**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

FLAVIO AUGUSTO MARTINS STRUTZEL

**CONTROLE IHMPC DE UM PROCESSO INDUSTRIAL
DE HIDROTRATAMENTO DE DIESEL**

**São Paulo
2014**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

FLAVIO AUGUSTO MARTINS STRUTZEL

**CONTROLE IHMPC DE UM PROCESSO INDUSTRIAL
DE HIDROTRATAMENTO DE DIESEL**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa de Engenharia Química.

**São Paulo
2014**

FLAVIO AUGUSTO MARTINS STRUTZEL

**CONTROLE IHMPC PARA UMA PLANTA
DE HIDROTRATAMENTO DE DIESEL**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Ciências, Programa de Engenharia
Química.

Área de concentração:
Engenharia Química

Orientador:
Prof. Dr. Darci Odloak

**São Paulo
2014**

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de fevereiro de 2014.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Strutzel, Flavio Augusto Martins

**Controle IHMPC de um processo industrial de hidrotratamento de diesel / F.A.M. Strutzel. – versão corr. -- São Paulo, 2014.
106 p.**

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Química.

1.Controle preditivo 2.Controle de processos 3.Tempo-real (Otimização) 4.Hidrorefino de petróleo I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Química II.t.

Agradecimentos

Ao Prof. Darci Odloak, pela orientação e por todo o inestimável apoio dado durante a condução deste trabalho.

À minha amada esposa Pamela, meus pais, irmãos e demais familiares, pelo carinho e incentivo dado ao longo desse período.

À Petrobras, por incentivar e viabilizar a educação continuada dos seus profissionais.

Aos nobres colegas da Refinaria Presidente Arthur Bernardes da Petrobras, a RPBC, por todo o apoio, sobretudo ao Engenheiro Oswaldo Luiz Carrapiço e ao meu Coordenador Antônio Maylinch Teruel.

Ao Engenheiro Antônio Carlos Zanin da Petrobras, pelas preciosas contribuições.

“Oh, quão insuficiente é a palavra e quão ineficaz / ao meu conceito!”

Paraíso, Dante Alighieri

O Mistério das Causas

O mistério das coisas, onde está ele?

Onde está ele que não aparece

Pelo menos a mostrar-nos que é mistério?

Que sabe o rio disso e que sabe a árvore?

E eu, que não sou mais do que eles, que sei disso?

*Sempre que olho para as coisas e penso no que os
homens pensam delas,*

Rio como um regato que soa fresco numa pedra.

Porque o único sentido oculto das coisas

É elas não terem sentido oculto nenhum,

É mais estranho do que todas as estranhezas

E do que os sonhos de todos os poetas

E os pensamentos de todos os filósofos,

Que as coisas sejam realmente o que parecem ser

E não haja nada que compreender.

Sim, eis o que os meus sentidos aprenderam sozinhos:

As coisas não têm significação: têm existência.

As coisas são o único sentido oculto das coisas.

Alberto Caeiro, "O Guardador de Rebanhos - Poema XXXIX"

Heterônimo de Fernando Pessoa

ÍNDICE DE FIGURAS

<u>Figura 1.1</u> – Esquema simplificado de uma UHDT.....	26
<u>Figura 1.2</u> – Esquemático da UHDT da PETROBRAS – RPBC.....	28
<u>Figura 4.1</u> – Esquema da estratégia de otimização em três camadas.....	55
<u>Figura 4.2</u> – Esquema da estratégia de otimização em duas camadas.....	57
<u>Figura 4.3</u> – Representação da pirâmide do controle de processos.....	57
<u>Figura 4.4</u> – Interação entre os níveis da pirâmide do controle de processos.....	58
<u>Figura 4.5</u> – Ilustração do Conceito de Funnel.....	63
<u>Figura 4.6</u> – Funnel sem Tempo Morto.....	64
<u>Figura 4.7</u> – Funnel com Tempo Morto.....	66
<u>Figura 5.1</u> – Estudo de Caso 1 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m^3/d]).....	81
<u>Figura 5.2</u> – Estudo de Caso 1 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm^3/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2]).....	81
<u>Figura 5.3</u> – Estudo de Caso 1 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [°C]).....	82
<u>Figura 5.4</u> – Estudo de Caso 1 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [°C]; u_5 – T. Entrada R2L1 [°C]; u_6 – T. Entrada R2L2 [°C]).....	82
<u>Figura 5.5</u> – Estudo de Caso 1 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo.....	83
<u>Figura 5.6</u> – Estudo de Caso 2 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m^3/d]).....	85
<u>Figura 5.7</u> – Estudo de Caso 2 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm^3/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2]).....	85
<u>Figura 5.8</u> – Estudo de Caso 2 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [°C]).....	86
<u>Figura 5.9</u> – Estudo de Caso 2 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [°C]; u_5 – T. Entrada R2L1 [°C]; u_6 – T. Entrada R2L2 [°C]).....	86
<u>Figura 5.10</u> – Estudo de Caso 2 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo.....	87
<u>Figura 5.11</u> – Estudo de Caso 3 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m^3/d]).....	88
<u>Figura 5.12</u> – Estudo de Caso 3 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm^3/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2]).....	89

<u>Figura 5.13</u> – Estudo de Caso 3 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^{\circ}\text{C}$]).....	89
<u>Figura 5.14</u> – Estudo de Caso 3 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [$^{\circ}\text{C}$]; u_5 – T. Entrada R2L1 [$^{\circ}\text{C}$]; u_6 – T. Entrada R2L2 [$^{\circ}\text{C}$]).....	90
<u>Figura 5.15</u> – Estudo de Caso 3 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo.....	90
<u>Figura 5.16</u> – Estudo de Caso 4 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [$^{\circ}\text{C}$]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m^3/d]).....	92
<u>Figura 5.17</u> – Estudo de Caso 4 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm^3/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2]).....	92
<u>Figura 5.18</u> – Estudo de Caso 4 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^{\circ}\text{C}$]).....	93
<u>Figura 5.19</u> – Estudo de Caso 4 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [$^{\circ}\text{C}$]; u_5 – T. Entrada R2L1 [$^{\circ}\text{C}$]; u_6 – T. Entrada R2L2 [$^{\circ}\text{C}$]).....	93
<u>Figura 5.20</u> – Estudo de Caso 4 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo.....	94
<u>Figura 5.21</u> – Estudo de Caso 5 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [$^{\circ}\text{C}$]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m^3/d]).....	95
<u>Figura 5.22</u> – Estudo de Caso 5 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm^3/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2]).....	96
<u>Figura 5.23</u> – Estudo de Caso 5 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^{\circ}\text{C}$]).....	97
<u>Figura 5.24</u> – Estudo de Caso 5 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [$^{\circ}\text{C}$]; u_5 – T. Entrada R2L1 [$^{\circ}\text{C}$]; u_6 – T. Entrada R2L2 [$^{\circ}\text{C}$]).....	97
<u>Figura 5.25</u> – Estudo de Caso 5 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo.....	98
<u>Figura 5.26</u> – Estudo de Caso 6 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [$^{\circ}\text{C}$]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m^3/d]).....	99
<u>Figura 5.27</u> – Estudo de Caso 6 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm^3/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2]).....	100
<u>Figura 5.28</u> – Estudo de Caso 6 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^{\circ}\text{C}$]).....	100
<u>Figura 5.29</u> – Estudo de Caso 6 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [$^{\circ}\text{C}$]; u_5 – T. Entrada R2L1 [$^{\circ}\text{C}$]; u_6 – T. Entrada R2L2 [$^{\circ}\text{C}$]).....	101
<u>Figura 5.30</u> – Estudo de Caso 6 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo.....	101

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 5.1 – Modelos de Processo em Função de Transferência Contínua.....	76
Tabela 5.2 – Estudo de Caso 4 – Modelos de Processo em Função de Transferência Contínua.....	91

Resumo

Neste trabalho é abordado o problema de controle e de otimização de unidades industriais de hidrotratamento de diesel (UHDT) por controladores MPC (*Model Predictive Control*). É apresentado um breve histórico dos controladores MPC convencionais e de horizonte infinito (IHMPC), bem como uma breve descrição do processo de Hidrotratamento de Diesel e das particularidades da aplicação do controle de processos a este tipo de planta industrial.

Em seguida foi gerado, passo a passo, um algoritmo de controle que sumarizou e agregou características de vários controladores MPC disponíveis na literatura aberta, em especial os que foram desenvolvidos ao longo dos últimos anos pelo laboratório de simulação e controle da USP (LSCP), a fim de se obter um algoritmo adequado para a solução do problema de controle abordado. Em ambiente computacional de simulação, o algoritmo resultante possibilitou controlar e otimizar simultaneamente processos contínuos, sendo capaz de estabilizar a planta industrial de forma robusta e, ao mesmo tempo, aumentar a lucratividade de sua operação.

Para tanto, foi desenvolvida uma “função objetivo” econômica que aumentou a conversão da carga bruta em produtos hidrotratados e minimizou o consumo de insumos, sendo que essa correlação foi agregada ao algoritmo de controle. As simulações permitiram que as estratégias de controle previamente discutidas pudessem ser testadas e seus resultados apresentados e debatidos.

Palavras-chave: Controle Preditivo Baseado em Modelos (MPC), Unidades de Hidrotratamento de Diesel, Hidrorefino de Petróleo.

Abstract

This work addresses the control and optimization problem of industrial diesel hydrotreating units (UHDT) by MPC controllers (Model Predictive Control). It is presented a brief historical of conventional MPC controllers and infinite horizon controllers (IHMPC), as well as a brief description of the Diesel Hydrotreating process and the particulars of the application of process control for this type of industrial plant.

It was then generated, step by step, one algorithm that summarized and aggregated control characteristics of various MPC controllers available in the open literature, in particular those that have been developed over the past few years by USP's laboratory of simulation and control of (LSCP), in order to obtain an algorithm suitable for solving the addressed control problem. In a computational simulation environment, the resulting algorithm allowed to simultaneously control and optimize continuous processes, being able to robustly stabilize the industrial plant and at the same time increase the profitability of its operation.

For this purpose, an "objective function" was developed which increased the economic conversion of crude feed to hydrotreated product and minimized the consumption of raw materials, and this correlation was added to the control algorithm. The simulations allowed that the previously discussed control strategies could be tested and the results presented and discussed.

Keywords: Model Predicted Control (MPC), Diesel Hydrotreating Units, Petroleum Hydrotreating.

Lista de Símbolos

Símbolos Latinos

A	matriz característica do modelo incremental em malha aberta
A^*	matriz A modificada que limita predições das saídas no infinito
$\tilde{A}$	matriz característica do modelo posicional em malha aberta, em função de A , C , p e m
$\tilde{A}B$	matriz auxiliar em função de A , B e m
B	matriz de distribuição das entradas do modelo incremental em malha aberta
$\tilde{B}$	matriz de distribuição das entradas do modelo posicional em malha aberta
C	matriz das saídas do sistema, com base no modelo incremental
C_f	matriz auxiliar da função objetivo dos problemas de programação quadrática
$\tilde{C}$	matriz das saídas do modelo posicional
$\bar{C}$	matriz auxiliar em função de A , C e np
$\overline{\overline{C}}$	matriz auxiliar em função de A , B , C , m e np
c	gradiente da função objetivo dos problemas de programação quadrática
D^0	matriz dos ganhos de regime permanente
D_m^0	matriz D^0 estendida ao longo do horizonte de controle
D^d	matriz dos resíduos de regime permanente
$\tilde{D}$	matriz auxiliar em função de D^0 , m e Δt
d	coeficientes obtidos pela expansão em frações parciais de $G_{i,j}(z)$
e	erro entre uma dada saída y qualquer e seu valor de referência y^{sp}
F	matriz incremental do regime transiente do sistema
F_u	matriz auxiliar em função de D^d , F e N
F_x	matriz auxiliar em função de F
G	matriz auxiliar em função de D^0 , F e N
$\bar{G}$	matriz auxiliar em função de D^0 , Ψ , F e N
$G(z)$	matriz das funções de transferência entre as saídas e as entradas

$G_{i,j}(z)$	função de transferência entre uma saída i e uma entrada j
H	matriz Hessiana da função objetivo dos problemas de programação quadrática
I	matriz identidade
I_{ny}	matriz identidade de dimensão $n_{y_x} n_y$
I_{nu}	matriz identidade de dimensão $n_{u_x} n_u$
I_{mu}	matriz auxiliar u^{sp} ao longo de m
$\bar{I}$	matriz auxiliar de y^{sp} ao longo de p
$\bar{I}$	matriz auxiliar das variáveis de folga δ_k^s ao longo do horizonte de controle
$\bar{I}^{sp}$	matriz auxiliar de y^{sp} ao longo de p e estendido para os estados
J	matriz auxiliar em função de nu e na
k	instante qualquer de tempo discreto
K_F	ganho do observador de estados (Filtro de Kalman)
L	matriz auxiliar em função de Ψ e F
M	matriz auxiliar para y^{sp}
$\bar{L}$	matriz L estendida ao longo do horizonte de controle
m	horizonte de controle das variáveis manipuladas
N	matriz auxiliar usada na resposta do sistema ao degrau
$\tilde{N}$	matriz auxiliar quando da consideração de referências para as entradas
$na_{i,j}$	número de pólos da função de transferência entre a saída y_i e a entrada u_j
nd	número de estados
np	horizonte de predição finito das variáveis controladas
nu	número de entradas (variáveis manipuladas)
ny	número de saídas (variáveis controladas)
P	matriz auxiliar do Filtro de Kalman em função de A , C , V e W
P_{otim}	peso da função objetivo econômica
$\bar{Q}$	matriz de Lyapunov
Q	matriz de ponderação das variáveis controladas
$\tilde{Q}$	matriz Q estendida ao longo de um horizonte definido m ou np
Q_u	matriz de ponderação das entradas manipuladas
R	matriz de supressão das variáveis manipuladas

$\tilde{R}$	matriz R estendida ao longo do horizonte de controle
r	pólo de uma função de transferência
S	respostas ao degrau do sistema
S_k	matriz dos coeficientes da resposta ao degrau referente ao instante de tempo k
S_1	matriz de ponderação das variáveis de folga δ_k^s
S_u	matriz de ponderação das variáveis de folga das entradas
t	tempo
$\bar{T}$	matriz auxiliar das variáveis de folga δ_k^i ao longo do horizonte de controle
T	período de amostragem do controlador preditivo
u	vetor das variáveis manipuladas
u_{max}	vetor de valores máximos para as variáveis manipuladas
u_{min}	vetor de valores mínimos para as variáveis manipuladas
U	espaço da região viável de solução das variáveis manipuladas
u^{sp}	referências ou “targets” para as entradas manipuladas
V	matriz de sintonia do filtro de Kalman
V_k	função custo do algoritmo de controle num dado instante de tempo k
x	vetor de estados do modelo, $x = \begin{bmatrix} x^s & x^d \end{bmatrix}^T$
$[x]_{k/k-1}$	vetor de estados no instante k com informações da planta do instante anterior
$[x]_{k/k}$	vetor atualizado dos estados com informações da planta do instante atual
x^s	vetor de estados integradores gerado pela forma incremental do modelo
x^d	vetor de estados estáveis do modelo
y	vetor das variáveis controladas
$y_{i,max}$	limite máximo para a saída i
$y_{i,min}$	limite mínimo para a saída i
y^{sp}	vetor de referência (setpoints) das variáveis controladas
y_1^{sp}	vetor estendido de setpoints das variáveis controladas
y_k^p	vetor de saídas da planta medidas no instante k
$y^{\approx sp}$	vetor de referências para as saídas controladas ao longo de p
W	matriz de sintonia do filtro de Kalman

Símbolos Gregos

Δ	operador diferença
Δ_u	vetor de variações nas variáveis manipuladas
$\Delta_{u,max}$	vetor de variações máximas nas variáveis manipuladas
$\Delta_{u,min}$	vetor de variações mínimas nas variáveis manipuladas
Ψ	matriz da parcela dinâmica associada aos estados transientes
Φ	matriz auxiliar para a atualização dos estados
λ	autovalores de uma matriz quadrada
τ	constante de tempo de um sistema de primeira ordem (domínio de Laplace)
θ	matriz dos tempos mortos do sistema
$\theta_{i,j}$	tempo morto entre uma saída i e uma entrada j
δ_k^s	variáveis de folga num dado instante de tempo k , relacionadas aos pólos integradores criados pela forma incremental do modelo

Siglas

DCS	Digital Control System
DMC	Dynamic Matrix Control
IHMPC	Infinite Horizon Model Predictive Control
MIMO	Multi-Input Multi-Output
MPC	Model Predictive Control
OPOM	Output Prediction Oriented Model
QDMC	Quadratic Dynamic Matrix Control
QP	Quadratic Programming
RMPCT	Robust MPC Technology
ROSSMPC	Reducer Order State Space MPC
SISO	Single-Input Single-Output

Sobrescritos

T	operação de transposição de uma matriz.
SP	“setpoint”

SUMÁRIO

1 – Introdução e Objetivos.....	18
1.1 – Introdução aos Controladores MPC.....	18
1.2 – O Desenvolvimento dos Controladores MPC de Estabilidade garantida.....	21
1.3 – Novas aplicações dos controladores MPC.....	24
1.4 – Introdução ao Processo de Hidrotratamento.....	25
1.4.1 – A Unidade de Hidrotratamento de Diesel da RPBC.....	26
1.4.2 – Seção de Reação e Reciclo de H₂.....	29
1.5 – Introdução ao Problema de Controle de Unidades de Hidrotratamento de Diesel.....	30
2 – Modelos de Processo para Controladores MPC.....	32
2.1 – Apresentação de um Modelo em Variáveis de Estado para Sistemas Integradores.....	32
2.1.1 – Sistema “MIMO” de Funções de Transferência.....	32
2.1.2 – Modelo de Resposta ao degrau.....	32
2.2 – Modelo em Variáveis de Estado para Sistemas sem Tempo Morto.....	35
2.3 – Modelo em Variáveis de Estado para Sistemas com Tempo Morto.....	37
3 – Controlador IHMPC.....	39
3.1 – Controlador IHMPC com variáveis de folga.....	44
3.2 – IHMPC Estendido para Sistemas com Tempo Morto.....	46
3.3 – Observador de Estados.....	53
4 – Otimização Integrada ao Controlador Preditivo.....	55
4.1 - MPC convencional em duas Camadas - Camada de Otimização de Estado Estacionário.....	58
4.2 – IHMPC Estendido com Controle por Zonas e Targets para as Entradas.....	61

4.3 – IHMPC Estendido com Funnel.....	63
4.4 - Integração da Otimização Online ao Controle Preditivo	67
4.5 – IHMPC - Estendido com “Funil” e Otimizador Online com Targets.....	69
5 – Estudo de Caso – Simulação de uma UHDT.....	75
5.1 - Otimização Online para a UHDT	77
5.2 – Simulações e Resultados.....	78
5.2.1 – Estudo de Caso 1	80
5.2.2 – Estudo de Caso 2	84
5.2.3 – Estudo de Caso 3	88
5.2.4 – Estudo de Caso 4.....	91
5.2.5 – Estudo de Caso 5.....	95
5.2.6 – Estudo de Caso 6	98
6 – Conclusões.....	102
7 – Referências Bibliográficas.....	104

1 – Introdução e Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar os problemas de controle e de otimização de unidades industriais de hidrotratamento de diesel (UHDT) e propor uma solução para os mesmos através do uso de controladores MPC (Model Predictive Control). A solução proposta abordará, simultaneamente, ambos os problemas de controle e otimização num único algoritmo, cumprindo as funções de promover a estabilidade da planta e melhorar sua rentabilidade.

