**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

RAFAEL LOPES DUARTE BARROS

**AVALIAÇÃO DE CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DE
CONTROLADORES PREDITIVOS**

**São Paulo
2013**

RAFAEL LOPES DUARTE BARROS

**AVALIAÇÃO DE CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DE
CONTROLADORES PREDITIVOS**

Dissertação apresentada ao Departamento de
Engenharia Química da Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título
de Mestre em Ciências

Área de Concentração: Engenharia Química

Orientador: Song Won Park

São Paulo

2013

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 15 de março de 2013.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Barros, Rafael Lopes Duarte

**Avaliação de critérios de desempenho de controladores
preditivos / R.L.D. Barros. – versão corr. -- São Paulo, 2013.
166 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia Química.**

**1. Controle preditivo I. Universidade de São Paulo. Escola
Politécnica. Departamento de Engenharia Química II. t.**

DEDICATÓRIA

A minha avó, Dionéia, que não está mais entre nós, mas olhou por mim ao longo do período de elaboração deste trabalho, com o mesmo carinho, amor e atenção que sempre teve. Sempre a amaremos, esteja onde estiver.

A meu Sogro Reinaldo, que Deus também levou, não me dando o prazer de dividir essa glória com ele. Eu e sua filha sempre te amaremos.

*Embora muito se perca, muito permanece.
Embora não sejamos mais fortes como outrora, movemos o céu e a
terra. O que somos, somos:
uma só têmpera de corações heroicos,
debilitados pelo tempo e o destino, mas fortes em ímpeto
para lutar, buscar, encontrar e não hesitar.*

Poema Ulisses - Lord Alfred Tennyson

AGRADECIMENTOS

A Deus, à Nossa Senhora de Aparecida e à Santa Edwiges, por terem me dado forças para concluir e impedindo que eu jamais negligenciasse meu trabalho.

A meus pais, Herivelto e Rosangela, pela minha formação de caráter e estrutura de família, além do imenso amor a mim dispensado, sem os quais, indubitavelmente, eu não estaria aqui.

A minha esposa, Carolina, pela imensa inspiração, dedicação, paciência, amor, companheirismo e apoio, durante todos os nossos 12 anos de convivência.

A minha madrinha, Rosimary, que tanto ajudou minha mãe em minha criação, me dando muito mais que somente educação.

A meu padrinho, que sempre me incentivou e orgulhou-se de mim e às minhas queridas tias e primos, pelo carinho sempre me dado.

Aos meus amigos e conselheiros Rodrigo Pessoa, Alexandre Dalmax, Albino Faria e Claudio Teixeira e também a todos os meus amigos do IME.

Aos integrantes das minhas bancas, Prof. Dr. Antonio Carlos Zanin, Prof. Dr. Fernando Cunha Peixoto, Prof. Dr. Claudio Garcia, Prof. Dr. Ardson dos Santos Vianna Junior.

A meu orientador, Prof. Dr. Song Won Park, pela atenção, compreensão e, principalmente, paciência, durante o processo de orientação.

À Rockwell Automation, empresa da qual eu faço parte, pela compreensão e apoio durante a realização desse trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Química, pela oportunidade de realização do mestrado.

RESUMO

O atual ambiente de alta competitividade do Mercado tem levado os produtores a operar com margens de lucro cada vez mais restritas. Nesse sentido, é imperativa a racionalização dos custos de produção, bem como a otimização dos processos produtivos. Diante de tal cenário, o controle preditivo baseado em modelos tem sido apresentado como uma poderosa alternativa para a obtenção dos objetivos acima mencionados. Sendo assim, é essencial que seja estabelecida uma metodologia de análise, baseada em critérios claros, acompanháveis e mensuráveis. Atualmente, encontram-se disponíveis no mercado distintas metodologias e suas respectivas ferramentas de suporte, as quais auxiliam na realização de tais análises. Quando se observa o número de soluções de controle avançado disponíveis, juntamente com as metodologias e ferramentas de análise de desempenho disponíveis, nota-se que existe um amplo espectro de possíveis combinações a ser avaliado. O objetivo desse trabalho é estudar algumas dessas combinações. São aqui avaliados o desempenho de controladores preditivos, à luz de algumas das consagradas técnicas de avaliação, bem como a própria efetividade e aplicabilidade de tais técnicas. São utilizados e analisados os seguintes controles avançados: Controlador Preditivo Generalizado (GPC); Controlador Multivariável Robusto; e Controlador ESSMPC. Para a avaliação de desempenho, serão utilizadas e estudadas as seguintes técnicas: *Controller Performance Index (CPI)*; C_p e C_{pk} ; e Índice de Yu e Qin. Os resultados mostraram que o Controlador Robusto Multivariável apresentou desempenho similar ao ESSMPC e ambos apresentaram desempenho melhor que o GPC. Todos os algoritmos apresentaram maior sensibilidade às mudanças nos pesos das variáveis controladas e menor nos pesos das manipuladas. No caso da inserção de erros, os algoritmos apresentam sensibilidade maior até 35% de erro. Após tal valor, a diferença de desempenho não é tão significativa. Além disso, o C_p , C_{pk} e Índice de Yu e Qin se comportaram de forma similar, mas diferentes do CPI.

Palavras-Chave: 1. Avaliação de Desempenho. 2. Controle Preditivo

ABSTRACT

The current environment of high competitiveness of the market has led producers to operate with profit margins increasingly restricted. Therefore, it is imperative to streamlining production costs, as well as the optimization of production processes. Faced with this scenario, the model predictive control has been presented as a powerful alternative for obtaining the objectives stated above. Therefore, it is essential to establish a methodology of analysis, based on clear and measurable criteria. Currently, there are different methods and support tools available in the Market which help in such analysis. These methodologies and tools may evaluate the problem only quantitatively (increased production of a particular unit, for example) or qualitatively (how close to the predictions of advanced control solution is the actual behavior of the plant, for example). When one observes the number of advanced control solutions available, along with methodologies and tools available for performance analysis, we note that there is a wide spectrum of possible combinations to be evaluated. The aim of this work is to study some of these combinations. It will be observed the performance of advanced control solutions, through some of the most famous evaluation techniques, as well as their own effectiveness and applicability of such techniques. For the execution of the work will be used and analyzed the following advanced control solutions: Generalized Predictive Controller (GPC); Robust Multivariable Controller; and Controller ESSMPC. For the performance assessment, it will be used and studied the following techniques: Controller Performance Index; C_p and C_{pk} ; and Qin and Yu Index. The results showed that the Robust Multivariable Controller performance was similar to ESSMPC and both performed better than the GPC. All algorithms showed greater sensitivity to changes in the weights of the controlled variables than on weights for manipulated variables. In the case of error insertion, the algorithms exhibit greater sensitivity up to 35% of mismatch. After this value, the performance difference was not very significant. Moreover, the C_p index C_{pk} and Qin and Yu behaved similar but different than CPI.

Key words: 1. Performance Assessment. 2. Predictive Control.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Comparação Entre Estruturas de Controle com e sem MPC em uma Unidade Industrial	19
Figura 2.1 – Estrutura Genérica de um Sistema com Controlador Retroalimentado	25
Figura 3.1 – Horizonte Móvel (Receding Horizon) para Controle Preditivo.....	49
Figura 3.2 – Algoritmo RCA Controlando uma Variável Controlada (CV) Dentro dos Limites	58
Figura 3.3 – Algoritmo ESSMPC.....	61
Figura 4.1 – Processo Bayer de Produção de Alumina	65
Figura 4.2 – Sistema de Digestão de Alumina	66
Figura 5.1 - Diagrama de Metodologia de Execução do Trabalho	68
Figura 5.2 - Fase 1 da Metodologia	70
Figura 5.3 - Fase 2 da Metodologia	71
Figura 5.4 - Testes de Planta para a Unidade de Alumina	72
Figura 5.5 – Fase 3 da Metodologia	73
Figura 5.6 – Fase 4 da Metodologia	75
Figura 5.7 – Fase 5 da Metodologia	80
Figura 5.8 – Fase 6 da Metodologia	81
Figura 5.9 – Visão Geral da Simulação no Matlab.....	82
Figura 5.10 – Bloco de Simulação para a Saída Relação Alumina-Cáustico.....	82
Figura 5.11 – Bloco de Simulação para a Saída Temperatura	83
Figura 5.12 – Fase 7 da Metodologia	84
Figura 5.13 – Simulação da Planta, Conectada com o Controlador	84
Figura 5.14 – Subsistema “Digestor”	85
Figura 5.15 – Fase 8 da Metodologia	87
Figura 5.16 – Fases 9 e 10 da Metodologia.....	88
Figura 6.1 – Aplicação dos Sinais de Teste nas Entradas da Unidade de Digestão de Alumina	92
Figura 6.2 – Resultado do Teste para a Relação Alumina-Cáustico.....	93
Figura 6.3 – Resultado do Teste para a Temperatura da Digestão	94
Figura 6.4 – Resultado do Teste para o Tempo de Residência	94

Figura 6.5 – Dados das Saídas da Unidade de Digestão de Alumina, Antes da Implementação da Solução de Controle Preditivo (Abr 2008)	95
Figura 6.6 – Dados das Variáveis de Processo, Relacionadas com as MV's e DV's da Unidade de Digestão de Alumina, Antes da Implementação do MPC	96
Figura 6.7 – Resultado da Identificação da Relação A/TC, Contra o Valor Real, segundo identificação ARMAX.....	102
Figura 6.8 – Resultado da Identificação da Relação A/TC, Contra o Valor Real, segundo o Algoritmo N4SID.....	102
Figura 6.9 – Resultado da Identificação da Temperatura de Entrada, Contra o Valor Real, segundo a Identificação ARMAX	103
Figura 6.10 – Resultado da Identificação da Temperatura de Entrada, Contra o Valor Real, segundo o algoritmo N4SID.....	103
Figura 6.11 – Dados Simulados x Dados Reais para Relação Alumina-Cáustico ..	105
Figura 6.12 – Diferença entre Dados Simulados e Reais para a Relação Alumina-Cáustico	105
Figura 6.13 – Dados Simulados x Dados Reais para Temperatura de Entrada na Digestão.....	106
Figura 6.14 – Diferença entre os Dados Simulados e os Dados para Temperatura de Entrada na Digestão	106
Figura 6.15 – Dados Simulados x Dados Reais para o Tempo de Residência.....	107
Figura 6.16 – Dados das saídas da Unidade de Digestão de Alumina, Após a Implementação da Solução de Controle Preditivo Robusto.....	109
Figura 6.17 – Dados das Entradas da Unidade de Digestão de Alumina, Após a Implementação da Solução de Controle Preditivo Robusto.....	109
Figura 6.18 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Relação Alumina-Cáustico.....	112
Figura 6.19 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Temperatura	113
Figura 6.20 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para o Tempo de Residência	114
Figura 6.21 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Vazão de Polpa de Bauxita.....	117

Figura 6.22 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Vazão de Licor	118
Figura 6.23 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Bauxita x Relação Alumina-Cáustico	121
Figura 6.24 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Licor x Relação Alumina-Cáustico	122
Figura 6.25 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Polpa de Bauxita x Temperatura	123
Figura 6.26 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Licor x Temperatura	124
Figura 6.27 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Vapor x Temperatura	125
Figura 6.28 – Curva de Desempenho Ótimo, de Acordo com a Variância das Entradas e Saídas	127
Figura 6.29 – Desempenho dos Controladores, perante Mudança de Peso para a Relação Alumina-Cáustico.....	129

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 5-1 – Variáveis Manipuladas e Distúrbio para a Unidade de Digestão de Alumina	70
Tabela 5-2 – Variáveis Controladas para a Unidade de Digestão de Alumina	71
Tabela 5-3 – Valores-Base para os Testes para Digestão de Alumina.....	73
Tabela 5-4 – Estimação do Tempo de Residência da Polpa de Bauxita na Linha Entre os Tanques de Polpa e os Digestores.....	77
Tabela 5-5 – Estimação do Tempo de Residência da Polpa de Bauxita na Linha Entre os Tanques de Polpa e os Digestores.....	77
Tabela 5-6 – Ordens Testadas para os Modelos ARMAX	79
Tabela 5-7 – Valores Iniciais para as Saídas.....	85
Tabela 5-8 – Valores Iniciais para as Entradas.....	86
Tabela 6-1 – Desempenho da Planta de Digestão de Alumina, Antes do Controle Preditivo	96
Tabela 6-2 – Dados Estatísticos do Distúrbio	97
Tabela 6-3 – Identificação Relação Alumina-Cáustico pelo Método ARMAX Multivariável (Matlab)	98
Tabela 6-4 – Identificação Relação Alumina-Cáustico pelo Algoritmo de Identificação Automática	98
Tabela 6-5 – Identificação Tempo de Residência pelo Método Multivariável ARMAX (Matlab).....	99
Tabela 6-6 – Identificação Tempo de Residência pelo Algoritmo de Identificação Automática	99
Tabela 6-7 – Identificação Temperatura de Entrada pelo Método ARMAX Multivariável (Matlab)	100
Tabela 6-8 – Identificação Temperatura de Entrada pelo Algoritmo de Identificação Automática	100
Tabela 6-9 – Identificação da Modelagem para a Planta de Alumina, Através do Algoritmo N4SID	101
Tabela 6-10 – Comparação Estatística Entre os Valores Reais e os Valores Simulados para a Planta.....	107

Tabela 6-11 – Desempenho da Planta de Digestão de Alumina, Após o Controle Preditivo	110
Tabela 6-12 – Modelos Simplificados de Planta	127
Tabela 6-13 – Resultados Índice de Yu e Qin para Mudança de Pesos na Relação Alumina-Cáustico	128

RELAÇÃO DE SIGLAS

APC – Advanced Process Control (Controle Avançado de Processos)
ARIMA – Autoregressive Integral Moving Average
ARMA – Auto Regressive Moving Average
CEP – Controle Estatístico de Processos
CPI – Controller Performance Index (Índice de Desempenho de Controle)
CLP – Controlador Lógico Programável
CV – Controlled Variable (Variável Controlada)
DV – Disturbance Variable (Variável Distúrbio)
DMC – Dynamic Matrix Control
FMVRE - Fixed Model Variable Regressor Estimation
GMV – Generalized Minimum Variance (Mínima Variância Generalizada)
GLR - Generalized Likelihood Ratio (Razão Generalizada de Probabilidade)
GPC – Generalized Predictive Control
LQG – Linear Quadratic Gaussian (Gaussiano Linear Quadrático)
MES – Manufacturing Execution Systems (Sistemas de Execução de Manufatura)
MIMO – Multiple Input – Multiple Output
MPC – Model-Based Predictive Control
mp-QP – Multi-parametric Quadratic Programming (Programação Multiparamétrica Quadrática)
MV – Manipulated Variable (Variável Manipulada)
PCA – Principal Component Analysis (Análise de Componentes Principais)
PMF – Probability Mass Function (Função Massa de Probabilidade)
RCA – Range Control Algorithm (Algoritmo de Controle por Faixas)
RTO – Real Time Optimization (Otimização em Tempo Real)
SDCD – Sistema Digital de Controle Distribuído
SISO – Single Input, Single Output (Entrada Única, Saída Única)
SPC – Statistical Process Control (v. CEP)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Visão Geral.....	18
1.2	Motivação	18
1.2.1	Controle Preditivo Baseado em Modelos (MPC)	18
1.3	Objetivo do Presente Trabalho	19
1.4	Estrutura do Trabalho	21
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	Visão Geral.....	23
2.2	Critério de Comparação Através de Controle por Variância Mínima	24
2.2.1	Controlador de Mínima Variância	24
2.2.2	Estimação do Índice de Desempenho de Controle.....	28
2.2.3	Adaptação do MVC para Sistemas MIMO	29
2.3	Comparação por Controle Estatístico de Processos	33
2.3.1	Índices e Taxas de Capabilidade de Processo.....	33
2.3.1.1	Capabilidade.....	33
2.3.1.2	Índice C_{pk}	34
2.4	Índice de Yu e Qin	36
2.5	Novos Desenvolvimentos	39
2.6	Sumário	47
3	ASPECTOS SOBRE CONTROLADORES PREDITIVOS	49
3.1	Controladores Preditivos a Serem Avaliados	49
3.2	Controlador GPC	50
3.2.1	Visão Geral.....	50
3.3	Controlador Preditivo Multivariável Robusto.....	55
3.4	Controle Multivariável por Espaço de Estados	58
4	PROCESSOS A SEREM ESTUDADOS	65
4.1	Processo Bayer de Produção de Alumina	65
4.1.1	Descrição	65
5	MÉTODOS	68
5.1	Visão Geral.....	68
5.2	Definição das Variáveis da Matriz de Controle	70

5.3	Realização de Testes para Coleta dos Dados.....	71
5.4	Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta.....	73
5.5	Identificação dos Modelos	75
5.5.1	Retirada de Dados Incorretos.....	76
5.5.2	Estimação dos Tempos Mortos dos Modelos	76
5.5.2.1	Estimação dos Tempos Mortos dos Modelos	76
5.5.3	Identificação por Modelo ARMAX.....	78
5.5.4	Identificação Através de Escolha do Melhor Modelo PEM	79
5.5.5	Identificação por Subespaços.....	80
5.6	Implementação do Controlador Robusto em Planta.....	80
5.7	Simulação do Processo no Matlab	81
5.7.1	Simulação do Processo em Malha Aberta.....	81
5.7.2	Simulação do Processo em Malha Fechada	84
5.8	Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta.....	87
5.9	Avaliação dos Controladores Através da Utilização dos Critérios de Desempenho	88
5.9.1	Alterações nos Pesos das Variáveis Controladas	89
5.9.2	Alteração dos Pesos nas Variáveis Manipuladas	89
5.9.3	Inserção de Erros nos Modelos	91
6	RESULTADOS.....	92
6.1	Resultados: Realização de Testes para Coleta dos Dados.....	92
6.1.1	Resultados.....	92
6.1.2	Discussão de Resultados	95
6.2	Resultados: Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta.....	95
6.2.1	Dados Obtidos.....	95
6.2.2	Discussão de Resultados	97
6.3	Resultados: Identificação dos Modelos	97
6.3.1	Resultados da Identificação	97
	Identificação via Subespaços (Representação em Modelo de Tempo Contínuo)...	101
6.3.2	Discussão de Resultados	104
6.4	,Resultados: Simulação do Processo no Matlab	105
6.4.1	Validação da Simulação em Malha Aberta com os Dados Reais	105
6.4.2	Discussão de Resultados	108

6.5	Resultados: Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta.....	108
6.5.1	Desempenho do Processo Pós-Implementação do MPC.....	108
6.5.2	Discussão de Resultados	110
6.6	Resultados da Avaliação Através dos Critérios de Desempenho.....	112
6.6.1	Modificação de Pesos para as Variáveis Controladas.....	112
6.6.2	Modificação de Pesos para as Variáveis Manipuladas.....	117
6.6.3	Inserção de Erros no Ganho nos Modelos	121
6.6.4	Discussão de Resultados	126
6.6.5	Observação Final a Respeito da Discussão de Resultados	134
7	CONCLUSÕES E FUTURAS CONTRIBUIÇÕES.....	135
7.1	Conclusões.....	135
7.2	Sugestão de Novos Trabalhos	136
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	138
	APÊNDICE	145
A.1	Modelo ARX	145
A.2	Método de Identificação ARMAX.....	145
A.3	Modelo ARIMA	149
A.4	Modelo de Erro de Saída (Output Error).....	149
A.5	Identificação por Subespaços.....	150
A.5.1	Algoritmo N4SID (Matlab).....	150

1 INTRODUÇÃO

1.1 Visão Geral

Atualmente, as modernas plantas de processo estão tornando-se mais complexas e tais unidades estão sendo projetadas para produção flexível e também para maximização de energia e recuperação. Além disso, observa-se relevante integração entre as diversas partes de um complexo fabril e a falha de um desses elementos pode prejudicar seriamente a produtividade geral da companhia.

Nesse cenário, somente os sistemas digitais de controle distribuído não mais são suficientes para realizar um controle otimizado. Com isso, o controle avançado de processos, mais precisamente o controle preditivo baseado em modelos (MPC), tornou-se ferramenta fundamental de auxílio à operação.

Na década de 80, descobriu-se, de fato, a relevância dos benefícios gerados pelas soluções de MPC e, assim, criou-se uma repentina profusão de alternativas para a implementação desse tipo de controle. Com isso, foi imperativa a geração de critérios de avaliação de desempenho, para a verificação de qual tipo de controle preditivo seria mais adequado para determinada unidade industrial. Baseados nessa realidade, não só profissionais da área de automação, mas também consultores de negócios voltaram sua atenção para o assunto e distintas metodologias para avaliação de desempenho foram desenvolvidas desde então.

1.2 Motivação

1.2.1 Controle Preditivo Baseado em Modelos (MPC)

Em uma planta de processos moderna, o MPC é parte de uma estrutura de controle multinível. A Figura 1.1 apresenta uma comparação entre a arquitetura convencional de controle para uma unidade produtiva e uma arquitetura que possui MPC e otimização como elementos.

Figura 1.1 – Comparação Entre Estruturas de Controle com e sem MPC em uma Unidade Industrial

A experiência industrial de implementações de MPC alimentou o desenvolvimento de uma ampla gama de questões sobre distintos temas, que desde então têm ocupado um nicho específico da indústria de automação. Dentre esses temas, encontra-se a avaliação de desempenho das aplicações de controle preditivo multivariável, elemento desse trabalho. Com relação a esse assunto, a questão principal seria *“como avaliar o desempenho de diferentes plataformas de controle, sob critérios consistentes?”*

1.3 Objetivo do Presente Trabalho

Objetivo Principal: ANALISAR CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO, MEDIANTE SEU EMPREGO EM TRÊS CONTROLADORES PREDITIVOS MULTIVARIÁVEIS;

Objetivo Secundário: Avaliar a coerência e aplicabilidade dos critérios avaliação de desempenho de controles preditivos.

Do ponto de vista teórico, o controle preditivo linear já é completamente dominado. Sendo assim, esse trabalho se propõe a avaliar os índices de avaliação de desempenho de controladores preditivos, verificando sua aplicabilidade a distintas situações de controle. Outra contribuição desse trabalho será avaliar o desempenho de distintos controladores, em contraponto à agressividade de sua função de otimização.

Quando se observa o número de soluções de controle avançado disponíveis, juntamente com as metodologias e ferramentas de análise de desempenho disponíveis, nota-se que existe um amplo espectro de possíveis combinações a ser avaliado. Desde os primeiros trabalhos de T.J. Harris (1989) sobre comparação de desempenho de controladores tendo como referência o controle de mínima variância, pouco se desenvolveu na parte teórica especificamente para esse tema. Por outro lado, houve uma explosão de aplicações de análise de desempenho. Isto indica que a maioria de tais aplicações encontra-se a caminho da consolidação. Sendo assim, pode-se concluir que não há necessidade do desenvolvimento de alguma teoria específica, mas sim de entendimento profundo das teorias correntes.

Em suma, o objetivo desse trabalho é estudar algumas das combinações entre controladores e métodos para sua avaliação. Para tal estudo, primeiramente será apresentado um estudo de caso real do Controlador Preditivo Multivariável Robusto, controlando a área de digestão de bauxita, em uma unidade industrial de produção de alumina.

Além de tal estudo de caso, os três controladores serão avaliados de acordo com seu desempenho ao controlar uma unidade de digestão de bauxita, a qual foi simulada no Matlab. O modelo utilizado em tal simulação é proveniente de identificação multivariável, baseada em dados dos testes realizados na mesma unidade do estudo de caso real. As soluções de controle avançado a serem analisadas serão:

- Controle Preditivo em Espaço de Estados
- Controle Preditivo Multivariável Robusto

- GPC (Controle Preditivo Generalizado)

Para a avaliação de desempenho, serão utilizadas e estudadas as seguintes técnicas:

- Minimum Variance Control – Método de avaliação por Controle com Variância Mínima
- Statistical Process Control – Método de avaliação por controle estatístico de processos
- Índice de Yu e Qin – Método de avaliação por comparação de um período “*Golden*” com o período que se deseja avaliar.

Conforme anteriormente citado, o processo no qual serão implementados tais controladores será o Processo Bayer de Produção de Alumina.

1.4 Estrutura do Trabalho

A sequência lógica para atingir os objetivos do trabalho foi definida da seguinte forma:

1. Estudo sobre Avaliação de Desempenho de Controladores Preditivos: além da teoria geral, o estudo foi focado nos 3 índices anteriormente citados;
2. Estudo sobre Controle Preditivo Multivariável: além da teoria geral, foram estudados especificamente 3 tipos de controladores preditivos;
3. Realização de Testes em uma unidade industrial, para levantamento e identificação de modelos. Para os modelos utilizado nos controladores, serão utilizadas as seguintes técnicas: identificação ARMAX para GPC, Identificação via modelos PEM para o Controle Preditivo Robusto Multivariável e Identificação por Subespaços para o Controle Preditivo em Espaço de Estados;
4. Avaliação de desempenho do controlador preditivo robusto, segundo dados reais da unidade industrial (antes e depois do controle), à luz dos índices de desempenho anteriormente citados;

5. Reprodução da unidade industrial em Matlab, utilizando-se os mesmos modelos utilizados para o controlador robusto.;
6. Com a unidade simulada tendo comportamento coerente ao processo, os controladores serão conectados à mesma e os índices de desempenho serão avaliados.

Para tal, este texto encontra-se estruturado em sete capítulos, incluindo esta introdução.

O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica, relativa aos métodos de avaliação de desempenho existentes atualmente.

O capítulo 3 apresenta sucintamente os aspectos de controle preditivo baseado em modelos, focando-se nos três controladores anteriormente citados.

O capítulo 4 apresenta o processo Bayer de Produção de Alumina.

O capítulo 5 aborda os métodos utilizados no trabalho.

O capítulo 6 apresenta e discute os resultados.

O capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões de próximas pesquisas na área.

Por fim, estão relacionadas as referências bibliográficas estudadas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Visão Geral

No setor produtivo de uma maneira geral, estratégias de controle e otimização são utilizadas para obter melhorias no desempenho do processo. A filosofia de otimização tem sido uma ferramenta importante de viabilização de projetos para sistemas de controle avançado e também é utilizada para fornecer diretrizes operacionais em alto nível na hierarquia de controle (Ordys *et. al*, 2007).

A mais relevante inovação na área de análise de desempenho de sistemas de controle foi realizada por Harris (1989), como também foi escrito segundo Jelali (2006). Ele propôs e programou métodos para *benchmarking* de malhas de controle, os quais eram simples, guiados por dados de processo e facilmente quantificáveis. A medida escolhida era a variância nas saídas do processo e a ideia seria mostrar o quão próximo a variação da malha estaria com relação à mínima variabilidade do processo.

Atualmente, as soluções comerciais de software para análise e monitoramento de desempenho de malhas de controle evoluíram e sua utilização foi adaptada para a avaliação do desempenho de controladores preditivos baseados em modelos. Com tal evolução e a ampla difusão da tecnologia, tais soluções não mais podem ser dissociadas dos respectivos projetos de implementação de aplicações de controle e otimização.

Segundo Harris *et al.* (1997), Huang *et al.* (2006), Kesavan e Lee (1997), há inúmeros métodos para avaliação de desempenho de sistemas de controle. O foco desse trabalho será nos métodos “*Data-Driven*”, isto é, Métodos baseados em análise de dados históricos de processo. Os principais métodos descritos na literatura são:

- Método de Variância Mínima
- Controle Estatístico de Processos, aplicado à análise de desempenho de controle avançado.

O trabalho descreverá mais detalhadamente os índices que serão utilizados na avaliação de desempenho.

2.2 Critério de Comparação Através de Controle por Variância Mínima

2.2.1 Controlador de Mínima Variância

O interesse em monitoramento de desempenho e diagnóstico de malhas fortaleceu-se devido ao trabalho de Harris (1989). Em seu trabalho, foi proposto o uso de um controlador de mínima variância como sendo um limite inferior para avaliar o desempenho de controladores de malha simples. Em seguida, Desborough e Harris (1992) propuseram o uso de um índice de desempenho que fosse a razão entre a melhor variância atingível e a variância da saída que está sendo avaliada. Huang e Shah (1999) resumiram o estado da arte, focando-se principalmente no índice de custo de mínima variância como medição de avaliação de desempenho.

O fruto principal do trabalho de Harris na época foi a criação do *Controller Performance Index* (Índice de desempenho de controle). Este índice varia entre zero e um, sendo que quanto menor seu valor, pior o desempenho da malha. O valor igual a 1 (um) indica o uso do controlador de mínima variância. Valores abaixo de 0.5 indicam um problema de desempenho. Antes de iniciar a demonstração do equacionamento, é importante descrever o conceito geral a respeito do índice.

Em seu trabalho, Harris chegou à conclusão de que a variância das saídas possui duas partes: uma parte inerente ao processo e outra dependente das ações de controle. A variância inerente ao processo seria devida à perturbação por um ruído branco gaussiano $\xi(t)$. Por outro lado, é trivial observar que aquela dependente das ações de controle só existiria após o período de tempo morto. Dessa forma, o cerne do cálculo do índice consiste em separar a saída e calcular sua variância para dois períodos de tempo excludentes: período de tempo morto (t), com dados somente do passado, e período com dados do futuro, até o tempo $t+k$.

Para a dedução do equacionamento do índice, será considerado o processo apresentado na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Estrutura Genérica de um Sistema com Controlador Retroalimentado

Por simplicidade, a figura 2.1 representa um processo SISO, linear, estacionário, com qualquer mudança em u afetando a saída apenas após k amostras, com aplicação do operador de atraso q^{-k} . O processo em análise é descrito pela seguinte equação:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (2-1)$$

Com:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n_A}; \quad (2-2)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n_B} \quad (2-3)$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n_C} \quad (2-4)$$

Onde $y(t)$ representa a variação do sinal de saída, ao redor de um ponto operacional estacionário, $u(t)$ é o sinal de controle e o sistema é perturbado por um ruído branco gaussiano $\xi(t)$ de média zero e variância σ^2 . Além disso, o operador de atraso é q^{-1} , definido tal que $q^{-1}y(t) = y(t-1)$.

