tabela 8.6 – Resultado da Rn2 com critério de classificação com probabilidade maior ou igual a 95,0%.....	247
Tabela 8.7 – Resultado da Rn2 com critério de classificação com probabilidade maior ou igual a 99,0%.....	247
Tabela 8.8 – Relação entre a abertura do candidato na solução ótima e os resultados obtidos por meio da Rn2 com critério de classificação à classe de maior probabilidade.....	248
Tabela 8.9 – Relação entre a abertura do candidato na solução ótima e os resultados obtidos por meio da Rn2 com critério de classificação à classe com probabilidade maior ou igual a 95,0%	248

Tabela 8.10 – Relação entre a abertura do candidato na solução ótima e os resultados obtidos por meio da Rn2 com critério de classificação à classe com probabilidade maior ou igual a 99,0%.....	248
Tabela 8.11 – <i>Erro</i> absoluto médio e desvio padrão do erro por cenário para cada variação da Rn3.....	251
Tabela 8.12 – Quantidade de elementos nas faixas de valor do neurônio de saída e de <i>Erro</i>	253
Tabela 8.13 – Erro absoluto médio e desvio padrão por faixa de valor do neurônio de saída para cada α valendo 0, 2 e 4.....	254
Tabela 9.1 – Percentual de acertos da Rn1 dentro da faixa de erro	257
Tabela 9.2 – Quantidade média de soluções inteiras diferentes para cada faixa e % sobre o total de soluções diferentes, com uso de resultados da Rn1	258
Tabela 9.3 – Relação de tempo e FO total dos <i>modelos restritos</i> e os <i>modelos irrestritos</i> , por grupo de instância, com uso de resultados da Rn1	259
Tabela 9.4 – Quantidade de instâncias com aumento ou redução de tempo de resolução, por faixa e por grupo de instância, com uso de resultados da Rn1	260
Tabela 9.5 – Quantidade de instâncias com valor da FO igual ou pior em relação à solução ótima, por faixa e por grupo de instância, com uso de resultados da Rn1	260
Tabela 9.6 – Quantidade média de soluções inteiras diferentes dos <i>modelos restritos</i> sobre o total de soluções diferentes, com uso de resultados da Rn2	262
Tabela 9.7 – Relação de tempo e FO total dos <i>modelos restritos</i> e os <i>modelos irrestritos</i> , por grupo de instância, com uso de resultados da Rn2	262
Tabela 9.8 – Quantidade de instâncias com aumento ou redução de tempo de resolução do <i>modelo restrito</i> em relação ao <i>modelo irrestrito</i> , por grupo de instância, com uso de resultados da Rn2	263
Tabela 9.9 – Quantidade de instâncias com valor da FO do <i>modelo restrito</i> igual ou pior à solução ótima, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn2	263
Tabela 9.10 – Quantidade média de soluções inteiras diferentes dos <i>modelos restritos</i> sobre o total de soluções diferentes, com uso de resultados da Rn3	264
Tabela 9.11 – Relação de tempo e FO total dos <i>modelos restritos</i> e os <i>modelos irrestritos</i> , por grupo de instância, com uso de resultados da Rn3	265

Tabela 9.12 – Quantidade de instâncias com aumento ou redução de tempo de resolução do *modelo restrito* em relação ao *modelo irrestrito*, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn3.....265

Tabela 9.13 – Quantidade de instâncias com valor da FO no *modelo restrito* igual ou pior à solução ótima, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn3266

LISTA DE QUADROS

Quadro 6.1 – Valor das restrições para cinco exemplos de soluções	114
Quadro 6.2 – Soluções obtidas na primeira iteração do exemplo	116
Quadro 6.3 – Soluções obtidas na segunda iteração do exemplo	117
Quadro 6.4 – Soluções obtidas na terceira iteração do exemplo	117
Quadro 6.5 – Cinco melhores soluções obtidas até a segunda iteração.....	117
Quadro 6.6 – Cinco melhores soluções do problema.....	118

LISTA DE SIGLAS

CA	Conjunto de aplicação;
CD	Centro de distribuição;
CFCFL	Problema de Localização de Instalações Capacitadas com Custo Fixo (<i>Capacitated Fixed Cost Facility Location Problem</i>);
CT	Conjunto de treino;
FO	Função objetivo;
MIP	Programação Inteira Mista (<i>Mixed-Integer Programming</i>);
RN	Modelo de rede neural;
SCND	Configuração da cadeia de suprimentos (<i>Supply Chain Network Design</i>);
SSFL	Problema de Localização de Instalações com Único Fornecedor (<i>Single Source Facility Location Problem</i>);

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	29
1.1 OBJETIVO	32
1.2 VISÃO GERAL DA TESE	32
2 O PROBLEMA DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS (SCND)	35
2.1 ELEMENTOS DO PROCESSO DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS	36
2.1.1 Etapas fundamentais	36
2.1.2 Agentes envolvidos	38
2.2 PONTOS CRÍTICOS DO PROCESSO DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS	39
3 REFERENCIAL TEORICO SOBRE A CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS.....	43
3.1 TRABALHOS SOBRE O PROCESSO GERAL DE CONFIGURAÇÃO DE CADEIAS LOGÍSTICAS (SCND)	43
3.2 REPRESENTAÇÃO DA REALIDADE POR MEIO DE AGRUPAMENTO DE PONTOS.....	46
3.2.1 Agrupamento de pontos de demanda ou pontos de origem	47
3.2.2 Agrupamento de candidatos a instalação.....	49
3.3 ESTIMATIVA DE CUSTOS PARA A CONSTRUÇÃO DE MODELOS	50
3.3.1 Estimativa de custos de transporte.....	51
3.3.2 Estimativas de custo de instalação.....	54
3.4 DEFINIÇÃO A <i>PRIORI</i> DE CANDIDATOS A INSTALAÇÃO	55
3.5 OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES ALTERNATIVAS	58
4 DELIMITAÇÃO DO ESCOPO E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	63
4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS MODELOS UTILIZADOS NA TESE E SUA REPRESENTAÇÃO	64
4.2 O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES CAPACITADAS COM CUSTO FIXO (<i>CAPACITATED FIXED COST FACILITY LOCATION PROBLEM – CFCFL</i>)	67
5 MÉTODOS PARA DEFINIÇÃO DE CANDIDATOS	69

5.1	DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS	70
5.1.1	Método de escolha de candidatos 1 (Mc1) – N pontos com maior demanda	70
5.1.2	Método de escolha de candidatos 2 (Mc2) – N pontos com maior momento de transporte	70
5.1.3	Métodos de escolha de candidatos 3a e 3b (Mc3a e Mc3b) – N clusters e seleção de pontos de cada cluster com maior demanda ou menor distância média	75
5.2	APLICAÇÃO DOS MÉTODOS	78
5.2.1	Candidatos a instalação – Conjunto 1 (AKINC; KHUMAWALA, 1977)	79
5.2.2	Candidatos a instalação – Conjunto 5 (GUAZZELLI; CUNHA, 2015a)	84
5.3	AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS	92
5.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	102
6	MÉTODOS PARA OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES ALTERNATIVAS	105
6.1	DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS	108
6.1.1	Método de solução 1 (Ms1) – Básico com adição de restrições	109
6.1.2	Método de solução 2 (Ms2) – Inicialização com segundas melhores soluções obtidas	110
6.1.3	Método de solução 3 (Ms3) – Inicialização com melhor vizinho	112
6.1.4	Método de solução 4 (Ms4) – Salva e elimina	115
6.2	AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS	118
6.2.1	Tempos computacionais para obtenção das 20 melhores soluções	118
6.2.2	Evolução dos tempos computacionais da iteração k	121
6.2.3	Características da obtenção das soluções no método Ms4	122
6.3	ANÁLISES DAS K MELHORES SOLUÇÕES	124
6.3.1	Análise do comportamento das 200 melhores soluções	124
6.3.2	Análise das 20 melhores soluções	134
6.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	165
7	ANÁLISE DE PROPRIEDADES DO CFCFL E SUA RELAÇÃO COM AS SOLUÇÕES ÓTIMAS	169
7.1	INVESTIGAÇÃO DE PROPRIEDADES GERAIS DO CFCFL	170
7.1.1	Quantidade de instalações na solução ótima em função dos custos fixos das instalações	171

7.1.2	Quantidade de instalações na solução ótima em função da capacidade das instalações.....	177
7.1.3	Abertura de candidatos em função da relação entre o “custo de não abertura” e seu custo fixo.....	182
7.2	INDICADORES PARA PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES CAPACITADAS COM CUSTO FIXO	188
7.2.1	Indicadores de instâncias	190
7.2.2	Indicadores de candidatos.....	196
7.2.3	Variáveis resposta	201
7.3	ANÁLISE TOPOLÓGICA DAS INSTÂNCIAS	202
7.3.1	Análise de propriedades de instâncias	204
7.3.2	Análise de propriedades de instalações	217
7.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	225
8	UTILIZAÇÃO DE REDES NEURAS NA AVALIAÇÃO DA POTENCIALIDADE DE INSTALAÇÕES	229
8.1	ABORDAGEM UTILIZADA NA APLIAÇÃO DAS REDES NEURAS	232
8.1.1	Rede Neural 1 (Rn1) – Previsão de quantidade de instalações abertas	235
8.1.2	Rede Neural 2 (Rn2) – Classificação de candidatos <i>previsíveis</i> abertos e não abertos.....	237
8.1.3	Rede Neural 3 (Rn3) – Previsão da “qualidade” dos candidatos	239
8.2	RESULTADOS DA APLICAÇÃO DAS REDES NEURAS.....	241
8.2.1	Análises dos resultados do modelo Rn1.....	242
8.2.2	Análises dos resultados do modelo Rn2.....	245
8.2.3	Análises dos resultados do modelo Rn3.....	250
8.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	254
9	AVALIAÇÃO DA UTILIZAÇÃO DOS RESULTADOS DAS REDES NEURAS PARA A REDUÇÃO DO ESFORÇO COMPUTACIONAL	257
9.1	QUANTIDADE DE INSTALAÇÕES	257
9.2	CANDIDATOS PREVISÍVEIS	261
9.3	QUALIDADE DOS CANDIDATOS	263
9.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	266
10	CONSIDERAÇÕES FINAIS	269

10.1 CONTRIBUIÇÕES	269
10.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	273

11 REFERÊNCIAS	277
-----------------------------	------------

APÊNDICE A – MODELOS DE LOCALIZAÇÃO UTILIZADOS NO PROBLEMA DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS.....	297
--	------------

A.1 MODELOS FUNDAMENTAIS	299
A.1.1 Modelos de Cobertura (<i>Location Covering</i>)	299
A.1.2 Modelos <i>p</i> -Centros (<i>p-Center</i>).....	302
A.1.3 Modelos <i>p</i> -Medianas (<i>p-Means</i>).....	304
A.1.4 Modelos de Localização de Instalações com Custo Fixo (<i>Fixed Charge Facility Location – FCFL</i>)	307
A.1.5 Modelos de Localização de Instalações Capacitadas (<i>Capacitated Facility Location – CFL</i>).....	310
A.2 MODELOS COM MÚLTIPLAS CAMADAS (<i>MULTIPLE LAYER FACILITY LOCATION MODELS</i>).....	319
A.2.1 Formulações de Fluxos Simples (Flow-based formulations for single-flow systems).....	322
A.2.2 Formulação de Fluxos Múltiplos (Flow-based formulations for multi-flow systems).....	324
A.2.3 Formulações com Transferências entre Instalações de Mesma Camada....	326
A.2.4 Formulações Baseadas em Alocações (<i>Assignment-based Formulations</i>)	328
A.3 MODELOS COM MÚLTIPLOS TIPOS DE PRODUTOS (<i>MULTIPRODUCTS MODELS</i>).....	330
A.4 MODELOS COM MÚLTIPLOS PERÍODOS (<i>DYNAMIC MODELS</i>)	335
A.4.1 Modelo com configuração fixa ao longo do horizonte de planejamento	336
A.4.2 Modelos com aberturas ao longo do horizonte de planejamento	341
A.5 MODELOS COM MÚLTIPLOS CRITÉRIOS (<i>MULTICRITERIA DECISION ANALYSIS – MCDA</i>)	343
A.5.1 Problemas de localização multicritério	344
A.5.2 Tipos de abordagens em problemas com múltiplos objetivos	346
A.5.3 Critérios considerados em modelos de localização	348
A.5.4 MCDA em problemas de configuração logística	355
A.6 OUTROS TIPOS DE RESTRIÇÃO	356

A.6.1	Instalação abastecida por apenas uma fonte	356
A.6.2	Restrição de orçamento de investimento.....	358
A.6.3	Faixas de quantidade de instalações	359
A.6.4	Restrições de nível de serviço	360
A.7	OUTROS MODELOS DE LOCALIZAÇÃO.....	363
A.7.1	Escolha de modal/veículos	363
A.7.2	Ganhos de escala em instalações.....	364
A.7.3	Modelos não determinísticos	365
A.7.4	Outros tipos de modelos e características não considerados neste levantamento	365

APÊNDICE B – INSTÂNCIAS DE PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO UTILIZADAS NA TESE..... 367

B.1	CONJUNTO 1 (AKINC; KHUMAWALA, 1977).....	369
B.1.1	Soluções ótimas	374
B.1.2	20 melhores soluções.....	376
B.1.3	Candidatos selecionados por cada variação dos métodos de escolha de candidatos apresentados no capítulo 5	379
B.2	CONJUNTO 2 (HOLMBERG; RÖNNQVIST; YUAN, 1999)	380
B.2.1	Soluções ótimas	382
B.2.2	20 melhores soluções.....	387
B.3	CONJUNTO 3 (BOCCIA; AVELLA, 2006)	391
B.3.1	Soluções ótimas	393
B.3.2	20 melhores soluções.....	398
B.4	CONJUNTO 4 (YANG; CHU; CHEN, 2012).....	402
B.4.1	Soluções ótimas	404
B.4.2	20 melhores soluções.....	406
B.5	CONJUNTO 5 (GUAZZELLI; CUNHA, 2015a)	407
B.5.1	Soluções ótimas	411
B.5.2	20-melhores soluções.....	414
B.5.3	Candidatos selecionados por cada variação dos métodos de escolha de candidatos propostos no capítulo 5	418
B.6	DADOS REFERENTES A PARTE DAS SOLUÇÕES ALTERNATIVAS DAS INSTÂNCIAS ANALISADAS.....	423

B.7 INSTÂNCIA UTILIZADA NO CAPÍTULO 7	426
APÊNDICE C – MODELO QUADRÁTICO PARA REPRESENTAR UMA MATRIZ DE DISTÂNCIAS POR MEIO DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PONTOS.....	431
APÊNDICE D – CONJUNTOS DE INSTÂNCIAS DE TREINO PARA OS CENÁRIOS UTILIZADOS NAS APLICAÇÕES DAS REDES NEURAS	435
APÊNDICE E – FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO E DE TRANSFORMAÇÃO DE DADOS DE ENTRADA NAS REDES NEURAS	439
E.1 FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO.....	439
E.1.1 Função Sigmoidal	439
E.1.2 Função Eliott	439
E.1.3 Função Softmax	440
E.2 FUNÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO DE DADOS.....	440

1 INTRODUÇÃO

As recentes mudanças observadas no cenário econômico mundial, com a globalização e a crescente competição entre empresas por mercados mundiais, bem como seus efeitos no cenário brasileiro, têm ocasionado novos desafios em termos de desempenho e de qualidade de serviços de transporte e logística. Esses fatores têm impacto no planejamento de sistemas logísticos e de transporte em seus aspectos estratégicos, táticos e operacionais.

O Brasil, com suas dimensões continentais e grandes diferenças regionais oferece uma grande oportunidade de redução de custos logísticos se as cadeias de suprimentos das empresas forem dimensionadas adequadamente. Com um perfil de carga predominantemente rodoviária, o país apresenta características que permitem tornar outros tipos de operação financeiramente viáveis, como é o caso do transporte por cabotagem e o transporte ferroviário.

Alterações na oferta de transportes, como o crescimento na oferta de transporte de carga geral por cabotagem e os projetos federais de investimento em infraestrutura ferroviária, além da constante evolução no valor e uso do solo, fazem com que mesmo redes logísticas anteriormente eficientes possam ser “reotimizadas” e reconfiguradas, permitindo reduções no custo logístico.

Ballou (2001) define o problema de configuração de redes logísticas¹ – *Supply Chain Network Design Problem* (SCND) – como o de definir por quais nós em uma rede devem passar os fluxos de materiais que podem ir desde fontes de matéria-prima até os pontos de consumo de produtos finais. O problema trata da definição da quantidade, tamanho e local de diferentes tipos de instalações que devem formar a rede logística, assim como de outros aspectos da operação, como de qual fornecedor comprar a matéria-prima ou produtos, onde produzir cada tipo de produto, quais fluxos de materiais entre instalações devem ocorrer, quais instalações devem abastecer quais clientes, quais veículos devem ser utilizados em cada trecho de transporte, onde devem ser mantidos os estoques dos materiais, entre outros.

¹ Neste trabalho, o termo “configuração de redes logísticas” é utilizado para designar o processo conhecido em inglês por *Supply Chain Network Design* (SCND).

Assim, o processo de configuração de redes logísticas tem como uma de suas principais decisões a de onde localizar as instalações logísticas. Além disso, também está envolvida uma série de outras decisões complexas que impactam os custos e os níveis de serviço das operações no longo prazo.

Nesse contexto, surgem inúmeras oportunidades de desenvolvimento e de utilização de modelos matemáticos para solucionar problemas reais de logística e transportes. Técnicas de otimização vêm sendo utilizadas para abordar esses problemas. Modelos matemáticos que representam a realidade de forma aproximada são construídos e requerem que grande quantidade de cálculos para sua resolução.

Dessa forma, um grande esforço vem sendo empregado na concepção de modelos matemáticos que considerem aspectos da operação física real, se aproximem da realidade de forma satisfatória e ao mesmo tempo sejam passíveis de resolução.

Estudos de SCND são compostos, além da proposição da formulação matemática, de outras etapas, como o agrupamento de pontos, o levantamento de dados que representam a operação, a definição de pontos candidatos a instalação, a obtenção de soluções alternativas a serem comparadas, entre outras.

A literatura científica atual é composta por muitos trabalhos que tratam das formulações matemáticas e métodos de resolução de tipos diferentes de modelos de localização de instalações logísticas, porém algumas das demais etapas do SCND são pouco estudadas.

Este trabalho trata de modelos e métodos capazes de dar suporte às demais etapas fundamentais do SCND além da construção de modelos matemáticos e de métodos para sua resolução.

Dado o contexto apresentado, são levantadas algumas questões fundamentais associadas o SCND:

- (i) Quais são a localização e a quantidade mínima de locais candidatos que devem ser considerados em modelos discretos de localização de forma a garantir que os resultados obtidos sejam suficientemente próximos ao valor ótimo do problema e viabilizar seu tempo de resolução?
- (ii) De que forma soluções alternativas, com valores muito próximos ao valor da solução ótima, se comparam à solução ótima?

(iii) É possível identificar padrões nas soluções ótimas de diferentes instâncias de problemas de localização e relacioná-las a suas características?

Em relação à questão (i), uma vez que problemas reais normalmente envolvem grande quantidade de variáveis, o processamento computacional necessário para a resolução dos modelos costuma ser elevado.

Para reduzir o tamanho do problema, em muitos casos se considera apenas uma parte dos nós de uma rede como candidatos a instalação. Por sua vez, a qualidade dos nós selecionados como candidatos a instalação é fundamental para garantir que o valor da solução seja igual ou muito próximo ao valor da solução obtida ao serem considerados todos os candidatos. Em função disso, métodos capazes de obter conjuntos de locais candidatos a instalação com alta qualidade podem ser utilizados para auxiliar no SCND.

Em relação à questão (ii), em função das simplificações inerentes à modelagem, os modelos representam o sistema real até certo nível, mas não consideram todos os aspectos do mundo real.

Consequentemente, em alguns casos soluções alternativas à solução ótima podem ser consideradas muito boas. A possibilidade de comparar soluções alternativas pode auxiliar no aprimoramento da tomada de decisão no SCND. Para isso, é fundamental que sejam propostos métodos capazes de obter soluções alternativas de qualidade a problemas de localização.

Por fim, em relação à questão (iii), embora matematicamente representadas pelos mesmos tipos de parâmetros e fórmulas matemáticas, diferentes instâncias de um mesmo problema de localização podem representar problemas físicos diversos, cujas limitações operacionais e estruturas de custo podem variar consideravelmente.

Por consequência, a identificação de padrões de soluções de problemas topologicamente similares pode ser utilizada para aprimorar o processo de SCND, ao ser possível escolher métodos e modelos mais adequados a cada tipo de problema. Além disso, os resultados de análises topológicas dos problemas de localização podem ser utilizados para auxiliar a responder as questões (i) e (ii).

Com base nessas questões, o ponto chave levantado para o problema é o de como aprimorar os estudos de SCND, considerando todas as etapas envolvidas. O

processo deve garantir que as soluções obtidas pelos modelos matemáticos devem se aproximar às soluções adequadas à operação física real, sendo passíveis de serem aplicadas e que proporcionem os resultados desejados.

1.1 OBJETIVO

O objetivo da tese é propor modelos e métodos para aprimorar as etapas consideradas no SCND, fornecendo mais subsídio para a tomada de decisão e permitindo que as soluções obtidas pelos modelos matemáticos sejam de fato as que melhor representam as soluções ótimas para a operação física real. Para tal, se pretende identificar lacunas na literatura científica associadas às etapas do processo e propor métodos e modelos capazes de lhes fornecer suporte científico.

Como objetivos específicos, se destacam:

- Propor métodos para a seleção de locais candidatos considerados nos modelos de localização;
- Propor métodos capazes de obter soluções alternativas de qualidade para serem comparadas à solução ótima;
- Analisar propriedades fundamentais de problemas de localização e sua relação com as soluções ótimas, por meio do cálculo de indicadores e análises topológicas dos problemas;
- Avaliar a utilização de modelos de redes neurais para auxiliar na etapa de resolução de modelos de localização.

1.2 VISÃO GERAL DA TESE

A estrutura da tese é sumarizada a seguir:

1. Introdução: O problema é contextualizado e as questões fundamentais a serem respondidas e o ponto chave do trabalho são apresentados. O objetivo é definido e uma visão geral da tese apresentada.

2. O problema de configuração de redes logísticas (SCND): O processo usual utilizado no SCND é apresentado; são mostrados seus elementos principais e levantados alguns de seus pontos críticos. Uma discussão sobre a relevância do tema é apresentada.

3. Referencial teórico sobre a configuração de redes logísticas: Uma revisão bibliográfica é apresentada: trabalhos que tratam de aspectos metodológicos relacionados às demais etapas envolvidas no processo de configuração de redes logísticas que não as formulações matemáticas são levantados. O foco da revisão é apresentar o que já foi estudado sobre agrupamento de pontos, estimativa de custos, definição de candidatos em modelos discretos de localização e obtenção de soluções alternativas.

4. Delimitação do escopo e caracterização do problema: O escopo da tese é delimitado. São apresentadas algumas considerações gerais sobre a representação dos modelos. O Problema de Localização de Instalações Capacitadas com Custo Fixo é formalmente apresentado.

5. Métodos para definição de candidatos: Três métodos de definição de candidatos são propostos. Os métodos são avaliados por meio da comparação dos resultados obtidos pelos modelos de otimização cujos candidatos são definidos por meio de cada método a dois conjuntos de instâncias. Os impactos que os diferentes grupos de candidatos ocasionam nos resultados dos problemas são apresentados.

6. Métodos para obtenção de soluções alternativas: Quatro métodos capazes de obter soluções alternativas de qualidade para problemas de localização são propostos e avaliados. Os métodos obtêm as K melhores soluções de problemas de localização e são avaliados por meio da comparação dos tempos de processamento computacional. Por fim, resultados obtidos por meio da abordagem proposta são analisados, fornecendo *insights* sobre o comportamento das 20 melhores soluções de 215 instâncias da literatura, advindas de cinco conjuntos diferentes.

7. Análise de propriedades do CFCFL e sua relação com as soluções ótimas: Apresenta análises que buscam relacionar propriedades do problema de Localização de Instalações Capacitadas com Custo Fixo com características das soluções ótimas: são propostos indicadores que retratam tais propriedades e que podem estar relacionados com os valores das variáveis nas soluções ótimas. Três hipóteses sobre problemas clássicos são demonstradas. Por fim, são apresentadas análises topológicas das instâncias dos cinco conjuntos da literatura: as instâncias

são *clusterizadas* e *outliers* são identificados. A relação entre os indicadores e os valores das variáveis nas soluções ótimas é investigada.

8. Utilização de redes neurais na avaliação da potencialidade de instalações: Os indicadores propostos no capítulo 7 são utilizados por três tipos de modelos de redes neurais com o fim de responder quantas instalações devem ser abertas e se cada candidato deve ou não ser aberto, para cada instância analisada. As respostas dos modelos de redes neurais buscam retratar o valor das variáveis dos modelos de otimização, obtidos *a priori* às resoluções dos modelos de otimização.

9. Avaliação da utilização dos resultados das redes neurais para a redução do esforço computacional: Os resultados obtidos pelos modelos de redes neurais são avaliados: alguns modelos de otimização que utilizam os indicadores resultantes dos modelos de redes neurais são propostos e aplicados a instâncias da literatura.

10. Considerações finais: Uma síntese das contribuições da tese é apresentada, bem como suas limitações e recomendações para trabalhos futuros.

2 O PROBLEMA DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS (SCND)

O objetivo deste capítulo é apresentar o problema de configuração de redes logísticas (SCND) sob a ótica das empresas e mostrar a relevância de se estudar métodos científicos para outras etapas que fazem parte do SCND que não a definição da formulação matemática e a resolução dos modelos.

O contexto considerado na pesquisa é o de empresas cuja operação está inserida em uma cadeia de suprimentos. São detalhadas as etapas necessárias para que seja possível o uso de modelos de otimização para tratar o problema, bem como os pontos críticos associados a esse uso.

Um estudo de SCND compreende uma série de decisões: parte delas é tipicamente apoiada por modelos matemáticos de localização de instalações, como a quantidade, o tamanho e a localização em que as instalações devem estar e também os fluxos² previstos entre todas as instalações e das instalações até os clientes.

Por outro lado, existem outras decisões que também são tomadas no SCND que transcendem o escopo de problemas de localização clássicos. Tais decisões incluem, entre outras, a seleção de fornecedores, onde deve ser produzido cada tipo de produto, quais veículos devem ser utilizados em cada fluxo e onde os estoques dos materiais devem ser mantidos.

De acordo com Cunha (2006), um estudo de configuração de redes logísticas é um dos problemas logísticos mais relevantes enfrentados pelas empresas. Segundo o autor, o SCND depende, necessariamente, das características operacionais de cada empresa e envolve, entre outras, as seguintes decisões: determinação da quantidade, localização e tamanho de cada instalação; determinação dos clientes a serem atendidos por cada instalação; determinação dos fluxos entre as instalações logísticas e os pontos de oferta e demanda, podendo eventualmente incluir decisões quanto aos modais de transporte a serem utilizados. As instalações passíveis de serem consideradas podem englobar instalações industriais de produção, armazéns, terminais e centros de distribuição (CDs), entre outras.

² Neste trabalho o termo fluxo representa uma quantidade de materiais transportada entre um par origem-destino.

Normalmente as decisões associadas ao SCND têm implicações de longo prazo, sendo consideradas decisões estratégicas, que apresentam grande impacto na operação e nos resultados de uma companhia. Por outro lado, os resultados são obtidos em um nível diário e por isso aspectos operacionais devem ser levados em consideração quando um modelo estratégico é construído. É preciso buscar um equilíbrio na modelagem de tal forma que os aspectos operacionais sejam refletidos nos modelos e as potenciais decisões sejam efetivamente estratégicas, não sendo excessivamente limitadas pela operação.

2.1 ELEMENTOS DO PROCESSO DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS

A seguir são detalhadas as etapas fundamentais do processo de SCND e os principais agentes envolvidos.

2.1.1 Etapas fundamentais

As etapas que tipicamente compõem estudos de planejamento que se valem de modelos de otimização consistem na construção de modelos que representam a operação física real, sua resolução por meio de algoritmos e a aplicação das decisões decorrentes ao sistema real, conforme o esquema retratado pela Figura 2.1.

Figura 2.1 – Esquema do processo de planejamento em que modelos de otimização são utilizados

Fonte: Próprio autor

Com o modelo construído, o processo segue para a etapa de resolução, que consiste em obter a melhor solução do modelo. A solução ótima obtida subsidia a tomada de decisão, porém nem sempre é colocada em prática em sua totalidade.

Para que os modelos representem a operação física real, é preciso que sejam desenvolvidas as formulações matemáticas – conjunto de fórmulas que representam

custos e outras características da operação física – e que parâmetros que representam características observadas ou previstas sejam estimados. Além disso, para o SCND, normalmente são utilizados modelos do tipo discreto, que consideram um determinado conjunto pré-determinado de locais candidatos a abrigarem as instalações.

Dessa forma, os modelos de localização usualmente utilizados no SCND podem ser retratados como sendo compostos de três tipos de elementos: formulação matemática, parâmetros de entrada e candidatos a instalação, conforme retratado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Elementos que compõem um modelo de localização utilizado no SCND

Fonte: Próprio autor

A construção do modelo é composta por três etapas, associadas a cada tipo de elemento:

- Definição da formulação matemática;
- Tratamento de dados de entrada;
- Definição dos candidatos a instalação.

Para que as três etapas ocorram, é necessário que o nível de agrupamento dos dados tenha sido definido. O agrupamento é necessário uma vez que modelos matemáticos retratam a realidade de forma simplificada. Em problemas de SCND, alguns dos agrupamentos típicos necessários para a construção do modelo são o agrupamento geográfico – normalmente regiões são representadas nos modelos de localização por meio de pontos – de produtos – dependendo do caso, todos os produtos são agrupados em um único grupo e são tratados conjuntamente – de tempo – seja em modelos que consideram um único período de tempo, seja em modelos que consideram múltiplos períodos – entre outros.

A Figura 2.3 ilustra um possível esquema do processo, apresentado com o detalhamento dos elementos que compõem um modelo típico utilizado no SCND.

Fonte: Próprio autor

2.1.2 Agentes envolvidos

Parte da complexidade do SCND se dá pela necessidade de envolvimento de diferentes agentes que desempenham diferentes papéis ao longo do processo.

Yoshizaki (1997), que estudou projetos de bases de modelos quantitativos de auxílio à decisão, definiu alguns dos principais agentes com interesse no processo de decisão ou nos resultados dos mesmos. Os agentes com maior impacto no SCND são apresentados a seguir:

1. Informador: quem fornece dados ou outros subsídios ao processo de SCND;
2. Modelador: quem desenvolve e interpreta os resultados do modelo matemático;
3. Decisor (ou tomador de decisão): quem toma a decisão baseada nas informações obtidas pelos modelos;
4. Executor: quem executa as decisões tomadas;
5. Vítimas: quem sofre passivamente os resultados da decisão;

A Figura 2.4 ilustra em quais das etapas cada um dos agentes apontados é envolvido ao longo do processo.

Embora alguns dos papéis possam ser desempenhados por um mesmo grupo ou indivíduo dentro do processo, a existência de diferentes agentes e perspectivas sob a qual cada agente vê o SCND pode ter as seguintes consequências:

- A solução resultante, obtida pelo modelo pode não ser possível de ser aplicada;
- O que é executado na operação física a partir da solução do modelo pode diferir do que foi planejado.

Figura 2.4 – Esquema do processo típico de SCND com etapas em que cada agente é envolvido

Fonte: Próprio autor

2.2 PONTOS CRÍTICOS DO PROCESSO DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS

Entendidos os principais elementos, são elencados quatro pontos críticos envolvidos no SCND: representação da realidade, estimativa de parâmetros para a construção dos modelos, definição *a priori* de candidatos a instalação e obtenção de soluções alternativas à solução ótima.

Para Goldbarg e Luna (2000, p. 2), os modelos são representações simplificadas da realidade e devem preservar uma equivalência adequada para determinadas situações e enfoques. Segundo os autores, devem ser livres de detalhes onerosos, visto que são metáforas da realidade.

No SCND, é necessário traduzir a operação física real para um modelo de localização. Esta etapa é composta pela definição da formulação matemática que representa o problema, pelo agrupamento dos elementos do problema ao nível em

que são representados no modelo e pela estimativa de parâmetros relacionados à operação física real.

Além disso, é necessário estimar parâmetros que representam custos ou outras características da operação em um horizonte futuro: são utilizados modelos e técnicas de previsão que estimam valores futuros.

No SCND, alguns dos parâmetros necessários aos modelos não são conhecidos nem para o presente e também precisam ser estimados. Ballou (2006, p. 501) aponta que isso ocorre com frequência quando a análise envolve instalações que não são operadas pela empresa no momento.

O objetivo das estimativas deve ser o de minimizar as diferenças entre os valores estimados e os que devem ser observados pelos executores, após as tomadas de decisão. Além disso, o entendimento dos desvios médios dos parâmetros permite que outras soluções, alternativas à solução ótima, sejam avaliadas, dado o nível de incerteza dos dados.

Quando um modelo matemático discreto de localização é utilizado no SCND, é necessário propor, *a priori*, candidatos que fazem parte do conjunto de soluções possíveis.

A capacidade de um modelo obter boas soluções é limitada pela qualidade do conjunto de candidatos a instalação. Por isso, uma das abordagens por vezes utilizadas em modelos de localização é considerar todos os nós de uma rede como potenciais candidatos a instalação.

Por outro lado, grande parte dos problemas de localização é *NP-hard*³ (KARIV; HAKIMI, 1979), o que faz com que sua resolução seja, em muitos casos, inviável em função do alto tempo computacional; de uma forma geral, os modelos de localização construídos com base em problemas reais costumam ter grande quantidade de variáveis. Consequentemente, obter um conjunto relativamente pequeno de candidatos de boa qualidade se torna fundamental para viabilizar a utilização de modelos de localização no SCND.

³ Para detalhes sobre problemas *NP-hard*, recomenda-se, por exemplo, o livro de Papadimitriou e Steiglitz (1998).

Em função das aproximações inerentes à modelagem e das complexidades apontadas, é possível inferir que o foco do SCND não deve ser exclusivamente a obtenção de uma solução ótima que minimiza o custo logístico, e sim o de prover subsídio para melhores tomadas de decisão.

Uma vez que os modelos representam o sistema real até certo nível, mas não consideram todos os aspectos do mundo real, os decisores usualmente utilizam a solução ótima como uma meta, mas não a seguem completamente quando as decisões são aplicadas ao mundo real; a abordagem usualmente adotada é identificar e comparar algumas soluções alternativas.

Montibeller e Yoshizaki (2011) apontam que na prática normalmente já são obtidas mais de uma solução, por meio de alterações nos elementos dos modelos: formulação matemática, parâmetros e candidatos. Esta prática tem o objetivo de fornecer mais subsídios durante a tomada de decisão. Segundo os autores, os decisores querem ver uma solução ótima a princípio, e depois começam a busca por outras soluções que apresentem valores próximos à da solução inicial e que forneçam outros benefícios ou atendam requisitos que não foram considerados no modelo.

Por outro lado, Daskin (1995) aponta que decisões de localização são inerentemente estratégicas e de longo prazo em sua natureza. Elas devem ser tomadas aqui e agora, porém, após a implementação, a cadeia de suprimentos opera em um nível diário ao longo de um grande horizonte de planejamento (KLIBI; MARTEL; GUITOUNI, 2010). Em consequência, modelos de localização utilizados no SCND consideram dados previstos para o futuro, o que implica em um grau de incerteza, e consequentemente, de erro.

Consequentemente, se o *gap* entre os valores da solução ótima e das soluções alternativas for pequeno, as últimas podem ser consideradas pelos decisores tão boas quanto a solução ótima em termos do objetivo sendo otimizado. Os decisores devem não apenas estar cientes da incerteza inerente às condições futuras (DASKIN; SNYDER; BERGER, 2003), como também ser capazes de aproveitar de eventuais soluções alternativas de alta qualidade.

Disso decorre a necessidade de que modelos sejam capazes de obter soluções alternativas à solução ótima; a tomada de decisão pode ser aprimorada se as

soluções alternativas forem apresentadas para a avaliação do decisor desde o princípio de sua participação no processo.

Além disso, o fato de os problemas de localização serem tipicamente *NP-hard* pode forçar que alguns aspectos da operação física real sejam expurgados dos modelos. Nesses casos, tais aspectos podem ser usados como critério de desempate quando a diferença dos valores da função objetivo (FO) de boas soluções é pequena o suficiente.

Um levantamento bibliográfico sobre trabalhos que tratam de métodos associados aos pontos críticos apontados é apresentado no capítulo 3.

3 REFERENCIAL TEORICO SOBRE A CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS

O objetivo deste capítulo é apresentar uma revisão bibliográfica sobre a literatura científica associada ao problema de configuração de redes logísticas (SCND).

Para que a revisão bibliográfica não fosse excessivamente extensa, uma revisão de modelos de localização de instalações utilizados no SCND é apresentada no APÊNDICE A.

Neste capítulo são apresentados trabalhos encontrados na literatura científica que tratam do processo de SCND como um todo. Além disso, o capítulo apresenta estudos que tratam das etapas que não a definição da formulação matemática e/ou da construção de algoritmos/heurísticas para a obtenção da solução ótima. Por meio desse levantamento, é possível identificar lacunas que esta tese se propõe a preencher.

Inicialmente, na seção 3.1, são apresentados trabalhos que tratam do processo de SCND como um todo. Em seguida, nas seções de 3.2 a 3.5, são apresentados trabalhos que tratam de métodos propostos para as seguintes etapas do SCND, discutidas no capítulo 2:

- Representação da realidade por meio do agrupamento de pontos;
- Estimativa de custos para construção do modelo;
- Definição a priori de candidatos a instalação;
- Obtenção de soluções alternativas à solução ótima.

3.1 TRABALHOS SOBRE O PROCESSO GERAL DE CONFIGURAÇÃO DE CADEIAS LOGÍSTICAS (SCND)

O estudo de formulações matemáticas e de métodos de resolução dos modelos de otimização aplicados a problemas de localização de instalações logísticas têm sido intensamente abordados no meio técnico científico. Por outro lado, um esforço muito menor é aplicado ao desenvolvimento de métodos para as demais etapas do SCND. Essas etapas não costumam ser aprofundadas em estudos que tratam do tema, apesar dos impactos que elas podem ocasionar nos resultados.

Isso pode ser constatado por meio da análise de trabalhos que tratam da evolução da ciência na área, como é o caso de Smith; Laporte e Harper (2009), que apresentam a evolução dos estudos relacionados à localização de instalações até aquele ano: nenhum aspecto metodológico, porém, foi citado como tema desenvolvido.

Grande parte do que é referido como *metodologia* em trabalhos recentes é relacionado, na realidade, aos métodos de resolução dos modelos matemáticos; não a metodologias aplicadas ao SCND. Alguns exemplos em que o uso do termo *metodologia* é utilizado neste contexto são Syam (2002), que propõe heurísticas para resolução de um modelo de localização, Vila; Martel e Beauregard (2006), que propõem um modelo e apresentam uma aplicação a um estudo de caso e Fraile *et al.* (2016), que utilizam um modelo de decisão com múltiplos atributos (MADM) para a seleção de instalações em áreas urbanas.

Livros de referência sobre estudo de localização de instalações também têm seu maior foco nos modelos matemáticos e não em aspectos metodológicos. Daskin (1995), por exemplo, dedica apenas 18 das 498 páginas de seu trabalho sobre localização discreta a aspectos metodológicos de estudos de localização. Segundo o próprio autor, uma quantidade de pontos chave tende a ser negligenciada quando o foco é apenas na análise e resolução dos modelos matemáticos.

A Figura 3.1 retrata o processo de planejamento sugerido pelo autor (Daskin, 1995, p. 384), que considera quatro etapas principais: definição do problema; análises; comunicação e decisão; e implementação. As etapas consideram questões importantes, que ocorrem principalmente em grandes corporações com muitos agentes envolvidos, porém os pontos críticos apresentados na seção 2.2 do capítulo 2 não são investigados.

Fonte: Adaptada de Daskin (1995)

Drezner (1995a, p. 7-118), por sua vez, dedica uma parte do trabalho a metodologias e análises, com capítulos sobre métodos para estimativa de distâncias, representação da demanda por meio de distribuições contínuas, métodos de resolução de otimização, entre outros. Muitas das análises tratam de métodos de resolução dos modelos propostos, sobretudo para modelos contínuos.

Já Simchi-Levi; Kaminsky e Simchi-Levi (2000) dedicam um capítulo ao processo de SCND em que são abordados temas como obtenção de dados, validação do modelo que representa a operação e técnicas de solução. Os autores apontam a necessidade de obtenção ou simulação de dados representando custos de transporte, distâncias, custos de armazém, capacidade de armazém, locais potenciais, acordos de nível de serviço e demanda futura, porém, não apresentam métodos para sua obtenção.

Drezner e Hamacher (2002) apresentam um capítulo que fala sobre aspectos metodológicos; são apresentados métodos para o agrupamento da demanda de forma a minimizar o erro decorrente.

Dolgui; Soldek e Zaikin (2005) apresentam um estudo (DING; BENYUCEF; XIE, 2005) que trata de aspectos metodológicos para o SCND. O método apresentado se refere a simulações de diferentes configurações para representar a operação e avaliar seus desempenhos.

Geunes e Pardalos (2005) também apresentam um estudo (MO; HARRISON, 2005) relacionado a aspectos metodológicos para o SCND. O estudo, porém, não aborda os pontos críticos levantados neste trabalho: um método conceitual cujo objetivo é obter configurações de redes logísticas robustas é proposto. O método consiste na definição de indicadores de desempenho de soluções e a utilização de algoritmos de resolução que obtêm soluções com altos valores dos indicadores.

Ballou (2006) aprofunda um pouco mais em aspectos metodológicos sobre o tema e apresenta um capítulo sobre o processo de SCND. Nele, são apresentados métodos de agrupamento de dados e métodos de estimativas de custo de transporte. Além disso, o autor discorre sobre os impactos que aspectos operacionais – perfis dos pedidos de embarquem e agrupamento do transporte no atendimento de mais de um cliente em uma região – podem causar nos resultados dos modelos. O autor também apresenta alguns modelos utilizados no SCND, e os

separa em quatro categorias: técnicas de gráficos, compasso e régua; modelos de simulação; modelos heurísticos; e modelos de otimização e de sistemas especialistas.

Já Farahani e Hekmatfar (2009) apresentam dois capítulos que tratam de aspectos metodológicos: Zarinbal (2009), que faz uma revisão sobre funções de distância utilizadas em modelos de localização e NaimiSadigh e Fallad (2009), que tratam dos erros associados ao agrupamento da demanda em pontos.

Watson *et al.* (2014) discutem aspectos metodológicos do SCND, abordando a questão de qual nível de agrupamento o modelo deve considerar e de métodos de estimativas de distância entre pontos. A abordagem, porém, não tem seu foco em análises científicas, e se baseia mais na experiência que os autores adquiriram ao longo de projetos de que participaram.

Como pôde ser observado, nenhum dos trabalhos citados apresentam estudos abrangentes que tratam do SCND como um todo; em muitos dos casos, o estudo trata de apenas uma etapa, não avaliando seu impacto no processo geral de SCND.

3.2 REPRESENTAÇÃO DA REALIDADE POR MEIO DE AGRUPAMENTO DE PONTOS

A representação da realidade por meio de modelos matemáticos consiste tanto na formulação matemática como na definição de outros aspectos do modelo, como de que maneira os elementos devem ser agrupados.

Ballou (2001) argumenta que embora modeladores defendam que os modelos buscam a otimalidade, a falta de padrões para a representação de dados leva a uma baixa comparabilidade entre métodos. O autor sugere que são necessárias mais discussões sobre algumas áreas críticas, dentre as quais se destaca o agrupamento de pontos e representação de grupos de produtos.

O agrupamento de dados deve ser realizado antes da formulação matemática, tratamento dos dados e definição de candidatos.

Esta seção trata do agrupamento de pontos, um dos aspectos metodológicos da configuração de redes logísticas mais frequentemente encontrados na literatura científica.

Os métodos de agrupamento de pontos, também denominados *clusterização espacial*, são amplamente estudados. Han; Kamber e Tung (2001) apresentam uma revisão abrangente sobre o assunto, em que classificam os métodos em quatro grupos principais: métodos de partição, hierárquicos, baseados em densidade de pontos e baseados em *grids*.

Os métodos de agrupamento podem ser utilizados para definir como representar os clientes, cujas localizações não fazem parte das decisões sendo tomadas, e os pontos que representam os candidatos a instalação, cujas localizações são alvo dos estudos de SCND.

3.2.1 Agrupamento de pontos de demanda ou pontos de origem

Na literatura, os métodos encontrados para o agrupamento de pontos tratam de uma forma geral de clientes. A principal motivação de se agregar a demanda é viabilizar a construção de modelos, limitando a quantidade de variáveis, de forma a garantir a representação das demandas, do custo de transporte até cada ponto, entre outras características da operação, de forma suficientemente acurada. Em muitos casos esses aspectos são conflitantes pois, por um lado, se deseja reduzir a quantidade de pontos, reduzindo assim o tamanho do modelo – e por consequência o tempo de resolução – e por outro, se deseja considerar as características da operação de forma mais precisa.

Em alguns casos os clientes são agrupados em grupos geográficos pré-definidos, como bairros, cidades e estados. Em outros, são utilizados métodos de agrupamento, de forma a obter grupos de clientes que representam um conjunto coeso.

Drezner e Hamacher (2002) defendem que modelos de localização com muitos clientes são difíceis de serem solucionados e a maioria dos problemas de localização de grande escala é solucionada primeiramente transformando o agrupamento dos clientes em pontos representativos e depois localizando as instalações com base nesses pontos agregados.

Segundo Zhao e Batta (1999) existem duas questões principais quando se trata do agrupamento de pontos na modelagem de problemas de localização e alocação: o desenvolvimento de procedimentos para realizar o agrupamento de forma a

reduzir os erros introduzidos às soluções e a investigação dos erros em função de cada procedimento proposto.

Drezner (1995b) aponta que muitas vezes as demandas são agregadas em pontos discretos por ser mais fácil construir uma função objetivo (FO) baseada em um conjunto finito de pontos de demanda do que uma função contínua de demanda. O autor defende que ao simular demandas contínuas como discretas, os pontos escolhidos costumam ter picos de demanda, o que direciona a escolha dos candidatos localizados próximos a estes pontos.

Sankaran (2007) apresenta um algoritmo de agrupamento de demanda e mostra que o conhecimento convencional que sugere que as metrópoles e suas cidades satélites devem ser agregadas como uma zona é equivocado. O autor indica que uma abordagem melhor para o agrupamento desse tipo de região é definir dois pontos que representam os clientes no modelo, um representando a metrópole e o outro representando as cidades satélites. Vale ressaltar, por outro lado, que a representação da demanda total de uma cidade por meio de um ponto já considera um agrupamento *a priori*: a demanda desagregada ao longo de todo território de forma *contínua* (DREZNER, 1995b) pode ser representada de forma discreta sem a utilização da informação do município a que cada demanda pertence.

Muitos estudos tratam do agrupamento da demanda para a aplicação a alguns problemas, considerando suas especificidades, como os problemas *p*-Centros Contínuo (BRENDA; FANCIS; LOWE, 1997), *p*-Centros em Redes (ANDERSSON et al., 1998), *p*-Medianas Contínuo (QI; SHEN, 2010; ZHAO; BATTA, 1999), *p*-Medianas em Redes (ANDERSSON et al., 1998; FRANCIS; LOWE; TAMIR, 2002), de Cobertura (JANG; LEE, 2015), e outros problemas de localização (FRANCIS et al., 2004; FRANCIS; LOWE; TAMIR, 2004).

Irawan e Salhi (2015a) apresentam uma revisão abrangente sobre problemas para os quais, em função da presença de uma grande quantidade de clientes, algum tipo de agrupamento é necessário. Os autores fazem um levantamento dos trabalhos que tratam de agrupamento de clientes aplicados aos diferentes problemas de localização e apontam as possíveis fontes de erros de cada problema.

Mais recentemente, algumas abordagens alternativas aos métodos usuais de agregação de pontos e resolução de modelos vêm sendo propostas. Irawan e Salhi

(2015b), por exemplo, tratando de problemas p -Medianas, propõem um método de agrupamento da demanda e de uma heurística do tipo *Variable Neighbourhood Search* (VNS) integrados: para o cálculo do valor incumbente de cada solução, o custo é estimado com base na localização original dos pontos, ao invés dos pontos agrupados.

Já Cebecauer e Buzna (2017) propõem um conceito versátil de adaptação para manter os modelos dentro de tamanhos razoáveis: a abordagem proposta considera a agregação ao longo da etapa de resolução do modelo e ajusta o nível de agregação iterativamente para as soluções de qualidade obtidas.

Além do aspecto geográfico, o agrupamento de clientes em pontos também pode considerar a semelhança dos clientes em termos de outras características, como o tamanho dos pedidos, tempos de espera para entrega, maiores veículos possíveis para abastecimento. Essa segregação de clientes em função de aspectos operacionais é apresentada, por exemplo, na aplicação desenvolvida por Guazzelli e Cunha (2014).

Apesar de o agrupamento de pontos de origem – como fornecedores ou fábricas – seja menos usual pela menor quantidade de pontos de origens, as mesmas análises podem ser aplicadas para esses pontos, principalmente em redes logísticas que trabalham com grande quantidade de fornecedores.

3.2.2 Agrupamento de candidatos a instalação

Embora muito menos explorado na literatura científica, também é necessário definir qual é o nível de representação dos candidatos a instalação considerados em um modelo.

Dois pontos candidatos a instalação devem se diferenciar em um modelo contanto que tenham pelo menos um parâmetro diferente. Se dois pontos candidatos estiverem tão próximos a ponto de que todos os parâmetros associados a eles são iguais, os dois pontos podem ser considerados apenas um.

Bandyopadhyay e Singh (2012) apontam que o mapeamento de problemas de localização no mundo real deve ser desenvolvido por meio da partição de regiões geográficas em uma quantidade de sub-regiões baseadas em “certos critérios”, porém os autores não aprofundam quais são os critérios utilizados no trabalho apresentado.

Guazzelli e Cunha (2015a), por sua vez, consideram como critério para agrupamento de candidatos a instalação as microrregiões definidas pelo IBGE⁴. Já Fraile *et al.* (2016) separaram a região de análise em polígonos quadrados de tamanhos iguais, definindo cada polígono como um potencial candidato a instalação.

Mais recentemente, Irawan *et al.* (2017), embora não tratando especificamente do problema de agrupamento de candidatos a instalação, levam em consideração aspectos que retratam a similaridade de custos em candidatos que se encontram em uma mesma região. Os autores propõem um modelo em que são definidas regiões convexas de formato triangular cujos candidatos têm o mesmo custo fixo.

Vale ressaltar que a pouca ocorrência de estudos que tratam especificamente do agrupamento de candidatos pode ser em função das peculiaridades do processo de planejamento, em que normalmente ocorre uma hierarquização da decisão: as resoluções dos modelos consistem na definição de regiões em que deve haver instalações; uma busca mais microscópica se inicia então, com a identificação de sub-regiões em que a existência de uma instalação é efetivamente viável – por exemplo, ao serem encontrados terrenos disponíveis para a construção de instalações logísticas.

3.3 ESTIMATIVA DE CUSTOS PARA A CONSTRUÇÃO DE MODELOS

Para a representação da realidade pelos modelos de localização utilizados no SCND, é necessário que sejam utilizados diferentes tipos de parâmetros que representam, entre outras características, demanda, custos de transporte, custos fixos de instalações, custos de fabricação ou manuseio, capacidades, distâncias e tempos de viagens.

Daskin (1995, p. 388) aponta que dados são críticos para o sucesso de qualquer análise de localização de instalações. O autor ressalta que sem parâmetros de qualidade de demanda futura, distâncias, custos e outros dados relevantes, mesmo o melhor exercício de modelagem tem seu valor limitado. O autor aponta

⁴ IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

também que dados de qualidade são essenciais para que as recomendações tenham credibilidade por parte dos decisores.

De uma forma geral, todos os modelos de localização utilizados no SCND consideram os parâmetros de demanda futura e de custos de transporte.

Modelos de estimação da demanda futura são amplamente encontrados na literatura e abrangem uma variedade de técnicas estatísticas. Estes tipos de modelos não são abordados neste trabalho. Para referências sobre este assunto, sugere-se Ballou (2006, p. 245-248), que apresenta uma revisão de técnicas de previsão selecionadas com base em trabalhos referenciais no assunto.

Os estudos que tratam de estimativas de custo de transporte são apresentados a seguir.

3.3.1 Estimativa de custos de transporte

Ballou (2006 p. 490-492, 500, 502) argumenta que existem dois tipos principais de técnicas para estimativa de custos: criação de curvas de estimativas e modelos de simulação.

O primeiro dos tipos consiste na extrapolação de amostras de dados reais para a construção de curvas que estimam os custos; por meio de regressões estatísticas são criadas curvas que se aproximam dos dados reais, como o observado em Gonzales; Searcy e Ekşioğlu (2013), que analisam custos de transporte de biomassa.

O segundo tipo de técnicas consiste em modelos de simulação cuja função é representar as operações e estimar os custos que estão associados aos direcionadores, como quantidade de produto movimentado, de quilometragem percorrida e de tempo despendido nos processos logísticos. Ainda segundo o autor (BALLOU, 2006), um tipo de abordagem de estimativa consiste em valer-se de dados existentes, de instalações operadas no mesmo conglomerado da instalação pretendida, ou de instalações que tenham as mesmas características gerais. As estruturas de custo, restrições e outros fatores devem ser duplicados de forma que o modelo represente a rede de forma razoável.

Os principais direcionadores utilizados na estimativa dos custos de transporte são a distância percorrida, o tempo de percurso, de carregamento e de descarga, além das características físicas das cargas – peso e volume.

Por outro lado, Bektas e Laporte (2011), entre outros, verificam que a remuneração aos motoristas constitui uma grande parte dos custos de transporte; em consequência, o tempo total de viagem também é frequentemente considerado como um dos principais fatores para a estimativa dos custos de viagens.

Para os transportes com uma origem e um destino (*full-truck-load*), normalmente os custos são estimados em função das distâncias percorridas (DAGANZO; NEWELL, 1985).

Já para a distribuição de produtos (*less-than-truck-load*), são utilizados modelos capazes de estimar os custos de distribuição em função de características das operações. Embora alguns dos aspectos que impactam esses custos, como tipos de veículos e roteiros de entrega sejam tratados em um nível tático ou operacional, esses parâmetros devem ser levados em consideração no SCND, uma vez que eles impactam nos custos utilizados no nível estratégico.

A informação de custo de transporte utilizada em modelos de localização clássicos está relacionada com o custo de atender diretamente cada cliente a partir de uma instalação. Por outro lado, os custos que compõem o custo de transporte de distribuição são relacionados às distâncias totais percorridas nos roteiros e às quantidades e tipos dos veículos, que variam em função da localização da instalação e das características da demanda – distância entre clientes, tamanho médio do pedido, etc..

Salhi e Rand (1989) mostram o impacto de não serem considerados aspectos da roteirização na localização de instalações. Os autores aplicam análises a instâncias da literatura e mostram que a melhor solução obtida não gera necessariamente a solução de menor custo após a etapa de roteirização.

A Figura 3.2 representa um exemplo apresentado por Ballou (2006, p. 491) para que uma “tarifa efetiva por milha direta” (b) seja estimada com base nas rotas realmente percorridas (a).

Langevin; Mbaraga e Campbell (1996) apresentam uma ampla revisão sobre trabalhos que tratam de modelos de estimativa de custo de distribuição.

Figura 3.2 – Rota realmente percorrida x rotas equivalentes para fins de planejamento

Fonte: Adaptada de Ballou (2006 p. 491)

Webb (1968) foi um dos pioneiros na área, que mostrou que a utilização de funções de custo simples em modelos de localização de instalações a partir das quais são feitas viagens com múltiplas entregas podem proporcionar resultados enganosos.

Christofides e Eilon (1969) foram pioneiros em propor modelos capazes de identificar relações entre os parâmetros de distribuição para obter uma estimativa das distâncias esperadas nas viagens. Os modelos retratam o valor esperado das rotas em função da distância média entre a instalação e os clientes, da quantidade média de clientes atendida por cada veículo e do tamanho da região em que os clientes são distribuídos.

Já Laulajainen (1977) apresenta a avaliação, por meio de um simulador, do efeito da variação de parâmetros de distribuição especial nos custos de transporte, como quantidade de demanda, área de entrega e custo unitário de transporte por distância percorrida.

Daganzo (1984a) avalia o impacto de diferentes formatos nas zonas a que se espalham os clientes. Além disso, o mesmo autor (DAGANZO, 1984b) propõe um

algoritmo do tipo “*clusteriza antes, roteiriza depois*”, capaz de simular, da forma como ocorre em situações reais, o planejamento de roteiros de distribuição, e obtém novas estimativas das distâncias das rotas com entregas a múltiplos clientes.

Blumenfeld e Beckmann (1985), ao propor métodos analíticos para estimar os custos de distribuição, sugerem que a utilização das premissas que a demanda é igual para todos os clientes e que estes são distribuídos ao longo da região de forma uniforme é suficiente para a maioria dos casos práticos.

Outros estudos sobre o assunto foram apresentados, que buscam as estratégias ótimas para o planejamento das rotas de forma a reduzir os custos de distribuição (HAN; DAGANZO, 1986) e avaliam a distância das *clusterizações* e consequentes rotas considerando outros formatos de regiões (NEWELL; DAGANZO, 1986a, 1986b).

Galvão *et al.* (2006) propõem a utilização de diagramas com pesos multiplicativos de Voronoi para a obtenção dos agrupamentos dos clientes, considerados para a estimativa das distâncias e custos das viagens.

Mais recentemente, Franceschetti *et al.* (2017) propõem um modelo de programação linear inteira que particiona as áreas de entrega com o objetivo de identificar os tipos de veículos que minimizam os custos de transporte.

Por meio da revisão bibliográfica apresentada, foi possível verificar que existe grande quantidade de estudos que tratam da estimativa de custos de transporte.

3.3.2 Estimativas de custo de instalação

Normalmente os custos das instalações são representados nos modelos por meio de sua classificação em custos fixos e custos variáveis. Além disso, também são considerados em parte dos modelos os custos de inventário (Ballou, 2006, p. 498).

A importância de se estimar custos de instalações adequadamente se dá principalmente pela relação entre os custos fixos e os custos de transporte. De uma maneira geral essa relação impacta na quantidade ideal de instalações. Se o custo fixo de uma instalação for superestimado, pode ser que a solução obtida na otimização tenha menor quantidade de instalações abertas que o ideal, e vice-versa. Tal efeito pode ocorrer, sobretudo quando custos classificados normalmente como

fixos podem variar com as decisões tomadas, em função do caráter estratégico do SCND: este é o caso, por exemplo, do custo do aluguel, que embora seja normalmente classificado como custo fixo, deve aumentar com o tamanho da instalação.

Bagherpoor *et al.* (2009) apontam sobre a necessidade de se assumir premissas sobre os custos, uma vez que, segundo os autores, pode ser difícil estimar suas parcelas. O trabalho apresenta curvas de custo das instalações e de transporte, mas não aprofunda no assunto, apontando que essas questões devem ser examinadas para cada caso específico.

Embora existam estudos que tratem especificamente sobre os custos das instalações, como é caso da aplicação da metodologia ABC – *Activity Based Cost* (NOVAES, 2007; PIRTTILÄ; HAUTANIEMI, 1995; STAPLETON *et al.*, 2004), por exemplo, grande parte da literatura associada especificamente à teoria da localização não trata da análise e classificação dos custos da instalação.

Por outro lado, alguns estudos aprofundam no comportamento dos custos fixos e variáveis das instalações ao considerar modelos com ganhos de escala. Este é o caso de Baumgartner; Fuetterer e Thonemann (2012), que apresentam um modelo de localização-alocação, multiproduto, que considera economias de escala não só no transporte como também em armazenagem e de Guazzelli e Cunha (2014), que propõem um modelo que considera diferentes tipos de candidatos em um mesmo ponto, cujas curvas de operação retratam um ganho de escala.

Por fim, modelos de localização que consideram os custos de inventário são amplamente estudados na literatura (HAMAD, 2014; KAVIANI, 2009; TSAO *et al.*, 2012) – para citar apenas alguns estudos recentes – seja levando em consideração o custo de inventário na FO, seja considerando o nível de inventário como uma das variáveis de decisão dos modelos.

3.4 DEFINIÇÃO A PRIORI DE CANDIDATOS A INSTALAÇÃO

Segundo Revelle; Eiselt e Daskin (2008), modelos discretos de localização consideram que existe um conjunto discreto de clientes L e um conjunto discreto de candidatos C . É padrão em pesquisas científicas sobre localização discreta que os modelos assumam um dado conjunto de candidatos *já conhecido previamente*.

Em alguns casos todos os pontos de demanda são definidos como candidatos, conhecido como o modelo vértex (QUEVEDO-OROZCO; RÍOS-MERCADO, 2013). Essa abordagem é pouco utilizada para problemas realistas, uma vez que a quantidade de candidatos aumenta a quantidade de variáveis dos modelos. Como os problemas de localização normalmente associados ao SCND são *NP-hard*, o tempo de resolução de modelos que consideram muitos pontos como candidatos pode ser muito grande.

Apesar da recente evolução em modelos matemáticos que consideram muitos aspectos de operações físicas reais, muito pouco tem sido produzido pela literatura científica sobre a definição de candidatos.

Simchi-Levi; Kaminsky e Simchi-Levi (2000) apontam sobre a importância de se identificar locais potenciais de forma eficaz. Os autores sugerem que sejam definidos como candidatos os locais que apresentam bom desempenho nas seguintes características – embora não definam os critérios que caracterizam um bom desempenho:

- Condições geográficas e de infraestrutura;
- Existência de mão-de-obra e recursos naturais;
- Existência de zonas industriais e regulação de impostos;
- Interesse público.

Blanchard (2010) apresenta um capítulo em que discute métodos de localização de candidatos a CD. O autor apresenta uma ferramenta cujo objetivo é criar um indicador que representa o potencial logístico das 362 principais cidades dos Estados Unidos. O autor não detalha como os indicadores foram construídos, mas aponta que os seguintes pontos são considerados:

1. Ranking da indústria de transporte e distribuição – baseado na quantidade de empresas e autônomos que prestam serviço relacionado à logística;
2. Ranking de mão-de-obra relacionada à logística;
3. Medidas de infraestrutura de rodovias, como km per capita, acessos de rodovias interestaduais e quantidade de vias pavimentadas;
4. Densidade de rodovias, congestionamento e segurança;
5. Condições das rodovias;
6. Qualidade de acessos a rodovias interestaduais;

7. Custos e taxas associados a atividades logísticas, como preço de combustível, pedágios e custos de aluguel;
8. Oferta do modal ferroviário;
9. Oferta do modal aquaviário;
10. Oferta do modal aéreo.

Para o problema de localização de instalações não capacitadas em redes Hub-And-Spoke, Silva e Cunha (2009) propõem métricas que relacionam as demandas que se originam e se destinam em cada ponto, assim como os custos de transporte até os demais pontos, para identificar candidatos potenciais para se tornarem instalações. As métricas, porém, não são utilizadas *a priori* à etapa de otimização, uma vez que são utilizadas em uma heurística do tipo busca tabu proposta.

Já Bandyopadhyay; Singh e Singh (2012) tratam especificamente sobre a definição *a priori* de candidatos, e propõem uma abordagem para definir um conjunto de candidatos a instalações de ambulâncias. Os autores se baseiam em análises da distribuição geográfica da demanda para agrupar os clientes e propõem que os candidatos sejam os pontos de maior valor dentro de cada agrupamento.

Fraile *et al.* (2016) propõem uma metodologia que considera a decisão com múltiplos atributos de forma a escolher pontos de alto valor para diferentes tipos de instalações urbanas. Um dos casos de estudo do trabalho é a localização CDs, em que os autores apontam que os fatores positivos que mais impactam a qualidade dos locais são a proximidade a áreas residenciais, áreas com alta densidade de população e fácil acesso rodoviário.

O único trabalho encontrado na literatura científica que propõe um método para selecionar candidatos para modelos de localização utilizados no SCND é apresentado por Vallim Filho (2004). O método visa selecionar “melhores” candidatos a CDs e consiste em *clusterizar* os nós da rede e selecionar um nó candidato de cada *cluster*. A *clusterização* considera fatores como a homogeneidade na distribuição espacial dos nós em cada *cluster* e aspectos de nível de serviço. Os nós cuja distância ao centro gravitacional de seu *cluster* não é maior que um raio máximo definido são selecionados como candidatos.

Conforme observado, existe uma lacuna na literatura científica, uma vez que é encontrado um número muito pequeno de estudos que tratam da definição de

candidatos para a construção de modelos de localização utilizados no SCND, dada a relevância da etapa no processo. Além disso, não são encontrados na literatura estudos que propõem métodos de definição de candidatos e os avaliam por meio de sua aplicação às instâncias da literatura científica.

3.5 OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES ALTERNATIVAS

De uma maneira geral, estudos que se propõem a fornecer soluções alternativas a problemas de localização não são encontrados na literatura. Por outro lado, existem alguns tipos de abordagens que apesar de não terem esse objetivo, podem resultar na obtenção de soluções alternativas.

- Obtenção de soluções ótimas de Pareto

Um tipo de abordagem considerada em problemas de múltiplos critérios é a obtenção de soluções ótimas de Pareto. Marler e Arora (2004) apresentam uma revisão sobre métodos comumente utilizados para tratar problemas com múltiplos critérios; a obtenção e análise das soluções de Pareto é um deles.

Hekmatfar e Steadieseifi (2009) apontam que uma das estratégias utilizadas para solucionar problemas de Localização com Múltiplos Critérios é trata-lo com cada objetivo independentemente, a fim de se obter um conjunto de soluções denominado a fronteira ótima de Pareto. Cada solução desse conjunto representa a solução com maior valor em relação a pelo menos um dos critérios considerados nos modelos. Na prática, quando esta abordagem é utilizada, as soluções obtidas podem ser consideradas soluções alternativas a serem avaliadas para a tomada de decisão.

Mais detalhes sobre modelos de localização com múltiplos critérios – incluindo as soluções de Pareto – são apresentados na seção A.5 do APÊNDICE A.

- Obtenção de soluções robustas⁵

Snyder (2006) aponta que em problemas com incerteza, soluções robustas são as que apresentam um bom desempenho em diferentes condições. Cada conjunto

⁵ Neste trabalho o termo “robustez” é considerado conforme a definição apresentada por Snyder (2006), que diz que uma solução é robusta quando ela apresenta bom desempenho mesmo quando sujeita a variação dos parâmetros.

de condições é denominado “cenário”, que consiste em uma variação dos parâmetros do problema, tais como custos, demandas e outros. Ainda segundo o autor, “bom desempenho” pode ser medido de diferentes formas, dependendo do caso. Na área do planejamento estratégico com incertezas, alguns conceitos utilizados na avaliação das soluções podem ser agilidade, adaptabilidade, facilidade de resposta, resiliência e flexibilidade.

Na busca de soluções que apresentam esse bom desempenho em diferentes condições, uma das abordagens utilizadas é identificar as soluções ótimas para cada cenário: nesse contexto, diferentes soluções podem ser obtidas.

Segundo Huang e Goetschalckx (2014), se uma mesma solução apresentar valores “próximos” para modelos que consideram diferentes parâmetros, ela é considerada robusta. Com isso, medidas de variabilidade dos valores da FO podem ser utilizadas para avaliar a relação de “proximidade” da solução para os diferentes cenários.

Em função da existência das diferentes formas de medir um “bom desempenho” e da utilização de diferentes cenários, métodos que buscam soluções robustas costumam avaliar diferentes soluções, embora o foco principal seja a obtenção de apenas uma solução.

Para uma revisão abrangente sobre modelos de localização de instalações robustas, Snyder (2006) e Klibi; Martel e Guitouni (2010) são sugeridos.

- Métodos de resolução por meio de meta-heurísticas

Uma das formas de abordagem para a obtenção de soluções de boa qualidade para problemas *NP-hard* é a utilização de meta-heurísticas, que consistem em conjuntos de procedimentos que são capazes de obter soluções de boa qualidade, mas não garantem que as soluções obtidas sejam as melhores possíveis.

Para problemas de localização, essa é uma abordagem amplamente utilizada: no levantamento de trabalhos da literatura feito por Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2009), 47% dos trabalhos utilizaram heurísticas para a obtenção das soluções.

Existem diversos tipos de meta-heurísticas; muitos deles, porém, têm em comum a avaliação de soluções alternativas ao longo do processamento, embora seu foco principal seja a obtenção de apenas uma solução escolhida.

Basu; Sharma e Ghosh (2015) apresentam uma revisão detalhada de aplicações de heurísticas a modelos discretos de localização. Dentre os tipos de meta-heurísticas mais utilizados, estão o Algoritmo Genético, o *Particle Swarm Optimization* e o *Scatter Search*, que se enquadram no tipo de meta-heurística populacional: diversas soluções intermediárias são exploradas na busca da melhor solução.

- A abordagem de obtenção das K melhores soluções (*k-best solutions*)

A abordagem de obter, além da solução ótima, as K melhores soluções tem sido aplicada a uma diversidade de problemas, tais como: o Problema do Caminho Mínimo (EPPSTEIN, 1994; LAWLER, 1972; PASCOAL; SEDEÑO-NODA, 2012; YEN, 1971) entre outros, o Problema da Mínima Árvore Geradora (CAMERINI; FRATTA; MAFFIOLI, 1980; GABOW, 1977), o Problema de Alocação de Recurso (KATOH; IBARAKI; MINE, 1981), o Problema do Mínimo Corte em Redes (HAMACHER; PICARD; QUEYRANNE, 1984), Problemas Inteiros de Fluxos em Rede (HAMACHER, 1995; HAMACHER; QUEYRANNE, 1985; SEDEÑO-NODA; ESPINO-MARTÍN, 2013), o Problema da Combinação Perfeita (CHEGIREDDY; HAMACHER, 1987), o Problema da Interseção de Matróides (CAMERINI; HAMACHER, 1989), o Problema de Agendamento de Atividades (BRUCKER; HAMACHER, 1989), o Problema do Caixeiro Viajante (VAN DER POORT et al., 1998), o Problema da Mochila (LEÃO et al., 2011; LEÃO; CHERRI; ARENALES, 2014; YANASSE; SOMA; MACULAN, 2000), o Problema do Desenho Modular de Produtos (YOO; KUMARA, 2010), entre outros.

Nenhum dos trabalhos pesquisados pela ampla revisão feita por Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2009) considera a abordagem *k-best* para a obtenção de soluções alternativas. Algumas abordagens para obtenção de soluções alternativas foram aplicadas ao problema de localização de instalações, sobretudo a problemas com múltiplos critérios, tais como em Guazzelli e Cunha (2015b). Os autores apresentam a aplicação de um modelo de otimização com múltiplos objetivos para

obter soluções alternativas; as soluções, por outro lado, não eram as K melhores soluções.

A abordagem das K melhores soluções tem maior aplicação em modelos de programação inteira – que consideram apenas variáveis inteiras e binárias. Não foram encontrados estudos na literatura que utilizam a abordagem das K melhores soluções em problemas de localização.

4 DELIMITAÇÃO DO ESCOPO E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo tem o objetivo de delimitar o escopo da tese e apresentar de forma objetiva seu objeto de estudo.

Este trabalho trata do problema de configuração de redes logísticas (SCND), em que são consideradas como principais decisões a quantidade e localização de instalações logísticas – sejam elas fornecedores, fábricas, centros de distribuição (CDs), terminais de consolidação ou pontos de transbordo –, a definição de fluxos de materiais entre instalações e a definição de alocação de clientes a instalações. A rede planejada tem o propósito de atender uma demanda de produtos existente, levando em consideração os custos logísticos totais. O trabalho considera um processo típico de SCND que se vale de modelos discretos de otimização e a tomada de decisão com base nos resultados.

Por meio da revisão bibliográfica apresentada no capítulo 3, foi possível observar que são encontrados trabalhos na literatura científica que tratam de algumas das principais etapas do SCND, como o agrupamento de pontos e a estimativa de parâmetros de custos.

Foram identificadas, porém, duas lacunas na literatura científica relacionadas às etapas usuais do SCND: a definição de candidatos a instalação, realizada *a priori* à construção e resolução dos modelos; e a obtenção e análise de soluções alternativas que fornecem subsídio à tomada de decisão em problemas reais.

Esta tese trata, portanto, de métodos que lidam com as duas etapas mencionadas: nos capítulos 5 e 6 são propostos e avaliados, respectivamente métodos capazes de obter candidatos para serem considerados nos modelos de otimização, e métodos capazes de obter soluções alternativas de qualidade para os problemas de localização; busca-se dessa forma preencher as lacunas identificadas. Nos capítulos 7, 8 e 9, os resultados obtidos nos capítulos anteriores são aprofundados por meio de análises de propriedades dos problemas de localização e da proposição de aplicação de modelos de redes neurais a esses problemas.

No decorrer deste capítulo, na seção 4.1, são feitas algumas considerações sobre a utilização de modelos discretos de localização no SCND e sobre a notação utilizada na tese. Em seguida, na seção 4.2, a formulação do Problema de Localização de Instalações Capacitadas é apresentada.

4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS MODELOS UTILIZADOS NA TESE E SUA REPRESENTAÇÃO

Segundo Novaes (1989), o problema da localização de instalações tem sido tratado de modo bastante amplo na literatura, envolvendo desde problemas mais simples de localização de uma única instalação, até problemas bastante complexos, com várias instalações a serem localizadas, em diversos níveis de uma cadeia produtiva ou de serviços, com fluxos de naturezas distintas.

Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2009) argumentam que embora modelos contínuos de localização também representem um papel no contexto do SCND, tais modelos normalmente têm um viés macroeconômico que poderia tirar o foco da perspectiva do processo típico de gerenciamento da cadeia de suprimentos (*Supply Chain Management* – SCM). Embora existam outros problemas cuja solução ótima é composta por instalações localizadas ao longo dos arcos, a modelagem matemática discreta em redes é o tipo mais usual utilizada para solucionar problemas de SCND. Por estes motivos neste trabalho se optou por tratar apenas de modelos discretos de localização em redes.

Embora alguns autores defendam que a teoria da localização moderna tenha sido iniciada com Weber (1909), foi a partir de Hakimi (1962, 1963, 1964, 1965) que os fundamentos de modelos discretos foram estabelecidos, em que o autor demonstrou que, para o problema p -Medianas – além de outros problemas de localização –, sempre existe uma solução ótima em que todas as instalações estão nos vértices.

O modelo que lida com o Problema de Localização de Instalações Capacitadas com Custo Fixo (*Capacitated Fixed Cost Facility Location Problem* – CFCFL) e algumas de suas variações são por vezes utilizados no SCND. O modelo considera, além dos custos variáveis de transporte, os custos fixos de cada instalação aberta: é capaz de definir endogenamente a quantidade ideal de instalações que minimiza o custo total, obtendo o equilíbrio entre custo fixo e custo variável de transporte.

Além disso, grande quantidade de estudos da literatura científica tem utilizado instâncias do CFCFL para avaliar algoritmos e heurísticas de resolução (AKINC; KHUMAWALA, 1977; AVELLA et al., 2009; BEASLEY, 1988; BOCCIA; AVELLA, 2006; HOLMBERG; RÖNNQVIST; YUAN, 1999; YANG; CHU; CHEN, 2012). Vale

ressaltar que parte dos modelos considerados pelos autores pode apresentar variações, conforme detalhado nas subseções A.1.4 e A.1.5 do APÊNDICE A.

Por esses motivos, os métodos propostos e as análises desenvolvidas ao longo da tese tratam do CFCFL, embora uma parte dos métodos e das análises seja também aplicável a outros modelos discretos de localização.

No CFCFL, são considerados dois conjuntos de pontos: pontos candidatos e pontos de demanda. Um dos objetivos do modelo é identificar quais pontos candidatos devem ser selecionados para abrigar instalações logísticas, dado um conjunto de candidatos pré-definido: o problema, conseqüentemente, é discreto e está associado a um grafo que conecta todos os pares entre pontos candidatos e pontos de demanda.

Com o intuito de facilitar a leitura e entendimento das formulações, se buscou padronizar as notações dos modelos. Para todas as formulações em que um conjunto de determinado tipo de ponto é considerado, a seguinte notação é utilizada:

C: conjunto de pontos candidatos a instalação

*L: conjunto de pontos de demanda (clientes)*⁶

Nesta tese, os conjuntos são representados por letras maiúsculas, grafadas em negrito. Além disso, as variáveis de decisão são escritas também em letras maiúsculas, sem negrito; os parâmetros são escritos em letras minúsculas.

Também se optou por utilizar como índices das variáveis e parâmetros, sempre que possível, as mesmas letras que representam os conjuntos. Ao invés de se utilizar os índices i e j , por vezes encontrados em formulações matemáticas, são utilizados, por exemplo, os índices c e l que representam candidatos e clientes, respectivamente.

Dessa forma, quando uma variável de decisão ou parâmetro é associada a um ponto candidato a instalação ela recebe o índice c ; quando é associada a um conjunto de clientes ela recebe o índice l .

⁶ Neste trabalho, o termo “cliente” é utilizado para designar pontos de demanda, embora pontos de demanda representados por modelos de localização não sejam necessariamente clientes.

As variáveis binárias Z_c são utilizadas para representar se os candidatos a instalações são abertos. Nas formulações apresentadas ao longo da tese, as restrições de domínio de variáveis binárias não são declaradas explicitamente, senão na própria definição de tais variáveis.

Para os parâmetros que são associados a cada instalação, os mesmos índices de cada conjunto são considerados, como no custo fixo de c (cf_c) e na capacidade de c ($qmax_c$). Cada cliente l tem uma demanda por receber determinada quantidade de produtos, representado pelo parâmetro d_l .

Para representar os fluxos entre os pontos, alguns autores definem variáveis que representam a quantidade de produto que é transportada de um ponto a outro. Outros autores, porém, representam este fluxo como o percentual de volume de demanda de um cliente que está sendo abastecido por determinado ponto.

As duas representações são equivalentes e não devem impactar nos resultados, porém, dependendo do que se deseja modelar, cada uma delas pode resultar em quantidade de restrições e parâmetros diferentes.

Para este trabalho, optou-se por utilizar a representação de fluxos, com variáveis Q com índices que indicam o ponto de origem e o ponto de destino do fluxo. Com isso, Q_{cl} representa o fluxo entre o candidato c e o cliente l .

Além disso, o CFCFL considera também uma matriz de custo que representa custos unitários de transporte entre dois pontos. A notação utilizada para esses parâmetros de custo segue o mesmo padrão, sendo que cv_{cl} representa o custo de atender uma unidade do cliente l por meio do candidato c .

Todos os modelos de localização apresentados nesta tese foram aplicados por meio de um programa computacional desenvolvido em linguagem C#, que utilizou o *Gurobi 6.5.2* (Gurobi Optimization, Inc.) como otimizador. O programa computacional foi executado em uma máquina ASUS® com processador Intel® Core™ i5-3317U CPU @ 1.70GHz, 3.60GB de memória, 64-bit e sistema operacional Windows 7.

4.2 O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES CAPACITADAS COM CUSTO FIXO (*CAPACITATED FIXED COST FACILITY LOCATION PROBLEM – CFCFL*)

Esta tese trata do Problema de Localização de Instalações Capacitadas com Custo Fixo (CFCFL) considerado no SCND. O modelo que lida com o CFCFL pode ser formulado da seguinte forma:

Parâmetros:

cv_{cl} : custo unitário associado ao candidato c atender o cliente l , $\forall c \in \mathcal{C}$ e $\forall l \in \mathcal{L}$

cf_c : custo fixo do candidato c , $\forall c \in \mathcal{C}$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in \mathcal{L}$

$qmax_c$: capacidade do candidato c , $\forall c \in \mathcal{C}$

Variáveis de decisão:

$Z_c \begin{cases} 1 & \text{se o candidato } c \text{ é aberto} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$, $\forall c \in \mathcal{C}$

Q_{cl} : quantidade de material enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in \mathcal{C}$ e $\forall l \in \mathcal{L}$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} cv_{cl} \cdot Q_{cl} + \sum_{c \in \mathcal{C}} cf_c \cdot Z_c \quad (4.1)$$

Restrições:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} Q_{cl} \geq d_l, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.2)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} Q_{cl} \leq qmax_c \cdot Z_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (4.3)$$

$$Q_{cl} \geq 0, \quad \forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.4)$$

A função objetivo (4.1) representa o custo total da operação, composto pelos custos variáveis de transporte e os custos fixos das instalações. As restrições (4.2) garantem que todos os clientes recebam quantidades iguais a suas demandas. Já as restrições (4.3) garantem que apenas candidatos abertos tenham volume maior que zero, limitado por sua capacidade e as restrições (4.4) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

O CFCFL considera aspectos de dois dos problemas fundamentais, apresentados no APÊNDICE A: o Problema de Localização de Instalações com Custo Fixo e o Problema de Localização de Instalações Capacitadas. Uma discussão mais profunda sobre os modelos utilizados para tratar os referidos problemas é apresentada respectivamente nas subseções A.1.4 e A.1.5.

Ao longo da tese são utilizados cinco conjuntos de instâncias de problemas de localização da literatura, que totalizam 215 instâncias, aos quais os métodos propostos são aplicados. Os cinco conjuntos de instâncias foram propostas por autores diferentes e suas principais características – bem como de que maneira elas representam a variedade de diferentes tipos de operações reais – são sintetizadas no APÊNDICE B: Conjunto 1 (AKINC; KHUMAWALA, 1977), Conjunto 2 (HOLMBERG; RÖNNQVIST; YUAN, 1999), Conjunto 3 (BOCCIA; AVELLA, 2006), Conjunto 4 (YANG; CHU; CHEN, 2012) e Conjunto 5 (GUAZZELLI; CUNHA, 2015a). Vale ressaltar que as formulações e características das instâncias podem variar em função da restrição de abastecer cada cliente a partir de apenas uma instalação e de os custos variáveis de transporte considerarem tanto o custo de distribuição quanto o custo de transferência a partir de um único ponto de origem, porém todos os modelos utilizados ao longo da tese tratam da formulação apresentada nesta seção.

Os cinco conjuntos foram selecionados por representarem uma variedade de tipos de operações reais, com características diferentes como a relação entre capacidade e demanda, relação entre custos fixos e custos variáveis de transporte e distribuição de pontos ao longo das regiões geográficas. Além disso, os tamanhos das instâncias variam de pequeno (10 candidatos $\times$ 50 clientes) a médio (80 candidatos $\times$ 400 clientes), o que viabilizou, em termos de tempo computacional, a resolução de inúmeros modelos ao longo das aplicações dos métodos. Por fim, os conjuntos são frequentemente utilizados como instâncias de testes em trabalhos científicos (GUASTAROBÀ; SPERANZA, 2014; HARRIS; MUMFORD; NAIM, 2014; YANG; CHU; CHEN, 2012), entre outros.

Também são apresentados no APÊNDICE B, diagramas em que a localização estimada dos clientes e dos candidatos é representada em um plano de coordenadas. As estimativas das localizações dos pontos das instâncias foram obtidas por meio da aplicação de um modelo quadrático desenvolvido pelo autor e que excede o escopo desta tese; o modelo é apresentado no APÊNDICE C.

5 MÉTODOS PARA DEFINIÇÃO DE CANDIDATOS

Este capítulo apresenta a avaliação de três métodos propostos – bem como de algumas variações – para a definição do conjunto $\mathcal{C}$ de candidatos a instalação para o CFCFL aplicado ao SCND. São apresentadas também análises dos resultados obtidos por meio de cada um dos métodos na aplicação a dois conjuntos de instâncias, com o objetivo de entender os impactos que os diferentes conjuntos de candidatos ocasionam nos resultados dos modelos.

Uma barreira que inspira a pesquisa científica sobre localização de instalações aplicadas ao SCND é que os problemas normalmente são *NP-hard*. Tal fato dificulta o tratamento de problemas de maiores dimensões. Sendo assim, usualmente procura-se limitar a quantidade de locais candidatos a serem considerados nos modelos.

Em função disso, a questão tratada neste capítulo é a de como escolher um conjunto de candidatos – quantidade mínima e localização – que assegure que os resultados dos modelos de otimização sejam os ótimos – ou estejam suficientemente próximos ao valor ótimo – e que viabilize a resolução dos modelos em termos de tempo de processamento computacional.

Mais especificamente, o ponto chave para essa questão é o de como definir, da melhor forma possível, o conjunto de candidatos a serem considerados nos modelos que representem a realidade da cadeia de suprimentos das empresas, de forma a se obter as soluções adequadas à realidade a um tempo de solução computacional razoável.

No SCND é usual que a definição dos locais candidatos siga uma ordem hierárquica: primeiramente as regiões são agrupadas e representadas por pontos e, em seguida, ocorre a etapa de seleção dos pontos que devem fazer parte do conjunto $\mathcal{C}$, de candidatos a instalação. Por meio da resolução dos modelos e da subsequente tomada de decisão, são definidos os pontos – que representam as mencionadas regiões – em que deve haver instalações, sejam elas novas ou já existentes. A partir desta fase, inicia-se uma busca em um nível mais detalhado por locais onde a instalação deve ser instalada.

No processo usual, não se limita *a priori* a existência de candidatos a regiões onde já foi identificada a existência de terrenos específicos para abrigar as

instalações. Ao contrário, a busca se dá inicialmente em um nível mais amplo e menos agregado e, em seguida, se torna uma busca mais detalhada dentro das regiões escolhidas.

Essa hierarquização permite que os modelos matemáticos considerem custos mais agregados – que não levam em conta detalhes como o custo de aluguel específico de cada terreno, por exemplo –, que retratam o comportamento médio da região que cada ponto representa.

Em consequência, os métodos presentes neste capítulo consideram que os pontos de demanda da rede representam regiões de uma forma mais agregada e que todas as regiões são capazes de abrigar instalações.

5.1 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS

A seguir são apresentados os três métodos propostos – assim como suas variações – para a definição do conjunto de candidatos.

5.1.1 Método de escolha de candidatos 1 (Mc1) – N pontos com maior demanda

O conceito em que o primeiro método (Mc1) se baseia é o de que os custos de distribuição tendem a ser mais baixos quando os centros de distribuição (CDs) são localizados próximos às demandas. Dessa forma, os locais com maior demanda surgem naturalmente como potenciais candidatos. O método consiste simplesmente na definição dos candidatos como os N pontos com maior demanda.

Embora o Mc1 deva ser capaz de obter um bom conjunto de candidatos quando a demanda é mais concentrada em grandes cidades – e, sobretudo, quando o custo unitário do transporte de distribuição é alto em relação ao custo unitário do transporte de transferência/abastecimento e dos custos fixos das instalações –, pode deixar de obter candidatos que, embora com demanda pequena, são localizadas em locais muito afastados das regiões com maior demanda; característica que pode motivar sua abertura na solução ótima.

5.1.2 Método de escolha de candidatos 2 (Mc2) – N pontos com maior momento de transporte

O segundo método (Mc2) tem como objetivo obter um conjunto de N candidatos que estejam distribuídos ao longo de toda a região em que se distribuem

os clientes e que também leve em consideração os pontos em que a demanda é maior.