Neste primeiro capítulo será apresentado um breve histórico dos controladores MPC convencionais e de horizonte infinito (IH MPC), bem como uma breve descrição do processo de Hidrotratamento de Diesel e das particularidades da aplicação do controle de processos a este tipo de planta industrial. No segundo capítulo são discutidos diversos modelos de processos em variáveis de estado que serão utilizados ao longo do presente trabalho. Em seguida, no terceiro capítulo, é feita uma revisão sobre os fundamentos dos controladores IH MPC, bem como sobre observadores de estado e o filtro de Kalman.

No quarto capítulo, é realizada uma breve revisão dos conceitos de otimização de processo e das formas disponíveis de implementá-los. Ainda no quarto capítulo são apresentados o controle MPC por zonas e o controle “Funnel”. E em seguida foi gerado, passo a passo, um algoritmo de controle MPC que agregou todas as características apresentadas até então.

No quinto capítulo, são apresentados seis diferentes estudos de caso baseados num modelo de processo real de uma unidade UHDT. Por meio de simulações em ambiente computacional, o algoritmo foi testado e seus efeitos avaliados.

1.1 – Introdução aos Controladores MPC

Marlin (2000) apresenta os controladores preditivos baseados em modelo, ou MPC (*Model Predictive Control*), como sendo algoritmos de controle desenvolvidos para estabilizar plantas de processos multivariáveis, permitindo que estas operem mais próximas das suas restrições, sejam estas restrições na qualidade dos produtos ou restrições derivadas dos limites de operação dos equipamentos.

Pode-se citar como exemplo de restrição referente à qualidade do produto o “ponto de congelamento” do querosene de aviação, que deve ser uma temperatura baixa o bastante para que o combustível não congele durante um voo. Como restrição que surge a partir de limites de operação dos equipamentos se pode citar a temperatura máxima da tubulação de um forno industrial, ou “skin point”. O valor máximo dessa variável é dado pelo limite metalúrgico do aço utilizado na construção do tubo.

Uma discussão sobre as vantagens e desvantagens dos controladores MPC pode ser encontrada em Campos, Teixeira, Liporace e Gomes (2009), e de forma resumida pode-se listar suas principais características como sendo as seguintes:

- **Multivariáveis:** ao contrário dos clássicos controladores PID, que são capazes de manipular apenas uma variável e controlar outra variável, os MPC podem manipular diversas variáveis, buscando manter todo um conjunto de controladas nos seus “setpoints”, ou ainda dentro de faixas toleráveis, na medida em que esse objetivo seja numericamente possível.
- **Preditivos:** os MPC possuem modelos dinâmicos do processo que descrevem o comportamento esperado de todas as variáveis controladas em relação a variações ou distúrbios em todas as variáveis manipuladas, ao longo de um dado período de tempo. Também levam em conta os distúrbios medidos antes que estes afetem as demais variáveis de processo.
- **Otimizam a operação da planta:** uma vez que uma ou mais variáveis controladas estejam dentro de seus limites toleráveis, ou seja, o “controle por zonas” esteja sendo implementado com sucesso, um controlador MPC comum não irá tomar ações de controle relacionadas a estas variáveis, e estas irão oscilar livremente enquanto estiverem dentro de sua zona permitida. Ou seja, o controlador permanecerá ocioso e irá atuar apenas quando as variáveis controladas infringirem os limites de zona. Nessas condições, haverá graus de liberdade disponíveis para a utilização por algoritmos de otimização econômica integrados aos controladores MPC.

Em geral, a otimização se dá ao se aproximar as controladas dos seus limites, na medida do possível sem, contudo, ultrapassá-los. O mesmo vale para as manipuladas. Muitas vezes há ganho econômico em se minimizar ou maximizar uma variável manipulada. Por exemplo, se a carga de uma planta de processo for uma manipulada, em geral têm-se um ganho em mantê-la no maior patamar possível. Da mesma forma, se a concentração de uma dada substância numa corrente de processo é uma variável controlada e possui um valor mínimo que deve ser respeitado, e esta restrição limita a vazão total desta corrente, um algoritmo de otimização irá reduzir a variável controlada ao menor valor possível. Em geral o MPC deverá ser configurado de modo a minimizar o consumo de energia da planta e maximizar a produção das correntes mais rentáveis.

- **Exigem uma hierarquização das variáveis controladas:** muitas vezes não é numericamente possível manter todas as variáveis dentro dos limites o tempo todo, portanto atribuímos pesos e se prioriza as variáveis críticas.

- **Utilizam Algoritmos de Otimização:** a cada instante de amostragem, ou passo, um problema de otimização é solucionado, gerando vetores de novos valores que serão atribuídos às manipuladas no instante presente e nos próximos.

A implantação de um MPC é complexa: O projeto de implantação deve se adequar à estrutura de hardware computacional onde os algoritmos serão executados e sua interligação com os sistemas de automação e controle da planta de processo.

Deve ser definido claramente qual é o problema de controle a ser resolvido, para a partir daí se selecionar as variáveis manipuladas, controladas e distúrbios, e suas respectivas faixas operacionais, pesos e como otimizá-las. Definidas as variáveis, levanta-se o modelo do processo através de testes em degrau ou pulso nas variáveis manipuladas e nos distúrbios.

A partir daí é escolhida uma “função objetivo” que será minimizada a cada passo pelo algoritmo de otimização. Os pesos de variáveis são ajustados de forma a se obter movimentos suaves nas manipuladas. Interliga-se o MPC aos sistemas de controle e são realizados novos testes e ajustes finais.

Camacho e Bordons (2007) enumeram as principais vantagens dos controladores MPC como sendo:

- Simplicidade conceitual;
- Aplicabilidade para um grande número de processos, inclusive com longos tempos mortos, sistemas de fase não mínima e processos instáveis;
- Facilidade em lidar com o caso multivariável e compensação intrínseca de tempos mortos;
- Introduzem controle antecipatório de forma a compensar distúrbios medidos;
- Totalmente baseados em metodologias abertas que permitem extensões futuras.

Camacho e Bordons (2007) também discutem as possíveis desvantagens dos controladores MPC, destacando a maior exigência de tempo computacional para calcular as ações de controle como uma restrição considerável à formulação de algoritmos, bem como a necessidade de um modelo de processo apropriado para o sistema. Camacho e Bordons argumentam que os benefícios obtidos pela implementação do controlador MPC são reduzidos pelo grau de incerteza ou imperfeição do modelo de processo, ou seja, a diferença entre os parâmetros de um modelo ideal que descreveriam perfeitamente o comportamento da planta e os parâmetros do modelo real.

1.2 – O Desenvolvimento dos Controladores MPC de Estabilidade garantida

O primeiro controlador do tipo MPC foi proposto por Cutler e Ramaker (1979), e foi chamado de Dynamic Matrix Control, ou DMC. O método era baseado em “horizontes de predição” finitos e em modelos de coeficientes de resposta ao degrau e ao impulso.

Vetores com esses coeficientes para cada par de variável controlada e manipulada eram agrupados em matrizes, que adquiriam grandes dimensões, pois era necessária a inclusão de coeficientes até a estabilização total do sistema. Para modelos desse tipo, a solução dos problemas de controle de sistemas com grande número de variáveis exigia um esforço computacional relevante - mesmo para os dias de hoje. O resultado desse trabalho foi uma aplicação bastante eficaz para sistemas estáveis, mas com limitações como, por exemplo, para o uso em sistemas instáveis ou integradores.

Garcia e Morshedi (1986) aperfeiçoaram o DMC desenvolvendo o controlador QDMC, baseado em programação quadrática que requer menor esforço computacional. A partir dos anos 90 os modelos com realização em “espaço de estados” passaram a ser predominantes na produção científica relacionada ao tema de controle preditivo multivariável, e os modelos baseados em coeficientes de resposta não receberam mais atenção.

Um artigo seminal que apresentou o desenvolvimento de controladores MPC de estabilidade garantida foi apresentado por Rawlings e Muske (1993), demonstrando que se o “horizonte de predição” das variáveis controladas tender ao infinito, a estabilidade do sistema estará garantida independentemente dos parâmetros de sintonia utilizados. Esse algoritmo de controle foi denominado “*Infinite Horizon Model Predictive Control*”, ou IHMPC, e consistia em se obter o equivalente a um MPC de horizonte de predição finito pela introdução de um peso terminal que é obtido pela solução de uma equação de Lyapunov.

Odloak (1996) e Gouvêa e Odloak (1997) apresentaram uma formulação alternativa para os modelos de processo de resposta ao degrau e que se mostrou mais compacta que as encontradas tradicionalmente. Ao invés de se usar, como antes, extensos vetores de dados, esta formatação fez uso dos parâmetros das funções de transferência para gerar modelos em variáveis de estado de ordem reduzida, que requerem menor tempo computacional. Esse formato foi chamado de *Reduced Order State Space MPC*, ou ainda ROSSMPC.

Combinando essas diferentes abordagens no intuito de se criar um controlador garantidamente estável, Rodrigues e Odloak (2003) desenvolveram uma formulação alternativa para o MPC de horizonte infinito, baseada no ROSSMPC. Sua principal vantagem em relação ao controlador de Rawlings e Muske (1993) foi a extensão para sistemas não quadrados, ou seja, sistemas de diferente número de manipuladas e controladas para o caso de “output tracking” pois o IHMPC de Rawlings e Muske (1993) resolvia apenas o problema regulador.

A partir do trabalho de Rodrigues e Odloak (2003), Carrapiço (2004) expandiu o IHMPC de estabilidade nominal para processos com variáveis de características integradoras e com tempo morto, utilizando um filtro de Kalman para a estimativa dos estados do modelo a partir das saídas da planta.

Novos trabalhos baseados em controladores MPC de estabilidade garantida, ou controladores nominalmente estáveis, seguem aparecendo desde então na literatura (Carrapiço & Odloak, 2005; González & Odloak, 2009), chegando a ser implementados com sucesso na prática (Carrapiço, Santos, Zanin, Odloak, 2009; Schnelle, Lamon, Badgwell, 2007).

Para lidar com modelos que apresentam incerteza, ou seja, quando o modelo do processo a ser controlado não é conhecido com boa precisão, outras abordagens de controladores MPC de estabilidade garantida têm sido propostas, tendo-se obtido êxito ao lidar com certas classes de incerteza (Badgwell, 1997; Kothare, Barakrishnan & Morari, 1996; Lee & Yu, 1997; Mayne, Rawlings, Rao & Sokaert, 2000; Odloak, 2004; Ralhan & Badgwell, 2000; Rodrigues & Odloak, 2003). Pelo menos uma dessas propostas pôde ser aplicada na prática sem maiores dificuldades (Porfirio, Neto & Odloak, 2003).

Paralelamente, prosseguiu o desenvolvimento de controladores comerciais por empresas tais como a empresa de automação *Honeywell*, que possui um controlador proprietário chamado *Robust Model Predictive Control Technology*, ou RMPCT, que surgiu a partir da mescla do antigo RMPC, também da *Honeywell*, com o PCT, que era da *Profimatic*, empresa adquirida pela *Honeywell* em 1995, no processo que deu origem a *Honeywell Hi-Spec Solutions*. O RMPCT, ou *Profit® Controller*, o nome com o qual vem sendo comercializado possui uma característica inovadora que é o controle por funis (“*funnel*”). Quando uma determinada variável está fora de seu limite, ao invés de computar o erro total em relação ao valor desejado e usar esse valor na função objetivo, esse controlador cria uma rampa entre o valor desejado e o valor onde a variável se encontra e calcula o erro em relação a essa rampa. A vantagem seria liberar alguns graus de liberdade que poderiam ser utilizados para otimização, além de obter ações de controles mais suaves.

Pacheco (2009) agregou o controle por funis ao IHMPC com modelo variáveis em estado, com características integradoras e com tempo morto.

1.3 – Novas aplicações dos controladores MPC

O Controle Preditivo Baseado em Modelos, ou MPC, tem sido desenvolvido continuamente por mais de 30 anos e dessa forma já não pode mais ser considerado uma novidade na área de controle de processos.

Ainda assim, inovações continuam surgindo ao se aplicar esta ferramenta a diferentes processos industriais contínuos, após se esgotarem os alvos mais evidentes para seu uso. Por exemplo, controladores MPC foram recentemente utilizados em unidades de refino de petróleo nas quais antes não se enxergava a possibilidade de ganhos no seu uso. Após nova análise, esses processos passaram a ser vistos como detentores de grande potencial de ganhos em lucratividade, estabilidade e segurança a partir da concepção e implantação de novas estratégias de controle.

Um destes casos é o das Unidades de Hidrotratamento de Diesel, ou UHDT, que nos últimos anos vêm se multiplicando no parque de refino brasileiro devido às novas normas ambientais e requisitos de qualidade para combustíveis, com o novo protocolo legal (PROCONVE - programa controle poluição ar veículos automotores) atualmente em fase final de implantação no País. No Brasil, o primeiro controlador MPC de uma UHDT que contemplou uma estratégia de controle completa para a “Seção de Reação” da unidade foi implementado na UHDT da RPBC, em Cubatão, São Paulo, uma refinaria de petróleo pertencente à Petrobras.

Essa aplicação utiliza uma ferramenta de controle comercial e proprietária, o “Profit Controller” da Honeywell, cujas características são conhecidas de forma qualitativa, mas cujo equacionamento e algoritmos são proprietários e não abertos e, portanto, desconhecidos. Dessa forma, a despeito desta ser inegavelmente uma ferramenta bastante completa e bem sucedida, os usuários do “Profit Controller” não possuem entendimento integral do seu funcionamento e normalmente são incapazes de alterar as características de seu algoritmo, o que restringe as possibilidades de inovação ao se trabalhar com este controlador comercial. Os demais produtos disponíveis no mercado possuem limitações semelhantes.

1.4 – Introdução ao Processo de Hidrotratamento

Meyers (2003) descreve o hidrotratamento como sendo um processo de refino de petróleo no qual o enxofre é removido de uma corrente de processo pela passagem dessa corrente por um leito de catalisador em presença de hidrogênio. Nesse processo, em geral, não se verifica uma redução significativa do tamanho das cadeias moleculares.

O Hidrotratamento também é utilizado na redução do teor de compostos nitrogenados, para saturar as olefinas e para reduzir o teor de aromáticos. O enxofre é o mais fácil de remover, seguido pela remoção dos nitrogenados e pela saturação de cadeias aromáticas. A saturação de olefinas e a remoção de enxofre e nitrogênio se dão ao mesmo tempo. A pressão parcial de hidrogênio é o fator fundamental neste processo, e seus valores requeridos variam conforme as características da corrente a ser tratada, ou seja, depende da complexidade de suas cadeias moleculares. Segundo Meyers (2003), para um petróleo relativamente leve (grau API superior a 30), a pressão parcial de hidrogênio oscila, por exemplo, numa faixa de 5 kgf/cm² a 7 kgf/cm² para a nafta obtida por destilação atmosférica, chegando até 25 kgf/cm² a 50 kgf/cm² para um gasóleo de vácuo.

Correntes advindas de processos de craqueamento exigem mais hidrogênio que correntes “virgens” com mesmo intervalo de temperaturas de ebulição. As temperaturas empregadas estão geralmente no intervalo de 330 °C a 400 °C.

O consumo de hidrogênio varia de 0 - 1,5 m³ H₂/bbl para nafta destilada, até 10 m³ H₂/bbl para o gasóleo pesado. Mais uma vez, correntes craqueadas requerem maiores quantidades de hidrogênio. Quando se deseja também reduzir nitrogenados, pode ser necessário algo entre 15 - 35 m³ H₂/bbl.

A corrente de alimentação é combinada com o reciclo e a reposição de hidrogênio e aquecida em um forno e depois segue para um reator catalítico de leito fixo. O efluente do reator passa então para um vaso de alta pressão, onde é separado em uma fase líquida e uma corrente de reciclo de hidrogênio. Um fluxograma simplificado do processo de hidrogenodessulfurização é mostrado abaixo (ver Meyers (2003)):

Figura 1.1 – Esquema simplificado de uma UHDT

A corrente líquida de alta pressão segue para um vaso separador de baixa pressão onde ocorre um “flash”, produzindo uma corrente gasosa e uma nova corrente líquida, que alimenta uma torre de fracionamento.

O gás é enviado para uma planta de tratamento para a recuperação de enxofre e hidrocarbonetos e o líquido é fracionado em produto com hidrotratado e substâncias de menor ponto de ebulição produzidas na reação.

1.4.1 – A Unidade de Hidrotratamento de Diesel da RPBC

Este trabalho se baseou numa unidade de processo real, a Unidade de Hidrotratamento de Diesel da Refinaria RPBC da Petrobras, em Cubatão (U-22313), que processa 6.000 m³/d de uma mistura de diesel pesado, óleo leve de FCC (LCO) e gasóleo leve de Coque (LGO). A Figura 1.2 mostra um fluxograma de processo simplificado para a unidade.

O diesel pesado e o LCO são misturados e aquecidos no permutador P-01A/B antes de entrarem em uma torre retificadora de O_2 , T-01, a fim de minimizar o oxigênio dissolvido, que é prejudicial ao catalisador.

A corrente de LGO é adicionada junto à saída do fundo da retificadora. A alimentação combinada, misturada com reciclo de gás e com a reposição de hidrogênio, é aquecida pelo efluente do segundo reator nos permutadores P-03 e P-04, passa pelo forno F-01 e, em seguida, entra no primeiro dos dois reatores, R-01 e R-02.

Ambos os reatores possuem 2 leitos catalíticos. A temperatura de entrada do primeiro leito é controlada na saída do forno F-01, enquanto que as temperaturas nas saídas dos leitos são controladas com "quenches" de gás de reciclo. O efluente do reator R-02 é resfriado pela alimentação da retificadora de H_2S , T-02, no permutador P-05 e pela corrente de entrada do forno F-01 nos permutadores P-03 e P-04 e pelo efluente do vaso separador de baixa pressão, V-04, no permutador P-06A/B antes de entrar no V-02, o vaso separador de baixa pressão. Gás rico em H_2 vai para o compressor de reciclo, C-01, cuja pressão de sucção é controlada pela velocidade do compressor alternativo de reposição de H_2 , C-02.