Para encontrar a saída no tempo $t+k$, aplica-se o operador q^k à equação. Com isso, a saída $y(t+k)$ seria:

$$y(t+k) = \frac{q^k q^{-k} B(q^{-1}) u(t)}{A(q^{-1})} + q^k \frac{C(q^{-1}) \xi(t)}{A(q^{-1})} = \frac{B(q^{-1}) u(t)}{A(q^{-1})} + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \xi(t+k) \quad (2-5)$$

Para chegar à resolução do problema, divide-se um polinômio $C(q^{-1})$ em dois períodos de tempo, um relacionado aos valores passados e outro relacionado aos valores futuros de ξ . Com essa divisão, chega-se à seguinte equação diofantina:

$$C = AF + q^{-k}G \quad (2-6)$$

Onde F e G são polinômios definidos como

$$F(q^{-1}) = \sum_{i=1}^{k-1} f_i q^{-i} \quad \text{e} \quad G(q^{-1}) = g_0 + \sum_{i=1}^{n_G} g_i q^{-i} \quad (2-7)$$

com $n_G = \max(n_c - k, n_A - 1)$.

Tal equação diofantina pode ser resolvida através de algoritmos numéricos, os quais se encontram amplamente divulgados na literatura. Dessa forma, substituindo a equação 2-6 na equação 2-5 e denotando p.ex. simplesmente F em lugar de $F(q^{-1})$ por simplicidade, chega-se em:

$$y(t+k) = \frac{BF}{C} u(t) + \frac{G}{C} y(t) + F\xi(t+k) \quad (2-8)$$

Sendo assim, o preditor no passo k à frente é a equação 2-8, sem o termo $F\xi(t+k)$, que representa os valores futuros para o distúrbio (isto é, não disponíveis para predição). Como o nome já mostra, o índice de custo J a ser minimizado no controlador de mínima variância é a variância da saída no tempo $t+k$, dada toda a informação até o tempo t:

$$J(t) = E[y(t+k)^2|t] \quad (2-9)$$

Onde $E[.]$ é o operador esperança matemática e se considera condicional ao t , ou seja, assume-se que a ação de controle leva em conta todas as informações passadas de ação de controle e de saídas do passado:

$$Y(t) = [u(t - k - 1) \ u(t - k - 2) \ \dots \ y(t) \ y(t - 1) \ \dots] \quad (2-10)$$

Por outro lado, a variância da saída real é obtida pela equação (2-9) :

$$\sigma_y^2 = E[y^2(t + k)] = E\left[\left(\frac{BF}{C}u(t) + \frac{G}{C}y(t)\right)^2\right] + E[(F\xi(t + k))^2] \quad (2-11)$$

A equação 2-10 mostra que a mínima variância é a variância gerada pelo distúrbio $\xi(t)$, o qual é inerente ao processo. Dessa forma, a variância mínima σ_{mvc} , proveniente da minimização da função custo $J_{\min}$ seria independente da ação de controle. Por outro lado, o termo dependente da lei de controle representa a variância da saída σ_{soc} , a ser minimizada pela função custo J_0 . Ambas as funções custo encontram-se a seguir:

$$J_{\min} = E\left[(F\xi(t + k))^2\right] \text{ e } J_0 = E\left[\left(\frac{BF}{C}u(t) + \frac{G}{C}y(t)\right)^2\right] \quad (2-12)$$

Tal que da equação (2-11), tem-se $J = \sigma_y^2 = J_{\min} + J_0$.

Para atingir a mínima variância, o termo J_0 deve ser igual a zero. Com isso, tem-se que **o controlador de mínima variância** é dado pelas equações:

$$u(t) = -\frac{G}{BF}y(t) \text{ e } y(t + k) = F\xi(t + k) \quad (2-13)$$

O desenvolvimento da $J_{\min} = E\left[(F\xi(t + k))^2\right]$, primeira parte da equação (2-12), é dado a seguir.

Com a saída sendo representada através de um modelo de média móvel de ordem infinita e $\xi(t)$ um ruído branco gaussiano de média zero e variância σ^2 , tem-se:

$$y_t = (f_0 + f_1 q^{-1} + f_2 q^{-2} + \dots + f_{d-1} q^{-(k-1)} + f_k q^{-k} + \dots) \xi_t \quad (2-14)$$

Multiplicando-se respectivamente a equação (2-14) por $\xi_t, \xi_{t-1}, \dots, \xi_{t-k+1}$, ruídos brancos independentes entre si, e obtendo o operador esperança matemática de ambos os lados, tem-se que:

$$\begin{aligned} E[y_t \xi_t] &= f_0 \sigma^2 \\ E[y_t \xi_{t-1}] &= f_1 \sigma^2 \\ E[y_t \xi_{t-2}] &= f_2 \sigma^2 \\ &\vdots \\ E[y_t \xi_{t-k+1}] &= f_{k-1} \sigma^2 \end{aligned} \quad (2-15)$$

Sendo assim, a mínima variância é representada pela parcela de variância até $k-1$, ou seja:

$$\sigma_{mv}^2 = (f_0^2 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_{k-1}^2) \sigma^2 \quad (2-16)$$

Em outras palavras,

$$J_{\min} = \sigma_{mv}^2 = \sum_{i=0}^{k-1} f_i^2 \sigma^2 \quad (2-17)$$

2.2.2 Estimação do Índice de Desempenho de Controle

Para a maioria dos sistemas reais, o desempenho de controle com mínima variância não é alcançável. Sendo assim, na expressão que define as saídas do controlador, há mais um termo cuja variância é diferente de zero, conforme a equação a seguir:

$$y(t + k) = F\xi(t + k) + \hat{y}(t) \quad (2-18)$$

Com a variância do controle subótimo sendo igual a $\sigma_{soc}^2 = [E(\hat{y}(t))^2]$. Sendo assim, a variância total do sistema é dada pela variância do ruído, adicionada à variância da saída σ_y^2 ($\sigma_y^2 = \sigma_{mvc}^2 + \sigma_{soc}^2$).

Com base em tais dados e para que fosse obtida uma ferramenta universal para a comparação de sistemas diferentes, Harris definiu o **CPI – Controller Performance Index**:

$$CPI = \frac{\sigma_{mvc}^2}{\sigma_{soc}^2 + \sigma_{mvc}^2} \in [0,1] \quad (2-19)$$

2.2.3 Adaptação do MVC para Sistemas MIMO

O interesse principal dos critérios de desempenho de controladores preditivos reside na análise de sistemas multivariáveis (MIMO – Multiple Input, Multiple Output). Para tal caso, o método anteriormente citado continua sendo válido. Entretanto, não é possível a utilização do operador de atraso q^{-1} , uma vez que diferentes interações entre entradas e saídas possuem diferentes tempos mortos. Para resolver tal problema, foi utilizado um artifício chamado “matriz iteradora”. O conceito de matriz iteradora foi introduzido como uma generalização do termo de tempo morto para o sistema MIMO por Tsiligiannis e Svoronos (1988,1989). Para qualquer sistema multivariável, existe uma matriz D que funciona como o operador de atraso q^{-k} descrito para o caso SISO.

A matriz D é definida como a matriz iteradora e pode ser escrita como:

$$D = D_0 q^k + D_1 q^{k-1} + \dots + D_{k-1} q \quad (2-20)$$

Onde k é a ordem da matriz iteradora e é única para uma dada matriz de funções de transferência e D_i (para $i=0, 1, \dots, k-1$) representa as matrizes coeficiente. Um tipo

particular de matriz iteradora é chamado matriz unitária iteradora, a qual foi introduzida por Peng e Kinnaert (1992), que satisfaz a seguinte equação:

$$D^T(q^{-1})D(q) = I \quad (2-21)$$

Utilizando-se da matriz unitária iteradora, Huang e Shah (1998) propuseram um método para a dedução do controlador de mínima variância MIMO. Define-se o processo multivariável pela equação:

$$Y(t) = \tilde{T}U(t) + N\xi(t) \quad (2-22)$$

Onde $\xi(t)$ é um vetor de ruídos brancos com média zero. Considere-se que D é a matriz iteradora de ordem d, relativa à matriz de funções de transferência T, sem tempo morto. A função objetivo quadrático linear é definida como:

$$J_{MV} = E[\tilde{Y}(t)^T \tilde{Y}(t)] \quad (2-23)$$

Onde o sinal filtrado da saída é:

$$\tilde{y}(t) = q^{-k}DY(t) \quad (2-24)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação (2-24) por $q^{-k}D$ e substituindo $Y(t)$ proveniente da equação 2-13, tem-se que:

$$\begin{aligned} q^{-k}DY(t) &= q^{-k}\tilde{T}U(t) + q^{-k}N\xi(t) = \tilde{T}U(t-k) + R\xi(t-k) + F\xi(t) \\ \tilde{Y}(t) &= \tilde{T}U(t-k) + R\xi(t-k) + F\xi(t) \end{aligned} \quad (2-25)$$

e F e R satisfazem a seguinte identidade diofantina:

$$q^{-k}N = F + q^{-k}R \quad (2-26)$$

Onde $F(q) = F_0 + \dots + F_{k-1}q^{k-1}$ e R é uma matriz racional e própria de funções de transferência.

Uma vez que o último termo da equação (2-26) não pode ser afetado pela ação de controle, o controlador de variância mínima é alcançado quando a soma dos dois primeiros termos da parte direita da equação (2-25) são igualados a zero.

$$\tilde{T}U(t-k) + R\xi(t-k) = 0 \quad (2-27)$$

O que leva a

$$U(t) = -\tilde{T}^{-1}R\xi(t) \quad (2-28)$$

Substituindo-se a equação (2-28) na equação (2-25), tem-se que

$$\tilde{Y}(t) = F\xi(t) \quad \therefore \quad \xi(t) = F^{-1}\tilde{Y}(t) \quad (2-29)$$

Substituindo-se a equação (2-29) na equação (2-28), tem-se que

$$U(t) = -\tilde{T}^{-1}RF^{-1}\tilde{Y}(t) \quad (2-30)$$

Da equação (2-24), tem-se que

$$U(t) = -\tilde{T}^{-1}RF^{-1}(q^{-k}D)Y(t) \quad (2-31)$$

Se D é uma matriz unitária iteradora, então o controlador definido pela equação anterior é único e possui ordem de saída invariante. Além disso, tal controlador também minimiza a função objetivo da entrada inicial, segundo a equação (2-23).

Definido-se $M_F = q^k F$, a equação (2-31) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$U(t) = -\tilde{T}^{-1}RM_F^{-1}DY(t) \quad (2-32)$$

Da equação (2-26) com $F(q) = F_0 + \dots + F_{k-1}q^{-k+1}$ tem-se

$$q^{-k}DN = \underbrace{F_0 + \dots + F_{k-1}q^{-k+1}}_F + q^{-k}R \quad (2-33)$$

Logo, voltando o interesse à equação (2-23), em analogia ao desenvolvido em caso SISO, a decomposição espectral da matriz F permite explicitar em termos de seus componentes $F_0, F_1, F_2, \dots, F_{k-1}$, através da equação (2-33) junto com a variância inerente ao processo. Com isso, tem-se que a matriz de covariância ótima é dada por:

$$\Sigma_{mv} = F_0 \Sigma_{\xi} F_0^T + \dots + F_{d-1} \Sigma_{\xi} F_{d-1}^T \quad (2-34)$$

A mínima variância é, então, dada pelo traço da matriz Σ_{mv} , ou seja, a soma dos elementos de sua diagonal principal. Isso se deve ao fato de que o traço da matriz é igual à soma de seus autovalores. Por esse motivo, o traço fornece a dimensão máxima da matriz.

Sendo assim, o índice de desempenho de Harris é dado por:

$$CPI = \frac{\text{tr}(\Sigma_{mv})}{\text{tr}(\Sigma_{\tilde{y}})} \quad (2-35)$$

Harris *et al.* (1996) apresentaram a metodologia de avaliação de desempenho de sistemas multivariáveis, através da estimação do tempo morto do processo pela matriz iteradora. Huang *et al.* (1996) realizaram avaliação de desempenho de sistemas multivariáveis através de uma matriz unitária geral iteradora, seguindo o procedimento do item 5.8. Tal procedimento seria depois explicitado no livro de Huang e Shah (1999).

2.3 Comparação por Controle Estatístico de Processos

Segundo Oakland (2008), o controle estatístico é implantado por meio de um ciclo em que se coletam dados do processo, monitora-se sua situação (verificando se o mesmo permanece sob controle estatístico) e posteriormente realizam-se análises e propostas de melhorias para atingir patamares melhores de desempenho. Os índices de capacidade são o elemento principal dessa análise e medem a relação entre a faixa de tolerância especificada para uma dada característica de processo e a variabilidade natural do mesmo. Se a variabilidade do processo ultrapassa os limites de especificação, é possível estimar a probabilidade de obterem-se produtos fora da especificação.

2.3.1 Índices e Taxas de Capacidade de Processo

As próximas seções apresentam os índices de capacidade apresentados por Taguchi (1986) e Phadke (1989). Além destes, existe uma grande quantidade de índices propostos na literatura para as mais diversas aplicações.

2.3.1.1 Capacidade

Capabilidade (C_p): Definido como o intervalo de tolerância, dividido pela faixa de variabilidade do processo. Isto significa seis vezes o desvio padrão estimado, considerando a ausência de causas especiais. Tal índice é independente da centralização do processo e consideram-se processos estáveis no cálculo do desvio padrão.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} \quad (2-36)$$

LSE: Limite Superior de Especificação

LIE: Limite Inferior de Especificação

Desvio Padrão:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2-37)$$

Onde $\bar{x}$ = média e n = número de amostras

Este índice relaciona a variabilidade permitida ao processo (especificada no projeto) com a variabilidade natural do processo, e com isso tem-se que quanto maior for o valor de C_p , maior será a capacidade do processo em satisfazer às especificações, desde que a média esteja centrada no valor nominal.

Conforme foi observado, o índice C_p não considera a localização do processo, estando embasado apenas na relação entre a amplitude do intervalo de especificação e da variabilidade natural do processo para o seu cálculo. Como consequência disto, para um determinado valor de C_p , pode-se ter qualquer percentual de itens fora das especificações e este percentual vai depender apenas de onde está localizada a média do processo. Por isso, o índice C_p oferece apenas uma estimativa imprecisa de quanto o processo é potencialmente capaz de produzir dentro do intervalo especificado no projeto.

2.3.1.2 Índice C_{pk}

Quando se trata de situações reais, de uma maneira geral o processo não se encontra centrado no valor nominal da especificação. Sendo assim, o uso do índice C_p pode levar a conclusões equivocadas. Nesse cenário, Kane (1986) propôs o índice de desempenho C_{pk} , que leva em consideração a distância da média do processo em relação aos limites de especificação. Este índice é dado pela seguinte equação:

$$C_{pk} = \min\left(\frac{LSE - \bar{\bar{X}}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{\bar{X}} - LIE}{3\hat{\sigma}}\right) \quad (2-38)$$

Onde $\bar{\bar{X}}$ é a média da variável controlada.

Se o processo estiver centrado no valor nominal de especificação, $C_p = C_{pk}$. Então, caso C_p seja diferente de C_{pk} , sabe-se que o processo está descentrado. Isto significa que a média não coincide com o valor nominal das especificações. As interpretações do índice C_{pk} podem ser feitas pela regra mostrada para o índice C_p ,

já que a análise da capacidade do processo é feita usando-se estes dois índices em conjunto.

Kendra e Çinar (1997) e Venavelli e Whiteley (2007) trataram da caracterização e análise de dados de processo em malha fechada, utilizados para calcular métricas de desempenho em um ambiente de controle estatístico de processos. A ênfase maior do trabalho foi a análise de dados de variáveis manipuladas em uma configuração de controle avançado de processos (APC-MVs).

No trabalho de Venavelli e Whiteley, dados de malha fechada foram coletados de uma refinaria nos Estados Unidos e utilizados para revelar a característica do erro de variáveis manipuladas utilizadas por controladores multivariável. Gráficos de séries de tempo de tais variáveis exibiram diferentes níveis de variabilidade, quando considerados em um período de tempo de um ano. Tais intervalos de variabilidade foram chamados “bandas de variação de erro”. Tais bandas foram caracterizadas pela mínima variação dentro das mesmas e por essa característica, quando comparada com os outros intervalos.

Qiang e Shaoyuan (2006) propuseram a avaliação de desempenho de controladores preditivos multivariáveis, através de métodos baseados em estatística. Tal avaliação é realizada através do registro de um conjunto de dados de saída, apenas quando a desempenho é satisfatória (de acordo com a seleção do usuário). O modelo de componentes principais foi construído a partir da metodologia de PCA. A limitação desse modelo é que o mesmo não tem capacidade de lidar com variáveis auto correlacionadas. Para corrigir tal fato, um filtro autorregressivo de média móvel foi identificado para monitorar a desempenho.

2.4 Índice de Yu e Qin

No artigo de Yu e Qin (2008), foi proposto um método de avaliação de desempenho baseado em dados reais de processo. Essa nova metodologia é baseada em um período histórico de operação escolhido pelo usuário. A referência definida pelo usuário é usualmente um período de operação “*golden*”, no qual é atingido um desempenho satisfatório de controle. Relativo aos dados de referência, o desempenho em tempo real é monitorado e as direções de melhor ou pior desempenho no período monitorado são identificadas utilizando-se análise de autovalores generalizados. Para determinar estatisticamente a significância da degradação ou melhora de desempenho ao longo de cada direção de autovetores, uma inferência estatística foi desenvolvida. O intervalo de confiança para cada autovalor generalizado é derivado e calculado pela estatística assintótica do autovalor. A melhor e pior auto direção podem ser então identificadas e posteriormente utilizadas para diagnosticar a performance de controle.

O período considerado pelo usuário como o melhor controle possível da planta é escolhido como referência, sendo chamado “*golden period*”. Por outro lado, nos dados a serem avaliados, a direção que apresenta a máxima variância com relação aos dados de referência seria:

$$p = \operatorname{argmax} \frac{p^T \operatorname{cov}(y_{II}) p}{p^T \operatorname{cov}(y_I) p} \quad (2-39)$$

Sendo argmax o argumento que maximiza a função, $\operatorname{cov}(y_{II})$ e $\operatorname{cov}(y_I)$ as respectivas matrizes de covariância do período avaliado e do período Golden. Nesse momento, p é apenas uma direção que coincide com o autovetor generalizado, e será o autovetor da matriz quando o gradiente de λ for igual a zero. Definindo-se a seguinte equação:

$$\lambda(p) = \frac{p^T \operatorname{cov}(y_{II}) p}{p^T \operatorname{cov}(y_I) p} \quad (2-40)$$

Conforme já salientado, na equação (2-39), o máximo ocorre quando $\partial\lambda/\partial p = 0$.

Logo, fazendo-se a derivada da equação (2-40):

$$\frac{\partial\lambda(p)}{\partial p} = \frac{2\text{cov}(y_{II})p(p^T\text{cov}(y_I)p) - 2(p^T\text{cov}(y_{II})p)\text{cov}(y_I)p}{(p^T\text{cov}(y_I)p)^2} \quad (2-41)$$

Substituído a equação (2-41) na equação (2-40), tem-se que

$$\frac{\partial\lambda(p)}{\partial p} = \frac{2\text{cov}(y_{II})p - 2\lambda(p)\text{cov}(y_I)p}{p^T\text{cov}(y_I)p} \quad (2-42)$$

Uma vez que o ponto ótimo satisfaz

$$\frac{\partial\lambda(p)}{\partial p} = 0 \quad (2-43)$$

Tem-se que

$$\text{cov}(y_{II})p = \lambda\text{cov}(y_I)p, \quad (2-44)$$

Onde λ é o autovalor generalizado e p é seu autovetor correspondente.

O autovetor correspondente ao maior autovalor generalizado λ_{max} representa a direção de maior aumento da variância no período monitorado, contra o período "golden".

Entretanto, os autovalores generalizados são um índice quantitativo para medir a variância, ao longo de cada direção dos autovetores. Na prática, não é possível coletar dados de todo o período de operação e a matriz de covariância é dada apenas para um intervalo restrito de dados. Para minimizar esse problema e avaliar a significância dos autovalores, seus intervalos de confiança superior – $U(\lambda_i)$ – e inferior – $L(\lambda_i)$ – são deduzidos a partir de sua distribuição assintótica.

Nesta dissertação de mestrado, a parte de análise de significância dos autovalores e os índices de desempenho em cada direção não serão abordados. Com isso, a mesma será focada somente na utilização do índice de desempenho generalizado, definido pelos autores:

$$I_v = \frac{|\text{cov}(y_{II})|}{|\text{cov}(y_I)|} \quad (2-45)$$

Onde $|\cdot|$ é o determinante da matriz. Como é simples observar, quanto maior o I_v , pior o desempenho com relação ao valor de referência.

2.5 Novos Desenvolvimentos

Durante os últimos anos, a quantidade de trabalhos nessa área aumentou consideravelmente. Podem ser citados como exemplos os trabalhos de Harris (2009), Zhao et al. (2009), Yuan et al. (2009), Tian et al. (2011), Garriga et al. (2010), Rato e Reis (2010), Chookbar et al. (2010), Ling et al. (2011), Liu et al. (2011), Zhang et al. (2012), Bezergianni e Ozkan (2011). Os mesmos serão apresentados em mais detalhes.

Em 2009, Harris publicou um trabalho, no qual foram apresentadas distintas interpretações para os índices de avaliação de sistemas multivariados. O objetivo do artigo foi fornecer novas interpretações preditivas para os limites de desempenho obtidos através da matriz iteradora. A partir dos resultados obtidos, foi demonstrado que o número de zeros no infinito poderia ser obtido a partir da formulação de um problema simples de controle preditivo multivariável.

De uma maneira geral, a construção da matriz iteradora requer conhecimento total dos primeiros coeficientes f da resposta ao impulso da função de transferência do processo e não somente o conhecimento da estrutura de tempos mortos. No caso do artigo, a matriz iteradora foi levantada através da matriz T_N de respostas ao impulso G_i do processo e $J = [I_m \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$, onde m é o posto da matriz $M = \text{col}(G_1 \ G_2 \ \dots \ G_f)$. Primeiramente, é resolvida a seguinte equação:

$$\xi_s T_{(f)} = J \quad \therefore \quad \xi_s = J T_{(f)}^\dagger \quad (2-46)$$

Onde:

ξ_s é o vetor de blocos $\xi_s = (\xi_{s,1} \ \xi_{s,2} \ \dots \ \xi_{s,f})$

$T_f^\dagger$ é a pseudo inversa (Inversa de Moore-Penrose) da matriz $T_{(f)}$

Da resolução dessa equação, encontra-se:

$$\xi_{(q)} = \xi_1 q^1 + \xi_2 q^2 + \dots + \xi_f q^f \quad (2-47)$$

Que são os elementos da matriz iteradora. Conhecida a matriz iteradora, o cálculo do índice de desempenho foi dado pela metodologia de mínima variância, já apresentada.

No artigo de Zhao *et al.* (2008), foi apresentada uma abordagem baseada em otimização para avaliação do desempenho econômico, integrada com a metodologia de benchmarking LQG já apresentada anteriormente. Através da incorporação explícita da incerteza dentro do problema de avaliação de desempenho, a avaliação econômica pôde ser formulada como um problema de otimização estocástica. Usando o benchmarking LQG para estimar a redução de variabilidade alcançável através da melhora do sistema, o método proposto forneceu uma estimativa de que desempenho pode ser esperado com a melhora do controle e a condição operacional que entrega esse desempenho.

Estratégia de otimização estocástica é uma estratégia que incorpora explicitamente a incerteza na solução do problema de otimização. Geralmente, a função de otimização é da forma:

$$\vartheta = \sum_{i=1}^p c_y^{(i)} y_i - \sum_{j=1}^m c_u^{(j)} u_j \quad (2-48)$$

Assumindo-se que as variáveis possuem distribuição normal, é esperada a seguinte função de otimização:

$$P = E[\vartheta] = \int_{y_i, u_i} \vartheta(y_i, u_j) f(y_i, u_j, \mu, \sigma) dy_i du_j \quad (2-49)$$

A equação (2-48) e a equação (2-49) possibilitam o encontro da equação (2-50), a seguir.

$$P = \sum_{i=1}^p c_y^{(i)} \bar{y}_i - \sum_{j=1}^m c_u^{(j)} \bar{u}_j \quad (2-50)$$

Onde $\bar{y}_i$ e $\bar{u}_j$ são os valores médios da i -ésima saída e da j -ésima saída, respectivamente, e $c_y^{(i)}$, $c_u^{(j)}$ são os coeficientes de peso de cada uma das variáveis. Para a resolução da equação, as restrições das saídas seriam dadas por funções de probabilidade que possuiriam a seguinte forma:

$$\Pr \left\{ \frac{y_{imin} - \bar{y}_i}{\sigma_{yi}} < \frac{y_i - \bar{y}_i}{\sigma_{yi}} \leq \frac{y_{imax} - \bar{y}_i}{\sigma_{yi}} \right\} \geq 1 - \alpha_i \quad (2-51)$$

Onde $\Pr\{\cdot\}$ é o operador de probabilidade e α_i é o nível de violação probabilística. Isso significa que a satisfação das restrições não é 100%, mas sim 100% menos um valor α_i permitido.

Yuan *et al.* (2009) propuseram uma metodologia de avaliação de sistemas multivariáveis, baseada na técnica de variância relativa modificada. Essa técnica é baseada no índice relativo de variância, o qual foi proposto para monitoramento de malhas de controle individuais. Tal metodologia fornece uma métrica de desempenho, que considera o comportamento do sistema de controle, relativo à mínima variância e ao controle em malha aberta. A maior limitação dessa técnica para malhas individuais é que a mesma requer uma premissa altamente restritiva a respeito da estrutura dos distúrbios de processo. Por isso, a extensão para sistemas multivariáveis não é simples. Para contornar tal problema, foi desenvolvida uma técnica que não requer nenhuma premissa a respeito da estrutura dos distúrbios, mas apenas a identificação dos modelos de planta. O índice de variância relativa, anteriormente proposto por Berzegianni e Georgakis (2000), é calculado por:

$$RVI = \frac{\sigma_{OL}^2 - \sigma_y^2}{\sigma_{OL}^2 - \sigma_{MV}^2} \quad (2-52)$$

Onde σ_{OL}^2 é a variância do processo em malha aberta, σ_y^2 é a variância atual do processo em malha fechada, σ_{MV}^2 é a mínima variância do processo.

Entretanto, caso o processo já esteja em malha fechada, a variância em malha aberta só poderia ser encontrada, caso fossem conhecidos os modelos de distúrbio. Para contornar esse problema, os autores desenvolveram um outro método para encontrar as saídas do processo em malha aberta.

Considerando-se um sistema em que G_p é a matriz de funções de transferência que representa o processo, y_t representa as saídas reais em malha fechada e u_t as entradas, a ação em malha aberta pode ser obtida, subtraindo-se o valor real das saídas da ação de controle.

$$Y_t^{OL} = Y_t - \hat{G}_p U_t \quad (2-53)$$

Sendo assim, a variância em malha aberta é encontrada normalmente, com base nas saídas em malha aberta.

Em 2010, Garriga *et al.* desenvolveram aplicações para testar a metodologia de avaliação de desempenho de Qin e Yu, publicada em 2008 e já descrita nessa revisão. Os primeiros avaliaram a influência dos parâmetros de sintonia dos controladores na localização dos autovalores do sistema em malha fechada.

Rato e Reis (2010) propuseram um índice de avaliação de desempenho de malhas de controle, baseado em dados históricos de processo. Segundo os autores descrevem, o índice possui a capacidade de discernir entre distúrbios nos módulos-chave do sistema, pertencentes aos proprietários do processo, daqueles originários de causas externas.

Foi assumido um sistema linear, com uma função de transferência $G_p(q^{-1})$, sob controle realimentado com sinal positivo, sob uma lei de controle associada com a função de transferência $G_c(q^{-1})$ e perturbado por um distúrbio d_t (não

necessariamente medido). Com base nessa descrição, a função de transferência geral das saídas do sistema seria dada por:

$$y_t = (I - G_p G_c)^{-1} G_d d_t \quad (2-54)$$

Na metodologia apresentada, um vetor de modelos autorregressivos de ordem p suficientemente alta é ajustado à série temporal das saídas para um período I de referência e um período II de monitoramento. Com tais modelos ajustados, encontra-se a matriz de covariância dos distúrbios para ambos os períodos. Com base na matriz de covariância dos distúrbios, é encontrada a matriz de covariância das saídas. O índice é dado por:

$$I_M = \frac{\det(\hat{\Sigma}_y^{II})/\det(\hat{\Gamma}^{II})}{\det(\hat{\Sigma}_y^I)/\det(\hat{\Gamma}^I)} \quad (2-55)$$

onde $\hat{\Sigma}_y$ é a matriz de covariância das saídas e Γ é a matriz de covariância dos distúrbios.

Chookbar *et al.* (2010) fizeram uma interessante avaliação de como o pareamento entradas-saídas influenciava no índice de desempenho, baseado em variância mínima. Para tal, foi calculada a estrutura denominada vetor de ganho relativo. Nessa estrutura, os ganhos entre os pares são, de certa forma, normalizados, para que sejam comparados na mesma base de cálculo. O artigo detectou que, quanto maior a incidência de colinearidades entre pares de entradas-saídas, pior é o índice de desempenho por mínima variância. Sendo assim, esse artigo lança luz sobre a forma como a metodologia de cálculo de performance por mínima variância é desenvolvida. Infelizmente, não são apresentadas formas para resolver tal problema e revalidar o cálculo do índice de desempenho.