Esta abordagem tem o objetivo de sanar algumas limitações do Método 1, ao identificar candidatos que se localizam mais longe dos principais centros de demanda e que se destacam em sua região.

O método utiliza uma medida entre cada candidato c e cliente l , denominada momento de transporte, definida pela equação (5.1).

$$M_{cl}^{\theta} = cv_{cl} \cdot d_l^{\theta}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall l \in \mathcal{L} \quad (5.1)$$

Em que:

M_{cl}^{θ} : momento de transporte de grau θ do cliente l em relação ao candidato c

cv_{cl} : custo de transporte unitário para abastecer o cliente l por meio do candidato c ⁷

d_l : demanda do cliente l

O momento de transporte retrata a dificuldade – ou o que também pode ser interpretado como o “nível de esforço de transporte” – de abastecer o cliente l a partir da instalação c : é necessário certo esforço para transportar uma determinada quantidade de carga ao longo de um percurso. Quanto maior a quantidade transportada e quanto maior o percurso, maior é o esforço para realizar esse transporte. O fator θ é utilizado para que sejam considerados pesos diferentes para a distância e a quantidade transportada no cálculo do momento de transporte.

Quando θ é igual a 1, o momento de transporte retrata o custo de transporte para abastecer toda a demanda de l a partir de c . Já nos casos em que θ tende a zero, por exemplo, o momento de transporte retrata o custo unitário de transporte entre c e l , independente da quantidade de demanda de l .

Com base no momento de transporte, é possível, dado um conjunto de clientes e um conjunto de candidatos, identificar para qual cliente é necessário o maior nível de esforço para que este seja atendido pelo candidato mais próximo. A lógica do método consiste em definir tal cliente como o próximo candidato a instalação.

⁷No atual contexto, cv_{cl} deve representar apenas o custo de transporte entre os pontos c e l , desconsiderando os custos variáveis e custos de abastecimento da instalação c , que poderiam estar considerados nos valores de cv_{cl} .

O algoritmo busca definir candidatos que estejam longe uns dos outros e cujos pontos tenham uma alta demanda. O método é iterativo e tem uma lógica é “gulosa”: em cada iteração o ponto que tem o maior momento de transporte em relação aos candidatos definidos em iterações anteriores é selecionado como candidatos.

Para cada cliente l não escolhido como candidato, o *momento de transporte efetivo* é calculado, dado pela equação (5.2).

Dado o conjunto:

C_n : conjunto de locais candidatos a instalação escolhidos até a iteração n

$$M_l^\theta = \min_{c \in C_n} (M_{cl}^\theta), \quad \forall l \in L \quad (5.2)$$

Em que:

M_l^θ : momento de transporte efetivo de l em relação aos pontos pertencentes ao conjunto C_n

O algoritmo inicia com a escolha do primeiro candidato como o ponto com a maior demanda. A cada iteração, a partir da segunda até a N , o ponto com maior *momento de transporte efetivo* é escolhido como candidato.

O pseudocódigo do algoritmo é apresentado na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Pseudocódigo para geração de candidatos por momento de transporte

<p>Procedimento para criação de candidatos por momento de transporte</p> <p>Início</p> <p>candidato 1 ← ponto com maior demanda;</p> <p>$n \leftarrow 2$</p> <p>Enquanto $n \leq N$ faça</p> <p> Enquanto percorre todos os demais pontos l faça</p> <p> Calcula o momento do ponto l (M_l^θ);</p> <p> Candidato $n \leftarrow$ ponto com maior M_l^θ;</p> <p> $n \leftarrow n + 1$;</p> <p>Retorna C_N</p> <p>Fim</p>

Fonte: Próprio autor

5.1.2.1 Exemplo de aplicação do Mc2

Para facilitar o entendimento da dinâmica e do impacto que os valores de θ têm na seleção dos candidatos por meio do método Mc2, um exemplo é apresentado.

Foram testados quatro valores diferentes de θ (1; 0,5; 0,2; e 0) de forma a entender seu impacto na seleção dos candidatos.

No exemplo, um conjunto de seis pontos de demanda é conhecido, cujas coordenadas (X e Y) e demandas podem ser vistas por meio da Tabela 5.1.

Ponto	X	Y	Demanda (unidades)
1	96	30	1.000
2	42	62	10.000
3	22	9	4.000
4	61	17	8.000
5	87	62	3.500
6	8	87	2.000

Fonte: Próprio autor

A Figura 5.2 retrata os seis pontos distribuídos no plano, em que o tamanho dos círculos retrata a demanda do ponto correspondente.

Figura 5.2 – Representação dos pontos de exemplo de aplicação do método Mc2 em um plano de coordenadas

Fonte: Próprio autor

No exemplo, o custo entre quaisquer dois pontos é considerado igual à distância euclidiana entre os pontos. Com isso, é possível criar uma matriz que representa os momentos de transporte equivalentes a todos os pares de pontos, para cada valor de θ considerado para o exemplo, mostradas pelas Tabelas 5.2 a 5.5.

Tabela 5.2 – Matriz M_{cl}^0

O/D	l					
	1	2	3	4	5	6
1	0	63	77	37	33	105
2	63	0	57	49	45	42
3	77	57	0	40	84	79
4	37	49	40	0	52	88
5	33	45	84	52	0	83
6	105	42	79	88	83	0

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.3 – Matriz $M_{cl}^{0,2}$

O/D	l					
	1	2	3	4	5	6
1	0	396	404	225	170	479
2	250	0	298	295	230	193
3	306	357	0	240	429	362
4	149	308	209	0	266	402
5	132	284	441	314	0	379
6	417	266	416	530	424	0

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.4 – Matriz $M_{cl}^{0,5}$

O/D	l					
	1	2	3	4	5	6
1	0	6.277	4.865	3.339	1.967	4.689
2	1.985	0	3.583	4.369	2.662	1.887
3	2.432	5.665	0	3.561	4.962	3.544
4	1.181	4.885	2.518	0	3.075	3.927
5	1.051	4.500	5.304	4.648	0	3.706
6	3.316	4.220	5.012	7.853	4.902	0

Fonte: Próprio autor

Uma vez que o momento de transporte com θ valendo zero (M_{cl}^0) equivale ao custo unitário de transporte de c para l , o método, para este caso, deve gerar um conjunto de candidatos com um padrão menos concentrado, independentemente da demanda de cada ponto. Por outro lado, quanto maior for o valor de θ – principalmente com o valor sendo maior do que um – o método Mc2 deve obter resultados mais similares ao método Mc1, em que são selecionados os pontos com maior demanda, independente de sua localização relativa aos demais pontos.

A aplicação se inicia com a seleção do ponto de maior demanda. Por isso, o ponto 2 é definido como o primeiro candidato, independentemente do valor de θ . Em seguida, o ponto que tem o maior momento de transporte em relação ao ponto 2 é escolhido.

Tabela 5.5 – Matriz M_{cl}^1

O/D	l					
	1	2	3	4	5	6
1	0	627.694	307.688	298.690	116.345	209.695
2	62.769	0	226.592	390.774	157.500	84.404
3	76.922	566.480	0	318.496	293.541	158.493
4	37.336	488.467	159.248	0	181.899	175.602
5	33.242	450.000	335.476	415.769	0	165.723
6	104.848	422.019	316.986	702.407	290.015	0

Fonte: Próprio autor

Para o caso de θ com valor igual a um, por exemplo, o ponto 4 tem o maior M_l^1 em relação ao ponto 2 – com valor igual a 390.774 –, e por isso é o segundo candidato escolhido. Na sequência, os pontos 1, 3, 5 e 6 são avaliados em relação aos pontos 2 e 4. O ponto 3 então é selecionado, uma vez que tem o maior M_l^1 em relação aos pontos 2 e 4 – com valor igual a 159.248. O método continua até que N candidatos tenham sido selecionados.

A Tabela 5.6 mostra, para os diferentes valores de θ testados, a ordem de seleção de candidatos. Para o caso de N valer três, por exemplo, para θ com valor igual a um, os pontos 2, 4 e 3 são selecionados como candidatos – nessa ordem –, enquanto para θ com valor igual a zero, os pontos 2, 1 e 3 são selecionados como candidatos – também nessa ordem.

Tabela 5.6 – Ordem de seleção de candidatos para o exemplo com variações no θ

Ordem de escolha	Candidato ($\theta=0$)	Candidato ($\theta=0,2$)	Candidato ($\theta=0,5$)	Candidato ($\theta=1$)
# 1	2	2	2	2
# 2	1	3	4	4
# 3	3	1	5	3
# 4	6	4	3	5
# 5	4	6	6	6
# 6	5	5	1	1

Fonte: Próprio autor

5.1.3 Métodos de escolha de candidatos 3a e 3b (Mc3a e Mc3b) – N clusters e seleção de pontos de cada cluster com maior demanda ou menor distância média

Os métodos Mc3a e Mc3b consistem na criação de N clusters e na seleção de um dos pontos de cada cluster como o candidato que o representa. Eles diferem pela forma de seleção do ponto que representa cada cluster.

Os *clusters* são construídos com base em um algoritmo *k-means*⁸, com alteração na inicialização, no cálculo de distâncias e na FO. Na etapa inicial do algoritmo, ao contrário da definição aleatória das sementes, as N sementes são definidas pelo *Método Mc2*: N pontos com maior momento de transporte efetivo, apresentado na subseção 5.1.2, com θ valendo um.

Ao contrário de utilizar as distâncias reais – ou distâncias euclidianas –, o método considera como distância o custo ponderado cp_{cn} entre um ponto c e um *cluster* n , que consiste no custo entre o ponto c e todos os demais pontos pertencentes ao *cluster* n , ponderado por suas demandas. Essa métrica é utilizada ao longo do algoritmo para a tomada de decisão de alocação dos pontos aos *clusters*, bem como na etapa de melhoria, em que ocorre a migração de pontos entre *clusters*; é calculado por meio da equação (5.3).

Conjuntos:

L_n : conjunto de pontos que pertencem ao *cluster* n , $n \in N$

N : conjunto de *clusters*

$$cp_{cn} = \frac{\sum_{l \in L_n/c} cv_{cl} \cdot d_l}{\sum_{l \in L_n/c} d_l}, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall n \in N \quad (5.3)$$

Já a FO do modelo de *clusterização*, apresentada pela equação (5.4), é dada pela soma do custo ponderado de todos os pontos em relação ao *cluster* a que o ponto pertence.

$$FO = \sum_{n \in N} \sum_{l \in L_n} cp_{ln} \quad (5.4)$$

Após a definição inicial das sementes, os demais pontos ainda não alocados a um *cluster* são alocados por ordem de menor custo ao *cluster* mais próximo.

Na segunda etapa, quando todos os pontos estão alocados a um *cluster*, estes são ordenados de forma decrescente considerando seu custo ponderado em relação ao *cluster* a que pertence. São feitas migrações de *clusters* se estas fizerem com

⁸ Para detalhes sobre algoritmos *k-means*, recomenda-se, por exemplo, o trabalho de Shukla e Naganna (2014).

que o custo ponderado total (FO) reduza. A etapa de melhoria é feita até que em uma iteração a solução não se altere.

O pseudocódigo do algoritmo de *clusterização* é apresentado na Figura 5.3.

Figura 5.3 – Pseudocódigo para geração de *clusters* – *k-means*

<p>Procedimento de <i>clusterização</i> geográfica</p> <p>Início</p> <p>melhorsolução ← infinito;</p> <p>Escolhe N pontos por meio do procedimento para criação de candidatos por momento logístico ($\theta=1$);</p> <p>Aloca cada um dos N pontos a um cluster;</p> <p>Enquanto percorre os demais locais por ordem crescente de custo ao cluster mais “próximo” faça</p> <p> Aloca local no cluster com a menor distância ponderada;</p> <p>soluçãoatual ← Calcula o valor da solução;</p> <p>Enquanto (soluçãoatual < melhorsolução) faça</p> <p> melhorsolução ← soluçãoatual;</p> <p> Enquanto percorre os pontos por ordem decrescente de custo ao cluster a que pertence faça</p> <p> Aloca local no cluster mais próximo;</p> <p> soluçãoatual ← Calcula o valor da solução;</p> <p>Retorna melhorsolução</p> <p>Fim</p>

Fonte: Próprio autor

Após a definição dos *clusters*, o ponto que deve representar cada *cluster* é escolhido como candidato. No método Mc3a, a seleção dos pontos candidatos se dá com base na demanda: o ponto de maior demanda é escolhido como o candidato do *cluster*. Já no método Mc3b, o ponto que tem o menor custo ponderado em relação ao seu próprio *cluster* é o escolhido.

5.1.3.1 Método 3c (Mc3c) – Cluster definidos como mesorregiões do IBGE

Para o conjunto de instâncias em que os clientes e candidatos representam as microrregiões do Brasil, definidas pelo IBGE, uma terceira variação do método Mc3 foi considerado. O método consiste em definir que cada *cluster* representa o grupo de microrregiões contidas na mesma mesorregião, também definida pelo IBGE. Para este cenário, a microrregião com maior demanda de cada uma das mesorregiões existentes é escolhida como ponto candidato.

5.2 APLICAÇÃO DOS MÉTODOS

As instâncias utilizadas para a avaliação dos métodos correspondem ao CFCFL, porém os métodos podem ser aplicados a outros problemas discretos de localização.

Os métodos foram aplicados a dois dos conjuntos de instâncias utilizados nesta tese. O primeiro consiste em parte das instâncias do Conjunto 1 – instâncias propostas por Akinc e Khumawala (1977) e utilizadas por Beasley (1988); neste capítulo, foram consideradas apenas as instâncias do Conjunto 1 em que a quantidade de clientes e quantidade de candidatos é igual. O segundo conjunto – Conjunto 5 – é composto por instâncias propostas por Guazzelli e Cunha (2015a).

A escolha dos dois conjuntos para a avaliação dos métodos de definição de candidatos se deve principalmente ao fato de que o agrupamento da demanda se dá de tal forma que existe uma relação bijetora entre os conjuntos de clientes e de candidatos. Em outras palavras, para essas instâncias, para cada cliente existe um candidato. Além disso, os dois conjuntos de instâncias representam problemas realistas, construídos com base em regiões geográficas reais.

Para ambos os conjuntos foram testadas variações no parâmetro θ para o método Mc2: para toda instância, o método Mc2 foi avaliado com θ valendo 1, 0,5 e 0,2. Esses valores foram definidos para que fosse possível avaliar o desempenho do método com diferentes relações de pesos entre distância e quantidade de produtos no cálculo do momento de transporte. Para θ valendo 1, os pesos da distância e da quantidade de produtos são iguais, e o método tende a escolher pontos de maior volume que não estejam próximos aos demais já escolhidos. Já para θ valendo 0,2, o peso da demanda é menor que o da distância; consequentemente o método tende a escolher pontos mais distantes.

Com isso, para cada instância foram avaliados seis modelos de otimização com candidatos obtidos por seis métodos diferentes: método Mc1, método Mc2 com θ com valores de 1, 0,5 e 0,2 (Mc2-1; Mc2-0,5; Mc2-0,2), método Mc3a e método 3b (Mc3b). Por fim, para o Conjunto 5, um modelo com candidatos obtidos pelo método que considera a Mesorregião do IBGE como *cluster* (Mc3c) também foi avaliado.

Vale ressaltar que, uma vez que a matriz de custos unitários de transporte (cv_{cl}) é igual para todas as instâncias do mesmo conjunto, cada método aplicado a cada instância do mesmo conjunto gera o mesmo conjunto de candidatos.

5.2.1 Candidatos a instalação – Conjunto 1 (AKINC; KHUMAWALA, 1977)

As instâncias propostas por Akinc e Khumawala (1977) são divididas em três grupos, cujos conjuntos de candidatos são compostos por 16, 25 e 50 pontos. Nesta seção, foram analisadas as instâncias do Conjunto 1 cujo grupo de candidatos é composto por 50 pontos.

A Figura 5.4 retrata a localização estimada e o código de cada um dos pontos das instâncias do Conjunto 1. O tamanho de cada ponto está associado a sua demanda.

Figura 5.4 – Representação dos pontos do Conjunto 1 em um plano de coordenadas, com códigos e demandas correspondentes

Fonte: Próprio autor

Os métodos foram aplicados às instâncias do Conjunto 1 para dois valores de N : 16 e 25 – equivalentes a 32% e 50% da quantidade de clientes. Dessa forma, é possível comparar os resultados com os candidatos obtidos pelos métodos com os resultados das instâncias dos outros dois grupos; é possível avaliar quão bem foram selecionados os candidatos das instâncias propostas por Akinc e Khumawala (1977) e compostas por 16 e 25 candidatos.

Cada instância do Conjunto 1 foi solucionada 13 vezes, sendo uma o modelo vértex, considerando todos os 50 pontos como candidato, e as doze demais considerando cada uma das seis variações dos métodos com os dois valores definidos para N .

Os métodos foram aplicados às instâncias do Conjunto 1 considerando uma pequena adaptação, em função de uma peculiaridade: em todas as instâncias, um candidato – o ponto 23 – tem custo fixo (cf_c) igual a zero. Disso, decorre que tal candidato é selecionado na solução ótima de todas as instâncias.⁹ Consequentemente, os métodos foram executados com N valendo $N-1$ e o ponto 23 não fez parte dos pontos avaliados, sendo selecionado como candidato *a posteriori* em todas as instâncias.

Para ser possível comparar o “nível de espalhamento” entre os candidatos gerados por cada método de forma quantitativa, para cada conjunto de candidatos foram calculados os custos de transporte médios entre cada candidato e o candidato mais próximo. A Tabela 5.7 mostra os valores para cada um dos conjuntos obtidos.

Tabela 5.7 – Custo de transporte médio entre cada candidato e o candidato mais próximo (\$/unidade)

Método	N=16	N=25
Mc1	13,46	16,38
Mc2-0,2	28,10	23,73
Mc2-0,5	23,85	21,58
Mc2-1	23,35	18,25
Mc3a	21,64	18,25
Mc3b	20,38	17,60

Fonte: Próprio autor

É possível verificar que Mc1 gera um conjunto de candidatos geograficamente mais concentrado. Já Mc2 gera conjuntos de candidatos menos concentrados; quanto menor o valor de θ , menos concentrado deve ser o conjunto gerado por Mc2. Os métodos Mc3a e Mc3b, por sua vez, geraram conjuntos de candidatos não tão concentrados quanto Mc1 nem tão geograficamente distribuídos quanto os métodos Mc2.

⁹ A demonstração desta afirmação é apresentada em mais detalhes na subseção 7.2.2.2 do capítulo 7.

O nível de espalhamento, no entanto, não retrata necessariamente a qualidade de um conjunto de candidatos. Uma vez que a solução ótima depende das características de cada instância – como a relação entre custos fixos e variáveis, localização dos clientes, entre outros – a avaliação de cada método é feita com a comparação entre o valor da FO da solução obtida pelo modelo vértex com o valor da FO da solução obtida pelo modelo que considera o conjunto de candidatos obtido por cada método.

Figura 5.5 – Representação em um plano de coordenadas dos candidatos selecionados por cada método com $N=16$, para o Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

As Figuras 5.5 e 5.6 retratam, respectivamente, os candidatos obtidos por cada método para N valendo 16 e 25. Os pontos destacados em laranja retratam a

escolha do ponto como candidato. Vale notar que os conjuntos com N valendo 25 gerados pelos métodos Mc2-1 e Mc3a são iguais.

Figura 5.6 – Representação em um plano de coordenadas dos candidatos selecionados por cada método com $N=25$, para o Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

As Figuras 5.7 e 5.8 retratam os *clusters* considerados para a seleção dos candidatos nos Métodos Mc3a e Mc3b: Os *clusters* resultantes são maiores – mais geograficamente distribuídos – em regiões em que os pontos têm demandas menores, e são menores nas regiões em que os pontos têm demandas maiores.

Figura 5.7 – Representação em um plano de coordenadas dos *clusters* formados pelos Métodos 3a e 3b com $N=16$, para o Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

Figura 5.8 – Representação em um plano de coordenadas dos *clusters* formados pelos Métodos 3a e 3b com $N=25$, para o Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

A Tabela 5.8 mostra qual método obtém como candidato cada um dos pontos que fazem parte da solução ótima de ao menos uma das instâncias. É possível verificar que para N com valor igual a 25, três métodos – Mc1, Mc2-1 e Mc3a – obtêm como candidatos 18 pontos dos 19 que fazem parte da solução ótima de ao menos uma das instâncias.

Por outro lado, nenhum dos métodos obtém o ponto 6 como candidato. Ele, porém, faz parte da solução ótima de 83% das instâncias.

Os resultados completos da seleção de cada candidato por meio de cada modelo executado para as instâncias do Conjunto 1 são apresentados na subseção B.1.3 do APÊNDICE B.

Tabela 5.8 – Seleção como candidatos de pontos presentes na solução ótima de ao menos uma instância do Conjunto 1 por cada método

Ponto	N=16						N=25						% de abertura nas soluções ótimas
	Mc1	Mc2-0,2	Mc2-0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	Mc1	Mc2-0,2	Mc2-0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	
4	1						1			1	1	1	25%
6													83%
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	50%
11	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	83%
13	1						1			1	1		58%
15							1	1	1	1	1		67%
16		1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	25%
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	50%
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	100%
25							1		1	1	1	1	42%
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	100%
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	92%
37	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	58%
38	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	8%
41	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	33%
42	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	83%
46		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		100%
49	1						1		1	1	1	1	92%
Total	14	9	11	13	13	12	18	11	16	18	18	15	

Fonte: Próprio autor

5.2.2 Candidatos a instalação – Conjunto 5 (GUAZZELLI; CUNHA, 2015a)

Embora as instâncias do Conjunto 5 representem o CFCFL, a matriz cv_{cl} de cada instância considera, além do custo unitário de distribuição entre o candidato c e o ponto l , o custo unitário de abastecimento do candidato c a partir de um único ponto fornecedor. Por isso, as soluções ótimas das instâncias do Conjunto 5 devem ser diferentes das soluções ótimas dos problemas em que não são considerados os custos de transporte de transferência na seleção dos locais de instalação.

Por outro lado, para a aplicação dos métodos apresentados nessa seção, os valores utilizados como cv_{cl} retratam apenas o custo unitário de distribuição entre o candidato c e o ponto l , desconsiderando os custos de transporte de transferência.

Para o Conjunto 5, os métodos foram aplicados com N valendo 15, 30 e 60, que representam respectivamente 10%, 20% e 40% da quantidade de clientes.

Para cada instância do Conjunto 5, foram avaliados vinte modelos, sendo um deles o modelo vértex, considerando todos os 147 pontos como candidatos, e os dezenove demais construídos com base em cada uma das seis variações dos métodos com os três valores de N definidos e uma vez com base no método Mc3c. Vale ressaltar que este último método foi rodado com N valendo 33, que é a quantidade de mesorregiões do IBGE na região.

A Tabela 5.9 mostra o *nível de espalhamento*, retratado pelo custo de transporte médio entre cada candidato e seu candidato mais próximo, para cada conjunto obtido pela aplicação dos métodos propostos.

Tabela 5.9 – Custo médio entre candidato e o candidato mais próximo (\$/unidade)

Método	N=15	N=30	N=60	N=33
Mc1	199,5	141,8	72,8	-
Mc2-0,2	307,6	203,6	124,4	-
Mc2-0,5	232,9	175,6	119,5	-
Mc2-1	199,5	141,8	106,4	-
Mc3a	191,0	137,5	101,7	-
Mc3b	196,4	134,7	102,2	-
Mc3c	-	-	-	134,4

Fonte: Próprio autor

As Figuras 5.9, 5.10 e 5.11 retratam, respectivamente, os candidatos obtidos por cada método para N valendo 15, 30 e 60. Os pontos destacados em vermelho retratam a escolha do ponto como candidato.

Figura 5.9 – Representação em mapas dos candidatos selecionados por cada método com $N=15$, para o Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

Figura 5.10 – Representação em mapas dos candidatos seleccionados por cada método com $N=30$, para o Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

Figura 5.11 – Representação em mapas dos candidatos selecionados por cada método com $N=60$, para o Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 5.12 retrata os candidatos obtidos pelo método Mc3c, em que o ponto com maior demanda de cada uma das 33 mesorregiões definidas pelo IBGE é definido como candidato.

Figura 5.12 – Representação em mapa dos candidatos selecionados pelo método Mc3c, para o Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 5.13 retrata três mapas com os resultados dos métodos de geração de *clusters* com 15, 30 e 60 *clusters*.

Figura 5.13 – Representação em mapas dos *clusters* formados pelo método Mc3 com $N=15, 30$ e 60 , para o Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 5.14 retrata as 33 mesorregiões definidas pelo IBGE, utilizadas na definição dos candidatos pelo método Mc3c.

Figura 5.14 – Representação em mapas dos *clusters* definidos como as mesorregiões do IBGE, para o Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

A Tabela 5.10 mostra qual método obtém como candidato cada um dos pontos que fazem parte da solução ótima de ao menos uma instância. É possível verificar que para N com valor igual a 60, dois métodos – Mc1 e Mc3a – obtêm como candidatos 22 dos 24 pontos que fazem parte da solução ótima de alguma das instâncias.

Por outro lado, nenhum dos métodos obtém o ponto que representa a microrregião de Formiga-MG como candidato, embora este ponto faça parte da solução ótima de uma das instâncias do Conjunto 5 – equivalendo 8% do total de instâncias. Já o ponto que representa a microrregião de Itaperuna-RJ é obtido apenas pelo método Mc3c, que considera as microrregiões do IBGE, embora este ponto também faça parte da solução ótima de uma das instâncias do Conjunto 5.

Os dois pontos mencionados fazem parte das soluções ótimas de instâncias diferentes – Formiga-MG na instância Se33 e Itaperuna-RJ na instância Se34. Em ambas as instâncias, o custo fixo de uma instalação é mais baixo em relação ao custo variável de transporte e o custo unitário de transporte de transferência é maior que o custo unitário do transporte de distribuição, o que faz com que mais instalações façam parte da solução ótima.

Tabela 5.10 – Seleção como candidatos de pontos presentes na solução ótima de ao menos uma instância do Conjunto 5 por cada método

Ponto	N=15					N=30					N=60					N=33		% de aparições na solução ótima			
	Mc1	Mc2- 0,2	Mc2- 0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	Mc1	Mc2- 0,2	Mc2- 0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	Mc1	Mc2- 0,2	Mc2- 0,5	Mc2-1	Mc3a		Mc3b	Mc3c	
Montes Claros - MG	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17%
Teófilo Otoni - MG		1							1					1	1	1	1	1	1	1	8%
Uberlândia - MG	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Patos De Minas - MG							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Belo Horizonte - MG	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	42%
Ipatinga - MG		1			1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17%
Divinópolis - MG						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Formiga - MG																					8%
Pouso Alegre - MG														1	1	1	1	1			92%
Juiz De Fora - MG	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	25%
Itaperuna - RJ																				1	8%
Lagos - RJ							1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Vale Do Paraíba Fluminense - RJ							1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Rio De Janeiro - RJ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	42%
Sao Jose Do Rio Preto - SP	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Ribeirão Preto - SP	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	33%
Bauri - SP	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	25%
Limeira - SP											1			1		1	1	1	1	1	17%
Campinas - SP	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17%
Presidente Prudente - SP	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Sorocaba - SP	1				1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Jundiaí - SP														1		1	1	1			8%
Sao Jose Dos Campos - SP	1			1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Sao Paulo - SP	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	42%
Total	13	6	12	12	13	18	8	19	18	19	13	22	18	20	21	22	21	21	20		

Fonte: Próprio autor

Vale ressaltar também que o ponto que representa a microrregião de Pouso Alegre-MG faz parte da solução ótima de 92% das instâncias – 11 das 12 que compõem o Conjunto 5 – porém é apenas obtido por parte dos métodos com N valendo 60. A ausência deste ponto – que representa o local em que se localiza o ponto a partir de onde todos os candidatos são abastecidos – no conjunto dos candidatos obtidos pela aplicação dos métodos com N com valores menores (15 e 30) retrata uma limitação dos métodos propostos, que não consideram a localização dos pontos de origem na obtenção dos candidatos.

Os resultados completos da seleção de cada candidato por meio de cada modelo avaliado para as instâncias do Conjunto 5 são apresentados na subseção B.5.3 do APÊNDICE B.

5.3 AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS

A avaliação dos métodos apresentada nesta seção consiste na comparação das soluções de cada instância obtidas considerando todos os pontos de clientes como potenciais instalações ($C = L$) com as soluções que consideram subconjuntos dos clientes como potenciais instalações ($C \subset L$). Cada método de definição de candidatos gera um conjunto de pontos definido como o conjunto de candidatos C . Um esquema da metodologia utilizada para a avaliação dos métodos pode ser visualizado por meio da Figura 5.15.

Figura 5.15 – Metodologia utilizada na avaliação de métodos de definição de candidatos

Fonte: Próprio autor

A Tabela 5.11 mostra, para cada instância do Conjunto 1, os valores da FO obtidos pelo modelo vértex e o *gap* percentual resultante da utilização de cada método para obtenção dos candidatos. Para todas as instâncias testadas, pelo menos um dos modelos é capaz de obter candidatos que proporcionam *gaps* menores que 0,5%. Também é possível observar que, de maneira geral, os métodos Mc1 e Mc3a têm um desempenho melhor que os demais métodos.

Tabela 5.11 – Valores da FO e *gaps* para instâncias do Conjunto 1

Método	cap111	cap112	cap113	cap114	cap121	cap122	cap123	cap124	cap131	cap132	cap133	cap134
Vértex	826.125	901.377	970.568	1.063.356	793.440	852.525	895.302	946.051	793.440	851.495	893.077	928.942
N16 - Mc1	6,20%	4,54%	3,29%	2,73%	5,33%	3,32%	1,96%	1,14%	5,33%	3,32%	1,99%	0,96%
N16 - Mc2-0,2	84,5%	75,7%	69,4%	63,1%	7,71%	6,11%	6,18%	6,47%	5,05%	3,06%	1,49%	0,61%
N16 - Mc2-0,5	22,1%	19,1%	17,3%	15,8%	1,80%	1,22%	0,84%	0,31%	1,80%	1,30%	0,76%	0,00%
N16 - Mc2-1	13,1%	11,4%	10,6%	9,74%	2,05%	1,33%	0,59%	0,31%	2,05%	1,41%	0,61%	0,00%
N16 - Mc3a	7,49%	6,28%	5,54%	5,50%	1,41%	1,22%	0,59%	0,31%	1,41%	1,30%	0,61%	0,00%
N16 - Mc3b	7,76%	6,43%	5,54%	5,19%	1,82%	1,26%	0,59%	0,31%	1,82%	1,34%	0,61%	0,00%
N25 - Mc1	0,39%	0,36%	0,41%	0,68%	0,40%	0,38%	0,15%	0,00%	0,40%	0,38%	0,08%	0,00%
N25 - Mc2-0,2	42,7%	38,0%	34,4%	31,1%	5,96%	4,78%	4,78%	4,35%	4,15%	2,55%	0,91%	0,61%
N25 - Mc2-0,5	1,61%	1,06%	0,55%	0,94%	0,72%	0,53%	0,15%	0,00%	0,72%	0,53%	0,08%	0,00%
N25 - Mc2-1	0,39%	0,36%	0,41%	0,94%	0,40%	0,38%	0,15%	0,00%	0,40%	0,38%	0,08%	0,00%
N25 - Mc3a	0,39%	0,36%	0,41%	0,94%	0,40%	0,38%	0,15%	0,00%	0,40%	0,38%	0,08%	0,00%
N25 - Mc3b	1,16%	1,04%	0,51%	0,20%	1,13%	0,81%	0,33%	0,17%	1,13%	0,81%	0,18%	0,06%

Fonte: Próprio autor

Para N valendo 16, o método Mc1 tem o melhor desempenho nas quatro instâncias em que a capacidade de cada instalação equivale a 8,6% da demanda total – cap111, cap112, cap114 e cap114. Para as oito demais instâncias, o método M3a tem o melhor desempenho, permitindo a obtenção de soluções com funções objetivo com valores mais próximos aos das soluções ótimas dos modelos vértex.

Já para N valendo 25, o método Mc1 – seguido pelos métodos Mc2-1 e Mc3a – se destaca como o de melhor desempenho geral, obtendo candidatos capazes de obter os menores *gaps* dentre todos os métodos para 11 das 12 instâncias do Conjunto 1. Para a instância cap114, o método Mc3b obtém o menor *gap*.

Já o método Mc2 – sobretudo para valores de θ menores –, de maneira geral, não é capaz de gerar um bom conjunto de candidatos. Nota-se também que, para θ com valor igual a 0,2, o desempenho do método Mc2 é consideravelmente pior que o dos demais métodos, sendo que, em alguns casos, o *gap* obtido é mais de 10 vezes maior que os *gaps* obtidos pelos demais métodos. Isso se deve ao fato de que este método considera um peso muito baixo para a demanda de cada ponto, fazendo com que alguns candidatos potenciais – em função de sua alta demanda – não sejam escolhidos.

A Tabela 5.12 mostra para cada instância do Conjunto 1 e para cada um dos valores de N considerados, a comparação entre o valor da FO obtido pelo método Mc1 e o valor da FO da instância original correspondente, proposta por Akinc e Khumawala (1977), com o mesmo valor de N .

É possível verificar que o conjunto dos candidatos que fazem parte das instâncias originais em que a quantidade de candidatos é igual a 16, se comparado ao método Mc1, implicam em valores de FO até 18,6% piores. Já para N com valor igual a 25, os resultados obtidos pelos candidatos que compõem as instâncias originais são próximos aos obtidos pelos candidatos gerados pelo método Mc1; nota-se também que para a instância cap114 a FO da instância equivalente com 25 candidatos é menor que a FO obtido pelo método Mc1.

Tabela 5.12 – Comparação entre o valor da FO obtido pelo método Mc1 e pela instância original com a mesma quantidade de candidatos

Instância	N=16 M1	N=16 (cap41 a cap 74)	Relação Mc1 x cand. original	N=25 M1	N=25 (cap81 a cap104)	Relação Mc1 x cand. original
cap111	877.305	1.040.444	18,6%	829.334	838.499	1,1%
cap112	942.305	1.098.000	16,5%	904.586	910.890	0,7%
cap113	1.002.520	1.153.000	15,0%	974.586	975.890	0,1%
cap114	1.092.374	1.235.500	13,1%	1.070.638	1.069.370	-0,1%
cap121	835.761	932.616	11,6%	796.648	796.648	0,0%
cap122	880.827	977.799	11,0%	855.734	855.734	0,0%
cap123	912.842	1.014.062	11,1%	896.618	896.618	0,0%
cap124	956.810	1.045.650	9,3%	946.051	946.051	0,0%
cap131	835.761	932.616	11,6%	796.648	796.648	0,0%
cap132	879.797	977.799	11,1%	854.704	854.704	0,0%
cap133	910.852	1.010.641	11,0%	893.782	893.782	0,0%
cap134	937.828	1.034.977	10,4%	928.942	928.942	0,0%

Fonte: Próprio autor

A Tabela 5.13 mostra, para cada instância do Conjunto 5, os valores da FO obtidos pelo modelo vértex e o *gap* resultante da utilização de cada método para obtenção dos candidatos.

Para a aplicação dos métodos com N valendo 15 e 30, existe um *gap* considerável entre os valores da FO das soluções obtidas pelos modelos com os candidatos obtidos por cada método e os valores da FO dos modelos vértex. Para estes casos, o método Mc3b se destaca como tendo o melhor desempenho geral, com *gap* médio de 2,0% e 1,5% para N valendo 15 e 30, respectivamente.

Por outro lado, o método Mc3b é o único método que não obtém candidatos capazes de proporcionar a solução ótima da instância Se24 – a única instância em

que a origem que abastece todas as instalações não faz parte da solução ótima. Todos os demais métodos obtêm candidatos capazes de proporcionar a solução ótima do modelo vértex da instância Se24 com N valendo 15 e 30.

O método Mc3c, que considera N valendo 33 – em função das mesorregiões do IBGE –, apresenta resultados próximos aos resultados obtidos por meio da aplicação dos demais métodos – com a exceção do método Mc3b – quando N vale 30.

É possível observar que o pior desempenho dos métodos para este conjunto de instâncias esteja associado ao fato de nelas, os custos variáveis de transporte retratam tanto a transferência de uma origem às instalações quanto o custo de distribuição das instalações até os clientes: nas instâncias em que o ponto de origem foi selecionado como instalação na solução ótima do modelo vértex, os *gaps* têm valores consideravelmente maiores.

O resultado reforça a necessidade de que, dependendo do tipo de problema – os métodos de definição de candidatos devem considerar suas peculiaridades. Para o caso das instâncias que consideram também o custo de transferência a partir de uma única origem, tal ponto deve ser considerado pelos métodos de definição de candidatos.

Tabela 5.13 – Valores da FO e *gaps* para instâncias do Conjunto 5

Método	Se11	Se12	Se13	Se14	Se21	Se22	Se23	Se24	Se31	Se32	Se33	Se34
Vértex	7.433.796	9.030.520	10.626.413	17.015.746	3.619.107	5.215.831	6.404.049	8.519.540	3.237.638	4.075.384	4.481.838	5.423.455
N15 - Mc1	16,3%	13,0%	10,7%	5,8%	33,5%	12,7%	0,93%	0,00%	17,4%	4,10%	3,12%	5,49%
N15 - Mc2-0,2	19,3%	17,6%	16,4%	9,1%	31,6%	12,2%	0,93%	0,00%	16,0%	5,49%	6,93%	15,8%
N15 - Mc2-0,5	19,3%	17,6%	16,4%	9,1%	31,6%	12,2%	0,93%	0,00%	15,7%	3,94%	3,39%	6,82%
N15 - Mc2-1	16,3%	13,0%	10,7%	5,8%	33,5%	12,7%	0,93%	0,00%	17,4%	4,10%	3,12%	5,49%
N15 - Mc3a	19,3%	17,6%	16,4%	9,1%	31,6%	12,2%	0,93%	0,00%	15,7%	3,62%	2,63%	6,04%
N15 - Mc3b	1,65%	1,24%	0,94%	0,28%	3,39%	2,15%	1,19%	1,19%	3,79%	1,13%	1,47%	5,64%
N30 - Mc1	16,3%	13,0%	10,7%	5,8%	31,5%	12,1%	0,39%	0,00%	11,9%	2,86%	1,60%	1,05%
N30 - Mc2-0,2	17,9%	15,0%	13,0%	8,6%	31,6%	12,1%	0,39%	0,00%	12,6%	3,68%	3,99%	8,61%
N30 - Mc2-0,5	16,3%	13,0%	10,7%	5,8%	31,5%	12,1%	0,39%	0,00%	11,9%	2,86%	1,60%	1,11%
N30 - Mc2-1	16,3%	13,0%	10,7%	5,8%	31,5%	12,1%	0,39%	0,00%	11,9%	2,86%	1,60%	1,05%
N30 - Mc3a	16,3%	13,0%	10,7%	5,8%	31,5%	12,1%	0,39%	0,00%	11,9%	2,37%	1,30%	0,90%
N30 - Mc3b	1,65%	1,2%	0,94%	0,28%	3,39%	2,15%	0,39%	0,53%	3,79%	1,26%	0,68%	1,54%
N33 - Mc3c	16,33%	13,0%	10,7%	5,8%	31,5%	12,2%	0,76%	0,00%	12,6%	2,37%	1,30%	0,85%
N60 - Mc1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%	0,06%
N60 - Mc2-0,2	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,15%	0,89%
N60 - Mc2-0,5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,15%	0,37%
N60 - Mc2-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,12%	0,37%
N60 - Mc3a	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%	0,06%
N60 - Mc3b	1,65%	1,24%	0,94%	0,28%	3,39%	2,15%	0,39%	0,00%	3,79%	0,39%	0,22%	0,26%

Fonte: Próprio autor

Já para a aplicação dos métodos com N valendo 60, grande parte dos métodos sugere candidatos que permitem a obtenção da solução ótima – o ponto que representa Pouso Alegre-MG é obtido pelos métodos com N valendo 60 – em 10 das 12 instâncias do Conjunto 5. Além disso, dois métodos – Mc1 e Mc3a – se destacam como os de melhor desempenho, uma vez que obtêm candidatos que proporcionam *gaps* de apenas 0,1% para as duas instâncias em que a solução ótima não é obtida.

Conforme esperado, em ambos os conjuntos de instâncias, a quantidade de instalações abertas é menor nas instâncias em que o custo fixo é maior em relação ao custo variável de transporte. As Tabelas 5.14 e 5.15 mostram as quantidades de instalações abertas nas soluções ótimas de cada instância, bem como quantas instalações são abertas nas soluções obtidas pelos modelos executados com os candidatos obtidos por cada método avaliado.

Tabela 5.14 – Quantidade de instalações abertas nas soluções de instâncias do Conjunto 1 por método

Método	cap111	cap112	cap113	cap114	cap121	cap122	cap123	cap124	cap131	cap132	cap133	cap134
Vértex	17	15	14	13	15	11	9	7	15	11	8	4
N16 - Mc1	14	14	13	12	12	8	7	6	12	8	6	4
N16 - Mc2-0,2	13	13	13	13	11	11	9	7	11	9	6	4
N16 - Mc2-0,5	14	14	14	13	13	11	8	6	13	11	7	4
N16 - Mc2-1	15	15	14	13	14	10	8	6	14	10	6	4
N16 - Mc3a	15	15	14	14	14	11	8	6	14	11	6	4
N16 - Mc3b	15	14	14	13	14	11	8	6	14	11	6	4
N25 - Mc1	17	15	15	13	15	11	8	7	15	11	8	4
N25 - Mc2-0,2	15	13	13	13	12	11	8	6	12	9	6	4
N25 - Mc2-0,5	16	14	14	14	15	11	8	7	15	11	8	4
N25 - Mc2-1	17	15	15	14	15	11	8	7	15	11	8	4
N25 - Mc3a	17	15	15	14	15	11	8	7	15	11	8	4
N25 - Mc3b	16	16	13	13	14	11	8	7	14	11	7	4

Fonte: Próprio autor

A partir de tais dados, buscou-se relacionar o desempenho geral dos métodos propostos com a quantidade de instalações abertas nas soluções vértex de cada instância.

Para cada uma das instâncias, são obtidos os valores da mediana dos *gaps* obtidos pela aplicação dos métodos propostos. A mediana, ao invés da média, é utilizada para que métodos propostos com desempenho muito pior que a média não distorçam as análises. Além disso, também para cada instância, é obtido o valor do percentil 5 dos *gaps* obtidos pela aplicação dos métodos propostos. Também para este caso, tal valor foi considerado, ao invés do *gap* mínimo, para que um eventual

método com um desempenho muito melhor que os demais para determinada instância não distorça as análises, uma vez que em um processo real de SCND não se sabe *a priori* qual é o método com melhor desempenho.

Tabela 5.15 – Quantidade de instalações abertas nas soluções de instâncias do Conjunto 5 por método

Método	Se11	Se12	Se13	Se14	Se21	Se22	Se23	Se24	Se31	Se32	Se33	Se34
Vértex	1	1	1	1	1	1	4	4	1	8	12	22
N15 - Mc1	1	1	1	1	1	3	4	4	7	8	10	15
N15 - Mc2-0,2	1	1	1	1	2	3	4	4	4	5	7	13
N15 - Mc2-0,5	1	1	1	1	2	3	4	4	5	7	9	15
N15 - Mc2-1	1	1	1	1	1	3	4	4	7	8	10	15
N15 - Mc3a	1	1	1	1	2	3	4	4	5	8	10	14
N15 - Mc3b	1	1	1	1	1	1	4	4	1	7	11	14
N30 - Mc1	1	1	1	1	2	4	4	4	5	10	13	23
N30 - Mc2-0,2	1	1	1	1	2	4	4	4	5	8	11	17
N30 - Mc2-0,5	1	1	1	1	2	4	4	4	5	10	13	22
N30 - Mc2-1	1	1	1	1	2	4	4	4	5	10	13	23
N30 - Mc3a	1	1	1	1	2	4	4	4	5	9	13	23
N30 - Mc3b	1	1	1	1	1	1	4	4	1	8	12	22
N33 - Mc3c	1	1	1	1	2	3	4	4	5	9	13	22
N60 - Mc1	1	1	1	1	1	1	4	4	1	8	11	22
N60 - Mc2-0,2	1	1	1	1	1	1	4	4	1	7	10	23
N60 - Mc2-0,5	1	1	1	1	1	1	4	4	1	7	10	22
N60 - Mc2-1	1	1	1	1	1	1	4	4	1	8	10	22
N60 - Mc3a	1	1	1	1	1	1	4	4	1	8	11	22
N60 - Mc3b	1	1	1	1	1	1	4	4	1	8	11	22

Fonte: Próprio autor

As Tabelas 5.16 e 5.17 e a Figura 5.16 retratam, para instâncias dos conjuntos 1 e 5, a quantidade de instalações na solução ótima e os valores de mediana e de percentil 5 dos *gaps* obtidos por cada método aplicado às instâncias.

Tabela 5.16 – Quantidade de instalações, mediana e percentil 5 dos *gaps* das soluções obtidas por meio dos métodos aplicados a cada instância do Conjunto 1

Conjunto 1	cap111	cap112	cap113	cap114	cap121	cap122	cap123	cap124	cap131	cap132	cap133	cap134
# instalações na solução ótima	17	15	14	13	15	11	9	7	15	11	8	4
Percentil 5 dos Gaps	0,39%	0,36%	0,41%	0,47%	0,40%	0,38%	0,15%	0,00%	0,40%	0,38%	0,08%	0,00%
Mediana dos Gaps	6,84%	5,41%	4,42%	3,96%	1,61%	1,22%	0,59%	0,31%	1,61%	1,30%	0,61%	0,00%

Fonte: Próprio autor

Os valores dos percentis 5 dos *gaps* mostram que, de maneira geral, para as instâncias testadas, conforme aumenta a quantidade de instalações na solução ótima do modelo vértex, aumenta o *gap* obtido pelos modelos. Sobretudo com

valores de N menores, a seleção como candidatos de todos os pontos que fazem parte da solução ótima do modelo vértex fica mais difícil.

Tabela 5.17 – Quantidade de instalações, mediana e percentil 5 dos *gaps* das soluções obtidas por meio dos métodos aplicados a cada instância do Conjunto 5

Conjunto 5	Se11	Se12	Se13	Se14	Se21	Se22	Se23	Se24	Se31	Se32	Se33	Se34
# instalações na solução ótima	1	1	1	1	1	1	4	4	1	8	12	22
Percentil 5 dos Gaps	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%	0,06%
Mediana dos Gaps	16,3%	13,0%	10,7%	5,80%	31,5%	12,1%	0,39%	0,00%	11,9%	2,37%	1,47%	1,05%

Fonte: Próprio autor

Figura 5.16 – Relação entre percentil 5 e mediana dos *gaps* e a quantidade de instalações abertas obtidas pelo modelo vértex

Fonte: Próprio autor

Para duas das instâncias, a quantidade de instalações abertas na solução ótima do modelo vértex é maior que o valor de N testado para alguns métodos. Isso faz que os *gaps* obtidos por meio dos modelos associados sejam maiores, como é o caso da instância cap111 do Conjunto 1, que tem 17 instalações abertas na solução ótima e da instância Se34, que tem 22 instalações abertas na solução ótima. Para tais casos, mesmo com a abertura de todos os candidatos obtidos por qualquer método, para N com valor igual a 16 para a instância cap111 e com valor igual a 15 para a instância Se34, não é possível atingir a solução ótima.

É possível observar que para todas as instâncias cuja solução ótima é composta por até sete instalações, pelo menos um dos métodos propostos é capaz de obter a solução ótima.

Por outro lado, em instâncias em que a solução ótima do modelo vértex consiste na abertura de apenas poucas instalações – neste caso em particular, de apenas uma –, quando o método não é capaz de obter todas as instalações da

solução ótima, as medianas dos *gaps* são maiores, uma vez que a ausência dos candidatos que compõem a solução ótima impacta em uma quantidade maior de volume sendo atendido por uma instalação que não é a ideal.

Este é o caso das instâncias Se11, Se12, Se13, Se14, Se22 e Se31, cuja solução ótima do modelo vértex consiste na abertura de apenas uma instalação, localizada no ponto que representa a microrregião de Pouso Alegre-MG – ponto em que a origem que abastece todas as instalações é representada. É possível concluir que os métodos propostos devem ser ajustados para considerar a localização do ponto de origem na obtenção de candidatos para problemas em que os custos de transferência a partir de uma única origem são considerados: se o ponto de origem fosse também definido como candidato, os *gaps* para tais instâncias seriam nulos.

Ainda assim, para todas as instâncias de ambos os conjuntos, os valores dos percentis 5 dos *gaps* obtidos pelos modelos executados são menores que 0,5%.

Vale notar também que nas instâncias do Conjunto 1 em que a capacidade de cada instalação representa em torno de 8.6% da demanda total – cap111, cap112, cap113 e cap114 –, os valores das medianas dos *gaps* são maiores que os valores das demais instâncias do mesmo grupo. Para tais instâncias, os valores dos percentis 5 dos *gaps* são maiores que 0,35%. Os valores maiores podem ser explicados pela necessidade de abertura de pontos com potenciais menores próximos a pontos com potenciais maiores cujo volume de atendimento já é igual à capacidade.

Para cada conjunto de métodos aplicados a uma instância com o mesmo valor de N , foi levantada a relação entre o percentil 5 dos *gaps* obtidos e a relação entre N e a quantidade de instalações abertas na solução ótima do modelo vértex, conforme retratado pela Figura 5.17.

O valor do percentil 5 dos *gaps* reduz conforme a relação entre a quantidade de candidatos e quantidade de instalações na solução ótima aumenta. Além disso, também é possível verificar que para as instâncias testadas, quando esta relação é maior que 4 o valor do percentil 5 dos *gaps* é de, no máximo, 0,39% – desconsiderando as já mencionadas instâncias em que a solução ótima consiste na abertura da instalação no mesmo local do ponto de origem. Se forem consideradas

apenas as instâncias do Conjunto 1, é possível identificar essa relação de forma mais clara.

Figura 5.17 – Percentil 5 dos *gaps* obtidos para cada instância e cada N em função da relação entre N e a quantidade de instalações na solução ótima

Fonte: Próprio autor

Consequentemente, é possível verificar que dependendo do tipo de instância, o valor de N pode ser tão importante quanto o conjunto de pontos candidatos a serem considerados. A escolha do valor de N deve levar em consideração características do problema, como a relação entre o custo fixo e o custo variável de transporte, a capacidade das instalações em relação à demanda total, entre outros.

Também foram avaliados os tempos de resolução dos modelos construídos por meio de cada método e aplicados às instâncias. As Tabelas 5.18 e 5.19 mostram os tempos de resolução dos modelos referentes às instâncias dos conjuntos 1 e 5, respectivamente, considerando cada um dos métodos apresentados.

Uma vez que o CFCFL é *NP-hard*, os tempos de resolução de todos os modelos gerados por meio dos diferentes métodos de definição de candidatos foram significativamente menores em todas as instâncias, principalmente para as instâncias do Conjunto 5, que têm mais de pontos.

Para o Conjunto 1, os tempos médios de resolução dos modelos com N valendo 16 e 25 são, respectivamente, 58,9% e 43,8% menores que o tempo de resolução dos modelos vértex.

Tabela 5.18 – Tempo de resolução de cada instância do Conjunto 1 com candidatos obtidos por cada método (milissegundos)

Método	cap111	cap112	cap113	cap114	cap121	cap122	cap123	cap124	cap131	cap132	cap133	cap134
Vértex	192	292	383	360	150	188	358	301	190	169	230	308
N16 - Mc1	120	94	96	104	80	95	90	103	72	80	87	111
N16 - Mc2-0,2	97	97	102	119	88	99	103	139	85	95	94	128
N16 - Mc2-0,5	97	93	117	108	86	91	104	128	94	90	115	143
N16 - Mc2-1	96	94	100	162	125	94	105	156	116	99	101	153
N16 - Mc3a	113	91	99	121	91	110	105	153	115	94	96	116
N16 - Mc3b	117	100	100	113	118	95	119	152	99	94	111	128
N25 - Mc1	135	153	148	168	139	132	185	199	149	111	168	175
N25 - Mc2-0,2	118	115	114	164	125	114	138	140	117	117	139	137
N25 - Mc2-0,5	196	161	120	194	162	129	149	143	110	115	151	170
N25 - Mc2-1	107	131	175	148	106	147	157	157	103	120	123	136
N25 - Mc3a	112	136	156	164	143	135	167	179	102	119	129	138
N25 - Mc3b	125	210	182	193	111	166	223	202	114	184	172	157

Fonte: Próprio autor

Para o Conjunto 5, a redução do tempo é ainda mais acentuada. Os tempos médios de resolução dos modelos com N valendo 15, 30 e 60 são, respectivamente, 99,6%, 98,8% e 96,3% menores que o tempo de resolução dos modelos vértex.

Tabela 5.19 – Tempo de resolução de cada instância do Conjunto 5 com candidatos obtidos por cada método (milissegundos)

Método	Se11	Se12	Se13	Se14	Se21	Se22	Se23	Se24	Se31	Se32	Se33	Se34
Vértex	1.382	6.715	10.190	542.487	1.544	9.041	80.853	43.096	1.420	4.957	3.289	2.621
N15 - Mc1	275	235	371	451	299	258	237	182	119	127	133	155
N15 - Mc2-0,2	207	246	364	362	265	185	168	141	137	116	139	113
N15 - Mc2-0,5	205	251	533	325	205	318	196	164	138	162	125	117
N15 - Mc2-1	269	231	340	432	310	237	249	233	118	124	120	211
N15 - Mc3a	273	322	665	545	209	243	179	211	187	127	127	166
N15 - Mc3b	192	217	222	367	128	245	266	181	222	136	185	141
N30 - Mc1	775	1.311	1.610	1.780	1.074	1.129	736	329	244	252	216	176
N30 - Mc2-0,2	617	689	925	1.336	453	608	503	297	235	216	204	186
N30 - Mc2-0,5	711	714	996	1.360	683	839	605	421	234	214	205	173
N30 - Mc2-1	704	1.293	1.607	1.798	1.041	1.132	764	413	354	340	238	170
N30 - Mc3a	734	1.123	1.685	1.547	1.146	1.234	835	356	247	237	205	209
N30 - Mc3b	328	439	598	1.567	204	556	861	575	326	325	287	209
N33 - Mc3c	858	1.101	1.747	2.440	1.292	1.208	983	656	289	245	235	262
N60 - Mc1	532	1.656	2.705	5.528	456	2.997	7.714	3.463	517	937	568	434
N60 - Mc2-0,2	637	1.421	2.932	8.692	462	1.500	2.963	2.030	390	733	570	409
N60 - Mc2-0,5	429	1.110	2.694	5.152	619	1.985	5.154	3.483	406	625	614	402
N60 - Mc2-1	523	1.688	4.063	7.603	517	2.522	5.712	2.952	575	717	639	405
N60 - Mc3a	605	2.533	4.180	7.819	562	2.213	4.556	1.834	577	652	510	422
N60 - Mc3b	398	1.549	4.841	8.495	420	2.675	4.942	2.581	566	729	459	354

Fonte: Próprio autor

Para a instância em que a redução percentual foi maior (Se14), o modelo vértex teve um tempo de resolução de aproximadamente nove minutos e dois segundos – 542 segundos –, enquanto os modelos que consideraram apenas 60 candidatos tiveram um tempo de resolução de no máximo nove segundos, obtendo também a solução ótima.

5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

As análises presentes neste capítulo tiveram o objetivo de avaliar os métodos de definição de candidatos propostos e entender o impacto que um conjunto ruim de candidatos pode causar no resultado final do SCND. Além disso, se pretendeu entender quais são os impactos que a quantidade de candidatos considerados nos modelos tem nos valores da FO.

Para dois conjuntos de instâncias do CFCFL construídas a partir de dados reais, foram executados modelos de programação linear inteira mista considerando como candidatos os conjuntos obtidos por cada método apresentado. Os conjuntos 1 e 5 retratam, respectivamente, a distribuição da população dos Estados Unidos da América e de parte da Região Sudeste do Brasil.

Os métodos se valem de informações de custo de distribuição – ou distância – entre os pontos distribuídos ao longo de uma região, de forma a obter conjuntos de candidatos que consideram tanto aspectos geográficos – obtendo candidatos mais distribuídos ao longo da região – quanto aspectos de demanda – de forma que os candidatos estejam próximos à demanda.

A metodologia apresentada permitiu que métodos de definição de candidatos para modelos discretos de localização de instalações aplicados no contexto logístico fossem avaliados. Os resultados dos modelos de otimização que consideram candidatos obtidos pela aplicação de cada método foram comparados aos resultados dos modelos vértex, em que todos os pontos com demanda são definidos como candidatos.

Para o Conjunto 1, o método Mc1 teve o melhor desempenho, sendo capaz de obter conjuntos de 25 candidatos – 50% dos pontos – que permitiram obter soluções com *gaps* médios de 0,30% em relação aos valores da FOs dos modelos vértex e que reduziram o tempo de resolução em torno de 36%.

Já para o Conjunto 5, os métodos Mc1 e Mc3a foram capazes de obter conjuntos de 60 candidatos – aproximadamente 40% dos pontos – que permitiram obter soluções com *gaps* médios de 0,01% em relação aos valores da FO dos modelos vértex e que reduziram o tempo de resolução em torno de 77%.

Mais especificamente, para N com valor igual a 25 para instâncias do Conjunto 1 e N com valor igual a 60 para instâncias do Conjunto 5, os métodos Mc1 e Mc3a

foram capazes de obter candidatos que levaram a soluções cujos valores da FO foram menos que 1% piores que a solução ótima de cada uma das instâncias. Além disso, para os métodos Mc1 e Mc3a o *gap* foi maior que 0,5% em apenas uma instância, sendo que ambos os métodos foram capazes de obter candidatos que proporcionaram a obtenção da solução ótima para 2 das 12 instâncias do Conjunto 1 e 10 das 12 instâncias do Conjunto 5.

Tais resultados podem indicar que quando se pretende construir modelos com um número maior de candidatos, o método mais simples, que consiste em selecionar os N pontos de maior demanda pode ser adequado, sendo capaz de fornecer conjuntos de candidatos que resultam em boas soluções. Por outro lado, se a quantidade de candidatos for pequena, métodos mais sofisticados, como o método Mc3a, composto por duas fases – partindo de sementes obtidas por meio de uma lógica de busca de pontos distribuídos pela região e obtendo *cluster* por meio de um algoritmo do tipo *k-means* –, podem ser mais adequados.

As análises também mostram que os métodos propostos devem ser ajustados de forma a considerar as peculiaridades de problemas, como é o caso de problemas que consideram, além do custo de distribuição, também os custos de transferência a partir de uma única origem.

Também foi possível verificar que, de maneira geral, existe uma relação direta da quantidade de instalações na solução ótima de cada instância com o *gap* resultante das aplicações dos métodos propostos em relação ao modelo vértex: quanto menor a quantidade de instalações na solução ótima, menor é o *gap* obtido pelos métodos.

Além disso, quando a quantidade de candidatos fica muito próxima à quantidade de instalações da solução ótima, independentemente do método, o *gap* resultante tende a aumentar. Por outro lado, o efeito de não se considerar como candidato uma instalação que faz parte da solução ótima quando esta é composta de uma quantidade menor de instalações é maior.

As análises apresentadas apontam para a necessidade de se prever, já nas etapas iniciais do SCND, a quantidade de instalações que fazem parte da solução ótima – ou pelo menos uma ordem de grandeza desse valor –, o que será discutido

nos capítulos subsequentes da tese. Tal informação pode auxiliar nas decisões ao longo da modelagem.

Para isso, é necessário que propriedades das instâncias sejam analisadas, de forma a ser possível escolher tanto a quantidade de candidatos que devem ser considerados nos modelos de otimização como o método ideal que deve ser utilizado para a escolha dos candidatos. Esse aspecto é abordado na sequência da tese, nos capítulos 7, 8 e 9.

Por fim, vale fazer uma ressalva sobre os tipos de distribuição geográfica dos pontos dos problemas de localização: uma vez que o padrão de distribuição dos pontos em problemas logísticos regionais retrata pontos com maior demanda cercados de outros pontos menores – que representam as distribuições geográficas de regiões metropolitanas, por exemplo –, em grande parte dos casos os pontos de maior demanda se tornam naturalmente candidatos potenciais a abrigar instalações que abastecem toda a região.

Em problemas com alto custo fixo e custo variável de transporte de distribuição relativamente baixo, a quantidade de instalações nas soluções ótimas tende a ser menor, e a localização das instalações se restringe, de forma geral, nesses grandes pontos “centrais” das regiões metropolitanas. Em consequência, em tais casos, é possível obter a solução ótima considerando apenas uma pequena parte dos pontos se estes forem selecionados adequadamente – conforme ocorrido nas instâncias testadas cuja solução ótima tem sete instalações abertas ou menos.

Por outro lado, para tipos de problemas em que a distribuição geográfica não apresenta o padrão acima descrito, seja por representar problemas de um contexto urbano – em que o padrão de pontos maiores cercados de pontos menores pode não ocorrer – seja em função de a demanda representar unidades fabris – como é o caso de cadeias de abastecimento de matéria-prima, por exemplo –, entre outros motivos, é possível que os métodos avaliados não sejam os mais adequados.

Recomenda-se como extensão desse trabalho que os métodos propostos sejam aplicados a instâncias que representam outros tipos de operação, e, consequentemente, apresentem outras características.

6 MÉTODOS PARA OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES ALTERNATIVAS

Este capítulo trata sobre soluções alternativas de qualidade para o CFCFL considerado no SCND. A necessidade de se comparar soluções alternativas se deve à natureza do SCND e dos diferentes agentes envolvidos e seus papéis ao longo do processo.

A Figura 6.1 retrata um esquema proposto para o processo de SCND que considera, além da obtenção da solução ótima tipicamente obtida pelos modelos de otimização, a obtenção e análise de soluções alternativas, com o fim de fornecer melhor suporte à tomada de decisão.

Assim, fica associada ao modelador a função de obter soluções potencialmente boas e analisá-las, enquanto ao decisor fica a tomada de decisão com base nas opções e análises obtidas. O processo é adequado pois fornece ao decisor informações de alternativas que podem ser comparadas, podendo melhorar o processo de tomada de decisão.

Figura 6.1 – Esquema do processo de SCND considerando soluções alternativas

Fonte: Próprio autor

Em função da separação de papéis observada no processo proposto, o objetivo a ser designado aos modelos deve ser o de obter soluções que atendem a pelo menos um dos seguintes critérios:

1. Apresentam a solução com maior valor de FO¹⁰;
2. Apresentam valores muito altos – comparáveis ao valor da solução ótima –, surgindo como candidatas a soluções alternativas a serem avaliadas pelo decisor;
3. Apresentam altos valores e são muito diferentes das soluções ótimas;
4. Apresentam altos valores mesmo com a variação de parâmetros considerados no modelo, como demanda e custo.

Este capítulo trata de métodos para a obtenção das soluções do tipo 1 e tipo 2. Os métodos são aplicados a instâncias da literatura científica e análises de comparação entre os dois tipos de soluções são apresentadas.

As soluções do tipo 3 não fazem parte do escopo desta tese. Esse tipo de solução é o foco de estudos que avaliam modelos que consideram múltiplos critérios. Um exemplo de aplicação de modelagem de múltiplos critérios na localização de instalações pode ser visto em Guazzelli e Cunha (2015b), que aplicam um modelo de otimização considerando quatro tipos de critérios a um problema real; com a variação dos pesos de cada critério, são obtidas e comparadas soluções boas e muito diferentes entre si.

As soluções do tipo 4 são denominadas soluções robustas, que são amplamente estudadas na literatura relacionada à localização de instalações, porém tampouco fazem parte do escopo desta tese.

Do ponto de vista da FO, a melhor solução alternativa à solução ótima é a segunda melhor solução, a segunda melhor solução alternativa é a terceira melhor solução, e assim por diante. Desta forma, para a obtenção de soluções alternativas com valores de FO muito alto, este capítulo apresenta métodos que buscam as K melhores soluções de problemas de localização.

Assim, neste capítulo uma abordagem é explorada e avaliada, cujo objetivo é o de obter as K melhores soluções de problemas de localização considerados no SCND – definidas por $S_1, S_2, \dots, S_k$ sendo que os respectivos custos $c(S_k)$ se

¹⁰ Neste trabalho, os termos “maior valor” e “valores muito altos” se referem aos valores das funções objetivo. Para um modelo de redução de custos, por exemplo, considera-se que a solução de maior valor da FO é a de menor custo.

comportam de forma que $c(S_1) \leq c(S_2) \leq \dots \leq c(S_k)$ – para que elas possam ser comparadas pelo decisor. A abordagem é apresentada como uma forma de superar as desvantagens da abordagem de otimização tradicional – em que apenas uma solução ótima é considerada –, a fim de atender ao processo usual que ocorre em corporações que enfrentam esse tipo de problema.

A pesquisa bibliográfica apresentada na subseção 3.5 do capítulo 3 mostra que a abordagem *k-best* é aplicada a uma diversidade de problemas. Além disso, algumas abordagens obtêm soluções alternativas para problemas de localização porém seu objetivo não é a obtenção das soluções alternativas. Como exemplo, podem ser citadas as fronteiras de Pareto, soluções robustas e meta-heurísticas populacionais. Apesar disso, não foram encontrados quaisquer trabalhos cujo objetivo explícito era o de obter e analisar as K melhores soluções de problemas de localização associados ao SCND.

Em consequência, este capítulo se divide para atingir dois objetivos:

O primeiro é apresentar os métodos propostos, com os quais a abordagem *k-best* é aplicada aos problemas de localização de instalações associados ao SCND. Nesse sentido, inicialmente são apresentadas as definições do que são consideradas soluções diferentes para o problema no contexto logístico. Em seguida são apresentadas as formulações matemáticas utilizadas nos modelos de otimização. Por fim, são apresentados e avaliados quatro métodos capazes de obter o conjunto das K melhores soluções de problemas de localização. Os métodos são avaliados em relação ao tempo computacional despendido para a obtenção das 20 melhores soluções de dois conjuntos de instâncias da literatura científica.

Além disso, a abordagem e os métodos propostos possibilitaram a obtenção de resultados de um problema muito estudado nunca antes analisados: as K melhores soluções, suas características, quais são os tipos de alteração entre as soluções alternativas e a solução ótima, como o valor da FO e a quantidade de instalações se comportam em relação ao valor de k , a frequência em que as instalações abertas na solução ótima aparecem nas demais soluções, entre outros.

Portanto, o segundo objetivo do capítulo é analisar e apresentar os resultados obtidos por meio da abordagem proposta, fornecendo *insights* sobre o comportamento das K melhores soluções das instâncias analisadas. Essas análises

e *insights* podem fornecer importantes subsídios a serem considerados em outras etapas do processo de SCND, conforme discutido nos capítulos subsequentes.

6.1 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS

São apresentados quatro métodos, baseados na utilização de modelos de programação inteira mista, capazes de obter as K melhores soluções. Os métodos são iterativos e se valem da adição de restrições na formulação matemática que impedem o mesmo conjunto de instalações obtido em uma iteração anterior seja novamente obtido em uma iteração subsequente. Essa abordagem não foi encontrada em nenhuma pesquisa científica sobre o tema.

Embora sejam aplicados ao CFCFL, os métodos apresentados são aplicáveis a qualquer problema discreto de localização que considera variáveis binárias para indicar se um candidato deve ser aberto ou não.

O modelo que trata do CFCFL foi apresentado seção 4.2 do capítulo 4; ele considera as variáveis de decisão binárias Z_c , que representam se o candidato c é aberto ou não e as variáveis Q_{cl} , que representam a quantidade de produto sendo transportada entre o candidato c e o cliente l .

Cada solução alternativa do CFCFL pode se diferenciar da solução ótima de duas formas: (i) todas as variáveis inteiras têm o mesmo valor e ao menos uma variável contínua tem valor diferente; (ii) ao menos uma variável inteira tem valor diferente e os valores das variáveis contínuas podem ser os mesmos.

As soluções que se diferenciam da solução ótima da forma (i) não alteram decisões fundamentais de longo prazo consideradas no SCND, uma vez que as alterações nas variáveis contínuas podem representar apenas variações infinitesimais que impactam o mínimo possível na FO.

Portanto, a abordagem considera que cada uma das k -ésimas melhores soluções é caracterizada por ter ao menos uma variável inteira diferente em relação a cada uma das demais $K-1$ melhores soluções. Os modelos propostos são capazes de obter soluções com apenas algumas alterações em relação às demais – em alguns casos, apenas uma alteração.

Além disso, tanto para este problema particular quanto para outros problemas de localização de instalações, todas as variáveis inteiras são binárias. Isso permite reduzir a complexidade da implementação das restrições que garantem que soluções já obtidas não façam mais parte do conjunto de soluções viáveis; com apenas uma restrição adicional e sem a necessidade de novas variáveis auxiliares é possível atingir tal objetivo, conforme mostrado na sequência.

A diferença dos valores da FO da melhor e da segunda melhor solução é análoga ao preço sombra da variável binária que representa a instalação que foi fechada na k -ésima melhor solução.

A seguir são apresentados os quatro métodos propostos:

6.1.1 Método de solução 1 (Ms1) – Básico com adição de restrições

Para descrever as restrições adicionais que permitem que o modelo obtenha as K melhores soluções, as seguintes definições são feitas:

K : Quantidade de soluções que devem ser obtidas

O_k : Subconjunto de candidatos abertos na solução k , $k = 1, \dots, K$

N_k : Subconjunto de candidatos não abertos na solução k , $k = 1, \dots, K$

As definições acima implicam na existência de dois conjuntos de candidatos para cada solução k : $O_k \subset J$, composto pelos candidatos abertos na solução k e $N_k = J - O_k$, composto pelos demais candidatos, não abertos na solução k .

Para a obtenção da solução k , devem ser acrescentadas $k-1$ restrições na formulação, dadas por (6.1). Tais restrições garantem que soluções compostas pelo conjunto exato de instalações abertas em alguma das soluções anteriores $n = \{1, 2, \dots, k-1\}$ não façam parte da região viável de soluções.

$$\sum_{c \in O_n} Z_c - \sum_{c \in N_n} Z_c \leq |O_n| - 1, \quad n = 1, \dots, k-1 \quad (6.1)$$

Em que:

$|O_n|$: cardinalidade do conjunto O_n

As restrições (6.1) garantem que cada solução obtida previamente não faça mais parte da região de soluções viáveis. Isso acontece porque a inequação dada por (6.1) é falsa se os conjuntos O_n e N_n – em que n representa cada uma das $k-1$

melhores soluções – forem iguais aos conjuntos O_k e N_k , mas é verdadeira se existir qualquer alteração nos conjuntos O_n e N_n em relação a O_k e N_k .

É possível demonstrar que o método funciona, uma vez que para cada solução n , a equação (6.2) é válida.

$$\sum_{c \in O_n} Z_c - \sum_{c \in N_n} Z_c = |O_n| \quad (6.2)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da equação (6.2) tem valor igual à quantidade de instalações abertas, e o segundo termo é sempre igual a zero. Portanto, para cada par O_n e N_n , se qualquer instalação aberta na solução n não for selecionada na solução k , o valor do primeiro termo do lado esquerdo da equação decrescerá uma unidade. Por outro lado, se qualquer instalação não aberta na solução n for selecionada na solução k , o valor do segundo termo também decrescerá uma unidade, em função do sinal negativo. Isso significa que para cada par O_n e N_n , apenas os próprios conjuntos tornam a equação (6.2) verdadeira. Qualquer alteração no conjunto faz com que o valor do lado esquerdo da equação (6.2) tenha um valor menor, atendendo a restrição (6.1).

Em consequência, o método básico se inicia com a resolução do CFCFL. Em seguida, o modelo é solucionado outras $k-1$ vezes, sendo que em cada iteração k uma nova restrição (6.1) é inserida, com n valendo $k-1$, com o objetivo de eliminar a última solução obtida do conjunto de soluções viáveis. Portanto, as $k-1$ soluções são obtidas sequencialmente em ordem não decrescente de valor de FO.

Embora o método básico seja eficaz, não é muito eficiente, já que ele consiste na resolução de K modelos que inicializam a busca sem tirar proveito do esforço computacional previamente despendido. Para aumentar sua eficiência, o método básico foi ajustado, resultando em três outros métodos, apresentados a seguir.

6.1.2 Método de solução 2 (Ms2) – Inicialização com segundas melhores soluções obtidas

O método 2 foi desenvolvido com o intuito de melhorar a qualidade das soluções iniciais dos algoritmos de Programação Inteira Mista (MIP). Eles consistem no armazenamento de boas soluções que foram obtidas ao longo do algoritmo e, a

cada nova solução k de 2 até K , na definição de tais soluções como as soluções iniciais da nova iteração.

6.1.2.1 Método Ms2a – Inicialização com segunda e terceira melhores soluções obtidas

O método Ms2a define como solução inicial de cada iteração k de 2 a K , a segunda melhor solução inteira obtida na iteração $k-1$ do algoritmo MIP.

Em alguns casos, porém, pode ocorrer uma exceção: a solução ótima da iteração k é a segunda melhor solução obtida na iteração $k-1$ e, portanto, a iteração k não tem uma segunda melhor solução obtida. Nestes casos, o método define a terceira melhor solução obtida na iteração $k-1$ como a solução inicial na iteração $k+1$.

Além disso, é possível que ocorram duas exceções na sequência. Em outras palavras, é possível que a solução ótima da iteração $k+1$ seja a terceira melhor solução obtida na iteração $k-1$.

Para lidar com exceções que ocorrem na sequência, o método guarda uma solução definida como solução *backup*: a solução inteira de ordem $j/2$, obtida na primeira iteração, sendo que j representa a quantidade de soluções inteiras obtidas ao longo do algoritmo MIP na primeira iteração. Esta solução é definida como a solução inicial em uma iteração k quando ocorrem duas exceções na sequência.

A estratégia de utilizar uma solução *backup* busca definir soluções iniciais que se valham do esforço computacional despendido, mas que não sejam selecionadas como uma das K melhores soluções já nas iterações iniciais do método.

6.1.2.2 Método Ms2b – Inicialização com a segunda melhor solução obtida

O método Ms2b tem apenas uma alteração em relação ao método Ms2a, proposta para permitir a avaliação de uma estratégia alternativa na inicialização das iterações dos modelos: ao contrário do método Ms2a, o método Ms2b salva apenas a segunda melhor solução obtida ao final de cada iteração, descartando a terceira melhor solução. Quando ocorre uma exceção – já definida na subseção 6.1.2.1 –, a solução *backup* é definida como solução inicial.

6.1.3 Método de solução 3 (Ms3) – Inicialização com melhor vizinho

Já o método Ms3 é composto de duas variações, propostas em função de características observadas nas K melhores soluções de parte das instâncias testadas (apresentadas na subseção 6.3.2): para alguns problemas, as K melhores soluções alternativas são muito similares à solução ótima; em alguns casos, inclusive, cada solução alternativa tem apenas uma ou duas alterações no conjunto de instalações abertas, se comparadas ao conjunto de instalações abertas na solução ótima.

Consequentemente, a ideia do método é executar “modelos intermediários”, em que a região viável de soluções é composta de apenas “soluções vizinhas” à solução ótima. Essas iterações intermediárias proporcionam uma busca mais direcionada por soluções que podem ser ou não a k -ésima melhor solução.

O método Ms3 consiste na resolução de dois tipos de modelos, denominados “modelos completos” e “modelos intermediários”. Os *modelos completos* são os modelos de otimização, executados também pelos demais métodos, em que a cada iteração uma nova restrição (6.1) é acrescentada. Já os *modelos intermediários* são executados entre dois *modelos completos* e têm a função de obter a melhor solução viável “vizinha” à solução ótima – obtida na iteração inicial.

A solução inicial de cada iteração de um *modelo completo* é definida como a solução obtida pelo *modelo intermediário* executado por último. Aos *modelos intermediários* são acrescentadas restrições que limitam o conjunto de soluções viáveis a soluções *vizinhas* à solução ótima.

A diferença entre os métodos Ms3a e Ms3b consiste na maneira em que a vizinhança das soluções é definida, alterando quais tipos de soluções podem ser obtidas pelos *modelos intermediários*.

Uma vez que os *modelos intermediários* limitam o conjunto de soluções viáveis a um número muito menor que a quantidade de soluções viáveis do *modelo completo*, o tempo de resolução de *modelos intermediários* pode ser bem menor que o tempo de resolução dos *modelos completos*. Isso pode permitir que os *modelos intermediários* obtenham boas soluções – que são utilizadas como solução inicial das iterações dos *modelos completos* – mais rapidamente. Se o benefício, em termos de tempo computacional, de se inicializar as resoluções dos *modelos*

completos com boas soluções for maior que o tempo despendido para obter as soluções dos *modelos intermediários*, os métodos Ms3a e Ms3b podem apresentar tempos computacionais melhores que os demais métodos.

6.1.3.1 Método Ms3a – Inicialização com melhor vizinho (*alterações simples*)

Para o método Ms3a, a vizinhança da solução ótima é definida como o conjunto de soluções que têm apenas uma “alteração simples” em relação à solução ótima. Uma *alteração simples* consiste na abertura de uma instalação fechada, o fechamento de uma instalação aberta ou a substituição de uma instalação por outra.

Após cada execução de um *modelo completo*, as restrições (6.3), (6.4) e (6.5) são acrescentadas para garantir que sejam viáveis nos *modelos intermediários* apenas soluções cuja alteração em relação à solução ótima seja simples.

$$\sum_{j \in \mathbf{O}_1} Z_c - \sum_{j \in \mathbf{N}_1} Z_c \geq |\mathbf{O}_1| - 2 \quad (6.3)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} Z_c \geq |\mathbf{O}_1| - 1 \quad (6.4)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} Z_c \leq |\mathbf{O}_1| + 1 \quad (6.5)$$

A restrição (6.3) permite que existam no máximo duas alterações entre a solução a ser obtida e a solução ótima. Em outras palavras, a inequação dada por (6.3) é verdadeira quando no máximo duas instalações que compõem $\mathbf{O}_1$ não são abertas, no máximo duas instalações que compõem $\mathbf{N}_1$ são abertas ou apenas uma instalação que compõe $\mathbf{O}_1$ não é aberta e uma instalação que compõe $\mathbf{N}_1$ é aberta. Já as restrições (6.4) e (6.5) garantem que a quantidade total de instalações abertas seja limitada a uma a mais ou a menos que a quantidade de instalações abertas na solução ótima, i.e., $|\mathbf{O}_1| \pm 1$.

Após obter a melhor solução vizinha à solução ótima, as restrições (6.3), (6.4) e (6.5) são removidas para que um novo *modelo completo* seja executado.

6.1.3.2 Método Ms3b – Inicialização com melhor vizinho (abre ou fecha uma instalação)

Para o método Ms3b, a vizinhança da solução ótima é definida como o conjunto de soluções em que são permitidos apenas dois tipos de alterações: uma instalação que compõe O_1 não é aberta ou uma instalação que compõe N_1 é aberta.

O método Ms3b tem uma implementação mais simples, uma vez que para restringir às soluções desejadas, para cada *modelo intermediário* é necessário que seja acrescentada apenas a restrição (6.6).

$$\sum_{c \in O_1} Z_c - \sum_{c \in N_1} Z_c = |O_1| - 1 \quad (6.6)$$

Da mesma forma como o método Ms3a, ao final da resolução de cada *modelo intermediário*, a restrição inserida (6.6) é removida.

6.1.3.3 Exemplo de aplicação dos métodos Ms3a e Ms3b

Para facilitar o entendimento da dinâmica dos métodos Ms3a e Ms3b, um exemplo simples é apresentado: uma instância com oito candidatos, dos quais cinco são abertos na solução ótima. Neste caso, $|O_1|=5$ e $|N_1|=3$.

Quadro 6.1 – Valor das restrições para cinco exemplos de soluções

		1 - Uma instalação de $ O_1 $ fecha	2 - Duas instalações de $ O_1 $ fecham	3 - Uma instalação de $ N_1 $ abre	4 - Duas instalações de $ N_1 $ abrem	5 - Uma instalação de $ N_1 $ substitui uma instalação de $ O_1 $
Todos os métodos	(6.1)*	$4-0 \leq 4$	$3-0 \leq 4$	$5-1 \leq 4$	$5-2 \leq 4$	$4-1 \leq 4$
M3a	(6.3)	$4-0 \geq 3$	$3-0 \geq 3$	$5-1 \geq 3$	$5-2 \geq 3$	$4-1 \geq 3$
	(6.4)	$4 \geq 4$	$3 \geq 4$	$6 \geq 4$	$7 \geq 4$	$5 \geq 4$
	(6.5)	$4 \leq 6$	$3 \leq 6$	$6 \leq 6$	$7 \leq 6$	$5 \leq 6$
M3b	(6.6)	$4-0 = 4$	$3-0 = 4$	$5-1 = 4$	$5-2 = 4$	$4-1 = 4$

* com n valendo 1

Fonte: Próprio autor

O Quadro 6.1 mostra o valor dos lados esquerdos e direitos das restrições (6.1), (6.3), (6.4), (6.5) e (6.6) para cinco tipos de solução: o método Ms3a obtém como soluções iniciais das iterações dos *modelos completos* apenas soluções dos tipos 1, 3 e 5 e o método Ms3b obtém como soluções iniciais das iterações dos *modelos completos* apenas soluções dos tipos 1 e 3. As inequações destacadas em vermelho são falsas; por consequência, as soluções dos tipos apontados não são selecionadas como soluções iniciais em cada um dos métodos.

6.1.4 Método de solução 4 (Ms4) – Salva e elimina

Todos os métodos apresentados se baseiam na resolução de ao menos K modelos diferentes para obter as K melhores soluções – os métodos Ms3a e Ms3b se baseiam na resolução de $2 \cdot K - 1$ modelos diferentes. A obtenção das soluções é feita em ordem não decrescente e os métodos não tiram proveito do esforço computacional despendido em iterações anteriores de forma eficiente.

No método Ms4 também são executados múltiplos modelos, porém ele permite que uma quantidade menor de iterações seja necessária para obter as K melhores soluções, uma vez que tira proveito do esforço computacional despendido em cada iteração de forma mais eficiente.

O método se vale do fato de que algoritmos exatos de resolução de modelos MIP – tais como *branch-and-bound*, *branch-and-cut*, entre outros¹¹ – percorrem um conjunto de soluções inteiras diferentes até a obtenção da solução ótima: todas as soluções obtidas ao longo das iterações dos algoritmos MIP são eliminadas do conjunto de soluções viáveis a cada nova iteração.

Além disso, o método salva as K melhores soluções obtidas até o final de cada iteração, descartando as demais. Conforme o método obtém novas soluções, melhores que as K melhores obtidas até então, ocorre a inserção das novas soluções no conjunto das melhores soluções e a eliminação das piores, garantindo que tal conjunto seja composto de no máximo K soluções.

O critério de parada é satisfeito quando a melhor solução de uma determinada iteração não estiver no conjunto ou for a pior das K melhores soluções obtidas até o momento; nesse caso, o conjunto resultante é composto pelas K melhores soluções do problema. Assim, são feitas as seguintes definições:

Definições:

J_i : conjunto de todas as soluções obtidas pelo algoritmo MIP na iteração i

S_i^j : j -ésima melhor solução obtida na iteração i , $\forall j \in J_i$

¹¹ Para mais detalhes sobre os algoritmos de otimização MIP, recomenda-se, por exemplo, o livro de Wolsey (1998).

Todas as soluções obtidas na iteração i – contidas em J_i – são eliminadas do conjunto de soluções viáveis, por meio da adição de $|J_i|$ restrições (6.1) ao modelo. Essas restrições garantem que todas as soluções obtidas em uma nova iteração m diferente de i – contidas em J_m – sejam diferentes das soluções obtidas na iteração i , conforme as inequações (6.7).

$$S_i^j \neq S_m^k, \quad \forall i, \forall m \neq i, \forall j \in J_i, \forall k \in J_m \quad (6.7)$$

Uma vez que a cada iteração o modelo obtém a melhor solução ainda não obtida em uma iteração anterior, se em determinada iteração m a solução S_m^1 for a K -ésima melhor solução, todas as demais $K-1$ soluções com valores de FO melhores que o valor da FO de S_m^1 são as $K-1$ melhores soluções do problema.

Se, por outro lado, S_m^1 for pior que a K -ésima melhor solução obtida até o momento, o conjunto das K melhores soluções obtidas nas iterações anteriores é necessariamente composto pelas K melhores soluções do problema.

Portanto, enquanto S_m^1 fizer parte do conjunto das $K-1$ melhores soluções, o método não finaliza e uma nova iteração ocorre com a inserção de mais restrições que eliminam do conjunto de soluções viáveis as soluções obtidas na iteração mais recente.

6.1.4.1 Exemplo de aplicação do método Ms4

Para facilitar o entendimento da dinâmica do método Ms4, esta seção apresenta um exemplo de uma aplicação a fim de obter as K melhores soluções de uma instância de localização fictícia com K valendo 5.

Para o exemplo, os conjuntos de soluções inteiras e as respectivas funções objetivo obtidas ao longo da primeira, segunda e terceira iterações são mostradas pelos Quadros 6.2, 6.3 e 6.4, respectivamente.

É possível observar que a iteração 1 percorre cinco soluções inteiras diferentes até que obtenha a solução ótima, cuja FO tem valor 23.

Quadro 6.2 – Soluções obtidas na primeira iteração do exemplo

Sol.	S_1^5	S_1^4	S_1^3	S_1^2	S_1^1
FO	150	85	52	26	23

Fonte: Próprio autor

Quadro 6.3 – Soluções obtidas na segunda iteração do exemplo

Sol.	S_2^6	S_2^5	S_2^4	S_2^3	S_2^2	S_2^1
FO	160	92	70	57	33	28

Fonte: Próprio autor

Quadro 6.4 – Soluções obtidas na terceira iteração do exemplo

Sol.	S_3^4	S_3^3	S_3^2	S_3^1
FO	158	71	40	36

Fonte: Próprio autor

Ao longo da segunda iteração são obtidas seis soluções, todas diferentes das cinco primeiras, uma vez que todas as soluções obtidas na primeira iterações já não fazem mais parte do conjunto de soluções viáveis.

As cinco melhores soluções são armazenadas, enquanto as demais são descartadas – embora continuem não fazendo parte do conjunto de soluções viáveis. O Quadro 6.5 mostra as cinco melhores soluções obtidas até o fim da segunda iteração. É possível garantir que as soluções S_1^1 , S_1^2 e S_2^1 representam as três melhores soluções do problema, ainda que apenas duas iterações do modelo tenham ocorrido. Para as demais soluções, ainda não é possível garantir que elas fazem parte das cinco melhores soluções do problema.

Quadro 6.5 – Cinco melhores soluções obtidas até a segunda iteração

Sol.	S_1^3	S_2^2	S_2^1	S_1^2	S_1^1
FO	52	33	28	26	23

Fonte: Próprio autor

Ao longo da terceira iteração, são obtidas quatro novas soluções inteiras, diferentes de todas as demais obtidas nas iterações anteriores. A solução ótima da terceira iteração S_3^1 representa a melhor solução ainda não obtida.

Por isso, se o valor de sua FO fosse pior que a quinta melhor solução obtida até a segunda iteração, o critério de parada seria atingido e as soluções presentes no Quadro 6.5 representariam as cinco melhores soluções do problema. Uma vez que o valor da FO da solução S_3^1 (36) está entre a quarta e quinta melhores soluções obtidas até a segunda iteração – 33 e 52, respectivamente –, o critério de parada também é atingido e a melhor solução da terceira iteração assume o lugar da quinta melhor solução do problema.