A fração líquida do separador de alta pressão V-02 é “flasheada” no separador de baixa pressão V-04, onde são geradas 3 correntes: corrente de gás contendo H_2S , água ácida e uma corrente de hidrocarbonetos líquidos. Esta última é conduzida para a retificadora de H_2S , T-02, onde vapor superaquecido é introduzido no fundo da torre para remover o H_2S , H_2 e hidrocarbonetos leves. A nafta instável, ou “wild naphtha”, é retirada do vaso de refluxo da torre T-02. O líquido do fundo flui para o sistema de secagem à vácuo a fim de remover a água. Pelo fundo da torre de vácuo, T-03, o óleo diesel hidrotratado vai para o sistema de tancagem da refinaria.

Figura 1.2 – Esquemático da UHDT da PETROBRAS - RPBC

1.4.2 – Seção de Reação e Reciclo de H₂

Neste trabalho será dado foco à seção de reação e reciclo de H₂ da Unidade de HDT de Diesel.

A carga da torre retificadora de O₂ T-01 é constituída por Diesel vindo das unidades de destilação atmosférica e LCO. À corrente de fundo dessa torre é adicionado Gasóleo de Coque filtrado, e a corrente resultante é misturada com o fluxo de hidrogênio proveniente do compressor de gás de reciclo C-01 e com a reposição de gás vinda do compressor C-02 A/B. A corrente resultante é então aquecida nos permutadores P-03 A/C e P-04, trocando calor com os efluentes dos reatores de hidrogenação, sendo então aquecida no forno F-01. O efluente do forno, que é então uma corrente bifásica, alimenta os dois reatores de hidrotratamento, R-01 e R-02.

A temperatura da entrada no reator é controlada manipulando-se a vazão de gás combustível queimado no forno. De modo a aumentar o tempo de campanha da unidade, diminuindo a inativação do catalisador, e para permitir um melhor controle da temperatura máxima no interior dos leitos catalíticos, o hidrogênio é injetado como "quench" entre os leitos catalíticos.

Os efluentes dos reatores possuem elevada temperatura, e para ter seu calor aproveitado são divididos em duas correntes, uma delas aquecendo a carga da unidade pelo permutador P-04, e a outra aquecendo a alimentação da torre retificadora T-02, pelo permutador P-05. Depois de passar pelos trocadores, ambos os fluxos são misturados novamente, desta vez para pré-aquecer a alimentação do reator, pelo permutador P-03. Finalmente, o efluente do reator, aquece a carga ainda fria da Torre Retificadora, no pré-aquecedor P-06.

Finalmente, o efluente é resfriado com água de resfriamento no P-07, de onde segue ao vaso separador de alta pressão, V-02.

O objetivo da UHDT é hidrotratar componentes de óleo cru na faixa de destilação do diesel, de maneira a adicioná-los ao pool de diesel da refinaria. O hidrotratamento irá melhorar as seguintes especificações:

- Teor de Enxofre;
- Teor de Nitrogênio;
- Índice de Cetano;
- Estabilidade química para armazenamento.

Um subproduto da UHDT é nafta instável ou “wild naphtha”, contaminada com H_2S , que não pode ser incorporada em nenhum pool de produtos e, portanto, é encaminhada para tratamento em outras unidades da refinaria. O produto hidrotratado deve atender às seguintes especificações:

- Remoção superior a 90% da massa de enxofre;
- Estabilidade, conforme teste DuPont – F31;
- Índice de Cetano (ASTM D976) – 48 (min).

Nas seguintes situações pode ser necessário limitar a carga da UHDT:

- Baixa pressão parcial de H_2 ou baixa relação H_2 /Hidrocarboneto;
- Porcentagem de abertura da válvula de reciclo do C-02 aproximando de 0%;
- Pressão de sucção do compressor de make-up se aproximando do mínimo;
- Taxa de reposição de H_2 próxima do mínimo.

O principal objetivo é maximizar a proporção de LCO na carga. Entretanto, a refinaria produz mais gásóleo de coque e LCO que a capacidade de processamento da UHDT. A torre retificadora de O_2 é também utilizada como um vaso pulmão de carga. Gásóleo de coque é injetado na torre e usado como "quench" para controlar a temperatura de entrada na bomba.

1.5 – Introdução ao Problema de Controle de Unidades de Hidrotratamento de Diesel

Os objetivos de controle da unidade UHDT foram definidos visando à obtenção de máxima rentabilidade, observando os requisitos de qualidade do produto. Para tanto, a carga ou corrente de alimentação da unidade de processo deve ser composta preferencialmente por subcorrentes de menor valor comercial, de forma que o valor agregado pelo hidrotratamento seja maximizado. Também se deve minimizar o consumo de hidrogênio pelo processo, pois

este é um insumo caro de se produzir, sendo gerado com grande gasto energético a partir de gás natural.

A massa de catalisador dos reatores de processo sofre aceleração no processo de desativação quando exposto a temperaturas demasiadamente altas ou variações bruscas de temperatura, reduzindo sua vida útil, sendo necessário, portanto, priorizar o controle da temperatura dos leitos catalíticos. Esse é talvez o maior benefício advindo do controle MPC para unidades de hidrotratamento de diesel: a melhoria do controle da temperatura dos leitos catalíticos permite que a unidade de processo tenha “tempo de campanha” (período em que a ela opera entre paradas de manutenção) maior e reduz o consumo de catalisador ao reduzir sua taxa de desativação. Por fim, o produto final, o óleo diesel hidrotratado, deve se encontrar dentro de todas as especificações aplicáveis. Em especial, o teor de enxofre não deve ser superior à concentração máxima.

Portanto, os objetivos de controle são listados a seguir:

- Maximizar o volume total de hidrocarbonetos processados pela unidade;
- Maximizar a proporção de correntes instáveis na carga (LCO + Gasóleo de Coque);
- Coordenar a produção de hidrogênio de acordo com os requisitos da UHDT;
- Minimizar a queima de H₂ na tocha;
- Manter a concentração de enxofre no diesel dentro das especificações, através de uma acurada inferência de cálculo desta propriedade;
- Manter o perfil de temperaturas dos leitos catalíticos dos reatores dentro dos limites especificados pela operação da unidade.

2 – Modelos de Processo para Controladores MPC

Neste capítulo será apresentada uma revisão do equacionamento dos controladores MPC de horizonte infinito ou “IH MPC”, e será formulado um novo controlador que agrega as características apresentadas para ser usado na solução do problema de controle de unidades UHDT.

2.1 – Apresentação de um Modelo em Variáveis de Estado para Sistemas Integradores

A proposta deste capítulo é apresentar o modelo dinâmico do processo que será empregado no desenvolvimento de um controlador IH MPC e que apresente características adequadas para promover os estudos propostos na seção introdutória deste trabalho.

Esse modelo, que está em variáveis de estado na forma incremental e é denominado OPOM (*Output Prediction Oriented Model*), foi desenvolvido por Odloak (1996).

2.1.1 – Sistema “MIMO” de Funções de Transferência

A formulação mais usual para modelos de processo são as funções de transferência. Para um dado sistema multivariável, com nu entradas e ny saídas, pode-se considerar que haverá uma função de transferência relacionando cada saída y_i a cada entrada u_j :

$$G_{i,j}(s) = \frac{b_{i,j,0} + b_{i,j,1}s + b_{i,j,2}s^2 + \cdots + b_{i,j,nb}s^{nb}}{1 + a_{i,j,1}s + a_{i,j,2}s^2 + \cdots + a_{i,j,na}s^{na}} \quad (2.1)$$

2.1.2 – Modelo de Resposta ao degrau

A partir da expansão em frações parciais da resposta ao degrau da função de transferência $G_{i,j}$ pode-se chegar à uma formulação que descreve a resposta da saída y_i a um degrau na entrada u_j , no instante k . Se pudermos admitir que o sistema não possui pólos repetidos ou

integradores, a resposta do sistema apresentado em (2.1) ao degrau pode ser escrita na seguinte forma:

$$S_{i,j}(k) = d_{i,j}^0 + \sum_{l=1}^{na} [d_{i,j,l}^d] r_l^k \quad (2.2)$$

Onde:

$$r_l, l = 1, 2, \dots, na$$

Polos do sistema;

$$d^0, d_i^d, \dots, d_{na}^d$$

Parâmetros obtidos através de expansão por frações

parciais da função $G_{ij} \cdot 1/s$

A partir do instante k , uma predição da trajetória da saída y_i pode ser obtida ao se somar os efeitos de todas as entradas da seguinte forma:

$$y(k) = x_i^s(k) + \sum_{j=1}^{nu} \sum_{l=1}^{na} x_{i,j,l}^d(k) r_{i,j,l}^k, \text{ para } i = 1, \dots, ny$$

De forma conveniente, define-se o vetor de estados como sendo composto por dois componentes: o vetor de estados integradores gerados pela forma incremental do modelo, x^s , e o vetor de estados estáveis, x^d . Sendo que, para este sistema os estados x^s e x^d são definidos como:

$$x_i^s(k+1) = x_i^s(k) + \sum_{j=1}^{nu} d_{i,j}^0 \Delta u_j(k), \text{ para } i = 1, \dots, ny$$

$$x_{i,j,l}^d(k+1) = r_{i,j,l} x_{i,j,l}^d(k) + d_{i,j,l}^d r_{i,j,l} \Delta u_j(k), \text{ para } i = 1, \dots, ny; j = 1, \dots, nu; l = 1, \dots, na$$

Para se obter predições para as trajetórias de todas as saídas, é conveniente apresentar o modelo “MIMO” na forma matricial, definindo-se os seguintes vetores para os estados:

$$x^s = \begin{bmatrix} x_1^s & x_2^s & \dots & x_{ny}^s \end{bmatrix}^T$$

$$x^d = \begin{bmatrix} x_{1,1,1}^d & \dots & x_{1,1,na}^d & \dots & x_{1,nu,1}^d & \dots & x_{1,nu,na}^d & \dots & x_{ny,1,1}^d & \dots & x_{ny,1,na}^d & \dots & x_{ny,nu,1}^d & \dots & x_{ny,nu,na}^d \end{bmatrix}^T$$

Além das seguintes matrizes, que agregam os parâmetros obtidos através de expansão por frações parciais das funções de transferência, e os pólos:

$$D^0 \equiv \begin{bmatrix} d_{1,1}^0 & \dots & d_{1,nu}^0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{ny,1}^0 & \dots & d_{ny,nu}^0 \end{bmatrix}, D^0 \in \Re^{ny \times nu}$$

$$D^d = \text{diag} \left(d_{1,1,1}^d \dots d_{1,1,na}^d \dots d_{1,nu,1}^d \dots d_{1,nu,na}^d \dots d_{ny,1,1}^d \dots d_{ny,1,na}^d \dots d_{ny,nu,1}^d \dots d_{ny,nu,na}^d \right)$$

$$D^d \in \Re^{nd \times nd}$$

$$F = \text{diag} \left(r_{1,1,1} \dots r_{1,1,na} \dots r_{1,nu,1} \dots r_{1,nu,na} \dots r_{ny,1,1} \dots r_{ny,1,na} \dots r_{ny,nu,1} \dots r_{ny,nu,na} \right)$$

$$F \in \Re^{nd \times nd}$$

Onde: $nd = ny.nu.na$ sendo que na é a ordem máxima das funções de transferência.

$$N \equiv \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_{ny} \end{bmatrix}, N \in \Re^{nd \times nu}$$

$$J_i \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$J_i \in \Re^{nu.na \times nu}, \quad i = 1, 2, \dots, ny$$

Portanto, a representação em forma matricial dos estados x^s e x^d será:

$$x^s(k+1) = x^s(k) + D^0 \Delta u(k) \quad (2.3)$$

$$x^d(k+1) = F x^d(k) + D^d F N \Delta u(k) \quad (2.4)$$

2.2 – Modelo em Variáveis de Estado para Sistemas sem Tempo Morto

Camacho e Bordons (2008) argumentam que os modelos em variáveis de estado são provavelmente os mais amplamente empregados na comunidade acadêmica devido à sua simplicidade inerente, mesmo para o caso multivariável, e que a descrição por estados permite que se expressem facilmente critérios de estabilidade e robustez.

As equações (2.3) e (2.4) correspondem a um modelo de variáveis de estado incremental, pois trabalha com a diferença entre os valores das variáveis manipuladas em instantes consecutivos. Ao contrário da chamada forma posicional, neste tipo de representação as variáveis envolvidas não são medidas como desvios em relação a um determinado estado estacionário, que por sua vez não necessita, portanto, ser determinado. O modelo pode ser colocado na forma:

$$x(k+1) = A x(k) + B \Delta u(k) \quad (2.5)$$

$$y(k) = C x(k) \quad (2.6)$$

Nos estados definidos em (2.3) e (2.4), tem-se o vetor dos estados integradores gerados pela forma incremental do modelo, x^s , e o vetor dos estados estáveis, x^d . As equações (2.5) e (2.6) podem ser estritas como segue:

$$\begin{bmatrix} x^s(k+1) \\ x^d(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{ny} & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^s(k) \\ x^d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D^0 \\ D^d F N \end{bmatrix} \Delta u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} I_{ny} & \Psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^s(k) \\ x^d(k) \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\Psi(kT) = \begin{bmatrix} \Phi_1(kT) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_2(kT) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{ny}(kT) \end{bmatrix}, \Psi \in \mathfrak{R}^{ny \times nd}$$

$$\Phi_i(kT) = \begin{bmatrix} e^{f_{i,1,1} kT} & \dots & e^{f_{i,1,na} kT} & \dots & e^{f_{i,nu,1} kT} & \dots & e^{f_{i,nu,na} kT} \end{bmatrix}, \Phi_i \in \mathfrak{R}^{nd}, i = 1, 2, \dots, ny$$

Da mesma forma, pode-se reescrever o modelo de resposta ao degrau como segue:

$$S_k(T) = D^0 + \Psi(kT) D^d N$$

Onde T é o período de amostragem. Este modelo apresentado, denominado OPOM por Odloak (1996), consegue gerar o equivalente a um modelo de resposta ao degrau a partir dos parâmetros das funções de transferência.

2.3 – Modelo em Variáveis de Estado para Sistemas com Tempo Morto

Gouvêa e Odloak (1997) estenderam o modelo OPOM para sistemas com tempo morto, criando o ROSSMPC (*Reduced Order State Space MPC*). Para sistemas com tempo morto, o controlador deve possuir um horizonte de predição grande o suficiente para abranger todos os atrasos ou tempos mortos das diversas entradas do processo:

$$np \geq m + \text{int} \left\{ \max(\theta_{i,j} / T) \right\}$$

Onde:

$\theta_{i,j}$	o tempo morto entre a saída i e a entrada j ;
m	o número de ações de controle planejadas a partir do instante atual, k , para os instantes seguintes, conhecido como horizonte das ações de controle;

A matriz abaixo contém os tempos mortos de todas as entradas do sistema:

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_{1,1} & \cdots & \theta_{1,nu} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{ny,1} & \cdots & \theta_{ny,nu} \end{bmatrix}$$

O seguinte estado é definido pelo ROSSMPC para sistemas com tempo morto:

$$x = \begin{bmatrix} y_{k+1} & y_{k+2} & \cdots & y_{k+np} & x_s & x_d \end{bmatrix}^T, x \in \mathbb{R}^{ne,1}, ne = ny.(np + 1 + nu.na)$$

As matrizes (2.5) e (2.6) foram reescritas para este caso na seguinte forma:

$$C = [I_{ny} \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{ny} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{ny} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I_{ny} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{ny} & \Psi[(np+1)T] \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{ny} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & F \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} S_2 \\ S_3 \\ \vdots \\ S_{np} \\ S_{np+1} \\ D^0 \\ D^d FN \end{bmatrix}$$

$$A \in \mathfrak{R}^{ne,ne}; B \in \mathfrak{R}^{ne,nu}; C \in \mathfrak{R}^{ny,ne}$$

Para $k > np$, os coeficientes do modelo de resposta ao degrau podem ser obtidos pela seguinte equação ao longo do horizonte de predição:

$$S_k = \begin{bmatrix} S_{1,1,k} & S_{1,2,k} & \dots & S_{1,nu,k} \\ S_{2,1,k} & S_{2,2,k} & \dots & S_{2,nu,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{ny,1,k} & S_{ny,2,k} & \dots & S_{ny,nu,k} \end{bmatrix} = D^0 + \Psi(kT) D^d N \in \mathfrak{R}^{ny,nu}$$

Onde,

$$\Psi(kT) = \begin{bmatrix} \phi_1(kT) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_2(kT) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{ny}(kT) \end{bmatrix}, \Psi \in \mathfrak{R}^{ny,nd}$$

$$\phi_i(kT) = [r_{i,1,1}^{kT-\theta_{i,1}} \quad \dots \quad r_{i,1,na}^{kT-\theta_{i,1}} \quad \dots \quad r_{i,nu,1}^{kT-\theta_{i,nu}} \quad \dots \quad r_{i,nu,na}^{kT-\theta_{i,nu}}], \phi_i \in \mathfrak{R}^{nu,na}$$

Este modelo será empregado ao longo deste trabalho por possuir as características desejadas para o estudo do problema de controle de unidades UHDT como, por exemplo, a forma compacta, utilização de parâmetros de funções de transferência e por incluir modelos de variáveis com tempo morto.

3 – Controlador IHMPC

A lei de controle em um controlador MPC de horizonte infinito é dada pela solução de um problema de otimização que consiste na minimização da diferença, ou “erro”, entre as predições para as saídas do sistema ao longo de um horizonte infinito e as trajetórias futuras desejadas para cada saída, através da escolha de um conjunto adequado de valores para as variáveis manipuladas.

Considere a seguinte função Objetivo:

$$J_k = \sum_{j=1}^{\infty} e(k+j|k)^T Q e(k+j|k) + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) \quad (3.1)$$

Onde:

$e(k+j|k) = y(k+j|k) - y^{sp}$ é o erro entre a predição das saídas e seus valores de referência, sendo que $e(k+j|k) \in \Re^{ny}$;

$Q \in \Re^{ny \times ny}$ é uma matriz definida positiva que serve de peso para ponderar o erro das variáveis controladas;

$R \in \Re^{nu \times nu}$ é uma matriz semi-definida positiva que serve de peso para ponderar o movimento das variáveis controladas;

y^{sp} é um vetor de valores de referência das saídas (Set-Points).