Ling *et al.* (2011) desenvolveram um índice de desempenho para controladores preditivos multiplexados, baseado no cálculo do erro quadrático integral. Dados os modelos de planta e de distúrbio, a fórmula de cálculo permite a investigação de

como o ISE muda com a mudança dos parâmetros de projeto do controlador, tais quais o intervalo de amostragem. Assumindo-se que a planta pode ser representada pelo modelo:

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= A_d z_k + B_d u_k \\ y_k &= C_d z_k + d_k \end{aligned} \quad (2-56)$$

e o distúrbio d_k pode ser modelado como

$$\begin{aligned} \eta_{k+1} &= A_\eta \eta_k + B_d \vartheta_k \\ d_k &= C_\eta \eta_k \end{aligned} \quad (2-57)$$

onde ϑ_k é uma entrada em degrau, o índice de desempenho seria calculado pela seguinte fórmula:

$$J_{ISE} = \int_0^\infty y(t)^T y(t) dt \approx h \sum_{i=0}^\infty \|y(k+i+1)\|^2 \quad (2-58)$$

Onde h é o intervalo de amostragem do controlador. A dedução matemática do índice se encontra detalhada no artigo em questão.

Conforme o artigo demonstra, o ISE é um indicador de desempenho que pode ser comumente utilizado em projetos de controladores. Para o caso em questão, foi concluído que intervalos de amostragem menores podem levar a um desempenho melhor, mas requerem mais recursos computacionais.

Tian *et al.* (2011) desenvolveram uma abordagem de avaliação de MPC's, baseada na avaliação dos dados de processo. No artigo, a abordagem estatística utilizada integra sistematicamente as fases de avaliação e de diagnóstico do sistema. O erro do modelo preditivo é incluído no conjunto de variáveis monitoradas e um índice de covariância baseado em 2 normas é apresentado. Seguindo a mesma linha de raciocínio de Yu e Qin (2008), já apresentado, é escolhido um período de dados

“golden”. Tal período representa o melhor comportamento possível da planta, sendo operada sem o algoritmo MPC. Tais dados então são comparados com o período em que a planta foi controlada pelo algoritmo MPC. O ângulo do autovetor é definido para descrever a similaridade entre os dados atuais e os valores “Golden”. Um índice baseado nesse ângulo serve para identificar as causas-base para a degradação do MPC ao longo do tempo. Conforme é possível observar, tal trabalho guarda imensa similaridade com o segundo trabalho de Yu e Qin (2008), também já descrito nessa seção.

Liu *et al.* (2011) utilizaram um índice de referência especificado pelo usuário, para avaliar o desempenho de malhas de controle. Conforme o artigo cita, respostas estruturadas de controladores em malha fechada que se encontram sujeitas a diversas características de desempenho são utilizadas como referências de comparação, com relação ao comportamento real das malhas de controle. Para a formulação do problema, foi utilizada uma abordagem baseada em matrizes lineares de inequações.

Para um sistema MIMO, a saída filtrada pela matriz unitária iteradora pode ser dividida em um termo de controle retroalimentado invariante e outro termo de controle retroalimentado dependente. Conforme já observado em outros artigos, a matriz unitária iteradora é uma fatoração ótima dos tempos mortos para sistemas multivariáveis. O sistema pode ser descrito da seguinte forma:

$$q^{-d}Dy_k = F(q^{-1})a_k + q^{-d}R_{cl}(q^{-1})a_k \quad (2-59)$$

Onde d é a ordem da matriz iteradora. Se o termo R_{cl} é substituído por uma resposta $L_R(q^{-1})$ especificada pelo usuário, a resposta correspondente em malha fechada, a qual é conhecida como resposta estruturada, é obtida conforme demonstrado na próxima equação e a mesma pode ser utilizada para avaliar o desempenho do sistema.

$$q^{-d}Dy_k^* = F(q^{-1})a_k + q^{-d}L_R(q^{-1})a_k \quad (2-60)$$

Em suma, o objetivo do índice especificado pelo usuário é encontrar um $L_R(q^{-1})$ adequado, tal que os requerimentos especificados pelo usuário sejam satisfeitos e o desempenho do controlador possa ser realizável por um controlador linear invariante no tempo. Em outras palavras, com uma matriz unitária iteradora conhecida e dado um modelo estimado em malha fechada, é preciso encontrar um $L_R(q^{-1})$ adequado para satisfazer o limite de aproximação do modelo e uma mescla de restrições de desempenho: limite superior de covariância, colocação de pólos e amplitude de picos. A dedução das restrições se encontra detalhada no artigo.

Zhang *et al.* (2011) desenvolveram um índice de desempenho baseado em uma referência de erro de predição multi-passo. Tal índice mostrou-se mais realista, uma vez que não são necessários os modelos do processo ou a matriz iteradora. No artigo em questão, o erro quadrático médio de predição é calculado da seguinte forma:

$$MSE = \sum_{i=0}^n \frac{\|y_{pred}(k+i|k) - y(k+i)\|^2}{n} \quad (2-61)$$

Onde y_{pred} é a predição da saída, y é a saída real e n é o número de amostras. Quando o MQE for maior que um valor especificado pelo usuário, faz-se a hora de reidentificar os modelos do controlador.

Bezergianni e Ozkan (2012) desenvolveram uma técnica de avaliação de controladores multivariáveis, utilizando dados de malha fechada. Tal metodologia encontra-se calcada na identificação dos modelos do processo, do controlador e de distúrbio, através da metodologia de subespaços. Por outro lado, a identificação do modelo de processo foi aperfeiçoada pela estimação de uma matriz iteradora associada via a técnica de estimativa de regressão de variáveis. Além disso, a resposta ao processo foi considerada linear ou “próxima à linear”. A técnica de identificação de subespaços será brevemente apresentada no próximo capítulo.

A contribuição principal desse trabalho foi a estimativa do modelo de distúrbios, somente com base nos dados de processo. Para tal, utilizou-se técnica muito parecida com a técnica utilizada no trabalho de Yuan *et al.* (2009), já apresentado aqui. A diferença principal reside no fato de que o modelo identificado por Yuan é baseado em modelo de erro de predição e o modelo identificado pelos autores em voga foi baseado na metodologia de subespaços. Entretanto, em ambos os casos, os distúrbios são estimados, subtraindo-se a saída real da saída estimada pelo modelo do processo.

Por fim, com base em tal identificação, o índice de desempenho do controlador pode ser calculado pelo índice de variância relativa ou por qualquer outro método que exija a explicitação dos modelos de processo, controle e distúrbio.

2.6 Sumário

O critério por mínima variância utiliza dados de processo na análise, mas tem como inconveniente a comparação do controlador real com o controlador ótimo de mínima variância. Jelali (2006), naquela revisão considerada pelo autor do presente trabalho como a revisão mais minuciosa a respeito de critérios de desempenho de controladores, indicou que tal critério não representa perfeitamente a realidade. Isso se deve ao fato de que o controlador de mínima variância não é exequível, uma vez que sua agressividade agregaria uma quantidade inviável de offset ao processo. Além de Jelali, outros autores já citados (tais como Qin e Yu, Zhang, Berzegianni, Liu) também reiteraram a inviabilidade do controlador de mínima variância.

O critério por controle estatístico de processos é também baseado em dados de processo, mas se apresenta mais como uma ferramenta estatística que propriamente uma ferramenta de controle. Definir o desempenho com base na especificação do processo pode fazer com que sejam desprezadas as limitações do sistema de controle e até mesmo da própria planta. Como exemplo de tal situação, o sistema pode ter um C_{pk} baixo porque o mesmo está otimizado contra uma restrição e, por conseguinte, longe da média. Nesse caso, pode ser que o objetivo real do controlador seja levar o processo contra essa restrição e aí o C_{pk} não forneceria uma boa indicação do desempenho do controlador em questão.

O Índice de Yu e Qin é aquele que parece o mais próximo daquilo que é realizado atualmente, uma vez que correlaciona a covariância do período de melhor desempenho com a covariância atual. Sendo assim, os dados reais seriam comparados a uma referência que também é real e não teórica. Essa é a prática mais comumente utilizada atualmente pelos usuários de MPC.

Por fim, o mapeamento dos desenvolvimentos mais recentes demonstra que os mesmos são apenas aperfeiçoamentos das técnicas anteriormente utilizadas e nenhum deles trouxe nada de efetivamente novo para o já utilizado atualmente.

3 ASPECTOS SOBRE CONTROLADORES PREDITIVOS

3.1 Controladores Preditivos a Serem Avaliados

O controle preditivo de processos se enquadra nas técnicas de controle ótimo como mostra Imsland *et al.* (2005), pois possui uma função de custo a ser otimizada. Além da função de custo o controle preditivo possui outros componentes básicos, um modelo do processo, um comportamento básico das previsões e o horizonte deslizante de predição e controle (Camacho e Bordons, 2004).

Tal controle é baseado num modelo de processo, o qual é utilizado para verificar o que acontecerá com o mesmo num determinado horizonte (Clarke *et al.*, 1987). Segundo Qin e Badgwell (1996), o modelo é um importante fator do controle preditivo, pois só se consegue um bom controle se houver um bom modelo de previsões. Isso significa que o resultado do seu controle depende diretamente do modelo utilizado, bem como da função otimização, do horizonte de predição e outros fatores.

A Figura 3.1 apresenta o horizonte móvel (receding horizon) utilizado em controle preditivo que será atualizado em cada instante de amostragem pelo preditor do sistema (Prett e Garcia, 1998).

Figura 3.1 – Horizonte Móvel (Receding Horizon) para Controle Preditivo

Existem diversas abordagens e algoritmos de controladores preditivos. A maioria dos algoritmos de controle preditivo baseados em modelos é bastante similar com

algumas distinções na modelagem e predição. Existem também diferenças no uso ou não de filtros ou mesmo na substituição do sinal de referência como forma de atuação do controle preditivo, como nos trabalhos de Bemporad (1998), Bauchspies *et al.* (2004), Qin e Yu (2007).

Para o presente trabalho, serão avaliados principalmente três controladores: Controlador Preditivo Generalizado (GPC), Controlador Preditivo Multivariável Robusto e Controlador por Espaço de Estados.

3.2 Controlador GPC

3.2.1 Visão Geral

Segundo Clarke *et al.* (1987), considere:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t-1) \quad (3-1)$$

onde q é o operador deslocamento à frente, $u(t)$ e $y(t)$ são respectivamente a entrada e a saída do sistema no instante discreto de tempo t , $d \geq 0$ é o atraso de tempo e $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são polinômios dados por

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{N_a}q^{-N_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{N_b}q^{-N_b} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{N_c}q^{-N_c} \end{aligned} \quad (3-2)$$

As predições de saída do Controlador Preditivo Generalizado (GPC) são baseadas em um modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving-Average*) dado por:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})q^{-d}u(t-1) + C(q^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (3-3)$$

Onde os distúrbios não-medidos são dados por um ruído branco que seja colorido por $C(q^{-1})$ e $\Delta = 1 - q^{-1}$. Segundo Camacho e Bordons (2004), nesse modelo, qualquer atraso de tempo é representado através de coeficientes nulos no polinômio $B(q^{-1})$. O controlador preditivo calcula a sequência dos sinais de controle futuros $\hat{u}(t), \hat{u}(t+1), \dots, \hat{u}(t + N_y - 1)$ que minimiza o erro quadrático entre uma sequência de saída desejada $w(t+1), \dots, w(t+N_y)$ (referência de controle) e as saídas previstas $\hat{y}(t + 1), \dots, \hat{y}(t + N_y)$ no horizonte de previsão N_y .

Dos sinais de controle calculados, somente o primeiro, ou seja $u(t)$, é aplicado ao sistema. No instante de tempo seguinte, todo o procedimento é repetido, em uma estratégia conhecida como “*Receding Horizon*”. Portanto, a estratégia de controle é constituída das seguintes etapas:

- Cálculo da previsão da saída em um horizonte de tempo à frente, utilizando um modelo do sistema;
- Cálculo da lei de controle minimizando um critério dado por uma função do erro entre a saída prevista e a referência especificada. A função quadrática de custo a ser minimizada é dada por:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3-4)$$

Onde:

- $N_1 \geq 1$ é o horizonte inicial de previsão;
- N_2 é o horizonte de previsão ($N_2 \geq N_1$);
- N_u é o horizonte de controle ($N_u \leq N_y$);
- $\delta(j)$ é a matriz de pesos para os erros das saídas e $\lambda(j)$ é a matriz de pesos para a variação das entradas. Ambos os parâmetros são geralmente escolhidos constantes, mas não iguais entre si;

- a trajetória de referência $w(t+j)$ pode ser gerada por uma simples recursividade, a qual se inicia na saída atual e tende exponencialmente ao setpoint;
- $\hat{y}(t+j|t)$ é uma predição j passos à frente da saída ótima, utilizando dados até o tempo t .

O objetivo do controle preditivo é computar a sequência de controle $u(t), u(t+1), \dots$, de tal forma que as saídas futuras da planta $y(t+j)$ sejam levadas próximas à trajetória de referência $w(t+j)$. Isso é atingido, minimizando-se $J(N_1, N_2, N_u)$.

Para resolver o problema GPC, é necessário encontrar o valor ótimo da expressão 3-4. Para isso, o conjunto de sinais de controle $u(t), u(t+1), \dots, u(t+N)$ deve ser obtido. Como o sistema considerado possui um tempo morto de d amostras, a saída do sistema será influenciada pelo sinal $u(t)$ após o período de amostragem $d+1$. Os valores N_1, N_2 e N_u que definem o horizonte podem ser definidos como $N_1 = d+1, N_2 = d+N$ e $N_u=N$.

Considerando-se a seguinte equação diofantina:

$$1 = E_j(q^{-1})\tilde{A}(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (3-5)$$

Com $\tilde{A}(q^{-1}) = \Delta A(q^{-1})$, os polinômios E e F podem ser encontrados através da resolução da equação 3-5. Dessa forma, a melhor predição de $y(t+j)$ é dada por:

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (3-6)$$

$$\text{Com } G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})$$

Considerando-se a seguinte sequência de predições j passos à frente:

$$\begin{aligned}
\hat{y}(t + d + 1|t) &= G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t) \\
\hat{y}(t + d + 2|t) &= G_{d+2}\Delta u(t + 1) + F_{d+2}y(t) \\
&\vdots \\
\hat{y}(t + d + N|t) &= G_{d+N}\Delta u(t + N - 1) + F_{d+N}y(t)
\end{aligned} \tag{3-7}$$

Podemos, então escrever a equação 3-7 como

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{F}(q^{-1})y(t) + \mathbf{G}'(q^{-1})\Delta u(t - 1) \tag{3-8}$$

Onde

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \tag{3-9}$$

$$\mathbf{G}'(q^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(q^{-1}) - g_0)q \\ (G_{d+2}(q^{-1}) - g_0 - g_1q^{-1})q^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(q^{-1}) - g_0 - g_1q^{-1} - \cdots - g_{N-1}q^{-(N-1)})q^N \end{bmatrix} \tag{3-10}$$

$$\mathbf{F}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(q^{-1}) \\ F_{d+2}(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(q^{-1}) \end{bmatrix} \tag{3-11}$$

É importante notar que os dois últimos termos dependem somente do passado e os mesmos podem ser agrupados na função **f**. Com isso, temos a seguinte equação:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \tag{3-12}$$

Essa função **f** representa a resposta livre (em malha aberta) do sistema, isto é, que depende apenas dos seus valores no passado. Com isso, se todas as condições iniciais forem iguais a zero, a resposta livre do sistema é também igual a zero. Por

outro lado, a resposta livre do sistema pode ser calculada recursivamente pela seguinte equação:

$$\mathbf{f}_{j+1} = q \left(1 - \tilde{A}(q^{-1}) \right) \mathbf{f}_j + B(q^{-1}) \Delta u(t - d + j) \quad (3-13)$$

Com $\mathbf{f}_0 = \mathbf{y}(t)$ e $\Delta u(t + j) = 0$ para $j \geq 0$

Logo, a expressão 3-3 pode ser escrita como:

$$\dot{J} = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (3-14)$$

E a expressão 3-14 pode ser reescrita como

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{b}^T \mathbf{u} + \mathbf{f}_0 \quad (3-15)$$

Onde

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= 2(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}) \\ \mathbf{b}^T &= 2(\mathbf{f} - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \\ \mathbf{f}_0 &= (\mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{f} - \mathbf{w}) \end{aligned} \quad (3-16)$$

Com isso, o mínimo de J pode ser encontrado, fazendo-se o gradiente de J igual a zero, obedecendo as restrições de u e y, o que leva à seguinte solução.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{b} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3-17)$$

Por fim, o sinal de controle enviado para o processo é dado por:

$$\Delta u(t) = K(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3-18)$$

Onde K é a primeira linha da matriz $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T$.

3.3 Controlador Preditivo Multivariável Robusto

Controle preditivo multivariável robusto é uma tecnologia de controle baseada em controle por faixas¹. A explicação a respeito do algoritmo é baseada no trabalho de Lu *et al.* (1998).

No algoritmo em questão, a otimização com restrições é atingida pela divisão do controlador em duas partes: a primeira parte é um algoritmo de programação quadrática em estado estacionário, que é utilizado para resolver o problema de otimização restrita estacionária. Essa solução, na forma de “alvos”, é então utilizada pela lei linear de controle para gerar um conjunto de movimentos de MV’s para lidar com o sistema interagindo dinamicamente. Esse efeito de partição “enquadra” o problema visto pela lei de controle.

Com o controlador em questão, o algoritmo de controle por faixas resolve a lei de controle restrita desigualmente a cada intervalo, de forma a assegurar de que não há direções preferidas dentro da faixa. Além disso, tal fato também reduz o movimento da entrada e a sensibilidade das saídas a erros de modelos, permitindo a otimização dinâmica.

O problema de controle será descrito a seguir.

Sejam as variáveis manipuladas definidas como:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

E as variáveis controladas definidas como:

¹ Nota: esse controlador é preditivo multivariável robusto, no sentido de que a ação da resposta é limitada por uma norma. As ações de tal controlador não podem ser entendidas como ação de controlador robusto por limitação em polítopos ou desigualdade matricial. Tais ações são características de um outro tipo de controlador robusto.

$$cv = \begin{bmatrix} cv_1 \\ cv_2 \\ \vdots \\ cv_n \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

O processo $P(s)$ é dinâmico, possuindo m variáveis manipuladas e n controladas. As variáveis controladas incluem n_1 cvs a serem controladas no alvo, n_2 cvs a serem controladas dentro dos limites e n_3 cvs a serem otimizadas. Na patente, as especificações de controle são definidas como:

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \in [\underline{r}_1 \ \overline{r}_1] \\ r_2 \in [\underline{r}_2 \ \overline{r}_2] \\ \vdots \\ r_n \in [\underline{r}_n \ \overline{r}_n] \end{bmatrix} \quad (3-21)$$

Para as cvs a serem controladas nos setpoints, $\underline{r}_n = \overline{r}_n$; para as cvs a serem controladas dentro dos limites, $\underline{r}_n < \overline{r}_n$ e para as cvs a serem otimizadas não há $\underline{r}_n$ ou $\overline{r}_n$. A função de controle por faixas do controlador é formulada para lidar com os três casos de cvs, de acordo com a seguinte equação:

$$\min_{x,y} 1/2 \|W(Ax - y)\|_2^2 \quad (3-22)$$

Onde W é uma matriz de pesos, A é uma matriz que relaciona a dinâmica do processo entre as entradas e saídas, y são as variáveis controladas e x são as variáveis manipuladas.

Nesse caso, o controlador deve encontrar não só a melhor solução para x , mas também deve encontrar um ponto ótimo no qual o processo deveria operar. A solução à formulação do controlador pode ser o resultado de 3 casos:

1. Há uma única solução (x^*, y^*) e $Ax^* \neq y^*$;

2. Há um infinito numero de soluções (x^*, y^*) e $Ax^* = y^*$;
3. Há um infinito numero de soluções (x^*, y^*) e $Ax^* \neq y^*$;

A maioria das soluções recai nos casos 2 e 3, uma vez que o caso 1 mostra que o processo não é controlável. Para os casos 2 e 3, é desejável encontrar a solução mais robusta. Isso significa que é necessário encontrar a solução com o menor risco, sob a presença de erros no modelo. Tal solução geralmente representa o menor esforço de controle. Para que se encontre a solução mais robusta, é necessário minimizar o limite superior do máximo valor singular do controlador, de acordo com a seguinte equação:

$$\min_{q_{ij}} \frac{1}{2} \|Q\|_F \quad (3-23)$$

Tal que $x^* = Q x$ (erro de predição), onde Q é a matriz de controle e q_{ij} são seus elementos, os quais devem ser aqueles que minimizam a norma do controlador. Norma é a medida da magnitude do controlador para um sistema multivariável, a qual é análoga ao ganho do controlador, para um caso monovariável.

Matematicamente o ganho de uma matriz é descrito como o “máximo valor singular”, ou o limite superior desse valor. Por outro lado, o máximo valor singular de uma matriz é também chamado Norma de Frobenius e este então é calculado como a raiz quadrada da soma dos quadrados dos elementos de A .

Sendo assim, a solução que corresponde à menor magnitude do controlador é aquela que minimiza o limite superior do valor singular da matriz, operação esta que traz estabilidade matemática à solução. Tal estabilidade incrementa significativamente a robustez do controlador.

Por fim, a otimização econômica pode ser obtida, satisfazendo-se a equação:

$$\min \frac{1}{2} \|J\|_2^2 \quad (3-24)$$

Onde

$$J = \sum_i \left(\alpha_i (y_i - y_{i0})^2 + \beta_i y_i \right) + \sum_j \left(\alpha_j (u_j - u_{j0})^2 + \beta_j u_j \right) \quad (3-25)$$

A figura esquematiza como o algoritmo trabalha.

Figura 3.2 – Algoritmo RCA Controlando uma Variável Controlada (CV) Dentro dos Limites²

3.4 Controle Multivariável por Espaço de Estados

O controlador a ser utilizado será o ESSMPC (Extended State Space Model Predictive Controller), criado por Di Ruscio (1997). Em tal controlador, existem dois horizontes de tempo: um horizonte para predição de futuras saídas (horizonte de predição) e um segundo horizonte no passado (horizonte de identificação). O horizonte no passado define uma sequência de entradas e saídas passadas. A sequência de entradas e saídas conhecidas é utilizada para reconstruir (identificar) o estado presente do processo. Em primeiro lugar, considera-se o modelo discreto em espaço de estado:

² Lu *et al.* (1998)

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \\ y_k = Dx_k \end{cases} \quad (3-26)$$

Em um dado instante k , constrói-se uma função que leve em conta todos os erros cometidos nas variáveis de respostas $(y_{k+1} - r_{k+1}^{\text{ref}})$, $(y_{k+2} - r_{k+2}^{\text{ref}})$, ..., $(y_{k+L} - r_{k+L}^{\text{ref}})$, em um futuro de horizonte $(k+1)$ até $(k+L)$, onde r_{k+i}^{ref} indica a trajetória futura de referência, isto é, "set-point", e que este erro no instante $k+i$ tem um peso de ponderação q_{k+i} , conforme a seguinte equação:

$$\mathfrak{J}_k = \sum_{i=1}^L (y_{k+i} - r_{k+i}^{\text{ref}}) q_{k+i} (y_{k+i} - r_{k+i}^{\text{ref}}) \quad (3-27)$$

A essa função, é acrescentado o custo decorrente da variação necessária das manipuladas $\Delta u_k = (u_k - u_{k-1})$, $\Delta u_{k+1} = (u_{k+1} - u_k)$, ..., $\Delta u_{k+L} = (u_{k+L} - u_{k+(L-1)})$, ponderadas por pesos r_{k+i} :

$$\mathfrak{J}_k = \sum_{i=1}^L (y_{k+i} - r_{k+i}^{\text{ref}}) q_{k+i} (y_{k+i} - r_{k+i}^{\text{ref}}) + \Delta u_{k+i-1} r_{k+i-1} \Delta u_{k+i-1} \quad (3-28)$$

Pode-se considerar que além da variação da manipulada, Δu_{k+i} , o próprio valor da manipulada u_{k+i} expresse um custo ponderado por p_{k+i} :

$$\mathfrak{J}_k = \sum_{i=1}^L (y_{k+i} - r_{k+i}^{\text{ref}}) q_{k+i} (y_{k+i} - r_{k+i}^{\text{ref}}) + \Delta u_{k+i-1} r_{k+i-1} \Delta u_{k+i-1} + u_{k+i-1} p_{k+i-1} u_{k+i-1} \quad (3-29)$$

Colocando em forma matricial, tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{J}_k = & \begin{bmatrix} (y_{k+1} - r_{k+1}^{\text{ref}}) \\ (y_{k+2} - r_{k+2}^{\text{ref}}) \\ \vdots \\ (y_{k+L} - r_{k+L}^{\text{ref}}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{k+1} & & & \\ & q_{k+2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & q_{k+L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (y_{k+1} - r_{k+1}^{\text{ref}}) \\ (y_{k+2} - r_{k+2}^{\text{ref}}) \\ \vdots \\ (y_{k+L} - r_{k+L}^{\text{ref}}) \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+L-1} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} r_k & & & \\ & r_{k+1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & r_{k+L-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+L-1} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k+L-1} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} p_k & & & \\ & p_{k+1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & p_{k+L-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k+L-1} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3-30}$$

O problema de controle preditivo, além do conceito de horizonte móvel, é dado pela seguinte equação:

$$\min_{\Delta u_{k|L}} \mathfrak{J}_k \tag{3-31}$$

sujeita a restrições em $y_{k+1|L}$, $\Delta u_{k|L}$ e $u_{k|L}$. Para resolver o problema 3-31, é necessário realizar os seguintes passos:

Expressar um modelo de predição

$$y_{k+1|L} = p_L(k) + F_L \Delta u_{k|L} \tag{3-32}$$

Expressar as variáveis manipuladas em termos de variáveis desvios

$$u_{k|L} = S \Delta u_{k|L} + c u_{k-1} \tag{3-33}$$

Obter uma desigualdade linear para restrições expressos em termos de $\Delta u_{k|L}$:

$$\mathcal{A}\Delta u_{k|L} \leq b_k \quad (3-34)$$

Reescrever a função objetivo, expressos em termos de $\Delta u_{k|L}$:

$$\mathfrak{J}_k = \Delta u_{k|L}^T H \Delta u_{k|L} + 2f_k^T \Delta u_{k|L} + \mathfrak{J}_k^0 \quad (3-35)$$

Resolver problema de minimização $\min_{\Delta u_{k|L}} \mathfrak{J}_k$, agora totalmente expressa em termos de

$\Delta u_{k|L}$, através de programação quadrática:

$$\Delta u_{k|L} = \text{qp}(H, f_k, \mathcal{A}, b_k) \quad (3-36)$$

Considerando-se a parte central do algoritmo ESSMPC podemos esquematizá-lo conforme a Figura 3.3.

Figura 3.3 – Algoritmo ESSMPC³

³ Park, et al.(2002)

Onde:

$$\mathcal{O}_i = \begin{bmatrix} D \\ DA \\ DA^2 \\ \vdots \\ DA^{i-1} \end{bmatrix}; \quad C_i = \begin{bmatrix} A^{i-1}B & A^{i-2}B & \dots & AB & B \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}_1^d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ DB & 0 & & 0 \\ DAB & DB & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ DA^{L-2}B & \dots & DAB & DB \end{bmatrix}$$

$$y_{k+1|L} = \mathcal{O}_L A^L x_{k-J+1} + \mathcal{O}_L A C_{J-1} u_{k-J+1|J-1} + \begin{bmatrix} \mathcal{O}_L B & \mathcal{H}_L^d \end{bmatrix} \cdot u_{k|L}$$

$\mathcal{O}_J$ = matriz de observabilidade para J passados

$$y_{k-J+1|J} = \mathcal{O}_J x_{k-J+1} + \mathcal{H}_J^d u_{k-J+1|J-1}$$

$$p_L(k) = \mathcal{O}_L A^L \mathcal{O}_J^\dagger y_{k-J+1|J} + P_L u_{k-J+1|J-1} \quad (\mathcal{O}_J^\dagger = \text{pseudo-inversa de } \mathcal{O}_J)$$

$$P_L = (\mathcal{O}_L A C_{J-1} - \mathcal{O}_L A^L \mathcal{O}_J^\dagger \mathcal{H}_J^d)$$

$$F_L = \begin{bmatrix} \mathcal{O}_L B & \mathcal{H}_L^d \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} I_m & 0 & \cdots & 0 \\ I_m & I_m & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ I_m & \cdots & I_m & I_m \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} I_m \\ I_m \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix}$$

$$u_{k|L} = S \Delta u_{k|L} + c u_{k-1}$$

$$p_L^\Delta(k) = p_L(k) + F_L c u_{k-1}$$

$$F_L^\Delta = F_L S \Delta u_{k|L}$$

$$A = \begin{bmatrix} S \\ -S \\ I \\ -I \\ F_L^\Delta \\ -F_L^\Delta \end{bmatrix}; \quad b_k = \begin{bmatrix} u_{k|L}^{\max} - c u_{k-1} \\ -u_{k|L}^{\min} + c u_{k-1} \\ u_{k|L}^{\max} \\ -u_{k|L}^{\min} \\ y_{k|L}^{\max} - p_L^\Delta(k) \\ -y_{k|L}^{\min} + p_L^\Delta(k) \end{bmatrix}$$

A cada passo, a linearização aproxima o sistema não linear como um sistema afim variante no tempo. Assim a matriz do sistema discretizado, não mais atende a condição $A = A_{k+1} = A_k = A_{k-1} = \cdots$. Portanto é necessário incorporar um componente integrador do erro no sistema. O sistema aumentado é:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ q_{k+1} \\ r_{k+1}^{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k & 0 & 0 \\ -t_s K_{\text{int}} C & I_2 & t_s K_{\text{int}} \\ 0 & 0 & A_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ q_k \\ r_k^{\text{ref}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k \quad (3-37)$$

e

$$y_k = \begin{bmatrix} C & I_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ q_k \\ \text{ref}_k \end{bmatrix} \quad (3-38)$$

Onde:

$$A_r = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \text{ é uma matriz diagonal para filtrar a saída de referência, com os}$$

termos a_{ij} sendo os fatores de filtragem para i saídas;

$$\text{ref}_{k+1} = A_r \cdot r_k^{\text{ref}}, \quad K_{\text{int}} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \text{ é a matriz diagonal com as constantes de}$$

tempo integral b_{ij} para cada uma das entradas, $t_s = 1$ é o tempo de amostragem e $q(k)$ é o vetor de erro integral da forma:

$$\frac{q_{k+1} - q_k}{t_s} = K_{\text{int}} (y_k - \text{ref}_k) \quad (3-39)$$

4 PROCESSOS A SEREM ESTUDADOS

4.1 Processo Bayer de Produção de Alumina

4.1.1 Descrição

O processo Bayer é utilizado para o refino da bauxita, matéria-prima da qual se extrai a alumina (Al_2O_3). Tal processo é utilizado, até hoje, praticamente sem mudanças significativas, somente com a substituição do Na_2CO_3 pelo NaOH e pela utilização de pressão durante a digestão. A produção de alumina através do processo Bayer pode ser esquematicamente apresentada conforme a Figura 4.1 (Silva Filho *et al.*, 2007).