O Quadro 6.6 mostra as cinco melhores soluções do problema. Embora a solução S_2^2 seja obtida na segunda iteração, apenas é possível afirmar que ela representa a quarta melhor solução do problema após a terceira iteração.

Quadro 6.6 – Cinco melhores soluções do problema

Sol.	S_3^1	S_2^2	S_2^1	S_1^2	S_1^1
FO	36	33	28	26	23

Fonte: Próprio autor

6.2 AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS

Cada um dos quatro métodos propostos – bem como suas variações – foi avaliado em termos de tempos computacionais de resolução por meio de sua aplicação ao Conjunto 1 – apresentado por Akinc e Khumawala (1977) – e ao Conjunto 4 – proposto por Yang; Chu e Chen (2012). Tais conjuntos foram escolhidos para a avaliação dos métodos por serem compostos por instâncias de tamanhos, tipos de distribuição de pontos e outras características diferentes. Vale ressaltar que nesta avaliação foram considerados todos os candidatos de cada instância.

O valor de K utilizado para a avaliação foi de 20. Esse valor foi escolhido em função de análises de comportamento do valor da FO de algumas instâncias, que são aprofundadas na seção 6.3: para ambos os conjuntos, o *gap* médio entre a melhor e a vigésima melhor solução, considerando todas as instâncias de cada conjunto, não foi maior que 1%. Todos os métodos foram capazes de obter as 20 melhores soluções das instâncias consideradas.

6.2.1 Tempos computacionais para obtenção das 20 melhores soluções

A Tabela 6.1 mostra o tempo médio de resolução para que cada método obtivesse as 20 melhores soluções de cada uma das instâncias dos dois conjuntos.

É possível verificar que o método Ms4 tem o desempenho médio geral melhor que todos os demais métodos. Para instâncias do Conjunto 1, o tempo de resolução do Ms4 é 46% menor em relação ao segundo melhor método (Ms1). Já para as instâncias do Conjunto 4, o método Ms4 tem um tempo de resolução 34% menor que o Ms2a, o segundo melhor método. De maneira geral, para ambos os conjuntos de instâncias, os métodos Ms3a e Ms3b tiveram um desempenho

consideravelmente pior em relação ao tempo de resolução, sendo, inclusive, mais lento para obter as 20 melhores soluções que o método básico (Ms1).

Tabela 6.1 – Tempo médio para cada método obter as 20 melhores soluções de cada instância (s)

Método	Conjunto 1	Conjunto 4
Ms1	3,8	1.750
Ms2a	4,1	1.574
Ms2b	4,2	1.649
Ms3a	7,7	2.140
Ms3b	7,6	1.829
Ms4	2,0	1.035

Fonte: Próprio autor

Além de apresentar melhor desempenho médio no tempo de obtenção das 20 melhores soluções de ambos os conjuntos, o método Ms4 teve o melhor desempenho em 97% das instâncias – 36 das 37 – do Conjunto 1 e em 90% das instâncias – 18 das 20 – do Conjunto 4, conforme a mostrado pela Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Frequência percentual de melhor desempenho por método para cada conjunto de instâncias

Método	Conjunto 1	Conjunto 4
Ms1	3%	0%
Ms2a	0%	10%
Ms2b	0%	0%
Ms3a	0%	0%
Ms3b	0%	0%
Ms4	97%	90%

Fonte: Próprio autor

As Tabelas 6.3 e 6.4 mostram, respectivamente, o tempo que cada método levou para obter as 20 melhores soluções para cada instância do Conjunto 1 e Conjunto 4.

Tabela 6.3 – Tempo de resolução de instâncias do Conjunto 1 (s)

	Instância	Ms1	Ms2a	Ms2b	Ms3a	Ms3b	Ms4	Instância	Ms1	Ms2a	Ms2b	Ms3a	Ms3b	Ms4
Conjunto 1	cap41	1,0	1,4	1,2	2,0	2,2	1,3	cap93	3,0	3,1	3,3	6,5	6,2	2,0
	cap42	1,4	1,4	1,4	2,5	2,1	0,9	cap94	3,3	3,6	3,6	6,6	6,7	1,6
	cap43	1,5	1,5	1,6	2,7	2,4	1,2	cap101	1,7	1,9	2,1	3,4	3,3	1,0
	cap44	1,7	1,7	1,9	3,2	2,6	1,4	cap102	2,0	2,1	2,2	4,3	3,3	1,1
	cap51	1,7	1,8	1,8	3,5	3,5	1,2	cap103	2,3	2,5	2,6	4,6	4,3	1,6
	cap61	1,1	1,3	1,2	2,3	2,0	1,0	cap104	2,5	2,6	2,7	5,3	4,8	1,7
	cap62	1,3	1,5	1,6	2,9	2,5	0,9	cap111	5,7	5,8	5,9	11,1	11,1	2,5
	cap63	1,9	2,2	2,1	4,1	3,8	1,1	cap112	7,6	7,4	7,6	14,4	17,0	5,0
	cap64	2,3	2,5	2,5	4,5	4,1	1,5	cap113	10,3	11,2	11,4	20,9	23,7	5,0
	cap71	1,1	1,2	1,2	2,2	2,0	0,7	cap114	10,4	10,8	11,8	22,4	22,5	6,2
	cap72	1,3	1,6	1,4	2,9	2,3	0,8	cap121	4,7	5,3	5,6	10,0	11,0	2,3
	cap73	1,5	1,6	1,6	3,1	3,2	0,8	cap122	5,5	5,7	6,3	12,5	12,2	2,9
	cap74	1,7	1,8	1,8	3,5	2,7	1,1	cap123	8,7	8,7	9,6	16,6	16,3	3,8
	cap81	1,8	2,0	2,0	3,8	3,4	1,0	cap124	9,9	10,6	12,1	19,5	17,4	4,9
	cap82	2,6	2,9	2,9	5,5	5,4	1,7	cap131	5,0	5,2	6,0	10,3	9,6	2,8
	cap83	3,2	4,3	3,8	6,5	6,8	2,0	cap132	5,4	5,8	6,3	11,5	10,0	2,4
	cap84	4,1	4,6	4,5	8,1	9,2	1,8	cap133	6,0	6,8	7,5	12,5	12,2	2,1
	cap91	1,7	1,8	1,8	3,3	3,5	1,1	cap134	8,6	9,7	9,5	17,5	17,3	3,0
	cap92	1,9	2,1	2,1	3,7	3,8	1,2							

Fonte: Próprio autor

Tabela 6.4 – Tempo de resolução de instâncias do Conjunto 4 (s)

	Instância	Ms1	Ms2a	Ms2b	Ms3a	Ms3b	Ms4
Conjunto 4	30-200-1	59	56	58	79	79	31
	30-200-2	156	147	147	191	173	50
	30-200-3	84	85	81	107	107	38
	30-200-4	73	71	72	105	104	33
	30-200-5	64	67	66	88	96	31
	60-200-1	949	858	819	983	1.108	335
	60-200-2	451	424	400	534	545	253
	60-200-3	371	327	319	419	420	147
	60-200-4	342	275	305	406	367	136
	60-200-5	352	299	293	411	333	211
	60-300-1	1.384	1.021	1.178	1.609	1.399	626
	60-300-2	691	666	705	974	826	427
	60-300-3	3.599	3.390	3.522	4.540	3.737	1.616
	60-300-4	1.059	990	949	1.325	1.144	552
	60-300-5	2.326	1.846	2.046	2.551	2.356	1.447
	80-400-1	3.579	3.308	3.432	4.429	3.589	1.818
	80-400-2	9.672	9.433	9.604	12.874	9.910	5.034
	80-400-3	2.355	2.216	2.341	3.316	2.685	1.388
	80-400-4	2.377	1.924	2.363	2.475	2.605	2.001
	80-400-5	5.052	4.076	4.286	5.390	4.998	4.534

Fonte: Próprio autor

6.2.2 Evolução dos tempos computacionais da iteração k

Para cada método, o tempo total é separado em dois tipos: “tempo de otimização” e “tempo de construção”, em que o primeiro consiste no tempo em que o algoritmo MIP leva para a obtenção das soluções, enquanto o segundo consiste no tempo despendido para que as restrições sejam inseridas ou removidas dos modelos, soluções sejam ordenadas e comparadas e os *modelos intermediários* sejam executados. A Tabela 6.5 mostra, para cada um dos métodos, o tempo médio *de otimização* e *de construção* para a obtenção das 20 melhores soluções dos conjuntos 1 e 4.

Os dados apontam para um desempenho pior dos métodos Ms3a e Ms3b, em função de os *tempos de otimização* não serem menores que os *tempos de otimização* dos demais métodos e os *tempos de construção* dos referidos métodos serem consideravelmente maiores que o *tempo de construção* dos demais métodos.

Além disso, por meio dos tempos decorridos para as iterações dos diversos modelos de cada método é possível identificar que, de maneira geral, o tempo de resolução de cada iteração aumenta conforme k e a quantidade de restrições nos modelos crescem.

Tabela 6.5 – Tempo médio de otimização e de construção para a obtenção das 20 melhores soluções dos conjuntos 1 e 4 (s)

Método	Conjunto 1			Conjunto 4		
	Construção	Otimização	Total	Construção	Otimização	Total
Ms1	0,6	3,1	3,7	9,8	1.740	1.750
Ms2a	0,8	3,2	4,0	9,4	1.565	1.574
Ms2b	0,8	3,4	4,2	9,1	1.640	1.649
Ms3a	4,3	3,3	7,6	140	2.000	2.140
Ms3b	4,2	3,3	7,5	90	1.739	1.829
Ms4	0,7	1,3	2,0	69	966	1.035

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.2 retrata o aumento percentual médio do tempo de resolução de cada iteração em relação ao tempo de resolução da primeira iteração: é possível observar que a partir da segunda iteração, os métodos Ms3a e Ms3b apresentam tempos consideravelmente maiores que os métodos Ms1, Ms2a e Ms2b. Isso se deve em grande parte aos *modelos intermediários* que os referidos métodos utilizam para a construção dos *modelos completos*.

Figura 6.2 – Aumento % médio no tempo de cada iteração k para os conjuntos 1 e 4

Fonte: Próprio autor

Também é possível verificar que o método Ms4, embora despenda um tempo de maior que os demais métodos para a resolução de cada modelo, tem um melhor desempenho geral por não depender da resolução de 20 modelos para a obtenção das 20 melhores soluções para nenhuma instância testada, conforme detalhado a seguir.

6.2.3 Características da obtenção das soluções no método Ms4

Conforme observado, com o método Ms4 pode não ser necessário solucionar K modelos diferentes para a obtenção das K melhores soluções de cada instância. A Tabela 6.6 mostra a quantidade de instâncias de cada um dos conjuntos pela quantidade de iterações necessárias para a obtenção das 20 melhores soluções. A quantidade média de iterações necessárias para a obtenção das 20 melhores soluções para as instâncias do Conjunto 1 – média de 10,4 iterações – foi maior que para as instâncias do Conjunto 4 – média de 8,3 iterações.

Além disso, para a maior parte das instâncias do Conjunto 1, são necessárias entre 8 e 13 iterações para a obtenção das 20 melhores soluções, sendo que em apenas uma delas as soluções são obtidas na sétima iteração e em uma delas as

soluções são obtidas na décima quarta. Já para o Conjunto 2, são necessárias entre 6 e 10 iterações para a maior parte das instâncias, sendo que em apenas uma delas são necessárias 13 iterações para a obtenção das 20 melhores soluções.

Tabela 6.6 – Quantidade de instâncias em que as 20 melhores soluções são obtidas com menos de 20 iterações por quantidade de iterações necessárias

# Rodadas	Conjunto 1	Conjunto 4
6	0	2
7	1	4
8	4	6
9	4	5
10	11	2
11	8	0
12	3	0
13	4	1
14	1	0
Total	36	20

Fonte: Próprio autor

Figura 6.3 – Quantidade de soluções dentre as 20 melhores obtidas por cada iteração do método Ms4, para os conjuntos 1 e 4

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.3 retrata a quantidade de soluções, dentre as 20 melhores, obtidas em cada uma das iterações, assim como o percentual acumulado. É possível observar que, de maneira geral, as 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 são obtidas em iterações posteriores às que obtêm as 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 4: até a quinta iteração, 44,4% das 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 é obtido, enquanto o percentual equivalente da quinta iteração é de 70,3% para instâncias do Conjunto 4; até a décima iteração, é obtido 94,0% das 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 e 99,0% do Conjunto 4.

6.3 ANÁLISES DAS K MELHORES SOLUÇÕES

Os métodos foram aplicados às instâncias dos cinco conjuntos considerados nesta tese. As K melhores soluções das instâncias foram obtidas e os resultados e análises são apresentados nesta seção.

Foram desenvolvidos dois tipos de análises. O primeiro tipo consiste em análises do comportamento geral do valor da FO das 200 melhores soluções de dois dos conjuntos de instâncias: conjuntos 1 e 2. Tais conjuntos foram escolhidos para este tipo de análise em função do tamanho de suas instâncias, menores que as dos demais conjuntos, o que permite, em termos de tempo computacional, a obtenção de tamanha quantidade de soluções.

O segundo tipo de análise consiste em análises mais profundas, em que se busca explorar as soluções de forma a identificar padrões nas soluções, obter *insights* sobre seu comportamento, o nível de similaridade entre elas, características de instalações abertas, entre outros, considerando $K=20$.

6.3.1 Análise do comportamento das 200 melhores soluções

Para os conjuntos 1 e 2, o método Ms4 foi aplicado com K valendo 200 – um número grande arbitrariamente definido – para que fosse possível avaliar o impacto no valor da FO conforme a quantidade de soluções alternativas cresce. A quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções também é avaliada para ambos os conjuntos.

6.3.1.1 Conjunto 1

As análises dos resultados das trinta e sete instâncias que compõem o Conjunto 1 são apresentadas nesta seção. As instâncias são agrupadas em função de três características principais que as diferenciam: quantidade de candidatos, capacidade das instalações e relação entre custo fixo e custo variável de transporte, conforme detalhado na seção B.1 do APÊNDICE B.

As análises são apresentadas com base nos agrupamentos supramencionados, como uma tentativa de identificar o impacto que cada característica tem no valor da FO das 200 melhores soluções de cada grupo de instâncias.

A Figura 6.4 retrata o comportamento dos valores médios da FO dos grupos de instâncias com 15, 25 e 50 candidatos. O gráfico da esquerda mostra que as soluções das instâncias com 16 candidatos têm custos totais consideravelmente maiores, fato que indica que as instâncias não têm candidatos suficientes ou que a seleção dos candidatos não foi adequada. Por meio do gráfico da direita é possível observar que as soluções alternativas das instâncias com 16 candidatos degradam a uma taxa maior que as demais, o que indica que uma quantidade pequena de candidatos não proporciona uma quantidade suficiente de soluções alternativas de alta qualidade.

Figura 6.4 – Curvas da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 agrupadas pela quantidade de candidatos

Fonte: Próprio autor

Este resultado confirma os resultados apresentados no capítulo 5, em que foram obtidos conjuntos de candidatos melhores que os 16 existentes nas instâncias originais do Conjunto 1.

A Figura 6.5 retrata o comportamento dos valores médios da FO de grupos de instâncias em que a capacidade de cada instalação é capaz de atender, respectivamente, 8,6%, 25,7% e 100% da demanda total. O comportamento dos valores da FO desse grupo é similar ao observado na análise anterior, com os grupos definidos pela quantidade de candidatos: a restrição de capacidade tem um forte impacto no valor da FO.

Figura 6.5 – Curva da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 agrupadas pela capacidade das instalações

Fonte: Próprio autor

Por meio do gráfico da esquerda é possível verificar que as soluções das instâncias em que cada instalação tem capacidade equivalente a 8,6% da demanda total têm custos totais consideravelmente maiores. Por outro lado, as curvas dos grupos em que a capacidade de cada instalação é equivalente a 25,7 e 100% da demanda têm valores muito próximos. O gráfico da direita mostra que as instâncias com instalações com capacidade equivalente a 8,6% da demanda total também apresentam uma taxa de degradação maior que as demais instâncias.

A Figura 6.6 retrata o comportamento dos valores médios da FO das instâncias agrupadas pela relação entre o custo fixo de cada instalação com a soma do custo mínimo de transporte de cada cliente – CF/CV (*lower bound*). A métrica para cálculo desse indicador é apresentada no detalhe na subseção 7.2.1.1, do capítulo 7. As instâncias foram classificadas em quatro grupos, em que a relação entre o custo fixo e custo mínimo de transporte vale, aproximadamente, 1%, 2%, 3% e 4%.

Conforme esperado, os resultados mostram que os valores da FO das soluções ótimas são maiores para as instâncias em que o custo fixo é maior. O gráfico da direita mostra que a taxa de degradação da FO é maior para as instâncias

em que a relação entre o custo fixo e o custo variável de transporte é maior (4%) do que para as demais instâncias, sendo que as demais instâncias apresentam comportamentos similares entre si em relação à degradação da FO.

Figura 6.6 – Curvas da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 agrupadas pela relação entre custo fixo e custo variável de transporte

Fonte: Próprio autor

As análises dos valores da FO apresentadas reforçam que parte das limitações que compõem as instâncias restringe demasiadamente a quantidade de instalações, o que faz com que os valores das funções objetivo aumentem consideravelmente.

Esse é o caso de instâncias em que a capacidade de cada instalação é equivalente a 8,6% da demanda total. Para tais instâncias, o número mínimo de instalações abertas de qualquer solução viável é 12, independentemente dos demais parâmetros. Além disso, para instâncias com baixa quantidade de candidatos (16), também foi observado um aumento acentuado no valor da FO, o que indica que tal conjunto de candidatos não fornece opções suficientes para a formação de soluções alternativas de qualidade. Por essas razões, para a análise da quantidade de instalações abertas ao longo das 200 melhores soluções de cada problema, foi considerada a parte das instâncias em que a capacidade de cada instalação é maior ou igual a 25,7% e em que existem pelo menos 25 candidatos.

Também foram analisadas as quantidades de instalações abertas em cada uma das 200 melhores soluções de cada instância. É possível observar por meio da Figura 6.7 que a quantidade de instalações segue uma tendência estável. De maneira geral, para as instâncias analisadas, quanto maior a relação entre custo fixo e custo variável de transporte, menor a quantidade de instalações abertas nas melhores soluções.

Figura 6.7 – Quantidade média de instalações abertas nas 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 pela relação entre custo fixo e custo variável de transporte

Fonte: Próprio autor

A Tabela 6.7 mostra a relação entre a quantidade média de instalações das dez melhores soluções – k de 1 a 10 – com a quantidade média de instalações das dez últimas melhores soluções – k de 191 a 200. A quantidade média de instalações tem um aumento maior (17%) nas instâncias com relação entre custo fixo e custo variável de transporte maior. Para os demais grupos de instâncias, a variação percentual da quantidade de instalações é menor ou igual a 5%.

Tabela 6.7 – Quantidade média de instalações abertas nas 10 melhores e 10 piores soluções analisadas das instâncias do Conjunto 1 por relação entre custo fixo e custo variável de transporte

CF/CV (l.b.) →	1%	2%	3%	4%
Média de # de instalações ($k=1$ a 10)	14,5	10,8	8,1	5,9
Média de # de instalações ($k=191$ a 200)	14,2	11,1	8,5	6,9
Variação	-2%	2%	5%	17%

Fonte: Próprio autor

Tabela 6.8 – Desvio padrão médio da quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada instância do Conjunto 1

Instância	cap41	cap42	cap43	cap44	cap51	cap61	cap62	cap63	cap64
Desvio padrão	0,9	0,9	0,8	0,8	0,9	1,2	1,1	1,0	0,7
Instância	cap71	cap72	cap73	cap74	cap81	cap82	cap83	cap84	
Desvio padrão	1,2	1,1	1,0	0,8	0,3	0,5	0,6	0,7	
Instância	cap91	cap92	cap93	cap94	cap101	cap102	cap103	cap104	
Desvio padrão	0,7	1,0	0,8	0,8	0,8	1,1	1,0	0,8	
Instância	cap111	cap112	cap113	cap114	cap121	cap122	cap123	cap124	
Desvio padrão	0,1	0,3	0,7	0,5	0,7	0,9	0,6	0,6	
Instância	cap131	cap132	cap133	cap134					
Desvio padrão	0,8	0,8	0,9	0,7					

Fonte: Próprio autor

A Tabela 6.8 mostra o desvio padrão da quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada uma das instâncias do Conjunto 1. Todas as instâncias têm desvios padrão entre 0,5 e 1,5, o que confirma o fato de que a quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada instância tem uma tendência estável.

6.3.1.2 Conjunto 2

Nesta seção são apresentadas as análises das 200 melhores soluções de cada uma das 71 instâncias que compõem o Conjunto 2, detalhadas na seção B.2 do APÊNDICE B.

O Conjunto 2 é composto por instâncias com características diversas, com variações no tamanho – tanto em relação à quantidade de clientes quanto à quantidade de candidatos –, no tipo de distribuição dos pontos ao longo da região, na capacidade das instalações, no custo fixo das instalações, entre outras.

As instâncias diferem umas das outras de uma forma não estruturada, o que significa que cada instância representa um problema muito diverso das demais, com a alteração de mais de uma característica entre cada par de instâncias, inclusive com demandas diferentes. Por esse motivo, não faz sentido analisar o valor absoluto da FO em função de agrupamentos diferentes: não se pode garantir que os efeitos observados em cada análise são consequência da característica que retrata o agrupamento, ou de outras características. Por isso, os agrupamentos utilizados em um tipo de análise não são necessariamente mantidos para as demais análises.

Além disso, para uma parte das instâncias do Conjunto 2, não existem 200 soluções diferentes viáveis, uma vez que as instâncias têm apenas 10 candidatos que totalizam uma capacidade equivalente a 137% da demanda total; a aplicação dos métodos obtém apenas 56 soluções viáveis diferentes. Estas soluções são separadas em um grupo à parte, para que seus resultados não afetem a análise dos demais grupos.

A Figura 6.8 retrata o comportamento dos valores da FO dos grupos de instâncias com 10, 20 e 30 candidatos e das instâncias com apenas 56 soluções viáveis diferentes. É possível observar os valores da FO das soluções do grupo de instâncias com 10 candidatos degradam a uma taxa maior que os grupos com 20 e 30 candidatos, o que indica que 10 é um número insuficiente de candidatos para

estas instâncias, uma vez que não proporciona uma quantidade suficiente de soluções alternativas de alta qualidade. As soluções com 20 candidatos apresentam uma taxa de degradação levemente pior que as soluções com 30 candidatos.

Figura 6.8 – Curvas do *gap* da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 2 agrupadas pela quantidade de candidatos

Fonte: Próprio autor

Além disso, para as soluções das instâncias em que existem apenas 56 soluções viáveis, a taxa de degradação segue o mesmo padrão do grupo com 10 candidatos até a vigésima melhor solução. A partir desse ponto, as soluções sofrem uma degradação acentuada, sendo que as últimas soluções (até a 56ª) têm um *gap* médio percentual de 30% em relação à solução ótima.

A Figura 6.9 retrata o comportamento dos valores médios da FO de três grupos de instâncias em que a capacidade total, considerando todos os candidatos vale até 200%, entre 200% e 400% e mais de 400% da demanda total. O comportamento da FO desse grupo é similar ao observado na análise anterior, com os grupos definidos pela quantidade de candidatos: a restrição de capacidade tem um forte impacto na taxa de degradação da FO.

A curva do grupo em que a capacidade total em relação à demanda é menor – até 200% – tem uma taxa de degradação maior que as curvas dos demais grupos. Por outro lado, as curvas dos grupos em que a relação entre capacidade e demanda total são maiores – entre 200% e 400% e maior que 400% – têm valores muito próximos.

Figura 6.9 – Curvas do *gap* da FO das 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 2 agrupadas pela relação entre a capacidade e a demanda total

Fonte: Próprio autor

Também para o Conjunto 2 foram analisadas as quantidades de instalações que compõem o conjunto das instalações abertas em cada uma das 200 melhores soluções de cada instância.

A Figura 6.10 retrata a quantidade média de instalações abertas nas soluções conforme k aumenta para três grupos de instâncias, definidos pela relação entre o custo fixo e custo variável médio de transporte. É possível observar que a quantidade de instalações segue uma tendência estável. De maneira geral, para as instâncias analisadas, quanto maior a relação entre custo fixo e custo variável de transporte, menor a quantidade de instalações abertas nas melhores soluções.

Figura 6.10 – Quantidade média de instalações abertas nas 200 melhores soluções das instâncias do Conjunto 2 pela relação entre custo fixo e custo variável de transporte

Fonte: Próprio autor

A Tabela 6.9 mostra a relação entre a quantidade média de instalações das dez melhores soluções – k de 1 a 10 – com a quantidade média de instalações das

dez últimas melhores soluções – k de 191 a 200. Para o Conjunto 2, a quantidade média de instalações tem um aumento maior (9%) nas instâncias com relação entre custo fixo e custo variável de transporte menor. Para as demais instâncias, a variação percentual da quantidade de instalações é menor ou igual a 5%.

Tabela 6.9 – Quantidade média de instalações abertas nas 10 melhores e 10 piores soluções alternativas das instâncias do Conjunto 2 por relação entre custo fixo e custo variável de transporte

CF/CV (l.b.) →	Até 1,5%	Entre 1,5% e 3%	Mais que 3%
Média de # de instalações (k=1 a 10)	8,4	7,9	6,7
Média de # de instalações (k=191 a 200)	9,1	7,7	7,0
Variação	9%	-3%	4%

Fonte: Próprio autor

A Tabela 6.10 mostra o desvio padrão da quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada uma das instâncias do Conjunto 2. O desvio máximo verificado foi de 1,04, sendo que a média dos desvios padrão é de 0,69. Em uma instância em particular (p58), a quantidade de instalações das 200 melhores soluções é igual a zero, o que significa que todas as soluções são compostas pela mesma quantidade de instalações abertas. Os dados confirmam o fato de que também para o Conjunto 2 a quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada instância tem uma tendência estável.

Tabela 6.10 – Desvio padrão médio da quantidade de instalações abertas nas 200 melhores soluções de cada instância do Conjunto 2

Instância	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9	p10	p11	p12	p13	p14	p15	p16	p17	p18
Desvio padrão	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	0,9	0,7	0,7	0,6	0,5	0,7	0,7
Instância	p19	p20	p21	p22	p23	p24	p25	p26	p27	p28	p29	p30	p31	p32	p33	p34	p35	p36
Desvio padrão	0,5	0,4	0,8	0,7	0,8	0,6	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,3	0,6	0,7	0,5	0,5
Instância	p37	p38	p39	p40	p41	p42	p43	p44	p45	p46	p47	p48	p49	p50	p51	p52	p53	p54
Desvio padrão	0,7	0,8	0,9	0,8	1,0	0,8	0,7	0,9	0,7	0,9	0,9	0,7	0,8	1,0	0,8	0,9	0,8	0,9
Instância	p55	p56	p57	p58	p59	p60	p61	p62	p63	p64	p65	p66	p67	p68	p69	p70	p71	
Desvio padrão	0,7	0,8	0,2	0,0	0,2	1,0	0,7	0,1	0,7	1,0	0,9	0,5	0,7	1,0	0,8	0,5	0,7	

Fonte: Próprio autor

6.3.1.3 Considerações gerais sobre a análise das 200 melhores soluções

Por meio da obtenção das 200 melhores soluções de dois conjuntos de instâncias, foi possível observar que números baixos de candidatos e baixas capacidades em relação à demanda total podem impactar tanto no valor da FO da solução ótima – conforme observado nas instâncias do Conjunto 1 – quanto na taxa

de degradação da FO quando são avaliadas soluções alternativas – conforme observado nas instâncias de ambos os conjuntos.

Os resultados indicam que, sempre que possível, o processo de SCND deve considerar uma etapa para a identificação da quantidade adequada de candidatos e de um conjunto de candidatos de alta qualidade, que permita ao modelo a obtenção de melhores soluções.

Além disso, os resultados também indicam que os modelos de localização utilizados no SCND devem considerar, sempre que possível, candidatos a instalação sem restrição de capacidade, se o problema real permitir. Uma vez que o problema lida com decisões estratégicas de longo prazo, os modelos devem considerar possibilidades suficientes para permitir uma avaliação adequada das estratégias a serem tomadas no longo prazo. Uma alternativa à utilização de modelos capacitados são modelos que consideram a possibilidade de aumento da capacidade – apresentados na subseção A.1.5.1 do APÊNDICE A.

Também é possível observar que a quantidade de instalações permanece estável mesmo se consideradas as 200 melhores soluções para ambos os conjuntos. Este resultado pode indicar que ao longo da etapa de otimização, se o modelador tiver a informação, ainda que aproximada, da quantidade de instalações das melhores soluções do problema, a busca pela solução ótima pode ser melhorada.

Associada à informação da quantidade de instalações aproximada da solução ótima, a taxa de degradação das soluções pode fornecer subsídios para a melhoria nos critérios de parada de heurísticas, muitas vezes utilizadas em modelos de localização com tamanhos realistas.

O valor da FO das 200^a melhores soluções das instâncias do Conjunto 1 é, na média, 2,0% pior que a média das funções objetivo das soluções ótimas. Para o Conjunto 2, a piora média percentual do valor da FO é de 7,8% – considerando apenas as instâncias com pelo menos 200 soluções viáveis; se forem consideradas apenas instâncias com relação entre capacidade total e demanda maior ou igual a 200%, a piora média da 200^a melhor em relação à solução ótima vale 4,9%.

6.3.2 Análise das 20 melhores soluções

As 20 melhores soluções das instâncias dos conjuntos 1, 2, 3, 4 e 5 também foram obtidas e analisadas. O valor de K foi definido como 20 para que fossem analisadas soluções alternativas de qualidade: os *gaps* médios das 19 melhores soluções alternativas¹² – k valendo de 2 a 20 – obtidos na análise com $K=200$ é de 0,45% para o Conjunto 1 e 2,0% para o Conjunto 2.

Para cada um dos conjuntos, são apresentadas as seguintes análises:

- Comportamento do *gap* das soluções alternativas de cada conjunto;

A Figura 6.11 retrata o comportamento médio dos *gaps* das 20 melhores soluções em relação à solução ótima para cada um dos conjuntos. Os conjuntos 2 e 5 se destacam como sendo os conjuntos com *gaps* médios das soluções alternativas com valores maiores, valendo respectivamente 1,88% e 6,10%. Já os *gaps* médios dos conjuntos 1, 3 e 4 são menores, e valem respectivamente 0,42%, 0,96% e 0,52%.

Figura 6.11 – *Gap* médio da FO das 20 melhores soluções, por conjunto de instâncias

Fonte: Próprio autor

Considerando todas as 215 instâncias testadas, o *gap* médio entre a solução ótima e a segunda melhor solução vale 0,34%, enquanto que o *gap* médio entre a solução ótima e a vigésima melhor solução vale 2,07%. Vale ressaltar que os

¹² Nesta subseção, as 19 melhores soluções alternativas – $k=2$ a 20 – de cada instância são chamadas de “soluções alternativas”.

valores médios dos *gaps* são influenciados pelos *gaps* consideravelmente maiores das instâncias com baixa quantidade de candidatos, baixa relação entre a capacidade e a demanda total e em que a quantidade de instalações na solução ótima é baixa.

- Quantidade de instalações abertas nas soluções alternativas;

A Figura 6.12 retrata o comportamento geral do desvio padrão da quantidade de instalações abertas nas 20 melhores soluções, considerando as 215 instâncias que compõem os cinco conjuntos de instâncias.

Em 25 das 215 instâncias analisadas (12%), o desvio padrão da quantidade de instalações abertas é igual a zero, o que significa que para tais instâncias, todas as 20 melhores soluções são compostas pela mesma quantidade de instalações. Além disso, vale notar que em 99% das instâncias, o desvio padrão é menor ou igual a um, o que reforça que para todos os conjuntos de instâncias, a quantidade de instalações nas melhores soluções tende a ser estável.

Figura 6.12 – Desvios padrão médios da quantidade de instalações nas soluções de cada instância

Fonte: Próprio autor

A Tabela 6.11 mostra o desvio padrão médio da quantidade de instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada conjunto. O Conjunto 4 se destaca por apresentar valores muito menores que os demais conjuntos.

Tabela 6.11 – Desvio padrão médio da quantidade de instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada conjunto

Instâncias	Desvio padrão
Conjunto 1	0,67
Conjunto 2	0,56
Conjunto 3	0,65
Conjunto 4	0,12
Conjunto 5	0,38
Média das 215 instâncias	0,56

Fonte: Próprio autor

- Frequência de abertura de “instalações ótimas” nas soluções alternativas;

Para cada uma das 215 instâncias analisadas, foram identificadas as instalações abertas na solução ótima – denominadas neste trabalho “instalações ótimas” – e calculadas as frequências médias em que tais instalações são abertas nas 19 soluções alternativas. A Tabela 6.12 mostra a média desses valores para cada um dos conjuntos considerados. As instâncias do Conjunto 5 se destacam como sendo as instâncias com a menor quantidade média de instalações abertas nas soluções ótimas. Além disso, as instâncias do Conjunto 5 também se destacam por terem a média de abertura das *instalações ótimas* nas soluções alternativas mais baixa.

Tabela 6.12 – Dados sobre a quantidade de instalações ótimas que aparecem nas soluções alternativas, por conjunto de instâncias

Instâncias	# de instâncias	Total de instalações abertas	# médio de instalações na solução ótima	Média de # de aberturas em soluções alternativas
Conjunto 1	37	394	10,6	16,7
Conjunto 2	71	630	8,9	16,3
Conjunto 3	75	1316	17,5	16,8
Conjunto 4	20	214	10,7	14,5
Conjunto 5	12	57	4,8	10,9

Fonte: Próprio autor

Além disso, também são apresentadas análises do percentual de instalações abertas em ao menos uma das 20 melhores soluções. A Tabela 6.13 mostra os resultados, em que é possível verificar que, de maneira geral, nas instâncias dos conjuntos 1 e 2, um percentual maior de instalações é aberto em ao menos uma das 20 melhores soluções, sendo que há instâncias em que todos os candidatos são abertos ao menos uma vez. Por outro lado, as instâncias do Conjunto 5 têm percentuais de instalações abertas muito abaixo das instâncias dos demais

conjuntos, sendo que no máximo foram selecionadas 20,4% dos candidatos de uma instância deste conjunto.

Tabela 6.13 – Percentual médio, mínimo e máximo de candidatos abertos em soluções alternativas em relação à quantidade de candidatos por instância

Instâncias	% médio de candidatos abertos	% mínimo de candidatos abertos em uma instância	% máximo de candidatos abertos em uma instância
Conjunto 1	66,6%	24,0%	100,0%
Conjunto 2	74,6%	36,7%	100,0%
Conjunto 3	42,4%	24,0%	62,0%
Conjunto 4	43,8%	15,0%	76,7%
Conjunto 5	13,2%	9,5%	20,4%
Total	55,7%	9,5%	100,0%

Fonte: Próprio autor

- Variedade na aparição de instalações

Também foram calculados os percentuais de instalações abertas nas soluções ótimas, em ao menos uma solução alternativa e em nenhuma das soluções conforme mostrado pela Tabela 6.14.

A quantidade de instalações que abrem em ao menos uma solução alternativa é menor que a quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas para instâncias dos conjuntos 1, 2 e 3. Já para os conjuntos 3, 4 e 5, é possível observar que a maior parte dos candidatos não faz parte de nenhuma das 20 melhores soluções.

Tabela 6.14 – Percentuais de instalações que abrem na solução ótima, em ao menos uma solução alternativa e não abrem em nenhuma solução alternativa

Instâncias	Abre na solução ótima	Abre em ao menos uma solução alternativa	Não abre em nenhuma solução
Conjunto 1	35,6%	20,2%	44,2%
Conjunto 2	39,6%	29,4%	30,9%
Conjunto 3	29,2%	12,6%	58,2%
Conjunto 4	18,6%	20,5%	60,9%
Conjunto 5	3,2%	9,9%	86,8%
Total	25,8%	16,5%	57,7%

Fonte: Próprio autor

- Tipos de alterações entre as soluções ótimas e as alternativas;

Também foram feitas análises para quantificar quão diferentes são as soluções ótimas das alternativas; foram consideradas apenas as diferenças nas variáveis

binárias, em que uma instalação abre em uma solução e não abre na outra, ou vice-versa.

A Tabela 6.15 mostra a quantidade de alterações resultantes das 19 soluções alternativas, além da quantidade média de alterações por solução. As instâncias do Conjunto 4 se destacam por suas soluções alternativas terem mais alterações em relação às soluções ótimas, com uma média de 4,90 alterações por solução. Por outro lado, as soluções alternativas das instâncias do Conjunto 5 são as mais similares que suas respectivas soluções ótimas, com uma média de 2,04 alterações por solução.

Tabela 6.15 – Valores referentes à quantidade de alterações das soluções alternativas

Instâncias	Quantidade de alterações	Total de soluções alternativas	Quantidade média de alterações por solução
Conjunto 1	1.854	703	2,64
Conjunto 2	3.662	1.349	2,71
Conjunto 3	5.303	1.425	3,72
Conjunto 4	1.862	380	4,90
Conjunto 5	464	228	2,04
Total	13.145	4.085	3,22

Fonte: Próprio autor

Figura 6.13 – Frequência de soluções alternativas pela quantidade de alterações em relação à solução ótima, por conjunto de instância

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.13 retrata os padrões de alteração de cada solução alternativa de forma mais detalhada, em que são retratados, para cada conjunto, os percentuais de soluções de acordo com a quantidade de alterações em relação à solução ótima. É possível observar que as soluções alternativas das instâncias dos conjuntos 1, 2 e 5

em sua maioria têm até três alterações em relação às soluções ótimas, enquanto para as instâncias dos conjuntos 3 e 4, uma parte mais significativa de soluções têm quatro ou mais alterações em relação às soluções ótimas.

Já a Tabela 6.16 mostra o percentual de soluções alternativas que se diferenciam em relação às soluções ótimas por meio de apenas uma alteração simples. Uma alteração simples consiste na abertura de uma instalação fechada, o fechamento de uma instalação aberta ou a substituição de uma instalação por outra.

Tabela 6.16 – Percentuais referentes aos tipos de alterações das soluções alternativas

Instâncias	% de soluções com alterações simples	% de soluções com alterações de outros tipos
Conjunto 1	47%	53%
Conjunto 2	51%	49%
Conjunto 3	24%	76%
Conjunto 4	16%	84%
Conjunto 5	76%	24%
Total	39%	61%

Fonte: Próprio autor

- Nível de serviço nas soluções alternativas;

Nenhuma das instâncias apresenta parâmetros ou restrições de nível de serviço. Portanto, para retratar o nível de serviço, se assume a premissa de que o tempo entre cada par de pontos é proporcional ao custo unitário entre os dois pontos. Além disso, é considerado que o tempo médio entre as instalações que abastecem cada cliente representa o indicador que mede o nível de serviço do cliente.

Para analisar o comportamento do nível de serviço nas soluções alternativas, o custo unitário de transporte associado à solução ótima de cada instância foi calculado. Em seguida, para cada solução alternativa, a quantidade de clientes em que o custo unitário de transporte é maior, igual ou menor ao custo da solução ótima é calculada. A Tabela 6.17 mostra, para cada conjunto de instâncias, o percentual de clientes em que o custo unitário de transporte – e, portanto, o nível de serviço – é melhor, igual ou pior ao observado na solução ótima da respectiva instância.

Vale lembrar que para as instâncias do Conjunto 5 o custo unitário de transporte considera tanto o trecho de abastecimento das instalações quanto o

trecho entre as instalações e os clientes. Por isso, os valores da Tabela 6.17 deste conjunto não retratam apenas o tempo de deslocamento entre instalação e cliente.

Tabela 6.17 – Percentuais de clientes com nível de serviço melhor, igual e pior, por conjunto de instâncias

Instâncias	NS Melhor	NS Igual	NS Pior
Conjunto 1	13,5%	73,7%	12,8%
Conjunto 2	9,9%	79,8%	10,3%
Conjunto 3	17,4%	65,2%	17,4%
Conjunto 4	16,0%	66,7%	17,3%
Conjunto 5	12,4%	54,0%	33,6%
Total	13,7%	70,5%	15,7%

Fonte: Próprio autor

Na sequência, são apresentados detalhes das análises apontadas acima para cada um dos conjuntos de instâncias.

6.3.2.1 Conjunto 1

O Conjunto 1 é composto por 37 instâncias, que se diferenciam entre si em termos de quantidade de candidatos, capacidade de cada um dos candidatos e relação entre custos fixos e custo variável de transporte. Todas as instâncias representam um mesmo problema em termos de distribuição geográfica, uma vez que os custos entre candidatos e clientes se mantêm nas diferentes instâncias. As características das instâncias variam de forma estruturada, uma vez que é possível identificar o efeito de uma única característica ao se comparar duas instâncias similares, sendo que as demais características se mantêm a mesmas. As variações das características que compõem as instâncias do Conjunto 1 são apresentadas em detalhe na seção B.1 do APÊNDICE B.

Os resultados mostram que, considerando todas as 37 instâncias do Conjunto 1, em média, a segunda e a vigésima melhores soluções são, respectivamente, 0,14% e 0,63% piores que a melhor solução. Além disso, 73,1% de todas as 703 soluções alternativas obtidas (37·19) têm *gaps* menores do que 0,5%. Dentro desse grupo se enquadraram 34 das segundas melhores soluções – 91,9% delas – e 20 das vigésimas melhores soluções – 54,1% delas.

Os *gaps* médios das soluções alternativas em relação às soluções ótimas são analisados com base nos três agrupamentos que caracterizam cada uma das instâncias do conjunto: quantidade de candidatos, capacidade de cada candidato e

relação entre o custo fixo de uma instalação e o custo variável médio de transporte. A Tabela 6.18 mostra, para os três grupos mencionados, os valores da FO das soluções ótimas e alternativas e os *gaps* médios.

Tabela 6.18 – Valores médios de funções objetivo e *gaps* de instâncias do Conjunto 1, pelos agrupamentos definidos

		F.O. solução ótima	F.O. soluções alternativas	Gap médio
# de candidatos	16	1.037.759	1.045.825	0,74%
	25	896.981	900.401	0,37%
	50	892.975	894.874	0,21%
Capacidade de um candidato / demanda total	8,6%	1.006.918	1.014.159	0,67%
	25,7%	912.708	915.735	0,32%
	100%	908.089	911.206	0,33%
CF/CV (<i>lower bound</i>)	1%	861.164	863.833	0,30%
	2%	920.036	923.571	0,36%
	3%	966.993	971.305	0,42%
	4%	1.022.093	1.029.425	0,68%

Fonte: Próprio autor

Os *gaps* médios de instâncias com menor quantidade de candidato e menor relação entre capacidade de cada instalação e demanda total são muito maiores que as demais instâncias, sendo mais que o dobro dos *gaps* para os demais grupos de instâncias. Também é possível observar um aumento no *gap* médio em instâncias com uma relação maior entre custo fixo e custo mínimo de transporte.

Vale notar também que os *gaps* médios entre os valores da FO das soluções ótimas e das soluções alternativas são menores que 1% para todos os agrupamentos; muito menores que os *gaps* causados pela baixa quantidade de candidatos, nas instâncias com apenas 16 candidatos, em relação às instâncias com 50 candidatos: valor da FO 16,2% maior. Este fato reforça a importância da obtenção de uma quantidade adequada de candidatos de qualidade na construção dos modelos de localização utilizados no SCND.

A Figura 6.14 retrata a distribuição geográfica dos clientes e candidatos – com a frequência de abertura das instalações nas soluções alternativas – de quatro das instâncias do Conjunto 1. Tais instâncias são consideradas as mais representativas pois não apresentam “limitações artificiais”, uma vez que consideram todos os clientes como candidatos e cada instalação tem capacidade equivalente a 100% da demanda total. A representação de todas as instâncias está localizada na subseção B.1.2 do APÊNDICE B.

Figura 6.14 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em quatro instâncias representativas do Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

De maneira geral, as instalações se localizam nas regiões em que existe demanda concentrada: grupo de pontos próximos entre si e pontos com demanda alta, afastados dos demais. Além disso, o candidato que não tem custo fixo também aparece em todas as 20 melhores soluções de todas as instâncias, mesmo que o cliente localizado no mesmo ponto não tenha demanda alta.

Figura 6.15 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

Para 92% das soluções alternativas, a diferença absoluta entre a quantidade de instalações abertas e a quantidade de instalações da solução ótima vale no

máximo um. Além disso, apenas 0,1% das soluções alternativas têm três instalações a mais que a solução ótima da instância correspondente, conforme pode ser observado por meio da Figura 6.15.

A Figura 6.16 retrata a quantidade de *instalações ótimas* pela frequência em que tais instalações aparecem nas soluções alternativas de cada instância do Conjunto 1: 241 (61%) das *instalações ótimas* abrem em todas as 19 soluções alternativas e 94% das *instalações ótimas* abre em ao menos 10 soluções alternativas.

Figura 6.16 – Quantidade de *instalações ótimas* pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

Das 703 soluções alternativas do Conjunto 1, 182 (25,9%) são compostas por apenas duas alterações em relação à solução ótima correspondente, consistindo na substituição simples de uma instalação por outra. Outras 103 soluções (14,7%) têm apenas uma alteração que consiste na abertura de uma instalação não aberta na solução ótima. Por fim, 48 soluções (6,8%) têm apenas uma alteração que consiste no fechamento de uma instalação aberta na solução ótima. As 370 demais soluções (52,6%) têm alterações “mais complexas” em relação à solução ótima.

A Figura 6.17 retrata o percentual de soluções alternativas compostas por alterações simples em função de k . É possível observar que tais percentuais são ainda maiores para as segundas e terceiras melhores soluções, valendo respectivamente 89% e 81%.

Figura 6.17 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

A análise do nível de serviço dos clientes – retratado pelo custo de transporte de cada solução para cada cliente – em relação ao valor de k mostra que, para o Conjunto 1, não é possível identificar uma relação clara entre o nível de serviço e k , conforme retratado pela Figura 6.18.

Figura 6.18 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

6.3.2.2 Conjunto 2

O Conjunto 2 é composto por 71 instâncias. Dentre elas, existem quatro grupos de instâncias que representam, cada um deles, um mesmo problema em termos de distribuição geográfica, uma vez que os custos entre candidatos e clientes se mantêm nas instâncias do mesmo grupo. Além delas, existem também outras instâncias cujos custos entre candidatos e clientes não são iguais ao de nenhuma outra instância.

As características das instâncias variam de forma não estruturada, uma vez que cada instância apresenta variações de mais de uma característica em relações às demais. As instâncias se diferenciam entre si em termos de quantidade de candidatos e de clientes, relação entre capacidade total dos candidatos e demanda total, relação entre os custos fixo e variáveis de transporte, entre outras características. As variações das características que compõem as instâncias do Conjunto 2 são apresentadas em detalhe na seção B.2 do APÊNDICE B.

Os resultados mostram que, considerando todas as 71 instâncias do Conjunto 2, em média, a segunda e a vigésima melhores soluções são, respectivamente, 0,48% e 2,84% piores que a melhor solução. Além disso, apenas 17,6% das 1.349 soluções alternativas (71·19) tem um *gap* menor ou igual a 0,5%, assim como 52 segundas melhores soluções (73,2%). Apenas quatro das vigésimas melhores soluções têm *gaps* menores ou iguais a 0,5%.

Os *gaps* médios das soluções alternativas em relação às soluções ótimas são analisados com base em três agrupamentos: quantidade de candidatos, relação entre capacidade total e demanda total e relação entre o custo fixo de uma instalação e o custo variável médio de transporte. A Tabela 6.19 mostra, para os três agrupamentos, os valores da FO das soluções ótimas e alternativas e os *gaps* médios.

Tabela 6.19 – Valores médios de funções objetivo e *gaps* de instâncias do Conjunto 2, pelos agrupamentos definidos

		F.O. solução ótima	F.O. soluções alternativas	Gap médio
# de candidatos	10	8.585	8.900	3,65%
	20	7.997	8.127	1,59%
	30	17.980	18.178	1,33%
Capacidade total / demanda total	Entre 0 e 2	13.180	13.470	3,18%
	Entre 2 e 4	14.638	14.809	1,46%
	Entre 4 e 6	10.367	10.593	1,97%
	Maior que 6	8.963	9.153	1,76%
CF/CV (médio)	Entre 0% e 1%	13.901	14.127	1,79%
	Entre 1% e 2%	16.491	16.730	2,00%
	Entre 2% e 3%	12.577	12.786	2,34%
	Maior que 3%	8.053	8.200	1,59%

Fonte: Próprio autor

Embora tais análises não sejam conclusivas, uma vez que cada instância apresenta outras características diferentes das demais, é possível identificar que

instâncias com menores quantidades de candidatos e menores relações entre capacidade total e demanda total têm *gaps* médios muito maiores que as demais instâncias; fato que também pode ser observado nas instâncias dos demais conjuntos.

A Figura 6.19 retrata a representação da distribuição geográfica dos clientes e candidatos – com a frequência de abertura das instalações nas soluções alternativas – de quatro instâncias do Conjunto 2. Cada uma das quatro instâncias faz parte de um dos grupos que representam a mesma distribuição geográfica. A representação de todas as instâncias está localizada na subseção B.2.2 do APÊNDICE B.

Figura 6.19 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em quatro instâncias representativas do Conjunto 2

Fonte: Próprio autor

É possível observar que as instalações abertas de cada uma das instâncias se distribuem de forma diferente ao longo da região em que se localizam os clientes. Em três instâncias – p1, p13 e p56 – as instalações são distribuídas de forma “espalhada”, ao longo da região em que existem candidatos. Já para a instância p25 as instalações se distribuem ao longo de uma “faixa de interseção”, em que existem tanto candidatos quanto clientes.

Para 93% das soluções alternativas, a diferença absoluta entre a quantidade de instalações abertas e a quantidade de instalações da solução ótima vale no

máximo um. Além disso, apenas 0,2% das soluções alternativas têm três instalações a mais ou a menos que a solução ótima da instância correspondente, conforme pode ser observado por meio da Figura 6.20.

Figura 6.20 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 2

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.21 retrata a quantidade de *instalações ótimas* pela frequência em que tais instalações aparecem nas soluções alternativas de cada instância do Conjunto 1: 314 (50%) das *instalações ótimas* abrem em todas as 19 soluções alternativas e 93% das *instalações ótimas* abre em ao menos 10 soluções alternativas.

Figura 6.21 – Quantidade de *instalações ótimas* pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 2

Fonte: Próprio autor

Das 1.349 soluções alternativas do Conjunto 2, 410 (30,4%) compõem o grupo de soluções com apenas duas alterações em relação à solução ótima

correspondente, consistindo na substituição simples de uma instalação por outra. Outras 217 soluções (16,1%) têm apenas uma alteração que consiste na abertura de uma instalação não aberta na solução ótima. Além disso, 65 soluções (4,8%) têm apenas uma alteração que consiste no fechamento de uma instalação aberta na solução ótima. As 657 demais soluções (48,7%) têm alterações mais complexas em relação à solução ótima.

A Figura 6.22 retrata o percentual de soluções alternativas compostas por alterações simples em função de k . É possível observar que tais percentuais são ainda maiores para as segundas e terceiras melhores soluções, alcançando respectivamente 90% e 85%.

Figura 6.22 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 2

Fonte: Próprio autor

Figura 6.23 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 2

Fonte: Próprio autor

A análise do nível de serviço dos clientes – retratado pelo custo de transporte de cada solução para cada cliente – em relação ao valor de k mostra que, de maneira geral, ocorre uma pequena piora no nível de serviço com o aumento do valor de k , conforme retratado pela Figura 6.23.

6.3.2.3 Conjunto 3

O Conjunto 3 é composto por 75 instâncias. Cada instância representa uma distribuição geográfica de clientes e candidatos diferentes, uma vez que os custos entre candidatos e clientes são diferentes para todas as instâncias.

Além disso, as características das instâncias variam de forma não estruturada, uma vez que cada instância apresenta variações de mais de uma característica em relações às demais. As instâncias se diferenciam entre si em termos de quantidade de candidatos e clientes, relação entre capacidade total dos candidatos e demanda total, relação entre os custos fixos e variáveis de transporte, entre outras características. As variações das características que compõem as instâncias do Conjunto 3 são apresentadas em detalhe na seção B.3 do APÊNDICE B.

Os resultados mostram que, considerando todas as 75 instâncias do Conjunto 3, em média, a segunda e a vigésima melhores soluções são, respectivamente, 0,26% e 1,4% piores que a melhor solução. Além disso, apenas 24,7% das 1.425 soluções alternativas ($75 \cdot 19$) tem um *gap* menor ou igual a 0,5%, assim como 64 segundas melhores soluções (85,3%). Apenas sete das vigésimas melhores soluções têm um *gap* menor ou igual a 0,5%.

Os *gaps* médios das soluções alternativas em relação às soluções ótimas são analisados com base em três agrupamentos: quantidade de candidatos, relação entre capacidade e demanda total e relação entre o custo fixo de uma instalação e o custo variável médio de transporte. A Tabela 6.20 mostra, para os três agrupamentos, os valores da FO das soluções ótimas e alternativas e os *gaps* médios.

Embora tais análises não sejam conclusivas, uma vez que cada instância apresenta outras características diferentes das demais, é possível identificar que instâncias com menores quantidades de candidatos apresentam *gaps* médios muito maiores que as demais instâncias; fato que também pode ser observado nas instâncias dos demais conjuntos. Por outro lado, para as instâncias do Conjunto 3,

ao contrário do que se observa nos demais grupos, o *gap* médio é menor em instâncias com menores relações entre capacidade total e demanda total. Não há uma relação clara entre o *gap* médio e relação entre o custo fixo e o custo variável médio de transporte.

Tabela 6.20 – Valores médios de funções objetivo e *gaps* de instâncias do Conjunto 3, pelos agrupamentos definidos

		F.O. solução ótima	F.O. soluções alternativas	Gap médio
# de candidatos	50	10.293	10.404	1,22%
	75	14.130	14.207	0,69%
Capacidade total / demanda total	Entre 0 e 2	21.726	21.875	0,77%
	Entre 2 e 4	8.140	8.215	0,96%
	Entre 4 e 6	5.617	5.686	1,30%
CF/CV (médio)	Entre 5% e 10%	7.626	7.696	0,99%
	Entre 10% e 15%	15.579	15.710	1,15%
	Entre 15% e 20%	24.296	24.437	0,59%
	Maior que 20%	17.845	17.989	0,86%

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.24 retrata a representação da distribuição geográfica dos clientes e candidatos – com a frequência de abertura das instalações nas soluções alternativas – de cinco das instâncias do Conjunto 3. A representação de todas as instâncias está localizada na subseção B.3.2 do APÊNDICE B.

É possível observar que, de maneira geral, as instalações abertas se localizam de forma espalhada ao longo de toda a região em que se distribuem os clientes. Isso pode ser uma consequência do padrão “mais homogêneo” da distribuição de clientes ao longo da área quadrada.

Figura 6.24 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em cinco instâncias representativas do Conjunto 3

Fonte: Próprio autor

As quantidades de instalações abertas nas soluções alternativas se mantêm estável, uma vez que, em 91% das soluções alternativas das instâncias, a diferença absoluta entre a quantidade de instalações abertas e a quantidade de instalações da solução ótima vale no máximo um. Além disso, apenas 0,3% das soluções alternativas têm três instalações a mais ou a menos que a solução ótima da instância correspondente, conforme pode ser observado por meio da Figura 6.25.

Figura 6.25 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 3

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.26 retrata a quantidade de *instalações ótimas* pela frequência em que tais instalações aparecem nas soluções alternativas de cada instância do Conjunto 3. Grande parte das *instalações ótimas* também faz parte das soluções alternativas, ao passo que 872 (66%) das *instalações ótimas* abrem em todas as 19 soluções alternativas e 93% das *instalações ótimas* abre em ao menos 10 soluções alternativas.

Figura 6.26 – Quantidade de *instalações ótimas* pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 3

Fonte: Próprio autor

A quantidade de alterações simples entre soluções alternativas e as soluções ótimas é consideravelmente menor para instância do Conjunto 3. Das 1.425 soluções alternativas do Conjunto 3, apenas 277 (19,4%) compõem o grupo com apenas duas alterações em relação à solução ótima correspondente, consistindo na substituição simples de uma instalação por outra. Outras 59 soluções (4,1%) têm

apenas uma alteração que consiste na abertura de uma instalação não aberta na solução ótima. Por fim, apenas cinco soluções (0,4%) têm apenas uma alteração que consiste no fechamento de uma instalação aberta na solução ótima. As 1.084 demais soluções (76,1%) têm alterações mais complexas em relação à solução ótima.

A Figura 6.27 retrata o percentual de soluções alternativas compostas por alterações simples em função de k . É possível observar que tais percentuais são ainda menores para as soluções com valores de k maiores que 10.

Figura 6.27 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 3

Fonte: Próprio autor

Figura 6.28 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 3

Fonte: Próprio autor

A análise do nível de serviço dos clientes – retratado pelo custo de transporte de cada solução para cada cliente – em relação ao valor de k mostra que, o nível de serviço não sofre grande impacto conforme o valor de k aumenta; ainda que uma

quantidade maior de clientes tenha uma piora no nível de serviço, a quantidade de clientes que tem uma melhora no nível de serviço também aumenta, conforme pode ser observado por meio da Figura 6.28.

6.3.2.4 Conjunto 4

O Conjunto 4 é composto por 20 instâncias. Cada instância representa uma distribuição geográfica de clientes e candidatos diferentes, uma vez que os custos entre candidatos e clientes são diferentes para todas as instâncias.

Além disso, as características das instâncias variam de forma não estruturada, uma vez que cada instância apresenta variações de mais de uma característica em relações às demais. As instâncias se diferenciam entre si em termos de quantidade de candidatos, clientes, relação entre capacidade total dos candidatos e demanda total, relação entre os custos fixos e variáveis de transporte, entre outras características. As variações das características que compõem as instâncias do Conjunto 4 são apresentadas em detalhe na seção B.4 do APÊNDICE B.

Os resultados mostram que, considerando todas as 20 instâncias do Conjunto 4, em média, a segunda e a vigésima melhores soluções são, respectivamente, 0,16% e 0,76% piores que a melhor solução. Além disso, 50% das 380 soluções alternativas (20·19) tem um *gap* menor ou igual a 0,5%, assim como 19 segundas melhores soluções (95,0%). Por outro lado, apenas duas das vigésimas melhores soluções têm um *gap* menor ou igual a 0,5%.

Os *gaps* médios das soluções alternativas em relação às soluções ótimas são analisados com base em três agrupamentos: quantidade de candidatos, relação entre capacidade total e demanda total e relação entre o custo fixo de uma instalação e o custo variável médio de transporte.

A Tabela 6.21 mostra, para os três agrupamentos, os valores da FO das soluções ótimas e alternativas e os *gaps* médios.

Embora tais análises não sejam conclusivas, uma vez que cada instância apresenta outras características diferentes das demais, é possível identificar que instâncias com menores quantidades de candidatos e menores relações entre capacidade total e demanda total apresentam *gaps* médios muito maiores que as demais instâncias; fato que também pode ser observado nas instâncias dos demais

conjuntos. Além disso, o *gap* médio também é maior para instâncias com uma relação maior entre custo fixo e custo médio variável de transporte.

Tabela 6.21 – Valores médios de funções objetivo e *gaps* de instâncias do Conjunto 4, pelos agrupamentos definidos

		F.O. solução ótima	F.O. soluções alternativas	Gap médio
# de candidatos	30	28.565	28.791	0,80%
	60	31.117	31.265	0,47%
	80	40.198	40.380	0,45%
Capacidade total	Entre 0 e 2	28.565	28.791	0,80%
/ demanda total	Entre 2 e 4	33.404	33.566	0,49%
	Entre 4 e 6	34.282	34.434	0,43%
	Maior que 6	37.197	37.359	0,43%
CF/CV (médio)	Entre 4% e 5%	43.649	43.825	0,40%
	Entre 5% e 6%	37.450	37.648	0,53%
	Entre 6% e 7%	34.399	34.574	0,51%
	Maior que 7%	28.639	28.811	0,61%

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.29 retrata a representação da distribuição geográfica dos clientes e candidatos – com a frequência de abertura das instalações nas soluções alternativas – de quatro das instâncias do Conjunto 4. A representação de todas as instâncias está localizada na subseção B.4.2 do APÊNDICE B.

Figura 6.29 – Representação em plano de coordenadas da frequência de instalações abertas em quatro instâncias representativas do Conjunto 4

Fonte: Próprio autor

A exemplo da distribuição das instâncias do Conjunto 3, é possível observar que, de maneira geral, as instalações abertas se localizam de forma “mais espalhada” ao longo de toda da região em que se distribuem os clientes. Isso pode ser uma consequência do padrão homogêneo da distribuição de clientes ao longo da área em um formato de quadrado – também o formato da área do Conjunto 3.

Em relação à quantidade de instalações abertas nas soluções alternativas, é possível observar que o Conjunto 4 apresenta uma maior estabilidade em relação às demais instâncias. Para todas as soluções alternativas das instâncias do conjunto, a diferença absoluta entre a quantidade de instalações abertas e a quantidade de instalações da solução ótima vale no máximo um, sendo que em 91% delas, a quantidade de instalações é igual, conforme pode ser observado por meio da Figura 6.30.

Figura 6.30 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 4

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.31 retrata a quantidade de *instalações ótimas* pela frequência em que tais instalações aparecem nas soluções alternativas de cada instância do Conjunto 4. Apenas 34% das *instalações ótimas* aparecem em todas as soluções alternativas de cada instância e 80% delas aparecem em pelo menos 10 soluções alternativas.

Figura 6.31 – Quantidade de *instalações ótimas* pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 4

Fonte: Próprio autor

A quantidade de alterações simples entre soluções alternativas e as soluções ótimas é consideravelmente menor para instância do Conjunto 4 que para os demais conjuntos: das 380 soluções alternativas do Conjunto 4, apenas 61 (16,1%) compõem o grupo de soluções com apenas duas alterações em relação à solução ótima correspondente, consistindo na substituição simples de uma instalação por outra. Todas as demais soluções apresentam outros tipos de alteração, consideradas mais complexas. A Figura 6.32 retrata essa característica, ao mostrar a quantidade de alterações simples em relação à solução ótima de cada instância em função de k .

Figura 6.32 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 4

Fonte: Próprio autor

A análise do nível de serviço dos clientes – retratado pelo custo de transporte de cada solução para cada cliente – em relação ao valor de k mostra que, para o Conjunto 4, há uma pequena e consistente piora no nível de serviço em soluções alternativas. De maneira geral, as diferenças entre as quantidades de clientes com o nível de serviço pior e com o nível de serviço melhor em relação à solução ótima são, para todos os valores de k , menores ou iguais a 5% do número total de clientes, conforme retratado pela Figura 6.33.

Figura 6.33 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 4

Fonte: Próprio autor

6.3.2.5 Conjunto 5

O Conjunto 5 é composto por 12 instâncias, que se diferenciam entre si em termos do custo fixo de cada instalação e relação entre os custos unitários de transferência e distribuição. Todas as instâncias representam um mesmo problema em termos de distribuição geográfica, uma vez que os custos de distribuição entre candidatos e clientes se mantêm nas diferentes instâncias. Tais instâncias foram propostas para representar um caso em que existe um custo de abastecimento de cada instalação, além do custo de distribuição entre as instalações e os clientes. Por isso, os custos variáveis de transporte variam, dependendo da relação entre o custo unitário de transporte de transferência e distribuição.

As características das instâncias variam de forma estruturada, uma vez que é possível identificar o efeito de uma única característica ao se comparar duas instâncias similares, uma vez que as demais características se mantêm a mesmas. As variações das características que compõem as instâncias do Conjunto 5 são apresentadas em detalhe na seção B.5 do APÊNDICE B.

Para o Conjunto 5, apenas 26,3% das 228 soluções alternativas (12·19) tem um *gap* menor ou igual a 0,5%, bem como 5 das segundas melhores soluções (41,7%) e três das vigésimas melhores soluções.

Os *gaps* médios das soluções alternativas em relação às soluções ótimas são analisados com base em dois agrupamentos: custo fixo de cada candidato e relação entre custo de transferência – da origem até as instalações – e custo de distribuição – das instalações até os clientes. A Tabela 6.22 mostra, para os dois agrupamentos, os valores da FO das soluções ótimas e alternativas e os *gaps* médios.

Tabela 6.22 – Valores médios de funções objetivo e *gaps* de instâncias do Conjunto 5, pelos agrupamentos definidos

		F.O. solução ótima	F.O. soluções alternativas	Gap médio
Custo fixo por candidato	\$42,3 mil	4.304.579	4.317.636	0,38%
	\$423 mil	5.939.632	6.145.747	4,52%
	\$4.230 mil	11.026.619	12.472.173	14,34%
Relação entre custos unitários primário e secundário	1	4.763.514	5.378.147	10,44%
	1,5	6.107.245	6.667.294	6,83%
	2	7.170.767	7.694.837	5,09%
	4	10.319.580	10.840.465	3,31%

Fonte: Próprio autor

É possível observar que os *gaps* são consideravelmente diferentes para cada um dos grupos de instâncias; para instâncias com o custo fixo maior, o *gap* médio é mais de trinta vezes maior que o *gap* de instâncias com um custo fixo menor. Além disso, o *gap* é maior em instâncias em que as relações entre os custos unitários de transferência e de distribuição são menores. Esse efeito pode ser observado em função da quantidade de instalações nas soluções ótimas; os maiores *gaps* acontecem em instâncias cujas soluções ótimas são compostas por apenas uma instalação.

A Figura 6.34 retrata a representação da distribuição geográfica dos clientes e de candidatos – com a frequência de abertura das instalações nas soluções alternativas – de seis das instâncias do Conjunto 5. A representação de todas as instâncias está localizada na subseção B.5.2 do APÊNDICE B.

Figura 6.34 – Representação em mapa da frequência de instalações abertas em seis instâncias representativas do Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

A distribuição da localização das instalações que compõem as 20 melhores soluções varia em função do tipo de instância: os pontos com instalações são mais concentrados ao redor do ponto de origem em instâncias com custos fixos maiores, e são mais distribuídos nas demais instâncias. Além disso, em instâncias em que a relação entre o custo unitário de distribuição e o de transferência é maior, as instalações se localizam, de maneira geral, nas proximidades das regiões em que existe demanda concentrada: pontos com grande demanda e pontos localizados em regiões com grupo de pontos próximos entre si. Além disso, o candidato localizado

no ponto em que se localiza a origem aparece em ao menos uma das 20 melhores soluções em todas as instâncias.

Em relação à quantidade de instalações abertas nas soluções alternativas, é possível observar que o Conjunto 5 apresenta uma estabilidade. Para 97% das soluções alternativas das instâncias do conjunto, a diferença absoluta entre a quantidade de instalações abertas e a quantidade de instalações da solução ótima vale no máximo um, conforme retratado pela Figura 6.35.

Figura 6.35 – Percentual de soluções alternativas pela diferença da quantidade de instalações abertas em relação à solução ótima, para instâncias do Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 6.36 retrata a quantidade de *instalações ótimas* pela frequência em que tais instalações aparecem nas soluções alternativas de cada instância do Conjunto 5: 33 (58%) das *instalações ótimas* abrem em todas as 19 soluções alternativas e 88% das instalações ótimas abre em ao menos 10 soluções alternativas.

A quantidade de alterações simples entre soluções alternativas e as soluções ótimas é consideravelmente maior para instância do Conjunto 5, ao passo que 173 das 228 soluções alternativas (75,9%) compõem o grupo de soluções com alterações simples em relação à solução ótima e 100% das segundas melhores soluções fazem parte de tal grupo. A Figura 6.37 retrata essa característica, ao mostrar a quantidade de alterações simples em relação à solução ótima de cada instância em função de k .

Figura 6.36 – Quantidade de instalações ótimas pela frequência de aparição em soluções alternativas, para instâncias do Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

Figura 6.37 – Percentual médio de alterações simples em relação à solução ótima para cada k , para instâncias do Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

A análise do nível de serviço dos clientes – retratado pelo custo de transporte de cada solução para cada cliente – em relação ao valor de k mostra que, para o Conjunto 5, há uma considerável piora no nível de serviço em soluções alternativas, conforme retratado pela Figura 6.38. Vale ressaltar, porém, que uma vez que o custo de transporte considera tanto a transferência quanto a distribuição, o nível de serviço retratado equivale ao percorrido desde a origem até as instalações, e destas até o cliente. Uma vez que em grande parte das instâncias a solução ótima consiste na abertura de apenas uma instalação no ponto em que existe a origem, qualquer solução alternativa a esta acrescenta, para todo cliente, o custo de transporte de

transferência – e de acordo com a premissa adotada, tendo um impacto negativo no nível de serviço.

Figura 6.38 – Percentual de clientes com nível de serviço melhor e pior para cada k , para instâncias do Conjunto 5

Fonte: Próprio autor

6.3.2.6 Considerações gerais sobre as diferenças no padrão de soluções alternativas em instâncias de conjuntos diferentes

Por meio da análise das 20 melhores soluções de cinco conjuntos de instâncias de problemas de localização da literatura, é possível identificar algumas características compartilhadas pela maior parte dos conjuntos.

Para instâncias dos conjuntos de 1 a 4, o *gap* médio entre a vigésima melhor solução e a solução ótima correspondente é menor que 3%; por consequência os *gaps* médios das demais soluções alternativas com $k \leq 19$ são ainda menores. Além disso, é possível observar que o *gap* é consideravelmente menor em instâncias em que a relação entre a capacidade máxima considerando todos os candidatos e a demanda total é maior que dois.

As instâncias do Conjunto 5 têm *gaps* consideravelmente maiores: por exemplo, o *gap* médio entre a vigésima melhor solução e a solução ótima é de 8,4%. Essa diferença decorre em grande parte por tais instâncias levarem em conta nos parâmetros de custo unitário de transporte tanto os custos de transferência até as instalações – a partir de uma única origem – quanto os custos de distribuição das instalações até os clientes. Os *gaps* das soluções alternativas são maiores principalmente nas instâncias em que a relação entre o custo fixo e o custo médio de transporte é alto. As soluções ótimas de tais instâncias são compostas por apenas uma instalação, localizada justamente no ponto de origem, o que elimina a

necessidade do custo de transferência até as instalações. Consequentemente, as soluções alternativas são oneradas, seja pela necessidade de mais instalações com alto custo fixo, seja pela necessidade de custo de transferência, inexistente nas soluções ótimas.

Também é possível observar que para todos os conjuntos, a quantidade de instalações é estável, o que significa que as soluções alternativas não têm quantidades de instalações abertas consideravelmente diferentes da quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas das instâncias correspondentes; para 93,3% de todas as soluções alternativas de todos os conjuntos, a diferença absoluta entre a quantidade de instalações abertas e a quantidade de instalações da solução ótima vale no máximo um. As instâncias do Conjunto 4 se destacam pela estabilidade de quantidade de instalações, uma vez que em 91% das soluções alternativas têm a mesma quantidade de instalações que a solução ótima correspondente e em 13 instâncias, a quantidade de instalações é mantida em todas as 20 melhores soluções.

Além disso, grande parte das *instalações ótimas* é aberta na maioria das soluções alternativas: 59% das *instalações ótimas*, considerando todos os conjuntos, são abertas em todas as 19 soluções alternativas das instâncias correspondentes. Neste caso, o Conjunto 4 também se diferencia, uma vez que ele é o único conjunto cujo percentual de *instalações ótimas* presentes em todas as soluções alternativas é menor que 50%, e vale apenas 34%.

Adicionalmente, uma parte das soluções alternativas é muito similar à solução ótima, sendo que em 39% delas compõem o conjunto de soluções em que existe apenas uma alteração simples em relação à solução ótima. Para o nível de similaridade entre as soluções ótimas e soluções alternativas, é possível identificar uma diferença maior entre os conjuntos em função do tipo de distribuição geográfica.

Para as instâncias dos conjuntos 3 e 4, apenas 24% e 16% das soluções alternativas, respectivamente, fazem parte do conjunto de soluções em que existe apenas uma alteração simples em relação à solução ótima. Tais conjuntos de instância são justamente os conjuntos em que os pontos – tanto de demanda quanto de candidatos – se distribuem de forma mais uniforme ao longo de uma área quadrada. O padrão na distribuição dos pontos pode fazer com que as soluções se diferenciem mais, uma vez que a abertura em uma instalação pode alterar o estado

– aberto ou fechado – dos candidatos vizinhos, podendo provocar um “efeito em cadeia” na abertura e fechamento de candidatos ao longo das regiões em que se distribuem os pontos. Já para os conjuntos 1, 2 e 5, os percentuais de soluções alternativas com apenas alterações simples em relação às soluções ótimas da instância equivalente valem, respectivamente, 47%, 51% e 75,9%.

6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados e avaliados quatro métodos capazes de obter soluções alternativas para problemas de localização de instalações considerados no SCND. Os métodos se adequam aos processos usuais de SCND, uma vez que são capazes de obter as melhores soluções para problemas de localização, que podem ser comparadas pelos decisores a fim de melhorar a tomada de decisão.

Tal abordagem tem o objetivo de fornecer mais *insights* ao longo do SCND, sendo que, uma vez aplicada tal abordagem, os decisores se deparam com soluções alternativas a serem comparadas desde o início; o papel dos decisores, que usualmente se baseia na verificação de se a solução ótima obtida pelo modelo é realmente a melhor escolha a ser feita, migra para a análise e comparação da localização das instalações, com base em um conjunto de possibilidades obtidas pelo modelo.

Os quatro métodos foram testados a dois conjuntos de instâncias da literatura, com K valendo 20. Todos os métodos foram capazes de obter as 20 melhores soluções para cada instância.

Em termos de tempo computacional, o método Ms4 se mostrou o de melhor desempenho, uma vez que tal método é capaz de obter as 20 melhores soluções das instâncias dos conjuntos 1 e 2 em 9,7 iterações, na média. A redução na quantidade de iterações necessária para a obtenção das 20 melhores soluções se sobrepõe ao aumento no tempo médio que cada iteração tem em função do aumento de complexidade dos modelos utilizados no método Ms4; a redução média no tempo total de resolução foi de 40% em relação ao método com o segundo melhor desempenho para cada conjunto de instâncias. Vale ressaltar que tais resultados foram obtidos com a utilização do *Gurobi* como otimizador e que a

utilização de outro otimizador poderia resultar em outros resultados em função das variações dos algoritmos de cada software.

Além disso, a abordagem proposta permitiu a análise de resultados nunca antes obtidos para um problema muito estudado: as K melhores soluções para o CFCFL.

Para dois dos conjuntos de instâncias – de tamanhos menores, com no máximo 50 candidatos e no máximo 200 clientes –, o comportamento geral da FO e da quantidade de instalações abertas foi analisado para as 200 melhores soluções das instâncias.

Foi possível identificar que, para instâncias de ambos os conjuntos, a taxa de degradação da FO é maior para instâncias em que a relação entre capacidade total, considerando todos os candidatos, e a demanda total é baixa, seja em função da baixa quantidade de candidatos, seja pela baixa capacidade de cada candidato. Tal característica reforça que sempre que possível, uma quantidade limitada de candidatos e de capacidade de candidatos deve ser evitada no SCND.

Uma análise mais detalhada sobre as 20 melhores soluções de instâncias de cinco conjuntos da literatura foi feita, em que se buscou identificar padrões nas soluções alternativas e obter *insights* sobre seu comportamento.

Os resultados demonstraram que as segundas melhores soluções têm valores de FO em média 0,34% piores do que as soluções ótimas; as vigésimas melhores soluções são em média 2,07% piores que as soluções ótimas. Esses valores reduzem consideravelmente quando são considerados os *gaps* de instâncias com uma relação entre capacidade total e demanda total maior que 2.

Além disso, por meio da análise da quantidade de instalações abertas – tanto nas análises com $K=20$ quanto nas com $K=200$ – foi possível identificar uma característica ainda não explorada na literatura: uma vez que a quantidade de instalações das melhores soluções, de maneira geral, permanece estável, deve ser possível associar a cada problema uma faixa de quantidade de instalações em que as melhores soluções devam se enquadrar.

Se no início do processo de SCND for possível saber qual é a faixa de quantidade de instalações em que as melhores soluções se enquadram – ou ao menos o valor esperado médio de quantidade de instalações abertas na solução

ótima –, tal informação pode ser utilizada para melhorar o processo de SCND, seja na definição da quantidade de candidatos – conforme já discutido no capítulo 5 –, seja na melhoria da busca de soluções melhores realizada por heurísticas.

Além disso, foi possível identificar candidatos que, além de fazerem parte da solução ótima, são abertos em grande parte das soluções alternativas. Considerando todas as instâncias dos conjuntos analisados, 59% das instalações ótimas são abertas em todas as 19 melhores soluções alternativas – k de 2 a 19 – e 92% das instalações são abertas em ao menos 10 das soluções alternativas.

Uma parcela dos candidatos são abertos em grande parte das melhores soluções. Por outro lado, uma parte dos candidatos não é aberta em nenhuma das 20 melhores soluções. Se for possível identificar quais características fazem com que um candidato tenha alto “potencial” de ser aberto nas melhores soluções de um problema, tal informação pode ser utilizada tanto na etapa de definição de candidatos quanto em heurísticas de resolução de modelos de localização. Além disso, se for possível identificar características que tornam muito baixo o *potencial* de um candidato, a ponto de este não ser aberto em nenhuma das melhores soluções, esta informação também pode ser utilizada nas mesmas etapas.

A busca por informações que possam retratar tanto a quantidade esperada de instalações abertas nas soluções ótimas dos problemas, quanto o *potencial* de cada instalação a ser escolhida nas melhores soluções ou a não ser escolhida em nenhuma das melhores soluções é tratada nos próximos capítulos.

Além disso, foram analisados as diferenças e tipos de alterações entre soluções ótimas e alternativas. Grande parte das soluções alternativas – k entre 2 e 20 – compõe o grupo de soluções que se diferenciam das soluções ótimas apenas por meio de uma alteração simples, que consiste na abertura de uma instalação fechada, o fechamento de uma instalação aberta ou a substituição de uma instalação por outra. No total, 39% das soluções alternativas das instâncias analisados se diferem das soluções ótimas por apenas uma alteração simples.

Foi possível identificar dois tipos básicos de instâncias em relação à distribuição geográfica: pontos distribuídos com um padrão aparentemente aleatório ao longo das regiões e pontos distribuídos de forma a retratar grupos próximos de um ponto “central”, conforme observado na distribuição geográfica de municípios. O

padrão das soluções dos dois tipos de instâncias se diferencia, sobretudo em termos do tipo de diferença entre as soluções ótimas e soluções alternativas: para as instâncias do primeiro tipo, apenas 22% das soluções são similares às soluções ótimas; para as instâncias do segundo tipo, este percentual é de 53%.

Por fim, vale destacar que o impacto de uma quantidade pequena de candidatos – ou de candidatos localizados em pontos não localizados adequadamente – se mostrou ser mais impactante nos custos das soluções do que a diferença entre as K melhores soluções – em específico para as instâncias do Conjunto 1. Este fato reforça a necessidade de estudos para a definição da quantidade e de quais pontos devem compor o conjunto de candidatos a instalação, conforme discutido no capítulo 5.

Além disso, os resultados obtidos por meio das análises das K melhores soluções do CFCFL podem ser utilizados para aprimorar a definição de critérios de parada em heurísticas, além de permitir a melhoria na comparação entre heurísticas propostas para solucionar instâncias de problemas de localização. Além disso, especialmente em casos reais de SCND em que há incerteza dos parâmetros e dados de entrada – dado o caráter estratégico do problema –, a relevância de se despendar grande quantidade de esforço para obter uma solução ótima pode ser reduzida, em contextos em que diversas soluções de alta qualidade podem existir.

Por fim, considerando todos os conjuntos, não foi possível traçar uma relação clara entre o aumento do custo – retratado neste caso pelo aumento de k – e o nível de serviço, o que pode indicar que o *tradeoff* usualmente assumido entre nível de serviço e custo não seja válido para o CFCFL.

Os experimentos apresentados neste capítulo foram limitados a cinco conjuntos de instâncias da literatura para o CFCFL. Recomenda-se como futuras extensões do trabalho, que a abordagem das K melhores soluções seja aplicada a um conjunto mais abrangente de instâncias – especialmente para instâncias que representam problemas realistas – assim como a instâncias que representam problemas de localização com outras características, como problemas não capacitados, com múltiplas camadas, entre outros.

7 ANÁLISE DE PROPRIEDADES DO CFCFL E SUA RELAÇÃO COM AS SOLUÇÕES ÓTIMAS

Neste capítulo são apresentadas análises que buscam investigar propriedades do CFCFL e relacionar indicadores que retratam tais propriedades a características das soluções ótimas e soluções alternativas de qualidade de instâncias do CFCFL. Além disso, por meio de análises topológicas¹³ das instâncias consideradas na tese, se buscou identificar padrões que podem fornecer subsídios para obter respostas a duas questões fundamentais associadas a modelos de localização utilizados no SCND.

A primeira questão reflete uma característica de cada instância como um todo:

- Qual é a quantidade de instalações que devem ser abertas para cada instância?

Conforme evidenciado por meio da discussão apresentada nos Capítulos 5 e 6, o processo de SCND pode ser beneficiado se os envolvidos nas etapas de modelagem e tomada de decisão tiverem, *a priori*, a informação da quantidade – ou ao menos uma ordem de grandeza da quantidade – de instalações abertas nas melhores soluções de cada problema.

A segunda questão é relacionada a cada candidato a instalação:

- Deve haver uma instalação logística no local?

A resposta à segunda questão é dada pela solução ótima do problema; porém, se a informação do “potencial” de cada candidato – que deve retratar de alguma maneira a probabilidade de cada candidato ser aberto na solução ótima – for conhecida *a priori*, é possível utilizá-la no processo de SCND, fornecendo mais subsídio à tomada de decisão. Além disso, algoritmos de resolução que se valem de tal informação podem ser desenvolvidos, com o objetivo de redução do tempo necessário para resolução dos problemas.

¹³ Neste trabalho, o termo “análise topológica” é utilizado para designar o termo em inglês “topological data analysis” (TDA). Segundo Wasserman, (2016), a análise topológica consiste em um conjunto de métodos de análise de dados que buscam identificar padrões nos dados; o autor apresenta uma revisão abrangente sobre o tema e é recomendado para mais detalhes sobre TDA.

Este capítulo é dividido em três partes. A primeira consiste na investigação de propriedades de problemas de localização e suas relações com as soluções ótimas: são apresentadas demonstrações de três hipóteses relacionadas às soluções ótimas do CFCFL.

Na segunda parte, são propostos dois grupos de indicadores: associados a cada instância e associados a cada candidato de cada instância. Cada um dos grupos de indicadores pode ser utilizado para indicar as respostas de cada uma das duas questões apontadas acima.

Por fim, a terceira parte consiste na análise topológica das 215 instâncias dos conjuntos por meio dos indicadores propostos. São apresentadas análises das instâncias dos cinco conjuntos utilizados na tese, em que se busca encontrar padrões em relação às instâncias e relacionar as propriedades das instâncias com suas 20 melhores soluções. Essa busca é aprofundada no capítulo 8, em que uma aplicação de modelos de redes neurais que busca responder às duas questões supracitadas por meio da utilização dos indicadores propostos é apresentada.

7.1 INVESTIGAÇÃO DE PROPRIEDADES GERAIS DO CFCFL

Nesta seção são investigadas propriedades gerais do CFCFL: três hipóteses relacionadas às soluções ótimas de instâncias do CFCFL são propostas e demonstradas. Não foram encontradas as demonstrações de tais hipóteses na literatura científica.

Inicialmente, nas subseções 7.1.1 e 7.1.2, são apresentados os resultados de investigações de propriedades do CFCFL com o objetivo de entender o comportamento da quantidade de instalações nas soluções ótimas de instâncias do problema, em função dos custos fixos e capacidades dos candidatos. Em seguida, na subseção 7.1.3, são apresentados os resultados das investigações que buscam identificar propriedades que garantem que determinados candidatos sejam abertos nas soluções ótimas de instâncias do CFCFL.

Para facilitar o entendimento da formulação a ser apresentada, a notação dos principais parâmetros e variáveis do CFCFL são apresentados novamente nesta seção, embora o modelo que trata do CFCFL já tenha sido apresentado na seção 4.2 do capítulo 4.

O modelo que trata do CFCFL considera as variáveis de decisão binárias Z_c , que representam se o candidato c é aberto ou não, e as variáveis Q_{cl} , que representam a quantidade de material sendo transportada entre o candidato c e o cliente l . Também são definidos os seguintes conjuntos e parâmetros:

C : conjunto de pontos candidatos a instalação

L : conjunto de pontos de demanda (clientes)

cv_{cl} : custo unitário associado ao candidato c atender o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

cf_c : custo fixo do candidato c , $\forall c \in C$

$qmax_c$: capacidade do candidato c , se ele for aberto, $\forall c \in C$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in L$

7.1.1 Quantidade de instalações na solução ótima em função dos custos fixos das instalações

Inicialmente se buscou investigar o comportamento da quantidade de instalações na solução ótima em função dos custos fixos das instalações, conforme descrito a seguir.

A consideração concomitante de custos fixos e custos variáveis de transporte implica que o modelo que trata do CFCFL seja capaz de definir endogenamente a quantidade de instalações que proporciona o custo total mínimo, obtendo o equilíbrio entre custo fixo e custo variável de transporte. Este efeito, retratado de forma geral pela Figura 7.1, é intuitivo uma vez que ao serem mantidos os custos fixos de cada instalação, conforme cresce a quantidade de instalações abertas, o custo fixo total da solução aumenta; concomitantemente, o custo variável de transporte da solução diminui, uma vez que as instalações ficam “mais próximas” dos clientes.

A conclusão a que se chega intuitivamente é que para um determinado problema, *de maneira geral*, conforme a quantidade de instalações abertas (P) se distancia da quantidade de instalações abertas na solução ótima (P_{otimo}), maior é o custo total da melhor solução que pode ser obtida em que P instalações são abertas.

Uma propriedade é decorrente de tal conclusão: para instâncias em que os custos unitários de transporte, demandas e capacidades são mantidos constantes, conforme o custo fixo médio associado à abertura de cada instalação aumenta, menor é a quantidade de instalações abertas na solução ótima.

Figura 7.1 – Exemplo genérico de custo total em relação à quantidade de instalações

Fonte: Próprio autor

Essa propriedade é necessariamente válida em instâncias em que os custos fixos de todas as instalações têm valores iguais.

Assim, é possível demonstrar que:

Hipótese 7.1:

Para duas instâncias do CFCFL X e Y , com mesmos custos unitários de transporte (cv_{cl}), demandas (d_l) e capacidades ($qmax_c$), se o custo fixo associado a abrir um candidato na instância Y (cf^Y) for menor que o custo fixo associado a abrir um candidato na instância X (cf^X), a quantidade de instalações abertas na solução ótima de Y (P^Y) é maior ou igual à quantidade de instalações abertas na solução ótima de X (P^X).

Uma vez que uma demonstração formal de tal propriedade não foi encontrada na literatura científica, a demonstração é apresentada a seguir:

Demonstração:

Seja X uma instância em que o custo fixo (cf_c) de todo candidato $c \in \mathcal{C}$ valha cf^X , e em que o custo unitário de transporte (cv_{cl}^X) entre todo candidato $c \in \mathcal{C}$ e todo cliente $l \in \mathcal{L}$ seja conhecido.

