JOÃO LUIZ VEIGA MANGUINO

PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA MISTA,
JANELAS DE TEMPO E CUSTOS ESCALONADOS.

São Paulo
2013

JOÃO LUIZ VEIGA MANGUINO

PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA MISTA,
JANELAS DE TEMPO E CUSTOS ESCALONADOS.

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia

São Paulo
2013

JOÃO LUIZ VEIGA MANGUINO

PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA MISTA,
JANELAS DE TEMPO E CUSTOS ESCALONADOS.

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia de Produção

Orientadora: Débora Pretti Ronconi

São Paulo
2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Manguino, João Luiz Veiga

Problema de roteamento de veículos com frota mista, janelas de tempo e custos escalonados / J.L.V. Manguino. -- São Paulo, 2013.

87 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Logística 2. Roteirização 3. Veículos I, Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II. t.

AGRADECIMENTOS

À professora Débora Pretti Ronconi, pela orientação, apoio e amizade em todo o período do mestrado e na realização deste trabalho.

Aos meus colegas da pós-graduação, especialmente ao Everton, Sérgio, Guilherme e Sakuraba.

À Ernst & Young, empresa onde trabalho, que me apoiou em fazer o mestrado, sendo compreensiva ao me alocar somente em projetos nos quais a agenda pudesse ser conciliada com a do mestrado. Em especial agradeço a Denise Grun e sua equipe de alocação, gerentes de projetos, diretores, sócios e colegas que foram simpáticos aos meus esforços no presente trabalho.

Finalmente, aos meus pais e avós, irmãs, amigos e namorada por terem sido compreensivos com ausências e momentos de estresse, e por oferecerem apoio e carinho, tão importante nesses momentos.

RESUMO

O tema de roteamento de veículos é de grande importância na literatura e tem sido amplamente estudada pela sua importância para muitas indústrias. Com a evolução na literatura, mais características foram adicionadas para torná-lo mais próximo de situações reais. Alinhado com esta tendência, este trabalho aborda o problema de roteamento de veículos quando há a terceirização da frota que realiza as entregas. Uma forma de cobrança do frete é por meio de custos escalonados, que são calculados de acordo com o tipo de veículo e a distância percorrida, com valores fixos para cada faixa de distância. Embora seja uma forma comum de trabalho na indústria, nenhum trabalho focado nesta característica foi encontrado na literatura. Este problema é o problema de roteamento de veículos com frota mista, janelas de tempo e custos escalonados (FSMVRPTWSC). Ao abordar este problema, este trabalho apresenta um modelo de programação linear inteira mista que é avaliado em um cenário real da indústria. Além disso, três heurísticas de inserção sequencial são propostas para lidar com problemas maiores. Estes métodos são examinados por meio de testes computacionais em 168 problemas de referência gerados para este problema. Os experimentos numéricos mostram que os métodos são robustos e eficientes, apresentando um bom desempenho em conjuntos de problemas com diversas características.

Palavras-chave: Problema de Roteamento de Veículos. Frota Heterogênea. Janelas de Tempo. Custos Escalonados. Programação Linear Inteira Mista. Heurística.

ABSTRACT

The theme of vehicle routing is of great importance in the literature and has been widely studied for its relevance to many industries and, throughout the literature, more characteristics have been added to make it closer to real situations. Aligned with this trend, this paper addresses the vehicle routing problem when there is outsourcing of the fleet that delivers goods. One form of freight charging is by scaled costs, which are calculated according to the type of vehicle and the distance traveled, with fixed values for each distance range. Though it is a common form of work in the industry, no work focused on this characteristic was found in the literature. This problem is the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and scaled costs (FSMVRPTWSC). In approaching this problem, this paper presents a mixed integer linear programming model that is evaluated under a real situation scenario. Furthermore, three sequential insertion heuristics are proposed in order to deal with larger problems. These methods are examined through a computational comparative study in 168 benchmark problems generated for this problem. The numerical experiments show that the methods are robust and efficient, performing well in different problem sets.

Keywords: Vehicle Routing Problem. Heterogeneous Fleet. Time Windows. Scaled Costs. Mixed Integer Linear Programming Model. Heuristics.

SUMÁRIO

1	Introdução.....	9
2	Caracterização do Problema	12
2.1	Definição	12
2.2	Objetivo	16
2.3	Revisão Bibliográfica.....	17
2.3.1	VRP: Problema de Roteamento de Veículos	17
2.3.2	FSMVRP: Problema de Determinação do Tamanho e Composição da Frota e Roteamento de Veículos	18
2.3.3	VRPTW: Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo..	21
2.3.4	FSMVRPTW: Problema de Determinação do Tamanho e Composição da Frota e Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo	23
2.3.5	Custos Escalonados	27
3	Formulação Matemática	29
3.1	Elementos da Formulação	29
3.1.1	Clientes.....	29
3.1.2	Frota de Veículos.....	29
3.1.3	Janelas de Tempo	30
3.1.4	Faixas de Custo Escalonado	30
3.2	Modelo Proposto	33
3.2.1	Detalhamento da Formulação.....	35
3.3	Testes Computacionais.....	43
4	Heurísticas Propostas	49
4.1	Visão Geral	49
4.2	Etapas do Procedimento	51
4.3	Definição dos Critérios de Economia para Inserção	52
4.3.1	Critérios Originais da Heurística ACS para o FSMVRPTW.....	53

4.3.2	Heurística de Inserção com Custos Escalonados 1 (SCI1)	54
4.3.3	Heurística de Inserção com Custos Escalonados 2 (SCI2)	55
4.3.4	Heurística de Inserção com Custos Escalonados 3 (SCI3)	57
4.3.5	Resumo das Heurísticas Propostas.....	58
4.4	Geração de Instâncias	59
4.4.1	Origem das Instâncias-Base	59
4.4.2	Adaptações	62
4.5	Experimentos Computacionais.....	66
4.5.1	Experimentos com Instâncias da Literatura Adaptados	67
4.5.2	Experimentos com Instâncias Reais	72
5	Conclusões.....	74
6	Bibliografia.....	76
	APÊNDICE A – Exemplo de Tabela de Custos Escalonados.....	78
	ANEXO A – Pseudo Código das Heurísticas SCI.....	79
	ANEXO B – Parâmetros W_f e C_{kf} para cada grupo de instâncias	81
	ANEXO C – Resultados dos índices α e β	84

1 Introdução

O tema de roteamento de veículos tem grande importância na literatura e vem sendo amplamente estudado por sua relevância para a indústria e economia mundial. O estudo deste problema se iniciou com o problema de roteamento de veículos (VRP na sigla em inglês para *Vehicle Routing Problem*), onde veículos de mesmas características e capacidade saem de um armazém central e fazem entregas ou coletas em pontos espalhados no espaço (que podem ser clientes ou fornecedores) para diferentes demandas e custo pré-determinado de traslado entre pontos. Com a evolução do tema na literatura e tendo como objetivo aproximar-se mais da realidade vivida pela indústria e transportadoras, o problema foi enriquecido com mais restrições, características de clientes, frotas e rotas.

Desta forma, existem diversas variantes do VRP clássico. As mais encontradas são: adição de janelas de tempo em que clientes, armazém e motoristas podem trabalhar; frota de veículos mista, cuja determinação do tamanho e composição é parte do problema, sendo atribuídos custos fixos e variáveis de acordo com o veículo; entregas parciais permitidas, ou seja, mais de um veículo pode atender cada cliente; múltiplos armazéns, de onde podem iniciar as rotas dos caminhões; entre outras muitas características estudadas.

Hoff *et al.* (2010) apresentam um extenso levantamento bibliográfico sobre os diferentes tipos de roteamento de veículos e metodologias utilizadas, terminando com uma análise crítica da produção científica. Apesar de citar positivamente essa adição de restrições e características reais ao problema, foi feita a crítica de ainda estar aquém da aderência necessária às situações reais. Alinhada com essa percepção, essa dissertação tem como principal objetivo abordar uma estratégia da indústria na distribuição de mercadorias: a terceirização da frota.

Em alguns casos, a indústria prepara seu próprio roteamento de entregas, avaliando capacidade de veículos e custos de frete, mas não é dona da frota que faz o atendimento aos clientes. Essa tendência de terceirização de frotas é confirmada por Lieb e Bentz (2004), cuja pesquisa indicou que em 2003, 80% das indústrias dos EUA utilizavam esta modalidade de transporte. Desta maneira é possível evitar custos relacionados à aquisição e manutenção de uma frota de veículos,

depreciação, salários e encargos de motoristas e ajudantes, entre outros componentes de custo de uma frota. Além disso, usufrui da vantagem da disponibilidade e flexibilidade de uma empresa especializada em fornecimento de veículos, com um custo determinado através de uma tabela, simples de se aferir.

O fornecedor de frete, por sua vez, possui uma extensa frota de veículos e um portfólio de clientes. Ele fornece os veículos prontos para utilização e realização das entregas. Uma possível forma de cobrança do frete é por meio de uma tabela de custos escalonados. Este custo é de simples cálculo, de acordo com o tipo de veículo utilizado e a distância percorrida, sendo calculado por faixas de distância percorrida. Por exemplo, caso se tenha três faixas para um dado caminhão, de 0 a 100km, de 101 a 200km e 201km a 500km, um caminhão que tenha percorrido 450km pagará exatamente o mesmo valor de um que percorreu 250km.

Essa dissertação aborda o problema de roteamento de veículos quando o custo de transporte é escalonado em valores fixos por faixas de distância percorrida. Esta metodologia de cálculo de custos é diferente do método tradicional encontrado na literatura, cujo custo é proporcional à distância percorrida pelos veículos, somado aos custos fixos de cada um deles.

Ao abordar este problema, esta dissertação se propõe a apresentar uma formulação de programação linear inteira mista (PLIM) e investigar métodos heurísticos para solucioná-lo. Devido à sua complexidade, a busca da solução ótima exata é inviável em um tempo razoável, assim o modelo PLIM é apresentado e aplicado apenas em pequenas instâncias, enquanto para instâncias maiores são propostos métodos heurísticos. Zanakakis *et al.* (1989) justificam o uso de métodos heurísticos por sua habilidade de produzir rapidamente soluções próximas da ótima em complexos problemas de otimização.

Este trabalho apresenta três heurísticas geradas com base em métodos utilizados na literatura e que apresentaram bons resultados. Devido ao caráter inédito do problema apresentado, a avaliação dessas heurísticas foi feita em instâncias geradas com base em instâncias de referência já amplamente aceitas na literatura e adaptadas para os custos escalonados.

O texto está dividido da seguinte forma: no capítulo 2 será definido o problema estudado, com um detalhamento de suas particularidades e o que o

diferencia dos problemas já estudados. Em seguida, o objetivo deste trabalho é detalhado e, depois, é apresentada uma revisão bibliográfica com a evolução do tema de roteamento de veículos até chegar ao problema apresentado. No capítulo 3 é apresentado um modelo de PLIM para o problema. No capítulo 4 são descritas as heurísticas propostas para solucionar o problema, assim como as instâncias geradas e os resultados obtidos. No capítulo 5 apresentam-se as conclusões.

2 Caracterização do Problema

Nesse capítulo será caracterizado o problema abordado nessa dissertação. Primeiro ele é definido, assim como seus aspectos. Em seguida, o objetivo da dissertação é exposto, para então ser feita uma revisão bibliográfica acerca do tema.

2.1 Definição

O problema a ser estudado é o roteamento de veículos com uma série de características que o torna mais próximo à realidade de empresas que prestam serviços de coleta ou entregas utilizando a frota de um operador logístico, em diversos pontos de uma região.

O processo de roteamento dentro da rotina da empresa ocorre conforme a periodicidade de cada uma. Vejamos, por exemplo e em linhas gerais, um caso de processo diário. Ao fim de cada dia é feito um corte na carteira de pedidos de clientes com data de entrega até o dia seguinte e para os quais existe estoque disponível para atendimento. Com esse grupo de pedidos em mãos, a empresa desenha o roteamento das entregas e informa à transportadora quais veículos (quantos e de que tipo) serão necessários e as rotas que cada um fará no dia seguinte. No momento combinado, a transportadora disponibilizará os veículos prontos para serem carregados e realizarem as entregas conforme as rotas descritas pela empresa. Esse processo se repete diariamente, ou conforme a frequência programada por cada empresa e seu transportador.

As características do problema, portanto, são:

- **Clientes** espalhados no espaço com posição e demanda pré-determinada para o desenho das rotas.
- **Janelas de tempo** nos clientes e no centro de distribuição. Ou seja, a entrega ou coleta de materiais deve respeitar os horários de atendimento dos clientes e do depósito central, de onde partem os caminhões. Essa característica torna relevante a direção em que a rota é executada e não apenas quais clientes cada rota atende.

- **Frota heterogênea** de veículos. Existem diferentes tipos de veículos, com diferentes capacidades e custos que podem realizar as coletas (e.g. Figura 2.1). Neste problema, quanto maior o veículo, mais caro o seu uso. A transportadora tem uma quantidade grande de cada tipo de veículo, uma vez que ela atende diversas empresas e tem uma previsão de necessidade dos clientes, o que torna, para fins de roteamento, a quantidade de veículos de cada tipo ilimitada.

Figura 2.1: Ilustração de diversos tipos de veículos possíveis para entregas ou coletas.

- **Custos escalonados de transportes:** Este custo não é linear pela distância percorrida, mas é dado por um custo fixo, de acordo com a faixa de distância percorrida pelo veículo e o tipo dele. Somente a partir de certa faixa que o custo se torna contínuo (e.g. Figura 2.2).

Figura 2.2: Ilustração de faixas de custo fixo por distância percorrida para um veículo.

Essas características apresentadas são algumas das mais comuns presentes em empresas que preparam seu próprio roteamento de veículos e contratam a frota de um terceiro. Assim, existem diversas opções de veículos a serem contratados e o pagamento de frete para a empresa que fornece os veículos não se dá de forma linear, mas por custos fixos, conforme a faixa de distância percorrida pelos veículos, previamente tabelada por esse fornecedor.

A utilização de frota de veículos de um terceiro é uma estratégia muito utilizada na indústria desde os anos 90. As empresas que oferecem o serviço são conhecidas como “prestadores de serviços logísticos” (PSL), ou simplesmente “operadores logísticos”. Em uma pesquisa de 2004 com as 500 maiores indústrias

de manufatura dos EUA, Lieb e Bentz (2004) constataram que, das 60 empresas que responderam ao questionário, 80% delas terceirizavam os serviços de logística. A pesquisa foi feita anualmente por 14 anos e mostrou crescimento sustentável com o passar das edições. Em 1991 a pesquisa indicou que apenas 38% da indústria usava terceiros em sua distribuição; a partir de 1997 essa fração subiu para 2/3 da indústria e, a partir de 2003, o número já havia alcançado 80%.

Segundo o 15º Estudo Anual de Operadores Logísticos (2010), em 2009 o faturamento de prestadores de serviços logísticos passava de 500 bilhões de dólares, sendo 27 bilhões somente na América Latina.

Existem diferentes tipos de acordo possíveis com operadores logísticos. Ghiani *et al.* (2004) descrevem uma série de possíveis critérios para este relacionamento, variando desde o aluguel da frota de um terceiro, até o pagamento de taxas de acordo com a faixa de peso transportado e local de destino.

É importante ressaltar que, no caso real, nem sempre o peso a ser carregado é a principal restrição de capacidade do transporte. Em alguns casos, a capacidade volumétrica dos veículos é que limita a quantidade de carga a se transportar. Materiais leves ou equipamentos como armários, geladeiras, fornos de micro-ondas, que têm grandes áreas vazias em seu interior, são exemplos de casos que o volume ocupado pela carga é tão grande, que a capacidade do veículo se esgota mesmo com o peso total ainda aquém dos limites. Esse problema é mais recorrente no transporte aéreo, onde aviões de cargas suportam bastante peso, mas o volume interno é limitado. Ao mesmo tempo, existem as limitações em peso, como limite por eixo do veículo por restrições legais em rodovias ou segurança, ou capacidade em aviões e navios para conseguirem voar e navegar adequadamente. Limitações de peso geralmente são notáveis no transporte de graneis, como minérios, grãos ou produtos acabados densos como estruturas metálicas ou maquinários de aço.

Para se considerar simultaneamente diferentes cargas, algumas com limitante em massa e outras em volume, o cálculo de capacidade dos veículos é feito pelo “peso cúbico” (conhecido em inglês como “*Dimensional Weight*”). Essa metodologia utiliza um fator de conversão do volume para compará-lo ao peso de cada material a ser transportado. Esse índice não é fixo, ele é determinado de acordo com o veículo e até o tipo de material a ser utilizado. Dessa forma, diferentes tipos de produtos com diferentes características de peso e volume podem ser avaliados em conjunto

na unidade Kg para a cobrança de frete e verificação da capacidade de veículos. É possível verificar o uso desse cálculo para determinar frete em *sítes* da internet com cálculo de frete como o dos correios, FedEx e UPS. Veja, por exemplo, a página do site dos correios: <http://www.correios.com.br/encomendas/prazo/default.cfm>

O problema abordado neste trabalho pode ser classificado, segundo a nomenclatura corrente na literatura FSMVRPTW (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows*), como definido por Liu e Shen (1999), com a adição da restrição de custos escalonados. Assim, a partir de agora, será adicionado à sigla o termo em inglês para custos escalonados, “*scaled cost*”, e o problema será referido como FSMVRPTWSC (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Scaled Cost*).

