JOSÉ CARLOS PENNA DE VASCONCELLOS

ESTUDO DE METODOLOGIA PARA VINCULAÇÃO E HOMOGENEIZAÇÃO DE REDES GEODÉSICAS GPS - IMPLEMENTAÇÃO DE UM PROGRAMA DE AJUSTAMENTO

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia.

São Paulo

2003

JOSÉ CARLOS PENNA DE VASCONCELLOS

ESTUDO DE METODOLOGIA PARA VINCULAÇÃO E HOMOGENEIZAÇÃO DE REDES GEODÉSICAS GPS - IMPLEMENTAÇÃO DE UM PROGRAMA DE AJUSTAMENTO

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Transportes

Orientador:
Prof. Dr. Denizar Blitzkow

São Paulo
2003

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 14 de maio de 2003.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Vasconcellos, José Carlos Penna de

Estudo de metodologia para vinculação e homogeneização de redes geodésicas GPS – implementação de um programa de ajustamento / José Carlos Penna de Vasconcellos. – ed.rev. – São Paulo, 2003.
194 p. + apêndices

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.

1.Redes geodésicas (Ajustamento) I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica Departamento de Engenharia de Transportes II.t.

É preciso lutar por um ideal. Essa é a minha meta. Não vou competir apenas por competir.
Vencer faz parte da minha filosofia.

Ayrton Senna

À minha família.

À Lúcia, minha esposa, cúmplice, e incansável cooperadora, aos meus filhos Carlos Alexandre e Patrícia, além de minha nora Viviane e meu genro André Luís e, em especial, ao pequeno João Pedro, meu neto, aos quais privei de grande parte de meu convívio, por estar me dedicando a este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, esse incansável Orientador, que me deu saúde e disposição para enfrentar este grande desafio.

À Faculdade de Engenharia da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, pela expectativa em mim depositada, liberando-me para a realização deste Curso.

Ao Departamento de Engenharia Cartográfica do Instituto Militar de Engenharia, pelas facilidades concedidas para que eu pudesse realizar este Curso.

Ao meu Orientador, dileto amigo, antigo professor e membro de minha banca de Mestrado, Prof. Dr. Denizar Blitzkow, pela orientação segura, pelo incentivo, pelas críticas sempre pertinentes, e pela confiança em mim depositada.

Ao Prof. Dr. João Francisco Galera Monico a quem muito devo pelas oportunas contribuições neste trabalho, apresentando diversas idéias em nossos encontros no GT2 e pelas críticas e sugestões citadas por ocasião do exame de qualificação.

Ao colega da Faculdade de Engenharia da UERJ Prof. Dr. Íris Pereira Escobar pelas trocas de idéias e pelas contribuições apresentadas no exame de qualificação.

Ao Prof. Dr. Jorge Pimentel Cintra pela amizade nascida nesta Escola em nossas reuniões de final de mês e pelo seu incentivo constante.

Ao Prof. Dr. Nicola Paciléo Netto pela amizade nascida nesta Escola, pelos conhecimentos transmitidos e pelo seu incentivo constante.

Aos colegas do Departamento de Engenharia Cartográfica da UERJ por permitirem meu afastamento para a realização deste doutoramento e pelo apoio a mim dedicado.

Ao Departamento de Geodésia do IBGE pela cessão dos dados da rede GPS do Estado de Santa Catarina e da RBMC utilizados nesta pesquisa.

Ao IBGE, nas pessoas de Sônia Maria Alves Costa, Marco Aurélio de Lima e Arlindo Simões Alcântara pelo treinamento ministrado sobre o uso do programa Bernese, e de Katia Duarte Pereira (Gerente do Projeto) e Écio Silva pela participação na campanha de observação da rede de Santa Catarina.

Ao jovem Capitão Engenheiro Militar Marcelo Soares Brisola pela paciência em iniciar-me nos mistérios da computação gráfica e pelo apoio prestado.

Aos amigos do PTR e colegas de doutorado Ilce de Oliveira Campos, Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos, Maria Cristina Barboza Lobianco, Maria Antonieta Rubião Rito de Freitas, Jorge Luiz Alves Trabanco, Régis Fernandes Bueno e Marcelo Antonio Nero pelas discussões, ajudas, incentivos constantes e principalmente pela amizade surgida pelo convívio.

A todos os funcionários do PTR pela presteza no atendimento e amizade revelados ao longo desses cinco anos de convivência.

Às funcionárias da Biblioteca da Engenharia Civil, Maria de Fátima da Silva Paiva e Sílvia Regina Saran Della Torre pela revisão e formatação da Lista de Referências e Bibliografia Recomendada e pela preparação da Ficha Catalográfica.

Em especial, agradeço ao colega e incondicional amigo Edvaldo Simões da Fonseca Junior. O professor Edvaldo, meu ex-aluno de graduação em Engenharia Cartográfica na Faculdade de Engenharia da UERJ, meu companheiro neste curso de doutoramento e eminente professor nesta Escola de Excelência, foi um eficiente colaborador ao nível de sugestões, de troca de idéias e de valiosos conhecimentos, o que muito me ajudou no trabalho de elaboração desta Tese.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para o êxito deste trabalho.

RESUMO

Usando o modelo de ajustamento apresentado por Schaffrin (2001), este trabalho apresenta uma metodologia para ajustamento de redes geodésicas GPS de densificação e extensão, a qual substitui com vantagem o tratamento clássico que utiliza um ajustamento livre seguido por uma "*transformação de Helmert*". A característica deste método é introduzir um procedimento estatisticamente ótimo, baseado no princípio dos mínimos quadrados, que permita ajustar a nova rede, vinculando-a a pontos fiduciais, e conectando-a a pontos de ligação com redes vizinhas de mesmo nível, considerados "*hierarquicamente superiores*" no processo. A técnica da "*propriedade reprodutora*" permite que esses pontos sejam ponderados em função das variâncias decorrentes de suas determinações, mas tenham suas coordenadas preservadas. Para a implementação dessa metodologia, foi desenvolvido um programa, em linguagem FORTRAN, que realiza o ajustamento vetorial da rede, utilizando o modelo paramétrico do método dos mínimos quadrados. O procedimento adotado consiste em fazer com que as variâncias dos pontos de injunção sejam introduzidas na nova rede, e que as coordenadas desses pontos, modificadas pelo ajustamento, sejam recuperadas. O programa apresenta também uma seqüência de testes que possibilitam a detecção, investigação e adaptação de possíveis erros encontrados.

PALAVRAS-CHAVE: densificação, redes geodésicas, ajustamento, GPS, propriedade reprodutora

ABSTRACT

By using the adjustment model presented by Schaffrin (2001), this work presents a methodology for the adjustment of GPS geodetic networks of densification and extension, which substitutes with advantage the classic treatment that uses a free net adjustment followed by a "*Helmert transformation*". The feature of this method is to introduce a statistically optimal procedure, based on least squares principle, that allows adjust the new network, linking it to fiducial points and connecting it to tie-points with same level neighbor networks, all of them considered "*hierarchically superior*" in the process. The "reproducing property" technique allows that these points were weighed up as a function of the variances obtained in the preliminary determination, but they have their coordinates preserved. For this methodology implementation, a software in FORTRAN language was developed for the network vectorial adjustment, by using the linear parametric model of least-squares method. The adopted procedure allows the constraint point variances to propagate in the new network, but afterwards the coordinates of these points, changed in the adjustment, are retrieved. The software presents a sequence of tests to detect, to investigate and to analyze possible encountered errors, too.

KEYWORDS: densification, geodetic networks, adjustment, GPS, reproducing property

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Definição do Sistema de Coordenadas WGS-84 13
Figura 2.2 - Estações GPS da rede IGS 17
Figura 2.3 - Estações da rede SIRGAS, campanhas de 1995 e 2000 20
Figura 2.4 - Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS 23
Figura 3.1 - Ilustração da ocorrência de multicaminho 35
Figura 3.2 - Vetores independentes e vetor trivial num quadrilátero originado por uma sessão de rastreamento com quatro receptores 44
Figura 3.3- Situação das bandas de freqüência do GPS e do GLONASS 47
Figura 3.4 - Estrutura dos sinais GPS civis após a modernização 48
Figura 4.1 - Observação radial 76
Figura 4.2 - Figuras com diferentes níveis de confiabilidade 77
Figura 6.1 - Pilar da rede GPS do Estado de Santa Catarina 108
Figura 6.2 - Configuração da rede do Estado de Santa Catarina 109
Figura 6.3 - Vetores processados da rede de Santa Catarina 114
Figura 6.4 - Vetores independentes da rede de Santa Catarina 115
Figura 6.5 - Elipse e barra de erro do vértice Blumenau-SC (ajustamento livre) 121
Figura 6.6 - Elipse e barra de erro dos vértices: Caçador-SC e Campos Novos-SC (ajustamento livre) 122
Figura 6.7 - Elipse e barra de erro dos vértices: Chapecó-SC e Criciúma-SC (ajustamento livre) 123
Figura 6.8 - Elipse e barra de erro dos vértices: Florianópolis-SC e Imbituba-SC (ajustamento livre) 124
Figura 6.9 - Elipse e barra de erro dos vértices: Itajaí-SC e Ituporanga-SC (ajustamento livre) 125
Figura 6.10 - Elipse e barra de erro dos vértices: Joinville-SC e Lages-SC (ajustamento livre) 126
Figura 6.11 - Elipse e barra de erro dos vértices: Mafra-SC e São Miguel d'Oeste-SC (ajustamento livre) 127
Figura 6.12 - Elipse e barra de erro dos vértices: Bituruna-PR e Clevelândia-PR (ajustamento livre) 128
Figura 6.13 - Elipse e barra de erro dos vértices: Francisco Beltrão-PR e PARA-RBMC) (ajustamento livre) 129
Figura 6.14 - Elipse e barra de erro do vértice Blumenau-SC (ajustamento com injunção mínima) 132
Figura 6.15 - Elipse e barra de erro dos vértices: Caçador-SC e Campos Novos-SC (ajustamento com injunção mínima) 133

Figura 6.16 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Chapecó-SC e Criciúma-SC (ajustamento com injunção mínima) 134
Figura 6.17 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Florianópolis-SC e Imbituba-SC (ajustamento com injunção mínima) 135
Figura 6.18 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Itajaí-SC e Ituporanga-SC (ajustamento com injunção mínima) 136
Figura 6.19 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Joinville-SC e Lages-SC (ajustamento com injunção mínima) 137
Figura 6.20 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Mafra-SC e São Miguel d'Oeste-SC (ajustamento com injunção mínima) 138
Figura 6.21 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Bituruna-PR e Clevelândia-PR (ajustamento com injunção mínima) 139
Figura 6.22 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Francisco Beltrão-PR e PARA-RBMC (ajustam^{to} com injunção mínima) 140
Figura 6.23 - Elipse e barra de erro do vértice Blumenau-SC
(ajustamento com injunção total) 143
Figura 6.24 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Caçador-SC e Campos Novos-SC (ajustamento com injunção total) 144
Figura 6.25 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Chapecó-SC e Criciúma-SC (ajustamento com injunção total) 145
Figura 6.26 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Florianópolis-SC e Imbituba-SC (ajustamento com injunção total) 146
Figura 6.27 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Itajaí-SC e Ituporanga-SC (ajustamento com injunção total) 147
Figura 6.28 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Joinville-SC e Lages-SC (ajustamento com injunção total) 148
Figura 6.29 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Mafra-SC e São Miguel d'Oeste-SC (ajustamento com injunção total) 149
Figura 6.30 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Bituruna-PR e Clevelândia-PR (ajustamento com injunção total) 150
Figura 6.31 - Elipse e barra de erro dos vértices:
Francisco Beltrão-PR e PARA-RBMC (ajustam^{to} com injunção total) 151

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Características das principais combinações de fase da portadora 47
Tabela 3.2 – Requisitos, em termos de acuracidade, para a realização de pousos na aviação civil 55
Tabela 4.1 – Matriz “D” para r=3, s=4, t=3 62
Tabela 4.2 – Matriz de transformação “T” para r=3, s=4, t=3 64
Tabela 4.3 – Matriz cofatora “DD^T” das duplas diferenças para r=3, s=4, t=3 67
Tabela 4.4 – Matriz cofatora “TDD^TT^T” das triplas diferenças para r=3, s=4, t=3 68
Tabela 4.5 – Matriz dos coeficientes (derivadas parciais para duplas diferenças) 71
Tabela 6.1 – Identificação das estações 110
Tabela 6.2 – Elementos das elipses de erro: ajustamento livre 120
Tabela 6.3 – Elementos das elipses de erro: ajustamento com injunção mínima 131
Tabela 6.4 – Elementos das elipses de erro: ajustamento com injunção total 142
Tabela 7.1 – Aplicação da propriedade reprodutora 153
Tabela 7.2 – Comparação com os resultados do IBGE 155

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AII = Accuracy Improvement Initiative

ARNS = Aeronautical Radionavigation Services

AS = Anti-Spoofing (Anti-fraude)

BIH = Bureau International de l'Heure

BIPM = Bureau International des Poids et Mésures

BIQUUE = Best Invariant Quadratic Uniformly Unbiased Estimate =
= melhor estimativa invariante quadrática uniformemente imparcial

Bloco IIF = 4ª geração de satélites GPS

Bloco IIR = 3ª geração de satélites GPS

BLUUE = Best Linear Uniformly Unbiased Estimate =
= melhor estimativa linear uniformemente imparcial

CARNET = Cartesian Network Adjustment Software

CAS = Controlled Access Service

CEBRAT-GPS = Centro Brasileiro de Consultoria e Treinamento em GPS

CESP = Centrais Elétricas do Estado de São Paulo

COD = Center of Orbit Determination (Europa)

Cross links = Dispositivo que permite comunicação entre os satélites

CTP = Conventional Terrestrial Pole

CTRS = Conventional International Reference System

DGFI = Deutsches Geodaetisches Forschungsinstitut

DIGSA = Diretores de Institutos Geográficos Sul-americanos

DMA = Defense Mapping Agency (substituída pela NIMA)

DoD = Department of Defense

DORIS = Doppler Orbitography and Radiolocation Integrated by Satellite (Sistema de satélite francês para determinação de órbitas de satélites e posicionamento, utilizando o efeito Doppler)

DoT = Department of Transportation

EC = European Commission

ECEF = Earth Centered, Earth Fixed

EGNOS = European Geostationary Navigation Overlay Service

EPUSP = Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

ESA = European Space Agency

EUA = Estados Unidos da América

EWL = Extra Wide Lane (Combinação linear das portadoras com comprimento de onda extra longo, de aproximadamente 5,8cm)

FAA = Federal Aviation Administration

FAGS = Federation of Astronomical and Geophysical Data Analysis Service

FDMA = Frequency Division Multiple Access

FK5 = Catálogo de Estrelas Fundamentais n° 5

FNMA = Fundação Nacional do Meio Ambiente

FTP = File Transfer Protocol

GAS = GPS Analysis Software

GBAS = Ground Based Augmentation System

GHOST = Geodetic Adjustment using Helmert Blocking of Space and Terrestrial Data

GLONASS = Global Navigation Satellite System (Rússia)

GNSS = Global Navigation Satellite System

GPS = Global Positioning System

GPS/JPO = GPS Joint Program Office (USAF)

GRS-80 = Geodetic Reference System of 1980

IAG = International Association of Geodesy

IAU = International Astronomical Union

IBGE = Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IBGE-DEGED = Departamento de Geodésia da Fundação IBGE

ICRF = IERS Celestial Reference Frame

IERS = International Earth Rotation Service

IGN = Institut Geographique National (Paris, França)

IGS = International GPS Service

IGSCB = International GPS Service Central Bureau

INPE = Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

INTERNET = Rede mundial de comunicações composta de diversas redes menores

IPGH = Instituto Pan-americano de Geografia e História

IPMS = International Polar Motion Service

IRM = IERS Reference Meridian

IRP = IERS Reference Pole

ITRF = IERS Terrestrial Reference Frame

ITU = International Telecommunication Union

IUGG = International Union of Geodesy and Geophysics

JPALS = Joint Precision Approach Landing System

JPL = Jet Propulsion Laboratory

LLR = Lunar Laser Ranging

LAAS = Local Area Augmentation System

MAINE-PAC = Programa de ajustamento desenvolvido pelo Dr. Alfred Leick da Universidade do Maine, EUA

MSAS = Japanese Multi-function Transportation Satellite Augmentation System (WAAS japonês)

MWL = Medium Wide Lane (Combinação linear das portadoras com médio comprimento de onda, de aproximadamente 0,75cm)

NASA = National Aeronautics and Space Administration

NAVSTAR = Navigation Satellite with Timing and Ranging

NGS = National Geodetic Survey

NIMA = National Imagery and Mapping Agency

NL = Narrow Lane (Combinação linear das portadoras com curto comprimento de onda, de aproximadamente 11,4cm)

NNSS = Navy Navigation Satellite System

OAS = Open Access Service

OMNI = Programa desenvolvido no NGS sob a supervisão do Dr. Gerard Mader

OSU = Ohio State University (USA)

PANIC = Program for the Analysis of Network using Interferometric Carrier Phase

PETROBRAS = Petróleo Brasileiro S. A.

PDD = Presidential Decision Directive

PPS = Precise Positioning Service

PTR = Departamento de Engenharia de Transportes (da EPUSP)

RBMC = Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo

RINEX = Receiver Independent Exchange

SA = Selective Availability (Disponibilidade Seletiva)

SBAS = Satellite Based Augmentation System

SABESP = Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo

SAD-69 = South American Datum of 1969

SD = Selective Denial (Proibição Seletiva)

SDEIM = Secretaria do Desenvolvimento Econômico e Integração ao Mercosul do Estado de Santa Catarina

SGB = Sistema Geodésico Brasileiro

SIRGAS = Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas

SLR = Satellite Laser Ranging

SPS = Standard Positioning Service

TRIMVEC-PLUS = Programa comercial desenvolvido e comercializado pela Trimble Navigation

TUC = Tempo Universal Coordenado

UFPR = Universidade Federal do Paraná

UNESP = Universidade Estadual Paulista

URSS = União das Repúblicas Socialistas Soviéticas

USA = United States of America

U S A F = United States Air Force

U S Army = United States Army

U S Navy = United States Navy

VE = Veículo Espacial

VLBI = Very Long Baseline Interferometry

VLS = Veículo Lançador de Satélites

WAAS = Wide Area Augmentation System

WAD = Wide Area Differential

WL = Wide Lane (Combinação linear das portadoras com longo comprimento de onda, de aproximadamente 86,4cm)

WGS - World Geodetic System

WWW = World Wide Web

SUMÁRIO

RESUMO
ABSTRACT
LISTA DE FIGURAS
LISTA DE TABELAS
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

1 INTRODUÇÃO 1
1.1 Antecedentes 1
1.1.1 Redes geodésicas GPS 2
1.1.2 Ajustamento das redes geodésicas GPS 3
1.2 Proposta de trabalho 4
1.3 Metodologia 4
1.4 Desenvolvimento do trabalho 5

2 REFERENCIAIS E REDES GEODÉSICAS 7
2.1 Referenciais 7
2.1.1 Serviço Internacional de Rotação da Terra (IERS) 9
2.1.2 Sistema de referência WGS-84 12
2.1.3 O Sistema Geodésico Brasileiro 13
2.2 Redes geodésicas 15
2.2.1 Rede mundial IGS 15
2.2.2 Rede continental americana 18
2.2.3 Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS 21
2.2.4 Redes estaduais 22

3 POSICIONAMENTO GEODÉSICO POR SATÉLITES ARTIFICIAIS 24
3.1 O Sistema de Posicionamento Global (GPS) 25
3.1.1 As observáveis GPS 26
3.1.1.1 Pseudodistância 26
3.1.1.2 Degradação da posição: AS e SA 28

3.1.1.3 Fase da onda portadora 29
3.1.2 Fontes de erro 32
3.1.2.1 Erro ionosférico 32
3.1.2.2 Erro devido ao ruído no receptor 33
3.1.2.3 Erro no segmento de controle 33
3.1.2.4 Multicaminho 34
3.1.2.5 Perdas de ciclos (cycle-slips) 34
3.1.2.6 Quantidade de satélites e período de duração das observações 36
3.1.3 Ambigüidades 36
3.1.4 Distribuição geométrica dos satélites: diluição da precisão (DOP) 40
3.1.5 Métodos de posicionamento 43
3.15.1 Posicionamento diferencial estático com solução em rede 43
3.1.6 Formato dos dados 45
3.1.7 Modernização do GPS 45
3.2 O GLONASS 51
3.2.1 Órbitas dos satélites 51
3.2.2 Sinais de navegação dos satélites 51
3.2.3 A mensagem de navegação 52
3.2.4 Solução das ambigüidades 52
3.2.5 Acuracidade do sistema e desenvolvimento futuro 53
3.3 Global Navigation Satellite System (GNSS) 53
3.3.1 GNSS-1 53
3.3.2 GNSS-2 55
3.4 Galileo 56
3.4.1 Algumas características do Galileo 56
3.4.2 Benefícios 57

4 AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES GPS 58
4.1 Conceito de ajustamento por mínimos quadrados 58
4.2 Posicionamento relativo estático 60
4.2.1 Equações de observação para dupla e tripla diferença 60
4.2.2 Ajustamento das observações (Processamento) 73

4.2.3 Detecção e correção das perdas de ciclo (cycle slips) 75

4.3 Ajustamento de redes 75

5 AJUSTAMENTO VETORIAL DE REDES GPS – PROGRAMAS IMPLEMENTADOS *78*

5.1 Densificação de redes 78

5.1.1 O modelo de densificação e tratamento ótimo 79

5.1.2 Aplicação da propriedade reprodutora 83

5.1.3 O procedimento 83

5.2 Considerações fundamentais 86

5.2.1 Planejamento, reconhecimento e monumentação da rede 86

5.2.2 Tipo de rede e método de observação 87

5.2.3 Vetores independentes 87

5.2.4 Ajustamento: confiabilidade e injunções 88

5.3 O programa “DATA” 89

5.4 O programa “DENSIFREDE” 90

5.4.1 Sub-rotinas utilizadas 91

5.4.2 Cálculo do ajustamento 91

5.4.3 Validação do ajustamento e detecção de erros grosseiros 97

5.4.4 Elipses e barras de erro 103

5.4.5 Estratégia de aplicação do programa 104

6 REDE GPS DO ESTADO DE SANTA CATARINA: ESTUDO DE CASO 106

6.1 Descrição da campanha de observação 108

6.2 Ligação com a RBMC: efemérides utilizadas 111

6.3 Procedimentos realizados 112

6.4 Ajustamento da rede 113

6.4.1 Preparação para o ajustamento 113

6.4.2 Diferentes alternativas de ajustamento 118

6.4.2.1. Ajustamento livre 119

6.4.2.2 Ajustamento com injunção mínima 130

6.4.2.3 Ajustamento com injunção total 141

7 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS 152

8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES 158
8.1 Conclusões 159
8.2 Recomendações 160
8.3 Perspectivas futuras 161

ANEXO A: EXEMPLO DE RELATÓRIO DE SAÍDA 163

ANEXO B: DERIVADAS PARCIAIS DA TRANSFORMAÇÃO "CART-GEO" 184

LISTA DE REFERÊNCIAS 187

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA 194

APÊNDICE I: PROJETO DE CONSTRUÇÃO DOS PILARES
APÊNDICE II: DADOS GPS NA INTERNET
APÊNDICE III: EFEMÉRIDES PRECISAS DO IGS

1 INTRODUÇÃO

1.1 Antecedentes

A concepção de uma obra de arte é sempre o resultado de uma grande síntese de conhecimento e do *"saber fazer"* no tocante às ciências fundamentais da Engenharia, às propriedades dos materiais - cuja oferta se renova rapidamente - e aos métodos e técnicas de concepção e construção. Dentro desses novos métodos e técnicas de concepção e construção, destacam-se as novas tecnologias de informação, os automatismos e os métodos espaciais de posicionamento geodésico.

Com o advento do posicionamento geodésico por satélite (posicionamento espacial) os sistemas geodésicos deixaram de ser *regionais*, assumindo um caráter *global*, devendo essa globalização impor uma conseqüente integração das redes geodésicas a nível mundial, continental e nacional.

Todos os países devem materializar sua própria rede geodésica, e aqueles de grande extensão territorial têm necessidade de densificá-la. Essa densificação normalmente é feita através da implantação de redes estaduais ou regionais, de modo a possibilitar a aquisição, domínio e utilização de novas tecnologias, tais como: o sensoriamento remoto, a automação cartográfica e o próprio posicionamento geodésico por satélite em apoio à Engenharia em geral.

A necessidade de implantação de redes geodésicas remonta de longa data. Anteriormente ao posicionamento por satélites artificiais, as redes geodésicas eram levantadas geometricamente utilizando-se basicamente teodolitos, aparelhos que mediam direções, que depois eram transformadas em ângulos. Posteriormente surgiram os distanciômetros, mas os primeiros eram de baixa precisão, não permitindo grande gama de utilização.

Os levantamentos partiam de um único ponto origem (*Ponto Datum*), a partir do qual era medida uma pequena base inicial, seguida por cadeias de triângulos sucessivos, os quais possuíam lados que chegavam a atingir 20 km de comprimento, ou mais. A densificação dessas redes era feita por meio das poligonações geodésicas de longo alcance.

Atualmente, com o posicionamento espacial, o ponto origem evoluiu para uma rede origem, a qual inicia-se com característica global, passando para

continental, chegando à regionalização, mantendo uma uniformidade de referência, já que o sistema geodésico de posicionamento espacial tem uma origem e orientação dos eixos bem estabelecidas.

Esse novo conceito de redes implica em que elas sejam implementadas por partes e com grandes distâncias entre os pontos, sendo posteriormente extendidas e densificadas, sem que a implantação de cada novo trecho modifique as coordenadas dos trechos já implantados.

1.1.1 Redes geodésicas GPS

Em termos mundiais, existe uma rede GPS conhecida pela sigla IGS que possui 6 (seis) estações na América do Sul, duas delas no Brasil, (Fortaleza e Brasília).

Iniciou-se na América do Sul o projeto SIRGAS, que estabeleceu uma rede de pontos de alta precisão com o GPS, com os objetivos de definir um sistema de referência para o continente sul-americano e estabelecer um *datum* geocêntrico. Posteriormente o projeto foi estendido a todo o continente americano.

No Brasil, está em operação, desde 1997, a RBMC, resultado de um convênio entre a EPUSP e a FNMA e da colaboração do IBGE-DEGED, que idealizou e detém a responsabilidade operacional da rede.

A implantação de redes estaduais, com as coordenadas de seus vértices vinculadas à RBMC, tem sido do interesse de órgãos governamentais e de entidades e empresas que necessitem de apoio geodésico para atividades de engenharia em geral, tais como a construção de estradas, de barragens, de cartas topográficas, de obras civis, de linhas de transmissão, etc. Os vértices da rede são materializados por pilares de concreto providos de dispositivo de centragem forçada. A distância média entre eles é da ordem de 50 a 100 km e, no pior caso, de até 150 km. Isto permite que os usuários disponham sempre de um vértice de partida a cerca de 50 a 75 km da área de levantamento, bastando assim dispor de receptores de apenas uma freqüência.

A primeira rede estadual GPS foi implementada em Pernambuco, em 1992.

A EPUSP, através do PTR, com a parceria do IBGE-DEGED e o apoio de algumas empresas, implantou a segunda rede estadual GPS, a *"Rede GPS do Estado de São Paulo"*, concluída em 1994, com 24 vértices.

O PTR acompanhou com interesse a implantação da *"Rede GPS do Estado do Paraná"*, composta de 20 vértices, realizada pela Secretaria de Estado do Meio Ambiente e Recursos Hídricos do Paraná com a colaboração do IBGE-DEGED.

Desde meados de 1998, o PTR, juntamente com a Secretaria de Estado do Desenvolvimento Econômico e Integração ao Mercosul de Santa Catarina, e contando com as colaborações do IBGE-DEGED e do CEBRAT-GPS, acompanhou o planejamento, a implantação e a realização das observações da *"Rede GPS do Estado de Santa Catarina"*, composta de 13 (treze) vértices e conectada à rede do Estado do Paraná através da observação de 3 (três) vértices contíguos.

Do ano 2000 para cá, foram implantadas as redes GPS dos estados do Rio de Janeiro, Espírito Santo, Mato Grosso e Minas Gerais, sendo esta última com a participação do PTR e com o apoio de diversas prefeituras municipais e de órgãos públicos estaduais.

Para os próximos anos, prevê-se o estabelecimento das redes dos estados do Rio Grande do Sul, Maranhão, Piauí, Ceará, Bahia e Mato Grosso do Sul.

1.1.2 Ajustamento das redes geodésicas GPS

Existem diversos métodos de utilização do Sistema de Posicionamento Global, tendo por princípio a medida das observáveis pseudodistância ou fase da onda portadora, seguida do ajustamento ou *processamento* dessas observáveis.

Após esse tratamento realizado com as observáveis, há necessidade de ajustar vetorialmente a rede, de modo a homogeneizá-la e vinculá-la a uma rede fiducial ativa ou passiva. Esse ajustamento é realizado utilizando o método dos mínimos quadrados aplicado a uma formulação matemática que proporcione um tratamento vetorial a pares de pontos da rede, observados numa única sessão de levantamento.

À medida que redes estaduais vão sendo implantadas, faz-se necessário sua vinculação àquelas já disponíveis, de modo que cada nova rede deva ser considerada uma "extensão" ou "densificação" das anteriores. Para tanto, por ocasião de seu planejamento, devem ser ocupados pontos das redes contíguas, de modo a gerar uma vinculação entre elas.

Um dos procedimentos clássicos para tratar da densificação de redes geodésicas consiste num ajustamento livre seguido por uma "transformação de

Helmert" com respeito aos pontos fiduciais utilizados como injunção, os quais devem ter suas coordenadas preservadas (Oliveira et al., 1997).

Schaffrin (2001) considera esse tratamento "não ótimo" porque não introduz na nova rede as variâncias decorrentes da própria determinação desses pontos fiduciais, e apresenta como alternativa um procedimento "ótimo", baseado no princípio dos mínimos quadrados, sem que as coordenadas desses pontos se alterem.

1.2 Proposta de trabalho

O presente trabalho propõe:

1. Investigar e desenvolver um algoritmo, que empregue o procedimento ótimo proposto por Schaffrin, na realização do ajustamento vetorial de redes geodésicas GPS de densificação e extensão, utilizando o modelo paramétrico linear do método dos mínimos quadrados;

2. Aplicar esse algoritmo, ajustando a rede geodésica GPS do Estado de Santa Catarina, vinculando-a à RBMC e conectando-a à rede contígua, já existente, do Estado do Paraná.

1.3 Metodologia

Para a realização do estudo da metodologia proposta decidiu-se pela implantação de um programa de computador que realizasse o ajustamento pretendido, que teve os seguintes passos:

1. O desenvolvimento de um programa, em linguagem FORTRAN, que considerasse, além dos princípios fundamentais de ajustamento, os conceitos que devem nortear a elaboração do projeto de construção da rede, tais como: o tipo de rede, a subdivisão dessa rede em figuras geométricas, vetores independentes, confiabilidade, tipo de processamento e injunções;

2. Esse programa foi instruído com o procedimento estatisticamente ótimo apresentado por Schaffrin (2001), de modo a permitir o ajustamento de uma nova

rede de densificação ou extensão, vinculando-a a pontos fiduciais e conectando-a a redes contíguas já ajustadas, pela ligação vetorial de alguns de seus pontos com os fiduciais e com os mais próximos dessas redes vizinhas, preservando as coordenadas desses pontos (considerados hierarquicamente superiores), mas levando à nova rede as variâncias existentes em suas prévias determinações;

3. O programa foi dotado de recursos tais que possibilitassem a execução dos ajustamentos livre e injuncionado, permitindo uma análise estatística de qualidade através da realização de testes de hipótese conhecidos como "Teste do Qui-quadrado", e que possibilitassem também a detecção, investigação e adaptação de possíveis erros encontrados, através do Teste dos Resíduos Padronizados.

1.4 Desenvolvimento do trabalho

Para o desenvolvimento deste trabalho foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre referenciais, redes, posicionamento geodésico por satélites artificiais e ainda uma revisão das técnicas de ajustamento livre e injuncionado, bem como dos critérios de análise de resultados. Os Capítulos 2, 3 e 4 materializam essa pesquisa bibliográfica.

Assim, no Capítulo 2 são apresentados, de forma resumida, os conceitos fundamentais que se constituem na direção geral deste trabalho: os conceitos de referenciais, sistemas de referência, padrões e redes geodésicas.

No Capítulo 3 são mostradas as técnicas de posicionamento geodésico por satélite, abordando principalmente aquela que mais interessa às propostas do presente trabalho, mostrando a situação atual do sistema GPS e suas possibilidades de modernização. Também são apresentados os sistemas GLONASS e GALILEO.

No Capítulo 4 são abordados os fundamentos do ajustamento pelo método dos mínimos quadrados. São apresentados aspectos do ajustamento das observações de satélites (processamento) e do ajustamento de redes geodésicas GPS, que é a direção específica do trabalho.

Os capítulos subseqüentes apresentam o escopo principal da Tese, materializando o desenvolvimento dos trabalhos de implementação e pesquisa.

No Capítulo 5 é apresentado o Programa que realiza o ajustamento vetorial de redes geodésicas GPS de extensão ou densificação, descrevendo o modelo matemático da metodologia proposta, as possibilidades, as sub-rotinas utilizadas, a manipulação dos dados e os desenvolvimentos matemáticos utilizados nas diversas fases de cálculo e de testes.

O Capítulo 6 apresenta, como estudo de caso, a rede GPS do Estado de Santa Catarina, discorrendo sobre os trabalhos de anteprojeto e projeto da campanha de observação, configurações, cronograma operacional, ligações, processamento e resultados da estratégia de aplicação do método proposto nessa rede.

O Capítulo 7 realiza a validação da metodologia proposta, mostrando a eficiência da técnica da propriedade reprodutora, e a eficácia do programa de cálculo comparando os resultados obtidos com aqueles fornecidos pelo IBGE.

Por fim, constam do Capítulo 8 as conclusões e recomendações a respeito da metodologia proposta, bem como algumas perspectivas para desenvolvimentos futuros.

2 REFERENCIAIS E REDES GEODÉSICAS

O estabelecimento de redes geodésicas com o GPS implica no conhecimento de diversos conceitos relacionados com os sistemas e as redes de referência, com as técnicas espaciais de observação e com os procedimentos de vinculação de diferentes sistemas de coordenadas. Sem a intenção de esgotar o assunto e deixando uma lista bastante completa de referências bibliográficas, neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais nos quais se baseiam os procedimentos desenvolvidos neste trabalho. Essa apresentação é feita de modo resumido, visto que os assuntos cobertos se encontram largamente difundidos na literatura técnica específica. Ao leitor que se interessar por maiores detalhes, sugere-se a leitura das referências que serão citadas na seqüência.

Inicialmente apresentam-se os referenciais celestes e terrestres, sistemas de referência, padrões e transformação de sistemas. Detalhes são encontrados em Gemael (1981), McCarthy (1992 e 1996), Costa et al (1999), Fortes et al (1993), Oliveira (1998), Oliveira et al (1995) e SIRGAS (1997).

Posteriormente são apresentadas as redes geodésicas mundial, sul-americana, nacional (RBMC) e estaduais. Maiores detalhes são encontrados em Blitzkow et al (1993), Cintra et al (1991), Fonseca Junior (1996), Fonseca Júnior et al (1997), Fortes & Godoy (1991), Monico (1995), Segantine (1995) e Vasconcellos et al (1999).

2.1 Referenciais

Antes do advento do posicionamento por satélite, os sistemas geodésicos já se baseavam em um modelo matemático como forma da Terra (o elipsóide de revolução), porém adaptado a uma região específica da superfície terrestre (país ou continente), ou seja, com caráter *regional*. Com a adoção das técnicas de posicionamento espacial, esses sistemas geodésicos regionalizados estão tendendo para um sistema geocêntrico assumindo um caráter *global*.

Os corpos celestes, e obviamente também a Terra, em geral não são estáticos, estando sujeitos a deslocamentos no espaço e também a deformações. Alguns desses fenômenos dinâmicos são:

- deslocamento no espaço:
- rotação e translação,
- deslocamento do eixo de rotação,
    - comportamento dinâmico do sistema Terra-Lua,
    - movimentos dos planetas e satélites;

- deformações:
- movimentos tectônicos das placas litosféricas,
    - marés oceânicas e terrestres,
    - efeitos de carga sobre a crosta.

O estabelecimento de um referencial é dividido em duas partes: o Sistema de Referência (Reference System) e a Rede de Referência (Reference Frame), que indicam a definição *conceitual* e a *materialização*, respectivamente. Por outro lado, o estudo qualitativo e quantitativo dos fenômenos dinâmicos exige o estabelecimento

de um *referencial conveniente*. Oliveira (1998) equacionou etapas racionais para o estabelecimento desse referencial conveniente, e enumerou-as assim: *conceito, definição, materialização e densificação*, contidas em dois espaços: *abstrato* e *físico*.

Pertencentes ao espaço abstrato, a **concepção** (ou idealização) evidencia o princípio conceitual que se pretende atingir com o sistema, e a **definição** (ou convenção) estipula a estrutura, processos, dados e informações necessários para correlacionar os espaços abstrato e físico.

Pertencentes ao espaço físico, a **materialização** (ou realização) traduz a aplicação dos modelos matemáticos, das metodologias de medição e dos cálculos que atendam ao especificado nas fases de concepção e definição, concretizando um conjunto de estações de referência, e a **densificação** representa a extensão que deve ganhar a materialização do sistema, de maneira a torná-lo mais acessível aos usuários.

Três associações internacionais diretamente interessadas têm envidado esforços na conceituação, na definição e na materialização de referenciais necessários. São elas: a IAG, a IAU e a IUGG. A densificação tem ficado por conta de organizações nacionais e locais.

Serviços de âmbito internacional foram criados para auxiliar nas pesquisas e fornecer referenciais cada vez mais precisos. O IGS e o IERS são exemplos desses serviços.

2.1.1 Serviço Internacional de Rotação da Terra (IERS)

O IERS, estabelecido em 1987, é um dos membros da FAGS (Federation of Astronomical and Geophysical Data Analysis), e começou a operar em 01 Jan 1988. Esse serviço substituiu o IPMS e a Sessão de Rotação da Terra do BIH. As demais atividades do BIH continuaram sob a responsabilidade do BIPM.

O IERS é responsável pelas seguintes funções (McCarthy, 1996):

a) definição e manutenção de um *sistema de referência terrestre convencional* baseado em estações que realizam observações utilizando técnicas de alta precisão em Geodésia Espacial;

b) definição e manutenção de um *sistema de referência celeste convencional* baseado em fontes de rádio extragaláticas (quasares), e a relação do mesmo com outros sistemas de referência celestes;
c) determinação dos parâmetros de rotação da Terra conectando estes sistemas, as coordenadas terrestres e celestes do pólo e o tempo universal;
d) organização das atividades operacionais para observação, análise, coleta e armazenamento dos dados e resultados;
e) disseminação dos resultados para os atuais e para os potenciais usuários.

2.1.1.1 Sistema de Referência IERS

O sistema de referência IERS compõe-se de duas partes: os **Padrões** IERS e os **Referenciais** IERS.

a) Padrões IERS

Os padrões IERS constituem-se num conjunto de constantes e modelos utilizados pelos Centros de Coordenação de VLBI, LLR, SLR, GPS e pela Agência Central, todos órgãos da estrutura organizacional do IERS. Os Centros de Coordenação são responsáveis pelo desenvolvimento e organização das atividades necessárias a cada técnica para cumprir com os objetivos do IERS. A Agência Central faz a combinação dos vários dados coletados e divulga à comunidade em geral informações apropriadas tais como: parâmetros de orientação da Terra, velocidade da luz, achatamento terrestre, precessão, nutação, etc. Esses padrões são publicados pelo IERS através de Boletins Anuais (McCarthy, 1992).

b) Referenciais IERS

A era espacial, após algumas décadas de estudos e análises, concluiu sobre a importância de dois referenciais: o *Referencial Celeste* e o *Referencial Terrestre*.

As coordenadas do Referencial Celeste consistem na ascensão reta e na declinação de corpos celestes expressas num sistema cuja origem é o baricentro do sistema solar. O Referencial Terrestre acompanha a Terra em seu movimento de rotação em torno de seu próprio eixo e de translação em torno do Sol, tendo sua origem no centro de massa da Terra.

Após sua criação, em 1987, o IERS, como membro da FAGS, definiu os referenciais Terrestre e Celeste, materializando-os por uma série de estações fiduciais, sítios terrestres ou fontes compactas de rádio extragalácticas cujas coordenadas são estabelecidas com precisão.

1º) Referencial Celeste IERS

O ICRS (IERS Celestial Reference System) tem como origem o baricentro do sistema solar, como já foi mencionado, e as direções dos eixos fixadas em relação aos quasares. Em cumprimento a uma recomendação da IAU sobre sistemas de referência, o ICRS é realizado pelo ICRF (IERS Celestial Reference Frame) definido pelas coordenadas equatoriais, para a época J2000,0 de objetos extragalácticos a partir de observações de VLBI. As direções são consistentes com as do FK5, e permanecerão fixas no espaço, independente da modelagem do movimento dos astros do sistema solar. O plano primário é próximo do equador médio em J2000,0, tendo como modelo de precessão aquele definido pela reunião da IAU de 1976, e de nutação o definido na reunião de 1980 da mesma IAU. Finalmente, a origem da ascensão reta (eixo X) deve ser próxima do equinócio dinâmico à época J2000,0, consistente com o valor convencional do FK5 de $12^h\ 29^m\ 06{,}6997^s$ em J2000,0 (McCarthy, 1996).

2º) Referencial terrestre IERS

O ITRS (IERS Terrestrial Reference System) é um sistema geocêntrico com escala e direções especificadas pela Resolução nº 2 da IUGG adotada na XX Assembléia Geral em 1991. As realizações do ITRS são produzidas pelo IERS sob a sigla ITRF-yy, (IERS Terrestrial Reference Frame – yy) sendo *"yy"* os dois últimos dígitos do último ano cujos dados foram usados na formação do sistema. Cada ITRF compõe uma realização do ITRS. Os ITRF-yy são materializados através de um catálogo de coordenadas e respectivas velocidades, publicado anualmente pelo IERS em suas *"Technical Notes"*, para um conjunto de estações (McCarthy, 1996).

No Capítulo 3 do *"IERS Technical Notes 21"*, McCarthy (1996) diz que um Sistema de Referência Terrestre Convencional pode ser realizado através de uma

"estrutura de referência" ("reference frame"), ou seja, *um conjunto de coordenadas para uma rede de estações*.

O ITRS é usado para analisar conjuntos individuais de quaisquer das técnicas (VLBI – *Very Long Baseline Interferometry*, SLR – *Satellite Laser Ranging*, LLR – *Lunar Laser Ranging*, GPS – *Global Positioning System*, DORIS – *Doppler Orbitography and Radiolocation Integrated by Satellite*) ou a combinação de soluções individuais visando um conjunto unificado de informações (coordenadas de estações, parâmetros de orientação da Terra, etc). De acordo com McCarthy (1996), o ITRS satisfaz aos seguintes critérios:

- é geocêntrico, sendo o centro de massa definido pela Terra Total, o que inclui os oceanos e a atmosfera;
- sua escala é aquela de um referencial terrestre no sentido relativístico da teoria da gravitação;
- sua orientação é aquela inicialmente definida pelo BIH em 1984;
- sua evolução em orientação no tempo não deve criar rotação global residual com relação à crosta, ou seja, ao movimento tectônico das placas litosféricas.

O ITRS é fixo à Terra, e esta, por sua vez, apresenta deformações causadas pelo movimento das placas tectônicas, pelas marés terrestres e outras perturbações. Daí vem a necessidade de atualizações periódicas, e a cada novo ITRF realizado, deve-se associar a época à qual as coordenadas estejam referidas (McCarthy, 1996).

2.1.2 Sistema de Referência WGS-84

O Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América do Norte (DoD) através do NIMA (antigo DMA) vem produzindo, nos últimos 40 (quarenta) anos, uma série de produtos nas áreas de cartografia, geodésia, gravimetria e outras. A fim de referenciar seus produtos em um sistema único, o NIMA definiu Sistemas Geodésicos Mundiais, os WGS, com quatro versões, o WGS-60, o WGS-66, o WGS-72 e, finalmente, o WGS-84 (Bueno, 1995).

O WGS-84 é um Sistema Terrestre Convencional. Sua definição segue os critérios delineados para o ITRF por McCarthy (1996). É um sistema ortogonal de

coordenadas, dextrógiro, fixo à Terra, conforme pode ser visto na Figura 2.2, tendo sua origem e eixos assim definidos (NIMA WGS-84 Update Committee, 1997):

Origem: Centro de massa da Terra;
Polar primária (eixo Z): A direção do IRP (Pólo de Referência do IERS). Esta direção corresponde à direção do CTP/BIH (Polo Terrestre Convencional definido pelo BIH) à época 1984,0, com uma incerteza de 0,005";
Polar secundária (eixo X): Interseção do IRM (Meridiano de Referência do IERS) com o plano passante pela origem e normal ao eixo Z. O IRM é coincidente com o Meridiano de Referência definido pelo BIH, à época 1984,0, com uma incerteza de 0,005";
Polar terciária (eixo Y): Completa um sistema ortogonal de coordenadas ECEF (centrado na Terra, fixo à Terra) e dextrógiro (mão direita).

A origem do Sistema de Coordenadas WGS-84 também serve como centro geométrico do elipsóide GRS-80, e o eixo Z serve como eixo de rotação deste elipsóide de revolução.

Parâmetros do elipsóide: semi-eixo maior: a = 6.378.137,0 ± 2 metros,
achatamento: f = $3{,}35281066475 \times 10^{-3}$
excentricidade quadrada: e^2 = 0,00669437999

2.1.3 O Sistema Geodésico Brasileiro

Sistema Geodésico Brasileiro é o conjunto de pontos geodésicos materializados no território brasileiro, ao qual estão referidas todas as informações espaciais do Brasil, quaisquer que sejam sua finalidade.

O *datum* planimétrico adotado atualmente por resolução do IBGE é o SAD-69 (South American Datum – 1969) e o *datum* altimétrico é fornecido pelo marégrafo de Imbituba (SC).

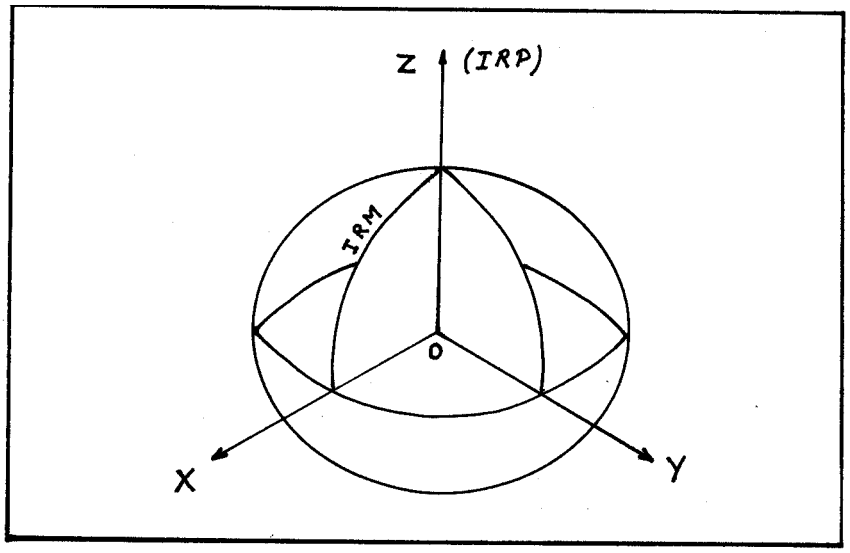


Fig. 2.1: Definição do Sistema de Coordenadas WGS-84

2.1.3.1 SAD-69

O SAD-69 é um referencial geodésico estabelecido a partir de levantamentos geométricos realizados na década de 60, com a finalidade de servir a todos os países da América do Sul. Na sua concepção, cuidou-se para que o elipsóide de referência fosse definido e orientado o mais próximo possível do geóide, e foram realizados estudos gravimétricos para escolher o ponto origem do datum em local de perturbação mínima, tendo sido escolhido o vértice Chuá, no município de Uberlândia (MG).

A definição do SAD-69 é a seguinte:

- origem quase geocêntrica, sendo a origem do terno cartesiano determinada pela imposição de secância entre o geóide e o elipsóide no ponto escolhido como origem do datum na superfície;
- eixos cartesianos paralelos aos do CTRS;
- o elipsóide é o de referência de 1967, cujos parâmetros são:

- semi-eixo maior: a = 6378160,0 metros,
- achatamento: f = 1/298,25;

- coordenadas do vértice Chuá:

$\varphi = 19^o\ 45'\ 41{,}6527''$ S,

$\lambda = 48^o\ 06'\ 04{,}0639''$ W,

h = 0 metros;

- azimute verdadeiro da direção de referência Chuá-Uberaba:

$Az = 271^o\ 30'\ 04{,}05''$ no sentido SWNE;

- ondulação geoidal:

N* = 0 metros;

- componentes do desvio da vertical:

$\varepsilon = -0{,}31''$,

$\eta = 3{,}59''$.

A primeira realização do SAD-69 foi feita através de cadeias de triangulação e trilateração, tendo sido o ajustamento da rede planimétrica feito por áreas, e mantendo fixas as estações já ajustadas em áreas adjacentes. O mesmo procedimento foi adotado posteriormente na densificação.

Em 1996 foi feito novo ajustamento da rede, incluindo observações GPS. Esse novo ajustamento foi feito através do programa GHOST, que permite a introdução de diferentes tipos de observações. Oliveira (1998) denominou essa nova realização de SAD-69/96, a qual manteve a mesma definição do sistema, os mesmos parâmetros e as mesmas injunções iniciais.

2.2 Redes geodésicas

A tecnologia GPS tem provocado uma verdadeira revolução nos métodos de determinação de coordenadas, causando grande impulso às ciências geodésicas e provocando pesquisas que alcançaram resultados importantes. A rapidez da evolução da tecnologia de posicionamento por satélites, desde o antigo TRANSIT ao atual GPS provocou o surgimento de diversas técnicas que possibilitaram mais agilidade e maior precisão no posicionamento para a cartografia, a navegação, os

estudos geodinâmicos, o monitoramento de grandes estruturas e diversas outras aplicações em Engenharia e áreas afins.

Diante dessa poderosa ferramenta, os geodesistas vislumbraram um antigo sonho: o de integrar de forma homogênea a geodésia de todos os continentes. Assim, surgiram diversas redes: mundial, continentais, nacionais e regionais, sendo estas últimas o motivo deste estudo.

O Brasil ensaiou pela primeira vez em 1993 o estabelecimento de uma Rede Nacional Preliminar GPS, aproveitando-se os dados de diversas campanhas nacionais e internacionais nas quais se envolveu durante os anos de 1991 e 1992 (Pereira, 1993). Essa rede constituiu-se das estações: Chuá, Brasília, Cuiabá, Fortaleza, Imbituba, Paraná, Presidente Prudente, Recife, Rio de Janeiro e São Paulo. A estação de referência escolhida para a rede foi Chuá, por ser a origem do sistema SAD-69.

2.2.1 Rede mundial IGS

A criação da rede IGS teve sua concepção em 1989. A idéia inicial era, na época, atender à demanda de usuários do GPS, *pertencentes à comunidade geofísica*. Os programas, porém, não eram utilizados em sua potencialidade plena por não serem completamente compreendidos. As análises dos resultados não estavam referenciadas ao mesmo padrão, tornando não confiáveis as interpretações geodinâmicas. Motivação ainda maior foi a geração de efemérides precisas, parâmetros de orientação da Terra e informações da deriva dos relógios dos satélites do sistema GPS.

Ainda em 1989, em Edimburgo, foi criado o Comitê de Planejamento do IGS e, após vários encontros, o grupo foi formalizado em 01 de fevereiro de 1991. Na época, mais de cem instituições científicas e governamentais mostraram-se interessadas em participar, seja com estações de observação, seja fazendo parte do centro de análise ou do centro de dados. Foi proposto como Agência Central o JPL da NASA e, como coordenador dos centros de análise a OSU. Na 20ª Assembléia Geral da IUGG, em Viena, o Comitê de Planejamento do IGS foi reestruturado e renomeado para Comitê de Campanha IGS, o qual passou a organizar os eventos subsequentes, tais como Campanhas de Testes e dois Simpósios.

Essa seqüência de eventos teve por finalidade o estudo de rotinas de determinação de órbitas de alta precisão e dos parâmetros de rotação da Terra, servindo para verificar se as estações propostas possibilitavam uma cobertura mundial. Os resultados obtidos superaram as expectativas (Fonseca Júnior, 1996).

Após a Campanha de Testes ocorreram ainda mais dois Encontros. No 3º Encontro do Comitê de Campanha ficou definido o futuro do IGS e estabeleceu-se o Serviço Piloto IGS, que marcou oficialmente o seu início. No 4º Encontro, em Berna, decidiu-se pelo estabelecimento oficial do mesmo a partir de 01 de janeiro de 1994 (IGSCB, 2002).

A rede IGS é composta atualmente por quase 400 (quatrocentas) estações GPS de dupla freqüência espalhadas pelo mundo, operando vinte e quatro horas do dia, mais de 12 (doze) Centros Operacionais Regionais, 7 (sete) Centros de Dados Globais e diversos Centros de Análise. O JPL mantém o Sistema de Informações e garante o acesso aos produtos e informações IGSCB. Um mapa da rede pode ser visto na Figura 2.2.

Os produtos gerados pelos Centros de Análise são:

1. Efemérides de satélites GPS assim disponibilizadas:

a) Órbitas ultra-rápidas, disponíveis para uso em tempo real, com precisão aproximada de 25cm e 7ns;

b) Órbitas rápidas, disponíveis com um atraso de apenas dezessete horas, com precisão da ordem de 5cm e 0,2ns;

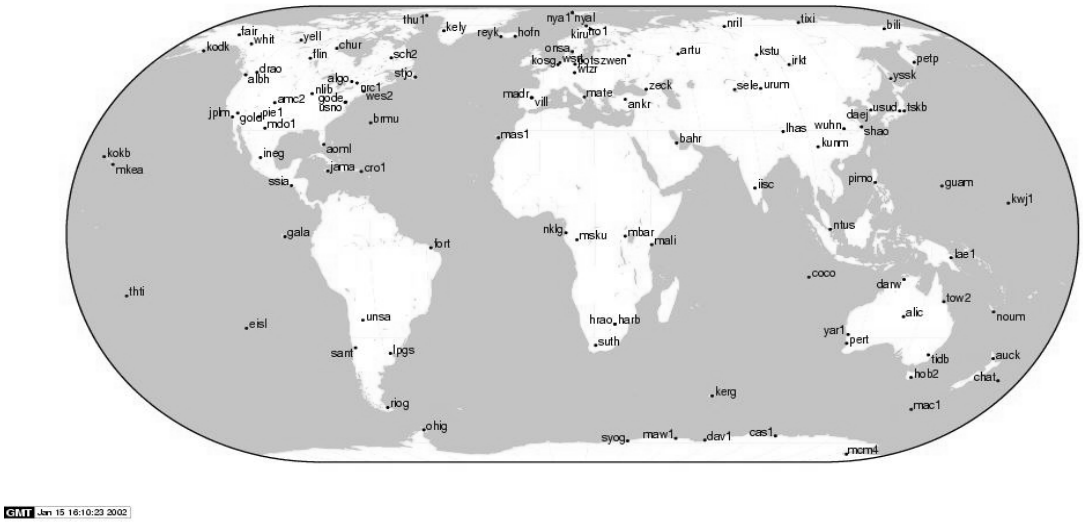
c) Órbitas finais, disponíveis semanalmente e precisão melhor do que 5cm e 0,1ns, sendo o produto IGS de mais alta qualidade;

2. Parâmetros de rotação da Terra;
3. Coordenadas e velocidades das estações IGS;
4. Informações acerca dos relógios dos satélites e das estações IGS.

A acuracidade desses produtos atende aos seguintes objetivos científicos (IGSCB, 2002):

- melhorar o(s) ITRF(s);
- monitorar as informações da Terra sólida;
- monitorar a rotação da Terra;

- monitorar as variações do nível dos oceanos, das camadas de gelo, etc;
- calcular refinamentos para as efemérides precisas;
- monitorar a ionosfera.



Fonte: IGSCB, 2002.

Fig. 2.2: Estações GPS da rede IGS

2.2.2 Rede continental americana

Além da rede mundial, cuja densidade de estações é baixa, torna-se necessário estabelecer redes continentais. O Projeto SIRGAS foi iniciado na Conferência Internacional para definição de um *datum* geocêntrico para a América do Sul, ocorrida de 04 a 07 de outubro de 1993, em Assunção, Paraguai, a convite das seguintes entidades: IAG, IPGH e NIMA. Esta Conferência teve a participação de representantes de cada uma das entidades patrocinadoras e de quase todos os países sul-americanos. Na mesma Conferência foram criados dois grupos de trabalho denominados: I – “Sistema de Referência” e II – “Datum Geocêntrico”, e ficaram definidos os objetivos do Projeto (SIRGAS - Relatório Final, 1997):

- definir um sistema de referência para a América do Sul;
- estabelecer e manter uma rede de referência;
- definir e estabelecer um *datum* geocêntrico.

As metas a serem atingidas foram:

- alcançar os objetivos definidos em 1997, em coincidência com a Assembléia Científica da Associação Internacional de Geodésia, excetuando-se a manutenção, que tem caráter permanente;
- promover e coordenar os trabalhos, de cada país sul-americano, destinados a lograr os objetivos definidos;
- estabelecer uma rede de pontos de alta precisão com o Sistema de Posicionamento Global (GPS), de acordo com os objetivos da Resolução n° 2 da X Reunião de Diretores de Institutos Geográficos Sul-americanos (DIGSA) celebrada em La Paz, Bolívia, em 1993;
- concentrar inicialmente a atenção no *Datum Horizontal*; e
- facilitar a conexão das redes preexistentes.