Figura 4.1 – Processo Bayer de Produção de Alumina

O estágio de digestão envolve, num primeiro momento, a moagem da bauxita, seguida pela digestão propriamente dita com uma solução cáustica de hidróxido de sódio (NaOH) sob temperatura e pressão. Nestas condições a maioria das espécies contendo alumínio é dissolvida, formando um licor verde, segundo as equações:

Os digestores fornecem meios para a mistura do licor gasto aquecido (soda cáustica com alumina) e a polpa de bauxita, mantendo-se a digestão em um valor-alvo de temperatura. Esta temperatura é mantida em um espaço de tempo suficiente para dissolver a alumina da bauxita e levar a sílica dissolvida a um nível tolerável, através de reação de dessilicação. O ponto de medição de temperatura mais comumente utilizado é na saída dos digestores e, por tal motivo, a temperatura a ser utilizada nos controladores é a temperatura de saída. A variável principal do processo de digestão a ser controlada dentro de limites estreitos de especificação é a “relação alumina-cáustico” na corrente de saída. Caso tal variável esteja muito baixa, é sinal de que nem toda a alumina foi extraída da bauxita. Caso a variável esteja muito alta, pode haver auto-precipitação da alumina, antes que a mesma atinja os equipamentos apropriados para precipitação. As principais etapas do processo de digestão encontram-se apresentadas na Figura 4.2.

Figura 4.2 – Sistema de Digestão de Alumina

A bauxita proveniente do pátio de bauxita é moída, juntamente com soda cáustica pouco concentrada (licor fraco) em um moinho de bolas. A corrente de saída, chamada “polpa de bauxita”, é então enviada a um tanque pulmão e posteriormente é aquecida. Na saída da moagem, há uma medição de densidade da corrente de polpa e tal densidade influencia diretamente na variável controlada principal da planta (relação alumina-cáustico). Após o tanque pulmão, a bauxita é aquecida e posteriormente alimentada nos digestores.

Além da bauxita, soda cáustica concentrada, também chamada licor rico, é adicionada ao sistema de digestão. Para inserção nos digestores, a corrente é pré-aquecida através de um trem de trocadores de calor.

A digestão de bauxita para extrair alumina acontece em um trem de digestores verticais, arranados em série. O trem de digestão possui um conjunto de digestores pequenos e outro de digestores maiores. Os digestores pequenos, equipados com agitadores, realizam a dissolução da alumina e os digestores maiores, sem agitação, fornecem o tempo de residência necessário para assegurar a dessilicação.

5 MÉTODOS

5.1 Visão Geral

A metodologia para a execução do trabalho é representada pelo processo da Figura 5.1.

Figura 5.1 - Diagrama de Metodologia de Execução do Trabalho

De uma forma geral, o método para execução do trabalho consistiu nos seguintes passos:

1. Coleta de dados históricos, telas de operação, fluxogramas de processo e informação de engenheiros e operadores, através de entrevistas. Após análise de toda informação coletada, foi definida a estrutura para a matriz do controle preditivo;
2. Realização de teste de planta, aplicando-se movimentos nas entradas do processo. Tais movimentos são aplicados, para que sejam identificadas as interações entradas-saídas que construirão a matriz de controle;
3. Os dados históricos de planta também serviram para a determinação dos índices de desempenho da planta antes da implementação do MPC;
4. Com base nos dados obtidos pelo teste de planta, os modelos interatoras foram identificados. Foram feitos três tipos de identificação (ARMAX, algoritmo de identificação automática via PEM e Subespaços). A identificação foi validada através de: análise gráfica das predições; análise da resposta das saídas a um movimento unitário nas variáveis manipuladas; um critério FPE (*Final Prediction Error*) de validação;
5. O modelo identificado pelo método PEM foi implementado no Controlador Robusto e o mesmo foi conectado à unidade industrial real;
6. O mesmo modelo identificado pelo algoritmo de identificação automática foi utilizado para realizar uma simulação da planta no Matlab. Os dados de planta foram comparados com os dados da simulação, para verificar se a simulação reproduz o comportamento da planta;
7. Os três algoritmos de controle foram conectados à simulação no Matlab;
8. O comportamento do Controlador Robusto conectado à unidade industrial foi avaliado antes e após a implementação do controlador preditivo, à luz dos critérios de desempenho;
9. Os comportamentos dos controladores conectados à simulação foram avaliado após sua implementação, à luz dos critérios de desempenho;

10.O desempenho e os critérios de desempenho para cada um dos controladores foram estudados.

5.2 Definição das Variáveis da Matriz de Controle

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Primeiramente será abordada a metodologia para a preparação do trabalho.

Figura 5.2 - Fase 1 da Metodologia

Com base nas informações coletadas, as variáveis manipuladas, controladas e de distúrbio do controlador de digestão de alumina foram obtidas, segundo a Tabela 5-1 e a Tabela 5-2.

Tabela 5-1 – Variáveis Manipuladas e Distúrbio para a Unidade de Digestão de Alumina	
Variáveis	Justificativa de Inserção na Matriz
Vazão de Polpa de Bauxita	<ul style="list-style-type: none"> Principal Controle da Relação Alumina-Cáustico Influencia na Temperatura e no Tempo de Residência
Vazão de Licor	<ul style="list-style-type: none"> Controle secundário da Relação Alumina-Cáustico, caso haja restrição na vazão de polpa de bauxita Influencia na Temperatura e no Tempo de Residência
Vazão de Vapor de Aquecimento	<ul style="list-style-type: none"> Controle Principal da Temperatura
Densidade de Saída dos Moinhos (Distúrbio)	<ul style="list-style-type: none"> Influencia diretamente na relação Alumina-Cáustico

Tabela 5-2 – Variáveis Controladas para a Unidade de Digestão de Alumina

Variáveis	Justificativa de Inserção na Matriz
Relação Alumina-Cáustico	<ul style="list-style-type: none"> Variável Principal da Planta → especificação do produto
Temperatura de Saída da Digestão	<ul style="list-style-type: none"> Objetiva-se controlar essa temperatura dentro de limites operacionais que favoreçam a reação de extração
Tempo de Residência	<ul style="list-style-type: none"> Caso o tempo seja muito baixo, não se extrai toda a alumina Caso o tempo seja muito alto, a planta perde produtividade

5.3 Realização de Testes para Coleta dos Dados

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Será abordada a metodologia para o teste.

Figura 5.3 - Fase 2 da Metodologia

O sucesso da identificação de modelos é fundamentalmente influenciado pela qualidade dos dados de entrada / saída, gerados pelos sinais de teste. Sinais de teste são necessários para excitar o sistema tanto no estado estacionário (baixa frequência), quanto em seu comportamento dinâmico (alta frequência). O protocolo de teste é, então, uma das tarefas mais importantes durante a implementação de um controlador baseado em modelos. Neste contexto, a seleção do melhor gerador de sinal é uma decisão importante.

No caso dessa dissertação, foi escolhida a metodologia de testes, na qual o setpoint das variáveis manipuladas é levado em movimento único, de um patamar a outro. Após tal movimento, espera-se o tempo estimado para estabilização das variáveis

controladas, supostamente correlacionadas com a variável manipulada em questão. Tal movimento é repetido algumas vezes, até que se percebam respostas claras e consistentes nas variáveis controladas.

Tal escolha foi calcada no fato de que tal tipo de sinal possibilita um controle muito maior do teste. Com isso, tais sinais e a própria identificação são muito mais simples de serem gerados.

Para um melhor entendimento da planta, foram feitos testes individualizados e simultâneos nas variáveis manipuladas. Os resultados para a planta de alumina encontram-se na Figura 5.4.

Figura 5.4 - Testes de Planta para a Unidade de Alumina

Como é possível verificar na figura, as variáveis com extensão “.SV” foram movimentadas de acordo com a explicação apresentada nos parágrafos anteriores. A densidade, por ser uma variável que não pode ser manipulada diretamente, foi manipulada adicionando-se mais licor ao processo. Por esse motivo, essa variável apresenta o comportamento da figura.

Como é possível verificar, a figura demonstra uma aleatoriedade na sequência de movimentos das variáveis. Tal aleatoriedade é devido aos testes serem regidos pela disponibilidade da planta e das variáveis naquele momento. É fato conhecido que,

em um projeto de implementação de MPC, os testes são realizados, de forma que se atinja o mínimo possível de perturbação na rotina da operação/processo. Dessa forma, é praticamente inviável seguir cem por cento de um planejamento realizado previamente. Em linhas gerais, os valores-base para os testes para Digestão de Alumina encontram-se na Tabela 5-3.

Tabela 5-3 – Valores-Base para os Testes para Digestão de Alumina

	Descrição	Unidades de Engenharia	Valor Base
1	Vazão de Polpa de Bauxita	m ³ /h	200
2	Vazão de Licor	m ³ /h	1050
3	Vazão de Vapor de Aquecimento	ton/h	60
4	Densidade de Saída dos Moinhos	kg/l	1.75

O tempo de residência nos digestores de alumina foi calculado de acordo com a capacidade volumétrica dos digestores, dividida pela vazão volumétrica de licor + polpa de bauxita. O volume dos digestores é 1200 m³.

5.4 Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Será abordada a metodologia para a avaliação do desempenho dos dados de planta.

Figura 5.5 – Fase 3 da Metodologia

No momento da preparação do projeto, foram coletados dados de planta, para que fossem determinados os valores de desempenho antes da implementação do controlador. Foi coletado um período de um mês de dados considerado com as condições ideais de processo (vazão de carga plena, produção plena, sem alterações bruscas na planta) e com o melhor controle possível.

Com base em tais dados, os desempenhos das variáveis controladas foram calculados individualmente, com relação à ação simultânea de todas as manipuladas e distúrbios. Isso significa que, para o caso de mínima variância, cada saída foi analisada sob a ótica de um sistema MISO (múltiplas entradas e uma saída). O procedimento para a análise por mínima variância baseia-se no algoritmo de Huang e Shah (1999), também utilizado por Uduehi *et al.* (2007). Tal algoritmo é chamado de FCOR (filtering and correlation algorithm) e compreende os passos descritos a seguir:

1. Dados das saídas foram coletados;
2. A matriz iteradora foi definida e sua ordem foi encontrada
3. Os dados foram filtrados, de acordo com a matriz iteradora $\tilde{Y}(t) = z^{-d}DY(t)$
4. O sinal de saída foi modelado como um vetor autorregressivo e o mesmo foi posteriormente filtrado, para que se obtivesse a sequência de ruídos brancos $\xi(t) = A(z^{-1})\tilde{Y}(t)$
5. As correlações cruzadas entre a saída e o ruído estimado foram computadas, de acordo com as seguintes equações:

$$r_{\tilde{Y}\xi}(0) = E[\tilde{Y}(t)\xi(t)^T] = F_0\sum_{\xi}$$

⋮

$$r_{\tilde{Y}\xi}(d-1) = E[\tilde{Y}(t)\xi(t-d+1)^T] = F_{d-1}\sum_{\xi}$$

$$\text{Onde } \sum_{\xi} = E[\xi(t)\xi(t)^T]$$

6. A matriz de covariância é então calculada: $\sum_{mv} = F_0\sum_{\xi}F_0^T + \dots + F_{d-1}\sum_{\xi}F_{d-1}^T$
7. Com isso, o índice de desempenho de controle é calculado como: $\eta = \frac{\sum_{mv}}{\sum_{\tilde{Y}}}$

Além de tal índice, também foi calculada a capacidade (C_p) e a capacidade com relação à média (C_{pk}) de cada uma das saídas, segundo o item 2.3.1.2.

Além de tais cálculos, esse conjunto de dados foi considerado como o período “Golden”, para posterior cálculo do Índice de Yu e Qin. Nesse momento, somente a matriz de covariância foi calculada. A matriz de covariância a ser encontrada é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} var(CV_1) & cov(CV_1, CV_2) & cov(CV_1, CV_3) \\ cov(CV_2, CV_1) & var(CV_2) & cov(CV_2, CV_3) \\ cov(CV_3, CV_1) & cov(CV_3, CV_2) & var(CV_3) \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

5.5 Identificação dos Modelos

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Será abordada a metodologia para a identificação.

Figura 5.6 – Fase 4 da Metodologia

Após a realização dos testes, os modelos de interação de planta foram identificados segundo as metodologias que serão apresentadas no Apêndice A.

O método ARMAX será utilizado como modelo interno do controlador GPC. Distintos modelos PEM parametrizados (incluindo o ARMAX) foram testados e o mais bem

ajustado foi utilizado para a identificação dos modelos para o Controlador Robusto. A identificação por subespaços foi realizada para o controlador por Espaço de Estados.

5.5.1 Retirada de Dados Incorretos

Durante a identificação, é importante separar os dados que fazem realmente sentido físico e os que são provenientes de ruídos do processo ou de distúrbios não medidos. Conforme a Figura 5.4 demonstra, foram realizados testes individualizados e também em conjunto para as variáveis manipuladas. Dessa forma, a identificação foi feita de forma multivariável, especialmente para o caso do modelo ARMAX no Matlab.

Para o algoritmo de identificação automática, em alguns modelos foi necessária a avaliação individualizada da resposta da variável controlada, com relação ao movimento na variável manipulada. Tal avaliação serviu para um refinamento dos modelos.

5.5.2 Estimação dos Tempos Mortos dos Modelos

Para os métodos de identificação apresentados, foi necessária a estimação dos tempos mortos de cada interação entre manipuladas/distúrbios e controladas. Primeiramente, os tempos mortos foram analisados sob o ponto de vista físico.

5.5.2.1 Estimação dos Tempos Mortos dos Modelos

Relação Alumina-Cáustico x Vazão de Polpa de Bauxita e Densidade

Segundo os volumes dos digestores e a vazão média de polpa de bauxita, o tempo de residência gira em torno de 40 a 60 minutos. Sendo assim, o tempo para que a relação alumina-caustico reaja a uma mudança na vazão de polpa de bauxita deve ser, no mínimo, igual ao tempo de residência nos digestores. Entretanto, é importante somar o tempo de residência da vazão dentro da linha que leva a corrente dos tanques de polpa até os digestores. Tal tempo de residência pode ser calculado da seguinte forma:

Tabela 5-4 – Estimação do Tempo de Residência da Polpa de Bauxita na Linha Entre os Tanques de Polpa e os Digestores

Parâmetro	Valores	Unidades de Engenharia
Diâmetro da Linha	1	m
Área da Seção Transversal da Linha	0.785	m ²
Comprimento Médio da Linha do Tanque até os Digestores	20	m
Volume da linha	15.7	m ³
Vazão Média de Polpa de Bauxita	200	m ³ /h
Vazão em Minutos	3.33	m ³ /min
Tempo de Residencia na Linha	4.71	minutos

Dessa forma, espera-se que o tempo médio de reação da relação Alumina-Cáustico com relação a um aumento na vazão de polpa fique em torno de 45 a 65 minutos. Por outro lado, o medidor de densidade da polpa de bauxita encontra-se imediatamente antes do medidor de vazão anteriormente citado. Dessa forma, pode-se considerar com segurança que o tempo morto para uma mudança na densidade seria o mesmo ou muito próximo do relativo a uma mudança na vazão.

Relação Alumina-Cáustico x Licor (Vazão de Soda Caustica)

Para tal vazão, pode-se realizar cálculo similar, sendo que a válvula de controle de vazão de licor encontra-se muito mais próxima dos digestores que a polpa.

Tabela 5-5 – Estimação do Tempo de Residência da Polpa de Bauxita na Linha Entre os Tanques de Polpa e os Digestores

Parâmetro	Valores	Unidades de Engenharia
Diâmetro da Linha	1	m
Área da Seção Transversal da Linha	0.785	m ²
Comprimento Médio da Linha do Tanque até os Digestores	10	m
Volume da linha	7.85	m ³
Vazão Média de Polpa de Bauxita	1500	m ³ /h
Vazão em Minutos	25	m ³ /min
Tempo de Residencia na Linha	0.314	minutos

Com isso, o valor do tempo de residência estaria entre 40 e 60 minutos.

Temperatura da Digestão x Vazão de Polpa de Bauxita

A temperatura da digestão é medida em um ponto que representa 20% do volume total do sistema. Dessa forma, entende-se que o tempo de residência em tais equipamentos também será da ordem de 20% do total. Sendo assim, o tempo de residência reduz-se de 45 a 60 minutos para 9 a 12 minutos. Dessa forma, o valor final esperado seria por volta de 14 a 17 minutos.

Temperatura da Digestão x Vazão de Licor

Raciocínio similar ao anterior pode ser adotado. Sendo assim, o valor do tempo morto estimado seria de 9 a 12 minutos.

Temperatura da Digestão x Vazão de Vapor

Como o vapor em questão é o que aquece a corrente de licor e a dinâmica de aquecimento de tal corrente é significativamente rápida, pode-se considerar o mesmo tempo morto da vazão de vapor bastante próximo daquele estimado para a vazão de licor. Sendo assim, o valor do tempo morto estimado seria de 9 a 12 minutos.

Para a estimativa dos tempos mortos via Matlab, foi utilizada a função “*delayest*”, do Matlab.

5.5.3 Identificação por Modelo ARMAX

A identificação por modelos ARMAX é regida pela seguinte equação:

$$y(t) = \frac{B(q)}{A(q)}u(t) + \frac{C(q)}{A(q)}e(t) \quad (5-2)$$

Sendo assim, foram identificados modelos com as seguintes ordens:

Tabela 5-6 – Ordens Testadas para os Modelos ARMAX

Teste	Ordem C(q)	Ordem B(q)	Ordem A(q)
1	1, 2 e 3	1	1
2		1	2
3		2	2
4		1	3
5		2	3
6		3	3
7		1	4
8		2	4
9		3	4
10		4	4

Na verdade, ordens maiores (até 10 para cada polinômio) foram estimadas. Entretanto, ordens maiores que 4 forneceram resultados muito similares.

Após o levantamento de diversos modelos por distintos testes de ordens, os resultados da identificação ARMAX foram comparados segundo os critérios AIC e FPE (Erro final de predição). Tais critérios serão descritos com mais detalhe no Apêndice A. Os modelos que retornaram o menor AIC foram considerados como os mais adequados para utilização. Além disso, foi plotada a resposta das saídas ao sinal de teste, para verificar-se a coerência dos mesmos com a realidade física da planta.

5.5.4 Identificação Através de Escolha do Melhor Modelo PEM

Os dados coletados via planilha Excel foram importados para o algoritmo de identificação automática. No ambiente do mesmo, os dados incorretos foram retirados, conforme descrito no item 5.5.1. Após a retirada dos dados incorretos, a identificação foi realizada seguindo os passos:

1. Estimação dos tempos mortos
2. Identificações ARX, ARMAX, ARIMA, Output-Error (*built-in* na ferramenta);
3. Verificação dos critérios AIC e FPE, contra as identificações;
4. Escolha do melhor modelo, com base nos critérios AIC e FPE;
5. Parametrização em funções de transferência.

Para a avaliação da qualidade dos modelos identificados pelo algoritmo de identificação automática, as seguintes ferramentas foram utilizadas: cálculo do erro de predição, análise gráfica da predição versus o valor real da saída, valores de AIC e resposta das controladas ao sinal de teste em cada uma das manipuladas.

5.5.5 Identificação por Subespaços

Para o controlador por Espaço de Estados, foi necessária a identificação por subespaços. Tal identificação foi realizada, utilizando-se o algoritmo N4SID.

Para a avaliação da qualidade dos modelos identificados pelo algoritmo N4SID, foram utilizadas as seguintes ferramentas: decomposição em valores singulares (avaliação da ordem do modelo – quanto menor a diferença entre o valor de SVD de uma ordem com relação à outra, menor é o efeito que um aumento de ordem possui no modelo); avaliação do lugar das raízes; cálculo do erro médio quadrático de predição; análise gráfica da predição das saídas contra as saídas reais.

5.6 Implementação do Controlador Robusto em Planta

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Será abordada a metodologia para a implementação do controlador em planta.

Figura 5.7 – Fase 5 da Metodologia

A metodologia de implementação do Controlador Robusto em planta segue os passos:

1. Instalação do software no servidor;
2. Testes de comunicação OPC;
3. Instalação dos arquivos dos controladores no servidor;
4. Testes para verificação se os cálculos do controlador estão corretos;
5. Partida do controlador, variável manipulada a variável manipulada;
6. Ajustes da sintonia/agressividade do controlador, para que o mesmo apresente o melhor comportamento com relação à planta (atingimento dos objetivos, maximização da produção, sem aumento de variabilidade nas variáveis controladas).

5.7 Simulação do Processo no Matlab

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Será abordada a metodologia para a criação da simulação no Matlab.

Figura 5.8 – Fase 6 da Metodologia

5.7.1 Simulação do Processo em Malha Aberta

Os processos foram simulados no software *Matlab*, em seu ambiente de modelagem *Simulink*, segundo os modelos existentes para cada um dos controladores. As figuras a seguir apresentam a simulação do processo de alumina.

Figura 5.9 – Visão Geral da Simulação no Matlab

A Figura 5.10 e a Figura 5.11 demonstram dois dos três blocos de simulação para as saídas.

Figura 5.10 – Bloco de Simulação para a Saída Relação Alumina-Cáustico

Figura 5.11 – Bloco de Simulação para a Saída Temperatura

Com essa simulação, as manipuladas e os distúrbios reais de planta foram inseridos como entradas no modelo simulado do Matlab e as saídas simuladas foram plotadas. Com tal simulação, foi possível comparar as saídas reais com as saídas simuladas e verificar se a simulação apresentava valores coerentes com os apresentados pelos dados reais. A validação da simulação foi feita de acordo com os seguintes itens: valor máximo, valor mínimo, desvio padrão, média, comparação entre o gráfico dos dados reais de planta contra o gráfico das saídas simuladas.

Com os dados de simulação validados com relação aos dados de planta, o comportamento das variáveis da simulação com a implementação de controle foi mapeado segundo: métodos de controle estatístico de processos (C_p , C_{pk} e Desvio Padrão), método de mínima variância e Índice de Yu e Qin. O cálculo dos índices já foi abordado no item 5.4.

5.7.2 Simulação do Processo em Malha Fechada

Figura 5.12 – Fase 7 da Metodologia

Após a verificação da coerência da simulação com o processo em malha aberta, a simulação foi conectada com os controladores. A Figura 5.13 exemplifica tal conexão para o controlador por espaço de estados.

Figura 5.13 – Simulação da Planta, Conectada com o Controlador

A Figura 5.14 detalha o subsistema chamado “Digester”

Figura 5.14 – Subsistema “Digester”

Para os controladores, as tabelas a seguir representam as condições iniciais para as variáveis manipuladas e controladas, bem como os limites e alvos para cada uma das mesmas.

Tabela 5-7 – Valores Iniciais para as Saídas

Variável de Entrada	Valor Inicial	Limite Inferior	Limite Superior
Relação A/TC	0.755	0.75	0.76
Temperatura da Digestão	146	144	148
Tempo de Residência	60	50	70

Tabela 5-8 – Valores Iniciais para as Entradas

Variável de Entrada	Valor Inicial	Límite Inferior	Límite Superior
Vazão de Polpa de Bauxita	213	0	260
Vazão de Licor	1044	0	1500
Vazão de Vapor	80	0	150
Densidade da Polpa	1.7488	-	-

Para essa simulação, foram enviados em intervalos uniformes de tempo e de forma individualizada, os seguintes setpoints para as variáveis controladas:

- Relação Alumina-Cáustico: 0.755 para 0.757;
- Relação Alumina-Cáustico: 0.757 para 0.760;
- Relação Alumina-Cáustico: 0.760 para 0.755;
- Temperatura da Digestão: 146 para 148;
- Temperatura da Digestão: 148 para 144;
- Temperatura da Digestão: 144 para 146.
- Tempo de Residência: 60 para 70;
- Relação Alumina-Cáustico: 70 para 50;
- Relação Alumina-Cáustico: 50 para 60.

Para todos os algoritmos de controle, a simulação iniciou com pesos iguais para as variáveis controladas e manipuladas.

Para o controlador GPC, foram adotados os seguintes parâmetros iniciais de sintonia:

- Horizonte mínimo de custo = 42;
- Horizonte máximo de custo = 180;
- Horizonte de controle = 180;

Para o Controlador Robusto, foram adotados os seguintes parâmetros iniciais de sintonia:

- Horizonte de controle = 180;
- Horizonte de predição = 180;

Para o Controlador ESSMPC, foram adotados os seguintes parâmetros iniciais de sintonia:

- Horizonte de identificação = 180;
- Horizonte de predição = 180;

A frequência de todos os algoritmos foi de 1 minuto.

5.8 Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Será abordada a metodologia para a comparação dos dados antes e depois da instalação do MPC em planta.

Figura 5.15 – Fase 8 da Metodologia

Foram coletados dados de planta, comparando o desempenho antes e depois da instalação da solução de controle robusto. Foram coletados dados de um período de

um mês de dados para cada cenário, ambos com as mesmas condições de processo (vazão de carga plena, produção plena, sem alterações bruscas na planta).

Com base em tais dados, os desempenhos das variáveis controladas foram calculados individualmente, com relação à ação simultânea de todas as manipuladas e distúrbios. Além dos outros índices já descritos no item 5.4, nesse caso foi possível calcular o Índice de Yu e Qin, através do cálculo da matriz de covariância para tais dados.

5.9 Avaliação dos Controladores Através da Utilização dos Critérios de Desempenho

A figura a seguir demonstra a fase da metodologia a ser descrita nessa seção. Será abordada a metodologia para a avaliação do desempenho dos dados conectados à simulação.

Figura 5.16 – Fases 9 e 10 da Metodologia

Os índices de desempenho dos algoritmos de controle preditivo foram avaliados nas seguintes situações:

- Alteração nos Pesos das Variáveis Manipuladas;
- Alteração nos Pesos das Variáveis Controladas;
- Inserção de Erros nos Modelos da Relação Alumina-Cáustico x Vazão de Polpa de Bauxita.

5.9.1 Alterações nos Pesos das Variáveis Controladas

Para as alterações nos pesos das variáveis controladas, tem-se as seguintes considerações:

- As mudanças de pesos foram realizadas individualmente para cada variável e os pesos foram modificados da seguinte forma:
 - GPC: 0.0125 (1/80), 0.025 (1/40), 0.05 (1/20), 0.1 (1/10), 0.2 (1/5), 0.25 (1/4), 0.33 (1/3), 0.5 (1/2), 1.
 - Controlador Robusto: 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 40, 80;
 - ESSMPC: 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 40, 80;
- Para a investigação e cálculo do Índice de Yu e Qin, considerou-se como “Golden Period” a simulação em malha aberta.
- Para fins de simplificação dos gráficos e para que o Índice de Yu e Qin mostrasse a mesma tendência que os outros, os gráficos exibirão o cálculo de $1/(\text{Índice de Yu e Qin})$.

NOTA: Os valores distintos de pesos para o GPC são devidos ao equacionamento do mesmo. Mas, a mesma proporcionalidade entre os pesos foi mantida.

5.9.2 Alteração dos Pesos nas Variáveis Manipuladas

Para esse ensaio, objetiva-se verificar o comportamento das variáveis manipuladas contra a variável controlada mais importante da planta: Relação Alumina-Cáustico. Tal opção foi escolhida, pois as outras duas variáveis controladas servem de apoio para o controle desta. Em outras palavras:

- Deve-se manter a temperatura dentro dos limites operacionais, para que a extração da alumina seja realizada em sua faixa operacional ideal;
- Deve-se manter o tempo de residência dentro dos limites operacionais, para que se tenha tempo suficiente para a extração da alumina.

Por outro lado, decidiu-se somente modificar a vazão de polpa de bauxita e a vazão de licor. Tal fato se deve à influência fundamental que ambas as variáveis possuem na variável controlada que está sendo avaliada.

Observando-se ambas as variáveis manipuladas, há a questão do “*gain scaling*”. A questão do escalamento de ganhos se trata da compensação da ação de controle, de acordo com a diferença de ganhos entre as interações variáveis manipuladas x controladas. Conforme os dados de identificação mostraram, o ganho entre a relação alumina-cáustico e a Vazão de Polpa de Bauxita e o ganho entre a relação alumina-cáustico e a vazão de licor apresentam uma diferença de ordem de grandeza de 10^{-2} . Em outras palavras, o ganho da Vazão de Polpa de Bauxita é 100 vezes maior que o ganho da vazão de licor. Dessa forma, para atingir o valor operacional da relação alumina-cáustico, o controlador faria um movimento 100 vezes maior na vazão de licor. Então, os ganhos de otimização devem levar em conta essa diferença.