Liu e Shen (1999) afirmaram que o FSMVRPTW é *NP-Hard*, deste modo, por redução polinomial, o FSMVRPTWSC pode ser definido também como *NP-Hard*, ou seja, é pouco provável que exista um algoritmo de complexidade polinomial que forneça uma solução ótima. Assim, a resolução do problema será realizada a partir da utilização de uma heurística.

O FSMVRPTWSC tem caráter inovador, pois na revisão da literatura não foi encontrado nenhum estudo que trate dos custos de transporte escalonados. Esta metodologia de aferição de custos leva a diversas alterações em aspectos tradicionais da lógica de resolução do problema, uma vez que deixa de existir a divisão do custo em dois tipos: fixo e variável. O primeiro se refere ao tipo de veículo escolhido para cada rota, enquanto o segundo à distância percorrida. Já nos custos escalonados, a aferição do custo consiste na somatória dos custos atribuídos à faixa de distância percorrida por cada veículo, de acordo com o seu tipo.

Num método de aferição do custo de frete linear, para um dado veículo, pode se obter este custo a partir da seguinte expressão:

$$C_v(d) = CF_v + CV_v \times d$$

onde d é a distância percorrida pelo veículo v , CF_v é o custo fixo deste veículo e CV_v é o custo variável por unidade de distância percorrida.

Já no caso de custos escalonados, o valor é obtido a partir de uma informação em tabela, como o exemplo da tabela 2.1, para um dado tipo de veículo,

onde D_1 , D_2 e D_3 são valores limítrofes de distância, C_1 , C_2 e C_3 são valores fixos de custo, onde $C_1 < C_2 < C_3$, e c_4 é o fator de custo para cada unidade de distância maior que D_3 .

Distância percorrida (d)	Custo de Frete
De 0 a D_1	C_1
De D_1 a D_2	C_2
De D_2 a D_3	C_3
Maior que D_3	$C_3 + (d - D_3) \times c_4$

Tabela 2.1: Exemplo de tabela de custos escalonados de frete.

Portanto, fica claro que na metodologia tradicional, de custos lineares, a cada pequena variação na distância percorrida por um veículo existe uma variação proporcional em seu custo. No custo escalonado, dependendo da faixa de distância, isto não ocorre. Se a faixa de distância for de 50 a 100 km, um veículo que percorreu 55km custará exatamente o mesmo que um que percorreu 90km. Um exemplo de tabela de fretes com custos escalonados pela distância está disponível no Apêndice A. A diferença entre esses dois tipos de cálculo de frete pode ser visualizada na Figura 2.3

Figura 2.3: Comparação entre custos escalonados e custos lineares.

2.2 Objetivo

O objetivo desta dissertação é abordar o problema de roteamento de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e custos escalonados (*FSMVRPTWSC* –

sigla em inglês para *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Scaled Cost*). Nesta abordagem é proposta um modelo PLIM e métodos heurísticos, com base em métodos da literatura.

A avaliação da qualidade do modelo é feito em dados reais de empresas brasileiras, porém limitados a pequenos casos devido à complexidade do problema e os métodos heurísticos em adaptações de problemas de referência da literatura.

2.3 Revisão Bibliográfica

Na literatura, o tema de roteamento de veículos é bastante estudado e de grande relevância por ser muito relacionado à logística, transportes e toda a cadeia de suprimentos, com aplicações na indústria, bancos, governos, exércitos, etc. Portanto, é relevante para diversas áreas e possui muitas aplicações práticas.

Da mesma forma, o uso de heurísticas para a solução de problemas da área de logística já se tornou prática comumente encontrada, uma vez que a complexidade crescente dos problemas faz com que não possa ser encontrada a solução exata em tempo de execução viável.

Diferentes heurísticas vêm sendo usadas para resolver os problemas de roteamento de veículos, nas mais diversas formas. A seguir os principais tipos de problemas de roteamento e as heurísticas propostas para suas soluções serão analisadas, sendo notável a evolução de ambos até chegar ao estudado nesta dissertação.

2.3.1 VRP: Problema de Roteamento de Veículos

O problema de roteamento de veículos clássico (*Vehicle Routing Problem* - VRP) trata de encontrar um conjunto de rotas, a partir de um armazém central, utilizando veículos idênticos, para atender com o menor custo possível um conjunto de pontos de demanda, que representam os clientes, suprindo totalmente a demanda. As restrições principais são:

- Restrição de capacidade dos veículos;
- Cada rota deve se iniciar e terminar no depósito;
- Todos os clientes devem ser atendidos.

A primeira abordagem foi feita por Dantzig e Ramser (1959) para um problema real de distribuição de combustível de um terminal graneleiro para diferentes postos de combustíveis. Neste artigo é proposto um modelo de programação linear inteira, com base no utilizado para o problema do caixeiro viajante - TSP (na sigla em inglês para *Travelling Sales Person*) com adições de restrições de capacidade de transporte.

A experiência com heurísticas para solucionar o problema de roteamento mais clássico tem como marco a heurística das economias (*Savings Heuristics*), proposta por Clarke e Wright (1964). Essa heurística ainda é bastante utilizada por ser flexível o suficiente para permitir adaptações e inclusão de restrições para solução de problemas mais complexos.

A heurística das economias gera roteiros que respeitam as restrições citadas anteriormente. Ela inicia no cenário em que cada veículo sai do armazém para atender um único cliente e retorna. A partir daí, passa a buscar economias unindo rotas e diminuindo a distância e tempo percorridos.

Existem dois tipos de procedimentos para fazer isso: o paralelo e o sequencial. No primeiro, busca-se a maior economia possível considerando todas as rotas existentes no problema. Assim, em cada iteração, são unidas em par as rotas que juntas não extrapolem a capacidade do veículo e que gerem a maior economia. No segundo, uma rota é estendida até seu limite, para depois se analisar outra rota.

2.3.2 FSMVRP: Problema de Determinação do Tamanho e Composição da Frota e Roteamento de Veículos

A partir do clássico VRP, foi agregada uma característica que o aproximasse de um caso real, o dimensionamento da frota. Assim, os veículos utilizados no roteamento não são mais idênticos como no problema proposto por Dantzig e Ramser (1959), mas de diferentes tipos. Cada tipo de veículo possui uma capacidade de transporte e custos de aquisição e manutenção próprios, além de custos variáveis (por unidade de carga transportada ou distância percorrida) de acordo com seu tipo. Desta maneira, além de determinar a melhor rota para atender todos os pontos de demanda, devem se determinar quais tipos e a quantidade de cada tipo de veículo que percorrerá as rotas atendendo aos pontos de demanda.

Neste caso, o objetivo do problema pode ser tanto minimizar o custo total do roteamento, somando-se custos fixos de aquisição e manutenção dos veículos, e variáveis, proporcional à distância percorrida por cada um, como também pode se encontrar o número mínimo de veículos que execute o roteamento.

Golden *et al.* (1984) foram os primeiros a estudar este problema, nomeando-o “problema de roteamento de veículos com determinação do tamanho e composição da frota” ou, na sigla em inglês, FSMVRP (*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem*). Sete heurísticas são apresentadas para este problema, baseadas na heurística das economias de Clarke e Wright (1964) para o VRP, levando em conta a capacidade ociosa do veículo em diferentes níveis de “otimismo” para o aproveitamento deste espaço ocioso no decorrer da solução. As sete heurísticas propostas são:

- **CW (Clarke e Wright):** A aplicação “pura” da heurística das economias de Clarke e Wright (1964), ou seja, os custos fixos dos veículos não são levados em conta durante os critérios para combinar duas rotas, esses somente são considerados ao final do procedimento, no cálculo do custo total do roteamento feito;
- **CS (Combined Savings):** Heurística das economias combinadas, ou seja, usam-se os princípios da heurística CW, porém durante a decisão de adição de um cliente à rota, a diferença de custos fixos na necessidade de troca para um veículo maior são levados em conta;
- **OS (Opportunity Savings):** Heurística das economias de oportunidades, ou seja, além dos cálculos do método descrito para CS, leva-se em conta que a utilização de um veículo maior para uma rota gera a oportunidade de usar sua capacidade ociosa remanescente daquela rota em futuras adições de clientes. Para isso, no cálculo da economia feita numa combinação de duas rotas, não se considera apenas a diferença de custo fixo do veículo menor para o maior, como é feito na CS, mas também a oportunidade de futuramente agregar novas rotas sem a necessidade de utilizar um veículo maior. Para essa metodologia são considerados três tipos de OS:

- **OOS (*Optimistic Opportunity Savings*):** Heurística das economias de oportunidades otimista, ou seja, quando se considera que a economia gerada pela utilização futura da capacidade ociosa do veículo utilizado na rota evitará os custos do menor veículo que atenda àquela capacidade;
- **ROS (*Realistic Opportunity Savings*):** Heurística das economias de oportunidades realista, ou seja, quando se considera que a economia gerada pela utilização futura da capacidade ociosa do veículo utilizado na rota evitará os custos do maior veículo com capacidade menor ou igual àquela capacidade;
- **ROS- γ :** ROS utilizando uma metodologia que permite realocar pontos nas diferentes rotas se gerar redução de custo;
- **GT (*Giant Tour*):** Rota Gigante, feita em dois passos. Primeiro é feita uma única rota que visite todos os pontos de demanda, utilizando a metodologia do TSP. Em seguida, esta rota é dividida levando em conta capacidades e custos dos veículos, garantindo que todas as novas rotas se iniciem e terminem no armazém central. Para esta metodologia duas heurísticas foram criadas:
 - **SGT (*Single Giant Tour*):** Cria a rota gigante inicial com início e fim no armazém central e depois é dividida a rota;
 - **MGT (*Multi Giant Tour*):** Cria múltiplas rotas gigantes iniciais, sem considerar o armazém central, que depois são divididas;

Como não existiam problemas teste anteriormente formulados para o FSMVRP, Golden *et al.* (1984) geraram 20 problemas para comparar as heurísticas desenvolvidas. Nos testes computacionais para estes problemas, o melhor desempenho foi o da heurística ROS.

Após essa primeira abordagem por Golden *et al.* (1984), diversos outros autores publicaram estudos sobre o tema de FSMVRP. Hoff *et al.* (2010) apresentam uma extensa pesquisa sobre estudos realizados a respeito deste problema. Neste artigo, são listados diversos autores que contribuíram ao tema como Gheysens *et al.* (1986), Ulusoy (1985), Desrochers e Verhoog (1991), Salhi e

Rand (1993) e Taillard (1999). É destacado o uso recorrente das instâncias geradas por Golden *et al.* (1984) nestes estudos posteriores, a fim de comprovar a eficácia das novas metodologias propostas.

2.3.3 VRPTW: Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo

No VRPTW (sigla em inglês para *Vehicle Routing Problem with Time Windows*) adiciona-se ao roteamento de veículos clássico o limite de horário de atendimento nos pontos de demanda (clientes), trazendo o problema mais próximo à realidade. No caso real, empresas têm horário de início e fim de operação e jornadas de trabalho a respeitar, além das restrições de horário em que pontos operam ou para circulação de certos tipos de veículos em cidades e vias.

No VRPTW, o atendimento sempre deve ser feito respeitando um horário inicial e final em cada ponto de demanda. Também existe restrição de horário no próprio armazém de onde partem os veículos. Apesar de parecer uma simples adição de restrições de tempo, isso gera complexidades, pois nessas condições existem fatores de decisão a ponderar, o sentido da viagem do veículo na rota se torna relevante e fatores antes não considerados, como tempo de atendimento no cliente, velocidade de veículos e outros fatores relacionados direta ou indiretamente ao tempo, se tornam relevantes.

O artigo publicado por Solomon (1987) propõe as primeiras heurísticas para solução do VRPTW. São quatro heurísticas construtivas:

- **SAV:** uma adaptação da heurística das economias de Clarke e Wright (1964) para as janelas de tempo.
- **Vizinho mais próximo:** Heurística do tipo construtiva sequencial. Neste procedimento, a cada iteração, o cliente mais próximo ao último adicionado à rota do veículo é visitado, até se chegar ao limite da janela de tempo ou de capacidade do veículo.
- **Inserção Sequencial:** Também do tipo construtiva sequencial. Existem três tipos de heurística de inserção sequencial. Para todos os três, o procedimento principal é semelhante. Uma rota é iniciada ou pelo cliente mais distante ou por aquele cuja janela de tempo está mais próxima de se encerrar. A cada iteração, para os clientes que respeitem as restrições de

janelas de tempo e capacidade dos veículos, são calculados os critérios c_1 (que determina o custo da posição na rota onde a adição do cliente gera menor custo adicional) e c_2 (que determina a economia gerada por se deixar de fazer uma viagem de ida e volta do armazém a este cliente) para determinar qual ponto deve ser adicionado à rota. Cada um dos três tipos diverge entre si na forma como c_1 e c_2 são calculados:

- **I1:** Leva em conta variações de distância e tempo;
- **I2:** Leva em conta o custo e tempo total da rota antes e depois de adicionar o cliente;
- **I3:** Leva em conta a urgência de atendimento dos clientes na avaliação dos parâmetros.
- **Varredura:** Adaptação da heurística da varredura proposta por Gillet e Miller (1974) para o VRPTW. Este método é dividido em duas fases. Primeiro se agrupa os clientes conforme um método de varredura e, em seguida, executa-se um roteamento de um veículo para cada grupo de clientes. Para garantir respeito às restrições, ajustam-se as rotas e agrupamentos de acordo com limites de janelas de tempos e capacidade de veículos. O procedimento deve ser feito algumas vezes, cada vez partindo de um ângulo inicial de varredura diferente.

Como não existiam problemas teste anteriormente formulados para o VRPTW, Solomon (1987) gera seis grupos de instâncias de referência para o problema, que variam tanto na distribuição geográfica dos clientes - entre aleatoriamente agrupados no espaço e pré-agrupados - como na janela de tempo disponível para que se realizem as entregas ou coletas - entre largas e mais apertadas. Os tipos são: R1, C1, RC1, R2, C2 e RC2. As características de cada grupo são apresentadas na Tabela 2.2.

	R: Clientes distribuídos uniformemente no espaço;	C: Clientes agrupados no espaço	RC: Clientes semi-agrupados no espaço;
1: Janelas de tempo apertadas	R1	C1	RC1
2: Janelas de tempo largas	R2	C2	RC2

Tabela 2.2: Características dos grupos de instâncias de Solomon (1987) para o VRPTW.

Essas instâncias criadas por Solomon (1987) são referência para todos os trabalhos seguintes sobre VRPTW e foram adaptadas para validar a efetividade de algoritmos em outros tipos de problemas apresentados na literatura.

O método de inserção sequencial de Solomon (1987) foi utilizado em diversos trabalhos seguintes, inclusive sendo base para resolução de problemas mais ricos (com mais restrições ou características que o aproximem da situação real), que contenham janelas de tempo de atendimento. Uma pesquisa que abrange esses problemas pode ser encontrada em Tan *et al.* (2001).

2.3.4 FSMVRPTW: Problema de Determinação do Tamanho e Composição da Frota e Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo

Como sugere a sigla FSMVRPTW, este problema surge a partir da união das características e restrições do FSMVRP com o VRPTW. O objetivo, portanto, é minimizar simultaneamente os custos fixos e variáveis do roteamento de uma frota heterogênea de veículos, respeitando as janelas de tempo nos clientes e do armazém central.

A primeira abordagem para o problema foi feita por Liu e Shen (1999) que o descrevem como um problema de determinação do tamanho e composição da frota e roteamento de veículos com janelas de tempo, FSMVRPTW (sigla em inglês para *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problema with Time Windows*). Neste problema devem ser determinados os tipos e a quantidade de veículos para executar um roteamento e atender clientes no espaço, mas que não cheguem após um horário máximo em cada cliente e aguardem caso cheguem muito cedo. O problema tem convergência com a realidade vivida por empresas e transportadoras, que têm diversos tipos de veículos para atender a um grupo de clientes e também devem atender horário de trabalho em cada cliente, assim como legislações de restrição de horário em portos ou trânsito em regiões urbanas.

Liu e Shen (1999) abordam o problema com uma proposta heurística baseando-se principalmente nos métodos desenvolvidos por Golden *et al.* (1984). Os métodos criados foram baseado nas heurísticas CS e OS para o FSMVRP, com modificações que os adaptem para a restrição de janelas de tempo. Assim, surgiram os seguintes métodos:

- **MCS (*Modified Combined Savings*)**: Heurística das economias combinadas modificada, não leva em conta a oportunidade de aproveitar a capacidade ociosa nos veículos durante o roteamento;
- **MOOS (*Modified Optimistic Opportunity Savings*)**: Heurística das economias com oportunidades otimista modificada, considera que a capacidade ociosa no veículo poderá evitar os custos do menor veículo com capacidade maior a esta durante o roteamento;
- **MROS (*Modified Realistic Opportunity Savings*)**: Heurística das economias com oportunidades realista modificada, leva em conta que a capacidade ociosa no veículo poderá evitar os custos do maior veículo com capacidade menor a esta durante o roteamento.

Para cada um dos métodos, também existem variações na avaliação da economia em combinar rotas. Estas heurísticas foram avaliadas nas instâncias criadas por Solomon (1987) para o VRPTW com adaptações para que suas instâncias recebessem frota heterogênea. Assim, Liu e Shen (1999) geraram 168 novas instâncias que se tornaram referência para todos os problemas de FSMVRPTW e suas variações que foram propostas na literatura. Uma avaliação adicional foi feita com as instâncias de Golden *et al.* (1984) originais para o FSMVRP, ou seja, sem a restrição de janela de tempo, obtendo resultados satisfatórios.