As atividades do Projeto SIRGAS foram projetadas no sentido da adoção no continente de uma rede de referência de precisão compatível com as técnicas modernas de posicionamento, principalmente as associadas ao sistema GPS. Considerando a proliferação no uso do GPS, referir estes novos levantamentos a uma estrutura geodésica existente, implantada basicamente pela utilização dos métodos clássicos (triangulação, poligonação, trilateração, etc.) e cuja precisão é pelo menos dez vezes pior que a fornecida facilmente com o GPS, implicaria, no mínimo, em desperdício de recursos. Além disso, a multiplicidade de sistemas geodésicos clássicos, adotados pelos países sul-americanos, dificultava a solução de problemas tecnicamente simples, tais como, a definição de fronteiras internacionais. A adoção do ITRF como sistema de referência comum garante a homogeneização de resultados internamente ao continente e permite uma integração consistente com as redes dos demais continentes, contribuindo cada vez mais para o desenvolvimento de uma Geodésia Global (SIRGAS - Relatório Final, 1997).

Com vistas aos objetivos anteriormente citados, as atividades executadas pelos Grupos de Trabalho foram as seguintes:

O Grupo de Trabalho I foi responsável pelo estabelecimento do sistema de referência. Para este propósito, organizou uma campanha GPS continental, realizada

de 26 de maio a 04 de junho de 1995, cujas estações são apresentadas na Figura 2.3. O processamento dos dados da rede estabelecida durante a campanha foi executado independentemente pelo DGFI e pela NIMA. Detalhes sobre as atividades do Grupo de Trabalho I podem ser encontrados no Capítulo 2 do Relatório Final do SIRGAS, 1997.

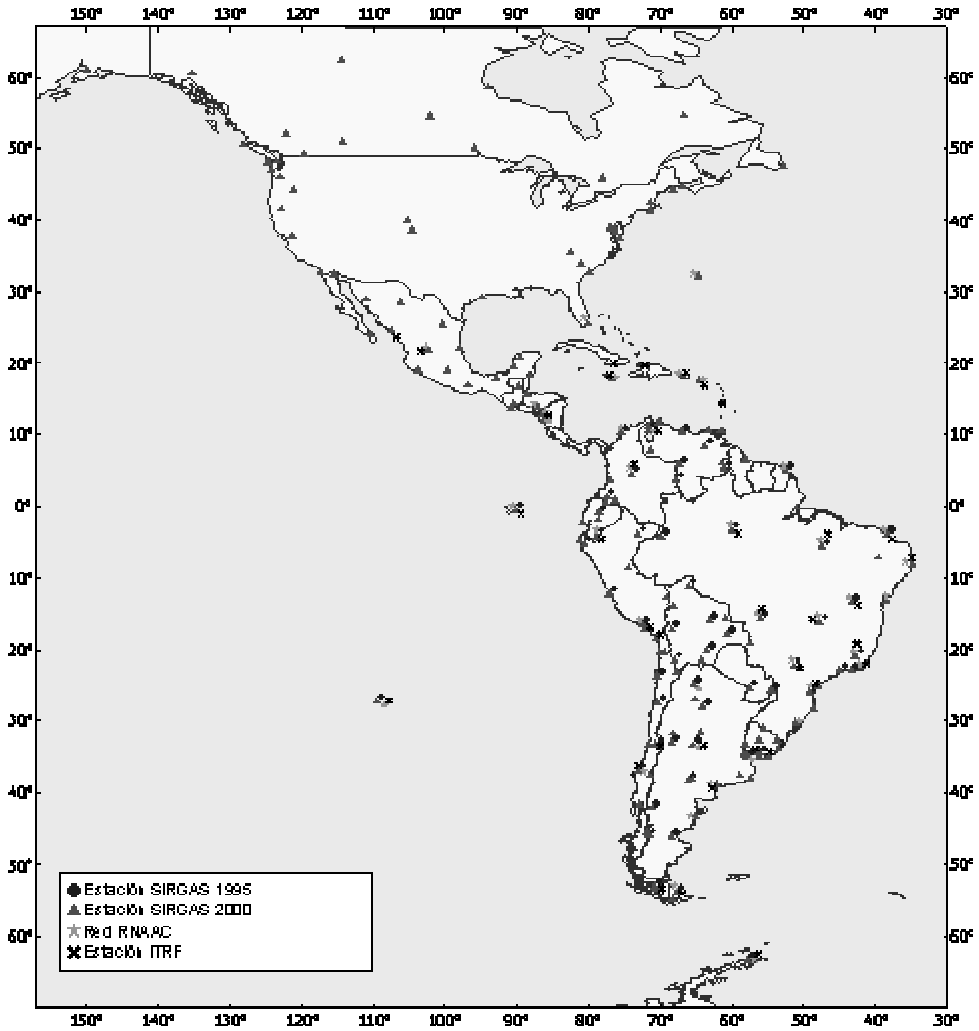
O Grupo de Trabalho II foi encarregado de coordenar a integração das redes geodésicas nacionais de cada país sul-americano à estrutura de referência SIRGAS. Detalhes sobre suas atividades são fornecidos no Capítulo 3 do Relatório Final do SIRGAS.

Em setembro de 1997, na cidade do Rio de Janeiro, durante a realização da Assembléia Científica da IAG, foram apresentados os resultados oficiais da rede de referência continental, assim como a situação da integração das redes geodésicas nacionais de cada país a esta estrutura. Nesta mesma ocasião, foi criado o Grupo de Trabalho III "Datum Vertical", com o objetivo de definir e estabelecer um sistema de referência vertical unificado para o continente e de conectar as redes altimétricas existentes ao novo datum (Fortes, 2000).

De 10 a 19 de maio de 2000 foi realizada a Campanha GPS SIRGAS 2000, programada em conjunto pelos Grupos de Trabalho I e III, a qual possuia dois objetivos:

- repetir a primeira campanha GPS, realizada em 1995, com vistas a suportar o cálculo de velocidades das estações da rede de referência SIRGAS;
- coletar dados GPS para as atividades do Grupo de Trabalho III.

Esta campanha teve a participação da América do Norte, Central e Caribe, estabelecendo uma rede geodésica que cobre o continente americano de norte a sul. Com esta inclusão, passou a sigla SIRGAS a significar: *"Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas"*.



Fonte: Instituto Geográfico Militar do Chile, 2001.

Fig. 2.3: Estações da rede SIRGAS, campanhas de 1995 e 2000.

No período de 17 a 20 de outubro de 2000, o IBGE realizou no Rio de Janeiro o "I Seminário sobre Referencial Geocêntrico no Brasil". Nesta oportunidade, foi estabelecido um Plano de Migração para implementar esse referencial geocêntrico, para que o SIRGAS possa ser futuramente adotado como um novo Sistema Geodésico de Referência.

O IBGE, evidentemente, detém como encargo a coordenação geral desse plano, e foram criados oito Grupos de Trabalho para estudar e viabilizar essa migração, considerando os aspectos técnicos (geodésicos, geofísicos e geodinâmicos), além daqueles econômicos e legais, e dos impactos causados na Cartografia.

2.2.3 Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS

Desde 1991, o IBGE, em cumprimento à sua missão institucional, que compreende o estabelecimento e a manutenção das estruturas referentes ao SGB, vem desenvolvendo o projeto para implantação da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema de Posicionamento Global. A concepção inicial foi descrita por Fortes e Godoy (1991), tendo posteriormente sofrido modificações, passando inclusive a contar com a participação da FNMA e da EPUSP/PTR (Fonseca Júnior, 1996).

A rede ainda se encontra em evolução, pretendendo-se aumentar a quantidade de estações, objetivando uma distância entre as mesmas de 1500km na região amazônica e de 500 a 1000km em outras regiões. A Figura 2.4 apresenta a versão mais atual da RBMC, mostrando em azul as estações do IBGE, em vermelho as do SIVAM (Sistema de Vigilância da Amazônia) e em verde as da CEMIG (Companhia de Eletricidade de Minas Gerais).

Para sua implantação foram escolhidos locais em dependências de instituições públicas. Cada estação foi materializada por um pilar de concreto provido de um dispositivo para centragem forçada desenvolvido pelo próprio IBGE especialmente para a RBMC. Nessa escolha foram consideradas as “especificações e normas gerais para levantamentos GPS”, destacando-se as seguintes (IBGE, 1994a e 1994b):

- ausência de obstruções acima de 10° do plano do horizonte;
- ausência de superfícies que possam causar multicaminhos;
- ausência de fontes geradoras de ondas eletromagnéticas com freqüências semelhantes àquelas utilizadas pelo GPS.

Além dessas normas e especificações, foram observados os seguintes requisitos de caráter estrutural e logístico de modo a garantir a perenidade da estação: acesso restrito; segurança permanente; disponibilidade de uma dependência próxima provida de energia elétrica para a operação do receptor e uma linha telefônica para

possibilitar a transmissão dos dados e o controle remoto do receptor pelo Centro de Controle (Fortes e Godoy, 1991).

O Centro de Controle da RBMC está sediado nas dependências do IBGE, na cidade do Rio de Janeiro, exercendo todo o controle operacional da Rede.

2.2.4. Redes estaduais

A implantação de redes estaduais tem sido do interesse de órgãos governamentais e de entidades e empresas que necessitem de apoio geodésico para obras de engenharia em geral. A distância média entre os pontos dessas redes é da ordem de 50 a 100 km (podendo chegar a 150 km no pior caso). Os vértices são materializados por pilares de concreto com dispositivo de centragem forçada. Isto permite que os usuários disponham sempre de um vértice de partida a cerca de 50 a 75 km da área de levantamento, bastando assim dispor de receptores de apenas uma freqüência e obter erros inferiores a 10 cm (2 ppm) (Vasconcellos et al, 1999a).

Assim como na RBMC, a escolha dos locais das estações deverá considerar as “especificações e normas gerais para levantamentos GPS” publicadas pelo IBGE, e em dependências de instituições públicas, pelos mesmos motivos já citados na Seção 2.2.3.

Os estados de Pernambuco, São Paulo, Paraná, Santa Catarina, Rio de Janeiro, Espírito Santo, Mato Grosso e Minas Gerais já implantaram suas redes. O estado de Mato Grosso do Sul está em fase de implantação. Os estados Rio Grande do Sul, Piauí, Maranhão, Ceará e Bahia pretendem implantá-las brevemente.

Como a rede GPS do estado de Santa Catarina será utilizada para aplicação e estudo da metodologia proposta, detalhes quanto à realização da campanha de observação, metodologia da medição, processamento, e ajustamento, serão abordados no Capítulo 6.

Fonte: IBGE (atualizada).

Fig. 2.4: Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS.

3 POSICIONAMENTO GEODÉSICO POR SATÉLITES ARTIFICIAIS

A concepção da navegação utilizando sinais de rádio enviados por satélites artificiais teve origem com o lançamento do SPUTNIK I, da União Soviética, ocorrido em 1957. Cientistas do Laboratório de Física Aplicada da Universidade John Hopkins perceberam o efeito Doppler nas transmissões de rádio do SPUTNIK I e, subseqüentemente, descobriram que a medida da variação do efeito Doppler era comparável à medida da variação da distância entre as fontes emissora e receptora dos sinais. A partir daí, ocupando pontos com coordenadas conhecidas, conseguiram determinar a órbita do satélite. Mais tarde demonstrou-se que a técnica poderia ser utilizada ao reverso, ou seja, a posição do receptor poderia ser determinada a partir de observações da variação do efeito Doppler se as órbitas dos satélites fossem conhecidas. O resultado foi a concepção de um método de navegação (Vasconcellos, 1995).

A Marinha dos Estados Unidos da América, que sempre trabalhou na busca e no desenvolvimento de técnicas de navegação, principalmente em alto mar, propôs à Agência de Projetos de Pesquisas Avançadas que explorasse a técnica Doppler para desenvolver um sistema de navegação. Esse sistema ficou conhecido como NNSS (Navy Navigation Satellite System), o qual evoluiu até ser desativado em setembro de 1993, para dar lugar ao novo sistema denominado GPS (Global Positioning System). Esse sistema de posicionamento, atualmente em operação, foi desenvolvido pela NASA sob os auspícios e coordenação do Departamento de Defesa Norte-americano, e permite a navegação em tempo real e o posicionamento geodésico de pontos com elevada precisão, desde que sejam utilizadas metodologias adequadas para cada caso (Vasconcellos, 1995).

Neste capítulo são apresentados os antecedentes, a evolução, e as perspectivas do Sistema de Posicionamento Global (GPS) e descritas as técnicas de posicionamento geodésico por satélites artificiais. São também apresentados os sistemas GLONASS e GALILEO. Descrições mais detalhadas são encontradas em Blitzkow (1998), Bueno (1995), IBGE (1994a), IBGE (1994b), Kovalevsky et al

(1989), Langley (1999), Leick (1994), Leick & Blitzkow (1992) e (1993), Leick et al (1998), McDonald (1999), Monico (2000a e 2000b), Santos (2000), Seeber (1993), Segantine (1995), Vanicek & Krakiwsky (1986), Vasconcellos (1995), Vasconcellos & Andrade (1999) e Wells (1986).

3.1 O Sistema de Posicionamento Global (GPS)

O Sistema de Posicionamento Global (GPS) conta com uma constelação de 24 satélites (mais 3 reservas) distribuídos em 6 órbitas distintas e inclinadas de 55° com o equador, tendo seus nodos ascendentes espaçados de 60° sobre esse plano. Cada órbita contém 4 satélites espaçados de 90°. Com esta configuração, em qualquer lugar sobre a superfície da Terra, ou próximo a ela, haverá um mínimo de 4 satélites acima do horizonte 24 horas por dia. Os satélites ficam a uma altura aproximada de 20.000 km, e as órbitas têm um período de 12 horas siderais.

Os sinais emitidos pelos Veículos Espaciais (VE) são caracterizados por um certo número de componentes todas baseadas numa freqüência fundamental de 10,23 MHz controlada por osciladores atômicos de césio e de rubídio. Os satélites transmitem dois sinais, L1 e L2, com as seguintes freqüências e comprimentos de onda respectivos:

$$\omega_1 = 154 \times 10{,}23 = 1575{,}42 \text{ MHz, e } \lambda_1 = 19{,}05 \text{ cm;}$$

$$\omega_2 = 120 \times 10{,}23 = 1227{,}60 \text{ MHz, e } \lambda_2 = 24{,}45 \text{ cm.}$$

Os diferentes tipos de modulações sobrepostas a estas portadoras podem ser traduzidos pelas equações:

$$L1(t) = A_P\, P_i(t)\, D_i(t) \cos[\omega_1 + \Phi(t)] + A_G\, G_i(t)\, D_i(t)\, sen[\omega_1 + \Phi(t)] \qquad (3.1a)$$

e

$$L2(t) = B_P\, P_i(t)\, D_i(t) \cos[\omega_2 + \Phi(t)], \qquad (3.1b)$$

onde: A_P, B_P = amplitude do código P;

A_G = amplitude do código C/A;

$P_i\,(t)$ = seqüência do código P com valores ± 1;

$G_i\,(t)$ = seqüência do código C/A com valores ± 1;

$D_i\,(t)$ = fluxo de dados com valores ± 1;

ω_1, ω_2 = freqüências de L1 e L2;

$\Phi(t)$ = fase considerada.

As duas portadoras são moduladas em fase, com distinção entre as fases cossenoidal e senoidal, por uma função degrau. A fase cossenoidal de ambas as portadoras é modulada por uma seqüência de pulsos (da função degrau) conhecida como *Código P* (preciso ou protegido) e representado nas Equações 3.1a e 3.1b por "$P_i(t)$". O código P é gerado por um algoritmo que se repete a cada 267 dias. Observado ao longo deste período a seqüência não apresenta nenhuma simetria, razão pela qual se denomina "*pseudo-aleatória*". Cada satélite transmite um segmento específico de 7 dias do código P. Isto caracteriza cada VE permitindo que se selecione um satélite particular para rastrear entre os que estão acima do horizonte. Às 0^h TU (Tempo Universal) das noites de sábado para domingo é reiniciada em cada satélite a geração de seu segmento do código P. A freqüência do código P é de 10,23 MHz (Blitzkow, 1998).

É impossível a um receptor varrer rapidamente o comprimento de 7 dias do código P de modo a sintonizá-lo. Para tanto, o satélite transmite uma informação complementar, chamada código HOW (Hand-Over Word), a qual permite conhecer um intervalo específico do código transmitido naquele instante. Esta informação é modulada junto com o código C/A.

A fase senoidal da portadora L1 é modulada por uma seqüência de pulsos da função degrau, chamada código C/A (Clear Access), representada na Equação 3.1a por "$G_i(t)$". O código C/A é gerado pelo *algoritmo de Gold* em cada satélite, repete-se a cada 1 milisegundo e tem uma freqüência de 1,023 MHz (Blitzkow, 1998).

3.1.1 As observáveis GPS

As observáveis básicas do GPS que possibilitam a determinação de posição, velocidade e tempo, segundo Seeber (1993) podem ser classificadas em:

- Pseudodistância, a partir do código;
- Fase da onda portadora ou diferença de fase da onda portadora.

3.1.1.1 Pseudodistância

Conhecendo-se os códigos, P ou C/A, e de posse dos dados transmitidos, realiza-se a medição das distâncias "estação-satélite" e, dessa forma, determinam-se as coordenadas da estação receptora, realizando-se, assim, o posicionamento. Para tanto, o receptor, tendo o relógio perfeitamente sincronizado com o relógio do satélite, deve gerar uma réplica do sinal (código) transmitido pelo mesmo, tal como é feito com qualquer receptor de rádio-freqüência.

O sinal gerado é deslocado (atrasado) no tempo e comparado com o sinal recebido até se obter uma correlação (alinhamento) máxima entre os mesmos. O intervalo de tempo necessário para atingir essa máxima correlação corresponde ao tempo de propagação do sinal transmitido entre o satélite e o receptor, o qual, multiplicado pela velocidade da luz (velocidade de propagação do sinal), resulta numa grandeza freqüentemente denominada de *pseudodistância*, por não traduzir a verdadeira distância geométrica estação-satélite. Existem três fatores que afetam esta determinação: primeiramente não é possível obter uma perfeita sincronização entre os relógios da estação e do satélite; além disso, existem atrasos na propagação do sinal através da atmosfera (ionosfera e troposfera); finalmente há uma falta de sincronização dos relógios nos diversos satélites.

A relação entre a pseudodistância "$R_i(t)$" e a distância real "$\rho_i(t)$" é a seguinte:

$$R_i(t) = \rho_i(t) + c.\Delta t_{A(i)} + c.(\Delta t_u - \Delta t_{s(i)}), \quad i = 1, 2, 3, ..., n \text{ satélites} \qquad (3.2)$$

sendo:

$\rho_i(t) = [(Xs_i(t) - X)^2 + (Ys_i(t) - Y)^2 + (Zs_i(t) - Z)^2]^{1/2}$;

c = velocidade da luz no vácuo;

Δt_A = atraso devido à atmosfera (ionosfera + troposfera);

Δt_u = erro de sincronização do relógio do receptor;

Δt_s = correção do relógio dos satélites.

Os dados transmitidos pelos satélites permitem calcular as coordenadas cartesianas dos mesmos e os parâmetros de correção do relógio de bordo. Os atrasos devidos à ionosfera e à troposfera são calculados a partir dos seus modelos matemáticos de correção. Desse modo, são calculadas as coordenadas cartesianas da estação de rastreio e o erro de sincronização do relógio do receptor (Blitzkow, 1998).

Esta é a aplicação básica do GPS, a qual pode utilizar indistintamente o código P ou C/A. A escolha de um ou outro código tem características distintas. Devido à freqüência mais alta, o código P fornece mais precisão na determinação da distância e, em conseqüência, das coordenadas. Por outro lado, mesmo que se pretenda utilizar somente o código P, é sempre necessário discriminar inicialmente o código C/A a partir do código HOW, para que se obtenha uma correção adequada para o efeito da refração ionosférica. O código C/A, por sua vez, além da freqüência mais baixa, o que aumenta a indefinição do tempo de percurso satélite-estação, é transmitido somente numa portadora. Isto impede de corrigir adequadamente o atraso devido à refração ionosférica (Blitzkow, 1998).

3.1.1.2 Degradação da posição: AS e SA

O GPS é um sistema de navegação de responsabilidade do Departamento de Defesa norte-americano (DoD) e considerado de interesse nacional para os Estados Unidos. Daí a condição inicial para o seu desenvolvimento ter sido limitar o acesso à sua precisão total, colocando-a disponível ou não para os usuários.

O serviço que cuida da disponibilidade do sistema para a comunidade civil é o Serviço de Posicionamento Padrão - SPS, enquanto que o serviço que cuida da disponibilidade para os usuários autorizados é o Serviço de Posicionamento Preciso - PPS.

A intenção inicial do DoD foi restringir o código P para o uso civil codificando a palavra HOW. A idéia evoluiu e o DoD decidiu encriptar o código P sobrepondo ao mesmo uma nova modulação, o código Y. É o que se conhece por AS (Anti-Spoofing) ou Anti-Fraude. Isto faz com que o código P não possa ser utilizado nas aplicações civis em geral; somente usuários autorizados podem ter acesso ao código quando o AS está ativo. O AS foi ativado definitivamente em 31 Out 1994. Outra finalidade do AS é impedir que alguém com intuito de perturbar o sistema gere e transmita o código P de algum ponto na superfície da Terra ou fora dela e que nada tenha a haver com a posição de um satélite, resultando numa coordenada totalmente espúria do observador.

O DoD julgava que o AS fosse suficiente para conseguir a limitação da precisão. Entretanto, mesmo com ele ligado, o posicionamento com o código C/A

ainda produzia uma posição com precisão de cerca de 20 a 40 metros. Esta situação ocasionou o surgimento de um novo programa para degradação da precisão chamada de SA (Selective Availability) ou Disponibilidade Seletiva. Os efeitos da SA introduzem erros na medida da pseudodistância. A SA foi utilizada pela primeira vez em 23 de março de 1990 e foi implementada no SPS em novembro de 1991 (Vasconcellos, 1995).

Um Decreto do Presidente da República dos EUA, de 01 de maio de 2000, determinou que a SA fosse descontinuada a partir da zero hora de 02 de maio (TUC), deixando assim o sinal no código C/A de sofrer degradação, a qual era obtida por manipulação dos dados relativos às efemérides dos satélites ou por desestabilização sistemática do relógio do satélite.

Baseado na disposição preliminar do DoD de limitar o uso do código P e considerando que o código C/A, mesmo com a SA descontinuada, não atende às necessidades geodésicas, a comunidade científica estudou outras alternativas. Com a experiência do sistema NNSS e do VLBI não foi difícil imaginar uma técnica que fizesse uso da portadora (Blitzkow, 1998).

3.1.1.3 Fase da onda portadora

A alternativa de uso da portadora consiste em efetuar medidas na freqüência de batimento no método conhecido por "*fase de batimento da portadora*". A palavra "portadora" é empregada, nesse caso, para indicar que a fase é medida sobre ela e não sobre o código.

A *observável básica* do método de fase de batimento da portadora GPS é uma medição da diferença de fase entre o sinal de referência gerado pelo oscilador do receptor e o sinal por este recebido, transmitido pelo satélite, enquanto que a *observável desejada* é o número completo de ciclos da portadora mais a fração de ciclo existente entre as antenas de um satélite e de um receptor.

As duas principais dificuldades nas medidas da fase da freqüência de batimento da portadora envolvem o "*problema da ambigüidade*". A primeira delas está relacionada à obtenção do número inicial de ciclos inteiros da onda portadora contidos na distância entre o satélite e o receptor no instante inicial da observação, e a segunda diz respeito a eventuais perdas de ciclo, isto é, à perda da contagem dos

ciclos inteiros durante o rastreio. Perdas de ciclo ocorrem quando o sinal do satélite é obstruído de algum modo, não sendo possível rastreá-lo durante o tempo em que a obstrução persistir (Blitzkow, 1998). Esses assuntos serão abordados com maiores detalhes na Sessão 3.1.2.5.

A medida de fase Φ_j^i é realizada continuamente, e está baseada em um alinhamento do sinal do relógio do receptor com o sinal do satélite, mas sem o conhecimento do número inteiro de ciclos que representaria a perfeita sincronização de fase.

A Equação 3.3, conhecida na literatura como modelo da *"pura fase"* representa a medida de fase Φ_j^i, tendo por incógnitas, além das coordenadas cartesianas do receptor, $\Phi^i(T)$, $\Phi_j(T)$ e N_j^i:

$$\Phi_j^i = \Phi^i(T) - \Phi_j(T) - (f/c)\rho_j^i + N_j^i - (f/c)\delta A_j^i, \qquad (3.3)$$

onde:

Φ_j^i = fase da freqüência de batimento da portadora obtida no j-ésimo receptor para o i-ésimo satélite;

T = instante em que o sinal transmitido pelo satélite chega ao receptor;

$\Phi_j(T)$ = fase do sinal gerado pelo j-ésimo receptor no instante T;

$\Phi^i(T)$ = fase do sinal transmitido pelo i-ésimo satélite, recebido no receptor no instante T;

f = freqüência da portadora;

c = velocidade de propagação do sinal;

$\rho_j^i(T)$ = distância geométrica entre as antenas do i-ésimo satélite e o j-ésimo receptor no instante T;

N_j^i = número inteiro de ciclos no instante inicial T_0 (ambigüidade);

δA_j^i = efeito conjunto das refrações ionosférica e troposférica.

A dificuldade para resolver a Equação 3.3 devido ao incremento do número de incógnitas para cada satélite observado levou a comunidade geodésica ao desenvolvimento de modelos matemáticos baseados em combinações lineares de observações, inspirados nas técnicas aplicadas em VLBI. Esses modelos e combinações lineares são apresentados a seguir.

a) Simples diferença de fase

Este modelo consiste em aplicar a Equação 3.3 a dois receptores *A* e *B* sintonizados no mesmo satélite "*i*", possibilitando a remoção dos efeitos dos erros associados com o relógio do satélite e uma expressiva redução dos erros causados pelas refrações ionosférica e troposférica, desde que a distância entre os receptores seja pequena (≅ 100 km).

O modelo expresso pela Equação 3.4 indica a remoção dos efeitos dos erros citados, mas ainda permanece um maior número de incógnitas do que de equações. A simples diferença de fase possibilita também uma redução nos erros causados pela incerteza na posição do satélite determinada pelos parâmetros orbitais transmitidos (Blitzkow, 1998):

$$\Phi^i_{AB} = \Phi^i_B - \Phi^i_A = \Phi_{AB}(T) + (f/c)\,\rho^i_{AB} + N^i_{AB} + (f/c)\,\delta A^i_{AB}, \qquad (3.4)$$

onde:

$\Phi_{AB}(T) = \Phi_A(T) - \Phi_B(T)$;

$\rho^i_{AB}(T) = \rho^i_A - \rho^i_B$;

$N^i_{AB} = N^i_A - N^i_B$;

$\delta A^i_{AB} = \delta A^i_A - \delta A^i_B$.

b) Dupla diferença de fase

O modelo da dupla diferença de fase consiste em aplicar o modelo da simples diferença de fase a dois satélites "*i*" e "*k*", possibilitando a remoção dos erros provenientes dos relógios do satélite e do receptor e, assim como no caso anterior, uma expressiva redução dos efeitos causados pela refração e pelos parâmetros orbitais.

$$\Phi^{ik}_{AB} = \Phi^k_{AB} - \Phi^i_{AB} = N^{ik}_{AB} + (f/c)\,\rho^{ik}_{AB} + \delta A^{ik}_{AB} \qquad (3.5)$$

onde:

$N^{ik}_{AB} = N^k_{AB} - N^i_{AB}$;

$\rho^{ik}_{AB}(T) = \rho^k_A - \rho^k_B - \rho^i_A + \rho^i_B$;

$\delta A^{ik}_{AB} = \delta A^{k}_{A} - \delta A^{k}_{B} - \delta A^{i}_{A} + \delta A^{i}_{B}$.

c) Tripla diferença de fase

O modelo da tripla diferença de fase consiste em aplicar o modelo da dupla diferença de fase a dois instantes T_1 e T_2. Este modelo mostra-se isento de qualquer ambigüidade, e, assim como o modelo anterior, possibilita uma expressiva redução dos efeitos dos erros na atmosfera e nos parâmetros orbitais.

Em resumo, as simultâneas diferenças contribuem na solução do problema reduzindo o número de incógnitas dos subseqüentes modelos matemáticos e eliminando ou minimizando o efeito dos erros sistemáticos, criando, porém, uma dificuldade, pois aumentam sucessivamente as correlações (Blitzkow, 1998).

$$\Phi^{jk}_{AB}(T_{1,2}) = \Phi^{jk}_{AB}(T_2) - \Phi^{jk}_{AB}(T_1) =$$
$$= (f/c)[\rho^{jk}_{AB}(T_2) - \rho^{jk}_{AB}(T_1)] - (f/c)[\delta A^{ik}_{AB}(T_2) - \delta A^{ik}_{AB}(T_1)], \qquad (3.6)$$

onde:

$\rho^{jk}_{AB}(T_2) = \rho^{k}_{A}(T_2) - \rho^{k}_{B}(T_2) - \rho^{j}_{A}(T_2) + \rho^{j}_{B}(T_2)$;

$\rho^{jk}_{AB}(T_1) = \rho^{k}_{A}(T_1) - \rho^{k}_{B}(T_1) - \rho^{j}_{A}(T_1) + \rho^{j}_{B}(T_1)$;

$\delta A^{ik}_{AB}(T_2) = \delta A^{k}_{A}(T_2) - \delta A^{k}_{B}(T_2) - \delta A^{i}_{A}(T_2) + \delta A^{i}_{B}(T_2)$;

$\delta A^{ik}_{AB}(T_1) = \delta A^{k}_{A}(T_1) - \delta A^{k}_{B}(T_1) - \delta A^{i}_{A}(T_1) + \delta A^{i}_{B}(T_1)$.

3.1.2 Fontes de erro

Conforme já foi citado, em 02 de maio de 2000 a SA foi removida, melhorando a precisão ao nível de 10 a 30 metros, mas evidentemente persiste no sistema algum erro. A maior parte do erro residual é o resultado dos efeitos do retardamento de grupo na propagação na ionosfera. Tais efeitos variam consideravelmente dependendo da hora do dia, da estação do ano e das atividades solares (McDonald, 1999).

3.1.2.1 Erro ionosférico

O erro de atraso na propagação na ionosfera pode ser efetivamente removido pelo uso da correção ionosférica por dupla-freqüência. O governo norte-americano concedeu autorização para incorporar um segundo código civil em L2 e um terceiro

na banda dos Serviços de Radionavegação Aeronáuticos (ARNS) com 1176,45 MHz de freqüência nos VE do *futuro Bloco II F* (4ª geração de VE) ou até antes. A correção ionosférica destes sinais pode elevar a precisão para posicionamento de pontos isolados, ao nível de 5 a 10 metros, e até melhor (McDonald, 1999).

Uma explicação para a expressão assinalada "*futuro Bloco II F*" encontra-se na Sessão 3.1.7.

3.1.2.2 Erro devido ao ruído no receptor

A quantidade de canais paralelos disponíveis nos equipamentos, o ruído no receptor, a suscetibilidade ao multicaminho e os erros inerentes ao próprio receptor influenciam na precisão dos receptores GPS. O número de canais num receptor GPS corresponde ao número máximo de satélites que podem ser rastreados simultaneamente. O ideal é que o número de canais seja grande o bastante para proporcionar um rastreamento contínuo de todos os satélites "*visíveis*", de modo a permitir sempre a melhor geometria.

Embora o ruído num receptor de código C/A convencional (com auxílio da portadora) seja equivalente a um erro de distância de cerca de 1 metro, os erros de ruído no código para receptores com correlator estreito de código C/A pode estar abaixo de 10 centímetros. Erros de implementação são usualmente pequenos ou negligenciáveis. O desempenho de um receptor, com ruído ao nível de 10 centímetros a 1 metro, é considerado bom, entretanto, as medições precisas de fase da portadora são tipicamente muito melhores, ao nível equivalente de ruído de 0,5 milímetros (McDonald, 1999).

3.1.2.3 Erro no segmento de controle

O segmento de controle do Sistema de Posicionamento Global determina a qualidade dos dados de tempo e dos elementos orbitais dos satélites. Estes dados são injetados na memória dos computadores de bordo dos satélites e então periodicamente transmitidos aos usuários na mensagem de dados GPS. Aquelas informações e outras afetam diretamente a precisão da posição do usuário. Aperfeiçoamentos recentes no segmento de controle proporcionam precisão das

efemérides ao nível de 1 a 2 metros, e estão previstas injeções de dados nos satélites com maior freqüência.

Está planejado pela agência americana encarregada do sistema, o NIMA, o acréscimo de 6 (seis) estações à rede de rastreamento contínuo, o que vai significar uma melhoria dos dados orbitais dos satélites. No período de 10 anos (entre 2000 e 2010), espera-se precisão submétrica das efemérides, e essa precisão melhorará a distância receptor-satélite ao decímetro (McDonald, 1999).

3.1.2.4 Multicaminho

O multicaminho é o erro que afeta o posicionamento quando o sinal chega ao receptor após refletir-se em outras superfícies. Ele normalmente ocorre perto de grandes superfícies refletoras, tais como: espelhos d'água, superfícies metálicas, paredes, telhados, etc., conforme ilustrado na Figura 3.1. O sinal GPS resultante do multicaminho ocasiona imprecisão quando da determinação da posição da estação.

O impacto do erro produzido pelo multicaminho afeta tanto as medidas de fase da onda portadora como as de pseudodistância, sendo que nestas a variação apresenta ordem de magnitude várias vezes maior. O erro máximo também será proporcional ao comprimento de onda. Quanto maior a freqüência, maior será o erro máximo.

É possível reduzir o sinal refletido pelo uso de antenas construídas de modo a receber somente sinais polarizados circularmente à direita, forma de polarização do sinal GPS. Como o sinal refletido tem sua polarização invertida, teoricamente todos os sinais refletidos uma única vez, ou um número ímpar de vezes, seriam rejeitados pela antena. Porém isso não ocorre na prática, onde apenas parte dos sinais polarizados circularmente à esquerda são *atenuados*. Essa técnica deve então ser associada a um outro tipo de proteção como, por exemplo, o uso de antenas do tipo *choke ring*. Trata-se de uma antena com um plano de terra que contém uma série de anéis concêntricos com altura de cerca de ¼ do comprimento de onda da portadora L1. Essa composição faz desse tipo de antena um dos melhores para a proteção ao multicaminho (Monico, 2000b).

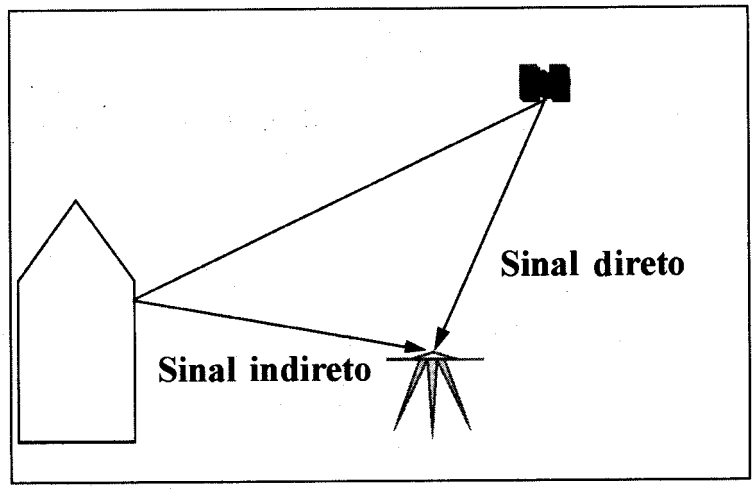
3.1.2.5 Perdas de ciclos (Cycle-slips)

As perdas de ciclo ocorre quando a contagem do número inteiro de ciclos no receptor é interrompida. O número de ciclos inteiros entre o satélite e o receptor é desconhecido no início do levantamento. Esse número de ciclos inteiros é denominado *ambigüidade*.

As causas para uma perda de ciclo podem ser oriundas da observação ou do receptor. As perdas de ciclo com origem nas observações podem ser causadas por obstruções, particularmente por ruído no sinal, em caso de posicionamento cinemático, provocado por multicaminho, por cintilação ionosférica ou por baixa elevação do satélite. As perdas de ciclo com origem no receptor podem ser causadas por sinais fracos provocados por interferência e por inclinação da antena nas aplicações cinemáticas.

A fase da portadora apresenta um salto acidental de um número inteiro de ciclos; a parte fracionária da observável fase permanece imutável. Uma perda de ciclos pode ser tão pequena quanto um ou poucos ciclos, ou conter milhões de ciclos. Sob certas circunstâncias, pode ocorrer um salto de meio ciclo, ou seja, um *"shift"* de fase de 180° causado por alguma perturbação no receptor.

É necessário, e na maioria das vezes é possível, corrigir a medida da fase da portadora do número inteiro de ciclos devido à descontinuidade na medida. A correção exige que se localize onde se deu a ocorrência do salto, bem como sua dimensão. Esse processo denomina-se "correção das perdas de ciclo" (*cycle slip fixing*) (Monico, 2000b).



Fonte: Monico, 2000b.

Fig 3.1: Ilustração da ocorrência de multicaminho.

3.1.2.6 Quantidade de satélites e período de duração das observações

O número mínimo de satélites necessários para atingir o resultado desejado nos posicionamentos relativos varia em função do método escolhido. Para métodos como o relativo estático podem ser conseguidos resultados com precisão de poucos centímetros em bases de 10 km, com apenas quatro veículos espaciais, durante um período de, no mínimo, uma hora. Métodos cinemáticos exigem maior número. No caso do semicinemático, por exemplo, são suficientes quatro satélites. Porém, se por qualquer razão houver perda de ciclo em um deles, será necessário proceder a uma nova inicialização para continuar o levantamento.

O tempo de duração de uma sessão é um fator importante no sucesso do resultado. Para métodos como o relativo estático, a duração mais prolongada da observação é necessária para que haja suficiente alteração na geometria dos satélites. Para outros, como o estático-rápido, a variação na geometria não é um fator preponderante, pois o modelo usado na solução da ambigüidade emprega outra estratégia, mas é necessário que o GDOP seja o mais baixo possível. A sessão pode ser relativamente curta, mas o tempo ainda é um fator limitador. A duração de uma sessão de rastreamento deve levar em consideração fatores como: precisão, tipo de posicionamento empregado, quantidade de satélites, distância entre as estações e fatores logísticos (Bueno, 1995). O GDOP será definido na Sessão 3.1.4.

3.1.3 Ambigüidades

A observável básica da fase da portadora GPS é uma medição da diferença entre o sinal monocromático do oscilador local gerado por um receptor e o sinal da portadora que chega de um satélite. A observável desejada é o número completo de ciclos da portadora, mais a fração de ciclo entre as antenas de um satélite e de um receptor. Mas há um problema: um receptor GPS não distingue um ciclo da portadora de outro. O que ele pode fazer é medir a fração instantânea da fase e rastrear as mudanças completas de ciclo em relação à fase; por isso, o valor da fase inicial quando um receptor inicia o rastreamento de um satélite contém um número inteiro arbitrário de ciclos. A medição da fase é, portanto, uma medição de distância

ambígua, e a ambigüidade é o número inicial de ciclos quando se começa a receber o sinal (Han & Rizos, 1998).

Para utilizar a *fase de batimento da portadora* como uma observável para posicionamento, deve-se *estimar* ou *quantificar*, de alguma maneira, esta ambigüidade desconhecida. O procedimento para o processamento de dados necessário para determinar o valor inteiro da ambigüidade chama-se *resolução das ambigüidades*, o qual torna-se mais complexo quando o receptor está em movimento constante, o que requer técnicas especializadas conhecidas como *resolução imediata das ambigüidades*. Sob determinadas condições, é possível resolver ambigüidades a partir de dados de uma única época. Esta solução chama-se *resolução instantânea das ambigüidades* (Han & Rizos, 1998).

Quando todas as perdas de ciclo tiverem sido removidas, passa-se à resolução das ambigüidades presentes nas observações de fase não diferenciadas e de dupla diferença.

Inicialmente usadas para eliminar o atraso da ionosfera, as combinações lineares entre observações de mesmo tipo, formadas tanto entre as fases da portadora quanto entre os códigos, acabaram mostrando-se úteis na resolução da ambigüidade.

As fases das portadoras L1 e L2 podem ser arbitrariamente combinadas na forma:

$$\Phi_{nm}(t) = n \,.\, \Phi_1(t) + m \,.\, \Phi_2(t), \qquad (3.7)$$

com "*n*" e "*m*" inteiros e arbitrários, existindo infinitas combinações, dependendo da escolha de "*n*" e "*m*"; entretanto, para que essas combinações sejam úteis é importante que satisfaçam algumas condições:

- coeficientes inteiros para resultar em ambigüidades inteiras;
- comprimento de onda razoavelmente longo para facilitar a fixação da ambigüidade;
- baixa influência da ionosfera;
- ruído limitado na observação.

São particularmente importantes duas combinações:

1ª) De banda larga, quando n = 1 e m = -1

$L_{BL} = L_1 - L_2$, com λ_{BL} = 86,2cm, cuja vantagem é $\lambda_{BL} \cong 4.\lambda_{L1}$, e cuja desvantagem é que o ruído também aumenta quatro vezes;

2ª) De banda estreita, quando n = m = 1

$L_{BE} = L_1 + L_2$, com λ_{BE} = 10,7cm, cuja desvantagem é $\lambda_{BE} \cong L_1/2$, e cuja vantagem é o menor ruído.

A média aritmética da banda larga e da banda estreita resulta num sinal *livre da ionosfera*:

$$L_0 = (L_{BL} + L_{BE})/2. \qquad (3.8)$$

As ambigüidades das bandas larga e estreita são:

$$N_{BL} = N_1 - N_2 \quad \text{e} \quad N_{BE} = N_1 + N_2,$$

existindo entre elas a chamada "*condição par-ímpar*", implicando em que ambas são pares ou ambas são ímpares, cujo efeito é uma "*reação em cadeia*" no sentido de que, quando uma das ambigüidades é fixada, as soluções indicam mais claramente as demais ambigüidades (Blitzkow, 1998).

Conforme mencionado anteriormente, as medidas de fase são realizadas no receptor a partir de um determinado instante inicial "t_0", passando o receptor a monitorar a variação do número inteiro de ciclos após esse instante. Acontece, porém, que não se conhece o número inteiro de ciclos ocorrido na portadora entre o satélite e o receptor. É por isso que a contagem que se obtém num instante qualquer "$(t_0 + \Delta t)$" é um valor ambíguo, resultando numa medida de distância também ambígua. A "*resolução da ambigüidade*", que é a expressão usada para indicar a determinação do número inteiro de ciclos entre o satélite e o receptor no instante "t_0", é essencial quando se deseja obter a diferença de coordenadas entre as antenas de dois receptores, supondo o uso do método relativo, objeto deste trabalho, e o mais indicado para aplicações geodésicas. Observe-se que haverá uma ambigüidade para

cada satélite observado por um receptor. O problema da ambigüidade tornou-se a maior dificuldade do GPS para a Geodésia, e muitas *"estratégias"* foram pesquisadas para uma solução confiável e rápida, as quais podem ser classificadas quanto ao método de posicionamento, segundo Monico (2000b).

a) Ambigüidade no posicionamento relativo estático

Neste método de posicionamento, onde o tempo de ocupação das estações é relativamente longo (podendo durar várias horas) e somente as duplas diferenças da fase da portadora são normalmente incluídas como observáveis, as ambigüidades são estimadas no processamento (ajustamento das observações), incluídas no vetor dos parâmetros, o qual deverá conter 6 (seis) elementos de correções às coordenadas aproximadas das estações 1 e 2, isto é, Δx_1, Δy_1, Δz_1, Δx_2, Δy_2, Δz_2 e (n-1) ambigüidades, sendo (n-1) o número de duplas diferenças consideradas para a época.

b) Ambigüidade no posicionamento relativo estático-rápido

Neste caso, as ocupações das estações não excedem poucos minutos, e são processados os dados coletados simultaneamente na estação de referência e naquelas a determinar, podendo formar uma ou várias linhas-base. Para que os resultados apresentem razoável nível de precisão, o vetor contendo as ambigüidades envolvidas em cada linha deve ser solucionado, isto é, fixado como inteiro. Segundo Seeber (1993), deve-se utilizar um algoritmo adequado de solução da ambigüidade, ou mesmo aqueles envolvidos nas técnicas denominadas OTF (*On-The-Fly*), as quais, segundo Blitzkow (1998), consistem em iniciar por um valor aproximado, resultante, por exemplo, da solução fracionária, e a partir daí restringir o vetor solução a valores inteiros, aplicando técnicas de otimização. O problema básico é que o número de operações aritméticas aumenta drasticamente com o número de elementos das possíveis soluções. Este processo vem sendo aperfeiçoado e parece ser a alternativa mais promissora permitindo a fixação "instantânea" da ambigüidade, viabilizando as aplicações cinemáticas do GPS.

c) Ambigüidade no posicionamento relativo semicinemático

Segundo Monico (2000b), o posicionamento relativo semicinemático baseia-se no fato de que a solução do vetor de ambigüidades, presente numa linha-base a determinar, requer que a geometria envolvida entre as duas estações e os satélites se altere. Neste método, que também é denominado *pseudo-estático*, os dados são coletados por pelo menos dois curtos períodos na mesma estação, e estas duas coletas devem estar separadas por um intervalo de tempo suficientemente longo (20 a 30 minutos), para proporcionar alteração na geometria dos satélites e permitir a solução.

Há também duas técnicas que podem ser utilizadas para solucionar o vetor de ambigüidades:

- curto período de ocupação sobre uma base conhecida;
- troca de antenas.

No primeiro caso, como se conhecem as coordenadas de duas estações, os parâmetros a determinar no ajustamento das observações são apenas as ambigüidades, o que pode ser realizado instantaneamente.

A segunda técnica foi extensivamente usada, pois, além de ser precisa, rápida e confiável, não requer o conhecimento de uma linha-base próxima ao local, bastando instalar um dos receptores numa estação de coordenadas conhecidas na região de levantamento, e o outro, numa estação auxiliar próxima (cerca de 2 a 5 metros). São coletados os dados por um período de 1 a 2 minutos e então as duas antenas são trocadas, sem perder a sintonia com os satélites, e novamente os dados são coletados pelo mesmo período de tempo. Não havendo perda de ciclos, as ambigüidades antes e depois da troca de antenas são as mesmas. Combinando as equações de observação envolvidas nos dois períodos de coleta de dados, as ambigüidades desaparecem e aí a base é conhecida. Nesse caso, a geometria entre as estações e satélites foi alterada ao ser feita a troca de antenas, razão pela qual as ambigüidades podem ser solucionadas rapidamente (Monico, 2000b).

3.1.4 Distribuição geométrica dos satélites: Diluição da precisão (DOP)

A precisão final do posicionamento absoluto utilizando a técnica GPS está diretamente ligada à configuração geométrica dos satélites durante uma sessão de observação.

Os erros resultantes da configuração geométrica dos satélites são expressos em termos da Diluição da Precisão, ou simplesmente DOP (Dilution of Precision). Em termos matemáticos, o DOP é um escalar quantitativo usado para expressar a razão da precisão do posicionamento e, conforme será visto mais adiante, nada mais é do que a raiz quadrada do traço da matriz variância-covariância dos parâmetros quando os pesos das observações são unitários. Pela lei de propagação dos erros, a matriz variância-covariância dos parâmetros é:

$$\Sigma_X = [(A^T P A)^{-1} A^T P] \Sigma_{PD} [(A^T P A)^{-1} A^T P]^T =$$
$$= (A^T \Sigma_{PD}^{-1} A)^{-1}, \qquad (3.9)$$

onde:

A = matriz dos coeficientes dos parâmetros = $\left.\dfrac{\partial F(L_a, X_a)}{\partial X_a}\right|_{X_a = X_0}$;

P = matriz dos pesos das observações;

Σ_{PD} = matriz variância-covariância dos erros na pseudodistância.

Na Equação 3.9 assume-se que os erros nas medições são os mesmos para todas as observações com um desvio-padrão particular "σ" e que eles não sejam correlacionados, então:

$$\Sigma_{PD} = I.\sigma^2$$

sendo "I" a matriz identidade.

A expressão para a matriz variância-covariância de X é simplificada para

$$\Sigma_X = (A^T A)^{-1} \sigma^2. \qquad (3.10)$$

Os elementos da diagonal principal de Σ_X são as variâncias estimadas das coordenadas do receptor e da correção do relógio do receptor, e os elementos dos

triângulos superior e inferior, as covariâncias, indicam o grau de correlação dessas estimativas.

Com o valor de "σ", pode-se calcular as componentes de "Σ_X" usando a Equação 3.10, e assim obter uma medida da qualidade da solução por mínimos quadrados tomando a raiz quadrada da soma das variâncias estimadas dos parâmetros:

$$\begin{aligned} \sigma_G &= [\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_U^2 + \sigma_T^2]^{1/2} = \\ &= [D_{11} + D_{22} + D_{33} + D_{44}]^{1/2}.\sigma, \end{aligned} \qquad (3.11)$$

onde σ_E^2, σ_N^2 e σ_U^2 são as variâncias das componentes *E*, *N* e *U* (este, norte e altitude) da posição estimada do receptor e σ_T^2 é a variância da correção estimada do relógio do receptor. Se o algorítmo da solução for parametrizado em termos de coordenadas cartesianas geocêntricas, é um procedimento direto transformar a matriz variância-covariância da solução para o sistema de coordenadas local. Esta estimativa da precisão da solução - a raiz quadrada do traço da matriz variância-covariância da solução - é igual ao desvio-padrão "σ" da medida da pseudodistância multiplicado por um fator de escala igual à raiz quadrada do traço da matriz "*D*". Os elementos da matriz "*D*" são uma função somente da geometria entre o receptor e os satélites. Devido a esse fator de escala ser tipicamente maior do que a unidade, ele aumenta o erro na pseudodistância, ou *dilui a precisão*, da determinação da posição. Este fator de escala é usualmente chamado de *diluição da precisão geométrica (ou GDOP)* (Langley, 1999).

Ao invés de examinar a qualidade da solução como um todo, pode-se preferir olhar para as componentes específicas tais como as coordenadas tri-dimensionais da posição do receptor, as coordenadas horizontais, a coordenada vertical, ou a correção do relógio. Para fazer isto, simplesmente combinam-se as variâncias apropriadas de Σ_X:

$$\sigma_P = [\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_U^2]^{1/2} \qquad (3.12.a)$$

$$\sigma_H = [\sigma_E^2 + \sigma_N^2]^{1/2} \qquad (3.12.b)$$

$$\sigma_V = [\sigma_U^2]^{1/2} \qquad (3.12.c)$$

$$\sigma_T = [\sigma_T^2]^{1/2} \qquad (3.12.d)$$

Para cada um desses erros de medidas, pode-se determinar os correspondentes DOPs (de posição, horizontal, vertical e de tempo):

$$PDOP = [\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_U^2]^{1/2} / \sigma = [D_{11} + D_{22} + D_{33}]^{1/2} \qquad (3.13.a)$$

$$HDOP = [\sigma_E^2 + \sigma_N^2]^{1/2} / \sigma = [D_{11} + D_{22}]^{1/2} \qquad (3.13.b)$$

$$VDOP = \sigma_U / \sigma = [D_{33}]^{1/2} \qquad (3.13.c)$$

$$TDOP = \sigma_T / \sigma = [D_{44}]^{1/2} \qquad (3.13.d)$$

Observe-se que $(PDOP)^2 = (HDOP)^2 + (VDOP)^2$,

e que $(GDOP)^2 = (PDOP)^2 + (TDOP)^2$.

Estas relações podem ser usadas para relacionar os vários valores de DOPs (Langley, 1999).

Nas aplicações geodésicas, os valores DOPs são de menor importância, pois os receptores modernos são capazes de rastrear todos os satélites visíveis. No entanto, eles são úteis nas operações de planejamento dos levantamentos quando há possibilidade de ocorrer obstrução do sinal. A inclusão dessa informação nos programas de planejamento pode auxiliar na definição do intervalo de coleta de dados. Nas aplicações geodésicas, faz-se, em geral, o uso de posicionamento relativo, e nesse caso é de maior importância a análise do RDOP (*Relative DOP*), introduzida pelo Prof. Clyde C. Goad em 1988 (Seeber, 1993). No entanto, os fabricantes não têm fornecido *softwares* propícios para o cálculo dessa grandeza (Monico, 2000a).

3.1.5 Métodos de posicionamento

Em função das restrições impostas pelo sistema e das possibilidades geradas pela comunidade científica para superá-las, foram criados diversos métodos de utilização do sistema GPS, todos tendo por princípio a medida da distância entre o satélite e o receptor.

Neste trabalho, somente será descrito o método diretamente voltado à sua consecução, que é o posicionamento diferencial estático com solução em rede.

3.1.5.1 Posicionamento relativo estático com solução em rede

O posicionamento relativo estático com solução em rede é utilizado quando se quer fazer um ajustamento vetorial para homogeneizar as coordenadas de pontos e vinculá-las a uma mesma referência. O levantamento é realizado por figuras geométricas denominadas *sessões*, as quais variam de acordo com o número de receptores disponíveis, e onde cada par de pontos é considerado um *vetor*. É necessária uma quantidade superabundante de vetores, de modo a permitir o ajustamento da rede de pontos pelo método dos mínimos quadrados.

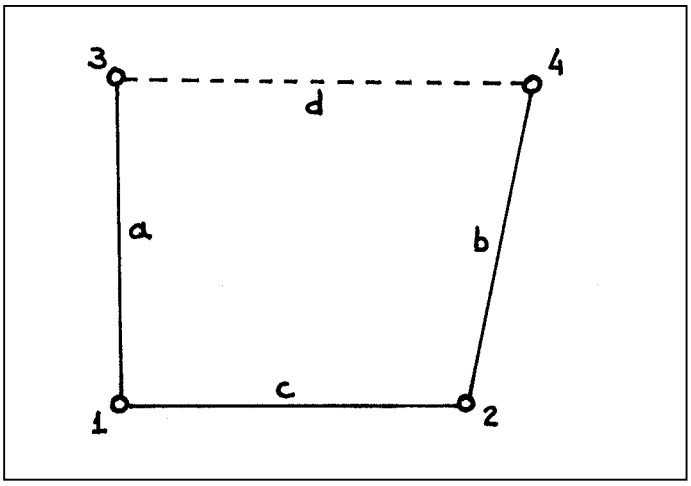
Os vetores podem ser *independentes* ou *triviais*. No exemplo da Figura 3.2, o vetor $\vec{d}$ é considerado *trivial* porque é originado dos resultados dos demais vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, e $\vec{c}$, que são *independentes*. Em outras palavras, pode-se dizer que os vetores independentes são aqueles que compõem uma poligonal aberta qualquer, para uma dada sessão de levantamento, onde participam 3 ou mais receptores, ligando os vértices dessa sessão com os das sessões vizinhas.

A quantidade de vetores possíveis e o correspondente número de vetores independentes em uma determinada sessão, onde participam *R* receptores, é dado pelas expressões que se seguem:

$V_P = R(R - 1)/2$ é o número de vetores possíveis; (3.14)

e

$V_I = (R - 1)$ é o número de vetores independentes. (3.15)



Fonte: Bueno, 1995

Fig. 3.2: Vetores independentes (a, b, c) e trivial (d) em um quadrilátero *originado por uma sessão de rastreamento com 4 receptores.*

Normalmente a rede possui muitos pontos, sendo necessário o emprego de várias sessões. A condição básica é que cada sessão seja conectada à anterior por, no mínimo, um vértice em comum. Quanto maior o número de estações em comum, maior a confiabilidade da rede (Seeber, 1993).

3.1.6 Formato dos dados

Embora os receptores geodésicos existentes no mercado executem basicamente as mesmas observações (pseudodistância e fase da portadora, com uma ou duas freqüências), os fabricantes têm desenvolvido seus próprios formatos para o armazenamento dos dados. Os *"softwares"* de processamento de dados são geralmente oferecidos por ocasião da venda dos receptores e acessórios aos usuários.

Uma tentativa de uniformizar a informação dos dados foi o chamado Formato RINEX, o qual foi o primeiro a ser proposto como um formato padrão de modo a unificar todos os dados coletados pelas instituições participantes do projeto EUREF - projeto iniciado em maio de 1989 para estabelecer uma referência geodésica de alta precisão abrangendo vários países europeus - o qual envolveu 60 diferentes tipos de receptores. A segunda versão do RINEX foi feita durante o 2º Simpósio Internacional de Posicionamento Preciso com GPS, em setembro de 1990, em

Ottawa, Canadá. A última versão para o RINEX foi discutida em março de 1993 num Congresso realizado pelo IGS, (Berna, Suíça). Na ocasião, esta proposta foi distribuída a todas as instituições e empresas privadas interessadas no assunto, valendo ressaltar que ela não foi considerada uma nova versão para o RINEX, pois se limitou a corrigir pequenos detalhes no formato, de modo a considerar o AS (Segantine, 1995).

3.1.7 A modernização do GPS

Embora o Sistema de Posicionamento Global tenha superado as expectativas, são necessários alguns aperfeiçoamentos significativos a fim de melhorar sua performance para usuários civis e militares, assim como separar os sinais utilizados por essas duas comunidades. Para tanto, numerosas organizações governamentais e comitês examinaram as necessidades e deficiências do sistema durante a década passada, de modo a determinar as inovações a serem incorporadas futuramente no Sistema GPS para satisfazer a ambos os usuários militares e civis.

A modernização, entretanto, é um empreendimento difícil e complexo. É necessário levantar as necessidades e custos de implementação, bem como considerar o impacto sobre outras áreas, pela análise dos aspectos segurança, desempenho, integridade do sistema, disponibilidade do sinal, financiamento, gerenciamento e competição com outros sistemas.

Felizmente muitas dessas deficiências foram identificadas e parecem estar próximas da solução final. Foram selecionadas novas freqüências e sinais civis, foi projetada uma nova estrutura do sinal militar e ficou decidido o uso de altas potências de transmissão para os sinais. Se tudo ocorrer como foi planejado e decidido pelo governo norte-americano, significativos progressos ocorrerão na próxima década.