Sendo assim, como o cálculo do erro e a função de otimização são quadráticos em todos os controladores, os pesos de otimização atribuídos à Vazão de Polpa de Bauxita devem ser 10 vezes maiores que os pesos com relação à vazão de licor.

Então, as mudanças de pesos foram realizadas individualmente para cada variável e os pesos foram modificados da seguinte forma: 1, 2, 3, 4, 5 (licor) e 10, 20, 30, 40, 50, 100 (bauxita). Para o controlador GPC, os pesos foram atribuídos da mesma forma que no item 5.9.1.

Para fins de simplificação dos gráficos e para que o Índice de Yu e Qin mostrasse a mesma tendência que os outros, os gráficos exibirão o cálculo de $1/(\text{Índice de Yu e Qin})$.

5.9.3 Inserção de Erros nos Modelos

Uma situação operacional frequentemente observada em algoritmos de controle é a existência de erros no modelo “*model mismatches*” nos controladores. Dessa forma, decidiu-se testar o comportamento dos algoritmos, com relação à inserção de erros nos modelos das variáveis. O escalonamento de erros foi o seguinte:

- Modelo Vazão de Bauxita x Relação Alumina-Cáustico: 10, 25, 35 e 50%
- Modelo Vazão de Licor x Relação Alumina-Cáustico: 10, 25, 35 e 50%
- Modelo Vazão de Polpa de Bauxita x Temperatura: 10, 25, 35 e 50%
- Modelo Vazão de Licor x Temperatura: 10, 25, 35 e 50%
- Modelo Vazão de Vapor x Temperatura: 10, 25, 35 e 50%

Para fins de simplificação dos gráficos e para que o Índice de Yu e Qin mostrasse a mesma tendência que os outros, os gráficos exibirão o cálculo de $1/(\text{Índice de Yu e Qin})$.

6 RESULTADOS

6.1 Resultados: Realização de Testes para Coleta dos Dados

Os dados de teste para cada uma das variáveis de Digestão de Alumina encontra-se nas figuras da seção 6.1.1.

6.1.1 Resultados

Os dados de teste foram obtidos através da execução de testes na unidade. Na Figura 6.1, a ordem de aparecimento das variáveis é a seguinte:

- Entradas
 - Vazão de Polpa de Bauxita (*setpoint*)
 - Vazão de Licor (*setpoint*)
 - Vazão de Vapor de Aquecimento (*setpoint*)
 - Densidade de Saída dos Moinhos (variável de processo)

Figura 6.1 – Aplicação dos Sinais de Teste nas Entradas da Unidade de Digestão de Alumina

As figuras 6.2 a 6.5 apresentam as saídas para a unidade de alumina. Primeiramente, apresenta-se a relação alumina-cáustico.

Figura 6.2 – Resultado do Teste para a Relação Alumina-Cáustico

Como é possível observar pela figura 6.2, a medição apresenta um ruído importante, originado pela forma como a relação alumina-cáustico é medida. Tal relação não é uma medição direta, mas sim o resultado de uma equação que envolve um conjunto de variáveis de processo. Essas variáveis de processo são medidas em uma célula de condutividade, que recebe um *by-pass* da corrente de saída do ultimo digestor. As variáveis que contribuem para o cálculo são:

- Condutividade;
- Temperatura da corrente que passa pela célula;
- Vazão da corrente que passa pela célula;
- Densidade da corrente que passa pela célula.

A equação que correlaciona tais variáveis, gerando o resultado em termos da relação alumina-cáustico, é proprietária e distinta em cada uma das unidades de alumina ao redor do mundo. Dessa forma, a esse trabalho somente foi disponibilizado o resultado da equação (presente na Figura 6.2), e não o equacionamento. Entretanto, uma vez que cada uma das medições reais apresenta seu ruído inerente, é possível concluir que o cálculo da relação alumina-cáustico deveria refletir a acumulação dos ruídos de todas as medições.

Figura 6.3 – Resultado do Teste para a Temperatura da Digestão

Como é possível observar pela Figura 6.3, a temperatura da digestão apresenta uma resposta rápida, com relação às mudanças forçadas no processo. O ruído apresentado é inerente ao instrumento de medição de temperatura e a característica da curva reflete as amostragens realizadas minuto a minuto. É importante observar também que a temperatura varia mais no primeiro terço do gráfico do que no resto. Isso já era esperado, devido aos simultâneos movimentos nas vazões de licor e de vapor.

Figura 6.4 – Resultado do Teste para o Tempo de Residência

Conforme é possível inferir pela Figura 6.4, o cálculo do tempo de residência é baseado nas “PV’s” (variáveis de processo) da vazão de polpa de bauxita e de licor. Tais PV’s apresentam um leve ruído e alguma dinâmica com relação às mudanças de setpoint. Com isso, o cálculo do tempo de residência também reflete tal dinâmica.

6.1.2 Discussão de Resultados

Avaliando-se dados de resposta das variáveis controladas a cada movimento nas variáveis manipuladas/distúrbio, foi possível observar claras correlações entre as mesmas. Além de tal processo ser amplamente conhecido, a correta magnitude dos testes contribuiu para respostas mais claras. Como regra geral, as variáveis manipuladas foram movimentadas entre 3 e 7% de seu valor médio, com tempos de espera que variaram de 30 a 180 minutos. Tais dados corroboram a importância da correta escolha dos sinais de entrada.

6.2 Resultados: Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta

6.2.1 Dados Obtidos

Os dados da Figura 6.5 demonstram os valores das saídas para um período de 5 dias, minuto a minuto. Tais dados representam o comportamento da planta, antes da instalação da solução de controle preditivo robusto.

Figura 6.5 – Dados das Saídas da Unidade de Digestão de Alumina, Antes da Implementação da Solução de Controle Preditivo (Abr 2008)

Os dados da Figura 6.6 demonstram os valores das entradas (variáveis manipuladas e variáveis distúrbio) para um período de 5 dias, minuto a minuto. Tais dados representam o comportamento da planta, antes da instalação da solução de controle preditivo robusto.

Figura 6.6 – Dados das Variáveis de Processo, Relacionadas com as MV's e DV's da Unidade de Digestão de Alumina, Antes da Implementação do MPC

Observa-se, pelas figuras, que as saídas apresentam alta variabilidade, que é característica das unidades controladas somente por blocos PID. Para tais saídas, foram calculados os índices de mínima variância e capacidade, além dos parâmetros estatísticos padrão (desvio padrão, média, máximo e mínimo). A Tabela 6-1 apresenta tal resultado.

Tabela 6-1 – Desempenho da Planta de Digestão de Alumina, Antes do Controle Preditivo

	Desvio Padrão	Média	Faixa de Variação	Faixa de Especificação	Cp e C _{pk}	Índice de Harris (CPI)
Relação Alumina-Cáustico	0.0106	0.753	0.710 – 0.7994	0.75 – 0.76	0.158 / 0.09434	0.185
Tempo de Residência	5.42	67.01	48.69 – 84.64	50 - 70	0.615 / 0.183	0.498
Temperatura de Entrada na Digestão	2.41	148.28	140.70 – 156.97	144 - 148	0.277 / 0.038	0.245

Além disso, fez-se uma análise estatística do distúrbio, pois o mesmo é importante para o comportamento da planta.

Tabela 6-2 – Dados Estatísticos do Distúrbio

	Desvio Padrão	Média	Faixa de Variação
Densidade da Polpa de Bauxita	0.0935	1.722	1.437 – 2.023

6.2.2 Discussão de Resultados

Com relação aos resultados encontrados, é importante discutir alguns pontos:

- a) A variável principal da planta (relação alumina-cáustico) apresenta valores piores do que os encontrados para as outras variáveis. Tal fato se deve à estreita faixa em que se controla essa variável, se comparada às faixas das outras variáveis;
- b) Para todas as variáveis, o C_p é significativamente maior que o C_{pk} . Isso é devido ao fato que todas as variáveis se encontram longe do centro da meta. Com isso, o valor de C_{pk} é prejudicado;
- c) Para a Temperatura de Entrada na Digestão, o índice C_{pk} é muito baixo, pois a mesma encontra-se muito longe da média (inclusive fora dos limites de especificação).

6.3 Resultados: Identificação dos Modelos

6.3.1 Resultados da Identificação

Para cada uma das metodologias de identificação, os resultados encontrados para a unidade de alumina encontram-se descritos a seguir.

Tabela 6-3 – Identificação Relação Alumina-Cáustico pelo Método ARMAX Multivariável (Matlab)

Parâmetro	Valores Encontrados
B(q)	$\text{Bauxita: } B_1(q) = 0.0001614 q^{-42} - 0.0003299 q^{-43} + 0.0001153 q^{-44}$ $\text{Licor: } B_2(q) = 3.599 \cdot 10^{-6} q^{-36} - 2.473 \cdot 10^{-5} q^{-37} + 6.143 \cdot 10^{-5} q^{-38} - 4.241 \cdot 10^{-5} q^{-39}$ $\text{Densidade: } B_3(q) = 0.02461 q^{-42} - 0.02409 q^{-43} - 0.03526 q^{-44} + 0.03881 q^{-45}$
C(q)	$1 - 1.061 q^{-1} - 0.2912 q^{-2} + 0.2134 q^{-3} + 0.189 q^{-4}$
A(q)	$A(q) = 1 - 1.092 q^{-1} - 0.1157 q^{-2} - 0.2135 q^{-3} + 0.4306 q^{-4}$
AIC de Estabilização	-10.1178
FPE de Estabilização	$4.218 \cdot 10^{-5}$
MDL de Estabilização	$4.324 \cdot 10^{-5}$

Tabela 6-4 – Identificação Relação Alumina-Cáustico pelo Algoritmo de Identificação Automática

Variáveis de Entrada	Valores Encontrados
<p>Bauxita (Melhor Modelo: Input-Output Error)</p>	<p>Tempo Morto = 42 min $y(s) = -0.011s + 0.0011$ $u(s) = 535.24s^2 + 44.22s + 1$ FPE = $7.4 \cdot 10^{-4}$</p>
<p>Licor (Melhor Modelo: ARMAX)</p>	<p>Tempo Morto = 36 min $y(s) = -0.00062s + 0.00039$ $u(s) = 18.51s^2 + 26.71s + 1$ FPE: $4.49 \cdot 10^{-5}$</p>
<p>Densidade (Melhor Modelo: ARIMA)</p>	<p>Tempo Morto = 42 min $y(s) = 1.035s + 0.434$ $u(s) = 25.48s^2 + 16.98s + 1$ FPE: $3.63 \cdot 10^{-6}$</p>

Tabela 6-5 – Identificação Tempo de Residência pelo Método Multivariável ARMAX (Matlab)

Parâmetro	Valores Encontrados
B(q)	Bauxita: $B_1(q) = -0.04297 + 0.04297q^{-1}$ Licor: $B_2(q) = -0.04297 + 0.04297q^{-1}$
C(q)	$1 - 0.9995q^{-1}$
A(q)	$1 - q^{-1}$
AIC de Estabilização	-10.1178
FPE de Estabilização	4.218×10^{-5}
MDL de Estabilização	4.324×10^{-5}

Tabela 6-6 – Identificação Tempo de Residência pelo Algoritmo de Identificação Automática

Variáveis de Entrada	Valores Encontrados
Bauxita (Melhor Modelo: ARMAX)	Tempo Morto = 1 min $y(s) = -.0424$ $u(s) = 5s + 1$ FPE: 1.9×10^{-6}
Licor (Melhor Modelo: ARMAX)	Tempo Morto = 1 min $y(s) = -.0424$ $u(s) = 5s + 1$ FPE: 1.9×10^{-6}

Tabela 6-7 – Identificação Temperatura de Entrada pelo Método ARMAX Multivariável (Matlab)

Parâmetro	Valores Encontrados
B(q)	$\text{Bauxita: } B_1(q) = 0.0001614 q^{-42} - 0.0003299 q^{-43} + 0.0001153 q^{-44}$ $\text{Licor: } B_2(q) = 3.599 \cdot 10^{-6} q^{-36} - 2.473 \cdot 10^{-5} q^{-37} + 6.143 \cdot 10^{-5} q^{-38} - 4.241 \cdot 10^{-5} q^{-39}$ $\text{Vapor: } B_3(q) = 0.02461 q^{-42} - 0.02409 q^{-43} - 0.03526 q^{-44} + 0.03881 q^{-45}$ $\text{Temperatura de Entrada: } B_4(q) = 0.02461 q^{-42} - 0.02409 q^{-43} - 0.03526 q^{-44} + 0.03881 q^{-45}$
C(q)	$1 - 1.061 q^{-1} - 0.2912 q^{-2} + 0.2134 q^{-3} + 0.189 q^{-4}$
A(q)	$A(q) = 1 - 1.092 q^{-1} - 0.1157 q^{-2} - 0.2135 q^{-3} + 0.4306 q^{-4}$
AIC de Estabilização	-10.1178
FPE de Estabilização	$4.218 \cdot 10^{-5}$
MDL de Estabilização	$4.324 \cdot 10^{-5}$

Tabela 6-8 – Identificação Temperatura de Entrada pelo Algoritmo de Identificação Automática

Variáveis de Entrada	Valores Encontrados
Bauxita (Melhor Modelo: ARMAX)	Tempo Morto = 25 min $y(s) = -0.957s - 0.033$ $u(s) = 757.16s^2 + 49.08s + 1$ FPE: $2.55 \cdot 10^{-2}$
Licor (Melhor Modelo: ARIMA)	Tempo Morto = 19 min $y(s) = -0.127s - 0.021$ $u(s) = 210.68s^2 + 40.45s + 1$ FPE: $1.99 \cdot 10^{-6}$
Vapor (Melhor Modelo: ARMAX)	Tempo Morto = 1 min $y(s) = -0.202s + 0.385$ $u(s) = 17.63s^2 + 5.76s + 1$ FPE: $8.71 \cdot 10^{-6}$

Identificação via Subespaços (Representação em Modelo de Tempo Contínuo)

Tabela 6-9 – Identificação da Modelagem para a Planta de Alumina, Através do Algoritmo N4SID

$$A = \begin{bmatrix} 1.0002 & 0.0104 & -0.0126 & -0.0069 \\ 0.0004 & 0.9777 & 0.0411 & 0.1124 \\ -0.0012 & -0.0254 & 0.9893 & 0.1074 \\ -0.0028 & -0.0076 & -0.0610 & 0.9104 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -0.0002 & -0.0003 & -0.0123 & 0.0002 \\ 0.0042 & 0.0047 & 0.0688 & -0.0286 \\ 0.0022 & 0.0027 & 0.053 & -0.0106 \\ -0.0059 & -0.0053 & -0.0447 & 0.0203 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -0.0015 & 0.0015 & 0.0025 & 0.0006 \\ -0.7246 & 0.0114 & -0.2088 & 0.0819 \\ -0.6866 & 0.2364 & 0.0235 & -0.1911 \\ -0.5387 & -0.195 & 0.1003 & 0.0724 \end{bmatrix} \quad C_d = \begin{bmatrix} 0.0006 & -0.0008 & -0.0001 & 0.0319 \\ 0.0016 & 0.0011 & 0.0161 & 0.0394 \\ -0.0035 & -0.0041 & -0.0307 & 0.0752 \\ -0.033 & -0.0033 & 0.0207 & 0.0384 \end{bmatrix}$$

$$FPE = 4,304 \cdot 10^{-4}$$

Ordem do Modelo = 4

As figuras a seguir apresentam a comparação entre as saídas reais e os valores identificados.

Figura 6.7 – Resultado da Identificação da Relação A/TC, Contra o Valor Real, segundo identificação ARMAX

Figura 6.8 – Resultado da Identificação da Relação A/TC, Contra o Valor Real, segundo o Algoritmo N4SID

Figura 6.9 – Resultado da Identificação da Temperatura de Entrada, Contra o Valor Real, segundo a Identificação ARMAX

Figura 6.10 – Resultado da Identificação da Temperatura de Entrada, Contra o Valor Real, segundo o algoritmo N4SID

6.3.2 Discussão de Resultados

Comparando-se os valores das distintas identificações, se observa que os distintos métodos retornaram valores similares de erros de predição e de AIC.

Entretanto, para obter os mesmos resultados, as ordens dos modelos identificados via Matlab (ARMAX e N4SID) foram mais altas. Os modelos mais bem ajustados sempre retornaram ordens 3 e 4, ao passo que algoritmo de identificação automática sempre retornou modelos bem ajustados de máxima ordem 2. Conforme já informado, ordens maiores que 4 para os polinômios A, B e C apresentaram valores muito similares aos valores dos polinômios de ordem 3 e 4. Por tal motivo, escolheu-se não exibir os testes com ordens maiores.

Por outro lado, alguns polinômios B apresentam valores de q elevados a potências altas (q^{42} , q^{19} , entre outros). A maior ordem dos polinômios B representa o tempo morto do processo.

Como o foco do trabalho não foi analisar a identificação propriamente dita, o autor aqui não se aprofunda nesse campo de conhecimento. Entretanto, mais investigações poderiam ser realizadas para explicar o porquê da diferença de ordens.

Como exemplo de investigação, outros tipos de sinais de teste poderiam ser utilizados. Há vasta literatura a respeito de tipos de sinais para identificação e os resultados poderiam ser comparados.

Além disso, o teste foi realizado de forma individual para cada variável manipulada. Tal opção foi para que houvesse melhor controle dos sinais de teste. Outra modalidade de investigação, então, seria realizar a identificação multivariável e verificar se os resultados melhoram ou pioram.

Entretanto, o que se pode depreender de uma maneira geral é que os bons sinais de teste trouxeram respostas claras nas variáveis controladas e auxiliaram na similaridade entre os resultados das distintas identificações.

6.4 ,Resultados: Simulação do Processo no Matlab

6.4.1 Validação da Simulação em Malha Aberta com os Dados Reais

Primeiramente, a simulação foi avaliada contra os dados reais de planta. A Figura 6.11 apresenta os dados de simulação contra os dados reais para a Relação Alumina-Cáustico. É importante salientar que tais dados não foram os mesmos utilizados na identificação.

Figura 6.11 – Dados Simulados x Dados Reais para Relação Alumina-Cáustico

Para a conferência do quão a simulação encontra-se próxima ao valor real de planta, foi plotada a diferença entre uma medição e outra.

Figura 6.12 – Diferença entre Dados Simulados e Reais para a Relação Alumina-Cáustico

Conforme a figura demonstra, salvo os momentos de distúrbio (entre amostra 1500 e 2000), a diferença entre o valor real e o simulado encontra-se dentro da faixa de 0,02 unidades de engenharia (aproximadamente 2,5% da média). A média do erro é de 0,008 (aproximadamente 1% da média). Devido à natureza do processo em si, para a simulação, tal erro é aceitável e indica que os dados poderão ser utilizados nas análises para os outros controladores. Dessa forma, foi realizada a mesma análise para a temperatura.

Figura 6.13 – Dados Simulados x Dados Reais para Temperatura de Entrada na Digestão

Figura 6.14 – Diferença entre os Dados Simulados e os Dados para Temperatura de Entrada na Digestão

Conforme a figura demonstra, a diferença entre o valor real e o simulado encontra-se dentro da faixa de 1 unidade de engenharia (aproximadamente 0,6% da média). Devido à natureza do processo em si, para a simulação, tal erro é aceitável e indica que os dados poderão ser utilizados nas análises para os outros controladores.

A figura a seguir demonstra a simulação e os dados reais para o tempo de residência.

Figura 6.15 – Dados Simulados x Dados Reais para o Tempo de Residência

A tabela a seguir apresenta a comparação estatística entre os valores de planta e os valores simulados

Tabela 6-10 – Comparação Estatística Entre os Valores Reais e os Valores Simulados para a Planta

	Desvio Padrão	Média	Faixa de Variação
Relação Alumina-Cáustico Real	0.0056	0.753	0.710 – 0.799
Relação Alumina-Cáustico Simulada	0.0049	0.752	0.715– 0.794
Temperatura de Entrada na Digestão	2.41	148.28	140.70 – 156.97
Temperatura de Entrada na Digestão Simulada	2.15	147.97	141.23 – 156.33

6.4.2 Discussão de Resultados

A validação dos modelos foi realizada em outro período, que não o utilizado nos testes. Para identificação, foram utilizados aproximadamente 10 dias e para a validação foram utilizados outros 10 dias distintos. Conforme os dados mostraram, nesse período houve uma significativa similaridade entre o comportamento da simulação contra a planta.

A comparação gráfica auxiliou na verificação da aderência dos dados simulados aos dados reais. Entretanto, os dados estatísticos trouxeram mais robustez e precisão à análise. Principalmente, as faixas de variação das saídas simuladas estiveram sempre próximas às saídas reais. Isso é importante, pois os dados simulados deveriam se comportar de forma similar aos dados de planta, ao longo de toda a faixa operacional coletada no projeto.

Então, conforme observado pelas tabelas e pelas figuras, a simulação, se não fidedigna, apresenta um resultado muito bom com relação aos dados reais de planta. Sendo assim, é possível utilizar os dados de simulação para comparar o comportamento dos controladores a serem avaliados.

6.5 Resultados: Avaliação de Desempenho dos Dados de Planta

6.5.1 Desempenho do Processo Pós-Implementação do MPC

A estratégia utilizada de controle preditivo priorizou o controle da relação alumina-cáustico. Entretanto, é sabido que o melhor controle da temperatura na entrada da digestão influencia diretamente no controle da relação alumina-cáustico. Por isso, essa variável seria a segunda prioridade do controlador.

Com tais informações, os limites de especificação para cada uma das variáveis foi inserido, conforme a Tabela 6-1. De acordo com os três algoritmos de controle, tais limites foram considerados como restrições para a ação do controlador. A Figura 6.16 demonstra o comportamento das saídas após a implementação da solução de controle preditivo robusto. As próximas duas figuras devem ser comparadas com as figuras 6.5 e 6.6.

Figura 6.16 – Dados das saídas da Unidade de Digestão de Alumina, Após a Implementação da Solução de Controle Preditivo Robusto

Os dados da Figura 6.17 demonstram os valores das entradas (variáveis manipuladas e variáveis distúrbio) para um período de 5 dias, minuto a minuto. Tais dados representam o comportamento da planta, após a instalação da solução de controle preditivo.

Figura 6.17 – Dados das Entradas da Unidade de Digestão de Alumina, Após a Implementação da Solução de Controle Preditivo Robusto

Observa-se pela figura que a variabilidade das saídas diminui, devido às ações de controle proativas, características do algoritmo de controle preditivo multivariável. Além disso, a movimentação das variáveis manipuladas é mais suave e não mais em degraus. Assim como realizado anteriormente, para tais saídas foram calculados

os índices de mínima variância, capacidade e agora também para o Índice de Yu e Qin além dos parâmetros estatísticos padrão (desvio padrão, média, máximo e mínimo). A Tabela 6-11 apresenta tal resultado.

Tabela 6-11 – Desempenho da Planta de Digestão de Alumina, Após o Controle Preditivo

	Desvio Padrão	Média	Faixa de Variação	Faixa de Especificação	Capabilidade (C_{pk})	Índice de Harris (CPI)	Índice de Yu e Qin
Relação Alumina-Cáustico	0.00195	0.7555	0.749–0.761	0.75 – 0.76	1.293 / 1.483	0.854	
Tempo de Residência	0.22	54.99	54.1 – 55.9	50-70	7.563 / 15.152	0.965	0.735
Temperatura de Entrada na Digestão	1.46	145.85	140.74 – 151.51	144 - 148	0.906 / 0.911	0.311	

Mais uma vez, observa-se que o índice C_{pk} acompanha o índice de mínima variância.

6.5.2 Discussão de Resultados

Conforme já seria esperado, o Controlador Robusto melhorou significativamente o desempenho do processo. Isso se deve a alguns aspectos:

- Blocos PID é Reativo x Controle por MPC é Preditivo: A estrutura do controle PID trabalha na minimização do erro entre a variável de saída e seu valor de referência apenas naquele momento de cálculo, sem ajustar a estratégia com base em previsões. Vejamos a estrutura do bloco PID:

$$MV(t) = K_p \times \left[E(t) + K_i \times \int E(t) + K_d \times \frac{dE(t)}{dt} \right] \quad (6-1)$$

onde K_p , K_i e K_d são os ganhos das parcelas P, I e D e definem a intensidade de cada ação. O K_p é chamado Banda Proporcional ou Ganho, K_i seria a Taxa Integral e K_d seria o Tempo Derivativo. Logo, a equação mostra que há apenas 3 parâmetros de ajuste do bloco e também que a única variável que interessa na correção é a magnitude do erro entre o valor real e o valor de referência (setpoint), não havendo previsão da movimentação futura da variável.

Além disso, o bloco PID não lida com restrições cruzadas. Isso significa que as ações são tomadas apenas para corrigir aquela variável de saída e seu efeito nas outras variáveis é negligenciado. Como o sistema é multivariável, seria esperado que os parâmetros de processo influenciassem uns nos outros.

O processo em questão apresenta tempos mortos muito grandes. A estrutura do bloco PID já mostra que os tempos mortos não são propriamente considerados na correção do erro. Dessa forma, o bloco PID pode tentar por muito tempo corrigir um erro em uma variável, sendo que essa variável somente irá reagir após um longo período. Tal fato pode levar a um comportamento completamente errado na correção do erro do bloco PID e a uma instabilidade generalizada na planta.

Ao contrário do bloco PID, o MPC é caracterizado principalmente por sua capacidade de predição. Isso significa que a tendência dos valores futuros da variável a ser corrigida influencia nas ações que o controlador irá tomar. Sendo assim, a cada ciclo de cálculo, um movimento distinto é realizado nas variáveis manipuladas, para que as mesmas possam ajustar a variável de saída da melhor forma possível. Além disso, os modelos identificados já trazem a informação dos tempos mortos e por isso os mesmos são diretamente considerados na estratégia de controle.

Por fim, o controle é multivariável com restrições. Isso significa que o MPC irá escolher a melhor ação de controle, dentre todas as possíveis, para manter as variáveis dentro de suas faixas ou alvos. Além disso, o MPC também entende que uma variável influencia na outra e assim pondera essas influências na lei de controle.

Sendo assim, já seria esperado que o controlador robusto apresentasse melhor desempenho com relação ao controle através dos blocos PID.

6.6 Resultados da Avaliação Através dos Critérios de Desempenho

6.6.1 Modificação de Pesos para as Variáveis Controladas

Os índices de desempenho dos algoritmos de controle preditivo para a mudança de pesos nas variáveis controladas encontram-se apresentados a seguir.

O primeiro conjunto de figuras apresenta os resultados para a variação de peso na variável controlada da relação Alumina-Cáustico.

Figura 6.18 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Relação Alumina-Cáustico

A partir dos gráficos apresentados, algumas observações podem ser alcançadas:

- Claramente, quando o peso para a otimização da variável aumenta, o desempenho dos três controladores é degradado;

- Entretanto, o desempenho do controlador GPC é degradado muito mais agressivamente do que o desempenho do Controlador Robusto e do ESSMPC;
- Os desempenhos do Controlador Robusto e do ESSMPC apresentam uma significativa similaridade.
- O índice C_{pk} se degrada menos rapidamente que o C_p ;
- O índice de Harris e o C_p apresentam comportamento similar;
- O Índice de Yu e Qin possuiu desempenho similar ao C_p e C_{pk} ;

O próximo conjunto de figuras apresenta os resultados para a variação de peso na variável controlada temperatura.

Figura 6.19 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Temperatura

Observações similares às feitas para a relação alumina-cáustico podem ser extrapoladas para o comportamento da temperatura. Entretanto, uma observação interessante foi a relativa melhora com um peso um pouco maior para a variável controlada.

Tal fato mostra uma coerência com os resultados anteriores e auxilia a ratificar o que já foi apresentado. O próximo conjunto de figuras apresenta os resultados para a variação de peso na variável controlada tempo de residência.

Figura 6.20 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para o Tempo de Residência

Da mesma forma que as outras duas variáveis, o comportamento para o tempo de residência foi similar. A tabela a seguir apresenta um quadro-resumo para os ensaios.