É útil separar o primeiro termo da função objetivo (3.1) em dois, um referente ao erro gerado nos instantes correspondentes ao horizonte de controle, e outro que computa o erro até o infinito. A função objetivo passa a ser:

$$J_k = \sum_{j=1}^m e(k+j|k)^T Q e(k+j|k) + \sum_{j=m+1}^{\infty} (C x(k+j|k) - y^{sp})^T Q (C x(k+j|k) - y^{sp}) + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) \quad (3.2)$$

O segundo termo do lado direito de (3.2) pode ser desenvolvido como se segue:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=m+1}^{\infty} (C x(k+j|k) - y^{sp})^T Q (C x(k+j|k) - y^{sp}) = \\ & \sum_{j=1}^{\infty} (x^s(k+m|k) - y^{sp} - \Psi F^j x^d(k+m|k))^T Q (x^s(k+m|k) - y^{sp} - \Psi F^j x^d(k+m|k)) \end{aligned} \quad (3.3)$$

O termo $x^s(k+m|k) - y^{sp}$ não depende do índice j e, portanto, deve ser feito igual a zero para manter o valor da função objetivo limitado. Portanto, a solução do problema de controle deve se submeter à seguinte restrição:

$$x^s(k+m|k) - y^{sp} = 0 \quad (3.4)$$

Incorporando essa restrição (3.4), o termo da somatória infinita da função objetivo pode ser simplificada como segue:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=m+1}^{\infty} (C x(k+j|k) - y^{sp})^T Q (C x(k+j|k) - y^{sp}) \\ & = \sum_{j=1}^{\infty} x^d(k+m|k)^T (F^j)^T \Psi^T Q \Psi F^j x^d(k+m|k) \end{aligned} \quad (3.5)$$

O lado direito da equação (3.5) pode ser reduzido para um único termo:

$$\sum_{j=1}^{\infty} x^d(k+m|k)^T (F^j)^T \Psi^T Q \Psi F^j x^d(k+m|k) = x^d(k+m|k)^T \bar{Q} x^d(k+m|k) \quad (3.6)$$

Onde $\bar{Q}$ é a solução da seguinte equação de Lyapunov:

$$\bar{Q} - F^T \bar{Q} F = F^T \Psi^T Q \Psi F, \quad \bar{Q} \in \Re^{nd \times nd}$$

A função objetivo (3.2) se torna:

$$J_k = \sum_{j=1}^m e(k+j|k)^T Q e(k+j|k) \\ + x^d(k+m|k)^T \bar{Q} x^d(k+m|k) + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k)$$

É possível obter uma expressão mais simples para o objetivo de controle. Pode se demonstrar que:

$$y(k+j|k) = x^s(k+j|k) + \Psi x^d(k+j|k) \\ x^s(k+j|k) = x^s(k) + D^0 \Delta u(k|k) + \dots + D^0 \Delta u(k+j-1|k) \\ x^d(k+j|k) = F^j x^d(k) + F^{j-1} D^d F N \Delta u(k|k) + F^{j-2} D^d F N \Delta u(k+1|k) + \\ \dots + D^d F N \Delta u(k+m-1|k)$$

Aplicando as expressões acima para os passos de tempo dentro do horizonte de controle, obtém-se:

$$\bar{x}^s = \bar{I} x^s(k) + D_m^0 \Delta u_k$$

Onde:

$$\bar{x}^s = \begin{bmatrix} x^s(k+1|k) \\ \vdots \\ x^s(k+m|k) \end{bmatrix} \quad \bar{I} = \begin{bmatrix} I_{ny} \\ \vdots \\ I_{ny} \end{bmatrix}$$

$$D_m^0 \equiv \begin{bmatrix} D^0 & 0 \\ \vdots & \ddots \\ D^0 & \dots & D^0 \end{bmatrix} \quad \Delta u_k \equiv \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1|k) \end{bmatrix}$$

Analogamente, aplicando as mesmas expressões para os estados estáveis dentro do horizonte de controle, tem-se:

$$\begin{bmatrix} x^d(k+1|k) \\ x^d(k+2|k) \\ \vdots \\ x^d(k+m|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ F^2 \\ \vdots \\ F^m \end{bmatrix} x^d(k) + \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 \\ F^2 & I & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F^{m-1} & F^{m-2} & \dots & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^d N & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D^d N & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D^d N \end{bmatrix} \Delta u_k$$

$$\bar{x}^d = F_x x^d(k) + F_u \Delta u_k$$

A função objetivo (3.6) pode então ser escrita como:

$$J_k = \Delta u_k^T H \Delta u_k + 2c_f^T \Delta u_k + c$$

Onde:

$$\begin{aligned}
H &= (D_m^0 + \Psi_1 F_u)^T Q_1 (D_m^0 + \Psi_1 F_u) + F_u^T Q_2 F_u + R_1 \\
c_f &= (D_m^0 + \Psi_1 F_u)^T Q_1 (\bar{I} e^s(k) + \Psi_1 F_x x^d(k)) + F_u^T Q_2 (F_x x^d(k)) \\
c &= e^s(k)^T Q e^s(k) + (\bar{I} e^s(k) + \Psi_1 F_x x^d(k))^T Q_1 (\bar{I} e^s(k) + \Psi_1 F_x x^d(k)) + (F_x x^d(k))^T Q_2 (F_x x^d(k)) \\
Q_1 &= \text{diag} \left[\overbrace{Q \dots Q}^m \right] \quad Q_2 = \text{diag} \left[\overbrace{0 \dots 0}^m \quad \bar{Q} \right] \quad R_1 = \text{diag} \left[\overbrace{R \dots R}^m \right] \\
\Psi_1 &= \text{diag} \left[\overbrace{\Psi \dots \Psi}^m \right] \quad e^s(k) = x^s(k) - y^{sp}
\end{aligned}$$

A restrição (3.4) pode ser escrita como:

$$e^s(k) + \tilde{D}^0 \Delta u_k = 0$$

Onde:

$$\tilde{D}^0 = \left[\overbrace{D^0 \dots D^0}^m \right]$$

O controlador MPC de horizonte infinito, que é estável para sistemas com modelo perfeito contendo polos estáveis, pode ser formulado como sendo a solução do seguinte problema de otimização:

$$\min_{\Delta u_k} J_k, \quad J_k = \Delta u_k^T H \Delta u_k + 2 c_f^T + c$$

Sujeito a:

$$e^s(k) + \tilde{D}^0 \Delta u_k = 0 \tag{3.7}$$

$$\Delta u(k+j) \in \mathbb{U}, \quad j \geq 0 \tag{3.8}$$

$$\mathbb{U} = \left\{ \Delta u(k+j) \left| \begin{array}{l} -\Delta u_{\max} \leq \Delta u(k+j) \leq \Delta u_{\max} \\ \Delta u(k+j) = 0; \quad j \geq m \\ u^{\min} \leq u(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k+i) \leq u^{\max}; \quad j = 0, 1, \dots, m-1 \end{array} \right. \right\}$$

Este controlador, quando implementado na prática torna-se frequentemente inviável, pois ocorre conflito entre as restrições de igualdade dadas pelas equações (3.7) e (3.8). Isso acontece por exemplo, quando o controlador é submetido a grandes variações nos set-points ou, quando o sistema sofre perturbações de amplitudes significativas.

3.1 – Controlador IHMPC com variáveis de folga

Para aumentar a faixa de viabilidade do controlador, Rodrigues e Odloak (2003) apresentaram uma abordagem que insere uma variável de folga na função objetivo, a qual relaxa a solução da restrição de igualdade dada pela Eq. (3.7). Essa solução, que é válida para sistemas estáveis, será desenvolvida a seguir. Partindo da equação (3.1), inserimos a variável de folga da seguinte maneira:

$$J_k = \sum_{j=1}^{\infty} (e(k+j|k) - \delta_k)^T Q (e(k+j|k) - \delta_k) + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) + \delta_k^T S \delta_k \quad (3.9)$$

Onde:

$$\delta_k \in \Re^{ny}, S \in \Re^{ny \times ny}$$

Utilizando-se o mesmo procedimento empregado para gerar a equação (3.2), obtém-se:

$$J_k = \sum_{j=1}^m (e(k+j|k) - \delta_k)^T Q (e(k+j|k) - \delta_k) + \sum_{j=m+1}^{\infty} (C x(k+j|k) - \delta_k - y^{sp})^T Q (C x(k+j|k) - \delta_k - y^{sp}) + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) + \delta_k^T S \delta_k \quad (3.10)$$

Analogamente ao caso sem variáveis de folga, o segundo termo da parte direita da equação (3.10) pode ser desenvolvido como segue:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=m+1}^{\infty} \left(C x(k+j|k) - \delta_k - y^{sp} \right)^T Q \left(C x(k+j|k) - \delta_k - y^{sp} \right) \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \left(x^s(k+m|k) - \delta_k - y^{sp} + \Psi F^j x^d(k+m|k) \right)^T Q \left(x^s(k+m|k) - \delta_k - y^{sp} + \Psi F^j x^d(k+m|k) \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

A restrição ao objetivo de controle (3.7) deve ser modificada com a adição da variável de folga, que garante que o problema de controle sempre tenha uma solução viável:

$$x^s(k+m|k) - \delta_k - y^{sp} = 0 \quad (3.12)$$

Ou ainda:

$$x^s(k) + \tilde{D}^0 \Delta u_k - \delta_k - y^{sp} = 0 \quad (3.13)$$

Utilizando-se $\bar{Q}$, que é a solução da equação de Lyapunov (3.6) a função objetivo se torna:

$$\begin{aligned} J_k &= \sum_{j=1}^m \left(e(k+j|k) - \delta_k \right)^T Q \left(e(k+j|k) - \delta_k \right) + x^d(k+m|k)^T \bar{Q} x^d(k+m|k) \\ &+ \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) + \delta_k^T S \delta_k \end{aligned} \quad (3.14)$$

Como exposto por Carrapiço (2004), a função objetivo (3.14) resolve os problemas de inviabilidade apontados anteriormente, e pode ser escrita como uma expressão quadrática, facilitando a resolução numérica do problema.

3.2 – IHMPC Estendido para Sistemas com Tempo Morto

Nesta seção será definida uma nova lei de controle que possibilitará controlar sistemas que apresentem uma ou mais saídas com tempo morto. Retornando-se agora à equação (3.1), que define uma função objetivo que pondera os erros das predições das saídas e os movimentos nas variáveis manipuladas:

$$J_k = \sum_{j=0}^{\infty} e(k+j|k)^T Q e(k+j|k) + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) \quad (3.1)$$

Desdobrando-se a primeira parcela da equação (3.1) em dois termos que correspondem, respectivamente, ao erro computado entre o instante atual e o horizonte de predição e ao erro computado entre o horizonte de predição e o infinito, obtém-se:

$$J_k = \sum_{j=0}^{np} e(k+j|k)^T Q e(k+j|k) + \sum_{j=1}^{\infty} e(k+np+j|k)^T Q e(k+np+j|k) + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) \quad (3.15)$$

Os dois primeiros termos da equação (3.16) serão agora desenvolvidos e agrupados convenientemente na forma matricial. Denominando-os respectivamente de $J_k^{(1)}$ e $J_k^{(2)}$ têm-se, dessa forma:

$$J_k = J_k^{(1)} + J_k^{(2)} + \sum_{j=0}^{m-1} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) \quad (3.16)$$

Pode-se desenvolver $J_k^{(1)}$ calculando a predição de saída de forma recursiva a partir do instante atual presente até o horizonte de predição finito np , como segue:

$$\begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ y(k+2|k) \\ \vdots \\ y(k+np-1|k) \\ y(k+np|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{np-1} \\ CA^{np} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{m-1}B & CA^{m-2}B & \cdots & CB \\ CA^mB & CA^{m-1}B & \cdots & CAB \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{np-1}B & CA^{np-2}B & \cdots & CA^{np-m}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1|k) \end{bmatrix}$$

A qual pode ser representada em forma compacta matricial:

$$y(k) = \bar{C}x(k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_K,$$

Onde : $\bar{C} \in C^{np.ny, ny.np+2ny+ny.nu.na}, \quad \bar{\bar{C}} \in C^{np.ny, m.nu}$ (3.17)

Substituindo-se a Eq.(3.17) na expressão de $J_k^{(1)}$ obtém-se:

$$J_k^{(1)} = \left[\bar{C}x(k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_K - y_1^{sp} \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C}x(k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_K - y_1^{sp} \right] \quad (3.18)$$

$$\text{Onde: } \tilde{Q} = \text{diag}([Q \quad Q \quad \dots \quad Q]) \in \Re^{np.ny, np.ny}$$

$$y_1^{sp} = \begin{bmatrix} y^{sp^T} & y^{sp^T} & \dots & y^{sp^T} \end{bmatrix}^T \in \Re^{np.ny}$$

Pode-se agora desenvolver $J_k^{(2)}$. O vetor que multiplica Q pode ser definido como o erro entre o valor desejado para as saídas de processo e o valor obtido num dado instante após o horizonte de predição:

$$J_k^{(2)} = \sum_{j=1}^{\infty} \left(Cx(k+np+j|k) - y^{sp} \right)^T Q \left(Cx(k+np+j|k) - y^{sp} \right) \quad (3.19)$$

Isso é exatamente a definição de erro discutida anteriormente. Substituindo a expressão para o erro, obtém-se:

$$J_k^{(2)} = \sum_{j=1}^{\infty} e(k+np+j)^T Q e(k+np+j) \quad (3.20)$$

Agora a equação 3.20 será posta na forma matricial. Fazendo uso das equações 2.5 e 2.6 podemos escrever recursivamente as predições das saídas do processo $y(k+np)$ em função do vetor de estados no instante $k+m+1$ e nos instantes seguintes.

Para tal observe que para a saída de processo, tem-se:

$$\begin{aligned} y(k+np|k+m+1) &= x^s(k+m) + \Psi((np+1)T)x^d(k+m) \\ y(k+np|k+m+2) &= x^s(k+m+1) + \Psi((np+1)T)x^d(k+m+1) = \\ &= x^s(k+m) + \Psi((np+1)T)F x^d(k+m) \\ &\vdots \\ y(k+np|k+m+j) &= x^s(k+m) + \Psi((np+1)T)F^j x^d(k+m) \end{aligned}$$

Como na formulação anterior, para garantir que a função objetivo seja limitada deve-se forçar a anulação do estado $x_s(k+m|k)$. Isso pode ser feito pela anulação dos termos correspondentes aos polos integradores na matriz A. Daí define-se a matriz modificada A^* .

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & I_{ny} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{ny} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I_{ny} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & I_{ny} & \Psi[(np+1)T] \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & F \end{bmatrix}$$

Assim, no instante j as previsões das saídas são obtidas por:

$$y(k+np|k+m+j) = \Psi((np+1)T)F^j x^d(k+m)$$

Os estados após o horizonte de predição ($k + np$) serão:

$$x(k + np + j) = A^{*(np+j-m)} x(k + m) \quad (3.21)$$

Com o estado (3.21) substituído dentro da predição das saídas por:

$$y(k + np + j) = C x(k + np + j) = C A^{*(np+j-m)} x(k + m) \quad (3.22)$$

Substituindo (3.23) na expressão para $J_k^{(2)}$:

$$\begin{aligned} J_k^{(2)} &= \sum_{j=1}^{\infty} \left[y(k + np + j | k) - y^{sp} \right]^T Q \left[y(k + np + j | k) - y^{sp} \right] \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \left[C x(k + np + j | k) - C y_2^{sp} \right]^T Q \left[C x(k + np + j | k) - C y_2^{sp} \right] \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} e(k + m + j | k)^T C^T Q C e(k + m + j | k) \\ \text{onde : } y_2^{sp} &= \begin{bmatrix} y^{sp^T} & y^{sp^T} & \dots & y^{sp^T} & y^{sp^T} & 0^T & 0^T \end{bmatrix}^T \in \Re^{np.ny+2.ny+ny.nu.na} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Daí resulta a seguinte expressão para o erro:

$$e(k + np + j | k) = A^{*(np+j-m)} e(k + m | k) \quad (3.24)$$

A equação (3.25) pode por sua vez ser substituída em (3.24):

$$\begin{aligned} J_k^{(2)} &= \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ A^{*(np-m+j)} e(k + m + j | k) \right\}^T C^T Q C \left\{ A^{*(np-m+j)} e(k + m + j | k) \right\} \\ &= e(k + m | k)^T A^{*(np-m)^T} \left(\sum_{j=1}^{\infty} A^{*j^T} C^T Q C A^{*j} \right) A^{*(np-m)^T} e(k + m | k) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Daí define-se a variável:

$$\bar{Q} = \sum_{j=1}^{\infty} A^{*j^T} C^T Q C A^{*j} \quad (3.26)$$

Que pode ter seu valor determinado pela solução de uma equação de Lyapunov:

$$A^{*T} \bar{Q} A^* - \bar{Q} = -A^{*T} C^T Q C A^* \quad (3.27)$$

Substituindo (3.26) em (3.25) obtém-se uma nova expressão para o termo correspondente à somatória infinita:

$$J_k^{(2)} = e(k+m|k)^T A^{*(np-m)T} \bar{Q} A^{*(np-m)} e(k+m|k) \quad (3.28)$$

Portanto, a restrição (3.4):

$$x^s(k+m|k) - y^{sp} = 0 \quad (3.4)$$

Poderá ser reescrita de modo mais fácil de se aplicar, da forma como segue:

$$x^s(k+m|k) = x^s(k|k) + \begin{pmatrix} D^0 & D^0 & \dots & D^0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1|k) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

O que é equivalente a:

$$x^s(k|k) - y^{sp} + \tilde{D} \Delta u_k = 0 \quad (3.30)$$

Reescrevendo o estado x no instante $k+m$:

$$x(k+m|k) = A^m x(k|k) + \begin{bmatrix} A^{m-1}B & A^{m-2}B & \dots & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1|k) \end{bmatrix}$$

O que equivale à:

$$e(k+m|k) = A^m e(k|k) + \tilde{A}B \Delta u_k \Rightarrow J_k^{(2)} = e(k+m|k)^T A^{*(np-m)^T} \bar{Q} A^{*(np-m)^T} e(k+m|k)$$

$$\Rightarrow J_k^{(2)} = \{A^m e(k|k) + \tilde{A}B \Delta u_k\}^T \bar{Q}^* \{A^m e(k|k) + \tilde{A}B \Delta u_k\} \Rightarrow \bar{Q}^* = A^{*(np-m)^T} \bar{Q} A^{*(np-m)^T}$$

Portanto, a função objetivo é equivalente a:

$$\begin{aligned} J_k = & \left[\bar{C} x(k|k) + \bar{\bar{C}} \Delta u_k - y_1^{sp} \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C} x(k|k) + \bar{\bar{C}} \Delta u_k - y_1^{sp} \right] \\ & + \left[A^m e(k|k) + \tilde{A}B \Delta u_k \right]^T \bar{Q}^* \left[A^m e(k|k) + \tilde{A}B \Delta u_k \right] + \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k \end{aligned} \quad (3.31)$$

Ao se incluir as variáveis de folga na função objetivo definida em (3.2) e seguindo-se um procedimento análogo ao apresentado acima, chega-se à seguinte função objetivo:

$$\begin{aligned} J_k = & \left[\bar{C} x(k|k) + \bar{\bar{C}} \Delta u_k - y_1^{sp} - \bar{I} \delta_k^s \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C} x(k|k) + \bar{\bar{C}} \Delta u_k - y_1^{sp} - \bar{I} \delta_k^s \right] \\ & + \left\{ A^m e(k|k) + \tilde{A}B \Delta u_k \right\}^T \bar{Q}^* \left\{ A^m e(k|k) + \tilde{A}B \Delta u_k \right\} + \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k + \delta_k^{sT} S_1 \delta_k^s \end{aligned}$$

Onde:

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} I_{ny} \\ I_{ny} \\ \vdots \\ I_{ny} \end{bmatrix}, \bar{I} \in \Re^{(np.ny) \times ny}$$

Dessa forma o problema de controle do IHMPC para processos com tempo morto fica definido como:

$$\min_{\Delta u_k, \delta_k^s} \left\{ \begin{bmatrix} \Delta u_k^T & \delta_k^{sT} \end{bmatrix} H \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \delta_k^s \end{bmatrix} + 2C_f^T \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \delta_k^s \end{bmatrix} + c_2 \right\}$$

Sujeito a:

$$x^s(k|k) - y^{sp} + \tilde{D}\Delta u_k - \delta_k^s = 0$$

$$\Delta u(k+j|k) \in \cup, j \geq 0$$

Onde:

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12}^T & H_{22} \end{bmatrix}$$

$$H_{11} = \bar{\bar{C}}^T \tilde{Q} \bar{\bar{C}} + \tilde{A} B^T \bar{Q}^* \tilde{A} B + \tilde{R} \quad H_{12} = -\bar{\bar{C}}^T \tilde{Q} \bar{I}$$

$$H_{12}^T = -\bar{I}^T \tilde{Q} \bar{\bar{C}} \quad H_{22} = \bar{I}^T \tilde{Q} \bar{I} + S_1$$

$$C_f = \left[x^s(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{\bar{C}} - y_1^{spT} \tilde{Q} \bar{\bar{C}} + e(k/k)^T A^{mT} \bar{Q}^* \tilde{A} B - x^s(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{I} + y_1^{spT} \tilde{Q} \bar{I} \right]$$

3.3 – Observador de Estados

Quando o modelo é representado sob a forma de variáveis de estado, deve-se em geral usar um observador de estado para atualizar os estados como uma função dos erros entre as saídas preditas e as saídas reais, que são medidas. Seu propósito é utilizar medições de grandezas realizadas ao longo do tempo (contaminadas com ruído e outras incertezas) e gerar resultados que tendam a se aproximar dos valores reais das grandezas medidas. O observador de estados considerado neste trabalho pode ser representado pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned}x(k|k-1) &= Ax(k-1|k-1) + B\Delta u(k-1|k-1) \\x(k|k) &= x(k|k-1) + K_F \{y_k^p - Cx(k|k-1)\} \\x(k|k) &= [(I - K_F C)A]x(k-1|k-1) + [(I - K_F C)B]\Delta u(k-1|k-1) + K_F y_k^p\end{aligned}$$

Onde:

y_k^p – é o vetor de saídas da planta, aferidas no instante k ;

K_F - matriz de ganho do observador.