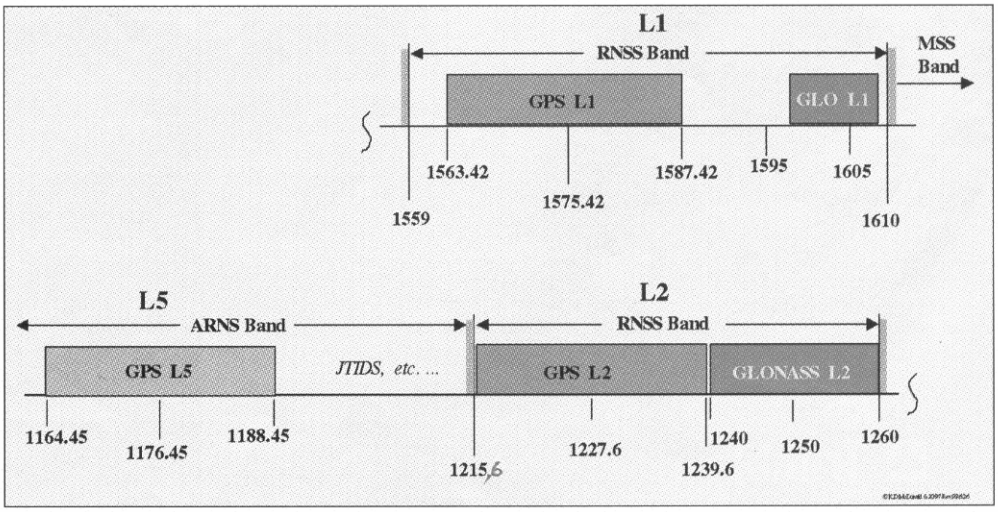
Na busca de opções de modernização, os sinais adicionais têm tido alta prioridade, especialmente para aplicações civis. Esses sinais adicionais reduzirão os erros ionosféricos usando técnicas de correção por dupla freqüência para aumentar a robustez do sinal, especialmente em operações de segurança aérea, para melhorar a aquisição e a acuracidade (McDonald, 1999).

Inicialmente, planejadores militares queriam separar as freqüências utilizadas em aplicações militares daquelas utilizadas em aplicações civis, e a intenção era evitar a interferência do sinal e proporcionar maior flexibilidade para ambos os grupos de usuários. Entretanto, os sinais militares permaneceriam dentro das atuais larguras de banda GPS de 24 MHz autorizadas pela União Internacional de Telecomunicações (ITU), quais sejam: L1 (de 1563,42 a 1587,42 MHz) e L2 (de 1215,60 a 1239,60 MHz).

A Decisão Diretiva Presidencial (PDD) de 1996, dos E. U. A., sobre GPS, determinou que ambas as bandas de freqüência L1 e L2 estariam disponíveis para uso civil e que um terceiro sinal civil poderia ser autorizado. A Administração Federal de Aviação (FAA) opõe-se ao uso da L2 em aplicações de segurança de aviação, declarando que, devido ao ITU ter autorizado o uso desta banda em serviços de rádio-locação (tais como radares de alta potência), a banda pode estar sujeita a níveis inaceitáveis de interferência. A FAA solicitou uma freqüência para a aviação na banda ARNS (Serviços de Rádio Navegação Aeronáutica), que está localizada diretamente abaixo da banda L2.

Depois que o DoT (Ministério dos Transportes), o DoD (Ministério da Defesa) e outras agências completaram uma busca intensiva de novas freqüências, Al Gore, vice-presidente dos E. U. A., em 25 de janeiro de 1999, anunciou que uma região na banda ARNS poderia ser alocada para uma nova (terceira) freqüência civil. Esta freqüência (originalmente chamada L3c e agora denominada L5) está centrada em 1176,45 MHz e satisfaz às exigências de segurança da aviação, conforme pode ser visto na Figura 3.3 (McDonald, 1999).

A Tabela 3.1 apresenta as características dos sinais de fase da portadora e as combinações principais.



Fonte: McDonald, 1999.

Fig. 3.3: Situação das bandas de freqüência do GPS e do GLONASS.

TABELA 3.1

CARACTERÍSTICAS DAS PRINCIPAIS

COMBINAÇÕES DE FASE DA PORTADORA

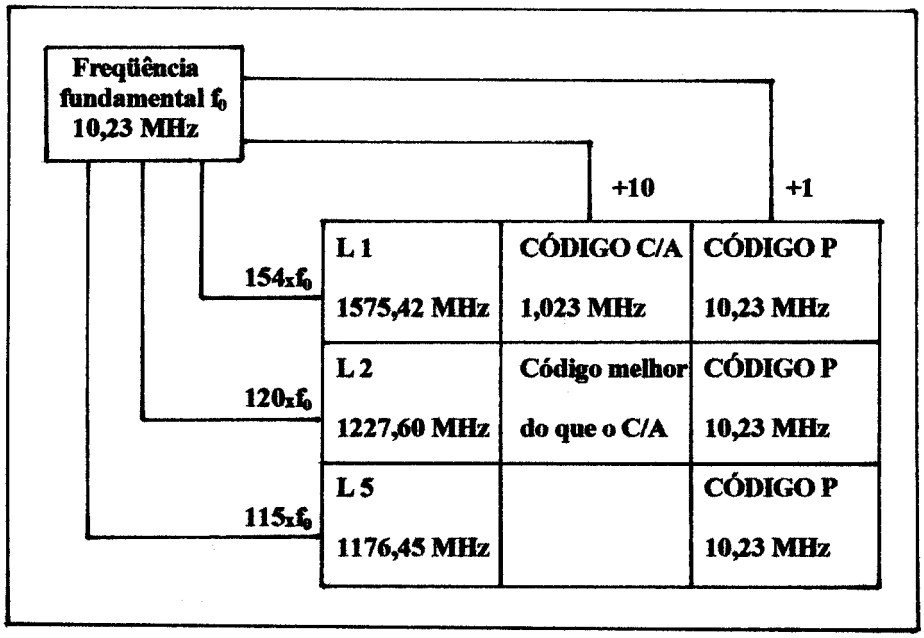
SINAL	Freqüência (MHz)	Comprimento de onda (m)
L1 – L5	398,97	0,7514
L1 – L2	347,82	0,8619
L2 – L5	51,15	5,861

a) O que muda e o que permanece nos sinais GPS

Por uma questão de compatibilidade, os códigos existentes C/A em L1 e P(Y) em L1 e L2 serão mantidos. A continuação desses códigos se faz necessária até que satélites modernizados transmitindo os novos sinais para as comunidades civil e militar estejam desenvolvidos e que tenha sido produzida uma quantidade suficiente de receptores operando com os novos sinais. Isto poderá levar de 10 a 25 anos.

Para se obter vantagem plena com a L5, dois sinais serão transmitidos em quadratura de fase, um dos quais não poderá conter dados modulados. O sinal "*data free*" (livre de dados) proporcionará medições mais precisas da fase da portadora.

Um resumo do que será a nova estrutura dos sinais GPS para uso civil pode ser visto na Figura 3.4 (Monico, 2000a).



Fonte: Monico, 2000a

Observação: Atualizada pelo Autor

Fig. 3.4: Estrutura dos sinais GPS civis após a modernização.

O atual código P(Y) sobre L1 e L2 atua perfeitamente bem, mas, devido à sua seqüência extremamente longa (cerca de 10^{13} bits) e ao seu período de 7 dias, sua aquisição é muito difícil, e normalmente envolve primeiro a aquisição do código C/A que possui seqüência curta (1 milisegundo) e está presente somente em L1. Por isso, um novo código melhor do que o C/A será incluído no sinal L2. A mensagem do código C/A contém a palavra HOW (hand-over word) que permite a um usuário autorizado a aquisição do código P(Y).

Os militares, entretanto, acreditam que seja essencial no futuro poder adquirir seus sinais seguros sem primeiro acessar o código C/A também usado pelo setor civil. Isto exigirá a transmissão de um conjunto de novos códigos militares, chamado de Código M (McDonald, 1999).

b) Considerações sobre o Código M

O DoD planejava colocar seu novo Código M no centro das bandas L1 e L2, semelhante à situação atual do código P(Y). Para minimizar interações com a parte principal dos sinais do DoD, parece vantajoso para os sinais civis evitar o centro das bandas, conforme já mostrado na Figura 3.3. A comunidade civil então propôs o uso de pares de sinais codificados semelhantemente (fora de cada centro de banda) nas bandas L1 e L2. Estes sinais *divididos* da portadora mostraram possuir excelentes propriedades quando comparados com os atuais sinais militares de código P(Y) e ser facilmente implementados (McDonald, 1999).

O DoD investigou estes sinais de "espectro-dividido" (*"split-spectrum")* e selecionou essa estrutura de sinal para seu uso em L1 e L2. Apesar de ainda não concluídos, os sinais do código M parecem ser seguros, com uma taxa de transmissão de 3 a 8 megabits por segundo modulados sobre duplas portadoras espaçadas de 6 a 9 MHz acima e abaixo dos centros das bandas L1 e L2. O Escritório da Junta do Programa GPS (GPS/JPO), órgão da Força Aérea dos Estados Unidos (USAF), está agora investigando estruturas alternativas dos sinais militares e fará a seleção final.

Com a eliminação da SA, deverá ser inserido um outro fator limitador, a SD (Selective Denial). Ainda não está claro como a SD será posta em prática, mas já estão sendo realizadas as primeiras investigações (Monico, 2000a).

A PDD/1996 diz que o Presidente dos E. U. A. reveria a SA até o ano 2000, o que foi cumprido com a remoção da mesma em 02 de maio de 2000, pelo fato de terem concluído que a SA não era eficaz, sendo facilmente eliminada pelo uso de técnicas diferenciais (McDonald, 1999).

Os militares e outros usuários autorizados pretendem manter o código P(Y) até que o novo código M esteja disponível, e esta transição poderá durar até o ano 2020 ou mais tarde, se as gerações de satélites dos blocos II R e II F forem modernizadas dentro do ritmo atual de implementação (McDonald, 1999).

c) Bloco II F

Em 1989, o DoD contratou a Lockheed-Martin Astro Space para construir 21 VE para reposição, os quais seriam a 3ª geração (Bloco II R). Em janeiro de 1997 o primeiro destes satélites teve seu lançamento mal sucedido devido a uma falha no *"booster"* do VLS (Veículo Lançador de Satélites) Delta II. Em julho de 1997 foi

realizado outro lançamento, desta vez bem sucedido, e o 1º satélite do bloco II R foi declarado operacional em janeiro de 1998. Os satélites do bloco II R manterão a constelação GPS até próximo do ano 2005, quando será necessária uma nova reposição. Para a reposição do bloco II R, o DoD contratou a Boeing Space Division (antiga Rockwell), em 1996, para construir a 4ª geração de VE (o Bloco II F). Os 6 (seis) primeiros dos 30 (trinta) encomendados estão sendo construídos de acordo com o contrato firmado, e os 24 (vinte e quatro) restantes aguardam a determinação do seu *status* final, ou seja, as novas possibilidades e opções que serão incluídas. Os satélites dos blocos II R e II F representam oportunidade ideal para o aperfeiçoamento e modernização do GPS, uma vez que a maior parte desses VE ainda pode ser modificada antes do seu lançamento (McDonald, 1999).

d) Operação Autonav

No caso de conflitos internacionais, a constelação GPS pode ter necessidade de operar sem o segmento terrestre (de controle) por um extenso período de tempo (mais de 60 dias). Os satélites dos blocos II R e II F podem operar por um processo de medição precisa de distância entre eles, o que consiste numa operação autônoma de navegação denominada "*Operação Autonav*". Os dados de *distância autonav* produzem informações contínuas nos computadores de bordo dos satélites, as quais são usadas para calcular novas efemérides com precisão, pela incorporação de medidas de perturbações orbitais. Assim, é possível obter um sistema com precisão por um período de tempo considerável (McDonald, 1999).

3.2 O GLONASS

A antiga União Soviética (URSS) já vinha, desde os anos 70, desenvolvendo um sistema de navegação bastante semelhante ao GPS, com o nome de GLONASS. De fontes oficiais, muito pouco se sabia sobre o GLONASS até há bem pouco tempo. Em 1988, a URSS iniciou a liberação dos dados, oferecendo o sistema para uso internacional. Nessa ocasião, foi assinado um acordo entre os USA e a URSS permitindo o possível uso comum do GPS e do GLONASS para a navegação aérea civil, e encorajando a indústria a desenvolver receptores integrados para uso

combinado de ambos os sistemas. Já existem equipamentos que recebem e processam sinais de ambos os sistemas com excelentes resultados.

Assim como o GPS, o GLONASS é um sistema militar, mas sem restrições de uso civil porque nele não foi implementado nada semelhante ao AS do GPS.

Nesta sessão, serão fornecidas apenas algumas informações básicas e as principais características do GLONASS, já que os sistemas GPS e GLONASS possuem grandes semelhanças.

3.2.1 Órbitas dos satélites

A constelação final consiste de 24 (vinte e quatro) satélites, incluindo mais 3 (três) reservas, distribuídos em 3 (três) planos orbitais afastados entre si de 120°. Cada plano orbital terá 8 (oito) satélites igualmente espaçados, de modo a compor uma configuração global uniformemente distribuída.

A fusão dos dois sistemas pode proporcionar, para qualquer lugar na superfície da Terra, a cobertura de 12 a 20 satélites simultaneamente.

3.2.2 Sinais de navegação dos satélites

A estrutura do sinal é muito semelhante à do GPS. São transmitidos dois sinais na banda L, modulados por dois códigos binários e pela mensagem. Contrastando com o GPS, todos os satélites GLONASS transmitem sinais com freqüências distintas, usando os mesmos códigos, sendo este processo denominado FDMA (Frequency Division Multiple Access). A freqüência L1 é:

$$f_{L1} = f_0 + (k - 1)\,\Delta f_{L1}, \qquad k = 1, 2, 3, ..., 24, \tag{3.16}$$

onde:

f_0 = 1.602 MHz; Δf_{L1} = 0,5625 MHz; e a relação entre L1 e L2 é dada por:

$$f_{L1}/f_{L2} = 9/7. \tag{3.17}$$

As freqüências dos códigos são cerca de metade dos correspondentes valores no GPS, logo, a resolução da distância pode ser ligeiramente mais baixa para o GLONASS. As freqüências de ambos os sistemas são próximas, permitindo assim o

uso de uma antena combinada e amplificadores de entrada comuns no receptor, possibilitando o desenvolvimento de um receptor único, embora o processamento do sinal seja diferente (Seeber, 1993).

3.2.3 A mensagem de navegação

Segundo Seeber (1993), os dados de navegação são modulados em fase sobre a portadora à razão de 50 bits por segundo, e a seqüência binária tem um comprimento total de 2 segundos.

A estrutura digital dos dados é formada por superquadros, quadros e linhas que transmitem basicamente as mesmas informações do GPS. Detalhes sobre o formato dos dados podem ser encontrados em *"Interface Control Documents - GLONASS, 1991"*.

3.2.4 Solução das ambigüidades

Utilizando-se observações do GLONASS, é possível tentar determinar as ambigüidades inteiras de dupla-diferença, usando, por exemplo, a técnica LAMBDA (Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment) desenvolvida por Teunissen (1993), a qual apresenta como resultado um conjunto para a melhor e um outro para a segunda melhor estimativa das ambigüidades inteiras. É realizado um teste de hipótese com esses conjuntos para decidir sobre a aceitação ou rejeição da hipótese básica. No caso de aceitação, as coordenadas da estação, os parâmetros da simples-diferença, a diferença do relógio do receptor e os resíduos são atualizados. O resultado é uma solução de simples-diferença com as ambigüidades de dupla-diferença fixadas (Leick et al, 1998).

3.2.5 Acuracidade do sistema e desenvolvimento futuro

O que se sabia até há bem pouco tempo é que o GLONASS, embora seja um sistema militar, foi projetado para uso em navegação civil marítima e aérea com os seguintes limites de exatidão:

posição horizontal	100 m	(95%);
posição vertical	150 m	(95%);

componentes de velocidade	15 cm/s (95%);
tempo	1 μs.

Várias investigações têm demonstrado que o potencial de exatidão é muito maior. O uso de técnicas diferenciais e dados de fase da portadora, certamente podem proporcionar precisões semelhantes às do GPS (Seeber, 1993).

3.3 Global Navigation Satellite System (GNSS)

O desenvolvimento do GNSS abrange duas gerações distintas:

- a primeira geração, denominada GNSS-1, que consiste na ampliação do GPS e do GLONASS;
- a segunda geração, denominada GNSS-2, deverá tornar-se um sistema completamente novo, com controle civil internacional, atendendo a todos os requisitos necessários ao uso civil (Monico, 2000a).

3.3.1 GNSS-1

A primeira geração do GNSS subdivide-se em duas componentes principais: os SBAS (Satellite Based Augmentation System) e os GBAS (Ground Based Augmentation System).

3.3.1.1 SBAS

Os SBAS são sistemas regionais ampliados em relação ao atual GPS, contendo satélites geoestacionários (GEO), de modo a cobrir as áreas operacional e do segmento de controle, dando suporte à aviação durante as fases do vôo, incluindo a Categoria I (ver Tabela 3.2). São fornecidos três tipos de serviço:

- medidas de distâncias para os satélites GEO, melhorando a disponibilidade e a continuidade do serviço;

- determinação e transmissão de informações sobre a integridade dos satélites GPS, GLONASS e GEO;

- determinação e transmissão de correções WAD (Wide Area Differential) para os satélites GPS, GLONASS e GEO, melhorando a acuracidade do serviço.

Os sinais transmitidos pelos satélites GEO são iguais aos que compõem o GPS na portadora L1, o que permite realizar medidas de distâncias similares às do GPS. Informações de integridade e correções diferenciais são moduladas na portadora dos satélites GEO.

Atualmente três SBAS estão sendo desenvolvidos:

- WAAS, nos Estados Unidos da América;

- EGNOS, na Europa;

- MSAS (Japanese Multi-function Transportation Satellite Augmentation System).

Já se encontram no mercado receptores compatíveis com o WAAS e o com o EGNOS (Monico, 2000a).

3.3.1.2 GBAS

Além de se constituírem na segunda componente do GNSS-1, os GBAS também farão parte do GNSS-2, e serão instalados próximos aos aeroportos, visando dar suporte aos processos de pouso e decolagem, incluindo a Categoria III (ver Tabela 3.2). Um GBAS será composto de pelo menos uma estação de referência, uma ou mais estações monitoras, e vários transmissores denominados *pseudo-satélites*, por transmitirem sinais iguais aos do GPS. Para alcançar as demandas da Categoria III, deverão ser adotadas técnicas de posicionamento relativo utilizando a fase da portadora (Monico, 2000a).

A FAA (Federal Aviation Administration) está implantando o LAAS (Local Area Augmentation System), que é outra denominação para o GBAS, o qual deverá estar disponível por volta do ano 2003. Planeja-se adquirir 143 sistemas para os maiores aeroportos norte-americanos. Em termos militares, nos EUA há o JPALS (Joint Precision Approach Landing System), também similar ao LAAS/GBAS. Planeja-se instalar o sistema em aproximadamente 15000 aviões, sendo que a

produção deve iniciar em 2004, com dez anos para sua implementação, segundo Monico (2000a).

3.3.2 GNSS-2

O GNSS-2 é similar ao GNSS-1 e deverá ser constituído por vários componentes, abrangendo essencialmente a modernização do GPS e o futuro sistema europeu, o Galileo. A modernização do GPS deve ocorrer nos segmentos de controle e espacial, principalmente na estrutura do sinal.

TABELA 3.2

REQUISITOS, EM TERMOS DE ACURACIDADE,

PARA A REALIZAÇÃO DE POUSOS NA AVIAÇÃO CIVIL

Fonte: Monico, 2000a

PROCEDIMENTO	Categoria	Acuracidade (m) 95%	
		Horizontal	Vertical
Aproximação e pouso precisos	I	18,2	4,4– 7,7
	II	6,5	1,7
	III	4,1	0,6

3.4 Galileo

A decisão do governo norte-americano em não autorizar que outras nações participem conjuntamente do controle de uma configuração básica do GPS, levou a União Européia (UE) a dar apoio político e financeiro ao projeto multimilionário GALILEO, que irá desenvolver e lançar naves espaciais de órbita média para a próxima geração do Sistema de Satélites de Navegação Global (GNSS-2).

Em fevereiro de 1999, a UE fez uma recomendação para que os europeus desenvolvam uma nova constelação de satélites para navegação.

Em junho de 1999, o Ministério dos Transportes Europeu concordou com a fase de definição do Galileo, que trata da contribuição européia para o GNSS-2. O sistema será aberto e global, com controle civil, completamente compatível com o GPS, usando sinais de radiofreqüência da banda L, mas independente (Monico, 2000a).

Contando antecipadamente com a colaboração russa, que permitirá que os recursos do GLONASS sejam usados para dar início ao programa, o Projeto Galileo deverá iniciar sua constelação com 3 a 5 satélites por volta do ano 2003. O início da implementação do sistema deverá ocorrer em torno do ano 2005. A fase operacional, na qual os serviços serão oferecidos e a manutenção do sistema iniciada, deverá estar completa em 2008, vários anos à frente do previsto pela agenda dos Estados Unidos para concluir a modernização do GPS atual (Monico, 2000a).

3.4.1 Algumas características do Galileo

3.4.1.1 Segmento de controle

Este segmento será composto de 12 estações que deverão dar suporte à determinação de órbitas, controle de atitudes dos satélites e sincronização do tempo. As estações serão interconectadas por uma rede de comunicação, com duas cadeias independentes, com operação quase autônoma, o que garantirá controle da integridade interna e operações de alta qualidade.

3.4.1.2 Segmento espacial

Encontram-se em discussão duas opções para o segmento espacial do Galileo, baseado em satélites de órbita média, assim como o GPS e o GLONASS. São elas:

1ª opção: 3 satélites geoestacionários e 21 satélites de órbita média em 3 planos orbitais com inclinação de 65º e altura de 19.100km, necessitando integração com o GPS;

2ª opção: 9 satélites geoestacionários e 36 satélites de órbita média em 4 planos orbitais com inclinação de 65º e altura de 19.100km, sem necessidade de integração com o GPS.

3.4.2 Benefícios

Considerando atualmente a grande utilidade dos sistemas de navegação, quer seja em termos de melhoria de qualidade nas atividades em que são utilizados, quer seja em termos de recursos financeiros que trazem para a nação detentora do sistema, há uma alta probabilidade que GPS e GALILEO venham a competir entre si.

Como os Estados Unidos da América mantém quase um monopólio nesse campo, a entrada dos europeus com o Galileo deverá trazer benefícios para todos os usuários, não apenas na melhoria da qualidade, mas também em termos de redução de custos dos equipamentos e serviços (Monico, 2000a).

4 AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES GPS

Existem diversos métodos de utilização do Sistema de Posicionamento Global (GPS), tendo todos por princípio a modelagem da distância entre o receptor e os satélites através do processamento das observações realizadas. Este processamento implica num ajustamento das observações superabundantes dos diferentes satélites em distintos instantes. Quando as observações são conduzidas em uma série de pontos formando uma rede, esta precisa também ser homogeneizada através de um ajustamento vetorial.

Neste capítulo são apresentados, de forma resumida, os conceitos fundamentais do ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, por ser este procedimento desenvolvido nas fases citadas, bem como os desenvolvimentos matemáticos do método de posicionamento utilizado neste trabalho, que é o diferencial estático com solução em rede.

O leitor que se interessar por maiores detalhes poderá consultar as seguintes referências bibliográficas: Blitzkow (1998), Bueno (1995), Gelb et al (1974), Gemael (1994), Hirvonen (1971), IBGE (1994a), IBGE (1994b), Leick (1994), Marini (2002), Seeber (1993), Segantine (1995), Vanicek & Krakiwsky (1986), Vasconcellos (1987), Wells (1986) e Wolff (1980).

4.1 Conceito de ajustamento por mínimos quadrados

Em diversas situações tecnológicas e nas ciências experimentais, depara-se com o problema de determinar quantitativamente certos parâmetros que, por si, descrevem propriedades e aspectos dos fenômenos que nos cercam bem como suas inter-relações no meio em que ocorrem.

Os parâmetros só podem ser avaliados a partir de resultados de medições ou observações. Há proposições simples, em que o parâmetro que se deseja determinar é a própria quantidade observada, tratando-se de um problema de *observação direta*. Há também proposições mais complexas, em que o parâmetro desejado não pode ser medido diretamente, tendo-se que deduzir seu valor a partir dos resultados da medição (observação) de outras grandezas, realizando cálculos baseados num *modelo*

matemático que estabeleça a conexão entre a quantidade medida e o parâmetro que se quer determinar, o que se constitui num problema de *observação indireta*.

O ajustamento tem como escopo classificar e solucionar problemas como esses, recorrendo, para tanto, a uma formulação matemática adequada que relacione as quantidades observadas e os parâmetros, à qual dá-se o nome de *modelo matemático* (Gemael, 1994).

Na maioria das aplicações em Geodésia e Topografia, as observações e os parâmetros são relacionados por um modelo matemático não linear da forma:

$$F(L_a, X_a) = 0, \qquad (4.1)$$

que constitui o modelo geral de *ajustamento*, onde o índice *"a"* indica que a quantidade considerada é *ajustada*. Usualmente o número de observações é indicado por *"n"* e o número de parâmetros por *"u"*, sendo as variáveis da Equação 4.1 assim definidas:

L_a = vetor das *"n"* observações ajustadas;

X_a = vetor dos *"u"* parâmetros ajustados;

F = *"r"* funções matemáticas não-lineares.

Usa-se uma modificação do modelo apresentado na Equação 4.1 sempre que as observações puderem ser explicitadas em função dos parâmetros:

$$L_a = F(X_a), \qquad (4.2)$$

conhecido como o *modelo das equações de observação*, ou *modelo paramétrico*.

Uma outra modificação ocorre quando se recai no problema das observações diretas, implicando em que o ajustamento incida sobre as próprias observações, eliminando os parâmetros, tornando a Equação 4.1 em:

$$F(L_a) = 0, \qquad (4.3)$$

conhecido como o *modelo das equações de condição* ou *modelo condicionado*.

A decisão sobre qual dos modelos usar depende da sua aplicação. Às vezes é a complexidade do modelo matemático quem determina o modelo de ajustamento a ser usado. Em outros casos é importante a facilidade para a solução numérica do problema. O modelo paramétrico tem a particular vantagem de que *"cada observação gera uma equação"*.

Independentemente do modelo adotado, a experiência tem demonstrado que a solução mais eficiente do problema do ajustamento é o *Método dos Mínimos*

Quadrados, (MMQ) por conduzir à melhor estimativa da solução do sistema de equações que representa o modelo matemático adotado, e que é aquela que torna mínima a soma dos quadrados dos resíduos das observações.

O MMQ foi introduzido por Karl Friederich Gauss em 1795, embora date de 1809 o seu primeiro trabalho sobre o assunto. Em 1805, foi utilizado independentemente por Adrien Marie Legendre. Gauss desenvolveu o MMQ para *estimar* (ou *predizer*) o movimento orbital dos planetas a partir de observações tomadas através de telescópios (Gemael, 1994).

Três campos do conhecimento humano têm incrementado o desenvolvimento e a evolução do MMQ, influenciando profundamente a teoria e a prática da estimação pelos mínimos quadrados: as teorias modernas da estimação estatística, a álgebra linear e a computação eletrônica, os quais vieram revolucionar os processos de ajustamento; entretanto o embasamento lançado por Gauss se mantém o mesmo. A visão do extraordinário astrônomo e matemático (também considerado geodesista por suas contribuições ao estudo da forma, dimensões e representação da Terra) não foi toldada pelas modernas aplicações, que apenas deram nova roupagem e dinamizaram as soluções, como por exemplo, a filtragem de Kalman (Gemael, 1994).

4.2 Posicionamento relativo estático

No posicionamento *relativo estático*, os receptores permanecem estacionários até que as observações tenham sido completadas. O tempo de observação varia consideravelmente, dependendo de variáveis tais como: características do receptor (uma freqüência, dupla freqüência, código P, etc...), particularidades do *"software"* de pós-processamento e comprimento da linha-base.

Longos tempos de ocupação são preferidos para bases longas e sempre que se deseja obter precisão mais alta, o que contribui para melhor estimativa de erros não modelados, tais como o multicaminho (Leick, 1994).

4.2.1 Equações de observação para dupla e tripla diferença

Se *"r"* receptores observarem *"s"* satélites em *"t"* épocas distintas, no máximo *"rst"* observações de fase da portadora serão possíveis, com a possibilidade de, em muitos casos, não se ter o conjunto completo dos dados. Os algoritmos para o

cálculo de observações de dupla e tripla diferença devem ser capazes de quantificar os vazios de dados que podem ocorrer como resultado da perda de ciclos desde o orto até o ocaso dos satélites durante uma sessão. Para ver e explorar a simetria das expressões, assume-se que as observações de fase não-diferenciadas sejam ordenadas como se vê no vetor de observações "Ψ" (vetor das observações brutas), assumindo-se 3 receptores coletando dados de 4 satélites durante 3 épocas:

$$\begin{aligned}\Psi = [&\varphi_1^1(1), \varphi_1^2(1), \varphi_1^3(1), \varphi_1^4(1), \varphi_2^1(1), \varphi_2^2(1), \varphi_2^3(1), \varphi_2^4(1),\\ &\varphi_3^1(1), \varphi_3^2(1), \varphi_3^3(1), \varphi_3^4(1),\\ &\varphi_1^1(2), \varphi_1^2(2), \varphi_1^3(2), \varphi_1^4(2), \varphi_2^1(2), \varphi_2^2(2), \varphi_2^3(2), \varphi_2^4(2),\\ &\varphi_3^1(2), \varphi_3^2(2), \varphi_3^3(2), \varphi_3^4(2),\\ &\varphi_1^1(3), \varphi_1^2(3), \varphi_1^3(3), \varphi_1^4(3), \varphi_2^1(3), \varphi_2^2(3), \varphi_2^3(3), \varphi_2^4(3),\\ &\varphi_3^1(3), \varphi_3^2(3), \varphi_3^3(3), \varphi_3^4(3)]. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Neste esquema, as observações de fase são ordenadas seqüencialmente primeiro pela época da observação [(1), (2), (3)], depois pelo receptor [$\varphi_{1,\ 2,\ 3}$] e depois pelo satélite [$\varphi^{1,\ 2,\ 3,\ 4}$]. Assume-se usualmente que as observações de fase da portadora não sejam correlacionadas e que tenham a mesma precisão. Assim, a matriz *cofatora* (ou *dos coeficientes de peso*) completa (*rst x rst*) das observações não diferenciadas de fase é:

$$Q_\varphi = \sigma_\varphi^2 . I, \tag{4.5}$$

onde "σ_φ" é o desvio-padrão da medida de fase expressa em ciclos e "I" é a matriz identidade (*rst x rst*).

A inversa da matriz cofatora é a matriz dos pesos das observações

$$P_L = (Q_\varphi)^{-1} = \left[\frac{1}{\sigma_\varphi^2}\right] . I \ . \tag{4.6}$$

Sabe-se que as operações para o cálculo das duplas diferenças para as observações não diferenciadas de fase envolvendo as estações *k* e *m* dos satélites *p* e *q* é:

$$\varphi_{km}^{pq} = \varphi_k^p - \varphi_m^p - (\varphi_k^q - \varphi_m^q). \tag{4.7}$$

Para estabelecer um esquema simples a fim de identificar observações independentes de dupla diferença, usam-se os conceitos de *estação-referência* e *satélite-referência*. Tanto a estação como o satélite-referência são designados com o subscrito *"1"*. A rede de *"r"* estações é agora considerada como se constituindo de (*r-1*) linhas-base emanando todas da estação-referência. Há (*s-1*) duplas diferenças independentes para cada linha-base, com o sobrescrito *"q"* assumindo os valores *"2, 3, ..., s"*. Assim, um total de *"[(r-1)(s-1)]"* duplas diferenças independentes pode ser calculada para a rede.

Tendo por base o vetor das observações (Equação 4.4), a definição de duplas diferenças (Equação 4.7) e o esquema ordenado de estação-referência e satélite-referência, um conjunto independente de duplas diferenças será:

$$_{(r-1)(s-1)t}[\Delta]^1 = {}_{(r-1)(s-1)t}[D]^{rst} \cdot {}_{rst}[\Psi]^1 \tag{4.8}$$

onde

$$\begin{aligned} \Delta = [&\varphi_{12}^{12}(1), \varphi_{12}^{13}(1), \varphi_{12}^{14}(1), \varphi_{13}^{12}(1), \varphi_{13}^{13}(1), \varphi_{13}^{14}(1), \\ &\varphi_{12}^{12}(2), \varphi_{12}^{13}(2), \varphi_{12}^{14}(2), \varphi_{13}^{12}(2), \varphi_{13}^{13}(2), \varphi_{13}^{14}(2), \\ &\varphi_{12}^{12}(3), \varphi_{12}^{13}(3), \varphi_{12}^{14}(3), \varphi_{13}^{12}(3), \varphi_{13}^{13}(3), \varphi_{13}^{14}(3)]. \end{aligned} \tag{4.9}$$

A matriz D é mostrada na Tabela 4.1 para o caso de r=3, s=4 e t=3, e suas dimensões são *"[(r-1)(s-1)t x rst]"*. As colunas de D são rotuladas com sobrescritos e subscritos da observação de fase identificando respectivamente o satélite e o receptor.

TABELA 4.1

MATRIZ "D" PARA: r=3, s=4, t=3

1	-1	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	-1	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	-1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	8	8	8	8	8	8	1	-1	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0

Sabe-se que o operador da tripla diferença é:

$$\varphi_{km}^{pq}(ji) = \varphi_{km}^{pq}(j) - \varphi_{km}^{pq}(i), \tag{4.10}$$

onde i e j significam as épocas. As triplas diferenças são calculadas a partir das observações de dupla diferença ou as observações de fase não diferenciadas usando a transformação:

$$_{(r-1)(s-1)(t-1)}[\nabla]^{1} = {}_{(r-1)(s-1)(t-1)}[T]^{(r-1)(s-1)t} \cdot {}_{(r-1)(s-1)t}[\Delta]^{1}. \tag{4.11}$$

Para o vetor ordenado das observações de tripla diferença:

$$\begin{aligned}\nabla = [&\varphi_{12}^{12}(2,1), \varphi_{12}^{13}(2,1), \varphi_{12}^{14}(2,1), \varphi_{13}^{12}(2,1), \varphi_{13}^{13}(2,1), \varphi_{13}^{14}(2,1),\\ &\varphi_{12}^{12}(3,2), \varphi_{12}^{13}(3,2), \varphi_{12}^{14}(3,2), \varphi_{13}^{12}(3,2), \varphi_{13}^{13}(3,2), \varphi_{13}^{14}(3,2)],\end{aligned} \tag{4.12}$$

a matriz de transformação “T” é dada pela Tabela 4.2.

TABELA 4.2

<u>MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO “T” PARA: r=3, s=4, t=3</u>

$$T = \begin{bmatrix}
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$

Ambas as observações de dupla e tripla diferença são funções lineares das fases observadas da portadora. Aplicando a lei de propagação das variâncias e levando em conta a matriz cofatora mostrada na Equação 4.5, as matrizes cofatoras da dupla e da tripla diferença, respectivamente, ficam:

$$Q_{\Delta} = \sigma_{\varphi}^{2}(D).(D^{T}) \tag{4.13}$$

e

$$Q_{\nabla} = \sigma_{\varphi}^{2}(TD)(TD)^{T}. \tag{4.14}$$

A matriz cofatora da dupla diferença "Q_{Δ}" é *bloco-diagonal*, implicando dizer que as duplas diferenças de diferentes épocas não são correlacionadas. A matriz cofatora de tripla diferença "Q_{∇}" é *diagonal bandada*, implicando dizer que as triplas diferenças entre épocas consecutivas são correlacionadas. Observar que a inversa da matriz cofatora da tripla diferença, a qual é exigida na solução de mínimos quadrados, é uma matriz cheia (Leick, 1994).

Uma expressão genérica para a Matriz Variância-Covariância das duplas diferenças de uma época qualquer é dada por:

$$Q_{\Delta} = \sigma_{\varphi}^{2}\left[\Lambda\Lambda^{T}\right] \otimes \left[CC^{T}\right], \tag{4.15}$$

onde $\otimes$ representa o produto de Kronecker, e as matrizes "Λ" e "*C*" são definidas a seguir.

A matriz "*C*", de dimensões *[(n-1) x n]*, contendo as informações para a obtenção das duplas diferenças, pode ser definida de várias formas, mas somente duas são normalmente usadas, as quais são denominadas *diferença seqüencial* e *satélite de referência* ou *satélite base* (Talbot, 1991 apud Monico, 2000b). No método da diferença seqüencial, a matriz "*C*" é dada por:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}, \tag{4.16}$$

e no método do satélite referência, com o satélite número 1 definido como base, é dada por:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \qquad (4.17)$$

A matriz "Λ" leva em consideração a correlação entre as linhas base. Cada linha é formada por elementos nulos e não-nulos, esses últimos compostos por +1 e –1, os quais identificam respectivamente a extremidade e a origem dos vetores que compõem as linhas base (vetores) $\overrightarrow{1-2}, \overrightarrow{2-3}, \overrightarrow{3-4}, \dots, \overrightarrow{(m-1)-m}$, a matriz "$\Lambda$" será dada por:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}. \qquad (4.18)$$

Exemplos das matrizes cofatoras para duplas e triplas diferenças são mostradas respectivamente nas Tabelas 4.3 e 4.4, para r = 3, s = 4 e t = 3.

Tendo calculado os vetores das observações de dupla e de tripla diferença de fase e suas correspondentes matrizes cofatoras, pode-se agora formular o ajustamento.

Os termos relevantes da equação de dupla diferença são:

$$\begin{aligned} \varphi_{km}^{pq}(t) &= \frac{f}{c}\left[\rho_k^p(t) - \rho_m^p(t)\right] - \frac{f}{c}\left[\rho_k^q(t) - \rho_m^q(t)\right] + N_{km}^{pq}(1) + \\ &+ \frac{f}{c}\left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^p dt_k - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^p dt_m\right] - \frac{f}{c}\left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^q dt_k - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^q dt_m\right] + \\ &+ I_{km,\varphi}^{pq}(t) + \frac{f}{c} T_{km}^{pq}(t) + d_{km,\varphi}^{pq}(t) + \varepsilon_{km,\varphi}^{pq}, \end{aligned} \qquad (4.19)$$

com $$\rho_k^p(t) = \left[\left(u^p - u_k\right)^2 + \left(v^p - v_k\right)^2 + \left(w^p - w_k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (4.20)$$

e $$\rho_m^p(t) = \left[\left(u^p - u_m\right)^2 + \left(v^p - v_m\right)^2 + \left(w^p - w_m\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (4.21)$$

onde:

f = freqüência;

c = velocidade eletromagnética;

$\rho_r^s(t)$ = distância receptor – satélite no instante t;

$N_{km}^{pq}(t)$ = ambigüidades no instante t;

$I_{km,\varphi}^{pq}(t)$ = termo ionosférico da dupla diferença no instante t;

$T_{km}^{pq}(t)$ = termo troposférico da dupla diferença no instante t;

$d_{km,\varphi}^{pq}(t)$ = multicaminho no instante t;

$\varepsilon_{km,\varphi}^{pq}$ = ruído na medida da fase da portadora;

(u^s, v^s, w^s) = coordenadas instantâneas do satélite;

(u_r, v_r, w_r) = coordenadas instantâneas do receptor.

TABELA 4.3

MATRIZ COFATORA "DD^T" DAS DUPLAS DIFERENÇAS

PARA: r=3, s=4 e t=3

$$\begin{bmatrix}
4 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 4 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 2 & 4 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 1 & 1 & 4 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 2 & 1 & 2 & 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 4 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 4 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 2 & 1 & 2 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 4 & 1 & 1 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 4 & 2 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 4 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 4
\end{bmatrix}$$

Suas derivadas parciais em relação às posições do receptor são:

$$\frac{\partial \varphi_{km}^{pq}}{\partial u_k} = -\frac{f}{c}\left[\frac{\left(u^p - u_k\right)}{\rho_k^p}\right] + \frac{f}{c}\left[\frac{\left(u^q - u_k\right)}{\rho_k^q}\right], \tag{4.22}$$

e

$$\frac{\partial \varphi_{km}^{pq}}{\partial u_m} = -\frac{f}{c}\left[\frac{\left(u^p - u_m\right)}{\rho_m^p}\right] + \frac{f}{c}\left[\frac{\left(u^q - u_m\right)}{\rho_m^q}\right]. \tag{4.23}$$

Expressões similares podem ser obtidas por derivadas parciais em relação às segunda e terceira coordenadas v_k, v_m, w_k e w_m. Estas derivadas parciais são estimadas utilizando-se as coordenadas aproximadas do receptor (vetor X_0) e as coordenadas dos satélites no instante da emissão do sinal.

TABELA 4.4

MATRIZ COFATORA "TDD^TT^T" DAS TRIPLAS DIFERENÇAS

PARA: r=3, s=4 e t=3

$$\begin{bmatrix}
8 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & -4 & -2 & -2 & -2 & -1 & -1 \\
4 & 8 & 4 & 2 & 4 & 2 & -2 & -4 & -2 & -1 & -2 & -1 \\
4 & 4 & 8 & 2 & 2 & 4 & -2 & -2 & -4 & -1 & -1 & -2 \\
4 & 2 & 2 & 8 & 4 & 4 & -2 & -1 & -1 & -4 & -2 & -2 \\
2 & 4 & 2 & 4 & 8 & 4 & -1 & -2 & -1 & -2 & -4 & -2 \\
2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 8 & -1 & -1 & -2 & -2 & -2 & -4 \\
-4 & -2 & -2 & -2 & -1 & -1 & 8 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 \\
-2 & -4 & -2 & -1 & -2 & -1 & 4 & 8 & 4 & 2 & 4 & 2 \\
-2 & -2 & -4 & -1 & -1 & -2 & 4 & 4 & 8 & 2 & 2 & 4 \\
-2 & -1 & -1 & -4 & -2 & -2 & 4 & 2 & 2 & 8 & 4 & 4 \\
-1 & -2 & -1 & -2 & -4 & -2 & 2 & 4 & 2 & 4 & 8 & 4 \\
-1 & -1 & -2 & -2 & -2 & -4 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 8
\end{bmatrix}$$

As derivadas em relação aos instantes dos relógios das estações são:

$$\frac{\partial \varphi_{km}^{pq}}{\partial t_k} = \frac{f}{c}\left(\frac{d\rho}{dt_k}\right)_k^p - \frac{f}{c}\left(\frac{d\rho}{dt_k}\right)_k^q, \tag{4.24}$$

e $$\frac{\partial \varphi_{km}^{pq}}{\partial t_m} = \frac{f}{c}\left(\frac{d\rho}{dt_m}\right)_m^p - \frac{f}{c}\left(\frac{d\rho}{dt_m}\right)_m^q . \tag{4.25}$$

Segundo Leick (1994), o valor de $d\rho/dt$ pode ser obtido a partir da distância topocêntrica imediatamente antes e imediatamente após a época da observação. Uma vez que o erro do relógio da estação está disponível a partir da solução de navegação ou a partir de várias pseudo-distâncias, com uma precisão em torno de 1μs, os parâmetros do relógio da estação não são normalmente estimados na solução de dupla diferença de fase da portadora. Se os parâmetros dos relógios das estações forem estimados, pode-se não resolvê-los para qualquer época, mas é possível modelá-los por um polinômio função do tempo. Em qualquer caso, poderia ser vantajoso transformar os erros dos relógios na semi-diferença e na semi-soma para dois receptores "*k*" e "*m*", tais como:

$$\eta_{km} = \frac{(dt_m - dt_k)}{2}, \tag{4.26}$$

e $$\xi_{km} = \frac{(dt_m + dt_k)}{2}. \tag{4.27}$$

Os coeficientes para os parâmetros transformados do tempo do relógio são:

$$\begin{aligned} &\frac{f}{c}\left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^p - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^q\right]dt_k - \frac{f}{c}\left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^p - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^q\right]dt_m = \\ &= \frac{f}{c}\left\{\left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^p - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^q\right] - \left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^p - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^q\right]\right\}\xi_{km} - \\ &- \frac{f}{c}\left\{\left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^p - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_k^q\right] + \left[\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^p - \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_m^q\right]\right\}\eta_{km}. \end{aligned} \tag{4.28}$$

Para linhas-base pequenas, o coeficiente de "ξ_{km}" tende a zero. Entretanto, é possível em muitas aplicações negligenciar este parâmetro ou modelá-lo como

constante, e somente modelar a semi-diferença "η_{km}" por um polinômio em função do tempo (Leick, 1994).

As derivadas parciais para as ambigüidades iniciais são iguais a "+1". Há "*[(r-1)(s-1)]*" ambigüidades a serem estimadas. A terceira linha da Equação 4.19 representa os atrasos ionosférico e troposférico, mais os termos de multicaminho. Para linhas-base curtas o termo ionosférico de dupla diferença "$I_{km,\varphi}^{pq}(t)$" normalmente não é significativo. Para linhas-base mais longas é melhor usar receptores de dupla freqüência e optar pela combinação de fase das portadoras conhecida por livre da ionosfera (*iono-free*):

$$\begin{aligned}
&\varphi_{k,IF}^{p}(t) \equiv \left[\frac{f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2)}\right]\varphi_{k,1}^{p}(t) - \left[\frac{f_1 f_2}{(f_1^2 - f_2^2}\right]\varphi_{k,2}^{p}(t) = \\
&= \frac{f_1}{c}\rho_k^p(t) - f_1 dt_k + f_1 dt^p + \left[\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\right]N_{k,1}^{p}(1) - \\
&- \left[\frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2}\right]N_{k,2}^{p}(1) + T_k^p(t).
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Em circunstâncias extremas pode-se calcular o efeito troposférico a partir de um modelo apropriado e dados meteorológicos – *Hopfield* ou *Saastamoinen*. Finalmente, o multicaminho normalmente permanece não modelado (Leick, 1994).

A lista de parâmetros para uma sessão com *r=3*, *s=4* e *t=3* poderia ser a seguinte:

$$\begin{aligned}
X = (&N_{12}^{12}, N_{12}^{13}, N_{12}^{14}, N_{13}^{12}, N_{13}^{13}, N_{13}^{14}, u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2, \\
&u_3, v_3, w_3, Clk_{12}, Clk_{13}).
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Normalmente os parâmetros são agrupados para, convenientemente, estabelecer regras para a montagem das duas matrizes: *a matriz dos coeficientes* e *a matriz normal*.

Matriz dos coeficientes = ${}_{n}[A]^{u} = \left[\dfrac{\partial F(X_a)}{\partial X_a}\right]\Bigg|_{Xa=Xo}$;

Matriz normal = ${}_{u}[N]^{u} = A^T P_L A$;

Vetor dos parâmetros aproximados = X_o.

(Coordenadas a priori do receptor)

A matriz dos coeficientes que corresponde à seqüência de parâmetros e à seqüência de observações de dupla diferença é mostrada na Tabela 4.5. Cada linha-base contribui com uma linha da tabela e cada época contribui com *(r-1)* linhas. A Equação 4.31 mostra a notação usada na forma de derivadas parciais, onde o sobrescrito *"q"* assume valores de *2* a *s*.

TABELA 4.5

MATRIZ DOS COEFICIENTES

<u>(DERIVADAS PARCIAIS PARA DUPLAS DIFERENÇAS)</u>

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
N_{12}^{12} & N_{12}^{13} & N_{12}^{14} & N_{13}^{12} & N_{13}^{13} & N_{13}^{14} & u_1 & v_1 & w_1 & u_2 & v_2 & w_2 & u_3 & v_3 & w_3 \\
\end{array}$$

$$\begin{bmatrix}
{}_{3}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}^{3} & {}_{3}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}^{3} & {}_{3}\left[\dfrac{\partial\varphi_{12}^{1q}(t)}{\partial(u_1,v_1,w_1)}\right]^{3} & {}_{3}\left[\dfrac{\partial\varphi_{12}^{1q}(t)}{\partial(u_2,v_2,w_2)}\right]^{3} & {}_{3}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}^{3} \\
{}_{3}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}^{3} & {}_{3}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}^{3} & {}_{3}\left[\dfrac{\partial\varphi_{13}^{1q}(t)}{\partial(u_1,v_1,w_1)}\right]^{3} & {}_{3}\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}^{3} & {}_{3}\left[\dfrac{\partial\varphi_{13}^{1q}(t)}{\partial(u_3,v_3,w_3)}\right]^{3}
\end{bmatrix}$$

$$\left[\frac{\partial\varphi_{km}^{1q}(t)}{\partial(u_m,v_m,w_m}\right] = \begin{bmatrix}
\dfrac{\partial\varphi_{km}^{12}(t)}{\partial u_m} & \dfrac{\partial\varphi_{km}^{12}(t)}{\partial v_m} & \dfrac{\partial\varphi_{km}^{12}(t)}{\partial w_m} \\
\dfrac{\partial\varphi_{km}^{13}(t)}{\partial u_m} & \dfrac{\partial\varphi_{km}^{13}(t)}{\partial v_m} & \dfrac{\partial\varphi_{km}^{13}(t)}{\partial w_m} \\
\dfrac{\partial\varphi_{km}^{14}(t)}{\partial u_m} & \dfrac{\partial\varphi_{km}^{14}(t)}{\partial v_m} & \dfrac{\partial\varphi_{km}^{14}(t)}{\partial w_m}
\end{bmatrix}. \qquad (4.31)$$

As derivadas parciais das triplas diferenças são relacionadas àquelas das duplas diferenças porque a tripla diferença é a diferença de duas duplas diferenças, conforme se vê na Equação 4.32. A matriz dos coeficientes da tripla diferença não contém colunas para as ambigüidades iniciais, porque esses parâmetros cancelam-se pela diferenciação.

$$\frac{\partial \varphi_{km}^{pq}(j,i)}{\partial(parâmetro)} = \frac{\partial \varphi_{km}^{pq}(j)}{\partial(parâmetro)} - \frac{\partial \varphi_{km}^{pq}(i)}{\partial(parâmetro)}. \qquad (4.32)$$

O esquema de disposição de estação-referência e satélite-referência para a identificação do conjunto de observações independentes de dupla diferença não é o único esquema disponível, tendo sido usado até aqui devido à sua simplicidade. Outros esquemas poderiam ordenar as linhas-base pelo comprimento ou número de observações, e então poderiam encontrar a série independente começando pela linha-base mais curta, etc. Qualquer esquema que identifique uma série de observações independentes de dupla freqüência é adequado. Um exemplo onde o esquema estação-referência e satélite-referência exige uma ligeira modificação ocorre quando a estação-referência não observa numa determinada época devido a um bloqueio temporário do sinal ou outra causa qualquer. Se a estação 1 não observar, então a dupla diferença "$\Delta\varphi_{23}^{pq}(t)$" pode ser calculada para esta época particular. Em virtude da relação

$$\varphi_{23}^{pq}(t) = \varphi_{13}^{pq}(t) - \varphi_{12}^{pq}(t), \qquad (4.33)$$

a ambigüidade N_{23}^{pq} relaciona-se com as ambigüidades da estação-referência pela equação

$$N_{23}^{pq}(1) = N_{13}^{pq}(1) - N_{12}^{pq}(1). \qquad (4.34)$$

A introdução de N_{23}^{pq} como um parâmetro adicional poderia criar uma singularidade na matriz normal por causa da dependência expressa na Equação 4.34. Ao invés de acrescentar esta nova ambigüidade, as ambigüidades da estação-referência N_{12}^{pq} e N_{13}^{pq} produzem os coeficientes 1 e –1, respectivamente, na matriz

dos coeficientes. As derivadas parciais em relação às coordenadas da estação podem ser calculadas pela Equação 4.33 e introduzidas diretamente na matriz dos coeficientes porque as respectivas colunas já estão lá. Uma situação similar surge quando o satélite-referência é trocado. As funções lineares neste caso são:

$$\varphi_{km}^{23}(t) = \varphi_{km}^{13}(t) - \varphi_{km}^{12}(t) \tag{4.35}$$

e

$$N_{km}^{23}(1) = N_{km}^{13}(1) - N_{km}^{12}(1). \tag{4.36}$$

Os elementos respectivos para as ambigüidades do satélite-referência na matriz dos coeficientes são novamente 1 e –1, a fim de evitar uma matriz normal singular. Em geral, se o pré-processamento gera duplas diferenças em todas as combinações, isto é, $\varphi_{12}^{pq}(t)$, $\varphi_{13}^{pq}(t)$ e $\varphi_{23}^{pq}(t)$ no caso de 3 receptores, somente dois deles seriam usados devido à dependência linear entre eles (Leick, 1994).

4.2.2 Ajustamento das observações (Processamento)

Neste ponto já estão estabelecidos os modelos matemáticos (equações de observação) de dupla e tripla diferença. Já estão também montadas as matrizes e vetores necessários ao cálculo, quais sejam:

- vetor da estimativa inicial dos parâmetros a priori ≡ Xo;
- vetor das observações brutas ≡ L_b = Δ (ddf) ou ∇ (tdf);
- matriz dos pesos das observações ≡ $P_L = [Q_\varphi]^{-1}$, lembrando que

$$Q_\varphi = \frac{1}{\sigma_0^2}\sum L_b \text{ , onde}$$

ΣL_b = matriz variância-covariância das observações brutas, e

σ_o^2 = fator de variância convenientemente arbitrado a priori;

- matriz dos coeficientes ≡ A (apresentada na Tabela 4.5).

A forma linearizada do modelo é

$$V = AX + \Delta L, \tag{4.37}$$

onde V é o vetor dos resíduos das observações, possibilitando a valorização do vetor das observações ajustadas:

$$L_a = L_b + V. \tag{4.38}$$

O sistema de equações normais será:

$$(A^T P_L A).X = A^T P_L \Delta L, \tag{4.39}$$

onde $\Delta L = L_0 - L_b$,

sendo $L_0 = F(X_0)$.

Fazendo $A^T P_L A = N$ (matriz normal)

e $A^T P_L \Delta L = U$ (vetor normal),

tem-se o vetor solução do sistema:

$$X = - N^{-1} U, \tag{4.40}$$

e o vetor dos parâmetros ajustados:

$$X_a = X_0 + X, \tag{4.41}$$

o qual inclui as coordenadas dos pontos e as ambigüidades.

O fator de variância a posteriori é dado por

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P_L V}{(n-u)},$$

e as matrizes variância-covariância são respectivamente:

- para os parâmetros ajustados $\sum X_a = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1}$ (4.42)

- para as observações ajustadas $\sum L_a = \hat{\sigma}_0^2 (AN^{-1}A^T)$ (4.43)

Fica restando ainda o problema da detecção e correção das perdas de ciclo *("cycle slips")*.

4.2.3 Detecção e correção das perdas de ciclo (“cycle-slips”)

Uma “perda de ciclo” é um salto súbito de um número inteiro de ciclos na observável fase de batimento da portadora, causado pela perda de sintonia do sinal. A porção fracionária da fase não é afetada por esta descontinuidade na seqüência da observação. A perda de sintonia pode ocorrer brevemente entre duas épocas, ou pode durar vários minutos se os sinais dos satélites não puderem atingir a antena.

Dentre as várias aproximações para contornar esse problema, a filtragem discreta de Kalman é uma das mais adequadas para automaticamente descobrir e eliminar as perdas de ciclo. A filtragem pode ser aplicada às fases não diferenciadas, às dupla e tripla diferenças de ambas as portadoras L1 e L2, ou a qualquer outra seqüência de observações tais como a função ionosférica ou a função de banda larga (Leick, 1994).

O formalismo matemático do filtro estendido de Kalman não será apresentado por não fazer parte do escopo deste trabalho. Seu desenvolvimento detalhado poderá ser encontrado em Gelb et al (1974), Vasconcellos (1987) e Leick (1994).

4.3 Ajustamento de redes

O planejamento de uma rede geodésica deve atentar para a conexão entre os pontos da rede com outros pontos de coordenadas já conhecidas, sejam estes pertencentes à rede ou situados fora dela.

A organização do projeto também depende da distribuição dos pontos, isto é, do *tipo de rede*. Existem dois tipos de redes geodésicas GPS:

- radial;
- por figuras geométricas.

O levantamento radial é realizado colocando um receptor fixo numa estação e observando outras estações relativas a esta. A Figura 4.1 apresenta uma configuração típica de um levantamento radial.

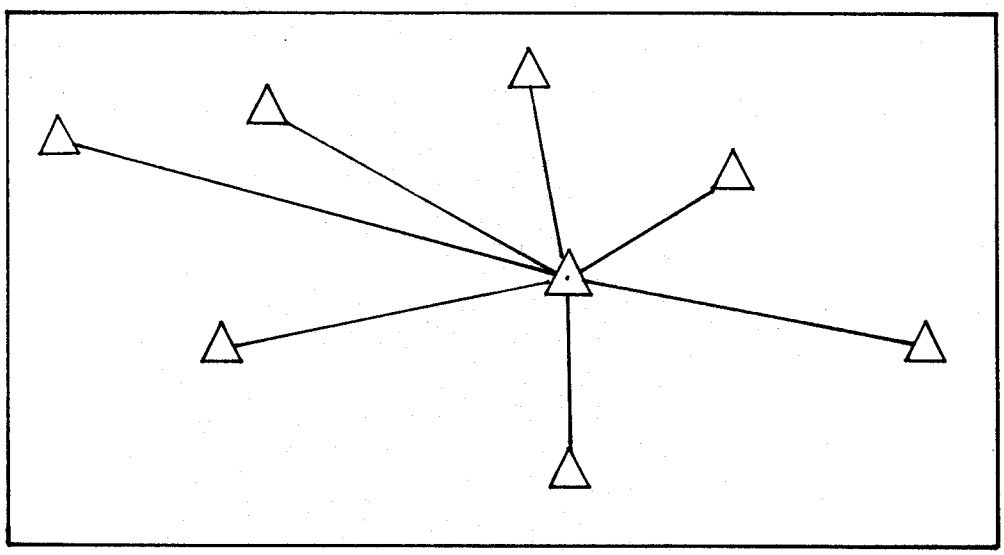


Fig. 4.1: Observação radial

O levantamento por figuras geométricas é realizado por três ou mais receptores operando simultaneamente formando figuras geométricas, possibilitando uma alta precisão relativa, devido à correlação entre os vetores formados pelos pontos considerados na determinada figura.

Depois de efetuadas as observações, os dados devem ser *processados*. Modernos *"softwares"* processam todos os dados e computam vetores independentes. Uma vez que o *software* tenha sido inicializado, as linhas-base passam a ser calculadas automaticamente.