Seja Y uma instância em que o custo fixo (cf_c) de todo candidato $c \in \mathcal{C}$ valha cf^Y , e em que o custo unitário de transporte (cv_{cl}^Y) entre todo candidato $c \in \mathcal{C}$ e todo cliente $l \in \mathcal{L}$ também seja conhecido.

Sendo que:

$$cf^Y = cf^X - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0 \quad (7.1)$$

$$cv_{cl}^Y = cv_{cl}^X, \quad \forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall l \in \mathcal{L} \quad (7.2)$$

ε : representa a diferença entre o valor de custo fixo de cada candidato nas instâncias X e Y .

A equação (7.1) indica que o custo fixo dos candidatos da instância Y é menor que o custo fixo dos candidatos da instância X e as equações (7.2) indicam que o custo unitário de transporte entre cada par c e l é igual para ambas as instâncias.

Sejam P^T e CV^T , respectivamente, a quantidade de instalações abertas e o custo de transporte total resultantes de uma solução T , conforme (7.3) e (7.4).

$$P^T = \sum_{c \in \mathcal{C}} Z_c^T \quad (7.3)$$

$$CV^T = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} cv_{cl}^T \cdot Q_{cl}^T \quad (7.4)$$

Seja $\dot{X}$ a solução ótima da instância X .

Seja A uma solução com quantidade de instalações abertas menor que a quantidade de instalações abertas em $\dot{X}$, conforme (7.5):

$$P^A = P^{\dot{X}} - \tau, \quad \tau \in \mathbf{N}^* \text{ e } \tau \leq P^A - 1 \quad (7.5)$$

τ : representa a diferença entre a quantidade de instalações abertas nas soluções $\dot{X}$ e A .

A Hipótese 7.1 é provada se a inequação (7.6), que garante que a solução $\dot{X}$ tem valor de FO menor que o valor da FO de A para a instância Y , for válida para toda solução A . Isso quer dizer que para uma instância com custo fixo menor que o custo fixo da instância X , não existe uma solução com quantidade de instalações menor que $P^{\dot{X}}$ que seja melhor nem igual a $\dot{X}$.

$$P^{\dot{X}} \cdot cf^Y + CV^{\dot{X}} < P^A \cdot cf^Y + CV^A \quad (7.6)$$

Substituindo (7.5) em (7.6):

$$P^{\dot{X}} \cdot cf^Y + CV^{\dot{X}} < (P^{\dot{X}} - \tau) \cdot cf^Y + CV^A \quad (7.7)$$

Cortando $P^{\dot{X}} \cdot cf^Y$ dos dois lados, da inequação (7.7), tem-se:

$$CV^{\dot{X}} < -\tau \cdot cf^Y + CV^A \quad (7.8)$$

Por outro lado, pela própria definição de $\bar{X}$, que é a solução ótima da instância X , sabe-se que o valor da FO da solução $\bar{X}$ para a instância X é menor ou igual ao valor da FO da solução A para a mesma instância, conforme a inequação (7.9):

$$P^{\bar{X}} \cdot cf^X + CV^{\bar{X}} \leq P^A \cdot cf^X + CV^A \quad (7.9)$$

Substituindo (7.5) em (7.9):

$$P^{\bar{X}} \cdot cf^X + CV^{\bar{X}} \leq (P^{\bar{X}} - \tau) \cdot cf^X + CV^A \quad (7.10)$$

Cortando $P^{\bar{X}} \cdot cf^X$ dos dois lados da inequação (7.10), tem-se:

$$CV^{\bar{X}} \leq -\tau \cdot cf^X + CV^A \quad (7.11)$$

Substituindo a equação (7.1) em (7.11):

$$CV^{\bar{X}} \leq -\tau \cdot (cf^Y + \varepsilon) + CV^A \quad (7.12)$$

Por fim, distribuindo τ em (7.12), sabe-se que a inequação (7.13) é válida:

$$CV^{\bar{X}} \leq -\tau \cdot cf^Y + CV^A - \tau \cdot \varepsilon \quad (7.13)$$

Uma vez que τ e ε são estritamente positivos e aparecem com sinal negativo no lado direito da inequação (7.13), sabe-se que o lado direito da inequação (7.13) é menor que o lado direito da inequação (7.8), conforme (7.14).

$$-\tau \cdot cf^Y + CV^A - \tau \cdot \varepsilon < -\tau \cdot cf^Y + CV^A \quad (7.14)$$

Unindo as inequações (7.13) e (7.14), é possível verificar que a inequação (7.15) é válida, o que prova que a inequação (7.8) – e consequentemente, também a inequação (7.6) – é válida para qualquer solução A .

$$CV^{\bar{X}} \leq -\tau \cdot cf^Y + CV^A - \tau \cdot \varepsilon < -\tau \cdot cf^Y + CV^A \quad (7.15)$$

Com isso, conclui-se que não existe nenhuma solução que atende à definição da solução A que tenha o valor da FO melhor que o valor da FO da solução $\bar{X}$ para a instância Y , o que comprova a validade da Hipótese 7.1.

Por outro lado, é possível identificar uma condição necessária e suficiente que garanta que existe uma solução B que tem uma instalação aberta a mais que a quantidade de instalações abertas em $\bar{X}$ – conforme a equação (7.16) –, cujo valor da FO para a instância Y é menor que o valor da FO da solução $\bar{X}$ para a mesma instância, conforme a inequação (7.17):

$$P^B = P^{\dot{X}} + 1 \quad (7.16)$$

$$P^B \cdot cf^Y + CV^B < P^{\dot{X}} \cdot cf^Y + CV^{\dot{X}} \quad (7.17)$$

Substituindo (7.16) em (7.17):

$$(P^{\dot{X}} + 1) \cdot cf^Y + CV^B < P^{\dot{X}} \cdot cf^Y + CV^{\dot{X}} \quad (7.18)$$

Cortando $P^{\dot{X}} \cdot cf^Y$ dos dois lados da inequação (7.18):

$$cf^Y + CV^B < CV^{\dot{X}} \quad (7.19)$$

Por fim, a inequação (7.20) retrata a condição que garante a existência da solução B .

$$cf^Y < CV^{\dot{X}} - CV^B \quad (7.20)$$

Se existe uma solução B que faça com que ocorra a redução no custo variável de transporte em relação à solução $\dot{X}$, e tal redução for menor que o custo fixo de uma instalação para a instância Y , o valor da FO da solução B é menor que o valor da FO da solução $\dot{X}$ para a instância Y .

Uma vez que a solução B tem mais instalações que a solução $\dot{X}$, desde que exista, na solução $\dot{X}$, algum cliente não sendo atendido pela instalação de menor custo, existe ao menos uma solução B cujo custo variável de transporte é menor que o custo variável de transporte da solução $\dot{X}$.

Quando o custo fixo de uma instalação da instância Y é igual à diferença entre os custos variáveis de transporte das soluções $\dot{X}$ e B , os valores da FO das soluções B e $\dot{X}$ são iguais para a instância Y ; tal valor de custo fixo é definido como “valor de transição”¹⁴.

Por fim, é fácil perceber que a redução no custo variável de transporte em relação à solução $\dot{X}$ não é possível ocorrer por meio de soluções em que a quantidade de instalações é igual à quantidade de instalações abertas na solução $\dot{X}$. Isso é provado pela própria definição de $\dot{X}$: a solução ótima da instância X .

¹⁴ Neste trabalho, o termo “valor de transição” é utilizado para designar o valor de custo fixo de uma instância com o qual existem duas soluções ótimas com quantidades de instalações diferentes.

As Figuras 7.2 e 7.3 retratam, respectivamente, a quantidade de instalações abertas e os custos fixos e variáveis totais das soluções ótimas conforme o parâmetro de custo fixo é alterado para uma instância proposta como exemplo. Os detalhes das instâncias são apresentados na seção B.7 do APÊNDICE B.

Figura 7.2 – Exemplo de quantidade de instalações abertas na solução ótima em função do custo fixo de cada instalação

Fonte: Próprio autor

Por meio da Figura 7.2, é possível identificar os *valores de transição* da instância, sendo os pontos a partir dos quais a solução ótima é alterada, em que a quantidade de instalações abertas se altera; tal solução é mantida até que o próximo *valor de transição* seja atingido.

Figura 7.3 – Exemplo de custos fixos, variáveis e totais das soluções ótimas em função do custo fixo de cada instalação

Fonte: Próprio autor

Já por meio da Figura 7.3 é possível verificar que a taxa de degradação da FO reduz a cada atingimento de um *valor de transição* com o aumento do custo fixo de cada instalação; o custo variável total é o mesmo entre dois *valores de transição*

subsequentes; o custo fixo total aumenta a uma taxa constante, uma vez que a quantidade de instalações se mantém inalterada entre dois *valores de transição* subsequentes.

Por outro lado, a demonstração e análises apresentadas não são necessariamente válidas para instâncias em que os custos fixos de todas as instalações não são iguais.

Por exemplo, pode existir uma instância X em que um candidato $c1$ tem os custos de transporte para todos os clientes menores que os custos de todos os demais candidatos e tem capacidade maior que a demanda total. Por outro lado, tal candidato pode ter um custo fixo muito maior que os demais, o que faz com que tal candidato não faça parte da solução ótima; a solução ótima pode ser composta por duas ou mais instalações que proporcionem o menor o custo total.

Seja Z uma nova instância, em que o custo fixo do candidato $c1$ valha zero e todos os demais parâmetros sejam iguais aos parâmetros da instância X . A instância Z tem um custo fixo médio de instalações menor que o custo fixo médio da instância X , e ainda assim, sua solução ótima $\hat{Z}$ terá apenas a instalação $c1$ aberta: quantidade menor que a quantidade de instalações abertas na solução ótima $\hat{X}$ da instância X .

As conclusões apresentadas nesta seção, embora reflitam aspectos teóricos de casos particulares do CFCFL, retratam como a quantidade de instalações nas soluções ótimas pode ser impactada por diferentes valores de custos fixos associados a instalações.

7.1.2 Quantidade de instalações na solução ótima em função da capacidade das instalações

Também se buscou investigar o comportamento da quantidade de instalações na solução ótima em relação à capacidade das instalações, conforme descrito a seguir.

A quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas de instâncias de problemas de localização capacitados podem sofrer influências da capacidade (q_{max_c}) de cada candidato c , dependendo de como tais valores se relacionam com a demanda (d_l) de cada cliente l .

Em instâncias em que a capacidade não é igual para todos os candidatos, a quantidade mínima de instalações necessária para atender toda a demanda pode variar. Por outro lado, em instâncias em que a capacidade ($qmax_c$) de cada candidato c é a mesma e vale $qmax$, é fácil calcular a quantidade mínima de instalações abertas em uma solução ($Pmin$) para que ela se torne viável, dada pela inequação (7.21).

$$Pmin \geq \frac{\sum_{l \in L} (d_l)}{qmax} \quad (7.21)$$

Consequentemente, se a capacidade $qmax$ das instalações de uma instância for reduzida, a quantidade mínima de instalações abertas em soluções viáveis deve aumentar; neste caso, parte da demanda pode necessitar de ser alocada a outra instalação cujo custo unitário de transporte é maior que o custo unitário de transporte da instalação originalmente alocada.

Este efeito é intuitivo, e pode levar a outra conclusão: para uma instância em que os custos unitários de transporte, custos fixos e demandas são mantidos constantes, *de maneira geral*, conforme a capacidade média das instalações é reduzida, maior é a quantidade de instalações abertas na solução ótima. Esse efeito, porém, não ocorre necessariamente em todos os casos, mesmo em instâncias com capacidades e custos fixos iguais para todos os candidatos.

Assim, é possível encontrar uma condição necessária e suficiente que garanta que a Hipótese 7.2 seja válida, conforme demonstrado a seguir.

Hipótese 7.2:

Para instâncias do CFCFL X e W , com mesmos custos fixos (cf_c), custos unitários de transporte (cv_{cl}) e demandas (d_l), se a capacidade dos candidatos para a instância W ($qmax^W$) for menor que a capacidade dos candidatos para a instância X ($qmax^X$), a quantidade de instalações abertas na solução ótima de W (P^W) pode ser menor que a quantidade de instalações abertas na solução ótima de X (P^X).

A prova da validade da Hipótese 7.2 é apresentada por meio da identificação de uma condição necessária e suficiente e na obtenção de duas instâncias que atendem tal condição.

Condição necessária e suficiente para a Hipótese 7.2:

Seja X uma instância em que a capacidade ($qmax_c$) de todo candidato $c \in \mathcal{C}$ valha $qmax^X$, em que o custo fixo (cf_c) de todo candidato $c \in \mathcal{C}$ valha cf^X e em que o custo unitário de transporte (cv_{cl}^X) entre todo candidato $c \in \mathcal{C}$ e todo cliente $l \in \mathcal{L}$ seja conhecido.

Seja W uma instância em que a capacidade ($qmax_c$) de todo candidato $c \in \mathcal{C}$ valha $qmax^W$, em que o custo fixo (cf_c) de todo candidato $c \in \mathcal{C}$ valha cf^W e em que o custo unitário de transporte (cv_{cl}^W) entre todo candidato $c \in \mathcal{C}$ e todo cliente $l \in \mathcal{L}$ seja conhecido.

Sendo que:

$$cf^W = cf^X = cf \quad (7.22)$$

$$cv_{cl}^W = cv_{cl}^X, \quad \forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall l \in \mathcal{L} \quad (7.23)$$

$$qmax^W < qmax^X \quad (7.24)$$

A equação (7.22) indica que o custo fixo dos candidatos da instância W é igual ao custo fixo dos candidatos da instância X e vale cf , as equações (7.23) indicam que o custo unitário de transporte entre cada par c e l é o mesmo para ambas as instâncias e a inequação (7.24) indica que a capacidade dos candidatos da instância W é menor que a capacidade dos candidatos da instância X .

Sejam P^T e CV^T , respectivamente, a quantidade de instalações abertas e o custo de transporte total resultantes de uma solução T , conforme já observado na subseção anterior por meio de (7.3) e (7.4).

Seja $\dot{W}$ a solução ótima da instância W e seja $\dot{X}$ a solução ótima da instância X .

Pretende-se obter uma condição necessária e suficiente que garanta que a quantidade de instalações abertas na solução $\dot{W}$ seja menor que a quantidade de instalações abertas na solução $\dot{X}$, conforme (7.25).

$$P^{\dot{W}} < P^{\dot{X}} \quad (7.25)$$

Seja D a melhor solução da instância X que tenha uma instalação aberta a menos que a quantidade de instalações abertas na solução $\dot{X}$, conforme (7.26):

$$P^D = P^{\dot{X}} - 1 \quad (7.26)$$

Uma vez que $\dot{X}$ é solução ótima da instância X , sabe-se que o valor da FO de D é maior ou igual ao valor da FO de $\dot{X}$ para a instância X , conforme (7.27):

$$P^D \cdot cf + CV^D = P^{\dot{X}} \cdot cf + CV^{\dot{X}} + \mu, \quad \mu \geq 0 \quad (7.27)$$

Em que:

μ : representa o quanto a FO da solução D , para a instância X , perde valor em relação à solução $\dot{X}$, em função da solução D ter uma instalação aberta a menos que $\dot{X}$.

Substituindo (7.26) em (7.27), temos:

$$(P^{\dot{X}} - 1) \cdot cf + CV^D = P^{\dot{X}} \cdot cf + CV^{\dot{X}} + \mu \quad (7.28)$$

Cortando $P^{\dot{X}} \cdot cf$ em ambos os lados da equação (7.28) e rearranjando os termos, temos:

$$CV^D = CV^{\dot{X}} + cf + \mu \quad (7.29)$$

Seja E a melhor solução da instância W – ou seja, nenhuma instalação aberta em E tem volume alocado maior que $qmax^W$ – que tenha uma instalação aberta a menos que a quantidade de instalações abertas em $\dot{X}$. Com isso, temos a equação (7.30):

$$P^E = P^{\dot{X}} - 1 \quad (7.30)$$

Sabe-se que o valor da FO da solução E é maior ou igual ao valor da FO da solução D , pela própria definição de D – sendo que a instância W é mais restrita que a instância X –, conforme a equação (7.31). Sabe-se também que a solução E é uma solução viável da instância X , também por W ser mais restrita que X .

$$P^E \cdot cf + CV^E = P^D \cdot cf + CV^D + \pi^E, \quad \pi^E \geq 0 \quad (7.31)$$

Em que:

π^E : representa a diferença entre os valores da FO de D e de E , causada pela restrição de capacidade, que é mais restritiva em W do que em X .

Uma vez que P^E e P^D são iguais, os termos $P^E \cdot cf$ e $P^D \cdot cf$ podem ser cortados dos dois lados da equação (7.31). Substituindo (7.29) em (7.31) temos:

$$CV^E = CV^{\dot{X}} + cf + \mu + \pi^E \quad (7.32)$$

Seja F a melhor solução da instância W – sendo que nenhuma instalação aberta em F tem volume maior que q_{max}^W – que tenha a mesma quantidade de instalações abertas que $\dot{X}$. Com isso, temos a equação (7.33).

$$P^F = P^{\dot{X}} \quad (7.33)$$

Sabe-se que o valor da FO de F é maior ou igual ao valor da FO de $\dot{X}$, pela própria definição de $\dot{X}$, conforme a equação (7.34) e que a solução F , sendo uma solução viável da instância W , também é uma solução viável da instância X , que é menos restrita que W .

$$P^F \cdot cf + CV^F = P^{\dot{X}} \cdot cf + CV^{\dot{X}} + \pi^F, \quad \pi^F \geq 0 \quad (7.34)$$

Em que:

π^F : representa a diferença entre os valores da FO de $\dot{X}$ e de F , causada pela restrição de capacidade, que é mais restritiva em W do que em X .

Uma vez que P^F e $P^{\dot{X}}$ são iguais, os termos $P^F \cdot cf$ e $P^{\dot{X}} \cdot cf$ podem ser cortados dos dois lados da equação (7.34), que fica:

$$CV^F = CV^{\dot{X}} + \pi^F, \quad \pi^F \geq 0 \quad (7.35)$$

Uma condição necessária e suficiente para garantir a validade da Hipótese 7.2 ocorre quando o valor da FO de E (que tem $P^{\dot{X}} - 1$ instalações abertas) for menor que o valor da FO da solução F (que tem $P^{\dot{X}}$ instalações abertas), conforme (7.36).

$$P^E \cdot cf + CV^E \leq P^F \cdot cf + CV^F \quad (7.36)$$

Substituindo (7.30), (7.32), (7.33) e (7.35) em (7.36), temos:

$$(P^{\dot{X}} - 1) \cdot cf + CV^{\dot{X}} + cf + \mu + \pi^E \leq P^{\dot{X}} \cdot cf + CV^{\dot{X}} + \pi^F \quad (7.37)$$

Cortando $P^{\dot{X}} \cdot cf$ e $CV^{\dot{X}}$ em ambos os lados da equação (7.37) e rearranjando os termos, temos:

$$\mu + \pi^E \leq \pi^F \quad (7.38)$$

Portanto, para que a Hipótese 7.2 seja válida, a equação (7.38) deve ser válida: a perda no valor da FO pela redução em uma unidade da quantidade de instalações

abertas (μ) para a instância X mais a perda no valor da FO pela restrição de capacidade (π^E) para a instância X deve ser menor ou igual à perda no valor da FO pela restrição de capacidade (π^F) para a instância W .

É possível perceber que tais ocorrências devem acontecer com maior frequência em problemas em que os custos fixos do problema X (cf^X) estão próximos aos *valores de transição*, definidos na subseção 7.1.1 e observados nas Figuras 7.2 e 7.3. Nesses casos, existem soluções com menor quantidade de instalações abertas com valores de FO apenas um pouco piores que o valor da FO da solução ótima, o que representa menores valores de μ .

Embora tal condição seja necessária e suficiente para garantir a validade da Hipótese 7.2, para que esta seja efetivamente provada, deve ser possível obter ao menos duas instâncias que atendem a equação (7.38).

Portanto, a prova da Hipótese 7.2 é dada ao passo que foi possível criar variações da instância utilizada como exemplo na subseção 7.1.1 (retratada pelas Figuras 7.2 e 7.3) que atendem a equação (7.38). As análises das instâncias e de suas soluções são apresentadas na seção B.7 do APÊNDICE B.

7.1.3 Abertura de candidatos em função da relação entre o “custo de não abertura” e seu custo fixo

Nesta subseção são apresentados os resultados da investigação que buscou identificar propriedades que garantam que determinados candidatos sejam abertos nas soluções ótimas de instâncias do CFCFL.

De maneira geral, quanto maior é o custo fixo de um candidato c , menor a probabilidade de ele ser aberto na solução ótima. Alternativamente, quanto maior é a perda causada pela ausência do candidato c em uma solução, maior a probabilidade de ele ser aberto na solução ótima. A perda associada à não abertura do candidato c está relacionada com a diferença entre o custo de transporte de abastecer parte da demanda – que idealmente seria atendida pelo candidato c – por outro candidato.

Consequentemente, a abertura ou não de cada candidato c está relacionada tanto ao custo fixo associado à abertura de c quanto ao aumento de custo de transporte associado à não abertura de c .

Hipótese 7.3:

Quando a relação entre o “aumento mínimo no custo variável de transporte”, causado pela não abertura de um candidato c , e seu custo fixo é maior ou igual a 1 e sua “demanda de alocação ótima”¹⁵ é menor ou igual a sua capacidade, tal candidato é necessariamente aberto em uma solução ótima.

Cálculo do aumento mínimo no custo variável de transporte:

Seja $cvmin_l^N$ o N -ésimo menor custo de atendimento para o cliente $l \in L$, considerando todos os candidatos $c \in C$.

Seja L_c o conjunto composto por todo cliente $l \in L$ cujo custo unitário de transporte a partir do candidato c é menor que todos os demais custos unitários de transporte para o cliente l considerando todos os candidatos $c \in C$.

Para problemas em que o menor custo unitário de transporte para cada um dos clientes ocorre a partir de apenas um candidato, a união de todos os subconjuntos L_c , para todos $c \in C$, é igual ao conjunto L e a *demanda de alocação ótima* é calculada por meio da equação (7.39).

$$dal_c = \sum_{l \in L_c} d_l, \quad \forall c \in C \quad (7.39)$$

Por outro lado, pode ocorrer que exista mais de um candidato a partir do qual o custo unitário de transporte é mínimo para o cliente l ; quando este é o caso, adotou-se que para o cálculo da *demanda de alocação ótima*, a demanda do cliente l é dividida igualmente entre todos os candidatos cujo custo unitário de transporte para o cliente l é mínimo.

Seja L_c^N o conjunto composto por todo cliente l que tem, além do candidato c , outros $N-1$ candidatos a partir dos quais o custo unitário de transporte para o atendimento do cliente l também é mínimo, conforme (7.40).

$$cv_{cl} = cvmin_l^1 = cvmin_l^N, \quad \forall l \in L_c^N \text{ e } N = 2, \dots, |C| \quad (7.40)$$

¹⁵ Neste trabalho, o termo “demanda de alocação ótima” é utilizado para designar a demanda que seria alocada a cada instalação se todos os candidatos fossem abertos e se a capacidade de todos os candidatos fosse ilimitada.

À equação (7.39) é acrescida uma parcela equivalente à parte da demanda dos clientes cujo mínimo custo unitário de transporte se dá por meio de mais de um candidato, resultando na equação (7.41).

$$dal_c = \sum_{l \in L_c} d_l + \sum_{N=2}^{|C|} \sum_{l \in L_c^N} \frac{d_l}{N}, \quad \forall c \in C \quad (7.41)$$

Para casos em que a capacidade do candidato c é maior ou igual a sua *demandade alocação ótima*, o *aumento mínimo no custo variável de transporte* (Δcv_c) causado pela não abertura do candidato c é definido como o produto da demanda de cada cliente $l \in L_c$ pela diferença entre $cvmin_l^2$ e $cvmin_l^1$, conforme a equação (7.42). Vale ressaltar que quando a capacidade ($qmax_c$) do candidato c é menor que sua *demandade alocação ótima*, o aumento mínimo causado pela não abertura do candidato c pode ser menor que o valor dado pela equação (7.42).

$$\Delta cv_c = dal_c \cdot (cvmin_l^2 - cvmin_l^1) \quad (7.42)$$

Substituindo a equação (7.41) em (7.42) e rearranjando os termos, temos:

$$\Delta cv_c = \sum_{l \in L_c} d_l \cdot (cvmin_l^2 - cvmin_l^1) + \sum_{N=2}^{|C|} \sum_{l \in L_c^N} \frac{d_l}{N} \cdot (cvmin_l^2 - cvmin_l^1) \quad (7.43)$$

A segunda parcela da equação (7.43) vale zero, uma vez que para todo cliente $l \in L_c^N$ – os casos em que existem mais de um candidato a partir dos quais o custo unitário de transporte é mínimo para o cliente l – o menor ($cvmin_l^1$) e o segundo menor ($cvmin_l^2$) custo unitário de transporte para atender o cliente l são iguais.

Com isso, o *aumento mínimo no custo variável de transporte* (Δcv_c) em função da não abertura do candidato c é dado pela equação (7.44).

$$\Delta cv_c = \sum_{l \in L_c} d_l \cdot (cvmin_l^2 - cvmin_l^1) \quad (7.44)$$

Demonstração:

A demonstração da Hipótese 7.3 para um candidato cuja *demandade alocação ótima* é menor ou igual a sua capacidade é apresentada a seguir:

Seja X uma instância do CFCFL.

Seja $c1$ um candidato ($c1 \in \mathcal{C}$) para o qual as equações (7.45) e (7.46) sejam válidas.

$$\frac{\Delta cv_{c1}}{cf_{c1}} \geq 1 \quad (7.45)$$

$$dal_{c1} \leq qmax_{c1} \quad (7.46)$$

Seja $\dot{Y}$ a melhor solução da instância X em que o candidato $c1$ não é aberto. Consequentemente, o valor da variável binária referente ao candidato $c1$ na solução $\dot{Y}$ vale zero, conforme a equação (7.47).

$$Z_{c1}^{\dot{Y}} = 0 \quad (7.47)$$

A Hipótese 7.3 é provada se sempre existir alguma solução A em que o candidato $c1$ seja aberto e cujo valor da FO seja menor ou igual ao valor da FO de $\dot{Y}$.

É possível definir A como uma solução cujos valores das variáveis Z_c e Q_{cl} sejam iguais aos valores da solução $\dot{Y}$, para todo $l \in \mathcal{L}$ e $c \in \mathcal{C}/c1$, conforme as equações (7.48) e (7.49). Além disso, o candidato $c1$ é aberto na solução A , conforme a equação (7.50).

$$Z_c^A = Z_c^{\dot{Y}}, \quad \forall c \in \mathcal{C}/c1 \quad (7.48)$$

$$Q_{cl}^A = Q_{cl}^{\dot{Y}}, \quad \forall l \in \mathcal{L} \text{ e } \forall c \in \mathcal{C}/c1 \quad (7.49)$$

$$Z_{c1}^A = 1 \quad (7.50)$$

Seja $CF^{\dot{Y}}$ o custo fixo da solução $\dot{Y}$ e CF^A o custo fixo da solução A .

Em função das equações (7.47), (7.48) e (7.50), sabe-se que CF^A é maior que $CF^{\dot{Y}}$, em função do custo cf_{c1} associado a abrir o candidato $c1$, conforme a equação (7.51).

$$CF^A = CF^{\dot{Y}} + cf_{c1} \quad (7.51)$$

Por outro lado, seja $CV^{\dot{Y}}$ o custo variável de transporte da solução $\dot{Y}$ e CV^A o custo variável de transporte da solução A , é possível separar o custo variável de transportes em três parcelas, conforme as equações (7.52) e (7.53): a primeira parcela das equações é referente ao custo associado a entregar a clientes pertencentes a $\mathcal{L}_{c1}$ a partir de $c1$ e a segunda parcela é referente ao custo associado

a entregar aos mesmos clientes a partir de outros candidatos além de $c1$; a terceira parcela é referente ao custo associado a entregar aos demais clientes.

$$CV^{\dot{Y}} = \sum_{l \in L_{c1}} cv_{c1l} \cdot Q_{c1l}^{\dot{Y}} + \sum_{c \in \mathcal{C}/c1} \sum_{l \in L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in L/L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} \quad (7.52)$$

$$CV^A = \sum_{l \in L_{c1}} cv_{c1l} \cdot Q_{c1l}^A + \sum_{c \in \mathcal{C}/c1} \sum_{l \in L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^A + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in L/L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^A \quad (7.53)$$

A primeira parcela da equação (7.52) vale zero, uma vez que na solução $\dot{Y}$ o candidato $c1$ não é aberto e faz com que o valor de todas as variáveis $Q_{c1l}^{\dot{Y}}$ sejam iguais a zero, resultando na equação (7.54).

$$CV^{\dot{Y}} = \sum_{c \in \mathcal{C}/c1} \sum_{l \in L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in L/L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} \quad (7.54)$$

Uma vez que pela definição de A , a capacidade do candidato $c1$ é maior ou igual à *demanda de alocação ótima* de $c1$, a segunda parcela da equação (7.53) vale zero, uma vez que todos os fluxos dos clientes que fazem parte do conjunto L_{c1} são atendidos por $c1$. Além disso, também pela definição de A , a alocação de todos os clientes não pertencentes a L_{c1} é igual à alocação da solução $\dot{Y}$. Com isso, é possível substituir a equação (7.49) na terceira parcela da equação (7.53), resultando na equação (7.55).

$$CV^A = \sum_{l \in L_{c1}} cv_{c1l} \cdot Q_{c1l}^A + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in L/L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} \quad (7.55)$$

A Hipótese 7.3 considera que o valor da FO de A é menor ou igual ao valor da FO de $\dot{Y}$. Por meio das equações (7.51), (7.54) e (7.55), tal relação é escrita por meio da inequação (7.56).

$$\begin{aligned} cf_{c1} + CF^{\dot{Y}} + \sum_{l \in L_{c1}} cv_{c1l} \cdot Q_{c1l}^A + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in L/L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} \leq \\ CF^{\dot{Y}} + \sum_{c \in \mathcal{C}/c1} \sum_{l \in L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in L/L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} \end{aligned} \quad (7.56)$$

Eliminando os termos presentes em ambos os lados da inequação (7.56) e reordenando, temos a inequação (7.57).

$$cf_{c1} \leq \sum_{c \in \mathcal{C}/c1} \sum_{l \in L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^{\dot{Y}} - \sum_{l \in L_{c1}} cv_{c1l} \cdot Q_{c1l}^A \quad (7.57)$$

Dessa forma, a Hipótese 7.3 é provada se existir uma solução A que torna a inequação (7.57) válida.

Para o candidato $c1$, a partir de (7.44) e (7.45), a inequação (7.58) é obtida.

$$cf_{c1} \leq \sum_{l \in L_{c1}} d_l \cdot (cvmin_l^2 - cvmin_l^1) \quad (7.58)$$

Distribuindo d_l , o lado direito da inequação (7.58) é separado em duas parcelas, conforme a inequação (7.59).

$$cf_{c1} \leq \sum_{l \in L_{c1}} cvmin_l^2 \cdot d_l - \sum_{l \in L_{c1}} cvmin_l^1 \cdot d_l \quad (7.59)$$

Pela definição de L_{c1} , sabe-se que o menor custo ($cvmin_l^1$) para atender o cliente $l \in L_{c1}$ é dado pelo custo (cv_{c1l}) de atender l a partir do candidato $c1$, conforme (7.60). Além disso, o segundo menor custo de para atender o cliente l é menor ou igual a todos os custos de atender o cliente l a partir dos demais candidatos $c \in \mathcal{C}/c1$, conforme (7.61).

$$cvmin_l^1 = cv_{c1l}, \quad \forall l \in L_{c1} \quad (7.60)$$

$$cvmin_l^2 \leq cv_{cl}, \quad \forall l \in L_{c1} \text{ e } \forall c \in \mathcal{C}/c1 \quad (7.61)$$

Ao se substituir (7.60) e (7.61) em (7.59), obtém-se (7.62). Vale ressaltar que uma vez que o $cvmin_l^2$ é menor que cv_{cl} na inequação (7.61), é possível substituir o primeiro pelo segundo na inequação (7.59) sem invalidar sua relação de desigualdade.

$$cf_{c1} \leq \sum_{l \in L_{c1}} cv_{cl} \cdot d_l - \sum_{l \in L_{c1}} cv_{c1l} \cdot d_l \quad (7.62)$$

Pelas definições de A e de $\dot{Y}$, toda a demanda do cliente $l \in L_{c1}$ é atendida pela instalação $c1$ na solução A e atendida por uma ou mais das demais instalações abertas na solução $\dot{Y}$, resultando nas equações (7.63) e (7.64).

$$d_l = Q_{c1l}^A, \quad \forall l \in L_{c1} \quad (7.63)$$

$$d_l = \sum_{c \in \mathcal{C}/c1} Q_{cl}^Y, \quad \forall l \in L_{c1} \quad (7.64)$$

Substituindo as equações (7.63) e (7.64) na inequação (7.62) é possível verificar que para o candidato $c1$ a inequação (7.65) é válida e é idêntica à inequação (7.57).

$$cf_{c1} \leq \sum_{c \in \mathcal{C}/c1} \sum_{l \in L_{c1}} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^Y - \sum_{l \in L_{c1}} cv_{c1l} \cdot Q_{c1l}^A \quad (7.65)$$

Portanto, a Hipótese 7.3 é verdadeira e o candidato $c1$ certamente faz parte da solução ótima da instância X . Tal conclusão tem grande relevância prática, uma vez que permite identificar, *a priori* à resolução dos modelos, parte dos candidatos que certamente são abertos na solução ótima; consequentemente, o esforço computacional pode ser reduzido, eliminando parte das variáveis e reduzindo o problema.

7.2 INDICADORES PARA PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES CAPACITADAS COM CUSTO FIXO

Na literatura científica, não são encontrados estudos que propõem indicadores associados às propriedades das instâncias, de forma a analisar sua topologia.

De maneira geral, a utilização de indicadores em trabalhos da literatura científica está associada à necessidade de medir o desempenho de cada solução sob diversos aspectos, porém não são encontrados indicadores que retratam aspectos das instâncias, independentemente das soluções.

Usualmente, a utilização de indicadores para problemas de localização se dá em problemas com múltiplos objetivos. Uma revisão mais detalhada sobre modelos de localização com múltiplos critérios é apresentada na seção A.5 do APÊNDICE A. Em alguns casos, os indicadores representam na FO um dos objetivos que se pretende otimizar, como é o caso de Drezner; Drezner e Hulliger (2014), que utilizam uma medida de equidade de atendimento dos clientes, e Eisenstat; Mathieu e Schabanel (2014), que propõem um indicador associado à frequência com que a alocação dos clientes é alterada ao longo do tempo. Em outros casos, os indicadores são utilizados na avaliação de múltiplas soluções obtidas, como é o caso

de Ravet (2012), que propõe indicadores para avaliar soluções de problemas globais de SCND, Cardoso *et al.* (2015), que propõem métricas para avaliar a robustez das soluções e Govindan *et al.* (2016) que propõem indicadores associados à sustentabilidade das soluções. Em outras palavras, todos os trabalhos encontrados na literatura científica propõem indicadores associados às soluções, e não indicadores associados às instâncias.

Os únicos trabalhos encontrados na literatura científica que buscam utilizar dados associados às características dos problemas – obtidos *a priori* à otimização – na tomada de decisão são apresentados por Robinson Jr e Swink (1994, 1995). Os autores propõem uma abordagem para auxiliar na escolha de quais métodos devem ser utilizado na resolução de cada problema, dependendo de suas características; os autores, porém, apenas levam em conta como indicadores o tamanho e a quantidade de camadas das instâncias, sem aprofundar em outros indicadores que retratam a topologia das instâncias.

Nesta seção, indicadores que retratam propriedades de instâncias de problema de localização são propostos com o objetivo de dar base a uma análise topológica das instâncias, apresentada na sequência da tese. Com base na estrutura CFCFL, foram exploradas propriedades associadas a instâncias e associadas a candidatos, que podem ter impacto na configuração das melhores soluções de cada instância.

São propostos indicadores que retratam as relações entre os valores dos parâmetros – e não os valores dos parâmetros em si: mesmo embora duas instâncias possam retratar problemas muito diversos, que representam diferentes negócios e regiões geográficas, podem ser topologicamente similares, cujas respectivas soluções ótimas podem se relacionar.

Por exemplo, a quantidade de candidatos ou o custo fixo de cada candidato não são utilizados nas análises topológicas; alternativamente, são utilizados indicadores que refletem a capacidade total dos candidatos em relação à demanda total e a variância do custo fixo de todos os candidatos. Dessa forma, instâncias com tamanhos, custos fixos, custos unitários de transporte, capacidades – entre outros parâmetros – diferentes e que representam problemas reais diversos podem ser comparadas.

7.2.1 Indicadores de instâncias

Os indicadores de instâncias buscam refletir aspectos das instâncias de problemas de localização que estejam relacionados de alguma forma com a resposta à primeira questão fundamental levantada neste capítulo, associada à quantidade de instalações que devem ser abertas para cada instância.

São propostos dez indicadores de instâncias que retratam as propriedades das instâncias do CFCFL relacionadas aos custos, às capacidades dos candidatos e às demandas dos clientes.

7.2.1.1 Indicador de instância 1 (*IInst1*): Relação entre custo fixo médio e lower bound do custo variável de transporte

O indicador *IInst1* retrata, para cada instância, a relação entre o custo fixo médio de todos os candidatos e o *lower bound* do custo variável de transporte – menor custo variável de transporte possível, que pode ocorrer se todas as instalações forem abertas – para o atendimento de toda a demanda.

$$\overline{cf} = \frac{\sum_{c \in C} (cf_c)}{|C|} \quad (7.66)$$

$$cvmin_l^1 = \min_{c \in C} (cv_{cl}), \quad \forall l \in L \quad (7.67)$$

$$IInst1 = \frac{\overline{cf}}{\sum_{l \in L} (cvmin_l^1 \cdot d_l)} \quad (7.68)$$

O custo fixo médio de todos os candidatos da instância é dado pela equação (7.66) e o custo unitário mínimo de transporte para os clientes é dado pelas equações (7.67). O *IInst1* é calculado por meio da equação (7.68).

7.2.1.2 Indicador de instância 2 (*IInst2*): Relação entre custo fixo médio e custo variável de transporte médio ponderado

O indicador *IInst2* retrata, para cada instância, a relação entre o custo fixo médio de todos os candidatos e a soma do produto entre o custo unitário médio de transporte e a demanda de cada cliente.

$$cvmed_l = \frac{\sum_{c \in C} cv_{cl}}{|C|}, \quad \forall l \in L \quad (7.69)$$

$$IInst2 = \frac{\overline{cf}}{\sum_{l \in L} (cvmed_l \cdot d_l)} \quad (7.70)$$

O custo unitário médio de transporte dos clientes é dado pelas equações (7.69). O $IInst2$ é calculado por meio da equação (7.70).

7.2.1.3 Indicador de instância 3 ($IInst3$): Variabilidade da demanda de alocação ótima

O indicador $IInst3$ está associado ao padrão de alocação ideal da demanda dos clientes de cada instância. Ele retrata, para cada instância, a variabilidade da *demanda de alocação ótima* (dal_c) de cada instalação c .

O conceito de *demanda de alocação ótima* já foi definido na subseção 7.1.3 e consiste na demanda que seria alocada a cada instalação se todos os candidatos fossem abertos e se a capacidade de todos os candidatos fosse ilimitada. A *demanda de alocação ótima* de um candidato c é calculada por meio da equação (7.41).

Em casos em que a variabilidade da *demanda de alocação ótima* de cada candidato é baixa, uma variedade maior de candidatos pode ter maior probabilidade de ser aberta, uma vez que esta propriedade pode indicar uma possibilidade de distribuição mais homogênea entre instalações.

Uma vez que se deseja que os indicadores expressem apenas a variabilidade dos parâmetros observados, desconsiderando a ordem de grandeza dos parâmetros, para o $IInst3$ – assim como para todos os demais indicadores que retratam a variabilidade de algum parâmetro –, o coeficiente de variação é utilizado ao invés do desvio padrão.

$$\overline{dal} = \frac{\sum_{c \in C} (dal_c)}{|C|} \quad (7.71)$$

$$IInst3 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{c \in C} (dal_c - \overline{dal})^2}{|C| - 1}}}{\overline{dal}} \quad (7.72)$$

O valor médio da *demanda de alocação ótima* é dado pela equação (7.71).

O $IInst3$ é calculado por meio da equação (7.72), que representa o desvio padrão da *demanda de alocação ótima* de cada candidato sobre seu valor médio.

7.2.1.4 Indicador de instância 4 ($IInst4$): Variabilidade do potencial

O indicador $IInst4$ se relaciona com o custo variável de transporte e sua relação com as demandas dos clientes. O indicador retrata, para cada instância, o coeficiente de variação de um dos indicadores de candidatos ($ICand8$), apresentado na subseção 7.2.2.8 e denominado “potencial total normalizado”.

O conceito de “potencial”, proposto nesta tese – e detalhado nas subseções 7.2.2.7 e 7.2.2.8 – está relacionado com a diferença entre o custo de atender um cliente a partir de um determinado candidato e o custo médio de atender o mesmo cliente a partir de outros candidatos com menor custo até tal cliente. O *potencial* foi definido para retratar candidatos que podem fazer parte das soluções ótimas, muito em função de ser uma das poucas boas alternativas para atender alguns clientes afastados dos demais pontos do problema.

Uma vez que o $IInst4$ está associado a um indicador de candidato, seu cálculo se baseia no valor médio do *potencial* percentual ($\overline{pot\%_c}$) de cada candidato c , calculado por meio da equação (7.112), apresentada mais a frente neste mesmo capítulo (na subseção 7.2.2.8).

$$\overline{pot} = \frac{\sum_{c \in \mathcal{C}} (\overline{pot\%_c})}{|\mathcal{C}|} \quad (7.73)$$

$$IInst4 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{c \in \mathcal{C}} (\overline{pot\%_c} - \overline{pot})^2}{|\mathcal{C}| - 1}}}{\overline{pot}} \quad (7.74)$$

O valor médio do potencial de cada instância, considerando todos seus candidatos, é dado pela equação (7.73).

O $IInst4$ é calculado por meio da equação (7.74) e representa o coeficiente de variação dos valores do potencial percentual de todos os candidatos.

7.2.1.5 Indicador de instância 5 (*IInst5*): Variabilidade do custo fixo

O indicador *IInst5* está relacionado à variabilidade de custo fixo em candidatos de cada instância: as instâncias podem ter instalações com o mesmo custo fixo ou com custo fixo diferente para cada instalação.

Em instâncias em que a variabilidade do custo fixo dos candidatos é alta, candidatos com um custo fixo menor podem ter uma vantagem em relação aos demais. Por outro lado, em instâncias em que o custo fixo é o mesmo para todos os candidatos, outros fatores, como capacidade ou proximidade em relação aos clientes, podem ser mais impactantes na quantidade de instalações.

O *IInst5* é calculado conforme a equação (7.75), e corresponde ao coeficiente de variação do custo fixo dos candidatos: desvio padrão sobre o valor médio.

$$IInst5 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{c \in C} (cf_c - \overline{cf})^2}{|C| - 1}}}{\overline{cf}} \quad (7.75)$$

7.2.1.6 Indicador de instância 6 (*IInst6*): Relação entre capacidade média dos candidatos e a demanda total

O indicador *IInst6* está relacionado com o grau de limitação que a restrição de capacidade pode causar nas soluções viáveis do problema. De maneira geral, quanto menor a capacidade média dos candidatos em relação à demanda total, maior é a quantidade de instalações necessárias para atender toda a demanda.

$$\overline{qmax} = \frac{\sum_{c \in C} (qmax_c)}{|C|} \quad (7.76)$$

$$IInst6 = \frac{\overline{qmax}}{\sum_{l \in L} d_l} \quad (7.77)$$

A capacidade média considerando todos os candidatos é dada pela equação (7.76). O *IInst6* é calculado conforme a equação (7.77).

7.2.1.7 Indicador de instância 7 (*IInst7*): Relação entre capacidade total e demanda total

O indicador *IInst7* também se relaciona com o grau de limitação que a restrição de capacidade pode causar nas soluções viáveis do problema; este indicador, por outro lado, retrata a capacidade total, considerando todos os candidatos, em relação à demanda total.

De maneira geral, quanto menor a relação entre a capacidade total e a demanda total, menor a quantidade de soluções diferentes viáveis¹⁶, o que pode dificultar a obtenção de soluções alternativas de alta qualidade.

O *IInst7* é calculado conforme a equação (7.78).

$$IInst7 = \frac{\sum_{c \in C} (qmax_c)}{\sum_{l \in L} d_l} \quad (7.78)$$

7.2.1.8 Indicador de instância 8 (*IInst8*): Variabilidade da capacidade

O indicador *IInst8* está relacionado à variabilidade da capacidade dos candidatos de cada instância: as instâncias podem ter instalações com mesma capacidade ou com capacidades diferentes para cada instalação.

Em instâncias em que a capacidade dos candidatos varia muito, alguns podem ter uma vantagem em relação aos demais, fazendo com que candidatos com capacidade muito maior que os demais possam absorver grande quantidade do volume, dispensando a necessidade de outras instalações para a região próxima a esses candidatos.

O *IInst8* é calculado conforme a equação (7.79), e representa o coeficiente de variação da capacidade dos candidatos: desvio padrão sobre o valor médio.

$$IInst8 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{c \in C} (qmax_c - \overline{qmax})^2}{|C| - 1}}}{\overline{qmax}} \quad (7.79)$$

¹⁶ O conceito de soluções diferentes considerado é o definido no capítulo 6.

7.2.1.9 Indicador de instância 9 (*IInst9*): Relação entre falta de capacidade e demanda

O indicador *IInst9* se relaciona com a limitação de capacidade de cada candidato e sua *demandade alocação ótima* (dal_c).

O indicador é definido para retratar o volume percentual que não pode ser alocado à “instalação ideal” em decorrência da limitação de capacidade: para problemas em que este valor é alto, as soluções ótimas podem ter mais instalações abertas em decorrência da necessidade de utilizar *instalações alternativas* para atender parte da demanda.

$$falta_c = \begin{cases} dal_c - qmax_c, & \text{se } dal_c > qmax_c \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (7.80)$$

$$IInst9 = \frac{\sum_{c \in C} (falta_c)}{\sum_{l \in L} d_l} \quad (7.81)$$

A *demandade alocação ótima* (dal_c) de um candidato c é dada pela equação (7.41), apresentada na subseção 7.1.3. O valor que representa a falta de cada candidato – em relação à sua *demandade alocação ótima* – é dado pela equação (7.80).

O *IInst9* é calculado por meio da equação (7.81) e representa a relação entre a falta de capacidade total das “instalações ideais” e a demanda total.

7.2.1.10 Indicador de instância 10 (*IInst10*): Variabilidade da demanda

O indicador *IInst10* está relacionado à variabilidade da demanda dos clientes: a demanda de uma instância pode estar distribuída aos clientes de forma mais homogênea ou pode estar mais concentrada em poucos clientes maiores.

Enquanto demandas mais concentradas podem necessitar de uma quantidade menor de instalações – de maneira geral, problemas regionais em que a demanda está relacionada com a população de cidades apresentam demandas mais concentradas –, demandas mais dispersas podem precisar de uma quantidade maior de instalações abertas.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{l \in L} (d_l)}{|L|} \quad (7.82)$$

$$Inst10 = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{l \in L} (d_l - \bar{d})^2}{|L| - 1}}}{\bar{d}} \quad (7.83)$$

A demanda média, considerando todos os clientes, é dada pela (7.82). O $Inst10$ é calculado por meio da equação (7.83) e representa o coeficiente de variação da demanda dos clientes: desvio padrão sobre o valor médio.

7.2.2 Indicadores de candidatos

Os indicadores de candidatos buscam refletir aspectos dos candidatos das instâncias que estejam relacionados de alguma forma com a resposta à segunda questão fundamental levantada neste capítulo, associada à abertura de cada candidato na solução ótima de cada instância.

São propostos oito indicadores de candidatos que retratam as propriedades de candidatos de instâncias do CFCFL relacionadas aos custos, às capacidades dos candidatos e às *demandas de alocação ótima* dos candidatos.

7.2.2.1 Indicador de candidato 1 (ICand1): Demanda percentual de alocação ótima

O indicador $ICand1_c$ retrata, para cada candidato $c \in \mathcal{C}$, o percentual que sua *demanda de alocação ótima* representa em relação à demanda total. O cálculo da *demanda de alocação ótima* (dal_c) de um candidato c já foi apresentado na subseção 7.1.3, e é dado pela equação (7.41).

O $ICand1_c$ é calculado por meio da equação (7.84), sendo que a *demanda de alocação ótima* é dividida pela demanda total da instância.

$$ICand1_c = \frac{dal_c}{\sum_{l \in L} d_l}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (7.84)$$

7.2.2.2 Indicador de candidato 2 (ICand2): Relação entre o aumento mínimo no custo em função de não abrir e o custo fixo

O indicador $ICand2_c$ retrata, para cada candidato $c \in \mathcal{C}$, a relação entre o *aumento mínimo no custo variável de transporte causado pela não abertura do candidato c* e seu o custo fixo.

O cálculo do *aumento mínimo no custo variável de transporte* (Δcv_c) causado pela não abertura do candidato c já foi apresentado na subseção 7.1.3, e é dado pela equação (7.44).

O $ICand2_c$ é calculado por meio da equação (7.85), cujo valor é igualado a 1 quando o custo de não abrir é maior que o custo fixo.

$$ICand2_c = \begin{cases} \frac{\Delta cv_c}{cf_c}, & \Delta cv_c \leq cf_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \\ 1, & \Delta cv_c > cf_c \end{cases} \quad (7.85)$$

Conforme demonstrado na subseção 7.1.3, se o $ICand2_c$ for maior ou igual a 1 e sua capacidade for maior ou igual a sua *demanda de alocação ótima*, o candidato c é necessariamente aberto em uma solução ótima.

Consequentemente, nos capítulos subsequentes, a utilização do $ICand2_c$ como previsor de abertura do candidato $c \in \mathcal{C}$ na solução ótima das instâncias utilizadas na tese é avaliada, com o objetivo de reduzir os modelos matemáticos por meio da eliminação de variáveis binárias Z_c .

7.2.2.3 Indicador de candidato 3 ($ICand3$): Relação entre o custo fixo e a capacidade

O indicador $ICand3_c$ retrata, para cada candidato $c \in \mathcal{C}$, a relação entre o custo fixo do candidato c e sua capacidade: seu valor reflete uma medida de custo fixo “unitário”, uma vez que considera o custo fixo “diluído” pela capacidade instalada no candidato c .

O *custo fixo unitário* do candidato c em relação à capacidade instalada é dado pela equação (7.86).

$$cfunit_c = \frac{cf_c}{qmax_c} \quad (7.86)$$

O $ICand3_c$ é dado pelo custo fixo unitário, em relação à capacidade instalada, normalizado: para o candidato com o maior custo fixo unitário de uma instância, o $ICand3_c$ vale um; para os demais candidatos, o $ICand3_c$ tem valor equivalente ao percentual do custo fixo unitário em relação ao maior valor, conforme a equação (7.87).

$$ICand3_c = \frac{cfunit_c}{\max_{i \in \mathcal{C}}(cfunit_i)}, \quad (7.87)$$

7.2.2.4 Indicador de candidato 4 (ICand4): Relação entre o custo fixo e a demanda de alocação ótima

O indicador $ICand4_c$ retrata, para cada candidato $c \in \mathcal{C}$, a relação entre o custo fixo do candidato c e sua *demanda de alocação ótima*. O custo fixo unitário em relação à *demanda de alocação ótima* é dado pela equação (7.88).

$$cfunitdal_c = \frac{cf_c}{dal_c} \quad (7.88)$$

O $ICand4_c$ é dado pelo custo fixo unitário, em relação à *demanda de alocação ótima*, normalizado: para o candidato com o maior custo fixo unitário de uma instância, o $ICand4_c$ vale um; para os demais candidatos, o $ICand4_c$ tem valor equivalente ao percentual do custo fixo unitário em relação ao maior valor, conforme a equação (7.89).

$$ICand4_c = \frac{cfunitdal_c}{\max_{i \in \mathcal{C}}(cfunitdal_i)} \quad (7.89)$$

7.2.2.5 Indicador de candidato 5 (ICand5): Relação entre a contribuição ao lower bound do custo variável e o upper bound

Para considerar, além do custo fixo de cada candidato – retratado pelos indicadores $ICand3$ e $ICand4$ – também o custo variável de transporte, o indicador $ICand5_c$ é definido. Ele retrata, quanto cada candidato $c \in \mathcal{C}$ “contribuiria” para o custo de transporte total de uma solução em que todos os candidatos são abertos e atendem toda sua *demand de alocação ótima*.

O indicador $ICand5_c$ retrata, para cada candidato $c \in \mathcal{C}$, a relação entre a contribuição de cada candidato ao *lower bound* do custo variável de transporte e o *upper bound*, definido pela melhor solução obtida quando todas as instalações são abertas.

A contribuição ao *lower bound* do candidato c é dada pela equação (7.90).

$$contrLB_c = \sum_{l \in L_c} d_l \cdot cv_{cl} + \sum_{N=2}^{|C|} \sum_{l \in L_c^N} \frac{d_l}{N} \cdot cv_{cl}, \quad \forall c \in C \quad (7.90)$$

O valor do *upper bound* da instância, definido como o valor da melhor solução em que todos os candidatos $c \in C$ são abertos, cujo valor é igual ao *lower bound* mais a somatória do custo fixo de todas as instalações, conforme a equação (7.91).

$$UB = \sum_{c \in C} contrLB_c + cf_c \quad (7.91)$$

Assim, o indicador $ICand5_c$ é calculado por meio da equação (7.92).

$$ICand5_c = \frac{contrLB_c}{UB}, \quad \forall c \in C \quad (7.92)$$

7.2.2.6 Indicador de candidato 6 (ICand6): Relação entre o custo fixo e o upper bound

O indicador $ICand6_c$ retrata, o impacto do custo fixo que cada candidato c tem ao ser aberto. Tal impacto é *normalizado* por meio da relação entre o custo fixo do candidato c e o *upper bound* da instância, já apresentado. O $ICand6_c$ é calculado por meio da equação (7.93), sendo que o valor do *upper bound* do problema é dado pela equação (7.91).

$$ICand6_c = \frac{cf_c}{UB}, \quad \forall c \in C \quad (7.93)$$

7.2.2.7 Indicador de candidato 7 (ICand7): Relação entre o potencial de ordem 5 e o upper bound

O indicador $ICand7_c$ retrata, para cada candidato $c \in C$, o “potencial” do candidato c em relação aos cinco candidatos mais próximos de cada cliente.

O conceito de *potencial* de ordem N está relacionado com a diferença entre o custo de atender um cliente l a partir de um candidato c e o custo médio de atender o cliente l a partir dos N candidatos com menor custo de atendimento ao cliente l . Quando o custo do candidato c é menor que a média dos N candidatos considerados, o potencial é a diferença entre esses custos. Quando o custo do candidato c é maior que a referida média, o potencial não é contabilizado.

O *potencial* foi definido para retratar candidatos que podem fazer parte das soluções ótimas, muito em função de fazerem parte das poucas boas alternativas para atender alguns clientes afastados dos demais pontos do problema.

Seja $cvmin_l^N$ o N -ésimo menor custo de atendimento para o cliente l , considerando todos os candidatos $c \in \mathcal{C}$. Para cada cliente l , o custo médio dos N candidatos com menor custo unitário de transporte para atendê-lo é calculado, conforme a equação (7.94).

$$cvmed_l^N = \frac{\sum_{i=1}^N cvmin_l^i}{N}, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (7.94)$$

O *potencial* unitário de ordem N do cliente c referente ao cliente l é dado pela equação (7.95).

$$cpot_{cl}^N = \begin{cases} cvmed_l^N - c_{cl}, & cvmed_l^N > c_{cl} \\ 0, & cvmed_l^N \leq c_{cl} \end{cases}, \quad \forall l \in \mathcal{L} \text{ e } \forall c \in \mathcal{C} \quad (7.95)$$

Seja LP_c^N o conjunto composto por todo cliente l cujo custo unitário de transporte a partir do candidato c é menor ou igual ao N -ésimo menor custo unitário de transporte para atender o cliente l , conforme a equação (7.96).

$$cv_{cl} \leq cvmin_l^N, \quad \forall l \in LP_c^N \text{ e } N = 2, \dots, |\mathcal{C}| \quad (7.96)$$

Consequentemente, o valor de $cpot_{cl}^N$ é nulo para o todo par $l \in \mathcal{L}$ e $c \in \mathcal{C}$ em que $l \notin LP_c^N$.

O *potencial* de ordem N do candidato c é dado pela equação (7.97).

$$pot_c^N = \sum_{l \in LP_c^N} cpot_{cl}^N \cdot d_l \quad (7.97)$$

O $ICand7_c$ é calculado por meio da equação (7.98), sendo que o valor do *upper bound* do problema é dado pela equação (7.91).

$$ICand7_c = \frac{pot_c^5}{UB}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (7.98)$$

7.2.2.8 Indicador de candidato 8 (ICand8): Potencial total normalizado

O indicador $ICand8_c$ retrata, para cada candidato $c \in \mathcal{C}$, a média dos *potenciais* do candidato c de ordem de 2 até $|\mathcal{C}|$.

O *potencial* de ordem N de cada candidato é dado em relação percentual à soma do *potencial* de ordem N calculada para todo candidato $c \in \mathcal{C}$, conforme a equação (7.99).

$$pot\%_c^N = \frac{pot_c^N}{\sum_{i \in \mathcal{C}} pot_i^N}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \text{ e } N = 2, \dots, |\mathcal{C}| \quad (7.99)$$

Para cada candidato c , a média do *potencial* percentual é calculada, considerando N de 2 até $|\mathcal{C}|$, conforme a equação (7.100).

$$\overline{pot\%}_c = \frac{\sum_{N=2}^{|\mathcal{C}|} pot\%_c^N}{|\mathcal{C}|}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (7.100)$$

Por fim, para o cálculo do $ICand8_c$ deve ocorrer a normalização da média do *potencial* percentual: para o candidato com o maior *potencial* percentual de uma instância, o $ICand8_c$ vale um; para os demais candidatos, o $ICand8_c$ tem valor equivalente à fração do *potencial* percentual em relação ao maior valor, conforme a equação (7.101).

$$ICand8_c = \frac{\overline{pot\%}_c}{\max_{i \in \mathcal{C}} (\overline{pot\%}_i)}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (7.101)$$

7.2.3 Variáveis resposta

Nesta seção são apresentadas métricas que retratam as respostas fundamentais levantadas neste capítulo; a exemplo dos indicadores, as variáveis de resposta também são separadas em variáveis associadas a instâncias e variáveis associadas a candidatos.

Todas as variáveis estão relacionadas com o valor de Z_c nas soluções ótimas e nas K melhores soluções das instâncias. Dessa forma, Z_c^k é definido como o valor da variável Z_c na k -ésima melhor solução de um problema, com $k = 1, \dots, K$.

7.2.3.1 Quantidade de instalações abertas em cada instância

São definidas duas variáveis resposta relacionadas com a quantidade de instalações abertas nas melhores soluções de cada instância.

A primeira, denominada P_{Otim} , consiste na quantidade P de instalações abertas na solução ótima, dada pela equação (7.102).

$$POtimo = \sum_{c \in \mathcal{C}} Z_c^1 \quad (7.102)$$

A segunda, denominada $PMed^{20}$ equivale à quantidade média de instalações abertas considerando as vinte melhores soluções de cada instância – cujos métodos para obtenção e análises foram apresentados no capítulo 6 –, dada pela equação (7.103).

$$PMed^{20} = \frac{\sum_{k=1}^{20} \sum_{c \in \mathcal{C}} Z_c^k}{20} \quad (7.103)$$

7.2.3.2 Abertura de instalação em cada local candidato

Também são definidas duas variáveis resposta relacionadas com a abertura de instalação em cada local candidato $c \in \mathcal{C}$.

A primeira, denominada $ZOtimoc$, representa o valor da variável Z_c na solução ótima, dada pela equação (7.104).

$$ZOtimoc = Z_c^1, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (7.104)$$

A segunda, denominada $ZMed_c^{20}$, é a média ponderada por pesos decrescentes do valor da variável Z_c nas vinte melhores soluções de cada problema, dada pela equação (7.105).

$$ZMed_c^{20} = \frac{\sum_{k=1}^{20} Z_c^k \cdot (21 - k)}{\sum_{i=1}^{20} i}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (7.105)$$

A ponderação é utilizada para que quanto melhor uma solução, maior sua representatividade na variável resposta: o valor da solução ótima tem peso 20, enquanto o valor da vigésima solução tem peso 1.

7.3 ANÁLISE TOPOLÓGICA DAS INSTÂNCIAS

Nesta seção são apresentadas análises das 215 instâncias dos cinco conjuntos considerados nesta tese: os valores dos indicadores de instâncias e de candidatos foram calculados e suas relações com os valores das variáveis resposta analisadas.

Inicialmente uma análise no nível de instância é apresentada, em que é possível identificar o “grau de similaridade” das instâncias com base nos indicadores

de instâncias propostas; por meio dessa análise são identificadas e eliminadas do conjunto analisado algumas instâncias consideradas como *outliers*.

Em seguida, para o agrupamento de instâncias resultantes, uma segunda análise, agora no nível de instalação, é apresentada, em que é possível explorar o efeito de alguns dos indicadores de candidatos propostos na abertura das instalações nas melhores soluções do problema.

A Figura 7.4 retrata um esquema da metodologia considerada para tais análises. Vale ressaltar também que, embora não retratado na Figura 7.4, os processos ocorreram de forma parcialmente iterativa; após algumas análises exploratórias iniciais dos indicadores e das variáveis resposta, ocorreram retroalimentações às etapas de definição de indicadores, o que permitiu que os indicadores fossem refinados e outros indicadores fossem propostos.

Figura 7.4 – Metodologia utilizada na análise topológica das instâncias

Fonte: Próprio autor

7.3.1 Análise de propriedades de instâncias

Inicialmente são apresentadas as análises que relacionam os valores calculados dos indicadores e variáveis resposta do nível instância. Em seguida a similaridade das instâncias é investigada, resultando em *clusters* que permitem a identificação de instâncias *outliers*.

7.3.1.1 Indicadores das instâncias da literatura

Os diferentes conjuntos de instâncias apresentam, em alguns casos, diferenças fundamentais no padrão de distribuição geográfica dos pontos, na estrutura de custos de transporte – em função, por exemplo, de considerarem tanto o custo de transferência, a partir de uma única origem até as instalações, quanto o custo de distribuição entre as instalações e os clientes –, na capacidade das instalações – algumas instâncias são não capacitadas –, entre outras.

A Figura 7.5 retrata a relação entre a quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas de cada instância e os valores de quantidade de clientes e de candidatos. Não é possível identificar uma relação clara de influência entre quantidade de clientes e candidatos na quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas; a faixa de quantidade de instalações é ampla para instâncias com um mesmo tamanho.

Figura 7.5 – Relação entre a quantidade de instalações na solução ótima e da quantidade de clientes e de candidatos para as instâncias dos conjuntos de 1 a 5

Fonte: Próprio autor

A Tabela 7.1 mostra os valores médios e desvios padrão dos indicadores e variáveis resposta de instâncias dos cinco conjuntos analisados.

É possível observar padrões diferentes nos valores médios dos indicadores de cada conjunto. Além disso, o desvio padrão dos indicadores para cada conjunto também varia consideravelmente.

Tabela 7.1 – Médias e desvios padrão dos indicadores e variáveis resposta de instância para os conjuntos de instâncias de 1 a 5

Indicador	Cálculo	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4	Conjunto 5
		1	2	3	4	5
IInst1 - Relação entre custo fixo médio e <i>lower bound</i> do custo variável	Média	2%	12%	76%	53%	49%
	Desvio padrão	1%	8%	33%	8%	62%
IInst2 - Relação entre custo fixo médio e custo variável médio ponderado	Média	1%	2%	10%	7%	12%
	Desvio padrão	0%	1%	5%	1%	16%
IInst3 - Variabilidade da demanda ótima alocada	Média	130%	62%	111%	71%	330%
	Desvio padrão	32%	30%	14%	11%	67%
IInst4 - Variabilidade do potencial	Média	77%	44%	45%	34%	153%
	Desvio padrão	14%	34%	13%	9%	57%
IInst5 - Variabilidade do custo fixo	Média	21%	9%	54%	29%	0%
	Desvio padrão	5%	11%	5%	3%	0%
IInst6 - Relação entre capacidade média dos candidatos e a demanda total	Média	44%	15%	6%	6%	100%
	Desvio padrão	40%	5%	2%	1%	0%
IInst7 - Relação entre capacidade total e demanda total	Média	1329%	323%	331%	368%	14700%
	Desvio padrão	1490%	146%	125%	162%	0%
IInst8 - Variabilidade da capacidade	Média	0%	15%	52%	52%	0%
	Desvio padrão	0%	19%	5%	4%	0%
IInst9 - Relação entre falta de capacidade e demanda	Média	7%	2%	16%	9%	0%
	Desvio padrão	10%	4%	8%	6%	0%
IInst10 - Variabilidade da demanda	Média	176%	38%	45%	45%	293%
	Desvio padrão	0%	11%	3%	2%	0%
Potimo - Quantidade de instalações abertas na solução ótima	Média	10,6	8,9	17,5	10,7	4,8
	Desvio padrão	3,7	2,9	6,9	2,1	6,5
Pmed20 - Quantidade média de instalações abertas considerando K=20	Média	10,9	9,1	17,6	10,8	5,1
	Desvio padrão	3,6	2,8	6,8	2,1	6,5

Fonte: Próprio autor

Em relação aos indicadores relacionados ao custo, as diferenças mais notáveis são as relações entre custo fixo e variável (*IInst1* e *IInst2*), que são consideravelmente menores nos conjuntos 1 e 2 e a variabilidade do custo fixo (*IInst5*), que é nula para todas as instâncias do Conjunto 5.

Já para os indicadores associados à capacidade, as instâncias dos conjuntos 1 e 5 se destacam em função de que cada candidato tem capacidade alta em relação à demanda (*IInst6*) – especialmente o Conjunto 5, que é composto por instâncias equivalentes a problemas não capacitados, uma vez que a capacidade de qualquer candidato é capaz de atender toda a demanda. No Conjunto 1, a variabilidade da capacidade (*IInst8*) é nula para todas as instâncias.

Os conjuntos 1 e 5 também se destacam na variabilidade da demanda (*Inst10*); este indicador é o mesmo para todas as instâncias de cada um dos dois conjuntos e é consideravelmente maior que o das instâncias dos demais conjuntos.

As duas variáveis resposta do nível de instância apresentam alta correlação para as instâncias analisadas: o R^2 da relação entre as duas variáveis vale 0,994. A Figura 7.6 retrata a relação entre a quantidade média de instalações abertas nas 20 melhores soluções ($PMed^{20}$) e a quantidade de instalações abertas na solução ótima ($POtimo$).

Figura 7.6 – Relação entre as variáveis resposta $PMed^{20}$ e $POtimo$

Fonte: Próprio autor

Figura 7.7 – Histograma da diferença entre as variáveis resposta $PMed^{20}$ e $POtimo$

Fonte: Próprio autor

Já a Figura 7.7 retrata a diferença entre $PMed^{20}$ e $POtimo$. Para a maior parte das instâncias (93%), a diferença absoluta entre as duas variáveis resposta não é

maior que 1. Por outro lado, a diferença entre as duas variáveis é positiva – $PMed^{20}$ é maior que $POtimo$ – em 56% das instâncias e é negativa – $PMed^{20}$ é menor que $POtimo$ – em 30% das instâncias. Além disso, as soluções alternativas – $k=2$ a 20 – das instâncias analisadas têm, em média a 0,17 instalações a mais que as soluções ótimas, considerando todas as 215 instâncias.

As Figuras 7.8 a 7.17 retratam a relação de cada um dos indicadores com a variável resposta $PMed^{20}$. A variável resposta $PMed^{20}$ foi escolhida, ao invés de $POtimo$, uma vez que o foco desta análise é entender o comportamento geral das melhores soluções das instâncias, e não aprofundar apenas na solução ótima.

Vale reforçar, porém, que para a maioria dos conjuntos estudados, muitos parâmetros – e por consequência, muitos indicadores – são diferentes quando duas instâncias de um mesmo conjunto são comparadas. Por isso, as relações entre variáveis resposta e indicadores retratadas pelas figuras devem ser utilizadas apenas com o fim de explorar analiticamente as instâncias, e não devem ser tomadas como relações conclusivas.

Figura 7.8 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst1$ - Relação entre custo fixo médio e o *lower bound* do custo variável de transporte, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 7.8 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a relação entre o custo fixo médio e o *lower bound* do custo variável de transporte ($IInst1$). Embora seja esperado que quanto maior o custo fixo em relação ao custo variável, menor deve ser a quantidade de instalações abertas nas melhores soluções, não é possível observar uma relação clara de influência do indicador $IInst1$ na variável resposta quando todas as instâncias são analisadas em conjunto.

Por outro lado, quando tal relação é investigada para cada conjunto em separado – cujas instâncias apresentam maior grau de similaridade entre si – é possível identificar certa relação inversa entre $IInst1$ e $PMed^{20}$ para os conjuntos 1, 2, 4 e 5.

A Figura 7.9 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a relação entre o custo fixo médio e o custo variável de transporte médio ponderado ($IInst2$). O comportamento da variável $PMed^{20}$ em relação ao indicador $IInst2$ segue o mesmo padrão do observado em relação ao indicador $IInst1$, com uma relação inversa entre $IInst2$ e $PMed^{20}$ para instâncias do conjunto 1, 2, 4 e 5.

Figura 7.9 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst2$ - Relação entre custo fixo médio e custo variável de transporte médio ponderado, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 7.10 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a variabilidade da *demanda de alocação ótima* ($IInst3$). Não é possível observar qualquer relação clara de influência do indicador $IInst3$ na variável resposta.

Já a Figura 7.11 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a variabilidade do potencial total ($IInst4$). Também não é possível observar uma relação clara de influência do indicador $IInst4$ na variável resposta.

Figura 7.10 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst3$ – Variabilidade da demanda de alocação ótima, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

Fonte: Próprio autor

Figura 7.11 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst4$ – Variabilidade da demanda de alocação ótima, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 7.12 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a variabilidade do custo fixo ($IInst5$). Não é possível observar qualquer relação entre o indicador $IInst5$ e a variável $PMed^{20}$. Além disso, os pontos que retratam as instâncias de diferentes grupos não se encontram espalhadas ao longo do domínio do indicador $IInst5$: por exemplo, todas as instâncias do Conjunto 3 têm $IInst5$ valendo mais que 45%, enquanto todas as instâncias do Conjunto 1 e parte das instâncias do Conjunto 2 têm $IInst5$ valendo 0%.

Figura 7.12 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst5$ – Variabilidade do custo fixo, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

A Figura 7.13 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a relação entre a capacidade média dos candidatos e a demanda total ($IInst6$). É possível observar, para os conjuntos de 1 a 4 uma relação inversa entre o indicador $IInst6$ e a variável resposta. Tal indicador deve apresentar um efeito na quantidade mínima de instalações abertas, uma vez que em instâncias com candidatos com baixa capacidade, deve ser aberta uma quantidade maior de instalações para ser possível atender toda a demanda.

Figura 7.13 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst6$ – Relação entre capacidade média dos candidatos e a demanda total, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

A Figura 7.14 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a relação entre a capacidade total e a demanda total ($IInst7$). Não é possível observar uma relação clara de influência do indicador $IInst7$ na variável resposta; por outro lado, é possível

identificar uma relação inversa entre $IInst7$ e $PMed^{20}$ para instâncias dos conjuntos 3 e 4.

Figura 7.14 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst7$ – Relação entre capacidade total e demanda total, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

A Figura 7.15 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a variabilidade da capacidade ($IInst8$). Não é possível observar qualquer relação de influência do indicador $IInst8$ na variável resposta, embora, a exemplo do $IInst5$, os pontos que retratam as instâncias de diferentes grupos não se encontram espalhadas ao longo do domínio do indicador $IInst8$: todas as instâncias dos conjuntos 1 e 5 e parte das instâncias do Conjunto 2 têm $IInst8$ valendo 0%, enquanto todas as instâncias dos conjuntos 3 e 4 têm $IInst8$ valendo mais que 40%.

Figura 7.15 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst8$ – Variabilidade da capacidade, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

A Figura 7.16 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a relação entre a falta de capacidade e a demanda ($IInst9$). Não é possível observar uma relação clara de influência do indicador $IInst9$ na variável resposta quando cada um dos conjuntos é analisado separadamente. Por outro lado, existe uma leve relação direta entre o indicador $IInst9$ e $PMed^{20}$ quando todas as instâncias são consideradas em conjunto.

Figura 7.16 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst9$ – Relação entre falta de capacidade e demanda, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

Fonte: Próprio autor

A Figura 7.17 retrata a relação entre $PMed^{20}$ e a variabilidade da demanda ($IInst10$). Não é possível observar uma relação de influência do indicador $IInst10$ na variável resposta. Além disso, a variabilidade do indicador $IInst10$ em relação às instâncias de um mesmo conjunto é muito baixa, não permitindo uma análise mais profunda dessa relação.

Figura 7.17 – Relação entre a variável resposta $PMed^{20}$ e o indicador $IInst10$ – Variabilidade da demanda, para instâncias dos conjuntos de 1 a 5

Fonte: Próprio autor

Embora cada indicador, de forma individual, não seja capaz de prever as variáveis resposta para as instâncias avaliadas, a análise conjunta de indicadores pode ser capaz de fornecer informações úteis ao processo de SCND. Uma análise que considera a aplicação de modelos de redes neurais e que utiliza indicadores em conjunto é apresentada no capítulo 8.

7.3.1.2 Análise de similaridade das instâncias

Para a análise de similaridade das instâncias, foi calculada uma distância estatística n -dimensional entre todas as instâncias, considerando os dez indicadores de instâncias propostos. Para que a alta correlação entre alguns dos indicadores não influenciasse de maneira excessiva a distância de parte dos pares de instâncias, a distância de Mahalanobis¹⁷ – distância estatística que leva em consideração a correlação das variáveis – foi utilizada.

A matriz de correlação dos indicadores, assim como a distância de Mahalanobis entre todos os pares de instâncias foram calculadas por meio do pacote estatístico R (R CORE TEAM, 2016).

A Figura 7.18 retrata a matriz de correlação dos dez indicadores calculados para as 215 instâncias que compõem os cinco conjuntos de instâncias considerados na tese. É possível verificar que existe alta correlação positiva entre *IInst1* e *IInst2* (0,911), *IInst3* e *IInst4* (0,864), *IInst3* e *IInst7* (0,843) e *IInst6* e *IInst7* (0,790).

Figura 7.18 – Matriz de correlação entre os indicadores de instâncias

	IInst1	IInst2	IInst3	IInst4	IInst5	IInst6	IInst7	IInst8	IInst9	IInst10
IInst1	1,000	0,911	0,155	-0,128	0,627	-0,240	0,013	0,633	0,564	-0,204
IInst2	0,911	1,000	0,305	0,048	0,448	-0,059	0,200	0,461	0,445	-0,021
IInst3	0,155	0,305	1,000	0,864	-0,060	0,624	0,843	-0,202	-0,019	0,761
IInst4	-0,128	0,048	0,864	1,000	-0,267	0,586	0,683	-0,388	-0,168	0,684
IInst5	0,627	0,448	-0,060	-0,267	1,000	-0,407	-0,336	0,757	0,648	-0,311
IInst6	-0,240	-0,059	0,624	0,586	-0,407	1,000	0,790	-0,501	-0,434	0,785
IInst7	0,013	0,200	0,843	0,683	-0,336	0,790	1,000	-0,328	-0,274	0,777
IInst8	0,633	0,461	-0,202	-0,388	0,757	-0,501	-0,328	1,000	0,560	-0,520
IInst9	0,564	0,445	-0,019	-0,168	0,648	-0,434	-0,274	0,560	1,000	-0,182
IInst10	-0,204	-0,021	0,761	0,684	-0,311	0,785	0,777	-0,520	-0,182	1,000

Fonte: Próprio autor

¹⁷ A distância de Mahalanobis, segundo Cruz (1990), é recomendada principalmente para dados em que as variáveis são correlacionadas.

Uma vez calculadas as distâncias entre todas as instâncias, um modelo quadrático desenvolvido que permite representar os dados em um plano de coordenadas foi aplicado às instâncias – o modelo é análogo ao processo conhecido como *multidimensional scaling* e é apresentado no APÊNDICE C. O erro médio do modelo vale 4%, o que significa que as duas novas variáveis, retratadas nos dois eixos do plano de coordenadas, são capazes de explicar 96% da distância entre todas as instâncias. A Figura 7.19 retrata as coordenadas das 215 instâncias: os valores são adimensionais e retratam apenas a distância relativa entre as instâncias.

É possível observar por meio das distâncias entre as instâncias de que todas as instâncias do Conjunto 5 são muito diferentes das demais. Além disso, embora não tão diferente quanto as instâncias do Conjunto 5, parte das instâncias do Conjunto 1 também tem indicadores consideravelmente diferentes das demais instâncias.

Tais conclusões reforçam o que já havia sido observado na análise dos valores médios dos indicadores de cada conjunto de instâncias. Vale ressaltar que as instâncias do Conjunto 5 consideram nos custos unitários de transporte tanto os custos de transferência a partir de uma única origem, quanto os custos de distribuição até os clientes. Além disso, o Conjunto 5 e parte do Conjunto 1 são compostos por instâncias em que a capacidade de cada instalação é maior ou igual à demanda total.

Embora projetar os pontos em um plano de coordenadas seja capaz de auxiliar na análise visual das instâncias para a identificação de *outliers*, foram feitas *clusterizações* das instâncias a partir dos dados de distância entre cada par de instâncias – e não por meio das coordenadas obtidas.

Os *clusters* foram construídos com base em um algoritmo do tipo *k-means* com alteração na inicialização, no cálculo de distâncias e no cálculo da FO; o mesmo algoritmo apresentado na subseção 5.1.3 do capítulo 5 foi utilizado. Como medida de distância, foram utilizadas as distâncias de Mahalanobis, já citadas. Para a definição das *k* sementes iniciais, o Método Mc2, apresentado na subseção 5.1.2 do capítulo 5, foi utilizado, com θ valendo um.

Figura 7.19 – Representação das 215 instâncias dos conjuntos de 1 a 5 em um plano de coordenadas

Fonte: Próprio autor

Foram executadas cinco *clusterizações* com k valendo de dois a seis. Em seguida, foram comparados os valores da FO (d_k – média das distâncias entre todos os elementos de um mesmo *cluster*) com a distância média de todos os 215 elementos, conforme mostrado pela Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Distâncias médias de instâncias do mesmo *cluster*

k	d_k	d_k/d_1
1	22.652	100,00%
2	1.002	4,42%
3	269	1,19%
4	36	0,16%
5	34	0,15%
6	7	0,03%

Fonte: Próprio autor

O valor da quantidade de *clusters* (k) foi definido como quatro, sendo a menor quantidade de *clusters* cuja distância média entre elementos de um *cluster* (d_k) é menor que 1% da distância média de todos os dados. A Figura 7.20 retrata os pontos que representam as 215 instâncias e os quatro *clusters* resultantes.

Figura 7.20 – Representação dos *clusters* das 215 instâncias dos conjuntos de 1 a 5 em um plano de coordenadas

Fonte: Próprio autor

A Tabela 7.3 mostra a quantidade de elementos e a composição de cada um dos *clusters* identificados. Das 215 instâncias analisadas, 28 são definidas como *outliers*: as instâncias que compõem os *clusters* 2, 3 e 4. As demais 187 instâncias, que compõem o *cluster* 1, são utilizadas nas análises subsequentes apresentadas neste capítulo e nos capítulos 8 e 9.

Tabela 7.3 – <i>Clusters</i> de instâncias criados por <i>k-means</i> com <i>k</i> valendo 4		
<i>Cluster</i>	# de elementos	Composição
1	187	Conjuntos 2, 3, 4 e parte do Conjunto 1.
2	12	Conjunto 5 completo.
3	4	Parte do Conjunto 1: <i>cap131</i> a <i>cap134</i> .
4	12	Parte do Conjunto 1: <i>cap71</i> a <i>cap74</i> e <i>cap101</i> a <i>cap124</i> .

Fonte: Próprio autor

Todas as instâncias do Conjunto 5 foram consideradas *outliers*, bem como todas as instâncias não capacitadas – com capacidade de cada instalação igual à soma da demanda total – do Conjunto 1. Além disso, quatro instâncias capacitadas

do Conjunto 1 também foram consideradas como *outliers*: foram alocadas ao *cluster* 4.

7.3.2 Análise de propriedades de instalações

Para as 187 instâncias do *cluster* 1, são apresentadas as análises que relacionam os valores calculados dos indicadores e variáveis resposta do nível instalação.

7.3.2.1 Indicadores de candidatos das instâncias da literatura

A Tabela 7.4 mostra os valores médios e desvios padrão dos indicadores de candidatos das instâncias do *cluster* 1. Os dados representam 7.784 candidatos a instalação, presentes nas 187 instâncias.

Tabela 7.4 – Médias e desvios padrão dos indicadores de candidatos para os conjuntos do *cluster* 1

Indicador	Cálculo	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4
ICand1 - Demanda percentual de alocação ótima	Média	3,9%	4,5%	1,7%	1,7%
	Desvio padrão	5,0%	3,6%	1,9%	1,4%
ICand2 - Relação entre o aumento mínimo no custo em função de não abrir e o custo fixo	Média	44%	37%	1,9%	2,1%
	Desvio padrão	35%	34%	4,9%	3,2%
ICand3 - Relação entre o custo fixo e a capacidade	Média	96%	81%	30%	43%
	Desvio padrão	19%	24%	21%	19%
ICand4 - Relação entre o custo fixo e a demanda de alocação ótima	Média	23%	37%	46%	17%
	Desvio padrão	26%	29%	42%	25%
ICand5 - Relação entre a contribuição ao <i>lower bound</i> do custo variável e o <i>upper bound</i>	Média	2,6%	1,5%	0,1%	0,1%
	Desvio padrão	4,4%	1,9%	0,1%	0,1%
ICand6 - Relação entre o custo fixo e o <i>upper bound</i>	Média	1,3%	3,0%	2,4%	1,7%
	Desvio padrão	0,5%	1,1%	1,4%	0,8%
ICand7 - Relação entre o potencial de ordem 5 e o <i>upper bound</i>	Média	2,1%	5,1%	0,1%	0,1%
	Desvio padrão	2,4%	6,2%	0,1%	0,2%
ICand8 - Potencial total normalizado	Média	40%	57%	38%	44%
	Desvio padrão	29%	31%	22%	20%

Fonte: Próprio autor

É possível observar padrões nos valores médios e desvios padrão dos indicadores de candidatos de cada conjunto. Os conjuntos 1 e 2 apresentam valores médios consideravelmente maiores principalmente para os indicadores *ICand2*, *ICand5* e *ICand7* que os conjuntos 3 e 4. Para os indicadores *ICand4* e *ICand6*, as médias também são maiores para os conjuntos 1 e 2 em relação aos conjuntos 3 e 4. Por fim, para os indicadores *ICand4*, *ICand6* e *ICand8*, não é possível identificar padrões claros para cada um dos conjuntos de instâncias.

Parte das diferenças entre os conjuntos são reflexo da distribuição dos pontos – mais concentrados nos conjuntos 1 e 2 e geograficamente distribuídos nos conjuntos 3 e 4. O impacto dessa característica é notável, por exemplo, nos valores do *ICand2* – cujo valor pode ser um preditor de abertura de um candidato na solução ótima, conforme demonstrado na subseção 7.1.3. Com os candidatos menos espalhados ao longo da região, um maior número de instalações causam maiores *aumentos mínimos no custo variável de transporte* em função de sua não abertura; um impacto deste efeito pode ser observado, por exemplo, nos valores médios dos indicadores *ICand1*, *ICand2*, *ICand5* e *ICand7* mostrados na Tabela 7.4.

As Figuras 7.21 a 7.28 retratam a relação de cada um dos indicadores de candidatos com os valores médios das variáveis resposta *ZOtimo* e *ZMed²⁰*; tais figuras também retratam histogramas da frequência de candidatos em cada faixa de valor do indicador. O valor médio de *ZOtimo* de cada faixa equivale ao percentual de candidatos da faixa que são abertos na solução ótima.

A Figura 7.21 retrata a relação entre os valores médios de *ZOtimo* e *ZMed²⁰* e a demanda percentual de alocação ótima (*ICand1*) para os candidatos das instâncias do *cluster 1*. Embora a maior parte dos candidatos tenha o *ICand1* muito baixo – 57% valendo menos que 2% e 88% valendo menos que 5% –, é possível identificar uma clara relação entre o valor do indicador e a frequência em que os candidatos são abertos.

Figura 7.21 – Relação entre as variáveis resposta *ZOtimo* e *ZMed²⁰* e o indicador *ICand1* – Demanda percentual de alocação ótima, para instâncias do *cluster 1*

Fonte: Próprio autor

Para todos os candidatos cujo valor do *ICand1* é maior que 10%, os valores médios de *ZOtimo* e de *ZMed²⁰* são maiores que 0,8. Além disso, todos os 75 candidatos (1,0%) cujo valor de *ICand1* é maior que 13% têm *ZOtimo* valendo 1 – ou seja, são abertos na solução ótima.

A Figura 7.22 retrata a relação entre os valores médios de *ZOtimo* e *ZMed²⁰* e a relação entre o aumento mínimo no custo em função de não abrir um candidato e seu custo fixo (*ICand2*) para os candidatos das instâncias do *cluster* 1.

O valor do *ICand2* é baixo para grande parte dos candidatos: para 48% deles vale menos que 1% e para 77% deles, vale menos que 10%. Por outro lado, para 290 candidatos (3,7%), o *ICand2* vale 1.

O valor de *ICand2* tem forte relação na abertura dos candidatos na solução ótima: todos os candidatos cujo valor do *ICand2* vale 100% fazem parte da solução ótima e apenas dois dos 324 candidatos cujo *ICand2* é maior que 90% não fazem parte da solução ótima.

Embora tenham sido abertos nas soluções ótimas, para 51 (17,6%) dos 290 candidatos com *ICand2* valendo 100%, não é possível garantir sua abertura na solução ótima apenas com base no *ICand2* – a demonstração apresentada na subseção 7.1.3 garante apenas que todos os candidatos cujas capacidades sejam maiores que sua *demandade alocação ótima* fazem parte da solução ótima.

Vale ressaltar que dos 290 candidatos com valor de *ICand2* igual a 100%, 99 fazem parte de instâncias do Conjunto 1 (18,2% dos candidatos do Conjunto 1), 190 do Conjunto 2 (11,9% do Conjunto 2) e apenas 1 candidato do Conjunto 3. As instâncias do Conjunto 4 não têm nenhum candidato cujo *ICand2* vale 100%.

Além disso, se forem consideradas apenas as *instalações ótimas*, para as instâncias do Conjunto 1, 40,1% delas são compostas por candidatos com *ICand2* valendo 100%; o percentual para candidatos abertos em instâncias do Conjunto 2 é de 30,2%.

Além disso, para os demais candidatos – cujos valores de *ICand2* não são tão altos, também é possível identificar certa relação entre o valor de *ICand2* e os valores das variáveis resposta.