	Peso das Controladas	GPC				CONTROLADOR ROBUSTO				ESSMPC			
		Índice de Mínima Variância (CPI)	Cp	Cpk	Índice de Yu e Qin (IYQ)	Índice de Mínima Variância (CPI)	Cp	Cpk	Índice de Yu e Qin (IYQ)	Índice de Mínima Variância (CPI)	Cp	Cpk	Índice de Yu e Qin (IYQ)
Relação Alumina-Cáustico	1	0.836	1.907	1.878	2.262	0.843	1.932	2.054	2.048	0.852	1.537	1.921	1.939
	2	0.715	1.759	1.731	1.891	0.721	1.856	1.856	1.868	0.701	1.603	1.781	1.795
	3	0.630	1.258	1.208	1.475	0.649	1.296	1.621	1.473	0.647	1.180	1.685	1.479
	4	0.510	1.084	0.971	1.154	0.587	1.072	1.532	1.304	0.597	1.281	1.685	1.432
	5	0.430	0.997	0.766	1.890	0.561	0.924	1.540	1.201	0.554	0.773	1.432	1.381
	10	0.340	0.836	0.534	1.054	0.554	0.604	1.439	1.028	0.551	0.502	1.395	1.122
	20	0.275	0.796	0.314	0.991	0.485	0.580	1.357	0.870	0.483	0.335	1.289	0.996
	40	0.110	0.498	0.098	0.890	0.458	0.486	1.329	0.743	0.462	0.218	1.209	0.895
	80	0.022	0.231	0.002	0.653	0.392	0.245	1.130	0.589	0.389	0.097	0.971	0.772
Temperatura de Entrada na Digestão	1	0.836	1.907	1.878	2.262	0.843	1.932	2.054	2.048	0.852	1.537	1.921	1.939
	2	0.715	1.759	1.731	1.891	0.721	1.856	1.856	1.868	0.701	1.603	1.781	1.795
	3	0.630	1.258	1.208	1.475	0.649	1.296	1.621	1.473	0.647	1.180	1.685	1.479
	4	0.510	1.084	0.971	1.154	0.587	1.072	1.532	1.304	0.597	1.281	1.685	1.432
	5	0.430	0.997	0.766	1.890	0.561	0.924	1.540	1.201	0.554	0.773	1.432	1.381
	10	0.340	0.836	0.534	1.054	0.554	0.604	1.439	1.028	0.551	0.502	1.395	1.122
	20	0.275	0.796	0.314	0.991	0.485	0.580	1.357	0.870	0.483	0.335	1.289	0.996
	40	0.110	0.498	0.098	0.890	0.458	0.486	1.329	0.743	0.462	0.218	1.209	0.895
	80	0.022	0.231	0.002	0.653	0.392	0.245	1.130	0.589	0.389	0.097	0.971	0.772
Tempo de Residência	1	0.836	1.907	1.878	2.262	0.843	1.932	2.054	2.048	0.852	1.537	1.921	1.939
	2	0.715	1.759	1.731	1.891	0.721	1.856	1.856	1.868	0.701	1.603	1.781	1.795
	3	0.630	1.258	1.208	1.475	0.649	1.296	1.621	1.473	0.647	1.180	1.685	1.479
	4	0.510	1.084	0.971	1.154	0.587	1.072	1.532	1.304	0.597	1.281	1.685	1.432
	5	0.430	0.997	0.766	1.890	0.561	0.924	1.540	1.201	0.554	0.773	1.432	1.381
	10	0.340	0.836	0.534	1.054	0.554	0.604	1.439	1.028	0.551	0.502	1.395	1.122
	20	0.275	0.796	0.314	0.991	0.485	0.580	1.357	0.870	0.483	0.335	1.289	0.996
	40	0.110	0.498	0.098	0.890	0.458	0.486	1.329	0.743	0.462	0.218	1.209	0.895
	80	0.022	0.231	0.002	0.653	0.392	0.245	1.130	0.589	0.389	0.097	0.971	0.772

6.6.2 Modificação de Pesos para as Variáveis Manipuladas

Assim como para as variáveis controladas, foram realizados ensaios para as variáveis manipuladas. As mudanças de pesos foram realizadas individualmente para cada variável e os pesos foram modificados da seguinte forma: 1, 2, 3, 4, 5 (licor) e 10, 20, 30, 40, 50, 100 (bauxita);

Primeiramente, será analisado o comportamento perante a mudança nos pesos para a vazão de polpa de bauxita.

Figura 6.21 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Vazão de Polpa de Bauxita

Algumas observações puderam ser realizadas:

- O desempenho do controlador GPC é degradado muito mais agressivamente do que o desempenho do Controlador Robusto e do ESSMPC, à medida em que se aumenta o peso nas variáveis manipuladas;
- Com o aumento dos pesos, de uma maneira geral o desempenho do Controlador Robusto se degrada menos que o comportamento do ESSMPC.

A próxima figura demonstra a avaliação para a mudança de pesos na vazão de licor.

Figura 6.22 – Desempenho dos Controladores, Perante Mudança de Peso para a Vazão de Licor

A partir dos gráficos apresentados, foi possível observar uma coerência entre as observações para ambas as variáveis manipuladas.

A tabela a seguir apresenta um quadro-resumo para os ensaios.

			GPC				CONTROLADOR ROBUSTO				ESSMPC			
		Peso das Manipuladas	Índice de Mínima Variância (CPI)	Cp Rel Alumina-Cáustico	Cpk Rel Alumina-Cáustico	Índice de Yu e Qin (IYQ)	Índice de Mínima Variância (CPI)	Cp Rel Alumina-Cáustico	Cpk Rel Alumina-Cáustico	Índice de Yu e Qin (IYQ)	Índice de Mínima Variância (CPI)	Cp Rel Alumina-Cáustico	Cpk Rel Alumina-Cáustico	Índice de Yu e Qin (IYQ)
Variável Manipulada	Vazão de Bauxita	10	0.893	1.467	1.174	1.923	0.819	1.953	2.054	2.048	0.817	2.043	2.130	1.939
		20	0.811	1.412	1.383	0.833	0.805	1.864	1.993	1.865	0.784	1.631	1.664	0.988
		30	0.769	1.388	0.999	0.743	0.797	1.523	1.819	1.459	0.764	1.127	1.423	0.836
		40	0.645	1.284	0.616	0.685	0.749	1.320	1.742	1.229	0.679	0.953	1.289	0.768
		50	0.521	1.003	0.401	0.593	0.699	1.143	1.694	1.045	0.584	0.816	1.187	0.515
		100	0.421	0.813	0.098	0.444	0.654	0.957	1.514	0.954	0.561	0.714	1.040	0.441
	Vazão de Licor	1	0.866	1.394	1.104	1.865	0.805	1.914	1.972	1.889	0.814	1.982	2.024	1.842
		2	0.802	1.331	1.225	0.956	0.789	1.862	1.879	1.817	0.732	1.639	1.636	1.430
		3	0.606	1.296	1.063	0.898	0.758	1.631	1.758	1.625	0.688	1.382	1.470	1.261
		4	0.590	1.170	0.796	0.800	0.670	1.316	1.694	1.357	0.566	1.113	1.274	0.976
		5	0.547	0.912	0.365	0.518	0.568	1.123	1.534	1.073	0.422	0.607	1.077	0.729
		10	0.336	0.717	0.043	0.438	0.554	0.731	1.442	0.802	0.355	0.265	0.890	0.492

6.6.3 Inserção de Erros no Ganho nos Modelos

Os índices anteriores demonstraram claramente a influência que os pesos de otimização exercem sobre o comportamento dos algoritmos de controle. Tal influência está diretamente ligada ao que é chamado de robustez. Dessa forma, a robustez do algoritmo será testada naquele que, na indústria, é seu pré-requisito principal: manutenção do processo controlável, mesmo com erros na identificação dos modelos.

Primeiramente, será analisado o comportamento do controle do processo, com a inserção de erros no modelo de Vazão de Polpa de Bauxita x Relação Alumina-Cáustico.

Figura 6.23 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Bauxita x Relação Alumina-Cáustico

Algumas observações puderam ser realizadas:

- O Controlador robusto apresentou comportamento melhor que o GPC, mas similar ao ESSMPC;
- O GPC foi o controlador mais sensível à diferença nos ganhos dos modelos;
- Para um erro de modelo de 35%, geralmente todos os controladores apresentaram variâncias maiores que a simulação em malha aberta (avaliação através do Índice de Yu e Qin);
- Há mudança na evolução da deterioração do comportamento após a inserção do erro de 35%. Os índices de desempenho com 35% e 50% de erro são similares.

Segue-se, então, a análise de vazão de licor x relação alumina-cáustico.

Figura 6.24 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Licor x Relação Alumina-Cáustico

Através da avaliação dos modelos, as mesmas observações podem ser realizadas. Entretanto, observa-se que a inserção de erros na modelagem da vazão de bauxita apresenta uma influência maior no comportamento do processo, do que a inserção de erros no modelo de licor. Isso é porque a vazão de bauxita possui um ganho de ordem de grandeza 100 vezes maior que o ganho do licor. Passemos então à avaliação do comportamento da temperatura contra a vazão de bauxita.

Figura 6.25 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Polpa de Bauxita x Temperatura

Resultados similares ao comportamento da relação alumina-cáustico são obtidos quando se avalia a temperatura. A sensibilidade à inserção de erros se comporta de forma distinta antes e após 35% de erro.

A próxima análise se trata da inserção de erros no modelo de vazão de licor contra a temperatura.

Figura 6.26 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Licor x Temperatura

Assim como nos outros casos, as mesmas observações são realizadas. Com isso, confirmamos que há uma coerência no comportamento dos índices e dos controladores, com relação à inserção de erros nos ganhos dos modelos.

A próxima análise se trata da inserção de erros no modelo de vazão de vapor contra a temperatura.

Figura 6.27 – Desempenho dos Controladores, perante a Inserção de Erros no Modelo de Vazão de Vapor x Temperatura

Como já seria esperado, há uma coerência no comportamento dos índices e dos controladores, se comparados com os outros modelos. Por outro lado, há uma sensibilidade maior da temperatura, quando da inserção de erros nessa variável. Tal observação é devida à maior influência da vazão de vapor contra essa temperatura.

6.6.4 Discussão de Resultados

Com base na análise de todos os gráficos, é possível resumir em alguns tópicos todas as observações realizadas:

- De uma maneira geral, os controladores se degradam, à medida que os pesos nas variáveis controladas são aumentados;
- O desempenho do controlador GPC é degradado muito mais agressivamente do que o desempenho do Controlador Robusto e do ESSMPC para mudanças nos λ (pesos para as variáveis manipuladas);
- Com δ 's (pesos para as variáveis controladas) pequenos, GPC apresenta todos os índices de desempenho menores, porém mais próximos, dos outros algoritmos de controle. Com δ 's grandes, GPC apresenta comportamento pior de uma maneira geral.
- Para o Controlador Robusto e o ESSMPC, à medida que o peso das variáveis controladas é incrementado, o C_{pk} se reduz significativamente menos que o C_p .
- Com os mesmos parâmetros de sintonia, na presença de erros no modelo (*model mismatch*), o Controlador Robusto apresenta melhor desempenho que o GPC e pior que o ESSMPC. Obviamente, em todos os algoritmos é observada uma degradação do desempenho, à medida que o erro na modelagem aumenta.
- O Índice de Yu e Qin acompanha os índices estatísticos.

Os resultados da etapa de avaliação serão discutidos observação por observação.

Observação 1: De uma maneira geral, os controladores se degradam, à medida em que os pesos nas variáveis controladas são aumentados

Segundo Zhao *et al.* (2009), seria esperado comportamento distinto do apresentado nessa observação. A figura 6.28 mostra o comportamento esperado para os controladores preditivos.

Figura 6.28 – Curva de Desempenho Ótimo, de Acordo com a Variância das Entradas e Saídas⁴

Pela figura, quanto maior a variância nas entradas, menor a variância das saídas. Em outras palavras, quanto menor o esforço de controle, maior a variância nas variáveis controladas.

Sendo assim, foi feita uma investigação a respeito de qual seria o motivo para tal comportamento tão distinto. Primeiramente, os 3 controladores foram testados com a matriz de controle representada na tabela a seguir.

Tabela 6-12 – Modelos Simplificados de Planta

	Relação Alumina-Cáustico	Temperatura de Saída	Tempo de Residência
Vazão de Polpa de Bauxita	$G(s) = \frac{1}{5s + 1}$	$G(s) = -\frac{1}{5s + 1}$	$G(s) = \frac{1}{5s + 1}$
Vazão de Licor	$G(s) = \frac{1}{5s + 1}$	$G(s) = -\frac{1}{5s + 1}$	$G(s) = \frac{1}{5s + 1}$
Vazão de Vapor		$G(s) = \frac{1}{5s + 1}$	

⁴ Zhao *et al.* (2009)

Com tais modelos e com a mudança nos pesos, as curvas assumiram a forma apresentada por Zhao, presente na figura 6.28. Dessa forma, foi possível depreender que o foco da inconsistência não estava na programação dos algoritmos de controle, mas sim nos modelos empregados.

Então, com base nessa informação, foi feito um segundo teste, no qual foram empregados os modelos reais do processo, sem a aplicação de tempo morto.

Para esse caso, os resultados foram similares àqueles da modelagem com tempo morto. A única mudança foi uma melhora no comportamento do controlador GPC, com relação aos outros controladores. A tabela a seguir representa o IYQ para a Relação Alumina-Cáustico, de acordo com a mudança nas variáveis controladas.

Tabela 6-13 – Resultados Índice de Yu e Qin para Mudança de Pesos na Relação Alumina-Cáustico

	GPC	CONTROLADOR ROBUSTO	ESSMPC
Peso das Controladas	Índice de Yu e Qin (IYQ)	Índice de Yu e Qin (IYQ)	Índice de Yu e Qin (IYQ)
1	2.188	2.048	1.939
2	1.9	1.868	1.795
3	1.507	1.473	1.479
4	1.343	1.304	1.432
5	1.227	1.201	1.381
10	1.087	1.028	1.122
20	0.995	0.870	0.996
40	0.903	0.743	0.895
80	0.754	0.589	0.772

Como foi possível ver, o GPC apresentou um comportamento melhor, porém próximo, se comparado com os outros controladores. Sendo assim, foi possível eliminar a conjectura de que o tempo morto estaria influenciando no comportamento invertido da curva. Além disso, tal observação também levou à inferência de que a presença de tempo morto degrada o comportamento do controlador GPC.

Após essa etapa, a forma como o modelo foi montado no *Simulink* foi investigada de forma mais profunda. Após seguidas investigações, detectou-se que a temperatura de saída da digestão *também estava sendo incluída no cálculo da relação alumina-*

cáustico. Tal inclusão seria um forte indício de que essa variável estaria influenciando no comportamento da curva de variância das saídas x variância das entradas.

Então, para se testar essa hipótese, a temperatura de saída da digestão foi retirada do cálculo da relação alumina-cáustico e a simulação foi novamente executada. Os resultados obtidos se encontram na figura a seguir, para a mudança nos pesos da relação alumina-cáustico.

Figura 6.29 – Desempenho dos Controladores, perante Mudança de Peso para a Relação Alumina-Cáustico

Sendo assim, foi possível observar que o problema nevrálgico na análise era a inserção da temperatura de saída da digestão no cálculo da relação alumina-cáustico. O que realmente acontece são os controladores tentando resolver um problema de controle que possui duas variáveis colineares. Sendo assim, quando o controlador tenta resolver o problema e minimizar o erro de uma delas, o erro da outra aumenta e o controlador tenta minimizar o erro dessa variável. Com isso, a cada execução do MPC a “gangorra” pende para um lado. **Estas indicações são explicações para o comportamento do sistema, deve-se ressaltar fortemente**

que o processo está atualmente controlado sob a forma exposta no Capítulo 4, e este é objeto do nosso estudo. Não estamos analisando aqui os méritos das estruturas e configurações de controle, e sim os métodos de avaliação de desempenho de diferentes controladores preditivos.

Tal resultado de forma alguma invalida as análises que serão realizadas *a posteriori* e também as observações já feitas. Entretanto, tais análises deverão ser feitas à luz desse novo resultado.

Observação 2: O desempenho do controlador GPC é degradado muito mais agressivamente do que o desempenho do Controlador Robusto e do ESSMPC para mudanças nos λ (pesos para as variáveis manipuladas).

Para essa observação, há duas hipóteses principais a serem consideradas:

- O GPC não possui na função objetivo a ponderação para o valor absoluto das variáveis manipuladas, ao contrário dos outros dois controladores;
- Com pesos pequenos, o GPC se aproxima das ações do controlador de mínima variância.

Para a primeira hipótese, é importante avaliar qual a influência da ponderação do valor das variáveis manipuladas.

Observando-se as funções objetivo dos controladores, é possível notar que a única que não apresenta ponderação direta é realmente a do GPC (pesos são coeficientes de incremento da manipulada). Com isso, à medida que os pesos aumentam, o esforço de controle diminui mais drasticamente que nos outros controladores.

Conforme já visto pela curva de Zhao, a diminuição mais drástica do esforço de controle leva ao aumento da variância da variável controlada. Dessa forma, o comportamento seria o esperado e essa hipótese explica o comportamento de forma bastante razoável.

Por outro lado, seria importante discutir uma **segunda hipótese**, verificando-se alguma complementaridade entre ambas.

Se não houver pesos na função custo e os horizontes de controle e de predição forem iguais, o cálculo do $\Delta u(t)$ é dado por:

$$\Delta u(t) = \frac{(Cw(t+k) - F_0 y(t))}{E_0 B} \quad (6-2)$$

Caso comparemos o GPC com o controlador de mínima variância, veremos que essa resposta corresponde à lei do controlador de mínima variância para sistemas de fase mínima.

Então, pesos próximos a zero fazem com que a estrutura do sistema se aproxime da estrutura do controlador de mínima variância. Por outro lado, o Índice de Harris compara os controladores exatamente ao controlador de mínima variância. Outro aspecto a ser observado é que a identificação mostrou que o sistema é de fase não-mínima, devido ao seu tempo morto.

Segundo Camacho e Bordons (2004) e Grimble (1991), o controlador GPC não possui um comportamento adequado nesse tipo de sistema. Isso se deve ao fato de que, ao controlar um sistema com fase não-mínima e tendo pesos pequenos nas variáveis manipuladas, o termo $1/B$ leva a um cancelamento instável de pólos e zeros. Isso faz com que o sistema em malha fechada tenda à instabilidade. Em outros termos, o controlador GPC tende a dar uma importância muito grande à dinâmica transitória do sistema com fase não-mínima, o que faz com que as ações de controle não consigam levar as saídas a seus objetivos, *se existir esta fase não-mínima significativa*.

Observação 3: Com δ 's (pesos para as variáveis controladas) pequenos, GPC apresenta todos os índices de desempenho menores, porém mais próximos, dos outros algoritmos de controle. Com δ 's grandes, GPC apresenta comportamento pior de uma maneira geral.

Nessa situação analisada, o peso baixo (δ) faz com que o controlador GPC tenda a controlar as variáveis de saída de forma menos agressiva, com uma variância maior. Por outro lado, devido à colinearidade das variáveis (apresentada na observação 1), os δ 's altos possuem efeito inverso ao da diminuição da variância nas saídas. Em outras palavras, ao tentar minimizar o erro na variável controlada que possui um peso maior, o GPC toma uma ação de controle mais enérgica. Entretanto, como uma variável controlada depende da outra, o esforço de controle maior tende a levar o sistema a uma maior variabilidade.

O fato de que a degradação não ocorre de forma tão drástica nos outros controladores será agora detalhado.

Para tal análise, é importante observar a equação (3-25), da página 56. Segundo o equacionamento para o cálculo das ações de controle, os pesos α_j (distância da variável manipulada a seu valor desejado) e β_{ji} (peso propriamente dito do movimento da variável manipulada) não exercem tanta influência na ação de controle, quanto os pesos α_i e β_i (pesos das variáveis controladas).

Em outras palavras, na presença de diversas soluções possíveis para a minimização da função objetivo, a busca pela norma mínima de Frobenius sempre leva o controlador a tomar a menor ação possível de controle. Isso significa que o controlador sempre busca ser o menos agressivo possível.

Sendo assim, em uma situação em que a agressividade ao minimizar o erro das variáveis controladas contribui para o aumento de sua variância (ao contrário do normalmente esperado), o menor esforço de controle é benéfico.

Observação 4: Para o Controlador Robusto e o ESSMPC, à medida que o peso das variáveis controladas é incrementado, o C_{pk} se reduz significativamente menos que o C_p .

Para tal, é importante lembrar a estrutura do C_p e do C_{pk} , representada pelas equações (2-36) e (2-38).

As equações mostram que o C_{pk} considera a distância com relação à média, além da variabilidade (representada pelo Desvio Padrão). Por outro lado, o C_p considera somente a variabilidade, com relação aos limites superior e inferior. Dessa forma, quanto maior for o peso dado ao erro entre o valor de referência para as saídas e o valor real, os controladores tentarão minimizar o erro com mais agressividade.

Com base no discutido, quanto mais agressiva for a minimização do erro, provavelmente mais próxima estará a variável de seu alvo. Entretanto, maior será a variabilidade para o atingimento dessa média. Em termos coloquiais, quanto mais agressiva a busca pelo alvo, mais próximo da situação “um pé no gelo e outro no fogo” estará o controlador.

Observação 5: Com os mesmos parâmetros de sintonia, na presença de erros no modelo (model mismatch), o Controlador Robusto apresenta melhor desempenho que o GPC e pior que o ESSMPC. Obviamente, em todos os algoritmos é observada uma degradação do desempenho, à medida que o erro na modelagem aumenta.

Primeiramente, o Controlador Robusto possui retroalimentação dos erros de predição. Isso faz com que os erros do modelo sejam absorvidos nos próximos passos de predição e o controlador de certa forma se “auto-adapte” à nova situação. Sendo assim, o erro na modelagem é “amortecido” ao longo do tempo, não sendo totalmente dissipado.

Além disso, é sabido que apenas o passo no instante $t+1$ é implementado pelo controlador, sendo atualizado a cada ciclo de cálculo. Além disso, conforme já comentado, o algoritmo de controle por faixas suaviza a trajetória das variáveis controladas. Ao permitir que a CV tenha uma trajetória mais suave ao longo do horizonte de correção, o controlador não é tão sensível a erros no modelo e os amortece ciclo a ciclo.

No caso do ESSMPC, o mesmo trabalha com reconstrução do estado e retroalimentação dos erros de predição. Dessa forma, a inclusão dos erros de predição passados faz com que a reconstrução do estado seja mais precisa e os erros na matriz de controle não exerçam tanta influência no desempenho dos controladores. Em outras palavras, a robustez implícita do algoritmo ESSMPC fez com que o mesmo não fosse tão afetado pelos erros na modelagem.

Observação 6: Índice de Yu e Qin acompanha os Índices Estatísticos.

Para essa análise, é importante revisitar o equacionamento do índice, representado pela equação (2-45), na página 38. Observando-se o equacionamento do índice, é simples entender porque esse índice acompanha C_p e C_{pk} . O C_p é baseado no desvio padrão e o Índice de Yu e Qin é baseado na matriz de covariância. O determinante da matriz de covariância é chamado de “variância generalizada” do sistema. Sendo assim, ambos os valores estão intimamente ligados e se movem na mesma direção.

Sendo assim, seria esperado que o Índice de Yu e Qin acompanhasse C_p e C_{pk} .

6.6.5 Observação Final a Respeito da Discussão de Resultados

É importante salientar que as observações e discussões de resultados aqui apresentadas são para esse caso particular, de implementação em um sistema simulado de Digestão de Alumina, através da implementação dos 3 algoritmos de MPC em questão.

Dessa forma, com os dados apresentados, não é possível realizar uma extrapolação para outros casos e as conclusões são para esse caso particular.

7 CONCLUSÕES E FUTURAS CONTRIBUIÇÕES

7.1 Conclusões

Com base na análise dos resultados obtidos e da bibliografia estudada, algumas conclusões puderam ser obtidas.

Foi exposto de forma clara que o grau de otimização objetivado no controlador influencia diretamente em seu desempenho.

Tanto o Controlador Robusto quanto o ESSMPC apresentam uma maior robustez em seu algoritmo e por isso os mesmos apresentam um comportamento melhor que o GPC. Devido à natureza do controlador de Espaço de Estados, seria esperado que o mesmo apresentasse um desempenho superior aos controladores que utilizam modelos de resposta ao degrau. Tal fato se confirma, quando comparado ao controlador GPC, mas o mesmo não acontece quando há a comparação com o controlador robusto.

A robustez apresentada pelo algoritmo controlador robusto faz com que o mesmo apresente melhores resultados, perante erros nos ganhos dos modelos. Tal robustez é dada pelo fato de que tal controlador foi desenvolvido para que o mesmo sempre retorne uma solução estável.

O motivo do controlador por Espaço de Estados apresentar resultados tão bons ou em algumas vezes melhores que o algoritmo controlador robusto se deve ao fato de que, mesmo com erros no modelo, o sistema continuou sendo controlável (fato notado com o exame da matriz de observabilidade). Isso possibilitou a obtenção de soluções estáveis ao longo da faixa de operação;

Embora o índice C_{pk} não se comporte da mesma forma que o C_p , ele é um excelente indicador de quão próximo às restrições se encontra o controlador. Isso se deve ao fato de que, quanto menor o índice C_{pk} , mais distante da média e mais próximo do limite está o controlador. Dessa forma, comparando-se a média das variáveis com o objetivo de controle para cada uma delas, entender-se-á se aquela variável está ou não sendo otimizada contra suas restrições.

Sendo assim, o índice C_p e o índice C_{pk} devem ser analisados em conjunto e não separadamente. Isso se deve ao fato que o índice C_p apresenta que o processo é controlável e o índice C_{pk} mostra se o processo está ou não sendo otimizado.

O Índice de Yu e Qin forneceu uma medida direta de quando o controlador piora ou melhora o desempenho do processo. No momento em que a variância do processo controlado pelo MPC é maior que a do período “golden”, controlar o processo por um MPC não é mais apropriado.

O fato de o índice de Harris apresentar similaridade com os outros índices é uma conclusão relevante, pois esse avalia o sistema de forma multivariável e os outros índices avaliam o sistema de forma individualizada, variável controlada a variável controlada. Dessa forma, há uma correlação direta entre o índice de mínima variância e os outros índices aqui apresentados.

Quando submetidos a erros nos modelos, os controladores possibilitaram a observação de um limiar de instabilidade em suas soluções. Após ultrapassado esse limiar, o aumento de erro nos modelos não afeta de forma mais contundente os controladores. Por outro lado, erros abaixo de 10% não prejudicaram sobremaneira o comportamento dos controladores apresentados.

7.2 Sugestão de Novos Trabalhos

Avaliar o desempenho dos controladores, quando há inversão de sinal de ganho na matriz.

Avaliar o porquê do pior comportamento do algoritmo GPC, com relação aos outros algoritmos de controle. É sobremaneira importante, pois tal controlador sempre foi considerado como capaz de controlar processos lineares e não-lineares, com desempenho bastante satisfatório. Dessa forma, é até certo ponto surpreendente verificar que o mesmo apresenta um comportamento tão inferior aos outros dois algoritmos de controle.

Avaliar de forma mais profunda os fatores que diferenciam os algoritmos de controle e como cada um dos fatores exerce influência sobre os outros.

Avaliar mais profundamente outros índices de desempenho, tais como aqueles baseados em estatística Bayesiana.

Avançar em formas de calcular os erros de predição do modelo, de forma a indicar quando seria o momento de realizar uma reidentificação do mesmo. A reidentificação serviria para manter os benefícios do MPC na planta, no mesmo nível em que os mesmos estavam após o comissionamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTROM, K.J.; **Introduction to Stochastic Control Theory**. Dover Publications: Mineola, Estados Unidos, 1970.

BAUCHSPIESS, A.; FREITAS, A.A.; BORGES, G.A.; State Space Control and Extended Kalman Filter Estimation Applied to a 3rd Order Liquid Level Process. In: International Conference On Industrial Applications, Brasil, 2004.

BEMPORAD, A.; A Predictive Controller with Artificial Lyapunov Function for Linear Systems with Input/State Constraints, *Automatica*, vol. 34, n. 2, pp. 1255-1260, 1998.

BEZERGIANNI, S.; GEORGAKIS, C.; Controller performance assessment based on minimum and open-loop output variance. *Engineering Practice*, vol. 8, n.7, pp.791 - 797, 2000.

BEZERGIANNI, S.; OZKAN, L.; On the assessment of multivariable controllers using closed loop data. Part I: Identification of system models. *Journal of Process Control*, vol. 22, n.1, pp.125 - 131, 2012.

CAMACHO, E.F.;BORDONS, C.; **Model Predictive Control**, Springer Verlag: Londres, Reino Unido, 2004.

CHOOKBAR, S.; SEDIGH, A.K.; FATEHI, A.; Input-output Pairing Based on the Control Performance Assessment Index, In: ICACC 2nd IEEE International Conference on Advanced Computer Control, vol. 2, pp. 492-496, Shenyang, China, 2010.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S.; Generalized predictive control—Part I. The basic algorithm. *Automatica*, vol. 23, n. 2, pp. 137–148, 1987.

DESBOROUGH, L.; HARRIS, T.; Performance assessment measures for univariate feedback control. Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 70, n.6, p.1186-1197, 1992.

DI RUSCIO, D.; Model Based Predictive Control: An extended state space approach. In: Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control, vol. 4, pp. 3210-3217, San Diego, Estados Unidos, 1997.

GARRIGA, J.L.; SOROUGH, H.M.; SOROUGH, M.; On the Effects of Tunable Parameters of Model Predictive Control on the Locations of Closed-Loop Eigenvalues. Industrial Engineering Chemistry Research, vol. 49, n. 17, pp. 7951 – 7956, 2010.

GRIMBLE, M.J.; Design of long-range predictive control algorithms for industrial applications. In: IEEE Colloquium on Industrial Applications of Model Based Predictive Control, vol. 5, pp. 1 – 3, Londres, Reino Unido, 1991.

HARRIS, T.J.; BOUDREAU, F.; MACGREGOR, J.F.; Performance assessment of multivariable feedback controllers. Automatica, vol. 32, n. 11, pp. 1505–1518, 1996.

HARRIS, T.J.; SEPPALA, C.T.; DESBOUROUGH, L.D.; A review of Performance Monitoring and Assessment Techniques for Univariate and Multivariate Control Systems. Journal of Process Control, vol. 9, n.1, pp. 9–17, 1997.

HARRIS, T.J.; Assessment of Closed Loop Performance. Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 67, n. 4, pp. 856 – 861, 1989.

HARRIS, T.J.; Interpretations of multivariate performance assessment indices, vol. 19, n.4, pp. 701–709, 2009.

HOAGG, J.B.; BERNSTEIN, D.S.; Nonminimum-phase Zeros: Much to do About Nothing – Classical Control Revisited Part II. Control Systems Magazine, IEEE, vol. 27, n.3, pp. 45 – 57, 2007.

HUANG, B.; LU, S.; XU, F.; Towards Optimal MPC Performance: Industrial Tools for Multivariate Control Monitoring and Diagnosis. SICOP Round Tables on Asset Management, International Workshop on Solving Industrial Control and Optimization Problems. Gramado, Brasil, 2006.