Concluído o projeto da rede, o passo seguinte é o seu ajustamento. Para que o modelo de ajustamento atue de forma adequada é necessário que a rede formada tenha *confiabilidade*. O conceito de confiabilidade, segundo Bueno (1995), pode ser descrito como a propriedade que uma determinada rede possui de detectar possíveis falhas, como, por exemplo, as alturas de antenas. A Figura 4.2 dá exemplos de redes com diferentes graus de confiabilidade.

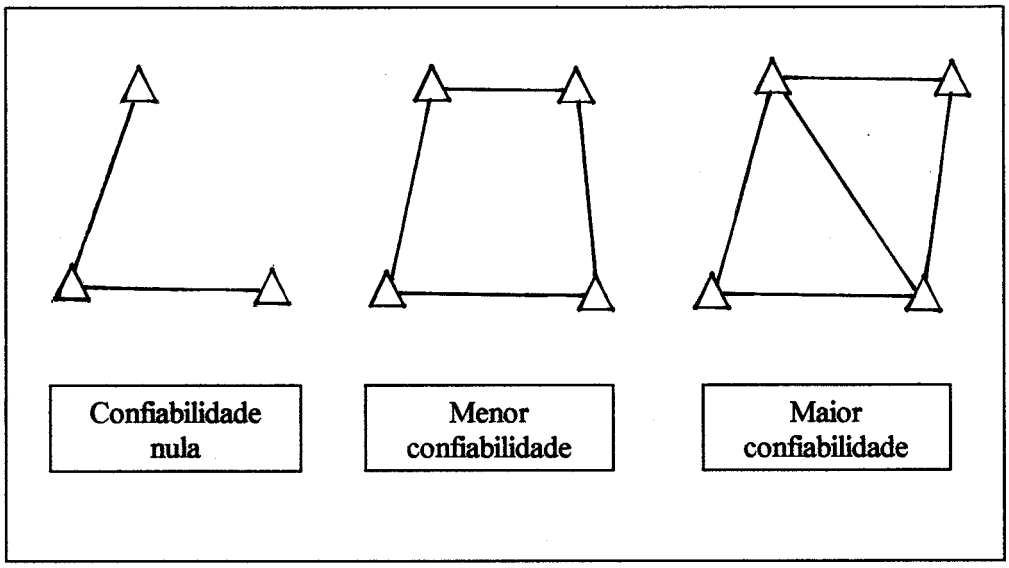


Fig. 4.2: Figuras com diferentes níveis de confiabilidade.

A metodologia proposta inclui três fases: ajustamento livre, com injunção mínima, e com mais de uma injunção.

Na primeira fase, o ajustamento fornece a precisão geométrica interna da rede, ou seja, é avaliada a precisão relativa entre os vetores que a compõem. Este primeiro ajustamento permite examinar somente os resultados dos vetores sem influência de nenhum ponto adicional de controle.

Na segunda fase, o ajustamento com injunção mínima permite avaliar as tendências da rede pela fixação de um único ponto de controle.

Finalmente, estando a precisão interna dentro das especificações, procede-se à terceira fase, sendo esse ajustamento feito em relação aos pontos de controle da rede de apoio de ordem superior, por exemplo, vértices da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC), fixando ou injuncionando suas coordenadas. Observe-se que os pontos dessa rede terão exatidão menor que seus pontos de controle. Redes determinadas por tecnologia GPS geralmente atingem maior precisão do que pelos métodos clássicos (geométricos). Assim sendo, é preciso tomar cuidado em não empregar *indiscriminadamente* pontos de controle determinados por GPS e por métodos geométricos numa mesma rede.

5 AJUSTAMENTO VETORIAL DE REDES GPS - PROGRAMAS IMPLEMENTADOS

Os diversos métodos de utilização do Sistema de Posicionamento Global (GPS) têm por princípio obter a distância entre satélites e uma antena receptora instalada sobre um ponto, através do *processamento* das observações. Uma rede composta por pontos somente processados não está "pronta" para ser usada, havendo necessidade de ajustá-la vetorialmente, de modo a homogeneizá-la. Esse ajustamento é realizado utilizando o método dos mínimos quadrados aplicado a uma formulação matemática que proporcione um tratamento vetorial a pares de pontos da rede.

O algoritmo proposto possibilita a densificação de redes geodésicas GPS através de ajustamentos *livres* ou *injuncionados*, tendo por característica a possibilidade de se adotar as coordenadas dos pontos de injunção e ao mesmo tempo ponderá-las com suas próprias variâncias adrede conhecidas, além de possibilitar também a realização de análise estatística da qualidade através da realização de testes de hipótese conhecidos como "Teste do Qui-quadrado" e "Teste dos Resíduos Padronizados" ("*data snooping*"), além da análise dos resultados obtidos pela apresentação das "elipses de erro" dos pontos ajustados.

Foram considerados também, além do cálculo de ajustamento, alguns conceitos que devem nortear a elaboração do projeto de construção da rede, tais como: o tipo de rede, a subdivisão da mesma em figuras geométricas, os vetores independentes, a confiabilidade, o tipo de processamento e as injunções.

Na elaboração do programa de aplicação do algoritmo, ele foi dividido em duas partes:

1ª.) o programa DATA, que proporciona a entrada dos dados;

2ª.) o programa DENSIFREDE, que realiza o ajustamento propriamente dito, testes e análises.

5.1 Densificação de redes

Um dos procedimentos clássicos na densificação de uma rede geodésica consiste em realizar um ajustamento livre da mesma, seguido por uma transformação de Helmert aplicada ao conjunto dos pontos fiduciais que devem ser mantidos

imutáveis. Schaffrin (2001) mostra que essa aproximação não é ótima em termos do risco do erro médio quadrático, e apresenta uma derivação, baseada no princípio dos mínimos quadrados, o qual fornece uma solução ótima para o problema da densificação.

Num projeto de densificação de uma rede, seu ajustamento vetorial, além de subordiná-la aos pontos de uma rede fiducial, deve também conectá-la a pontos de redes contíguas, os quais já estão devidamente ajustados e, portanto, suas coordenadas já foram divulgadas encontrando-se em plena utilização. Esses pontos, que serão indistintamente chamados *"pontos hierarquicamente superiores"*, deverão ter suas coordenadas preservadas. Sabe-se, porém, que ao conectá-los vetorialmente aos novos pontos da rede de densificação, formar-se-ão vetores, chamados *vetores injuncionantes*, os quais, através de suas componentes, exercerão influência nessa nova rede, fazendo também com que as coordenadas, que deveriam ser preservadas, indesejavelmente se modifiquem.

Ora, esses pontos hierarquicamente superiores, aos quais é imposta como *injunção* a fixação de suas coordenadas, têm suas próprias incertezas estimadas em duas situações:

1ª.) suas variâncias, obtidas no levantamento em que foram estabelecidas, sendo divulgadas juntamente com suas coordenadas;

2ª.) as variâncias-covariâncias das componentes dos vetores injuncionantes, obtidas no levantamento da rede de densificação considerada, uma vez que tais pontos foram reocupados para fins de conexão.

A metodologia proposta utiliza esses dois conjuntos de incertezas, de maneira a respeitar a injunção imposta de preservar as coordenadas desses pontos, transmitindo o efeito de suas variâncias à rede densificada através do modelo que se segue.

5.1.1 O modelo de densificação e tratamento ótimo

Segundo Schaffrin (2001) o processo está apenas no tratamento, pois o modelo matemático, já em sua forma linearizada, é amplamente conhecido e dado pelas equações:

$$1)\ {}_n(\Delta L)^1 = {}_n(A_1)^m\,{}_m(dX_1)^1 + {}_n(A_2)^{m-l}\,{}_{m-l}(dX_2)^1 + {}_n(V)^1, \qquad (5.1)$$

sendo: $rk(A_2) = m\text{-}l$;

$rk(A) = q$;

$m\text{-}l < q$;

q = número de graus de liberdade $(n\text{-}m)$

$\Delta L = L_0 - L_b$, com $L_0 = F(X_0)$,

e

$$2)\ {}_l(\hat{X})^1 = {}_l(dX_1)^1 + {}_l(V_1^0)^1 = {}_l(K)^m\,{}_m(X)^1 + {}_l(V_1^0)^1, \tag{5.2}$$

sendo: $(K) = [I_l \ \ 0]$;

$$\begin{bmatrix} V \\ V_1^0 \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \sigma_0^2 \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & Q_1^0 \end{bmatrix}\right), \tag{5.3}$$

cuja definição dos parâmetros é a seguinte:

n = número total de observações (pontos novos mais pontos de injunção),

m = número total de parâmetros,

l = número de parâmetros de injunção,

$rk(A_2)$ = rank da matriz A_2,

$rk(A)$ = rank da matriz A,

X_0 é uma valorização a priori dos parâmetros (mx1),

ΔL é o vetor ($L_0 - L_b$) (nx1), já definido, acrescido das coordenadas dos pontos de injunção,

L_b é o vetor das observações brutas (nx1), já citado, acrescido das coordenadas dos pontos de injunção,

dX_1 é o vetor que incorpora as coordenadas dos pontos da rede (mx1),

dX_2 é o vetor que incorpora as coordenadas dos pontos de injunção (m-lx1),

$A = [A_1, \quad A_2]$ é a matriz dos coeficientes (nxm),

V é o vetor dos resíduos das observações (nx1),

$\hat{X}_1$ é o vetor (dado) das coordenadas dos pontos de injunção (lx1),

V_1^0 é o vetor dos resíduos dos pontos de injunção (lx1),

σ_0^2 é o fator de variância arbitrado a priori (escalar),

P é a matriz dos pesos das observações (nxn),

Q_1^0 é a matriz cofatora dos pontos de injunção (lxl), e igual a:

$$Q_1^0 = \frac{\sum \hat{X}_2}{\sigma_0^2}.$$

Assume-se que as coordenadas dos pontos de injunção e suas respectivas variâncias-covariâncias sejam as mesmas em ambos os tratamentos: seja como parâmetros ou como observações.

A BLUUE (Best Linear Uniformly Unbiased Estimate – melhor estimativa linear uniformemente imparcial) de ${}_m[X]^1$ no modelo anterior pode ser obtida pelo processo que se segue (Schaffrin, 2001).

Nas Equações 5.1, 5.2 e 5.3, a BLUUE é dada por:

$$\hat{X}_a = \left(N + K^T P_1^0 K\right)^{-1}\left(C + K^T P_1^0 \hat{X}_1\right), \tag{5.4}$$

que desenvolvendo resulta em:

$$\hat{X}_a = N^{-1}C + N^{-1}K^T\left(Q_1^0 + KN^{-1}K^T\right)^{-1}\left(X_1 - KN^{-1}C\right), \tag{5.5}$$

sendo C o vetor *(m x 1)* dado por:

$$C^T = [0 \ \ldots \ 1 \ \ 0 \ \ 0 \ \ldots \ 0]^T,$$

$$N = A^T PA \ \text{(matriz normal)},$$

e K uma matriz *(l x m)*, possuindo três linhas de zeros para cada ponto de injunção e, no cruzamento dessas linhas com as três colunas referentes ao ponto de injunção correspondente, contendo uma matriz identidade de dimensão *(3 x 3)*. Um exemplo de uma matriz K pode ser o seguinte:

$$K = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ l \end{array}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & - & - & - & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & - & - & - & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & - & - & - & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - & - & - & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - & - & - & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - & - & - & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^m .$$

A solução é obtida através das "equações normais":

$$\begin{bmatrix} N & K^T \\ K & -Q_1^0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{X}_a \\ \hat{\lambda}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ \hat{X}_1 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

onde o vetor $\hat{\lambda}_a$ (lx1) corresponde às coordenadas dos pontos de injunção, modificadas pela consideração de suas variâncias no ajustamento.

As matrizes variância-covariância de $\hat{X}_a$ e $\hat{\lambda}_a$ são prontamente obtidas por:

$$\sigma_0^2 \begin{bmatrix} N & K^T \\ K & -Q_1^0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \sum \hat{X}_a & \times \\ \times & \sum \hat{\lambda}_a \end{bmatrix}, \tag{5.7}$$

com $\sigma_{\hat{X}_a, \hat{\lambda}_a} = 0$,

ou alternativamente por:

$$\sum \hat{X}_a = \sigma_0^2 \left(N + K^T P_1^0 K\right)^{-1} =$$

$$= \sigma_0^2 N^{-1} - \sigma_0^2 N^{-1} K^T \left(Q_1^0 + K N^{-1} K^T\right)^{-1} K N^{-1}, \tag{5.8}$$

$$\sum \hat{\lambda}_a = \sigma_0^2 \left(Q_1^0 + K N^{-1} K^T\right)^{-1} =$$

$$= \sigma_0^2 P_1^0 - \sigma_0^2 P_1^0 K \left(N + K^T P_1^0 K\right)^{-1} K^T P_1^0, \tag{5.9}$$

se existirem as respectivas inversas.

Os resíduos são proporcionados através das equações:

$$\tilde{V} = \Delta L - A_1 \hat{X}_1^a - A_2 \hat{X}_2^a = \Delta L - A \hat{X}_a, \tag{5.10}$$

$$\tilde{V}_1^0 = \hat{X}_1 - \hat{X}_1^a = \hat{X}_1 - K \hat{X}_a = -Q_1^0 \hat{\lambda}_a =$$

$$\left(I_\lambda + K N^{-1} K^T P_1^0\right)^{-1} \left(\hat{X}_1 - K N^{-1} C\right), \tag{5.11}$$

com $\sigma_{\hat{X}_a, \tilde{V}} = 0$, $\sigma_{\hat{X}_a, \tilde{V}_1^0} = 0$,

e $$A^T P \tilde{V} = C - N \hat{X}_a = K^T \hat{\lambda}_a = -K^T P_1^0 \tilde{V}_1^0, \tag{5.12}$$

e suas matrizes variância-covariância através da equação:

$$\sum \tilde{V}, \tilde{V}_1 = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & Q_1^0 \end{bmatrix} - \sigma_0^2 \begin{bmatrix} A \\ K \end{bmatrix} \left(N + K^T P_1^0 K\right)^{-1} \begin{bmatrix} A^T & K^T \end{bmatrix}. \tag{5.13}$$

Finalmente a BIQUUE (Best Invariant Quadratic Uniformly Unbiased Estimate – melhor estimativa invariante quadrática uniformemente imparcial) de σ_0^2 pode ser calculada por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\tilde{V}^T P \tilde{V} + \tilde{V}_1^{0T} Q_1^0 \tilde{V}_1^0}{n - m + l}, \tag{5.14}$$

onde $\hat{\sigma}_0^2$ representa o fator de variância estimado a posteriori, o numerador é a soma acumulada dos "V^TPV" das observações e dos pontos de injunção incluídos como parâmetros, e o denominador é o número de graus de liberdade do sistema.

5.1.2 Aplicação da propriedade reprodutora

Embora o procedimento descrito apresente um método ótimo para a densificação, seu uso tem sido relutante devido a alterações apresentadas nas coordenadas dos pontos de injunção, como conseqüência de:

$$ {}_{l}\left[\tilde{V}_1^0\right]^1 \neq 0. $$

Isso pode ser resolvido pelo uso da técnica denominada "propriedade reprodutora", que consiste na utilização da equação:

$$ \hat{\hat{X}}_a = \hat{X}_a + K^T\left(KK^T\right)^{-1}\tilde{V}_1^0, \qquad (5.15) $$

onde $\hat{\hat{X}}_a$ e $\hat{X}_a$ apresentam-se sob a forma:

$$ \hat{\hat{X}}_a = {}_{m+l}\begin{bmatrix} {}_{m}\left[\hat{X}_1^a\right]^1 \\ {}_{l}\left[\hat{\hat{X}}_2^a\right]^1 \end{bmatrix}^1 \text{ e } \hat{X}_a = {}_{m+l}\begin{bmatrix} {}_{m}\left[\hat{X}_1^a\right]^1 \\ {}_{l}\left[\hat{X}_2^a\right]^1 \end{bmatrix}^1, \qquad (5.16) $$

onde o sub-vetor $\hat{X}_2^a$ representa as coordenadas dos pontos de injunção modificadas pelo ajustamento injuncionado, e o sub-vetor $\hat{\hat{X}}_2^a$ representa as coordenadas dos pontos de injunção, após a aplicação da propriedade reprodutora, reproduzidos tal e qual elas eram por ocasião da entrada de dados (Schaffrin, 2001).

5.1.3 O procedimento

Na prática, o procedimento consiste em alterar convenientemente os dados de entrada e analisar o comportamento dos novos dados de saída.

As dimensões aqui adotadas, *n*, *m* e *l*, em qualquer caso, serão sempre múltiplas de 3.

5.1.3.1 Na entrada de dados

No programa DATA, que gera a entrada de dados matriciais, todas as três matrizes devem ser alteradas, de acordo com a descrição a seguir.

O vetor L_b deve ser acrescido das coordenadas dos pontos de injunção, passando à seguinte forma:

$$\tilde{L}_b = \begin{array}{c} \\ n+l \end{array} \begin{bmatrix} n\left[L_b\right]^1 \\ l\left[\hat{X}_2\right]^1 \end{bmatrix}^1 . \qquad (5.17)$$

A matriz variância-covariância das observações brutas deve ser acrescida das variâncias-covariâncias dos pontos de injunção ao longo da diagonal principal ou dos blocos diagonais *(3x3)*, preenchendo os demais elementos com zeros. Assim, depois de invertida e multiplicada pelo fator de variância arbitrado a priori, a matriz dos pesos das observações ficará da seguinte forma:

$$P = \sigma_0^2 \begin{array}{c} \\ n+l \end{array} \begin{bmatrix} n\left[\left(\sum L_b\right)^{-1}\right]^n & n\left[\begin{matrix} Z \\ E \\ R \\ O \\ S \end{matrix}\right]^l \\ l\left[Z\ E\ R\ O\ S\right]^n & l\left[\left(\sum \hat{X}_2\right)^{-1}\right]^l \end{bmatrix}^{n+l} . \qquad (5.18)$$

A matriz dos coeficientes também deve ser modificada, sendo acrescida a matriz K (lxm), da seguinte maneira:

$$\tilde{A} = \begin{array}{c} \\ n+l \end{array} \begin{bmatrix} n\left[\ (A)\ \right]^m \\ l\left[\ (K)\ \right]^m \end{bmatrix}^m . \qquad (5.19)$$

5.1.3.2 Nos dados de saída

Nos dados de saída do Programa DENSIFREDE deve-se observar os vetores ajustados dos parâmetros e das observações, as matrizes variância-covariância das observações e dos parâmetros ajustados e, com bastante atenção, o vetor dos resíduos das observações, já que ele é importante na análise dos resultados do ajustamento.

As coordenadas dos pontos de injunção aparecem nos vetores ajustados dos parâmetros e também das observações. O mesmo acontece com suas variâncias, que aparecem nas matrizes variância-covariância dos parâmetros e das observações ajustadas.

Quanto aos parâmetros ajustados, seu vetor é dado pelas Equações 5.4 ou 5.5, conforme a matriz normal "*N*" seja inversível ou não, e a matriz variância-covariância é dada pela Equação 5.8. Suas formas são apresentadas respectivamente por:

$$\hat{X}_a = {}_{m+l}\begin{bmatrix} {}_m\left[\hat{X}_1^a\right]^1 \\ {}_l\left[\hat{X}_2^a\right]^1 \end{bmatrix}^1, \tag{5.20}$$

antes da aplicação da propriedade reprodutora,

e por:

$$\sum \hat{X}_a = {}_{m+l}\begin{bmatrix} {}_m\left[\sum \hat{X}_1^a\right]^m & {}_m\left[\sigma_{\hat{X}_1^a \hat{X}_2^a}\right]^l \\ {}_l\left[\sigma_{\hat{X}_1^a \hat{X}_2^a}\right]^m & {}_l\left[\sum \hat{X}_2^a\right]^l \end{bmatrix}^{m+l}. \tag{5.21}$$

Quanto às observações ajustadas, as expressões para o vetor e a matriz variância-covariância ficam:

$$\hat{L}_a = {}_{n+l}\begin{bmatrix} {}_n\left[\hat{L}_a\right]^1 \\ {}_l\left[\hat{X}_2^a\right]^1 \end{bmatrix}^1, \tag{5.22}$$

e

$$\sum \hat{L}_a = {}_{n+l}\begin{bmatrix} {}_n\left[\sum \hat{L}_a\right]^n & {}_n\left[\sigma_{\hat{L}_a, \hat{X}_2^a}\right]^l \\ {}_l\left[\sigma_{\hat{L}_a, \hat{X}_2^a}\right]^n & {}_l\left[\sum \hat{X}_2^a\right]^l \end{bmatrix}^{n+l}. \tag{5.23}$$

Finalmente, quanto aos resíduos, o vetor é dado pela expressão:

$$V = {}_{n+l}\begin{bmatrix} {}_n\left[\tilde{V}\right]^1 \\ {}_l\left[\tilde{V}_1^0\right]^1 \end{bmatrix}^1, \tag{5.24}$$

e sua matriz variância-covariância já foi apresentada pela Equação 5.13.

5.2 Considerações fundamentais

Destacam-se aqui algumas considerações que devam preceder as operações de ajustamento das redes.

5.2.1 Planejamento, reconhecimento e monumentação da rede

No planejamento de levantamentos GPS, bem como em qualquer outro método de levantamento convencional, é fundamental ter à mão documentos cartográficos, fotografias aéreas e outros documentos afins e recentes da região de trabalho, pois eles darão apoio a importantes decisões quanto à definição dos pontos a serem levantados, itinerários de deslocamento, etc. Havendo apoio geodésico básico na região, é importante identificá-los, pois poderão ser de grande valia, se estiverem próximos da região de trabalho.

O método de posicionamento a ser usado, tratando-se de levantamentos geodésicos, é o relativo, em razão da acurácia exigida. Na densificação, utiliza-se essencialmente o posicionamento relativo estático (Monico, 2000b).

O reconhecimento é também uma fase muito importante nos levantamentos de precisão geodésica. Devem ser verificadas as condições locais visando identificar objetos que possam obstruir os sinais, produzir multicaminho, etc. Sempre que possível, a linha de visada acima do horizonte deve estar livre em todas as direções. Como nem sempre essas condições são verificadas, as obstruções devem ser registradas por meio de um diagrama na folha de reconhecimento, a fim de auxiliar na definição do planejamento das observações.

Todas as informações obtidas no reconhecimento *in loco* proporcionarão ao planejador uma melhor definição dos métodos de posicionamento e plano de observação a serem adotados. O estabelecimento do plano de observação inclui a duração de cada sessão, seu início e fim, com o intuito de balizar o deslocamento das equipes de campo, dentre outras informações (Monico, 2000b).

As redes de densificação exigem que após o planejamento e o reconhecimento seja realizada a monumentação dos vértices, como forma de

materializar os pontos de interesse. As redes estaduais exigem pilares de concreto com dispositivo de centragem forçada (Monico, 2000b).

5.2.2 Tipo de rede e método de observação

A organização do projeto também depende da distribuição dos pontos, isto é, do tipo de rede. Existem dois tipos de redes geodésicas GPS: radial e por figuras geométricas, os quais já foram tratados na Sessão 4.3.

A implantação de redes geodésicas que utilizam a tecnologia GPS emprega o método de posicionamento conhecido por *relativo estático*, cuja metodologia foi desenvolvida pelo MIT (Massachussets Institute of Technology) em 1981, sendo posteriormente absorvida pelo NGS (National Geodetic Survey), tendo sido objeto de pesquisas deste órgão que já desenvolveu e implantou diversos aperfeiçoamentos.

A solução mais adequada para o tratamento das redes GPS é o *posicionamento relativo estático com solução em rede*, por produzir melhores resultados em projetos onde seja necessário o estabelecimento de um conjunto de pontos. Uma vez definidos e, se for o caso, monumentados os pontos, passa-se a observar a rede empregando-se três ou mais receptores. A solução em rede possui duas técnicas: *multi-estação* e *multi-sessão*.

5.2.3 Vetores independentes

No posicionamento diferencial estático com solução em rede é necessário considerar os conceitos de *vetores independentes* e *vetores triviais*. Tais conceitos foram apresentados na Sessão 3.1.5.1 e exemplificados pela Figura 3.2.

Numa determinada sessão onde participam R receptores, o número de vetores possíveis e o número de vetores independentes são dados pelas Equações 3.14 e 3.15.

Na técnica multi-estação os vetores independentes observados simultaneamente são processados em um único processamento; portanto não são determinadas somente distâncias (ou linhas base), mas são obtidas as coordenadas dos pontos da rede e sua correspondente matriz variância-covariância, a qual contém informações mais adequadas com respeito à precisão das observações simultâneas entre as estações. Para compor redes geodésicas, este tipo de solução é preferível,

pois explora melhor o potencial de precisão do GPS, elevando-se a confiabilidade das soluções (Seeber, 1993).

Quando a rede possui muitos pontos, é necessário o emprego de várias sessões, o que se denomina multi-sessão. A condição básica é que cada sessão seja conectada à anterior por, no mínimo, um vértice em comum. Quanto mais estações em comum entre duas sessões, maior a confiabilidade da rede (Seeber, 1993).

5.2.4 Ajustamento: confiabilidade e injunções

Depois de efetuadas as observações, os dados devem ser *processados*. Modernos "softwares" processam todos os dados e calculam todos os vetores possíveis. Uma vez que o "software" tenha sido inicializado, as linhas base são calculadas na ordem, automaticamente (Vasconcellos & Blitzkow, 2001).

Concluído o processamento das linhas base, o passo seguinte é o *ajustamento da rede*. Para que o modelo de ajustamento atue de forma adequada, é necessário que a rede formada tenha *confiabilidade*. O conceito de confiabilidade, segundo Seeber (1993), está descrito na Sessão 4.3 e exemplificado pela Figura 4.2.

Numa primeira fase, o ajustamento obtém a precisão geométrica interna da rede, ou seja, é avaliada a precisão relativa entre os vetores que a compõem. Esse primeiro ajuste, chamado *ajustamento livre*, permite examinar a precisão interna da rede, sem influência de nenhum ponto adicional de controle. Nesta fase, deve-se ressaltar que as matrizes variância-covariância são muito otimistas devido à abundância de observações.

Numa segunda fase, estando a precisão interna dentro das especificações, procede-se ao *ajustamento injuncionado* em relação aos pontos de controle da rede de apoio de ordem superior, por exemplo, vértices da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC), fixando-se suas coordenadas ou atribuindo-lhes peso. O Programa desenvolvido no presente trabalho permite fixar as coordenadas dos pontos de injunção e, ao mesmo tempo, ponderar as componentes dos vetores injuncionantes, conforme será apresentado mais adiante neste capítulo.

5.3 O programa "DATA"

O programa DATA tem por finalidade servir de banco de dados matriciais para o programa DENSIFREDE, que é aquele que vai realizar o ajustamento vetorial das redes. Seu objetivo é proporcionar a adaptação do programa DENSIFREDE a qualquer programa de processamento. Sua saída fornece as seguintes grandezas:

L_b = vetor das observações brutas;

ΣL_b = matriz variância-covariância das observações brutas;

A = matriz dos coeficientes do sistema.

Num primeiro momento, entra-se também com o número de vetores "NVETOR" e com o número de vértices "NVERT", os quais determinam o número de observações "NO" e o número de parâmetros "NP" através das expressões:

$$NO = NVETOR*3 \tag{5.25}$$

e

$$NP = NVERT*3 \ . \tag{5.26}$$

O vetor L_b e a matriz ΣL_b são os elementos de entrada da transformação estatística que o ajustamento representa. Neste programa, eles são montados com os dados de saída do "software" de processamento empregado.

O vetor L_b contém os três componentes de cada vetor independente utilizado no ajustamento: dx_i, dy_i e dz_i.

À matriz ΣL_b são dadas quatro opções de montagem:

1ª.) como *matriz "cheia"* ou *"diagonal bandada"*, onde os elementos dos blocos diagonais principais *(3x3)* contêm as variâncias-covariâncias das componentes dos vetores independentes individualmente, e os demais blocos *(3x3)* contêm as covariâncias entre as componentes dos vetores independentes, tomadas duas a duas;

2ª.) como *matriz bloco-diagonal*, onde os blocos diagonais *3x3* contêm as variâncias-covariâncias das componentes dos vetores: $\sigma^2_{dx}, \sigma^2_{dy}, \sigma^2_{dz}, \sigma_{dx,dy}, \sigma_{dx,dz}, \sigma_{dy,dz}$, para cada vetor;

3ª.) como *matriz diagonal*, onde os elementos da diagonal principal contêm as variâncias dos componentes dos vetores: $\sigma_{dx}^2, \sigma_{dy}^2, \sigma_{dz}^2$, para cada vetor;

4ª.) como *matriz diagonal com variância constante*, onde as variâncias são atribuídas individualmente para cada vetor, de acordo com seu comprimento.

A Matriz dos Coeficientes *"A"*, também conhecida por *"matriz design"*, por sua vez, é "criada" com base no projeto de ajustamento vetorial da rede. Cada vetor é representado por um conjunto de três linhas, e cada vértice por um conjunto de três colunas. Os blocos *(3x3)* que representam a extremidade e a origem dos vetores são preenchidos, respectivamente, por matrizes *"-I"* e *"I"*. Os demais elementos da matriz *A* são zeros.

A matriz *A* não é fisicamente digitada, porém seu espaço é dimensionado e as posições das matrizes identidade *(3x3)* *"I"* e *"-I"* são definidas. Se necessário, ela pode ser impressa.

A saída dos dados é formatada de modo a proporcionar a leitura dos mesmos pelo programa DENSIFREDE, com as seguintes dimensões:

$$_{NO}[L_b]^1; {}_{NO}[\Sigma L_b]^{NO}; {}_{NO}[A]^{NP}.$$

Além dessas grandezas numéricas, o programa DATA também proporciona dois vetores contendo os nomes dos vértices e dos vetores da rede.

5.4 O programa "DENSIFREDE"

O programa DENSIFREDE tem por finalidade realizar o ajustamento vetorial de redes geodésicas GPS, utilizando o modelo paramétrico linear através do método dos mínimos quadrados.

O programa tem a possibilidade de realizar os seguintes tipos de ajustamento:

1.- ajustamento livre;

2.- ajustamento injuncionado fixando as coordenadas dos pontos de injunção bem como outros hierarquicamente superiores, levando, porém, as variâncias de suas determinações à nova rede a ser implantada e conectada a outra já existente (Vasconcellos & Blitzkow, 2001).

O Anexo A apresenta um exemplo de um relatório de saída do Programa.

5.4.1 Sub-rotinas utilizadas

Foram utilizadas sub-rotinas para realizar as operações com matrizes, as quais possuem as seguintes fontes:

- O Autor:

GMADD = soma de duas matrizes genéricas;

GMSUB = subtração de duas matrizes genéricas;

GMPRD = produto de duas matrizes genéricas;

GMTRA = transposição de uma matriz genérica;

G M S = transformação de “radiano” para “grau-minuto-segundo”.

Press et al (1996a e 1996b):

GMDLU = decomposição LU de uma matriz quadrada genérica;

BSBLU = solução de um sistema de N equações lineares AX=B;

Universidade de New Brunswick:

GMINV = inversão de uma matriz genérica definida positiva;

5.4.2 Cálculo do ajustamento

O modelo matemático adotado para o ajustamento vetorial da rede propiciou a adoção do modelo paramétrico linear do MMQ. Do conjunto de vetores, destacando-se um *i-ésimo* vetor de origem “I” e extremidade “F”, o modelo é o seguinte:

$$\begin{cases} dx_i = x_F - x_I \\ dy_i = y_F - y_I \\ dz_i = z_F - z_I \end{cases}$$

5.4.2.1 Entrada de dados

Os dados iniciais entram por quatro vias de acesso diferentes:

- *Via direta*: parâmetros constantes;
- *Via teclado*: número de vértices, de vetores e de pontos de injunção, além de seus respectivos nomes, e o fator de variância a priori;
- *Via banco de dados*: matrizes iniciais, com todas as suas possibilidades, conforme foi visto na Sessão 5.3;
- *Via geração numérica*: são geradas as seguintes matrizes:

P = matriz dos pesos das observações, e

E = matriz auxiliar da pseudo-inversa (Leick, 1994).

5.4.2.2 Solução das equações normais

Na solução das equações normais, será necessário inverter a matriz normal *"NL"*, a qual é obtida pela forma quadrática:

$$NL = A^T * P * A. \tag{5.27}$$

De acordo com Gemael (1994), quando se realiza o ajustamento livre, *NL* tem determinante nulo, obrigando o uso da pseudo-inversa ao invés da inversa ordinária. Para matrizes grandes, como é o caso do ajustamento de redes, Chapman (1998) sugere o método de Banachievicz, que utiliza a decomposição LU (Lower & Upper) da matriz normal para calcular seu determinante, e assim determinar se a matriz é inversível ou não. Neste método, a componente U contém, em sua diagonal principal, os auto-valores da matriz que se deseja inverter. Assim, o determinante é calculado por:

$$\det(NL) = \prod (\lambda_i).$$

Após o cálculo do mesmo, é feito um teste que faz a opção pela *inversa ordinária* ou *pseudo-inversa*.

a) Inversa ordinária

A inversa ordinária é obtida também pelo método de Banachievicz. Isto é feito pela aplicação da sub-rotina BSBLU na saída da GMDLU, conforme sugerem Press et al (1996a e 1996b):

Gerar *NLI* = Identidade

GMDLU (Entrada: *NL* $\rightarrow$ Saída: *NLD*)

BSBLU (Entrada: *NLD* $\rightarrow$ Saída: *NLI*),

onde: *NL* = matriz normal;

NLD = matriz normal decomposta em $L + U$;

NLI = matriz normal invertida.

b) Pseudo-inversa

A pseudo-inversa é obtida pela equação apresentada por Leick (1994):

$$[NL]^{*} = \left[A^{T} * P * A + E^{T} * E\right]^{-1} - \left[E^{T}\left(E * E^{T} * E * E^{T}\right)^{-1} E\right], \qquad (5.28)$$

onde

$$E = \begin{array}{c} \\ \\ 3 \end{array}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & - & - & - & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & - & - & - & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & - & - & - & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{NP} . \qquad (5.29)$$

O resultado da solução das equações normais é o vetor dos parâmetros ajustados *"X_a"*, fornecido num primeiro momento em coordenadas cartesianas tridimensionais (*X, Y, Z*), calculado pela equação:

$$X_a = \left[A^{T} PA\right]^{INV} * \left[A^{T} PL_b\right], \qquad (5.30)$$

onde o sobrescrito *"INV"* significa que a equação está sendo apresentada de forma genérica e, portanto, pode tratar-se de inversa ordinária ou pseudo-inversa.

A seguir, para levar as coordenadas ao elipsóide e oferecer os parâmetros ajustados em coordenadas geodésicas, há necessidade de se realizar a transformação que se segue:

$$X_a = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{TRI} \Rightarrow X_a = \begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix}_{GEO} ,$$

a qual é iterativa e realizada pelas seguintes equações:

$$S = \sqrt{X^{2} + Y^{2}} \qquad (5.31)$$

$$\varphi_i = tg^{-1}\left[\left(\frac{Z}{S}\right)\left(\frac{1}{1-e^{2}}\right)\right] \qquad (5.32)$$

$$N_i = \frac{a}{\sqrt{1-e^{2}\,\mathrm{sen}^{2}\,\varphi_i}} \qquad (5.33)$$

$$h_i = \frac{S}{\cos\varphi_i} - N_i \qquad (5.34)$$

$$\varphi_f = tg^{-1}\left[\left(\frac{Z}{S}\right)\left(\frac{1}{1-e^2.\frac{N_i+h_i}{N_i}}\right)\right] \tag{5.35}$$

$$N_f = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\,\mathrm{sen}^2\,\varphi_f}} \tag{5.36}$$

$$h_f = \frac{S}{\cos\varphi_f} - N_f \tag{5.37}$$

$$\lambda_f = tg^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right) \tag{5.38}$$

onde:

(X, Y, Z) = coordenadas cartesianas tridimensionais;

(φ, λ, h) = coordenadas geodésicas;

N = raio de curvatura normal;

a = semi-eixo maior do elipsóide;

e = excentricidade do elipsóide;

e os índices *"i"* e *"f"* representam valores *iniciais* e *finais*, respectivamente.

De posse dos parâmetros ajustados em coordenadas cartesianas, fica-se em condições de determinar o vetor dos valores ajustados das observações e o vetor dos resíduos das mesmas através das equações:

$$L_a = AX_a\,, \tag{5.39}$$

e

$$V = L_a - L_b \tag{5.40}$$

5.4.2.3 Matrizes variância-covariância

Primeiramente é necessário calcular o fator de variância a posteriori pela equação:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T PV}{q}\,, \tag{5.41}$$

onde:

q = número de graus de liberdade do sistema.

Posteriormente esse valor será usado na análise dos resultados do ajustamento.

A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados, em coordenadas cartesianas tridimensionais, é determinada pela expressão:

$$\sum X_{a(TRI)} = \hat{\sigma}_0^2 (NL)^{INV} . \tag{5.42}$$

Para que se possa realizar sua transformação para coordenadas geodésicas

$$\left[\sum X_{a_{(TRI)}}\right] \Rightarrow \left[\sum X_{a_{(GEO)}}\right]$$

é necessário empregar a propagação de variâncias, cuja expressão é:

$$\left[\sum X_{a_{(GEO)}}\right] = [D].\left[\sum X_{a_{(TRI)}}\right].[D]^T , \tag{5.43}$$

lembrando que a matriz D é bloco diagonal e que seus elementos são obtidos pelas derivadas parciais das Equações 5.35, 5.38 e 5.37, todas em relação a *X*, *Y* e *Z*, de modo que cada bloco diagonal (3 x 3) da matriz D seja dado por:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial x} & \frac{\partial \lambda}{\partial y} & \frac{\partial \lambda}{\partial z} \\ \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} & \frac{\partial h}{\partial z} \end{bmatrix} . \tag{5.44}$$

As expressões desenvolvidas para essas derivadas parciais, com suas respectivas considerações são apresentadas a seguir.

1º) Para a latitude

$$\varphi = arctg\left[\frac{K.z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right], \qquad \text{sendo } K = \frac{1}{1-e^2}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{-K.z.x.\delta\lambda}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S} \tag{5.45}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}=\frac{-K.z.y.\delta\lambda}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S} \tag{5.46}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=\frac{K.\delta\varphi}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)}.\frac{a.e^2.\operatorname{sen}2\varphi}{2\sqrt{\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)^3}} \tag{5.47}$$

As variáveis δλ e δφ serão definidas ao final das apresentações das derivadas parciais que compõem o bloco diagonal da matriz.

2º) Para a longitude

$$\lambda=arctg\left[\frac{y}{x}\right]$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial x}=\frac{-y.\delta\lambda}{x^2+y^2} \tag{5.48}$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial y}=\frac{x.\delta\lambda}{x^2+y^2} \tag{5.49}$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial z}=zero \tag{5.50}$$

3º) Para a altitude

$$h=\sqrt{x^2+y^2}.\sec\varphi+N(\varphi), \qquad \text{sendo } N(\varphi)=\frac{a}{\sqrt{1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\left[\frac{x}{S.\cos\varphi.}\right]+\left[\left[\frac{Kz}{\cos\varphi}+\frac{Ne^2\operatorname{sen}2\varphi}{2\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)}\right].\left[\frac{-K.z.x.}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S.\delta\lambda}\right]\right] \tag{5.51}$$

$$\frac{\partial h}{\partial y}=\left[\frac{y}{S.\cos\varphi.}\right]+\left[\left[\frac{Kz}{\cos\varphi}+\frac{Ne^2\operatorname{sen}2\varphi}{2\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)}\right].\left[\frac{-Kzy.}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S.\delta\lambda}\right]\right] \tag{5.52}$$

$$\frac{\partial h}{\partial z}=\left[\frac{Kz}{\cos\varphi}+\frac{Ne^2\operatorname{sen}2\varphi}{2\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)}\right].\left[\frac{K.\delta\varphi}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)}\right], \tag{5.53}$$

As variáveis ainda não definidas são as seguintes:

- $\delta\varphi$: correção de latitude devida ao valor de 1” de arco de meridiano, cujo valor foi considerado constante para o território brasileiro e igual a:

$$\delta\varphi = 30{,}775 \text{ [}\textit{metros por segundo de arco}\text{]}; \tag{5.54}$$

- $\delta\lambda$: correção de longitude devida ao valor de 1” de arco de paralelo, possuindo a seguinte expressão:

$$\delta\lambda = \frac{a.\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2.\text{sen}^2\,\varphi}} \text{ [}\textit{metros por segundo de arco}\text{]} \tag{5.55}$$

O Anexo B apresenta o desenvolvimento dessas derivadas parciais.

A matriz variância-covariância das observações ajustadas é determinada pela expressão:

$$\sum L_a = \hat{\sigma}_0^2 \left[A(NL)^{inv} A^T \right]. \tag{5.56}$$

A matriz variância-covariância dos resíduos pode ser determinada por duas expressões:

$$\sum V = \sum L_a + \sum L_b \,, \tag{5.57}$$

ou

$$\sum V = \sigma_0^2 \left[A(N)^{INV} A^T + P^{-1} \right]. \tag{5.58}$$

5.4.3 Validação do ajustamento e detecção de erros grosseiros

O ajustamento supõe que os erros sistemáticos e grosseiros das observações tenham sido eliminados. Para validar essa suposição, deve ser aplicado um teste de hipóteses a um nível de significância “α”, testando a hipótese básica que supõe as observações ou “ΔL” com distribuição normal, média “AX” e variância “$\Sigma_{\Delta L}$”, contra a hipótese alternativa que supõe a presença de erros através de um desvio da média. Monico (2000b) define essas hipóteses através das expressões que se seguem:

$$H_0 : \Delta L \sim N(AX; \sum \Delta L) \tag{5.59}$$

$$H_a : \Delta L \sim N(AX + C\nabla; \sum \Delta L)\,, \tag{5.60}$$

onde:

${}_n(C)^q$ é uma matriz conhecida de característica integral;

${}_q(\nabla)^1$ é um vetor incógnito;

$q = n - m$ é o número de graus de liberdade;

n é o número de observações;

m é o número de parâmetros.

Para a validação do ajustamento, Monico (2000b) sugere o processo D-I-A (Detecção, Identificação e Adaptação), realizado da maneira que se segue:

a) Detecção. É realizado um teste global no modelo, para verificar a presença de erros grosseiros no modelo;
b) Identificação. Detectada a presença de um erro, procura-se identificá-lo pela aplicação de outro teste;
c) Adaptação. Identificado o erro, pela adaptação da hipótese básica, procura-se eliminar ou substituir a observação que contém o erro.

a) Detecção

O primeiro teste para verificar a validade dos resultados obtidos no ajustamento, é o Teste do Qui-quadrado, que analisa o fator de variância a posteriori.

As hipóteses a serem testadas são:

$$H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$$

$$H_a : \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$$

e o critério de rejeição é:

$$\hat{\sigma}_0^2 > \frac{\chi^2_{q,\alpha}}{q} \tag{5.61}$$

que, devido à forma quadrática de $\hat{\sigma}_0^2$, assume a distribuição χ^2. O nível de significância "α" do teste indica a probabilidade de se rejeitar a hipótese básica sendo ela verdadeira (Monico, 2000b).

Observa-se que a distribuição χ^2 é empregada para testar se a diferença entre $\hat{\sigma}_0^2$ e σ_0^2 é ou não significativa. A rejeição da hipótese básica significa que o ajustamento apresenta problema, o qual pode ser atribuído a várias causas.

Segundo Gemael (1994), a base do problema é um "V^TPV" muito elevado, cuja primeira suspeita recai na possibilidade de presença de erros grosseiros, os quais provocariam grandes resíduos que atuariam diretamente no cálculo da forma quadrática ponderada dos resíduos (V^TPV). Gemael (1994) salienta que podem existir outras causas, as quais deverão ser investigadas, entre as quais o autor cita:

- modelo matemático inadequado,
- problemas na linearização,
- erros de cálculo,
- sistema mal condicionado,
- pesos incompatíveis para as observações,
- presença de erros grosseiros.

Considerando a simplicidade do modelo matemático e o fato dele ser linear, mais a confiabilidade nas sub-rotinas de cálculo, pode-se negligenciar os três primeiros itens e concentrar os esforços nos três últimos.

Para testar o condicionamento do sistema, são calculados e apresentados os números de condição de Turing, de Todd e H da Matriz Normal, restando os pesos e os erros grosseiros.

Logo após o cálculo da Matriz Normal, seus números de condição são determinados e analisados.

Gemael (1994) apresenta as seguintes equações que determinam os números de condição:

Números de condição de Turing

$$T_1 = \frac{t.t'}{n}, \qquad (5.62)$$

onde $t = \sqrt{tr\left[N^T N\right]}$

$t' = \sqrt{tr\left[\left(N^{-1}\right)^T \left(N^{-1}\right)\right]}$

n = *ordem da matriz N*

e
$$T_2 = n.máx\left|n_{ij}\right|.máx\left|n'_{ij}\right|, \tag{5.63}$$

onde $máx\left|n_{ij}\right|$ e $máx\left|n'_{ij}\right|$ representam os maiores elementos (em módulo) das matrizes N e N^{-1}, respectivamente.

Número de condição de Todd

$$P = \frac{máx\left|\lambda\right|}{mín\left|\lambda\right|}, \tag{5.64}$$

onde os λ_i representam os autovalores da matriz N.

Número de condição H

$$H = \sqrt{\frac{máx\left|u\right|}{mín\left|u\right|}}, \tag{5.65}$$

onde os u_i representam os autovalores da matriz $N^T N$.

Lugnani (1975) apresenta os testes que relacionam os números de condição através das seguintes inequações:

$$T_1 \leq T_2 \tag{5.66}$$

$$T_2 \leq n^2.T_1 \tag{5.67}$$

$$T_1 \leq H \tag{5.68}$$

$$H \leq n.T_1 \tag{5.69}$$

$$P \leq H \tag{5.70}$$

Conforme o número de inequações satisfeitas, a matriz em teste pode ser considerada fortemente, bem, relativamente, suficientemente ou fracamente condicionada.

Lugnani (1975) também lembra que a matriz Normal tem uma forte tendência ao mau condicionamento, por ser uma forma quadrática da matriz dos Coeficientes, que é uma matriz esparsa.

b) Identificação

O teste do Qui-quadrado apenas detecta a presença de inconsistências no ajustamento, mas não os localiza. Para identificá-la, é necessária sua especificação através da matriz "*C*". No caso em que q = 1, ela passa a ser um vetor *(m x* 1*)*, dado por:

$$C_i = [0 \ldots 1\ 0\ 0 \ldots 0]^T . \qquad (5.71)$$

A hipótese básica H_0 é testada contra a hipótese alternativa H_a através da seguinte expressão:

$$w_i = \frac{C_i^T PV}{\sqrt{C_i^T P \sum VPC_i}} . \qquad (5.72)$$

A hipótese básica é:

$$H_0 : w_i \sim \mathrm{N}(0; 1),$$

e o nível de significância "α" usado no teste do Qui-quadrado, ideal para "q=n-m" graus de liberdade, deve ser adaptado ao número de erros "($1 \leq q < n$-m)" que se pretende localizar. Nesse caso, com q=1, o nível de significância do teste unidimensional, é adaptado para:

$$\alpha_0 = 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{m}} . \qquad (5.73)$$

A hipótese básica é aceita se:

$$Z_{\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)} \leq w_i \leq Z_{1-\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)} . \qquad (5.74)$$

No caso de rejeição, conclui-se pela existência de um erro grosseiro na *i*-ésima observação (Marini, 2002).

Várias observações podem apresentar resíduo maior que o intervalo estabelecido como aceitável. Nesse caso, deve-se excluir a observação que apresenta maior resíduo e refazer o teste. Quando o número de observações redundantes é muito grande, o teste perde a eficiência. Nesse caso, é recomendável utilizar um

valor padrão para α_o igual a 0,1% ou 0,001. Na tabela da distribuição normal reduzida, tem-se:

$$Z_{\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)} = Z_{(0,0005)} = 3{,}29 .$$

Esse teste unidimensional dos Resíduos Padronizados, também chamado "*data snooping*", é importante para a detecção de erros grosseiros ou "*outliers*" em aplicações geodésicas, sendo muito explorado nos levantamentos GPS, onde, devido às correlações entre as observáveis de dupla e tripla diferença, a matriz "$\sum L_b$" é quase cheia ou bloco-diagonal, segundo Monico (2000b), por possuir covariâncias entre as observações correlacionadas.

Quando as observações são não correlacionadas, a matriz "$\sum L_b$"e, em conseqüência, a matriz peso, são diagonais, e o modelo do teste "*data snooping*" pode ser reduzido à forma:

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}}, \qquad (5.75)$$

onde "v_i" representa o *i*-ésimo resíduo e "σ_{v_i}" representa o desvio-padrão desse resíduo (Monico, 2000b).

c) Adaptação

Ao identificar o problema que provavelmente tenha causado a rejeição do ajustamento, torna-se necessário tomar algumas medidas para tornar a hipótese básica aceitável. Três medidas podem ser tomadas: a observação que contém o erro pode ser eliminada, ou substituída, ou as hipóteses podem ser reformuladas.

Se a observação for eliminada, o número de redundâncias diminui, e deve ser aplicado um novo teste global, agora com menos graus de liberdade. Se a observação for substituída, essa observação também deve ser testada, ou seja, deve ser aplicado um novo teste global (χ^2). Se as hipóteses forem reformuladas, significa que a hipótese básica deve ser substituída por uma nova hipótese que leve em conta o erro identificado. Nesse caso, a hipótese alternativa torna-se a hipótese básica, e o teste global deve ser aplicado novamente (Marini, 2002).

Se após a verificação e eliminação de erros grosseiros nas observações, o fator de variância a posteriori continua incompatível com o fator de variância a

priori, e a ordem de grandeza dos resíduos é razoavelmente pequena, quando comparada à precisão das observações, supõe-se que a precisão a priori dada às observações ($\sum L_b$) não está correta e, conseqüentemente, a matriz dos pesos (P) está incompatível. Nesse caso, a prática aconselha a reconstruir a matriz $\sum L_b$, escalando-a pelo fator de variância a posteriori, isto é, fazendo:

$$\tilde{\sum} L_b = \hat{\sigma}_0^2 \sum L_b \,, \tag{5.76}$$

e repetindo-se todo o procedimento (Marini, 2002).

O fator de variância a posteriori deve multiplicar somente a parte da matriz que contém as variâncias-covariâncias das observações propriamente ditas, ou seja, a parte que foi aumentada com as variâncias dos pontos de injunção não deve ser escalonada para não alterar os pesos das injunções.

5.4.4 Elipses e barras de erro

A formulação necessária para a confecção desses gráficos exige a montagem da matriz cofatora "*Q*", a qual é dada por:

$$Q = \frac{\sum X_{a_{(GEO)}}}{\hat{\sigma}_0^2} \,, \tag{5.77}$$

na qual cada bloco diagonal (*3 x 3*) corresponde a um ponto ajustado da rede, donde se extraem os elementos:

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_{xx}^i & q_{xy}^i & q_{xz}^i \\ q_{yx}^i & q_{yy}^i & q_{yz}^i \\ q_{zx}^i & q_{zy}^i & q_{zz}^i \end{bmatrix},$$

os quais são aplicados nas equações que determinam os elementos de construção das elipses e barras de erros.

As expressões dos erros para as elipses são:

- variância máxima: $$\sigma_{máx}^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{2}\left(q_{xx} + q_{yy} + M\right), \tag{5.78}$$

- variância mínima: $$\sigma_{mín}^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{2}\left(q_{xx} + q_{yy} - M\right), \tag{5.79}$$

onde: $$M = \sqrt{4.q_{xy}^2 + \left(q_{xx} - q_{yy}\right)^2} \,; \tag{5.80}$$

e para o ângulo crítico:

$$\text{sen}(2t) = \frac{2.q_{xx}}{M}, \tag{5.81}$$

$$\cos(2t) = \frac{q_{xx} - q_{yy}}{M}, \tag{5.82}$$

$$tg(2t) = \frac{2.q_{xx}}{q_{xx} - q_{yy}}. \tag{5.83}$$

O ângulo crítico "*t*" é a inclinação da elipse de erros em relação ao eixo das abscissas. Deve ser definido por duas funções trigonométricas para definição de seu quadrante.

Para a barra de erro vertical, e expressão do erro é:

$$\sigma = \pm\sqrt{q_{zz}}. \tag{5.84}$$

5.4.5 Estratégia de aplicação do programa

De posse dos dados de observações brutas, primeiramente deve-se prepará-los para torná-los utilizáveis e, posteriormente "carregar" o software de processamento com os arquivos em formato RINEX ou outro qualquer, de acordo com seu manual de utilização. Assim, é criado um projeto para o ajustamento da rede.

Passa-se então a verificar o comportamento dos resultados à medida que se processa a rede, primeiramente com todos os vetores possíveis, depois limitando-os aos vetores independentes acrescidos dos pontos de injunção, ligados convenientemente a pontos da rede, formando os vetores injuncionantes, cujas componentes serão tratadas como observações. Dessa maneira pode-se estabelecer a seguinte *estratégia* para o tratamento de uma rede:

1º PASSO: (Processamento 1) Processamento de todos os vetores possíveis da rede isolada, sem interferência no software de processamento, de modo a se obter um relatório completo, que possibilite realizar uma análise do comportamento interno da rede, e avaliar se foi boa a escolha do satélite de referência pelo software.

2º PASSO: Seleção dos vetores independentes, com base no relatório do Processamento 1, em número suficiente para permitir a superabundância necessária ao ajustamento livre da rede isolada e possibilitar uma provável eliminação de vetores que contenham observações com erros grosseiros e, portanto, devam ser eliminados.

3º PASSO: (Processamento 2) Processamento da rede, agora reduzida aos vetores independentes selecionados, porém acrescida de todos os pontos de injunção e, em conseqüência, de todos os prováveis vetores injuncionantes (também independentes), definindo convenientemente as estações de referência para cada sessão de levantamento. Os dados de saída deste processamento serão os dados de entrada para todos os três passos do ajustamento que se seguem.

4º PASSO: (Ajustamento 1) Ajustamento livre da rede de vetores independentes, a fim de se obter valores para estudos e análises, e verificar as tendências sistemáticas existentes.

5º PASSO: (Ajustamento 2) Ajustamento injuncionado da mesma rede, fixando-se as coordenadas de um único ponto hierarquicamente superior (preferencialmente da rede de ordem superior). Trata-se de um ajustamento com *injunção mínima*, para observar se as tendências sistemáticas foram eliminadas.

No ajustamento com injunção mínima, o valor encontrado para a forma quadrática fundamental "V^TPV" deve ser o mesmo do ajustamento livre.

6º PASSO: (Ajustamento 3) Ajustamento injuncionado da rede completa, fixando-se as coordenadas de todos os pontos hierarquicamente superiores. Trata-se do ajustamento com *injunção total*, aplicando as técnicas e procedimentos apresentados neste trabalho.

7º PASSO: (Adaptação) Empregado somente se os fatores de variância a posteriori e a priori continuarem incompatíveis após a eliminação dos erros grosseiros.

6 REDE GPS DO ESTADO DE SANTA CATARINA: ESTUDO DE CASO

Tendo em vista a necessidade da aplicação do algoritmo apresentado no Capítulo 5 a um caso real de extensão ou densificação de uma rede GPS, foi escolhida a do Estado de Santa Catarina por enquadrar-se perfeitamente no problema proposto.

O interesse nela deveu-se ao fato de tratar-se de um caso típico de uma rede estadual de extensão, devendo ser vinculada à RBMC pela fixação de pontos de injunção, e conectada à rede vizinha do Paraná através da ocupação de pontos da mesma, de modo a criar uma região de interseção entre as duas redes contíguas.

Na rede estadual de Santa Catarina existem, portanto, dois tipos de pontos hierarquicamente superiores, que devam ter suas coordenadas preservadas: um ponto próximo da RBMC que lhe dará suporte de fixação, e três pontos de interseção com a rede vizinha do estado do Paraná, que foram ocupados, gerando vetores, fazendo a ligação entre as duas.

Desde a fase de anteprojeto, o PTR-EPUSP (Departamento de Engenharia de Transportes da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) envolveu-se nessa rede, juntamente com o IBGE-DEGED (Departamento de Geodésia da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), o CEBRAT-GPS (Centro Brasileiro de Consultoria e Treinamento GPS) e a DGCE (Diretoria de Geografia, Cartografia e Estatística) da SDEIM (Secretaria de Estado do Desenvolvimento Econômico e Integração ao Mercosul) de Santa Catarina.

A previsão inicial era de 14 (quatorze) pontos em território catarinense, nos municípios de São Miguel d'Oeste, Chapecó, Capinzal, Caçador, Papanduva, Curitibanos, Lages, Rio do Sul, Joinville, Itajaí, Florianópolis, Urubici, Imbituba e Criciúma.

Após o reconhecimento *"in loco"*, alguns dos pontos tiveram de ser substituídos por não se enquadrarem nas características previstas nas "*Especificações e normas gerais para levantamentos GPS*" (IBGE, 1994a e 1994b), e também por não ter sido encontrada na sua região uma entidade que pudesse assumir responsabilidades pela perpetuação do vértice. Assim, a rede ficou reduzida a 13 (treze) pontos.

A fim de permitir a ligação da rede de Santa Catarina com a do Paraná, foram incluídos e ocupados 3 (três) pontos pertencentes à rede paranaense, de modo a gerar vetores de conexão entre as duas e proporcionar uma boa geometria.

A configuração final da rede ficou assim constituída:

- Pontos da rede em Santa Catarina: Florianópolis, Imbituba, Criciúma, Lages, Ituporanga, Blumenau, Itajaí, Joinville, Mafra, Caçador, Campos Novos, Chapecó e São Miguel d'Oeste;

- Pontos de conexão com o Paraná: Bituruna, Clevelândia e Francisco Beltrão.

O ponto IMBITUBA-SC foi considerado de ocupação obrigatória por fazer parte da Rede Nacional GPS, já definida por Pereira (1993).

Na região leste do Estado, por ser mais desenvolvida, os pontos foram escolhidos com distâncias menores de 100 km, enquanto que, na região oeste, essencialmente agrícola, essas distâncias ultrapassam os 150 km. A configuração da rede é mostrada na Figura 6.2, e a Tabela 6.1 apresenta a relação das estações, com seus respectivos códigos internacionais e identificações de acordo com a nomenclatura preconizada pelo IBGE.