Dullaert *et al.* (2002) aprofundaram os estudos no tema e implementaram três novas heurísticas, baseadas na Heurística de Inserção Sequencial de Solomon (1987) para o VRPTW e os conceitos de economia com oportunidades de Golden *et al.* (1984). Os três métodos têm sistemática semelhante, somente mudando na avaliação de parte dos custos que incluem a oportunidade como definida por Golden *et al.* (1984). O procedimento faz inserções sequenciais, ou seja, desenvolve uma rota por vez, adicionando clientes a ela até que a inserção de mais clientes seja inviável, seja por limitação de capacidade do maior veículo ou pelo limite das janelas de tempo, ou não gere economia segundo critérios de avaliação de custo.

A avaliação da inserção de um novo ponto a uma rota em construção é feita em duas partes. Primeiro avalia-se, para cada um dos pontos ainda não roteados e cuja inserção é viável, qual a posição na rota que gera o menor impacto à rota

existente. Esse impacto negativo é valorizado no critério c_1 . Ele é composto por três componentes de custo que são balanceados em importância conforme fatores α de balanceamento: c_{11} referente ao aumento de distância percorrida pelo veículo, c_{12} sobre o aumento do tempo da rota e c_{13} sobre a troca de tipo veículo necessária para a inserção do novo ponto. Após a determinação do menor c_1 para cada cliente candidato a entrar na rota, é avaliada a economia dada c_2 . Este critério é calculado a partir da diferença entre o custo de uma viagem exclusiva do armazém ao cliente com o menor veículo disponível e o impacto de adicionar o ponto na rota, calculado em c_1 . O ponto com maior c_2 positivo é inserido na rota.

É no componente c_{13} que as três heurísticas diferem, cada uma com uma maneira de avaliar esse valor, usando os critérios de Golden *et al.* (1984) de modo adaptado para determinação de economias combinadas adaptadas (ACS), economias com oportunidades otimistas (AOOS) e economias com oportunidades realistas (AROS). Mais especificamente, cada um dos meios de determinação do componente de custos c_{13} em cada heurística são explicados a seguir

- **ACS (Adapted Combined Savings):** O custo é determinado como a diferença entre os custos fixos do veículo que transporta a carga da rota antes e depois da inserção do novo cliente;
- **AOOS (Adapted Optimistic Opportunity Savings):** O método estende o ACS ao subtrair da diferença dos custos fixos, o do menor veículo disponível com capacidade maior ou igual à capacidade ociosa do veículo após a adição do novo cliente à rota;
- **AROS (Adapted Realistic Opportunity Savings):** O método estende o ACS ao subtrair da diferença dos custos fixos, o do maior veículo disponível com capacidade menor ou igual à capacidade ociosa do veículo após a adição do novo cliente à rota;

As três heurísticas propostas por Dullaert *et al.* (2002) foram testadas nas instâncias de Liu e Shen (1999). Na comparação de resultados entre elas somente é considerado o tempo de roteamento, desconsiderando o tempo de serviço nos clientes. Neste critério, a de Dullaert *et al.* (2002) domina a de Liu e Shen (1999), com melhores resultados em todas as instâncias, chegando a mais de 50% de melhoria em algumas.

O trabalho de Dell'Amico *et al.* (2007) propõe uma nova formulação e uma heurística construtiva para fornecer uma solução inicial a uma meta-heurística para o FSMVRPTW. A abordagem desse artigo, porém, se diferencia do tradicional, por considerar que o custo total do problema se dá pela soma dos custos fixos dos veículos com o tempo total de roteamento. Desta forma, não é considerado o custo variável por distância percorrida por cada veículo, mas em seu lugar é calculado o tempo entre a saída e a volta do veículo ao depósito, descontado o tempo que ficou atendendo clientes.

A heurística proposta por Dell'Amico *et al.* (2007) é denominada *ParallelRegret_TW*. Esta é iniciada com uma solução parcial, a partir da qual, as rotas são expandidas paralelamente. Para cada cliente não roteado é verificado se sua inserção é viável, de acordo com a capacidade dos veículos e janelas de tempo, e é calculada uma pontuação (*score*). Para o cálculo dessa pontuação é gerada uma penalidade do cliente não roteado, esta penalidade é calculada com base no aumento da distância total da rota, aumento no custo fixo, caso seja necessário trocar o veículo por um com capacidade maior, e o aumento de tempo gasto na rota. O cálculo da pontuação, assim, é feito com base na diferença entre a menor e a segunda menor penalidade de adição do cliente nas rotas existentes, a distância do cliente até o armazém e o quanto sua janela de tempo está apertada.

A partir desse critério de pontuação, o método leva em conta os parâmetros usuais do FSMVRPTW, como janela de tempos, custo fixo da frota e distância percorrida, mas no critério de decisão de qual cliente adicionar à rota é dimensionado não só o custo desta adição, mas o arrependimento que se sentiria ao deixar esse cliente para ser inserido em outra rota. Por isso o nome de *Parallel Regret* (arrependimento paralelo, em tradução livre).

A heurística construtiva de Dell'Amico *et al.* (2007) foi aplicada às 168 instâncias propostas por Liu e Shen (1999) a fim de comparar seus resultados com os das heurísticas construtivas de Liu e Shen (1999) e de Dullaert *et al.* (2002). Na primeira comparação, Dell'Amico *et al.* (2007) obtém custos totais para cada instância que ficaram, em média em 6,9% inferiores aos de Liu e Shen (1999). Na comparação com Dullaert *et al.* (2002), a análise é limitada à comparação do tempo total de roteamento, no qual a heurística *ParallelRegret_TW* é superior em média 13,7%. Ainda assim, Dell'Amico *et al.* (2007) reconhece os baixos tempos

computacionais da heurística de Dullaert *et al.* (2002) e seu bom desempenho nos diversos problemas testados.

São encontrados outros desenvolvimentos posteriores para o FSMVRPTW, principalmente com o uso de meta-heurísticas, em grande parte utilizando a heurística de Dullaert *et al.* (2002) como semente. Estes desenvolvimentos são majoritariamente avaliados nas 168 instâncias de Liu e Shen (1999).

2.3.5 Custos Escalonados

Na literatura, vários métodos de custo de frete e transporte são abordados. Em Ghiani *et al.* (2004), são listados diferentes métodos de custo de frete, levando em conta se a empresa é dona de sua frota de veículos, se esta aluga a frota ou usa um operador logístico. Entre os custeios apresentados, existem inclusive custos de frete escalonados de acordo com o peso transportado.

Além da busca na literatura, foi realizada uma pesquisa por e-mail ou telefone com operadores logísticos, empresas especializadas em realizar roteamentos e uma empresa de comercialização de *software* para verificação de custos de frete. Todos confirmaram a ampla utilização de custeio de frete por faixas escalonadas de distância, ligadas ao tipo de veículo. Não existe um nome padronizado no mercado para esse tipo de cobrança, mas o mais recorrentemente encontrado foi “frete distância”. Os dados fornecidos das empresas são confidenciais e os nomes das empresas não podem ser divulgados conforme solicitação.

Na literatura não foi encontrada uma abordagem direta ao FSMVRPTWSC. É possível verificar a resolução de um caso específico de custos escalonados em uma situação real de uma empresa da construção civil que coleta material para suas obras nos fornecedores em Bassi (2009). Neste problema foi proposta uma solução para o problema de roteamento de uma frota heterogênea de veículos com janelas de tempo e entregas parciais (HFVRPTWSD) com custos escalonados. O trabalho adaptou a heurística de Dullaert *et al.* (2002) ao cálculo de frete escalonado. Apesar da amostra pequena e o escopo limitado, seus resultados foram superiores aos aplicados na empresa e mostraram oportunidade de estudo dessa modalidade de custo escalonado.

Com base nessa percepção de grande utilização do custo escalonado de frete em casos reais de roteamento e a abordagem limitada feita ao problema na literatura, foi vislumbrada uma oportunidade de propor uma solução ao FSMVRPTWSC. Assim, este trabalho endereça este problema, propondo um modelo PLIM e um método heurístico para sua solução.

3 Formulação Matemática

A seguir é apresentada a formulação de programação linear inteira mista (PLIM) para o FSMVRPTWSC, com base na formulação para o FSMVRP de Golden *et al.* (1984) com os apontamentos sobre janelas de tempos para adaptá-lo para o FSMVRPTW de Dullaert *et al.* (2002). Antes de se apresentar a formulação completa, será detalhado cada elemento desta, para então concluir com a formulação completa.

3.1 Elementos da Formulação

3.1.1 Clientes

Existe uma série de clientes $N = [1, 2, \dots, n]$ em diferentes locais, sendo que o local 0 é o armazém, como mostrado na figura (3.1). Para cada par de locais (i, j) , onde i e j pertencem ao conjunto N , existe uma distância d_{ij} e um tempo de percurso t_{ij} , ambos números reais positivos.

Figura 3.1 – Grupo N de clientes e armazém.

A cada cliente i é associado uma demanda q_i , que é conhecida antes do início do processo de roteamento.

3.1.2 Frota de Veículos

Existem K diferentes tipos de veículos. Cada tipo de veículo k possui uma capacidade a_k ($a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_K$) e custos escalonados para cada faixa de distância percorrida. Os detalhes das faixas de distâncias e o respectivo custo estão detalhados no item 3.1.4.

A frota de veículos neste problema é ilimitada para todos os tipos. Para permitir a formulação matemática do problema, é pré-estabelecido o número de veículos $V = n$, que é o número máximo possível de rotas, onde cada cliente é atendido por um veículo exclusivamente.

3.1.3 Janelas de Tempo

Cada cliente i , pertencente ao conjunto N , tem janelas de tempo rígidas definidas pelo intervalo $[e_i, l_i]$, sendo que $e_i < l_i$. Esses parâmetros correspondem, respectivamente, ao início e fim do período em que os clientes podem ser atendidos. Os atendimentos não podem iniciar antes nem depois deste intervalo. Também define-se s_i como o tempo de serviço de qualquer veículo no cliente i e b_i^v como o início do serviço do veículo v no cliente i .

Caso o veículo v , partindo do cliente i , chegue ao cliente j antes do início da janela de tempo e_j , ele deve aguardar até a disponibilidade do cliente. Assim, podemos definir $b_j^v = \max\{e_j; b_i^v + s_i + t_{ij}\}$.

3.1.4 Faixas de Custo Escalonado

No FSMVRPTWSC, o custo total é definido pela soma dos custos de cada veículo, de acordo com o seu tipo e faixa de distância. Ou seja, para cada veículo, deve se verificar em qual faixa f a distância percorrida está inserida e então, aferir o custo. Assim, temos F faixas de distâncias, sendo $f = (1, 2, \dots, F)$.

Para cada veículo v existe uma variável binária z_{kf}^v que determina se o veículo v é do tipo k e se a distância percorrida por ele está na faixa de distância f . Cada faixa de cobrança f tem uma distância correspondente W_f que determina o limitante inferior para a faixa, ou seja, a distância mínima percorrida pelo veículo para que ele esteja naquela faixa de custo. Para cada faixa f existe um custo C_{kf} correspondente para cada tipo de veículo k . Na última faixa, onde $f = F$, o custo se torna linear com a distância percorrida, iniciando-se do valor da penúltima faixa de custo escalonado, como ilustrado na figura 3.2.

Figura 3.2: Ilustração de faixas de custo, onde cada cor de linha representa um tipo k de veículo.

Além das faixas de custo, existe uma faixa fictícia $f = 0$. Ela é a faixa para veículos que não são alocados em nenhuma rota e, conseqüentemente, sua distância total percorrida é zero. Na faixa $f = 0$, para qualquer k , $C_{k0} = 0$.

Essa forma de considerar os custos gera uma nova dificuldade. Desde a primeira proposição com frota mista, elaborada por Golden *et al.* (1984), a formulação tem o cálculo de custos presente na função objetivo, a partir da soma dos custos fixos com custos variáveis dos veículos utilizados no roteamento. Portanto, calculam-se quantos veículos do tipo k existem e qual a distância total percorrida por todos os veículos desse mesmo tipo, assim era possível determinar tanto o custo fixo quanto o custo variável de todo o grupo em conjunto, sem a necessidade de uma formulação que leve em conta cada veículo.

No problema aqui estudado, a formulação deve verificar, veículo a veículo, qual o seu tipo k e em qual faixa de distância f está para obter o custo total de roteamento para cada um, o P^v . Somente após calcular o custo individual de cada veículo é possível fazer a soma dos custos totais do roteamento.

Para a formulação dos custos escalonados, uma das opções consideradas foi a formulação de funções lineares por partes, apresentada por Winston (2004). O método utiliza variáveis binárias para representar funções lineares por parte, como o exemplo ilustrado na figura 3.3.

Figura 3.3 – Exemplo de função linear por partes.

Esta estratégia se aproveita da linearidade e continuidade das retas. A ideia básica da metodologia é que, dado um ponto x entre os pontos em que se começa e se encerra uma parte da função, b_k e b_{k+1} , este pode ser escrito como a combinação convexa dos pontos extremos:

$$x = z_k b_k + (1 - z_k) b_{k+1} \quad 0 \leq z_k \leq 1;$$

Assim, dado que a função $f(x)$ entre os pontos b_k e b_{k+1} é linear, podemos determinar que:

$$f(x) = z_k f(b_k) + (1 - z_k) f(b_{k+1}) \quad 0 \leq z_k \leq 1;$$

A figura 3.4 ilustra a lógica utilizada neste método.

Figura 3.4 – Ilustração da metodologia de funções lineares por partes.

Partindo desta premissa, a metodologia representa cada uma das funções lineares da função linear por partes por uma relação descrita acima entre os pontos de mudança de inclinação. Além disso, a formulação deve garantir que somente uma função esteja válida de cada vez.

A metodologia recém-descrita, entretanto, não pode ser aproveitada em nosso problema, pois para este mecanismo funcionar, a função linear por partes deve ser contínua, o que não acontece no caso dos custos escalonados. Nos custos escalonados existe uma ruptura entre o custo de uma faixa de distância e outra, como representado na figura 3.5.

Figura 3.5 – Descontinuidades na função de custos escalonados

A formulação dos custos escalonados, cujo valor é linear por partes e descontínuo, foi feita utilizando funções disjuntivas, conforme explicado na formulação, nas restrições (10) e (11).

3.2 Modelo Proposto

O problema do FSMVRPTWSC consiste em buscar o menor custo para um roteamento de veículos em que se deve atender totalmente a demanda de clientes distribuídos no espaço e que possuem uma janela de tempo de atendimento rígida, utilizando uma frota ilimitada de veículos, com diferentes capacidades e custos, sendo que este custo é escalonado de acordo com a faixa de distância percorrida e tipo do veículo utilizado.

A partir dos elementos e propriedades apresentadas anteriormente, é apresentada a formulação de programação linear inteira mista (PLIM) para o problema a seguir.

Índices

- p, i, j : cliente;
- v : veículo;
- k : tipo de veículo;
- f, y : faixa de distância;

Parâmetros

- n : número total de clientes;
 V : número máximo de veículos a serem utilizados;
 K : número de tipos de veículos disponíveis;
 F : índice da maior faixa de distância;
 q_i : demanda no cliente i ;
 t_{ij} : tempo de trânsito do cliente i ao j ;
 d_{ij} : distância do cliente i ao j ;
 s_i : tempo de serviço no cliente i ;
 e_i : início da janela de tempo de atendimento no cliente i ;
 l_i : fim da janela de tempo de atendimento no cliente i ;
 a_k : capacidade de um veículo do tipo k ;
 W_f : limitante inferior da faixa de distância f ;
 C_{kf} : custo fixo da faixa de distância f para o tipo de veículo k , onde $f = 1, 2, \dots, F - 1$;
 C_{kF} : custo variável pela distância percorrida quando $f = F$ para o tipo de veículo k ;

Variáveis

- x_{ij}^v : assume valor 1 se o veículo v vai de i até j , 0 caso contrário;
 z_{kf}^v : assume valor 1 se o veículo v é do tipo k e percorre a distância pertencente à faixa f , 0 caso contrário;
 b_i^v : instante de início do serviço do veículo v no cliente i ;
 D^v : distância total percorrida pelo veículo v ;
 P^v : custo do veículo v .

Formulação

$$\text{minimizar } \sum_{v=1}^V P^v \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=0}^n x_{0j}^v = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^v - \sum_{j=0}^n x_{pj}^v = 0 \quad v = 1, \dots, V; p = 0, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{v=1}^V \sum_{i=0}^n x_{ij}^v = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n q_i x_{ij}^v \leq \sum_{f=0}^F \sum_{k=1}^K a_k z_{kf}^v \quad v = 1, \dots, V \quad (5)$$

$$b_i^v + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^v) \leq b_j^v \quad v = 1, \dots, V; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$e_i \leq b_i^v \leq l_i \quad v = 1, \dots, V; i = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$D^v = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n x_{ij}^v d_{ij} \quad v = 1, \dots, V \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{f=0}^F z_{kf}^v = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (9)$$

$$D^v - W_y \leq M \sum_{k=1}^K \sum_{f=y}^F (z_{kf}^v) \quad v = 1, \dots, V; y = 1, \dots, F - 1 \quad (10)$$

$$-(D^v - W_F) \leq M(1 - z_{kF}^v) \quad v = 1, \dots, V \quad (11)$$

$$P^v \geq \sum_{k=1}^K \sum_{f=0}^{F-1} z_{kf}^v C_{kf} \quad v = 1, \dots, V \quad (12)$$

$$P^v \geq C_{kF-1} + C_{kF}(D^v - W_F) - M(1 - z_{kF}^v) \quad v = 1, \dots, V; k = 1, \dots, K \quad (13)$$

$$b_i^v \geq 0 \quad v = 1, \dots, V; i = 1, \dots, n \quad (14)$$

$$x_{ij}^v = 0 \text{ ou } 1 \quad v = 1, \dots, V; i = 0, \dots, n; j = 0, \dots, n \quad (15)$$

$$z_{kf}^v = 0 \text{ ou } 1 \quad v = 1, \dots, V; k = 1, \dots, K; f = 0, \dots, F \quad (16)$$

3.2.1 Detalhamento da Formulação

Função Objetivo

$$\text{minimizar } \sum_{v=1}^V P^v$$

A função objetivo (1) minimiza a soma dos custos de todos os veículos. Cada veículo v recebe, segundo as restrições (12) e (13) explicadas a seguir, um custo P^v . O custo total do problema é a soma destes custos.