HUANG, B.; SHAH, S.L.; KWOK, K.Y.; How good is your controller? Application of control loop performance assessment techniques to MIMO processes. In: Proceedings of the 13th IFAC World Congress, vol. M, pp. 229-234, San Francisco, Estados Unidos, 1996.

HUANG, B.; SHAH, S.L.; Practical issues in multivariable feedback control performance assessment, Journal of Process Control, vol. 8, n. 6, pp. 421 – 430, 1998.

HUANG, B.; SHAH, S.; **Performance Assessment of Control Loops: Theory and Applications**. 1 ed. Springer Verlag: Londres, Reino Unido, 1999.

IMSLAND, L.; BAR, N.; FOSS, B.A.; More Efficient Predictive Control, Automatica, vol. 41, n.8, pp. 1395–1403, 2005.

JELALI, M.; An overview of control performance assessment technology and industrial applications. Control Engineering Practice, vol. 14, n. 5, pp. 441 – 466, 2006.

KANE, V. E.; Process capability indices. Journal of Quality Technology, vol. 18, n. 1, pp. 41-52, 1986.

KAY, S., **Modern spectral estimation – Theory & Application**, Prentice Hall, Englewood, Estados Unidos, 1984.

KEMPF, A.O., Avaliação de Desempenho de Malhas de Controle. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, 2003.

KENDRA, S.J.; ÇINAR, A; Controller performance assessment by frequency domain techniques. Journal of Process Control, vol. 7, n. 3, pp. 181-194, 1997.

KESAVAN, P.; LEE, J.; Diagnostic Tools for Multivariable Model-Based Control Systems. Industrial Engineering Chemistry Research, vol. 36, n. 4, pp. 2725 – 2738, 1997.

LING. K. V.; HO, W.K.; FENG, Y.; WU, B.; Integral-Square-Error Performance of Multiplexed Model Predictive Control, IEEE Transactions on Industrial Informatics, vol 7, n. 2, pp. 196 – 203, 2011

LIU. C.; HUANG, B.; WANG, Q.; Control Performance Assessment Subject to Multi-Objective User-Specified Performance Characteristics, IEEE Transactions on Control System Technology, vol. 19, n. 3, pp. 682-691, 2011.

LU, Z.J; MACARTHUR, J.W.; HORN, B.C.; Method of Process Control Optimization in a Multivariable Predictive Controller, United States Patent # 5.758.047, 1998.

OAKLAND, J.; **Statistical Process Control**. 6 ed. Prentice Hall: Nova Iorque, Estados Unidos, 2008.

ORDYS, A. W.; UDUEHI, D.; JOHNSON, M.A.; **Process Control Performance Assessment: From Theory to Implementation**. 1 ed. Springer-Verlag: Londres, Reino Unido, 2007.

PARK , S.W.; LELLIS, W. , SOTOMAYOR, O.A.Z.; State Space Model Based Predictive Control for a Continuous Bioreactor. In: Proceedings of the 17th International Symposium on Chemical Reaction Engineering, ISCRE 17, Paper MS-0490, Hong Kong, China, 2002.

PENG, Y.; KINNAERT, M.; Explicit Solution to the Singular LQ Regulation Problem. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 37, n.5, pp. 633–636, 1992.

PHADKE, M. S.; **Quality engineering using robust design**. Englewood: Prentice Hall: Nova Iorque, Estados Unidos, 1989.

PINTELON, R.; SCHOUKENS, J.; **Identification of Linear Systems: A Practical Guideline to Accurate Modeling**. Pergamon Press: Oxford, Inglaterra, 1991.

PRETT, D.; GARCIA, C.; **Fundamental process control**. Butterworth Publishers: Stoneham, Estados Unidos, 1988.

RATO, T. J., REIS, M.S.; Statistical Process Control of Multivariate Systems with Autocorrelation. *Computer Aided Chemical Engineering*, vol. 29, pp. 497-501, 2011

QIANG, Z.; SHAOYUAN, L.; Performance Monitoring and Diagnosis of Multivariable Model Predictive Control Using Statistical Analysis. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, vol. 14, n. 2, pp. 207-215, 2006.

QIN, S. J.; BADGWELL, T. A.; An overview of industrial model predictive control technology. In: *Chemical process control — CPC V*, CACHE. Tahoe City, Estados Unidos, Janeiro 1996.

QIN, S. J.; YU, J.; Recent developments in multivariable controller performance monitoring. *Journal of Process Control*, vol. 17, n.3, pp.221 – 227, 2007.

RODRIGUES, J.A.D.; TOLEDO, E.C.V.; MACIEL FILHO, R.; A tuned approach of the predictive-adaptive GPC controller applied to a fed-batch bioreactor using complete factorial design. *Computers and Chemical Engineering Journal*, vol. 26, n.10, pp. 1493 – 1500, 2002.

SEBORG, D.; EDGAR, T.F.; MELLICHAMP, D.A.; **Process Dynamics and Control**. 2 ed. J. Wiley: Nova Iorque, Estados Unidos, 1989.

SILVA FILHO, E. B.; ALVES, M. C. M.; DA MOTTA, M.; Lama vermelha da indústria de beneficiamento de alumina: produção, características, disposição e aplicações alternativas. Revista Matéria, vol.12, n. 2, 2007.

TAGUCHI, G.; **Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes**. 6. ed. Toquio, Japão, 1986.

TIAN, X. ; CHEN, G.; CHEN, S.; A data-based approach for multivariate model predictive control performance monitoring. Neurocomputing, vol. 74, n.4, pp. 588-597, 2011.

TSILIGIANNIS, C.A.; SVORONOS, S.A.; Dynamic Interactors in multivariable process control. Part I. The general time delay case. Chemical Engineering Science vol. 43, n.2, pp 339-347. 1988.

TSILIGIANNIS, C.A.; SVORONOS, S.A.; Dynamic Interactors in multivariable process control. Part II. Time delays and zeroes outside the unit circle. Chemical Engineering Science vol. 44, n.9, pp 2041-2047. 1989.

UDUEHI, D.; LAING, D.; ORDYS, A.; Economic Auditing of Control Systems. In ORDYS, A. W. et al. **Process Control Performance Assessment: From Theory to Implementation**. 1 ed. Springer-Verlag: Londres, Reino Unido, 2007.

VENAVELLI, A.; WHITELEY, R.; Error Band Identification and Characterization for Advanced Process Control (APC) Performance Assessment. In: AIChE Spring Meeting, Houston. Artigo 57b. Houston, Estados Unidos, Abril 2007.

YU, J. ; QIN, S.; Statistical MIMO controller performance monitoring. Part I: Data-driven covariance benchmark; Part II: Performance Diagnosis. Journal of Process Control, vol. 18, n. 3-4, pp.277 – 319, 2008.

YUAN, Q.; LENNOX, B.; MCEWAN, M.; Analysis of multivariable control performance assessment techniques. *Journal of Process Control*, vol. 19, n.5, pp. 751 – 760, 2009.

ZHAO, C., SU, H., GU, Y., HUANG, B.; LQG benchmarking for Economic Control Performance. In: *American Control Conference*. Washington, Estados Unidos, 2009.

ZANG, Z.; HU, L.S.; ZHANG, Z.L.; Performance Assessment for a Class of Nonlinear Systems. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 30, pp. 10557–10566, 2011.

APÊNDICE

A.1 Modelo ARX

A equação SISO para o modelo ARX (autorregressivo com entradas externas) é descrita como:

$$y(t) = \alpha_n y(t-1) + \dots + \alpha_1 y(t-n) + \beta_n u(t-1) + \dots + \beta_1 u(t-n) + e(t) \quad (\text{A-1})$$

Onde $e(\cdot)$ é um processo branco estocástico, com valor esperado nulo $E[e(t)] = 0$, que é assumido independente da sequência $u(\cdot)$. O inteiro n define o que é chamado *ordem* ou *memória* do modelo. O modelo ARX pode ser obtido a partir do modelo geral por representação discreta, descrito pela seguinte equação:

$$A(q)y(k) = B(q) * u(k) + v(k) \quad (\text{A-2})$$

Com $v(k)$ sendo o ruído e q^{-1} o operador de atraso, que leva aos seguintes polinômios:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_y} q^{-n_y} \quad (\text{A-3})$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_x} q^{-n_x} \quad (\text{A-4})$$

A.2 Método de Identificação ARMAX

A equação SISO para o modelo ARMAX (autorregressivo e por médias móveis, com entradas externas) é descrita como:

$$y(t) = \alpha_n y(t-1) + \dots + \alpha_1 y(t-n) + \beta_n u(t-1) + \dots + \beta_1 u(t-n) + e(t) \quad (\text{A-5})$$

Onde o erro é descrito por meio de um processo de média móvel do tipo:

$$e(t) = v(t) + \gamma_{n_\gamma} v(t-1) + \dots + \gamma_1 v(t-n_\gamma) \quad (\text{A-6})$$

Onde $\omega(\cdot)$ é um processo branco estocástico, com valor esperado nulo $E[e(t)] = 0$. O modelo ARMAX então possui a seguinte estrutura:

$$y(t) = \alpha_n y(t-1) + \dots + \alpha_1 y(t-n) + \beta_n u(t-1) + \dots + \beta_1 u(t-n) + \vartheta(t) + \gamma_{n_\gamma} \vartheta(t-1) + \dots + \gamma_1 \vartheta(t-n_\gamma) \quad (\text{A-7})$$

Com $\vartheta(k)$ sendo o ruído e q^{-1} o operador de atraso, que leva aos seguintes polinômios:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_y} q^{-n_y} \quad (\text{A-8})$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_x} q^{-n_x} \quad (\text{A-9})$$

$$C(q) = 1 + \gamma_1 q^{-1} + \dots + \gamma_{n_\gamma} q^{-n_\gamma} \quad (\text{A-10})$$

A estimação da ordem do modelo é realizada de acordo com os métodos FPE e AIC.

O critério erro de predição final de Akaike (FPE) estima o erro de ajuste do modelo, quando o mesmo é utilizado para prever novas saídas, com um diferente conjunto de dados. Após a computação de inúmeros modelos diferentes, os mesmos podem ser comparados de acordo com esse critério. De acordo com a teoria de Akaike, o modelo mais preciso é aquele que possui o menor FPE:

$$FPE = V \left(\frac{1 + d/N}{1 - d/N} \right) \quad (\text{A-11})$$

Onde V é a função perda, d é o número de parâmetros estimados e N é o número de valores no conjunto de dados. O Matlab considera que o erro final de predição é assintótico para um $d \ll N$ (o que é verdade no caso estudado, com N variando de 2000 a 3000 amostras). Sendo assim, o critério FPE pode ser calculado pela seguinte aproximação:

$$FPE = V(1 + 2d/N) \quad (A-12)$$

A função perda é definida pela seguinte equação:

$$V = \det\left(\frac{1}{N} \sum_1^N \varepsilon(t, \theta_N) \varepsilon(t, \theta_N)^T\right) \quad (A-13)$$

Onde θ_N é representa os parâmetros estimados. Para estimar-se qual a ordem ideal do modelo, plota-se o gráfico com $FPE(1)$ $FPE(2)$... $FPE(\theta)$ e verifica-se qual o menor valor entre todos. O menor valor ou o valor que estabiliza a série é o valor de ordem mais indicado. Para o trabalho, elegeu-se $\theta = 10$.

Assim como o critério FPE, o critério AIC (Akaike Information Criterion) fornece uma medida da qualidade do modelo de acordo com sua ordem. Tal avaliação consiste em um erro estimado ponderado, baseado na variação não explicada de uma dada série de dados. Ao erro, adiciona-se um termo de penalidade quando se excede o número ótimo de parâmetros que representariam o sistema. De acordo com a teoria, o modelo mais preciso é também aquele com o menor AIC. O índice é definido pela seguinte equação:

$$AIC = \log V + \frac{2d}{N} \quad (A-14)$$

Onde V é a função perda, d é o número de parâmetros estimados e N é o número de valores na estimação do conjunto de dados. A função perda é definida pela seguinte equação:

$$V = \det\left(\frac{1}{N} \sum_1^N \varepsilon(t, \theta_N) \varepsilon(t, \theta_N)^T\right) \quad (A-15)$$

É importante observar que ambos os parâmetros são compostos dos mesmos elementos, representados de formas distintas. Entretanto, KAY (1984) descreve que as estimativas das ordens dos modelos ARMAX não podem ser determinadas pelo critério FPE, uma vez que para estes modelos a potência do erro preditivo apresenta um decrescimento monótono com o incremento da ordem do preditor linear.

Dessa forma, acresceu-se à análise o critério MDL (Minimum Description Length). Segundo Pintelon & Schoukens (2001), o critério MDL é melhor que o critério AIC, uma vez que o critério AIC tende a escolher modelos muito complexos. O conceito de MDL descreve que qualquer regularidade no conjunto de dados deve servir para comprimir os dados e simplificar a análise. Tal critério pode ser representado pela seguinte equação:

$$MDL = V * \left(1 + d * \frac{\log(N)}{N} \right) \quad (A-16)$$

Assim como nos outros casos, tal critério utiliza a função perda V, o número de amostras N e o número de parâmetros estimados d. Após a estimação da ordem do modelo, estimam-se os vetores de parâmetros α e β , através da estimação por mínimos quadrados. Sua fórmula geral é:

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=n+1}^L (y(t) - y(t|t-1))^2 = \frac{\|y^o - y^p(\theta)\|_2^2}{N} = \frac{\varepsilon^T(\theta)\varepsilon(\theta)}{N} \quad (A-17)$$

Onde

$$y^p(\theta) = [y(n+1|n) \quad \dots \quad y(L|L-1)]^T$$

$$y_k^o = [y(k+1) \quad \dots \quad y(L)]^T$$

$$\varepsilon(\theta) = y_{ok}^o - y^p(\theta)$$

Tal algoritmo consiste em encontrar os parâmetros de modelo que minimizem uma função custo. A função custo é constituída pela diferença acumulada entre o valor real e o valor previsto pelo modelo ARMAX.

A.3 Modelo ARIMA

Os modelos denominados ARIMA (autoregressivos integrados e de saídas móveis) descrevem tanto o comportamento estacionário como o não estacionário. A saída do modelo capta distúrbios de baixa frequência, tais como variações devido a fenómeno de sazonalidade. Nesse caso, modifica-se a parte estocástica do modelo, para incluir um termo de integração, o qual fará com que os distúrbios de baixa frequência sejam considerados. A diferença para o modelo ARMA (autorregressivo com medias móveis) é representada pelo modelo de erro da equação, demonstrado a seguir:

$$e(t) = \frac{\omega(t) + \gamma_1 \omega(t-1) + \dots + \gamma_m \omega(t-n)}{1 - z^{-1}} \quad (\text{A-18})$$

Sendo assim, o modelo final toma a forma:

$$y(t) = \alpha_n y(t-1) + \dots + \alpha_1 y(t-n) + \frac{\omega(t) + \gamma_1 \omega(t-1) + \dots + \gamma_m \omega(t-n)}{1 - z^{-1}} \quad (\text{A-19})$$

Um modelo da forma ARIMA pode ser considerado um modelo ARMA que conecta diferentes sequências, ao invés de observar puramente as entradas e saídas do modelo.

A.4 Modelo de Erro de Saída (Output Error)

O Modelo de Erro de Saída caracteriza-se por ter um ruído branco adicionado diretamente à sua saída. Dada a equação 3-27:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + v(k) \quad (\text{A-20})$$

Para descrever o modelo de erro na saída, é preciso apenas igualar o polinômio $A(q)$ a 1. Dessa forma, tem-se:

$$y(k) = B(q)u(k) + v(k) \quad (\text{A-21})$$

Conforme é possível observar, o modelo se assemelha ao ARX, a menos do polinômio A . Dessa forma, conclui-se que o modelo descreve somente a dinâmica do sistema. Nenhum modelo de distúrbio é considerado, ou seja, o ruído adicionado a saída é branco.

A.5 Identificação por Subespaços

Os Métodos de identificação por Subespaços em tempo discreto referem-se a uma classe de algoritmos cuja principal característica é trabalhar com os subespaços gerados pelas linhas ou colunas das matrizes bloco de Hankel formadas pelos dados de entrada - saída, para calcular um modelo confiável no espaço de estado.

Os Métodos de Subespaços em essência são constituídos por três passos principais: o primeiro, onde é feita uma projeção (ortogonal ou oblíqua) das matrizes de dados, o segundo onde são obtidos os estados (implícita ou explicitamente) a partir do subespaço gerado pela projeção anterior, e finalmente no terceiro obtém-se as matrizes do sistema para o modelo no espaço de estado.

A.5.1 Algoritmo N4SID (Matlab)

O algoritmo `n4sid` (Numerical algorithm for Subspace State Space System Identification) encontra-se presente no Matlab, para estimação por subespaços. O modelo de espaço de estados é na forma de inovação, segundo a equação a seguir:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e(t) \end{aligned} \quad (\text{A-23})$$

Este algoritmo é iniciado com a projeção oblíqua das saídas futuras, Y_f , no subespaço das entradas e saídas passadas, W_p , na direção das entradas futuras, U_f ,

seguindo a forma $Y_f/U_f W_p$. A metodologia padrão do algoritmo N4SID é apresentada a seguir.

Supondo-se a seguinte decomposição LQ:

$$\begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (A-24)$$

Tem-se que a projeção ortogonal, em termos da equação anterior é dada por:

$$Y_p | U_p^\perp = L_{22} Q_2^T \quad (A-25)$$

Definindo-se a equação do modelo estendido no espaço de estados como:

$$Y_p = O_k X_p + T_k U_p \quad (A-26)$$

Onde O é a matriz de observabilidade estendida e T é a matriz de Toeplitz:

$$O = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & 0 \\ CAB & CB & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ CA^{k-1}B & CA^{k-2}B & \dots & D \end{bmatrix}$$

Pode-se escrever

$$L_{21} Q_1^T + L_{22} Q_2^T = O_k X_p + T_k U_p \quad (A-27)$$

Pela equação, é observado que os termos do lado esquerdo da equação são ortogonais, e do lado direito tem-se uma soma direta dos subespaços linha dos estados e das entradas.

Pós-multiplicando-se 3-45 por Q_2 , tem-se que $L_{22} = O_k X_p Q_2$ e $U_p = L_{11} Q_1^T$, pois Q_1 e Q_2 são ortogonais. Usando a decomposição em valores singulares (SVD) desta equação, tem-se que

$$L_{22} = O_k X_p Q_2 = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = U_1 \Sigma_1 V_1^T \quad (A-28)$$

Além disso, por meio da mesma SVD, tem-se

$$O_k = U_1 \Sigma_1^{1/2} \quad (A-29)$$

Com isso, obtém-se A e C:

$$A = O_{k-1} O_k \quad \text{e} \quad C = O_k (1:l, 1:n) \quad (A-30)$$

Por outro lado, multiplicando-se 3-52 por Q_2 , tem-se que

$$L_{21} = O_k X_p Q_1 + T_k U_p Q_1 \quad (A-31)$$

Pré-multiplicando-se por U_2^T , tem-se que

$$U_2^T L_{21} = U_2^T O_k X_p Q_1 + U_2^T T_k U_p Q_1 \quad \therefore \quad U_2^T L_{21} = U_2^T T_k L_{11} \quad (A-32)$$

Uma vez que $U_2^T O_k$ são ortogonais e $U_p = L_{11} Q_1^T$.

Reordenando-se os termos da equação, com L_{11} , L_{21} e U_2 conhecidos, define-se $U_2^T := [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_k]$ e $U_2^T L_{21} L_{11}^{-1} = [M_1 \ M_2 \ \dots \ M_k]$. Através da Matriz de Toeplitz, obtém-se a seguinte equação para encontrar B e D:

$$\begin{bmatrix} L_1 & \overline{L_2} O_{k-1} \\ L_2 & \overline{L_3} O_{k-2} \\ \vdots & \vdots \\ L_{k-1} & \overline{L_k} O_1 \\ L_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{k-1} \\ M_k \end{bmatrix} \quad (A-33)$$

US005351184A

United States Patent [19]
Lu et al.

[11] **Patent Number:** **5,351,184**
[45] **Date of Patent:** **Sep. 27, 1994**

[54] **METHOD OF MULTIVARIABLE
PREDICTIVE CONTROL UTILIZING
RANGE CONTROL**

[75] Inventors: **Zhuxin J. Lu**, Glendale; **J. Ward
MacArthur**, Scottsdale; **Brian C.
Horn**, Phoenix, all of Ariz.

[73] Assignee: **Honeywell Inc.**, Minneapolis, Minn.

[21] Appl. No.: **9,491**

[22] Filed: **Jan. 26, 1993**

[51] Int. Cl.⁵ **G06F 15/46; G05B 13/02**

[52] U.S. Cl. **364/165; 364/152;
364/157**

[58] Field of Search **364/148, 149-151,
364/152-156, 157, 164, 165, 176; 318/561**

[56] **References Cited**

U.S. PATENT DOCUMENTS

4,349,869 9/1982 Prett et al. 364/156 X
4,916,635 4/1990 Singer et al. 364/153 X
5,184,292 2/1993 Schneider 364/153 X

Attorney, Agent, or Firm—A. A. Sapelli; A. Medved; W.
Udseth

[57]

ABSTRACT

A process control system which includes at least one manipulated variable and at least one controlled variable, provides a method for robust control of a process. Predetermined constraints of the manipulated variables and the controlled variables, and the present values of the manipulated variables are obtained. New values are calculated for the controlled variables for a predetermined number of points in the future, such that the values of the controlled variables are within the predetermined range thereby obtaining an optimal robustness of the resultant controller. The manipulated variables are also calculated to be within predetermined constraints, and the controlled variables to fall within a predetermined range when controllable. From a plurality of solutions, a most robust solution is selected. Then the manipulated variables are adjusted to cause the process control system to drive the values of the controlled variables to the calculated values.

Primary Examiner—Joseph Ruggiero

3 Claims, 3 Drawing Sheets

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

METHOD OF MULTIVARIABLE PREDICTIVE CONTROL UTILIZING RANGE CONTROL

BACKGROUND OF THE INVENTION

The present invention relates to control systems, and more particularly, to a method of robust multivariable predictive control (RMPC) techniques utilizing range controls.

In present day process control systems, many techniques are presently in use which utilize model predictive control techniques which control process variables to predetermined setpoints. Oftentimes the setpoints are a best estimate by the system operator of the value of the setpoint or set points. When a process is being controlled to a setpoint, the controller may not be able to achieve the best control performances, especially under process/model mismatch.

In order to enhance the controller performance, there is a need to provide a method for controlling a process which controls the process variables (i.e., controlled variables) by commanding each manipulated variable associated with the controller of the process control system to a corresponding range, i.e., each control specification having an upper bound and a lower bound. The result is that the Frobenius norm of the controller is minimized and thus the process is controlled within the desired tolerance of the product specification, the impact to the system is reduced, and results in a more robust controller.

SUMMARY OF THE INVENTION

Therefore, there is provided by the present invention, a controller which controls each controlled variable of a process to be within a corresponding predetermined range. A process control system includes at least one manipulated variable and at least one controlled variable. A method which provides robust control of a process, comprises the steps of initializing the robust control to have predetermined constraints of the manipulated variables and the controlled variables. The present values of the manipulated variables and the controlled variables are then obtained. New values are calculated for the controlled variables for a predetermined number of points in the future, such that the values of the controlled variables are within the predetermined range thereby obtaining an optimal robustness of the resultant controller. The manipulated variables are also calculated to be within predetermined constraints, and the controlled variables to fall within a predetermined range when controllable; otherwise, to keep the controlled variable constraint violations to a minimum. From a plurality of solutions, a most robust solution is selected. Then the manipulated variables are adjusted to cause the process control system to drive the values of the controlled variables to the calculated values.

Accordingly, it is an object of the present invention to provide a more robust controller for a process control system.

It is another object of the present invention to provide a more robust multivariable predictive controller.

It is still another object of the present invention to provide a more robust multivariable predictive controller wherein each controlled variable of the process is controlled to be within a range having an upper bound and a lower bound.

These and other objects of the present invention will become more apparent when taken in conjunction with the following description and attached drawings, wherein like characters indicate like parts, and which drawings form a part of the present application.

BRIEF DESCRIPTION OF THE DRAWINGS

FIG. 1 shows a functional block diagram of a process control system in which the present invention may be utilized;

FIG. 2 shows the system of FIG. 1 which effectively includes three sub-controllers; and

FIG. 3 shows a timing diagram of an application of the range control formulation of the present invention.

DETAILED DESCRIPTION

Referring to FIG. 1, there is shown a functional block diagram of a process control system in which the present invention may be utilized. A controller 10 has multiple outputs, which are coupled as input variables u to a process 20. The process 20 can include, for example, a plurality of elements which can be controlled such as valves, heaters, . . . Process variables y of process 20 include temperature, pressure, level, flow, . . . which govern product quality. The input variables (or manipulated variables) u , are defined as:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

and the output variables (or controlled variables) cv , are defined as:

$$cv = \begin{bmatrix} cv_1 \\ cv_2 \\ \vdots \\ cv_n \end{bmatrix}$$

Thus, the process 20 is a dynamic process $P(s)$ having m manipulated variables and n controlled variables. The controlled variables (cv) include n_1 regulated cv , n_2 restrained cv , and n_3 optimized cv . Generally,

$$n \geq m \geq n_1$$

In the present invention, the control specification, r , (this is referred to as setpoint in previous systems) is defined as follows:

$$r = \begin{bmatrix} r_1 \in [\underline{r}_1, \bar{r}_1] \\ r_2 \in [\underline{r}_2, \bar{r}_2] \\ \vdots \\ r_n \in [\underline{r}_n, \bar{r}_n] \end{bmatrix}$$

For the regulated cv, the lower bound is equal to the upper bound, $\underline{r}_1 = \bar{r}_1$. For the restrained cv, the upper bound is greater than the lower bound, $\bar{r}_1 > \underline{r}_1$, or there is either a lower bound only or there is an upper bound only. Finally, for the optimized cv, there is no bound at all.

Referring to FIG. 2, there is shown the system of FIG. 1, which effectively includes three sub-controllers 11, 12, 13 to handle the three cases identified above. The range control function of controller 10 is formulated to handle the three cases identified above in accordance with:

$$\min_{x,y} 1/2 \| W(Ax - y) \|^2$$

Subject to:

$$\underline{MV} \leq x \leq \overline{MV}, \text{ and} \\ \underline{PV} \leq y \leq \overline{PV};$$

where, W is a user weighing matrix;

A is a matrix (a_{ij} coefficients) that relates the process dynamics of an output to an input; y is range variables (extension of setpoint); and x is the manipulated variable u or Δu (i.e., $\Delta u = u_{CURRENT} - u_{LAST}$), depending on application. $\underline{PV}$ and $\overline{PV}$ (process variable) is the range it is desired to have the process operate, and $\underline{MV}$ and $\overline{MV}$ is the range physical limits it is desired to have the process operate.

The controller has to find not only a best solution x , the movements of the manipulated variables u , but also must find an optimal point at which the process should be operating within the range, i.e., within the high-low bound.

The solution to the formulation of the controller can result in one of three cases.

Case 1—there is a unique solution (of x^* , y^*) and $Ax^* \neq y^*$;

Case 2—there is an infinite number of solutions (x^* , y^*) and $Ax^* = y^*$; and

Case 3—there is an infinite number of solutions (x^* , y^*) and $Ax^* \neq y^*$.

Most of the solutions fall within Case 2 or Case 3. Case 1 indicates the process is not controllable.

For Case 2 and Case 3, it is desirable to find the most robust solution, i.e., find the solution which gives the smallest risk under model/process mismatch, which generally is the smallest move. Thus, for Case 2 and 3, it is desired to minimize the upper bound of the maximum singular value of the controller,

$$\min_{q_{ij}} \| Q \|_{fro}$$

such that $x^* = Q \times$ (predicted error) where Q is the controller matrix, q_{ij} are the elements of the controller matrix Q , i.e., minimize the norm of the controller. Norm is the measure of the magnitude of the controller, i.e., an extension of the controller gain. In multivariable cases, the concept of gain is lost. Mathematically the gain is described by the "maximum singular value" or its upper bound, i.e., a Frobenius norm. Thus, the solution which corresponds to the smallest magnitude of the controller is found. This results in a greatly enhanced robustness of the controller.

As a result of the added complexity but increased advantages, computational load on the controller 10 is increased. In order to achieve added robustness and to handle PV constraints, the controller needs to compute where the manipulated variables should be and also where the controlled variables (cv) should be. The controller 10 solves a "staged" non-linear programming problem. First, the range control formulation is solved, and second (for a Case 2 or Case 3 solution) solve to minimize the magnitude of the controller. The programming can be converted into a "staged" semi-positive quadratic programming (QP) solution, well known to those skilled in the art.

Referring to FIG. 3, there is shown a timing diagram of an application of the range control formulation of the present invention indicating a versatile performance feature. Here the process variable has a range. The process variable has a process variable upper and lower bound $\overline{PV}$ and $\underline{PV}$, respectively, specified by the user. Similarly, as discussed previously, the user specifies the upper and lower bounds for the manipulated variables (MV) (not shown). The current time is shown as $t=0$ and for each PV, in this example, there are five (5) PV values predicted ahead. If there are 20 PVs, then 100 PV values are to be entered, No. 1 thru 5 PV value pairs for the first PV, No. 6 thru 10 PV value pairs for the second PV, . . . and finally No. 96 thru 100 PV value pairs for the twentieth PV. Thus, $\underline{PV}_1$ and $\overline{PV}_1$, $\underline{PV}_2$ and $\overline{PV}_2$, $\underline{PV}_3$ and $\overline{PV}_3$, $\underline{PV}_4$ and $\overline{PV}_4$, and $\underline{PV}_5$ and $\overline{PV}_5$ values are entered by the user in this example. Here, in order to achieve robustness, the MV values are assumed to hold unchanged. The solutions of the range control formulation are y^*_1 , y^*_2 , y^*_3 , and y^*_4 , y^*_5 . Each of the solutions y^* are within the PV bounds specified. By specifying a "funnel" (the specification of the PV high and low boundary), then a number of solutions are obtained because the trajectory can be anywhere within the funnel, and the one solution which corresponds to the least magnitude of the controller is determined.