A construção dos 13 (treze) pilares ficou a cargo da SDEIM e do CEBRAT-GPS, os quais foram construídos em concreto, com formato de prisma de base hexagonal inscrita numa circunferência de 0,48 m de diâmetro e altura aproximada de 1,20 m, com dispositivo fixo de centragem forçada, dispensando o uso de pinos, tendo sua rosca, calibre e passo universais, sendo, portanto, adaptável a qualquer tipo de antena ou base nivelante. Um exemplo pode ser visto na Figura 6.1.

O Apêndice I apresenta o projeto de construção dos pilares da Rede de Santa Catarina.

Fonte: IBGE

Fig. 6.1: Pilar da rede GPS do Estado de Santa Catarina

6.1 Descrição da campanha de observação

A implantação da rede geodésica GPS do Estado de Santa Catarina foi realizada em uma única campanha de 11 (onze) dias, no período de 18 a 28 de novembro de 1998.

O projeto de medição da mesma foi elaborado conjuntamente por este Autor, pelo Prof. Edvaldo Simões da Fonseca Júnior, do PTR-EPUSP e pela Eng^{a} Kátia Duarte Pereira, do IBGE-DEGED.

A observação das estações foi executada por seis equipes de campo do IBGE, tendo a rede sido subdividida em 4 (quatro) figuras geodésicas de 6 (seis) lados, com ao menos um lado sobreposto de modo a fazer a ligação entre as mesmas, conforme mostra a Figura 6.2.

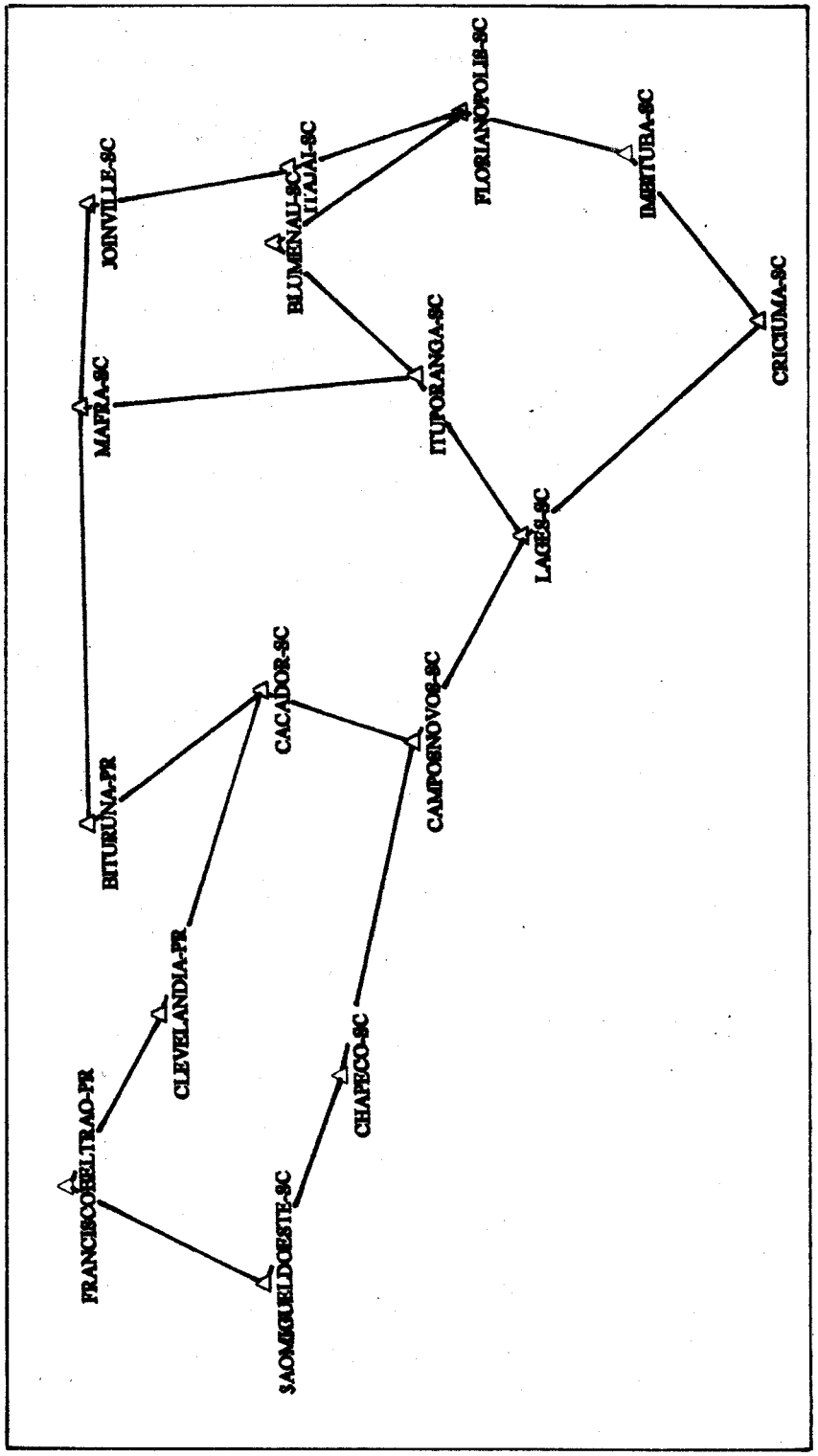


Fig. 6.2: Configuração da rede do Estado de Santa Catarina.

TABELA 6.1

IDENTIFICAÇÃO DAS ESTAÇÕES

Código Internacional	Identificação	Estação – Estado
91851	1851	Florianópolis – SC
91853	1853	Imbituba – SC
91855	1855	Criciúma – SC
91856	1856	Lages – SC
91857	1857	Ituporanga – SC
91858	1858	Blumenau – SC
91859	1859	Joinville – SC
91860	1860	Itajaí – SC
91861	1861	Mafra – SC
91862	1862	Caçador – SC
91863	1863	Campos Novos – SC
91864	1864	Chapecó – SC
91865	1865	São Miguel do Oeste – SC
91655	1655	Francisco Beltrão – PR
91657	1657	Clevelândia – PR
91659	1659	Bituruna – PR

Ao longo dos onze dias de campanha, foram observadas as seguintes sessões de levantamento:

- Sessões 1 e 2: Florianópolis, Imbituba, Criciúma, Lages, Ituporanga e Blumenau;
- Sessão 3:Florianópolis, Blumenau e Ituporanga;
- Sessões 4 e 5: Florianópolis, Blumenau, Ituporanga, Mafra, Joinville e Itajaí;
- Sessão 6: Lages e Ituporanga;
- Sessões 7 e 8: Mafra, Ituporanga, Lages, Campos Novos, Caçador e Bituruna;
- Sessão 9: Caçador e Campos Novos;
- Sessões 10 e 11: Clevelândia, Francisco Beltrão, Chapecó, São Miguel d'Oeste, Caçador e Campos Novos.

Os trabalhos foram iniciados na cidade de Florianópolis, no dia 16 de novembro, com uma reunião geral sobre o projeto, tendo como participantes: a Eng^{a} Kátia Duarte Pereira, Gerente do Projeto, todos os membros das equipes de campo e

representantes da SDEIM/SC. Durante a reunião foram verificadas as condições físicas dos equipamentos e suas configurações, fornecidas todas as instruções técnicas do projeto, e esclarecidas as dúvidas levantadas.

Foram levados os seguintes equipamentos:

5 (cinco) receptores TRIMBLE 4000 SSi,

1 (um) receptor ASHTECH Z-12,

3 (três) receptores ASHTECH Z-FX (de reserva) e

6 (seis) "*notebooks*".

O método de posicionamento empregado foi o *relativo estático com solução em rede*, e a técnica usada no levantamento foi a da *multi-sessão*.

Cada sessão de observação teve 10 (dez) horas de duração, com a seguinte configuração:

- duração do rastreio: 10:00 horas;
- início: 08:30h (hora local de Brasília);
- término: 18:30h (hora local de Brasília);
- fuso horário: -02:00h (horário de verão);
- taxa de coleta de dados: 15 segundos;
- elevação mínima dos satélites: 10°;
- número mínimo de satélites: 3.

6.2 Ligação com a RBMC: efemérides utilizadas

Visando integrar a rede estadual à rede nacional GPS, fez-se uso do vértice PARA (Curitiba – PR) da RBMC como ponto fiducial, tendo o mesmo sido utilizado como ponto de injunção.

Os dados da RBMC em efemérides operacionais podem ser obtidos diretamente do IBGE ou disponibilizados via Internet, utilizando o comando FTP (File Transfer Protocol), e as efemérides precisas através dos "sites" da NASA e do IGN apresentados no Apêndice II.

As efemérides precisas utilizadas no presente trabalho foram as divulgadas pelo IGS, que são as mais confiáveis desde 1995, pois resultam de uma combinação das efemérides calculadas e divulgadas pelos seguintes Centros de Processamento:

COD = Center of Orbit Determination in Europe;

EMR = Energy, Mines and Resources, Canada;

ESA = European Space Agency;

GFZ = GeoForschungsZentrum, Postdam, Germany;

JPL = Jet Propulsion Laboratory;

NGS = National Geodetic Survey, USA;

SIO = Scripps Institution of Oceanography, San Diego, CA.

A estratégia de combinação empregada pelo IGS é apresentada no Apêndice III.

6.3 Procedimentos realizados

Já que, para o ajustamento vetorial da rede, seria desenvolvido um programa específico para vinculação e homogeneização de redes, foi realizado um estudo para decidir qual programa seria adotado para realizar o processamento dos vetores da rede. Considerados os objetivos propostos, optou-se por utilizar o Bernese GPS Software, versão 4.2.

De posse dos dados de observações, primeiramente tratou-se da preparação dos mesmos para o processamento e, posteriormente, passou-se a elaborar as órbitas para processamento com efemérides precisas, de acordo com Costa & Lima (2002).

Foi estabelecida, então, uma seqüência de procedimentos para o processamento da rede em etapas sucessivas, as quais são descritas a seguir:

1ª) Processamento de todos os vetores possíveis da rede, sem interferir no software de processamento, cujo relatório possibilita analisar o comportamento interno da rede e, com base no fator de variância a posteriori e na solução das ambigüidades, selecionar os melhores vetores independentes, cujo número deve ser suficiente para permitir a superabundância necessária ao ajustamento livre da rede. As onze sessões processadas, envolvendo as dezesseis estações, geraram um total de 125 vetores, os quais podem ser vistos na Figura 6.3.

2ª) Processamento dos vetores independentes selecionados, interferindo no programa quanto à escolha das estações e satélites de referência para cada sessão de

levantamento. Foram acrescentados à rede um ponto de injunção da RBMC (PARA - Curitiba-PR) e 8 (oito) vetores injuncionantes, ligando esse ponto de injunção a 8 (oito) pontos convenientemente escolhidos da rede, de modo a "ligá-la" a uma rede ativa de ordem superior. Foram selecionados e processados ao todo 34 (trinta e quatro) vetores independentes, sendo 26 (vinte e seis) da rede propriamente dita, mais 8 (oito) vetores injuncionantes ligados ao ponto PARA, conforme pode ser visto na Figura 6.4.

6.4 Ajustamento da rede

6.4.1 Preparação para o ajustamento

De posse do relatório do processamento da rede, incluído o vértice PARA da RBMC, mais os vetores injuncionantes, procede-se à preparação dos dados.

Primeiramente definiu-se a numeração dos vértices e dos vetores da maneira que se segue.

Definição dos vértices:

NOME:	SIGLA:
Vértice 01: BLUMENAU-SC	BLUM
Vértice 02: CAÇADOR-SC	CAÇA
Vértice 03: CAMPOS NOVOS-SC	CNOV
Vértice 04: CHAPECÓ-SC	CHAP
Vértice 05: CRICIÚMA-SC	CRIC
Vértice 06: FLORIANÓPOLIS-SC	FLOR
Vértice 07: IMBITUBA-SC	IMBI
Vértice 08: ITAJAÍ-SC	ITAJ
Vértice 09: ITUPORANGA-SC	ITUP
Vértice 10: JOINVILLE-SC	JOIN
Vértice 11: LAGES-SC	LAGE
Vértice 12: MAFRA-SC	MAFR
Vértice 13: SÃO MIGUEL D'OESTE-SC	SMIG
Vértice 14: BITURUNA-PR	BITU

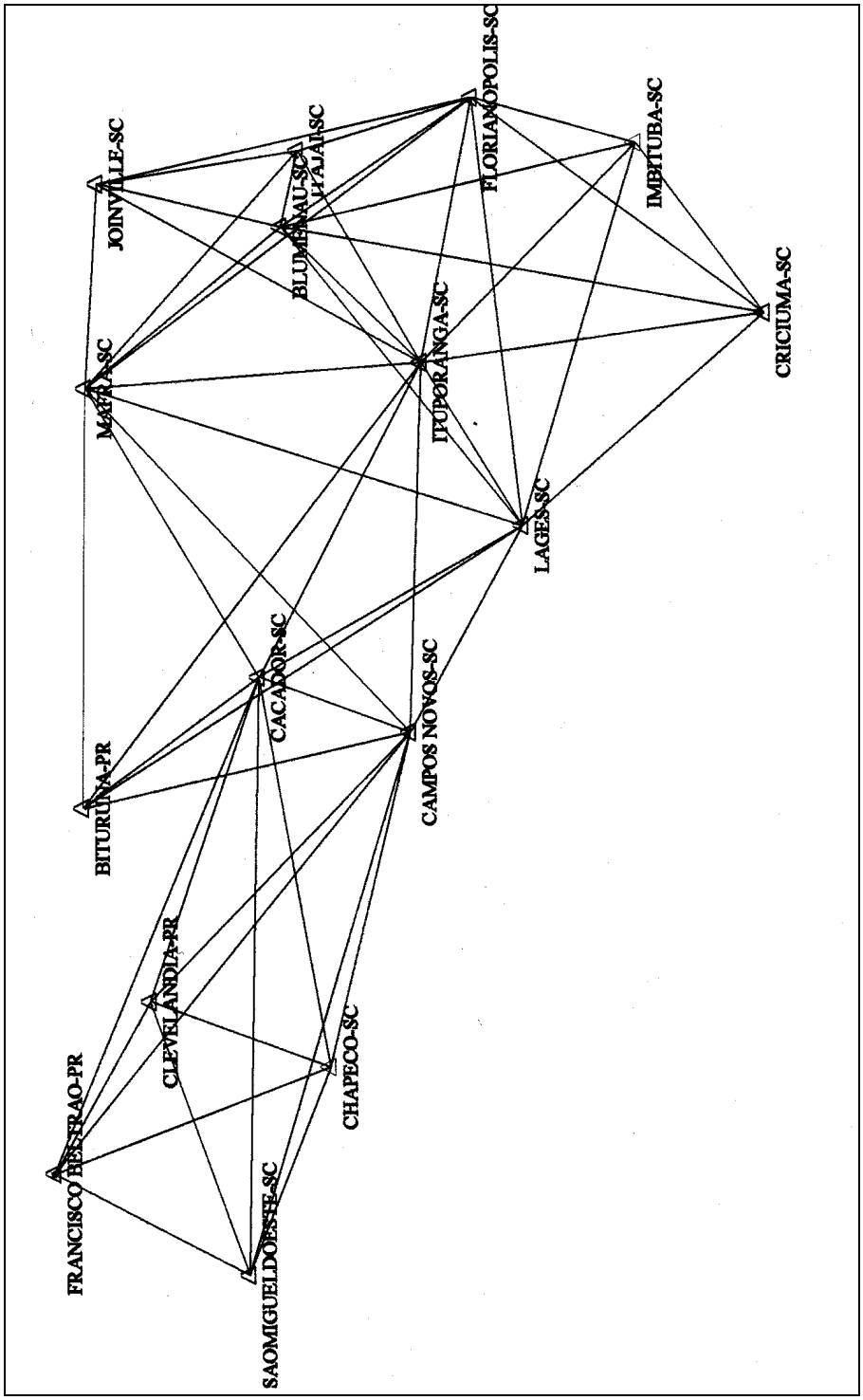


Fig 6.3: Vetores processados da rede de Santa Catarina.

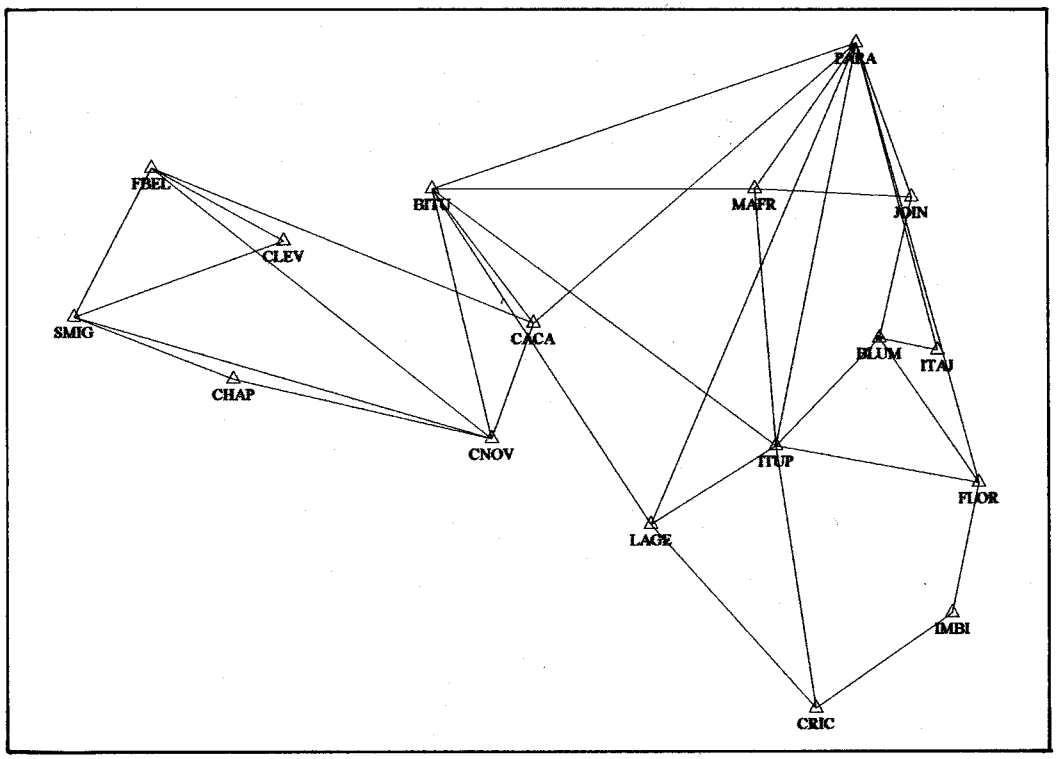


Fig 6.4: Vetores independentes da rede de Santa Catarina.

Vértice 15: CLEVELÂNDIA-PR	CLEV
Vértice 16: FRANCISCO BELTRÃO-PR	FBEL
Vértice 17: PARA (Curitiba - RBMC)	PARA

<u>Definição dos vetores independentes</u>:

Vetor 01: FLOR - IMBI

Vetor 02: FLOR - ITUP

Vetor 03: IMBI - CRIC

Vetor 04: CRIC - LAGE

Vetor 05: LAGE - ITUP

Vetor 06: FLOR - BLUM

Vetor 07: BLUM - ITUP

Vetor 08: PARA - JOIN

Vetor 09: PARA - FLOR

Vetor 10: PARA - ITAJ

Vetor 11: PARA - MAFR

Vetor 12: PARA - CAÇA

Vetor 13: PARA - ITUP

Vetor 14: PARA - BITU

Vetor 15: PARA - LAGE

Vetor 16: BITU - MAFR

Vetor 17: BITU - CAÇA

Vetor 18: BITU - CNOV

Vetor 19: BITU - ITUP

Vetor 20: BITU - LAGE

Vetor 21: CNOV - CHAP

Vetor 22: CNOV - SMIG

Vetor 23: FBEL - CLEV

Vetor 24: FBEL - SMIG

Vetor 25: FBEL - CAÇA

Vetor 26: FBEL - CNOV

Vetor 27: ITUP - CRIC

Vetor 28: BLUM - JOIN

Vetor 29: BLUM - ITAJ

Vetor 30: JOIN - MAFR

Vetor 31: MAFR - ITUP

Vetor 32: CAÇA - CNOV

Vetor 33: SMIG - CLEV

Vetor 34: SMIG - CHAP

Vetor 35: Ponto de Injunção: PARA

Vetor 36: Ponto de Ligação: BITU

Vetor 37: Ponto de Ligação: CLEV

Vetor 38: Ponto de Ligação: FBEL

Após essa definição, utilizando-se o programa DATA, foi feita a montagem dos seguintes elementos matriciais para a entrada de dados no programa de ajustamento (DENSIFREDE).

a) Vetor contendo os nomes dos vértices

Este vetor contém os nomes completos dos vértices da rede, seguidos da sigla do Estado a que pertencem com até vinte caracteres, e os nomes abreviados com apenas quatro caracteres.

b**) Vetor contendo os nomes dos vetores**

Este vetor contém os nomes dos vetores, composto com os nomes abreviados separados por um hífen, com até quinze caracteres.

c) Vetor das observações brutas

$$\tilde{L}_b = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} | \\ | \\ | \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} dx_{34} \\ dy_{34} \\ dz_{34} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X_{PARA} \\ Y_{PARA} \\ Z_{PARA} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} | \\ | \\ | \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X_{FBEL} \\ Y_{FBEL} \\ Z_{FBEL} \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{114}^{1} \qquad (6.1)$$

d) Matrizes variâncias-covariâncias das observações brutas e dos pesos

A matriz variância-covariância das observações brutas é montada de acordo com o tipo de processamento empregado, que foi basicamente o radial. Desse modo, os elementos dos blocos diagonais principais *(3 x 3)* contêm as variâncias-covariâncias das componentes dos vetores independentes individualmente, e os demais blocos não diagonais *(3 x 3)* contêm as covariâncias entre as componentes dos vetores tomadas duas a duas. Os demais elementos são preenchidos com zeros. Além disso, ela deve ser completada, no sentido da diagonal principal, com as variâncias dos pontos de injunção.

A matriz dos pesos é obtida pela inversão da matriz variância-covariância das observações brutas, multiplicada pelo fator de variância estimado a priori, assumindo a seguinte forma:

$$P = \sigma_0^2 \; {}_{114}\begin{bmatrix} {}_{102}\begin{bmatrix} \left(\sum L_b\right)^{-1} \end{bmatrix}^{102} & {}_{102}\begin{bmatrix} Z \\ E \\ R \\ O \\ S \end{bmatrix}^{12} \\ {}_{12}\begin{bmatrix} Z\ E\ R\ O\ S \end{bmatrix}^{102} & {}_{12}\begin{bmatrix} \left(\sum \hat{X}_2\right)^{-1} \end{bmatrix}^{12} \end{bmatrix}^{114} . \qquad (6.2)$$

e**) Matriz dos coeficientes**

A matriz dos coeficientes “A” deve ser acrescida da matriz “K”, ficando da seguinte maneira:

$$\tilde{A} = {}_{114}\begin{bmatrix} {}_{102}\begin{bmatrix} (A) \end{bmatrix}^{51} \\ {}_{12}\begin{bmatrix} (K) \end{bmatrix}^{51} \end{bmatrix}^{51} . \qquad (6.3)$$

6.4.2 Diferentes alternativas de ajustamento

Os elementos comuns na entrada de dados dessas diferentes alternativas são os seguintes:

- $\pi = 4{,}0 \times tg^{-1}(1{,}0rad)$;

- Valor em segundos do arco de 1 radiano: $\rho'' = (180{,}0 \div \pi)3600$;

- Elipsóide de referência: GRS-80, cujos parâmetros são:

  - semi-eixo maior: a = 6.378.137,0m,

  - achatamento: f = 3,35281068119 $\times$ 10^{-3};

- Fator de variância estimado a priori: $\sigma_0^2 = 0{,}1 \times 10^{-6}$;

- As coordenadas aproximadas que possibilitaram a determinação das componentes dos vetores são as coordenadas ajustadas obtidas no processamento da rede.

6.4.2.1 Ajustamento livre

Dados de entrada:

- Número de vetores: 34;
- Número de vértices: 17;
- Número de pontos de injunção: 0.

Informações de saída:

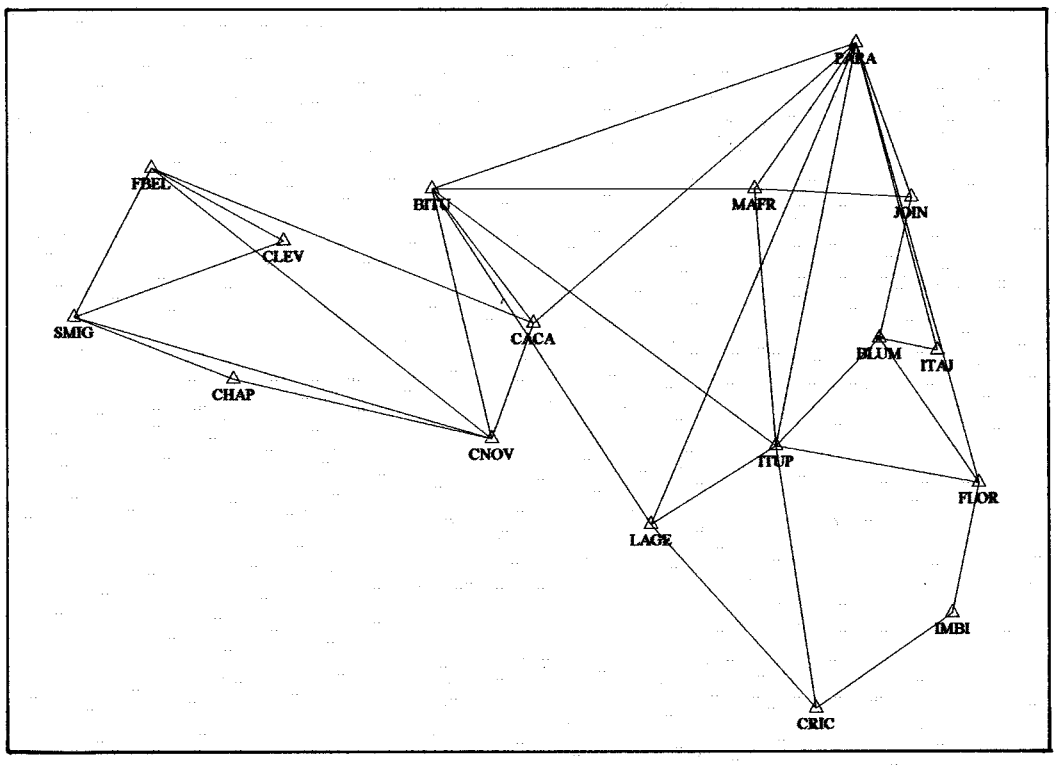
- Condicionamento da matriz Normal: bem condicionada
- $V^T PV = 0{,}374384 \times 10^{-1}$;
- Fator de variância a posteriori: $\hat{\sigma}_0^2 = 0{,}734087 \times 10^{-3}$;
- Teste do Qui-quadrado: aprovado;
- Teste dos resíduos padronizados: todos os resíduos foram aceitos;
- Elipses de erro horizontal e barras de erro vertical dos vértices: As elipses apresentam-se muito achatadas e heterogêneas, mostrando as tendências e erros sistemáticos de cada vértice. Algumas elipses são tão achatadas, de modo a parecer apenas uma linha. As barras de erro vertical têm valores pequenos e irreais, sendo praticamente pontuais. A Tabela 6.2 apresenta os valores dos elementos de plotagem das elipses de erro horizontal e das barras de erro vertical do ajustamento livre. As Figuras de números 6.5 a 6.13 mostram as elipses e as barras de erro dos vértices da rede, numa escala aproximada 1:24,4. Para maior clareza e facilidade de visualização, antes das figuras das elipses é repetida a Figura 6.4.

TABELA 6.2

ELEMENTOS DAS ELIPSES DE ERRO:

AJUSTAMENTO LIVRE

Vértices da rede	Semi-eixo maior (mm)	Semi-eixo menor (mm)	Erro vertical (mm)	Ângulo crítico (radianos)
01 – BLUM	485,328112	8,587713	1,903108	0,007646
02 – CAÇA	873,347794	144,253109	2,784651	6,452473
03 – CNOV	686,984632	204,949991	4,679852	0,054846
04 – CHAP	584,865409	16,122370	3,745012	0,005334
05 – CRIC	222,536322	108,563268	12,680972	0,423485
06 – FLOR	373,403411	45,979455	3,266414	0,006306
07 – IMBI	316,116591	76,946379	6,198935	0,084032
08 – ITAJ	401,581022	0,229871	1,897647	6,283360
09 – ITUP	413,497633	95,717020	3,330072	6,301932
10 – JOIN	349,813879	82,003865	3,580111	0,154370
11 – LAGE	351,253147	245,384531	26,198286	0,316799
12 – MAFR	417,691133	213,650298	7,576947	0,706637
13 – SMIG	377,987738	9,213833	4,131544	6,287447
14 – BITU	406,675532	97,105813	5,859580	6,506257
15 – CLEV	622,181192	71,682631	5,586508	6,336003
16 – FBEL	679,718719	92,721243	9,166301	6,341479
17 – PARA	284,784729	144,700628	8,556464	0,653883



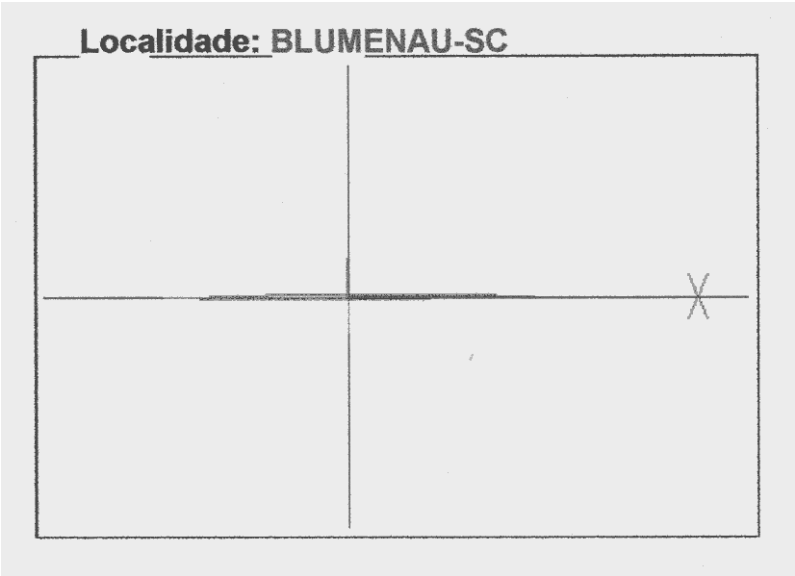


Fig 6.5: Elipse e barra de erro do vértice Blumenau-SC

(ajustamento livre)

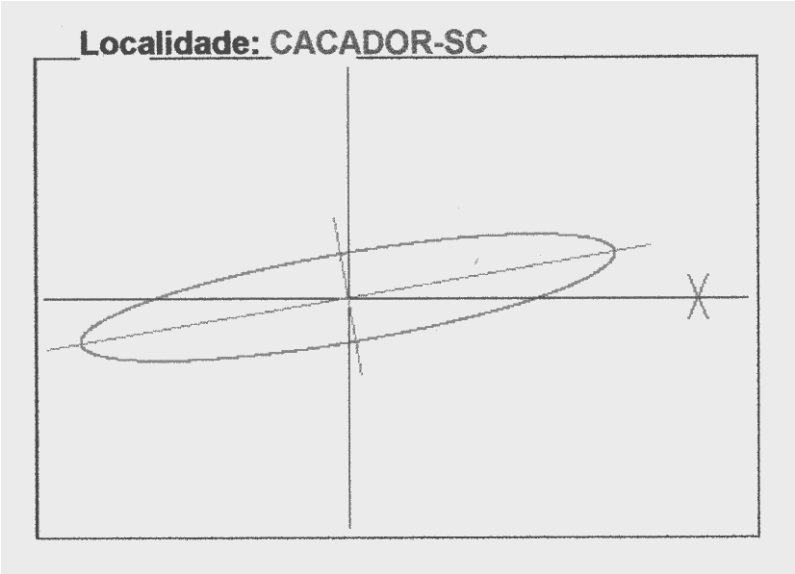
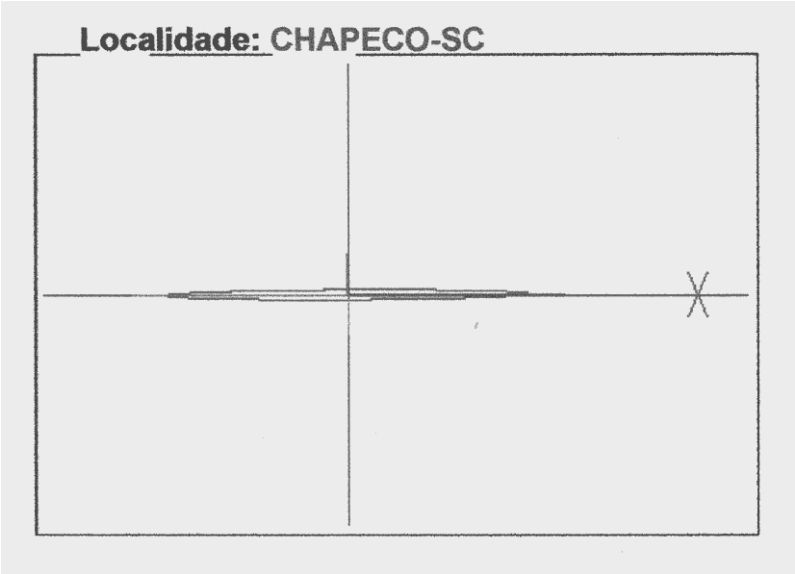


Fig 6.6: Elipse e barra de erro dos vértices:

Caçador-SC e Campos Novos-SC

(ajustamento livre)



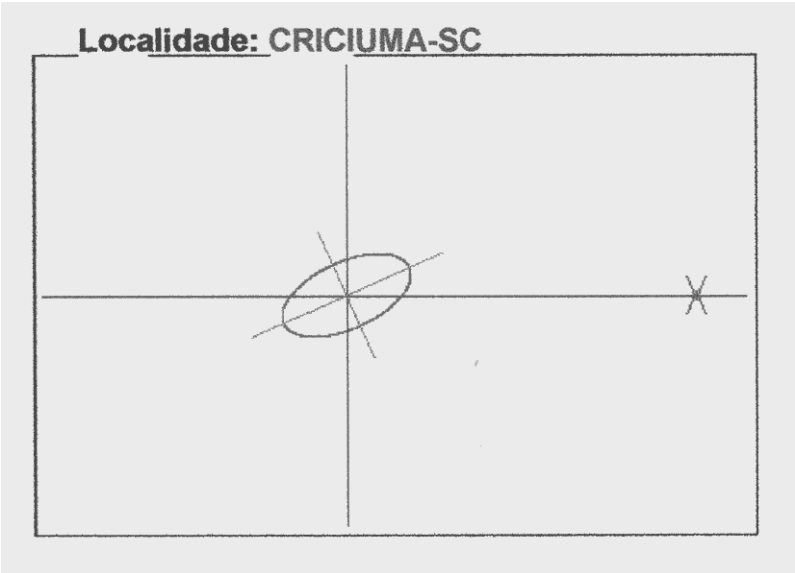
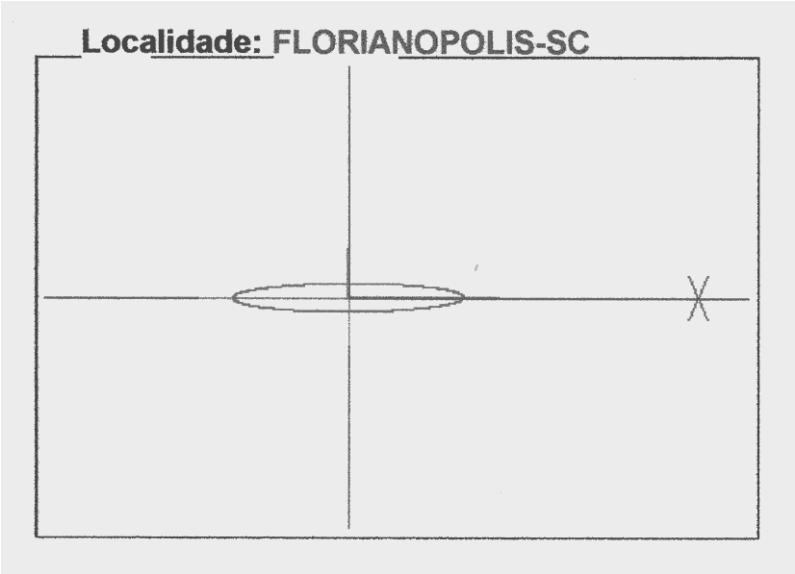


Fig 6.7: Elipse e barra de erro dos vértices:

Chapecó-SC e Criciúma-SC

(ajustamento livre)



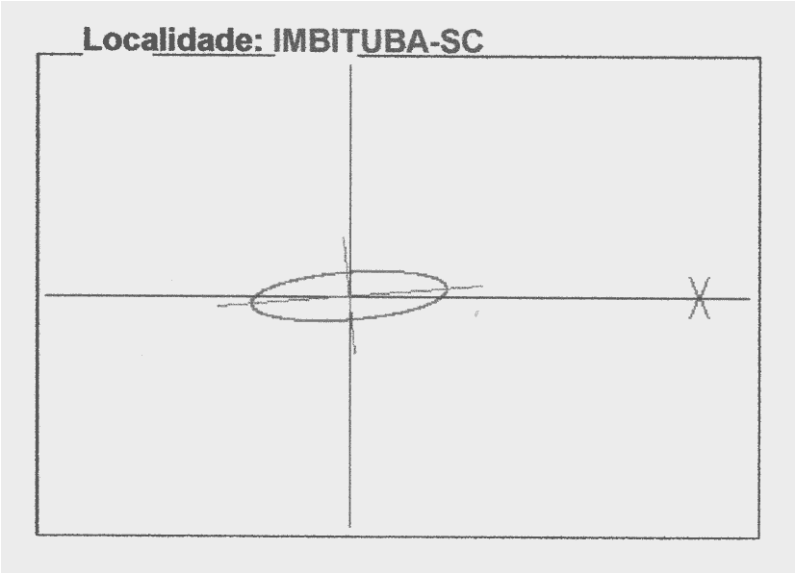
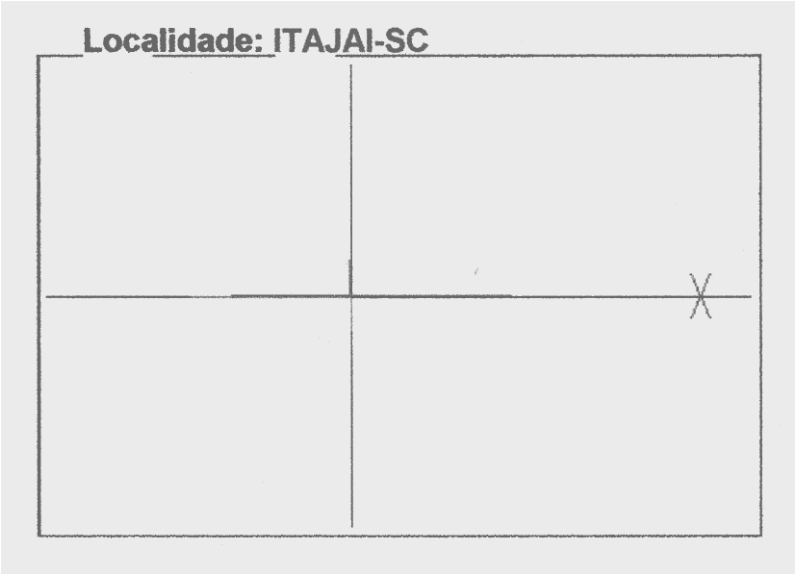


Fig 6.8: Elipse e barra de erro dos vértices:

Florianópolis-SC e Imbituba-SC

(ajustamento livre)



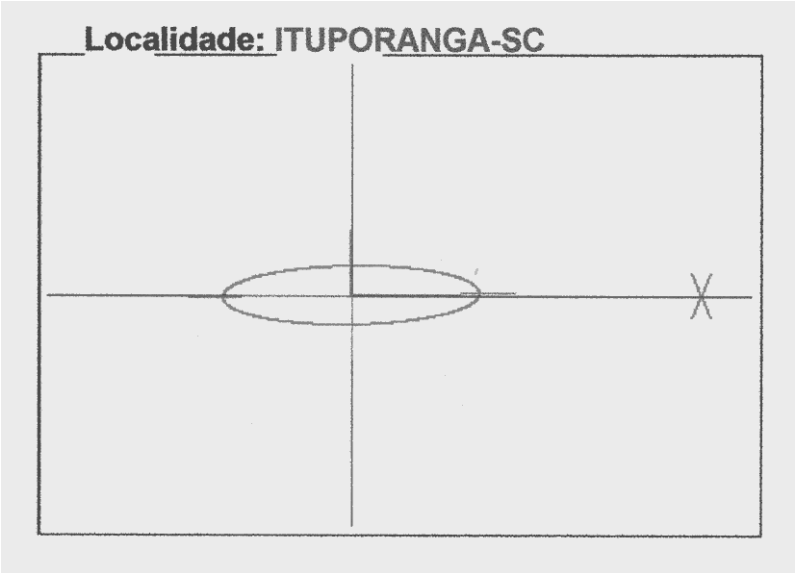
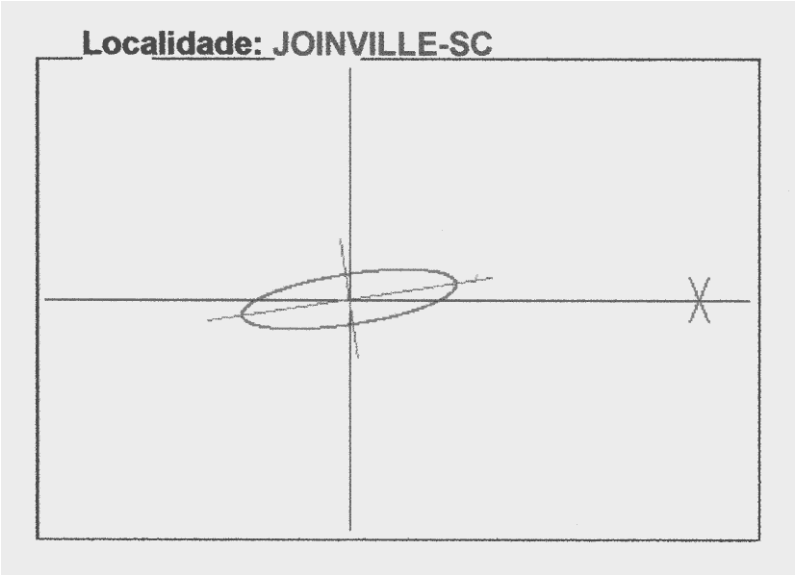


Fig 6.9: Elipse e barra de erro dos vértices:

Itajaí-SC e Ituporanga-SC

(ajustamento livre)



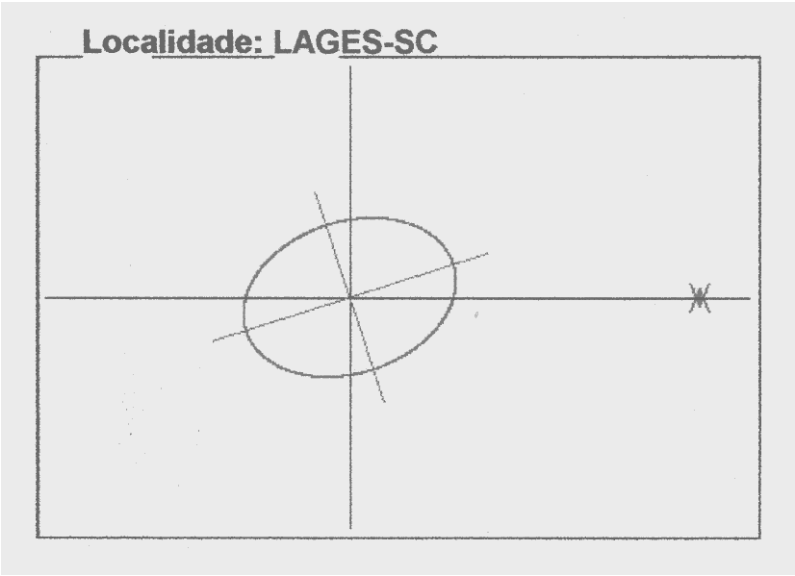
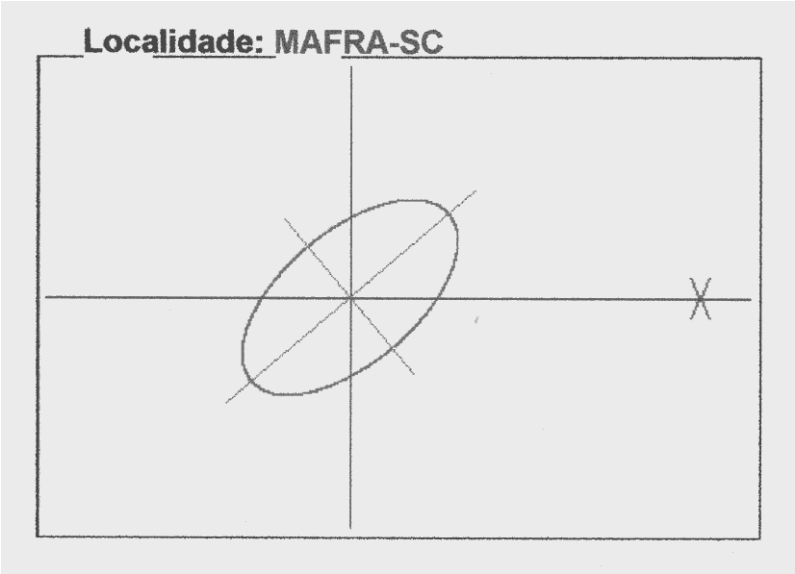


Fig 6.10: Elipse e barra de erro dos vértices:

Joinville-SC e Lages-SC

(ajustamento livre)



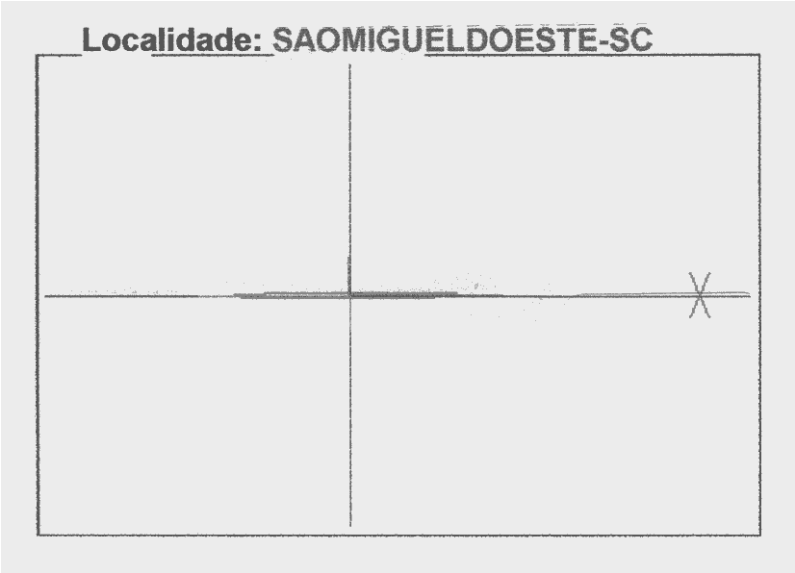
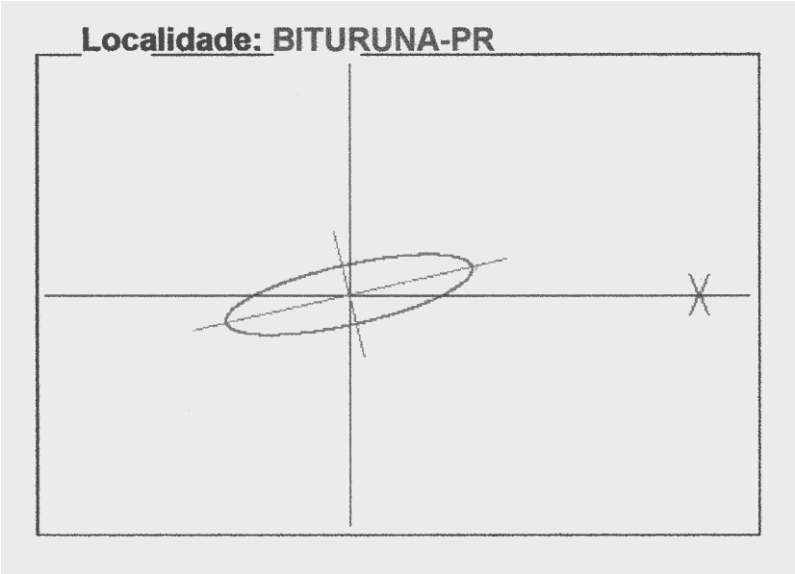


Fig 6.11: Elipse e barra de erro dos vértices:

Mafra-SC e São Miguel d'Oeste-SC

(ajustamento livre)



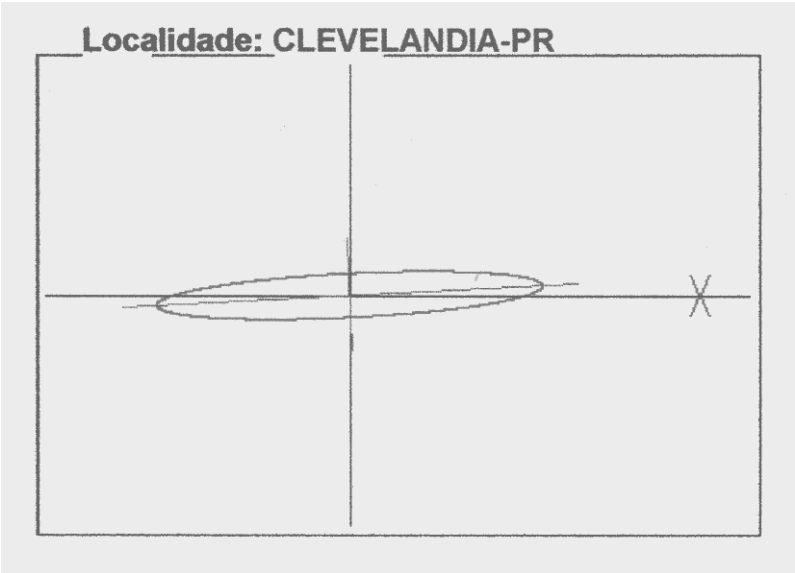


Fig 6.12: Elipse e barra de erro dos vértices:

Bituruna-PR e Clevelândia-PR

(ajustamento livre)

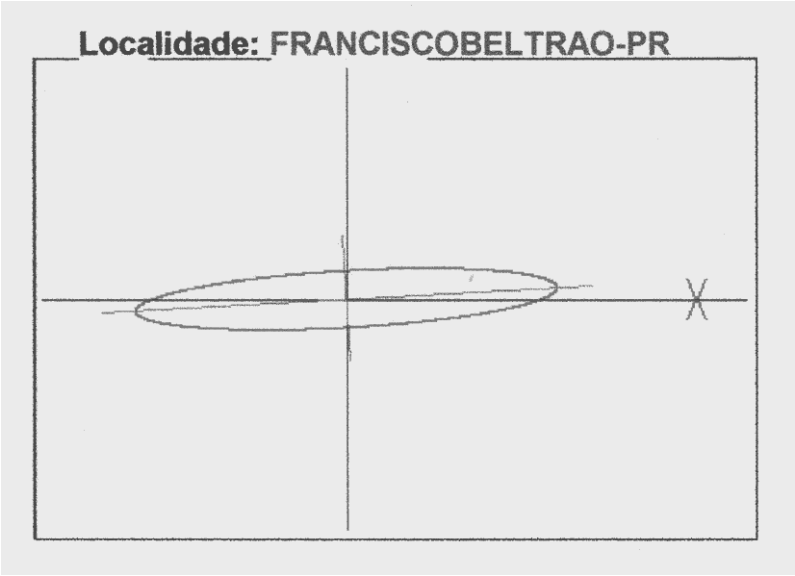


Fig 6.13: Elipse e barra de erro dos vértices:

Francisco Beltrão-PR e PARA (Curitiba-RBMC)

(ajustamento livre)

6.4.2.2 Ajustamento com injunção mínima

Dados de entrada:

- Número de vetores: 35;
- Número de vértices: 17;
- Número de pontos de injunção: 1. Vértice PARA (Curitiba-RBMC).

Informações de saída:

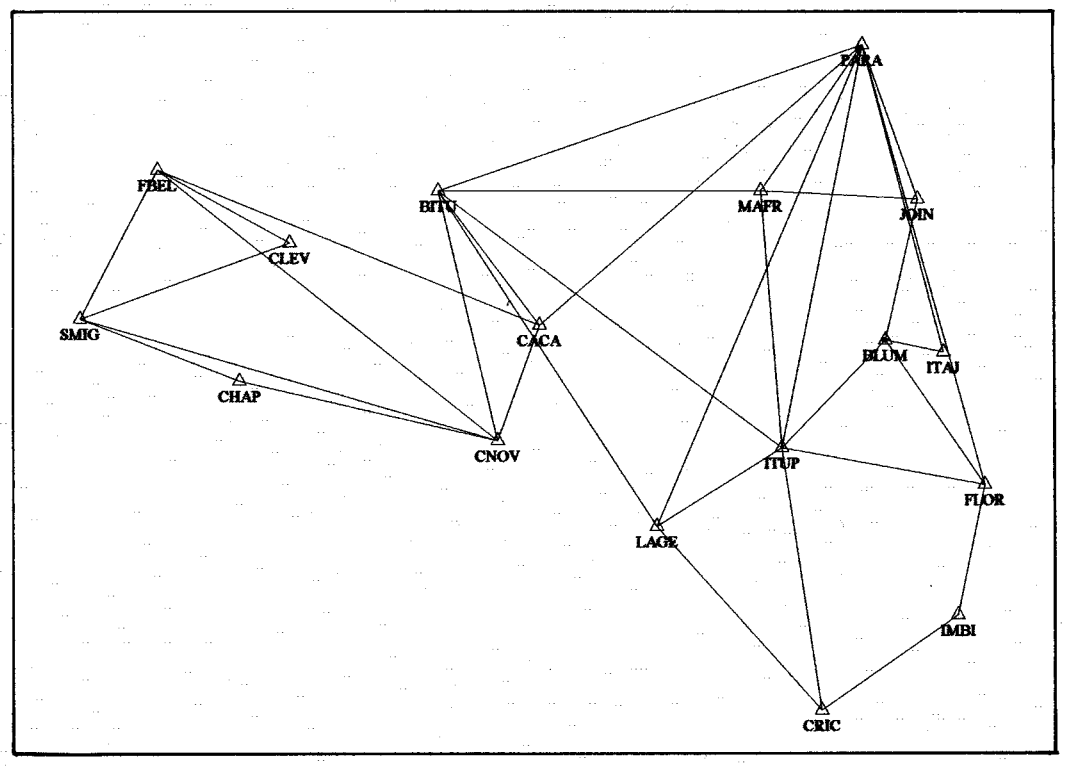
- Condicionamento da matriz Normal: bem condicionada;
- $V^T PV = 0{,}374384 \times 10^{-1}$, idêntico ao do ajustamento livre;
- Fator de variância a posteriori: $\hat{\sigma}_0^2 = 0{,}656815 \times 10^{-3}$;
- Teste do Qui-quadrado: aprovado;
- Teste dos resíduos padronizados: todos os resíduos foram aceitos;
- Elipses de erro horizontal e barras de erro vertical dos vértices: As elipses apresentam-se bastante homogêneas, mostrando que foram corrigidas as tendências e eliminados os erros sistemáticos. As elipses apresentam-se quase do mesmo tamanho, e com o ângulo crítico próximo de zero graus. As barras de erro vertical também apresentam-se quase do mesmo tamanho. As elipses e barra assim apresentadas indicam que o ajustamento conduziu à homogeneização dos erros. A Tabela 6.3 apresenta os valores de plotagem das elipses de erro horizontal e das barras de erro vertical do ajustamento com injunção mínima. As Figuras de números 6.14 a 6.22 mostram as elipses e as barras de erro dos vértices da rede, numa escala aproximada 1:2,9. Para maior clareza e facilidade de visualização, antes das figuras das elipses é repetida a Figura 6.4.