Restrições (2) e (3)

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^v = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^v - \sum_{j=0}^n x_{pj}^v = 0 \quad p = 1, \dots, n; v = 1, \dots, V \quad (3)$$

O conjunto de restrições (2) e (3) é de conservação de fluxo no sistema. O conjunto (2) determina que todos os veículos devem sair do armazém para o primeiro ponto visitado em sua rota (veja ilustração na Figura 3.6). As restrições (3), por sua vez, determinam que se um veículo v chega a um ponto p qualquer deve, em seguida, sair dele, como mostra a Figura 3.7.

As duas restrições, em conjunto, obrigam que o veículo inicie e encerre a sua rota sempre no armazém central, uma vez que como $x_{op}^v = 1$ devido às restrições (2), então obrigatoriamente haverá um $x_{io}^v = 1$ como consequência das restrições (3).

Figura 3.6: Ilustração do conjunto de restrições (2).

Figura 3.7: Ilustração do conjunto de restrições (3).

Restrições (4)

$$\sum_{v=1}^V \sum_{i=0}^n x_{ij}^v = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

As restrições (4) garantem que cada cliente será atendido por exatamente um veículo. Desta forma, o modelo garante que todos os clientes serão atendidos e, ao mesmo tempo, que não haverá atendimento fracionado. Essas restrições também garantem que cada veículo v somente execute somente uma rota, uma vez que somente um x_{oj}^v pode ter valor 1.

Restrições (5)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n q_i x_{ij}^v \leq \sum_{f=0}^F \sum_{k=1}^K a_k z_{kf}^v \quad v = 1, \dots, V \quad (5)$$

As restrições (5) garantem que a capacidade de cada veículo não seja excedida. Quando o cliente i é atendido pelo veículo v , a variável binária x_{ij}^v recebe valor 1. Assim, a multiplicação $q_i x_{ij}^v$ resultará no valor da demanda q_i do cliente i somente para o veículo v que atender este cliente. A soma de todos os clientes atendidos pelo veículo v deve ser inferior ou igual à capacidade deste tipo de veículo, que é determinada pelo parâmetro a_k associado à variável z_{kf}^v , que determina qual o tipo de veículo a qual pertence v . Esta restrição, juntamente com as restrições (9), (10) e (11), detalhadas a seguir, que determinam o valor de z_{kf}^v . A

Figura 3.8 ilustra como a soma das demandas dos clientes na rota de um veículo k não deve exceder sua capacidade.

Figura 3.8: Ilustração do conjunto de restrições (5).

Restrições (6) e (7)

$$b_i^v + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^v) \leq b_j^v \quad v = 1, \dots, V; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$e_i \leq b_i^v \leq l_i \quad v = 1, \dots, V; i = 1, \dots, n \quad (7)$$

O conjunto de restrições (6) e (7) garantem o respeito às janelas de tempo dos pontos de demanda.

As restrições (6) determinam que o início do atendimento em um cliente só se acontece após o fim do atendimento no cliente anterior, somado ao tempo de traslado entre os dois. Assim, o início do atendimento do veículo v no cliente j , que acontece no instante b_j^v , somente pode acontecer a partir do instante de início do atendimento no cliente i , o antecessor na rota do veículo v , adicionado do tempo de atendimento s_i em i e o tempo de traslado entre i e j , determinado por t_{ij} . Lembrando que M deve ser uma constante grande o suficiente para garantir que a restrição só esteja ativada se o veículo v atender j depois de i .

Mesmo assim, não necessariamente o início do atendimento em j será exatamente após a soma desses tempos, pois pode acontecer desta soma resultar num instante anterior a e_j , o início da janela de atendimento em j . Neste caso, o veículo deve aguardar a abertura da janela para iniciar o atendimento. Caso a soma calculada anteriormente resulte em um instante após o fim da janela de atendimento em j , ou seja, após l_j , o atendimento será impossível e, assim, torna essa rota infactível. Estas duas condições de atendimento à janela de tempo do cliente são garantidas pelas restrições do tipo (7). Ou seja, o início de atendimento do veículo v

no cliente i , determinado pela variável b_i^v , deve estar entre o início e_i e o fim l_i da janela de tempo deste cliente.

As restrições (6) e (7) estão ilustradas na figura 3.9.

Figura 3.9: Ilustração das restrições (6) e (7).

Devido ao conjunto de restrições (6) não é necessária a existência de restrições que evitem a formação de sub-rotas. Isso se deve à necessidade de que o instante de chegada num ponto seja depois da saída do outro. Assim é impossível que uma sub-rota aconteça, pois ao se fechar o sub-ciclo, o instante de chegada do veículo a um ponto será superior ao instante de saída, o que a restrição (6) impede.

Para ilustrar melhor esta explicação, apresenta-se a seguir o exemplo ilustrado na figura 3.10. Note que existe um sub-ciclo formado pelos pontos i , j e k . O comportamento das restrições (6) será analisado nesta situação.

Figura 3.10: Ilustração de uma sub-rota.

- Como ponto de partida, toma-se o ponto i , que deve ter seu serviço iniciado em b_i^v .
- O veículo parte para j , portanto $x_{ij}^v = 1$, onde o serviço se inicia em b_j^v . Segundo a restrição (6), $b_j^v \geq b_i^v + s_i + t_{ij}$. Por definição: $s_i, t_{ij} > 0$. Logo, $b_j^v > b_i^v$.
- O veículo segue para k , portanto $x_{jk}^v = 1$, onde o serviço se inicia em b_k^v . Segundo a restrição (6), $b_k^v \geq b_j^v + s_j + t_{jk}$. Novamente, por definição:

$s_i, t_{ij} > 0$. Entretanto, é sabido que $b_j^v \geq b_i^v + s_i + t_{ij}$. Substituindo o valor de b_j^v na fórmula de b_k^v , temos: $b_k^v \geq b_i^v + s_i + t_{ij} + s_j + t_{jk}$. Logo, $b_k^v > b_i^v$.

- Concluindo o sub-ciclo, o veículo deve retornar para i . Com $x_{ki}^v = 1$, a restrição (6) impõe que $b_i^v \geq b_k^v + s_k + t_{ki}$. Mas vimos na etapa anterior que $b_k^v \geq b_i^v + s_i + t_{ij} + s_j + t_{jk}$. Substituindo na fórmula acima temos: $b_i^v \geq b_i^v + s_i + t_{ij} + s_j + t_{jk} + s_k + t_{ki}$. Ou seja, como todos os termos nesta equação são estritamente positivos, verificamos que $b_i^v > b_i^v$. Nesta situação, o modelo matemático detecta a infactibilidade, refutando a possibilidade de um sub-ciclo.

Restrições (8)

$$D^v = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n x_{ij}^v d_{ij} \quad v = 1, \dots, V \quad (8)$$

As restrições (8) definem a variável D^v , a distância total percorrida por cada veículo v . Esta restrição não é fundamental para a formulação, mas torna a escrita das próximas restrições mais clara e compreensível para o leitor.

Restrições (9)

$$\sum_{k=1}^K \sum_{f=0}^F z_{kf}^v = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (9)$$

As restrições (9) determinam que um veículo v deve ser de um único tipo k e a distância percorrida deve estar em uma única faixa f de cobrança. Isto é determinado pela variável z_{kf}^v , ela assume valor 1 quando o veículo v é do tipo k e cuja faixa de cobrança é f . O tipo de veículo k é determinado a partir da restrição (5), explicada anteriormente. A faixa de cobrança f é determinada nas restrições (10) e (11), explicadas a seguir.

Restrições (10) e (11)

$$D^v - W_y \leq M \sum_{k=1}^K \sum_{f=y}^F (z_{kf}^v) \quad v = 1, \dots, V; y = 1, \dots, F - 1 \quad (10)$$

$$-(D^v - W_F) \leq M(1 - \sum_{k=1}^K z_{kF}^v) \quad v = 1, \dots, V \quad (11)$$

As restrições (10) e (11) funcionam conjuntamente para determinar em qual faixa de cobrança a distância percorrida pelo veículo v está. O objetivo desses dois

conjuntos de restrições, combinadas com as restrições (9), é determinar para cada veículo v qual a sua faixa de distância f .

As restrições (10) restringem a faixa mínima na qual a distância percorrida pelo veículo deve estar. Como o modelo é de minimizar custos, ele sempre buscará que z_{kf}^v tenha valor 1 para a alocação que gere o menor custo. Portanto, somente é necessário restringir a faixa mínima, deixando livre a escolha de faixas maiores. A única exceção é a última faixa, cuja forma de custeio é diferente de todas as outras e requer um tratamento direto a ela. A restrição (11) determina se a distância percorrida está ou não na última faixa de distância.

Para cada faixa y de um mesmo veículo, somente quando $D^v > W_y$, (10) está ativada, fazendo com que $\sum_{k=1}^K \sum_{f=y}^F (z_{kf}^v) = 1$, nas faixas em que $W_y > D^v$, esta somatório estará livre. A restrição (11) estará ativada sempre que $W_F > D^v$, impedindo que o modelo faça $z_{kF}^v = 1$ quando a rota não tiver de fato na última faixa de distância. Esta restrição é necessária, pois como o custo da faixa F é calculado de forma variável apela distância a partir de W_F , para uma distância inferior a este valor, o cálculo da faixa terá termos negativos na expressão, o que pode fazer que o custo desta última faixa se torne inferior ao de todas as não limitadas por (10) e cause uma distorção na avaliação do modelo.

Para ilustrar o funcionamento dessas restrições, apresenta-se a seguir um exemplo. Um caso hipotético em que existem quatro faixas de distância ($f = 1, 2, 3, 4$) cujas distâncias mínimas são W_1, W_2, W_3 e W_4 , respectivamente, e apenas um tipo de veículo k . Lembrando que, a primeira faixa de distância se inicia em zero, $W_1 = 0$. Neste caso, a formação das duas restrições está na tabela 3.1.

Restrições	Faixa	Expressão
(10)	$y = 1$	$D^v \leq M(z_{k1}^v + z_{k2}^v + z_{k3}^v + z_{k4}^v)$
	$y = 2$	$D^v - W_2 \leq M(z_{k2}^v + z_{k3}^v + z_{k4}^v)$
	$y = 3$	$D^v - W_3 \leq M(z_{k3}^v + z_{k4}^v)$
(11)	$y = 4$	$-(D^v - W_4) \leq M(1 - z_{k4}^v)$

Tabela 3.1 – Restrições (10) e (11) para o caso de 4 faixas de distância.

Supondo que uma rota de um veículo $v1$ resulte na distância total percorrida D^{v1} , tal que $W_1 < D^{v1} < W_2$. Na tabela 3.2 verificamos quais restrições estarão

ativadas e inativadas e seu efeito na formulação. Nesta tabela também está a restrição (9) que é fundamental para a definição das faixas de distância.

Faixa	Expressão	Efeito
(9)	$z_{k0}^{v1} + z_{k1}^{v1} + z_{k2}^{v1} + z_{k3}^{v1} + z_{k4}^{v1} = 1$	$z_{k0}^{v1} + z_{k1}^{v1} + z_{k2}^{v1} + z_{k3}^{v1} + z_{k4}^{v1} = 1$
$y = 1$	$D^{v1} \leq M(z_{k1}^{v1} + z_{k2}^{v1} + z_{k3}^{v1} + z_{k4}^{v1})$	$z_{k1}^{v1} + z_{k2}^{v1} + z_{k3}^{v1} + z_{k4}^{v1} = 1, z_{k0}^{v1} = 0$
(10) $y = 2$	$D^{v1} - W_2 \leq M(z_{k2}^{v1} + z_{k3}^{v1} + z_{k4}^{v1})$	
$y = 3$	$D^{v1} - W_3 \leq M(z_{k3}^{v1} + z_{k4}^{v1})$	
(11) $y = 4$	$-(D^{v1} - W_4) \leq M(1 - z_{k4}^{v1})$	$z_{k4}^{v1} = 0$

Tabela 3.2 – Restrições (10) e (11) que estão ativadas em negrito e o efeito que causa na formulação para $v1$ para o qual $W_1 < D^{v1} < W_2$.

Neste exemplo, analisando somente as restrições ativadas, nota-se que, na restrição (11), uma vez que $D^{v1} - W_4 < 0$, o termo à esquerda da inequação será positivo. A única maneira para manter o termo a direita maior e positivo é fazendo $z_{k4}^{v1} = 0$. Já na restrição (10) para $y = 1$, como $D^{v1} - W_1 > 0$, para manter o termo a direita maior que zero e, por consequência, a restrição válida, deve se fazer $z_{k1}^{v1} + z_{k2}^{v1} + z_{k3}^{v1} + z_{k4}^{v1} = 1$, o que faz com que, na restrição (9), $z_{k0}^{v1} = 0$. Desta forma, o modelo está livre para escolher entre z_{k3}^{v1} , z_{k2}^{v1} ou z_{k1}^{v1} para assumir valor 1. Como a função objetivo é de minimizar, é escolhido $z_{k1}^{v1} = 1$.

No mesmo exemplo, supondo uma rota de um veículo $v2$ com distância total percorrida D^{v2} , tal que $W_2 < D^{v2} < W_3$. Na tabela 3.3 verificamos quais restrições estarão ativadas.

Faixa	Expressão	Efeito
(9)	$z_{k0}^{v2} + z_{k1}^{v2} + z_{k2}^{v2} + z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2} = 1$	$z_{k0}^{v2} + z_{k1}^{v2} + z_{k2}^{v2} + z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2} = 1$
$y = 1$	$D^{v2} \leq M(z_{k1}^{v2} + z_{k2}^{v2} + z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2})$	$z_{k1}^{v2} + z_{k2}^{v2} + z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2} = 1, z_{k0}^{v2} = 0$
(10) $y = 2$	$D^{v2} - W_2 \leq M(z_{k2}^{v2} + z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2})$	$z_{k2}^{v2} + z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2} = 1, z_{k1}^{v2} = 0$
$y = 3$	$D^{v2} - W_3 \leq M(z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2})$	
(11) $y = 4$	$-(D^{v2} - W_4) \leq M(1 - z_{k4}^{v2})$	$z_{k4}^{v2} = 0$

Tabela 3.3 – Restrições (10) e (11) que estão ativadas em negrito e o efeito que causa na formulação para $v1$ para o qual $W_2 < D^{v1} < W_3$.

Para este veículo, o comportamento das restrições é semelhante ao do exemplo anterior, exceto para a faixa de distância $y = 2$ na restrição (10). Neste caso, como $D^{v2} - W_2 > 0$, para manter o termo à direita positivo e, por consequência, a restrição válida, deve se fazer $z_{k2}^{v2} + z_{k3}^{v2} + z_{k4}^{v2} = 1$ o que faz com que $z_{k1}^{v2} = 0$. Portanto, nesse caso o modelo deve optar entre z_{k2}^{v1} e z_{k3}^{v1} para assumir valor 1, dado o modelo é de minimização, faz-se $z_{k2}^{v1} = 1$ cujos custos associados são menores.

Existem duas particularidades deste conjunto de restrições que devem ser levadas em conta. Primeiro, deve se notar que pode existir uma situação em que $D^v = W_f$. Nesses casos, a restrição (10) não será ativada para a faixa correspondente a f , permitindo que a formulação faça $z_{k(f-1)}^v = 1$.

A segunda observação é a respeito de veículos em que $D^v = 0$. Esses veículos, como definido na Seção 3.1.4, devem estar na faixa $f = 0$ e receber o custo $C_{k0} = 0$. Neste caso, nenhuma das restrições (10) estará ativada, mas como na restrição (9) $\sum_{k=1}^K \sum_{f=0}^F z_{kf}^v = 1$, o modelo faz $z_{k0}^v = 1$ cujo custo é zero.

Restrições (12) e (13)

$$P^v \geq \sum_{k=1}^K \sum_{f=0}^{F-1} z_{kf}^v C_{kf} \quad v = 1, \dots, V \quad (12)$$

$$P^v \geq C_{kF-1} + C_{kF}(D^v - W_F) - M(1 - z_{kF}^v) \quad v = 1, \dots, V; k = 1, \dots, K \quad (13)$$

As restrições (12) e (13) em conjunto determinam o valor mínimo para o custo P^v de cada veículo v . Como a função objetivo é para minimizar este valor, determinar o valor mínimo já significa calcular o próprio valor de P^v . As restrições (12) se referem às faixas de custo com valores fixos e as (13) à faixa F , cujo custo é variável a partir do valor do custo correspondente à faixa $F - 1$. Estas restrições são possíveis graças à determinação da variável z_{kf}^v nas restrições (5), (9), (10) e (11).