Usualmente, os controladores MPC corrigem as saídas adicionando o erro atual para todas as previsões futuras. Na nossa representação esta estratégia corresponde a um filtro dado por:

$$K_F = \begin{bmatrix} I_{ny} \\ \vdots \\ I_{ny} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para garantir a estabilidade do controlador em malha fechada, o ganho do observador, K_F , deverá ser tal que todos os autovalores da matriz $[(I - K_F C) A]$ estejam dentro do círculo unitário, o que corresponde à obtenção de polos estáveis do sistema em malha fechada.

O estimador de estado que será utilizado neste trabalho é o filtro de Kalman. O Filtro de Kalman, que pode ser utilizado para estimar uma variável a partir do conhecimento de outras variáveis, baseia-se num modelo estatístico (estocástico) do processo. Foi originalmente desenvolvido para sistemas lineares com ruídos gaussianos e, neste caso, apresenta uma

solução fechada, ou em outras palavras, demonstra-se que é o estimador de mínima variância para esse tipo de sistema, conforme apresentado em Ricker (1990). Entretanto, para aplicar o Filtro de Kalman para sistemas não lineares é necessário fazer adaptações e extensões do algoritmo original. Uma discussão e dedução formal do Filtro de Kalman pode ser encontrada na literatura, como por exemplo, em Jazwinski (1997).

O filtro de Kalman produz estimativas dos valores reais de grandezas medidas predizendo um valor, estimando a incerteza do valor predito e calculando uma média ponderada entre o valor predito e o valor medido. O peso maior é dado ao valor de menor incerteza. As estimativas geradas pelo método tendem a estarem mais próximas dos valores reais que as medidas originais, pois a média ponderada apresenta uma melhor estimativa de incerteza que ambos os valores utilizados no seu cálculo.

Pode-se demonstrar (Astrom e Wittenmark, 1990) que para um tempo de observação suficientemente grande, o ganho do filtro de Kalman é definido pelas seguintes equações:

$$K_F = APC^T(V + CPC^T)^{-1} \quad (3.29)$$

$$P = APA^T - APC^T[V + CPC^T]^{-1}CPA^T + W$$

Onde:

V e W são as matrizes de covariância dos ruídos na saída e estado respectivamente podem ser usadas como parâmetros de sintonia do filtro de Kalman.

4 – Otimização Integrada ao Controlador Preditivo

Neste capítulo são apresentadas diversas metodologias para integrar a otimização com o controle de processos. Kwong (1992) argumenta que isto pode ser realizado utilizando-se a estratégia de multicamadas, também conhecida como estrutura hierárquica.

Uma estrutura hierárquica comum para integrar a otimização em tempo real (*Real Time Optimization, RTO*) com controle MPC é através de uma estrutura de três camadas (Ying & Joseph, 1999), onde na camada superior se encontra uma aplicação de RTO, que se baseia num modelo rigoroso não-linear de estado estacionário do processo. A camada RTO resolve um problema de otimização que define as condições de operação ótimas para processos contínuos sujeitos a restrições provenientes de equipamentos e especificações dos produtos. Ou seja, a camada de otimização, que é baseada num modelo econômico, busca as melhores condições de operação para o processo. A camada de controle MPC calcula e implementa as ações visando a estabilidade e otimização processo, dentro de certos limites. A camada do processo representa a planta em si, incluindo as operações unitárias, a instrumentação do processo e o controle regulatório.

Figura 4.1 - Esquema da estratégia de otimização em três camadas.

Como representado na figura 4.1, as entradas e saídas ideais do sistema, calculadas pelo RTO são, em seguida, passadas para uma camada intermédia em que, com base na estimativa dos distúrbios $d(k)$, setpoints viáveis para as entradas e saídas são recalculados através da solução

de um problema de programação quadrática (QP) baseado em modelos estáticos lineares do processo. O problema de programação quadrática refere-se à minimização ou maximização de uma função objetivo quadrática que é linearmente restrita (Coelho & Mariani, 2006). O controlador MPC resolve o problema de controle implementado dinamicamente os setpoints viáveis de otimização.

Outra possibilidade mais simples, apresentada por Kwong (1992) é a estrutura da estratégia de otimização em duas camadas. Nesta estrutura, representada de forma simplificada como mostrado na figura 4.2, a camada de otimização em tempo real ou RTO envia diretamente os targets ótimos ao controlador MPC. Essa estrutura apresenta algumas dificuldades. Devem-se tomar cuidados para que o problema de controle resultante seja sempre viável. Além disso, a frequência com que o RTO consegue convergir e enviar resultados ao controlador é baixa. Entre duas iterações bem sucedidas, pode decorrer um intervalo de várias horas, no qual o processo pode sofrer distúrbios e os resultados perderem relevância. Por exemplo, a carga processada pelo reator de uma planta petroquímica pode se alterar, modificando as condições de operação do processo. Por estas razões, justifica-se a estratégia em 3 camadas representada na figura 4.1.

No item 4.1 será apresentada a camada de cálculo de target e sua interação com o controlador MPC. Neste trabalho, será desenvolvido um controlador capaz de implementar targets (sejam eles gerados por uma camada QP ou diretamente por um RTO). Alternativamente, este controlador MPC também contemplará uma outra estratégia de otimização denominada otimização online, que consiste em acrescentar um termo de otimização econômica à função objetivo. Descrita no item 4.4, esta estratégia ameniza as dificuldades decorrentes do elevado tempo que o RTO exige para fornecer novos resultados. O objetivo da estrutura de controle adotada é possibilitar a resolução um único problema de programação quadrática que contemple simultaneamente o problema de controle e o problema de otimização.

Figura 4.2 - Esquema da estratégia de otimização em duas camadas.

Quando se aplica uma estratégia de controle em múltiplas camadas, na prática, deve-se considerar de uma maneira mais ampla o controle de processos, que se dá em dois ambientes computacionais distintos, o SDCD ou *Sistema Digital de Controle Distribuído*, também chamado de DCS (*Distributed Control System*), no qual está ligada toda a instrumentação de processo, e um outro computador que roda as aplicações de controle MPC e otimização, que é denominado como “computador de processo”. Dependendo das dimensões do processo, pode ser necessário utilizar mais de uma computador para minimizar o tempo computacional.

Pode-se considerar que estes sistemas interdependentes formam uma pirâmide, pois o bom funcionamento das aplicações de controle MPC dependem integralmente de uma correta concepção e implementação das malhas de controle regulatório que rodam no SDCD e do bom funcionamento da instrumentação de campo. O bom funcionamento da camada de otimização depende da definição de objetivos de controle consistentes. A figura 4.3 apresenta uma representação esquemática da pirâmide das sistemas de automação e controle de processos.

Figura 4.3 – Representação da pirâmide do controle de processos

No presente trabalho interessa explorar as melhores maneiras de unir as camadas de otimização e controle, fazendo considerações adequadas para o controle de UHDT. Nas próximas seções serão exploradas alternativas para este fim.

4.1 - MPC convencional em duas Camadas - Camada de Otimização Simplificada do Estado Estacionário

Esta estrutura clássica de controle, envolve um simulador com um modelo rigoroso que é usado na otimização em estado estacionário, que é realizada em tempo real em um intervalo de tempo maior do que o período utilizado na camada de controle (Kwong,1992). Esta camada de otimização estacionária envia periodicamente valores de referência, ou “targets”, ao controlador MPC. Retomando a analogia da uma pirâmide dos sistemas de automação e controle, pode-se visualizar este processo na figura 4.3.

Figura 4.4 – Interação entre os níveis da pirâmide do controle de processos

Nesta estrutura, definida na figura 4.4, existe uma forte interação entre as camadas, mas suas ações são realizadas em procedimentos distintos. Agora será discutido o funcionamento da camada de otimização no estado estacionário. Utilizando-se a mesma formulação da seção 2, a partir das equações 2.5 e 2.6, a predição do vetor de saídas no estado estacionário pode ser descrita da seguinte forma:

$$y(k+N) = CA^N x(k) + \begin{bmatrix} CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CA^{N-m}B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Onde N é suficientemente grande para aproximar o estado estacionário. Portanto, quando $N \rightarrow \infty$ a equação (4.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$y(k+\infty) = CA^\infty x(k) + CA^\infty B \sum_{i=0}^{m-1} \Delta u(k+i) \quad (4.2)$$

Porém, $u(k+m-1) = u(k+\infty)$ que corresponde ao estado da saída e, portanto, a equação (4.2) torna-se:

$$y(k+\infty) = CA^\infty x(k) + CA^\infty B(u(k+\infty) - u(k-1)) \quad (4.3)$$

Supondo-se que haja uma função objetivo econômico do tipo:

$$\phi = C_y^T y(k+\infty) + C_u^T u(k+\infty) + C_\varepsilon \varepsilon \quad (4.4)$$

Sujeita às seguintes restrições:

$$\begin{aligned} y_{\min} - \varepsilon &\leq y(k+\infty) \leq y_{\max} + \varepsilon \\ u_{\min} &\leq u(k+\infty) \leq u_{\max} \end{aligned}$$

Onde C_y e C_u são vetores de preços (se positivos) ou custos (se negativos) das entradas e saídas, ε é uma variável de folga que assegura a viabilidade do problema e C_ε é sua matriz de ganhos. Assim, a camada superior do controlador resolve o seguinte problema:

$$\max_{u(k+\infty), y(k+\infty)} \{ \phi = C_y^T y(k+\infty) + C_u^T u(k+\infty) + C_\varepsilon \varepsilon \} \quad (4.5)$$

Ao resolver este problema definido pela equação (4.5), são obtidos "setpoints" ótimos para a camada dinâmica, ou seja, os targets:

$$y^{sp} = y(k + \infty), \quad u^{sp} = C_u^T u(k + \infty)$$

Um controlador MPC convencional poderia ser modificado para que se tenha os targets implementados através da seguinte função objetivo:

$$J_k = \sum_{j=1}^{np} \left[\left(y(k + j/k) - y^{sp} \right)^T Q \left(y(k + j/k) - y^{sp} \right) \right] + \left[\left(u(k + m - 1/k) - u^{sp} \right)^T R_u \left(u(k + m - 1/k) - u^{sp} \right) \right] + \sum_{j=1}^{m-1} \left[\Delta u(k + j/k)^T R \Delta u(k + j/k) \right] \quad (4.6)$$

Onde R_u é uma matriz de pesos de dimensões adequadas.

Portanto, a camada inferior ou dinâmica do controlador resolve o seguinte problema:

$$\min_{\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+m-1)} J_k$$

Sujeito às seguintes restrições:

$$e^s(k) + \tilde{D}^0 \Delta u_k = 0$$

$$\Delta u(k + j) \in \mathbb{U}, \quad j \geq 0$$

$$\mathbb{U} = \left\{ \Delta u(k + j) \left| \begin{array}{l} -\Delta u_{\max} \leq \Delta u(k + j) \leq \Delta u_{\max} \\ \Delta u(k + j) = 0; \quad j \geq m \\ u^{\min} \leq u(k - 1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k + i) \leq u^{\max}; \quad j = 0, 1, \dots, m - 1 \end{array} \right. \right\}$$

Como se pode observar, o erro entre a entrada e seu "target" só é ponderado no último instante do horizonte de controle, pois isto é conveniente para separar o controle das saídas da otimização das entradas. Desta forma, o controlador dará prioridade para controlar as saídas nos valores desejados e mover as entradas para os seus "alvos" apenas quando há número suficiente de graus de liberdade. A otimização, ou obtenção dos targets, deve incluir todas as restrições do processo. Esta é a estratégia de otimização em tempo real utilizada pelos pacotes comerciais disponíveis atualmente para implementações industriais, inclusive o *Profit Suite*.

Conforme exposto por Porfírio (2011), uma desvantagem da estrutura representada na figura 4.1 é que podem ocorrer instabilidades caso ocorra um distúrbio no processo ao mesmo tempo em que os “targets” estão sendo alterados (Gouvêa & Odloak, 1998). Deve-se considerar que plantas que sofrem muitos distúrbios, especialmente distúrbios não medidos pela instrumentação de processo, tal como as unidades de UHDT, os “targets” de otimização poderão não mais representar o melhor ponto operacional ou serem inviáveis. Uma adaptação deste esquema ao IHMPC é apresentada na seção 4.4.

4.2 – IHMPC Estendido com Controle por Zonas e Targets para as Entradas

Gonzalez e Odloak (2009) estenderam o controlador MPC de horizonte infinito para o caso em que as saídas são controladas por faixas e as entradas possuem targets, ou alvos, que são valores de referência, em geral providos por um algoritmo de otimização econômica e definem o ponto ótimo de operação. Neste seção, apresenta-se a proposta de Gonzalez e Odloak (2009) e, em seguida, a extensão realizada por Pacheco (2009) para o caso de controle por *funnel* das saídas mantendo os targets para as entradas. A função objetivo do controlador IHMPC incluindo o controle por zona e metas (targets) para as entradas pode ser definida como se segue:

$$V_k = \sum_{j=0}^{\infty} [e(k+j|k) - \delta_k^s]^T Q [e(k+j|k) - \delta_k^s] + \sum_{j=0}^{\infty} [e_u(k+j|k) - \delta_k^u]^T Q_u [e_u(k+j|k) - \delta_k^u] + \sum_{j=0}^{\infty} \Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k) + \delta_k^{sT} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{uT} S_u \delta_k^u \quad (4.7)$$

Onde:

$e(k+j k) = y(k+j k) - y^{sp}$	Erro entre as saídas e seus valores de referência
$e_u(k+j k) = u(k+j k) - u^{sp}$, $e_u \in \Re^{nu}$	Erro entre as entradas e seus valores de referência
u^{sp}	Targets para as entradas
Q_u	Matriz peso positiva que pondera os “targets” das entradas
$\delta_k^u \in \Re^{nu}$	Variável de folga para a implementação do target
S_u	Matriz peso positivo que pondera as slacks dos “targets” das entradas

Para que a função objetivo definida em (4.7) seja limitada, deve-se impor a restrição (3.13), que garante que o primeiro somatório infinito seja limitado, e a seguinte restrição:

$$u(k+m-1|k) - u^{sp} - \delta_k^u = 0 \quad (4.8)$$

A restrição (4.8) garante que o segundo somatório infinito também seja limitado. Em seguida definimos as seguintes matrizes que permitem representar a função objetivo de forma compacta:

$$I_{mu} = \left[\begin{array}{c} I_{nu} \\ \vdots \\ I_{ny} \end{array} \right] \Bigg\}^m \quad \bar{I}^{sp} = \left[\begin{array}{c} I_{ny} \\ \vdots \\ I_{ny} \\ 0 \end{array} \right] \Bigg\}^{p+1} \in \Re^{((p+1)ny+ny.nu.na).ny} \quad \tilde{N} = \left[\begin{array}{cccc} \overbrace{I_{nu} \quad 0 \quad \cdots \quad 0}^m \\ I_{nu} \quad I_{nu} \quad \cdots \quad 0 \\ \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad 0 \\ I_{nu} \quad I_{nu} \quad \cdots \quad I_{nu} \end{array} \right] \quad (4.9)$$

Incluindo estas matrizes e expandindo a função objetivo (4.7) da mesma forma que foi feito na seção 2.2, obtém-se:

$$\begin{aligned} V_k = & \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y_1^{sp} - \bar{I}\delta_k^s \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y_1^{sp} - \bar{I}\delta_k^s \right] \\ & + \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\}^T \tilde{Q}_u \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\} \\ & + \left\{ A^m e(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k \right\}^T \bar{Q}^* \left\{ A^m e(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k \right\} + \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k + \delta_k^{sT} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{uT} S_u \delta_k^u \end{aligned} \quad (4.10)$$

É possível então substituir a expressão para $e(k|k)$ no terceiro termo da equação (4.10), obtendo o IHMPC com targets para as entradas e faixas para o controle de saídas, definido pela seguinte função objetivo:

$$\begin{aligned} V_k = & \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y_1^{sp} - \bar{I}\delta_k^s \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y_1^{sp} - \bar{I}\delta_k^s \right] \\ & + \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\}^T \tilde{Q}_u \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\} \\ & + \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} y^{sp} \right\}^T \bar{Q}^* \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} y^{sp} \right\} + \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k \\ & + \delta_k^{sT} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{uT} S_u \delta_k^u \end{aligned} \quad (4.11)$$

O problema de controle do IHMPC estendido com controle por zonas e targets para as entradas fica definido como:

$$\min_{\Delta u_k, \delta_k^s, \delta_k^u} \left\{ \begin{bmatrix} \Delta u_k^T & \delta_k^{sT} & \delta_k^{uT} \end{bmatrix} H_3 \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \delta_k^s \\ \delta_k^u \end{bmatrix} + 2C_{f,3}^T \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \delta_k^s \\ \delta_k^u \end{bmatrix} + c_3 \right\}$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} x^s(k) - y^{sp} + \tilde{D}\Delta u_k - \delta_k^s &= 0 \\ u(k+m-1|k) - u^{sp} - \delta_k^u &= 0 \\ \Delta u(k+j|k) &\in \mathcal{U}, j \geq 0 \end{aligned} \quad \cup = \left\{ \begin{aligned} &\Delta u(k+j) \\ &\begin{cases} -\Delta u_{\max} \leq \Delta u(k+j|k) \leq \Delta u_{\max} \\ \Delta u(k+j|k) = 0; j \geq m \\ u^{\min} \leq u(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k+i|k) \leq u^{\max}; j = 0, 1, \dots, m-1 \end{cases} \end{aligned} \right\}$$

A matriz hessiana H_3 e as matrizes $C_{f,3}$ e c_3 podem ser obtidas de maneira semelhante ao procedimento utilizado no item 4.5.