TABELA 6.3

ELEMENTOS DAS ELIPSES DE ERRO:

AJUSTAMENTO COM INJUNÇÃO MÍNIMA

Vértices da rede	Semi-eixo maior (mm)	Semi-eixo menor (mm)	Erro vertical (mm)	Ângulo crítico (radianos)
01 – BLUM	61,349563	25,163504	69,934114	6,283288
02 – CAÇA	61,346890	25,120967	69,910767	0,000300
03 – CNOV	61,379379	25,947995	71,545115	0,000457
04 – CHAP	61,513454	26,982855	74,722645	0,001688
05 – CRIC	61,357789	26,376702	71,377682	6,283204
06 – FLOR	61,363911	25,762385	70,793428	6,283520
07 – IMBI	61,381357	26,300091	71,605935	6,383204
08 – ITAJ	61,350523	25,212135	69,999845	6,283385
09 – ITUP	61,337115	25,374921	69,932482	0,000056
10 – JOIN	61,348329	24,701350	69,483075	6,283333
11 – LAGE	61,338591	25,674971	70,354331	0,000197
12 – MAFR	61,333565	24,578105	69,196946	0,000075
13 – SMIG	61,556006	26,580150	73,981597	0,002408
14 – BITU	61,353383	24,748416	69,674380	0,000298
15 – CLEV	61,554001	26,568981	74,428736	0,000928
16 – FBEL	61,761789	28,030542	79,007229	0,002149
17 – PARA	61,315725	23,791374	67,914131	6,283185



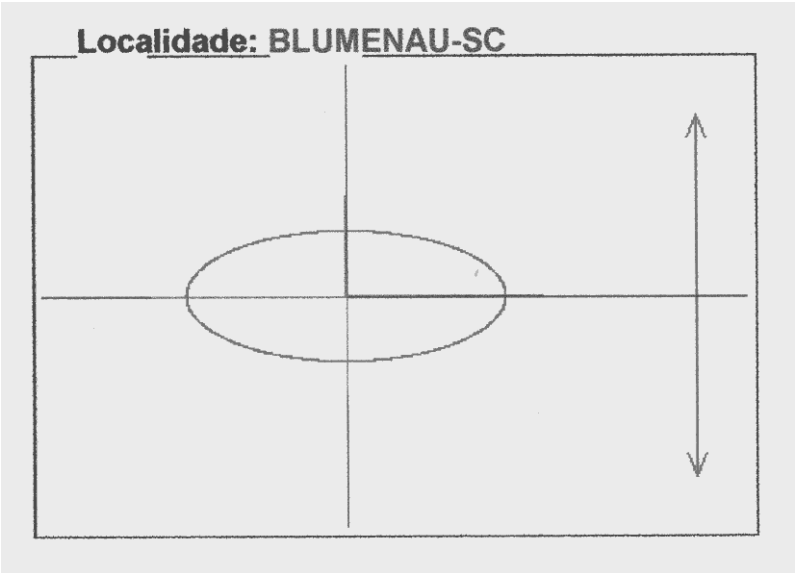


Fig 6.14: Elipse e barra de erro do vértice Blumenau-SC

(ajustamento com injunção mínima)

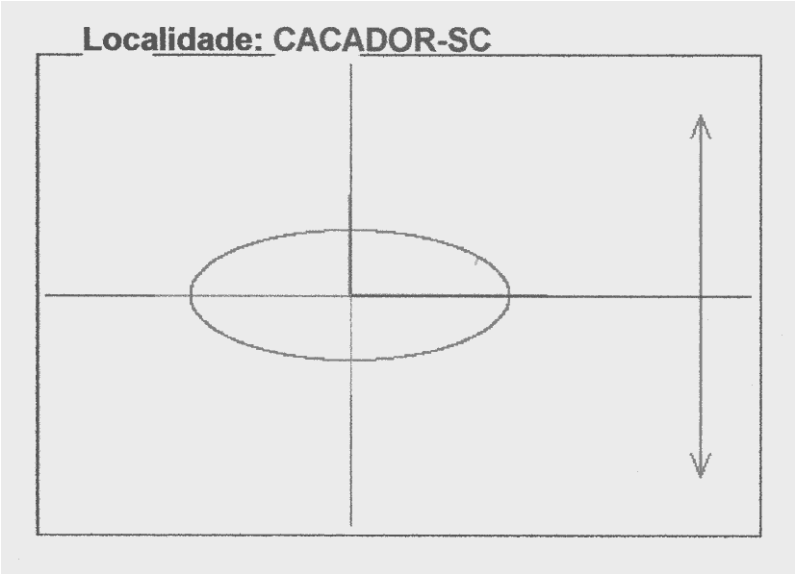


Fig 6.15: Elipse e barra de erro dos vértices:

Caçador-SC e Campos Novos-SC

(ajustamento com injunção mínima)

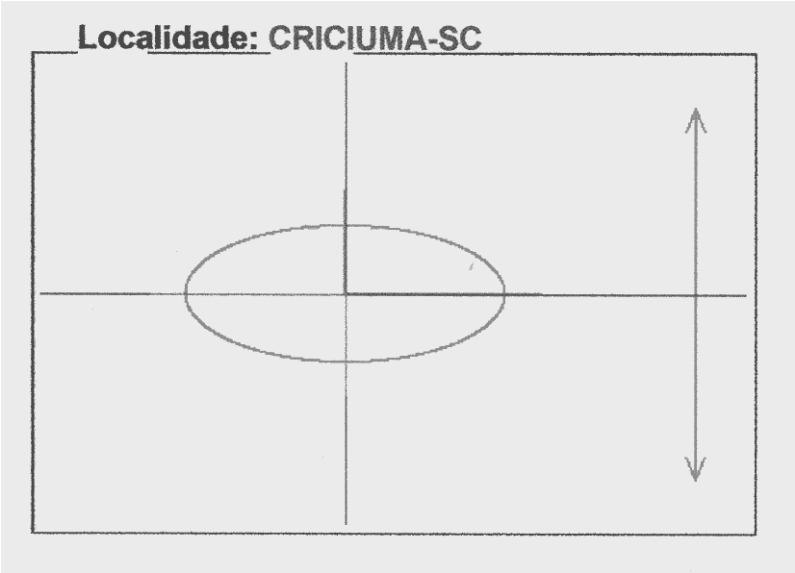
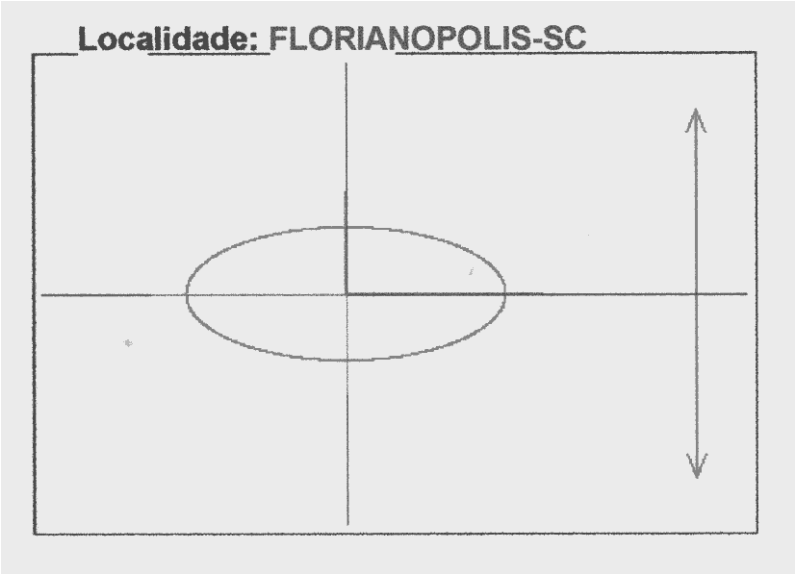


Fig 6.16: Elipse e barra de erro dos vértices:

Chapecó-SC e Criciúma-SC

(ajustamento com injunção mínima)



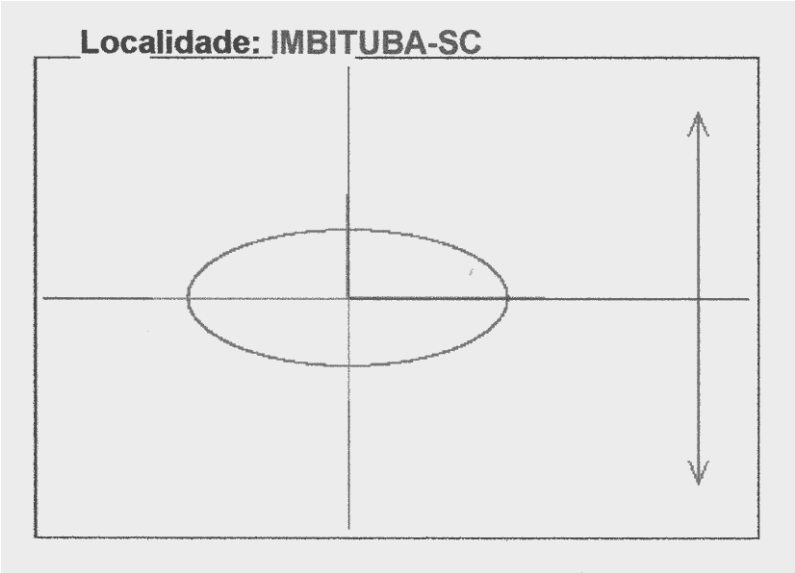
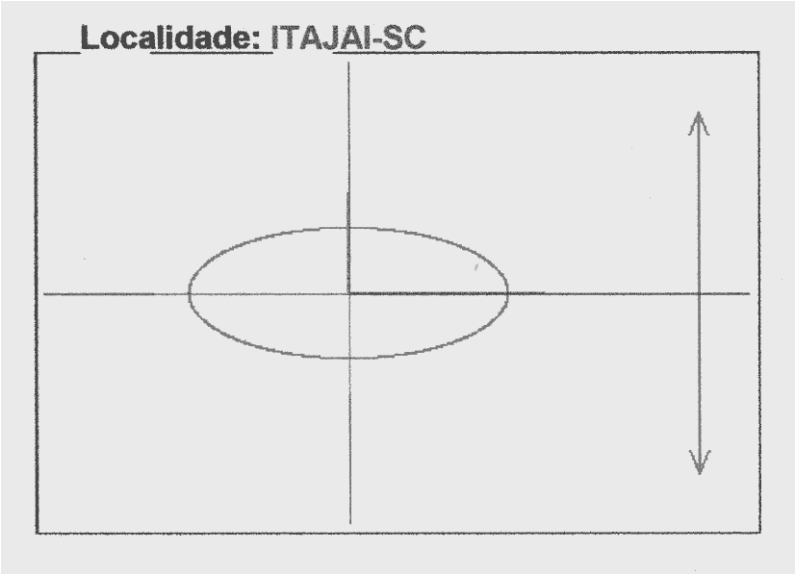


Fig 6.17: Elipse e barra de erro dos vértices:

Florianópolis-SC e Imbituba-SC

(ajustamento com injunção mínima)



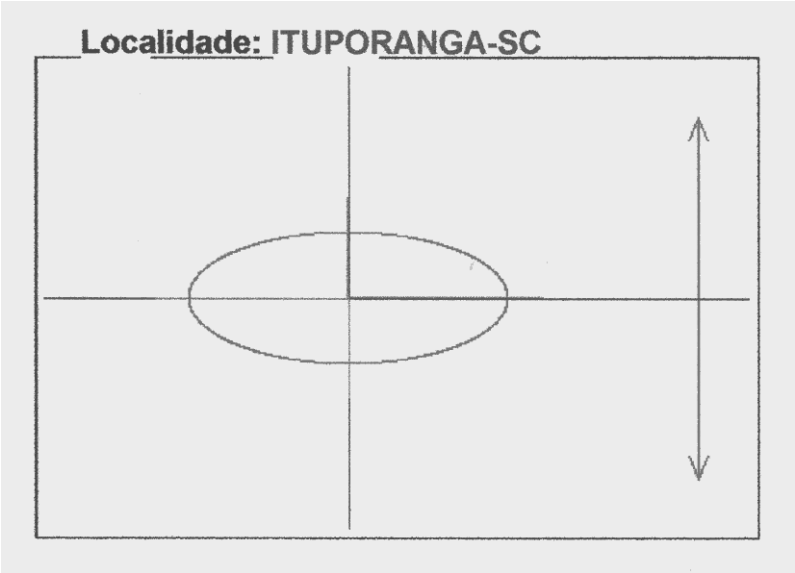


Fig 6.18: Elipse e barra de erro dos vértices:

Itajaí-SC e Ituporanga-SC

(ajustamento com injunção mínima)

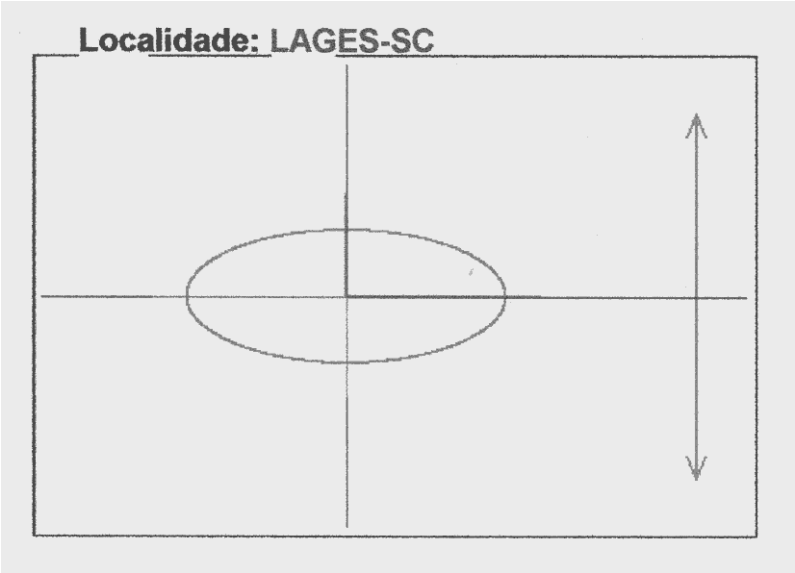


Fig 6.19: Elipse e barra de erro dos vértices:

Joinville-SC e Lages-SC

(ajustamento com injunção mínima)

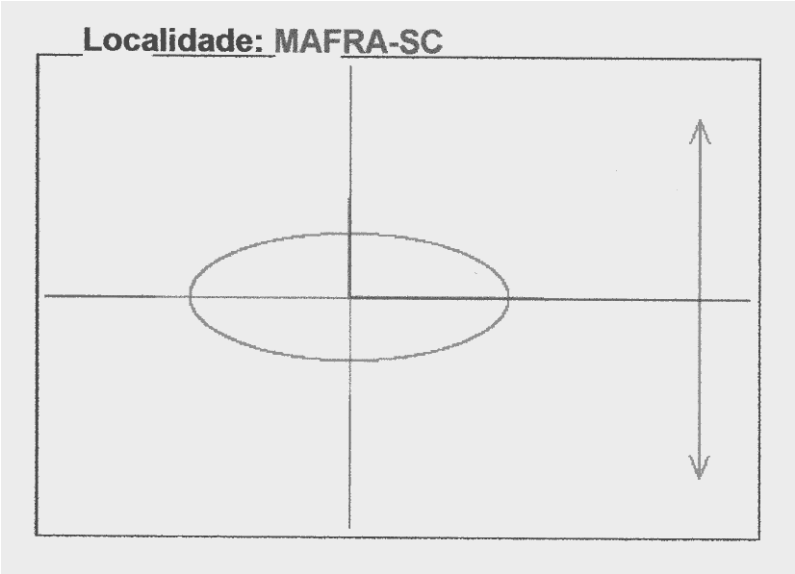


Fig 6.20: Elipse e barra de erro dos vértices:

Mafra-SC e São Miguel d'Oeste-SC

(ajustamento com injunção mínima)

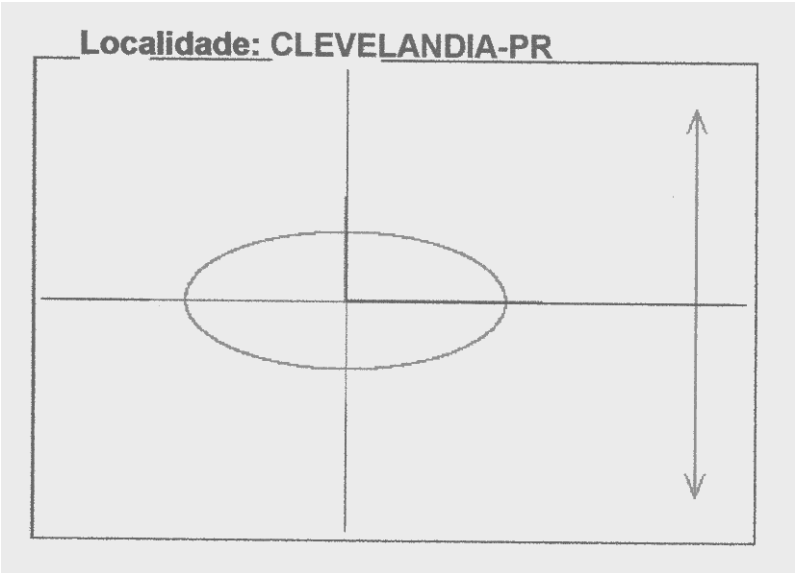


Fig 6.21: Elipse e barra de erro dos vértices:

Bituruna-PR e Clevelândia-PR

(ajustamento com injunção mínima)

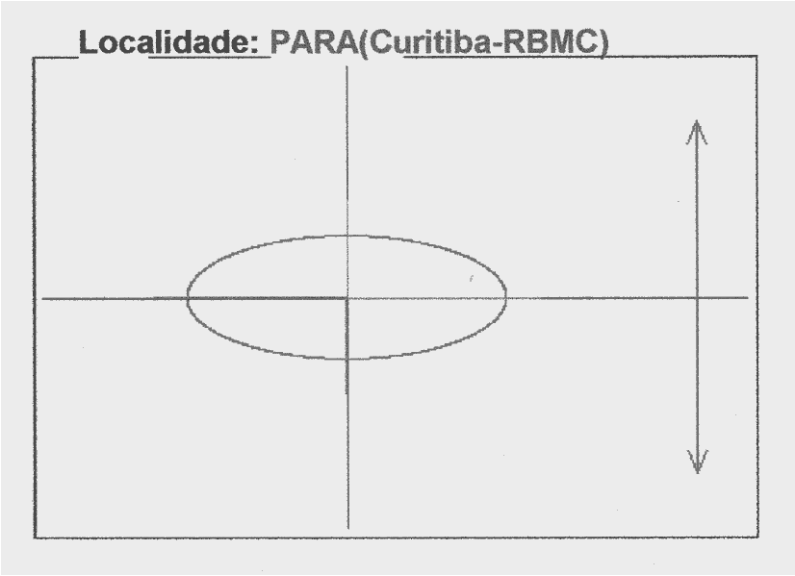


Fig 6.22: Elipse e barra de erro dos vértices:

Francisco Beltrão-PR e PARA (Curitiba-RBMC)

(ajustamento com injunção mínima)

6.4.2.3 Ajustamento com injunção total

Dados de entrada:

- Número de vetores: 38;
- Número de vértices: 17;
- Número de pontos de injunção: 4. Vértice PARA (Curitiba-RBMC) mais os três vértices de ligação com a rede do Paraná: BITURUNA, CLEVELÂNDIA e FRANCISCO BELTRÃO.

Informações de saída:

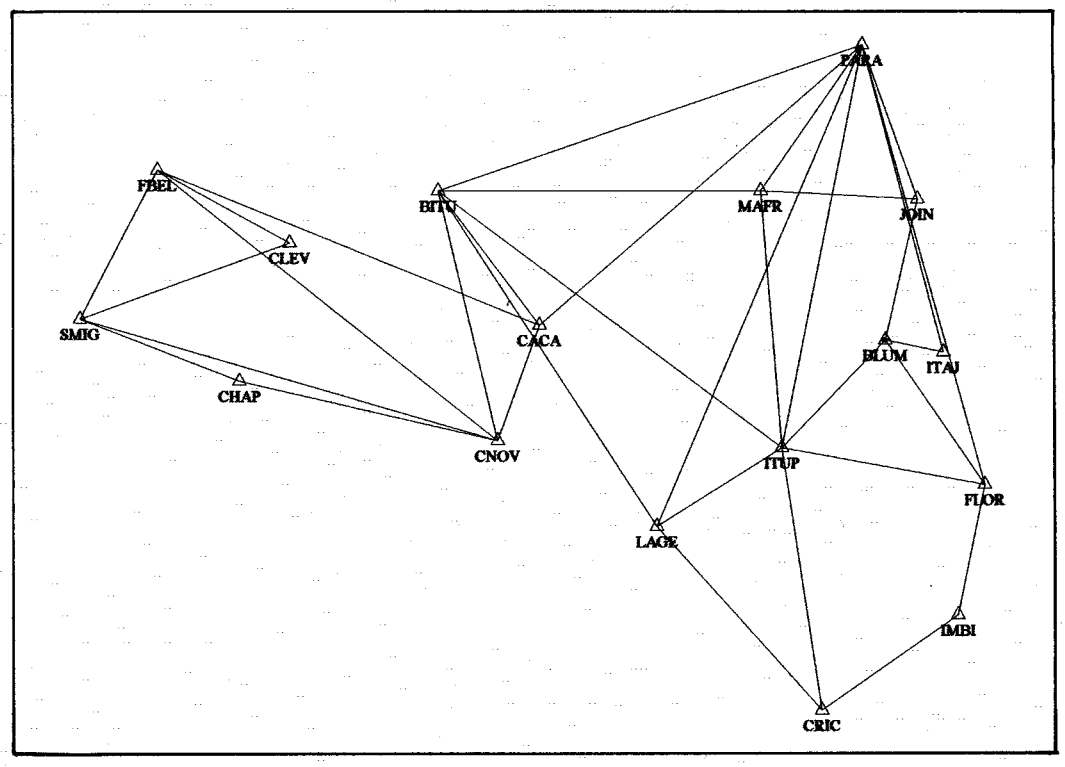
- Condicionamento da matriz Normal: bem condicionada;
- $V^T PV = 0{,}374390 \times 10^{-1}$, diferente dos ajustamentos anteriores;
- Fator de variância a posteriori; $\hat{\sigma}_0^2 = 0{,}499187 \times 10^{-3}$;
- Teste do Qui-quadrado: aprovado;
- Teste dos resíduos padronizados: todos os resíduos foram aceitos;
- Elipses de erro horizontal e barras de erro vertical dos vértices: A homogeneidade das elipses e barras mostra a perfeita distribuição e homogeneização dos erros no ajustamento. Os ângulos críticos também estão praticamente iguais e na direção dos eixos coordenados, identificando uma boa vinculação com as redes hierarquicamente superiores. Todas as elipses e barras de erro diminuíram seus valores em relação ao ajustamento com injunção mínima, mostrando o efeito da melhora obtida pelo ajustamento com injunção total. A Tabela 6.4 apresenta os valores dos elementos de plotagem das elipses de erro horizontal e das barras de erro vertical do ajustamento com injunção total. As Figuras de números 6.23 a 6.31 mostram as elipses e as barras de erro dos vértices da rede, numa escala aproximada 1:2,7. Para maior clareza e facilidade de visualização, antes das figuras das elipses é repetida a Figura 6.4.

TABELA 6.4

ELEMENTOS DAS ELIPSES DE ERRO:

AJUSTAMENTO COM INJUNÇÃO TOTAL

Vértices da rede	Semi-eixo maior (mm)	Semi-eixo menor (mm)	Erro vertical (mm)	Ângulo crítico (radianos)
01 – BLUM	57,258944	23,527725	65,387199	6,283342
02 – CAÇA	57,251778	23,435325	65,219817	0,000243
03 – CNOV	57,281305	24,192853	66,706117	0,000386
04 – CHAP	57,405760	25,184997	69,743782	0,001631
05 – CRIC	57,265628	24,647913	66,698812	6,283266
06 – FLOR	57,274425	24,108354	66,247109	6,283598
07 – IMBI	57,291511	24,605909	66,992143	6,283238
08 – ITAJ	57,260005	23,575182	65,454142	6,283449
09 – ITUP	57,244174	23,680790	65,263488	0,000005
10 – JOIN	57,257592	23,093747	64,960266	6,283392
11 – LAGE	57,245735	23,967619	65,675716	0,000132
12 – MAFR	57,241050	22,941130	64,588132	0,000028
13 – SMIG	57,440629	24,736948	68,852338	0,002277
14 – BITU	57,258022	23,090994	65,008303	0,000233
15 – CLEV	57,438606	24,725045	69,264328	0,000856
16 – FBEL	57,641503	26,123984	73,633860	0,002015
17 – PARA	57,225790	22,224525	63,441059	6,283220



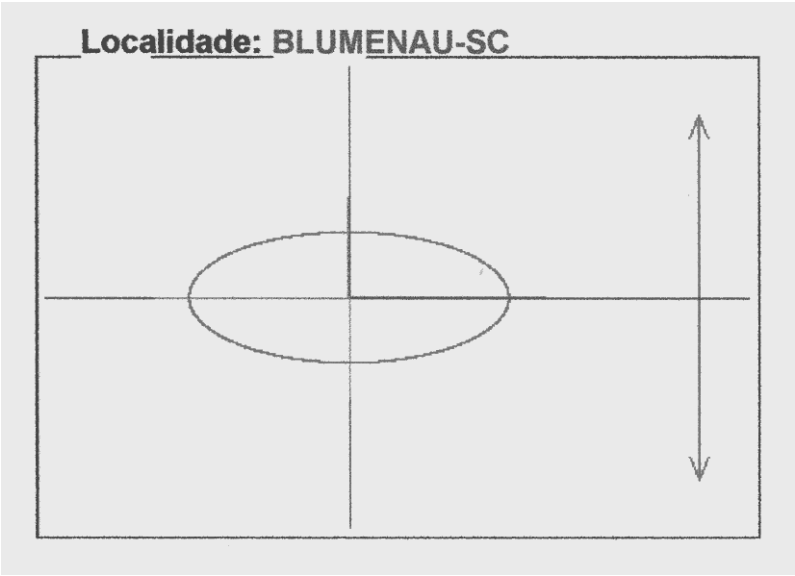


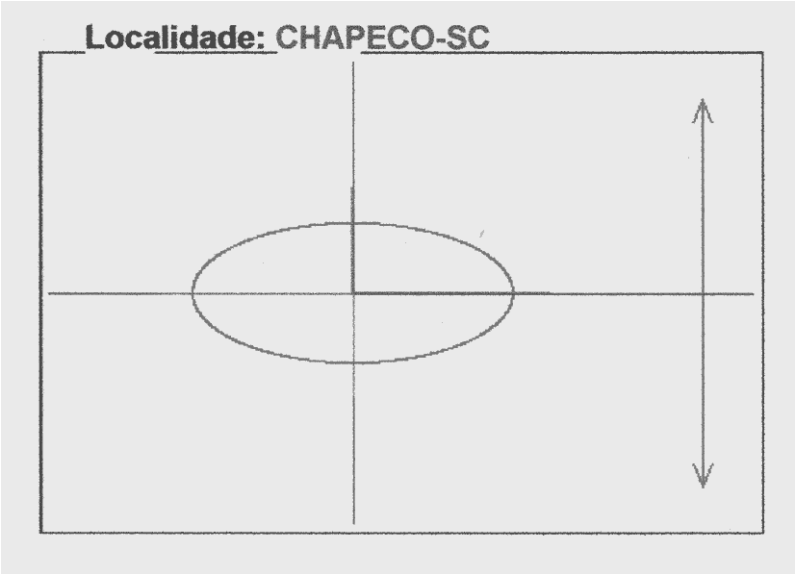
Fig 6.23: Elipse e barra de erro do vértice Blumenau-SC

(ajustamento com injunção total)

Fig 6.24: Elipse e barra de erro dos vértices:

Caçador-SC e Campos Novos-SC

(ajustamento com injunção total)



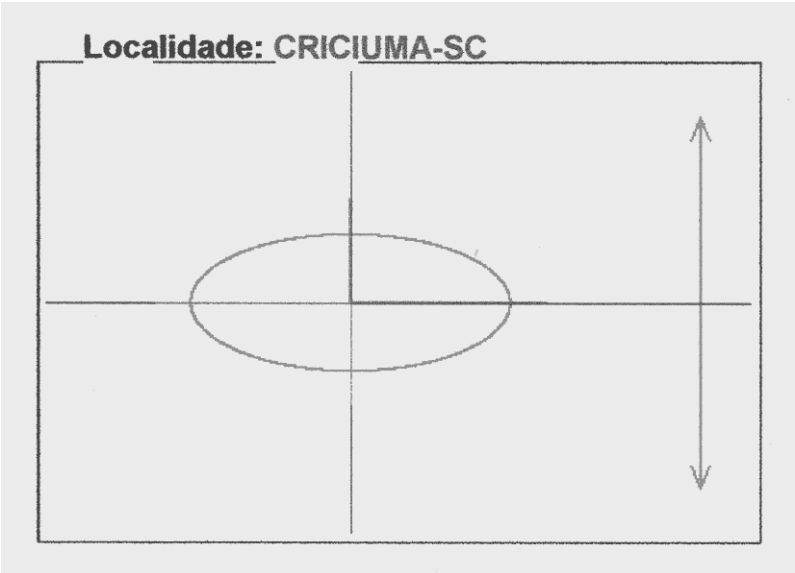
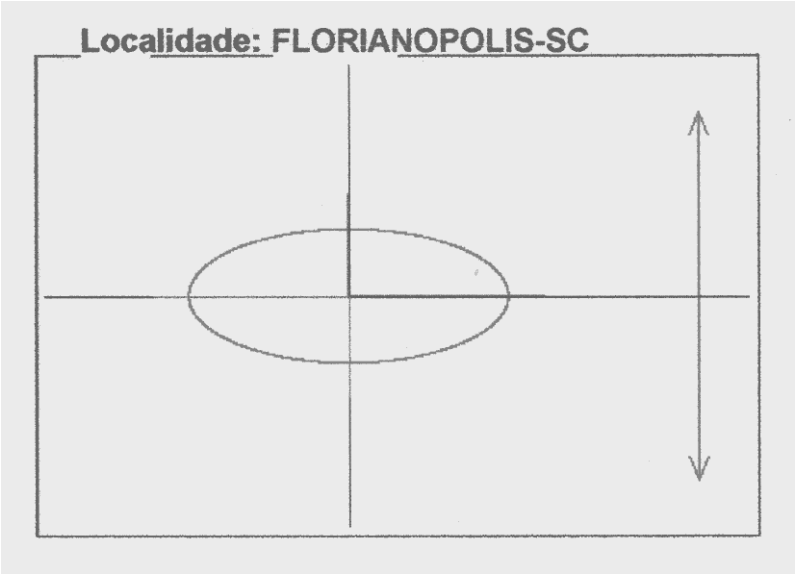


Fig 6.25: Elipse e barra de erro dos vértices:

Chapecó-SC e Criciúma-SC

(ajustamento com injunção total)



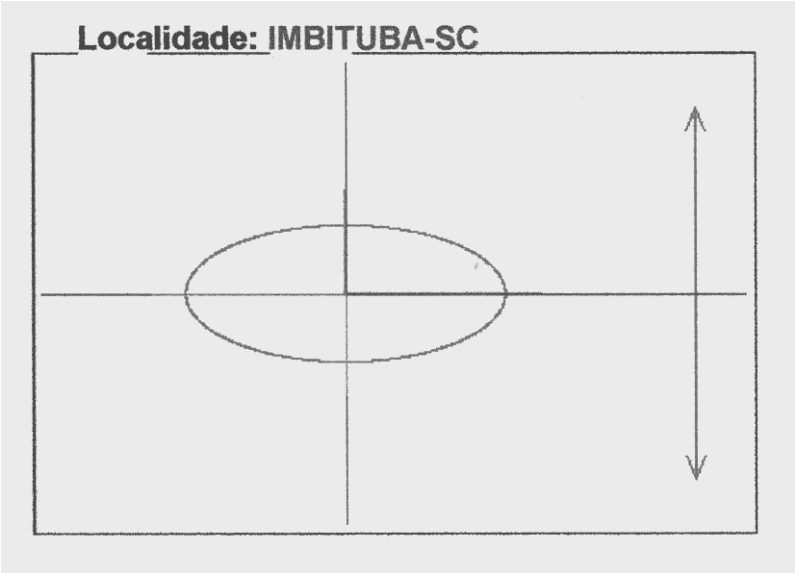
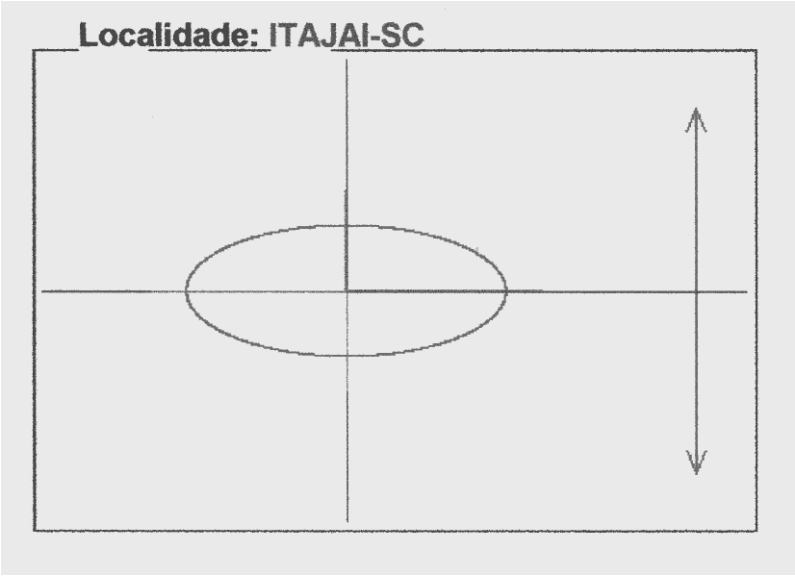


Fig 6.26: Elipse e barra de erro dos vértices:

Florianópolis-SC e Imbituba-SC

(ajustamento com injunção total)



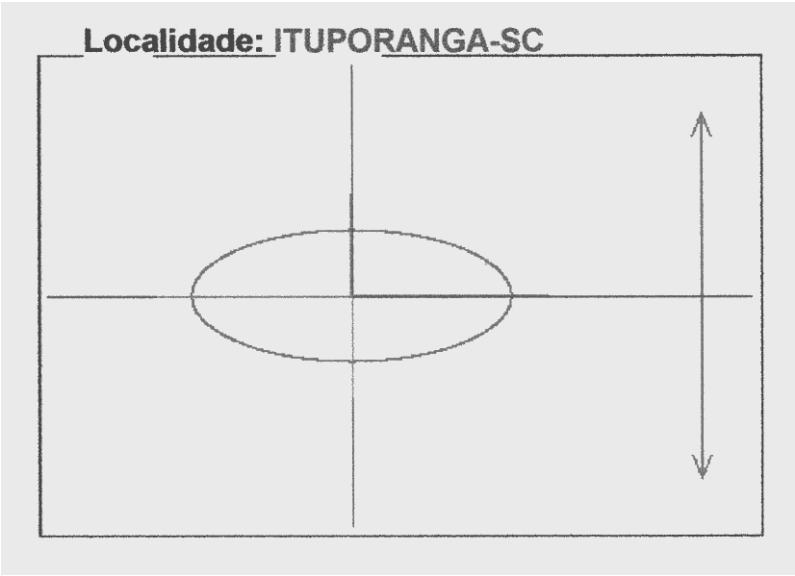
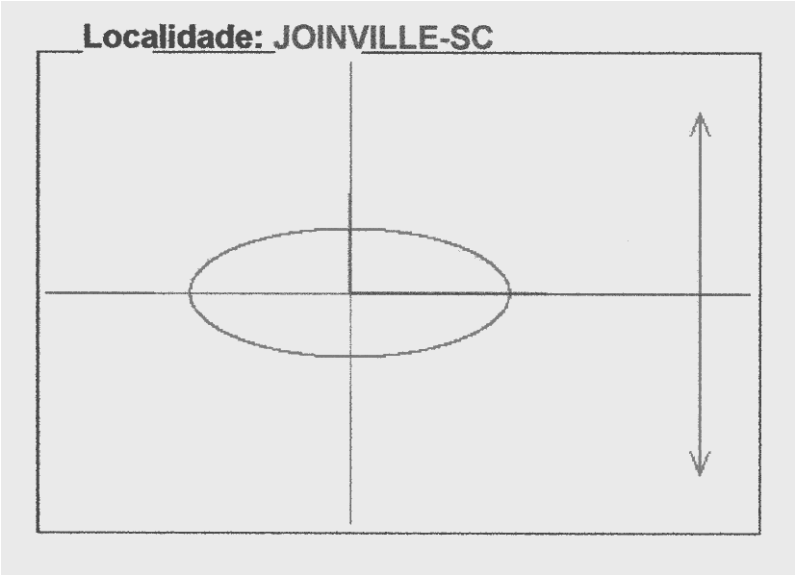


Fig 6.27: Elipse e barra de erro dos vértices:

Itajaí-SC e Ituporanga-SC

(ajustamento com injunção total)



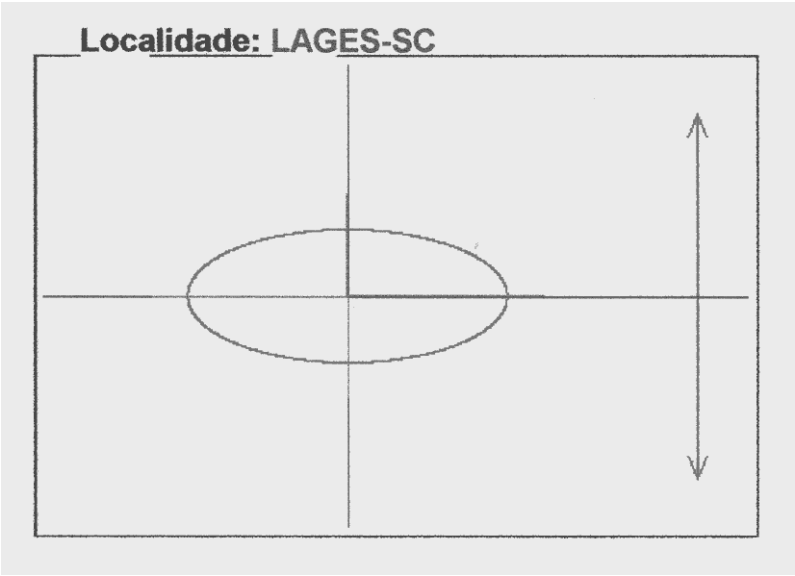


Fig 6.28: Elipse e barra de erro dos vértices:

Joinville-SC e Lages-SC

(ajustamento com injunção total)

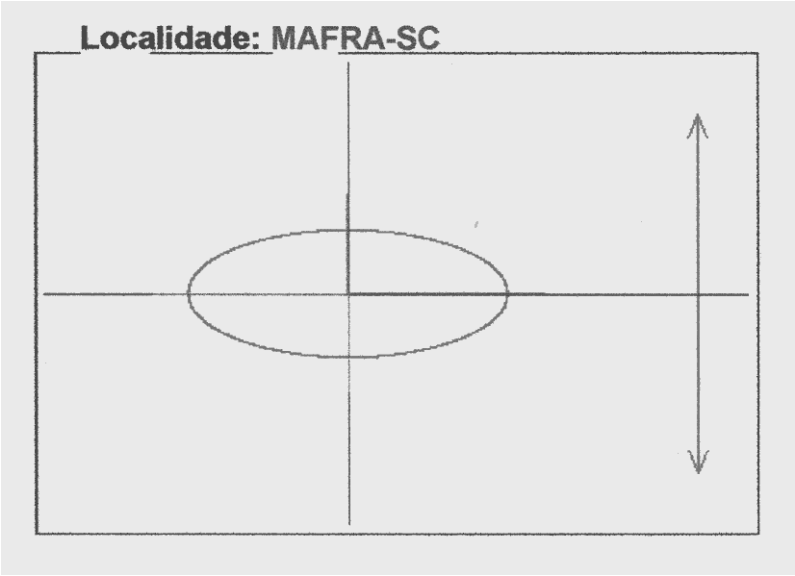


Fig 6.29: Elipse e barra de erro dos vértices:

Mafra-SC e São Miguel d'Oeste-SC

(ajustamento com injunção total)

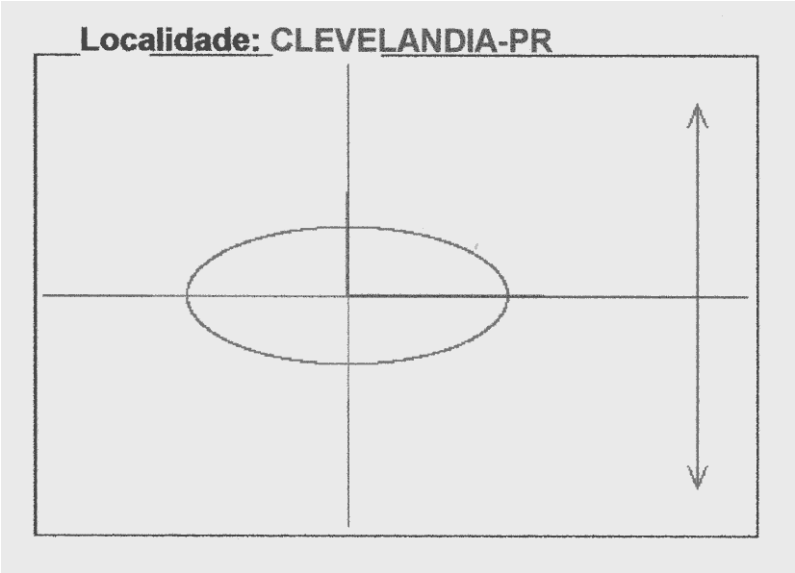


Fig 6.30: Elipse e barra de erro dos vértices:

Bituruna-PR e Clevelândia-PR

(ajustamento com injunção total)

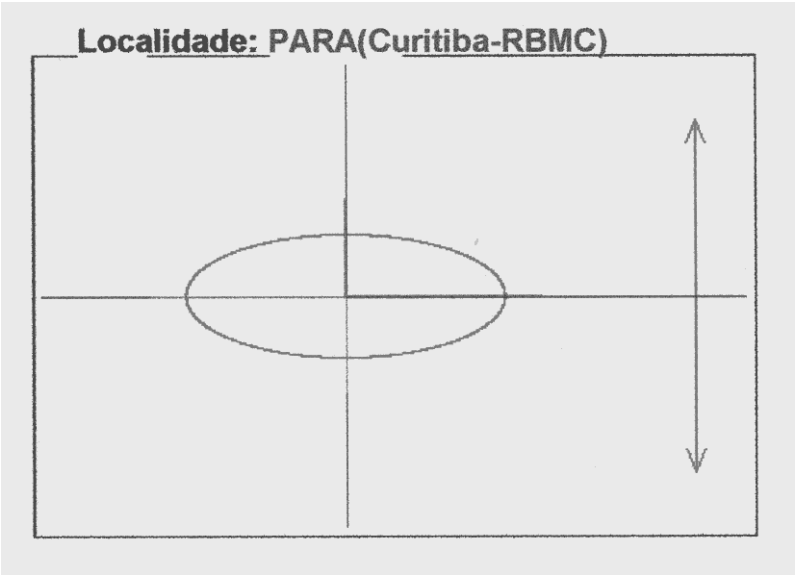


Fig 6.31: Elipse e barra de erro dos vértices:

Francisco Beltrão-PR e PARA (Curitiba-RBMC)

(ajustamento com injunção total)

7 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Com a finalidade de realizar a validação da metodologia proposta mostrando o resultado da aplicação da técnica da propriedade reprodutora e de comparar os resultados obtidos pelo método proposto com aqueles do IBGE serão apresentadas duas tabelas.

A Tabela 7.1 apresenta as coordenadas ajustadas dos vértices da rede obtidos pelo ajustamento injuncionado, com injunção total, antes e depois da aplicação da propriedade reprodutora. Como injunção foram fixadas as coordenadas dos pontos Bituruna, Clevelândia e Francisco Beltrão, que serviram de conexão com a rede do Paraná, e o Vértice PARA (RBMC) que serviu como ligação com esta rede de ordem superior.

Na Tabela 7.1 observa-se perfeitamente que os pontos de injunção tiveram suas coordenadas primeiramente modificadas pelo ajustamento, sendo posteriormente corrigidas, isto é, retornando ao seu valor inicial, após a aplicação da propriedade reprodutora. Essa diferença também pode ser observada no relatório de saída apresentado no Anexo A.

As coordenadas desses pontos e seus respectivos desvios-padrão, obtidos no IBGE, e utilizados na entrada de dados como valores a ser fixados, são as seguintes:

Bituruna - PR:	X = +3.563.604,45953 ± 0,018 m
	Y = -4.486.058,01102 ± 0,018 m
	Z = -2.795.600,67813 ± 0,018 m
Clevelândia - PR:	X = +3.492.090,12002 ± 0,018 m
	Y = -4.526.286,06113 ± 0,018 m
	Z = -2.820.900,08960 ± 0,018 m
Francisco Beltrão - PR:	X = +3.445.596,12577 ± 0,018 m
	Y = -4.583.326,42342 ± 0,018 m
	Z = -2.785.258,58148 ± 0,018 m

PARA (RBMC): X = +3.763.751,63880 ± 0,004 m

Y = -4.365.113,68453 ± 0,004 m

Z = -2.724.404,77361 ± 0,004 m

TABELA 7.1

APLICAÇÃO DA PROPRIEDADE REPRODUTORA

VÉRTICES DA REDE	**Coordenadas ajustadas dos vértices (m)**	
	Antes da aplicação da propriedade reprodutora	**Depois da aplicação da propriedade reprodutora**
Blumenau - SC	X = +3.728.247,35115 X = -4.301.512,39467 Y = -2.867.528,42140	X = +3.728.247,3511 X = -4.301.512,3947 Y = -2.867.528,4214
Caçador - SC	X = +3.586.221,66036 Y = -4.426.356,16537 Z = -2.860.774,31839	X = +3.586.221,6604 Y = -4.426.356,1654 Z = -2.860.774,3184
Campos Novos - SC	X = +3.550.558,54343 Y = -4.418.525,33839 Z = -2.916.481,40350	X = +3.550.558,5434 Y = -4.418.525,3384 Z = -2.916.481,4035
Chapecó - SC	X = +3.448.936,42070 Y = -4.516.670,43605 Z = -2.887.489,51695	X = +3.448.936,4207 Y = -4.516.670,4361 Z = -2.887.489,5169
Criciúma - SC	X = +3.642.913,05393 Y = -4.251.649,14654 Z = -3.044.869,04904	X = +3.642.913,0539 Y = -4.251.649,1465 Z = -3.044.869,0490
Florianópolis - SC	X = +3.746.656,32151 Y = -4.237.662,55390 Z = -2.937.238,61823	X = +3.746.656,3215 Y = -4.237.662,5539 Z = -2.937.238,6182
Imbituba - SC	X = +3.714.672,38030 Y = -4.221.791,39675 Z = -2.999.637,92239	X = +3.714.672,3803 Y = -4.221.791,3967 Z = -2.999.637,9224

Itajaí - SC	X = +3.750.352,04511 Y = -4.278.282,58625 Z = -2.873.372,53299	X = +3.750.352,0451 Y = -4.278.282,5862 Z = -2.873.372,5330
Ituporanga - SC	X = +3.668.805,51680 Y = -4.317.963,76146 Z = -2.9219.667,48017	X = +3.668.805,5168 Y = -4.317.963,7615 Z = -2.9219.667,4802
Joinville - SC	X = +3.763.184,92541 Y = -4.316.383,46851 Z = -2.799.196,84929	X = +3.763.184,9254 Y = -4.316.383,4685 Z = -2.799.196,8493
Lages - SC	X = +3.604.322,79080 Y = -4.346.909,36611 Z = -2.957.570,26779	X = +3.604.322,7908 Y = -4.346.909,3661 Z = -2.957.570,2678
Mafra - SC	X = +3.699.681,64365 Y = -4.374.452,23685 Z = -2.795.674,55299	X = +3.699.681,6437 Y = -4.374.452,2369 Z = -2.795.674,5530
São Miguel d’Oeste - SC	X = +3.388.805,20778 Y = -4.580.843,68607 Z = -2.857.614,52957	X = +3.388.805,2078 Y = -4.580.843,6861 Z = -2.857.614,5296
Bituruna - PR	X = +3.563.604,45566 Y = -4.486.058,00632 Z = -2.795.600,67666	X = +3.563.604,4590 Y = -4.486.058,0110 Z = -2.795.600,6780
Clevelândia - PR	X = +3.492.090,15793 Y = -4.526.286,04500 Z = -2.820.900,09608	X = +3.492.090,1200 Y = -4.526.286,0610 Z = -2.820.900,0890
Francisco Beltrão - PR	X = +3.445.596,13041 Y = -4.583.326,42635 Z = -2.785.258,58557	X = +3.445.596,1250 Y = -4.583.326,4230 Z = -2.785.258,5810
PARA (Curitiba - RBMC)	X = +3.763.751,63601 Y = -4.365.113,68486 Z = -2.724.404,77249	X = +3.763.751,6380 Y = -4.365.113,6840 Z = -2.724.404,7730

Para mostrar a eficácia da metodologia proposta e do programa de cálculo, é apresentada a seguir a Tabela 7.2, a qual compara os resultados de saída do programa implementado com os correspondentes do IBGE. Como o IBGE divulga seus resultados referidos ao Sistema Geodésico Brasileiro, cujo *datum* é o SAD-69, foi necessário optar por esse datum.

A Tabela 7.2 apresenta as coordenadas ajustadas, dos vértices da rede, fornecidas pelo IBGE com as calculadas pelo método proposto. Nela, as diferenças, que aparecem na quarta coluna, foram obtidas pela subtração entre os valores do IBGE e os calculados pelo método proposto, já transformadas em milímetros.

TABELA 7.2

COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS DO IBGE

VÉRTICE DA REDE	Resultado do IBGE	Resultado Proposto	Diferenças (mm)
Blumenau - SC	φ = - 26 53 28,256240 λ = - 49 04 59,07759 h = 28,5952 m	φ = - 26 53 28,25600 λ = - 49 04 59,07859 h = 28,5953 m	δφ = - 7,386 δλ = 27,465 δh = - 0,1
Caçador - SC	φ = - 26 49 07,085980 λ = - 50 59 06,727830 h = 953,6838 m	φ = - 26 49 07,08611 λ = - 50 59 06,72773 h = 953,6763 m	δφ = 4,001 δλ = - 2,746 δh = 7,5
Campos Novos – SC	φ = - 27 22 59,623570 λ = - 51 12 55,665620 h = 970,2243 m	φ = - 27 22 59,62395 λ = - 51 12 55,66549 h = 970,2088 m	δφ = 11,694 δλ = - 3,570 δh = 15,5
Chapecó – SC	φ = - 27 05 25,328200 λ = - 52 38 02,673670 h = 674,8891 m	φ = - 27 05 25,32856 λ = - 52 38 02,67408 h = 674,8710 m	δφ = 11,079 δλ = 12,618 δh = 18,1
Criciúma – SC	φ = - 28 42 00,986380 λ = - 49 24 31,523130 h = 32,4030 m	φ = - 28 42 00,98566 λ = - 49 24 31,52527 h = 32,3594 m	δφ = - 22,158 δλ = 58,775 δh = 43,6
Florianópolis – SC	φ = - 27 35 55,996360 λ = - 48 31 06,827650 h = 9,4479 m	φ = - 27 35 55,99608 λ = - 48 31 06,82855 h = 9,4476 m	δφ = - 8,617 δλ = - 49,437 δh = 0,3

Imbituba – SC	φ = - 28 14 10,001300 λ = - 48 39 20,121300 h = 12,6416 m	φ = - 28 14 10,00049 λ = - 48 39 20,12297 h = 12,6158 m	δφ = - 24,928 δλ = 45,866 δh = 25,8
Itajaí – SC	φ = - 26 57 01,488000 λ = - 48 45 41,899420 h = 11,6927 m	φ = - 26 57 01,48778 λ = - 48 45 41,90029 h = 11,6808 m	δφ = - 6,771 δλ = 23,894 δh = 11,9
Ituporanga – SC	φ = - 27 55 04,314240 λ = - 49 38 46,491930 h = 488,3124 m	φ = - 27 55 04,31459 λ = - 49 38 46,49151 h = 488,2901 m	δφ = 10,771 δλ = - 11,535 δh = 22,3
Joinville – SC	φ = - 26 12 06,276940 λ = - 48 54 58,965830 h = 34,3846 m	φ = - 26 12 06,27674 λ = - 48 54 58,96683 h = 33,3920 m	δφ = - 6,155 δλ = 27,465 δh = - 7,4
Lages – SC	φ = - 27 48 05,664510 λ = - 50 20 06,098080 h = 963,9393 m	φ = - 27 48 05,66480 λ = - 50 20 06,09813 h = 963,9210 m	δφ = 8,924 δλ = 1,373 δh = 18,3
Mafra – SC	φ = - 26 09 45,105080 λ = - 49 46 36,215930 h = 888,3901 m	φ = - 26 09 45,10496 λ = - 49 46 36,21550 h = 888,4212 m	δφ = - 3,693 δλ = - 11,809 δh = - 31,1
São Miguel d'Oeste – SC	φ = - 26 47 16,836410 λ = - 53 30 22,591180 h = 663,8076 m	φ = - 26 47 16,83669 λ = - 53 30 22,59195 h = 663,7885 m	δφ = 8,617 δλ = 21,148 δh = 19,1
Bituruna – PR	φ = - 26 09 42,326720 λ = - 51 32 12,509280 h = 894,9483 m	φ = - 26 09 42,32672 λ = - 51 32 12,50929 h = 894,9479 m	δφ = 0,0 δλ = 0,274 δh = 0,4
Clevelândia - PR	φ = - 26 24 57,815200 λ = - 52 20 55,766780 h = 973,7568 m	φ = - 26 24 57,81518 λ = - 52 20 55,76678 h = 973,7564 m	δφ = - 0,615 δλ = 0,0 δh = 0,4
Francisco Beltrão - PR	φ = - 26 03 31,992210 λ = - 53 03 53,380750 h = 652,0778 m	φ = - 26 03 31,99221 λ = - 53 03 53,38076 h = 652,0758 m	δφ = 0,0 δλ = 0,274 δh = 2,0
PARA - Curitiba (RBMC)	φ = - 25 26 52,365250 λ = - 49 13 49,702160 h = 928,7915 m	φ = - 25 26 52,36525 λ = - 49 13 49,70217 h = 928,7890 m	δφ = 0,0 δλ = 0,274 δh = 2,5

Para transformar essas variações dadas em unidades angulares (segundos de arco) para unidades métricas (milímetros), determinou-se o valor dos comprimentos de arcos de meridiano e de paralelo de um segundo para um ponto virtual aproximadamente no centro do estado de Santa Catarina. Para tanto, considerando as latitudes do ponto mais ao norte (Mafra) e do ponto mais ao sul (Criciúma), determinou-se a latitude média do Estado igual a:

$$\varphi = -\ 27^{o}\ 25'\ 53{,}04''.$$

Para essa latitude, foram encontrados os seguintes valores para as correções de latitude e longitude, considerados para toda a rede:

$$\Delta\varphi \cong 30{,}775 \text{ metros por segundo de arco};$$

$$\Delta\lambda \cong 27{,}465 \text{ metros por segundo de arco}.$$

Nos pontos de injunção, observa-se que os valores são praticamente os mesmos, havendo apenas uma pequena discrepância nas altitudes geométricas registradas nos pontos que se seguem:

Francisco Beltrão: $\Delta h = 2{,}0$ mm,

PARA (RBMC): $\Delta h = 2{,}5$ mm.

Nos demais pontos da rede, as diferenças encontradas com os valores do IBGE são devidas ao próprio método proposto, que introduziu na rede as variâncias dos pontos de injunção sem, contudo, alterar as coordenadas destes. Não foi observada nenhuma tendência direcional nos sentidos norte-sul ou leste-oeste, e esse fato deve-se à própria geometria utilizada no processamento da rede, onde foram escolhidos somente vetores independentes, dispostos de forma radial em sua maioria, a fim de proporcionar covariâncias entre eles.

Os resultados do IBGE foram obtidos pelo processamento dos vetores da rede utilizando o Programa BERNESE versão 4.2, e ajustamento vetorial dos vértices utilizando o Programa GHOST, o qual utiliza a transformação de Helmert.

Os resultados apresentados pela metodologia proposta foram obtidos pelo processamento dos vetores da rede utilizando o Programa BERNESE versão 4.2, e o

ajustamento vetorial dos vértices utilizando o Programa DENSIFREDE, proposto neste trabalho, o qual utiliza o princípio da otimização pelo Método dos Mínimos Quadrados, e se caracteriza por introduzir na nova rede densificada, ou estendida, as variâncias dos pontos de injunção fixados.

8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A inspiração para o desenvolvimento do presente trabalho surgiu da necessidade de se realizar o ajustamento de uma rede geodésica levando em consideração as variâncias das coordenadas dos pontos de injunção, sem que isso altere o valor dessas coordenadas. O procedimento clássico para a vinculação de novas redes de extensão ou densificação a uma rede de ordem superior é a realização de um ajustamento livre dessas novas redes seguido de uma "transformação de Helmert", de modo a preservar as coordenadas dos pontos de injunção pertencentes à rede de ordem superior.

Schaffrin (2001) considera esse procedimento clássico "não-ótimo" por apenas fixar as coordenadas dos pontos de injunção, sem inserir na nova rede as incertezas provenientes de sua própria determinação. Como solução ele sugere uma metodologia, considerada "ótima" por basear-se no princípio dos mínimos quadrados, que se caracteriza por introduzir na nova rede as variâncias dos pontos de injunção fixados (considerados hierarquicamente superiores). Evidentemente, num primeiro momento, as coordenadas desses pontos se alteram, retornando posteriormente ao seu valor original pela aplicação da técnica conhecida por "propriedade reprodutora".

Para a aplicação do método proposto foi desenvolvido um algoritmo e conseqüente programa de cálculo, dotado de recursos tais que possibilitam a execução de ajustamentos livres e injuncionados, aplicando a metodologia proposta, e possibilitando uma completa análise estatística da qualidade dos resultados através da realização de testes globais e específicos, que permitam detectar, investigar e adaptar possíveis erros grosseiros encontrados e representar as elipses de erro horizontal dos pontos da rede.

Para fins de estudo de caso, foi escolhida a rede GPS do Estado de Santa Catarina por suas características como rede de extensão devendo ser vinculada à RBMC e conectada à rede vizinha do Estado do Paraná. O interesse por essa rede determinou a participação efetiva deste Autor junto ao IBGE desde a fase de anteprojeto até o acompanhamento da campanha de observação, conforme descreve o Capítulo 6.

8.1 Conclusões

O planejamento da rede revelou ser de fundamental importância. A idéia da realização de sessões duplas foi muito boa, pois proporcionou uma superposição de vetores, a qual veio a ter utilidade posterior na escolha dos vetores independentes e na eliminação de erros grosseiros, quando foi o caso. A duração das sessões foi muito longa, podendo ser reduzida de dez para seis horas. A divisão da rede em figuras de seis lados, apesar de exigir seis receptores e seis equipes de campo, proporcionou maior economia de tempo e recursos. Entretanto, no planejamento deve-se ter o cuidado de verificar a perfeita cobertura da rede com vetores, para evitar a inexistência de algum vetor que possa vir a fazer falta posteriormente.

O programa Bernese mostrou-se eficientemente adequado para realizar o processamento dos vetores da rede.