O funcionamento destas restrições é da seguinte forma, considerando o valor de z_{kf}^v já determinado. A restrição (12) estará ativada para os casos em que, para uma faixa $f < F$, $z_{kf}^v = 1$, portanto, para esta faixa f , $P^v \geq C_{kf}$. Nesses casos, a restrição (13) estará inativada, pois com $z_{kF}^v = 0$, $P^v \geq C_{kF-1} + C_{kF}(D^v - W_F) - M$, fazendo o termo à direita da inequação sempre negativo, não restringindo o valor mínimo de P_v . Já para um veículo cuja distância determinou que $f = F$ e,

consequentemente, $z_{kF}^v = 1$, a restrição (12) esteja inativada, pois todo z_{kf}^v , com $f < F$, será igual a zero. Já na restrição (13), M será multiplicado por zero e, desta forma, o valor à direita da equação será positivo, determinando P^v .

Para que isto seja efetivo, M deve ser uma constante grande o suficiente para garantir que, para qualquer valor de k , a restrição (13) de que limita P^v seja somente aquela que $z_{kF}^v = 1$. Ou seja, $M > C_{kF-1} + C_{kF}(D^v - W_F)$, para qualquer k e D^v possível.

3.3 Testes Computacionais

Para certificar que a formulação proposta funciona e obtém bons resultados, foram realizados testes em alguns casos reais de uma indústria alimentícia. Por se tratar de um problema *NP-Hard*, não foi possível resolver problemas com maiores dimensões, assim, aplicou-se apenas a casos de pequeno porte, com no máximo oito clientes sendo atendidos, dois tipos de veículos e quatro faixas de distância.

Os testes computacionais foram realizados com um computador Intel Core i5-2520M 2.5GHz, com 3,41GB de memória RAM e resolvidos pelo software CPLEX 12.5 com interface OPL. Os testes foram realizados sem alteração das configurações padrão dos parâmetros.

A Tabela 3.4 mostra a comparação entre os resultados gerados a partir do modelo proposto e os obtidos com os procedimentos da empresa durante o roteamento das suas entregas. A primeira coluna (*Instância*) identifica a instância e a segunda coluna (*Número de clientes (n)*) representa o número total de clientes no problema. A próxima coluna (*Custo Real*) mostra o valor pago pela empresa em unidades monetárias para cada instância, enquanto a coluna seguinte (*Custo Modelo*) mostra o valor ótimo obtido através do modelo MILP. Os valores foram multiplicados por uma constante para preservar dados da empresa. A redução obtida utilizando o modelo em comparação com os custos reais é apresentada na coluna *Redução (%)*. O tempo de processamento para cada problema é inferior a 15 segundos.

Como pode ser observado, nas oito instâncias testadas o modelo proposto trouxe reduções significativas de custos comparados com o que a empresa obteve.

A redução foi, em média, de 38,3%, sendo que a maior diferença é de 53%. É possível notar que, quanto maior o tamanho do problema, maior é a redução de custo propiciada pelo modelo.

<i>Instância</i>	<i>Número de clientes (n)</i>	<i>Custo Real</i>	<i>Custo Modelo</i>	<i>Redução (%)</i>
1	5	2.372	1.485	37,4
2	5	2.372	1.380	41,8
3	6	2.040	1.750	14,2
4	6	2.827	1.750	38,1
5	6	2.827	1.750	38,1
6	6	5.428	3.256	40,0
7	8	2.653	1.485	44,0
8	8	3.190	1.500	53,0

Tabela 3.4: Instâncias reais testadas no modelo

Para ilustrar a resolução do modelo matemático, é apresentada detalhadamente, a seguir, a instância 3. Trata-se da distribuição na Região Metropolitana do Rio de Janeiro para clientes em seis cidades diferentes ($n = 6$), cada um recebe veículos durante seus dois turnos diários (16 horas por dia, das 6:00 às 22:00). O armazém de onde partem os veículos funciona 24 horas por dia. A Figura 3.12 mostra um diagrama com o armazém e clientes da instância testada.

Figura 3.12: Diagrama da distribuição dos pontos de demanda (clientes) e armazém do exemplo apresentado

Na tabela 3.5 os dados dos clientes são apresentados. A primeira coluna (i) identifica o cliente enquanto a seguinte (*Cidade*) descreve a cidade na qual ele se encontra. Na coluna seguinte está descrita a demanda (q_i) em quilogramas e, em seguida, o tempo de serviço (s_i) de cada cliente. Para estimar o tempo de serviço, calcula-se que ele seja composto por uma parte fixa e outra variável conforme a quantidade de produto descarregada. Para cada tonelada de produto descarregado é necessário uma hora. Ao tempo de descarga, adicionam-se duas horas fixas para identificação do motorista, apresentação de documentação necessária e manobra do veículo. Completando a tabela são apresentados o início (e_i) e fim (l_i) da janela de tempo de cada um dos clientes.

i	<i>Cidade</i>	q_i	s_i	e_i	l_i
0	Rio de Janeiro	0	0	0	24
1	Duque de Caxias	8.436	10	6	18
2	Itaguaí	171	2	6	18
3	Magé	1.112	3	6	18
4	Nova Iguaçu	1.854	4	6	18
5	Queimados	1.322	3	6	18
6	São Gonçalo	950	3	6	18

Tabela 3.5 – Dados de demanda e janelas de tempo dos clientes.

Para as entregas contrata-se a frota de um operador logístico que disponibiliza dois tipos de veículos ($K = 2$), com custo determinado em quatro faixas de distância ($F = 4$). Os dados da frota de veículos e seus respectivos custos escalonados estão apresentados na Tabela 3.6. A faixa $F = 4$, quando o custo se torna variável, se inicia na distancia de 180km ($W_4 = 180$), e seu custo variável C_{kF} é de $C_{14} = 7,9$ para veículo truque e $C_{24} = 14,2$ para carreta.

Tipo de veículo (k)		1- Truque	2- Carreta
Capacidade (a_k)		10.000	23.000
Faixa (f)	Início Faixa (W_f)	Custo (C_{kf})	
1	0	530	850
2	50	795	955
3	120	970	1060

Tabela 3.6 – Dados de veículos utvbilizados na instância de exemplo.

A distância entre cada cliente e o armazém é calculada com base na distância rodoviária entre as cidades. Para calcular o tempo de viagem, estimou-se que os veículos trafegam em média a 30 km/h, por se tratar de uma região metropolitana, com trânsito lento e semáforos. Na Tabela 3.7 são apresentadas as distâncias (d_{ij}), em quilômetros, e os tempos (t_{ij}), em horas, de traslado entre os clientes. É importante ressaltar que, como se trata de uma frota de um terceiro, o veículo não deve retornar para o armazém, sendo assim, somente é cobrado o serviço até a entrega ser concluída no último cliente. Para representar esta característica sem prejuízo à formulação proposta, consideramos as distâncias e tempos de qualquer ponto para o armazém iguais a zero.

d _{ij} / t _{ij}							
i/j	0	1	2	3	4	5	6
0	0 / 0	21 / 1	67 / 3	59 / 2	35 / 2	48 / 2	28 / 1
1	0 / 0	0 / 0	56 / 2	43 / 2	19 / 1	33 / 2	41 / 2
2	0 / 0	56 / 2	0 / 0	94 / 4	44 / 2	48 / 2	87 / 3
3	0 / 0	43 / 2	94 / 4	0 / 0	51 / 2	64 / 3	38 / 2
4	0 / 0	19 / 1	44 / 2	51 / 2	0 / 0	22 / 1	55 / 2
5	0 / 0	33 / 2	48 / 2	64 / 3	22 / 1	0 / 0	68 / 3
6	0 / 0	41 / 2	87 / 3	38 / 2	55 / 2	68 / 3	0 / 0

Tabela 3.7 – Tempo e distância entre os clientes.

Para este exemplo, a solução ótima foi obtida em 1,02 segundos e gerou duas rotas, conforme diagrama da Figura 3.13 e Tabelas 3.8 e 3.9.

Figura 3.13: Diagrama do roteamento ótimo para este problema.

Rota	Pontos Visitados	Demanda (Kg)	Tipo Veículo	Distância (km)	Faixa	Custo
1	0 – 5 – 4 – 2	3.347	1 - Truque	114	2	795
2	0 – 6 – 3 – 1	10.498	2 - Carreta	109	2	955

Tabela 3.8 – Rotas geradas na solução ótima.

Rota 1		Rota 2	
Cliente	Início de Atendimento	Cliente	Início de Atendimento
5	6	6	6
4	10	3	11
2	16	1	16

Tabela 3.9 – Horário de início de atendimento dos clientes na solução ótima.

Na tabela 3.8 pode se observar que o veículo da rota 1 atende uma demanda de 3,4 mil quilogramas, pode utilizar um caminhão truque ($k = 1$), e percorre uma distância na segunda faixa de distância ($f = 2$). Já o veículo da rota 2 atende uma demanda pouco superior ao limite de capacidade de um caminhão truque, sendo necessário utilizar uma carreta ($k = 2$), a distância se mantém na segunda faixa ($f = 2$). Na tabela 3.9 nota-se que a solução ótima respeita as janelas de tempo nos clientes, ficando claro que a solução ótima respeita todas as restrições. O custo total de 1750 unidades monetárias é 14,2% inferior à solução realizada pelo cliente, a um custo de 2040.

Como pode ser observado neste exemplo, e por todo o conjunto de instâncias usado na avaliação do modelo e apresentado na Tabela 3.4, o modelo matemático traz reduções de custo significativas se comparado ao praticado pela empresa com seus recursos atuais. O benefício se torna maior conforme a complexidade dos problemas aumenta.

As instâncias testadas tinham no máximo oito clientes sendo atendidos por apenas dois tipos de veículos. Essas quantidades são reduzidas se comparadas com situações cotidianas da empresa que forneceu os dados. Existem dias em que o roteamento deve ser feito para mais de quatrocentos clientes, distribuídos em mais de oitenta cidades, além de uma grande variedade de veículos que as diferentes

transportadoras podem oferecer a seus clientes. Para poder solucionar problemas maiores, e mais próximos à realidade da indústria e comparáveis com a literatura, portanto, é necessário o desenvolvimento de um procedimento heurístico que deve trazer soluções muito boas em um tempo aceitável, mas não garantidamente será a solução ótima.

4 Heurísticas Propostas

Conforme apresentado nos capítulos anteriores, o FSMVRPTWSC é *NP-Hard*, portanto, apesar da proposição de uma formulação *PLIM* ter se mostrado eficaz em buscar soluções ótimas para o problema no capítulo 3, isto somente é possível para problemas de pequeno porte. Para a solução de problemas maiores, coerentes com a realidade das empresas que realizam roteamento de seus veículos, um método heurístico pode fornecer uma boa solução, mas não garantidamente a ótima, em um tempo razoável de processamento. Portanto, neste capítulo serão propostos e testados métodos heurísticos para solução deste problema.

Primeiramente, na Seção 4.1, é apresentada a ideia geral dos métodos. Em seguida, na Seção 4.2, os métodos são detalhados passo a passo. Os critérios que diferenciam os métodos são descritos na Seção 4.3. Devido ao ineditismo do problema na literatura, não existem problemas de referência para esse problema, portanto instâncias foram geradas para avaliar os métodos, cujo processo de geração está descrito na Seção 4.4. Finalmente, as avaliações dos métodos são apresentadas e analisadas na Seção 4.5.

4.1 Visão Geral

Os métodos heurísticos desenvolvidos neste trabalho são do tipo construtivo sequencial e seguem a mesma rotina. As rotas são criadas uma por vez até se chegar ao limite da capacidade do maior veículo ou até que a adição de mais um cliente à rota não seja mais possível devido às janelas de tempo, ou por não ser mais favorável de acordo com os critérios de inserção.

Os métodos são baseados nas heurísticas de inserção sequencial proposta por Dullaert *et al.*(2002) para o FSMVRPTW. Essas também são adaptações da heurística das inserções de Solomon (1987) para o problema VRPTW.

Antes de iniciar o procedimento principal, deve existir uma pré-inicialização, cujo objetivo é garantir que todos os clientes a serem atendidos tenham demanda inferior à capacidade do maior veículo disponível. Isso é feito criando-se rotas exclusivas com o veículo de maior capacidade disponível para os clientes cuja

demanda é superior à capacidade destes. Este procedimento deve se repetir até que a demanda remanescente em todos os clientes seja inferior à capacidade do maior veículo.

Após a pré-inicialização, inicia-se o processo iterativo. As rotas são criadas e expandidas uma por vez. A cada iteração avaliam-se todos os clientes viáveis a serem adicionados na rota em construção conforme o benefício obtido com sua adição.

A avaliação da viabilidade de adição de um cliente a uma rota é feita pela restrição de capacidade do veículo e de respeito às janelas de tempo. A adição de um cliente na rota acresce sua demanda à mesma e esta não deve exceder a capacidade do maior veículo. Além disso, o tempo de atendimento a esse cliente, que leva em conta o tempo adicional de translado e o de serviço, não deve comprometer o atendimento das janelas de tempo dos clientes já alocados. O cliente que se mostrar inviável de ser adicionado à rota em construção é desconsiderado. Não existe a possibilidade de excluir um cliente na rota para que outro não roteado seja adicionado.

Em seguida, para os clientes viáveis, é avaliado o benefício da adição destes na rota. Esta ponderação é dada a partir de dois critérios, C1 e C2.

O critério C1 avalia o impacto negativo na rota devido a essa adição. O valor desta variável não é somente o custo adicional gerado, mas também pela combinação de diversos fatores que incidem na rota. Por exemplo, o critério pode ponderar entre o aumento do custo de frete com o aumento no tempo total da rota, da distância e da demanda total. Este é um critério que quanto menor, melhor. C1 é calculado na inserção do cliente em todas as posições possíveis da rota e, a partir dele, se escolhe a posição que gerar o menor valor para seguir com o método.

Já o critério C2 avalia o benefício obtido com a possível adição do cliente à rota. Ele é dado pela economia que se faz em evitar uma rota exclusiva para atendê-lo se comparada ao valor de C1. Caso o valor de C1 deste cliente for maior que o de C2, a inserção do cliente não vale a pena e deve ser desconsiderada. De todos os clientes viáveis, o cliente de maior C2 positivo é escolhido para a inserção. Caso não exista cliente com C2 positivo, nenhum cliente é adicionado.

O procedimento é repetido enquanto existirem pontos não roteados viáveis e cuja adição traga benefícios ($C2 > 0$). Quando estes se esgotarem, uma nova rota é iniciada. Quando não existirem mais clientes não roteados, a heurística é encerrada.

Por se tratar de um método heurístico de inserção com critérios preparados para os custos escalonados, os métodos serão denominados Heurística de Inserção com Custos Escalonados e serão identificados pela sigla SCI (*Scaled Cost Insertion Heuristics*).

4.2 Etapas do Procedimento

O método heurístico consiste em quatro etapas, que serão detalhadas a seguir. O procedimento segue a metodologia geral de Solomon (1987) e que foi utilizada também por Dullaert *et al.* (2002) para o FSMVRPTW.

Na fase de pré-inicialização, para todos os clientes i cuja demanda é superior à capacidade do maior veículo ($q_i > a_K$), atribua tantas viagens de ida e volta do armazém $(0,i,0)$ quanto for necessário com o maior veículo disponível até que a demanda remanescente neste cliente seja igual ou inferior à do maior veículo.

Após esse ajuste, siga para o procedimento:

- **Etapa 1:** Inicie uma nova rota escolhendo o cliente ainda não atendido mais distante do armazém. Caso não exista nenhum cliente ainda não atendido, *encerre o procedimento*. Caso exista pelo menos um cliente não roteado, faça uma rota “ida e volta” com o veículo de menor capacidade possível que atenda à sua demanda e marque esse cliente como já atendido.
- **Etapa 2:** Verifique quais clientes podem entrar na rota, ou seja, que possuem uma demanda que pode ser atendida pela diferença entre a demanda total da rota e a capacidade do maior veículo. Se houver pelo menos um cliente nessas condições, siga para a *Etapa 3*, senão retorne à *Etapa 1*;
- **Etapa 3:** Para os clientes selecionados na Etapa 2, calcule o critério C1 para cada um e, em seguida, o respectivo C2 (cálculos indicados na Seção 4.3). Se pelo menos um cliente possuir C2 positivo, siga para a *Etapa 4*. Caso todos tenham C2 negativo, retorne à *Etapa 1*;

- **Etapa 4:** Escolha o cliente que possuir o maior valor de C2 e insira-o na rota em construção na posição que este gerou o menos C1. Marque este cliente como já roteado e volte à *Etapa 2*.

A Figura 4.1 mostra no formato de fluxograma a sequência de etapas da metodologia empregada.

Figura 4.1 – Fluxo geral das heurísticas propostas dividido em quatro etapas.

O pseudocódigo dos métodos pode ser encontrado no Anexo A.

4.3 Definição dos Critérios de Economia para Inserção

Os critérios $C1$ e $C2$ são os que determinam a viabilidade ou não de uma adição de cliente em uma rota em formação, conforme explicado na Seção 4.1.

As diferentes formas de se obter os seus valores diferenciam as heurísticas propostas. Desta forma, para cada uma das heurísticas, é apresentada a seguir a forma de cálculo de $C1$ e $C2$. Os critérios de cálculo propostos neste trabalho são baseados nos apresentados por Dullaert *et al.* (2002) para o FSMVRPTW, portanto, primeiro serão explicados os critérios da metodologia ACS, para então definir as metodologias propostas nesta dissertação.