4.3 – IHMPC Estendido com Funnel

Maciejowski (2000) argumenta que embora seja comum representar os objetivos de controle como trajetórias de referência que as saídas dos processos devem seguir, na maioria das aplicações os valores exatos dessas saídas não são relevantes, o importante é mantê-las dentro de certos limites específicos ou zonas. Dessa forma, uma variável ter peso nulo no problema de controle enquanto se encontrar dentro desses limites. Maciejowski (2000) apresenta uma variação dessa representação clássica dos objetivos de controle que são os Funnel, ou funis, que são idênticos à abordagem por zonas, exceto que se tornam mais estreitos ao longo do horizonte de predição.

Figura 4.5 – Ilustração do Conceito de Funnel

As áreas hachuradas na figura 4.5 mostram a penalização da trajetória, que ocorre apenas quando esta deixa a região do Funnel.

Portanto, o "funil" (Funnel) é um conceito cujo objetivo é suavizar as ações do controlador, a fim de tornar o controle menos agressivo, ao mesmo tempo abrindo espaço para que os objetivos de otimização sejam cumpridos. Controlar saídas através de funis e zonas, em vez de trajetórias específicas, é uma forma de liberar graus de liberdade adicionais ao processo de otimização.

Figura 4.6 – Funnel sem Tempo Morto

Conforme representado na Fig. 4.6, é possível combinar os conceitos de controle por zona, onde ao invés de Set-Point têm-se limites máximos e mínimos, com o controle por funil, através da definição das seguintes restrições para as variáveis controladas:

$$y_i(k) > y_{i,\max} \Rightarrow y_i^{sp}(k+j) \leq y_i(k) - \frac{j}{m}(y_i(k) - y_{i,\max}), \quad j=1,2,\dots,m$$

$$y_i(k) < y_{i,\min} \Rightarrow y_i^{sp}(k+j) \geq y_i(k) + \frac{j}{m}(y_{i,\min} - y_i(k)), \quad j=1,2,\dots,m$$

Daí, a função custo (4.11) para o IHMPC desenvolvido pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
J_k = & \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right] \\
& + \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\}^T \tilde{Q}_u \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\} \\
& + \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} y^{sp}(k+p|k) \right\}^T \bar{Q}^* \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} y^{sp}(k+p|k) \right\} \\
& + \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k + \delta_k^{sT} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{uT} S_u \delta_k^u
\end{aligned} \quad (4.12)$$

Onde:

$$y^{\approx sp} = \begin{bmatrix} y^{sp}(k+1/k) \\ \vdots \\ y^{sp}(k+np/k) \end{bmatrix} \in \Re^{ny \cdot np}$$

Também é conveniente definir uma matriz M como segue:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & I_{ny} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{np} \end{bmatrix}$$

Daí resulta que:

$$y^{sp}(k+np/k) = M y^{\approx sp}$$

Observa-se que os “set-points” fixos para as controladas se tornam de fato um vetor de “set-points” ao longo do horizonte de predição np . Finalmente, a função custo torna-se:

$$\begin{aligned}
J_k = & \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right] \\
& + \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\}^T \tilde{Q}_u \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\} \\
& + \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \right\}^T \bar{Q}^* \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \right\} + \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k \\
& + \delta_k^{sT} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{uT} S_u \delta_k^u
\end{aligned} \quad (4.13)$$

Para cada intervalo de amostragem em que o problema seja resolvido, o funil define novos limites para as saídas. O controlador é livre para encontrar o melhor caminho para as saídas, desde que se mantenham dentro dos limites determinados pelo funil.

Se há qualquer erro para a saída do sistema no instante k , o funil determina limites para esta saída a partir deste momento até ao final do horizonte de controle, $k + m$. O funil estabelece tais limites estabelecendo uma linha que conecta o valor atual de saída para o alvo ou limite excedido pela saída (em relação ao qual o erro é calculado), $k + m$.

Figura 4.7 – Funnel com Tempo Morto

Para sistemas com tempo morto, o comportamento do funil é mostrado na Fig. 4.7. Neste caso, o funil limita a saída a partir do final do tempo morto até o instante $k + p$. Esta forma de implementação assegura que o efeito do funil não será anulado pelo tempo morto do sistema. As restrições de funil para os sistemas com tempo morto se tornam:

$$y_i^{sp}(k+j|k) < y_i(k), j = 1, 2, \dots, \frac{\theta_i}{T}$$

$$y_i^{sp}(k) > y_{i,\max} \Rightarrow y_i^{sp}(k+j|k) \leq y_i(k) - \frac{j}{m}(y_i(k) - y_{i,\max}), j = \left(\frac{\theta}{T} + 1\right), \left(\frac{\theta}{T} + 2\right), \dots, p$$

$$y_i^{sp}(k+j|k) > y_i(k), j = 1, 2, \dots, \frac{\theta_i}{T}$$

$$y_i^{sp}(k) < y_{i,\min} \Rightarrow y_i^{sp}(k+j|k) \geq y_i(k) + \frac{j}{m}(y_{i,\min} - y_i(k)), j = \left(\frac{\theta}{T} + 1\right), \left(\frac{\theta}{T} + 2\right), \dots, p$$

4.4 - Integração da Otimização Online ao Controle Preditivo

Nesta seção é discutida uma alternativa para se integrar o controle de processos através de controle preditivo multivariável e a otimização econômica em tempo real.

Conforme apresentado por Porfírio (2011), uma possível solução pode ser uma estratégia de controle integrada, numa única camada, na qual os problemas de controle e otimização econômica são resolvidos simultaneamente, na mesma função objetivo.

Supondo que o objeto da otimização econômica possa ser dado por uma função convexa das entradas e saídas do processo, um controlador MPC com otimização econômica poderá ser obtido através da inclusão do gradiente reduzido do objetivo econômico na função objetivo do controlador preditivo.

Considerando-se que o controle dinâmico das variáveis é realizado por bandas, a função objetivo torna-se:

$$J_k = \sum_{j=1}^{np} \left[(y(k+j/k) - y^{sp})^T Q (y(k+j/k) - y^{sp}) \right] + \sum_{j=1}^{m-1} \left[\Delta u(k+j/k)^T R \Delta u(k+j/k) \right] + P_{otim} f_{otim}$$

Assumindo que a predição para as variáveis controladas no estado estacionário correspondentes a um determinado conjunto de valores para as entradas, u , é representado por $\hat{y}$, então a função objetivo econômico associada a este estado estacionário pode ser representada por uma função genérica:

$$F = f(\hat{y}, u) \quad (4.14)$$

Alterando o vetor de controle para o valor $u + \Delta u$, a aproximação de primeira ordem do gradiente da função objetivo (4.14) será:

$$\zeta_{u+\Delta u} = \left. \frac{dF}{du} \right|_{u+\Delta u} = \left. \frac{dF}{du} \right|_u + \frac{d^2 F}{du^2} \Delta u \quad (4.15)$$

Se não há restrições sobre a otimização da operação, estar-se-á procurando um ponto extremo onde $\zeta_{u+\Delta u} = 0$. Se o modelo rigoroso no estado estacionário for conhecido, a equação diferencial (4.15) pode ser representada da seguinte forma:

$$\frac{dF}{du} = \frac{\partial F}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial u} \quad (4.16)$$

$$\frac{d^2 F}{du^2} = \left[\left(\frac{\partial \hat{y}}{\partial u} \right)^T \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y} \partial u} \right] \frac{\partial \hat{y}}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial \hat{y}} \frac{\partial^2 \hat{y}}{\partial u^2} + \left[\frac{\partial \hat{y}}{\partial u} \right]^T \frac{\partial^2 F}{\partial u \partial \hat{y}} + \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} \quad (4.17)$$

Definindo-se $\frac{\partial \hat{y}}{\partial u}$ como o ganho do processo no estado estacionário e o denominando K_p , e substituindo-se as equações (4.16) e (4.17) na equação (4.15), obtêm-se:

$$\zeta_{u+\Delta u} = \left[\frac{\partial F}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial u} \right] + \left[K_p^T \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y}^2} K_p + \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y} \partial u} K_p + \frac{\partial F}{\partial \hat{y}} \left(\frac{\partial^2 \hat{y}}{\partial u^2} \right) + K_p^T \frac{\partial^2 F}{\partial u \partial \hat{y}} + \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} \right] \Delta u \quad (4.18)$$

Ou ainda:

$$\zeta_{u+\Delta u} = d + G \Delta u$$

Onde:

$$d = \left[\frac{\partial F}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial u} \right]$$

$$G = \left[K_p^T \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y}^2} K_p + \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y} \partial u} K_p + \frac{\partial F}{\partial \hat{y}} \left(\frac{\partial^2 \hat{y}}{\partial u^2} \right) + K_p^T \frac{\partial^2 F}{\partial u \partial \hat{y}} + \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} \right]$$

Dado o horizonte de controle m , a variação na função econômica seria calculada pela equação (4.19):

$$\zeta_{u+\Delta u} = d + [G \ G \ \dots \ G] \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1|k) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

O vetor gradiente representado na equação (4.19) acima pode ser interpretado como um vetor de erros em relação a um "setpoint", cujo ponto ótimo corresponde a zero. Assim, zerar este vetor deve ser um dos objetivos do controlador. Esse conjunto de equações de erro pode ser incluído na função objetivo do algoritmo MPC. Assim, a função objetivo torna-se:

$$J_k = \sum_{j=1}^{np} [(y(k+j|k) - y^{sp})^T Q (y(k+j|k) - y^{sp})] + \sum_{j=1}^{m-1} [\Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k)] + \zeta_{u+\Delta u}^T P_{otim} \zeta_{u+\Delta u}$$

Ou ainda:

$$J_k = \sum_{j=1}^{np} [(y(k+j|k) - y^{sp})^T Q (y(k+j|k) - y^{sp})] + \sum_{j=1}^{m-1} [\Delta u(k+j|k)^T R \Delta u(k+j|k)] + [d + G \Delta u]^T P_{otim} [d + G \Delta u]$$

4.5 – IHMPC - Estendido com “Funil” e Otimizador Online com Targets

Embora não se deseje trabalhar simultaneamente com otimização online e com targets para as variáveis manipuladas, uma vez que ambos servem ao mesmo propósito de otimizar a planta de processo e não faz sentido fornecer dois objetivos para que isso ocorra, será gerado um algoritmo contendo ambas as características. Pode-se, de qualquer forma, desativar facilmente a otimização online ou os targets ao tornar nulas suas respectivas matrizes de peso na função objetivo.

Somando-se numa única função objetivo todas as características apresentadas nas seções anteriores, obtém-se:

$$\begin{aligned}
J_k = & \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{\bar{C}}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right] \\
& + \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\}^T \tilde{Q}_u \left\{ I_{mu}u(k|k) + \tilde{N}\Delta u_k - I_{mu}u^{sp} - I_{mu}\delta_k^u \right\} \\
& + \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \right\}^T \bar{Q}^* \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A}B\Delta u_k - \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \right\} \\
& + \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k + \delta_k^{sT} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{uT} S_u \delta_k^u + [d + G\Delta u_k]^T P_{otim} [d + G\Delta u_k]
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Como antes, esta função objetivo (4.20) estará sujeita às seguintes restrições:

$$\begin{aligned}
x^s(k) - y^{sp} + \tilde{D}\Delta u_k - \delta_k^s &= 0 \\
u(k+m-1) - u^{sp} - \delta_k^u &= 0 \\
\Delta u(k+j) &\in \mathbb{U}, j \geq 0 \\
\mathbb{U} = & \left\{ \Delta u(k+j) \left| \begin{array}{l} -\Delta u_{\max} \leq \Delta u(k+j) \leq \Delta u_{\max} \\ \Delta u(k+j) = 0; j \geq m \\ u^{\min} \leq u(k-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(k+i) \leq u^{\max}; j = 0, 1, \dots, m-1 \end{array} \right. \right\}
\end{aligned}$$

Estará sujeita também às restrições que definem o Funil:

$$y_i^{sp}(k+j|k) < y_i(k), j = 1, 2, \dots, \frac{\theta_i}{T}$$

$$y_i^{sp}(k) > y_{i,\max} \Rightarrow y_i^{sp}(k+j|k) \leq y_i(k) - \frac{j}{m}(y_i(k) - y_{i,\max}), j = \left(\frac{\theta}{T} + 1\right), \left(\frac{\theta}{T} + 2\right), \dots, p$$

$$y_i^{sp}(k+j|k) > y_i(k), j = 1, 2, \dots, \frac{\theta_i}{T}$$

$$y_i^{sp}(k) < y_{i,\min} \Rightarrow y_i^{sp}(k+j|k) \geq y_i(k) + \frac{j}{m}(y_{i,\min} - y_i(k)), j = \left(\frac{\theta}{T} + 1\right), \left(\frac{\theta}{T} + 2\right), \dots, p$$

Agora a função objetivo (4.20) será posta em forma quadrática, possibilitando a utilização de algoritmos numéricos para problemas de programação quadrática na obtenção da solução do problema. Desenvolvendo o primeiro termo:

$$\begin{aligned} & \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{C}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right]^T \tilde{Q} \left[\bar{C}x(k|k) + \bar{C}\Delta u_k - y^{\approx sp} - \bar{I}\delta_k^s \right] = \\ & x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{C} x(k|k) + x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{C} \Delta u_k - x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} y^{\approx sp} \\ & - x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{I} \delta_k^s + \Delta u_k^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{C} x(k|k) + \Delta u_k^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{C} \Delta u_k - \Delta u_k^T \bar{C}^T \tilde{Q} y^{\approx sp} \\ & - \Delta u_k^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{I} \delta_k^s - y^{\approx sp T} \tilde{Q} \bar{C} x(k|k) - y^{\approx sp T} \tilde{Q} \bar{C} \Delta u_k + y^{\approx sp T} \tilde{Q} y^{\approx sp} \\ & - \delta_k^{s T} \bar{I}^T \tilde{Q} \bar{C} x(k|k) - \delta_k^{s T} \bar{I}^T \tilde{Q} \bar{C} \Delta u_k + \delta_k^{s T} \bar{I}^T \tilde{Q} y^{\approx sp} + \delta_k^{s T} \bar{I}^T \tilde{Q} \bar{I} \delta_k^s \end{aligned}$$

Analogamente, desenvolvendo o segundo termo têm-se:

$$\begin{aligned} & \left\{ I_{mu} u(k|k) + \tilde{N} \Delta u_k - I_{mu} u^{sp} - I_{mu} \delta_k^u \right\}^T \tilde{Q}_u \left\{ I_{mu} u(k|k) + \tilde{N} \Delta u_k - I_{mu} u^{sp} - I_{mu} \delta_k^u \right\} = \\ & u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u(k|k) + u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u \tilde{N} \Delta u_k - u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u^{sp} - u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} \delta_k^u \\ & + \Delta u_k^T \tilde{N}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u(k|k) + \Delta u_k^T \tilde{N}^T \tilde{Q}_u \tilde{N} \Delta u_k - \Delta u_k^T \tilde{N}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u^{sp} - \Delta u_k^T \tilde{N}^T \tilde{Q}_u I_{mu} \delta_k^u \\ & - u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u(k|k) - u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u \tilde{N} \Delta u_k + u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u^{sp} + u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} \delta_k^u \\ & - \delta_k^{u T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u(k|k) - \delta_k^{u T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u \tilde{N} \Delta u_k + \delta_k^{u T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u^{sp} + \delta_k^{u T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} \delta_k^u \end{aligned}$$

Desenvolvendo o terceiro termo:

$$\begin{aligned} & \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A} B \Delta u_k - \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \right\}^T \bar{Q}^* \left\{ A^m C x(k|k) + \tilde{A} B \Delta u_k - \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \right\} = \\ & x(k|k)^T C^T A^{m T} \bar{Q}^* A^m C x(k|k) + x(k|k)^T C^T A^{m T} \bar{Q}^* \tilde{A} B \Delta u_k - x(k|k)^T C^T A^{m T} \bar{Q}^* \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \\ & + \Delta u_k^T B^T \tilde{A}^T \bar{Q}^* A^m C x(k|k) + \Delta u_k^T B^T \tilde{A}^T \bar{Q}^* \tilde{A} B \Delta u_k - \Delta u_k^T B^T \tilde{A}^T \bar{Q}^* \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \\ & - y^{\approx sp T} M^T \bar{I}^{sp T} \bar{Q}^* A^m C x(k|k) - y^{\approx sp T} M^T \bar{I}^{sp T} \bar{Q}^* \tilde{A} B \Delta u_k + y^{\approx sp T} M^T \bar{I}^{sp T} \bar{Q}^* \bar{I}^{sp} M y^{\approx sp} \end{aligned}$$

E, por fim, desenvolvendo os demais termos:

$$\begin{aligned} & \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k + \delta_k^{s T} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{u T} S_u \delta_k^u + [d + G \Delta u_k]^T P_{otim} [d + G \Delta u_k] = \\ & \Delta u_k^T \tilde{R} \Delta u_k + \delta_k^{s T} S_1 \delta_k^s + \delta_k^{u T} S_u \delta_k^u + d^T P_{otim} d + d^T P_{otim} G \Delta u_k \\ & + \Delta u_k^T G^T P_{otim} d + \Delta u_k^T G^T P_{otim} G \Delta u_k \end{aligned}$$

Agora é possível agrupar adequadamente todos os termos da função objetivo na seguinte forma quadrática:

$$J_k = \begin{bmatrix} \Delta u_k^T & y^{\approx sp T} & \delta_k^{s T} & \delta_k^{u T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{12}^T & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{13}^T & H_{23}^T & H_{33} & H_{34} \\ H_{14}^T & H_{24}^T & H_{34}^T & H_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ y^{\approx sp} \\ \delta_k^s \\ \delta_k^u \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} C_{f4,1} \\ C_{f4,2} \\ C_{f4,3} \\ C_{f4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ y^{\approx sp} \\ \delta_k^s \\ \delta_k^u \end{bmatrix} + c_4$$