Figura 7.22 – Relação entre as variáveis resposta ZO_{timo} e $PMed^{20}$ e o indicador $ICand2$ – Relação entre o aumento mínimo no custo em função de não abrir e o custo fixo, para instâncias do *cluster 1*

Fonte: Próprio autor

A Figura 7.23 retrata a relação entre os valores médios de ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ e a relação entre o custo fixo e a capacidade ($ICand3$) para os candidatos das instâncias do *cluster 1*.

Vale lembrar que o indicador $ICand3$ é normalizado, o que significa que seu valor é dado em termos percentuais ao maior valor da relação entre custo fixo e capacidade dentre todos os candidatos para cada instância. Por isso, é possível observar na Figura 7.23 uma alta concentração de candidatos com $ICand3$ valendo 100%: quase a totalidade dos candidatos de instâncias do Conjunto 1 e de parte de instâncias do Conjunto 2 têm custos fixos e capacidades constantes. Também existe uma pequena parcela de candidatos com $ICand3$ valendo zero: o candidato com custo zero de cada instância do Conjunto 1.

Os valores de $ICand3$ para os demais candidatos são distribuídos ao longo do intervalo entre 0% e 100%, em que é possível observar uma clara relação entre os valores de $ICand3$ e das variáveis resposta.

Para a faixa de $ICand3$ valendo até 6%, a totalidade dos candidatos (2,2%) faz parte de todas as soluções ótimas, com os valores médios de ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ sendo, respectivamente, 100% e 99,9%.

Ainda por meio da Figura 7.23, é possível observar que a presença dos candidatos nas melhores soluções reduz consideravelmente conforme o valor de $ICand3$ aumenta até em torno de 20%. Para valores de $ICand3$ maiores que 20%, o

impacto do indicador na abertura dos candidatos é aparentemente menor, sendo possível que outras características, que não o custo fixo, sejam mais preponderantes na abertura de tais candidatos.

Figura 7.23 – Relação entre as variáveis resposta ZO_{timo} e $PMed^{20}$ e o indicador $ICand3$ – Relação entre o custo fixo e a capacidade, para instâncias do *cluster 1*

Fonte: Próprio autor

A Figura 7.24 retrata a relação entre os valores médios de ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ e a relação entre o custo fixo e a *demanda de alocação ótima* ($ICand4$) para os candidatos das instâncias do *cluster 1*.

Figura 7.24 – Relação entre as variáveis resposta ZO_{timo} e $PMed^{20}$ e o indicador $ICand4$ – Relação entre o custo fixo e a *demanda de alocação ótima*, para instâncias do *cluster 1*

Fonte: Próprio autor

Da mesma forma que o indicador *ICand3*, o *ICand4* também é normalizado, dado em termos percentuais em relação ao maior valor da relação entre custo fixo e *demanda de alocação ótima* dentre todos os candidatos para cada instância.

Não é possível observar uma relação tão clara entre o indicador *ICand4* e as variáveis respostas. Por outro lado, para a faixa entre 0% e 20% – em que se enquadram 50% dos candidatos – é possível identificar uma redução nos valores médios de *ZOtimo* e *ZMed²⁰* conforme *ICand4* aumenta.

A Figura 7.25 retrata a relação entre os valores médios de *ZOtimo* e *ZMed²⁰* e a relação entre a contribuição ao *lower bound* do custo variável de transporte de um candidato e o valor do *upper bound* da instância (*ICand5*) para os candidatos das instâncias do *cluster 1*.

Embora quase a totalidade dos candidatos apresentem valores de *ICand5* dentro de uma pequena faixa – entre 0% e 2% – é possível identificar uma clara relação entre o *ICand5* e as variáveis resposta.

Para candidatos com valores de *ICand5* até em torno de 5%, ocorre um aumento quase constante na média dos valores de *ZOtimo* e *ZMed²⁰*. Para os 101 candidatos (1,3%) que se enquadram na faixa entre 5% e 10%, 94,4% deles fazem parte da solução ótima, enquanto esse percentual é de 100% para os 56 candidatos com valor de *ICand5* maior que 10%.

Figura 7.25 – Relação entre as variáveis resposta *ZOtimo* e *ZMed²⁰* e o indicador *ICand5* – Relação entre a contribuição ao *lower bound* do custo variável e o *upper bound*, para instâncias do *cluster 1*

Fonte: Próprio autor

Vale ressaltar que, conforme mostrado pela Tabela 7.4, a faixa de valores do *ICand5* para os candidatos das instâncias dos conjuntos 3 e 4 é pequena – 80,1% dos candidatos têm *ICand5* valendo menos que 0,1% e 99,1% dos candidatos têm *ICand5* valendo menos que 0,5%. Em consequência, o comportamento que pode ser observado mais claramente por meio da Figura 7.25 é referente, sobretudo, às instâncias dos conjuntos 1 e 2.

A Figura 7.26 retrata a relação entre os valores médios de *ZOtimo* e *ZMed²⁰* e a relação entre o custo fixo de cada candidato e o valor do *upper bound* da instância (*ICand6*) para os candidatos das instâncias do *cluster 1*.

Os valores de *ICand6* são distribuídos ao longo de uma pequena faixa, não valendo, para nenhum candidato, mais que 10%.

Figura 7.26 – Relação entre as variáveis resposta *ZOtimo* e *ZMed²⁰* e o indicador *ICand6* – Relação entre o custo fixo e o *upper bound*, para instâncias do *cluster 1*

Fonte: Próprio autor

Com comportamento similar ao *ICand3*, é possível observar, ainda por meio da Figura 7.26, que a presença dos candidatos nas melhores soluções reduz consideravelmente conforme o valor de *ICand6* aumenta até em torno de 3,5%. Para valores de *ICand6* maiores que 3,5%, o impacto do indicador na abertura dos candidatos é aparentemente menor, sendo possível que outras características, que não o custo fixo, sejam mais preponderantes na abertura ou não de tais candidatos. Ao contrário do *ICand3*, porém, a maior parte dos candidatos (81,5%) se encontra na faixa em que a relação entre o indicador *ICand6* e as variáveis resposta se mostra mais forte.

A Figura 7.27 retrata a relação entre os valores médios de ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ e a relação entre o *potencial* de ordem 5 e o valor do *upper bound* da instância ($ICand7$) para os candidatos das instâncias do *cluster* 1.

Embora grande parte dos candidatos (93,3%) se encontre dentro de uma pequena faixa, em que o $ICand7$ vale entre 0% e 5%, é possível identificar uma clara relação entre o $ICand7$ e as variáveis resposta: ocorre um aumento quase constante na média dos valores de ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ para candidatos dentro da faixa. A relação do $ICand7$ com as variáveis resposta não se dão, porém, apenas nessa referida faixa: por exemplo, para todos os 140 candidatos (1,8%) cujo valor do $ICand7$ é maior que 15%, os valores médios de ZO_{timo} e de $ZMed^{20}$ é maior que 0,8. Além disso, todos os 59 candidatos (0,8%) cujo valor de $ICand7$ é maior que 22% têm ZO_{timo} valendo 1 – ou seja, são abertos na solução ótima.

A exemplo do $ICand5$, a faixa de valores do $ICand7$ para os candidatos das instâncias dos conjuntos 3 e 4 também é pequena – 97,1% dos candidatos têm $ICand7$ valendo menos que 0,5% e 99,8% dos candidatos têm $ICand7$ valendo menos que 1%. Em consequência, o comportamento que pode ser observado mais claramente por meio da Figura 7.27 é referente, sobretudo, às instâncias dos conjuntos 1 e 2.

Figura 7.27 – Relação entre as variáveis resposta ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ e o indicador $ICand7$ – Relação entre o *potencial* de ordem 5 e o *upper bound*, para instâncias do *cluster* 1

Fonte: Próprio autor

Por fim, a Figura 7.28 retrata a relação entre os valores médios de ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ e o *potencial* total normalizado ($ICand8$) para os candidatos das instâncias do *cluster* 1.

É possível observar uma clara relação entre os valores de $ICand8$ e das variáveis resposta, principalmente no que tange à não abertura de cada candidato: ocorre uma taxa de abertura baixa em candidatos com valores $ICand8$ baixo; embora seja possível identificar um aumento nos valores médios de ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ conforme $ICand8$ aumenta, os valores não são tão altos quanto os observados nas análises dos demais indicadores.

Figura 7.28 – Relação entre as variáveis resposta ZO_{timo} e $ZMed^{20}$ e o indicador $ICand8$ – Potencial total normalizado, para instâncias do *cluster* 1

Fonte: Próprio autor

7.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo uma investigação sobre propriedades associadas ao CFCFL foi apresentada. Inicialmente três hipóteses relacionadas ao comportamento das soluções ótimas de instâncias do CFCFL em função da alteração de seus parâmetros de custo e capacidade foram demonstradas.

Primeiramente a Hipótese 7.1 foi demonstrada: para instâncias em que o custo fixo de todas as instalações é igual e os custos unitários de transporte, demandas e capacidades são mantidos constantes, conforme o custo fixo médio das instalações aumenta, menor é a quantidade de instalações abertas na solução ótima. Também

foi demonstrado que para problemas em que o custo fixo de todas as instalações não é o mesmo, a Hipótese 7.1 não é necessariamente válida. Embora a Hipótese 7.1 seja intuitiva, provas matemáticas de sua validade não foram encontradas pelo autor na literatura científica.

A Hipótese 7.2 é, de certa forma, contra intuitiva: para instâncias em que os custos fixos, custos unitários de transporte e demandas são mantidos constantes, se a capacidade dos candidatos for reduzida, pode ocorrer que a quantidade de instalações da nova solução ótima também reduza. Uma condição necessária e suficiente para que isso ocorra foi levantada. Tampouco foram encontradas pelo autor na literatura científica provas da validade da Hipótese 7.2.

Por fim, a Hipótese 7.3 também foi demonstrada: quando a relação entre o “aumento mínimo no custo variável de transporte”, causado pela não abertura de um candidato c , e seu custo fixo é maior ou igual a 1 e sua *demanda de alocação ótima* é menor ou igual a sua capacidade, tal candidato é necessariamente aberto em uma solução ótima. Tal propriedade pode ter grande impacto no desenvolvimento de métodos de resolução – exatos ou não –, uma vez que pode reduzir o tamanho de tais problemas.

Em seguida, foram propostos indicadores que retratam propriedades de instâncias do CFCFL com o objetivo de dar base à análise topológica das instâncias utilizadas na tese. Com base na estrutura do CFCFL, foram exploradas propriedades associadas a instâncias e associadas a candidatos, que podem ter impacto na configuração das melhores soluções de cada instância.

Por fim, a análise topológica foi apresentada: os indicadores de instância foram calculados para cada uma das instâncias e seus valores analisados em relação à quantidade de instalações abertas em suas 20 melhores soluções. Distâncias estatísticas entre todas as instâncias foram calculadas, a partir das quais foram feitas *clusterizações* para identificação de *outliers*. Todas as instâncias do Conjunto 5 e parte das instâncias do Conjunto 1 foram identificadas como as mais distantes em relação às demais instâncias, sendo consideradas *outliers*, e foram eliminadas das análises subsequentes. A maior parte das instâncias mais distantes têm candidatos com capacidade de atender toda a demanda.

Para as instâncias resultantes, foram identificados dois padrões principais de distribuição de pontos: as instâncias dos conjuntos 1 e 2 apresentam uma distribuição mais concentrada e irregular, se assemelhando à distribuição geográfica observada na distribuição regional da população; as demandas apresentam coeficientes de variação maiores, comparáveis aos coeficientes de variação observados na população de cidades em casos reais. Já as instâncias dos conjuntos 3 e 4 apresentam pontos aparentemente aleatoriamente espaçados ao longo de áreas quadradas, com baixos coeficientes de variação. Tais diferenças apresentam impacto nos valores de parte dos indicadores propostos.

Para candidatos das instâncias do *cluster* 1, os indicadores foram calculados e seus valores analisados em relação aos valores médios de suas variáveis de abertura nas soluções ótimas e nas 20 melhores soluções.

Por meio do indicador *ICand2*, para as 187 instâncias analisadas, é possível identificar, *a priori* à resolução do modelo, 239 candidatos que fazem parte da solução ótima: 9,9% das instalações abertas nas soluções ótimas podem ser identificadas antes da resolução do modelo matemático.

Neste quesito, foi observada uma grande diferença entre os conjuntos de instâncias: para as instâncias do Conjunto 1, 40,1% das instalações ótimas são têm *ICand2* valendo 100% e para as instâncias do Conjunto 2, o percentual dos candidatos com *ICand2* valendo 100% em relação às instalações ótimas é de 30,2%. Apenas um dos candidatos de instâncias do Conjunto 3 tem *ICand2* valendo 100%. Nenhum candidato de instâncias do Conjunto 4 tem *ICand2* valendo 100%. Essas diferenças são reflexos dos diferentes padrões de distribuição de pontos já mencionados.

Também é possível verificar que os valores de grande parte dos indicadores estão associados aos padrões de distribuição dos pontos. Embora a *clusterização* aplicada não tenha separado tais instâncias – uma vez que outras instâncias são ainda mais diferentes –, a análise topológica do padrão de distribuição dos pontos deve fazer parte das etapas anteriores à otimização em si ao longo do SCND.

Além disso, outros indicadores propostos também apresentam relações com as variáveis resposta. Tais relações, porém, não são conclusivas: não é possível utilizar

cada indicador individualmente para identificar com certeza qual candidato é aberto nas melhores soluções.

Por outro lado, com a exploração em conjunto dos indicadores propostos, modelos de predição podem ser utilizados para responder às duas questões supracitadas associadas ao SCND. Um modelo de redes neurais é apresentado no capítulo 8, em que se busca relacionar os indicadores propostos às variáveis resposta.

8 UTILIZAÇÃO DE REDES NEURAIIS NA AVALIAÇÃO DA POTENCIALIDADE DE INSTALAÇÕES

Este capítulo apresenta a aplicação de modelos que buscam identificar relações entre os valores dos indicadores das instâncias aos valores das variáveis resposta das melhores soluções. Foram desenvolvidos e aplicados às instâncias de localização consideradas nesta tese modelos de redes neurais (RN) que são capazes de reproduzir tais relações.

Segundo Goldschmidt (2010), redes neurais são modelos matemáticos inspirados nos princípios de funcionamento dos neurônios biológicos e na estrutura do cérebro, que têm capacidade de adquirir, armazenar e utilizar conhecimento experimental e buscam simular computacionalmente habilidades humanas tais como aprendizado, generalização, associação e abstração.

Embora nesta tese se busque investigar a utilização de RN para identificar a relação entre indicadores e variáveis resposta de problemas de localização, deve-se destacar que outras técnicas também podem ser promissoras para atingir tais objetivos, tais como regressões multivariadas, árvores de decisão, máquinas de vetores de suporte, entre outras.

Não se pretende fazer uma revisão abrangente sobre redes neurais nesta tese¹⁸, e sim identificar os estudos que utilizam RN para a resolução de modelos de localização.

Em relação ao tipo de aprendizado, as redes neurais podem ser classificadas em supervisionado ou não supervisionado. Enquanto as RN clássicas com aprendizado supervisionado se baseiam em elementos de treino – conjunto de dados –, com os quais o aprendizado acontece, as RN com aprendizado não supervisionado aprendem com os próprios elementos sobre os quais se deseja tratar; estas últimas costumam ser aplicadas a problemas de classificação, enquanto as primeiras normalmente são aplicadas a problemas de previsão.

¹⁸ Para um aprofundamento sobre modelos de redes neurais, recomenda-se, por exemplo, o livro de Haykin (2001).

O aprendizado de redes neurais supervisionadas consiste na modificação dos pesos das conexões entre os neurônios – parâmetros das RN que relacionam os valores dos dados de entrada aos valores dos dados de saída –, iterativamente por meio de algoritmos, de forma a minimizar o erro entre os valores de saída conhecidos e os previstos pelo modelo.

Uma vez que as RN clássicas com aprendizado supervisionado são as mais adequadas para identificar as relações entre neurônios de entrada e de saída quando estes já são conhecidos para um conjunto de elementos – conforme é a questão levantada neste capítulo –, este é o tipo de RN utilizada nesta tese.

Alguns autores classificam como um caso particular de aprendizado supervisionado o aprendizado por reforço. Segundo Goldschmidt (2010), no aprendizado por reforço, o crítico externo não informa qual a resposta desejada, mas procura maximizar o reforço das ações boas executadas pela RN. Ou seja, para esse tipo de modelo, não são fornecidos valores de saída que representam qual é a resposta desejada para cada elemento de entrada; por outro lado, uma forma de medir a qualidade do modelo é fornecida. A utilização de redes neurais para tratar de problemas de otimização se baseia sobretudo por este tipo de RN, conforme evidenciado a seguir.

A utilização de redes neurais para obter soluções para problemas de otimização *NP-Hard* foi originada quando Hopfield e Tank (1985) demonstraram que o problema do Caixeiro-viajante podia ser solucionado utilizando RN do tipo Hopfield (SMITH, 1999). Os autores (HOPFIELD; TANK, 1985) utilizam uma rede com aprendizado por reforço, para a qual uma função de energia é definida; o modelo busca obter uma combinação de parâmetros que resulta em uma rede neural com o menor nível energético. Segundo Smith; Krishnamoorthy e Palaniswami (1996), redes neurais do tipo Hopfield podem ser utilizadas como um método não exato para abordar problemas combinatórios de otimização.

Consequentemente, o mecanismo de aprendizado das RN normalmente aplicadas a problemas de otimização pode ser entendido como um tipo de meta-heurística: existe uma função que representa a qualidade de cada solução – a função de energia de Hopfield (HOPFIELD; TANK, 1985) – e os parâmetros da RN são ajustados de forma a obter soluções que maximizem ou minimizem seu valor.

Smith (1999) faz uma revisão sobre a aplicação de redes neurais para a resolução de problemas de otimização combinatória. Para problemas de localização, são encontrados na literatura científica estudos que utilizam redes neurais do tipo Hopfield na resolução do problema p -Medianas (DOMÍNGUEZ; MUÑOZ, 2002, 2008) e problemas de localização de Hubs (SMITH; KRISHNAMOORTHY; PALANISWAMI, 1996).

Outras abordagens, além da utilização de RN do tipo Hopfield, também são utilizadas em problemas de localização. Por exemplo, Benjamin *et al.* (1995) utilizam uma RN para classificar os estados dos EUA em termos de qualidade para receber uma instalação logística e por Guo; Cheng e Wang (2017), que desenvolvem um algoritmo genético para solucionar um problema de localização de instalações capacitadas com duas camadas; os autores utilizam uma RN para simplificar o cálculo do valor da função de *fitness* das soluções geradas ao longo da heurística, melhorando seu tempo de resolução.

Por outro lado, são encontrados poucos trabalhos que utilizam RNs clássicas com aprendizado supervisionado a problemas de localização: a única aplicação de RN com aprendizado supervisionado clássico a um problema de localização encontrada na literatura foi apresentada por Kuo; Chi e Kao (2002), que relacionam indicadores de farmácias com dados históricos de quantidade de clientes para propor um modelo que integra AHP com RN para localização de farmácias considerando fatores de competição entre locais.

Não foram encontrados na literatura científica trabalhos que aplicam RNs clássicas com aprendizado supervisionado a problemas de localização considerados no SCND.

Consequentemente, embora também tratando de RN, as aplicações apresentadas nesta tese se diferem das RNs normalmente aplicadas a problemas de otimização: aplicações de RNs clássicas com aprendizado supervisionado, em que uma parte das instâncias avaliadas na tese é selecionada como os elementos que fazem parte do conjunto de treino, com o qual as RNs devem aprender como se relacionam os neurônios de entrada – indicadores definidos no capítulo 7 – e os neurônios de saída – variáveis resposta também definidas no capítulo 7; as demais instâncias são utilizadas como elementos que compõem o conjunto de aplicação, para avaliar os resultados das RNs.

A seguir, os detalhes das RNs e a metodologia considerada em suas aplicações são descritas. Posteriormente os resultados das aplicações aos dados das instâncias utilizadas na tese são apresentados.

8.1 ABORDAGEM UTILIZADA NA APLIAÇÃO DAS REDES NEURAIS

A Figura 8.1 retrata um esquema simplificado das RN utilizadas na tese, com três camadas de neurônios. Os neurônios da camada de entrada representam os indicadores propostos para as instâncias e candidatos e os neurônios da camada de saída representam as variáveis resposta, propostos na seção 7.2 do capítulo 7.

Figura 8.1 – Esquema de RN clássica com aprendizado supervisionado e três camadas de neurônios

Fonte: Próprio autor

A metodologia considerada na aplicação das RNs é retratada pela Figura 8.2; a aplicação é feita em dois níveis: inicialmente um modelo de redes neurais (Rn1) é aplicado no nível instância, com o objetivo de estimar qual é quantidade ótima de instalações abertas nas melhores soluções. Cada elemento fornecido para esta RN representa uma instância.

Em seguida, dois modelos de redes neurais (Rn2 e Rn3) foram aplicados no nível candidatos.

O primeiro tem o objetivo de identificar “candidatos previsíveis”¹⁹: candidatos que certamente fazem parte da solução ótima ou que certamente não fazem parte da solução ótima. O segundo modelo de RN no nível candidatos busca retratar a qualidade de cada candidato para se tornar uma instalação aberta. Para estas duas RNs, cada elemento fornecido representa um candidato de uma instância.

Figura 8.2 – Metodologia utilizada na aplicação das RNs

Fonte: Próprio autor

Além disso, a resposta da RN do nível instância – quantidade estimada de instalações abertas nas melhores soluções – é utilizada para calcular parte dos dados de entrada nas RN do nível candidato. Por isso os modelos de RN de nível candidato dependem da aplicação do modelo de RN do nível instância.

As RNs foram aplicadas por meio de um programa computacional desenvolvido em linguagem *C#*, que utilizou a plataforma de aprendizado de máquina *Encog* (HEATON, 2015) na criação dos modelos.

Algumas das características das RNs, como quantidade de camadas, quantidade de neurônios na camada intermediária e funções de ativação foram definidas por meio de testes realizados ao longo da construção dos modelos, que

¹⁹ Neste trabalho, o termo “candidatos previsíveis” é utilizado para designar os candidatos cuja abertura ou cuja não abertura na solução ótima pode ser prevista por meio da aplicação da Rn2.

não serão apresentados. Entretanto, foram utilizados os parâmetros que obtiveram menor erro médio na etapa de treino.

Os treinos se deram por meio de 1.000 iterações, em que se buscou minimizar o erro quadrático entre os valores dos neurônios de saída previstos e reais para os elementos do conjunto de treino de cada cenário. O cálculo do erro quadrático (*errquad*) resultante se dá por meio da equação (8.1).

$$errquad = \frac{\sum_{e \in CT} \sum_{n=1}^{nsaida} (Vest_e^n - Vreal_e^n)^2}{nsaida \cdot |CT|} \quad (8.1)$$

Em que:

$Vest_e^n$: valor estimado do neurônio de saída n do elemento e

$Vreal_e^n$: valor real do neurônio de saída n do elemento e

$nsaida$: quantidade de neurônios de saída da rede neural

CT : conjunto de instâncias selecionadas para treino da rede neural

Vale ressaltar que o cálculo do erro quadrático é feito com os valores normalizados dos neurônios de saída contidos no intervalo $[0,1]$.

As aplicações das três RNs foram feitas para quatro cenários, em que foram selecionados aleatoriamente quatro conjuntos diferentes de instâncias para treino (CTs): em dois cenários, 80% (150) das instâncias do *cluster* 1 – apresentado na seção 7.3 do capítulo 7 – foram utilizadas como instâncias de treino enquanto para os outros dois cenários, o percentual de instâncias utilizado para treino foi de 60% (113) do *cluster* 1. A cada CT está associado um “conjunto de aplicação” (CA) – composto pelas demais instâncias do *cluster* 1 que não fazem parte do CT correspondente. Os CA1 e CA2 são compostos por 37 (20%) instâncias, cada, enquanto os CA3 e CA3 são compostos por 74 (40%) instâncias cada, resultando em um total de 222 instâncias cujas aplicações das RNs são analisadas. As seleções dos CTs e CAs de cada cenário foram feitas de forma independente das seleções dos demais cenários.

A Figura 8.3 retrata os conjuntos CTs e CAs de cada um dos quatro cenários utilizados nas aplicações das RNs com base nas coordenadas estimadas das instâncias do *cluster* 1 retratadas pela Figura 7.19 do capítulo 7.

Figura 8.3 – CTs e CAs para os quatro cenários utilizados na aplicação das RNs

Fonte: Próprio autor

A composição de cada um dos quatro CTs e CAs definidos é apresentada no APÊNDICE D.

8.1.1 Rede Neural 1 (Rn1) – Previsão de quantidade de instalações abertas

A Rn1 trata de elementos do nível instância e tem o objetivo de estimar a quantidade ótima de instalações em cada instância. Ela é composta de 10 neurônios de entrada, 31 neurônios intermediários e dois neurônios de saída.

A função de ativação da camada intermediária é do tipo Elliot (ELLIOTT, 1993) e a da camada de saída é do tipo Sigmoide – as duas funções são amplamente utilizadas como funções de ativação em redes neurais. Na seção E.1 do APÊNDICE E são apresentados mais detalhes sobre as funções de ativação utilizadas.

Os 10 neurônios de entrada representam os valores dos 10 indicadores de instâncias definidos na subseção 7.2.1 do capítulo 7 – *IInst1* a *IInst10* – e os dois

neurônios de saída representam as duas variáveis resposta definidas na subseção 7.2.3.1 do capítulo 7 – *POtimo* e *PMed²⁰*.

Os valores dos neurônios de entrada e de saída dos elementos dos CTs e os valores dos neurônios de entrada dos elementos dos CAs são fornecidos à Rn1 após uma normalização linear para o intervalo $[0,1]$.

Além disso, conforme retratado na Figura 8.2, os dados de saída da Rn1 – quantidade de instalações estimada – são utilizados no cálculo de parte dos dados de entrada das Rn2 e Rn3.

Consequentemente, são propostos novos indicadores – denominados nesta tese meta-indicadores, uma vez que não são calculados apenas por meio de parâmetros das instâncias – calculados a partir das variáveis resposta estimadas pela Rn1.

Apesar de tais meta-indicadores dependerem da aplicação de uma RN – e por isso representarem uma estimativa de quantidade de instalações cujo valor está associado aos erros resultantes da Rn1 – eles são utilizados uma vez que a informação de quantidade de instalações, ainda que aproximada, pode fornecer importante subsídio às RNs do nível candidato.

Os três meta-indicadores são associados ao valor estimado de *PMed²⁰*, uma vez que tal variável resposta reflete melhor o comportamento geral das melhores soluções enquanto *POtimo* retrata a quantidade de instalações de apenas uma solução. As definições dos meta-indicadores são apresentadas a seguir.

8.1.1.1 Meta-indicador de instância 11 (*IInst11*): Quantidade média estimada de instalações abertas nas 20 melhores soluções

A quantidade de instalações que são abertas nas melhores soluções tem relação com a abertura de cada instalação para essas soluções. Se a quantidade de instalações ótimas de um problema é baixa, é menos provável que instalações mal localizadas sejam abertas. Por outro lado, em um problema em que grande quantidade de instalações deve ser aberta, pode ocorrer de parte das instalações não tão bem localizadas fazerem parte das melhores soluções do problema.

O meta-indicador *IInst11* é definido como o valor estimado de *PMed²⁰* – obtido por meio da Rn1 –, conforme a equação (8.2).

$$IInst11 = PMed_{est}^{20} \quad (8.2)$$

Em que:

$PMed_{est}^{20}$: valor de $PMed^{20}$ estimado pela Rn1

8.1.1.2 Meta-indicador de instância 12 ($IInst12$): Percentual médio estimado de instalações abertas nas 20 melhores soluções

O percentual estimado de instalações abertas de instalações também pode ter impacto no tipo de instalação aberta em cada instância. Por isso, também foi levada em consideração a relação entre o valor estimado da quantidade das instalações abertas nas 20 melhores soluções e a quantidade de candidatos da instância.

A $IInst12$ é definida como o valor estimado dessa relação – o percentual médio estimado de instalações abertas nas 20 melhores soluções. Seu cálculo é dado pela equação (8.3).

$$IInst12 = \frac{PMed_{esp}^{20}}{|C|} \quad (8.3)$$

8.1.1.3 Meta-indicador de instância 13 ($IInst13$): Quantidade média estimada de clientes a serem alocados em cada instalação nas 20 melhores soluções

Por fim, o indicador $IInst13$ é definido: ele retrata, para cada instância, a quantidade média estimada de clientes a serem atendido por cada instalação.

O indicador $IInst13$ é calculado pela equação (8.4), sendo que $|L|$ representa a quantidade de clientes existentes na instância.

$$IInst13 = \frac{|L|}{PMed_{esp}^{20}} \quad (8.4)$$

8.1.2 Rede Neural 2 (Rn2) – Classificação de candidatos *previsíveis* abertos e não abertos

A Rn2 trata de elementos do nível instalação; tem o objetivo de identificar candidatos classificados como *previsíveis*: candidatos que fazem parte das 20 melhores soluções e candidatos que não fazem parte de nenhuma das 20 melhores soluções.

Para atingir seu objetivo, a Rn2 é estruturada na forma de uma RN Bayesiana, uma vez que sua resposta é dada em termos da probabilidade de cada elemento fazer parte de cada um dos grupos definidos.

A Rn2 é composta de 15 neurônios de entrada, 46 neurônios intermediários e três neurônios de saída. A função de ativação da camada intermediária é do tipo Elliot e a da camada de saída é do tipo *Softmax – função exponencial normalizada*. Vale notar que a saída da função de ativação Softmax é calculada considerando todos os neurônios de saída, de forma que sua soma seja igual a um. Na seção E.1 do APÊNDICE E são apresentados mais detalhes sobre as funções de ativação utilizadas.

Dos 15 neurônios de entrada, quatro deles representam os valores de parte dos indicadores de instâncias definidos na subseção 7.2.1 do capítulo 7 – *IInst1*, *IInst6*, *IInst8* e *IInst9*. Apenas quatro dos indicadores de instâncias foram utilizados nesta RN em função do excessivo esforço computacional despendido no treino de redes com muitos neurônios. A seleção foi feita por meio de testes realizados ao longo da construção do modelo que não serão apresentados no detalhe; tais indicadores têm baixa correlação entre si e representam aspectos fundamentais de custo e capacidade associados às instâncias.

Além disso, também foram considerados os oito indicadores de candidatos definidos na subseção 7.2.2 do capítulo 7 – *ICand1* a *ICand8* – e os três meta-indicadores de instância obtidos por meio dos resultados da Rn1 – *IInst11* a *IInst13*.

Os valores dos neurônios de entrada tanto dos elementos de treino como dos de aplicação (CTs e CAs), são fornecidos à Rn2 após uma normalização linear para o intervalo $[0,1]$.

Os três neurônios de saída, por sua vez, estão associados às três classes de candidatos definidas, conforme mostrado pela Tabela 8.1. A lógica da Rn2 consiste em associar as características dos candidatos que fazem parte das 20 melhores soluções a uma alta qualidade, indicando que candidatos com tais características têm alta probabilidade de fazerem parte da solução ótima dos problemas. A mesma lógica é utilizada com as características dos candidatos que não fazem parte de nenhuma das 20 melhores soluções: candidatos com tais características têm baixa probabilidade de fazerem parte da solução ótima.

Tabela 8.1 – Classes de candidatos da Rn2

Classe	Definição	Tipo da classe
1	Local candidato em que abre instalação mas 20 melhores soluções	Previsível
2	Local candidato em que não abre instalação nas 20 melhores soluções	Previsível
3	Local candidato abre em uma parte das 20 melhores soluções	Não previsível

Fonte: Próprio autor

Para os elementos de treino (CTs) é necessário aplicar uma transformação nos dados: os candidatos que são abertos em todas as 20 melhores soluções são alocados à classe 1; os candidatos que não são abertos em nenhuma das 20 melhores soluções são alocados à classe 2; por fim, todos os demais candidatos – que fazem parte de 1 a 19 das 20 melhores soluções – são alocados à classe 3.

Consequentemente, a transformação dos neurônios de saída de cada elemento dos CTs é feita conforme as expressões (8.5), (8.6) e (8.7).

$$nsaida1 = \begin{cases} 1 & \text{se } ZMed^{20} = 1 \\ 0 & \text{se } ZMed^{20} \neq 1 \end{cases} \quad (8.5)$$

$$nsaida2 = \begin{cases} 1 & \text{se } ZMed^{20} = 0 \\ 0 & \text{se } ZMed^{20} \neq 0 \end{cases} \quad (8.6)$$

$$nsaida3 = 1 - nsaida1 - nsaida2 \quad (8.7)$$

O resultado da aplicação dos CAs às redes neurais fornece a probabilidade de cada candidato fazer parte de cada uma das classes; os neurônios de saída *nsaida1*, *nsaida2* e *nsaida3* são associados, respectivamente, às classes 1, 2 e 3.

Os candidatos definidos como *previsíveis* são os com alta probabilidade de fazerem parte das classes 1 e 2. A classe 3, por sua vez, é associada a todos os elementos para os quais não é possível afirmar com certeza se ele deve ser aberto ou se não deve ser aberto.

8.1.3 Rede Neural 3 (Rn3) – Previsão da “qualidade” dos candidatos

A Rn3 também trata de elementos do nível instalação; seu objetivo é prever uma métrica que represente a “qualidade” de cada um dos candidatos. Naturalmente, seu objetivo complementar, decorrente da obtenção de tal medida de qualidade, é a classificação dos candidatos, a exemplo da Rn2.

A Rn3 é composta de 15 neurônios de entrada, 46 neurônios intermediários e um neurônio de saída. A função de ativação da camada intermediária é do tipo Elliot e a da camada de saída é do tipo Sigmoid.

Os neurônios de entrada são os mesmos utilizados pela Rn2: quatro indicadores de instâncias – *IInst1*, *IInst6*, *IInst8* e *IInst9* –, oito indicadores de candidatos – *ICand1* a *ICand8* – e os três meta-indicadores de instância obtidos por meio dos resultados da Rn1 – *IInst11* a *IInst13*.

O neurônio de saída está associado ao valor da variável resposta $ZMed^{20}$. A função de transformação (8.8) é aplicada aos elementos de treino (CTs) para obter a *qualidade* de cada candidato em função do valor de $ZMed^{20}$.

$$\delta(x) = \alpha \cdot x^3 - 1,5\alpha \cdot x^2 + (1 + 0,5\alpha) \cdot x \quad (8.8)$$

Na seção E.2 do APÊNDICE E o comportamento e características da função de transformação são detalhados.

A função $\delta(x)$ é capaz de considerar uma relação não linear, de forma que quanto mais $ZMed^{20}$ se aproxima dos extremos do domínio $[0,1]$, o valor de sua derivada aumenta. Este efeito é desejado para aumentar a diferença dos valores dos neurônios entre os candidatos muito bons – ou muito ruins – e os médios. Em outras palavras, este efeito faz com que a diferença de *qualidade* entre dois pontos cujo $ZMed^{20}$ valem 1 e 0,9 seja maior que a diferença de *qualidade* entre outros dois pontos cujos $ZMed^{20}$ valem 0,6 e 0,5.

Quanto maior o valor de α , mais preponderante se torna seu objetivo complementar, de classificação dos candidatos: a separação entre os três tipos de candidatos pode ser retratada de forma mais clara quanto maior o valor de α .

Para cada um dos cenários testados foram executadas três variações da Rn3, cujos valores de α valem zero, dois e quatro: as funções de transformação resultantes utilizadas em cada uma das três variações da Rn3 são dadas, respectivamente, pelas equações (8.9), (8.10) e (8.11).

$$nsaida_{\alpha=0} = ZMed^{20} \quad (8.9)$$

$$nsaida_{\alpha=2} = 2 \cdot (ZMed^{20})^3 - 3 \cdot (ZMed^{20})^2 + 2 \cdot ZMed^{20} \quad (8.10)$$

$$nsaida_{\alpha=4} = 4 \cdot (ZMed^{20})^3 - 6 \cdot (ZMed^{20})^2 + 3 \cdot ZMed^{20} \quad (8.11)$$

Vale ressaltar que para $\alpha=0$, o neurônio de saída é o próprio $ZMed^{20}$, uma vez que a função de transformação é a função identidade.

A Figura 8.4 retrata cada uma das funções de transformação utilizadas, assim como o valor de sua derivada para o domínio $[0,1]$.

Figura 8.4 – Função de transformação de dados com α valendo 4, 2 e zero

Fonte: Próprio autor

O resultado da aplicação dos CAs às redes neurais fornece um valor denominado *qualidade* de cada candidato.

8.2 RESULTADOS DA APLICAÇÃO DAS REDES NEURAIS

Os resultados da aplicação das três RNs aos CAs dos quatro cenários foram analisados e são apresentados a seguir.

8.2.1 Análises dos resultados do modelo Rn1

A aplicação da Rn1 resultou nos valores estimados das variáveis resposta PO_{timo} e $PMed^{20}$ de cada uma das instâncias do CA de cada cenário considerado. O treino da Rn1 resultou em erros quadráticos menores que 0,7% para cada um dos quatro CTs. As análises apresentadas a seguir retratam as diferenças entre os valores reais das variáveis resposta e os previstos pela Rn1.

Uma vez que a variável resposta PO_{timo} representa um número inteiro, os valores do neurônio que representa tal variável são arredondados e os erros são calculados com base neste arredondamento. A diferença entre o valor de PO_{timo} e de sua estimativa é denominada *Erro 1*.

A Figura 8.5 retrata o *Erro 1* obtido por meio da aplicação da Rn1 para previsão da quantidade de instalações na solução ótima de cada uma das instâncias: em 37% (83) das instâncias, o *Erro 1* é igual a zero e em 40% (88) delas o *Erro 1* absoluto é igual a um. Em apenas 1,4% das instâncias (3), o *Erro 1* absoluto é maior ou igual a quatro.

Figura 8.5 – Histograma do *Erro 1* (PO_{timo}) para cada um dos CAs

Fonte: Próprio autor

A diferença entre o valor de $PMed^{20}$ e de sua estimativa ($PMed_{est}^{20}$) é denominada *Erro 2*. A Figura 8.6 retrata o *Erro 2* obtido por meio da aplicação da Rn1 para previsão de $PMed^{20}$ de cada uma das instâncias: em 67% (149) das instâncias o *Erro 2* absoluto é menor que um. Em apenas 0,9% das instâncias (2), o *Erro 2* absoluto é maior que quatro.

Figura 8.6 – Histograma do *Erro 2* ($PMed^{20}$) para cada um dos CAs

Fonte: Próprio autor

A Tabela 8.2 mostra o *Erro 1* e *Erro 2* absolutos médios para instâncias dos conjuntos de 1 a 4 para cada um dos CAs avaliados. É possível observar que de maneira geral, o *Erro 1* e *Erro 2* se comportam de forma similar, embora o *Erro 2* seja, na média, um pouco menor que o *Erro 1*.

Tabela 8.2 – *Erro 1* e *Erro 2* absolutos médios por conjunto por cenário

Tipo de erro	Conjunto	CA1	CA2	CA3	CA4	Todos os Cenários
Erro 1 absoluto médio	Conjunto 1	1,88	0,75	0,90	1,63	1,33
	Conjunto 2	0,38	0,73	1,00	0,82	0,78
	Conjunto 3	1,09	0,94	1,10	1,10	1,07
	Conjunto 4	0,50	0,60	0,57	0,44	0,52
	Todos	0,92	0,81	0,99	0,97	0,94
Erro 2 absoluto médio	Conjunto 1	1,52	1,05	1,15	1,53	1,34
	Conjunto 2	0,53	0,57	0,65	0,86	0,69
	Conjunto 3	0,96	0,99	1,04	1,04	1,02
	Conjunto 4	0,48	0,64	0,26	0,59	0,49
	Todos	0,87	0,83	0,84	0,97	0,89

Fonte: Próprio autor

A média dos valores percentuais do *Erro 1* e *Erro 2*, considerando todas as instâncias testadas, vale 8,9% e 7,9%, respectivamente: os resultados apontam que é possível estimar a ordem de grandeza da quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas $PMed^{20}$ e $POtimo$.

Os resultados da Rn1 também foram analisados em função das faixas de $PMed_{est}^{20}$. É possível verificar por meio da Tabela 8.3 que o *Erro 2* absoluto médio das instâncias para as quais o $PMed_{est}^{20}$ vale entre 5 e 10 é menor que o *Erro 2* absoluto médio das demais instâncias. Além disso, o desvio padrão do *Erro 2* das

instâncias de cada faixa também é crescente até a faixa com $PMed_{est}^{20}$ valendo entre 15 e 20; o desvio padrão do *Erro 2* das faixas com $PMed_{est}^{20}$ valendo entre 20 e 25 e entre 25 e 30 é um pouco menor. O erro pode ser menor em função da maior quantidade de instâncias cujo valor de $PMed^{20}$ se enquadra entre 10 e 20.

Tabela 8.3 – *Erro 2* por faixa de $PMed_{est}^{20}$

Faixa $PMed_{Esp}^{20}$	# de elementos	<i>Erro 2</i> absoluto médio	Desvio padrão do <i>Erro 2</i>	<i>Erro 2</i> percentual médio
5 a 10	95	0,63	0,85	7,9%
10 a 15	60	1,02	1,32	8,4%
15 a 20	31	1,13	1,47	6,7%
20 a 25	24	1,15	1,42	5,6%
30 a 35	12	1,08	1,37	3,5%

Fonte: Próprio autor

A Figura 8.7 retrata o *Erro 2* das instâncias que compõem os CAs de cada um dos quatro cenários testados em função do $PMed_{est}^{20}$; das cinco instâncias em que o *Erro 2* absoluto é maior que três, quatro delas fazem parte do CA4 e uma do CA3.

Figura 8.7 – Relação entre *Erro 2* e $PMed_{est}^{20}$, por CA

Fonte: Próprio autor

Os resultados mostram que, de maneira geral, o *Erro 2* absoluto tende a crescer conforme $PMed_{est}^{20}$ aumenta enquanto o *Erro 2* percentual tende a diminuir.

A Figura 8.8 retrata a relação entre o *Erro 2* de cada uma das instâncias que compõem os CAs dos quatro cenários testados e sua localização estimada no plano de coordenadas; o tamanho dos círculos representa o *Erro 2* de cada instância. Não é possível identificar uma relação entre o *Erro 2* de cada instância e sua localização no plano de coordenadas em relação às demais instâncias.

Figura 8.8 – Erro 2 para os instâncias dos quatro cenários utilizados na aplicação das RNs distribuídas em um plano de coordenadas

Fonte: Próprio autor

8.2.2 Análises dos resultados do modelo Rn2

A aplicação da Rn2 resultou na estimativa da probabilidade de cada candidato fazer parte de cada uma das classes definidas: 1 – “local candidato com alta probabilidade de uma instalação ser aberta”; 2 – “local candidato com baixa probabilidade de uma instalação ser aberta”; 3 – “não é possível prever se uma instalação deve ser aberta ou não no local candidato”. O treino da Rn2 resultou em erros quadráticos menores que 9% para cada um dos quatro CTs.

A Tabela 8.4 mostra a classe real – definida *a priori* à execução da Rn2 – de cada um dos 8.940 elementos que compõem os conjuntos de aplicação CA1, CA2, CA3 e CA4: 19,1% dos elementos (1.706) fazem parte da classe 1 e 50,0% dos elementos (4.466) fazem parte da classe 2; ou seja, 69% dos elementos (6.172) são *previsíveis*.

Tabela 8.4 – Classe de cada elemento dos conjuntos de aplicação

Classe	CA1	CA2	CA3	CA4	Total
1-Abre	255	310	572	569	1.706
2-Não abre	634	795	1.426	1.611	4.466
3-Sem conclusão	436	467	922	943	2.768
Total	1.325	1.572	2.920	3.123	8.940

Fonte: Próprio autor

As Tabelas 8.5, 8.6 e 8.7 mostram quantos elementos de cada classe são classificados corretamente e quantos são classificados como pertencentes às demais classes. Os resultados de cada uma das tabelas se diferem em relação aos critérios definidos para a classificação, aplicados aos neurônios de saída da Rn2.

A Tabela 8.5 mostra o resultado da classificação em que o critério consiste em classificar cada elemento à classe cujo neurônio correspondente é maior que os demais – e por consequência, a probabilidade do elemento fazer parte de tal classe também é maior. Por exemplo, se um elemento tem os neurônios valendo 34%, 33% e 33%, o elemento é classificado à primeira classe, mesmo que a probabilidade do elemento fazer parte de tal classe seja apenas 34%.

Tabela 8.5 – Resultado da Rn2 com critério de classificação referente à classe de maior probabilidade

Classe real	Classificação à classe de maior probabilidade		
	1-Abre	2-Não abre	3-Sem conclusão
1-Abre	1.307	43	356
2-Não abre	74	3.768	624
3-Sem conclusão	401	632	1.735

Fonte: Próprio autor

Por meio desse critério, a Rn2 foi capaz de classificar 82,2% dos elementos *previsíveis* (5.075) corretamente. Por outro lado, em 1,9% dos elementos *previsíveis* (117), ocorreram “erros graves”, em que elementos da classe 1 foram classificados à classe 2 ou vice-versa.

Uma vez que duas das classes definidas retratam em determinado grau a certeza de que as instalações devem ser abertas ou a certeza de que as instalações não devem ser abertas, um critério que leva em consideração o valor da probabilidade de cada elemento fazer parte de cada um dos grupos também foi considerado.

A Tabela 8.6 mostra o resultado da classificação em que para que um elemento seja classificado na classe 1 o valor do neurônio correspondente deve ser maior ou igual a 95,0%. O mesmo critério é aplicado à classe 2. Por consequência,

todos os elementos cuja probabilidade de pertencer às classes 1 ou 2 não for maior ou igual a 95,0% são classificados à classe 3 – “não é possível prever se uma instalação deve ser aberta ou não no local candidato”.

Tabela 8.6 – Resultado da Rn2 com critério de classificação com probabilidade maior ou igual a 95,0%

Classe real	Probabilidade $\geq 95,0\%$		
	1-Abre	2-Não abre	3-Sem conclusão
1-Abre	686	2	1.018
2-Não abre	2	2.112	2.352
3-Sem conclusão	62	42	2.664

Fonte: Próprio autor

Conforme esperado, com a utilização de um critério mais rigoroso a quantidade de elementos *previsíveis* identificada é menor: a Rn2 foi capaz de classificar 45,3% dos elementos *previsíveis* (2.798) corretamente. Por outro lado, a quantidade de *erros graves* reduziu consideravelmente, para apenas quatro, o que representa menos que 0,1% da quantidade de *candidatos previsíveis*.

A Tabela 8.7 mostra o resultado da classificação em que para que um elemento seja classificado na classe 1 ou 2, o valor do neurônio correspondente deve ser maior ou igual a 99,0%.

Tabela 8.7 – Resultado da Rn2 com critério de classificação com probabilidade maior ou igual a 99,0%

Classe real	Probabilidade $\geq 99,0\%$		
	1-Abre	2-Não abre	3-Sem conclusão
1-Abre	364	0	1.342
2-Não abre	0	1.303	3.163
3-Sem conclusão	23	10	2.735

Fonte: Próprio autor

Com a utilização do novo critério, a Rn2 foi capaz de classificar 27,0% dos elementos *previsíveis* (1.667) corretamente, não causando nenhum *erro grave*.

Apesar de a quantidade de *erros graves* ter sido muito baixa, principalmente para os dois últimos critérios considerados – elementos *previsíveis* quando a probabilidade é maior ou igual a 95% e 99% –, os resultados obtidos por meio de cada um dos critérios mostram a existência de outro tipo de erro: elementos definidos como *não previsíveis* classificados pela Rn2 às classes 1 ou 2. Dos 2.768 elementos da classe 3, os percentuais de erros desse tipo obtidos com a utilização de cada um dos critérios são respectivamente 37,3% (1.033), 3,8% (104) e 1,2% (33).

Embora a classificação de tais elementos às classes dos elementos *previsíveis* constituam erros de classificação da RN, é possível que estas classificações traduzam adequadamente o que se espera da Rn2: a identificação de candidatos muito bons – que certamente fazem parte das soluções ótimas – e identificação de candidatos muito ruins – que certamente não fazem parte da solução ótima.

Por isso, nas Tabelas 8.8, 8.9 e 8.10 são mostradas as relações entre a abertura ou não dos candidatos na solução ótima e os resultados obtidos com a aplicação de cada um dos três critérios de classificação apresentados.

Tabela 8.8 – Relação entre a abertura do candidato na solução ótima e os resultados obtidos por meio da Rn2 com critério de classificação à classe de maior probabilidade

Classe real	Classificação à classe de maior probabilidade		
	1-Abre	2-Não abre	3-Sem conclusão
Abre na sol. ótima	1.588	174	1.082
Não abre na sol. ótima	194	4.269	1.633

Fonte: Próprio autor

Tabela 8.9 – Relação entre a abertura do candidato na solução ótima e os resultados obtidos por meio da Rn2 com critério de classificação à classe com probabilidade maior ou igual a 95,0%

Classe real	Probabilidade $\geq 95,0\%$		
	1-Abre	2-Não abre	3-Sem conclusão
Abre na sol. ótima	734	9	2.101
Não abre na sol. ótima	16	2.147	3.933

Fonte: Próprio autor

Tabela 8.10 – Relação entre a abertura do candidato na solução ótima e os resultados obtidos por meio da Rn2 com critério de classificação à classe com probabilidade maior ou igual a 99,0%

Classe real	Probabilidade $\geq 99,0\%$		
	1-Abre	2-Não abre	3-Sem conclusão
Abre na sol. ótima	384	1	2.459
Não abre na sol. ótima	3	1.312	4.781

Fonte: Próprio autor

Quanto maior o valor da confiabilidade dos resultados, retratada pela probabilidade da Rn2 necessária para que os candidatos sejam considerados previsíveis – menor é a quantidade de instalações classificadas como previsíveis e menores os erros resultantes.

Para o primeiro critério considerado – Tabela 8.8 –, 69,6% dos elementos (6.225) foram classificados como *previsíveis*, porém 4% dos elementos (368) foram classificados de forma errada.

Para o critério que classifica como *previsíveis* apenas os elementos com probabilidade maior ou igual a 95% – Tabela 8.9 –, 32,5% (2.906) dos elementos

foram classificados como *previsíveis*. Apenas 0,3% dos elementos (25) foram classificados de forma errada, valor muito menor que o grau de incerteza (5%) do critério utilizado.

Por fim, para o critério que classifica como *previsíveis* apenas os elementos com probabilidade maior ou igual a 99,0% – Tabela 8.10 –, 19,0% (1.700) dos elementos foram classificados como *previsíveis*. Apenas 0,04% (4) dos elementos foram classificados de forma errada, valor muito menor que o grau de incerteza (1%) do critério utilizado. Além disso, a Figura 8.9 retrata as duas instâncias em que ocorreram tais erros. A análise das características desses casos pode auxiliar no desenvolvimento de outros indicadores que podem evitar a ocorrência de tais tipos de erros.

A instância i75100_5 faz parte dos conjuntos CA2 e CA4; em ambos os cenários, o candidato C10 é classificado pela Rn2 como elemento da classe 1, embora tal candidato não faça parte da solução ótima. Além disso, o candidato C5 também não faz parte da solução ótima e também é classificado de forma errada pela Rn2 no CA4. É possível verificar que tais candidatos são localizados em regiões em que se distribuem alguns clientes, o que pode indicar que tais pontos têm potencial para abrigarem instalações.

Figura 8.9 – Instâncias e candidatos com erros da Rn2 com critério de classificação à classe com probabilidade maior ou igual a 99%

Fonte: Próprio autor

A instância i7575_13, por sua vez, faz parte do conjunto CA4; o candidato C45 é classificado pela Rn2 como elemento da classe 2 embora faça parte da solução ótima. Embora tal candidato não tenha grande quantidade de demanda em sua proximidade, na região existem poucos candidatos; tal candidato pode ter sido

aberto em função da falta de opções, o que a Rn2 não foram capazes de identificar por meio do conjunto de indicadores.

A Figura 8.10 retrata o comportamento dos erros de classificação em relação à quantidade de elementos *previsíveis* decorrentes da variação das probabilidades utilizadas nos critérios, por CA. Por meio da aplicação da Rn2 aos cenários definidos, é possível classificar 14% dos elementos como *previsíveis* sem resultar em nenhum erro. Além disso, também para todos os cenários, é possível classificar quase 50% dos elementos como *previsíveis* com ocorrência de erros em apenas 1% dos elementos.

Figura 8.10 – Relação entre percentual de erros de classificação e percentual de elementos *previsíveis* por CA

Fonte: Próprio autor

Os resultados apresentados mostram que os percentuais de acertos superam em muito os percentuais de erros; além disso, os percentuais de erros são menores que os graus de incerteza do segundo e terceiro critério. Consequentemente, conclui-se que os é possível estimar a abertura ou não abertura dos candidatos a instalação por meio da Rn2 e que os resultados são adequados para serem utilizados no SCND. Por outro lado, não é possível avaliar o impacto da utilização de tais resultados como forma de reduzir o tamanho de modelos de otimização; uma avaliação desse tipo é apresentada no capítulo 9.

8.2.3 Análises dos resultados do modelo Rn3

A aplicação da Rn3 resultou nos valores estimados das variáveis respostas, que são relacionadas com os valores de $ZMed^{20}$ por meio das funções de

transformação apresentadas na subseção 8.1.3. Os treinos da Rn3 aplicada a cada um dos quatro conjuntos de CT com as três variações da função de transformação resultaram em erros quadráticos menores que 0,04%.

As análises apresentadas a seguir mostram comparações entre os neurônios de saída reais e previstos para os elementos que compõem os CAs. A diferença entre os valores das funções de transformação – neurônios de saída da Rn3 – e seus valores previstos pela Rn3 é denominada *Erro*.

A Tabela 8.11 mostra o *Erro* absoluto médio e seu desvio padrão para os resultados obtidos pela aplicação das três variações da Rn3 – com α valendo zero, dois e quatro – a cada um dos CAs. Os *Erros* resultantes da aplicação de cada uma das variações têm a mesma ordem de grandeza, sendo que a Rn3 com $\alpha=0$ resultou em *Erros* menores para o CA1 e CA4 e a Rn3 com $\alpha=2$ resultou em *Erros* menores para o CA2 e CA3. Já os desvios padrão dos *Erros* são menores com α valendo dois e quatro.

Tabela 8.11 – *Erro* absoluto médio e desvio padrão do erro por cenário para cada variação da Rn3

Variável	Conjunto	<i>Rn3</i> ($\alpha=0$)	<i>Rn3</i> ($\alpha=2$)	<i>Rn3</i> ($\alpha=4$)
Erro absoluto médio	CA1	0,117	0,124	0,128
	CA2	0,141	0,137	0,146
	CA3	0,143	0,140	0,144
	CA4	0,131	0,136	0,139
	Todos	0,135	0,136	0,140
Desvio padrão do erro	CA1	0,207	0,205	0,203
	CA2	0,247	0,233	0,241
	CA3	0,251	0,236	0,233
	CA4	0,225	0,221	0,219
	Todos	0,236	0,227	0,226

Fonte: Próprio autor

Nas Figuras 8.12, 8.13 e 8.14 são retratados histogramas com as faixas dos *Erros* de todos os 26.820 elementos testados, considerando os CAs de todos os cenários avaliados para todos os cenários da Rn3 avaliados, com α valendo zero, dois e quatro.

Nos histogramas, destaca-se o percentual de quantidade de *Erros* entre -0,1 e 0 em todas as variações de Rn3 para todos os CAs: do total de elementos avaliados, 42,9% obtiveram erros entre -0,1 e 0. Além disso, 17,8% dos elementos avaliados obtiveram *Erros* entre 0 e 0,1: 60,7% dos elementos têm *Erros* entre -0,1 e 0,1. Os *Erros* de 75,6% dos elementos ficam entre -0,2 e 0,2.

Figura 8.12 – Histograma do *Erro* da Rn3 com α valendo 0 para cada um dos CAs

Fonte: Próprio autor

Figura 8.13 – Histograma do *Erro* da Rn3 com α valendo 2 para cada um dos CAs

Fonte: Próprio autor

Figura 8.14 – Histograma do *Erro* da Rn3 com α valendo 4 para cada um dos CAs

Fonte: Próprio autor

A Tabela 8.12 mostra mais detalhadamente o padrão do *Erro* observado, ao apresentar a quantidade de elementos que se enquadram em faixas do valor do neurônio de saída e sua relação com o *Erro* resultante da aplicação da Rn3. A maior

parte (91,9%) dos *Erros* que fazem parte da faixa entre -0,1 e 0 se dão em elementos cujo valor do neurônio de saída é menor ou igual a 0,1. Além disso, grande parte (73,6%) dos *Erros* que fazem parte da faixa entre 0 e 0,1 se dá em elementos cujo valor do neurônio de saída é maior ou igual a 0,9.

Para as demais faixas de valores de neurônios de saída, os *Erros* se distribuem de forma mais homogêneas ao longo do intervalo das faixas de *Erros*.

Tabela 8.12 – Quantidade de elementos nas faixas de valor do neurônio de saída e de *Erro*

Faixa de <i>Erro</i>	Faixa do valor do neurônio de saída (real)									
	0,0-0,1	0,1-0,2	0,2-0,3	0,3-0,4	0,4-0,5	0,5-0,6	0,6-0,7	0,7-0,8	0,8-0,9	0,9-1,0
-1,0 a -0,9	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,9 a -0,8	88	10	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,8 a -0,7	116	20	7	0	0	0	0	0	0	0
-0,7 a -0,6	119	31	22	5	0	0	0	0	0	0
-0,6 a -0,5	175	37	22	22	23	0	0	0	0	0
-0,5 a -0,4	277	36	29	39	55	87	0	0	0	0
-0,4 a -0,3	475	45	37	38	85	61	36	0	0	0
-0,3 a -0,2	844	73	58	63	87	110	68	45	0	0
-0,2 a -0,1	1.731	115	79	69	145	115	69	74	72	0
-0,1 a 0,0	10.482	181	93	86	135	131	79	66	116	133
0,0 a 0,1	317	257	117	112	141	144	62	53	60	3.519
0,1 a 0,2	0	168	167	84	174	126	59	51	56	637
0,2 a 0,3	0	0	98	140	157	121	44	42	49	402
0,3 a 0,4	0	0	0	79	156	109	48	30	47	280
0,4 a 0,5	0	0	0	0	86	83	44	40	33	242
0,5 a 0,6	0	0	0	0	0	18	29	26	43	156
0,6 a 0,7	0	0	0	0	0	0	9	21	26	130
0,7 a 0,8	0	0	0	0	0	0	0	9	26	130
0,8 a 0,9	0	0	0	0	0	0	0	0	11	88
0,9 a 1,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	68
Total	14.704	973	729	737	1.244	1.105	547	457	539	5.785

Fonte: Próprio autor

Consequentemente, os resultados mostram que a Rn3 é capaz de identificar com maior precisão elementos muito ruins – com neurônios valendo menos que 0,1 – e muito bons – com neurônios valendo mais que 0,9 –, porém apresenta erros consideravelmente maiores para os demais elementos. Embora tenha como objetivo principal prever uma métrica que representa a *qualidade* de cada um dos candidatos, a Rn3 tem um bom desempenho em seu objetivo complementar de classificação de candidatos.

O desempenho melhor nas faixas extremas é evidenciado pela Tabela 8.13, que mostra o *Erro* absoluto médio e seu desvio padrão para cada uma das faixas de valor do neurônio de saída e para cada um dos valores de α considerados.

É possível observar que, independentemente do valor de α , os erros são consideravelmente menores para as faixas extremas: 0,095 para a faixa de valores do neurônio de saída menores que 0,1 e 0,154 para a faixa de valores do neurônio de saída maiores que 0,9; para as demais faixas, os *Erros* absolutos médios vão de 0,178 a 0,258. Os desvios padrão também são menores para as duas faixas extremas e maiores para as demais.

Ainda segundo os dados mostrados pela Tabela 8.13, embora as aplicações de Rn3 com valores de α valendo dois e quatro tenham sido planejadas para aumentar a diferença entre candidatos muito ruins e muito bons dos demais, não é possível observar uma relação entre o valor de α e os *Erros* médios resultantes.

Tabela 8.13 – Erro absoluto médio e desvio padrão por faixa de valor do neurônio de saída para cada α valendo 0, 2 e 4

Faixa do valor do neurônio de saída (real)	Erro absoluto médio			Desvio padrão do Erro		
	$\alpha=0$	$\alpha=2$	$\alpha=4$	$\alpha=0$	$\alpha=2$	$\alpha=4$
0,0 a 0,1	0,092	0,095	0,099	0,166	0,160	0,162
0,1 a 0,2	0,193	0,179	0,158	0,250	0,245	0,215
0,2 a 0,3	0,210	0,194	0,178	0,256	0,242	0,231
0,3 a 0,4	0,226	0,198	0,212	0,266	0,247	0,239
0,4 a 0,5	0,242	0,228	0,221	0,285	0,266	0,250
0,5 a 0,6	0,258	0,233	0,217	0,293	0,271	0,259
0,6 a 0,7	0,237	0,238	0,201	0,276	0,273	0,244
0,7 a 0,8	0,252	0,203	0,268	0,268	0,250	0,304
0,8 a 0,9	0,280	0,267	0,216	0,296	0,285	0,263
0,9 a 1,0	0,156	0,149	0,156	0,235	0,218	0,218
Total	0,135	0,136	0,140	0,236	0,227	0,226

Fonte: Próprio autor

8.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou modelos de redes neurais e suas aplicações em busca de identificar relações entre os indicadores de instância e de candidatos e as variáveis resposta, propostos no capítulo 7.

Uma breve revisão sobre redes neurais aplicadas a problemas de otimização foi feita; não foi identificado na literatura científica nenhum estudo que utiliza redes

neurais clássicas com aprendizado supervisionado na busca de solucionar problemas de localização de instalações considerados no SCND.

Foram aplicados três modelos de RN, sendo que no primeiro (Rn1), são tratados elementos do nível instância e os demais (Rn2 e Rn3) tratam de elementos no nível candidato. Os três modelos foram aplicados a quatro conjuntos de treino (CTs) selecionados de forma aleatória – cada qual associado a um conjunto de aplicação (CA).

Os resultados obtidos por meio das aplicações da Rn1 mostram que é possível estimar a ordem de grandeza da quantidade de instalações a serem abertas, uma vez que os erros absolutos médios resultantes da aplicação da RN para prever os valores de PO_{timo} e $PMed^{20}$ valem, respectivamente, 0,94 e 0,89.

Já por meio da Rn2, foi possível classificar cada candidato em três classes pré-definidas: 1 – local candidato em que certamente abre instalação; 2 – local candidato em que certamente não abre instalação; 3 – não é possível prever se abre ou não instalação no local candidato.

Ao se utilizar o critério de definir os elementos como *previsíveis* – pertencentes às classes 1 ou 2 – apenas quando a probabilidade resultante da aplicação da RN é maior ou igual a 99%, foi possível classificar 27,0% dos elementos *previsíveis* (1.667) corretamente, sendo que apenas 1,2% dos elementos foram classificados de forma errada: elementos não *previsíveis* classificados como *previsíveis*. Quando a classificação é comparada com a abertura de cada elemento na solução ótima da instância, apenas 4 elementos foram classificados de forma errada (0,04%), o que indica que é possível estimar a abertura ou não abertura dos candidatos a instalação por meio da Rn2 e seu nível de incerteza é relativamente baixo, tornando o modelo adequado para ser utilizado no SCND.

A Rn3, por sua vez, embora tenha o objetivo principal de fornecer uma métrica que representa a *qualidade* das instâncias, apresentou um desempenho consideravelmente melhor para elementos cujos valores dos neurônios de saída se encontram próximos dos extremos do intervalo: elementos com neurônios valendo menos que 0,1 – com erro absoluto médio de 0,095 – e maiores que 0,9 – com erro absoluto médio de 0,154.

No capítulo 9, os resultados obtidos por meio da aplicação das RNs são utilizados para avaliar se é possível reduzir o esforço computacional de resolução dos modelos de localização utilizados no SCND.

9 AVALIAÇÃO DA UTILIZAÇÃO DOS RESULTADOS DAS REDES NEURAIS PARA A REDUÇÃO DO ESFORÇO COMPUTACIONAL

Este capítulo tem o objetivo de apresentar algumas análises e testes computacionais realizados com o fim de avaliar o uso dos resultados de cada um dos modelos de RNs apresentados no capítulo 8 no processo de SCND.

No capítulo, são apresentadas maneiras em que os resultados das RN podem ser utilizados na etapa de resolução dos modelos, reduzindo o esforço computacional necessário para a obtenção de suas soluções ótimas.

Com base nos resultados de cada uma das RNs apresentadas, foram construídos e solucionados modelos de otimização. As avaliações de tais modelos são apresentadas a seguir.

9.1 QUANTIDADE DE INSTALAÇÕES

Foram executados e avaliados modelos de otimização que se valem dos resultados obtidos pela Rn1: uma vez que parte dos resultados da Rn1 consiste nos valores esperados da quantidade de instalações abertas na solução ótima, é possível reduzir o espaço de soluções viáveis a apenas soluções cuja quantidade de instalações abertas se encontra dentro de faixas, definidas como o valor estimado de P_{Otimo} mais ou menos um valor associado ao erro da Rn1.

A Tabela 9.1 mostra o percentual de acertos de P_{Otimo} estimado pela Rn1 – previsões que se enquadram dentro das faixas de erro –; o erro absoluto resultante é menor ou igual a 1 para 77% das instâncias testadas e é menor ou igual a 5 para 100% delas.

Tabela 9.1 – Percentual de acertos da Rn1 dentro da faixa de erro

Faixa	Percentual de acerto
± 1	77,0%
± 2	93,2%
± 3	98,6%
± 4	99,5%
± 5	100,0%

Fonte: Próprio autor

Ao se limitar a faixa de quantidade de instalações abertas, o espaço de soluções é reduzido. Um modelo com $|C|$ candidatos a instalações tem $2^{|C|}$ soluções

inteiras diferentes; já a quantidade de soluções inteiras com P instalações abertas é consideravelmente menor, dada pela equação (9.1).

$$NSol = \frac{|C|!}{(|C| - P)! \cdot P!} \quad (9.1)$$

Por exemplo, a instância cap41 tem 16 candidatos e, conseqüentemente, tem 65.536 soluções diferentes (2^{16}). A aplicação da Rn1 – no conjunto de aplicação CA1 – resultou na previsão de 14 instalações na solução ótima da instância. Por meio da equação (9.1), é possível verificar que existem apenas 120 soluções diferentes com 14 instalações abertas; além disso, existem 560 soluções diferentes com 13 instalações abertas e apenas 16 soluções diferentes com 15 instalações abertas. Para esta instância, a faixa ± 1 – composta apenas de soluções com 13, 14 e 15 instalações abertas – tem apenas 696 soluções diferentes – menos que 1,1% de todas as soluções possíveis.

A quantidade de soluções inteiras diferentes, considerando todas as instâncias testadas para os quatro conjuntos de aplicação (CAs) avaliados é de, na média, $1,62 \cdot 10^{22}$ por instância. A Tabela 9.2 mostra a quantidade média de soluções inteiras diferentes em modelos limitados por cada uma das faixas e sua relação com a quantidade de soluções inteiras diferentes do “modelo irrestrito”²⁰: com as limitações de quantidade de instalações, apenas uma fração das soluções fazem parte da solução viável, sendo, no máximo, 5,8% de todas as soluções possíveis, para a faixa ± 5 .

Tabela 9.2 – Quantidade média de soluções inteiras diferentes para cada faixa e % sobre o total de soluções diferentes, com uso de resultados da Rn1

Faixa	#Sol Rn1	% sobre total
± 1	$2,23 \cdot 10^{20}$	1,4%
± 2	$3,82 \cdot 10^{20}$	2,4%
± 3	$5,55 \cdot 10^{20}$	3,4%
± 4	$7,41 \cdot 10^{20}$	4,6%
± 5	$9,39 \cdot 10^{20}$	5,8%

Fonte: Próprio autor

²⁰ O termo “modelo irrestrito” neste capítulo se refere aos modelos decorrentes dos problemas originais, que não consideram as restrições inseridas com base nos resultados das RN

Para cada uma das instâncias de cada CA testado, foram avaliados cinco “modelos restritos”²¹ diferentes, referentes às faixas de ± 1 a ± 5 , além do *modelo irrestrito*; os resultados de cada modelo foram comparados em termos de tempo de resolução – em relação ao tempo de resolução do *modelo irrestrito* – e de valor da FO em relação à solução ótima.

Nos modelos restritos, ao CFCFL são inseridas restrições de faixas de quantidades de instalações abertas, detalhadas na subseção A.6.3 do APÊNDICE A.

A Tabela 9.3 mostra a comparação entre os tempos e valores da FO totais considerando todas as 222 instâncias avaliadas em relação aos tempos e valores de FO dos *modelos irrestritos*; para as análises, as instâncias foram separadas em três grupos – em função do tempo de resolução do *modelo irrestrito* de cada instância.

O resultado é surpreendente, uma vez que os modelos que consistentemente obtiveram as maiores reduções de tempo em relação aos *modelos irrestritos* são os com a faixa ± 5 , para todos os grupos de instâncias; além disso, uma vez que todas as soluções ótimas fazem parte da região viável de tais modelos, o *gap* da FO vale zero.

Tabela 9.3 – Relação de tempo e FO total dos *modelos restritos* e os *modelos irrestritos*, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn1

Variável	Faixa de tempo base	Faixa de instalações				
		± 1	± 2	± 3	± 4	± 5
Alteração no Tempo	Até 1s	-8,1%	-8,7%	-9,6%	-9,0%	-11,6%
	Entre 1s e 10s	-23,5%	-1,9%	-12,3%	-11,2%	-23,6%
	Mais que 10s	-26,7%	-17,2%	-13,5%	-30,4%	-42,9%
	Total	-24,8%	-14,9%	-13,1%	-26,7%	-38,4%
Alteração no valor da FO	Até 1s	0,193%	0,048%	0,008%	0,003%	0,000%
	Entre 1s e 10s	0,064%	0,022%	0,008%	0,000%	0,000%
	Mais que 10s	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
	Total	0,189%	0,047%	0,008%	0,003%	0,000%

Fonte: Próprio autor

Embora tenha havido redução no tempo de resolução total para todas as faixas, e o *gap* total das FOs seja percentualmente pequeno – menos que 0,2% – tais resultados apontam para que sejam utilizadas faixas maiores, que reduzem o

²¹ O termo “modelo restrito” neste capítulo se refere aos modelos decorrentes dos problemas que consideram as restrições inseridas com base nos resultados das RNs

risco de não obtenção da solução ótima e ainda assim apresenta uma grande redução em tempo de resolução.

A Tabela 9.4 mostra a quantidade de instâncias cujo tempo de resolução para os modelos referentes a cada faixa foi menor ou maior que o tempo de resolução do *modelo irrestrito*. Os modelos com faixa ± 5 também se destacam como os de melhor desempenho, uma vez que para 73% (163 de 222) das instâncias o tempo de resolução é menor que o do *modelo irrestrito*.

Tabela 9.4 – Quantidade de instâncias com aumento ou redução de tempo de resolução, por faixa e por grupo de instância, com uso de resultados da Rn1

Variável	Faixa de tempo base	Faixa de instalações				
		± 1	± 2	± 3	± 4	± 5
# de instâncias com tempo menor	Até 1s	107	105	119	114	126
	Entre 1s e 10s	30	22	25	25	30
	Mais que 10s	6	5	6	7	7
	Subtotal	143	132	150	146	163
# de instâncias com tempo maior	Até 1s	71	74	60	65	53
	Entre 1s e 10s	3	12	9	9	4
	Mais que 10s	2	4	3	2	2
	Subtotal	76	90	72	76	59
Total de Instâncias avaliadas		219	222	222	222	222

Fonte: Próprio autor

Para a faixa ± 1 , em três das instâncias testadas não existem soluções viáveis para o modelo, em função da limitação de capacidade das instalações. Por isso, tais instâncias não compõem os resultados mostrados pela Tabela 9.4.

Tabela 9.5 – Quantidade de instâncias com valor da FO igual ou pior em relação à solução ótima, por faixa e por grupo de instância, com uso de resultados da Rn1

Variável	Faixa de tempo base	Faixa de instalações				
		± 1	± 2	± 3	± 4	± 5
# de instâncias com mesmo valor de FO	Até 1s	133	165	177	178	179
	Entre 1s e 10s	30	33	33	34	34
	Mais que 10s	8	9	9	9	9
	Subtotal	171	207	219	221	222
# de instâncias com valor de FO Pior	Até 1s	45	14	2	1	0
	Entre 1s e 10s	3	1	1	0	0
	Mais que 10s	0	0	0	0	0
	Subtotal	48	15	3	1	0
Total de instâncias avaliadas		219	222	222	222	222

Fonte: Próprio autor

Por fim, a Tabela 9.5 mostra a quantidade de instâncias cujos valores da FO das soluções obtidas por meio dos modelos referentes a cada faixa são iguais ou piores aos valores da FO da solução ótima.

Também em relação ao desempenho das instâncias na obtenção da solução ótima, os modelos com faixa ± 5 se destacam. Além disso, também é possível observar que para todas as faixas, o percentual de instâncias em que a solução ótima é obtida é maior para as instâncias cujo tempo de resolução do modelo irrestrito é maior: para 100% das instâncias do grupo com tempo de resolução do modelo irrestrito é maior que 10 segundos, a solução ótima foi obtida.

9.2 CANDIDATOS PREVISÍVEIS

O segundo tipo de modelo avaliado considera os resultados obtidos pela aplicação da Rn2: os valores das variáveis associadas aos candidatos cuja probabilidade de serem *previsíveis* é maior ou igual a 99% são fixados; os candidatos classificados à classe 1 – “local candidato com alta probabilidade de uma instalação ser aberta” são forçados a abrir; os candidatos classificados à classe 2 – “local candidato com baixa probabilidade de uma instalação ser aberta” são eliminados do modelo. Além disso, independente do resultado da Rn2, todos os candidatos cuja abertura na solução ótima é conhecida *a priori*, em função do valor de *ICand2*, também são forçados a abrir.

O tamanho dos modelos neste caso também é reduzido: para cada candidato classificado à classe 1, uma variável binária é reduzida, uma vez que a abertura da instalação passa a ser obrigatória; para cada candidato classificado à classe 2, uma variável binária e $|L|$ variáveis contínuas são reduzidas, uma vez que o candidato deixa de fazer parte do modelo e não pode atender qualquer cliente.

Também foram avaliados modelos que além de levarem em consideração os resultados da Rn2, também foram limitados pela faixa ± 5 , obtida por meio dos resultados da Rn1. A Tabela 9.6 mostra a quantidade média de soluções inteiras diferentes por instância para os dois tipos de *modelos restritos* executados e sua relação com a quantidade de soluções inteiras diferentes dos *modelos irrestritos*.

Tabela 9.6 – Quantidade média de soluções inteiras diferentes dos *modelos restritos* sobre o total de soluções diferentes, com uso de resultados da Rn2

Faixa	#Sol Rn2	% sobre total
Sem faixa	$1,12 \cdot 10^{19}$	0,069%
Faixa: ± 5	$3,91 \cdot 10^{17}$	0,002%

Fonte: Próprio autor

A Tabela 9.7 mostra a comparação entre os tempos e valores da FO totais considerando todas as 222 instâncias avaliadas em relação aos tempos e valores da FO dos *modelos irrestritos*, em que as instâncias também foram separadas em três grupos – em função do tempo de resolução do *modelo irrestrito* de cada instância.

Tabela 9.7 – Relação de tempo e FO total dos *modelos restritos* e os *modelos irrestritos*, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn2

Rn2 e ICand2=1			
Variável	Faixa de tempo base	Sem faixa	Faixa: ± 5
Alteração no tempo	Até 1s	-25,7%	-24,1%
	Entre 1s e 10s	-21,5%	-21,6%
	Mais que 10s	-16,1%	-11,3%
	Total	-17,4%	-13,4%
Alteração no valor da FO	Até 1s	0,0003%	0,0003%
	Entre 1s e 10s	0,0000%	0,0000%
	Mais que 10s	0,0000%	0,0000%
	Total	0,0003%	0,0003%

Fonte: Próprio autor

Embora tenha havido uma redução no tempo de resolução, ela foi inferior às reduções no tempo de resolução obtidas por meio da utilização de apenas as informações da Rn1 para a limitação da quantidade de faixas. Também é surpreendente o fato de que o *modelo restrito* que também considera uma restrição de faixa de quantidade de instalações tenha obtido uma redução de tempo menor que o modelo sem restrição de faixa de quantidade de instalações.

Embora os *modelos restritos* não sejam capazes de obter a solução ótima de todas as instâncias, a diferença do valor total da FO de todas as 222 instâncias testadas é muito pequena (0,0003%), sendo que no pior caso, a diferença entre o valor da FO do modelo restrito é 0,27% pior que o valor da solução ótima.

É possível verificar por meio da Tabela 9.8 que, para ambos os tipos de modelo, houve redução no tempo de resolução para a grande parte das instâncias (81%), em relação ao tempo de resolução do *modelo irrestrito*.

Tabela 9.8 – Quantidade de instâncias com aumento ou redução de tempo de resolução do *modelo restrito* em relação ao *modelo irrestrito*, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn2

Rn2 e ICand2=1			
Variável	Faixa de tempo base	Sem faixa	Faixa: ± 5
# de instâncias	Até 1s	148	145
com tempo menor	Entre 1s e 10s	28	28
	Mais que 10s	8	4
	Subtotal	184	177
# de instâncias	Até 1s	31	34
com tempo maior	Entre 1s e 10s	6	6
	Mais que 10s	1	5
	Subtotal	38	45
Total de instâncias avaliadas		222	222

Fonte: Próprio autor

Os *modelos restritos* pela faixa ± 5 se destacam como tendo um desempenho pior nas instâncias cujo tempo de resolução do modelo irrestrito é maior, sendo que em 5 das 9 instâncias do grupo com tempo base maior que 10 segundos, o tempo de resolução foi maior que o tempo de resolução do *modelo irrestrito*.

Tabela 9.9 – Quantidade de instâncias com valor da FO do *modelo restrito* igual ou pior à solução ótima, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn2

Rn2 e ICand2=1			
Variável	Faixa de tempo base	Sem faixa	Faixa: ± 5
# de instâncias	Até 1s	176	176
com mesmo valor de FO	Entre 1s e 10s	34	34
	Mais que 10s	9	9
	Subtotal	219	219
# de instâncias	Até 1s	3	3
com valor de FO Pior	Entre 1s e 10s	0	0
	Mais que 10s	0	0
	Subtotal	3	3
Total de instâncias avaliadas		222	222

Fonte: Próprio autor

Por fim, a Tabela 9.9 mostra a quantidade de instâncias cujos valores da FO das soluções obtidas por meio dos *modelos restritos* são iguais ou piores ao valor da FO da solução ótima. Cada um dos *modelos irrestritos* não obteve a solução ótima em apenas três das 222 instâncias testadas.

9.3 QUALIDADE DOS CANDIDATOS

Os resultados obtidos pela aplicação da Rn3 também foram utilizados na avaliação do terceiro tipo de modelo. Uma vez que os resultados retratam uma

medida de “qualidade” de cada candidato a instalação, estes podem ser utilizados de uma infinidade de maneiras. Nesta tese, tal indicador é utilizado na definição dos candidatos que devem fazer parte do modelo, a exemplo do que foi apresentado no capítulo 5.

As análises apresentadas no capítulo 8 não mostram um desempenho consideravelmente melhor para algum dos modelos que foram construídos com a função de transformação de dados com α valendo 0, 2 e 4. Por isso, o critério de seleção definido considera os resultados dos três tipos da Rn3 executados: fazem parte do conjunto de candidatos todos os candidatos cujo valor do neurônio de saída para ao menos uma das três Rn3 é maior que 0,5. Este critério elimina 41,8% do total de candidatos existentes nas 222 instâncias testadas – considerando todos os CAs. Consequentemente, os modelos resultantes têm as maiores reduções de tamanho.

Além disso, independente do resultado da Rn3, todos os candidatos cuja abertura na solução ótima é conhecida *a priori*, em função do valor de *ICand2*, também são forçados a abrir.

Também para este tipo de modelo, além de levarem em consideração os resultados da Rn3, também foram construídos modelos limitados pela faixa ± 5 , obtida por meio dos resultados da Rn1. A Tabela 9.10 mostra a quantidade média de soluções inteiras diferentes por instância para os dois tipos de *modelos restritos* executados e sua relação com a quantidade de soluções inteiras diferentes dos *modelos irrestritos*.

Tabela 9.10 – Quantidade média de soluções inteiras diferentes dos *modelos restritos* sobre o total de soluções diferentes, com uso de resultados da Rn3

Faixa	#Sol Rn3	% sobre total ²²
Sem faixa	$1,57 \cdot 10^{11}$	0,0000%
Faixa: ± 5	$4,82 \cdot 10^{10}$	0,0000%

Fonte: Próprio autor

A Tabela 9.11 mostra a comparação entre os tempos e valores da FO totais considerando todas as 222 instâncias avaliadas em relação aos tempos e valores da

²² A relação entre a quantidade de soluções diferentes entre os *modelos restrito* e os *modelos irrestritos* é da ordem de 10^{-12}

FO dos *modelos irrestritos*; as instâncias também foram separadas em três grupos – em função do tempo de resolução do *modelo irrestrito* de cada instância.

Conforme esperado, houve uma redução considerável no tempo de resolução total: o tempo total foi menor que a metade do tempo de resolução total dos *modelos irrestritos*.

Por outro lado, os valores totais das FOs resultantes são maiores que os valores das soluções ótimas. Ainda assim, o *gap* total considerando os valores da FO de todas as 222 instâncias testadas vale apenas 0,14%, sendo que no pior caso, a diferença entre o valor da FO do modelo restrito é 1,4 % pior que o valor da solução ótima.

Tabela 9.11 – Relação de tempo e FO total dos *modelos restritos* e os *modelos irrestritos*, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn3

Rn3 e ICand2=1			
Variável	Faixa de tempo base	Sem faixa	Faixa: ± 5
Alteração no tempo	Até 1s	-52,0%	-53,0%
	Entre 1s e 10s	-48,8%	-49,4%
	Mais que 10s	-50,3%	-57,4%
	Total	-50,3%	-56,2%
Alteração no valor da FO	Até 1s	0,141%	0,141%
	Entre 1s e 10s	0,096%	0,096%
	Mais que 10s	0,101%	0,101%
	Total	0,140%	0,140%

Fonte: Próprio autor

Tabela 9.12 – Quantidade de instâncias com aumento ou redução de tempo de resolução do *modelo restrito* em relação ao *modelo irrestrito*, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn3

Rn3 e ICand2=1			
Variável	Faixa de tempo base	Sem faixa	Faixa: ± 5
# de instâncias com tempo menor	Até 1s	164	169
	Entre 1s e 10s	34	33
	Mais que 10s	9	9
	Subtotal	207	211
# de instâncias com tempo maior	Até 1s	15	10
	Entre 1s e 10s	0	1
	Mais que 10s	0	0
	Subtotal	15	11
Total de instâncias avaliadas		222	222

Fonte: Próprio autor

Por meio da Tabela 9.12 é possível verificar que, para ambos os tipos de modelo, houve redução no tempo de resolução para grande parte das instâncias (94%), em relação ao tempo de resolução do *modelo irrestrito*.

Por fim, a Tabela 9.13 mostra a quantidade de instâncias cujos valores da FO das soluções obtidas por meio dos *modelos restritos* são iguais ou piores ao valor da FO da solução ótima. Cada um dos *modelos irrestritos* não obteve a solução ótima em apenas 13,5% (30) das instâncias testadas.

Tabela 9.13 – Quantidade de instâncias com valor da FO no *modelo restrito* igual ou pior à solução ótima, por grupo de instância, com uso de resultados da Rn3

		Rn3 e ICand2=1	
Variável	Faixa de tempo base	Sem faixa	Faixa: ± 5
# de instâncias com mesmo valor de FO	Até 1s	157	157
	Entre 1s e 10s	28	28
	Mais que 10s	7	7
	Subtotal	192	192
# de instâncias com valor de FO Pior	Até 1s	22	22
	Entre 1s e 10s	6	6
	Mais que 10s	2	2
	Subtotal	30	30
Total de instâncias avaliadas		222	222

Fonte: Próprio autor

9.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo tratou da avaliação da utilização dos resultados obtidos por meio dos modelos de redes neurais Rn1, Rn2 e Rn3 – apresentados no capítulo 8 – na resolução das instâncias dos quatro CAs; para isso, foram construídos três tipos de modelos, um para cada tipo de RN.

A abordagem consiste na comparação do tempo de resolução e valor da FO de modelos com espaço de regiões viáveis reduzidos por meio da utilização dos resultados obtidos pelas RNs: os resultados da Rn1 foram utilizados para definição de faixas de quantidade de instalações abertas; os resultados da Rn2 foram utilizados para forçar a abertura ou fechamento dos candidatos classificados como *previsíveis* com uma probabilidade maior ou igual a 99%; os resultados da Rn3 foram utilizados como uma forma de reduzir significativamente a quantidade de candidatos, sendo eliminados todos os candidatos cuja *qualidade* estimada é menor que 0,5 para as três variações da Rn3.

Os resultados dos modelos do tipo 1 – que utilizaram apenas os resultados da Rn1 – são surpreendentes, uma vez que os modelos com a faixa ± 5 tiveram as maiores reduções de tempo em comparação com os *modelos irrestritos*. Uma vez que todas as soluções ótimas fazem parte da região viável de tais modelos, os *gaps* das FOs das soluções obtidas valem zero.

Para os modelos do tipo 2 – que utilizaram os resultados da Rn2 e Rn1 –, houve uma redução no tempo de resolução, embora inferior às reduções no tempo de resolução dos modelos do tipo 1. Também é surpreendente o fato de os modelos com restrição de faixa de quantidade de instalações terem obtido uma redução de tempo menor que o modelo sem restrição de faixa de quantidade de instalações.

Para os modelos do tipo 3 – que utilizaram os resultados da Rn3 e Rn1 – houve a maior redução no tempo de resolução total; o tempo de resolução total foi menor que a metade do tempo de resolução total dos *modelos irrestritos*. O valor total das FOs resultantes é apenas 0,14% maior que os valores das soluções ótimas.

Conclui-se que a abordagem apresentada neste capítulo é uma das maneiras possíveis para a utilização dos resultados das RN para melhorar o processo de SCND; mais especificamente da etapa de construção dos modelos – definição de candidatos e escolha de candidatos forçados a abrir.

Embora exceda o escopo desta tese, existe potencial do uso de tais informações ao longo do processo de SCND e deve ser explorado em estudos futuros; os resultados das RN podem ser utilizados, por exemplo, como informação que pode nortear algoritmos de busca e de melhoria em meta-heurísticas ou até para auxiliar em tomadas de decisão que não são baseadas em modelos de otimização.

Além disso, meta-heurísticas que se valem da combinação de modelos de otimização com métodos não exatos tem se mostrado eficientes na resolução de problemas de localização, como é o caso da meta-heurística *Kernell Search* (ANGELELLI; MANSINI; SPERANZA, 2010, 2012); Guastaroba e Speranza (2012, 2014), por exemplo, obtiveram resultados promissores ao aplicar a meta-heurística na resolução de instâncias grandes do CFCFL.