4.3.1 Critérios Originais da Heurística ACS para o FSMVRPTW

O problema analisado por Dullaert *et al.* (2002) possui custos fixos conforme o tipo de veículo utilizado e lineares conforme a distância percorrida, além de restrições de janelas de tempo e capacidades de cada veículo. Desta forma, o problema tem a formulação dos critérios $C1$ e $C2$ considerando essas características. Para melhor identificar os critérios $C1$ e $C2$ utilizados no método ACS de Dullaert *et al.* (2002), serão doravante denominados $C1^D$ e $C2^D$.

O critério $C1^D$ é calculado a partir da soma de três componentes, $C1_1^D$ referente ao aumento da distância total da rota, $C1_2^D$ referente à variação no tempo de roteamento e $C1_3^D$ referente ao aumento de custo causado pela possível troca de veículo que executa a rota. O impacto desses três elementos no cálculo de $C1^D$ é balanceado pelos fatores α_1 , α_2 e α_3 . A obtenção de $C1^D$ para um dado cliente u é dado pelo menor valor de $C1^D$ calculado para todas as posições possíveis na rota.

$$C1^D(u) = \min[C1^D(i_{p-1}, u, i_p)] \quad p = 1, \dots, m$$

Onde i_{p-1} e i_p são pontos adjacentes na rota em construção e m é o tamanho total da rota. $C1^D$ é o menor $C1^D(i_{p-1}, u, i_p)$ calculado entre todos os pontos da rota em construção que for possível sua adição.

$$C1^D(i, u, j) = \alpha_1 C1_1^D(i, u, j) + \alpha_2 C1_2^D(i, u, j) + \alpha_3 C1_3^D(i, u, j), \quad \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \geq 0$$

onde:

$C1_1^D$: Aumento da distância total da rota, onde μ é um fator de balanceamento entre o aumento da distância pela ligação entre os pontos i e j ao ponto u , dados por d_{iu} e d_{uj} , e a redução de distância por não mais haver o trajeto entre i e j , dado por d_{ij} .

$$C1_1^D(i, u, j) = d_{iu} + d_{uj} - \mu d_{ij}, \quad \mu \geq 0$$

$C1_2^D$: Aumento no tempo de início do serviço no cliente imediatamente após u , onde b_j é o momento de início do serviço em j antes da inserção do ponto u e b_j^{new} é o novo instante de início do serviço do veículo em j após esta inserção;

$$C1_2^D(i, u, j) = b_j^{new} - b_j$$

$C1_3^D$: Aumento no custo fixo devido à necessidade de troca do tipo de veículo que percorre a rota como consequência do aumento da demanda a ponto de ser necessário um veículo maior para atendê-la. Como mencionado na revisão bibliográfica, é no cálculo de $C1_3$ que Dullaert *et al.* (2002) dividem seu método em três heurísticas distintas. Aqui abordamos o ACS, onde $C1_3^D$ é a diferença de custos fixos quando se troca o tipo de veículo. Utilizando a notação apresentada no capítulo 3, C_{k1} é o custo fixo do menor veículo que atende a demanda da rota e C_{k1}^{new} é o custo fixo do menor veículo que atende a rota após adicionar a demanda o cliente u .

$$C1_3^D(i, u, j) = C_{k1}^{new} - C_{k1}$$

O critério $C2^D$ valoriza o benefício de adicionar o cliente u à rota, a partir da comparação entre fazer uma entrega exclusiva ao cliente u e o critério $C1$. Na ACS, os valores a serem somados são a distância e o tempo entre o armazém e o cliente (dados por d_{0u} e t_{0u}), o tempo de serviço nesse cliente (s_u) e o custo fixo do menor veículo que atenda a demanda deste cliente, dado por $C_{k1}(q_u)$. Desta soma subtrai-se $C1^D(u)$. λ é um fator que tem o objetivo de calibrar $C2$.

$$C2^D(u) = \lambda(d_{0u} + t_{0u}) + s_u + C_{k1}(q_u) - C1^D(u) \quad \lambda \geq 0$$

4.3.2 Heurística de Inserção com Custos Escalonados 1 (SCI1)

A heurística SCI1 parte do trabalho de Dullaert *et al.* (2002) e adapta a heurística ACS para tratar adequadamente os custos escalonados. A heurística ACS, detalhada na seção 4.3.1, é a mais direta evolução do método de Clark e Wright (1964), permitindo uma adaptação para os custos escalonados de maneira eficiente.

No cálculo do critério $C1$, SCI1 seguirá a mesma fórmula que o método ACS, com exceção do elemento $C1_3$ neste método, referente à variação de custo fixo, que reflete a mudança na faixa de custo, gerada ou por mudança no tipo de veículo

(variação em k) ou de faixa distância (variação em f) e não apenas o custo fixo do veículo.

Desta forma, $C1$ para esta heurística será doravante denominado $C1^{S1}$ e pode ser definido da seguinte forma:

$$C1^{S1}(u) = \text{Min}[C1^{S1}(i_{p-1}, u, i_p)] \quad p = 1, \dots, m$$

$$C1^{S1}(i, u, j) = \alpha_1 C1_1^{S1}(i, u, j) + \alpha_2 C1_2^{S1}(i, u, j) + \alpha_3 C1_3^{S1}(i, u, j) \quad \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \geq 0$$

$$C1_1^{S1}(i, u, j) = d_{iu} + d_{uj} - d_{ij}$$

$$C1_2^{S1}(i, u, j) = b_j^{new} - b_j$$

$$C1_3^{S1}(i, u, j) = P_{new}^v - P^v$$

É possível notar, na formulação de $C1^{S1}$, que esta possui a mesma formulação que $C1^D$, explicada na Seção 4.3.1, com exceção de $C1_3^{S1}$. Neste caso, ele se dá pela diferença entre P^v , o custo total do veículo que executa a rota com a demanda e distância anterior à adição de u , e P_{new}^v , o custo de veículo que executa a rota com a adição da demanda de u e o aumento de distância da rota decorrente da adição dele entre os clientes i e j .

$C2^{S1}$ deve seguir os mesmos critérios adotados de ACS, porém adaptado aos custos escalonados como foi feito em $C1_3^{S1}$. Desta forma, ao invés de considerar o custo fixo do menor veículo que executa a rota exclusiva entre o armazém e o cliente, ele levará em conta o custo total do veículo que faz essa rota de acordo com os custos de frete escalonado. Esse custo é dado por $P(0, u, 0)$. Portanto, $C2^{S1}$ terá a seguinte forma:

$$C2^{S1}(u) = \beta_1 d_{0u} + \beta_2 (t_{0u} + s_u) + \beta_3 P(0, u, 0) - C1^{S1}(u) \quad \beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0$$

Onde β_1 , β_2 e β_3 são fatores para balancear elementos de $C2^{S1}$ de distância (β_1), tempo (β_2) e custo (β_3).

4.3.3 Heurística de Inserção com Custos Escalonados 2 (SCI2)

A Heurística SCI2 busca solucionar o problema tendo em vista as características específicas do problema abordado. É importante enfatizar que o objetivo do FSMVRPTWSC é minimizar o custo de uma rota desde que factível

dentro das janelas de tempo e capacidade dos veículos. Como o custo é dado de forma fixa para cada tipo de veículo em cada faixa de distância, as variações da distância e do custo fixo não mais devem ser consideradas separadamente, já que ambos os elementos são parte do mesmo custo. Partindo dessa constatação não é mais interessante separar $C1$ e $C2$ em três elementos – distância, tempo e custo fixo –, mas sim em dois elementos - custo e tempo.

Para diferenciar a notação das metodologias, os critérios $C1$ e $C2$ da SCI2 serão doravante denominados $C1^{S2}$ e $C2^{S2}$. Tendo em vista a explicação do método, o cálculo de $C1^{S2}$ pode ser formulado da seguinte forma:

$$C1^{S2}(u) = \text{Min}[C1^{S2}(i_{p-1}, u, i_p)] \quad p = 1, \dots, m$$

Onde i_{p-1} e i_p são pontos adjacentes na rota em construção e m é o tamanho total da rota. Portanto, essa notação deixa claro que $C1^{S2}$ será dado pelo menor $C1^{S2}(i_{p-1}, u, i_p)$ calculado entre todos os pontos da rota em construção que for possível sua adição.

$$C1^{S2}(i, u, j) = \alpha_1 C1_1^{S2}(i, u, j) + \alpha_2 C1_2^{S2}(i, u, j) \quad \alpha_1, \alpha_2 \geq 0$$

Onde α_1, α_2 são fatores para balancear o peso da variação do custo fixo (dado por $C1_1^{S2}$) e da variação do tempo de roteamento ($C1_2^{S2}$).

$$C1_1^{S2}(i, u, j) = P_{new}^v - P^v$$

Onde P^v é o custo de frete do veículo que executa a rota com a demanda e distância anterior à adição de u e P_{new}^v é o custo de frete do veículo que executa a rota com a adição da demanda de u e o aumento de distância da rota decorrente da adição dele entre os clientes i e j .

$$C1_2^{S2}(i, u, j) = b_j^{new} - b_j$$

Onde b_j é o momento de início do serviço em j antes da inserção do ponto u e b_j^{new} é o novo instante de início do serviço do veículo em j após esta inserção;

Seguindo a lógica adotada no critério $C1^{S2}$, o critério $C2^{S2}$ também não considera a distância, somente a economia em custo e tempo.

$$C2^{S2}(u) = \beta_1 P(0, u, 0) + \beta_2 (t_{0u} + s_u) - C1^{S2}(u) \quad \beta_1, \beta_2 \geq 0$$

Onde $P(0, u, 0)$ é o custo total do veículo que faz uma viagem exclusiva entre o armazém e o cliente u . t_{0u} e s_u são, respectivamente, o tempo de traslado desta rota exclusiva e o tempo de serviço em u . β_1 e β_2 são fatores para balancear o impacto de custo e tempo na formulação de $C2^{S2}$.

4.3.4 Heurística de Inserção com Custos Escalonados 3 (SCI3)

SCI2 tem a vantagem de possuir uma abordagem objetiva dos elementos que compõem o FSMVRPTWSC. Entretanto, esse tratamento pode ser excessivamente direto, perdendo refinamento na escolha de qual cliente adicionar. Em uma situação, por exemplo, em que a adição de dois candidatos não mude a faixa de custos, ou seja, para os dois candidatos $P_{new}^v - P^v = 0$, SCI2 não tem condições de determinar adequadamente o melhor cliente a adicionar. Desta forma pode acabar por adicionar um cliente que levará a distância total até o limite da faixa de distância, enquanto outro poderia ainda deixar espaço na mesma faixa, que seria uma oportunidade de adicionar mais um cliente na rota na próxima iteração sem alterar o custo.

Com o objetivo de permitir à heurística ter visibilidade dessas situações, foi proposta a heurística SCI3. Ela é semelhante a SCI2, com a adição de um terceiro elemento a $C1$. Esse elemento, $C1_3$, é a diferença entre o fim da faixa de distância e a distância total da rota após a adição do cliente candidato. Seu valor é subtraído do total de $C1$, desta forma, quanto mais unidades de distância ainda estiverem disponíveis para futuras inserções de outros clientes na faixa de distância após a adição de um cliente à rota, menor o valor de $C1$ desse cliente. Com esse elemento reduzindo o valor total do critério, existe um aumento na atratividade de um cliente quando comparado a outro que está na mesma faixa de distância, mas o aumento de distância é maior. $C1_3$ deve ser considerado mesmo quando a adição do cliente gerar mudança na faixa de distância na qual a rota está inserida, já que o custo dessa mudança de faixa já está considerado no critério $C1_1$.

Para a heurística SCI3, $C1$ será doravante chamado $C1^{S3}$, assim como $C2$ será denominado $C2^{S3}$. Os critérios terão a seguinte formulação:

$$C1^{S3}(u) = \text{Min}[C1^{S3}(i_{p-1}, u, i_p)] \quad p = 1, \dots, m$$

$$C1^{S3}(i, u, j) = \alpha_1 C1_1^{S3}(i, u, j) + \alpha_2 C1_2^{S3}(i, u, j) - \alpha_3 C1_3^{S3}(i, u, j) \quad \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \geq 0$$

$$C1_1^{S3}(i, u, j) = P_{new}^v - P^v$$

$$C1_2^{S3}(i, u, j) = b_j^{new} - b_j$$

$$C1_3^{S3}(i, u, j) = D_{new}^v - W_{f+1} \quad \text{se } f < F$$

$$C1_3^{S3}(i, u, j) = 0 \quad \text{se } f = F$$

$$C2^{S3}(u) = \beta_1 P^v(0, u, 0) + \beta_2 (t_{0u} + s_u) - C1^{S3}(u) \quad \beta_1, \beta_2 \geq 0$$

Onde $C1_1^{S3}$ e $C1_2^{S3}$ são idênticos aos elementos de SCI2. O terceiro elemento de $C1^{S3}$, $C1_3^{S3}$, é dado pela diferença entre a distância total da rota após a adição do cliente u , dado por D_{new}^v , e o início da faixa de distância seguinte à qual está esta distância total, dada por W_{f+1} . Caso a distância total nova esteja na última faixa de distância, o elemento $C1_3^{S3}$ tem valor zero. A ponderação entre fatores deve ser feita com o uso dos índices α_1 , α_2 e α_3 .

O índice C2 não é alterado em relação a SCI2.

4.3.5 Resumo das Heurísticas Propostas

Para solucionar o FSMVRPTWSC, as três heurísticas propostas foram implementadas, SCI1, SCI2, SCI3, além do método ACS de Dullaert *et al.* (2002) para permitir comparar a efetividade dos métodos. Como mencionado nas seções anteriores, as quatro heurísticas seguem a mesma rotina de execução, com a diferença entre elas restrita aos critérios C1 e C2. Para auxiliar o leitor, a tabela 4.1 apresenta um resumo dos critérios em cada uma das heurísticas.

Heurística	C1 (i,u,j)	C2 (u)
ACS	$C1^D = \alpha_1 C1_1^D + \alpha_2 C1_2^D + \alpha_3 C1_3^D$ $C1_1^D = d_{iu} + d_{uj} - \mu d_{ij}$ $C1_2^D = b_j^{new} - b_j$ $C1_3^D = C_{k1}^{new} - C_{k1}$	$C2^D = \lambda(d_{0u} + t_{0u}) + s_u + C_{k1}(q_u) - C1^D$
SCI1	$C1^{S1} = \alpha_1 C1_1^{S1} + \alpha_2 C1_2^{S1} + \alpha_3 C1_3^{S1}$ $C1_1^{S1} = d_{iu} + d_{uj} - d_{ij}$ $C1_2^{S1} = b_j^{new} - b_j$ $C1_3^{S1} = P_{new}^v - P^v$	$C2^{S1} = \beta_1 d_{0u} + \beta_2(t_{0u} + s_u) + \beta_3 P^v(0, u, 0) - C1^{S1}$
SCI2	$C1^{S2} = \alpha_1 C1_1^{S2} + \alpha_2 C1_2^{S2}$ $C1_1^{S2} = P_{new}^v - P^v$ $C1_2^{S2} = b_j^{new} - b_j$	$C2^{S2} = \beta_1 P^v(0, u, 0) + \beta_2(t_{0u} + s_u) - C1^{S2}$
SCI3	$C1^{S3} = \alpha_1 C1_1^{S3} + \alpha_2 C1_2^{S3} - \alpha_3 C1_3^{S3}$ $C1_1^{S3} = P_{new}^v - P^v$ $C1_2^{S3} = b_j^{new} - b_j$ $C1_3^{S3} = D_{new}^v - W_{f+1} \quad se \ f < F$ $C1_3^{S3} = 0 \quad se \ f = F$	$C2^{S3} = \beta_1 P^v(0, u, 0) + \beta_2(t_{0u} + s_u) - C1^{S3}$

Tabela 4.1: Resumo das heurísticas propostas e respectivos critérios C1 e C2.

4.4 Geração de Instâncias

O conjunto de instâncias no qual os métodos propostos são avaliados foi gerado com base tanto nas instâncias apresentadas na literatura como nos casos reais dos testes computacionais utilizados com o modelo PLIM. As instâncias com base na literatura são adaptações das 168 instâncias propostas por Liu e Chen (1999) para o FSMVRPTW. Em seu trabalho, os autores fazem a primeira abordagem formal deste tipo de problema e, para testar os métodos propostos, adaptam as 56 instâncias geradas por Solomon (1987) para o VRPTW adicionando a elas diferentes tipos de veículos com capacidades e custos fixos para cada um.

4.4.1 Origem das Instâncias-Base

Solomon (1987) gerou as instâncias com o objetivo de simular cenários próximos à realidade no roteamento de veículos, incluindo características como diferentes distribuições geográficas, demandas e janelas de tempo. Foram geradas 56 instâncias com 100 clientes cada, como já mencionado no capítulo 2, agrupadas em seis grupos de acordo com características de distribuição geográfica dos clientes

- aleatoriamente distribuídos no espaço (problemas do tipo *R*), pré-agrupados (tipo *C*) e o cenário intermediário entre os dois (tipo *RC*) – e de janelas de tempo disponível para entregas - apertadas (problemas do tipo 1) e folgadas (tipo 2). Combinando as duas características, foram obtidos os grupos R1, C1, RC1, R2, C2 e RC2. Para cada grupo existe uma quantidade determinada de instâncias. As características de cada grupo e número de instâncias (apresentado entre parênteses) de cada um são apresentadas na Tabela 4.2.