Por ocasião da escolha dos vetores independentes, e conseqüente definição da geometria da rede, verificou-se a diferença entre a escolha dos mesmos de forma radial ou por triângulos justapostos. Softwares comerciais, normalmente processam os vetores individualmente, gerando matrizes variância-covariância individuais em blocos diagonais *(3x3)* para cada vetor, enquanto que o Bernese, por exemplo, pode processar os vetores por lotes radiais, gerando matrizes variância-covariância em blocos maiores (cuja ordem é um múltiplo de 3) contendo as covariâncias entre as componentes de todos os vetores envolvidos naquele bloco.

Assim, se a escolha dos vetores independentes for por triângulos justapostos, ter-se-á uma matriz variância-covariância das observações brutas (de entrada) composta somente por blocos diagonais *(3x3)*. Se a escolha for de forma radial, com vários vetores irradiando-se de um ponto (selecionado para injunção, por exemplo), a correspondente matriz variância-covariância de entrada será composta por grandes blocos cheios (de ordem sempre múltipla de 3) contendo covariâncias onde houver correlações.

Neste trabalho, os vetores independentes foram escolhidos de forma radial, partindo de pontos que seriam futuramente escolhidos para injunção, conforme mostra a Figura 6.4. Tal fato exige a ligação das extremidades livres desses vetores. Verificou-se, nesse momento, que a “ligação” das extremidades só foi possível porque, por ocasião da campanha de observações, as figuras da rede foram

observadas em sessões duplas. Em caso contrário, alguns desses vetores não seriam independentes, mas triviais.

Comparado com alguns softwares comerciais existentes, que somente permitem injunções por fixação ou por ponderação, verifica-se que o método proposto permite a possibilidade de *fixação* das coordenadas dos pontos de injunção, e sua *ponderação* com o inverso de suas próprias variâncias, de modo a introduzir essas variâncias na rede densificada ou estendida.

A fixação e ponderação das coordenadas dos pontos de injunção modificam essas coordenadas, mas a aplicação da "propriedade reprodutora" recupera essas coordenadas, conforme pode ser verificado na Tabela 7.1.

A Tabela 7.2 apresenta a comparação dos resultados obtidos pelo método proposto com o resultados fornecidos pelo IBGE. Nos pontos de injunção, observa-se que os valores são praticamente os mesmos. Nos demais pontos da rede as diferenças existentes são devidas ao próprio método proposto, que introduziu na rede as variâncias dos pontos de injunção.

As elipses de erro, apresentadas no Capítulo 6 através das Tabelas 6.2 a 6.4 e das Figuras 6.5 a 6.31, revelam que o ajustamento da rede seguiu um comportamento normal. O ajustamento livre mostrou o comportamento interno da rede e as tendências sistemáticas de cada ponto. O ajustamento com injunção mínima homogeneizou a distribuição dos erros. O ajustamento com injunção total realizou a minimização dos erros já tratados pela injunção mínima.

8.2 Recomendações

Os resultados alcançados e as análises realizadas permitem apresentar as seguintes recomendações:

- que as campanhas de observações sejam sempre realizadas em sessões duplas;
- que o tempo de observação das sessões não seja tão longo como nas campanhas da rede de Santa Catarina, que foram de 10 horas;
- que um tempo ótimo para cada sessão pode ter a duração de 6 horas, desde que as atividades solares se apresentem em boas condições, de modo a possibilitar a estimativa dos erros devido à refração ionosférica. Duas sessões podem ser realizadas no mesmo dia, devendo o receptor ser desligado, e ligado novamente após a medida da altura da antena ter sido retificada;

- que sejam selecionados somente vetores independentes e que essa escolha possibilite a correlação entre vetores da rede, proporcionando uma matriz variância-covariância das observações brutas com covariâncias entre os vértices da rede;
- que as variâncias dos pontos de injunção hierarquicamente superiores, classificados respectivamente como pontos de fixação e pontos de ligação por Schaffrin (2001), sejam transmitidas à nova rede densificada ou estendida, através de sua inclusão na matriz variância-covariância das observações brutas;
- que devam ser utilizadas preferencialmente efemérides precisas, sendo recomendáveis as do IGS;
- que as coordenadas dos pontos de injunção sejam fixadas em sistema compatível com as efemérides utilizadas;
- que as coordenadas dos pontos de injunção, sejam mantidas após o ajustamento.

8.3 Perspectivas futuras

A modernização do sistema GPS com a introdução de uma nova freqüência para uso civil centrada em 1176,45 MHz possibilitará uma melhoria na correção do atraso ionosférico, que representa hoje uma das grandes fontes de erro no sistema, conforme pode ser visto nas Sessões 3.1.2.1 e 3.1.7. Desta forma, haverá necessidade de que o tratamento dado às observações proporcionadas pelo sistema também sofra uma adequação. Como conseqüência dessa sucessão de melhorias é preciso que o ajustamento das redes geodésicas, medidas com observações GPS, também acompanhe essa evolução, buscando processos otimizados de tratamento.

Assim, as recomendações assinaladas induzem a sugestões de caráter mais amplo e com visão mais profunda, de modo a vislumbrar perspectivas para desenvolvimentos futuros. Essas perspectivas sugerem:

- o prosseguimento deste estudo, visando seu aperfeiçoamento para uma possível adoção pela comunidade usuária;

- a realização de uma melhoria na apresentação do programa implementado, de modo a torná-lo mais amigável ao usuário;
- o desenvolvimento de um software de processamento das observáveis GPS, cuja saída de dados seja a entrada para o programa da presente proposição, passando ambos a se constituir num software completo de processamento/ajustamento de redes GPS.

Com este trabalho, espera-se ter dado um passo no estudo de um assunto que, apesar de antigo, é extremamente importante e ainda vai exigir muitas pesquisas.

ANEXO A

EXEMPLO DE RELATÓRIO DE SAÍDA

Neste anexo é apresentado um exemplo de relatório de saída do Programa DENSIFREDE.

Constam desse relatório as principais informações necessárias à interpretação do ajustamento. O programa é interativo com o usuário, portanto, deve-se estar bem atento às perguntas e informações solicitadas durante a execução do mesmo.

O relatório apresentado como exemplo neste anexo trata do ajustamento injuncionado, com injunção total, da rede GPS do Estado de Santa Catarina, e contém as informações que se seguem.

1. Dados de entrada

1. Número de vetores
2. Número de vértices
3. Número de pontos de injunção
4. Lista de nomes dos vértices
5. Lista de nomes dos vetores
6. Fator de variância a priori

2. Informações de saída

2.1. Ajustamento propriamente dito

1. Solução do sistema de equações normais
    a. Valor do determinante
    b. Opção pelo tipo de ajustamento (livre ou injuncionado)
    c. Condicionamento da matriz normal

2. Vetor dos parâmetros ajustados em coordenadas cartesianas geocêntricas, antes da aplicação da propriedade reprodutora

3. Vetor das observações ajustadas

4. Vetor dos resíduos das observações

5. Vetor dos parâmetros ajustados em coordenadas cartesianas geocêntricas, após a correção realizada pela propriedade reprodutora, agora no sistema de referência escolhido para a saída final

6. Opção por um determinado elipsóide, e exibição de seus parâmetros

7. Matriz Variância-Covariância dos parâmetros ajustados, em coordenadas cartesianas geocêntricas, no sistema de referência escolhido

8. Parâmetros ajustados em coordenadas geodésicas (φ, λ, h), no sistema de referência escolhido, corrigidas pela propriedade reprodutora

2.2. Estatísticas indicadoras da qualidade do ajustamento

1. Forma quadrática fundamental "V^TPV"

2. Fator de variância a posteriori

3. Realização do Teste Global da distribuição Qui-quadrado, ao nível de significância de 5%

4. Realização do Teste dos Resíduos Padronizados ("*data snooping*"), para localizar a presença de erros grosseiros nas observações ("*outliers*")

5. Elementos de plotagem das elipses de erro horizontal e barras de erro vertical para os vértices da rede.

P R O G R A M A "D E N S I F R E D E"

AJUSTAMENTO VETORIAL PARA DENSIFICAÇAO E EXTENSAO DE REDES GPS

NR DE VETORES = 38 NR DE VERTICES = 17
NR DE OBSERVACOES = 114 NR DE PARAMETROS = 51
NR DE PONTOS DE INJUNCAO = 4

NOMES DOS VERTICES DA REDE A SER IMPLANTADA

Vertice nr 1 BLUMENAU-SC BLUM
Vertice nr 2 CACADOR-SC CACA
Vertice nr 3 CAMPOSNOVOS-SC CNOV
Vertice nr 4 CHAPECO-SC CHAP
Vertice nr 5 CRICIUMA-SC CRIC
Vertice nr 6 FLORIANOPOLIS-SC FLOR
Vertice nr 7 IMBITUBA-SC IMBI
Vertice nr 8 ITAJAI-SC ITAJ
Vertice nr 9 ITUPORANGA-SC ITUP
Vertice nr 10 JOINVILLE-SC JOIN
Vertice nr 11 LAGES-SC LAGE
Vertice nr 12 MAFRA-SC MAFR
Vertice nr 13 SAOMIGUELDOESTE-SC SMIG
Vertice nr 14 BITURUNA-PR BITU
Vertice nr 15 CLEVELANDIA-PR CLEV
Vertice nr 16 FRANCISCOBELTRAO-PR FBEL
Vertice nr 17 PARA(Curitiba-RBMC) PARA

IDENTIFICAÇAO DOS VETORES SELECIONADOS DA REDE

Vetor nr 1 FLOR-IMBI
Vetor nr 2 FLOR-ITUP
Vetor nr 3 IMBI-CRIC
Vetor nr 4 CRIC-LAGE
Vetor nr 5 LAGE-ITUP
Vetor nr 6 FLOR-BLUM
Vetor nr 7 BLUM-ITUP
Vetor nr 8 PARA-JOIN
Vetor nr 9 PARA-FLOR
Vetor nr 10 PARA-ITAJ
Vetor nr 11 PARA-MAFR
Vetor nr 12 PARA-CACA
Vetor nr 13 PARA-ITUP
Vetor nr 14 PARA-BITU
Vetor nr 15 PARA-LAGE
Vetor nr 16 BITU-MAFR
Vetor nr 17 BITU-CACA
Vetor nr 18 BITU-CNOV
Vetor nr 19 BITU-ITUP
Vetor nr 20 BITU-LAGE
Vetor nr 21 CNOV-CHAP
Vetor nr 22 CNOV-SMIG
Vetor nr 23 FBEL-CLEV
Vetor nr 24 FBEL-SMIG
Vetor nr 25 FBEL-CACA
Vetor nr 26 FBEL-CNOV
Vetor nr 27 ITUP-CRIC
Vetor nr 28 BLUM-JOIN
Vetor nr 29 BLUM-ITAJ
Vetor nr 30 JOIN-MAFR
Vetor nr 31 MAFR-ITUP
Vetor nr 32 CACA-CNOV
Vetor nr 33 SMIG-CLEV
Vetor nr 34 SMIG-CHAP
Vetor nr 35 Inj: PARA
Vetor nr 36 Lig: BITU
Vetor nr 37 Lig: CLEV
Vetor nr 38 Lig: FBEL

FATOR DE VARIANCIA A PRIORI = .100000E-06

SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES NORMAIS: NX=U

DETERMINANTE DA MATRIZ NORMAL = .28358963E+15

AJUSTAMENTO INJUNCIONADO: FEITA OPCAO PELA INVERSA ORDINARIA

CONDICIONAMENTO DA MATRIZ NORMAL

NUMERO 1 DE CONDICAO DE TURING = .287762E+05

NUMERO 2 DE CONDICAO DE TURING = .969284E+06

NUMERO DE CONDICAO DE TODD = .454528E+01

NUMERO DE CONDICAO H = .366925E+01

A MATRIZ NORMAL EH BEM CONDICIONADA

VETOR DOS PARAMETROS AJUSTADOS EM COORD. CART. GEOCENTRICAS
(em metros)

VertNr 1 BLUM XA= 3728247.35115 YA=-4301512.39467 ZA=-2867528.42140

VertNr 2 CACA XA= 3586221.66036 YA=-4426356.16537 ZA=-2860774.31839

VertNr 3 CNOV XA= 3550558.54343 YA=-4418525.33839 ZA=-2916481.40350

VertNr 4 CHAP XA= 3448936.42070 YA=-4516670.43605 ZA=-2887489.51695

VertNr 5 CRIC XA= 3642913.05393 YA=-4251649.14654 ZA=-3044869.04904

VertNr 6 FLOR XA= 3746656.32151 YA=-4237662.55390 ZA=-2937238.61823

VertNr 7 IMBI XA= 3714672.38030 YA=-4221791.39675 ZA=-2999637.92239

VertNr 8 ITAJ XA= 3750352.04511 YA=-4278282.58625 ZA=-2873372.53299

VertNr 9 ITUP XA= 3668805.51680 YA=-4317963.76146 ZA=-2919667.48017

VertNr 10 JOIN XA= 3763184.92541 YA=-4316383.46851 ZA=-2799196.84929

VertNr 11 LAGE XA= 3604322.79080 YA=-4346909.36611 ZA=-2957570.26779

VertNr 12 MAFR XA= 3699681.64365 YA=-4374452.23685 ZA=-2795674.55299

VertNr 13 SMIG XA= 3388805.20778 YA=-4580843.68607 ZA=-2857614.52957

VertNr 14 BITU XA= 3563604.45566 YA=-4486058.00632 ZA=-2795600.67666

VertNr 15 CLEV XA= 3492090.15793 YA=-4526286.04500 ZA=-2820900.09608

VertNr 16 FBEL XA= 3445596.13041 YA=-4583326.42635 ZA=-2785258.58557

VertNr 17 PARA XA= 3763751.63601 YA=-4365113.68486 ZA=-2724404.77249

VETOR DAS OBSERVACOES AJUSTADAS EM DIF. DE COORD. CART. GEOC.
(em metros)

VetorNr 1 FLOR-IMBI DXA= -31983.94120 DYA= 15871.15716 DZA= -62399.30416

VetorNr 2 FLOR-ITUP DXA= -77850.80471 DYA= -80301.20755 DZA= 17571.13806

VetorNr 3 IMBI-CRIC DXA= -71759.32638 DYA= -29857.74979 DZA= -45231.12665

VetorNr 4 CRIC-LAGE DXA= -38590.26312 DYA= -95260.21957 DZA=   87298.78125

VetorNr 5 LAGE-ITUP DXA=   64482.72600 DYA=   28945.60465 DZA=   37902.78762

VetorNr 6 FLOR-BLUM DXA= -18408.97036 DYA= -63849.84076 DZA=   69710.19683

VetorNr 7 BLUM-ITUP DXA= -59441.83435 DYA= -16451.36679 DZA= -52139.05877

VetorNr 8 PARA-JOIN DXA=   -566.71060 DYA=   48730.21635 DZA= -74792.07680

VetorNr 9 PARA-FLOR DXA= -17095.31450 DYA= 127451.13095 DZA= -212833.84574

VetorNr 10 PARA-ITAJ DXA= -13399.59090 DYA=   86831.09861 DZA= -148967.76050

VetorNr 11 PARA-MAFR DXA= -64069.99236 DYA=   -9338.55200 DZA= -71269.78050

VetorNr 12 PARA-CACA DXA= -177529.97565 DYA= -61242.48051 DZA= -136369.54590

VetorNr 13 PARA-ITUP DXA= -94946.11921 DYA=   47149.92340 DZA= -195262.70768

VetorNr 14 PARA-BITU DXA= -200147.18035 DYA= -120944.32146 DZA= -71195.90417

VetorNr 15 PARA-LAGE DXA= -159428.84521 DYA=   18204.31875 DZA= -233165.49530

VetorNr 16 BITU-MAFR DXA= 136077.18799 DYA= 111605.76946 DZA=   -73.87633

VetorNr 17 BITU-CACA DXA=   22617.20469 DYA=   59701.84095 DZA= -65173.64172

VetorNr 18 BITU-CNOV DXA= -13045.91223 DYA=   67532.66793 DZA= -120880.72683

VetorNr 19 BITU-ITUP DXA= 105201.06113 DYA= 168094.24486 DZA= -124066.80350

VetorNr 20 BITU-LAGE DXA=   40718.33514 DYA= 139148.64021 DZA= -161969.59113

VetorNr 21 CNOV-CHAP DXA= -101622.12273 DYA= -98145.09767 DZA=   28991.88655

VetorNr 22 CNOV-SMIG DXA= -161753.33565 DYA= -162318.34768 DZA=   58866.87392

VetorNr 23 FBEL-CLEV DXA=   46494.02752 DYA=   57040.38134 DZA= -35641.51051

VetorNr 24 FBEL-SMIG DXA= -56790.92263 DYA=   2482.74028 DZA= -72355.94400

VetorNr 25 FBEL-CACA DXA= 140625.52995 DYA= 156970.26098 DZA= -75515.73282

VetorNr 26 FBEL-CNOV DXA= 104962.41302 DYA= 164801.08796 DZA= -131222.81793

VetorNr 27 ITUP-CRIC DXA= -25892.46287 DYA=   66314.61492 DZA= -125201.56887

VetorNr 28 BLUM-JOIN DXA=   34937.57426 DYA= -14871.07384 DZA=   68331.57210

VetorNr 29 BLUM-ITAJ DXA=   22104.69396 DYA=   23229.80842 DZA=   -5844.11159

VetorNr 30 JOIN-MAFR DXA= -63503.28176 DYA= -58068.76835 DZA=   3522.29630

VetorNr 31 MAFR-ITUP DXA= -30876.12685 DYA=   56488.47540 DZA= -123992.92718

VetorNr 32 CACA-CNOV DXA= -35663.11693 DYA=   7830.82698 DZA= -55707.08511

VetorNr 33 SMIG-CLEV DXA= 103284.95015 DYA=   54557.64106 DZA=   36714.43349

VetorNr 34 SMIG-CHAP DXA=   60131.21292 DYA=   64173.25001 DZA= -29874.98737

VetorNr 35 Inj: PARA DXA= 3763751.63601 DYA=-4365113.68486 DZA=-2724404.77249

VetorNr 36 Lig: BITU DXA= 3563604.45566 DYA=-4486058.00632 DZA=-2795600.67666

VetorNr 37 Lig: CLEV DXA= 3492090.15793 DYA=-4526286.04500 DZA=-2820900.09608

VetorNr 38 Lig: FBEL DXA= 3445596.13041 DYA=-4583326.42635 DZA=-2785258.58557

VETOR DOS RESIDUOS DAS OBSERVACOES (em metros)

ResVetNr 1 FLOR-IMBI VX=-.192015E-01 VY=-.684067E-02 VZ= .248431E-01

ResVetNr 2 FLOR-ITUP VX= .929175E-02 VY= .474460E-01 VZ=-.893898E-02

ResVetNr 3 IMBI-CRIC VX=-.153784E-01 VY= .120934E-02 VZ= .434953E-02

ResVetNr 4 CRIC-LAGE VX= .478751E-01 VY= .284261E-01 VZ=-.407537E-01

ResVetNr 5 LAGE-ITUP VX= .399654E-02 VY= .156512E-01 VZ=-.377891E-03

ResVetNr 6 FLOR-BLUM VX=-.135692E-02 VY=-.276359E-02 VZ=-.166449E-03

ResVetNr 7 BLUM-ITUP VX= .664867E-02 VY= .502096E-01 VZ=-.477253E-02

ResVetNr 8 PARA-JOIN VX=-.165985E-01 VY=-.146515E-01 VZ= .419788E-02

ResVetNr 9 PARA-FLOR VX=-.185040E-01 VY=-.100476E-01 VZ= .926318E-02

ResVetNr 10 PARA-ITAJ VX=-.259010E-01 VY=-.338845E-02 VZ= .145031E-01

ResVetNr 11 PARA-MAFR VX= .376420E-01 VY=-.239972E-01 VZ=-.164990E-01

ResVetNr 12 PARA-CACA VX= .434765E-02 VY= .149230E-02 VZ=-.589558E-02

ResVetNr 13 PARA-ITUP VX=-.121226E-02 VY= .183983E-01 VZ=-.467580E-02

ResVetNr 14 PARA-BITU VX= .654843E-03 VY= .539879E-03 VZ=-.317135E-02

ResVetNr 15 PARA-LAGE VX=-.122088E-01 VY= .147471E-01 VZ=-.229791E-02

ResVetNr 16 BITU-MAFR VX= .279872E-01 VY=-.145370E-01 VZ=-.932768E-02

ResVetNr 17 BITU-CACA VX=-.530720E-02 VY= .795243E-02 VZ= .275771E-03

ResVetNr 18 BITU-CNOV VX=-.102344E-01 VY= .993083E-02 VZ= .116648E-02

ResVetNr 19 BITU-ITUP VX= .113289E-02 VY= .188585E-01 VZ=-.150445E-02

ResVetNr 20 BITU-LAGE VX=-.198636E-01 VY= .192073E-01 VZ= .387344E-02

ResVetNr 21 CNOV-CHAP VX=-.147333E-01 VY=-.666518E-02 VZ= .155166E-02

ResVetNr 22 CNOV-SMIG VX=-.196506E-01 VY=-.146798E-01 VZ= .924911E-03

ResVetNr 23 FBEL-CLEV VX= .515184E-01 VY=-.365714E-02 VZ=-.105121E-01

ResVetNr 24 FBEL-SMIG VX=-.226296E-01 VY= .328132E-02 VZ= .599898E-02

ResVetNr 25 FBEL-CACA VX=-.805182E-02 VY= .898273E-02 VZ= .418336E-02

ResVetNr 26 FBEL-CNOV VX=-.139790E-01 VY= .159611E-01 VZ=-.192593E-02

ResVetNr 27 ITUP-CRIC VX= .451284E-01 VY=-.807730E-02 VZ=-.228684E-01

ResVetNr 28 BLUM-JOIN VX=-.273760E-02 VY=-.840249E-03 VZ= .210115E-02

ResVetNr 29 BLUM-ITAJ VX= .959944E-03 VY=-.577244E-03 VZ=-.593619E-03

ResVetNr 30 JOIN-MAFR VX=-.775944E-02 VY=-.483457E-01 VZ=-.169691E-02

ResVetNr 31 MAFR-ITUP VX= .131457E-01 VY=-.186045E-01 VZ=-.317677E-02

ResVetNr 32 CACA-CNOV VX=-.492718E-02 VY= .397841E-02 VZ=-.310929E-02

ResVetNr 33 SMIG-CLEV VX=-.585196E-02 VY= .206154E-02 VZ= .148889E-02

ResVetNr 34 SMIG-CHAP VX= .119173E-01 VY=-.498536E-02 VZ=-.937325E-02

ResVetNr 35 Inj: PARA VX=-.199062E-02 VY=-.857339E-03 VZ= .507368E-03

ResVetNr 36 Lig: BITU VX=-.333578E-02 VY= .468254E-02 VZ= .133602E-02

ResVetNr 37 Lig: CLEV VX= .379273E-01 VY= .159951E-01 VZ=-.708370E-02

ResVetNr 38 Lig: FBEL VX= .540885E-02 VY=-.334777E-02 VZ=-.457157E-02

VETOR DOS PARAMETROS AJUSTADOS, EM COORDENADAS CARTESIANAS, CORRIGIDOS PELA PROPRIEDADE REPRODUTORA, NO SEGUINTE SISTEMA DE REFERENCIA:

SISTEMA DE REFERENCIA: GRS-80

SEMI-EIXO MAIOR = 6378137.00
FATOR DE ACHATAMENTO = .003352810681
EXCENTRICIDADE QUADRADA = .006694380023

VertNr 1 BLUM XA= 3728247.3511 YA=-4301512.3947 ZA=-2867528.4214

VertNr 2 CACA XA= 3586221.6604 YA=-4426356.1654 ZA=-2860774.3184

VertNr 3 CNOV XA= 3550558.5434 YA=-4418525.3384 ZA=-2916481.4035

VertNr 4 CHAP XA= 3448936.4207 YA=-4516670.4361 ZA=-2887489.5169

VertNr 5 CRIC XA= 3642913.0539 YA=-4251649.1465 ZA=-3044869.0490

VertNr 6 FLOR XA= 3746656.3215 YA=-4237662.5539 ZA=-2937238.6182

VertNr 7 IMBI XA= 3714672.3803 YA=-4221791.3967 ZA=-2999637.9224

VertNr 8 ITAJ XA= 3750352.0451 YA=-4278282.5862 ZA=-2873372.5330

VertNr 9 ITUP XA= 3668805.5168 YA=-4317963.7615 ZA=-2919667.4802

VertNr 10 JOIN XA= 3763184.9254 YA=-4316383.4685 ZA=-2799196.8493

VertNr 11 LAGE XA= 3604322.7908 YA=-4346909.3661 ZA=-2957570.2678

VertNr 12 MAFR XA= 3699681.6437 YA=-4374452.2369 ZA=-2795674.5530

VertNr 13 SMIG XA= 3388805.2078 YA=-4580843.6861 ZA=-2857614.5296

VertNr 14 BITU XA= 3563604.4590 YA=-4486058.0110 ZA=-2795600.6780

VertNr 15 CLEV XA= 3492090.1200 YA=-4526286.0610 ZA=-2820900.0890

VertNr 16 FBEL XA= 3445596.1250 YA=-4583326.4230 ZA=-2785258.5810

VertNr 17 PARA XA= 3763751.6380 YA=-4365113.6840 ZA=-2724404.7730

MATRIZ VARIANCIA-COVARIANCIA DOS PARAMETROS AJUSTADOS, EM COORDENADAS CARTESIANAS, NO SISTEMA DE REFERENCIA ADOTADO (em metros)

.70722243E-01-.12812210E-02-.83002433E-03 .69815751E-01-.27505661E-03
-.17223580E-03 .69744158E-01-.19309072E-03-.11701202E-03 .69576170E-01
-.14365959E-05 .14197389E-04 .69935526E-01-.41880746E-03-.26442440E-03
.70306726E-01-.82776873E-03-.52229179E-03 .69974104E-01-.45659684E-03
-.28974757E-03 .70690868E-01-.12474802E-02-.80730266E-03 .69933455E-01
-.41442865E-03-.26309373E-03 .70574687E-01-.11209872E-02-.72461473E-03
.69874793E-01-.34862874E-03-.21710814E-03 .69953233E-01-.43407747E-03
-.27799317E-03 .69523380E-01 .54823522E-04 .54903823E-04 .69811320E-01
-.26525203E-03-.17019081E-03 .69484198E-01 .10276968E-03 .85217772E-04
.69273844E-01 .34775359E-03 .24372486E-03 .69570209E-01-.91491968E-05
-.78395961E-05

-.12812210E-02 .71135296E-01 .96755793E-03-.28452615E-03 .69904499E-01
.19944724E-03-.20493322E-03 .69799513E-01 .12850894E-03-.15389809E-04

.69528170E-01-.36679357E-04-.42122624E-03 .70088573E-01 .30778024E-03
-.82951430E-03 .70588007E-01 .61256857E-03-.45828701E-03 .70135264E-01
.33798667E-03-.12472237E-02 .71095387E-01 .94126475E-03-.41664837E-03
.70078662E-01 .30612066E-03-.11212579E-02 .70943414E-01 .84664520E-03
-.35395505E-03 .69999209E-01 .25319693E-03-.43636579E-03 .70101600E-01
.32387922E-03 .39397286E-04 .69440104E-01-.85239054E-04-.27778768E-03
.69889926E-01 .19649403E-03 .88193615E-04 .69376901E-01-.12429474E-03
.33971014E-03 .69025537E-01-.32404877E-03-.74131395E-05 .69583888E-01
.12437011E-04

-.83002433E-03 .96755793E-03 .70257250E-01-.17025330E-03 .20053301E-03
.69705328E-01-.11352087E-03 .12970183E-03 .69653941E-01 .18122844E-04
-.33791000E-04 .69535962E-01-.26180419E-03 .30728265E-03 .69783958E-01
-.51990500E-03 .60615475E-03 .70006176E-01-.28556829E-03 .33547620E-03
.69805432E-01-.80745613E-03 .94171885E-03 .70238657E-01-.26173985E-03
.30555120E-03 .69782256E-01-.72543878E-03 .84692838E-03 .70169318E-01
-.21543908E-03 .25368179E-03 .69744804E-01-.27694171E-03 .32274768E-03
.69794157E-01 .58792132E-04-.82879445E-04 .69500000E-01-.16618500E-03
.19501002E-03 .69701060E-01 .89204720E-04-.12181103E-03 .69472922E-01
.24459236E-03-.32434672E-03 .69334361E-01-.82771396E-05 .12402357E-04
.69573223E-01

.69815751E-01-.28452615E-03-.17025330E-03 .70585681E-01-.11396993E-02
-.74226143E-03 .70248287E-01-.74333888E-03-.47971241E-03 .70109746E-01
-.58768228E-03-.37229676E-03 .70050506E-01-.53467370E-03-.32348494E-03
.69808882E-01-.28199338E-03-.16049896E-03 .70024564E-01-.51240301E-03
-.30838325E-03 .69810439E-01-.27893866E-03-.16631856E-03 .70060945E-01
-.54954699E-03-.33579828E-03 .69819625E-01-.28771078E-03-.17293353E-03
.70076042E-01-.56019421E-03-.33786810E-03 .70039302E-01-.52527498E-03
-.32504135E-03 .70066003E-01-.54235219E-03-.33885490E-03 .70124914E-01
-.59363484E-03-.38613688E-03 .70030801E-01-.49921014E-03-.31152268E-03
.69838675E-01-.27607643E-03-.16594333E-03 .69499838E-01 .67601057E-04
.42647056E-04

-.27505661E-03 .69904499E-01 .20053301E-03-.11396993E-02 .70997540E-01
.91164392E-03-.73994435E-03 .70486054E-01 .58243526E-03-.58605032E-03
.70261843E-01 .44716837E-03-.52201457E-03 .70203713E-01 .39475795E-03
-.26898493E-03 .69902006E-01 .19295205E-03-.49990966E-03 .70176493E-01
.37577021E-03-.26937673E-03 .69897998E-01 .19600335E-03-.53784269E-03
.70224148E-01 .40737346E-03-.27824469E-03 .69907592E-01 .20318524E-03
-.54564578E-03 .70233084E-01 .41550376E-03-.51614013E-03 .70196361E-01
.38809400E-03-.54190876E-03 .70188593E-01 .40757638E-03-.60264428E-03
.70307025E-01 .46192763E-03-.49788726E-03 .70131534E-01 .37229795E-03
-.26814551E-03 .69807362E-01 .18953715E-03 .67588990E-04 .69487416E-01
-.50556184E-04

-.17223580E-03 .19944724E-03 .69705328E-01-.74226143E-03 .91164392E-03
.70214244E-01-.47725482E-03 .57899483E-03 .69977098E-01-.37004213E-03
.44579476E-03 .69881423E-01-.32844553E-03 .38883406E-03 .69844764E-01
-.16470234E-03 .19223458E-03 .69702581E-01-.31498078E-03 .37100025E-03
.69831410E-01-.16846754E-03 .19521980E-03 .69702258E-01-.34018740E-03
.40183643E-03 .69852773E-01-.17454475E-03 .20189562E-03 .69706898E-01
-.34229509E-03 .40739841E-03 .69860111E-01-.32666982E-03 .38475261E-03
.69837313E-01-.33694216E-03 .40575844E-03 .69852265E-01-.38020144E-03
.46620730E-03 .69888796E-01-.30954529E-03 .37073560E-03 .69827938E-01
-.16756674E-03 .18529863E-03 .69702025E-01 .42336468E-04-.50481063E-04
.69528264E-01

.69744158E-01-.20493322E-03-.11352087E-03 .70248287E-01-.73994435E-03
-.47725482E-03 .71644003E-01-.23575058E-02-.15525316E-02 .71280309E-01
-.19287909E-02-.12636775E-02 .70003206E-01-.48133628E-03-.28264282E-03
.69737742E-01-.20321058E-03-.10344928E-03 .69974104E-01-.45623704E-03
-.26565140E-03 .69738490E-01-.19894969E-03-.10931125E-03 .70006619E-01
-.48960487E-03-.29036975E-03 .69748197E-01-.20824703E-03-.11637335E-03
.70042441E-01-.52064888E-03-.30680626E-03 .69982570E-01-.46295951E-03
-.27909092E-03 .71167193E-01-.18008791E-02-.11747355E-02 .70062440E-01
-.51639458E-03-.33525416E-03 .71098004E-01-.17167310E-02-.11217793E-02
.70745077E-01-.12982699E-02-.86077911E-03 .69405461E-01 .17438990E-03
.11445988E-03

-.19309072E-03 .69799513E-01 .12970183E-03-.74333888E-03 .70486054E-01
.57899483E-03-.23575058E-02 .72572803E-01 .19203748E-02-.19375995E-02
.71995659E-01 .15563575E-02-.46794274E-03 .70130804E-01 .34412364E-03

-.18760594E-03 .69798069E-01 .12187516E-03-.44250676E-03 .70100094E-01
.32271392E-03-.18699183E-03 .69792526E-01 .12484308E-03-.47587228E-03
.70143350E-01 .35055987E-03-.19646982E-03 .69802769E-01 .13255599E-03
-.50735863E-03 .70176003E-01 .37780600E-03-.45223018E-03 .70113351E-01
.33040498E-03-.18139202E-02 .71811730E-01 .14482062E-02-.53239444E-03
.70210617E-01 .39889940E-03-.17306919E-02 .71703684E-01 .13807270E-02
-.13170114E-02 .71144623E-01 .10468374E-02 .17679495E-03 .69348503E-01
-.13957846E-03

-.11701202E-03 .12850894E-03 .69653941E-01-.47971241E-03 .58243526E-03
.69977098E-01-.15525316E-02 .19203748E-02 .70958454E-01-.12595846E-02
.15593292E-02 .70692559E-01-.29002889E-03 .33860506E-03 .69809393E-01
-.10933152E-03 .12123388E-03 .69651479E-01-.27486428E-03 .31834659E-03
.69794140E-01-.11296717E-03 .12397265E-03 .69650647E-01-.29702389E-03
.34512477E-03 .69812224E-01-.11948811E-03 .13114623E-03 .69655611E-01
-.31376896E-03 .37021738E-03 .69834538E-01-.28277571E-03 .32753068E-03
.69795668E-01-.11686689E-02 .14516895E-02 .70611354E-01-.33065203E-03
.40675465E-03 .69842973E-01-.11156222E-02 .13836427E-02 .70563730E-01
-.85532751E-03 .10461500E-02 .70327720E-01 .11365935E-03-.14007641E-03
.69463293E-01

.69576170E-01-.15389810E-04 .18122844E-04 .70109746E-01-.58605032E-03
-.37004213E-03 .71280309E-01-.19375995E-02-.12595846E-02 .74596434E-01
-.57891045E-02-.38755365E-02 .69830560E-01-.28647406E-03-.14744038E-03
.69569783E-01-.13641796E-04 .28138717E-04 .69801979E-01-.26193055E-03
-.13084538E-03 .69570587E-01-.94991949E-05 .22266593E-04 .69834754E-01
-.29558883E-03-.15579593E-03 .69580161E-01-.18658449E-04 .15307912E-04
.69867885E-01-.32360672E-03-.17004973E-03 .69811095E-01-.26933948E-03
-.14474612E-03 .73308048E-01-.42343547E-02-.28420161E-02 .69891246E-01
-.32345224E-03-.20112402E-03 .73117085E-01-.40076889E-02-.26958512E-02
.72196247E-01-.29182978E-02-.20112573E-02 .69242544E-01 .35799698E-03
.24238185E-03

-.14365963E-05 .69528170E-01-.33791000E-04-.58768228E-03 .70261843E-01
.44579476E-03-.19287909E-02 .71995659E-01 .15593292E-02-.57891045E-02
.77287384E-01 .48799709E-02-.27040944E-03 .69852653E-01 .17625569E-03
.40614152E-05 .69526623E-01-.41522327E-04-.24562302E-03 .69822643E-01
.15533525E-03 .45570621E-05 .69521303E-01-.38567155E-04-.27929410E-03
.69866135E-01 .18344506E-03-.47593180E-05 .69531375E-01-.30986662E-04
-.30746105E-03 .69895422E-01 .20798368E-03-.25609446E-03 .69836655E-01
.16356312E-03-.42358915E-02 .75233322E-01 .35522347E-02-.33640815E-03
.69934841E-01 .23219012E-03-.40158437E-02 .74931558E-01 .33648744E-02
-.29760276E-02 .73526001E-01 .24473171E-02 .36189034E-03 .69085121E-01
-.29848798E-03

.14197389E-04-.36679357E-04 .69535962E-01-.37229676E-03 .44716837E-03
.69881423E-01-.12636775E-02 .15563575E-02 .70692559E-01-.38755365E-02
.48799709E-02 .73062175E-01-.15520960E-03 .16899199E-03 .69688081E-01
.21801147E-04-.43901706E-04 .69533489E-01-.14038902E-03 .14921582E-03
.69673201E-01 .18172871E-04-.41138520E-04 .69532723E-01-.16275685E-03
.17633624E-03 .69691596E-01 .11765073E-04-.34088832E-04 .69537604E-01
-.17747740E-03 .19858789E-03 .69711717E-01-.14870153E-03 .15892456E-03
.69675305E-01-.28358879E-02 .35648760E-02 .72114126E-01-.19691006E-03
.23765129E-03 .69722800E-01-.26890644E-02 .33753234E-02 .71982721E-01
-.19911374E-02 .24741946E-02 .71351601E-01 .24084503E-03-.30060095E-03
.69348592E-01

.69935526E-01-.42122624E-03-.26180419E-03 .70050506E-01-.52201457E-03
-.32844553E-03 .70003206E-01-.46794274E-03-.29002889E-03 .69830560E-01
-.27040944E-03-.15520960E-03 .70925732E-01-.15026007E-02-.10239165E-02
.69992638E-01-.49104539E-03-.30307572E-03 .70776821E-01-.13544539E-02
-.91584145E-03 .69930004E-01-.41547939E-03-.25766642E-03 .70221289E-01
-.73093144E-03-.46278722E-03 .69934893E-01-.41922937E-03-.26107987E-03
.70260738E-01-.77375478E-03-.48848466E-03 .70125154E-01-.62287630E-03
-.39243765E-03 .69776363E-01-.21231997E-03-.11341092E-03 .70044211E-01
-.50582394E-03-.32774616E-03 .69736307E-01-.16330614E-03-.82457448E-04
.69521600E-01 .87070537E-04 .79089907E-04 .69534024E-01 .28743681E-04
.16351294E-04

-.41880746E-03 .70088573E-01 .30728266E-03-.53467370E-03 .70203713E-01
.38883406E-03-.48133628E-03 .70130804E-01 .33860506E-03-.28647406E-03
.69852653E-01 .16899199E-03-.15026007E-02 .71413965E-01 .11964251E-02
-.48482323E-03 .70183806E-01 .35556635E-03-.13588342E-02 .71235735E-01

.10690645E-02-.41285768E-03 .70082007E-01 .30246790E-03-.73125888E-03
.70460833E-01 .54785017E-03-.41668585E-03 .70084711E-01 .30614574E-03
-.77238803E-03 .70507841E-01 .58353253E-03-.62304361E-03 .70327469E-01
.46304307E-03-.23007805E-03 .69762479E-01 .11909564E-03-.52657584E-03
.70185368E-01 .38565048E-03-.18031434E-03 .69698058E-01 .79274557E-04
.75985565E-04 .69340618E-01-.12419069E-03 .31155784E-04 .69537879E-01
-.16826387E-04

-.26442440E-03 .30778024E-03 .69783958E-01-.32348494E-03 .39475795E-03
.69844764E-01-.28264282E-03 .34412364E-03 .69809393E-01-.14744038E-03
.17625569E-03 .69688081E-01-.10239165E-02 .11964251E-02 .70478814E-01
-.30939800E-03 .35993825E-03 .69828588E-01-.91998374E-03 .10705332E-02
.70380083E-01-.26051938E-03 .30344651E-03 .69780828E-01-.46261591E-03
.54582999E-03 .69960671E-01-.26326480E-03 .30615177E-03 .69782486E-01
-.48754863E-03 .58726743E-03 .69993246E-01-.39094367E-03 .46069410E-03
.69893387E-01-.10566136E-03 .12587345E-03 .69651101E-01-.31803954E-03
.39103877E-03 .69837101E-01-.74652884E-04 .86169888E-04 .69623477E-01
.83628142E-04-.12016454E-03 .69482210E-01 .15262434E-04-.17631808E-04
.69551769E-01

.70306726E-01-.82951430E-03-.51990500E-03 .69808882E-01-.26898493E-03
-.16470234E-03 .69737742E-01-.18760594E-03-.10933152E-03 .69569783E-01
.40614156E-05 .21801147E-04 .69992638E-01-.48482323E-03-.30939800E-03
.71161383E-01-.17461131E-02-.11653114E-02 .70109910E-01-.59714734E-03
-.38952406E-03 .70311461E-01-.83515289E-03-.52302208E-03 .69928843E-01
-.41301148E-03-.25739052E-03 .70272816E-01-.79172125E-03-.49729263E-03
.69881045E-01-.35853309E-03-.21975360E-03 .69919105E-01-.39985041E-03
-.24992820E-03 .69517009E-01 .60338204E-04 .62481503E-04 .69804192E-01
-.25842759E-03-.16286616E-03 .69477828E-01 .10828172E-03 .92783730E-04
.69267475E-01 .35325009E-03 .25122396E-03 .69571190E-01-.10029838E-04
-.89452607E-05

-.82776873E-03 .70588007E-01 .60615476E-03-.28199338E-03 .69902006E-01
.19223458E-03-.20321058E-03 .69798069E-01 .12123388E-03-.13641795E-04
.69526623E-01-.43901705E-04-.49104539E-03 .70183806E-01 .35993825E-03
-.17461131E-02 .71708440E-01 .13280002E-02-.60022243E-03 .70321695E-01
.45175430E-03-.83303872E-03 .70595429E-01 .60935665E-03-.41739281E-03
.70083805E-01 .30142421E-03-.79008543E-03 .70541265E-01 .57994896E-03
-.36686004E-03 .70017984E-01 .25834805E-03-.40394920E-03 .70065731E-01
.29300367E-03 .41142936E-04 .69438507E-01-.92441371E-04-.27518021E-03
.69886288E-01 .18987579E-03 .89951308E-04 .69375291E-01-.13149142E-03
.34153437E-03 .69023862E-01-.33120602E-03-.77187883E-05 .69584230E-01
.13472674E-04

-.52229179E-03 .61256857E-03 .70006176E-01-.16049896E-03 .19295205E-03
.69702581E-01-.10344928E-03 .12187516E-03 .69651479E-01 .28138717E-04
-.41522327E-04 .69533489E-01-.30307572E-03 .35556635E-03 .69828588E-01
-.11653114E-02 .13280002E-02 .70581910E-01-.38053262E-03 .44350838E-03
.69898320E-01-.52589728E-03 .61693561E-03 .70009862E-01-.25506546E-03
.29983864E-03 .69782809E-01-.50027643E-03 .58566456E-03 .69985916E-01
-.21584465E-03 .25696716E-03 .69751840E-01-.24786308E-03 .29081677E-03
.69774288E-01 .68795886E-04-.90572499E-04 .69497522E-01-.15612357E-03
.18788290E-03 .69697611E-01 .99188141E-04-.12948212E-03 .69470449E-01
.25446438E-03-.33189514E-03 .69331904E-01-.97545159E-05 .13505895E-04
.69573636E-01

.69974104E-01-.45828701E-03-.28556829E-03 .70024564E-01-.49990966E-03
-.31498078E-03 .69974104E-01-.44250676E-03-.27486428E-03 .69801979E-01
-.24562302E-03-.14038902E-03 .70776821E-01-.13588342E-02-.91998374E-03
.70109910E-01-.60022243E-03-.38053262E-03 .71566420E-01-.21167035E-02
-.14624097E-02 .69969547E-01-.45346789E-03-.28203453E-03 .70196852E-01
-.70792878E-03-.44959866E-03 .69969954E-01-.45302830E-03-.28289507E-03
.70211978E-01-.72668924E-03-.46003751E-03 .70106788E-01-.60558452E-03
-.38246406E-03 .69747938E-01-.18773954E-03-.98694285E-04 .70018509E-01
-.48509080E-03-.31371087E-03 .69707983E-01-.13884448E-03-.67804175E-04
.69493791E-01 .11092288E-03 .93456947E-04 .69538065E-01 .25333946E-04
.14225091E-04

-.45659684E-03 .70135264E-01 .33547620E-03-.51240301E-03 .70176493E-01
.37100025E-03-.45623704E-03 .70100094E-01 .31834659E-03-.26193055E-03
.69822643E-01 .14921582E-03-.13544539E-02 .71235735E-01 .10705332E-02
-.59714734E-03 .70321695E-01 .44350838E-03-.21167035E-02 .72123697E-01
.16960634E-02-.45159613E-03 .70129905E-01 .33134759E-03-.70865395E-03

.70432911E-01 .52975555E-03-.45134348E-03 .70127553E-01 .33207146E-03
-.72679433E-03 .70452126E-01 .54571790E-03-.60655047E-03 .70307275E-01
.44996997E-03-.20570465E-03 .69732681E-01 .99465925E-04-.50437641E-03
.70158240E-01 .36787529E-03-.15603709E-03 .69668383E-01 .59724876E-04
.99792584E-04 .69311545E-01-.14335125E-03 .27684983E-04 .69542120E-01
-.14036983E-04

-.28974757E-03 .33798667E-03 .69805432E-01-.30838325E-03 .37577021E-03
.69831410E-01-.26565140E-03 .32271392E-03 .69794140E-01-.13084538E-03
.15533525E-03 .69673201E-01-.91584145E-03 .10690645E-02 .70380083E-01
-.38952406E-03 .45175430E-03 .69898320E-01-.14624097E-02 .16960633E-02
.70878547E-01-.28651080E-03 .33443820E-03 .69802899E-01-.44681110E-03
.52707810E-03 .69947170E-01-.28660639E-03 .33394519E-03 .69802214E-01
-.45559808E-03 .54783002E-03 .69964316E-01-.37954872E-03 .44712590E-03
.69883892E-01-.89189863E-04 .10509789E-03 .69636335E-01-.30297857E-03
.37176709E-03 .69823967E-01-.58246082E-04 .65478533E-04 .69608770E-01
.99722713E-04-.14044521E-03 .69467800E-01 .12913676E-04-.14656811E-04
.69553855E-01

.70690868E-01-.12472237E-02-.80745613E-03 .69810439E-01-.26937673E-03
-.16846754E-03 .69738490E-01-.18699183E-03-.11296717E-03 .69570587E-01
.45570626E-05 .18172871E-04 .69930004E-01-.41285768E-03-.26051938E-03
.70311461E-01-.83303872E-03-.52589728E-03 .69969547E-01-.45159613E-03
-.28651080E-03 .70754067E-01-.13160679E-02-.85454978E-03 .69926689E-01
-.40708257E-03-.25819491E-03 .70553618E-01-.10980892E-02-.70937943E-03
.69869232E-01-.34259402E-03-.21316386E-03 .69945791E-01-.42602171E-03
-.27260303E-03 .69517823E-01 .60784902E-04 .58858253E-04 .69806004E-01
-.25961163E-03-.16640970E-03 .69478656E-01 .10871122E-03 .89159650E-04
.69268382E-01 .35359455E-03 .24760547E-03 .69571015E-01-.10009587E-04
-.84126135E-05

-.12474802E-02 .71095387E-01 .94171885E-03-.27893866E-03 .69897998E-01
.19521980E-03-.19894969E-03 .69792526E-01 .12397265E-03-.94991941E-05
.69521303E-01-.41138519E-04-.41547939E-03 .70082007E-01 .30344651E-03
-.83515289E-03 .70595429E-01 .61693562E-03-.45346789E-03 .70129905E-01
.33443820E-03-.13160679E-02 .71177693E-01 .99536634E-03-.40949359E-03
.70070299E-01 .30064274E-03-.10985329E-02 .70916315E-01 .82910990E-03
-.34810390E-03 .69992383E-01 .24877872E-03-.42846597E-03 .70092344E-01
.31781950E-03 .45259869E-04 .69433274E-01-.89674950E-04-.27220216E-03
.69883453E-01 .19227019E-03 .94038505E-04 .69370093E-01-.12871665E-03
.34546669E-03 .69018842E-01-.32840216E-03-.82618783E-05 .69584875E-01
.13078945E-04

-.80730266E-03 .94126475E-03 .70238657E-01-.16631856E-03 .19600335E-03
.69702258E-01-.10931125E-03 .12484308E-03 .69650647E-01 .22266593E-04
-.38567155E-04 .69532723E-01-.25766642E-03 .30246790E-03 .69780828E-01
-.52302208E-03 .60935665E-03 .70009862E-01-.28203453E-03 .33134759E-03
.69802899E-01-.85454978E-03 .99536634E-03 .70279167E-01-.25666998E-03
.29971348E-03 .69778283E-01-.71008503E-03 .82903009E-03 .70156735E-01
-.21129643E-03 .24890561E-03 .69741586E-01-.27138373E-03 .31634553E-03
.69789753E-01 .62915748E-04-.87630383E-04 .69496778E-01-.16225672E-03
.19049823E-03 .69698003E-01 .93315990E-04-.12654647E-03 .69469710E-01
.24864215E-03-.32900379E-03 .69331198E-01-.88741443E-05 .13088989E-04
.69573688E-01

.69933455E-01-.41664837E-03-.26173985E-03 .70060945E-01-.53784269E-03
-.34018740E-03 .70006619E-01-.47587228E-03-.29702389E-03 .69834754E-01
-.27929410E-03-.16275685E-03 .70221289E-01-.73125889E-03-.46261591E-03
.69928843E-01-.41739281E-03-.25506546E-03 .70196852E-01-.70865395E-03
-.44681110E-03 .69926689E-01-.40949359E-03-.25666998E-03 .70307278E-01
-.82544222E-03-.52973963E-03 .69934738E-01-.41684310E-03-.26224972E-03
.70151770E-01-.65406582E-03-.40871875E-03 .70174988E-01-.67789525E-03
-.43113205E-03 .69780795E-01-.22150131E-03-.12112635E-03 .70054602E-01
-.52289901E-03-.33822334E-03 .69740858E-01-.17262496E-03-.90247570E-04
.69526720E-01 .77096541E-04 .70990017E-04 .69533033E-01 .30539626E-04
.17653378E-04

-.41442865E-03 .70078662E-01 .30555120E-03-.54954699E-03 .70224148E-01
.40183643E-03-.48960487E-03 .70143350E-01 .34512477E-03-.29558883E-03
.69866135E-01 .17633624E-03-.73093144E-03 .70460833E-01 .54582999E-03
-.41301148E-03 .70083805E-01 .29983864E-03-.70792878E-03 .70432911E-01
.52707810E-03-.40708257E-03 .70070299E-01 .29971348E-03-.82544222E-03
.70575998E-01 .62584649E-03-.41446252E-03 .70077724E-01 .30590649E-03

-.65630664E-03 .70365853E-01 .48466340E-03-.67783385E-03 .70394609E-01
.50791073E-03-.23946847E-03 .69776216E-01 .12669730E-03-.54077344E-03
.70204412E-01 .39762297E-03-.18980299E-03 .69711919E-01 .86977638E-04
.66068267E-04 .69355027E-01-.11601595E-03 .32815218E-04 .69535543E-01
-.18201711E-04

-.26309373E-03 .30612066E-03 .69782256E-01-.33579828E-03 .40737346E-03
.69852773E-01-.29036975E-03 .35055987E-03 .69812224E-01-.15579593E-03
.18344506E-03 .69691596E-01-.46278722E-03 .54785017E-03 .69960671E-01
-.25739052E-03 .30142421E-03 .69782809E-01-.44959866E-03 .52975555E-03
.69947170E-01-.25819491E-03 .30064274E-03 .69778283E-01-.52973963E-03
.62584649E-03 .70017240E-01-.26323778E-03 .30608420E-03 .69781923E-01
-.40709291E-03 .48566562E-03 .69915776E-01-.42993217E-03 .50698928E-03
.69925186E-01-.11421879E-03 .13327399E-03 .69654826E-01-.32958981E-03
.40169899E-03 .69844591E-01-.83277101E-04 .93666027E-04 .69627286E-01
.74723577E-04-.11226744E-03 .69486432E-01 .16698436E-04-.18918399E-04
.69551002E-01

.70574687E-01-.11212579E-02-.72543878E-03 .69819625E-01-.27824469E-03
-.17454475E-03 .69748197E-01-.19646982E-03-.11948811E-03 .69580161E-01
-.47593176E-05 .11765073E-04 .69934893E-01-.41668585E-03-.26326480E-03
.70272816E-01-.79008543E-03-.50027643E-03 .69969954E-01-.45134348E-03
-.28660639E-03 .70553618E-01-.10985329E-02-.71008503E-03 .69934738E-01
-.41446252E-03-.26323778E-03 .70686439E-01-.12443588E-02-.80579137E-03
.69877073E-01-.35001006E-03-.21813604E-03 .69965948E-01-.44695547E-03
-.28694979E-03 .69527356E-01 .51517085E-04 .52485023E-04 .69815334E-01
-.26856564E-03-.17261053E-03 .69488165E-01 .99474199E-04 .82806670E-04
.69277768E-01 .34451361E-03 .24135203E-03 .69569621E-01-.86628236E-05
-.74838604E-05

-.11209872E-02 .70943414E-01 .84692838E-03-.28771078E-03 .69907592E-01
.20189562E-03-.20824703E-03 .69802769E-01 .13114623E-03-.18658448E-04
.69531375E-01-.34088832E-04-.41922937E-03 .70084711E-01 .30615177E-03
-.79172125E-03 .70541265E-01 .58566456E-03-.45302830E-03 .70127553E-01
.33394519E-03-.10980892E-02 .70916315E-01 .82903009E-03-.41684310E-03
.70077724E-01 .30608420E-03-.12443588E-02 .71090120E-01 .93965581E-03
-.35526768E-03 .69999874E-01 .25416809E-03-.44926027E-03 .70115959E-01
.33382351E-03 .36143377E-04 .69443295E-01-.82663078E-04-.28108916E-03
.69893262E-01 .19898013E-03 .84947148E-04 .69380082E-01-.12172653E-03
.33649980E-03 .69028670E-01-.32152006E-03-.69312489E-05 .69583412E-01
.12062541E-04

-.72461473E-03 .84664520E-03 .70169318E-01-.17293353E-03 .20318524E-03
.69706898E-01-.11637335E-03 .13255599E-03 .69655611E-01 .15307912E-04
-.30986662E-04 .69537604E-01-.26107987E-03 .30614574E-03 .69782486E-01
-.49729263E-03 .57994896E-03 .69985916E-01-.28289507E-03 .33207146E-03
.69802214E-01-.70937943E-03 .82910990E-03 .70156735E-01-.26224972E-03
.30590649E-03 .69781923E-01-.80579137E-03 .93965581E-03 .70233182E-01
-.21692136E-03 .25506776E-03 .69745270E-01-.28599571E-03 .33294452E-03
.69801043E-01 .55988223E-04-.80091150E-04 .69501634E-01-.16896477E-03
.19768423E-03 .69702752E-01 .86408516E-04-.11903219E-03 .69474550E-01
.24183520E-03-.32161628E-03 .69335964E-01-.78656273E-05 .11998234E-04
.69572979E-01

.69874793E-01-.35395505E-03-.21543908E-03 .70076042E-01-.54564578E-03
-.34229509E-03 .70042441E-01-.50735863E-03-.31376896E-03 .69867885E-01
-.30746105E-03-.17747740E-03 .70260738E-01-.77238803E-03-.48754863E-03
.69881045E-01-.36686004E-03-.21584465E-03 .70211978E-01-.72679433E-03
-.45559808E-03 .69869232E-01-.34810390E-03-.21129643E-03 .70151770E-01
-.65630664E-03-.40709291E-03 .69877073E-01-.35526768E-03-.21692136E-03
.70475984E-01-.10145232E-02-.65033489E-03 .70090858E-01-.58600337E-03
-.36449924E-03 .69813107E-01-.24864270E-03-.13523106E-03 .70069636E-01
-.52742582E-03-.34324900E-03 .69772738E-01-.19925198E-03-.10405331E-03
.69556516E-01 .52961313E-04 .58511664E-04 .69529245E-01 .33269950E-04
.19199538E-04

-.34862874E-03 .69999209E-01 .25368179E-03-.56019421E-03 .70233084E-01
.40739841E-03-.52064888E-03 .70176003E-01 .37021738E-03-.32360672E-03
.69895422E-01 .19858789E-03-.77375478E-03 .70507841E-01 .58726743E-03
-.35853309E-03 .70017984E-01 .25696716E-03-.72668924E-03 .70452126E-01
.54783002E-03-.34259402E-03 .69992383E-01 .24890561E-03-.65406582E-03
.70365853E-01 .48566562E-03-.35001006E-03 .69999874E-01 .25506776E-03
-.10145232E-02 .70820877E-01 .78233248E-03-.58432741E-03 .70279767E-01

.43212545E-03-.26650713E-03 .69804571E-01 .14806295E-03-.55280505E-03
.70216266E-01 .40563975E-03-.21643219E-03 .69739766E-01 .10795486E-03
.41320750E-04 .69380489E-01-.96868678E-04 .35946494E-04 .69532325E-01
-.20579058E-04

-.21710814E-03 .25319693E-03 .69744804E-01-.33786810E-03 .41550376E-03
.69860111E-01-.30680626E-03 .37780600E-03 .69834538E-01-.17004973E-03
.20798368E-03 .69711717E-01-.48848466E-03 .58353253E-03 .69993246E-01
-.21975360E-03 .25834805E-03 .69751840E-01-.46003751E-03 .54571790E-03
.69964316E-01-.21316386E-03 .24877872E-03 .69741586E-01-.40871875E-03
.48466340E-03 .69915776E-01-.21813604E-03 .25416809E-03 .69745270E-01
-.65033489E-03 .78233248E-03 .70143457E-01-.36408865E-03 .43058834E-03
.69871870E-01-.12778823E-03 .15702033E-03 .69674277E-01-.33313909E-03
.41400762E-03 .69852753E-01-.96561116E-04 .11702347E-03 .69646438E-01
.62733227E-04-.90664815E-04 .69504121E-01 .18121826E-04-.21746483E-04
.69548780E-01