Uma vez que a meta-heurística se vale da partição do modelo em modelos menores e sua resolução de forma iterativa, acrescentando ou eliminando candidatos, os valores de *qualidade* obtidos pela aplicação da Rn3 podem ser utilizados para aprimorar a forma como os modelos são particionados, podendo melhorar o desempenho da meta-heurística.

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta tese é resultado de uma pesquisa que investigou o processo típico de SCND cuja abordagem consiste na resolução de modelos discretos de localização e tomada de decisão com base nos resultados obtidos. Foram propostos métodos e modelos capazes de dar suporte às etapas do processo.

Embora grande parte dos métodos e modelos propostos seja compatível com diferentes problemas de localização, o escopo da tese foi limitado ao CFCFL.

Vale ressaltar que existe uma limitação inferencial nas conclusões obtidas a partir dos resultados da aplicação dos métodos apresentados ao longo da tese: os resultados são dependentes das instâncias consideradas ao longo da tese, do software de otimização e dos parâmetros utilizados, assim como do software de aplicação dos modelos de redes neurais e dos parâmetros utilizados.

10.1 CONTRIBUIÇÕES

As contribuições desta tese podem ser sumarizadas no que diz respeito à (i) definição de candidatos a instalação, (ii) obtenção e análise de soluções alternativas de qualidade, (iii) análise das relações de propriedades do CFCFL com as soluções ótimas e (iv) construção e aplicação de modelos de redes neurais para utilização na etapa de resolução dos modelos de localização.

As duas primeiras contribuições se referem às lacunas identificadas por meio da revisão bibliográfica sobre as etapas envolvidas no SCND apresentada no capítulo 3: a definição de candidatos a instalação, realizado *a priori* à construção e resolução dos modelos e obtenção/análise de soluções alternativas para fornecer subsídio à tomada de decisão em problemas reais.

As demais contribuições foram derivadas dos resultados obtidos e análises desenvolvidas, relacionados às K melhores soluções obtidas pelos métodos propostos, apresentados no capítulo 6.

No tocante à definição de candidatos a instalação, foram propostos três métodos que se valem de informações de custo de distribuição – ou distância – entre os pontos distribuídos ao longo da rede, de forma a obter conjuntos de candidatos que consideram tanto aspectos geográficos – obtendo candidatos mais

distribuídos ao longo da região – quanto aspectos de demanda – de forma que os candidatos estejam próximos à demanda.

Uma avaliação dos métodos foi feita por meio da comparação dos tempos de resolução e dos valores das funções objetivo das soluções obtidas pelos modelos de otimização cujos candidatos são definidos por cada método; os modelos foram aplicados a dois conjuntos de instâncias da literatura científica.

Os métodos propostos foram capazes de obter candidatos que levaram a soluções cujos *gaps* em relação às soluções ótimas do modelo vértex – para o qual todos os pontos são considerados candidatos – foram menores que 1% para todas as instâncias; a redução média do tempo de resolução foi de 51,4% para instâncias do Conjunto 1 e de 98,2% para instâncias do Conjunto 5.

Também foi possível constatar que a informação da quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas pode auxiliar na etapa de definição de candidatos na escolha de qual método de definição de candidatos deve ser utilizado e na definição da quantidade de candidatos que devem ser considerados em cada modelo.

Não foram encontrados na literatura científica estudos que propõem e avaliam métodos para a definição *a priori* de candidatos a instalações para modelos de localização utilizados no SCND.

No tocante à obtenção de soluções alternativas de qualidade, foram propostos quatro métodos capazes de obter as K melhores soluções de problemas de localização. Os métodos consistem na resolução sucessiva de modelos para os quais as soluções previamente obtidas são eliminadas do conjunto de soluções viáveis; os métodos se diferenciam entre si ao utilizarem as informações obtidas pelas iterações anteriores de diferentes maneiras.

Uma avaliação do desempenho dos métodos foi feita por meio da comparação dos tempos computacionais necessários para a obtenção das 20 melhores soluções das instâncias de dois conjuntos da literatura científica.

Por fim, os resultados obtidos por meio da abordagem proposta foram analisados, fornecendo alguns *insights* sobre o comportamento das melhores soluções dos cinco conjuntos de instâncias da literatura utilizados nesta tese.

Entre outras características observadas nas soluções da maioria das instâncias testadas, estão:

- a) O *gap* médio entre a solução ótima e a segunda melhor solução foi de 0,34%, enquanto que o *gap* médio entre a solução ótima e a vigésima melhor solução foi de 2,07%;
- b) Os *gaps* das soluções alternativas são consideravelmente maiores para instâncias com pouca quantidade de candidatos e para instâncias em que a quantidade de instalações na solução ótima é pequena;
- c) A quantidade de instalações abertas nas melhores soluções não se altera significativamente, o que indica que a cada solução pode ser associado um valor aproximado da “quantidade ideal de instalações”;
- d) A maior parte das “instalações ótimas” – instalações abertas nas soluções ótimas – faz parte da maior parte das soluções alternativas;
- e) Grande parte das diferenças entre as soluções ótimas e as soluções alternativas é simples, consistindo no fechamento de uma instalação aberta, na abertura de uma instalação fechada ou na substituição de uma instalação por outra.

Esses e outros *insights*, decorrentes da análise de resultados de um problema muito estudado nunca antes analisados, podem fornecer importantes subsídios a serem considerados em outras etapas do processo de SCND.

Não foram encontrados na literatura científica estudos que propõem e avaliam métodos para a obtenção das K melhores soluções aplicados a problemas de localização.

No tocante à análise de propriedades do CFCFL e sua relação com as soluções ótimas, dois *insights* obtidos a partir das análises das K melhores soluções – estabilidade na quantidade de instalações e “robustez” de instalações ótimas – motivaram uma análise mais profunda das instâncias.

Foram desenvolvidas análises que relacionam as propriedades dos problemas de localização de instalações com características das soluções ótimas: foram propostos indicadores que retratam tais propriedades e que podem estar relacionados com os valores das variáveis nas soluções ótimas.

Também foram demonstradas provas matemáticas associadas a casos particulares do CFCFL:

Foi demonstrado que, para instâncias com mesmos custos unitários de transporte, demandas e capacidades, se o custo fixo dos candidatos é reduzido, a quantidade de instalações na solução ótima se mantém inalterada ou aumenta (Hipótese 7.1).

Adicionalmente, foi demonstrado que para instâncias com os mesmos custos unitários de transporte, custos fixos e demanda, pode ocorrer de a quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas reduzir conforme a capacidade das instalações é reduzida (Hipótese 7.2).

Por fim, foi demonstrado que quando um dos indicadores de candidatos (I_{cand2}) tem valor maior que 1, e a *demandade alocação ótima* de tal candidato é menor ou igual a sua capacidade, o candidato necessariamente faz parte da solução ótima do problema (Hipótese 7.3).

Além disso, também foram apresentadas análises topológicas dos cinco conjuntos de instâncias da literatura considerados na tese: as instâncias foram *clusterizadas* e a relação entre os indicadores e os valores das variáveis nas soluções ótimas investigadas.

Não foram encontradas na literatura científica análises que buscam relacionar propriedades representadas por indicadores de instâncias com suas soluções ótimas. Tampouco foram encontradas na literatura científica provas das hipóteses propostas.

Por fim, três tipos de modelos de redes neurais (RN) foram aplicados aos dados associados às instâncias consideradas na tese; um deles com o fim de prever a quantidade de instalações que devem ser abertas em cada instância e outros dois tipos com o fim de auxiliar na tomada de decisão de abrir ou não cada candidato a instalação.

Os indicadores associados às propriedades das instâncias e candidatos foram utilizados como neurônios de entrada das RNs e as variáveis resposta, associadas às 20 melhores soluções das instâncias, foram utilizadas como neurônios de saída. As instâncias foram separadas em conjuntos de teste (CTs) e conjuntos de aplicação (CAs), com o objetivo de testar os resultados obtidos pelas RNs.

Uma avaliação foi feita por meio da utilização dos resultados das RNs na construção de modelos de otimização mais restritos para cada instância testada; as soluções e tempos de resolução dos *modelos restritos* foram comparados com as soluções e tempos de resolução dos *modelos irrestritos*.

Os resultados indicam que a utilização de modelos de RN tem potencial para auxiliar no SCND, seja na etapa de resolução de modelos de otimização, seja no suporte à tomada de decisão.

Não foram encontrados na literatura científica modelos de RN clássicos com aprendizado supervisionado aplicados a problemas de localização de instalações considerados no SCND nos moldes propostos, em que são fornecidos dados de treino consistindo em indicadores das instâncias e das soluções ótimas e posteriormente são aplicados a outros elementos.

10.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Esta tese teve seu escopo limitado ao CFCFL, embora grande parte dos métodos propostos também possa ser aplicada a outros problemas de localização. Os métodos propostos foram aplicados a cinco conjuntos de instâncias da literatura científica de tamanhos pequeno e médio. Por isso, para o futuro é sugerido que os métodos sejam testados a mais instâncias que, entre outras características:

- a) Sejam maiores, com maior quantidade de clientes e de candidatos; consequentemente, tais instâncias representam desafios maiores em termos de tempo computacional de resolução, que pode ser viabilizado em função da aplicação de parte dos métodos propostos;
- b) Representem outros problemas de localização, com múltiplas camadas, múltiplos produtos, múltiplos períodos, entre outros;
- c) Sejam construídas com base em problemas reais, cuja distribuição geográfica dos pontos e estrutura de custos representem diferentes tipos de operações logísticas reais.

Em relação à etapa de definição de candidatos, foram propostos dois tipos de métodos: os do primeiro tipo, apresentados no capítulo 5, consideram informações de custo de distribuição e buscam candidatos que estejam distribuídos ao longo da região e ao mesmo tempo próximos da demanda; os do segundo tipo, apresentados

nos capítulos 7, 8 e 9, se valem dos resultados obtidos pela aplicação das RNs para indicar quais candidatos têm maior probabilidade de ser aberto na solução ótima.

Por isso, para o futuro é sugerido que sejam propostos e avaliados métodos capazes de obter candidatos a instalação que utilizam conjuntamente tanto os resultados das RN quanto os aspectos geográficos.

Se a informação da quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas for conhecida, esta etapa pode ser aprimorada em decorrência da utilização de métodos de seleção mais adequados e da obtenção da quantidade de candidatos que viabiliza a construção de modelos de tamanhos adequados: que obtenham soluções de qualidade e não onerem demasiadamente o tempo de resolução.

Em relação à etapa de obtenção de soluções alternativas, foram propostos nesta tese métodos capazes de obter as K melhores soluções de problemas de localização. Tais métodos consistem na resolução subsequente dos modelos em que parte das soluções previamente obtidas é eliminada do conjunto de soluções viáveis. O esforço computacional despendido nas iterações prévias é aproveitado nas iterações subsequentes apenas em partes e em muitos casos é necessário solucionar muitos modelos, tornando inviável a aplicação dos métodos para a resolução de problemas de grandes dimensões.

Consequentemente, para o futuro é sugerido que sejam propostos e avaliados métodos capazes de obter as K melhores soluções sem que seja necessário solucionar inúmeros modelos; tal finalidade pode ser atingida com adaptações nos próprios algoritmos de resolução de modelos de programação linear inteira, como o *branch-and-bound* e *branch-and-cut*, entre outros.

Além disso, também é sugerido que outros métodos capazes de obter soluções alternativas de qualidade que se diferenciam ao máximo das K melhores soluções; tais soluções também podem auxiliar na tomada de decisão do SCND, ao proporcionarem um melhor entendimento de cada instância e das relações de *tradeoff* entre diferentes tomadas de decisão.

Em relação à identificação de relações entre as propriedades de problemas de localização e suas soluções ótimas, foram propostos alguns indicadores e variáveis resposta associados a instâncias e a candidatos e alguns modelos de RN foram aplicados com o objetivo de reproduzir tais relações.

Por isso, é sugerido que sejam propostos e avaliados indicadores e variáveis respostas complementares aos propostos nesta tese. Além disso, também é sugerido que outras técnicas capazes de explorar tais relações sejam aplicadas e avaliadas, tais como regressões multivariadas, árvores de decisão, máquinas de vetores de suporte, entre outras.

Por fim, também é sugerido que sejam propostas heurísticas de resolução de modelos de localização que se valham dos resultados obtidos pelas RNs, seja estreitando o espaço de soluções viáveis, seja utilizando tais resultados para direcionar a exploração de novas soluções.

11 REFERÊNCIAS

AARDAL, K. et al. Approximation algorithms for hard capacitated k-facility location problems. **European Journal of Operational Research**, v. 242, n. 2, p. 358–368, 2015.

ABOUNACER, R.; REKIK, M.; RENAUD, J. An exact solution approach for multi-objective location-transportation problem for disaster response. **Computers & Operations Research**, v. 41, n. 1, p. 83–93, 2014.

AKINC, U.; KHUMAWALA, B. M. An Efficient Branch and Bound Algorithm for the Capacitated Warehouse Location Problem. **Management Science**, v. 23, n. 6, p. 585–594, 1977.

ALTIPARMAK, F. et al. A genetic algorithm approach for multi-objective optimization of supply chain networks. **Computers & Industrial Engineering**, v. 51, n. 1, p. 196–215, set. 2006.

AN, Y. et al. Reliable p-median facility location problem: two-stage robust models and algorithms. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 64, p. 54–72, jun. 2014.

ANDERSSON, G. et al. Aggregation method experimentation for large-scale network location problems. **Location Science**, v. 6, p. 25–39, 1998.

ANGELELLI, E.; MANSINI, R.; SPERANZA, M. G. Kernel search: A general heuristic for the multi-dimensional knapsack problem. **Computers and Operations Research**, v. 37, n. 11, p. 2017–2026, 2010.

ANGELELLI, E.; MANSINI, R.; SPERANZA, M. G. Kernel Search: A new heuristic framework for portfolio selection. **Computational Optimization and Applications**, v. 51, n. 1, p. 345–361, 2012.

ARABANI, A. B.; FARAHANI, R. Z. Facility location dynamics: An overview of classifications and applications. **Computers & Industrial Engineering**, v. 62, n. 1, p. 408–420, 2012.

AVELLA, P. et al. An effective heuristic for large-scale capacitated facility location problems. **Journal of Heuristics**, v. 15, n. 6, p. 597–615, 2009.

BAGHERPOOR, Z. et al. Warehouse Location Problem. In: FARAHANI, R. Z.;

HEKMATFAR, M. (Eds.). . **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. p. 295–314.

BALINSKI, M. L. Integer Programming: Methods, Uses, Computations. **Management Science**, v. 12, n. 3, p. 253–313, nov. 1965.

BALLOU, R. H. Unresolved issues in supply chain network design. **Information Systems Frontiers**, v. 3, n. 4, p. 417–426, 2001.

BALLOU, R. H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: Logística Empresarial**. 5^a edição ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

BANDYOPADHYAY, M.; SINGH, M.; SINGH, V. Spatial Pattern Analysis for finding Weighted Candidate Set for p-median Problem in Locating Emergency Facilities. **International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering**, v. 2, n. 5, p. 69–74, 2012.

BASTANI, S.; KAZEMZADEH, N. Hierarchical Location Problem. In: FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. (Eds.). . **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. p. 219–241.

BASU, S.; SHARMA, M.; GHOSH, P. S. Metaheuristic applications on discrete facility location problems: a survey. **OPSEARCH**, v. 52, n. 3, p. 530–561, 2015.

BAUMGARTNER, K.; FUETTERER, A.; THONEMANN, U. W. Supply chain design considering economies of scale and transport frequencies. **European Journal of Operational Research**, v. 218, n. 3, p. 789–800, 2012.

BEASLEY, J. E. An algorithm for solving large capacitated warehouse location problems. **European Journal of Operational Research**, v. 33, n. May 1986, p. 314–325, 1988.

BEKTAS, T.; LAPORTE, G. The Pollution-Routing Problem. **Transportation Research Part B**, v. 45, p. 1232–1250, 2011.

BENJAMIN, C. O. et al. Comparing BP and ART II neural network classifiers for facility location. **Computers & Industrial Engineering**, v. 28, n. 1, p. 43–50, 1995.

BLANCHARD, D. **Supply Chain Management: Best Practices**. 2nd editio ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.

BLUMENFELD, D. E.; BECKMANN, M. J. Use of continuous space modeling to estimate freight distribution costs. **Transportation Research Part A: General**, v. 19, n. 2, p. 173–187, 1985.

BOCCIA, M.; AVELLA, P. Using exact knapsack separation for the Single Source Capacitated Facility Location problem. **37 Annual Conference of the italian operations research society - Optimization and Decision Sciences**, v. 1, n. 1, 2006.

BRANKE, J. et al. **Multiobjective optimization: interactive and evolutionary approaches**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

BRENDA, M.; FANCIS, L.; LOWE, J. Error-bound driven demand point aggregation for the rectilinear distance p-center model. **Location Science**, v. 4, n. 4, p. 213–235, 1997.

BRUCKER, P. J.; HAMACHER, H. W. K-Optimal Solution Sets for Some Polynomially Solvable Scheduling Problems. **European Journal of Operational Research**, v. 41, n. 2, p. 194–202, 1989.

CAMERINI, P. M.; FRATTA, L.; MAFFIOLI, F. The K best spanning arborescences of a network. **Networks**, v. 10, n. 2, p. 91–109, 1980.

CAMERINI, P. M.; HAMACHER, H. W. Intersection of Two Matroids: (Condensed) Border Graphs and Ranking. **SIAM Journal on Discrete Mathematics**, v. 2, n. 1, p. 16–27, 1989.

CARDOSO, S. R. et al. Resilience metrics in the assessment of complex supply-chains performance operating under demand uncertainty. **Omega (United Kingdom)**, v. 56, p. 53–73, 2015.

CEBECAUER, M.; BUZNA, L'. A versatile adaptive aggregation framework for spatially large discrete location-allocation problems. **Computers & Industrial Engineering**, v. 111, p. 364–380, 2017.

CHEGIREDDY, C. R.; HAMACHER, H. W. Algorithms for finding K-best perfect matchings. **Discrete Applied Mathematics**, v. 18, n. 2, p. 155–165, 1987.

CHOU, S. Y.; CHANG, Y. H.; SHEN, C. Y. A fuzzy simple additive weighting system under group decision-making for facility location selection with objective/subjective attributes. **European Journal of Operational Research**, v. 189,

n. 1, p. 132–145, 2008.

CHRISTOFIDES, N.; EILON, S. Expected Distances in Distribution Problems. **Operational Research Society**, v. 20, n. 4, p. 437–443, 1969.

CHURCH, R.; REVELLE, C. The maximal covering location problem. **Papers of the Regional Science Association**, v. 32, n. 1, p. 101–118, dez. 1974.

CONTRERAS, I.; FERNÁNDEZ, E.; REINELT, G. Minimizing the maximum travel time in a combined model of facility location and network design. **Omega**, v. 40, n. 6, p. 847–860, 2012.

COOPER, L. Location-Allocation Problems. **Operations Research**, v. 11, n. 3, p. 331–343, jun. 1963.

COOPER, L. Heuristic Methods for Location-Allocation Problems. **SIAM Review**, v. 6, n. 1, p. 37–53, 1964.

CORDEAU, J.-F.; PASIN, F.; SOLOMON, M. M. An integrated model for logistics network design. **Annals of Operations Research**, v. 144, n. 1, p. 59–82, 2006.

CRUZ, C. D. **Aplicação de algumas técnicas multivariadas no melhoramento de plantas**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo - ESALQ, 1990.

CUNHA, C. B. **Contribuição à modelagem de problemas em logística e transportes**. Tese (livre docência). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006.

DAGANZO, C. F. The length of tours in zones of different shapes. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 18, n. 2, p. 135–145, 1984a.

DAGANZO, C. F. The Distance Traveled to Visit N Points with a Maximum of C Stops per Vehicle: An Analytic Model and an Application. **Transportation Science**, v. 18, n. 4, p. 331–350, 1984b.

DAGANZO, C. F.; NEWELL, G. F. Physical distribution from a warehouse: Vehicle coverage and inventory levels. **Transportation Research Part B**, v. 19, n. 5, p. 397–407, 1985.

DANTRAKUL, S.; LIKASIRI, C.; PONGVUTHITHUM, R. Applied p-median and

p-center algorithms for facility location problems. **Expert Systems with Applications**, v. 41, n. 8, p. 3596–3604, 2014.

DASKIN, M. S. **Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications**. Berlin: John Wiley & Sons, 1995. v. 48

DASKIN, M. S.; HOPP, W. J.; MEDINA, B. Forecast horizons and dynamic facility location planning. **Annals of Operations Research**, v. 40, n. 1, p. 125–151, 1992.

DASKIN, M. S.; SNYDER, L. V.; BERGER, R. T. Facility Location in Supply Chain Design. In: **Logistics Systems: Design and Optimization**. Springer US, 2003. p. 1–38.

DING, H.; BENYOUNCEF, L.; XIE, X. A Modeling and Simulation Framework for Supply Chain Design. In: DOLGUI, A.; SOLDEK, J.; ZAIKIN, O. (Eds.). . **Supply Chain Optimisation: Production/Process Design, Facility Location and Flow Control**. New York: Springer Science+Business Media, 2005. p. 219–232.

DOLGUI, A.; SOLDEK, J.; ZAIKIN, O. **Supply Chain Optimisation: Product/Process Design, Facility Location and Flow Control**. New York: Springer Science+Business Media, 2005.

DOMÍNGUEZ, E.; MUÑOZ, J. An efficient neural network for the p-median problem. **Lecture Notes in Artificial Intelligence**, v. 2527, p. 460–469, 2002.

DOMÍNGUEZ, E.; MUÑOZ, J. A neural model for the p-median problem. **Computers and Operations Research**, v. 35, n. 2, p. 404–416, 2008.

DREZNER, T.; DREZNER, Z.; HULLIGER, B. The Quintile Share Ratio in location analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 238, n. 1, p. 166–174, 2014.

DREZNER, Z. **Facility Location: A Survey of Applications and Methods**. New York: Springer-Verlag, 1995a.

DREZNER, Z. Replacing discrete demand with continuous demand. In: DREZNER, Z. (Ed.). . **Facility Location: A Survey of Applications and Methods**. New York: Springer-Verlag, 1995b. p. 33–42.

DREZNER, Z.; HAMACHER, H. W. **Facility Location: Applications and**

Theory. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.

EISENSTAT, D.; MATHIEU, C.; SCHABANEL, N. Facility location in evolving metrics. **Lecture Notes in Computer Science**, v. 8573 LNCS, n. PART 2, p. 459–470, 2014.

ELLIOTT, D. L. **A Better Activation Function for Artificial Neural Networks.** 1993.

ENGAU, A.; MOFFATT, C.; DYK, W. Multicriteria modeling and tradeoff analysis for oil load dispatch and hauling operations at Noble energy. **Optimization and Engineering**, v. 16, n. 1, p. 73–101, 2014.

EPPSTEIN, D. Finding the k shortest paths. **35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science**, p. 154–165, 1994.

ESPEJO, I.; MARÍN, A.; RODRÍGUEZ-CHÍA, A. M. Closest assignment constraints in discrete location problems. **European Journal of Operational Research**, v. 219, n. 1, p. 49–58, 2012.

FARAHANI, R. Z. et al. Covering problems in facility location: A review. **Computers & Industrial Engineering**, v. 62, n. 1, p. 368–407, 2012.

FARAHANI, R. Z. et al. Hierarchical facility location problem: Models, classifications, techniques, and applications. **Computers & Industrial Engineering**, v. 68, p. 104–117, fev. 2014.

FARAHANI, R. Z.; ABEDIAN, M.; SHARAH, S. Dynamic Facility Location Problem. In: FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. (Eds.). . **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies.** Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. p. 347–372.

FARAHANI, R. Z.; ASGARI, N. Combination of MCDM and covering techniques in a hierarchical model for facility location: A case study. **European Journal of Operational Research**, v. 176, n. 3, p. 1839–1858, 2007.

FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies.** Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.

FARAHANI, R. Z.; STEADIESEIFI, M.; ASGARI, N. Multiple criteria facility location problems: A survey. **Applied Mathematical Modelling**, v. 34, n. 7, p. 1689–

1709, 2010.

FRAILE, A. et al. Decision model for siting transport and logistic facilities in urban environments: A methodological approach. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 291, p. 478–487, 2016.

FRANCA, R. B. et al. Multi-objective stochastic supply chain modeling to evaluate tradeoffs between profit and quality. **International Journal of Production Economics**, v. 127, n. 2, p. 292–299, 2010.

FRANCESCHETTI, A. et al. Strategic fleet planning for city logistics. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 95, p. 19–40, 2017.

FRANCIS, R. L. et al. A framework for demand point and solution space aggregation analysis for location models. **European Journal of Operational Research**, v. 159, n. 3, p. 574–585, 2004.

FRANCIS, R. L.; LOWE, T. J.; TAMIR, A. Demand Point Aggregation for Locations Models. In: DREZNER, Z.; HAMACHER, H. W. (Eds.). . **Facility Location: Applications and Theory**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. p. 207–230.

FRANCIS, R. L.; LOWE, T. J.; TAMIR, A. Demand Point Aggregation Analysis for a Class of Constrained Location Models: A Penalty Function Approach. **IIE Transactions**, v. 36, n. 7, p. 601–609, 2004.

FRANCO, L.; MONTIBELLER, G. Problem structuring for multicriteria decision analysis interventions. In: COCHRAN, J. J. (Ed.). . **Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science**. John Wiley & Sons, Inc, 2010.

GABOW, H. N. Two Algorithms for Generating Weighted Spanning Trees in Order. **SIAM Journal on Computing**, v. 6, n. 1, p. 139–150, mar. 1977.

GALVÃO, L. C. et al. A multiplicatively-weighted Voronoi diagram approach to logistics districting. **Computers and Operations Research**, v. 33, n. 1, p. 93–114, 2006.

GEOFFRION, A. M.; GRAVES, G. W. Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition. **Management Science**, v. 20, n. 5, p. 822–844, 1974.

GERRARD, R. A.; CHURCH, R. L. Closest assignment constraints and location

models: Properties and structure. **Location Science**, v. 4, n. 4, p. 251–270, 1996.

GEUNES, J.; PARDALOS, P. M. **Supply Chain Optimization**. New York: Springer Science+Business Media, 2005.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 1 edição ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

GOLDSCHMIDT, R. R. **Uma Introdução à Inteligência Computacional: Fundamentos, Ferramentas e Aplicações**. 1ª edição ed. Rio de Janeiro: Instituto Superior de Tecnologia do Rio de Janeiro, 2010.

GONZALES, D.; SEARCY, E. M.; EKŞİOĞLU, S. D. Cost analysis for high-volume and long-haul transportation of densified biomass feedstock. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 49, p. 48–61, 2013.

GOVINDAN, K. et al. Effect of product recovery and sustainability enhancing indicators on the location selection of manufacturing facility. **Ecological Indicators**, v. 67, p. 517–532, 2016.

GUASTAROBA, G.; SPERANZA, M. G. Kernel search for the capacitated facility location problem. **Journal of Heuristics**, v. 18, n. 6, p. 877–917, 2012.

GUASTAROBA, G.; SPERANZA, M. G. A heuristic for BILP problems: The Single Source Capacitated Facility Location Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 238, n. 2, p. 438–450, 2014.

GUAZZELLI, C. S.; CUNHA, C. B. Modelagem matemática para o problema de localização de centros de distribuição de empresa de alimentos. **Revista Transportes**, v. 22, n. 3, p. 86–102, 2014.

GUAZZELLI, C. S.; CUNHA, C. B. Avaliação de métodos para definição de pré-candidatos a instalações em problemas de localização. **XXIX ANPET - Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transporte**, v. 1, p. 1–12, 2015a.

GUAZZELLI, C. S.; CUNHA, C. B. Otimização multicritério para o problema de localização de centros de distribuição de uma empresa com unidade produtiva no Polo Industrial de Manaus. **Gestão & Produção**, v. 22, n. 3, p. 1–15, 2015b.

GUILLÉN, G. et al. Multiobjective supply chain design under uncertainty. **Chemical Engineering Science**, v. 60, n. 6, p. 1535–1553, 2005.

GÜMÜŞ, M.; BOOKBINDER, J. H. Cross-docking and its implications in location-distribution systems. **Journal of Business Logistics**, v. 25, n. 2, p. 199–228, 10 set. 2004.

GUO, P.; CHENG, W.; WANG, Y. Hybrid evolutionary algorithm with extreme machine learning fitness function evaluation for two-stage capacitated facility location problems. **Expert Systems with Applications**, v. 71, p. 57–68, 2017.

HAKIMI, S. L. On Realizability of a Set of Integers as Degrees of the Vertices of a Linear Graph. I. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 10, n. 3, p. 496–506, 1962.

HAKIMI, S. L. On Realizability of a Set of Integers as Degrees of the Vertices of a Linear Graph . II. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 11, n. 1, p. 135–147, 1963.

HAKIMI, S. L. Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph. **Operations Research**, v. 12, n. 3, p. 450–459, 1964.

HAKIMI, S. L. Optimum Distribution of Switching Centers in a Communication Network and Some Related Graph Theoretic Problems. **Operations Research**, v. 13, n. 3, p. 462–475, 1 jun. 1965.

HAMACHER, H. W. A note on K best network flows. **Annals of Operations Research**, v. 57, n. 1, p. 65–72, 1995.

HAMACHER, H. W.; PICARD, J. C.; QUEYRANNE, M. On finding the K best cuts in a network. **Operations Research Letters**, v. 2, n. 6, p. 303–305, 1984.

HAMACHER, H. W.; QUEYRANNE, M. K best solutions to combinatorial optimization problems. **Annals of Operations Research**, v. 4, n. 1, p. 123–143, 1985.

HAMAD, R. **Modelagem de redes logísticas com vários elos: influência dos impostos e do custo de carregamento de estoques**. Tese de doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

HAN, A. F. W.; DAGANZO, C. F. DISTRIBUTING NONSTORABLE ITEMS WITHOUT TRANSSHIPMENTS. **Transportation Research Record**, n. 1061, 1986.

HAN, J.; KAMBER, M.; TUNG, A. K. H. Spatial Clustering Methods in Data Mining: A Survey. **Geographic Data mining and knowledge discovery**, v. 2, 2001.

HARRIS, I.; MUMFORD, C. L.; NAIM, M. M. A hybrid multi-objective approach to capacitated facility location with flexible store allocation for green logistics modeling. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 66, p. 1–22, 2014.

HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. 2a edição ed. Bookman, 2001.

HEATON, J. Encog: Library of Interchangeable Machine Learning Models for Java and C#. **Journal of Machine Learning Research**, v. 16, p. 1243–1247, 2015.

HEKMATFAR, M.; STEADIESEIFI, M. Multi-Criteria Location Problem. In: FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. (Eds.). . **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. p. 373–393.

HOLMBERG, K.; RÖNNQVIST, M.; YUAN, D. An exact algorithm for the capacitated facility location problems with single sourcing. **European Journal of Operational Research**, v. 113, n. 3, p. 544–559, 1999.

HOPFIELD, J. J.; TANK, D. W. “Neural” Computation of Decisions in Optimization Problems. **Biological Cybernetics**, v. 152, p. 141–152, 1985.

HUANG, E.; GOETSCHALCKX, M. Strategic robust supply chain design based on the Pareto-optimal tradeoff between efficiency and risk. **European Journal of Operational Research**, v. 237, n. 2, p. 508–518, 2014.

IRAWAN, C. A. et al. The continuous single source location problem with capacity and zone-dependent fixed cost: Models and solution approaches. **European Journal of Operational Research**, v. 263, n. 1, p. 94–107, 2017.

IRAWAN, C. A.; SALHI, S. Aggregation and non aggregation techniques for large facility location problems - a survey. **Yugoslav Journal of Operations Research**, v. 25, n. 3, p. 313–341, 2015a.

IRAWAN, C. A.; SALHI, S. Solving Large p-Median Problems by a Multistage Hybrid Approach Using Demand Points Aggregation. **Journal of Global Optimization**, v. 63, p. 537–554, 2015b.

JANG, H.; LEE, T. Demand point aggregation method for covering problems with gradual coverage. **Computers and Operations Research**, v. 60, p. 1–13, 2015.

JAYARAMAN, V.; PIRKUL, H. Planning and coordination of production and distribution facilities for multiple commodities. **European Journal of Operational Research**, v. 133, n. 2, p. 394–408, 2001.

KA, B. Application of fuzzy AHP and ELECTRE to China dry port location selection. **Asian Journal of Shipping and Logistics**, v. 27, n. 2, p. 331–354, 2011.

KALCSICS, J. et al. The multicriteria p-facility median location problem on networks. **European Journal of Operational Research**, v. 235, n. 3, p. 484–493, 2014.

KARIV, O.; HAKIMI, S. L. An Algorithmic Approach to Network Location Problems. I: The P-Centers. II: The P-Medians. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, v. 37, n. 3, p. 539-560, 1979.

KATOH, N.; IBARAKI, T.; MINE, H. An Algorithm for the K Best Solutions of the Resource Allocation Problem. **Journal of the ACM**, v. 28, n. 4, p. 752–764, 1 out. 1981.

KAVIANI, M. Location-Inventory Problem. In: FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. (Eds.). . **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. p. 451–469.

KLIBI, W.; MARTEL, A.; GUITOUNI, A. The design of robust value-creating supply chain networks: A critical review. **European Journal of Operational Research**, v. 203, n. 2, p. 283–293, 2010.

KLIMBERG, R. K.; RATICK, S. J. Modeling data envelopment analysis (DEA) efficient location/allocation decisions. **Computers & Operations Research**, v. 35, n. 2, p. 457–474, 2008.

KUEHN, A. A.; HAMBURGER, M. J. . A Heuristic Program for Locating Warehouses. **Management Science**, v. 9, n. 4, p. 643–666, 1963.

KUO, R. J.; CHI, S. C.; KAO, S. S. A decision support system for selecting convenience store location through integration of fuzzy AHP and artificial neural network. **Computers in Industry**, v. 47, n. 2, p. 199–214, 2002.

LANGEVIN, A.; MBARAGA, P.; CAMPBELL, J. F. Continuous approximation models in freight distribution: An overview. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 30, n. 3, p. 163–188, 1996.

LAULAJAINEN, R. Spatial Economies in Distribution Transports. **Omega**, v. 5, n. 1, p. 67–76, 1977.

LAWLER, E. L. A procedure for computing the K best solutions to discrete optimization problems and its application to the shortest path problem. **Management Science**, v. 18, n. 7, p. 401–405, 1972.

LEÃO, A. A. S. et al. The constrained compartmentalized knapsack problem: Mathematical models and solution methods. **European Journal of Operational Research**, v. 212, n. 3, p. 455–463, 2011.

LEÃO, A. A. S.; CHERRI, L. H.; ARENALES, M. N. Determining the K-best solutions of knapsack problems. **Computers & Operations Research**, v. 49, p. 71–82, set. 2014.

LEE, D. H.; DONG, M. A heuristic approach to logistics network design for end-of-lease computer products recovery. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 44, n. 3, p. 455–474, 2008.

LIN, C. K. Y. Stochastic single-source capacitated facility location model with service level requirements. **International Journal of Production Economics**, v. 117, n. 2, p. 439–451, 2009.

LIU, S.; PAPAGEORGIOU, L. G. Multiobjective optimisation of production, distribution and capacity planning of global supply chains in the process industry. **Omega**, v. 41, n. 2, p. 369–382, 2013.

MARANZANA, F. E. On the location of supply points to minimize transportation costs. **Operations Research**, v. 15, n. 3, p. 261–270, 1964.

MARIANOV, V.; SERRA, D. Median Problems in Networks. **SSRN Electronic Journal**, p. 1–26, 2009.

MARLER, R. T.; ARORA, J. S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 26, n. 6, p. 369–395, 2004.

MEDAL, H. R.; POHL, E. A.; ROSSETTI, M. D. A multi-objective integrated facility location-hardening model: Analyzing the pre- and post-disruption tradeoff. **European Journal of Operational Research**, v. 237, n. 1, p. 257–270, 2014.

MELO, M. T.; NICKEL, S.; SALDANHA-DA-GAMA, F. Dynamic multi-commodity capacitated facility location: a mathematical modeling framework for strategic supply chain planning. **Computers & Operations Research**, v. 33, n. 1, p. 181–208, 2006.

MELO, M. T.; NICKEL, S.; SALDANHA-DA-GAMA, F. Facility Location and Supply Chain Management – A comprehensive review. **Berichte des Fraunhofer ITWM**, v. 130, p. 1–54, 2007.

MELO, M. T.; NICKEL, S.; SALDANHA-DA-GAMA, F. Facility location and supply chain management – A review. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 2, p. 401–412, 2009.

MO, Y.; HARRISON, T. P. A Conceptual Framework For Robust Supply Chain Design Under Demand Uncertainty. In: GEUNES, J.; PARDALOS, P. M. (Eds.). . **Supply Chain Optimization**. New York: Springer Science+Business Media, 2005. p. 243–263.

MONTIBELLER, G.; YOSHIZAKI, H. T. Y. A Framework for Locating Logistic Facilities with Multi-Criteria Decision Analysis. In: TAKAHASHI, R. H. C. et al. (Eds.). **Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. Lecture Notes in Computer Science. Heidelberg: Springer, 2011. p. 505–519.

NAIMISADIGH, A.; FALLAD, H. Demand Point Aggregation Analysis for Location Models. In: FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. (Eds.). . **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. p. 523–534.

NEWELL, G. F.; DAGANZO, C. F. Design of multiple-vehicle delivery tours-I a ring-radial network. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 20, n. 5, p. 345–363, 1986a.

NEWELL, G. F.; DAGANZO, C. F. Design of multiple vehicle delivery tours-II other metrics. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 20, n. 5, p. 365–376, 1986b.

NEZHAD, A. M.; MANZOUR, H.; SALHI, S. Lagrangian relaxation heuristics for the uncapacitated single-source multi-product facility location problem. **International Journal of Production Economics**, v. 145, n. 2, p. 713–723, 2013.

NOVAES, A. G. **Sistemas logísticos: transporte, armazenagem e distribuição física de produtos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1989.

NOVAES, A. G. **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Distribuição**. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2007.

NOZICK, L. K. The fixed charge facility location problem with coverage restrictions. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 37, n. 4, p. 281–296, 2001.

OLIVARES-BENITEZ, E.; RÍOS-MERCADO, R. Z.; GONZÁLEZ-VELARDE, J. L. A metaheuristic algorithm to solve the selection of transportation channels in supply chain design. **International Journal of Production Economics**, v. 145, n. 1, p. 161–172, set. 2013.

OZGEN, D.; GULSUN, B. Combining possibilistic linear programming and fuzzy AHP for solving the multi-objective capacitated multi-facility location problem. **Information Sciences**, v. 268, p. 185–201, jun. 2014.

PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity**. Mineola, New York: Dover Publications, 1998.

PASANDIDEH, S. H. R.; NIAKI, S. T. A.; ASADI, K. Bi-objective optimization of a multi-product multi-period three-echelon supply chain problem under uncertain environments: NSGA-II and NREGA. **Information Sciences**, v. 292, p. 57–74, 2014.

PASCOAL, M. M. B.; SEDEÑO-NODA, A. Enumerating K best paths in length order in DAGs. **European Journal of Operational Research**, v. 221, n. 2, p. 308–316, 2012.

PIRTTILÄ, T.; HAUTANIEMI, P. Activity-based costing and distribution logistics management. **International Journal of Production Economics**, v. 41, p. 327–333, 1995.

QI, L.; SHEN, Z. J. M. Worst-case analysis of demand point aggregation for the Euclidean p-median problem. **European Journal of Operational Research**, v. 202, n. 2, p. 434–443, 2010.

QUEVEDO-OROZCO, D. R.; RÍOS-MERCADO, R. Z. A New Heuristic for the Capacitated Vertex p -Center Problem. In: **Advances in Artificial Intelligence**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. p. 279–288.

R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing** Vienna, Austria R Foundation for Statistical Computing, , 2016. Disponível em: <<https://www.r-project.org>>

RAHMANIANI, R.; GHADERI, A. An algorithm with different exploration mechanisms: Experimental results to capacitated facility location/network design problem. **Expert Systems with Applications**, v. 42, n. 7, p. 3790–3800, 2015.

RAHMATI, S. H. A.; HAJIPOUR, V.; NIAKI, S. T. A. A soft-computing Pareto-based meta-heuristic algorithm for a multi-objective multi-server facility location problem. **Applied Soft Computing**, v. 13, n. 4, p. 1728–1740, 2013.

RAVET, D. An exploration of facility location metrics in international supply chain. **Trends in International Business**, p. 1–18, 2012.

REVELLE, C. S.; EISELT, H. Location analysis: A synthesis and survey. **European Journal of Operational Research**, v. 165, n. 1, p. 1–19, ago. 2005.

REVELLE, C. S.; EISELT, H.; DASKIN, M. S. A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science. **European Journal of Operational Research**, v. 184, n. 3, p. 817–848, fev. 2008.

REVELLE, C. S.; SWAIN, R. W. Central Facilities Location. **Geographical Analysis**, v. 2, n. 1, p. 30–42, 1970.

ROBINSON JR, E. P.; SWINK, M. Reason based solutions and the complexity of distribution network design problems. **European Journal of Operational Research**, v. 76, n. 3, p. 393–409, 1994.

ROBINSON JR, E. P.; SWINK, M. L. A comparative model of facility network design methodologies. **Journal of Operations Management**, v. 13, n. 3, p. 169–181, 1995.

ROSS, A.; JAYARAMAN, V. An evaluation of new heuristics for the location of cross-docks distribution centers in supply chain network design. **Computers & Industrial Engineering**, v. 55, n. 1, p. 64–79, ago. 2008.

SADJADY, H.; DAVOUDPOUR, H. Two-echelon, multi-commodity supply chain network design with mode selection, lead-times and inventory costs. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 7, p. 1345–1354, 2012.

ŞAHİN, G.; SÜRAL, H. A review of hierarchical facility location models. **Computers & Operations Research**, v. 34, p. 2310–2331, 2007.

SALHI, S.; RAND, G. K. The effect of ignoring routes when locating depots. **European Journal of Operational Research**, v. 39, n. 2, p. 150–156, 1989.

SANKARAN, J. K. On solving large instances of the capacitated facility location problem. **European Journal of Operational Research**, v. 178, n. 3, p. 663–676, 2007.

SEDEÑO-NODA, A.; ESPINO-MARTÍN, J. J. On the K best integer network flows. **Computers & Operations Research**, v. 40, n. 2, p. 616–626, 2013.

SHANKAR, B. L. et al. Location and allocation decisions for multi-echelon supply chain network – A multi-objective evolutionary approach. **Expert Systems with Applications**, v. 40, n. 2, p. 551–562, 2013.

SHI, Y. **Emerging Research on Swarm Intelligence and Algorithm Optimization**. Hershey: IGI Global, 2014.

SHUKLA, S.; NAGANNA, S. A Review on K-means Data Clustering Approach. **International Journal of Information & Computation Technology**, v. 4, n. 17, p. 1847-1860, 2014.

SILVA, M. R.; CUNHA, C. B. New simple and efficient heuristics for the uncapacitated single allocation hub location problem. **Computers and Operations Research**, v. 36, p. 3152–3165, 2009.

SIMCHI-LEVI, D.; KAMINSKY, P.; SIMCHI-LEVI, E. **Designing and Managing the Supply Chain: Concepts, Strategies, and Case Studies**. The McGraw-Hill Companies, 2000.

SMITH, H. K.; LAPORTE, G.; HARPER, P. R. Locational analysis: highlights of growth to maturity. **Journal of the Operational Research Society**, v. 60, p. 140–148, 2009.

SMITH, K. A. Neural Networks for Combinatorial Optimization: A Review of

More Than a Decade of Research. **INFORMS Journal on Computing**, v. 11, n. 1, p. 15–34, 1999.

SMITH, K.; KRISHNAMOORTHY, M.; PALANISWAMI, M. Neural versus traditional approaches to the location of interacting hub facilities. **Location Science**, v. 4, n. 3, p. 155–171, 1996.

SNYDER, L. V. Facility location under uncertainty: a review. **IIE Transactions**, v. 38, n. 7, p. 547–564, 2006.

SONMEZ, A. D.; LIM, G. J. A decomposition approach for facility location and relocation problem with uncertain number of future facilities. **European Journal of Operational Research**, v. 218, n. 2, p. 327–338, 2012.

SRIDHARAN, R. The capacitated plant location problem. **European Journal of Operational Research**, v. 87, n. 2, p. 203–213, dez. 1995.

STAPLETON, D. et al. Activity-based costing for logistics and marketing. **Business Process Management Journal**, v. 10, n. 5, p. 584–597, 2004.

SYAM, S. S. A model and methodologies for the location problem with logistical components. **Computers & Operations Research**, v. 29, n. 9, p. 1173–1193, ago. 2002.

TEIXEIRA, J. C.; ANTUNES, A. P. A hierarchical location model for public facility planning. **European Journal of Operational Research**, v. 185, n. 1, p. 92–104, fev. 2008.

THANH, P. N.; BOSTEL, N.; PÉTON, O. A dynamic model for facility location in the design of complex supply chains. **International Journal of Production Economics**, v. 113, n. 2, p. 678–693, 2008.

TOREGAS, C. et al. The Location of Emergency Service Facilities. **Operations Research**, v. 19, n. 6, p. 1363–1373, 1971.

TSAO, Y. C. et al. A continuous approximation approach for the integrated facility-inventory allocation problem. **European Journal of Operational Research**, v. 222, n. 2, p. 216–228, 2012.

VALLIM FILHO, A. R. DE A. **Localização de centros de distribuição de carga: contribuições à modelagem matemática**. Universidade de São Paulo,

2004.

VAN DER POORT, E. S. et al. Solving the k-best traveling salesman problem. **Computers and Operations Research**, v. 26, n. 4, p. 409–425, 1998.

VILA, D.; MARTEL, A.; BEAUREGARD, R. Designing logistics networks in divergent process industries: A methodology and its application to the lumber industry. **International Journal of Production Economics**, v. 102, n. 2, p. 358–378, ago. 2006.

WASSERMAN, L. Topological data analysis. **Annual Reviews in Statistics**, 2016.

WATSON, M. et al. **Supply Chain Network Design - Applying Optimization And Analytics to the Global Supply Chain**. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, 2014.

WEBB, M. H. J. Cost Functions in the Location of Depots for Multiple-Delivery Journeys. **Operational Research Society**, v. 19, n. 3, p. 311–320, 1968.

WEBER, A. **Über den Standort der Industrien**. 1929 Trans ed. Tübingen, Germany: University of Chicago Press, Chicago, IL, 1909.

WIDENER, M. J.; HORNER, M. W. A hierarchical approach to modeling hurricane disaster relief goods distribution. **Journal of Transport Geography**, v. 19, n. 4, p. 821–828, 2011.

WILHELM, W. et al. Design of international assembly systems and their supply chains under NAFTA. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 41, n. 6, p. 467–493, nov. 2005.

WILLIAMS, H. P. **Model building in mathematical programming**. Fifth Edit ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2013.

WOLSEY, L. A. **Integer Programming**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.

YANASSE, H. H.; SOMA, N. Y.; MACULAN, N. An algorithm for determining the k-best solutions of the one-dimensional knapsack problem. **Pesquisa Operacional**, v. 20, n. 1, p. 117–134, 2000.

YANG, Z.; CHU, F.; CHEN, H. A cut-and-solve based algorithm for the single-

source capacitated facility location problem. **European Journal of Operational Research**, v. 221, n. 3, p. 521–532, set. 2012.

YEN, J. Y. Finding the K Shortest Loopless Paths in a Network. **Management Science**, v. 17, n. 11, p. 712–716, 1971.

YOO, J.; KUMARA, S. R. T. Implications of k-best modular product design solutions to global manufacturing. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, v. 59, n. 1, p. 481–484, 2010.

YOSHIZAKI, H. T. Y. **Planejamento e projeto de bases de modelos quantitativos de auxílio à decisão**. Tese de doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

ZARINBAL, M. Distance Functions in Location Problems. In: FARAHANI, R. Z.; HEKMATFAR, M. (Eds.). . **Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. p. 5–18.

ZHAO, P.; BATTÀ, R. Analysis of centroid aggregation for the Euclidean distance p-median problem. **European Journal of Operational Research**, v. 113, n. 1, p. 147–168, 1999.

APÊNDICE A – MODELOS DE LOCALIZAÇÃO UTILIZADOS NO PROBLEMA DE CONFIGURAÇÃO DE REDES LOGÍSTICAS

Para que o capítulo 3 não fosse excessivamente extenso, os modelos fundamentais e suas variações e extensões derivadas que consideram aspectos inerentes a problemas reais específicos a cada operação logística são apresentadas neste apêndice.

Os modelos completos são apresentados na maior parte das subseções para permitir que estas sejam utilizadas como base de pesquisa para auxiliar a modelagem da realidade.

O objetivo deste levantamento bibliográfico é apresentar quais aspectos das formulações matemáticas de modelos encontrados na literatura científica fazem com que a aplicação de cada tipo de modelo de localização seja adequada aos problemas reais de configuração logística.

Também se pretende apontar quais aspectos são mais relevantes para serem modelados, dados diferentes tipos de operações, assim como os impactos dos resultados obtidos por cada modelo nas operações físicas reais.

A apresentação dos modelos é feita por meio de uma leitura que trata do contexto de modelos de localização utilizados no processo de configuração de redes logísticas (SCND). A leitura sob essa ótica tem o objetivo de auxiliar na tradução da realidade, permitindo que o modelador seja capaz de identificar qual tipo de formulação matemática deve ser utilizada, identificando quais aspectos devem ser modelados e quais são os impactos nos resultados decorrentes dessa modelagem.

Não se espera que este levantamento cubra todos os aspectos passíveis de estudo e sim que percorra os tipos de modelos mais usuais utilizados no SCND e variações que permitam representar grande parte de operações físicas reais.

Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2007) apresentam questões importantes que permitem que um modelo discreto de localização se torne compatível com os requisitos do SCND, agrupadas em quatro tipos:

1. Decisões de transportes
 - A escolha de modos de transporte e capacidade;
 - A escolha de arcos de transporte;

- A transferência direta de produtos dos níveis mais altos de instalações até os clientes;
 - O fluxo de materiais entre instalações do mesmo tipo;
 - Relações únicas ou múltiplas entre instalações e clientes;
2. Integração das atividades da cadeia de suprimentos
- Questões de capacidade, tais como:
 - Expansão ou redução de instalações existentes – seja por meio de tamanhos modulares ou contínuos;
 - Escolha de tecnologia e equipamento;
 - Decisão de níveis de capacidade;
 - Níveis de volume mínimo de operação nas instalações;
 - Compra de matéria-prima;
 - Produção com múltiplos estágios e lista de materiais para produção;
 - Inventário;
 - Roteirização;
3. Extensões que impactam toda a estrutura da cadeia de suprimentos
- Múltiplas camadas e decisão de abertura em diferentes camadas;
 - Fatores nacionais e internacionais;
 - Logística reversa;
4. Quantidade de tipos de produtos

Tais fatores são discutidos de forma mais profunda no decorrer deste apêndice.

Na seção A.1 são apresentados cinco modelos fundamentais de localização de instalações em redes. Nas seções de A.2 a A.5 são apresentados alguns dos tipos de modelos derivados mais importantes para SCND. São eles: Modelos com Múltiplas Camadas, Modelos com Múltiplos Produtos, Modelos com Múltiplos Períodos e Modelos com Múltiplos Critérios.

Em seguida, nas seções A.6 e A.7, são apontadas algumas variações de formulações que consideram outros aspectos referentes a operações físicas reais e que podem ser aplicadas aos modelos apresentados.

As formulações completas com a definição dos conjuntos – mesmo que já apresentados em seções anteriores – são apresentadas em todas as seções para facilitar a pesquisa do material no futuro. Embora a repetição das definições dos

parâmetros possa tornar o material mais extenso, optou-se essa forma para garantir que em cada seção os modelos sejam apresentados de forma completa, facilitando seu uso como material de pesquisa ao modelador durante a etapa de definição da formulação do modelo.

Por fim, também vale ressaltar que alguns dos modelos apresentados detêm variações em sua formulação em relação à formulação que alguns autores utilizam, e podem ser equivalentes conceitualmente ou apenas terem resultados ótimos iguais.

A.1 MODELOS FUNDAMENTAIS

Nesta seção são apresentados cinco modelos fundamentais de localização de instalações em redes: Modelos de Cobertura, Modelos p -Centros, Modelos p -Medianas, Modelos de Localização de Instalações com Custo Fixo e Modelos de Localização de Instalações Capacitadas. Também são apresentadas algumas variações relacionadas a alguns dos modelos fundamentais.

Smith; Laporte e Harper (2009) fazem uma revisão que mostra o avanço da teoria da localização, desde os primeiros modelos fundamentais propostos na literatura.

A.1.1 Modelos de Cobertura (*Location Covering*)

A partir dos estudos de Hakimi (1965), Toregas *et al.* (1971) propuseram uma formulação para o Problema de Cobertura de Conjunto (*Location Set Covering Problem – LSC*). Seu objetivo consiste na identificação do menor conjunto possível de instalações que garanta que todos os clientes tenham o tempo de percurso da instalação mais próxima menor ou igual ao tempo máximo t definido *a priori* – em alguns modelos são consideradas as distâncias entre as instalações e os clientes, em substituição ao tempo.

Pode ser utilizado, no contexto logístico, como um modelo que busca a menor quantidade de instalações que garanta um nível de serviço determinado, dado em tempo de viagem entre instalação e cliente. Na formulação clássica do modelo, porém, o custo fixo não é considerado, senão indiretamente, por meio da busca da quantidade mínima de instalações necessárias. Tampouco o custo de transporte é representado neste modelo.

O Modelo de Cobertura é o único modelo apresentado neste apêndice que não considera o fluxo de materiais entre dois pontos.

O Modelo de Cobertura de Conjuntos pode ser formulado da seguinte forma:

Parâmetros:

$$a_{cl} \begin{cases} 1 & \text{se o tempo entre o candidato } c \text{ e o cliente } l \text{ é menor que } t, \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$$

Variáveis de decisão:

$$Z_c \begin{cases} 1 & \text{se o candidato } c \text{ é aberto} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \forall c \in C$$

Função objetivo:

Minimizar

$$\sum_{c \in C} Z_c \quad (\text{A.1})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} a_{cl} \cdot Z_c \geq 1, \quad \forall l \in L \quad (\text{A.2})$$

A função objetivo (A.1) representa a quantidade de instalações abertas na solução, que deve ser minimizada, enquanto as restrições (A.2) garantem que todos os clientes estejam a um tempo menor ou igual a t de pelo menos uma instalação aberta.

Este modelo pode ser utilizado quando o custo fixo de uma instalação é muito maior que o custo de transporte e se pretende garantir que o atendimento de todos os clientes seja melhor que um valor mínimo definido.

Um ponto negativo da aplicação deste modelo em casos logísticos é que pode existir mais de um conjunto com a mesma quantidade de instalações abertas que satisfaça a restrição de atendimento com tempo menor ou igual a t .

A resolução do modelo por meio dos métodos usuais proporciona apenas uma dessas soluções, porém é possível que ela seja pior em termos de outros critérios não considerados na FO.

Church e ReVelle (1974) avançaram na formulação de modelos de cobertura, propondo o Problema de Localização de Máxima Cobertura (*Maximal Covering Location Problem* – MCL). Dado uma quantidade de instalações p dada *a priori*, se

busca obter um conjunto de instalações que maximize a população atendida até o limite de tempo t definido.

O Modelo de Localização de Máxima Cobertura pode ser formulado da seguinte forma:

Novos parâmetros:

d_l : demanda do cliente l , $l \in L$

p : quantidade de instalações a serem abertas

Novas variáveis de decisão:

$Y_l \begin{cases} 1 & \text{se existe ao menos um candidato aberto com tempo de deslocamento} \\ & \text{até o cliente } l \text{ menor ou igual a } t \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \forall l \in L$

Função objetivo:

Maximizar

$$\sum_{l \in L} Y_l \cdot d_l \quad (\text{A.3})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Z_c = p \quad (\text{A.4})$$

$$\sum_{c \in C} a_{cl} \cdot Z_c \geq Y_l, \forall l \in L \quad (\text{A.5})$$

A função objetivo (A.3) representa a quantidade de produto demandado atendido em um tempo menor ou igual a t . A restrição (A.4) garante que a quantidade de instalações abertas seja igual a p e as restrições (A.5) relaciona os dois tipos de variáveis, garantindo que as demandas dos clientes apenas sejam contabilizadas na FO se existirem ao menos uma instalação aberta com tempo até o cliente menor ou igual a t .

Se o valor da FO obtido em um Modelo de Cobertura de Conjuntos – que representa a quantidade de instalações abertas – for utilizado como parâmetro p no Modelo de Máxima Cobertura, este modelo é capaz de obter a melhor solução dentre todas que têm o mesmo valor da FO do Modelo de Cobertura de Conjunto.

Farahani *et al.* (2012) apresentam uma revisão completa sobre Modelos de Cobertura, apresentando o problema clássico e algumas variações e investigando

soluções e aplicações. Segundo os autores, a pesquisa tenta revisar todos os aspectos de problemas de cobertura abrangendo detalhadamente os trabalhos desenvolvidos nas duas décadas anteriores.

A.1.2 Modelos p -Centros (p -Center)

Proposto por Hakimi (1964), o problema p -Centros busca obter um conjunto composto por um determinado número p de instalações, dado *a priori*, que minimiza o máximo tempo – ou a máxima distância – entre os clientes e a instalação aberta mais próxima a cada ponto. Vale notar que o autor (HAKIMI, 1964) mostra também que para este tipo de problema, as soluções ótimas não são necessariamente compostas de apenas instalações localizadas nos nós das redes.

O objetivo deste problema pode ser interpretado, no contexto logístico, como o de minimizar o pior nível de serviço, dado uma quantidade de instalações estipulada – que pode ser considerada como uma forma de estimar o custo fixo da operação.

O Modelo que trata do problema p -Centros pode ser formulado da seguinte forma:

Parâmetros:

t_{cl} : tempo de percurso entre o candidato c e o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Variáveis de decisão:

$Z_c \begin{cases} 1 \text{ se o candidato } c \text{ é aberto} \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}, \forall c \in C$

Q_{cl} : quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

T_{max} : maior tempo entre os clientes e o candidato mais próximo

Função Objetivo:

Minimizar

$$T_{max} \quad (A.6)$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Q_{cl} \geq d_l, \forall l \in L \quad (A.7)$$

$$\sum_{c \in C} Z_c = p \quad (A.8)$$

$$Q_{cl} \leq m \cdot Z_c, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.9})$$

$$T_{max} \geq \frac{\sum_{c \in C} t_{cl} \cdot Q_{cl}}{d_l}, \quad \forall l \in L \quad (\text{A.10})$$

$$Q_{cl} \geq 0, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.11})$$

A função objetivo (A.6) representa o maior tempo entre todos os clientes e seus candidatos mais próximos. As restrições (A.7) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a sua demanda. A restrição (A.8) faz com que a quantidade de instalações abertas seja igual a p . Já as restrições (A.9) garantem que apenas as instalações abertas forneçam produtos para os clientes e as restrições (A.10) garantem, para cada cliente, que a variável que deve ser minimizada (T_{max}) seja maior ou igual ao tempo médio de atendimento ponderado. As restrições (A.11) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

Este tipo de modelo requer que a quantidade de instalações p seja dada *a priori* – restrição (A.8) –, ou, de outro modo, a solução ótima consistiria na abertura de todos os candidatos mais próximos de cada cliente. Como em muitos casos logísticos reais, o conjunto de locais candidatos costuma ser composto pelos pontos mais próximos das demandas, tal solução consistiria na abertura de todos os candidatos.

Nota-se também que esta formulação não restringe que cada cliente seja atendido por apenas uma origem, da mesma forma como o modelo apresentado por Daskin (1995), por exemplo, e ao contrário de outras formulações, como em Cunha (2006), que impõe esta restrição.

Os dois tipos de modelagem resultam nos mesmos valores de FO e a solução é idêntica, uma vez que não são consideradas restrições de capacidade nas instalações. Por outro lado, a formulação apresentada deve ter menor esforço computacional, uma vez que utiliza apenas $|C|$ variáveis binárias, enquanto a outra abordagem considera $|C| + |C| \cdot |L|$ variáveis binárias. Na subseção A.1.5.2, o tipo de modelagem utilizado por Cunha (2006) é aprofundado.

Vale notar também que o conjunto de restrições (A.9) poderia ser substituído pelas restrições (A.12).

$$\sum_{l \in L} Q_{cl} \geq m \cdot Z_c, \quad \forall c \in C \quad (\text{A.12})$$

Esta nova formulação, apesar de reduzir a quantidade de restrições, pode ser menos vantajosa uma vez que a relaxação do problema inteiro, utilizada na resolução do modelo por parte dos algoritmos de resolução, tem uma região viável maior.

Como um exemplo de aplicação, Dantrakul; Likasiri e Pongvuthithum (2014) utilizam um Modelo p -Centros como parte de uma heurística de solução para problemas de localização de plantas de força por combustão de biomassa e locais de armazenagem de resíduos de agricultura.

Um caso específico destes tipos de modelo ocorre quando o conjunto de candidatos e o conjunto de clientes são iguais. Este problema é conhecido como Problema p -Centros Vértex (*Vertex p -Center Problem*). Este tipo de problema pode não ser o mais adequado para retratar algumas operações reais, em que existem regiões que embora apresentem demanda, não têm recursos para abrigar uma instalação logística – com infraestrutura ou mão-de-obra especializada, por exemplo.

Como exemplo de utilização, Quevedo-Orozco e Ríos-Mercado (2013) aplicam uma heurística que integra diversos aspectos ao Problema p -Centros Vértex a instâncias da literatura utilizadas em problemas de localização.

Apesar de considerar uma variável que pode representar o nível de serviço na FO, a solução ótima deste modelo pode não apresentar um nível de serviço geral muito bom, uma vez que evita níveis serviços muito ruins, mas não garante que os locais abertos estejam bem localizados em relação à maior parte da demanda. Além disso, para alguns problemas logísticos reais, um modelo deste tipo pode fazer com que sejam selecionadas instalações em locais com pouca demanda, o que oneraria a operação. Para estes casos, o Modelo p -Medianas, apresentado a seguir, pode ser mais adequado.

A.1.3 Modelos p -Medianas (p -Means)

O Modelo p -Medianas tem como FO a minimização da distância total, ponderada pela demanda, entre as instalações e os clientes alocados a elas. Foi formulado como um problema de programação linear inteira por ReVelle e Swain

(1970), embora tendo sido estudado anteriormente por outros autores (COOPER, 1963, 1964, HAKIMI, 1964, 1965; MARANZANA, 1964)

Além de fornecer soluções com melhores níveis de serviço globais, este tipo de modelo também desempenha uma melhor aproximação ao objetivo de minimizar o custo de transporte, retratado neste caso pela distância média – ou tempo médio – entre as instalações logísticas e os clientes.

Uma vez que os custos de transporte de maneira geral apresentam uma relação direta com o momento de transporte gerado – distância vezes quantidade transportada –, é possível utilizar a distância ou o tempo de deslocamento como aproximações do custo de transporte por unidade transportada. Dessa forma, a solução ótima obtida por este modelo pode ser considerada, no contexto logístico, como uma aproximação da solução de menor custo de transporte – e melhor nível de serviço médio –, dada a quantidade de instalações abertas, definida *a priori* – que pode ser considerada como uma forma de estimar o custo fixo da operação.

O Modelo *p*-Medianas pode ser formulado da seguinte forma:

Parâmetros:

d_{cl} : distância entre o candidato c e o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Variáveis de decisão:

Z_c $\begin{cases} 1 \text{ se o candidato } c \text{ é aberto} \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}$, $\forall c \in C$

Q_{cl} : quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{c \in C} \sum_{l \in L} d_{cl} \cdot Q_{cl} \quad (\text{A.13})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Q_{cl} \geq d_l, \quad \forall l \in L \quad (\text{A.14})$$

$$\sum_{c \in C} Z_c = p \quad (\text{A.15})$$

$$Q_{cl} \leq m \cdot Z_c, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.16})$$

$$Q_{cl} \geq 0, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.17})$$

A função objetivo (A.13) representa a quantidade de momento de transporte – distância vezes quantidade transportada – gerado no abastecimento de todos os clientes. As restrições (A.14) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas. A restrição (A.15) faz com que a quantidade de instalações abertas seja igual a p . Já as restrições (A.16) garantem que apenas instalações abertas forneçam produtos para os clientes e as restrições (A.17) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

As únicas diferenças entre os modelos p -Medianas e p -Centros são a alteração da FO, que substitui o tempo máximo pelo momento de transporte e a eliminação das restrições que limitam o tempo de atendimento a cada cliente ao valor da variável de tempo máximo estipulado.

Para mais detalhes sobre modelos p -Medianas, recomendam-se os trabalhos de Daskin (1995), ReVelle e Eiselt (2005), ReVelle; Eiselt e Daskin (2008) e Marianov e Serra (2009). Exemplos de aplicações ao caso logístico podem ser observados em An *et al.* (2014).

Uma característica importante deste tipo de modelo é que a matriz de parâmetros d_{cl} , definidos como a distância total entre o candidato c e o cliente l pode ser substituída por uma nova matriz de parâmetros cv_{cl} , que representam o custo unitário de transporte que incorre sobre o envio de uma unidade de produto ao cliente l partindo do candidato c .

Apesar de serem capazes de representar de forma adequada uma série de sistemas físicos reais, algumas hipóteses do Modelo p -Medianas podem não ser apropriadas para situações que envolvem a localização de instalações em estudos de configuração de redes logísticas, em particular:

- (i) Os custos fixos de todas as instalações não são considerados;
- (ii) As instalações não têm limites de capacidade;
- (iii) A quantidade de instalações a serem selecionadas é definida *a priori* (igual a p).

Os modelos seguintes lidam melhor com problemas em que tais hipóteses não podem ser assumidas.

A.1.4 Modelos de Localização de Instalações com Custo Fixo (*Fixed Charge Facility Location – FCFL*)

O Modelo de Localização de Instalações com Custo Fixo é uma das possíveis extensões do Problema p -Medianas; representa a realidade logística de forma mais profunda, uma vez que considera os custos fixos de cada instalação aberta. Tais custos são decorrentes de fatores que não dependem do volume movimentado, como custos de aluguéis e de funcionários não ligados diretamente à operação.

Trabalhos pioneiros que formularam o FCFL foram desenvolvidos por Kuehn e Hamburger (1963) e Balinski (1965), entre outros.

Com a consideração dos custos fixos, as soluções ótimas representam as configurações de instalações em que existe um equilíbrio entre os custos fixos e os custos variáveis de transporte.

O custo fixo total da solução reduz conforme p – que representa a quantidade de instalações abertas – diminui. Por outro lado, assumindo a hipótese de que o custo de transporte entre dois pontos tem relação direta com sua distância, é possível deduzir que o custo de transporte do problema diminui conforme p aumenta. Dessa forma, em problemas p -Medianas do tipo vértex – quando o conjunto de candidatos e o conjunto de clientes são iguais – a solução de menor custo de transporte é obtida quando $p=|C|$; isto é, todos os candidatos são selecionados.

Estas relações implicam que o modelo seja capaz de definir endogenamente a quantidade ideal de instalações que minimiza o custo total, obtendo o equilíbrio entre custo fixo e custo variável de transporte. Este efeito pode ser observado na Figura A.1, que retrata um exemplo genérico da variação dos custos em função da quantidade de instalações abertas.

O modelo tem o objetivo de determinar a localização ideal das instalações e de quais clientes devem ser atendidos por cada instalação. Além de considerar a informação do custo fixo para cada um dos candidatos, também considera os custos unitários de transporte.

Figura A.1 – Exemplo genérico de custo total em relação à quantidade de instalações

Fonte: Próprio autor

O Modelo de Localização de Instalações com Custo Fixo pode ser formulado da seguinte forma:

Parâmetros:

cv_{cl} : custo unitário associado ao candidato c atender o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

cf_c : custo fixo do candidato c , $\forall c \in C$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Variáveis de decisão:

$Z_c \begin{cases} 1 & \text{se o candidato } c \text{ é aberto} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$, $\forall c \in C$

Q_{cl} : quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{c \in C} \sum_{l \in L} cv_{cl} \cdot Q_{cl} + \sum_{c \in C} cf_c \cdot Z_c \quad (\text{A.18})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Q_{cl} \geq d_l, \quad \forall l \in L \quad (\text{A.19})$$

$$Q_{cl} \leq m \cdot Z_c, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.20})$$

$$Q_{cl} \geq 0, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.21})$$

A função objetivo (A.18) representa o custo total da operação, composto pelos custos fixos das instalações e os custos variáveis de transporte. As restrições (A.19)

garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas. Já as restrições (A.20) garantem que apenas as instalações selecionadas forneçam produtos para os clientes e as restrições (A.21) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

As diferenças entre o modelo de Localização de Instalações com Custo Fixo e o Modelo p -Medianas são: a adição de mais um termo à FO – referente ao custo fixo da operação – e a eliminação da restrição (A.15), que força que a quantidade total de instalações abertas seja igual a p , uma vez que esta quantidade é dada endogenamente no FCFL.

A.1.4.1 Uma consideração sobre os custos entre instalações e clientes (cv_{cl})

De uma maneira geral, todos os modelos apresentados a partir daqui apresentam matrizes de parâmetros cv_{cl} , definidos como os custos unitários de transporte. O fato é que, apesar de estes parâmetros serem definidos explicitamente apenas como os custos unitários de transporte de distribuição para transportar uma unidade de produto do candidato c para o cliente l , eles podem considerar outros custos que incorrem em uma operação física, dentre os quais estão:

- Custo unitário na instalação, que varia em função da quantidade de produtos movimentados na instalação c – associado aos custos diretos de um centro de distribuição, por exemplo;
- Custo unitário de transporte de abastecimento da instalação, se existir apenas uma origem a partir da qual tal instalação é abastecida.

Os valores contidos em cv_{cl} em problemas de localização de instalações logísticas podem ser estimados por meio da soma dos custos mencionados, conforme indicado na equação (A.22).

$$cv_{cl} = f(d_{cl}) + cv_c + f(d_{fc}) \quad (\text{A.22})$$

Em que:

$f(d_{cl})$: valor do custo de transporte, em função da distância, podendo assumir uma forma do tipo $\alpha x + \beta$

cv_c : custo variável unitário no candidato c

$f(d_{fc})$: valor do custo de transporte, em função da distância entre a origem dos produtos ou matéria prima até a instalação, podendo também assumir uma forma do tipo $\alpha x + \beta$

Vale ressaltar que apenas é possível considerar o custo de transferência entre a origem dos materiais até as instalações $f(d_{fc})$ no parâmetro cv_{cl} quando cada candidato puder ser abastecido por apenas uma origem. Neste caso, embora a formulação matemática seja mantida, as instâncias podem apresentar padrões de soluções ótimas muito diferentes, conforme observado pelas análises das instâncias detalhadas no APÊNDICE B.

Para o caso em que existem diferentes origens para abastecer as instalações, a representação é mais complexa e o modelo deve considerar múltiplas camadas. Este tipo de modelo é detalhado na subseção A.1.1.

Os parâmetros de custos unitários de transporte de todos os modelos apresentados a partir daqui podem considerar os custos variáveis da instalação e os custos variáveis de transporte entre a origem dos produtos ou matéria-prima e as instalações.

A.1.5 Modelos de Localização de Instalações Capacitadas (*Capacitated Facility Location* – CFL)

Os Modelos de Localização de Instalações Capacitadas (*Capacitated Facility Location Problem* – CFL) formam um conjunto de modelos com restrições que limitam a quantidade total de produto abastecido por cada instalação aberta.

O CFL é outra das possíveis extensões do Problema p -Medianas, em que são conhecidas as capacidades de cada candidato. Neste modelo, a exemplo do FCFL, a quantidade de instalações abertas p também não é dada e sim obtida endogenamente por meio da resolução do modelo. Ele pode ser formulado da seguinte forma:

Parâmetros:

cv_{cl} : custo unitário associado ao candidato c atender o cliente l , $\forall c \in \mathcal{C}$ e $\forall l \in \mathcal{L}$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in \mathcal{L}$

$qmax_c$: capacidade do candidato c , se ele for aberto, $\forall c \in \mathcal{C}$

Variáveis de decisão:

Z_c $\begin{cases} 1 & \text{se o candidato } c \text{ é aberto} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$, $\forall c \in \mathcal{C}$

Q_{cl} : quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in \mathcal{C}$ e $\forall l \in \mathcal{L}$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} cv_{cl} \cdot Q_{cl} \quad (\text{A.23})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} Q_{cl} \geq d_l, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{A.24})$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} Q_{cl} \leq qmax_c \cdot Z_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (\text{A.25})$$

$$Q_{cl} \geq 0, \quad \forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{A.26})$$

A função objetivo (A.23) representa o custo total da operação, composto pelos custos fixos das instalações e os custos variáveis de transporte. As restrições (A.24) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas. As restrições (A.25) substituem as restrições que garantem que apenas candidatos abertos tenham volume maior que zero, limitado por sua capacidade. A diferença entre estas restrições e as restrições (A.20) consiste na substituição de um número grande m pela capacidade $qmax_c$ de cada candidato c . Por fim, as restrições (A.26) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

Vale notar que qualquer modelo que considera a quantidade de produto enviado do candidato c ao cliente l como variáveis de decisão (Q_{cl}) e uma variável binária que indica se o candidato c é aberto (Z_c) pode se tornar um modelo de instalações capacitadas ao incorporar a restrição (A.25).

Como referências, Sridharan (1995), Aardal *et al.* (2015) e Rahmaniani e Ghaderi (2015) são recomendados.

Uma vez que as tomadas de decisão envolvidas no SCND normalmente consideram decisões estratégicas de longo prazo, restrições de capacidade de instalações que ainda nem existem podem limitar demasiadamente o espaço de soluções viáveis; a utilização de tais tipos de restrição deve se dar apenas após verificação de que são realmente necessárias para retratar o problema logístico real.

Além disso, a solução ótima de um problema não capacitado aloca o volume total de cada cliente ao candidato aberto mais próximo. Por outro lado, em um modelo capacitado, quando a quantidade ideal de carga a ser alocada a um candidato – por apresentar o menor custo de transporte, por exemplo – é maior que sua capacidade, a solução ótima pode consistir em manter o conjunto de instalações do problema não capacitado e apenas mudar as alocações dos clientes às instalações. Isso significa que a solução ótima do problema capacitado pode diferir da solução ótima do problema não capacitado em relação a apenas os valores das variáveis Q_{cl} , e não aos valores de Z_c , e ainda assim garantir que todas as restrições sejam atendidas.

Se este for o caso, parte dos clientes ou parte da quantidade de carga recebida por um cliente pode ser atendida por outra instalação, cujo custo de transporte não é o menor.

Disso temos dois pontos críticos associados a essas alocações, que podem aparecer nas soluções ótimas de modelos capacitados:

1. Alguns clientes podem não ser atendidos pela instalação aberta mais próxima;
2. Alguns clientes podem ser atendidos por mais de um ponto de abastecimento.

Estes pontos críticos podem causar um impacto ainda maior quando existem regiões com demanda em locais remotos, muito afastados das demais regiões, que têm demandas totais maiores que a capacidade dos candidatos da região. Com isso, existe a possibilidade de a solução ótima consistir na abertura de uma instalação na região em questão e alocar parte da demanda a uma instalação distante desta região.

Além disso, as soluções deste tipo muitas vezes parecem ininteligíveis aos decisores, executores e vítimas – de forma geral clientes que podem ter seu nível de

serviço prejudicado sem entender o motivo. Por isso, modelos com instalações capacitadas podem causar problemas durante sua aplicação na operação física.

Teixeira e Antunes (2008) apresentam argumentação similar para o contexto de instalações públicas e afirmam que algumas condições devem ser evitadas: a alocação de usuários a mais de uma instalação e usuários alocados a instalações mais distantes sendo que existem instalações mais próximas, entre outras. Segundo os autores, se essas condições são violadas, as soluções são de difícil interpretação e de explicação aos usuários, o que certamente dificulta a implementação prática da solução.

No caso da configuração logística, o primeiro ponto crítico apontado causa problemas se, durante a operação, todos os clientes são atendidos pela instalação aberta mais próxima, contrariando a alocação definida no planejamento. Neste caso, quando a capacidade é atingida, outros clientes que deveriam ser atendidos em sua totalidade pela instalação mais próxima podem ter que ser realocados. Isso pode causar um custo maior que o planejado e maior que o custo de outras soluções cujos valores da FO não são tão altos, mas alocam os clientes às instalações mais próximas.

Uma opção para tratar este ponto é o desenvolvimento de modelos de localização que garantam que cada cliente seja alocado à instalação aberta mais próxima, como os apresentados em Gerrard e Church (1996) e Espejo; Marín e Rodríguez-Chía (2012). Ambos os trabalhos fazem revisões e propõem formulações sobre modelos de localização deste tipo.

Embora possa resolver a questão causada pela restrição de capacidade, em problemas reais de SCND, este tipo de solução pode ter um impacto ainda mais negativo em função da redução da região viável do problema, podendo ocasionar custos ainda maiores e soluções ainda menos realistas.

Uma abordagem possível e menos drástica que permite limitar o problema de alocação a instalações que não a mais próxima é a alteração na formulação, tornando fracas as restrições de capacidade. Isso permite que a capacidade de uma instalação seja aumentada mediante uma penalização – ou custo para aumento de capacidade –, discutida mais profundamente na subseção A.1.5.1.

O segundo ponto é crítico em uma operação logística quando não é possível que o atendimento de determinado cliente seja feito por duas fontes distintas, seja por questões de dificuldade de controle no processo de distribuição, por restrições impostas pelos clientes ou outros aspectos. Este tipo de solução pode ser evitado com uma adaptação na formulação – utilizada por alguns autores – que restringe a quantidade de instalações que atendem cada cliente, discutida na subseção A.1.5.2.

A.1.5.1 Modelos com expansão de capacidade

Williams (2013, p. 31) aponta que existem alguns casos em que a restrição de capacidade não é realista. Um exemplo disso se dá em função de circunstâncias práticas que permitem que essas restrições não sejam atendidas: pode valer a pena ou ser necessário acrescentar capacidade extra para uma determinada instalação, por exemplo.

É possível representar a possibilidade de expansão de capacidade em modelos de localização substituindo as restrições (A.25) pelas restrições (A.27) e acrescentando as restrições (A.28).

Novos parâmetros:

cu_c : custo de se ter capacidade de uma unidade a mais em c , além de $vmax_c$, $\forall c \in \mathcal{C}$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Novas variáveis de decisão:

U_c : aumento de capacidade instalada em c além do valor padrão definido $vmax_c$,
 $\forall c \in \mathcal{C}$

$$\sum_{l \in L} Q_{cl} \leq qmax_c \cdot Z_c + U_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (A.27)$$

$$U_c \leq m \cdot Z_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (A.28)$$

As restrições (A.27) permitem que o volume total que passa em cada instalação selecionada seja maior que sua capacidade desde que seja instalada uma capacidade adicional na instalação. As restrições (A.28) garantem que só é permitido aumentar a capacidade instalada em instalações já selecionadas, limitando este aumento a um número muito grande, que neste caso pode ser a soma da demanda de todos os clientes.

Além disso, à função objetivo (A.23) deve ser acrescida uma nova parcela de custo, referente ao aumento de capacidade (A.29) dado pela multiplicação entre o custo unitário de aumento de capacidade e a capacidade acrescida.

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} cu_c \cdot U_c \quad (\text{A.29})$$

A magnitude de cu_c define o grau de força da restrição (A.27), uma vez que representa a penalização imposta à FO quando existe a necessidade de extrapolar a capacidade definida.

Uma variação desta restrição pode ser utilizada quando a expansão de capacidade é possível apenas por meio de blocos fixos – compra de máquinas, contratação de mais turmas, etc.. Neste caso, a restrição (A.27) deve ser substituída pela restrição (A.30) e a variável U_c transformada em variável inteira por meio das restrições (A.31).

A variável U_c representa neste caso a quantidade de blocos de capacidade acrescidos à capacidade do candidato c .

Novos parâmetros:

b : valor que representa o bloco de capacidade que pode ser acrescido às unidades

Ajuste na variável de decisão:

U_c : quantidade de blocos de capacidade acrescidos à capacidade da instalação c além do valor padrão definido $vmax_c$, $\forall c \in \mathcal{C}$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} Q_{cl} \leq qmax_c \cdot Z_c + b \cdot U_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (\text{A.30})$$

$$U_c \in \mathbf{Z}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (\text{A.31})$$

Em que:

$\mathbf{Z}$: conjunto dos números inteiros

Este tipo de modelagem pode ser visto em Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2006), que consideram a transferência de capacidade entre fábricas, em uma evolução da formulação apresentada e em Liu e Papageorgiou (2013), que utilizam a abordagem de expansão de capacidade em um problema de configuração logística global.

Ao se inserir a possibilidade de aumento de capacidade no modelo, o primeiro ponto crítico associado a soluções não realistas, causado pela restrição de capacidade das instalações, pode ser reduzido, uma vez que torna esta restrição mais fraca.

A.1.5.2 Modelos com apenas uma instalação atendendo cada cliente (Single Source Facility Location - SSFL)

Em problemas de localização de instalações capacitadas em que os clientes precisam ser atendidos por apenas uma instalação, a formulação do CFL deve ser ajustada, o que resulta no SSFL. A variável contínua Q_{cl} deve ser substituída pela variável binária A_{cl} , que representa se o cliente é atendido pelo candidato c . O modelo decorrente fica:

Novas variáveis de decisão:

$$A_{cl} \begin{cases} 1 & \text{se o cliente } l \text{ é atendido pelo candidato } c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \forall c \in \mathcal{C}$$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} cv_{cl} \cdot d_l \cdot A_{cl} + cf_c \cdot Z_c \quad (\text{A.32})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} A_{cl} = 1, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{A.33})$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} d_l \cdot A_{cl} \leq qmax_c \cdot Z_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (\text{A.34})$$

A função objetivo (A.32) representa o custo total da operação, composto pelos custos fixos das instalações e os custos variáveis de transporte. As restrições (A.33) garantem que todos os clientes sejam atendidos por uma instalação. Já as restrições (A.34) garantem que apenas candidatos abertos tenham volume maior que zero.

A.1.5.3 Modelos com volume mínimo para abertura de instalação

Da mesma forma que podem existir volumes máximos possíveis de serem abastecidos por cada candidato, alguns modelos consideram também um tipo de

restrição que impede a abertura de instalações a menos que estas movimentem determinado volume mínimo.

Este tipo de restrição pode ser uma alternativa ao Modelo de Localização de Instalações com Custo Fixo quando não se conhece ao certo o valor de custo fixo da instalação.

Em alguns casos em que existem outras empresas que fazem a operação de parte da cadeia de suprimentos de uma companhia, podem surgir restrições comerciais que fazem com que exista um limite mínimo de volume para que um fornecedor logístico preste o serviço. Esta restrição é associada à “necessidade de diluição dos custos fixos” por parte do fornecedor, porém o embarcador recebe informação sobre tal restrição na forma de um volume mínimo para garantir determinado preço – custo variável por valor unitário.

Para estes casos, além de um volume mínimo, o embarcador pode ter a necessidade de modelar os possíveis ganhos de escala das operações de diferentes dimensões. Este tipo de modelagem é comentado na subseção A.7.2.

Para se considerar um volume mínimo na formulação, as restrições (A.35) devem ser acrescentadas ao Modelo de Localização de Instalações Capacitadas, sendo que $qmin_c$ representa o volume mínimo necessário para a abertura de uma instalação no candidato c .

$$\sum_{l \in L} Q_{cl} \geq qmin_c \cdot Z_c, \quad \forall c \in C \quad (A.35)$$

Para problemas em que se deseja restringir o atendimento dos clientes a apenas uma origem, isto é, garantir que cada cliente possa receber produtos de uma única instalação, as restrições (A.36) devem ser acrescentadas.

$$\sum_{l \in L} d_l \cdot A_{cl} \geq qmin_c \cdot Z_c, \quad \forall c \in C \quad (A.36)$$

Cita-se como exemplo Geoffrion e Graves (1974), que aplicam uma extensão do Modelo de Instalações com Custo Fixo acrescentando restrições de volumes máximos e mínimos para um problema real de localização de CDs de uma companhia alimentícia.

As implicações deste tipo de restrição são iguais às das restrições de capacidade nos candidatos, fazendo com que alguns clientes não sejam atendidos pela instalação aberta com menor custo de transporte e fazendo com que clientes possam ser atendidos por mais de uma instalação, tornando as soluções não realistas em alguns casos.

Para garantir que uma instalação em uma região remota seja aberta e atenda a demanda localizada nesta região, se o volume mínimo necessário para a abertura de tal instalação for maior que a demanda total da região, é possível que a solução ótima aumente o volume da instalação atendendo outras demandas que poderiam ser atendidas com custos muito menores nas regiões não afastadas.

Uma das maneiras de limitar os efeitos negativos desse tipo de solução é similar ao caso de instalações capacitadas. Ela consiste na criação de uma variável de folga que permite que o volume mínimo seja reduzido mediante a uma penalização na FO.

Neste caso, as restrições (A.37) devem substituir as restrições (A.35).

Novos parâmetros:

cp_c : custo de penalização por unidade a menos movimentada em relação a $vmin_c$,
 $\forall c \in C$

Novas variáveis de decisão:

R_c : folga que representa a quantidade de movimentada a menos que $vmin_c$,
 $\forall c \in C$

Novas restrições:

$$\sum_{l \in L} Q_{cl} \geq qmin_c \cdot Z_c - R_c, \quad \forall c \in C \quad (A.37)$$

$$R_c \geq 0, \quad \forall c \in C \quad (A.38)$$

As restrições (A.37) fazem com que o volume movimentado em cada instalação selecionada seja maior ou igual à sua capacidade, a menos que o valor de folga seja positivo, o que acarreta em uma penalização. As restrições (A.38) garantem a não negatividade das variáveis de folga. Além disso, à função objetivo (A.23) deve ser acrescida uma parcela referente à penalização de não atendimento à restrição de volume mínimo (A.39).

$$\sum_{c \in C} cp_c \cdot R_c \quad (\text{A.39})$$

A.2 MODELOS COM MÚLTIPLAS CAMADAS (*MULTIPLE LAYER FACILITY LOCATION MODELS*)

Os modelos fundamentais apresentados na seção A.1 consideram a existência de apenas um tipo de instalação, sendo que a partir deles os produtos são enviados aos clientes que têm demandas diferentes.

Estes modelos são adequados quando o problema de otimização lida com apenas a última etapa da cadeia de suprimentos, isto é, na localização das instalações que abastecem os clientes – sejam estas pessoas físicas, pontos de venda ou instalações de outras empresas.

Em alguns casos, quando existe apenas uma origem – apenas uma fábrica ou apenas um fornecedor –, o custo unitário de transporte de abastecimento pode ser incluído no parâmetro cv_{cl} , conforme apontado na subseção A.1.4.1, e não é necessário considerar explicitamente diferentes tipos de camadas nos modelos.

Para os demais casos, onde existem diferentes custos em função das possibilidades de abastecimento de cada instalação, um novo tipo de formulação se faz necessária. Além disso, a maioria dos sistemas logísticos reais é complexa; os sistemas são compostos por mais tipos de instalações, que podem ser fábricas, CDs regionais, CDs locais, pontos de transbordo – portos, terminais intermodais, pontos de *cross-docking*, pontos de consolidação –, entre outros.