Thus, the Range Control formulation handles all controlled variable constraints dynamically, even if the number of constrained controlled variables is greater than the number of manipulated variables, and exhibits greater control robustness.

Attached hereto as appendix I, is a paper entitled "Range Concept and Range Control Formulation", pages 1 through 19, which includes the detailed mathematics to support the detailed description section of the specification.

While there has been shown what is considered the preferred embodiment of the present invention, it will be manifest that many changes and modifications can be made therein without departing from the essential spirit and scope of the invention. It is intended, therefore, in the annexed claims to cover all such changes and modifications which fall within the true scope of the invention.

Range Concept and Range Control Formulation

Appendix 1

For most MIMO control applications, there are often more PVs of control interest than MVs available to manipulate. Fortunately, most PVs of control interest are the PVs to be controlled within two distinct high and low constraints (or bounds). Those PVs are referred to as restrained PVs. There are usually no control performance required as long as the restrained PVs are within there bounds. For this reason, the restrained PVs can and should be treated differently from the traditional CVs (Controlled Variable) in order to gain additional control robustness that is often more desired than holding (in prediction) a selected number of restrained PVs straight lines within their physical constraints. Since the acronym "CV" (Controlled Variable) has been associated with a vague concept that we will further subdivide, it seems to be a good idea to extend the definition of CV and define two new subcategories under Controlled Variables.

Definition	Meaning
Controlled Variable	PVs of control interest
Regulated	Regulated: PVs to be controlled at setpoints
Restrained	Restrained: PVs to be controlled within bounds

Note that under this extended definition, the meaning of Controlled Variables is no long limited to the PVs to be controlled at their (internal or external) setpoints as implied or defined in many MIMO controller packages. Note also that one can further define subcategories in parallel to Regulated PVs and Restrained PVs, or as subcategories of either Regulated PVs or Restrained PVs.

It is noteworthy that, in this extended definition of the CV, the Regulated PV is just a special case of the Restrained PV, where the high and low bounds happen to equal to each other and become an equivalent setpoint. This yields a mathematically convenient *range control* formulation. In other words, the range control algorithm is formulated on the concept of range-the high/low bounds. The regulation at setpoint is treated as a special case, therefore the tasks of regulation and constraint handling are *mathematically unified*.

In general, the process model is a non-square system. Suppose the process is m-input-n-output system, or nxm system. And the vast majority of the process control task can be represented as follows,

n1 outputs of the system are desired to be regulated (or controlled at setpoint), n2 outputs are desired to be controlled within their high-low bounds (some of those bounds can be infinite). Within the second category, n3 of n2 outputs are to be optimized (either minimized or maximized) with or without bounds.

Suppose the model can be described by finite step responses of multiple inputs, we can always represent the changes of multiple outputs in the following form,

$$\Delta p_v = A \Delta m_v$$

where A is N×M matrix. N=n*(prediction points); M=m*(mv blocking points).

Furthermore, we would like to find most control-robust moves to achieve regulations on the n1 regulated process variables, maintain the n2 restrained process

variables within their bounds respectively and, if possible, move the n3 optimized process variables to an optimum.

The controller to achieve the above tasks can be described referring to FIG. 2.

Where "robust regulatory controller," "robust restrained controller" and "dynamic optimizer" represent three different sub-controllers. Each sub-controller is discussed as follows,

First, the on-line portion of robust regulatory controller and robust restrained controller can be formulated in following generic form,

For all vector $\Delta m_v \in R^M$ and a dynamic system matrix $A \in R^{N \times M}$, the corresponding change in outputs, $A \Delta m_v$, forms the range space of A. When Δm_v is constrained in a box B_{mv} (called my-box), i.e., $x_{1i} \leq \Delta m_{vi} \leq x_{u_i}$ for $i=1 \dots M$, $A \Delta m_v$ forms a convex region RA in space R^N .

At any particular time interval in control, the predicted output changes, $\Delta p_v \in R^N$, are, if possible, desired to be restrained in a predefined box B_{pv} (called pv-box), $y_{1j} \leq \Delta p_{vj} \leq y_{u_j}$, $j=1 \dots N$. For those regulated process variables, $y_{1j}=y_{u_j}$, and for others,

$$-\infty \leq y_{1j} \leq y_{u_j} \leq \infty.$$

Geographically, the control task is to find, if $B_{pv} \cap RA = \{0\}$, the shortest distance (usually weighted) between two regions B_{pv} and RA, or, if $B_{pv} \cap RA \neq \{0\}$, the most control-robust moves (for instance, $\|\Delta m_v\|_2$ -minimized solution) so that $A \Delta m_v \in B_{pv}$.

Let x denote Δm_v and y denote Δp_v

Mathematically, the controller is formulated as

$$\min_x \sum_{j=1}^N w_j \Phi^2(a_j x, y_{1j}, y_{u_j}) \quad (3.3.1)$$

subject to $x_{1i} \leq x_i \leq x_{u_i}$, $\forall i=1 \dots M$

Where a_j is the j-th row of A and Φ is define as $\Phi(z, 1, u) =$

$$\Phi(z, l, u) = \begin{cases} l - z, z \leq l \\ z - u, z \geq u \\ 0, \text{others;} \end{cases}$$

and $w_j > 0$ is a positive weight for j-th PV violation.

If multiple solutions exist, find the one that obtains the most robustness. For the sake of readability, the $\|x\|_2$ -minimized solution is used here. $\|Q\|_{fro}$ -minimized solution is discussed in next section, where Q is the MIMO controller.

This mathematical representation of range control formulation presents a number of advantages:

(a) It does not specify "at will" where within their bounds all the process variables should be at, except those regulated process variables. Instead, it lets the controller to figure out where the best place they should be at in order to gain control robustness or minimize the $\|Q\|_{fro}$.

(b) It allows the control designer to specify a pair of tighter high/low bounds for a regulated process variable at the end of the prediction horizon, and to specify a pair of looser high/low bounds for the same regulated process variable at the beginning and in the middle of the prediction horizon.

The computer realization of the controller formulation (3.3.1) can be devised by the following two steps corresponding to the first two sub-controllers, robust restrained controller and robust regulatory controller in the FIG. 3.1.

- 1) The task of the restrained controller is to test if $B_{pv} \cap RA = \{0\}$ and yield solution accordingly. The following Quadratic Programming (QP) problem is solved to find MV moves to minimize predicted PV violations.

$$\min_{x,y} \frac{1}{2} \|W(Ax - y)\|^2 \quad (3.3.2)$$

subject to

$$x l_i \leq x_i \leq x u_i, \quad \forall i = 1 \dots M; \text{ and}$$

$$y l_j \leq y_j \leq y u_j, \quad \forall j = 1 \dots N.$$

Where $W = \text{Diagonal}([w_1 \dots w_N])$ is the diagonal weighting matrix. Denote the solution to (3.3.2) as (x^*, y^*) , and define $D^* = Ax^* - y^*$. If $D^* \neq 0$, then $B_{pv} \cap RA = \{0\}$. And multiple solutions could still exist. Then,

$$\min_x \frac{1}{2} \|x\|^2 \quad \left(\text{or } \min_x \frac{1}{2} x' W x \right) \quad (3.3.3)$$

subject to

$$x l_i \leq x_i \leq x u_i, \quad \forall i = 1 \dots N$$

$$Ax - y = D^* \quad (D^* \text{ is the optimal violations}); \text{ and}$$

$$y l_j \leq y_j \leq y u_j, \quad \forall j = 1 \dots M.$$

Then $x_{3,3}^*$ to (3.3.3) is the controller MV moves for that time interval. Note that only when B_{pv} and RA have parallel and kissing boundaries should solution to (3.3.3) differ from that to (3.3.2).

- 2) When $D^* = 0$, meaning $B_{pv} \cap RA \neq \{0\}$, and multiple solutions to (3.3.2) exist. The robust 2-norm-minimized solution can be found. (For $\|Q\|_{f/0}$ minimized solution, see next subsection.) Its task is defined as follows,

$$\min_x \frac{1}{2} \|x\|^2 \quad \left(\text{or } \min_x \frac{1}{2} x' W x \right) \quad (3.3.4)$$

subject to

$$x l_i \leq x_i \leq x u_i, \quad \forall i = 1 \dots M, \text{ and}$$

$$y l_j \leq y_j \leq y u_j, \quad \forall j = 1 \dots N.$$

One of the most important advantages of the range control algorithm is that the resultant controller tries to control as many CVs as possible. The control performance on restrained PVs are essentially same as that of the regulated PVs. The user does not have to specify explicit CVs and implicit CVs (or recoupled CVs and uncoupled CVs).

Another obvious advantage is gaining additional robustness without any model uncertainty descriptions. The gain of robustness is based on the fact that there are often infinite number of solutions to the range control problem (3.3.2).

It is noteworthy that range control algorithm does not differentiate the regulatory controller from restrained controller. However, the off-line rain-max algorithm does treat the two controllers differently when robust stability and robust control performance are

considered. The fundamental difference lies in the fact that the regulatory controller alone is a linear controller after all, but the restrained controller is not. Therefore the combination of the two are not linear, since the restrained controller interact with the regulatory controller.

RANGE CONTROL NUMERICAL SOLUTION TECHNIQUES

Given a limited computing resource, the main numerical difficulties for range control algorithm are as follows,

- 1) The size of the original formulation (3.3.2) is much bigger than conventional control formulations. The range control formulation is in the space of $R^{(N+M)}$, while conventional control is in the space of R^M . Notice that N usually $\geq M$ and that CPU time required for QP problem is usually proportional to $(\text{size})^2 \sim (\text{size})^3$.
- 2) The additional control robustness comes from finding the best solution when there are multiple (usually infinite) solutions. It adds additional complexity to the numerical solution technique.
- 3) The resultant controller becomes nonlinear, at least piece-wise linear. It adds significant difficult to off-line robust control design.

On the other hand, this range control formulation possesses some mathematically-convenient features that conventional control formulations may not have. Those features are as follows,

- 1) The constraints in formulation (3.3.2) are all simple bounds. There are many useful numerical treatments can be employed to simplify the numerical procedures.
- 2) Many terms in formulation (3.3.2) may vanish at the solution. Thus not all the terms need to join the iterations.
- 3) The most control robust solution will be found under the condition of multiple solution. This helps significant to reduce the sensitivity of blocking to the final control solution. Also, there is little need for specifying initial part of the internal trajectory.

Norms and Scaling

Norms and scaling almost always work together. Without proper scaling, norms could be misleading; without a proper norm definition, a control formulation can hardly yield the robustness to counteract all possible uncertainties.

MAXIMUM SINGULAR VALUE, FROBENIUS NORM AND 2-NORM

For any MIMO controller, it can be expressed in a matrix form as follows,

$$\Delta MV = Q \Delta e$$

Where ΔMV is the predicted MV moves and Δe is an error term.

For the range control algorithm, the error calculation is slightly different. The final goal is to find a robust MV move that satisfy the following,

$$\Delta YB \leq H \Delta MV \leq \Delta Y\bar{B}$$

Thus, the change in error Δe should be calculated as follows (see Theorem 1 for more rigorous expression),

$$\Delta e_i = \begin{cases} \Delta \overline{YB}_i & \Delta \overline{YB}_i < 0 \\ \Delta \underline{YB}_i & \Delta \underline{YB}_i > 0 \\ \text{to be determined, otherwise} \end{cases}$$

and

$$\begin{aligned} \Delta \overline{YB}_i &= y_{u_i} - \bar{y}_i \\ \Delta \underline{YB}_i &= y_{l_i} - \bar{y}_i \end{aligned}$$

where $\Delta \overline{YB}_i$ and $\Delta \underline{YB}_i$ are i -th high and low PV a-bounds respectively, and $\bar{y}_i$ is the predicted i -th PV (in H matrix arrangement).

There are three norms involved in RMPC controller as follows,

1. Maximum singular value of the RMPC controller
2. Frobenius norm of the RMPC controller
3. 2-norm of control moves by RMPC controller

The first two are matrix norms and the third is a vector norm. They are closely related. However their relationships are not always straightforward. (Golub and Van Loan)

Minimizing the controller's maximum singular value (the controller norm) is the final goal. But this task is too difficult to tackle at every execution time on-line. Frobenius norm is a good, close upper bound of the maximum singular value when properly scales. And, minimizing Frobenius norm of the RMPC controller is much less expensive CPU time-wise.

The unweighted robust control solution will yield a default control performances on each CV (including Reg and Res PVs). It is often desired, from the user's stand point view, to minimize the maximum singular value of a weighted RMPC controller. The weights allow the user to specify mainly two things: 1) the relative control performance on each PV of control interest; and 2) to use which MVs more to control which CV.

A weighted Frobenius norm of the RMPC controller is then the upper bound of the weighted maximum singular value. When such a solution exist (the closed-loop system has no sustained constraint violations), it can be expressed as follows,

Let $Q = [q_{ij}]_{M \times N}$, and $w_{ij} \geq 0$

$$\min_{q_{ij}} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N w_{ij} q_{ij}^2$$

subject to $\Delta YB \leq H Q \Delta e \leq \Delta \overline{YB}$

where Δe can be expressed as follows,

$$\Delta e_i = \begin{cases} \Delta \overline{YB}_i & \text{when } i\text{-th constraint is binding at its high bound} \\ \Delta \underline{YB}_i & \text{when } i\text{-th constraint is binding at its low bound} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Denote H_- as the collection of the rows in H that are binding at the solution to (3.4.1). Denote Q_- as the collection of the corresponding binding columns in Q. Note that the rest of columns in Q are all zeros. Then, (3.4.1) can be rewritten equivalently as follows,

Let $Q = [q_{ij}]_{M \times N}$, and $w_{ij} \geq 0$

$$\min_{q_{ij}} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N w_{ij} q_{ij}^2$$

subject to $H_- Q_- = I$ (an identity matrix)

Theorem 1:

If the weights are all equal, $w_{ij} = w$, $\forall ij$, then (3.4.1) is to minimize the Frobenius norm of matrix Q or (3.4.2) is to minimize the Frobenius norm of matrix Q_- ; and the solution

- 1) is equivalent to minimizing the 2-norm of the MV moves, $\|\Delta MV\|_2$.
- 2) can be expressed as follows

$$Q_- = H_-^T [H_- H_-^T]^{-1}$$

where H_- is collection of the rows of H that are binding at the solution to (3.4.1).

Q can be constructed from Q_- by adding zero-columns to the corresponding positions where H has non-binding rows.

Proof:

Denote $Q_- = [q_1, q_2, \dots, q_p]_{r \times p} = [q_{ij}]$, ($r = M > p$) the (3.4.2) can be rewritten as,

$$\min_{q_{ij}} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^p w q_{ij}^2 = w \min_{q_{ij}} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^p q_{ij}^2 = w \min_{q_j} \sum_{j=1}^p q_j^2$$

subject to $H_- Q_- = H$, $[q_1, q_2, \dots, q_p] = [e_1, e_2, \dots, e_p] = I_{p \times p}$.

Notice that the constraints are separable in terms of q_j that is squared and summarized in the objective function, thus the original minimization problem is equivalent to the following p sub-problems:

$$\min_{q_j} q_j^2 = \min_{q_j} \sum_{i=1}^r q_{ij}^2$$

$$j = 1, 2, \dots, p$$

$$\text{subject to } H_- q_j = e_j = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]^T, \text{ (} j\text{-th element is 1)}$$

where $e_j = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]^T$ is an $r \times 1$ unit vector.

For each sub-problem, say, $j=k$, the solution to (3.4.3) is as follows, (Golub & Van Loan, 1985)

$$q_k = \sum_{i=1}^r \frac{1}{\sigma_i} (u_i^T e_k) v_i$$

here u_i , v_i and σ_i are from the singular value decomposition of H_- as follows,

$$U^T H_- V = \Sigma$$

where $U = [u_1, u_2, \dots, u_r]$, $V = [v_1, v_2, \dots, v_p]$ and $\Sigma = [\text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p), 0]$.

Note that H_- can also be reconstructed as (3.4.5):

$$H_- = U_p \Sigma_p V_p^T = \sum_i \sigma_i u_i v_i^T$$

where U_p , V_p and Σ_p are partitions of U , V and Σ , $U_p = [u_1, u_2, \dots, u_p]$, $V_p = [v_1, v_2, \dots, v_p]$ and $\Sigma_p = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p)$.

Furthermore, q_k in (3.4.4) can be rewritten as follows,

$$q_k = \sum_{i=1}^p \frac{1}{\sigma_i} (u_i^T e_k) v_i = \sum_{i=1}^p \frac{u_{ki}}{\sigma_i} v_i = \sum_{i=1}^p \frac{1}{\sigma_i} (v u_i^T) e_k \quad (3.4.6)$$

and the optimal solution Q_- can be constructed as follows,

$$Q_- = [q_1 \dots q_p] = \left[\sum_{i=1}^p \frac{1}{\sigma_i} (v u_i^T) e_1 \dots \sum_{i=1}^p \frac{1}{\sigma_i} (v u_i^T) e_p \right] \quad (3.4.7)$$

$$= \sum_{i=1}^p \frac{1}{\sigma_i} (v u_i^T) [e_1 \dots e_p] = \sum_{i=1}^p \frac{1}{\sigma_i} (v u_i^T) I =$$

$$\sum_{i=1}^p \frac{1}{\sigma_i} (v u_i^T) \quad (3.4.8)$$

$$= V_p [\text{diag}(\sigma_1 \dots \sigma_p)]^{-1} U_p^T = V_p [\Sigma_p]^{-1} U_p^T =$$

$$V_p \Sigma_p [\Sigma_p^2]^{-1} U_p^T$$

$$= V_p \Sigma_p^T U_p^T U_p [\Sigma_p^2]^{-1} U_p^T = H_-^T [U_p \Sigma_p^2 U_p^T]^{-1} \quad (3.4.9)$$

$$= H_-^T [U_p \Sigma_p V_p^T V_p \Sigma_p U_p^T]^{-1} = H_-^T [H_- H_-^T]^{-1}$$

Note that $H_-^T [H_- H_-^T]^{-1} \Delta e_-$ is also the solution to minimizing $\|\Delta MV\|_2$ subject to the same set of constraints as follows

$$\min_{\Delta MV=1} \sum MV_i^2 \quad (3.4.10)$$

subject to $H_- \Delta MV = \Delta e_-$

Thus, solution to (3.4.7) is the same of that to (3.4.1).

Q.E.D.

When weights in (3.4.1) are not equal, the vector 2-norm of control moves and Frobenius norm of the controller are related, but in a much less obvious fashion.

OPTIMAL SCALING AND USER WEIGHTINGS

Optimal Scaling

The purpose of scaling is twofold. 1) improve numerical "behavior" of the working system; 2) make the norms more meaningful. Both tasks can be achieved by decreasing or even minimizing the condition number of working matrix with scaling. In a very general form, scaling can be performed by

$$(3.4.11)$$

$$\min \text{cond}(H_s)$$

$$D_r, D_c$$

and

$$H_s = D_r H D_c$$

where H is the original model matrix, H_s is the scaled working model, D_r is a left transformation matrix, and D_c is a right transformation matrix. One drawback with this approach is the lack of efficient algorithms to compute (3.4.11), since the condition number is a very complex function of D_r and D_c .

One efficient algorithm was found when D_r and D_c are reduced to be diagonal matrix, D_r for row scaling and D_c for column scaling. Note that the condition number of H_s is still a very complex function of D_r and D_c .

Note that D_r and D_c can be a good sized vectors. It is almost infeasible CPU time-wise to search in $[D_r, D_c]$ space since condition number is a fairly expensive function to be computed in the gradient and Hessian matrix. A special optimization algorithm is formulated for (3.4.11). Its search steps are based upon the following algorithm to improve convergence dramatically. At k -th iteration,

$$D_r(k) = \text{diag}([d_{ri}]), \text{ with } d_{ri} = \frac{\sqrt{\|H\|_{fro}}}{\|h_{ri}\|}$$

$$D_c(k) = \text{diag}([d_{cj}]), \text{ with } d_{cj} = \frac{\sqrt{\|H\|_{fro}}}{\|h_{cj}\|}$$

$$H = D_r(k) \dots D_r(l) H D_c(l) \dots D_c(k)$$

where h_{ri} and h_{cj} are i -th row vector and j -th column vector of H respectively. The iteration stops when $\text{cond}(H)$ can not be improved. In about 50 test cases with different matrix size, it takes 2-5 steps to reach an optimum. The longest is 12 steps with tolerance is set to be $1E-4$.

Compare this approach with the ones recommended or used in LINPACK, this new approach gives better scaling or small $\text{cond}(H_s)$. The speed is comparable to the LINPACK's simple non-optimal scaling, and dramatically faster than LINPACK recommended optimal scaling.

The following is an real-life example, H is the FCCU Cat-Cracker gain matrix

$H =$	-0.0230	-0.0250	0.0560	0.1900
	-0.0175	0.1900	-0.0100	-0.0600
	0.2750	2.3500	1.0000	1.2900
	0	0	0	2.0400
	-0.0050	-0.0200	0.0080	0.0106
	0.2000	3.1500	-0.0100	-0.0120
	0.1450	12.8000	-12.1600	-7.6700
	0.3690	29.2500	-16.8400	-13.2900
	0.1580	-2.4500	7.4800	5.8900
$H_s =$	1.2838	-0.1418	0.6066	1.3978
	-1.2482	1.3773	-0.1384	-0.5640
	1.2178	1.0577	0.8594	0.7530
	0	0	0	2.0563
	-1.6765	-0.6816	0.5205	0.4684
	1.0298	1.6485	-0.0100	-0.0081
	0.1033	0.9269	-1.6813	-0.7203
	0.1569	1.2641	-1.3896	-0.7448
	0.1960	-0.3089	1.8010	0.9632
$D_c =$	0.3015			
	0.0306			
	0.0585			
	0.0397			
$D_r =$	185.13			
	236.57			
	14.688			
	25.367			
	1112.1			
	17.079			
	2.3632			
	1.4104			
	4.1152			
$\text{cond}(H) =$	206.18			

$$\text{cond}(H_s) = 2.3634$$

Notice that the elements in the scaled H_s is much more evenly distributed, meaning all elements get closer to unity. And the condition number of H_s is much smaller than that of H .

It is also noticed that scaling on the full dynamic matrix does not provide much additional advantages over scaling on just the gain matrix and then scale the dynamic elements the same way as their gain element. The primary reason is that gain is part of dynamics and each SISO portion is always somewhat parallel. For RMPC, it seems to be a good idea to obtain the scaling just based on gain matrix, then apply the scaling to all dynamic element. The optimal scaling will be done off-line. On-line it will "merge" with the user weights (scaling) and apply to the H matrix.

User Weightings

RMPC user may wish to use some MVs relatively more than the others, or to have relatively less constraint violations of some PVs than that of others. It is necessary to provide a user weighting on top of the optimal internal scaling. The user MV weighting can be directly applied (multiplied) to D_c . However the user PV violation weighting should ideally be applied (multiplied) to D_r only when there is sustained violation.

A note: User PV weighting can be interpreted as relative control performance weighting as well, since PV weighting are always effective on regulated CVs and PV weighting on restrained CV are effective when PV constraints are violated.

ON-LINE SOLUTION AND STATUS DISPLAY

It is desired to give the user some indication what the RMPC controller is doing at any time. An easy indication is to display the status of the controller. The status used in DPC seems to be well accepted by the operators and plant engineers. They are as follows,

Status	Full Name	Meaning
OFF	control is not on	Only data acquisition is on.
INIT	INITializing	Initialize RMPC downstream controllers.
REG	REGulating	No active restrained PV constraints.
OPT	OPTimizing	All PVs are within HI/LO bounds.
CNS	ConStraint handling	At least one restrained PV is constrained.
CCF	Constraint ConFlicting	Handling constraint conflicts.
CMV	Constrained MV	MV constraints are excessively stringent.

The following are detailed description of the RMPC Controller statuses

1. OFF status indicates that the RMPC Controller is not on-line, but the data acquisition part of the RMPC Controller is still running and displaying the current PV and MV values.

2. INIT status indicates that the RMPC Controller has just turned from the mode OFF to ON. The RMPC Controller initializes itself and establishes the connections with the downstream controllers. Normally, the RMPC Controller should show the INIT status for only one execution interval. Exceptions can arise when the downstream controllers are not ready at the end of that execution interval. The RMPC Controller waits and

remains in the INIT status for a predetermined number of execution intervals.

3. REG indicates that the RMPC Controller is controlling the regulatory PVs to their setpoints. The Regulatory Controller functions as long as the RMPC Controller is set ON. The REG status is always active but only displays when the following two conditions are both satisfied:

None of the restrained or optimized PVs have any active constraints

Optimizer move size is set to zero, or at least one of the regulatory PVs is outside its regulatory band region.

When both conditions are met, the REG status displays.

If one of the regulatory PVs is outside its regulatory band region, the Regulatory Controller takes precedence and the Dynamic Optimizer is set in a waiting mode. This may not seem meaningful when the RMPC Controller is running on the perfect model process in simulations. However, when there is model-process mismatch, the RMPC Dynamic Optimizer is prevented from pushing the process too aggressively. This safeguards the optimizer move-size, and reduces the retuning effort when model-process mismatch becomes significant.

The OFT, CNS, CCF and CMV statuses are mutually exclusive; that is, only one of them can be a valid status at a time. The regulatory control status is implied when the OFT, CNS, CCF and CMV statuses display. Therefore, when the REG status displays, it also indicates that none of the OFT, CNS, CCF and CMV statuses are active.

4. OPT status indicates that the RMPC Controller is optimizing the process operation according to the economical objective (see Equation (3)). This status will be displayed only when:

None of the Restrained or Optimized PVs have an active constraint.

Optimizer move size is set to a positive value.

None of the regulated PVs are outside their regulated band regions. Regulatory control is implied.

5. CNS status indicates that the RMPC Controller is handling the predicted or actual constraint violations of the restrained and optimized PVs. It serves as an early warning when the violations are predicted. Internally, the RMPC Restrained Controller is activated and the Dynamic Optimizer is set in a waiting mode. Regulatory control is implied.

6. CCF status indicates a special subset of the CNS status when RMPC detects that at least a pair of the severely conflicting constraints is active and special algorithm is employed to handle that. This status is rare since most of the conflicting constraints can be resolved in the robust fashion within the predicted horizon under the CNS status.

The CCF status usually comes with an abnormal situation: one of the major MVs is lost, for instance, or one PV measurement is exceedingly biased, causing an excessively constrained situation. Internally the Restrained Controller minimizes the weighted violations. CCF is a (somewhat) predicted indication, and it usually comes on for a few execution intervals and goes away. In a noisy environment, it could come and go a few times.

When CCF displays, some engineering assessment is recommended to both identify the cause and to resolve,

if necessary. This could be extremely helpful in the commissioning phase of the RMPC project. It is possible to introduce an artificial pair of conflicting constraints by specifying some stringent high or low constraints.

Regulatory control is implied. However, there might be an offset if the CCF status persists.

7. CMV status indicates that there are too many excessively stringent MV constraints for the RMPC Controller to function normally. This status displays when there are fewer unconstrained MVs than the number of regulated PVs.

The CMV status warns that too many downstream controllers have been turned off.

Regulatory control is implied. However, there might be an offset if the CMV status persists.

We claim:

1. In a process control system having a controller for providing robust control to a process, the process further having at least one manipulated variable and at least one process variable, a method for providing the robust control of a process, comprising the steps of:

a) initializing the controller to have predetermined constraints of the manipulated variables and the process variables;

b) obtaining present values of the manipulated variables and the process variables said process variables corresponding to measurement parameters of the process;

c) calculating new values of the process variables for a predetermined number of points in the future in order to have the values of the process variables within the predetermined range to obtain an optimal robustness of the resultant controller, the manipulated variables being within predetermined constraints, and the process variables falling within a predetermined range when controller; otherwise, keeping process variable constraint violations to a minimum;

d) from a plurality of solutions, selecting a most robust solution; and

e) controlling the process in accordance with the most robust solution.

2. In a process control system, a method for providing robust control of a process according to claim 1, wherein the step of controlling comprises the steps of:

a) outputting the manipulated variables of the most robust solution of step (d) of claim 1 to the process; and

b) adjusting the process in response to the manipulated variables to cause the process control system to drive the values of the process variables to the calculated values of step (d) of claim 1, thereby providing the control of the process.

3. In a process control system, a method for providing robust control of a process according to claim 2, wherein the step of selecting comprises the step of:

a) determining a set of controlled variables which correspond to minimum controller magnitude.

* * * * *

BIOGRAFIA DO AUTOR

Rafael Lopes Duarte Barros, Casado, nascido no Rio de Janeiro em 23 de Setembro de 1981. É graduado em Engenharia Química pelo Instituto Militar de Engenharia – Rio de Janeiro, onde iniciou suas atividades com aplicação de softwares para a Engenharia Química, através do seu Projeto de Final de Curso na Área de CFD (Fluidodinâmica Computacional).

Iniciou o Mestrado em Ciências, Área de Concentração Engenharia Química, na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, em 2009, avaliando o desempenho de controladores preditivos baseados em modelos, para aplicações industriais e simuladas, tema elemento desse texto.

Possui 10 anos de experiência na área de Controle e Otimização de Processos, tendo trabalhado nas empresas: Oxiten Indústria Químicas S.A, AspenTech Software e Honeywell do Brasil Ltda. Atualmente, é o Responsável Técnico pelo Software Pavilion8 na América Latina, na empresa Rockwell Automation.