.69953233E-01-.43636579E-03-.27694171E-03 .70039302E-01-.51614013E-03
-.32666982E-03 .69982570E-01-.45223018E-03-.28277571E-03 .69811095E-01
-.25609446E-03-.14870153E-03 .70125154E-01-.62304361E-03-.39094367E-03
.69919105E-01-.40394920E-03-.24786308E-03 .70106788E-01-.60655047E-03
-.37954872E-03 .69945791E-01-.42846597E-03-.27138373E-03 .70174988E-01
-.67783385E-03-.42993217E-03 .69965948E-01-.44926027E-03-.28599571E-03
.70090858E-01-.58432741E-03-.36408865E-03 .70346915E-01-.87137423E-03
-.56322213E-03 .69757253E-01-.19844077E-03-.10713083E-03 .70036610E-01
-.50618533E-03-.32661522E-03 .69717402E-01-.14965500E-03-.76294170E-04
.69503703E-01 .99575138E-04 .84769533E-04 .69536217E-01 .27469886E-04
.15710610E-04

-.43407747E-03 .70101600E-01 .32274768E-03-.52527498E-03 .70196361E-01
.38475261E-03-.46295951E-03 .70113351E-01 .32753068E-03-.26933948E-03
.69836655E-01 .15892456E-03-.62287630E-03 .70327469E-01 .46069410E-03
-.39985041E-03 .70065731E-01 .29081677E-03-.60558452E-03 .70307275E-01
.44712590E-03-.42602171E-03 .70092344E-01 .31634553E-03-.67789524E-03
.70394609E-01 .50698928E-03-.44695547E-03 .70115959E-01 .33294452E-03
-.58600337E-03 .70279767E-01 .43058834E-03-.87137423E-03 .70631825E-01
.66370853E-03-.21333168E-03 .69746911E-01 .10933883E-03-.51984043E-03
.70183363E-01 .38237973E-03-.16375927E-03 .69682717E-01 .69663761E-04
.91629638E-04 .69326380E-01-.13313976E-03 .29233090E-04 .69539439E-01
-.15748332E-04

-.27799317E-03 .32387922E-03 .69794157E-01-.32504135E-03 .38809400E-03
.69837313E-01-.27909092E-03 .33040498E-03 .69795668E-01-.14474612E-03
.16356312E-03 .69675305E-01-.39243765E-03 .46304307E-03 .69893387E-01
-.24992820E-03 .29300367E-03 .69774288E-01-.38246406E-03 .44996997E-03
.69883892E-01-.27260303E-03 .31781950E-03 .69789753E-01-.43113205E-03
.50791073E-03 .69925186E-01-.28694979E-03 .33382351E-03 .69801043E-01
-.36449924E-03 .43212545E-03 .69871870E-01-.56322213E-03 .66370853E-03
.70036061E-01-.10324338E-03 .11346688E-03 .69638617E-01-.32140280E-03
.38395014E-03 .69832218E-01-.72336916E-04 .73908930E-04 .69611120E-01
.85496665E-04-.13178158E-03 .69470490E-01 .15221879E-04-.16102592E-04
.69553199E-01

.69523380E-01 .39397285E-04 .58792132E-04 .70066003E-01-.54190876E-03
-.33694216E-03 .71167193E-01-.18139202E-02-.11686689E-02 .73308048E-01
-.42358915E-02-.28358879E-02 .69776363E-01-.23007805E-03-.10566136E-03
.69517009E-01 .41142935E-04 .68795886E-04 .69747938E-01-.20570465E-03
-.89189863E-04 .69517823E-01 .45259868E-04 .62915748E-04 .69780795E-01
-.23946847E-03-.11421879E-03 .69527356E-01 .36143376E-04 .55988223E-04
.69813107E-01-.26650713E-03-.12778823E-03 .69757253E-01-.21333168E-03
-.10324338E-03 .73982646E-01-.49436092E-02-.33541275E-02 .69837515E-01
-.26760048E-03-.15970079E-03 .73753260E-01-.46748346E-02-.31795672E-02
.72652034E-01-.33810387E-02-.23692040E-02 .69191274E-01 .41103574E-03
.28189985E-03

.54823522E-04 .69440104E-01-.82879445E-04-.54235219E-03 .70188593E-01
.40575844E-03-.18008791E-02 .71811730E-01 .14516895E-02-.42343547E-02
.75233322E-01 .35648761E-02-.21231998E-03 .69762479E-01 .12587345E-03
.60338203E-04 .69438507E-01-.90572498E-04-.18773954E-03 .69732681E-01
.10509789E-03 .60784901E-04 .69433274E-01-.87630383E-04-.22150131E-03
.69776216E-01 .13327399E-03 .51517084E-04 .69443295E-01-.80091150E-04
-.24864270E-03 .69804571E-01 .15702033E-03-.19844077E-03 .69746911E-01
.11346688E-03-.49436091E-02 .76335273E-01 .41889947E-02-.27875797E-03

.69845481E-01 .18211086E-03-.46836625E-02 .75971934E-01 .39649505E-02
-.34634416E-02 .74306733E-01 .28635322E-02 .41609195E-03 .68999603E-01
-.34620215E-03

.54903823E-04-.85239054E-04 .69500000E-01-.33885490E-03 .40757638E-03
.69852265E-01-.11747355E-02 .14482062E-02 .70611354E-01-.28420161E-02
.35522347E-02 .72114126E-01-.11341092E-03 .11909564E-03 .69651101E-01
.62481503E-04-.92441371E-04 .69497522E-01-.98694284E-04 .99465925E-04
.69636335E-01 .58858253E-04-.89674951E-04 .69496778E-01-.12112635E-03
.12669730E-03 .69654826E-01 .52485024E-04-.82663078E-04 .69501634E-01
-.13523106E-03 .14806295E-03 .69674277E-01-.10713083E-03 .10933883E-03
.69638617E-01-.33541275E-02 .41889947E-02 .72570605E-01-.15545095E-03
.18790327E-03 .69686176E-01-.31781082E-02 .39632641E-02 .72413863E-01
-.23433464E-02 .28912161E-02 .71665036E-01 .28034101E-03-.34777202E-03
.69313631E-01

.69811320E-01-.27778768E-03-.16618500E-03 .70124914E-01-.60264428E-03
-.38020144E-03 .70062440E-01-.53239444E-03-.33065203E-03 .69891246E-01
-.33640815E-03-.19691006E-03 .70044211E-01-.52657584E-03-.31803954E-03
.69804192E-01-.27518021E-03-.15612357E-03 .70018509E-01-.50437641E-03
-.30297857E-03 .69806004E-01-.27220216E-03-.16225672E-03 .70054602E-01
-.54077344E-03-.32958981E-03 .69815334E-01-.28108916E-03-.16896477E-03
.70069636E-01-.55280505E-03-.33313909E-03 .70036610E-01-.51984043E-03
-.32140280E-03 .69837515E-01-.27875797E-03-.15545095E-03 .70709252E-01
-.13018194E-02-.84236482E-03 .69797638E-01-.22993339E-03-.12461321E-03
.69583735E-01 .19581466E-04 .36506682E-04 .69495085E-01 .74675126E-04
.45949203E-04

-.26525203E-03 .69889926E-01 .19501002E-03-.59363484E-03 .70307025E-01
.46620730E-03-.51639458E-03 .70210617E-01 .40675465E-03-.32345224E-03
.69934841E-01 .23765129E-03-.50582394E-03 .70185368E-01 .39103877E-03
-.25842759E-03 .69886288E-01 .18788290E-03-.48509080E-03 .70158240E-01
.37176709E-03-.25961163E-03 .69883453E-01 .19049823E-03-.52289901E-03
.70204412E-01 .40169899E-03-.26856564E-03 .69893262E-01 .19768423E-03
-.52742582E-03 .70216266E-01 .41400762E-03-.50618533E-03 .70183363E-01
.38395014E-03-.26760048E-03 .69845481E-01 .18790327E-03-.13018194E-02
.71243531E-01 .10467523E-02-.21819936E-03 .69781404E-01 .14815160E-03
.36291604E-04 .69425725E-01-.55303136E-04 .73270475E-04 .69477306E-01
-.56276582E-04

-.17019081E-03 .19649403E-03 .69701060E-01-.38613688E-03 .46192763E-03
.69888796E-01-.33525416E-03 .39889940E-03 .69842973E-01-.20112402E-03
.23219012E-03 .69722800E-01-.32774616E-03 .38565048E-03 .69837101E-01
-.16286616E-03 .18987579E-03 .69697611E-01-.31371087E-03 .36787529E-03
.69823967E-01-.16640970E-03 .19227019E-03 .69698003E-01-.33822334E-03
.39762297E-03 .69844591E-01-.17261053E-03 .19898012E-03 .69702752E-01
-.34324900E-03 .40563975E-03 .69852753E-01-.32661522E-03 .38237973E-03
.69832218E-01-.15970079E-03 .18211086E-03 .69686176E-01-.84236482E-03
.10467523E-02 .70285858E-01-.12877997E-03 .14252479E-03 .69658669E-01
.29179545E-04-.63372416E-04 .69517939E-01 .46516802E-04-.55600232E-04
.69526105E-01

.69484198E-01 .88193614E-04 .89204720E-04 .70030801E-01-.49788726E-03
-.30954529E-03 .71098004E-01-.17306919E-02-.11156222E-02 .73117085E-01
-.40158437E-02-.26890644E-02 .69736307E-01-.18031434E-03-.74652884E-04
.69477828E-01 .89951306E-04 .99188141E-04 .69707983E-01-.15603709E-03
-.58246082E-04 .69478656E-01 .94038504E-04 .93315990E-04 .69740858E-01
-.18980299E-03-.83277101E-04 .69488165E-01 .84947147E-04 .86408516E-04
.69772738E-01-.21643220E-03-.96561116E-04 .69717402E-01-.16375927E-03
-.72336916E-04 .73753260E-01-.46836625E-02-.31781082E-02 .69797638E-01
-.21819936E-03-.12877997E-03 .74548417E-01-.56573243E-02-.38003395E-02
.72670263E-01-.34124552E-02-.23814926E-02 .69153076E-01 .45866562E-03
.31163516E-03

.10276968E-03 .69376901E-01-.12181103E-03-.49921014E-03 .70131534E-01
.37073560E-03-.17167310E-02 .71703684E-01 .13836427E-02-.40076889E-02
.74931558E-01 .33753234E-02-.16330614E-03 .69698058E-01 .86169888E-04
.10828172E-03 .69375291E-01-.12948212E-03-.13884448E-03 .69668383E-01
.65478533E-04 .10871122E-03 .69370093E-01-.12654647E-03-.17262496E-03
.69711919E-01 .93666027E-04 .99474198E-04 .69380082E-01-.11903219E-03
-.19925198E-03 .69739766E-01 .11702347E-03-.14965500E-03 .69682717E-01
.73908930E-04-.46748346E-02 .75971934E-01 .39632641E-02-.22993340E-03
.69781404E-01 .14252479E-03-.56573243E-02 .77264279E-01 .47624399E-02

-.34846958E-02 .74328593E-01 .28766550E-02 .46281251E-03 .68937868E-01
-.38427752E-03

.85217772E-04-.12429474E-03 .69472922E-01-.31152268E-03 .37229795E-03
.69827938E-01-.11217793E-02 .13807270E-02 .70563730E-01-.26958512E-02
.33648744E-02 .71982721E-01-.82457448E-04 .79274556E-04 .69623477E-01
.92783731E-04-.13149142E-03 .69470449E-01-.67804175E-04 .59724876E-04
.69608770E-01 .89159650E-04-.12871665E-03 .69469710E-01-.90247570E-04
.86977638E-04 .69627286E-01 .82806670E-04-.12172653E-03 .69474550E-01
-.10405331E-03 .10795486E-03 .69646438E-01-.76294169E-04 .69663760E-04
.69611120E-01-.31795672E-02 .39649505E-02 .72413863E-01-.12461321E-03
.14815160E-03 .69658669E-01-.38003395E-02 .47624399E-02 .72966260E-01
-.23507998E-02 .29051016E-02 .71676863E-01 .30991371E-03-.38596015E-03
.69287126E-01

.69273844E-01 .33971014E-03 .24459236E-03 .69838675E-01-.26814551E-03
-.16756674E-03 .70745077E-01-.13170114E-02-.85532751E-03 .72196247E-01
-.29760276E-02-.19911374E-02 .69521600E-01 .75985563E-04 .83628142E-04
.69267475E-01 .34153437E-03 .25446438E-03 .69493791E-01 .99792583E-04
.99722713E-04 .69268382E-01 .34546669E-03 .24864215E-03 .69526720E-01
.66068265E-04 .74723577E-04 .69277768E-01 .33649980E-03 .24183520E-03
.69556516E-01 .41320749E-04 .62733227E-04 .69503703E-01 .91629636E-04
.85496665E-04 .72652034E-01-.34634416E-02-.23433464E-02 .69583735E-01
.36291602E-04 .29179545E-04 .72670263E-01-.34846958E-02-.23507998E-02
.78922021E-01-.10814203E-01-.70677178E-02 .68947658E-01 .70432630E-03
.46367101E-03

.34775359E-03 .69025537E-01-.32434672E-03-.27607643E-03 .69807362E-01
.18529863E-03-.12982699E-02 .71144623E-01 .10461500E-02-.29182978E-02
.73526001E-01 .24741946E-02 .87070539E-04 .69340618E-01-.12016454E-03
.35325009E-03 .69023862E-01-.33189514E-03 .11092288E-03 .69311545E-01
-.14044521E-03 .35359456E-03 .69018842E-01-.32900379E-03 .77096543E-04
.69355027E-01-.11226744E-03 .34451362E-03 .69028670E-01-.32161628E-03
.52961315E-04 .69380489E-01-.90664815E-04 .99575141E-04 .69326380E-01
-.13178158E-03-.33810387E-02 .74306733E-01 .28912161E-02 .19581469E-04
.69425725E-01-.63372416E-04-.34124553E-02 .74328593E-01 .29051016E-02
-.10814203E-01 .84584942E-01 .89539097E-02 .70158406E-03 .68593918E-01
-.58250068E-03

.24372486E-03-.32404877E-03 .69334361E-01-.16594333E-03 .18953715E-03
.69702025E-01-.86077911E-03 .10468374E-02 .70327720E-01-.20112573E-02
.24473171E-02 .71351601E-01 .79089906E-04-.12419069E-03 .69482210E-01
.25122396E-03-.33120602E-03 .69331904E-01 .93456947E-04-.14335125E-03
.69467800E-01 .24760547E-03-.32840216E-03 .69331198E-01 .70990017E-04
-.11601595E-03 .69486432E-01 .24135203E-03-.32152006E-03 .69335964E-01
.58511664E-04-.96868679E-04 .69504121E-01 .84769533E-04-.13313977E-03
.69470490E-01-.23692040E-02 .28635322E-02 .71665036E-01 .36506682E-04
-.55303137E-04 .69517939E-01-.23814926E-02 .28766550E-02 .71676863E-01
-.70677178E-02 .89539097E-02 .75855561E-01 .46482487E-03-.58149440E-03
.69151394E-01

.69570209E-01-.74131395E-05-.82771396E-05 .69499838E-01 .67588990E-04
.42336468E-04 .69405461E-01 .17679495E-03 .11365935E-03 .69242544E-01
.36189034E-03 .24084503E-03 .69534024E-01 .31155784E-04 .15262434E-04
.69571190E-01-.77187884E-05-.97545159E-05 .69538065E-01 .27684983E-04
.12913676E-04 .69571015E-01-.82618783E-05-.88741443E-05 .69533033E-01
.32815218E-04 .16698436E-04 .69569621E-01-.69312490E-05-.78656273E-05
.69529245E-01 .35946494E-04 .18121826E-04 .69536217E-01 .29233090E-04
.15221879E-04 .69191274E-01 .41609195E-03 .28034101E-03 .69495085E-01
.73270475E-04 .46516802E-04 .69153076E-01 .46281252E-03 .30991371E-03
.68947658E-01 .70158406E-03 .46482487E-03 .69618285E-01-.61119360E-04
-.40555821E-04

-.91491967E-05 .69583888E-01 .12402357E-04 .67601057E-04 .69487416E-01
-.50481063E-04 .17438990E-03 .69348503E-01-.14007641E-03 .35799698E-03
.69085121E-01-.30060095E-03 .28743681E-04 .69537879E-01-.17631808E-04
-.10029838E-04 .69584230E-01 .13505895E-04 .25333946E-04 .69542120E-01
-.14656811E-04-.10009587E-04 .69584875E-01 .13088989E-04 .30539626E-04
.69535543E-01-.18918399E-04-.86628235E-05 .69583412E-01 .11998234E-04
.33269950E-04 .69532325E-01-.21746483E-04 .27469886E-04 .69539439E-01
-.16102592E-04 .41103574E-03 .68999603E-01-.34777202E-03 .74675126E-04
.69477306E-01-.55600232E-04 .45866562E-03 .68937868E-01-.38596015E-03
.70432630E-03 .68593918E-01-.58149440E-03-.61119360E-04 .69647260E-01

.50521224E-04

-.78395961E-05 .12437011E-04 .69573223E-01 .42647056E-04-.50556184E-04
.69528264E-01 .11445988E-03-.13957846E-03 .69463293E-01 .24238185E-03
-.29848798E-03 .69348592E-01 .16351294E-04-.16826387E-04 .69551769E-01
-.89452608E-05 .13472674E-04 .69573636E-01 .14225091E-04-.14036983E-04
.69553855E-01-.84126135E-05 .13078944E-04 .69573688E-01 .17653377E-04
-.18201711E-04 .69551002E-01-.74838604E-05 .12062541E-04 .69572979E-01
.19199538E-04-.20579058E-04 .69548780E-01 .15710610E-04-.15748332E-04
.69553199E-01 .28189985E-03-.34620215E-03 .69313631E-01 .45949203E-04
-.56276582E-04 .69526105E-01 .31163516E-03-.38427752E-03 .69287126E-01
.46367101E-03-.58250068E-03 .69151394E-01-.40555821E-04 .50521224E-04
.69600073E-01

PARAMETROS AJUSTADOS, EM COORDENADAS GEODESICAS, NO SIST. REF. ADOTADO
(Latitude e Longitude em G M S e Altitude em metros)

VertNr 1 BLUM Lat= -26 53 30.04313 Lon= -49 5 .82865 Alt= 26.7793

VertNr 2 CACA Lat= -26 49 8.84813 Lon= -50 59 8.53208 Alt= 953.2445

VertNr 3 CNOV Lat= -27 23 1.38998 Lon= -51 12 57.48556 Alt= 970.4907

VertNr 4 CHAP Lat= -27 5 27.07256 Lon= -52 38 4.52961 Alt= 675.9901

VertNr 5 CRIC Lat= -28 42 2.79176 Lon= -49 24 33.31439 Alt= 32.5333

VertNr 6 FLOR Lat= -27 35 57.79965 Lon= -48 31 8.57271 Alt= 7.8931

VertNr 7 IMBI Lat= -28 14 11.81060 Lon= -48 39 21.88155 Alt= 11.7811

VertNr 8 ITAJ Lat= -26 57 3.27968 Lon= -48 45 43.64166 Alt= 9.6808

VertNr 9 ITUP Lat= -27 25 6.10141 Lon= -49 38 48.26645 Alt= 487.4041

VertNr 10 JOIN Lat= -26 12 8.05655 Lon= -48 55 .70151 Alt= 31.7899

VertNr 11 LAGE Lat= -27 48 7.44744 Lon= -50 20 7.89948 Alt= 963.9253

VertNr 12 MAFR Lat= -26 9 46.87355 Lon= -49 46 37.97472 Alt= 886.4355

VertNr 13 SMIG Lat= -26 47 18.56567 Lon= -53 30 24.46659 Alt= 665.3238

VertNr 14 BITU Lat= -26 9 44.07349 Lon= -51 32 14.31913 Alt= 894.3283

VertNr 15 CLEV Lat= -26 24 59.55477 Lon= -52 20 57.60337 Alt= 974.0177

VertNr 16 FBEL Lat= -26 3 33.71837 Lon= -53 3 55.23161 Alt= 652.5782

VertNr 17 PARA Lat= -25 26 54.13056 Lon= -49 13 51.43490 Alt= 925.7074

ESTATISTICAS INDICADORAS DA QUALIDADE DO AJUSTAMENTO

FORMA QUADRATICA FUNDAMENTAL VTPV = .374390E-01

FATOR DE VARIANCIA A POSTERIORI = .499187E-03

REALIZACAO DO TESTE DO QUI-QUADRADO AO NIVEL DE SIGNIFICANCIA DE 5%

QUI-QUADRADO CALCULADO PARA O TESTE = .747333E+00

Aprovado no Teste do Qui-Quadrado ao nivel de significancia de 5%

TESTE DOS RESIDUOS PADRONIZADOS NORMALMENTE DISTRIBUIDOS
A FIM DE TESTAR A CONSISTENCIA ESTATISTICA, INVESTIGANDO A PROVAVEL

EXISTENCIA DE ERROS GROSSEIROS NAS OBSERVACOES, AO NIVEL DE 3 SIGMAS

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 1 FLOR-IMBI
Residuo Padronizado nr 1(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 2(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 3(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 2 FLOR-ITUP
Residuo Padronizado nr 4(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 5(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 6(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 3 IMBI-CRIC
Residuo Padronizado nr 7(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 8(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 9(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 4 CRIC-LAGE
Residuo Padronizado nr 10(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 11(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 12(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 5 LAGE-ITUP
Residuo Padronizado nr 13(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 14(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 15(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 6 FLOR-BLUM
Residuo Padronizado nr 16(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 17(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 18(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 7 BLUM-ITUP
Residuo Padronizado nr 19(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 20(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 21(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 8 PARA-JOIN
Residuo Padronizado nr 22(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 23(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 24(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 9 PARA-FLOR
Residuo Padronizado nr 25(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 26(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 27(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 10 PARA-ITAJ
Residuo Padronizado nr 28(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 29(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 30(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 11 PARA-MAFR
Residuo Padronizado nr 31(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 32(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 33(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 12 PARA-CACA
Residuo Padronizado nr 34(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 35(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 36(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 13 PARA-ITUP
Residuo Padronizado nr 37(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 38(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 39(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 14 PARA-BITU
Residuo Padronizado nr 40(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 41(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 42(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 15 PARA-LAGE
Residuo Padronizado nr 43(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 44(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 45(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 16 BITU-MAFR
Residuo Padronizado nr 46(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 47(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 48(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 17 BITU-CACA
Residuo Padronizado nr 49(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 50(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 51(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 18 BITU-CNOV
Residuo Padronizado nr 52(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 53(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 54(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 19 BITU-ITUP
Residuo Padronizado nr 55(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 56(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 57(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 20 BITU-LAGE
Residuo Padronizado nr 58(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 59(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 60(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 21 CNOV-CHAP
Residuo Padronizado nr 61(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 62(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 63(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 22 CNOV-SMIG
Residuo Padronizado nr 64(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 65(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 66(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 23 FBEL-CLEV
Residuo Padronizado nr 67(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 68(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 69(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 24 FBEL-SMIG
Residuo Padronizado nr 70(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 71(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 72(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 25 FBEL-CACA
Residuo Padronizado nr 73(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 74(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 75(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 26 FBEL-CNOV
Residuo Padronizado nr 76(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 77(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 78(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 27 ITUP-CRIC
Residuo Padronizado nr 79(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 80(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 81(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 28 BLUM-JOIN
Residuo Padronizado nr 82(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 83(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 84(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 29 BLUM-ITAJ
Residuo Padronizado nr 85(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 86(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 87(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 30 JOIN-MAFR
Residuo Padronizado nr 88(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 89(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 90(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 31 MAFR-ITUP
Residuo Padronizado nr 91(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 92(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 93(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 32 CACA-CNOV
Residuo Padronizado nr 94(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 95(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 96(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 33 SMIG-CLEV
Residuo Padronizado nr 97(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 98(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr 99(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 34 SMIG-CHAP
Residuo Padronizado nr100(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr101(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr102(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 35 Inj: PARA
Residuo Padronizado nr103(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr104(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr105(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 36 Lig: BITU
Residuo Padronizado nr106(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr107(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr108(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 37 Lig: CLEV
Residuo Padronizado nr109(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr110(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr111(dz): aceito no teste

Teste dos residuos padronizados no Vetor nr 38 Lig: FBEL
Residuo Padronizado nr112(dx): aceito no teste
Residuo Padronizado nr113(dy): aceito no teste
Residuo Padronizado nr114(dz): aceito no teste

ELEMENTOS DE PLOTAGEM DAS ELIPSES E BARRAS DE ERRO DOS VERTICES

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 1 BLUM
SEMI-EIXO MAIOR = 57.258944(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 23.527725(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 65.387199(milímetros)
ANGULO CRITICO = 6.283342(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 2 CACA
SEMI-EIXO MAIOR = 57.251778(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 23.435325(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 65.219817(milímetros)
ANGULO CRITICO = .000243(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 3 CNOV
SEMI-EIXO MAIOR = 57.281305(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 24.192853(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 66.706117(milímetros)
ANGULO CRITICO = .000386(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 4 CHAP
SEMI-EIXO MAIOR = 57.405760(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 25.184997(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 69.743782(milímetros)
ANGULO CRITICO = .001631(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 5 CRIC
SEMI-EIXO MAIOR = 57.265628(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 24.647913(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 66.698812(milímetros)
ANGULO CRITICO = 6.283266(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 6 FLOR
SEMI-EIXO MAIOR = 57.274425(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 24.108354(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 66.247109(milímetros)
ANGULO CRITICO = 6.283598(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 7 IMBI
SEMI-EIXO MAIOR = 57.291511(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 24.605909(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 66.992143(milímetros)
ANGULO CRITICO = 6.283238(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 8 ITAJ
SEMI-EIXO MAIOR = 57.260005(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 23.575182(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 65.454142(milímetros)
ANGULO CRITICO = 6.283449(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 9 ITUP

SEMI-EIXO MAIOR = 57.244174(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 23.680790(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 65.263488(milímetros)
ANGULO CRITICO = .000005(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 10 JOIN
SEMI-EIXO MAIOR = 57.257592(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 23.093747(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 64.960266(milímetros)
ANGULO CRITICO = 6.283392(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 11 LAGE
SEMI-EIXO MAIOR = 57.245735(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 23.967619(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 65.675716(milímetros)
ANGULO CRITICO = .000132(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 12 MAFR
SEMI-EIXO MAIOR = 57.241050(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 22.941130(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 64.588132(milímetros)
ANGULO CRITICO = .000028(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 13 SMIG
SEMI-EIXO MAIOR = 57.440629(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 24.736948(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 68.852338(milímetros)
ANGULO CRITICO = .002277(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 14 BITU
SEMI-EIXO MAIOR = 57.258022(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 23.090994(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 65.008303(milímetros)
ANGULO CRITICO = .000233(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 15 CLEV
SEMI-EIXO MAIOR = 57.438606(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 24.725045(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 69.264328(milímetros)
ANGULO CRITICO = .000856(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 16 FBEL
SEMI-EIXO MAIOR = 57.641503(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 26.123984(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 73.633860(milímetros)
ANGULO CRITICO = .002015(radianos)

PLOTAGEM DA ELIPSE E BARRA DE ERROS PARA O VERTICE NR 17 PARA
SEMI-EIXO MAIOR = 57.225790(milímetros)
SEMI-EIXO MENOR = 22.224525(milímetros)
ERR DE ALTITUDE = 63.441059(milímetros)
ANGULO CRITICO = 6.283220(radianos)

AJUSTAMENTO CONCLUIDO!

ANEXO B

DERIVADAS PARCIAIS DA TRANSFORMAÇÃO “CART-GEO”

Para que se possa realizar a transformação

$$\left\lfloor \sum X_{a_{(CART)}} \right\rfloor \Rightarrow \left\lfloor \sum X_{a_{(GEO)}} \right\rfloor,$$

é necessário empregar a propagação de variâncias, cuja expressão é:

$$\left\lfloor \sum X_{a_{(GEO)}} \right\rfloor = [D].\left\lfloor \sum X_{a_{(CART)}} \right\rfloor.[D]^T ,$$

onde D é uma matriz bloco diagonal, tendo seus elementos obtidos pelas derivadas parciais das coordenadas geodésicas φ, λ e *h*, todas em relação a *X*, *Y* e *Z*, de modo que cada bloco diagonal (3 x 3) da matriz D seja dado por:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial \lambda}{\partial x} & \frac{\partial \lambda}{\partial y} & \frac{\partial \lambda}{\partial z} \\ \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} & \frac{\partial h}{\partial z} \end{bmatrix}.$$

O desenvolvimento dessas derivadas parciais é apresentado a seguir, a partir do mais simples para o mais complexo.

1º Para a longitude

$$\lambda = arctg\left[\frac{y}{x}\right]$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}} \cdot \frac{-y}{x^2} = \frac{-x^2}{x^2+y^2} \cdot \frac{y}{x^2} = \frac{-y}{x^2+y^2} \qquad \left[\frac{1}{m}\right]$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = \frac{1}{1+\left(\frac{y}{x}\right)^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x^2}{x^2+y^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x}{x^2+y^2} \qquad \left[\frac{1}{m}\right]$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = zero$$

2º Para a latitude

$$\varphi = arctg\left[\frac{K.z}{\sqrt{x^2+y^2}}\right], \qquad \text{sendo } K = \frac{1}{1-e^2}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{1}{1+\left(\frac{K^2z^2}{x^2+y^2}\right)}.\frac{K(1)}{x^2+y^2} = \frac{\left(x^2+y^2\right)}{x^2+y^2+K^2z^2}.\frac{K}{\left(x^2+y^2\right)}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{K}{x^2+y^2+K^2z^2}.\frac{-a.e^2.\text{sen}\,2\varphi}{2\sqrt{\left(1-e^2\,\text{sen}^2\,\varphi\right)^3}} \qquad \left[\frac{1}{m}\right]$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{1}{1+\left(\frac{K^2z^2}{x^2+y^2}\right)}.\frac{-K.z.2x}{2\left(x^2+y^2\right)\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\left(x^2+y^2\right)}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)}.\frac{-K.z.x}{\left(x^2+y^2\right)\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{-K.z.x}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S} \qquad \left[\frac{1}{m}\right]$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\left(x^2+y^2\right)}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)}.\frac{-K.z.y}{\left(x^2+y^2\right)\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{-K.z.y}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S} \qquad \left[\frac{1}{m}\right]$$

3º Para a altitude

$$h = \sqrt{x^2+y^2}.\sec\varphi + N(\varphi), \qquad \text{sendo } N(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\,\text{sen}^2\,\varphi}}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)^{-\frac{1}{2}}.(2x).\sec\varphi + \left(x^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}.\sec\varphi.tg\varphi.\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial N(\varphi)}{\partial x} =$$

$$= x.\left(x^2+y^2\right)^{-\frac{1}{2}}.\sec\varphi + \left(x^2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}.\sec\varphi.tg\varphi.\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial N(\varphi)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial N(\varphi)}{\partial x} = a\left(-\frac{1}{2}\right)\left(1-e^2.\text{sen}^2\,\varphi\right)^{-\frac{3}{2}}.\left[e^2.2.\text{sen}\,\varphi.\cos\varphi.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right] = \left(\frac{-a.e^2.\text{sen}\,2\varphi}{2\sqrt{\left(1-e^2.\text{sen}^2\,\varphi\right)^3}}\right).\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

Retornando ao $\partial h/\partial x$, tem-se:

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{x}{S.\cos\varphi}+\left(\frac{S}{\cos\varphi}.\frac{K.z}{S}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\left(\frac{a.e^2.\operatorname{sen}2\varphi}{2\sqrt{\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)^3}}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\left[\frac{x}{\rho''.S.\cos\varphi.\delta\lambda}\right]+\left[\left[\frac{Kz}{\cos\varphi}+\frac{Ne^2\operatorname{sen}2\varphi}{2\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)}\right].\left[\frac{-K.z.x}{\rho''\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S.\delta\lambda}\right]\right],$$

Por dualidade, extrai-se a expressão para a derivada parcial em relação a *y*:

$$\frac{\partial h}{\partial y}=\left[\frac{y}{\rho''.S.\cos\varphi.\delta\lambda}\right]+\left[\left[\frac{Kz}{\cos\varphi}+\frac{Ne^2\operatorname{sen}2\varphi}{2\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)}\right].\left[\frac{-Kzy}{\rho''\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)S.\delta\lambda}\right]\right],$$

$$\frac{\partial h}{\partial z}=S.\sec\varphi.tg\varphi.\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{\partial N(\varphi)}{\partial z}=\frac{S}{\cos\varphi}.\frac{Kz}{S}.\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\left[\frac{-a.e^2.\operatorname{sen}2\varphi}{2\sqrt{\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)^3}}\right].\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

$$\frac{\partial h}{\partial z}=\left[\frac{Kz}{\cos\varphi}-\frac{Ne^2\operatorname{sen}2\varphi}{2\left(1-e^2\operatorname{sen}^2\varphi\right)}\right].\left[\frac{K}{\left(x^2+y^2+K^2z^2\right)}\right],$$

todas com unidade igual a $\left[\frac{1}{m}\right]$.

LISTA DE REFERÊNCIAS

BLITZKOW, D. et al. GPS network in Brazil. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY – SCIENTIFIC ASSEMBLY 1993, Pequim, China, 1993. **Book of abstracts**. Pequim: IAG, 1993, p.86.

BLITZKOW, D. **Posicionamento geodésico por satélites *GPS***. São Paulo: EPUSP, 1998. 32p.

BUENO, R. F. **Avaliação da precisão do sistema NAVSTAR/GPS**. São Paulo, 1995. 209p. Dissertação (Mestrado)-Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

CHAPMAN, S. J. **FORTRAN 90/95 for scientists and engineers**. New York: McGraw-Hill International, 1998. 874p.

CINTRA, J. P.; BLITZKOW, D.; PACILÉO NETTO, N. Rede geodésica de alta precisão com GPS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 15, São Paulo, 1991. **Anais:** São Paulo: SBC, p.150-4, v.1.

COSTA, S. M. A.;LIMA, M. A. **Dicas de operação: Bernese GPS software versão 4.2.** Rio de Janeiro: IBGE/DEGED, 2002. 41p.

COSTA, S. M. A.; PEREIRA, K. D.; BEATTIE, D. S. A integração da rede geodésica brasileira ao SIRGAS: resultados preliminares. **Revista Geo-Convergência**, Cleveland, v.2, n.1, p.17-24, março 1999.

FONSECA JUNIOR, E. S. **Estudo e avaliação metodológica da rede GPS do estado de São Paulo**. São Paulo, 1996. 120p. Dissertação (Mestrado)-Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

FONSECA JUNIOR, E. S., et al. Rede geodésica do estado de São Paulo: resultado final. **Revista Relato GPS**, Criciúma, v.1, n.4, p.06-29, setembro/outubro 1997.

FORTES, L. P. S. SIRGAS: o sistema de referência para o novo milênio. In: SEMINÁRIO SOBRE REFERENCIAL GEOCÊNTRICO NO BRASIL, 1., Rio de Janeiro, 2000. **Anais.** Rio de Janeiro: IBGE, outubro 2000.

FORTES, L. P. S. et al. Determinação dos parâmetros de transformação entre os sistemas NWL-10D, NSWC-9Z2, WGS-84 e SAD-69. **IBGE: Caderno de Geociências**, Rio de Janeiro, n.9, p.23-31, 1993.

FORTES, L. P. S.; GODOY, R. A. Z. Rede brasileira de monitoramento contínuo (RBMC) do sistema de posicionamento global (GPS). In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 15., São Paulo, 1991. **Anais.** São Paulo: SBC, junho 1991, p.677-82.

GELB, A. et al. **Applied optimal estimation**. Cambridge: The MIT Press, 1974. 373p.

GEMAEL, C. **Referenciais cartesianos utilizados em Geodésia**. Curitiba: UFPR, 1981. 71p.

GEMAEL, C. **Ajustamento de observações: aplicações à Geodésia**. Curitiba: UFPR, 1994. 320p.

HAN, S.; RIZOS, C. Comparação das técnicas de resolução das ambigüidades GPS. **Revista Geo-Convergência**, Cleveland, v.1, n.3, p.32-41, outubro de 1998.

HIRVONEN, R. A. **Adjustment by least squares in geodesy and photogrammetry**. New York: Frederic Ungar, 1971. 262p.

IBGE. Especificações e normas gerais para levantamentos GPS. Parte I. **Revista Fator GIS**, Curitiba: v.2, n.5, p.29-32, abril, maio, junho 1994a.

IBGE. Especificações e normas gerais para levantamentos GPS. Parte II. **Revista Fator GIS**, Curitiba: v.2, n.6, p.31-34, julho, agosto, setembro 1994b.

IGSCB about the IGS. Disp: http://www.igscb.jpl.nasa.gov/overview/viewindex.html (Acesso em Mar 2002)

KOVALEVSKY, J.; MUELLER, I. I.; KOLACZEK, B. Reference frames in astronomy and geophysics. Paris: Observatoire de Paris, 1989. **(IERS Technical notes n.13)**.

LANGLEY, R. B. Dilution of precision. **GPS World Review.** Cleveland: p.52-9, maio 1999.

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 2. ed. Canada: John Wiley & Sons, 1994. 560p.

LEICK, A.; BLITZKOW, D. **Posicionamento geodésico NAVSTAR/GPS.** São Paulo: EPUSP, 1992.

LEICK, A.; BLITZKOW, D. GPS phase and code solutions. **Revista Brasileira de Geofísica**, São José dos Campos: v.10, n.2, p.37-47, dezembro 1992.

LEICK, A. et al. **Assessing GLONASS observation**. In: THE ION GPS 98, THE SATELLITE DIVISION OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION, 11., Nashville: International Technical Meeting, 1998.

LUGNANI, J. B. **O problema dos sistemas de equações lineares mal condicionados e suas implicações em Geodésia**. Curitiba, 1975. 107p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná.

MARINI, M. C. **Integração da rede GPS ITESP ao sistema geodésico brasileiro.** Presidente Prudente, 2002. 118p. Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista.

McCARTHY, D. D. IERS Standards. Paris: Observatoire de Paris, 1992. **(IERS Technical Note n. 13)**.

McCARTHY, D. D. IERS Conventions. Paris: Observatoire de Paris, 1996. **(IERS Technical Note n. 21)**.

McDONALD, K. Opportunity knocks: will GPS modernization open doors? **GPS World Review**, Cleveland: v.10, n.9, p.36-46, Sept 1999.

MONICO, J. F. G. **High precision inter-continental GPS network.** Nottingham, 1995. 205p. Thesis (Ph D)-Institute of Survey Engineering and Space Geodesy, University of Nottingham.

MONICO, J. F. G. Posicionamento por satélite: presente e futuro. **Revista Info-Geo**, Curitiba, v.3, n.13, p.50–6, maio/junho 2000a.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações**. Presidente Prudente: Universidade Estadual Paulista, 2000b. 288p.

NIMA WGS-84 Update Committee. **World Geodetic System-1984: its definition and relationships with local geodetic systems**. 3 ed. Bethesda, 1997. 170p. (NIMA TR 8350.2).

OLIVEIRA, L. C. **Realizações do sistema geodésico brasileiro associadas ao SAD-69: uma proposta metodológica de transformação**. São Paulo, 1998. 197p. Tese (Doutorado)-Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, L. C.; FERREIRA DA SILVA, L. F. C.; BLITZKOW, D. Um estudo particular sobre a transformação SAD-69/WGS-84. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 17., Salvador, 1995. **Anais.** Salvador: Centro de Convenções, agosto 1995, v.1.

OLIVEIRA, L. C. et al. Some considerations related to the new realization of SAD-69 in Brazil. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY 1997 - SCIENTIFIC ASSEMBLY, Rio de Janeiro, Brazil. **Advances in positioning and reference frames.** Berlim: Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1998, p.205-10, v.118.

PEREIRA, K. D. Rede nacional GPS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 16., Rio de Janeiro, 1993. **Anais.** Rio de Janeiro: Clube Naval, setembro 1993, v.1.

PRESS, W. H. et al. **Numerical recipes in FORTRAN 77: the art of scientific computing**. 2ed. Cambridge: University Press, 1996a. 934p.

PRESS, W. H. et al. **Numerical recipes in FORTRAN 90: the art of parallel scientific computing**. 2 ed. Cambridge: University Press, 1996b. p.935–1486.

SANTOS, M. C. Efeitos e benefícios do fim da Disponibilidade Seletiva. **Revista Info-Geo**, Curitiba, v.3, n.14, p.22-3, julho/agosto 2000.

SCHAFFRIN, B. Reproducing estimators via least squares: an optimal alternative to the Helmert transformation. **"Quo vadis, Geodesia?", Festschiff fur E. Grafarend,** (dedicated to Erik Grafarend at his 60th birthday). Berlin: Springer 2001.

SEEBER, G. **Satellite geodesy: foundations, methods and applications**. New York: Ed. Walter de Gruyter, 1993. 531p.

SEGANTINE, P. C. L. **Estabelecimento e ajuste de uma rede geodésica no estado de São Paulo, com o sistema de posicionamento NAVSTAR/GPS**. São Paulo, 1995. 84p. Tese (Doutorado)-Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

SIRGAS. Sistema de Referência Geocêntrico para a América do Sul. Rio de Janeiro: IBGE, 1997. **(Relatório Final dos Grupos de Trabalho I e II)**.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. **Geodesy: the concepts**. 2.ed. Canada: Elsevier Science Publishers, 1986. 697p.

VASCONCELLOS, J. C. P. **Posicionamento geodésico com emprego de satélites NAVSTAR/GPS aplicando técnicas de VLBI e estimação seqüencial recursiva de estado**. São José dos Campos, 1987. 87p. Dissertação (Mestrado)-Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. (INPE-4438-TDL/311).

VASCONCELLOS, J. C. P. **Posicionamento terrestre por satélites NAVSTAR/GPS: conceitos básicos**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Cartografia, 1995. 81p.

VASCONCELLOS, J. C. P. et al. Redes geodésicas estaduais GPS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 19., Recife, 1999. **CBC '99**. Rio de Janeiro: SBC, 1999. 1 CD-ROM.

VASCONCELLOS, J. C. P.; ANDRADE, J. H. P. Método para a resolução da ambigüidade de fase do GPS por combinação das observáveis fase e código, para bases curtas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 19., Recife, 1999. **CBC'99**. Rio de Janeiro: SBC, 1999. 1 CD-ROM.

VASCONCELLOS, J. C. P.; BLITZKOW, D. Programa para ajustamento vetorial de redes GPS. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 20., Porto Alegre, 2001. **CBC'2001**: O espaço sem fronteiras. Rio de Janeiro: SBC, 2001. 1 CD-ROM.

VASCONCELLOS, J. C. P.; BLITZKOW, D.; FONSECA JUNIOR, E. S. Rede GPS de Santa Catarina: procedimentos e estágio atual. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 2., Curitiba, 2001. **Livro de resumos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, maio 2001, p.158-9.

WELLS, D. E. **Guide to GPS positioning**. Canada: Canadian GPS Associates, 1986.

WOLFF, P. R. **Adjustment computations: practical least squares for surveyors**. 2 ed. Monona, P. B. L. Publishing Co., 1980. 284p.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

ANDRADE, J. B. **NAVSTAR/GPS**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1988, 63p.

BLITZKOW, D. NAVSTAR/GPS: um desafio tornado realidade. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOPROCESSAMENTO, 3., São Paulo, 1995. **Anais**. São Paulo: EPUSP-PTR, 1995. 428p.

BOMFORD, G. **Geodesy**. 3 ed. Oxford: Oxford University Press, 1977. 731p.

FERREIRA DA SILVA, L. F. C. **Termos, traduções e conceitos: sistemas de coordenadas**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 1999. 20p., v.1.

KOVALEVSKY, J. Stellar reference frames. Paris: Observatoire de Paris, 1989, **(IERS Technical Note n. 23)**.

ROTHACHER, M.; MERVART, L. **Bernese GPS software: version 4.0.** Berne: University of Berne, 1996. 418p.

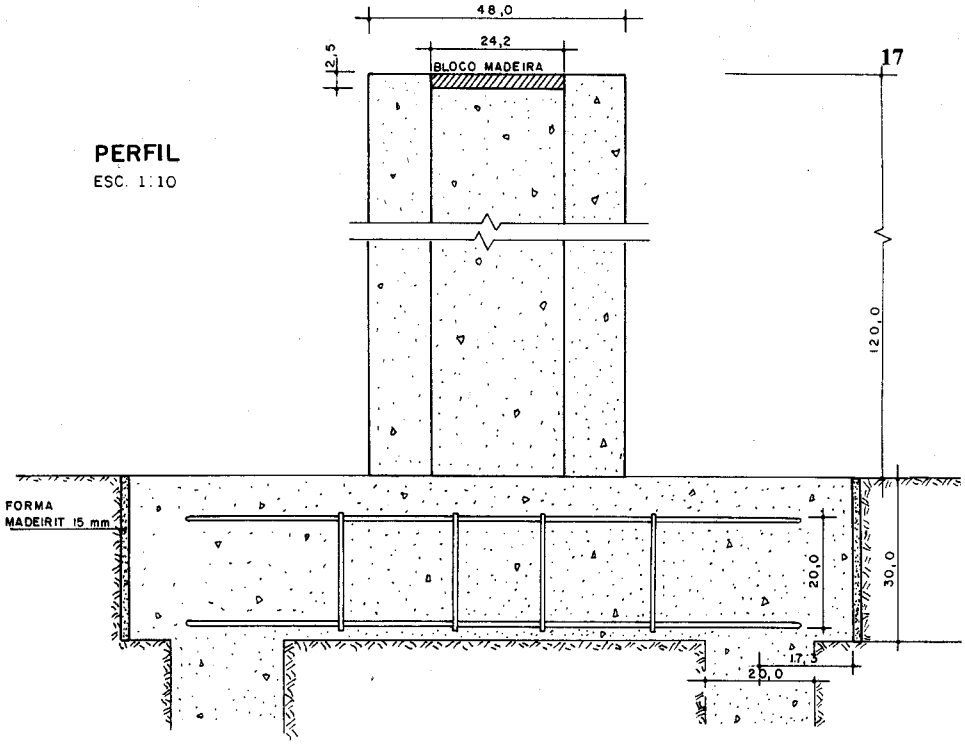
SANTOS, M. C. A ionosfera e as redes de referência ativas GPS. **Revista Info-Geo**, Curitiba, v.2, n.12, p.32-3, março/abril de 2000.

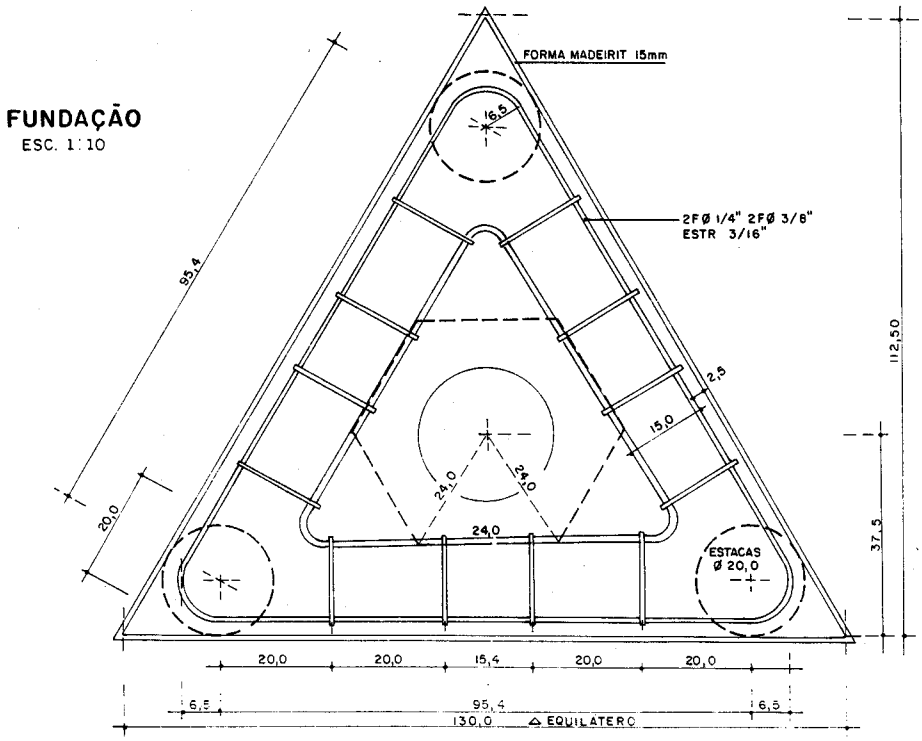
VASCONCELLOS, J. C. P. **Geodésia espacial**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 1992, 119p.

VASCONCELLOS, J. C. P. et al. Regional geodetic networks in Brazil. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY 2001 - SCIENTIFIC ASSEMBLY. Budapest, 2001. **Book of Abstracts.** Budapest: Hungarian Academy of Sciences, 2-8 Sept 2001. 1.CD-ROM.

APÊNDICE I

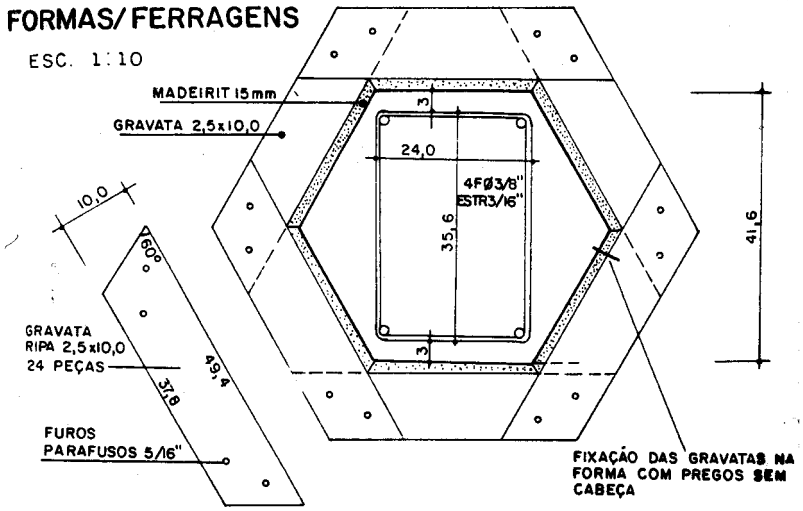
PROJETO DE CONSTRUÇÃO DOS PILARES





FORMAS/ FERRAGENS

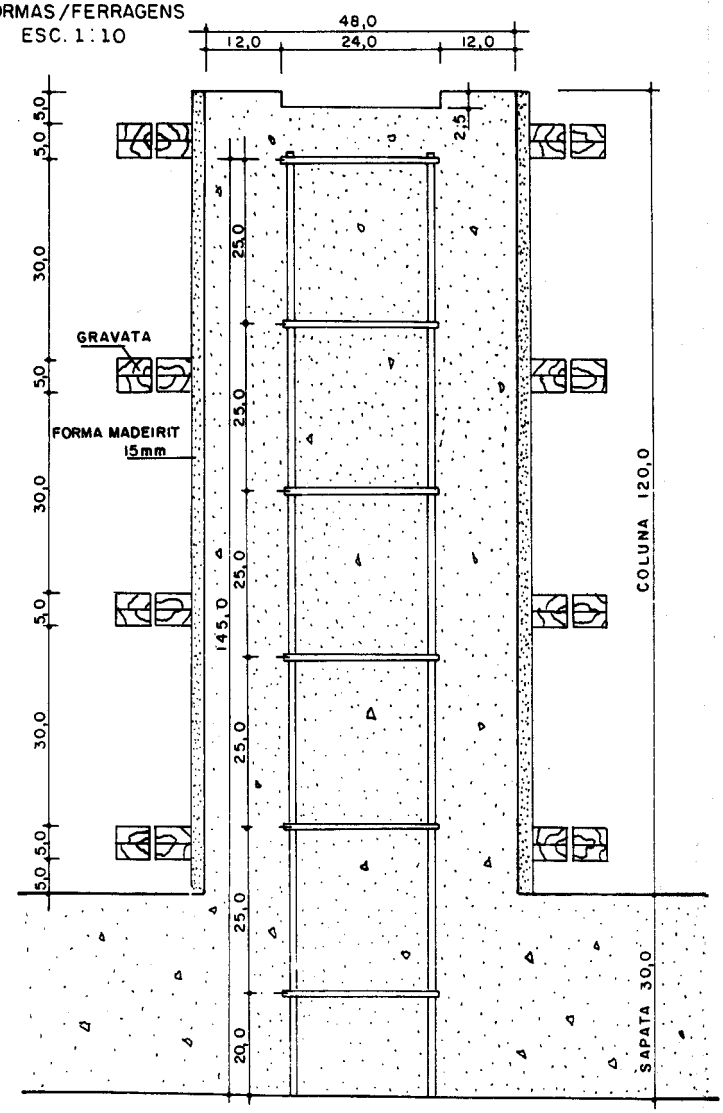
ESC. 1:10



PERFIL

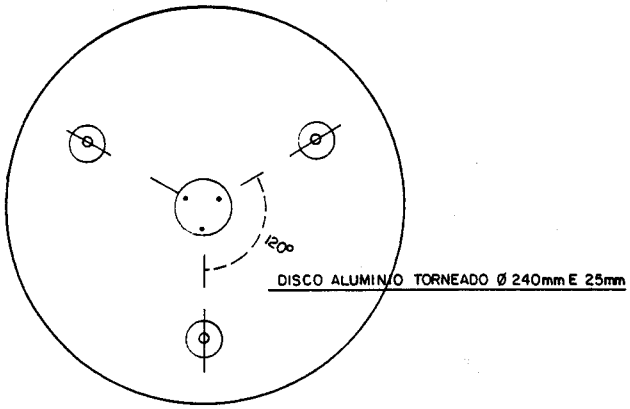
FORMAS/FERRAGENS

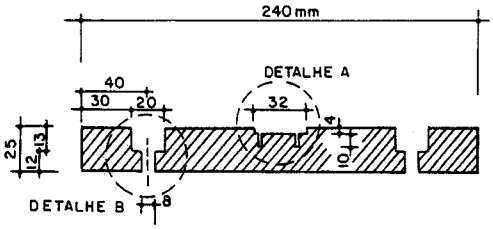
ESC. 1:10



PLATAFORMA

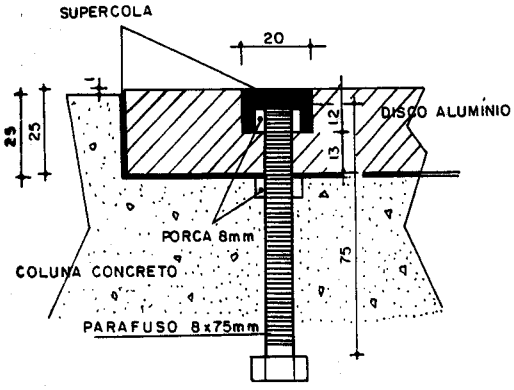
ESC. 1:4





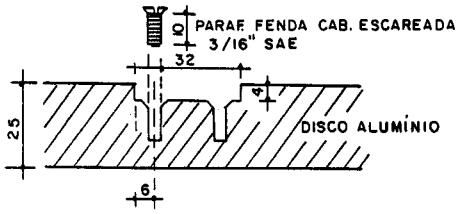
DETALHE B

ESC. 1:2



DETALHE A

ESC. 1:2



APÊNDICE II

DADOS GPS NA INTERNET

Existem instituições internacionais que divulgam dados das estações fiduciais e de efemérides precisas. Há duas maneiras de se obter tais dados:

1 - utilizando o comando FTP (File Transfer Protocol) para acessar os seguintes endereços:

www.igscb.jpl.nasa.gov
ou (*128.149.70.171*)

e indo para o diretório: */igscb*;

2 - acessando a WWW (World Wide Web) usando o seguinte endereço:

http://igscb.jpl.nasa.gov/.

Nos dois endereços supra citados existem diversas informações de interesse para usuários de efemérides precisas e dados observacionais de estações fiduciais.

Além da NASA, os dados podem ser acessados através do IGN, na França, cujo endereço é o seguinte:

(*192.33.147.230*)

e indo para o diretório: *pub/igs/obs*.

APÊNDICE III

EFEMÉRIDES PRECISAS DO IGS

Além dos Centros de Processamento citados na Sessão 6.3, o IGS também divulga *efemérides precisas* que correspondem à combinação das efemérides calculadas e divulgadas por esses Centros. A estratégia de combinação utilizada pelo IGS é a seguinte:

1º.) Inicialmente as efemérides de cada Centro e a correção do relógio dos satélites são transformadas para um referencial comum. A diferença entre a solução dos parâmetros do movimento do pólo (X e Y) calculados em cada Centro e os parâmetros descritos pelo *Central Bureau of IERS (table II-3, 1993)* são utilizados para correção da rotação da efeméride correspondente. Se os parâmetros do movimento do pólo não estiverem disponíveis para um determinado Centro, nenhuma rotação é aplicada.

2º.) Posteriormente, são estimados o desvio e deriva do relógio através das correções transmitidas. Quando a SA ainda estava ativada, eram usados apenas os satélites sem a presença da mesma. Apurado o desvio e a deriva, eles são usados para sincronizar as correções dos relógios de bordo dos satélites e de cada Centro de Processamento ao tempo GPS.

3º.) As efemérides e as correções de relógio resultantes são então combinadas através de um média ponderada que inclui todos os Centros de Processamento. Para cada Centro de Processamento é atribuído um peso para a posição e outro para a correção do relógio. O peso para a posição de cada Centro é calculado a partir do desvio absoluto do respectivo Centro em relação à média aritmética das órbitas, após estimar os 7 (sete) parâmetros de transformação de Helmert, a saber: 3 (três) de translação, 3 (três) de rotação e 1 (um) fator de escala. O peso atribuído às correções dos relógios é calculado a partir do erro médio quadrático resultante do ajustamento inicial da sincronização do mesmo, transmitida pelos satélites (obviamente sem a

SA), desde que esses satélites fossem representativos da qualidade da solução em cada Centro. Finalmente, calculam-se os 7 (sete) parâmetros de transformação de Helmert, e estimam-se o desvio e a deriva do relógio para cada Centro de Processamento, tomando a combinação das soluções dos parâmetros e do erro médio quadrático do ajustamento.

Cada Centro de Processamento de efemérides é também avaliado individualmente e independentemente a partir da combinação de órbitas usando um arco de comprimento longo. Os parâmetros de rotação da Terra usados nesta avaliação são aqueles submetidos pelo respectivo e complementados, quando não disponíveis, com valores de UT1-UTC encontrados no Boletim A, publicado periodicamente pelo IERS.