	R: Clientes distribuídos uniformemente no espaço;	C: Clientes agrupados no espaço	RC: Clientes semi-agrupados no espaço;
1: Janelas de tempo apertadas	R1 (12)	C1 (9)	RC1 (8)
2: Janelas de tempo largas	R2 (11)	C2 (8)	RC2 (8)

Tabela 4.2: Características dos grupos de instâncias de Solomon (1987) para o VRPTW.

Essas instâncias geradas por Solomon (1987) são referência para todos os trabalhos posteriores sobre VRPTW e foram adaptadas para avaliar a efetividade de algoritmos em outros tipos de problemas apresentados na literatura.

Para gerar instâncias para o FSMVRPTW, Liu e Shen (1999) adicionaram, em cada grupo de instâncias, diversos tipos de veículos com capacidades e custos fixos diferentes para atender aos clientes em cada grupo. Os autores, porém, não apresentam os critérios e métodos para sua geração. Nesta adaptação, cada grupo de clientes recebeu um grupo de veículos dividido em três cenários – *a*, *b* e *c* - que variam somente no custo fixo. Desta forma, para cada instância gerada por Solomon (1987), existem três instâncias de Liu e Shen (1999). O total de instâncias para o FSMVRTW é 168. A Tabela 4.3 apresenta esta proposição.

Essas instâncias são amplamente utilizadas como referência para avaliar heurísticas para o FSMVRPTW. Ainda assim, algumas críticas podem ser feitas a essa metodologia de novas instâncias.

Grupo	Veículo	Capacidade	Custo Fixo		
			a	b	c
R1	1	30	50	10	5
	2	50	88	16	8
	3	80	140	28	14
	4	120	250	50	25
	5	200	500	100	50
C1	1	100	300	60	30
	2	200	800	160	80
	3	300	1.350	270	135
RC1	1	40	60	12	6
	2	80	150	30	15
	3	150	300	60	30
	4	200	450	90	45
R2	1	300	450	90	45
	2	400	700	140	70
	3	600	1.200	240	120
	4	1.000	2.500	500	250
C2	1	400	1.000	200	100
	2	500	1.400	280	140
	3	600	2.000	400	200
	4	700	2.700	540	270
RC2	1	100	150	30	15
	2	200	350	70	35
	3	300	550	110	55
	4	400	800	160	80
	5	500	1.100	220	110
	6	1.000	2.500	500	250

Tabela 4.3: Características dos veículos nas instâncias para o FSMVRPTW gerados por Liu e Shen (1999).

A primeira se refere às unidades. Nestas instâncias, tempo, distância e custos têm a mesma unidade. É sabido que na realidade cada um tem sua medida própria como, por exemplo, no sistema internacional de medidas, tempo é medido em segundos e distância em metros. Custos são determinados de acordo com a moeda corrente. A conversão de distância para tempo depende da velocidade em que o veículo se desloca, o que raramente será 1 metro por segundo (3,6 km/h, velocidade muito lenta para transportes). A conversão de distância ou tempo para dinheiro é ainda mais complexa e varia conforme características da estrutura de capital da empresa dona da frota, das características dos equipamentos utilizados no transporte, salários de motoristas e ajudantes, condições das vias e até mesmo do preço dos concorrentes. Além disso, diferentes veículos, com diferentes custos fixos, têm custos variáveis idênticos, o que numa situação real é pouco provável. Se for comparado, por exemplo, um VUC (veículo urbano de carga) com uma carreta, os

dois têm custos fixos e capacidades de transporte muito diferentes, mas o custo variável é sensivelmente inferior no VUC.

A segunda crítica foi feita por Dullaert *et al.* (2002). Alinhada com a primeira crítica, a da relação 1:1 entre as diferentes unidades de medida e iguais para todos os veículos, eles criticam a estrutura de custos criada. Tomando como exemplo o veículo 1, do grupo R1, na estrutura de custos c , o seu custo fixo é de 5 unidades monetárias, o que é equivalente ao custo variável de 5 unidades de tempo. Como a janela de tempo do armazém é 230, isso significa que em apenas 2% do tempo de roteamento o custo variável já se torna superior ao custo fixo. Conforme Dullaert *et al.* (2002), a relação entre essas dimensões se mostra incoerente com dados reais, em que o custo fixo tem impacto superior ao do custo variável, sendo necessário percorrer longas distâncias para que o custo variável tenha impacto significativo comparado ao custo fixo.

Apesar destas críticas, as instâncias criadas por Liu e Shen (1999) são amplamente utilizadas para o FSMVRPTW, portanto serão adaptadas para o custo escalonado e utilizadas no FSMVRPTWSC.

4.4.2 Adaptações

Para manter as instâncias do FSMVRPTWSC compatíveis com as de Liu e Shen (1999), algumas propriedades serão preservadas:

- Os clientes terão a mesma localização e distância (d_{ij}) entre si, demanda (q_i) e janelas de tempo ($[e_i, l_i]$) que as geradas por Solomon (1987);
- O número de tipos de veículos (K) e suas respectivas capacidades (a_k) serão mantidos conforme proposta de Liu e Shen (1999);

As alterações que serão feitas nos dados das instâncias serão aplicadas à aos custos dos veículos. A estratégia será tornar escalonada a estrutura linear de custos, sem alterar suas propriedades básicas.

Para atender a essa estratégia, determina-se que o custo de cada faixa de distância será igual ao que seria cobrado na estrutura de custos linear para a distância inicial da faixa. Ou seja, $C_{kf} = CF_k + W_f$ para qualquer f , sendo que CF_k é o custo fixo de um veículo k na estrutura de custos de Liu e Shen (1999).

Como a primeira faixa de distância sempre se inicia em zero ($W_1 = 0$), o custo fixo de um veículo das instâncias de Liu & Shen (1999) será equivalente ao custo primeira faixa de distância deste mesmo veículo na proposta desta dissertação ($C_{k1} = CF_k$ para todo k). Desta forma, para definir os custos C_{kf} , basta determinar W_f para todas as instâncias. A Figura 4.2 auxilia a compreensão do conceito aplicado.

Figura 4.2: Esquema gráfico da conversão de custo linear para escalonado utilizado para criação de instâncias do FSMVRPTWSC.

Para a definição dos parâmetros W_f de cada instância:

- Determinar W_F , ou seja, o início da última faixa de distância;
- Determinar F , o número de faixas de distância de cada instância;
- Finalmente, determinar cada W_f dividindo a distância até W_F para cada f .

Para determinar o valor de W_F , os seguintes passos foram tomados.

Primeiro foi analisada a distância máxima que um veículo pode percorrer com os dados utilizados de cada grupo de instâncias. Pela relação 1:1 entre distância e tempo, e como toda rota deve se iniciar e encerrar no armazém, essa distância máxima seria um valor menor ou igual à janela de tempo do armazém. Naturalmente, não é esperado que nenhum veículo consiga fazer isso, pois existe tempo despendido no serviço em cada cliente, portanto essa distância máxima é um limitante superior que não deve ser nunca atingido.

Em seguida, para determinar W_F analisou-se quanto, do tempo total do problema, o veículo poderia estar de fato em trânsito, gerando aumento na distância

percorrida na rota, e não em serviço no cliente. Essa informação deve ser uma estimativa, uma vez que esse tempo varia conforme a rota feita pelo problema. O tempo estimado máximo de trânsito para cada grupo de instância foi definido como W_F . Desta forma ainda é possível que algum veículo chegue a essa última faixa F , mas será uma minoria.

Essa análise foi feita para cada grupo de instâncias com características semelhantes de distribuição espacial de clientes. Nos grupos do tipo “R”, eles estão uniformemente separados, o que gera rotas com viagens mais longas entre clientes na média e, portanto, o veículo demanda mais tempo entre viagens que atendendo os clientes. Já nos grupos do tipo “C” os clientes estão agrupados, permitindo rotas em que é possível atender um número maior de clientes com um traslado muito curto e, assim, na média, consome-se mais tempo em atendimento no cliente que em traslado. Os grupos do tipo “RC” são exatamente o meio-termo entre os dois grupos. A partir dessas características dos grupos, determinou-se W_F para cada um (“R”, “C” e “RC”). As etapas do cálculo foram as seguintes:

- Primeiro levantou-se (1) a distância máxima do problema, dada pela janela de tempo do armazém;
- Em seguida, determinou-se (2) a distância média entre clientes e (3) o tempo médio de serviço em cada um. A soma destes valores determina (4) o tempo total médio para atender cada cliente da instância;
- Dividindo-se (1) por (4), obtém-se (5) o número médio de clientes que uma rota pode atender.
- Multiplicando (5) por (3), obtém-se (6) o tempo médio gasto por cada veículo em serviço em clientes.
- Subtraindo (6) de (1) temos o tempo estimado máximo que um veículo passa em trânsito, ou seja o valor de W_F .

A determinação de F para cada instância foi feita observando exemplos práticos encontrados. Observou-se que não é usual mais de 5 ou 6 faixas de distância. Além disso, o tamanho das faixas tende a aumentar conforme a distância total percorrida aumenta. Por exemplo, as faixas seriam de 0 a 10, 10 a 25, 25 a 50, 50 a 100, 100 a 200 e a faixa de custo contínua se iniciaria em 200. Finalmente, em

situações reais é raro que um veículo chegue a atingir a última faixa de distância, na qual o custo se torna linear.

As instâncias do grupo “1” (R1, C1 e RC1), que possuem janelas de tempo curtas, não permitem longas rotas, portanto devem possuir um menor número de faixas de distância que os de janela de tempo longas do grupo “2” (R2, C2 e RC2). Assim, determinou-se que problemas do grupo 1 terão quatro faixas de custo fixo, além da última de custo linear, enquanto as do grupo 2 terão cinco.

Após determinar W_F e o total de faixas de cada problema, foi possível determinar o início das outras faixas ($W_1, W_2, \dots, W_{F-1}$). Isso é feito pela divisão da distância até W_F em tamanhos crescentes de acordo com o número determinado para aquele grupo. Assim teremos que $W_{f-1} < W_f < W_{f+1}$, para qualquer $1 < f < F$. A seguir temos um resumo passo a passo da determinação das faixas de distância W_f com seus respectivos resultados.

- W_F foi determinado, conforme a análise explicada anteriormente, para cada grupo de instância:
 - Problemas do tipo “R” (R1 e R2): Última faixa será 25% da distância total da rota;
 - Problemas do tipo “RC” (RC1 e RC2): Última faixa será 20% da distância total da rota;
 - Problemas do tipo “C” (C1 e C2): Última faixa será 70% da distância total da rota;
- A quantidade de faixas de distância é determinada conforme o tipo de instância:
 - Problemas do tipo “1” (R1, C1 e RC1) terão quatro faixas de custo escalonado, além da última faixa, de custo linear;
 - Problemas do tipo “2” (R2, C2 e RC2) terão cinco faixas de custo escalonado, além da última faixa, de custo linear;
- Como já citado, o tamanho das faixas é crescente. O aumento de tamanho de uma faixa em relação à sua precedente é constante;
- Os inícios de cada faixa de distância (W_f) de cada instância foram arredondados para um múltiplo de dez para facilitar a leitura.

Os valores de W_f resultantes deste processo para cada grupo de instâncias ficaram conforme a Tabela 4.4. As tabelas finais de custos C_{kf} para cada grupo de instância estão disponíveis no ANEXO B.

<i>Instância</i>		<i>Faixa de distância (f)</i>					
		<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
R2	% da distância total	10,0%	12,5%	15,0%	17,5%	20,0%	25,0%
	W_f	0	100	230	380	560	760
C2	% da distância total	4,0%	5,0%	6,0%	7,0%	8,0%	70,0%
	W_f	0	140	310	510	750	1020
RC2	% da distância total	8,0%	12,0%	16,0%	20,0%	24,0%	20,0%
	W_f	0	80	200	350	540	770
R1	% da distância total	15,0%	17,5%	20,0%	22,5%	25,0%	
	W_f	0	30	70	120	170	
C1	% da distância total	6,0%	7,0%	8,0%	9,0%	70,0%	
	W_f	0	70	160	260	370	
RC1	% da distância total	14,0%	18,0%	22,0%	26,0%	20,0%	
	W_f	0	30	70	120	180	

Tabela 4.4 – Início das faixas de distância.

4.5 Experimentos Computacionais

Nesta seção apresentaremos os resultados obtidos nos testes computacionais das heurísticas propostas. Elas serão aplicadas às 168 instâncias adaptadas da literatura apresentadas na seção anterior e aos problemas reais da indústria alimentícia descritos na Seção 3.3.

As metodologias foram implementadas na linguagem C e os testes computacionais realizados com um computador Intel Core i5-252M 2.5GHz, com 3,41GB de memória RAM.

É notável que em todas as heurísticas existem índices α e β que compõem as fórmulas dos critérios C1 e C2. A escolha do valor desses índices somente é limitada a valores positivos e tem como objetivo balancear o impacto das diferentes dimensões como custo, tempo, distância e capacidade em sua formulação. Portanto, além de representar a prioridade que um aspecto tem em relação ao outro, é importante levar em conta as unidades de medida entre cada característica do problema. Por exemplo, nas instâncias adaptadas de Solomon (1987) a relação entre todas as dimensões é de 1:1, já nas instâncias baseadas no caso real, temos

uma relação diferente entre cada característica, como a velocidade média de 30 km/h.

Desta forma, os índices α e β para os problemas reais terão diferentes valores que nas instâncias adaptadas da literatura. Seus valores foram calibrados por testes preliminares. O Anexo C apresenta alguns resultados destas avaliações.

O critério para avaliar a qualidade de uma heurística será o custo total do problema. Como explicado anteriormente, o FSMVRPTWSC somente ocorre em casos de terceirização da frota, em que a indústria prepara seu próprio roteamento e utiliza os veículos de uma empresa terceira que, por sua vez, cede os veículos cobrando valores escalonados por faixas de distância percorrida. Deste modo fica claro que o interesse de quem contrata esse frete, além de ter todos os clientes atendidos, é pagar o mínimo valor possível. Portanto não serão analisados o número de veículos, a distância percorrida ou o tempo de roteamento, apenas o custo total.

4.5.1 Experimentos com Instâncias da Literatura Adaptados

As instâncias adaptadas da literatura, geradas conforme descrito na seção 4.4, foram solucionadas usando as quatro heurísticas, as três propostas neste trabalho e a ACS.

Feitas essas considerações, os resultados de testes com as instâncias da literatura adaptadas podem ser observados na Tabela 4.5 e na Tabela 4.6. Os valores de α e β utilizados em cada uma das heurísticas que geraram os resultados apresentados nas tabelas são os seguintes.

- SCI1: $\alpha_1 = 0,2$, $\alpha_2 = 0,2$, $\alpha_3 = 1,0$, $\beta_1 = 0,5$;
- SCI2: $\alpha_1 = 0,8$, $\alpha_2 = 0,2$, $\beta_1 = 0,2$, $\beta_2 = 0,8$;
- SCI3: $\alpha_1 = 0,7$, $\alpha_2 = 0,1$, $\alpha_3 = 0,2$, $\beta_1 = 0,4$, $\beta_2 = 0,1$;
- ACS: $\alpha_1 = 1,0$, $\alpha_2 = 1,0$, $\alpha_3 = 1,0$, $\beta_1 = 1,0$.

Grupo	Número de Instâncias	Quantidade				% Grupo			
		SCI1	SCI2	SCI3	ACS	SCI1	SCI2	SCI3	ACS
R1	36	0	9	28	0	0,0	25,0	77,8	0,0
R1a	12	0	5	8	0	0,0	41,7	66,7	0,0
R1b	12	0	1	11	0	0,0	8,3	91,7	0,0
R1c	12	0	3	9	0	0,0	25,0	75,0	0,0
C1	27	6	2	20	0	22,2	7,4	74,1	0,0
C1a	9	6	2	2	0	66,7	22,2	22,2	0,0
C1b	9	0	0	9	0	0,0	0,0	100,0	0,0
C1c	9	0	0	9	0	0,0	0,0	100,0	0,0
RC1	24	0	2	22	0	0,0	8,3	91,7	0,0
RC1a	8	0	2	6	0	0,0	25,0	75,0	0,0
RC1b	8	0	0	8	0	0,0	0,0	100,0	0,0
RC1c	8	0	0	8	0	0,0	0,0	100,0	0,0
C2	24	2	7	16	0	8,3	29,2	66,7	0,0
C2a	8	0	6	2	0	0,0	75,0	25,0	0,0
C2b	8	2	1	6	0	25,0	12,5	75,0	0,0
C2c	8	0	0	8	0	0,0	0,0	100,0	0,0
R2	33	15	8	16	1	45,5	24,2	48,5	3,0
R2a	11	0	7	3	1	0,0	63,6	27,3	9,1
R2b	11	7	0	5	0	63,6	0,0	45,5	0,0
R2c	11	8	1	8	0	72,7	9,1	72,7	0,0
RC2	24	10	7	9	0	41,7	29,2	37,5	0,0
RC2a	8	4	5	1	0	50,0	62,5	12,5	0,0
RC2b	8	2	1	5	0	25,0	12,5	62,5	0,0
RC2c	8	4	1	3	0	50,0	12,5	37,5	0,0
Total	168	33	35	111	1	19,6	20,8	66,1	0,6

Tabela 4.5 – Número de Instâncias que cada heurística obteve o melhor resultado.

Figura 4.3 – Porcentagem de melhores resultados sobre o total de instâncias dos quatro métodos agrupados pela característica de janelas de tempo das instâncias.