Onde:

$$\begin{aligned} H_{11} &= \bar{\bar{C}}^T \tilde{Q} \bar{\bar{C}} + \tilde{N}^T \tilde{Q}_u \tilde{N} + B^T \tilde{A}^T \bar{Q}^* \tilde{A} B + \tilde{R} + G^T P_{otim} G \\ H_{12} &= -\bar{\bar{C}}^T \tilde{Q} - B^T \tilde{A}^T \bar{Q}^* \bar{I}^{sp} M \\ H_{13} &= -\bar{\bar{C}}^T \tilde{Q} \bar{I} \\ H_{14} &= \tilde{N}^T \tilde{Q}_u I_{mu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{22} &= \tilde{Q} + M^T \bar{I}^{sp T} \bar{Q}^* \bar{I}^{sp} M \\ H_{23} &= \tilde{Q} \bar{I} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{f4,1} &= x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{\bar{C}} + x(k/k)^T C^T A^{mT} \bar{Q}^* \tilde{A} B + u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u \tilde{N} - u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u \tilde{N} + d^T P_{otim} G \\ C_{f4,2} &= -x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} - x(k/k)^T C^T A^{mT} \bar{Q}^* \bar{I}^{sp} M \\ C_{f4,3} &= -x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{I} \\ C_{f4,4} &= -u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} + u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_4 &= x(k|k)^T \bar{C}^T \tilde{Q} \bar{\bar{C}} x(k|k) + u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u(k|k) - u(k|k)^T I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u^{sp} \\ &\quad - u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u(k|k) + u^{sp T} I_{mu}^T \tilde{Q}_u I_{mu} u^{sp} + x(k|k)^T C^T A^{mT} \bar{Q}^* C A^m x(k|k) + d^T P_{otim} d \end{aligned}$$

O parâmetro c_4 é a constante da função objetivo dos problemas de programação quadrática. A matriz Hessiana da função objetivo, H_4 , é definida por:

$$H_4 = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{12}^T & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{13}^T & H_{23}^T & H_{33} & H_{34} \\ H_{14}^T & H_{24}^T & H_{34}^T & H_{44} \end{bmatrix}$$

E a matriz auxiliar da função objetivo, C_{f4} , é dada por:

$$C_{f4} = \begin{bmatrix} C_{f4,1} \\ C_{f4,2} \\ C_{f4,3} \\ C_{f4,4} \end{bmatrix}$$

Dessa forma o problema de controle do IHMPC estendido com “Funil”, Otimizador Online e targets na forma quadrática fica definido como:

$$\min_{\Delta u_k, y^{\approx sp}, \delta_k^s, \delta_k^u} \left\{ \begin{bmatrix} \Delta u_k^T & y^{\approx sp T} & \delta_k^{s T} & \delta_k^{u T} \end{bmatrix} H_4 \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ y^{\approx sp} \\ \delta_k^s \\ \delta_k^u \end{bmatrix} + 2C_{f,4} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ y^{\approx sp} \\ \delta_k^s \\ \delta_k^u \end{bmatrix} \right\}$$

Esse controlador possui todas as características necessárias para realizar o controle e otimização de processos de unidades de UHDT. Ele é capaz de lidar com os grandes tempos mortos existentes nesse processo, atuando mais lentamente e liberando graus de liberdade para a execução da otimização devido ao controle por Funil, e pode otimizar a planta tanto através de “targets” fornecidos por uma camada de otimização baseada na simulação estática de um modelo rigoroso, ou então por otimização online acoplada à camada de controle. É necessário optar por uma entre as duas últimas opções, ou seja, utilizar num dado momento apenas um tipo de otimização.

Ou seja, no caso da unidade de processo contar com um software otimizador em tempo real (RTO) cujos resultados formam um conjunto de “targets” para as variáveis manipuladas e controladas, e este estiver obtendo convergência adequada e resultados coerentes, não haverá necessidade de acionar a otimização online acoplada à camada de controle, pois esta é menos precisa.

Entretanto, quando o simulador estático não for capaz de convergir com a rapidez necessária, o que de fato é uma ocorrência bastante frequente, levando-se em conta que o tempo entre duas tentativas subsequentes de convergência de um RTO pode ser bastante longo, usualmente 2 a 5 horas, a otimização online acoplada à camada de controle poderá ser utilizada para conduzir o processo ao ótimo econômico na indisponibilidade de resultados vindos da camada de RTO. Uma discussão aprofundada da otimização em tempo real e estratégias de otimização pode ser encontrada em Rotava e Zanin (2005) e Zanin, Gouvêa e Odloak (2000).

5 – Estudo de Caso – Simulação de uma UHDT

Para testar a eficácia do controlador desenvolvido na seção 4 na solução do problema proposto (controle e otimização econômica de unidades de processo UHDT), foram realizadas simulações computacionais para se obter a resposta do processo em malha fechada, para modelos sem incerteza e também para modelos com incerteza. Ou seja, num primeiro momento, o próprio modelo do controlador foi utilizado para gerar a resposta do sistema, o que equivale a supor que o modelo é perfeito, e posteriormente um modelo diferente foi utilizado, isto é, um modelo imperfeito.

Para realizar este teste, de acordo com as premissas descritas na seção introdutória do presente trabalho (seção 1), foram selecionadas as seguintes variáveis de processo de uma UHDT, que são as mais significativas para a estratégia de controle empregada no presente trabalho:

Variáveis controladas:

- y(1) – WABT (“*Weighted Average Bed Temperature*”) total da reação (°C);
- y(2) – Enxofre no diesel (ppm);
- y(3) – vazão total de instáveis (LCO + gasóleo de coque) (m³/d);
- y(4) – excesso de H₂ na reação (kNm³/d) (vazão corrigida para 100 kPa e 0 °C);
- y(5) – pressão de H₂ da PSA para o Compressor C-02 (kgf/cm²);

Variáveis manipuladas:

- u(1) – volume de carga da unidade (m³/d);
- u(2) – vazão de LCO (“*Light Cycle Oil*”) (m³/d);
- u(3) – temperatura de Saída do Forno (°C);
- u(4) – temperatura de Entrada R1L2 (°C);
- u(5) – temperatura de Entrada R2L1 (°C);
- u(6) – temperatura de Entrada R2L2 (°C);

O filtro de Kalman foi adotado para as correções dos estados com a leitura da planta, conforme a Equação (2.6). O filtro foi sintonizado para garantir que todos os autovalores da matriz $[I - K_F C A]$ sejam pertencentes ao círculo unitário $[-1,1]$, resultando em pólos estáveis do sistema em malha fechada.

As variáveis estão correlacionadas entre si pelos modelos de função de transferência contínua que estão representados na Tabela 5.1. Estes modelos representam a dinâmica real de uma planta de processo quando o conjunto de variáveis não está muito distante do estado estacionário. O objetivo destes testes iniciais foi o de observar se o controlador é numericamente consistente e operacional, quando submetido a testes com situações que correspondem com precisão às situações que se encontram na prática em plantas de hidrotratamento de diesel.

Tabela 5.1 – Modelos do Processo em Função de Transferência Contínua (tempo em minutos)

	y(1)	y(2)	y(3)	y(4)	y(5)
u(1)		$\frac{0,074}{3s+1}$		$\frac{-0,04}{15s+1} e^{-20s}$	$\frac{-10^{-4}}{15s+1} e^{-20s}$
u(2)		$\frac{0,1}{3s+1}$	$\frac{1}{3s+1}$	$\frac{-0,6}{15s+1} e^{-20s}$	$\frac{-0,1009s - 0,00348}{192s^2 + 27,7 + 1} e^{-15s}$
u(3)	$\frac{11,63s + 0,444}{131s^2 + 22,9s + 1} e^{-14s}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$		$\frac{-0,2}{16s+1} e^{-10s}$	$\frac{-0,0024}{16s+1} e^{-10s}$
u(4)	$\frac{9,545s + 0,328}{150s^2 + 25s + 1} e^{-3s}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$		$\frac{-0,2}{16s+1} e^{-10s}$	$\frac{-0,0024}{16s+1} e^{-10s}$
u(5)	$\frac{15,56s + 0,415}{361s^2 + 38s + 1} e^{-3s}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$		$\frac{-0,2}{16s+1} e^{-10s}$	$\frac{-0,0024}{16s+1} e^{-10s}$
u(6)	$\frac{13,49s + 0,415}{303s^2 + 35s + 1} e^{-3s}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$		$\frac{-0,2}{16s+1} e^{-10s}$	$\frac{-0,0024}{16s+1} e^{-10s}$

5.1 - Otimização Online para a UHDT

Conforme discutido anteriormente. Os maiores ganhos da otimização de uma planta de Hidrotratamento de Diesel são obtidos ao se aumentar a vazão de carga total da unidade, aumentar a proporção de correntes instáveis na carga, e ao mesmo tempo manter a concentração de enxofre no diesel dentro das especificações e o perfil de temperaturas dos leitos catalíticos dos reatores dentro dos limites requeridos pelo catalisador. Ou seja:

- Maximizar a carga total da unidade até o limite operacional $\Rightarrow \min \left\{ (u_{1,\max} - u_1)^2 \right\}$
- Maximizar a proporção de correntes instáveis na carga (LCO) até o limite operacional $\Rightarrow \min \left\{ (u_{2,\max} - u_2)^2 \right\};$

Usando a nomenclatura do item anterior, pode-se definir a seguinte função objetivo econômica:

$$F = \alpha (u_{1,\max} - u_1)^2 + \beta (u_{2,\max} - u_2)^2 \quad (5.1)$$

Onde α, β são constantes. Expandindo a equação (5.1):

$$F = \alpha u_{1,\max}^2 - 2\alpha u_{1,\max} u_1 + \alpha u_1^2 + \beta u_{2,\max}^2 - 2\beta u_{2,\max} u_2 + \beta u_2^2 \quad (5.2)$$

Como F depende apenas do conjunto de variáveis manipuladas, u , pode-se simplificar as equações (4.16) e (4.17) como segue:

$$d = \left[\frac{\partial F}{\partial u} \right] \quad G = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial u^2} \right]$$

Para o modelo da UHDT, é obtido:

$$d = \left[\frac{\partial F}{\partial u} \right] = \left[\frac{\partial F}{\partial u_1} \quad \frac{\partial F}{\partial u_2} \quad \frac{\partial F}{\partial u_3} \quad \frac{\partial F}{\partial u_4} \quad \frac{\partial F}{\partial u_5} \quad \frac{\partial F}{\partial u_6} \right],$$

$$G = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial u^2} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial u_1^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_1 u_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_1 u_3} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_1 u_4} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_1 u_5} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_1 u_6} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial u_6 u_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_6 u_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_6 u_3} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_6 u_4} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_6 u_5} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_6^2} \end{bmatrix}$$

Dada a definição da função objetivo econômico, os termos não nulos são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial u_1} &= -2\alpha u_{1,\max} + 2\alpha u_1 & \frac{\partial^2 F}{\partial u_1^2} &= 2\alpha \\ \frac{\partial F}{\partial u_2} &= -2\beta u_{2,\max} + 2\beta u_2 & \frac{\partial^2 F}{\partial u_2^2} &= 2\beta \end{aligned}$$

Considerando-se os pesos da otimização da carga total e da vazão de instáveis iguais à 1, ou seja, $\alpha = \beta = 1$, obtém-se:

$$\begin{aligned} d &= [-2u_{1,\max} + 2u_1, -2u_{2,\max} + 2u_2, 0, 0, 0, 0] \\ G &= \text{diag}([2, 2, 0, 0, 0, 0]) \end{aligned}$$

Estes parâmetros definem a função de Otimização Online para o presente estudo de caso.

5.2 – Simulações e Resultados

O seguinte conjunto de parâmetros de sintonia será utilizado em todos os estudos de caso, a menos que se faça menção em contrário:

Limites máximos e mínimos para as Variáveis Controladas:

$$\begin{aligned} y_{1,\min} &= 357; & y_{1,\max} &= 377; \\ y_{2,\min} &= 29,4; & y_{2,\max} &= 49,4; \\ y_{3,\min} &= 1976; & y_{3,\max} &= 1996; \\ y_{4,\min} &= 18,4; & y_{4,\max} &= 38,4; \\ y_{5,\min} &= 9,5; & y_{5,\max} &= 29,5; \end{aligned}$$

Limites máximos e mínimos para as Variáveis Manipuladas:

$$\begin{array}{ll} u_{1,min} = 5000; & u_{1,max} = 6000; \\ u_{2,min} = 800; & u_{2,max} = 1000; \\ u_{3,min} = 363; & u_{3,max} = 403; \\ u_{4,min} = 363; & u_{4,max} = 403; \\ u_{5,min} = 369; & u_{5,max} = 409; \\ u_{6,min} = 371; & u_{6,max} = 411; \end{array}$$

Varição máxima de cada variável manipulada: $du_{max} = [0,01[u_{max} - u_{min}]]$;*

Período de amostragem (minutos): $T = 1$;

Horizonte de controle: $m = 1$;

Horizonte de predição para inclusão dos tempos mortos: $np = 22$;

Vetor de supressão das variações das manipuladas: $R = [1200 \ 300 \ 3600 \ 3600 \ 3600 \ 3600]$;

Vetor de peso das controladas: $Q = [0,50 \ 2,00 \ 0,50 \ 1,00 \ 1,00]$;

Vetor de peso dos Targets: $\tilde{Q}_u = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$;

Matriz de pesos das variáveis de folga $\delta_k^s : S_l=1000,0$;

Matriz de pesos das variáveis de folga $\delta_k^u : S_u=0,0$;

Estado estacionário das variáveis controladas em unidades de engenharia:

$$y_{o_ss} = [367 \ 39,4 \ 1986 \ 28,4 \ 19,5];$$

Estado estacionário das variáveis manipuladas em unidades de engenharia:

$$u_{o_ss} = [5500 \ 900 \ 383 \ 383 \ 389 \ 391];$$

Peso da função de Otimização Online na resolução do problema de controle:

$$Potim = diag([0,0 \quad 0,0 \quad 0,0 \quad 0,0 \quad 0,0 \quad 0,0]);$$

O vetor de pesos da função objetivo de otimização online *Potim* foi zerado no caso base porque neste não inclui otimização online.

5.2.1 – Estudo de Caso 1 – Mudanças nas Faixas Operacionais de WABT e Teor de Enxofre, modelo sem incerteza

Nesta simulação ocorrem duas mudanças sequenciais nas faixas operacionais das variáveis WABT (y_1) e teor de enxofre no produto (y_2). Os limites máximos e mínimos das variáveis foram mudados da seguinte forma nos instantes $k = 2$ e $k=150$:

Para $k = 2$:

$$\begin{array}{ll} y_{1,\min} = 369,5; & y_{1,\max} = 377,0; \\ y_{2,\min} = 29,4; & y_{2,\max} = 35,4; \end{array}$$

Para $k = 150$:

$$\begin{array}{ll} y_{1,\min} = 357,0; & y_{1,\max} = 366,0; \\ y_{2,\min} = 41,4; & y_{2,\max} = 45,4; \end{array}$$

Os resultados dessas alterações se encontram nas figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5:

Figura 5.1 – Estudo de Caso 1 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m³/d])

Figura 5.2 – Estudo de Caso 1 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm³/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm²])

Figura 5.3 – Estudo de Caso 1 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^\circ\text{C}$])

Figura 5.4 – Estudo de Caso 1 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [$^\circ\text{C}$]; u_5 – T. Entrada R2L1 [$^\circ\text{C}$]; u_6 – T. Entrada R2L2 [$^\circ\text{C}$])

Figura 5.5 – Estudo de Caso 1 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo

No instante $k=2$, conforme se pode observar na figura 5.1, a faixa operacional do teor de enxofre teve seus limites máximo e mínimo reduzidos. O controlador atuou elevando as temperaturas de entrada nos leitos de reação (u_3 , u_4 , u_5 , u_6), como se vê nas figuras 5.3 e 5.4. Percebe-se que a elevação dessas temperaturas foi além da necessária para atingir a redução no teor de enxofre, pois também tiveram o objetivo de atingir o valor mínimo de WABT.

No instante $k=150$, ocorreu o movimento no sentido contrário, com elevação dos limites da faixa operacional do teor de enxofre no diesel tratado e redução nos de WABT. Para atingir esse novo objetivo de controle, o controlador elevou a vazão de instáveis e reduziu as temperaturas dos leitos. Após as ações de controle o sistema por fim se estabilizou com todas as variáveis dentro de seus limites estabelecidos.

5.2.2 – Estudo de Caso 2 – Mudanças Seguidas nas Faixas Operacionais de WABT e Teor de Enxofre, modelo sem incerteza, com otimização online

Nesta simulação, de forma semelhante ao estudo de caso 1, item 5.2.1, ocorrem duas mudanças sequenciais nas faixas operacionais das variáveis WABT (y_1) e teor de enxofre no produto (y_2). Os limites máximos e mínimos das variáveis foram mudados em relação ao caso base no instante $k=1$:

$$\begin{array}{ll} y_{1,\min} = 357; & y_{1,\max} = 377; \\ y_{2,\min} = 29.4; & y_{2,\max} = 49.4; \\ y_{3,\min} = 1970; & y_{3,\max} = 2000; \\ y_{4,\min} = 18.4; & y_{4,\max} = 38.4; \\ y_{5,\min} = 9.5; & y_{5,\max} = 29.5; \end{array}$$

As mudanças nos batentes das faixas operacionais, que podem ser observadas na figura 5.6, ocorreram nos instantes $k = 2$ e $k = 150$, da seguinte forma:

Para $k = 2$:

$$\begin{array}{ll} y_{1,\min} = 369,0; & y_{1,\max} = 377,0; \\ y_{2,\min} = 29.4; & y_{2,\max} = 35.4; \end{array}$$

Para $k = 150$:

$$\begin{array}{ll} y_{1,\min} = 357,0; & y_{1,\max} = 367; \\ y_{2,\min} = 41.4; & y_{2,\max} = 45.4; \end{array}$$

Além disso, nesta simulação também foi empregada otimização online acoplada à camada de controle, conforme descrita no item 5.1. Os resultados dessas alterações se encontram nas figuras 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10, onde se pode observar os resultados das ações de otimização sobre o sistema:

Figura 5.6 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m³/d])

Figura 5.7 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H₂ [kNm³/d]; y_5 – Pressão de H₂ para C-02 [kgf/cm²])

Figura 5.8 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m³/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m³/d]; u_3 – T. Saída do Forno [°C])

Figura 5.9 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [°C]; u_5 – T. Entrada R2L1 [°C]; u_6 – T. Entrada R2L2 [°C])

Figura 5.10 – Estudo de Caso 2 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo

Novamente, a faixa operacional de WABT tem seus limites aumentados e a faixa operacional do teor de enxofre tem seus limites reduzidos no instante $k=2$, gerando como ação de controle elevações nas temperaturas de entrada nos leitos de reação, conforme as figuras 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9. Da mesma forma que no estudo de caso 1, essas elevações de temperatura foram feitas na medida para atingir o novo valor mínimo de WABT (y_1) e ao mesmo tempo o valor mínimo do teor de enxofre (y_2), que tem maior peso. Paralelamente a isso, a otimização online atuou aumentando a carga total da unidade e a vazão de instáveis (u_1 u_2). Contudo, essa ação foi limitada pelo limite máximo do total de Instáveis (y_3).