Figura A.2 – Esquema de uma cadeia de suprimentos hierárquica genérica

Fonte: Próprio autor

Para esquemas de cadeias de suprimentos mais complexos, em que existem diferentes tipos de instalações e possibilidades de abastecimento com custos diferentes, extensões dos modelos que consideram múltiplas camadas são necessárias.

De uma maneira geral, os materiais são transportados ao longo de uma cadeia de suprimentos seguindo uma ordem lógica entre níveis de instalações, permitindo que os requisitos de processamento sejam atendidos ao longo da cadeia.

No esquema retratado pela Figura A.2, os materiais partem dos fornecedores que abastecem as fábricas com matéria-prima. Lá os produtos finais são produzidos e transportados até os CDs, onde são processados; de lá, os produtos seguem para os clientes.

Quando a distribuição é feita por meio de CDs pertencentes à empresa produtora, o modelo de otimização associado a este problema é basicamente um sistema de múltiplas camadas de instalações (ŞAHİN; SÜRAL, 2007).

Em função de que usualmente existe uma hierarquia entre as instalações, Modelos com Múltiplas Camadas são comumente chamados de Modelos Hierárquicos²³. Neste trabalho optou-se por não se utilizar esta nomenclatura, pois alguns requisitos – que serão mostrados na sequência – para que modelos sejam aplicáveis ao SCND podem exigir a quebra desta hierarquia em casos específicos.

Segundo Bastani e Kazemzadeh (2009), o problema de localizar unidades de sistemas de saúde é um dos tipos de aplicações da vida real mais utilizado em Modelos de Localização com Múltiplas Camadas. Muitos modelos também são utilizados no tratamento de problemas de diferentes tipos, como sistemas de coleta de lixo, sistema de educação, sistemas de emergência médica e, finalmente, sistemas logísticos de produção e distribuição, entre outros.

Consequentemente, as classificações propostas para modelos hierárquicos, como as de Daskin (1995), Şahin e Süral (2007) e Farahani *et al.* (2014) tratam de

²³ A tradução das citações que utilizam o termo “*Hierarchical Facility Location Model*” foi feita para “Modelos de Localização com Múltiplas Camadas”

algumas características não aplicadas especificamente ao caso da localização aplicada ao SCND.

As características existentes nas classificações que são mais aplicáveis ao caso de instalações logísticas são:

1. Tipo de objetivo;
2. Possibilidade de clientes serem atendidos por instalações de diferentes níveis;
3. Transferência entre instalações do mesmo nível;
4. Instalações capacitadas ou não;
5. Atendimento ao cliente por apenas uma ou mais instalações;

1 – Os objetivos seguem a mesma lógica dos tipos de objetivos de modelos de localização com apenas uma camada, sendo que o tipo de objetivo usualmente utilizado em modelos de localização de instalações logísticas consiste na redução de custos totais, compostos pelas parcelas do tipo *minisum* (ŞAHİN; SÜRAL, 2007), referente ao custo total de transporte e pelas parcelas de custo fixo de cada instalação aberta decorrentes de fatores que não dependem do volume movimentado.

2 – A necessidade de permitir que alguns clientes recebam suas mercadorias diretamente de instalações de camadas anteriores se justifica em função de que em algumas operações físicas reais alguns clientes têm demandas suficientemente grandes para ocupar a totalidade de veículos de grande capacidade. Nestes casos, o abastecimento direto da fábrica – ou de um centro de distribuição regional – ao cliente pode permitir uma redução no custo de transporte e de custos variáveis incorridos na movimentação do produto em instalações intermediárias.

3 – A possibilidade de transferência entre instalações do mesmo nível possibilita retratar algumas operações físicas reais. Segundo Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2009), ao contrário do que é modelado para problemas de localização clássicos, fluxos entre instalações do mesmo nível são prevalentes em muitas cadeias de suprimentos. Segundo os autores, esses fluxos normalmente são necessários para balanço de materiais e consolidação de inventário.

4 e 5 – A existência de instalações capacitadas e o atendimento dos clientes por apenas uma ou mais instalações já foram aprofundados na subseção A.1.5.

A seguir são apresentadas algumas variações de formulações que tratam de especificidades dos problemas de configuração de redes logísticas, apresentadas por Şahin e Süral (2007).

Para todos os modelos apresentados, a cadeia de suprimentos considerada é composta por fábricas, CDs e clientes. As decisões consideradas pelos modelos são as seleções de locais das fábricas, de locais dos CDs e dos fluxos de materiais de forma a atender todos os clientes com suas demandas. Nestes exemplos não são considerados fatores que se relacionam com o abastecimento das fábricas com matéria-prima.

A.2.1 Formulações de Fluxos Simples (Flow-based formulations for single-flow systems)

O tipo de formulação mais simples para modelos de múltiplas camadas são as de fluxos simples, em que os fluxos acontecem de forma direcional – seguindo uma hierarquia entre os tipos de instalações –, sendo que as fábricas enviam produtos apenas para os CDs e estes apenas para os clientes. Os demais tipos de fluxo de produtos não são considerados neste tipo de modelo.

Figura A.3 – Esquema de cadeia de suprimentos com fluxos simples

Fonte: Próprio autor

A Figura A.3 retrata as duas camadas que estão sendo localizadas – fábricas e CDs – e os fluxos possíveis entre instalações e delas até os clientes.

O Modelo de Múltiplas Camadas com Fluxos Simples pode ser formulado da seguinte forma:

Parâmetros:

cf_{fc} : custo de transporte unitário entre a fábrica f e o CD c , $\forall f \in F$ e $\forall c \in C$

ccl_{cl} : custo de transporte unitário entre o CD c e o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

cff_f : custo fixo da fábrica f , $\forall f \in F$

$cfcd_c$: custo fixo do CD c , $\forall c \in C$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Variáveis de decisão:

$Z_{f_f} \begin{cases} 1 & \text{se a fábrica } f \text{ é aberta} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$, $\forall f \in F$

$Z_{c_c} \begin{cases} 1 & \text{se o CD } c \text{ é aberto} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$, $\forall c \in C$

$Q_{fc_{fc}}$: quantidade de produto enviado da fábrica f até o CD c , $\forall f \in F$ e $\forall c \in C$

$Q_{cl_{cl}}$: quantidade de produto enviado do CD c até o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{f \in F} \sum_{c \in C} cf_{fc} \cdot Q_{fc_{fc}} + \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} ccl_{cl} \cdot Q_{cl_{cl}} + \sum_{f \in F} cff_f \cdot Z_{f_f} + \sum_{c \in C} cfcd_c \cdot Z_{c_c} \quad (\text{A.40})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Q_{cl_{cl}} \geq d_l, \quad \forall l \in L \quad (\text{A.41})$$

$$\sum_{f \in F} Q_{fc_{fc}} = \sum_{l \in L} Q_{cl_{cl}}, \quad \forall c \in C \quad (\text{A.42})$$

$$Q_{fc_{fc}} \leq m \cdot Z_{f_f}, \quad \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C \quad (\text{A.43})$$

$$Q_{cl_{cl}} \leq m \cdot Z_{c_c}, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.44})$$

$$Q_{cl_{cl}} \geq 0, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.45})$$

$$Q_{fc_{fc}} \geq 0, \quad \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C \quad (\text{A.46})$$

A função objetivo (A.40) representa o custo total, composto pelos custos variáveis de transporte entre fábricas e CDs, custos variáveis de transporte entre CDs e clientes, custos fixos das fábricas e custos fixos dos CDs. As restrições (A.41) garantem que todos os clientes recebem quantidades maiores ou iguais a suas demandas. As restrições (A.42) garantem a consistência no balanço de massa das

unidades, fazendo com que a quantidade de produto recebido por cada CD seja igual à quantidade enviada. As restrições (A.43) e (A.44) garantem que, respectivamente, apenas as fábricas e CDs selecionados forneçam produtos para as camadas seguintes. As restrições (A.45) e (A.46) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

É possível notar que a estrutura do modelo é similar ao Modelo de Instalações com Custo Fixo, com os mesmos tipos de restrição, sendo que neste caso são definidas restrições tanto para as fábricas quanto para os CDs. Dessa forma as restrições (A.43) e (A.44) equivalem às restrições (A.20) e as restrições (A.45) e (A.46) equivalem às restrições (A.21).

Williams (2013, p. 30) aponta que em muitos modelos de múltiplas camadas, as restrições de balanço de massa das unidades devem ser inseridas.

Quando as restrições de instalações capacitadas são inseridas, os mesmos pontos críticos apontados na subseção A.1.5 podem ocorrer, sendo que neste caso parte do volume de abastecimento dos centros de distribuição pode ser feito a partir de fábricas mais distantes.

A.2.2 Formulação de Fluxos Múltiplos (Flow-based formulations for multi-flow systems)

Uma extensão de modelos com múltiplas camadas é a que permite que clientes sejam atendidos diretamente a partir das fábricas – ou outros tipos de instalações não imediatamente anteriores –, sem limitar as conexões àquelas entre níveis subsequentes, conforme destacado em azul na Figura A.4.

Figura A.4 – Esquema de cadeia de suprimentos com fluxos múltiplos

Fonte: Próprio autor

Para alguns tipos de operações físicas, as companhias podem distribuir seus produtos por diferentes canais de vendas. Uma grande companhia pode vender a pequenas lojas de varejo, a grandes redes varejistas e até a distribuidores dedicados.

Este é o caso observado por Guazzelli e Cunha (2014), em que algumas regiões alguns tipos de clientes são separados em rotas de entrega específicas, em função do tamanho médio do pedido e tempos de espera grandes. Isto acontece para evitar o impacto de atraso na entrega aos demais clientes. Neste caso, o custo de entregar produtos ao grupo de clientes dos supermercados pode ser reduzido se os produtos são enviados diretamente da fábrica, uma vez que a demanda desses clientes pode encher veículos grandes, reduzindo o custo unitário de transporte.

A formulação que considera fluxos múltiplos é capaz de representar essa peculiaridade e fica da seguinte forma:

Novos parâmetros:

cfl_{fl} : custo de transporte unitário entre a fábrica f e o cliente l , $\forall f \in F$ e $\forall l \in L$

Novas variáveis de decisão:

Qfl_{fl} : quantidade de produto enviado da fábrica f até o cliente l , $\forall f \in F$ e $\forall l \in L$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\begin{aligned} \sum_{f \in F} \sum_{c \in C} cfc_{fc} \cdot Qfc_{fc} + \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} ccl_{cl} \cdot Qcl_{cl} + \sum_{f \in F} \sum_{l \in L} cfl_{fl} \cdot Qfl_{fl} + \\ \sum_{f \in F} cff_f \cdot Zf_f + \sum_{c \in C} cfc_d_c \cdot zc_c \end{aligned} \quad (A.47)$$

Sujeito a: (A.42), (A.44), (A.45), (A.46);

$$\sum_{c \in C} Qcl_{cl} + \sum_{f \in F} Qfl_{fl} \geq d_l, \quad \forall l \in L \quad (A.48)$$

$$\sum_{c \in C} Qfc_{fc} + \sum_{l \in L} Qfl_{fl} \leq m \cdot Zf_f, \quad \forall f \in F \quad (A.49)$$

$$Qfl_{fl} \geq 0, \quad \forall f \in F \text{ e } \forall l \in L \quad (A.50)$$

A função objetivo (A.47) representa o custo total da operação, considerando todos os fatores de custo presentes na formulação de fluxos simples, além do custo de transporte entre as fábricas e os clientes diretamente. As restrições (A.48) garantem que todos os clientes recebam dos CDs e das fábricas quantidades maiores ou iguais a suas demandas. As restrições (A.49) garantem que apenas fábricas abertas fornecem produtos para os CDs e os clientes. As restrições (A.50) garantem a não negatividade das novas variáveis contínuas.

Apesar da frequência que operações físicas reais permitem que clientes chave sejam atendidos diretamente de fábrica, e conseqüentemente haja a necessidade de modelar tais peculiaridades em modelos de localização, poucas aplicações são feitas com este tipo de modelo em problemas de localização considerados no SCND.

Um exemplo que pode ser citado é o trabalho de Widener e Horner (2011), que aplicam uma formulação de Modelos de Fluxos Múltiplos para criar planos para a distribuição de medicamentos em situações de emergência, como ocorrência de furacões.

A.2.3 Formulações com Transferências entre Instalações de Mesma Camada

Şahin e Süral (2007) apontam que embora a transferência entre camadas do mesmo nível seja um dos exemplos de atributos que não são considerados explicitamente na classificação desenvolvida pelos autores, este é um tipo de questão que pode ser observado em problemas reais. Este tipo de fluxo, porém, é ignorado em muitos estudos.

Figura A.5 – Esquema de cadeia de suprimentos com transferências entre instalações de mesma camada

Fonte: Próprio autor

Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2007) apontam que permitir a transferência entre instalações do mesmo tipo é uma das importantes questões que permitem que um modelo de localização de instalações seja compatível com o SCND.

A Figura A.5 retrata um esquema em que além dos fluxos simples, é possível que os CDs transfiram produtos entre si.

Na prática, estes fluxos podem acontecer quando existe a necessidade de consolidação de carga para envio de produtos a grandes distâncias. Neste tipo de operação, CDs mais próximos dos clientes podem receber os produtos de outros CDs maiores e enviar os produtos até os clientes com veículos menores apenas no último trecho, com distância menor.

Para considerar esta característica, a nova formulação fica da seguinte forma:

Novos parâmetros:

ccc_{ce} : custo de transporte unitário entre o CD c e o CD e , $\forall c \in \mathcal{C}$ e $\forall e \in \mathcal{C}/c$

Novas variáveis de decisão:

Qcc_{ce} : quantidade de produto enviado do CD c ao CD e , $c \in \mathcal{C}$ e $\forall e \in \mathcal{C}/c$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{f \in F} \sum_{c \in \mathcal{C}} cfc_{fc} \cdot Qfc_{fc} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in L} ccl_{cl} \cdot Qcl_{cl} + \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{e \in \mathcal{C}} ccc_{ce} \cdot Qcc_{ce} + \sum_{f \in F} cff_f \cdot Zf_f + \sum_{c \in \mathcal{C}} cfc_d \cdot Zc_c \quad (\text{A.51})$$

Sujeito a: (A.41), (A.43), (A.45), (A.46);

$$\sum_{f \in F} Qfc_{fc} + \sum_{e \in \mathcal{C}/c} Qcc_{ec} = \sum_{e \in \mathcal{C}/c} Qcc_{ce} + \sum_{l \in L} Qcl_{cl}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (\text{A.52})$$

$$\sum_{l \in L} Qcl_{cl} + \sum_{e \in \mathcal{C}/c} Qcc_{ce} \leq m \cdot Zc_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (\text{A.53})$$

$$Qcc_{ce} \geq 0, \quad \forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall e \in \mathcal{C}/c \quad (\text{A.54})$$

A função objetivo (A.51) representa o custo total da operação, considerando todos os fatores de custo presentes na formulação de fluxos simples além do custo de transporte entre CDs. As restrições (A.52) são as de balanço de massa,

garantindo que a quantidade que um CD recebe, seja de uma fábrica ou de outro CD, é igual a tudo o que ele envia, seja para outro CD ou aos clientes. As restrições (A.53) garantem que apenas CDs selecionados forneçam produtos para outros CDs e os clientes. As restrições (A.54) garantem a não negatividade das novas variáveis contínuas.

Guazzelli e Cunha (2014) aplicaram um Modelo de Múltiplas Camadas com Transferências entre Instalações de Mesma Camada a um problema de localização de CDs de uma empresa de alimentos na América Latina.

É importante notar que o modelo apresentado considera apenas o fluxo entre o nível de instalações dos CDs. O mesmo pode ser feito para o nível das fábricas, sendo necessário acrescentar uma nova variável contínua que representa a quantidade transportada entre as fábricas e ajustar as restrições de balanço de massa e de garantia da não utilização de fábricas não selecionadas.

A.2.4 Formulações Baseadas em Alocações (*Assignment-based Formulations*)

Uma alternativa às formulações de fluxos simples e suas extensões são as formulações baseadas em alocações. A forma de representar os fluxos neste tipo de formulação é diferente dos modelos hierárquicos até então apresentados, ao passo que cada variável representa a quantidade de produto que percorreu cada caminho possível, da fábrica ao cliente final.

Para um problema que considera o abastecimento de fábricas até CDs e destes para os clientes, para cada par fábrica-cliente são definidas $|C|$ variáveis. O valor de cada variável representa quanto cada fábrica atende cada cliente utilizando determinado CD.

Este tipo de formulação representa o mesmo problema definido em A.2.1, e fica da seguinte forma:

Parâmetros:

cv_{fcl} : custo para enviar uma unidade de produto da fábrica f até o cliente l , passando pelo CD c , $\forall f \in F, \forall c \in C$ e $\forall l \in L$

cff_f : custo fixo da fábrica f , $\forall f \in F$

$cfcd_c$: custo fixo do CD c , $\forall c \in C$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Variáveis de decisão:

$Z_{f_f} \begin{cases} 1 \text{ se o candidato a fábrica } f \text{ é aberto} \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}, \forall f \in F$

$Z_{c_c} \begin{cases} 1 \text{ se o candidato a CD } c \text{ é aberto} \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}, \forall c \in C$

Q_{fcl} : quantidade de produto enviado da fábrica f até o cliente l , passando pelo CD c , $\forall f \in F, \forall c \in C$ e $\forall l \in L$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{f \in F} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} cv_{fcl} \cdot Q_{fcl} + \sum_{f \in F} cff_f \cdot Z_{f_f} + \sum_{c \in C} cfcd_c \cdot Z_{c_c} \quad (\text{A.55})$$

Restrições:

$$\sum_{f \in F} \sum_{c \in C} Q_{fcl} \geq d_l, \forall l \in L \quad (\text{A.56})$$

$$Q_{fcl} \leq m \cdot Z_{f_f}, \forall f \in F, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.57})$$

$$Q_{fcl} \leq m \cdot Z_{c_c}, \forall f \in F, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.58})$$

$$Q_{fcl} \geq 0, \forall f \in F, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.59})$$

A função objetivo (A.55) representa o custo total, composto pelos custos variáveis de transporte, custos fixos das fábricas e custos fixos dos CDs. As restrições (A.56) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas. As restrições (A.57) e (A.58) garantem que, respectivamente, apenas as fábricas e CDs selecionados possam enviar ou receber produtos. As restrições (A.59) garantem a não negatividade das variáveis contínuas

Enquanto a formulação de fluxo simples tem $|F| \cdot |C| + |C| \cdot |L|$ variáveis contínuas, a formulação baseada em alocações tem uma quantidade muito maior de variáveis contínuas, especialmente em problemas grandes, com um total de $|F| \cdot |C| \cdot |L|$

variáveis contínuas. Por outro lado, neste tipo de modelo não são necessárias restrições de balanço de massa, uma vez a estrutura da variável já garante que todo o volume que entre em cada CD é igual ao volume que sai. Além disso, a utilização de restrições de nível de serviço é facilmente implementada para este tipo de formulação. Esses tipos de restrições são apresentados na subseção A.6.4.

Embora seja mais simples, com menos tipos de restrição, este modelo é também mais rígido, e não permite extensões que representam fluxos múltiplos ou transferências entre instalações de mesma camada.

Ballou (2006, p. 481) apresenta um modelo baseado em alocações para exemplificar a aplicação de programação inteira para um problema simples de localização de armazéns que são abastecidos por fábricas e atendem os clientes.

A.3 MODELOS COM MÚLTIPLOS TIPOS DE PRODUTOS (*MULTIPRODUCTS MODELS*)

Nos modelos até aqui apresentados, as companhias atendem a demanda dos clientes por produtos, não sendo feita qualquer distinção dos produtos. Os parâmetros de custos unitários se relacionam com a quantidade total de produtos, independente de suas características. Assume-se que os custos unitários representam um custo unitário médio de transporte, associado à composição média dos produtos movimentados.

Apesar de em muitos casos a utilização de modelos com um produto atender às necessidades de planejamento, Watson *et al.* (2014, p. 177) apontam que existem diversos casos em que modelar um produto genérico pode não ser apropriado, podendo ocasionar resultados incorretos. Segundo os autores, alguns dos principais casos são quando o portfólio de produtos tem grandes variações em características de estoque e transporte, quando alguns tipos de produtos requerem níveis de serviço específicos e quando os produtos são fornecidos por diferentes locais.

Já Daskin (1995, p. 15) sugere que os produtos devem ser distinguidos no modelo quando tiverem origens e destinos diferentes.

Segundo Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2007) modelos com múltiplos produtos é um dos aspectos que dificilmente podem ser evitados em estudos de

configuração logística, e, portanto, modelos de localização normalmente precisam considerar este aspecto.

Por outro lado, Simchi-Levi; Kaminsky e Simchi-Levi (2000) apontam que embora atualmente companhias trabalhem com milhares de produtos diferentes, não é necessário considerar todos os produtos distintos em um mesmo modelo de localização logística. Os autores indicam também que ao invés de utilizar informações de cada produto existente, devem ser utilizadas informações agregadas no nível de categorias de produtos; neste trabalho, tais categorias são denominadas “tipos de produto”.

Watson *et al.* (2014) propõem que a definição de grupos deve começar partindo de um grupo único que deve ser separado em mais grupos, considerando alguns aspectos que devem ser verificados, dentre os quais se destacam:

- Origem dos produtos: produtos que podem ser produzidos pelas mesmas fábricas, ou provêm de um mesmo fornecedor podem fazer parte do mesmo grupo;
- Características físicas: cada grupo costuma ser composto de produtos similares;
- Requisitos de acondicionamento no transporte, armazenagem ou manuseio: os produtos com requisitos operacionais muito diferentes dos demais são separados em grupos distintos;
- Nível de serviço: produtos que têm requisitos de nível de serviço diferentes devem ser separados em grupos distintos.

Em suma, se dois produtos podem ser produzidos nos mesmos locais, têm características físicas parecidas e mesmos requisitos operacionais e de nível de serviço, eles podem ser agrupados em um mesmo tipo de produto.

Em alguns casos, mesmo que os produtos não tenham características físicas parecidas, é possível que sejam classificados a um mesmo grupo, sendo que para estimar os parâmetros unitários de cada grupo devem ser considerados proporcionalmente todos os aspectos dos produtos presentes no grupo.

Os fatores que devem ser analisados de forma a considerar a necessidade de construir modelos multiprodutos e a definir os agrupamentos dos produtos são separados em três tipos:

1. Origens diferentes;

Em função de existirem casos em que algumas fábricas são “especialistas”, ou seja, produzem apenas parte do portfólio de uma empresa; ou ainda fornecedores que produzem apenas uma linha de produtos, as variáveis de fluxos de transporte devem estar associadas a cada tipo de produto considerado.

Quando os produtos são originados em locais diferentes, é necessário restringir o atendimento de cada produto ao local de origem e em modelos de múltiplas camadas, acrescentar as restrições de balanço de massa para cada tipo de produto em cada instalação.

Nestes casos, os parâmetros de custo de transporte unitário que liga as origens de cada tipo de produto e os demais pontos também devem ser ajustados, de forma a retratar o custo referente às características físicas, como ocupação, peso e volume de cada tipo de produto.

2. Diferentes recursos com diferentes custos;

Muitas companhias trabalham com uma grande variedade de produtos que podem necessitar de diferentes recursos. Além disso, os tipos de produto podem ter requisitos de processamento e níveis de serviço diferentes.

Para os custos variáveis, é necessário que existam parâmetros de custos unitários diferentes que representam a peculiaridade operacional de cada tipo de produto definido. Ao se considerar uma variável que representa a quantidade de cada tipo de produto, é possível retratar nos modelos o custo variável referente àquele tipo de produto.

O mesmo deve acontecer também para retratar as limitações de capacidade dos recursos que devem ser utilizados para apenas um tipo de produto. As restrições de capacidade deste tipo de recurso devem levar em conta apenas a quantidade de produtos que utilizam tal recurso.

Além disso, em função de alguns tipos de recursos ou equipamentos especialmente designados para um tipo de produto, podem existir custos fixos associados com a movimentação de determinado tipo de produto em cada instalação.

3. Mesmos veículos de distribuição com taxa de ocupação diferente;

Quando as características dos tipos de produtos impactam no custo de transporte, sobretudo em função de ocupação média dos veículos, os custos unitários de transporte até o cliente final devem ser estimados em função da proporção de cada tipo de produto em cada veículo.

Quando a demanda for distribuída com proporções diferentes ao longo do território para cada tipo de produto, o que pode ocorrer em função de diferentes padrões de consumo de cada região, a ocupação média de cada veículo pode variar.

Em função disso, mesmo quando um recurso for compartilhado entre os tipos de produtos, como um caminhão de distribuição, é ideal que a cada tipo de produto exista um parâmetro de custo unitário que represente os custos de seu transporte.

O exemplo de Modelo com Múltiplos Produtos apresentado a seguir consiste numa formulação que considera múltiplas camadas de fluxo simples para localização de CDs, em que os locais das fábricas são conhecidos. O Modelo com Múltiplos Produtos e Múltiplas Camadas com Fluxos Simples pode ser escrito da seguinte forma:

Novo conjunto:

P: conjunto de produtos/tipos de produtos

Parâmetros:

cfc_{fc}^p : custo de transportar uma unidade do produto p da fábrica f até o CD c ,

$$\forall p \in P, \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C$$

ccl_{cl}^p : custo de transportar uma unidade do produto p entre o CD c e o cliente l ,

$$\forall p \in P, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$$

$cfcd_c$: custo fixo do CD c , $\forall c \in C$

d_l^p : demanda de produto p no cliente l , $\forall p \in P \text{ e } \forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Variáveis de decisão:

$$Zc_c \begin{cases} 1 \text{ se o CD } c \text{ é aberto} \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}, \quad \forall c \in C$$

$$Qfc_{fc}^p: \text{quantidade de produto } p \text{ enviado da fábrica } f \text{ até o CD } c, \quad \forall p \in P, \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C$$

$$Qcl_{cl}^p: \text{quantidade de produto } p \text{ enviado do CD } c \text{ até o cliente } l, \quad \forall p \in P, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$$

Função Objetivo:*Minimizar:*

$$\sum_{p \in P} \sum_{f \in F} \sum_{c \in C} cf c_{fc}^p \cdot Qf c_{fc}^p + \sum_{p \in P} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} ccl_{cl}^p \cdot Qcl_{cl}^p + \sum_{c \in C} cfcd_c \cdot Zc_c \quad (A.60)$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Qcl_{cl}^p \geq d_l^p, \quad \forall p \in P \text{ e } \forall l \in L \quad (A.61)$$

$$\sum_{f \in F} Qf c_{fc}^p = \sum_{l \in L} Qcl_{cl}^p, \quad \forall p \in P \text{ e } \forall c \in C \quad (A.62)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{l \in L} Qcl_{cl}^p \leq m \cdot Zc_c, \quad \forall c \in C \quad (A.63)$$

$$Qcl_{cl}^p \geq 0, \quad \forall p \in P, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (A.64)$$

A função objetivo (A.60) representa o custo total, composto pelos custos variáveis de transporte de produto entre fábricas e CDs, custos variáveis de transporte de cada produto entre CDs e clientes e custos fixos dos CDs. As restrições (A.61) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas, para cada produto. As restrições (A.62) garantem a consistência no balanço de massa de cada produto nos CDs, fazendo com que a quantidade de cada produto recebido por cada centro de distribuição seja igual à quantidade enviada. As restrições (A.63) garantem que apenas os CDs abertos forneçam produtos para os clientes. As restrições (A.64) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

É possível notar que o modelo apresentado difere do modelo de múltiplas camadas com fluxos simples apenas na existência de índices de produto a todos os parâmetros e variáveis que se referem a quantidades de produto.

Se os diferentes tipos de produtos não puderem compartilhar nenhum recurso na operação física, o modelo multiproduto pode ser transformado em múltiplos modelos com um tipo de produto cada. Porém, como normalmente os produtos compartilham ao menos os recursos indiretos de uma instalação – como equipe administrativa, segurança, etc. – é usual que seja desenvolvido um único modelo de localização considerando todos os produtos.

Outra característica encontrada em modelos com múltiplos produtos é a possibilidade de clientes serem abastecidos por mais de um CD – mesmo se os problemas não forem capacitados. Se um cliente não pode receber de mais de um CD, a variável contínua que representa o fluxo do último trecho de transporte – do CD até o cliente – deve ser substituída por uma variável binária, utilizando a mesma técnica apresentada na subseção A.1.5.2.

Bons exemplos de modelos com múltiplos produtos podem ser observados em Cordeau; Pasin e Solomon (2006), que propõem uma nova formulação de um modelo que integra decisões de localização e capacidade para fábricas e armazéns, entre outras, Nezhad; Manzour e Salhi (2013), que propõem heurísticas baseadas em relaxação lagrangeana para um modelo de localização não capacitado multiproduto e Guazzelli e Cunha (2014), que aplicam um modelo com múltiplos produtos a um problema de localização capacitado de CDs de empresa de alimentos que considera operação de *cross-docking*, ganho de escala, entre outros aspectos.

A.4 MODELOS COM MÚLTIPLOS PERÍODOS (*DYNAMIC MODELS*)

Daskin (1995) defende que embora a maioria dos modelos considere apenas um período, a maioria dos parâmetros inseridos nos modelos depende do tempo, sendo apontados como exemplos: demanda, custos e existência de instalações pré-existentes. Para representar tais aspectos, o autor indica que modelos devem incluir explicitamente múltiplos períodos de tempo.

Seja em função da existência de sazonalidade, seja pela evolução dos preços e da demanda, valores que devem ser considerados em modelos de localização normalmente sofrem variações ao longo do tempo. Segundo Farahani; Abedian e Sharahi (2009), normalmente se espera que instalações funcionem ao longo de um grande período, porém muitas das “constantes” do problema podem se alterar.

Arabani e Farahani (2012) fazem uma revisão sobre modelos com múltiplos períodos, em que argumentam que qualquer tipo de modelo com apenas um período pode ser ajustado de forma a considerar múltiplos períodos. Além disso, os autores apontam que eles podem ser divididos em duas categorias, apresentadas neste trabalho separadamente: (1) modelo com configuração fixa ao longo do horizonte de planejamento e (2) modelos com aberturas ao longo do horizonte de planejamento.

A.4.1 Modelo com configuração fixa ao longo do horizonte de planejamento

Daskin; Hopp e Medina (1992) argumentam que o objetivo de modelos de localização com múltiplos períodos deve ser o de obter uma decisão a ser tomada no primeiro período, que deve ser aplicada a um horizonte de planejamento indefinido. A solução ótima para esse tipo de problema normalmente consiste em uma solução robusta, o que quer dizer que as soluções apresentam altos valores para todos os horizontes considerados.

Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2009) defendem que um modelo de localização com apenas um período poderia ser suficiente para obter uma configuração de redes logísticas robusta, mas apontam também que decisões táticas e operacionais são influenciadas pelos resultados estratégicos. Em função disso, a alternativa ideal quando parâmetros se alteram ao longo do período de planejamento é a criação de um modelo em que as decisões estratégicas são implementadas no início do horizonte de planejamento, mas outras decisões, como a alocação da demanda de clientes a instalações, podem mudar ao longo do tempo.

Os parâmetros podem se alterar ao longo dos períodos em função da sazonalidade que algumas características apresentam – tipicamente demanda e custos. Um exemplo prático que pode acontecer de forma mais acentuada em algumas operações logísticas é a sazonalidade da demanda dos produtos ao longo do ano – como pode ser visto, por exemplo, no mercado de bebidas –, e custo de transporte em período de safra, onde a concorrência por contratação de transporte é maior.

Acontece também em função da evolução econômica, como uma tendência de crescimento ou decrescimento de algum parâmetro – tipicamente crescimento da demanda. Diferentes taxas de crescimento de regiões em desenvolvimento em relação às taxas de regiões com o mercado mais consolidado, por exemplo, podem fazer com que uma solução ótima no período da modelagem não seja ótima quando se considera todo o horizonte de planejamento definido.

Um tipo de modelo simples com múltiplos períodos é apresentado a seguir e é composto um conjunto de parâmetros referente a cada período – com demandas, parâmetros de custo, e outras características variando. Este modelo obtém uma

solução robusta cuja FO retrata a configuração que tem o maior valor considerando todos os períodos do horizonte de planejamento.

Novo conjunto:

T : conjunto de períodos de tempo considerados no modelo

Parâmetros:

cv_{cl}^t : custo de abastecimento unitário entre o candidato c e o cliente l no período t ,
 $\forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$

cf_c^t : custo fixo do candidato c no período t , $\forall t \in T \text{ e } \forall c \in C$

d_l^t : demanda do cliente l no período t , $\forall t \in T \text{ e } \forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total do período de maior demanda

Variáveis de decisão:

$Z_c \begin{cases} 1 \text{ se o candidato } c \text{ é aberto} \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}, \forall c \in C$

q_{cl}^t : quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l no período t ,
 $\forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{t \in T} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} cv_{cl}^t \cdot Q_{cl}^t + \sum_{t \in T} \sum_{c \in C} cf_c^t \cdot Z_c \quad (\text{A.65})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Q_{cl}^t \geq d_l^t, \forall t \in T \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.66})$$

$$Q_{cl}^t \leq m \cdot Z_c, \forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.67})$$

$$Q_{cl}^t \geq 0, \forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.68})$$

A função objetivo (A.65) representa o custo da operação nos períodos considerados no modelo, composto pelos custos fixos das instalações e os custos variáveis de transporte. As restrições (A.66) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas em cada período. Já as restrições (A.67) garantem que apenas as instalações selecionadas forneçam produtos para os clientes e as restrições (A.68) garantem a não negatividade das variáveis contínuas. O modelo apresentado é o equivalente, para o caso de múltiplos

períodos com configuração fixa, ao Modelo de Localização de Instalações com Custo Fixo.

Para alguns tipos de operações, sobretudo quando existe restrição de capacidade de produção e a demanda apresenta sazonalidade ao longo do ano, pode ser necessário que a produção dos produtos seja antecipada para os períodos de baixa demanda, de forma a permitir uma formação de estoque que deve ser consumido em períodos de alta.

Neste caso, as decisões para um período pode influenciar a operação nos demais períodos. Por mais que este tipo de modelo envolva algumas decisões normalmente analisadas em nível tático, pode ser importante que este aspecto seja considerado em casos com grande variação de demanda ao longo do horizonte de planejamento.

Normalmente estas características são consideradas em modelos de múltiplas camadas, como o apresentado a seguir, com base no Modelo de Múltiplas Camadas com Formulações de Fluxos Simples.

Parâmetros:

cfc_{fc}^t : custo de transporte unitário entre a fábrica f e o CD c no período t ,

$\forall t \in T, \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C$

ccl_{cl} : custo de transporte unitário entre o CD c e o cliente l , $\forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$

cff_f : custo fixo da fábrica f para todos os períodos, $\forall f \in F$

$cfcd_c$: custo fixo do CD c para todos os períodos, $\forall c \in C$

d_l^t : demanda do cliente l no período t , $\forall t \in T \text{ e } \forall l \in L$

cp_f^t : custo de produzir uma unidade de produto na fábrica f no período t , $\forall t \in T \text{ e } \forall f \in F$

$qmax_f$: capacidade máxima de produção da fábrica f , $\forall f \in F$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total do período de maior demanda

Variáveis de decisão:

$$Zf_f \begin{cases} 1 & \text{se a fábrica } f \text{ é aberta} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \forall f \in F$$

$$Zc_c \begin{cases} 1 & \text{se o CD } c \text{ é aberto} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \forall c \in C$$

$$Qfc_{fc}^t: \text{quantidade de produto enviado da fábrica } f \text{ até o CD } c \text{ no período } t, \\ \forall t \in T, \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C$$

$$Qcl_{cl}^t: \text{quantidade de produto enviado do CD } c \text{ até o cliente } l \text{ no período } t, \\ \forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$$

$$Qp_f^t: \text{quantidade produzida na fábrica } f \text{ no período } t, \quad \forall t \in T \text{ e } \forall f \in F$$

Função Objetivo:*Minimizar*

$$\begin{aligned} \sum_{t \in T} \sum_{c \in C} \sum_{f \in F} cfc_{fc}^t \cdot Qfc_{fc}^t + \sum_{t \in T} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} ccl_{cl} \cdot Qcl_{cl}^t + \sum_{t \in T} \sum_{f \in F} cp_f^t \cdot Qp_f^t + \\ \sum_{f \in F} cff_f \cdot Zf_f + \sum_{c \in C} cfc_d_c \cdot Zc_c \end{aligned} \quad (\text{A.69})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Qcl_{cl}^t \geq d_l^t, \quad \forall t \in T \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.70})$$

$$\sum_{f \in F} Qfc_{fc}^t = \sum_{l \in L} Qcl_{cl}^t, \quad \forall t \in T \text{ e } \forall c \in C \quad (\text{A.71})$$

$$\sum_{l \in L} Qcl_{cl}^t \leq m \cdot Zc_c, \quad \forall t \in T \text{ e } \forall c \in C \quad (\text{A.72})$$

$$Qp_f^t \leq qmax_f \cdot Zf_f, \quad \forall f \in F \quad (\text{A.73})$$

$$\sum_{c \in C} Qfc_{fc}^1 \leq Qp_f^1, \quad \forall f \in F \quad (\text{A.74})$$

$$\sum_{c \in C} Qfc_{fc}^t \leq \sum_{u=1}^t Qp_f^u - \sum_{u=1}^{t-1} \sum_{c \in C} Qfc_{fc}^u, \quad \forall t \in T/1 \text{ e } \forall f \in F \quad (\text{A.75})$$

$$Qcl_{cl}^t \geq 0, \quad \forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.76})$$

$$Qfc_{fc}^t \geq 0, \quad \forall t \in T, \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C \quad (\text{A.77})$$

$$Qp_f^t \geq 0, \quad \forall t \in T \text{ e } \forall f \in F \quad (\text{A.78})$$

A função objetivo (A.69) representa o custo da operação, composto pelos custos variáveis de transporte entre fábricas e CDs, custos variáveis de transporte entre CDs e clientes, custos fixos das fábricas, custos fixos dos CDs e custos variáveis de produção. As restrições (A.70) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas em cada período considerado. As restrições (A.71) garantem a consistência no balanço de massa dos CDs, fazendo com que a quantidade de produto recebido por cada CD em cada período seja igual à quantidade enviada. As restrições (A.72) garantem que apenas os CDs selecionados fornecem produtos para os clientes. As restrições (A.73) garantem que as fábricas abertas no máximo produzam em cada período o equivalente a sua capacidade. As restrições (A.74) e (A.75) garantem que para todos os períodos, cada fábrica envia no máximo quanto tem no estoque mais quanto produziu no período. As restrições (A.76), (A.77) e (A.78) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

Pode-se notar que uma das principais diferenças deste modelo em relação ao modelo apresentado na subseção A.2.1, além da utilização de múltiplos períodos, é a desassociação entre a quantidade produzida e enviada por cada fábrica. Com a criação da nova variável que representa a quantidade produzida por cada fábrica em cada período de tempo, é possível simular a existência de estoque nas fábricas, de tal forma que o atendimento da demanda em períodos de pico se torna possível com a produção em períodos anteriores.

Modelos com configuração fixa ao longo do horizonte de planejamento são capazes de representar parâmetros que variam ao longo do tempo e obter uma solução ótima para todos os períodos considerando aspectos de prazos menores – táticos e até operacionais –, como é o caso de Farahani; Abedian e Sharahi, (2009, p. 350) que sugerem uma modificação no Modelo p -Medianas, sendo que a cada período são considerados parâmetros associados a um fator de probabilidade de ocorrência.

Este tipo de modelo, porém, não é tão explorado na literatura, sendo que atualmente modelos que permitem que as configurações ótimas sejam readequadas ao longo do horizonte de planejamento considerado no modelo são mais comumente encontrados.

A.4.2 Modelos com aberturas ao longo do horizonte de planejamento

Outro tipo de abordagem em modelos com múltiplos períodos é a que considera como decisão, além de onde devem ser abertas as instalações, o período em que cada instalação deve ser utilizada.

Esses modelos costumam ser utilizados principalmente em companhias que apresentam uma tendência – crescente ou decrescente – nas vendas. Nesses casos, o modelo é capaz de identificar o período em que outro conjunto de instalações se torna a ideal.

As formulações típicas deste tipo de modelos garantem que novas instalações abertas não podem ser fechadas ao longo do horizonte de planejamento e vice-versa, uma vez que as decisões de instalações, sendo de natureza estratégica, costumam ser feitas considerando o longo prazo. Por este motivo, nestes modelos a informação de quais instalações fazem parte da estrutura física real atual das companhias costuma ser utilizada, visando evitar que uma instalação atual deixe de fazer parte da solução nos períodos iniciais e seja considerada nos períodos posteriores.

O modelo apresentado a seguir considera decisões do período de abertura – ou fechamento – de cada instalação e é baseado no Modelo de Localização de Instalações com Custo Fixo.

Conjuntos:

A: conjunto de locais candidatos atualmente abertos

E: conjunto de locais candidatos atualmente fechados

C: conjunto de locais candidatos, $A \cup E = C$

Parâmetros:

cv_{cl} : custo unitário associado ao candidato *c* atender o cliente *l*, $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

cf_c : custo fixo do candidato *c*, $\forall c \in C$

d_l^t : demanda do cliente *l* no período *t*, $\forall t \in T$ e $\forall l \in L$

ec_c : parâmetro cujo valor é igual a 1 se a instalação *c* está aberta no instante inicial e 0 caso contrário, $\forall c \in C$

d^t : soma da demanda de todos os clientes no período *t*, $\forall t \in T$

Variáveis de decisão:

$$Z_c^t \begin{cases} 1 & \text{se o candidato } c \text{ estiver aberto no período } t \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad \forall t \in T \text{ e } \forall c \in C$$

$$Q_{cl}^t: \text{quantidade de produto enviado do candidato } c \text{ até o cliente } l \text{ no período } t, \\ \forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$$

Função Objetivo:

Minimizar

$$\sum_{t \in T} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} cv_{cl} \cdot Q_{cl}^t + \sum_{t \in T} \sum_{c \in C} cf_c \cdot Z_c^t \quad (\text{A.79})$$

Restrições:

$$\sum_{c \in C} Q_{cl}^t \geq d_l^t, \quad \forall t \in T \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.80})$$

$$Q_{cl}^t \leq d^t \cdot Z_c^t, \quad \forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.81})$$

$$Z_c^t \geq Z_c^{t-1}, \quad \forall t \in T/1 \text{ e } \forall c \in E \quad (\text{A.82})$$

$$Z_c^t \leq Z_c^{t-1}, \quad \forall t \in T/1 \text{ e } \forall c \in A \quad (\text{A.83})$$

$$Q_{cl}^t \geq 0, \quad \forall t \in T, \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L \quad (\text{A.84})$$

A função objetivo (A.79) representa o custo da operação, composto pelos custos fixos das instalações e os custos variáveis de transporte de todos os períodos considerados. As restrições (A.80) garantem que todos os clientes recebam quantidades maiores ou iguais a suas demandas em cada período. Já as restrições (A.81) garantem que apenas as instalações abertas forneçam produtos para os clientes. As restrições (A.82) garantem que se uma instalação que a princípio não está aberta for aberta em determinado período, ela deve continuar aberta em todos os períodos subsequentes e as restrições (A.83) garantem que se uma instalação que a princípio está aberta for fechada em determinado período, ela deve continuar fechada em todos os períodos subsequentes. As restrições (A.84) garantem a não negatividade das variáveis contínuas.

Como um exemplo de aplicação no contexto logístico deste tipo de modelo pode ser apontado Thanh; Bostel e Péton (2008), que propõem um modelo de produção e distribuição focando em decisões estratégicas como abertura, fechamento e expansão de instalações, entre outras; alterações das decisões podem ser realizadas ao longo do horizonte de planejamento. O modelo considera

um problema real de múltiplas camadas e múltiplos produtos de uma companhia que enfrenta demandas crescentes.

A.5 MODELOS COM MÚLTIPLOS CRITÉRIOS (*MULTICRITERIA DECISION ANALYSIS – MCDA*)

Na maioria dos modelos até aqui apresentados, os objetivos estão associados à redução de custos, seja em modelos que os retrataram explicitamente, seja em modelos cujo objetivo é a minimização do momento de transporte, que retrata o custo de transporte implicitamente. A exceção se dá no modelo *p*-Centros, em que o objetivo é obter uma configuração que minimiza o pior nível de serviço, podendo obter soluções com custos não ótimos.

Para as soluções de problemas de localização considerados no SCND, há valores de medidas de rendimento importantes ao sistema, capazes de caracterizar sua qualidade. Essas medidas de rendimento podem representar objetivos alternativos que também se deseja otimizar.

As decisões de localização de instalações são inerentemente estratégicas e de longo prazo. Dessa forma, existem objetivos conflitantes que competem entre si e precisam ser consideradas nos modelos.

Segundo Shi (2014), a otimização com múltiplos objetivos é uma área de estudo de tomada de decisão com múltiplos critérios, que trata de problemas de otimização que envolvem mais de uma FO a ser otimizada simultaneamente.

Isto posto, a abordagem de otimização multicritério é adequada a projetos de configuração logística, pois se enquadram no grupo de problemas que apresentam grande quantidade de agentes envolvidos com diferentes interesses – e por isso múltiplos objetivos conflitantes –, apresentam questões fundamentais intangíveis e requerem soluções robustas que apresentam bom desempenho dado diferentes conjuntos de parâmetros.

Branke *et al.* (2008) apontam que nestes tipos de problema não existe apenas uma solução ótima, mas sim um conjunto de alternativas com diferentes *tradeoffs*, conhecidas como soluções ótimas de Pareto. Os autores defendem também que para problemas de otimização com múltiplos objetivos, existem pelos menos duas

tarefas mais importantes a serem realizadas: obter as soluções de Pareto e escolher uma única solução preferida pelo decisor.

Muitos trabalhos de otimização multicritério focam no estudo de problemas contínuos, como Marler e Arora (2004) e Branke *et al.* (2008), embora muito dos conceitos aplicados a este tipo de problema também valham para problemas discretos.

A.5.1 Problemas de localização multicritério

Hekmatfar e Steadieseifi (2009) apontam que existem muitos métodos para solucionar problemas de localização de múltiplos critérios, mas todos eles têm em comum os seguintes fatores:

- Objetivos/atributos múltiplos;
- Conflitos entre critérios;
- Unidades de medida incomparáveis;
- Definição ou seleção: soluções para esses problemas consistem em duas classes, sendo que uma define a melhor alternativa e a segunda seleciona a melhor alternativa dentre as definidas;

Farahani; Steadieseifi e Asgari (2010) fazem uma revisão sobre problemas de localização multicritério; os problemas são classificados em dois tipos principais: Problemas de Decisão com Múltiplos Atributos (*Multiple Attribute Decision Making – MADM*), em que existe uma quantidade limitada de alternativas pré-determinadas; e Problemas de Decisão com Múltiplo Objetivo (*Multiple Objective Decision Making – MODM*), cujas técnicas buscam a definição de uma melhor alternativa que dê suporte ao decisor de forma a atingir níveis aceitáveis de desempenho a um conjunto de objetivos.

A.5.1.1 Problemas de Decisão com Múltiplos Atributos (*Multiple Attribute Decision Making – MADM*)

Montibeller e Yoshizaki (2011) apontam que normalmente, em problemas de localização logística, os decisores buscam primeiramente conhecer uma solução ótima em relação ao custo a fim de ancorar as expectativas de custo mínimo e partir para buscas de soluções alternativas que proporcionem outros benefícios dentro de níveis de custos aceitáveis. A modelagem de problemas com múltiplos atributos

permite uma avaliação mais abrangente dos benefícios do espaço de solução ao passo que os modelos são capazes de simular o valor das soluções alternativas que se pretende testar, considerando os *tradeoffs* entre benefícios e custos.

Para problemas de configuração de redes logísticas com múltiplos critérios, alguns métodos do tipo MADM são utilizados, como AHP do tipo *fuzzy* (KA, 2011), *Simple Additive Weight* (CHOU; CHANG; SHEN, 2008) e DEA (KLIMBERG; RATICK, 2008). De maneira geral estes trabalhos consideram a análise de soluções pré-determinadas, de forma a compará-las e fornecer suporte às escolhas dos decisores.

O trabalho desenvolvido por Montibeller e Yoshizaki (2011) exemplifica este tipo de problema; os autores propõem uma estrutura de análise de decisão multicritério para problemas de localização de instalações logísticas combinando dois tipos de benefícios de cada solução: benefícios topológicos das redes e benefícios referentes aos nós escolhidos, chegando a um valor global da cadeia de suprimentos.

Franco e Montibeller (2010) sugerem uma metodologia para a estruturação de modelos que consideram múltiplos critérios, retratada pela Figura A.6. Ela consiste em três fases, em que são desenvolvidas atividades de estruturação do problema, do modelo e avaliação e análise das alternativas modeladas.

Figura A.6 – Estruturação proposta para modelos com múltiplos critérios

Fonte: Adaptada de Franco e Montibeller (2010)

Seguindo a metodologia citada, Guazzelli e Cunha (2015b) aplicaram uma modelagem multicritério que consiste na definição de objetivos fundamentais, criação de função de valor e comparação de soluções obtidas para um problema de SCND, com um tipo de produto e três camadas de instalações.

Utilizando o mesmo tipo de abordagem, Altıparmak *et al.* (2006) utilizam um algoritmo genético para obter soluções de boa qualidade, de forma a possibilitar sua comparação e escolha por parte do decisor.

A.5.1.2 Problemas de Decisão com Múltiplos Objetivos (Multiple Objective Decision Making – MODM)

A utilização de técnicas de análises multicritério associadas a modelos de otimização vêm sendo bastante estudadas em problemas de SCND, uma vez que considera aspectos importantes de problemas reais diversos e possibilita a geração de soluções alternativas às que minimizam apenas o custo operacional.

Os modelos que consideram este tipo de problema são detalhados a seguir.

A.5.2 Tipos de abordagens em problemas com múltiplos objetivos

Shi (2014) aponta que para problemas de otimização não trivial com múltiplos objetivos não existe uma única solução que otimiza simultaneamente todos os objetivos. Dessa forma, são necessárias outras abordagens que permitam que o problema seja solucionado. O autor aponta três tipos de abordagens utilizadas para solucionar esse tipo de problema, exploradas a seguir.

A.5.2.1 Soluções ótimas de Pareto

Hekmatfar e Steadieseifi (2009) apontam que uma das principais estratégias para tratar de problemas de otimização de múltiplos objetivos é tratar o problema considerando cada objetivo independentemente, obtendo um conjunto de soluções denominado soluções ótimas de Pareto, também conhecido como soluções não dominadas ou não inferiores.

Uma solução faz parte deste conjunto quando atender ao seguinte critério: nenhum dos objetivos pode ser melhorado sem que pelo menos um dos demais objetivos sejam piorados.

Segundo Shi (2014), sem que sejam atribuídas informações de preferências subjetivas, todas as soluções de Pareto são consideradas igualmente boas e as soluções não podem ser ordenadas.

Exemplos deste tipo de aplicação podem ser vistos em Huang e Goetschalckx (2014), que abordam um problema de configuração de redes logísticas robustas obtendo o conjunto de soluções de Pareto que consideram objetivos de eficiência e risco; e em Kalcsics *et al.* (2014), que propõem uma metodologia para a obtenção do conjunto completo de soluções ótimas de Pareto para o Problema p -Medianas com Múltiplos Critérios.

A.5.2.2 Obter uma solução única que satisfaça as preferências subjetivas de um decisor

Marler e Arora (2004) apontam que este tipo de abordagem utiliza técnicas de forma a permitir que o usuário especifique preferências, que pode ser aplicadas em termos de metas ou de importância relativa dos diferentes objetivos. Segundo os autores, a maioria desses métodos incorporam parâmetros, sejam eles coeficientes, expoentes, limites, etc., que podem estabelecer o reflexo das preferências dos decisores.

Alguns dos métodos aplicados a problemas de localização são:

- Soma ponderada, que é a abordagem mais utilizada e considera um coeficiente para cada FO definida;
- Lexicográfico, que ordena as funções objetivo em ordem de importância e roda K modelos – sendo K a quantidade de diferentes objetivos –, maximizando a cada modelo uma FO em ordem de importância e acrescentando restrições que garantem que os valores das funções objetivos mais importantes não sejam piores em relação às soluções anteriores;
- FO limitada, que maximiza apenas a parcela mais importante e garante que todas as outras funções objetivo sejam atendidas, ao acrescentar restrições que colocam limites inferiores e superiores para cada objetivo;
- Além dessas abordagens mais comuns, outras abordagens podem ser vistas em Marler e Arora (2004).

Como um exemplo dessa abordagem, Guazzelli e Cunha (2015b) aplicam métodos de soma ponderada a partir de funções de valores e preferências identificadas para cada FO, incorporados a um modelo de programação linear inteira de forma a obter a solução que maximiza a função de valor total do sistema para um problema de localização de CDs de produtos acabados no Brasil.

A.5.2.3 Quantificação de tradeoffs no atendimento de objetivos diferentes

Outra forma de abordagem para o problema de otimização multicritério consiste na análise do problema com foco nas relações entre objetivos. Esta abordagem consiste em análise de *tradeoffs* entre objetivos. Muitos dos estudos deste tipo fazem parte de uma etapa posterior à etapa de criação da fronteira de Pareto, consistindo na análise das soluções ótimas.

Como exemplo, Franca *et al.* (2010) aplicam um modelo de otimização multicritérios de forma a avaliar o impacto as relações entre os objetivos de lucro, qualidade e satisfação do cliente a um problema de SCND com seleção de fornecedores.

Já Medal; Pohl e Rossetti (2014) utilizam um modelo de localização e melhoria de instalações (*location-hardening*) em sistemas de distribuição para reduzir riscos de falha no atendimento logístico. O estudo apresenta o conjunto de soluções de Pareto e sua posterior análise de *tradeoff*.

Engau; Moffatt e Dyk (2014) aplicam um modelo de otimização multicritério em planejamento tático de expedição e transporte de petróleo que maximiza receita e vendas ao passo que evita descontinuidades na produção e falta de atendimento aos clientes. A partir dos resultados, uma análise de *tradeoff* é apresentada para validar as decisões do modelo em relação ao que é praticado na operação.

A.5.3 Critérios considerados em modelos de localização

Farahani; Steadieseifi e Asgari (2010) avaliaram 82 artigos, dos quais 35 consideram dois objetivos e 47 consideram três ou mais objetivos. Os autores apresentam os critérios mais frequentemente considerados nos objetivos dos problemas do tipo MODM, classificando-os em: critérios de custo, de riscos ambientais, de cobertura de atendimento, de nível de serviço e eficácia, de lucro, e outros.

Os principais tipos de critérios encontrados na literatura são apresentados a seguir:

A.5.3.1 Custo

O custo é o tipo de objetivo mais utilizado em modelos de localização utilizados no SCND. Normalmente os custos estão associados a diferentes tipos de recursos:

- Fixos em instalações;
- Variáveis em instalações;
- Variáveis de transporte;
- Alteração de capacidade;

Além destes, é possível que outros tipos de custos devam ser considerados para compor os custos totais de operações físicas reais:

- Investimento para abertura ou fechamento de instalações;

Decisões estratégicas se referem a ações que têm resultado de longo prazo e normalmente decorrem de alterações importantes na estrutura de um sistema, estando associadas muitas vezes a altos investimentos financeiros.

No caso de problemas de SCND, normalmente os maiores investimentos estão associados à construção de novas instalações. A modelagem para este tipo de custo normalmente é simples, uma vez que está associada à existência ou não da instalação, da mesma forma que o custo fixo.

O parâmetro de custo associado a decisões que requerem investimentos devem ser obtidos por meio de análises que consideram a variação do valor do dinheiro em função do tempo. Uma vez compatibilizados por meio de análises financeiras, considerando o horizonte de análise escolhido, um parâmetro de custo de investimento pode ser associado às tomadas de decisão consideradas.

A modelagem se torna mais complexa, porém, em virtude de normalmente já existir uma configuração logística da operação atual. Isso pode causar a necessidade de investimento tanto para a abertura de novas unidades como para fechamento de unidades inicialmente abertas, conforme aplicado por Guazzelli e Cunha (2015b).

A formulação para considerar os custos de investimento de abertura ou fechamento fica:

Conjuntos:

A: conjunto candidatos inicialmente abertos

E: conjunto candidatos inicialmente fechados

C: conjunto candidatos, $A \cup E = C$

Novos parâmetros:

ca_e : custo para abrir uma nova instalação, $\forall e \in E$

ce_a : custo para fechar uma instalação atualmente aberta, $\forall a \in A$

$$\sum_{e \in E} ca_e \cdot Z_e \quad (A.85)$$

$$\sum_{a \in A} ce_a \cdot (1 - Z_a) \quad (A.86)$$

A função (A.85) se refere ao custo de abrir instalações em locais onde inicialmente não existem instalações. A função (A.86) se refere ao custo de fechar instalações inicialmente abertas.

- Custo de não atendimento de clientes;

Alguns problemas reais de SCND consideram o não atendimento de toda a demanda. Este fator pode estar associado à falta de recursos, como limitação de quantidade de instalações, quantidade de veículos ou até na capacidade de produção. Além disso, a venda para certos clientes, em função de suas localizações e os custos de transporte, pode causar prejuízo à companhia.

Para retratar essa característica, as restrições de atendimento de demanda e a FO devem ser ajustadas, conforme a formulação a seguir:

Novos parâmetros:

cna_l : custo de não atender uma unidade de produto ao cliente l , $\forall l \in L$

Novas variáveis de decisão:

Qna_l : quantidade de demanda não atendida ao cliente l , $\forall l \in L$

Novas restrições:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} Q_{cl_{cl}} + Q_{na_l} \geq d_l, \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{A.87})$$

Nova parcela da função objetivo:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} c_{na_l} \cdot Q_{na_l} \quad (\text{A.88})$$

As restrições (A.87) garantem que a quantidade de produtos recebidos por um cliente mais a quantidade de demanda não atendida é maior ou igual à quantidade demandada.

A parcela da função objetivo (A.88) representa o custo associado ao não atendimento de parte da demanda.

A.5.3.2 Nível de serviço

O nível de serviço é normalmente retratado em modelos de otimização por meio do tempo de atendimento até os clientes. O tempo que deve ser medido é o decorrido entre o pedido – ou ordem de compra – e a entrega final. Por isso, em problemas de SCND, idealmente devem ser representados todos os tempos decorridos desde a seleção do produto na instalação onde ele é estocado – ou produzido, dependendo do tipo de operação – até o destino.

Para problemas em que os clientes finais são atendidos pela última camada de instalações que formam estoque dos produtos, este tipo de modelagem é relativamente simples. Para considerar o nível de serviço médio ponderado de todos os clientes, a função (A.89) deve ser acrescentada à FO.

Parâmetros:

t_{cl} : tempo de movimentação mais transporte unitário entre o candidato c e o cliente l ,
 $\forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall l \in \mathcal{L}$

d : soma da demanda de todos os clientes

Variáveis de decisão:

Q_{cl} : quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in \mathcal{C} \text{ e } \forall l \in \mathcal{L}$

$$\left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} t_{cl} \cdot Q_{cl} \right) / d \quad (\text{A.89})$$

Esta medida de rendimento pode ser separada em tipos diferentes de clientes, em função de acordos de nível de serviço diferentes. Esta é a estratégia proposta por Guazzelli e Cunha (2015b), por exemplo.

Em sistemas mais complexos, com múltiplas camadas, em que não existe estoque de todos os produtos nas últimas camadas – pontos de distribuição –, ou ainda em operações com pontos de *cross-docking*, pode ser necessário considerar o tempo total de abastecimento, desde a origem até o cliente final.

Para se considerar o nível de serviço médio ponderado de todos os clientes que considera o tempo desde a fábrica até o cliente final, a função (A.90) deve ser acrescentada à FO.

Novos parâmetros:

t_{fc} : tempo médio de movimentação na fábrica mais tempo de transporte entre a fábrica f e o CD c , $\forall f \in F$ e $\forall c \in C$

d : soma da demanda de todos os clientes

Novas variáveis de decisão:

Q_{fc} : quantidade de produto enviado da fábrica f até o CD c , $\forall f \in F$ e $\forall c \in C$

$$\left(\sum_{f \in F} \sum_{c \in C} t_{fc} \cdot Q_{fc} + \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} t_{cl} \cdot Q_{cl} \right) / d \quad (\text{A.90})$$

É importante notar que as formulações apresentadas acima se referem a problemas relativamente simples, com apenas duas camadas de instalações, um tipo de produto e um período. Outras formulações que consideram nível de serviço como restrições são detalhadas na subseção A.6.4.

Outro tipo de nível de serviço também considerado é o de frequência de entrega aos clientes, uma vez que este fator pode impactar no tempo de atendimento médio – ou máximo – até determinadas regiões.

Em função de regiões com pontos de baixa demanda, algumas operações físicas consideram entregas em determinadas regiões com uma frequência menor, de forma a garantir que os veículos da operação viajem mais cheios e, assim, possibilitar a redução do custo unitário de transporte.

Dessa forma, a definição das frequências de entrega muitas vezes está associada às capacidades dos veículos de cada fluxo. Por exemplo, se determinado fluxo é feito duas vezes por semana por um veículo com capacidade de 15 toneladas, o mesmo pode ser feito apenas uma vez por semana se transportado por um veículo maior, com 30 toneladas de capacidade.

Na sequência, são apresentados dois tipos de abordagem que podem ser utilizadas para considerar frequências de entrega em modelos de localização utilizados no SCND.

A primeira leva em consideração que para cada par cl (CD-cliente) deve haver um tipo de veículo que faz com que o custo unitário de transporte seja mínimo. Quando os custos unitários de transporte cv_{cl} são calculados, deve-se estimar também uma matriz de mesma dimensão f_{cl} que retrata a frequência de entregas – quantidade de viagens por unidade de tempo – do fluxo de transporte entre o CD c e o cliente l .

Novos parâmetros:

f_{cl} : frequência de entrega entre o CD c e o cliente l , $\forall c \in \mathcal{C}$ e $\forall l \in \mathcal{L}$

Para se considerar a frequência média ponderada de todos os clientes, a função (A.91) deve ser acrescentada à FO:

$$\left(\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} f_{cl} \cdot Q_{cl} \right) / d \quad (\text{A.91})$$

Este tipo de formulação, em que a frequência de entrega de cada fluxo é definida *a priori* pode ser visto em Guazzelli e Cunha (2014).

A segunda abordagem acrescenta às decisões tomadas pelo modelo de otimização a de qual tipo de veículo deve ser utilizado para cada fluxo, sendo que existem diferentes custos e frequências de entrega para cada um dos tipos de veículo. Este tipo de modelagem é discutido na subseção A.7.1.

A.5.3.3 Impacto ambiental

Muitos trabalhos que consideram a minimização do impacto ambiental como benefício vêm sendo desenvolvidos. Os estudos retratam principalmente a

quantidade de CO₂ emitida no transporte de mercadorias, mas também podem ser considerados outros aspectos.

Para esta representação, devem ser estimadas, para os veículos utilizados em cada trecho de transporte, as taxa de emissão de gases poluentes, referentes ao transporte de uma unidade de produto entre dois pontos.

A parcela da função objetivo (A.92) referente à emissão de gases poluentes representa a multiplicação da taxa de emissão referente a transportar uma unidade de produto em cada trecho pela quantidade de produto transportado no trecho.

Novos parâmetros:

em_{fc} : taxa de emissão de gases poluentes referente ao transporte de uma unidade de produto entre a fábrica f e o candidato c , $\forall f \in F$ e $\forall c \in C$

em_{cl} : taxa de emissão de gases poluentes referente ao transporte de uma unidade de produto entre o CD c e o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

$$\sum_{f \in F} \sum_{c \in C} em_{fc} \cdot Q_{fc} + \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} em_{cl} \cdot Q_{cl} \quad (A.92)$$

A.5.3.4 Lucro

Uma alternativa para modelos de localização utilizados no SCND é considerar a maximização do lucro da operação em oposição à redução do custo. Podem existir regiões remotas cujo abastecimento é muito oneroso, causando prejuízo para a operação.

Modelos com a FO de maximização de lucro podem obter soluções onde parte da demanda não é atendida, mesmo que haja capacidade. Por isso, para estes casos, também é importante identificar os custos não operacionais associados ao não atendimento de toda a demanda.

A formulação para a maximização do lucro fica:

Novos parâmetros:

r_l : receita unitária no cliente l , $\forall l \in L$

Novas variáveis de decisão:

Qna_l : quantidade de demanda não atendida ao cliente l , $\forall l \in L$

Novas restrições:

$$\sum_{c \in C} Qcl_{cl} \leq d_l, \quad \forall l \in L \quad (\text{A.93})$$

Nova parcela da função objetivo:

$$- \sum_{l \in L} \sum_{c \in C} r_l \cdot Qcl_{cl} \quad (\text{A.94})$$

As restrições (A.93) substituem as restrições de garantia de atendimento da demanda, e garantem que cada cliente receba, no máximo, o equivalente a sua demanda. Essas restrições podem ser substituídas pelas restrições (A.87) caso seja necessário considerar também o custo do não atendimento.

A nova parcela da função objetivo (A.94) tem sinal negativo, uma vez que os modelos apresentados até então são de minimização. Como o novo objetivo é maximizar o lucro – receita menos custo –, a minimização de custo menos receita é equivalente.

Um exemplo de modelos com maximização de lucro pode ser visto em Guillén *et al.* (2005), que propõem um modelo que inclui diversas características essenciais para representar as decisões de SCND.

A.5.4 MCDA em problemas de configuração logística

Recentemente muitos estudos têm focado no desenvolvimento de algoritmos e heurísticas para problemas de localização considerados no SCND.

Farahani e Asgari (2007) combinam aspectos de decisão multicritério com técnicas de cobertura de forma a obter soluções que implicam em um baixo custo fixo, associado à menor quantidade de CDs possíveis, e cujas localidades apresentem maior função de valor possível.

Shankar *et al.* (2013) aplicam um algoritmo evolucionário ao problema, com a FO considerando quantidade de plantas de produção, fluxo de material prima, quantidade de produtos entre plantas e CDs e entre CDs e clientes.

Olivares-Benitez; Ríos-Mercado e González-Velarde (2013) aplicam um modelo linear inteiro a pequenas instâncias e uma heurística que combina princípios de funções gulosas, *scatter search*, *path relinking* e programação linear, levando em

conta objetivos como: custo logístico e tempo de transporte máximo entre CD e cliente.

Ozgen e Gulsun (2014) combinam a utilização de programação linear com técnicas de AHP para obter soluções que consideram tanto aspectos quantitativos quanto qualitativos.

Harris; Mumford e Naim (2014) apresentam um algoritmo evolucionário que particiona o problema em fases, sendo elas a de localização dos CDs e de alocação dos clientes, de forma a obter soluções com baixo custo e baixa emissão de CO₂.

Guazzelli e Cunha (2015b) apresentam um modelo de programação linear inteira mista que trata do problema de localização de CDs. Os aspectos considerados nas tomadas de decisão são o custo operacional, custo de investimento, nível de serviço dado em termos de tempo de transporte médio para dois grupos de clientes, bem como frequência de entregas, impactos das decisões na sociedade, sendo eles emissão de CO₂, quantidade de CDs abertos e fechados, e impacto na operação retratado pela quantidade de CDs.

A.6 OUTROS TIPOS DE RESTRIÇÃO

Associados aos principais tipos de modelos apresentados, existem variações que consistem na inserção de outras restrições cujo objetivo é representar peculiaridades de operações reais no processo de SCND. Alguns dos ajustes e restrições mais importantes são apresentados a seguir.

A.6.1 Instalação abastecida por apenas uma fonte

Analogamente ao caso de clientes finais que precisam ser atendidos por apenas uma instalação, apresentado na subseção A.1.5.2, quando uma instalação a ser localizada é um ponto de transbordo, onde ocorre uma operação de *cross-docking*, normalmente é necessário que esta seja abastecida por apenas uma fonte.

Segundo Gümüş e Bookbinder (2004) *cross-docking* é a prática de receber mercadorias e rapidamente processá-las para o redespacho com mínima necessidade de manuseio e sem estoque. O *cross-docking* tem o objetivo de reduzir custos e melhorar o nível de serviço por meio de fluxos das origens até o destino final.

O *cross-docking* consiste na operação em que um veículo, normalmente de grande capacidade, leva a carga até o ponto de transbordo; ali a carga é separada e carregada em veículos menores que fazem a distribuição subsequente dos produtos. A utilização do veículo grande nos trechos que ligam as origens até os pontos de transbordo permite que os custos sejam reduzidos neste trecho. Se a redução de custos de transporte do trecho inicial for menor que o custo operacional de manter a estrutura necessária a esta operação, o *cross-docking* pode ser viável.

Por outro lado, a operação de *cross-docking* pode ser inviabilizada se a carga é abastecida por mais de uma fonte.

Para este caso, além da variável contínua Qfc_{fc} , que representa a quantidade de produto que sai de uma instalação a outra – nesse caso, de uma fábrica até o ponto de transbordo –, é necessário criar uma variável binária Afc_{fc} , que representa se tal conexão está ativa ou não, e relacionar esta variável com a variável contínua do fluxo correspondente, conforme a formulação a seguir:

Parâmetros:

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total

Variáveis de decisão:

$Afc_{fc} \begin{cases} 1 & \text{se a fábrica } f \text{ abastece o candidato } c, \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

Qfc_{fc} : quantidade de produto enviado da fábrica f até o CD c , $\forall f \in F$ e $\forall c \in C$

Novas Restrições:

$$\sum_{c \in C} Qfc_{fc} \leq m \cdot Afc_{fc}, \quad \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C \quad (\text{A.95})$$

$$\sum_{f \in F} Afc_{fc} \leq 1, \quad \forall c \in C \quad (\text{A.96})$$

As restrições (A.95) garantem que há quantidade de produtos transportados entre uma fábrica e um candidato apenas se a ligação estiver ativa. Já as restrições (A.96) garantem que cada candidato deve ter no máximo uma ligação ativa.

Este tipo de restrição pode ser vista, por exemplo, em Ross e Jayaraman (2008), que desenvolveram um modelo e heurísticas de solução para um problema de SCND com múltiplas camadas, uma fábrica central pré-localizada e a localização de CDs como pontos de *cross-docking*.

A.6.2 Restrição de orçamento de investimento

Restrições de orçamento para investimento são usuais em problemas reais de SCND. De forma geral sua aplicação é feita de forma simples, ao se acrescentar uma restrição que garante que todo o custo de investimento deve ser menor ou igual a um valor de orçamento dado, conforme a formulação a seguir:

Conjuntos:

A: conjunto candidatos atualmente abertos

E: conjunto candidatos atualmente fechados

C: conjunto candidatos, $A \cup E = C$

Parâmetros:

orc: máximo valor de investimento permitido

ca_e: custo para abrir uma nova instalação, $\forall e \in E$

ce_a: custo para fechar uma instalação atualmente aberta, $\forall a \in A$

Nova restrição:

$$\sum_{e \in E} ca_e \cdot Z_e + \sum_{a \in A} ce_a \cdot (1 - Z_a) \leq orc \quad (A.97)$$

No exemplo apresentado pela restrição (A.97) os custos de abertura e fechamento de instalações são restritos pelo orçamento, porém outros tipos de custo podem ser acrescentados à restrição, como o custo de expansão de capacidade, o de transferência de capacidade, entre outros.

Outro tipo de restrição que pode ser considerada em problemas de SCND é o que limita a quantidade de alterações em relação à configuração atual. Um exemplo de motivo deste tipo de restrição é o impacto negativo que o fechamento de uma instalação pode causar na sociedade. Neste caso uma empresa pode querer limitar a quantidade de instalações que devem ser fechadas.

A formulação de limitação de instalações a serem fechadas e abertas pode ser escrita, respectivamente, conforme as restrições (A.98) e (A.99):

Novos parâmetros:

limFech: quantidade máxima de instalações que podem ser fechadas

limAber: quantidade máxima de novas instalações que podem ser abertas

Novas restrições:

$$\sum_{a \in A} (1 - Z_a) \leq \text{limFech} \quad (\text{A.98})$$

$$\sum_{e \in E} Z_e \leq \text{limAber} \quad (\text{A.99})$$

Casos de aplicação deste tipo de restrição em problemas de SNCD podem ser visto, por exemplo, em Wilhelm *et al.* (2005) e Sonmez e Lim (2012).

A.6.3 Faixas de quantidade de instalações

Uma alternativa às restrições na alteração de configuração atual, apresentadas na subseção A.6.2 são as que definem uma faixa de quantidade de instalações abertas independentemente de se tais instalações já existem ou não no período inicial.

Essas restrições representam um tipo de modelagem menos restrita que os modelos que definem a quantidade de instalações *a priori* – *p*-Centros e *p*-Medianas –, mas ainda assim impõem limites que podem representar necessidades dos decisores. A modelagem deste tipo de restrição fica:

Novos parâmetros:

pmax: quantidade máxima de instalações abertas

pmin: quantidade mínima de instalações abertas

Novas restrições:

$$\sum_{c \in C} Z_c \leq pmax \quad (\text{A.100})$$

$$\sum_{c \in C} Z_c \geq pmin \quad (\text{A.101})$$

As restrições (A.100) e (A.101) garantem que a quantidade de instalações ativas deve ficar dentro da faixa de quantidade de instalações definida.

Exemplos deste tipo de restrição consideradas em modelos utilizados em problemas de SCND podem ser vistos em Jayaraman e Pirkul (2001), Sadjady e Davoudpour (2012) e Ozgen e Gulsun (2014).

A.6.4 Restrições de nível de serviço

Restrições de nível de serviço garantem que o tempo de deslocamento ou a distância dos clientes até o ponto definido para seu atendimento seja menor ou igual a valores previamente estipulados.

Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2009) comentam sobre um tipo de restrição frequentemente utilizada em modelos de localização, denominadas restrições do tipo p -Medianas. Em modelos de localização utilizados no SCND, esta restrição pode representar a limitação do tempo médio de atendimento entre a última camada e o cliente ou o tempo médio considerando todo o percurso dos materiais, desde a origem até os clientes finais, conforme a formulação a seguir:

Parâmetros:

$t_{cl_{cl}}$: tempo de movimentação mais transporte entre o candidato c e o cliente l ,

$$\forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$$

$tf_{c_{fc}}$: tempo médio de movimentação na fábrica mais tempo de transporte entre a fábrica f e o candidato c , $\forall f \in F \text{ e } \forall c \in C$

d : soma da demanda de todos os clientes

$t_{medmaxatt}$: Máximo tempo médio de atendimento aceitável entre a última camada de instalação e os clientes finais

$t_{medmaxtotal}$: Máximo tempo médio de atendimento aceitável considerando todo o percurso, desde a origem até os clientes finais

Variável de decisão:

$Q_{cl_{cl}}$: quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$

$Q_{fc_{fc}}$: quantidade de produto enviado da fábrica f até o CD c , $\forall f \in F \text{ e } \forall c \in C$

Restrições:

$$\left(\sum_{c \in C} \sum_{l \in L} t_{cl_{cl}} \cdot Q_{cl_{cl}} \right) / d \leq t_{medmaxatt} \quad (A.102)$$

$$\left(\sum_{f \in F} \sum_{c \in C} tf_{c_{fc}} \cdot Q_{fc_{fc}} + \sum_{c \in C} \sum_{l \in L} t_{cl_{cl}} \cdot Q_{cl_{cl}} \right) / d \leq t_{medmaxtotal} \quad (A.103)$$

As restrições (A.102) retratam a limitação do tempo médio entre os CDs e os clientes. Já as restrições (A.103) consideram o tempo médio desde as fábricas, passando pelos CDs e por fim, chegando aos clientes.

Exemplos de aplicações deste tipo de restrição são encontrados em Lee e Dong (2008), Sadjady e Davoudpour (2012), Pasandideh; Niaki e Asadi (2014) e Farahani *et al.* (2014).

Embora o tempo médio de atendimento retrate um nível de serviço médio oferecido aos clientes, é usual que empresas desejem limitar o tempo máximo de atendimento. Por isso, pode haver a necessidade de que sejam acrescentados limites de tempo máximo de atendimento a cada um dos clientes.

Para o caso em que se deseja garantir que o tempo de atendimento da última camada até cada cliente não seja maior que um limite estipulado, deve-se acrescentar as restrições (A.104).

Novos parâmetros:

t_{maxatt_l} : tempo máximo permitido para atendimento entre instalação de última camada e o cliente l , $\forall l \in L$

$t_{cl_{cl}}$: tempo de movimentação mais transporte entre o candidato c e o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

$$Q_{cl_{cl}} \leq 0, \quad c \in C \text{ e } l \in L, \text{ em que } t_{cl_{cl}} > t_{maxatt_l} \quad (\text{A.104})$$

Novos parâmetros:

$t_{maxtotal_l}$: tempo máximo de atendimento considerando todo o percurso, desde a origem até cada cliente l , $\forall l \in L$

d_l : demanda do cliente l , $\forall l \in L$

m : um número grande, sendo maior ou igual à soma da demanda total e maior ou igual ao maior tempo possível entre uma fábrica, passando por um CD, até um cliente

Novas variáveis de decisão:

$A_{cl_{cl}} \begin{cases} 1 \text{ se o cliente } l \text{ é atendido pelo CD } c, \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}, \quad \forall c \in C \text{ e } \forall l \in L$

$A_{fc_{fc}} \begin{cases} 1 \text{ se a fábrica } f \text{ abastece o CD } c, \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}, \quad \forall f \in F \text{ e } \forall c \in C$

T_{c_c} : maior tempo de abastecimento da instalação c , com $\forall c \in C$

$Q_{cl_{cl}}$: quantidade de produto enviado do candidato c até o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

$Q_{fc_{fc}}$: quantidade de produto enviado da fábrica f até o candidato c , $\forall f \in F$ e $\forall c \in C$

Restrições:

$$Qcl_{cl} \leq d_l \cdot Acl_{cl}, \quad \forall c \in \mathbf{C} \text{ e } \forall l \in \mathbf{L} \quad (\text{A.105})$$

$$Qfc_{fc} \leq m \cdot Afc_{fc}, \quad \forall f \in \mathbf{F} \text{ e } \forall c \in \mathbf{C} \quad (\text{A.106})$$

$$Tc_c \geq tfc_{fc} \cdot Afc_{fc}, \quad \forall f \in \mathbf{F} \text{ e } \forall c \in \mathbf{C} \quad (\text{A.107})$$

$$tcl_{cl} \cdot Acl_{cl} + Tc_c - m \cdot (1 - Acl_{cl}) \leq tmaxtotal_l, \quad \forall c \in \mathbf{C} \text{ e } \forall l \in \mathbf{L} \quad (\text{A.108})$$

As restrições (A.105) relacionam as variáveis de transporte de produtos e de alocação entre cada par CD-cliente, forçando que se a variável de alocação Acl_{cl} vale zero, o volume entre c e l deve ser igual a zero. Já as restrições (A.106), da mesma forma, relacionam as variáveis de transporte de produtos e de alocação entre cada par fábrica-CD. As restrições (A.107) garantem que a variável que representa o maior tempo de abastecimento a um CD é maior ou igual ao maior tempo de abastecimento até o CD, desde a fábrica que o abastece. As restrições (A.108) garantem que o tempo máximo de atendimento de cada cliente é menor ou igual ao limite máximo permitido. O tempo máximo de atendimento é composto por três fatores, sendo que o primeiro representa tempo de atendimento entre o CD c e o cliente l , o segundo representa o maior tempo de abastecimento do CD c e o terceiro fator torna a restrição “inativa” quando não existir a alocação entre o CD c e o cliente l , ao subtrair dos dois primeiros elementos um valor igual a m . Com isso, quando o CD c não atende o cliente l , a restrição é sempre atendida, e caso contrário, o tempo de abastecimento ao CD c mais o tempo de atendimento até o cliente l deve ser menor ou igual ao valor máximo estipulado para l .

É importante notar que em modelos com apenas duas camadas de instalação, a aplicação deste tipo de restrição é mais simples quando a formulação do modelo se baseia em alocações, apresentada em A.2.4.

Para este caso, basta definir como variáveis de decisão apenas fluxos cujo tempo total atende o parâmetro de tempo limite, conforme as definições a seguir:

Novos parâmetros:

t_{fcl} : tempo total para enviar uma unidade de produto da fábrica f até o cliente l passando pelo CD c , $\forall f \in \mathbf{F}, \forall c \in \mathbf{C} \text{ e } \forall l \in \mathbf{L}$

Variáveis de decisão:

Q_{fcl} : quantidade de produto enviado da fábrica f até o cliente l passando pelo CD c , $\forall f \in F, \forall c \in C$ e $\forall l \in L$, em que $t_{fcl} \leq t_{maxatt_l}$

Um exemplo de modelo localização aplicado ao SCND pode ser visto em Nozick (2001), que desenvolve um modelo de localização com custo fixo e restrições de nível de serviço do tipo medianas e cobertura. Outros artigos que podem ser citados que utilizam restrições de nível de serviço são Lin (2009), Contreras; Fernández e Reinelt (2012) e Rahmati; Hajipour e Niaki (2013).

A.7 OUTROS MODELOS DE LOCALIZAÇÃO

Além das peculiaridades e formulações que tratam tais peculiaridades apresentadas nas subseções antecedentes, existem outras que são consideradas no SCND; a seguir são abordadas de forma breve três dessas características, apresentando seus principais aspectos e implicações nas tomadas de decisão.

A.7.1 Escolha de modal/veículos

A necessidade de considerar diferentes modais ou tipos de veículos decorre dos diferentes custos, restrições e capacidades associados a cada modal.

Melo; Nickel e Saldanha-Da-Gama (2009) apontam que apesar de não serem considerados em muitos estudos, existem pesquisas que consideram a escolha do modal de transporte como uma decisão a ser tomada. Os autores apontam também que os artigos podem ser divididos entre aqueles que associam cada arco a um modal específico e aqueles que permitem que diferentes modais sejam escolhidos para um mesmo arco na rede.

Para o primeiro tipo a modelagem é direta e a cada arco é associado um valor que representa o custo unitário de transporte de se utilizar determinado tipo de modal entre um par origem-destino. Para o segundo caso, a modelagem pode ser mais complexa, pois deve associar variáveis binárias a cada arco e modal.

Um exemplo de modelo com escolha de modal pode ser visto em Cordeau; Pasin e Solomon (2006), que propõem uma nova formulação para um problema de configuração logística com múltiplos produtos, escolha de fornecedores e de modais de transporte.

Já Abounacer *et al.* (2014), propõem um modelo de localização multicritério de postos de ajuda humanitária que considera diferentes tipos de veículo com diferentes capacidades, permitindo que o modelo escolha quais tipos de veículos devem ser utilizados para o atendimento de cada cliente.

A.7.2 Ganhos de escala em instalações

Outro aspecto que também pode ser considerado a fim de retratar problemas reais é o ganho de escala nos custos das instalações.

Em função de que a distribuição geográfica de população e produção de bens em diferentes regiões pode apresentar padrões heterogêneos, é possível que as soluções ótimas indiquem instalações de tamanhos muito diferentes.

Os custos de operação de cada um dos tipos de instalação apresentam características significativamente diferentes, uma vez que o ganho de escala passa a alterar a estrutura de custos das operações, conforme retratado pela Figura A.7.

Figura A.7 – Exemplo genérico de curva de ganho de escala por tamanho de instalações

Fonte: Próprio autor

Baumgartner, Fuetterer e Thonemann (2012) mostram a aplicação a um caso real de uma indústria química um modelo de localização com múltiplos produtos que considera um ambiente com economias de escala não só no transporte como também em armazenagem.

Já Guazzelli e Cunha, (2014) em uma abordagem que define diferentes grupos de CDs baseado em seus tamanhos aplicam um modelo que permite a escolha do local e do tamanho de cada instalação.

A.7.3 Modelos não determinísticos

Estudos de SCND normalmente são feitos com base em parâmetros referentes ao horizonte de planejamento definido, que pode ser de alguns anos. Isso faz com que a incerteza sobre os dados utilizados seja maior.

Snyder (2006) faz uma revisão da literatura sobre modelos de localização não determinísticos, com o objetivo de ilustrar a variedade de abordagens consideradas e mostrar suas possíveis aplicações. De acordo com o autor, os problemas com incertezas são normalmente classificados em dois tipos: problemas de risco e problemas com incertezas.

Os problemas de risco são conhecidos como problemas de otimização estocástica e se referem aos casos em que os parâmetros seguem alguma distribuição de probabilidade, conhecida pelo modelador. Normalmente as FOs dos modelos de otimização estocástica representam o valor esperado considerando as distribuições de probabilidade dos parâmetros não determinísticos.

Já nos problemas com incerteza, não são conhecidas distribuições de probabilidade dos parâmetros não determinísticos. Neste caso, normalmente se colocam limites possíveis para os valores dos parâmetros e o objetivo do modelo é obter soluções robustas, que desempenham bem para os piores casos possíveis.

Por meio de abordagens diferentes, os dois tipos de modelos não determinísticos compartilham o objetivo de obter soluções que devem ter um desempenho relativamente bom em função das possíveis variações dos parâmetros não conhecidos.

A.7.4 Outros tipos de modelos e características não considerados neste levantamento

Como foi dito anteriormente, o levantamento de modelos apresentados não cobriu todos os aspectos relacionados a problemas de localização de instalações associados a processos de SCND.

Dentre as características não consideradas, estão os modelos de localização-roteirização, modelos do tipo *HUB-and-Spoke*, modelagem de custo de estoque, aspectos tributários nacionais e internacionais, localização com concorrência, demanda elástica em função do nível de serviço, produção com múltiplos estágios e

lista de materiais para produção, logística reversa, escolha de fornecedor e compra de matéria-prima, entre outros.

APÊNDICE B – INSTÂNCIAS DE PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO UTILIZADAS NA TESE

Ao longo da tese, cinco conjuntos de instâncias de problemas de localização foram utilizados na avaliação dos métodos de obtenção de candidatos e de obtenção de soluções alternativas, análise do padrão das soluções alternativas, análise da relação de características de cada problema e suas relações com as soluções ótimas, como base de treino e aplicação de modelos de redes neurais para identificação do potencial de cada instalação, entre outros.

Os cinco conjuntos de instâncias foram propostas por autores diferentes e suas principais características são sintetizadas neste apêndice. Além disso, uma instância que não faz parte dos conjuntos de instância citados foi utilizada na tese, para mostrar que a Hipótese 7.2 proposta do capítulo 7 é válida; suas características também são apresentadas neste apêndice.

As instâncias foram analisadas no detalhe, para que fosse possível identificar suas principais características e como elas representam a variedade de diferentes tipos de operações reais.

A variedade de tipos de instâncias é fundamental para permitir a simulação de diferentes tipos de problemas reais. Os problemas podem variar de acordo com aspectos associados ao produto transportado, com diferentes valores unitários, densidades e requisitos especiais, ao padrão de distribuição geográfica clientes, mais geograficamente distribuídos por todo o território ou mais agrupados e ao tipo de estrutura de custos de transporte. Segundo Daskin (1995, p. 249), os custos variáveis unitários podem variar (1) em função da movimentação de mercadorias com maior valor unitário, que implica em maiores custos de inventário associados às mercadorias em trânsito; (2) serviços de transporte mais caros, como a utilização do modal aéreo, mais caro que o rodoviário; e (3) aumento na frequência de atendimento/entrega; entre outros motivos.

Além disso, Harris; Mumford e Naim (2014) apontam que instâncias de problemas de localização na literatura normalmente fornecem apenas elementos de demanda, capacidade e custo. Não há informações sobre distâncias ou localizações reais de instalações e clientes – ou seja, algum tipo de coordenadas geográficas –

que podem ser necessárias para avaliar eventuais impactos ambientais bem como para a aplicação de modelos com múltiplos objetivos, entre outras análises.

Para permitir um melhor entendimento do contexto espacial das instâncias selecionadas, um modelo quadrático que permite estimar as localizações dos clientes e de candidatos foi desenvolvido. Com essas informações, é possível distribuí-los espacialmente em um plano de coordenadas, permitindo uma melhor análise das instâncias e suas soluções. O modelo gera resultados equivalentes aos obtidos pelo processo conhecido como *multidimensional scaling* e é apresentado no detalhe no APÊNDICE C.

A Tabela B.1 sintetiza as análises que foram feitas em cada um dos conjuntos de instâncias utilizados na tese.

Tabela B.1 – Análises aplicadas a cada um dos conjuntos apresentadas ao longo da tese

Análise	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4	Conjunto 5
Avaliação de métodos de candidatos (Cap. 5)	Parcial	Não	Não	Não	Sim
Análise das 20 melhores soluções (Cap. 6)	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Análise das 200 melhores soluções (Cap. 6)	Sim	Sim	Não	Não	Não
Avaliação dos métodos para obter as 20 melhores soluções (Cap. 6)	Sim	Não	Sim	Não	Não
Cálculo e análise dos indicadores de instâncias e de instalações (Cap. 7)	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Treino e aplicação de modelo de redes neurais (Cap. 8)	Parcial	Sim	Sim	Sim	Não
Avaliação do uso do resultado da RN na resolução de instâncias (Cap. 1)	Parcial	Sim	Sim	Sim	Não
Análises gerais sobre as instâncias e distribuição espacial (APÊNDICE B)	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim

Fonte: Próprio autor

Não foram aplicadas todas as análises a todas as instâncias em função da ausência de informações de parte das instâncias necessárias a parte dos métodos propostos e do elevado tempo de resolução de instâncias maiores.

A seguir, para cada conjunto, são apresentadas análises gerais sobre as diferentes características de cada instância, os diagramas que retratam espacialmente a distribuição dos clientes e candidatos, as soluções ótimas e as 20 melhores soluções de cada instância, entre outras análises.

B.1 CONJUNTO 1 (AKINC; KHUMAWALA, 1977)

O Conjunto 1 é composto por 37 instâncias propostas por Akinc e Khumawala (1977) e utilizadas por Beasley (1988), cada uma com 50 clientes.

As instâncias do Conjunto 1 se diferenciam entre si em termos de quantidade de candidatos, capacidade máxima de cada um dos candidatos e relação entre custo fixo e custo variável de transporte. Todas as instâncias representam um mesmo problema em termos de distribuição geográfica, uma vez que os custos entre candidatos e clientes se mantêm nas diferentes instâncias. As características das instâncias variam de forma estruturada: é possível identificar o efeito de uma única característica ao se comparar duas instâncias similares, uma vez que as demais características se mantêm a mesmas.

As instâncias têm tamanhos diferentes e simulam uma variedade de operações, visto que elas diferem uma do outra em termos de tamanho – a quantidade de candidatos é diferente, mas os clientes e as suas demandas são os mesmos –, a capacidade de cada candidato e a relação entre custos fixos e custos variáveis de transporte. A Figura B.1 retrata as instâncias e algumas de suas características.

Figura B.1 – Características do conjunto de instâncias do Conjunto 1

Instâncias do Conjunto 1	cap 41	cap 42	cap 43	cap 44	cap 51	cap 61	cap 62	cap 63	cap 64	cap 71	cap 72	cap 73	cap 74	cap 81	cap 82	cap 83	cap 84	cap 91	cap 92	cap 93	cap 94	cap 101	cap 102	cap 103	cap 104	cap 111	cap 112	cap 113	cap 114	cap 121	cap 122	cap 123	cap 124	cap 131	cap 132	cap 133	cap 134
# de candidatos	16													25										50													
Capacidade de um candidato sobre demanda total	8.6%				17%	25.7%				100%				8.6%				25.7%				100%				8.6%				25.7%				100%			
Custo fixo de um candidato sobre custo mínimo de transporte (%)	1	2	3	4	2	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Fonte: Próprio autor

O custo do transporte entre cada par candidato-cliente é o mesmo para todas as instâncias. Ao se executar o modelo quadrático, detalhado no APÊNDICE C, é possível estimar coordenadas para os pontos das instâncias com erro médio resultante valendo 3,2%.

Os clientes resultantes, que são iguais para todas as instâncias, são retratados pela Figura B.2. A distribuição espacial dos pontos se assemelha com a distribuição da população dos Estados Unidos da América, como pode ser visto ao serem comparados os clientes e o mapa da população do país, retratados pela Figura B.3.

Figura B.2 – Estimativa da localização dos clientes do Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

Figura B.3 – Mapas da população dos EUA por condado (esquerda) e clientes (direita)

Fonte: Próprio autor

A correspondência dos mapas não é totalmente acurada, uma vez que o modelo considera distâncias Euclidianas para a estimativa das coordenadas. Por outro lado, algumas peculiaridades da distribuição da população dos EUA podem ser notadas nos clientes, como uma baixa demanda em pontos da região centro-leste do país, dois pontos com maior demanda no sudoeste (estado da Califórnia), uma concentração maior de clientes na região nordeste do país, entre outras.

Em relação ao conjunto de candidatos, as 37 instâncias são divididas em três categorias, referentes à quantidade de pontos de candidatos a instalação: 16, 25 e 50, conforme retratado pela Figura B.4.

Cada grupo, por sua vez, é dividido em três subgrupos de instâncias, que se diferenciam em termos da capacidade de cada candidato, representando 8,6%, 25,7% e 100% da demanda total – a instância cap51 não se encaixa em nenhum

subgrupo, uma vez que a capacidade de cada candidato equivale a 17,2% da demanda. A capacidade de todos os candidatos de uma mesma instância é igual.

Figura B.4 – Localização estimada dos pontos candidatos do Conjunto 1

Fonte: Próprio autor

É necessária a abertura de ao menos doze instalações no primeiro subgrupo, de pelo menos quatro instalações no segundo subgrupo. Já o terceiro subgrupo equivale ao problema de localização de instalações não capacitadas, uma vez que uma instalação é capaz de atender toda a demanda.

Em todas as instâncias existe um candidato cujo custo fixo é nulo; todos os demais candidatos de uma mesma instância apresentam o mesmo custo fixo, independentemente de sua localização.

A solução ótima de cada uma das trinta e sete instâncias foi obtida e analisada. Os valores das funções objetivo são retratados pela Figura B.5 – com exceção da instância cap51.

Uma vez que a localização dos clientes, sua demanda e os custos de transporte são os mesmos para todas as instâncias, é possível verificar que as instâncias com 16 candidatos apresentam soluções ótimas com valores consideravelmente maiores que as demais; o custo total deste grupo de instâncias é, na média, 16,2% maior que o custo total das instâncias em que todos os 50 pontos são candidatos. Por outro lado, para as instâncias onde apenas 25 pontos são candidatos, o custo total é, na média, apenas 0,4% maior que o custo total médio das instâncias em que todos os 50 pontos são candidatos.

Figura B.5 – Valor da FO das soluções ótimas de cada instância

Fonte: Próprio autor

Também é possível verificar por meio da Figura B.5 que o custo total das soluções ótimas depende da capacidade dos candidatos; esse efeito fica mais evidente quando a relação entre custo fixo e custo variável de transporte mínimo (CF/CV) é maior.

A Figura B.6 retrata a quantidade de instalações abertas na solução ótima de cada instância. Conforme esperado, as soluções ótimas das instâncias com uma relação entre custo fixo e o custo variável de transporte (CF/CV) menor têm menores quantidades de instalações abertas do que os grupos com uma relação entre custo fixo e variável de transporte (CF/CV) maior.

Esses resultados sugerem que, sempre que possível, uma quantidade limitada de candidatos e de capacidade de candidatos deve ser evitada no SCND, já que este é um processo estratégico de longo prazo. Os modelos devem considerar tantos candidatos quanto possível sem restrição de capacidade, se o problema real permitir. Essas podem ser limitações artificiais que impactam no processo, podendo

não representar a operação de forma adequada, já que este considera decisões de longo prazo.

Figura B.6 – Quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas de cada instância

Fonte: Próprio autor

As instâncias não têm parâmetros ou restrições de nível de serviço. Assume-se que a distância entre cada candidato c e cada cliente l é proporcional ao custo unitário de transporte associado a enviar um produto de c para l . Em consequência, a distância entre cada cliente l e a instalação que o atende é considerada como uma medida representativa do nível de serviço de cada cliente.

A Figura B.7 retrata o resultado da medida de aproximação do nível de serviço para cada um dos grupos de instâncias. É possível observar que o nível de serviço é pior para instâncias com apenas 16 candidatos, uma vez que o custo médio de transporte das soluções ótimas dessas instâncias é aproximadamente 23% maior que o custo médio de transporte das demais instâncias. Os resultados mostram também que o nível de serviço não se altera significativamente com a variação da capacidade dos candidatos. Por fim, nota-se que o aumento dos custos fixos – e por consequência, com o aumento da relação entre os custos fixos e variáveis – causa

uma piora no nível de serviço; esse efeito pode ser explicado pela redução da quantidade de instalações nas soluções ótimas de instâncias com custos fixos maiores.

Figura B.7 – Medida representativa do nível de serviço de cada grupo

Fonte: Próprio autor

B.1.1 Soluções ótimas

As soluções ótimas das 37 instâncias do Conjunto 1 são apresentadas nos diagramas da Figura B.8, por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos selecionados na solução ótima são destacados por círculos de cor laranja cujos tamanhos retratam o volume alocado em cada instalação: quanto maior o círculo ao redor de um ponto, maior o volume atendido pela instalação correspondente.

Figura B.8 – Soluções ótimas das instâncias do Conjunto 1

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.1.2 20 melhores soluções

As instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada uma das 37 instâncias do Conjunto 1 são apresentadas nos diagramas da Figura B.9 por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos abertos em pelo menos uma das 20 melhores soluções são destacados por meio de

círculos vermelhos cujos tamanhos retratam a frequência de abertura nas 20 melhores soluções: quanto maior o círculo, o ponto correspondente é aberto em mais soluções.

Figura B.9 – Frequência de abertura das instalações nas 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 1

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.1.3 Candidatos selecionados por cada variação dos métodos de escolha de candidatos apresentados no capítulo 5

A Tabela B.2 mostra o resultado completo da aplicação dos métodos de escolha de candidatos propostos no capítulo 5, para cada um dos 50 candidatos presentes nas instâncias maiores do Conjunto 1. Além disso, a Tabela B.2 também mostra o percentual de instâncias em que cada candidato é aberto na solução ótima.

Tabela B.2 – Candidatos do Conjunto 1 selecionados por cada variação dos métodos de escolha de candidatos propostos no capítulo 5

Ponto	N=16						N=25						% de abertura na solução ótima
	Mc1	Mc2-0,2	Mc2-0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	Mc1	Mc2-0,2	Mc2-0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	
1							1						0%
2													0%
3		1	1		1	1	1	1	1	1	1		0%
4	1						1			1	1	1	25%
5								1					0%
6													83%
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	50%
8	1						1			1	1	1	0%
9													0%
10													0%
11	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	83%
12	1						1					1	0%
13	1						1			1	1		58%
14													0%
15							1	1	1	1	1		67%
16		1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	25%
17													0%
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	50%
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	100%
24								1				1	0%
25							1		1	1	1	1	42%

(continua)

(continuação)

Ponto	N=16						N=25						% de abertura na solução ótima
	Mc1	Mc2-0,2	Mc2-0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	Mc1	Mc2-0,2	Mc2-0,5	Mc2-1	Mc3a	Mc3b	
26													0%
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	100%
28							1						0%
29												1	0%
30		1	1	1				1	1	1	1		0%
31													0%
32												1	0%
33							1	1	1	1	1		0%
34	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	92%
35								1				1	0%
36													0%
37	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	58%
38	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	8%
39		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0%
40													0%
41	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	33%
42	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
43		1	1					1	1				0%
44								1	1	1	1	1	0%
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	83%
46		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		100%
47		1						1	1			1	0%
48								1					0%
49	1						1		1	1	1	1	92%
50						1							0%

Fonte: Próprio autor

B.2 CONJUNTO 2 (HOLMBERG; RÖNNQVIST; YUAN, 1999)

O Conjunto 2 é composto por 71 instâncias, propostas por Holmberg; Rönnqvist e Yuan (1999) e originalmente retratam o Problema de Localização de Instalações com um Único Fornecedor (SSFL), cuja formulação é detalhada na subseção A.1.5.2 do APÊNDICE A. As instâncias se diferenciam tanto em termos de distribuição geográfica quanto em relação a outras características.

Dentre as instâncias, existem quatro grupos que representam cada um o mesmo problema em termos de distribuição geográfica dos pontos, uma vez que os custos unitários entre candidatos e clientes se mantêm nas diferentes instâncias do mesmo grupo. Existem também outras instâncias cujos unitários custos entre candidatos e clientes não são iguais ao de nenhuma outra instância.

As características das instâncias variam de forma não estruturada, uma vez que cada instância apresenta variações de mais de uma característica em relações às demais. As instâncias se diferenciam entre si em termos de quantidade de candidatos, clientes, relação entre capacidade total dos candidatos e demanda total,

transporte para os demais clientes – este é um dos principais motivos de o erro médio da localização estimada dos pontos ser maior. Uma vez que o modelo assume que o custo de transporte é proporcional à distância aos clientes, tais clientes são localizados em pontos distantes aos demais: o erro resultante para esses clientes consideravelmente maior e aumenta o erro médio total.

Na subseção B.2.1 são apresentadas as localizações estimadas dos clientes, dos candidatos e das instalações abertas na solução ótima de todas as instâncias do Conjunto 2, onde é possível observar a característica apontada.

Os candidatos de parte das instâncias têm o mesmo custo fixo, sendo que para outra parte das instâncias os custos fixos dos candidatos são diferentes entre si. O mesmo acontece para a capacidade, ao passo que parte das instâncias apresenta variações e parte delas tem candidatos com a mesma capacidade.

A capacidade média das instalações de cada instância varia de 7% a 28% da demanda total, sendo que 70% das instâncias têm capacidade média das instalações entre 13% e 21%. Pode-se concluir, em consequência, que o Conjunto 2 não reflete uma vasta gama de problemas, uma vez que todas as instâncias têm um padrão restritivo de capacidade por candidato.

A quantidade média de instalações abertas nas soluções ótimas das instâncias do Conjunto 2 é de 8,9, com um desvio padrão de 2,9 instalações. A quantidade mínima de instalações abertas em uma instância vale 4 e a máxima vale 17.

B.2.1 Soluções ótimas

As soluções ótimas das 71 instâncias do Conjunto 2 são apresentadas nos diagramas da Figura B.11, por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos selecionados na solução ótima são destacados por meio de círculos de cor laranja cujos tamanhos retratam o volume alocado em cada instalação: quanto maior o círculo ao redor de um ponto, maior o volume atendido pela instalação correspondente.

Figura B.11 – Soluções ótimas das instâncias do Conjunto 2

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.2.2 20 melhores soluções

As instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada uma das 71 instâncias do Conjunto 2 são apresentadas nos diagramas da Figura B.12 por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos abertos em pelo menos uma das 20 melhores soluções são destacados por meio de círculos vermelhos cujos tamanhos retratam a frequência de abertura nas 20 melhores soluções: quanto maior o círculo, o ponto correspondente é aberto em mais soluções.

Figura B.12 – Frequência de abertura das instalações nas 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 2

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

(continua)

Fonte: Próprio autor

B.3 CONJUNTO 3 (BOCCIA; AVELLA, 2006)

O Conjunto 3 é composto por 75 instâncias, propostas por Boccia e Avella (2006) e originalmente retratam o Problema de Localização de Instalações com um Único Fornecedor (SSFL), cuja formulação é detalhada na subseção A.1.5.2 do APÊNDICE A. Dividem-se em dois grupos em relação à quantidade de candidatos: 50 e 75 e em três grupos em relação à quantidade de clientes: 50, 75 e 100. Além disso, as instâncias se diferenciam tanto em termos de distribuição geográfica quanto em relação a outras características.

Cada instância representa uma distribuição geográfica de clientes e candidatos diferente, uma vez que os custos entre candidatos e clientes são diferentes para todas as instâncias.

Além disso, as características das instâncias variam de forma não totalmente estruturada, uma vez que o conjunto não retrata todas as combinações das características que sofrem variações. As instâncias se diferenciam entre si, além de em termos de quantidade de candidatos e de clientes, em termos de relação entre capacidade total dos candidatos e demanda total, relação entre custo fixo e variável de transporte, entre outras características, conforme pode ser observado na Figura B.13.

É possível observar que, para instâncias de todos os tamanhos, a relação entre custo fixo e custo variável médio de transporte é consideravelmente maior – em

alguns casos, mais que o dobro – em instâncias em que a capacidade total considerando todos os candidatos é em torno de duas vezes a demanda total. Com isso, não é possível estimar por meio das análises qual é o efeito da capacidade e qual é o efeito da relação entre o custo fixo e o custo médio de transporte nos resultados ótimos de cada instância.

Figura B.13 – Características do conjunto de instâncias do Conjunto 3

Instâncias do Conjunto 3 (parte 1)	i5050_1	i5050_2	i5050_3	i5050_4	i5050_5	i5050_6	i5050_7	i5050_8	i5050_9	i5050_10	i5050_11	i5050_12	i5050_13	i5050_14	i5050_15	i5075_1	i5075_2	i5075_3	i5075_4	i5075_5	i5075_6	i5075_7	i5075_8	i5075_9	i5075_10	i5075_11	i5075_12	i5075_13	i5075_14	i5075_15		
# de candidatos	50																															
# de clientes	50															75																
Capacidade total/ demanda total	≈200%					≈300%					≈500%					≈200%					≈300%					≈500%						
Custo fixo de um candidato/ custo médio de transporte	20-25%					10-13%										13-14%					≈ 7,7%	6,0%	7,5-8,0%									
Instâncias do Conjunto 3 (parte 2)	i50100_1	i50100_2	i50100_3	i50100_4	i50100_5	i50100_6	i50100_7	i50100_8	i50100_9	i50100_10	i50100_11	i50100_12	i50100_13	i50100_14	i50100_15	i7575_1	i7575_2	i7575_3	i7575_4	i7575_5	i7575_6	i7575_7	i7575_8	i7575_9	i7575_10	i7575_11	i7575_12	i7575_13	i7575_14	i7575_15		
# de candidatos	50															75																
# de clientes	100															75																
Capacidade total/ demanda total	≈200%					≈300%					≈500%					≈200%					≈300%					≈500%						
Custo fixo de um candidato/ custo médio de transporte	10-11%					5,2-7,0%										13-16%					≈6,9-8,6%											
Instâncias do Conjunto 3 (parte 3)	i75100_1	i75100_2	i75100_3	i75100_4	i75100_5	i75100_6	i75100_7	i75100_8	i75100_9	i75100_10	i75100_11	i75100_12	i75100_13	i75100_14	i75100_15																	
# de candidatos	75																															
# de clientes	100																															
Capacidade total/ demanda total	≈200%					≈300%					≈500%																					
Custo fixo de um candidato/ custo médio de transporte	9,4-12,3%					5,2-7,1%																										

Fonte: Próprio autor

Ao se executar o modelo quadrático, detalhado no APÊNDICE C, é possível estimar coordenadas para os pontos das instâncias. O erro médio resultante considerando todas as instâncias do Conjunto 3 vale 0,1%, o que indica que o modelo quadrático é capaz de retratar adequadamente as instâncias do Conjunto 3.

Na subseção B.3.1 são apresentadas as localizações estimadas dos clientes, dos candidatos e das instalações abertas na solução ótima de todas as instâncias do Conjunto 3.

É possível verificar que as instâncias são compostas por pontos distribuídos ao longo de uma região quadrada, com os clientes e candidatos distribuídos de forma aparentemente aleatória ao longo da região. Embora represente uma variedade de diferentes problemas em termos de distribuição geográfica de pontos, o padrão das instâncias do Conjunto 3 não se assemelha ao padrão de distribuição geográfica dos problemas logísticos regionais típicos. Por outro lado, tais instâncias podem retratar de forma mais adequada uma parte dos problemas de localização que tratam de um contexto urbano.

Todas as instâncias do Conjunto 3 apresentam variações nos custos fixos e capacidades dos candidatos – na média, coeficientes de variação maiores que 50%. Além disso, a capacidade média das instalações de cada instância em relação à demanda total é baixa, variando de 3% a 10% da demanda total: as instâncias retratam um padrão restritivo de capacidade por candidato, podendo ocasionar um aumento considerável da quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas se comparadas às soluções ótimas das instâncias equivalentes do problema não capacitado.

A quantidade média de instalações abertas nas soluções ótimas das instâncias do Conjunto 3 é de 17,5, com um desvio padrão de 6,9 instalações. A quantidade mínima de instalações abertas em uma instância vale oito e a máxima vale 34.

B.3.1 Soluções ótimas

As soluções ótimas das 75 instâncias do Conjunto 3 são apresentadas nos diagramas da Figura B.14, por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos selecionados na solução ótima são destacados por meio de círculos de cor laranja cujos tamanhos retratam o volume alocado em cada instalação: quanto maior o círculo ao redor de um ponto, maior o volume atendido pela instalação correspondente.

(continuação)

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.3.2 20 melhores soluções

As instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada uma das 75 instâncias do Conjunto 3 são apresentadas nos diagramas da Figura B.15 por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos abertos em pelo menos uma das 20 melhores soluções são destacados por meio de círculos vermelhos cujos tamanhos retratam a frequência de abertura nas 20 melhores soluções: quanto maior o círculo, o ponto correspondente é aberto em mais soluções.

Figura B.15 – Frequência de abertura das instalações nas 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 3

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

(continua)

(continuação)

(continua)

Fonte: Próprio autor

B.4 CONJUNTO 4 (YANG; CHU; CHEN, 2012)

O Conjunto 4 é composto por 20 instâncias, propostas por Yang; Chu e Chen (2012) e originalmente retratam o Problema de Localização de Instalações com um Único Fornecedor (SSFL), cuja formulação é detalhada na subseção A.1.5.2 do APÊNDICE A. Dividem-se em três grupos em relação à quantidade de candidatos: 30, 60 e 80 e em três grupos em relação à quantidade de clientes: 200, 300 e 400. Além disso, as instâncias se diferenciam tanto em termos de distribuição geográfica quanto em relação a outras características.

Cada instância representa uma distribuição geográfica de clientes e candidatos diferente, uma vez que os custos entre candidatos e clientes são diferentes para todas as instâncias.

Além disso, as características das instâncias variam de forma não totalmente estruturada, uma vez que o conjunto não retrata todas as combinações das características que sofrem variações.

As instâncias se diferenciam entre si, além de em termos de quantidade de candidatos e de clientes, também em termos de relação entre capacidade total dos candidatos e demanda total, relação entre custo fixo e variável de transporte, entre outras características, conforme pode ser observado na Figura B.16.

Figura B.16 – Características do conjunto de instâncias do Conjunto 4

Instâncias do Conjunto 4	30-200-1	30-200-2	30-200-3	30-200-4	30-200-5	60-200-1	60-200-2	60-200-3	60-200-4	60-200-5	60-300-1	60-300-2	60-300-3	60-300-4	60-300-5	80-400-1	80-400-2	80-400-3	80-400-4	80-400-5
# de candidatos	30					60										80				
# de clientes	200										300					400				
Capacidade total / demanda total	173-198%					313-349%					288%	342%	352%	483%	420%	578%	503%	730%	366%	698%
Custo fixo de um candidato / custo médio de transporte	7,5-8,6%					7,0-7,4%					5,9-6,8%					8,1%	5,5%	6,8%	4,8%	4,6%

Fonte: Próprio autor

A faixa de valores associados à relação entre custo fixo e custo variável médio de transporte das instâncias do Conjunto 4 é pequena: de 4,6% a 8,6%. De maneira geral, o valor dessa relação é maior para as instâncias menores – 30 candidatos e 200 clientes – sendo que para as mesmas instâncias, a capacidade total, considerando todos os candidatos, é menor que 200% da demanda total. Com isso, não é possível avaliar por meio das análises qual é o efeito da capacidade e qual é o efeito da relação entre o custo fixo e o custo médio de transporte nos resultados ótimos de cada instância.

Ao se executar o modelo quadrático, detalhado no APÊNDICE C, é possível estimar coordenadas para os pontos das instâncias. O erro médio resultante considerando todas as instâncias do Conjunto 4 vale 0,44%, o que indica que o modelo quadrático é capaz de retratar adequadamente as instâncias do Conjunto 4.

Na subseção B.4.1 são apresentadas as localizações estimadas dos clientes, dos candidatos e das instalações abertas na solução ótima de todas as instâncias do Conjunto 4.

Todas as instâncias são compostas por pontos distribuídos ao longo de uma região quadrada, com os clientes e candidatos distribuídos de forma aparentemente aleatória ao longo da região. Embora represente uma variedade de diferentes problemas, em termos de distribuição geográfica de pontos, o padrão das instâncias do Conjunto 4 não se assemelha ao padrão de distribuição geográfica dos

problemas logísticos regionais típicos. Por outro lado, tais instâncias podem retratar de forma adequada uma parte dos problemas de localização que tratam de um contexto urbano.

Todas as instâncias do Conjunto 4 apresentam variações nos custos fixos –na média, 29% de coeficiente de variação – e capacidades dos candidatos – na média, 52% de coeficiente de variação. Além disso, a capacidade média das instalações de cada instância em relação à demanda total é baixa, variando de 4,6% a 8,6%, da demanda total. As instâncias retratam um padrão restritivo de capacidade por candidato, podendo ocasionar um aumento considerável da quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas se comparadas às soluções ótimas das instâncias equivalentes do problema não capacitado.

A quantidade média de instalações abertas nas soluções ótimas das instâncias do Conjunto 4 é de 10,7, com um desvio padrão de 2,1 instalações. A quantidade mínima de instalações abertas em uma instância vale sete e a máxima vale 14.

B.4.1 Soluções ótimas

As soluções ótimas das 20 instâncias do Conjunto 4 são apresentadas nos diagramas da Figura B.17 por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos selecionados na solução ótima são destacados por meio de círculos de cor laranja cujos tamanhos retratam o volume alocado em cada instalação: quanto maior o círculo ao redor de um ponto, maior o volume atendido pela instalação correspondente.

Figura B.17 – Soluções ótimas das instâncias do Conjunto 3

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.4.2 20 melhores soluções

As instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada uma das 20 instâncias do Conjunto 4 são apresentadas nos diagramas da Figura B.18 por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância. Os candidatos abertos em pelo menos uma das 20 melhores soluções são destacados por meio de círculos vermelhos cujos tamanhos retratam a frequência de abertura nas 20 melhores soluções: quanto maior o círculo, o ponto correspondente é aberto em mais soluções.

Figura B.18 – Frequência de abertura das instalações nas 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 4

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.5 CONJUNTO 5 (GUAZZELLI; CUNHA, 2015a)

O Conjunto 5 é composto por 12 instâncias, propostas por Guazzelli e Cunha (2015a). As instâncias se diferenciam entre si em termos do custo fixo de cada instalação e relação entre os custos unitários de transporte de transferência e de distribuição.

Todas as instâncias representam um mesmo problema em termos de distribuição geográfica. Embora elas representem o CFCFL, os custos unitários de transporte consideram, além do custo de distribuição a partir das instalações até os clientes, o custo unitário de abastecimento das instalações a partir de um único ponto fornecedor. Por isso, os custos variáveis de transporte variam em função da relação entre o custo unitário do transporte de transferência e o de distribuição. Por consequência, tais instâncias podem apresentar padrões de solução ótima diferentes.

As características das instâncias variam de forma estruturada, uma vez que é possível identificar o efeito de uma única característica ao se comparar duas instâncias similares; as demais características se mantêm a mesmas.

As 12 instâncias retratam problemas realistas de localização de CDs para o atendimento de parte da Região Sudeste do Brasil – Estados de SP, RJ e MG –, abastecida por uma única fábrica que é capaz de fornecer toda a demanda da região. Para a construção, foram utilizados dados de população do Censo 2010 de cada uma das 147 microrregiões definidas pelo IBGE.

Foi considerado que a demanda total é de dez mil unidades de um único tipo de produto e que cada microrregião corresponde a um cliente. A demanda total foi distribuída pelas 147 microrregiões com base na população; o resultado é retratado pela Figura B.19.

Figura B.19 – Demanda de cada ponto retratado pelas microrregiões do IBGE

Fonte: Próprio autor

Uma matriz de distância rodoviária entre todos os pontos foi construída. A distância média ponderada pelo volume entre todos os pontos vale 423,85 km. A microrregião com a menor distância ponderada entre todos os demais pontos é a de Pouso Alegre, situada no sul de Minas Gerais; este ponto foi definido como local da origem que abastece todos os CDs.

Para as 12 instâncias, o custo unitário de transporte de transferência entre origem e os candidatos foi definido como o de uma unidade monetária por km (\$1,00/km) por unidade de produto transportada. As instâncias se diferenciam pelos custos fixos e custos unitários de transporte de distribuição. Foram definidos três

valores de custo fixo – \$4.238.543; \$423.854 e \$42.385 – e quatro valores de custo unitário de transporte de distribuição – 1; 1,5; 2 e 4 unidades monetárias por km (\$/km) por unidade de produto transportada –, conforme retratado pela Figura B.20.

Os valores dos custos unitários de transporte de distribuição foram definidos para retratar os diferentes tipos de veículos utilizados em operações logísticas. Algumas operações podem utilizar veículos maiores, iguais aos veículos utilizados no transporte de transferência, e outras operações podem necessitar de veículos com capacidade muito menor, que têm custos unitários de transporte maiores.

Figura B.20 – Características das instâncias testadas

Instâncias do Conjunto 5	Se11	Se12	Se13	Se14	Se21	Se22	Se23	Se24	Se31	Se32	Se33	Se34
Custo do transporte de transferência (R\$/produto/km)	1											
Custo fixo por candidato (R\$/unidade)	\$ 4.238.543				\$ 423.854				\$ 42.385			
Custo do transporte de distribuição (R\$/produto/km)	1	1,5	2	4	1	1,5	2	4	1	1,5	2	4

Fonte: Próprio autor

Os valores de custo fixo foram definidos com base na demanda total, no custo de transporte de transferência e na distância média entre todos os clientes. O custo fixo das quatro primeiras instâncias equivale a 100% do “custo padrão médio do transporte de transferência”, definido como sendo o custo unitário de transporte de transferência vezes a demanda total vezes a distância média ponderada entre todos os pontos. O custo fixo das quatro seguintes instâncias equivale a 10% do mesmo valor e o das quatro últimas instâncias a 1% do valor. O custo fixo de todos os candidatos de cada instância é o mesmo.

A capacidade de todas as instalações equivale a 100% da demanda, o que significa que os problemas são equivalentes ao problema de localização de instalações não capacitadas.

Apesar de ser conhecida a posição de cada um dos pontos das instâncias, o modelo quadrático, detalhado no APÊNDICE C, também foi executado para o Conjunto 5. O erro médio resultante da localização estimada dos pontos, considerando todas as instâncias do Conjunto 5 vale 9,76%. Por meio da análise da localização estimada dos pontos, retratada pela Figura B.21, é possível verificar que o efeito do custo do transporte de transferência cria uma distorção na estimativa da localização dos pontos: quanto maior o custo do transporte de transferência, maior a

separação entre os candidatos e os clientes. Esse efeito retrata o percurso maior que os produtos devem percorrer quando o problema considera tanto a transferência até as instalações quanto a distribuição, das instalações até os clientes.

Embora a localização estimada não se assemelhe à distribuição geográfica real das microrregiões, por meio das localizações estimadas dos pontos pelo modelo quadrático é possível identificar candidatos com um maior potencial de ser aberto nas soluções ótimas para cada grupo de instância.

Figura B.21 – Localização estimada dos clientes e candidatos de instâncias do Conjunto5

Fonte: Próprio autor

Na subseção B.5.1 são apresentados tanto os mapas com a localização real quanto os com a localização estimada dos clientes, dos candidatos e das instalações abertas na solução ótima de todas as instâncias do Conjunto 5.

O ponto que representa a microrregião de Pouso Alegre-MG, que representa o local onde a origem é localizada, é aberto em 92% das instâncias – em 11 das 12. Além disso, os pontos que representam as microrregiões de São Paulo-SP, Rio de Janeiro-RJ e Belo Horizonte-MG, que têm as maiores demandas, são abertos em 42% das instâncias, inclusive na única instância em que o ponto que representa Pouso Alegre-MG não é aberto.

Os pontos com grande demanda não abertos nas soluções ótimas de nenhuma das instâncias se encontram próximos a outros pontos de grande demanda, como é o caso de Osasco-SP, Santos-SP, Guarulhos-SP, Moji Das Cruzes-SP e Itapeceira da Serra-SP, que se localizam próximos à microrregião de São Paulo, fazendo com que os modelos atendam essas regiões a partir de uma instalação localizada na microrregião com maior demanda.

Na média são abertas 4,8 instalações nas soluções ótimas das instâncias com um desvio padrão de 6,5 instalações; em sete delas (58%), apenas uma instalação é aberta – justamente no ponto em que se localiza a origem. De maneira geral, conforme o custo fixo diminui e o custo unitário de transporte de distribuição diminui, a quantidade de instalações abertas aumenta, chegando a um máximo de 22 instalações abertas na solução ótima da instância Se34.

B.5.1 Soluções ótimas

As soluções ótimas das 12 instâncias do Conjunto 5 são apresentadas nos diagramas da Figura B.22, por meio da localização real nos mapas geográficos, e da Figura B.23, por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância.

Nos mapas geográficos com a localização real, os candidatos selecionados na solução ótima são destacados em laranja; o ponto que representa a origem de abastecimento de todas as instalações é destacado em verde. Nos diagramas com a localização estimada dos pontos, os candidatos selecionados na solução ótima são destacados por meio de círculos de cor laranja cujos tamanhos retratam o volume alocado em cada instalação: quanto maior o círculo ao redor de um ponto, maior o volume atendido pela instalação correspondente.

Figura B.22 – Soluções ótimas das instâncias do Conjunto 5 – localização real

Fonte: Próprio autor

Figura B.23 – Soluções ótimas das instâncias do Conjunto 5 – localização estimada

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.5.2 20-melhores soluções

As instalações abertas nas 20 melhores soluções de cada uma das 12 instâncias do Conjunto 5 são apresentadas nos diagramas da Figura B.24, por meio da localização real nos mapas geográficos, da Figura B.25, por meio da localização estimada dos clientes e candidatos de cada instância.

Nos mapas geográficos com a localização real, os candidatos selecionados em pelo menos uma das 20 melhores soluções são destacados em vermelho; o ponto que representa a origem de abastecimento de todas as instalações é destacado em verde. Nos diagramas com a localização estimada dos pontos, os candidatos selecionados em pelo menos uma das 20 melhores soluções são destacados por meio de círculos cujos tamanhos retratam a frequência de abertura nas 20 melhores soluções: quanto maior o círculo, o ponto correspondente é aberto em mais soluções.

Figura B.24 – Frequência de abertura das instalações nas 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 5 – localização real

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

Figura B.25 – Frequência de abertura das instalações nas 20 melhores soluções das instâncias do Conjunto 5 – localização estimada

(continua)

(continuação)

Fonte: Próprio autor

B.5.3 Candidatos selecionados por cada variação dos métodos de escolha de candidatos propostos no capítulo 5

Tabela B.3 – Candidatos do Conjunto 5 selecionados por cada variação dos métodos de escolha de candidatos propostos no capítulo 5

Ponto	N=15						N=30						N=60						N=33	% de aparições na solução ótima
	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M3c	
Unai - MG																				0%
Paracatu - MG		1	1				1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	0%
Januária - MG		1					1	1	1	1			1	1	1	1	1	1		0%
Janaúba - MG								1			1	1		1	1	1	1	1		0%
Salinas - MG								1	1					1	1	1	1	1		0%
Pirapora - MG								1						1	1	1	1	1		0%
Montes Claros - MG	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17%
Grão Mogol - MG																				0%
Bocaiuva - MG																				0%
Diamantina - MG																				0%
Capelinha - MG		1					1	1		1	1	1		1	1	1	1	1	1	0%
Araçuaí - MG																				0%
Pedra Azul - MG														1						0%
Almenara - MG		1					1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		0%
Teófilo Otoni - MG			1						1				1	1	1	1	1	1	1	8%
Nanuque - MG		1						1						1						0%
Ituiutaba - MG														1	1					0%
Uberlândia - MG	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Patrocínio - MG												1								0%
Patos De Minas - MG							1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		8%
Frutal - MG								1						1						0%
Uberaba - MG													1	1	1	1	1	1		0%
Araxá - MG														1	1	1	1	1		0%
Três Marias - MG																				0%
Curvelo - MG														1	1	1				0%
Bom Despacho - MG								1						1					1	0%
Sete Lagoas - MG													1				1	1		0%
Conceição Do Mato																				0%
Dentro - MG								1	1					1	1					0%
Para De Minas - MG																				0%
Belo Horizonte - MG	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	42%
Itabira - MG													1	1	1	1	1	1		0%
Itaguara - MG																				0%

(continua)

(continuação)

Ponto	N=15						N=30						N=60						N=33	% de aparições na solução ótima
	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M3c	
Ouro Preto - MG														1						0%
Conselheiro Lafaiete - MG																1	1			0%
Guanhaes - MG														1						0%
Peçanha - MG									1						1					0%
Governador Valadares - MG	1			1		1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1		0%
Mantena - MG																				0%
Ipatinga - MG			1		1		1		1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	17%
Caratinga - MG												1	1							0%
Aimorés - MG		1						1	1					1	1					0%
Piui - MG																				0%
Divinópolis - MG							1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	8%
Formiga - MG																				8%
Campo Belo - MG																				0%
Oliveira - MG														1						0%
Passos - MG														1	1	1		1		0%
Sao Sebastiao Do Paraiso - MG													1				1			0%
Alfenas - MG																				0%
Varginha - MG		1	1		1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	0%
Pocos De Caldas - MG													1							0%
Pouso Alegre - MG													1	1	1	1	1			92%
Santa Rita Do Sapucaí - MG						1						1						1		0%
Sao Lourenco - MG																				0%
Andrelandia - MG																				0%
Itajuba - MG																				0%
Lavras - MG																				0%
Sao Joao Del Rei - MG														1	1					0%
Barbacena - MG																		1	1	0%
Ponte Nova - MG																				0%
Manhuacu - MG													1			1	1	1		0%
Vicosa - MG															1	1		1		0%
Muriae - MG													1	1	1	1	1	1		0%
Uba - MG								1					1	1			1			0%
Juiz De Fora - MG	1			1	1		1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	25%

(continua)

(continuação)

Ponto	N=15						N=30						N=60						N=33	% de aparições na solução ótima
	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M3c	
Cataguases - MG						1														0%
Itaperuna - RJ																			1	8%
Santo Antonio De Padua - RJ																				0%
Campos Dos Goytacazes - RJ	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0%
Macaé - RJ						1							1							0%
Tres Rios - RJ																				0%
Cantagalo-Cordeiro - RJ																				0%
Nova Friburgo - RJ														1	1	1	1	1	1	0%
Santa Maria Madalena - RJ																				0%
Bacia De Sao Joao - RJ																				0%
Lagos - RJ							1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Vale Do Paraiba							1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Fluminense - RJ																				0%
Barra Do Pirai - RJ																				0%
Baia Da Ilha Grande - RJ																				0%
Vassouras - RJ																				0%
Serrana - RJ													1			1	1	1		0%
Macacu-Caceribu - RJ																				0%
Itaguaí - RJ																				0%
Rio De Janeiro - RJ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	42%
Jales - SP																				0%
Fernandópolis - SP								1						1						0%
Votuporanga - SP																				0%
Sao Jose Do Rio Preto - SP	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	8%
Catanduva - SP														1						0%
Auriflama - SP																				0%
Nhandeara - SP																				0%
Novo Horizonte - SP																				0%
Barretos - SP																				0%
Sao Joaquim Da Barra - SP																				0%
Ituverava - SP																				0%
Franca - SP													1		1	1	1	1		0%
Jaboticabal - SP													1		1	1	1	1		0%
Ribeirão Preto - SP	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	33%

(continua)

(continuação)

Ponto	N=15						N=30						N=60						N=33	% de aparições na solução ótima
	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M3c	
Batatais - SP						1						1								0%
Andradina - SP								1						1	1					0%
Aracatuba - SP													1			1		1		0%
Birigui - SP													1	1	1		1		1	0%
Lins - SP																				0%
Bauru - SP	1		1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	25%
Jau - SP						1							1							0%
Avare - SP														1	1					0%
Botucatu - SP																				0%
Araraquara - SP							1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0%
Sao Carlos - SP													1							0%
Rio Claro - SP																				0%
Limeira - SP											1		1				1	1	1	17%
Piracicaba - SP							1			1		1	1	1	1	1				0%
Pirassununga - SP																				0%
Sao Joao Da Boa Vista - SP							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		0%
Moji-Mirim - SP													1		1	1	1	1		0%
Campinas - SP	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17%
Amparo - SP																				0%
Dracena - SP																				0%
Adamantina - SP												1								0%
Presidente Prudente - SP	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	8%
Tupa - SP						1														0%
Marilia - SP												1	1		1	1	1	1	1	0%
Assis - SP													1							0%
Ourinhos - SP													1	1	1	1	1	1	1	0%
Itapeva - SP		1						1	1					1	1	1	1	1		0%
Itapetininga - SP																				0%
Tatui - SP													1						1	0%
Capao Bonito - SP																				0%
Piedade - SP																				0%
Sorocaba - SP	1			1			1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%
Jundiai - SP													1			1	1	1		8%
Braganca Paulista - SP													1		1	1	1			0%
Campos Do Jordao - SP																				0%
Sao Jose Dos Campos - SP	1			1			1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8%

(continua)

(continuação)

Ponto	N=15						N=30						N=60						N=33	% de aparições na solução ótima
	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M1	M2-0,2	M2-0,5	M2-1	M3a	M3b	M3c	
Guaratingueta - SP								1					1	1	1	1	1	1		0%
Bananal - SP																				0%
Paraibuna/Paraitinga - SP																				0%
Caraguatatuba - SP													1	1						0%
Registro - SP								1						1	1	1	1	1	1	0%
Itanhaem - SP																				0%
Osasco - SP					1	1							1			1	1	1		0%
Franco Da Rocha - SP													1							0%
Guarulhos - SP													1			1	1	1		0%
Itapecerica Da Serra - SP													1			1	1	1		0%
Sao Paulo - SP	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	42%
Moji Das Cruzes - SP							1			1	1	1	1		1	1	1	1		0%
Santos - SP							1			1	1	1	1		1	1	1	1		0%

Fonte: Próprio autor

B.6 DADOS REFERENTES A PARTE DAS SOLUÇÕES ALTERNATIVAS DAS INSTÂNCIAS ANALISADAS

Os valores das funções objetivo das soluções ótimas e os *gaps* de algumas das soluções alternativas de todas as 215 contidas nos conjuntos de 1 a 5 são apresentadas a seguir.

As Tabelas B.4 e B.5 mostram os valores da FO e os *gaps* das soluções com k valendo 2, 5, 20, 50 e 200 para todas as instâncias dos conjuntos 1 e 2, respectivamente. Já as Tabelas B.6, B.7 e B.8 mostram os valores da FO e os *gaps* das soluções com k valendo 2, 5, 20, para todas as instâncias dos conjuntos 3, 4 e 5, respectivamente.

Tabela B.4 – Valor da FO e *gaps* com $k=2, 5, 20, 50$ e 200 das instâncias do Conjunto 1

Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20	k=50	k=200	Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20	k=50	k=200
cap41	1.040.444	0,09%	0,34%	0,90%	3,07%	9,07%	cap93	896.618	0,06%	0,17%	0,40%	0,63%	1,02%
cap42	1.098.000	0,22%	0,73%	1,53%	3,21%	8,73%	cap94	946.051	0,06%	0,17%	0,55%	0,94%	1,56%
cap43	1.153.000	0,65%	0,83%	2,05%	3,50%	9,04%	cap101	796.648	0,11%	0,13%	0,32%	0,44%	0,64%
cap44	1.235.500	0,71%	1,28%	2,81%	4,57%	9,04%	cap102	854.704	0,09%	0,15%	0,30%	0,41%	0,69%
cap51	1.025.208	0,09%	0,32%	0,62%	1,02%	1,89%	cap103	893.782	0,03%	0,14%	0,43%	0,57%	0,92%
cap61	932.616	0,10%	0,22%	0,52%	0,70%	1,16%	cap104	928.942	0,06%	0,39%	0,85%	1,23%	1,90%
cap62	977.799	0,11%	0,38%	0,60%	0,78%	1,21%	cap111	826.125	0,09%	0,18%	0,37%	0,49%	0,68%
cap63	1.014.062	0,00%	0,28%	0,41%	0,71%	1,26%	cap112	901.377	0,06%	0,19%	0,39%	0,57%	0,85%
cap64	1.045.650	0,72%	0,84%	1,32%	1,90%	2,79%	cap113	970.568	0,06%	0,17%	0,38%	0,56%	0,85%
cap71	932.616	0,10%	0,22%	0,52%	0,70%	1,15%	cap114	1.063.356	0,05%	0,15%	0,44%	0,65%	1,05%
cap72	977.799	0,11%	0,24%	0,55%	0,72%	1,07%	cap121	793.440	0,09%	0,13%	0,30%	0,38%	0,55%
cap73	1.010.641	0,02%	0,18%	0,40%	0,61%	1,05%	cap122	852.525	0,00%	0,08%	0,18%	0,28%	0,48%
cap74	1.034.977	0,26%	0,55%	1,06%	1,67%	2,60%	cap123	895.302	0,00%	0,06%	0,26%	0,36%	0,62%
cap81	838.499	0,11%	0,19%	0,39%	0,50%	0,75%	cap124	946.051	0,00%	0,07%	0,24%	0,38%	0,78%
cap82	910.890	0,13%	0,39%	0,61%	0,83%	1,19%	cap131	793.440	0,09%	0,13%	0,30%	0,38%	0,55%
cap83	975.890	0,36%	0,57%	0,85%	1,10%	1,54%	cap132	851.495	0,02%	0,10%	0,20%	0,31%	0,52%
cap84	1.069.370	0,25%	0,45%	0,91%	1,20%	1,72%	cap133	893.077	0,02%	0,09%	0,19%	0,32%	0,58%
cap91	796.648	0,11%	0,13%	0,33%	0,44%	0,65%	cap134	928.942	0,06%	0,13%	0,50%	0,77%	1,25%
cap92	855.734	0,06%	0,15%	0,25%	0,38%	0,63%							

Fonte: Próprio autor

Tabela B.5 – Valor da FO e *gaps* com $k=2, 5, 20, 50$ e 200 das instâncias do Conjunto 1

Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20	k=50	k=200	Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20	k=50	k=200
p1	8.772	0,12%	1,77%	4,36%	6,56%	20,23%	p37	11.255	0,14%	1,72%	2,50%	3,78%	5,44%
p2	7.833	0,05%	0,38%	4,30%	6,93%	24,18%	p38	10.550	0,42%	1,10%	2,65%	3,18%	4,34%
p3	9.238	1,79%	2,32%	4,63%	6,89%	18,97%	p39	11.823	0,28%	2,07%	4,07%	4,47%	7,09%
p4	10.638	0,14%	1,55%	4,05%	6,87%	15,81%	p40	13.023	0,26%	2,85%	4,50%	5,38%	8,14%
p5	8.749	1,67%	2,83%	5,71%	17,00%	-	p41	6.570	0,40%	1,53%	2,41%	3,79%	7,58%
p6	7.696	1,01%	1,67%	7,00%	18,16%	-	p42	5.646	0,10%	0,66%	1,54%	2,46%	4,18%
p7	9.399	0,26%	2,20%	4,81%	13,77%	-	p43	5.214	0,12%	0,90%	1,57%	2,20%	3,47%
p8	10.999	0,23%	2,22%	4,62%	11,76%	-	p44	6.938	0,29%	1,83%	5,19%	10,49%	22,47%
p9	8.426	0,23%	1,63%	3,77%	6,29%	13,28%	p45	6.231	0,32%	0,86%	1,27%	1,87%	3,11%
p10	7.610	0,05%	1,03%	2,81%	5,71%	13,92%	p46	5.632	0,07%	0,32%	0,88%	1,61%	2,59%
p11	8.896	1,28%	2,33%	4,61%	6,38%	12,01%	p47	6.125	1,81%	3,23%	7,79%	12,58%	26,07%
p12	10.096	0,99%	3,01%	4,56%	6,65%	11,58%	p48	5.569	0,04%	0,30%	0,74%	1,33%	2,51%
p13	8.185	0,32%	1,14%	2,58%	3,52%	5,48%	p49	5.243	0,00%	0,11%	0,45%	0,87%	1,50%
p14	7.126	0,24%	0,84%	1,98%	2,66%	4,00%	p50	8.705	0,92%	1,99%	4,71%	7,80%	16,65%
p15	8.806	0,33%	1,10%	2,35%	3,39%	5,21%	p51	7.362	0,68%	1,03%	2,65%	3,78%	5,83%
p16	10.406	0,28%	0,93%	2,15%	3,24%	4,96%	p52	9.091	2,58%	6,33%	13,00%	20,81%	51,24%
p17	8.145	0,41%	0,72%	2,48%	3,39%	5,48%	p53	8.480	2,46%	3,33%	5,44%	6,94%	9,61%
p18	7.101	0,32%	0,88%	2,11%	2,76%	4,16%	p54	8.743	0,94%	2,61%	8,91%	18,14%	58,13%
p19	8.763	0,33%	0,77%	2,61%	3,68%	5,42%	p55	7.635	0,52%	1,37%	3,45%	4,75%	7,10%
p20	10.363	0,28%	0,65%	2,64%	3,62%	5,35%	p56	21.001	0,05%	0,22%	0,49%	0,67%	0,99%
p21	8.050	0,73%	1,17%	2,88%	3,81%	5,84%	p57	25.904	0,03%	0,18%	0,40%	0,67%	1,07%
p22	7.092	0,39%	0,76%	1,73%	2,62%	3,89%	p58	37.104	0,02%	0,12%	0,28%	0,47%	0,75%
p23	8.736	0,11%	0,47%	1,91%	2,88%	4,53%	p59	27.117	0,14%	0,37%	1,03%	1,38%	2,16%
p24	10.257	0,07%	0,41%	1,19%	1,98%	3,83%	p60	20.534	0,09%	0,27%	0,65%	0,96%	1,40%
p25	11.609	0,49%	1,25%	2,45%	3,33%	4,77%	p61	24.451	0,47%	0,84%	1,36%	1,67%	2,27%
p26	10.750	0,07%	1,31%	2,47%	2,80%	4,33%	p62	32.626	0,11%	0,15%	0,54%	0,78%	1,32%
p27	12.291	0,48%	1,48%	3,09%	4,08%	5,72%	p63	25.082	0,24%	0,70%	1,57%	2,07%	2,94%
p28	13.691	0,91%	1,94%	4,22%	5,03%	6,99%	p64	20.530	0,09%	0,27%	0,67%	0,96%	1,40%
p29	12.343	0,78%	0,83%	1,81%	2,58%	3,65%	p65	24.445	0,32%	0,67%	1,08%	1,39%	1,93%
p30	11.278	0,19%	0,86%	1,48%	1,95%	3,06%	p66	31.377	0,04%	0,33%	0,71%	1,04%	1,58%
p31	13.278	0,16%	0,83%	1,86%	2,73%	3,71%	p67	24.808	0,16%	0,48%	1,36%	1,98%	2,82%
p32	15.278	0,14%	0,72%	1,62%	2,54%	3,87%	p68	20.535	0,09%	0,27%	0,67%	0,96%	1,42%
p33	11.611	1,08%	1,69%	2,76%	3,41%	4,83%	p69	24.529	0,11%	0,74%	1,04%	1,55%	2,06%
p34	10.614	1,11%	2,37%	2,79%	3,88%	5,23%	p70	32.268	0,24%	0,43%	0,87%	1,27%	2,01%
p35	12.214	0,96%	2,46%	3,77%	4,64%	6,43%	p71	25.486	0,42%	0,98%	1,75%	2,33%	3,10%
p36	13.814	0,85%	2,18%	3,61%	4,72%	6,70%							

Fonte: Próprio autor

Tabela B.6 – Valor da FO e *gaps* com $k=2, 5$ e 20 das instâncias do Conjunto 3

Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20	Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20
i5050_1	17.101	0,11%	0,61%	1,38%	i50100_9	8.418	0,64%	1,49%	2,38%
i5050_2	17.606	0,22%	0,54%	1,21%	i50100_10	8.419	0,05%	0,64%	1,58%
i5050_3	19.573	0,04%	0,34%	1,13%	i50100_11	6.554	0,25%	0,52%	1,20%
i5050_4	20.626	0,04%	0,16%	0,41%	i50100_12	6.271	0,28%	0,66%	1,42%
i5050_5	14.082	0,29%	1,16%	1,98%	i50100_13	5.979	0,50%	1,19%	2,68%
i5050_6	6.111	0,76%	1,67%	2,46%	i50100_14	7.048	0,20%	0,51%	1,06%
i5050_7	7.718	0,15%	0,35%	1,01%	i50100_15	7.073	0,03%	0,37%	0,86%
i5050_8	5.856	0,26%	1,15%	2,31%	i7575_1	22.017	0,14%	0,31%	0,62%
i5050_9	6.848	0,59%	0,86%	1,79%	i7575_2	25.153	0,15%	0,38%	0,68%
i5050_10	6.123	0,35%	1,01%	2,06%	i7575_3	25.209	0,01%	0,05%	0,33%
i5050_11	3.450	0,01%	1,48%	3,37%	i7575_4	28.763	0,30%	0,61%	0,87%
i5050_12	4.003	0,09%	0,31%	1,43%	i7575_5	24.750	0,40%	0,45%	0,86%
i5050_13	4.062	1,83%	2,92%	4,62%	i7575_6	8.353	0,26%	0,40%	0,74%
i5050_14	3.923	0,10%	1,60%	2,88%	i7575_7	7.888	0,37%	0,88%	1,53%
i5050_15	5.868	0,29%	0,40%	1,36%	i7575_8	8.329	0,08%	0,45%	1,29%
i5075_1	14.374	0,89%	1,26%	2,24%	i7575_9	9.174	0,22%	0,69%	0,94%
i5075_2	18.575	0,41%	0,80%	1,60%	i7575_10	9.254	0,16%	0,29%	0,84%
i5075_3	18.571	0,43%	0,90%	1,37%	i7575_11	5.785	0,11%	0,65%	1,34%
i5075_4	22.151	0,02%	0,27%	0,48%	i7575_12	5.199	0,19%	0,41%	1,33%
i5075_5	20.192	0,52%	0,74%	1,41%	i7575_13	5.680	0,27%	0,83%	1,27%
i5075_6	7.551	0,14%	0,49%	0,98%	i7575_14	6.081	0,13%	0,63%	1,25%
i5075_7	7.988	0,46%	0,74%	1,47%	i7575_15	5.257	0,23%	0,65%	1,49%
i5075_8	7.034	0,51%	0,89%	1,46%	i75100_1	32.515	0,10%	0,25%	0,39%
i5075_9	7.557	0,15%	0,66%	1,66%	i75100_2	33.379	0,12%	0,25%	0,39%
i5075_10	7.386	0,06%	0,35%	1,21%	i75100_3	24.226	0,01%	0,14%	0,35%
i5075_11	5.000	0,26%	1,33%	2,44%	i75100_4	29.181	0,02%	0,23%	0,55%
i5075_12	5.362	0,73%	1,56%	2,91%	i75100_5	25.682	0,03%	0,24%	0,57%
i5075_13	5.476	0,02%	0,52%	1,52%	i75100_6	9.317	0,01%	0,24%	1,04%
i5075_14	4.749	0,36%	1,29%	2,78%	i75100_7	10.549	0,59%	0,96%	1,40%
i5075_15	6.285	0,54%	0,76%	1,41%	i75100_8	10.882	0,02%	0,13%	0,33%
i50100_1	16.677	0,13%	0,98%	1,60%	i75100_9	9.094	0,01%	0,23%	0,67%
i50100_2	17.488	0,17%	0,38%	1,33%	i75100_10	10.844	0,16%	0,47%	1,05%
i50100_3	17.120	0,38%	1,03%	1,68%	i75100_11	7.464	0,07%	0,54%	1,11%
i50100_4	19.134	0,24%	0,64%	1,48%	i75100_12	6.055	0,36%	0,62%	1,63%
i50100_5	18.995	0,07%	0,32%	1,00%	i75100_13	5.861	0,38%	0,75%	1,16%
i50100_6	7.189	0,06%	0,69%	1,36%	i75100_14	6.124	0,54%	0,85%	1,27%
i50100_7	7.850	0,36%	0,75%	1,41%	i75100_15	5.821	0,15%	0,79%	1,74%
i50100_8	7.764	0,02%	0,28%	0,60%					

Fonte: Próprio autor

Tabela B.7 – Valor da FO e *gaps* com $k=2, 5$ e 20 das instâncias do Conjunto 4

Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20	Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20
30-200-1	30.128	0,11%	0,42%	1,00%	60-300-1	35.603	0,17%	0,36%	0,60%
30-200-2	28.870	0,08%	0,34%	0,61%	60-300-2	35.441	0,46%	0,63%	1,18%
30-200-3	28.104	0,11%	0,75%	1,24%	60-300-3	33.852	0,08%	0,21%	0,49%
30-200-4	28.102	0,19%	0,41%	0,68%	60-300-4	33.072	0,10%	0,36%	0,71%
30-200-5	27.622	0,87%	1,28%	1,66%	60-300-5	30.909	0,08%	0,17%	0,50%
60-200-1	27.924	0,36%	0,59%	0,87%	80-400-1	39.296	0,03%	0,31%	0,85%
60-200-2	29.632	0,08%	0,36%	0,70%	80-400-2	37.064	0,17%	0,42%	0,75%
60-200-3	27.963	0,02%	0,17%	0,38%	80-400-3	43.827	0,13%	0,21%	0,53%
60-200-4	27.645	0,01%	0,18%	0,71%	80-400-4	37.331	0,00%	0,05%	0,68%
60-200-5	29.127	0,16%	0,25%	0,55%	80-400-5	43.470	0,01%	0,36%	0,57%

Fonte: Próprio autor

Tabela B.8 – Valor da FO e *gaps* com $k=2, 5$ e 20 das instâncias do Conjunto 5

Instância	F.O. (k=1)	k=2	k=5	k=20
Se11	7.433.796	1,65%	16,33%	26,33%
Se12	9.030.520	1,24%	13,02%	22,61%
Se13	10.626.413	0,94%	10,74%	18,99%
Se14	17.015.746	0,28%	6,51%	10,23%
Se21	3.619.107	3,39%	11,71%	11,71%
Se22	5.215.831	2,15%	3,65%	5,50%
Se23	6.404.049	0,39%	0,74%	1,54%
Se24	8.519.540	0,53%	1,08%	1,91%
Se31	3.237.638	1,25%	1,30%	1,31%
Se32	4.075.384	0,01%	0,08%	0,19%
Se33	4.481.838	0,02%	0,06%	0,11%
Se34	5.423.455	0,00%	0,01%	0,04%

Fonte: Próprio autor

B.7 INSTÂNCIA UTILIZADA NO CAPÍTULO 7

Nesta seção, uma instância base e algumas variações, criadas para exemplificar algumas das questões analisadas no capítulo 7, são apresentadas.

A instância base retrata um problema de localização de instalações capacitadas com custo fixo, uma camada e um único produto. Ela é composta por cinco clientes e cinco candidatos a instalação.

A demanda de cada um dos clientes é mostrada pela Tabela B.9.

Tabela B.9 – Demanda por cliente

Cliente	Demanda (unidade)
1	4.400
2	200
3	250
4	50
5	100

Fonte: Próprio autor

A capacidade de cada um dos candidatos vale 5.000, o que garante que cada candidato seja capaz de atender toda a demanda.

O custo unitário de transporte cv_{cl} entre o candidato c e o cliente l é mostrado pelo Quadro B.1.

Quadro B.1 – Custo unitário de transporte entre candidatos e clientes

		Candidatos				
		1	2	3	4	5
Clientes	1	3	96	97	37	77
	2	94	3	89	61	89
	3	91	88	9	60	15
	4	25	80	89	4	73
	5	90	90	18	54	8

Fonte: Próprio autor

Ao se executar o modelo quadrático, detalhado no APÊNDICE C, é possível estimar coordenadas para os pontos da instância, retratadas pela Figura B.26. O erro resultante vale 5%.

Figura B.26 – Localização estimada dos clientes e candidatos

Fonte: Próprio autor

Os custos fixos (cf) de todas as instalações são iguais; são propostas variações da instância, por meio da variação dos valores de cf para a obtenção dos *valores de transição* e das curvas retratadas pelas Figuras 7.2 e 7.3 do capítulo 7: para os mesmos valores de demandas e custos unitários de transporte, conforme o cf ultrapassa cada *valor de transição*, a quantidade de instalações abertas na solução ótima se altera.

Os *valores de transição*, bem como a quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas de cada variação da instância, com diferentes faixas de cf , são mostrados pela Tabela B.10.

Tabela B.10 – *Valores de transição* e quantidade de instalações abertas nas soluções ótimas

Faixa	Faixas de cf (valores de transição)	Quantidade de instalações na solução ótima
1	Entre 0 e 1.000	5
2	Entre 1.000 e 1.050	4
3	Entre 1.050 e 17.200	3
4	Entre 17.200 e 28.700	2
5	Maior ou igual a 28.700	1

Fonte: Próprio autor

As soluções ótimas da instância, considerando as cinco faixas em que as quantidades de instalações variam de 1 a 5, são retratadas pela Figura B.27.

Figura B.27 – Soluções ótimas das variações da instância do capítulo 7

Fonte: Próprio autor

Definindo o valor do custo fixo de todos os candidatos como \$17.000 – apenas um pouco menor que o *valor de transição* entre as faixas 3 e 4 mostradas pela

Tabela B.10 – com a capacidade de cada instalação valendo 5.000 – igual à demanda total –, a solução ótima resultante tem três instalações abertas. Já para a variação da instância em que a capacidade de cada instalação vale 3.000, a solução ótima resultante tem duas instalações abertas, o que prova que a Hipótese 7.2, levantada no capítulo 7, é válida.

As soluções $\check{X}$, D , E e F , definidas na subseção 7.2.1.2 do capítulo 7 foram obtidas por meio de quatro modelos de otimização, construídos por meio da alteração dos parâmetros de capacidade e de quantidade de instalações abertas (P). A Tabela B.11 mostra os valores de custo variável total de transporte (CV), custo fixo total (CF), FO, quantidade de instalações abertas (P) e capacidade dos candidatos ($qmax$) de cada uma das soluções.

Tabela B.11 – Características de soluções obtidas para verificação da Hipótese 7.2

Solução	CV	CF	FO	P	$qmax$
$\check{X}$	19.100	51.000	70.100	3	5.000
D	36.300	34.000	70.300	2	5.000
E	93.600	34.000	127.600	2	3.000
F	77.250	51.000	128.250	3	3.000

Fonte: Próprio autor

Por meio dos valores da FO das quatro soluções, foram calculados os valores de μ , π^E e π^F , que são apresentados pela Tabela B.12: é possível verificar que a equação (7.38) do capítulo 7 é válida.

Tabela B.12 – Valores de μ , π^E e π^F

Cálculo	Valor
μ	200
π^E	57.300
π^F	58.150

Fonte: Próprio autor

A Figura B.28 retrata as soluções ótimas para as instâncias X ($\check{X}$) e para a Instância W ($\check{W}$), que no caso é igual à solução E . Tais soluções exemplificam o que se pretende mostrar: pode ocorrer que para determinadas instâncias, se a capacidade das instalações for reduzida, a nova solução ótima pode ter menor quantidade de instalações abertas que a solução ótima da instância original.

Figura B.28 – Soluções ótimas dos problemas X e W que mostra que a validade da Hipótese 7.2

Fonte: Próprio autor

APÊNDICE C – MODELO QUADRÁTICO PARA REPRESENTAR UMA MATRIZ DE DISTÂNCIAS POR MEIO DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE PONTOS

As instâncias de problemas de localização na literatura normalmente fornecem apenas elementos de demanda (d_l), capacidade (q_{max_c}), custos fixos (cf_c) e custos variáveis unitários (cv_{cl}). Para permitir um melhor entendimento do contexto espacial das instâncias selecionadas, um modelo quadrático que permite estimar as localizações dos clientes e de candidatos foi desenvolvido e é apresentado a seguir.

A seguinte notação é utilizada:

C : conjunto de locais candidatos a instalações

L : conjunto de clientes

cv_{cl} : custo unitário total associado ao candidato c atender o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

ct_{cl} : custo de transporte unitário entre o candidato c e o cliente l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

cv_c : custo variável unitário associado à movimentação de um produto no candidato c , $\forall c \in C$

dl_{cl} : distância linear (Euclidiana) entre os pontos c e l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

d_{cl} : distância viária entre os pontos c e l , $\forall c \in C$ e $\forall l \in L$

O objetivo do modelo é obter as posições relativas – coordenadas X e Y – dos pontos em que se localizam os clientes e os candidatos que minimizem a soma do erro quadrático entre as distâncias lineares – calculadas por meio das coordenadas – e as distâncias viárias, para todos os pares de pontos c e l .

As distâncias lineares entre os pontos c e l são calculadas por meio da equação (C.1).

$$dl_{cl} = \sqrt{(X_c - X_l)^2 + (Y_c - Y_l)^2} \quad (C.1)$$

Por outro lado, a informação de distância viária não é fornecida; são fornecidos nas instâncias os custos unitários de atendimento cv_{cl} entre os candidatos c e os clientes l .

Foi assumido que cv_{cl} é composto por uma parcela (cv_c) relacionada ao custo variável da instalação, que não depende do ponto l em que o produto deve ser entregue e uma parcela (ct_{cl}) associada ao custo variável de transporte entre os pontos c e l , conforme a equação (C.2).

$$cv_{cl} = ct_{cl} + cv_c, \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{C.2})$$

Para cada candidato c foi identificado o cliente $lprox^c$ com menor custo de abastecimento, em que $lprox^c \in \mathcal{L}$. Foi assumido que a distância entre cada candidato c e seu cliente mais próximo $lprox^c$ é insignificante. Por consequência, assumiu-se também que o custo de transporte entre os dois pontos é quase zero, e por consequência:

$$cv_{lprox^c} \cong cv_c, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (\text{C.3})$$

Substituindo a equação (C.3) na equação (C.2), é possível obter o custo de transporte (ct_{cl}) entre cada par de candidatos e clientes c e l :

$$ct_{cl} \cong cv_{cl} - cv_{lprox^c}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{C.4})$$

Por fim, foi assumido que existe uma relação direta entre os custos de transporte e a distância viária, representada pela equação (C.5):

$$d_{cl} \cong \alpha \cdot ct_{cl}, \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{C.5})$$

O modelo quadrático resultante fica da seguinte forma:

Variáveis de decisão:

X_c : coordenada X do ponto c , $\forall c \in \mathcal{C}$

Y_c : coordenada Y do ponto c , $\forall c \in \mathcal{C}$

X_l : coordenada X do ponto l , $\forall l \in \mathcal{L}$

Y_l : coordenada Y do ponto l , $\forall l \in \mathcal{L}$

Função Objetivo:

Minimizar:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{\sqrt{(dl_{cl} - d_{cl})^2}}{d_{cl}} \quad (\text{C.6})$$

Uma vez que se pretende obter a posição relativa dos pontos, é possível adotar α valendo um na equação (C.5). Substituindo as equações (C.5) e (C.1) na função objetivo (C.6), a nova FO fica:

Minimizar:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{\sqrt{(dl_{cl} - ct_{cl})^2}}{ct_{cl}} = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{\sqrt{(\sqrt{(X_c - X_l)^2 + (Y_c - Y_l)^2} - ct_{cl})^2}}{ct_{cl}} \quad (\text{C.7})$$

Por fim, substituindo (C.4) em (C.7), a FO final fica:

Minimizar:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{\sqrt{(\sqrt{(X_c - X_l)^2 + (Y_c - Y_l)^2} - (cv_{cl} - cv_{lprox^c}))^2}}{cv_{cl} - cv_{lprox^c}} \quad (\text{C.8})$$

Restrições:

$$X_i \geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{L} \quad (\text{C.9})$$

$$Y_i \geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{L} \quad (\text{C.10})$$

$$X_i \leq \max(cv_{cl}), \quad \forall i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{L}, e \forall c \in \mathcal{C} e \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{C.11})$$

$$Y_i \leq \max(cv_{cl}), \quad \forall i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{L}, e \forall c \in \mathcal{C} e \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{C.12})$$

As restrições (C.9), (C.10), (C.11) e (C.12) definem o domínio das variáveis de decisão.

O modelo foi solucionado para as 215 instâncias pertencentes aos conjuntos de 1 a 5 descritas no APÊNDICE B. Parte deles foi solucionada por meio do suplemento “Solver” (FrontLine Systems, Inc.) disponível no Microsoft Excel com o método GRG não-linear e outra parte por meio de uma heurística híbrida, que se vale de algoritmo genético e métodos gulosos de melhoria, desenvolvida pelo autor e que está além do escopo desta tese.

O percentual não explicado pelo modelo quadrático retrata os aspectos associados ao custo não explicados por uma linha reta que conecta dois pontos. Por exemplo, uma via sinuosa ou características dos produtos ou dos veículos utilizados. Este percentual poderia ser explicado ao se inserir uma nova dimensão à representação dos pontos.

APÊNDICE D – CONJUNTOS DE INSTÂNCIAS DE TREINO PARA OS CENÁRIOS UTILIZADOS NAS APLICAÇÕES DAS REDES NEURAIS

Tabela D.1 – Conjuntos de aplicação e treino das redes neurais

Grupo	Instância	CA1	CA2	CA3	CA4	CT1	CT2	CT3	CT4
Conjunto 1	cap41	1					1	1	1
Conjunto 1	cap42			1		1	1		1
Conjunto 1	cap43	1		1	1		1		
Conjunto 1	cap44			1		1	1		1
Conjunto 1	cap51	1			1		1	1	
Conjunto 1	cap61					1	1	1	1
Conjunto 1	cap62		1	1		1			1
Conjunto 1	cap63	1	1	1					1
Conjunto 1	cap64	1			1		1	1	
Conjunto 1	cap81					1	1	1	1
Conjunto 1	cap82					1	1	1	1
Conjunto 1	cap83					1	1	1	1
Conjunto 1	cap84				1	1	1	1	
Conjunto 1	cap91			1	1	1	1		
Conjunto 1	cap92		1	1	1	1			
Conjunto 1	cap93	1		1			1		1
Conjunto 1	cap94	1	1	1					1
Conjunto 1	cap111	1					1	1	1
Conjunto 1	cap112			1		1	1		1
Conjunto 1	cap113				1	1	1	1	
Conjunto 1	cap114				1	1	1	1	
Conjunto 2	p1			1		1	1		1
Conjunto 2	p2				1	1	1	1	
Conjunto 2	p3			1		1	1		1
Conjunto 2	p4		1	1	1	1			
Conjunto 2	p5				1	1	1	1	
Conjunto 2	p6					1	1	1	1
Conjunto 2	p7				1	1	1	1	
Conjunto 2	p8			1		1	1		1
Conjunto 2	p9				1	1	1	1	
Conjunto 2	p10			1		1	1		1
Conjunto 2	p11	1	1		1			1	
Conjunto 2	p12	1	1	1					1
Conjunto 2	p13					1	1	1	1
Conjunto 2	p14			1	1	1	1		
Conjunto 2	p15	1		1			1		1
Conjunto 2	p16			1		1	1		1
Conjunto 2	p17		1	1	1	1			
Conjunto 2	p18				1	1	1	1	
Conjunto 2	p19	1			1		1	1	
Conjunto 2	p20			1		1	1		1
Conjunto 2	p21					1	1	1	1
Conjunto 2	p22					1	1	1	1
Conjunto 2	p23			1		1	1		1

(continua)

(continuação)									
Grupo	Instância	CA1	CA2	CA3	CA4	CT1	CT2	CT3	CT4
Conjunto 2	p24					1	1	1	1
Conjunto 2	P25				1	1	1	1	
Conjunto 2	p26		1			1		1	1
Conjunto 2	p27	1			1		1	1	
Conjunto 2	p28	1					1	1	1
Conjunto 2	p29				1	1	1	1	
Conjunto 2	p30		1			1		1	1
Conjunto 2	p31		1			1		1	1
Conjunto 2	p32					1	1	1	1
Conjunto 2	p33				1	1	1	1	
Conjunto 2	p34	1					1	1	1
Conjunto 2	p35	1					1	1	1
Conjunto 2	p36		1			1		1	1
Conjunto 2	p37	1		1			1		1
Conjunto 2	p38					1	1	1	1
Conjunto 2	p39			1		1	1		1
Conjunto 2	p40	1					1	1	1
Conjunto 2	p41					1	1	1	1
Conjunto 2	p42					1	1	1	1
Conjunto 2	p43	1					1	1	1
Conjunto 2	p44	1	1	1	1				
Conjunto 2	p45					1	1	1	1
Conjunto 2	p46	1		1	1		1		
Conjunto 2	p47					1	1	1	1
Conjunto 2	p48			1		1	1		1
Conjunto 2	p49					1	1	1	1
Conjunto 2	p50			1		1	1		1
Conjunto 2	p51				1	1	1	1	
Conjunto 2	p52			1		1	1		1
Conjunto 2	p53			1		1	1		1
Conjunto 2	p54				1	1	1	1	
Conjunto 2	p55		1		1	1		1	
Conjunto 2	p56			1	1	1	1		
Conjunto 2	p57			1	1	1	1		
Conjunto 2	p58			1		1	1		1
Conjunto 2	p59	1					1	1	1
Conjunto 2	p60	1		1	1		1		
Conjunto 2	p61			1		1	1		1
Conjunto 2	p62				1	1	1	1	
Conjunto 2	p63			1	1	1	1		
Conjunto 2	p64		1			1		1	1
Conjunto 2	p65					1	1	1	1
Conjunto 2	p66					1	1	1	1
Conjunto 2	p67				1	1	1	1	
Conjunto 2	p68	1			1		1	1	
Conjunto 2	p69			1	1	1	1		
Conjunto 2	p70					1	1	1	1
Conjunto 2	p71				1	1	1	1	

(continua)

(continuação)									
Grupo	Instância	CA1	CA2	CA3	CA4	CT1	CT2	CT3	CT4
Conjunto 3	i5050_1				1	1	1	1	
Conjunto 3	i5050_2	1					1	1	1
Conjunto 3	i5050_3		1	1		1			1
Conjunto 3	i5050_4			1		1	1		1
Conjunto 3	i5050_5		1			1		1	1
Conjunto 3	i5050_6					1	1	1	1
Conjunto 3	i5050_7					1	1	1	1
Conjunto 3	i5050_8			1		1	1		1
Conjunto 3	i5050_9				1	1	1	1	
Conjunto 3	i5050_10			1	1	1	1		
Conjunto 3	i5050_11			1		1	1		1
Conjunto 3	i5050_12		1	1	1	1			
Conjunto 3	i5050_13					1	1	1	1
Conjunto 3	i5050_14			1		1	1		1
Conjunto 3	i5050_15	1		1			1		1
Conjunto 3	i5075_1			1	1	1	1		
Conjunto 3	i5075_2	1			1		1	1	
Conjunto 3	i5075_3		1		1	1		1	
Conjunto 3	i5075_4			1	1	1	1		
Conjunto 3	i5075_5			1		1	1		1
Conjunto 3	i5075_6		1			1		1	1
Conjunto 3	i5075_7					1	1	1	1
Conjunto 3	i5075_8	1					1	1	1
Conjunto 3	i5075_9		1			1		1	1
Conjunto 3	i5075_10					1	1	1	1
Conjunto 3	i5075_11	1			1		1	1	
Conjunto 3	i5075_12			1	1	1	1		
Conjunto 3	i5075_13				1	1	1	1	
Conjunto 3	i5075_14					1	1	1	1
Conjunto 3	i5075_15	1					1	1	1
Conjunto 3	i50100_1			1	1	1	1		
Conjunto 3	i50100_2		1	1		1			1
Conjunto 3	i50100_3					1	1	1	1
Conjunto 3	i50100_4			1		1	1		1
Conjunto 3	i50100_5				1	1	1	1	
Conjunto 3	i50100_6			1	1	1	1		
Conjunto 3	i50100_7					1	1	1	1
Conjunto 3	i50100_8			1		1	1		1
Conjunto 3	i50100_9		1			1		1	1
Conjunto 3	i50100_10			1		1	1		1
Conjunto 3	i50100_11	1		1	1		1		
Conjunto 3	i50100_12	1	1	1					1
Conjunto 3	i50100_13				1	1	1	1	
Conjunto 3	i50100_14		1		1	1		1	
Conjunto 3	i50100_15		1			1		1	1
Conjunto 3	i7575_1	1			1		1	1	
Conjunto 3	i7575_2			1		1	1		1
Conjunto 3	i7575_3			1	1	1	1		

(continua)

(continuação)									
Grupo	Instância	CA1	CA2	CA3	CA4	CT1	CT2	CT3	CT4
Conjunto 3	i7575_4					1	1	1	1
Conjunto 3	i7575_5		1			1		1	1
Conjunto 3	i7575_6				1	1	1	1	
Conjunto 3	i7575_7	1	1		1			1	
Conjunto 3	i7575_8					1	1	1	1
Conjunto 3	i7575_9			1		1	1		1
Conjunto 3	i7575_10		1			1		1	1
Conjunto 3	i7575_11					1	1	1	1
Conjunto 3	i7575_12				1	1	1	1	
Conjunto 3	i7575_13			1		1	1		1
Conjunto 3	i7575_14					1	1	1	1
Conjunto 3	i7575_15			1	1	1	1		
Conjunto 3	i75100_1		1			1		1	1
Conjunto 3	i75100_2			1		1	1		1
Conjunto 3	i75100_3			1	1	1	1		
Conjunto 3	i75100_4					1	1	1	1
Conjunto 3	i75100_5		1		1	1		1	
Conjunto 3	i75100_6			1	1	1	1		
Conjunto 3	i75100_7	1	1					1	1
Conjunto 3	i75100_8				1	1	1	1	
Conjunto 3	i75100_9			1		1	1		1
Conjunto 3	i75100_10					1	1	1	1
Conjunto 3	i75100_11				1	1	1	1	
Conjunto 3	i75100_12				1	1	1	1	
Conjunto 3	i75100_13					1	1	1	1
Conjunto 3	i75100_14					1	1	1	1
Conjunto 3	i75100_15			1		1	1		1
Conjunto 4	30-200-1					1	1	1	1
Conjunto 4	30-200-2		1		1	1		1	
Conjunto 4	30-200-3		1			1		1	1
Conjunto 4	30-200-4			1		1	1		1
Conjunto 4	30-200-5					1	1	1	1
Conjunto 4	60-200-1	1	1		1			1	
Conjunto 4	60-200-2					1	1	1	1
Conjunto 4	60-200-3			1	1	1	1		
Conjunto 4	60-200-4			1	1	1	1		
Conjunto 4	60-200-5		1	1	1	1			
Conjunto 4	60-300-1					1	1	1	1
Conjunto 4	60-300-2				1	1	1	1	
Conjunto 4	60-300-3			1	1	1	1		
Conjunto 4	60-300-4	1		1	1		1		
Conjunto 4	60-300-5			1		1	1		1
Conjunto 4	80-400-1				1	1	1	1	
Conjunto 4	80-400-2					1	1	1	1
Conjunto 4	80-400-3		1			1		1	1
Conjunto 4	80-400-4					1	1	1	1
Conjunto 4	80-400-5					1	1	1	1

Fonte: Próprio autor

APÊNDICE E – FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO E DE TRANSFORMAÇÃO DE DADOS DE ENTRADA NAS REDES NEURAIS

As redes neurais apresentadas no capítulo 8 se valem de funções de ativação – modeladas na própria rede – e funções de transformação de dados – aplicadas nos dados antes de serem fornecidos à rede, que são apresentadas neste apêndice.

E.1 FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO

E.1.1 Função Sigmoid

A função Sigmoid, um caso particular da função Logística, é dada por (E.1) e tem imagem $[0,1]$, conforme retratado pela Figura E.1.

$$f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (\text{E.1})$$

Figura E.1 – Função Sigmoid

Fonte: Próprio autor

Esta função de ativação foi utilizada na camada de neurônios de saída da Rn1 e Rn3 detalhadas capítulo 8.

E.1.2 Função Elliott

A função Elliot (ELLIOTT, 1993) é dada por (E.2) e tem imagem $[-1,1]$, conforme retratado pela Figura E.2.

$$f(x) = \frac{x}{1 + |x|} \quad (\text{E.2})$$

Figura E.2 – Função Elliot

Fonte: Próprio autor

Esta função de ativação foi utilizada na camada intermediária de neurônios da Rn1, Rn2 e Rn3 detalhadas no capítulo 8.

E.1.3 Função Softmax

A função Softmax, dada por (E.3), é uma generalização da função Logística utilizada quando existem múltiplos valores de entrada. Seu resultado representa a probabilidade de cada elemento ser classificado a cada uma das classes definidas.

$$f(x_i) = \frac{e^{x_i}}{\sum_{n \in N} e^{x_n}} \quad (\text{E.3})$$

Em que:

x_i : valor de entrada da função de ativação para o neurônio i

N : conjunto de neurônios da camada

Na função Softmax, o valor de cada um dos neurônios depende do valor dos demais, sendo que a soma dos seus valores vale um.

Esta função de ativação foi utilizada na camada de neurônios de saída da Rn2 detalhada no capítulo 8.

E.2 FUNÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO DE DADOS

Para a Rn3, cujo objetivo principal é identificar a “qualidade” dos candidatos, os dados sofreram uma transformação antes de serem fornecidos à RN.

Pretendeu-se encontrar uma função com domínio no intervalo $[0,1]$ que acentuasse as diferenças de qualidade nos extremos do domínio; a diferença de qualidade entre dois candidatos com valores 1 e 0,9 – ou alternativamente entre dois candidatos com valores 0,1 e 0 – deve ser maior que a diferença de qualidade entre dois candidatos com valores 0,6 e 0,5. Ou seja, os valores da função derivada da função obtida devem ser maiores nos extremos do domínio.

Para tal, foi definida uma função de transformação de dados (δ) polinomial monótona não decrescente, com domínio e imagem no intervalo $[0,1]$, que atende as seguintes condições:

Condições:

$$\delta(0) = 0;$$

$$\delta(1) = 1;$$

$$\delta(0,5) = 0,5;$$

A função (δ) é definida, inicialmente como uma função polinomial de terceira ordem, apresentada em (E.4).

$$\delta(x) = \alpha \cdot x^3 + \beta \cdot x^2 + \gamma \cdot x + \varepsilon \quad (\text{E.4})$$

Quando x é igual a zero ($x=0$), $\delta(x)$ também deve valer zero ($\delta(x)=0$). Com isso, por meio da equação (E.4) tem-se que $\varepsilon=0$.

Além disso, quando x é igual a um ($x=1$), $\delta(x)$ também deve valer um ($\delta(x)=1$). Com isso, por meio da equação (E.4) tem-se a equação (E.5):

$$\alpha + \beta + \gamma = 1 \quad (\text{E.5})$$

Isolando γ , tem-se a equação (E.6):

$$\gamma = 1 - \alpha - \beta \quad (\text{E.6})$$

Quando x é igual a 0,5 ($x=0,5$), $\delta(x)$ também deve valer 0,5 ($\delta(x)=0,5$). Com isso, por meio da equação (E.4), tem-se a equação (E.7).

$$0,125\alpha + 0,25\beta + 0,5\gamma = 0,5 \quad (\text{E.7})$$

Substituindo (E.6) em (E.7), e isolando β , tem-se (E.8):

$$\beta = -1,5\alpha \quad (\text{E.8})$$

Substituindo (E.8) em (E.5), e isolando γ , tem-se (E.9):

$$\gamma = 1 + 0,5\alpha \quad (\text{E.9})$$

Por fim, para que a função seja monótona não decrescente, deve-se garantir que a derivada de δ seja positiva em todo o domínio. Substituindo (E.8) e (E.9) em (E.4), chega-se em (E.10):

$$\delta(x) = \alpha \cdot x^3 - 1,5\alpha \cdot x^2 + (1 + 0,5\alpha) \cdot x \quad (\text{E.10})$$

Consequentemente, a derivada de δ é dada por (E.11):

$$\delta'(x) = 3\alpha \cdot x^2 - 3\alpha \cdot x + 1 + 0,5\alpha \quad (\text{E.11})$$

A derivada de δ deve ser maior ou igual a zero em todo o domínio, conforme (E.12):

$$3\alpha \cdot x^2 - 3\alpha \cdot x + 1 + 0,5\alpha \geq 0 \quad (\text{E.12})$$

A função (E.11) tem concavidade para cima, o que faz com que o ponto de mínimo valor seja o ponto cuja derivada (δ'') vale zero, conforme (E.13) e, consequentemente, (E.14):

$$\delta''(x) = 6\alpha \cdot x - 3\alpha = 0 \quad (\text{E.13})$$

$$\delta''(x) = 3\alpha \cdot (2 \cdot x - 1) = 0 \quad (\text{E.14})$$

Isso mostra que, se α é igual a zero, a derivada segunda de (E.4) sempre vale zero, conforme (E.14); a função (E.4) para este caso representa uma função identidade ($\alpha=\beta=\varepsilon=0; \gamma=1$).

Por outro lado, se α é diferente de zero, o ponto em que x vale 0,5 é mínimo na função (E.11). Com x valendo 0,5, por meio da inequação (E.12) é possível verificar que (E.15) representa a condição que garante que a função (E.4) seja monótona não decrescente em todo domínio $[0,1]$.

$$0,75\alpha - 1,5\alpha + 1 + 0,5\alpha \geq 0 \quad (\text{E.15})$$

Consequentemente, o maior valor de α que faz com que a função $\delta(x)$ atenda aos requisitos desejados é quatro. Por isso, a inequação (E.16) deve ser sempre garantida.

$$\alpha \leq 4 \quad (\text{E.16})$$

É possível observar também que a derivada da função $\delta(x)$ no ponto em que x vale 0,5 é igual a zero.

Por fim, observa-se que o valor de $\delta'(x)$ é igual para x valendo zero e x valendo 1, conforme (E.17):

$$\delta'(0) = \delta'(1) = 1 + 0,5\alpha \quad (\text{E.17})$$

Com isso, a função de transformação de dados que atende todos os requisitos esperados é dada por (E.18):

$$\delta(x) = \alpha \cdot x^3 - 1,5\alpha \cdot x^2 + (1 + 0,5\alpha) \cdot x, \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ e } \alpha \leq 4 \quad (\text{E.18})$$

No capítulo 8 foram apresentadas as aplicações de três modelos de RNs em que as funções de transformação de dados com α valendo zero, dois e quatro foram aplicadas: as funções resultantes utilizadas na transformação dos dados de saída são representadas pelas equações (E.19), (E.20) e (E.21).

$$\delta(x) = x \quad (\text{E.19})$$

$$\delta(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x \quad (\text{E.20})$$

$$\delta(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3x \quad (\text{E.21})$$