No instante $k=150$, com a redução na faixa operacional de WABT e o aumento na faixa do teor de enxofre, o controlador reduziu as temperaturas dos leitos e manteve a vazão de instáveis (u_2) constante, pois esta continuou limitada pelo total de Instáveis (y_3), e prosseguiu aumentando a carga total da planta, (u_1).

O sistema por fim se estabilizou com todas as variáveis dentro de seus limites estabelecidos e, devido à otimização online, houve um aumento relevante nas cargas total e de instáveis processadas.

5.2.3 – Estudo de Caso 3 – Mudanças Seguidas nas Faixas Operacionais de WABT e Teor de Enxofre, modelo sem incerteza, com otimização online e controle “Funnel”

Nesta simulação foram utilizados exatamente os mesmos parâmetros do item 5.2.2, porém desta vez o algoritmo contemplou a estratégia do Funnel, conforme descrita no item 4.3. A mudança no algoritmo faz com que, ao invés de perseguir uma trajetória de referência fixa e igual ao limite máximo ou mínimo para as controladas, o controlador procura fazer com que as controladas transitem para sua zona operacional seguindo uma trajetória linear. Nesse caso, usando o mesmo peso para as variáveis “slack” do problema de controle, obtém-se naturalmente movimentos mais lentos das variáveis manipuladas e controladas, conforme é de fato o objetivo do controle MPC com “Funnel”. Sob todos os demais aspectos, a atuação do controlador foi idêntica e os resultados, bastante semelhantes, como pode-se observar nas figuras 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 e 5.15 a seguir:

Figura 5.11 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m^3/d])

Figura 5.12 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm^3/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2])

Figura 5.13 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^\circ\text{C}$])

Figura 5.14 – Estudo de Caso 2 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [°C]; u_5 – T. Entrada R2L1 [°C]; u_6 – T. Entrada R2L2 [°C])

Figura 5.15 – Estudo de Caso 2 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo

5.2.4 – Estudo de Caso 4 – Mudanças Seguidas nas Faixas Operacionais de WABT e Teor de Enxofre, modelo com incerteza, com otimização online e controle “Funnel”

Este estudo de caso adota exatamente as mesmas alterações de faixas operacionais e parâmetros que os estudos de caso 2 e 3 e, assim como no estudo de caso 3, utilizou-se o controlador com “Funnel”. Entretanto, modelos distintos foram utilizados para simular a resposta da planta de processo e para calcular as ações de controle. Ou seja, foram gerados modelos com incertezas para a variável y_2 , teor de enxofre, em relação às temperaturas de entrada nos leitos reacionais u_3 , u_4 , u_5 e u_6 . Estes novos modelos possuem ganhos estáticos 15% maiores que os do modelo original.

Tabela 5.2 – Estudo de Caso 4 – Modelos de Processo em Função de Transferência Contínua

	y_2 (planta)	y_2 (modelo)
u_3	$\frac{-1.4375}{6s+1}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$
u_4	$\frac{-1.4375}{6s+1}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$
u_5	$\frac{-1.4375}{6s+1}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$
u_6	$\frac{-1.4375}{6s+1}$	$\frac{-1,25}{6s+1}$

Os resultados obtidos pela simulação com modelo com incertezas se encontram nas figuras 5.16, 5.17, 5.18, 5.19 e 5.20 a seguir:

Figura 5.16 – Estudo de Caso 3 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m³/d])

Figura 5.17 – Estudo de Caso 3 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [kNm³/d]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm²])

Figura 5.18 – Estudo de Caso 3 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m³/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m³/d]; u_3 – T. Saída do Forno [°C])

Figura 5.19 – Estudo de Caso 3 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [°C]; u_5 – T. Entrada R2L1 [°C]; u_6 – T. Entrada R2L2 [°C])

Figura 5.20 – Estudo de Caso 3 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo

Comparando-se estes resultados do caso 3 com os do caso 2, percebe-se na figura 5.16 que surgiu uma lenta oscilação nas variáveis controladas y_1 (WABT) e y_2 (Enxofre), mas que esta se deu quase totalmente dentro da suas respectivas zonas operacionais, o portanto não penalizou a função objetivo de forma significativa. Essa oscilação ocorreu devido à oscilação nas variáveis manipuladas u_3 , u_4 , u_5 e u_6 , conforme se observa nas figuras 5.18 e 5.19, e por sua vez essa oscilação foi causada pelo erro de 15% no modelo dessas variáveis. A oscilação também não é penalizada de forma significativa, pois os valores da matriz de supressão das variáveis manipuladas são pequenos em relação aos demais parâmetros da função objetivo.

Desta forma, mesmo havendo certa degradação nas respostas do controlador esta não impediu a obtenção de uma resposta satisfatória do algoritmo de controle utilizando um modelo de processo com incertezas, tendo sido capaz de atingir de forma adequada os objetivos de controle definidos. De fato, as figuras 5.15 (modelo perfeito) e 5.20 (modelo com incerteza), que mostram a evolução do valor da função objetivo ao longo do tempo de simulação em cada caso não apresentam diferenças marcantes entre si. Mesmo assim, fica claro que o controlador proposto é sensível à incerteza e, portanto, não muito robusto.

5.2.5 – Estudo de Caso 5 – Implementação de targets para as variáveis manipuladas

Nesta simulação, os seguintes valores foram estabelecidos como targets para as seis manipuladas:

$$U_{sp,i} = [5600 \quad 920 \quad 386,5 \quad 386,0 \quad 391,5 \quad 393,0];$$

Sendo que estes valores tomam o estado estacionário como referência. Os limites máximo e mínimo das controladas foram estabelecidos de forma a obter uma zona de controle suficientemente ampla para evitar que sua manutenção entrasse em conflito com a implementação dos targets das variáveis manipuladas.

Dessa forma, definiu-se:

$$\begin{array}{ll} y_{1,min} = 360; & y_{1,max} = 374; \\ y_{2,min} = 29.4; & y_{2,max} = 49.4; \\ y_{3,min} = 1956; & y_{3,max} = 2016; \\ y_{4,min} = 3.4; & y_{4,max} = 53.4; \\ y_{5,min} = 17.5; & y_{5,max} = 21.5; \end{array}$$

Todas as controladas estão ativas, mas por estarem longe dos batentes o controlador pode implementar os targets sendo limitado apenas pelo limite de máximo movimento e o peso fator de supressão de movimento no algoritmo de otimização. Além disso, os parâmetros referentes ao peso dos targets foram modificados em relação ao caso base:

$$Su = diag([24 \ 120 \ 300 \ 300 \ 300 \ 300]);$$

$$\tilde{Q}_u = diag([1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \ [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \ [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]);$$

Os resultados são apresentados a seguir nas figuras 5.21, 5.22, 5.23, 5.24 e 5.25:

Figura 5.21 – Estudo de Caso 5 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m³/d])

Figura 5.22 – Estudo de Caso 5 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [10^{-3} m³/d, CNPT]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm²])

Figura 5.23 – Estudo de Caso 5 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^{\circ}\text{C}$])

Figura 5.24 – Estudo de Caso 5 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [$^{\circ}\text{C}$]; u_5 – T. Entrada R2L1 [$^{\circ}\text{C}$]; u_6 – T. Entrada R2L2 [$^{\circ}\text{C}$])

Figura 5.25 – Estudo de Caso 5 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo

Observa-se nas figuras 5.23 e 5.24 que todas as variáveis manipuladas de fato caminharam ao simultaneamente para os targets estipulados e, sem restrições, a função objetivo pode ser quase zerada. De fato, com um maior tempo de simulação, a função objetivo de fato atingiria o valor zero quando a vazão de carga total, u_1 , atingisse o seu target.

5.2.6 – Estudo de Caso 6 – Implementação de targets para as variáveis manipuladas, com restrições nas variáveis controladas

Nesta simulação, os targets das manipuladas utilizados no estudo de caso 5, item 5.2.5, foram mantidos, bem como os demais parâmetros:

$$U_{sp,i} = [5600 \quad 920 \quad 386,5 \quad 386,0 \quad 391,5 \quad 393,0];$$

Sendo que, novamente, estes valores tomam o estado estacionário como referência. Entretanto, um novo e mais restrito limite mínimo foi definido para y_2 , de forma que os targets não podem ser atingidos sem que y_2 venha a violar seu limite mínimo, sendo que os demais limites permaneceram constantes. Definiu-se:

$$\begin{array}{ll}
y_{1,\min} = 360; & y_{1,\max} = 374; \\
y_{2,\min} = 38.4; & y_{2,\max} = 49.4; \\
y_{3,\min} = 1956; & y_{3,\max} = 2016; \\
y_{4,\min} = 3.4; & y_{4,\max} = 53.4; \\
y_{5,\min} = 17.5; & y_{5,\max} = 21.5;
\end{array}$$

Os resultados da simulação com otimização pela implementação de targets se encontram nas figuras 5.26, 5.27, 5.28, 5.29 e 5.30 abaixo:

Figura 5.26 – Estudo de Caso 6 – Variáveis Controladas (y_1 – WABT [°C]; y_2 – Enxofre [ppm]; y_3 – Total de Instáveis [m³/d])

Figura 5.27 – Estudo de Caso 6 – Variáveis Controladas (y_4 – Excesso de H_2 [$10^{-3} \text{ m}^3/\text{d}$, CNPT]; y_5 – Pressão de H_2 para C-02 [kgf/cm^2])

Figura 5.28 – Estudo de Caso 6 – Variáveis Manipuladas (u_1 – Carga [m^3/d]; u_2 – Vazão de Instáveis [m^3/d]; u_3 – T. Saída do Forno [$^{\circ}\text{C}$])

Figura 5.29 – Estudo de Caso 6 – Variáveis Manipuladas (u_4 – T. Entrada R1L2 [°C]; u_5 – T. Entrada R2L1 [°C]; u_6 – T. Entrada R2L2 [°C])

Figura 5.30 – Estudo de Caso 6 – Evolução do Valor Total da Função Objetivo

Observa-se nas figuras 5.28 e 5.29 que as variáveis manipuladas referentes às temperaturas de entrada dos leitos (u_3 , u_4 , u_5 , u_6) se aproximaram dos targets, mas esta aproximação foi limitada pelo limite inferior de y_2 , teor de enxofre, que atuou como restrição, impedindo que a função objetivo pudesse ser zerada, como se pode observar na figura 5.26. Ou seja, para evitar que o teor de enxofre mínimo no produto fosse violado o controlador teve que moderar os aumentos nas temperaturas dos leitos reacionais e, conseqüentemente, nas taxas de reação.

6 – Conclusões

No presente trabalho, foi estudada a implementação de um controle avançado MPC para uma unidade de refino de hidrotratamento óleo diesel. As estratégias encontradas na indústria mundial de refino de petróleo para controle de UHDT foram discutidas e em seguida foram replicadas através da utilização um algoritmo de controle experimental. O controlador MPC considerado aqui possui algumas características interessantes como o horizonte infinito de predição e o controle por zonas e funis das saídas do processo. O horizonte infinito de previsão resulta em estabilidade nominal do sistema em malha fechada e o controle por zonas e funis das saídas libera alguns graus de liberdade para a otimização em tempo real do processo.

A otimização pode ser obtida através de duas abordagens distintas: na primeira abordagem os “targets” ou valores de referência para as variáveis, calculados por um otimizador externo, são incluídos na função objetivo de controle através de um termo adicional que penaliza a distância entre as entradas do processo e os “targets” previstos; na segunda abordagem a otimização do processo é incluída diretamente no controlador, sem a presença de um otimizador externo. Nesse caso a otimização é feita através da inclusão de um termo na função objetivo que penaliza o gradiente de uma função objetivo econômica diretamente no controlador, de forma que quando o processo se afasta do ponto operacional ótimo econômico esse movimento é penalizado, o que resulta em ações de controle em sentido contrario. Na versão estendida do controle MPC considerada aqui o controle por zonas das saídas é expandido com a inclusão de trajetórias em funil para as saídas cuja predição se encontra fora das respectivas zonas de controle.

As simulações apresentadas aqui demonstraram que a estrutura de controle avançado proposta para UHDT em conjunto com o algoritmo de controle MPC apresentado têm bom desempenho para cenários operacionais usuais. O controlador é capaz de estabilizar o sistema suavemente e direcionar a unidade de processo as condições mais rentáveis. Ficou demonstrado que esse controlador, se bem sintonizado, atua de forma muito consistente e suave no processo e possui as características desejadas de estabilidade e eficácia e poderia, em tese, ser implementado numa planta real.

7 – Referências Bibliográficas

- ASTROM, K. J., WITTENMARK B., Computer Controlled Systems: Theory and Design, Prentice-Hall, 2ª edição, (1990).
- BADGWELLI, T. A. (1997). Robust model predictive control of stable linear systems. International Journal of Control, 68, 797–818.
- CAMACHO, E. F., & BORDONS, C. A., Model Predictive Control, Springer, 2ª edição, (2008).
- CAMPOS, M., TEIXEIRA, H., LIPORACE, F., GOMES, M., Challenges and problems with advanced control and optimization technologies, Advanced Control of Chemical Processes, Volume # 7 | Part# 1, Koç University Campus, Turkey, (2009).
- CARRAPIÇO, O. L., SANTOS, M. M., ZANIN, A. C., & ODLOAK, D. (2009). Application of the IHMPC to an industrial process system with integrating output. In Symposium on advanced control of chemical processes (ADCHEM 2009) Istanbul, Turkey.
- CARRAPIÇO, O. L. (2004). Controle Preditivo de Horizonte Infinito para Processos Integradores com Tempo Morto. Dissertação de Mestrado. EPUSP, São Paulo.
- CARRAPIÇO, O. L., & ODLOAK, D. (2005). A stable model predictive control for integrating process. Computers and Chemical Engineering, 29, 1089–1099.
- COELHO, L.S., MARIANI, V.C., Evolução diferencial híbrida com programação quadrática aplicada ao problema de despacho econômico de energia elétrica. Sba Controle & Automação vol.17 nº4 Campinas (2006).
- CUTLER, C. R. & RAMAKER, B. L. (1979). Dynamic matrix control – a computer control algorithm. AIChE 86th National Meeting, Houston, TX.
- GARCIA, C. E. & MORSHEDI, A. M. (1986). Quadratic programming solution of dynamics matrix control (QDMC). Chem. Engng Commun., v.46, p.73-87.
- GONZALEZ, A & ODLOAK, D. (2009). A stable MPC with zone control. Journal of Process Control, 19, p.110-122.

- GOUVÊA, M. T. & ODLOAK, D. (1997). ROSSMPC: A new way of representing and analysing the predictive controllers. *Trans IchemE*, v.75, n.4, p.707-717.
- GOUVÊA, M. T. & ODLOAK, D. One-layer real time optimization of LPG production in the FCC unit: procedure, advantages and disadvantages. *Computers Chem. Engng.*, 22, Suppl., p. 191 (1998).
- JAZWINSKI, A. H. *Stochastic Processes and Filtering Theory*. 1st ed. V. 1. Academic Press, USA, (1997).
- KALID, R. A. (1999). *Modelagem, Simulação, Controle e Otimização de Conversores de Acetileno*. Dissertação de Doutorado. EPUSP, São Paulo.
- KOTHARE, M. V., BARAKRISHNAN, V., & MORARI, M. (1996). Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automática*, 32, 1361–1379.
- KWONG, W. H. *Otimização de Plantas Industriais Complexas*, Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo/EPUSP, São Paulo (1992).
- LEE, J. H., & YU, Z. (1997). Worst case formulation of model predictive control for systems with bounded parameters. *Automatica*, 33(5), 763–781.
- MACIEJOWSKI, J., *Predictive Control with Constraints*, Prentice Hall, 1ª edição, (2000).
- MARLIN, T., *Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2ª edição, (2000).
- MAYNE, D. Q., RAWLINGS, J. B., RAO, C. V., & SCOKAERT, P. O. (2000). Constrained model predictive control: stability and optimality. *Automatica*, 36, 789–814.
- MEYERS, R., *Handbook of Petroleum Refining Processes*, McGraw-Hill Professional, 3ª edição (2003).
- ODLOAK, D. (1996). A new state-space approach to model predictive control, *Brazilian Journal of Chem. Engng*, v.13, n.3, p.152-167.
- ODLOAK, D. (2004). Extended robust model predictive control. *AIChE Journal*, 50(8), 1824–1836.

- PACHECO, D. A. (2009). Controle do sistema de produção de alumínio com RMPCT de horizonte infinito. Dissertação de Mestrado. EPUSP, São Paulo.
- PORFÍRIO, C. R. (2011). Implantação de Otimizador Online acoplado ao Controle Preditivo (MPC) de uma Coluna de Tolueno. Dissertação de Mestrado. EPUSP, São Paulo.
- PORFIRIO, C. R., NETO, E. A., & ODLOAK, D. (2003). Multi-model predictive control of an industrial C3/C4 splitter. *Control Engineering Practice*, 11(7), 765–779.
- RALHAN, S., & BADGWELL, T. A. (2000). Robust control of stable linear systems with continuous uncertainty. *Computer and Chemical Engineering*, 24, 2533–2544.
- RAWLINGS, J.B & K.R MUSKE (1993). The stability of constrained multivariable receding horizon control. *IEEE Trans. Autom. Cont.*, 38, p.1512-1516.
- RICKER, N, L. Model Predictive Control with State Estimation. *Industrial Engineering Chemical Reser.*, v. 29, p. 374-382 (1990).
- RODRIGUES, M. A. & ODLOAK D. (2003). An infinite horizon model predictive control for stable and integrating processes. *Computers Chem. Engng*, v.27, p. 1113-1128.
- ROSSITER, J.A., *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*, CRC Press, 1ª edição (2003).
- ROTAVA, O., & ZANIN, A. C, *Multivariate Control and real time optimization. Hydrocarbon Processing*, Agosto, p 63, 2005.
- SCHNELLE, P. D., LAMON, J., & BADGWELL, T. A. (2007). Application of state space MPC to a commercial scale dilution/pasteurization/drying process. In *Proceedings of the annual ISA analysis division symposium 4*, October , pp. 2828–2855.
- SOUZA, G. F. (2007). Integração da Otimização em Tempo Real com Controle Preditivo. Dissertação de Mestrado. EPUSP, São Paulo.
- YING, C. M., & JOSEPH, B. (1999). Performance and stability analysis of LP-MPC and QP-MPC cascade control systems. *AIChE Journal*, 45(7), 1521–1534.
- ZANIN, A.C., GOUVÊA, M.T., ODLOAK, D. Comparing different real-time optimization strategies for the FCC catalytic converters. In: *ADCHEM 2000 International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes*, Pisa, June, 14-16, 2000, Proceedings, 2000a.