A tabela 4.5 mostra, do número total de instâncias (*Instâncias*) para cada grupo (*Grupo*), em quantas delas cada método apresentou a melhor solução (*Quantidade*) e quanto que isso representa em relação ao total de instâncias do grupo (*% Grupo*). É importante observar que, em algumas instâncias houve empate entre duas ou mais heurísticas, nesses casos ambos são contabilizados na quantidade de melhores soluções. As linhas sombreadas apresentam o total dos subgrupos de instâncias, por exemplo, os números na linha R1 são a soma de R1a, R1b e R1c.

A Figura 4.3 apresenta os dados presentes na Tabela 4.5 de maneira gráfica, agrupando os dados conforme as características das janelas de tempo das instâncias, ou seja, a porcentagem total de melhores soluções para instâncias de janela de tempo apertadas (R1, C1, RC1), de janela de tempo folgadas (R2, C2 e RC2) e o total desses dois grupos.

A Tabela 4.6 compara os valores médios do custo total obtido a partir de cada um dos métodos, em cada conjunto de dados. Os valores em negrito são as melhores médias obtidas para cada grupo de instâncias. Enquanto a Tabela 4.5 permite a avaliação da eficácia das heurísticas, a Tabela 4.6 fornece uma análise da qualidade da solução fornecida através dos métodos analisados. Todas as heurísticas analisadas apresentaram tempos de execução semelhantes, variando entre 0,03 e 0,06 segundos por instância.

A Figura 4.4 apresenta os dados presentes na Tabela 4.6 de maneira gráfica, agrupando os dados conforme as características das janelas de tempo das instâncias, ou seja, o custo médio total para instâncias de janela de tempo apertadas (R1, C1, RC1), de janela de tempo folgadas (R2, C2 e RC2) e o total desses dois grupos.

<i>Grupo de Instâncias</i>	<i>SCI1</i>	<i>SCI2</i>	<i>SCI3</i>	<i>ACS</i>
R1	3.126,2	2.479,7	2.389,8	3.329,0
R1a	5.065,0	4.116,7	4.097,5	5.064,0
R1b	2.346,9	1.829,5	1.668,2	2.625,8
R1c	1.966,6	1.492,8	1.390,0	2.297,2
C1	3.606,1	3.739,3	3.386,9	3.799,3
C1a	6.893,3	6.986,7	6.984,4	7.377,8
C1b	2.347,8	2.582,2	2.007,8	2.352,2
C1c	1.577,2	1.648,9	1.168,3	1.667,8
RC1	4.498,5	3.367,3	3.168,8	3.932,0
RC1a	6.828,6	5.541,8	5.367,5	6.085,0
RC1b	3.566,4	2.475,2	2.261,3	3.088,8
RC1c	3.100,5	2.085,0	1.877,6	2.622,1
R2	2.208,8	2.093,6	2.084,1	3.350,0
R2a	4.649,1	4.054,5	4.280,0	5.096,4
R2b	1.250,0	1.415,5	1.265,5	2.708,2
R2c	703,6	810,9	706,8	2.245,5
C2	3.735,0	3.299,2	3.310,0	4.020,0
C2a	8.111,3	6.553,8	7.095,0	8.361,3
C2b	1.905,0	2.013,8	1.860,0	2.262,5
C2c	1.188,8	1.330,0	967,5	1.436,3
RC2	2.015,4	2.132,3	2.032,3	3.796,8
RC2a	4.023,8	3.993,8	4.090,0	4.923,8
RC2b	1.221,3	1.445,0	1.198,8	3.490,1
RC2c	801,3	958,1	808,1	2.976,6
Média	2.742,8	2.800,5	2.694,1	3.660,4

Tabela 4.6 – Valores médios das soluções por grupo de instância.

Figura 4.4 – Valores médios das soluções dos quatro métodos agrupados pela característica de janelas de tempo das instâncias.

A partir dessas tabelas e gráficos é possível notar que a heurística SCI3 tem desempenho claramente superior aos outros métodos quando aplicada às instâncias de janela de tempo mais apertada (R1, C1 e RC1). Nos três grupos dessa característica, esse método apresenta a melhor solução para mais de 80% das instâncias e tem a menor média de custos, sendo 7,2% inferior à heurística SCI2, 25,5% à SCI1 e 29,6% se comparado ao ACS.

É interessante apontar que o cenário de janelas apertadas é o mais próximo à realidade vivida por empresas. Isso se deve às limitações da jornada de trabalho de motoristas e ajudantes, restrições de veículos pesados em determinados horários em cidades e algumas vias, além do horário em que clientes estão disponíveis para carga e descarga. Portanto, para esse cenário com tempo sendo um importante limitante ao roteamento, a heurística SCI3 permite realizar os atendimentos com o menor custo total.

Já nas instâncias de janelas de tempo mais folgadas (R2, C2 e RC2), SCI3 também proporciona os melhores resultados no geral, porém menos dominante do que observado nos cenários tipo “1”. Nesses grupos, o método obtém a melhor solução em 51% dos problemas. Os custos médios nesses casos estão mais próximos, apesar de SCI3 ter o menor custo médio, este somente é 1,3% inferior ao custo médio de SCI2 e 7,2% inferior ao de SCI1. ACS, novamente tem o pior desempenho, gerando custos 50,4% maiores que SCI3.

Como citado anteriormente, a avaliação da heurística ACS, sem qualquer adaptação para os custos escalonados de frete, nas instâncias adaptadas para os custos escalonados, tem o objetivo de verificar se existe um benefício claro em utilizar métodos específicos para o FSMVRPTWSC ou se um método que não leve em conta custos escalonados teria desempenho semelhante. Os resultados mostram que o ACS somente traz o melhor resultado para uma instância das 168 testadas. O custo médio gerado por este método é o pior dos quatro testados, com valor médio 36% mais caro ao método que trouxe menor custo, o SCI3, e 31% superior à média do penúltimo melhor método, o SCI2.

Desta forma, fica clara a relevância das heurísticas propostas, ou seja, métodos específicos para criar rotas que levem em conta a estrutura de cobrança de frete por custos escalonados podem obter redução de custo para o cliente.

No desempenho geral dos métodos nessas 168 instâncias, SCI3 tem o melhor resultado, tanto pelos valores médios como pelo número de instâncias nas quais obteve o melhor valor. Portanto, com base nesses experimentos, pode se concluir que é benéfico propor uma heurística que explora as características do problema, fazendo uma abordagem direta aos fatores geradores de custos, mas que, ainda assim tem sensibilidade a outros fatores, como variações de distância.

4.5.2 Experimentos com Instâncias Reais

Com o objetivo de avaliar o desempenho das heurísticas em situações reais, elas também foram avaliadas nas mesmas instâncias em que o modelo PLIM foi testado. Apesar das instâncias geradas a partir de adaptações da literatura terem sido preparadas para se assemelharem ao máximo às situações reais, a avaliação em instâncias fornecidas por uma empresa permite conhecer a qualidade da solução em situações práticas e que já conhecemos o custo ótimo conforme o capítulo 3. A desvantagem desta avaliação é que são casos muito pequenos, de no máximo oito clientes e apenas dois tipos de veículos.

A Tabela 4.7 apresenta os resultados desses experimentos. As primeiras duas colunas mostram o número de referência de cada instância (Inst.) e o número correspondente de clientes. Todas as instâncias têm dois tipos de veículos e quatro faixas de distância, como explicado no Capítulo 3. O valor pago pela empresa está na coluna *Custo Real* e o custo ótimo obtido pelo modelo na coluna *Custo Ótimo*. As colunas seguintes apresentam os custos obtidos com cada método heurístico e a diferença relativa do valor ótimo ($Var^{ót}$) e do valor real (Var^{real}) para o melhor resultado dos métodos aplicados. Os valores de α e β utilizados em cada uma das heurísticas que geraram os resultados apresentados nas tabelas são os seguintes:

- SCI1: $\alpha_1 = 1,0$, $\alpha_2 = 1,0$, $\alpha_3 = 1,0$, $\beta_1 = 1,0$;
- SCI2: $\alpha_1 = 1,0$, $\alpha_2 = 1,0$, $\beta_1 = 1,0$, $\beta_2 = 1,0$;
- SCI3: $\alpha_1 = 1,0$, $\alpha_2 = 1,0$, $\alpha_3 = 1,0$, $\beta_1 = 1,0$, $\beta_2 = 1,0$;
- ACS: $\alpha_1 = 1,0$, $\alpha_2 = 1,0$, $\alpha_3 = 1,0$, $\beta_1 = 1,0$.

<i>Inst.</i>	<i>n</i>	<i>Custo Real</i>	<i>Custo Ótimo</i>	<i>SCI1</i>	<i>SCI2</i>	<i>SCI3</i>	<i>ACS</i>	<i>Melhor Heurística Var^{ót}</i>	<i>Var^{real}</i>
1	5	2.372,0	1.485,0	1.485,0	1.645,0	1.645,0	1.645,0	0,0	37,4
2	5	2.372,0	1.380,0	1.645,0	1.645,0	1.645,0	1.645,0	16,1	30,6
3	6	2.038,7	1.750,0	1.765,0	1.765,0	1.765,0	1.765,0	0,8	13,4
4	6	2.827,2	1.750,0	2.129,6	1.925,0	1.925,0	1.925,0	9,1	31,9
5	6	2.827,2	1.750,0	2.129,6	1.925,0	1.925,0	1.925,0	9,1	31,9
6	6	5.429,7	3.256,0	4.016,0	3.786,0	3.786,0	4.079,6	14,0	30,3
7	8	2.652,5	1.485,0	1.855,0	1.485,0	1.485,0	1.485,0	0,0	44,0
8	8	3.190,3	1.500,0	1.632,6	1.590,0	1.590,0	1.590,0	5,7	50,2

Tabela 4.7 – Resultados obtidos em solução de problemas reais com as heurísticas.

Os resultados apresentados na Tabela 4.7 deixam claro que os métodos propostos geram custos consideravelmente inferiores aos praticados pela empresa, com redução média de 34% e chegando a 50% no melhor caso. Portanto, fica claro que o método gera reduções de custo significativas se aplicado nos roteamentos feitos pela empresa. Na comparação com o valor ótimo, é notável que o valor obtido pelo método é razoável, com diferença em média de 7% e obtendo a solução ótima em dois casos.

Os métodos, nessas instâncias, têm comportamentos semelhantes. Os métodos SCI2 e SCI3 trouxeram valores idênticos nos oito casos e muito próximos aos obtidos por SCI1 e ACS. Isso se deve ao tamanho pequeno das instâncias, desejável para que fosse possível aplicar o modelo matemático. O fato dos resultados serem muito próximos entre si mostra consistência nos métodos na resolução dos problemas, principalmente quando se observa que as soluções têm boa qualidade.

5 Conclusões

O problema abordado nesta dissertação é o FSMVRPTWSC, problema de roteamento de veículos com frota mista, janelas de tempo para atendimento em clientes e custos escalonados. Ao contrário do tradicional, não há custo linear, mas sim uma tabela de custos fixos de acordo com tipo de veículo e faixas de distância percorrida.

Conforme observado na revisão bibliográfica esse problema está alinhado à tendência de enriquecer o problema de roteamento de veículos com características que o torne mais próximo à realidade vivida pelas empresas. Os custos escalonados estão presentes na indústria como decorrência da terceirização de frota que realiza as entregas. O frete das entregas efetuadas é cobrado pelo parceiro logístico a partir de uma tabela com custos fixos para cada faixa de distância percorrida por cada veículo de cada tipo. Como verificado, a utilização de operadores logísticos e esta forma de cobrança de frete são amplamente conhecidas e aplicadas na indústria, porém não foram encontrados trabalhos publicados que abordem este problema. Desta forma, a proposta deste trabalho foi elaborar métodos para solucionar este problema.

Neste trabalho são apresentados um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) e três métodos heurísticos. Para a avaliação do modelo, oito instâncias reais foram utilizadas e, para fins de comparação, também aplicadas às heurísticas. Para avaliação dos métodos, 168 instâncias da literatura para o FSMVRPTW foram adaptadas para FSMVRPTWSC. Além disso, a heurística ACS, criada para solucionar o FSMVRPTW, foi testada nas instâncias adaptadas para comparação com os três métodos propostos.

Nos testes com instâncias reais, o modelo PLIM apresentou custos substancialmente inferiores aos obtidos pela empresa que forneceu os dados. Nestes mesmos casos os métodos heurísticos apresentaram bons resultados, sempre inferiores aos da empresa e próximos aos valores ótimos obtidos pelo modelo. Devido à complexidade do problema, os testes foram limitados a problemas de pequenas dimensões.

Quando aplicadas às instâncias geradas, todas as versões da heurística SCI apresentam resultados satisfatórios, com desempenho superior ao método ACS. Esses resultados confirmam a importância de abordar o problema com métodos que explorem suas características. Dentre os métodos apresentados, SCI3 foi o que apresentou melhores resultados no conjunto total de instâncias. Nas instâncias em que as janelas de tempo são mais apertadas, o domínio da heurística SCI3 se torna mais evidente. Para problemas com janelas de tempo folgadas, os três métodos trazem bons resultados, sendo SCI3 ainda superior aos outros métodos, porém por uma diferença menor.

Portanto, o modelo PLIM e as heurísticas apresentadas mostraram ser capazes de resolver o FSMVRPTWSC com resultados de boa qualidade além de superiores ao observados em casos reais e superiores a resultados obtidos por outros métodos, não idealizados diretamente para os custos escalonados. Assim, é possível afirmar que este trabalho atingiu seus objetivos.

As heurísticas propostas resolveram problemas de dimensões consideráveis, cem clientes, em diferentes configurações de disposição no espaço, cinco ou seis faixas de distância e até seis diferentes tipos de veículos. Esses problemas têm características semelhantes ao que é encontrado no dia a dia de empresas quando preparam o roteamento de entregas para seus clientes. Considerando que o tempo de execução dos métodos foi inferior a um segundo e os resultados satisfatórios, fica claro que são métodos que podem ser aplicados à rotina das empresas. Uma continuação deste trabalho pode ser a adaptação dos métodos para o uso em empresas, a partir de uma interface amigável ou inserindo o método em softwares de roteamento.

6 Bibliografia

BASSI, S. Pesquisa operacional aplicada à área de logística de transportes rodoviários em projetos de grande porte. **Trabalho de Formatura** - Escola Politécnica, USP. São Paulo, 2009.

BELFIORE P., YOSHIZAKI H.T.Y. A scatter search for a real-life heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and split deliveries in Brazil. **European Journal of Operational Research**, 119, p. 750-758, 2009.

CHRISTOFIDES N.; EILON S. An algorithm for the vehicle-dispatching problem. **Operational Research Quaterly**, 20 No 3, p. 309–318, 1969.

CLARKE G.; WRIGHT J. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. **Operations Research**, 12, p. 568–581, 1964.

DANTZIG G.B.; RAMSER, The truck dispatching problem, **Management Science**, 6, 80-91, 1959.

DELL'AMICO, M.; MONACHI, M.; PAGANI, C.; VIGO, D.; Heuristic approaches for the FSMVRP with time windows, **Transportation Science**, 41, 516–526, 2007.

DESROCHERS, M.; VERHOOG, T. W.; A new heuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, 18, 263-274, 1991.

DULLAERT, W.; JANSSENS, G.K.; SÖERENSEN, K.; VERNIMMEN, B. New heuristics for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. **Jornal of the Operational Research Society**, 53, 1232 – 1238, 2002.

GHIANI, G.; LAPORTE, G.; MUSMANNO, R. **Introduction to Logistic Systems Planning and Control**, Ed. Wiley, 2004.

GILLET, B., MILLER, L. A heuristic algorithm for the vehicle dispatching problem. **Operations Research**, 22, 340-349, 1974.

GOLDEN, B.L.; ASSAD, A.; LEVY, L.; GHEYSENS, F. The fleet size and mix vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, 11, 49-66, 1984.

HOFF, A.; ANDERSSON H.;CHRISTIANSEN, M.;HASLE, G.;LOKKETAGEN, A. Industrial aspects and literature survey: fleet composition and routing **Computers and Operations Research**. 37, 2041-2061, 2010.

LIEB, R.; BENTZ, B. The use of third party logistics services by large american manufacturers, the 2004 survey. **Transportation Journal**, 43, 2004.

LIU, F.H., SHEN, S.Y. The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. **Journal of Operational Research Society**, 50, 721–732, 1999.

SOLOMON, M.M. algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints. **Operations Research**, 35, 254-265, 1987.

TAN, K.C., LEE, L.H., ZHU, Q.L., OU, K. Heuristics methods for vehicle routing problem with time windows. **Artificial Intelligence in Engineering**, 15, 281-295, 2001.

WINSTON, W. L. **Operations Research – Applications and Algorithms**. Ed. Thomson, 2004.

ZANAKIS, S.H., EVANS, J.R., VAZACOPOULOS, A.A. Heuristic methods and applications: a categorized survey. **European Journal of Operational Research**, 43, 88-110, 1989.

APÊNDICE A – Exemplo de Tabela de Custos Escalonados

TABELA DE FRETE RODOVIÁRIO INTERIOR DA BAHIA

MASSAS, BISCOITOS E FARINHA DOMÉSTICA

		TIPOS DE VEÍCULOS		
DESTINOS (Km)		3/4	TOCO	TRUCK
BAHIA		FRETE R\$	FRETE R\$	FRETE R\$
0	100	R\$ 350	R\$ 470	R\$ 675
101	150	R\$ 450	R\$ 590	R\$ 745
151	200	R\$ 550	R\$ 650	R\$ 870
201	250	R\$ 645	R\$ 760	R\$ 995
251	300	R\$ 745	R\$ 855	R\$ 1.105
301	350	R\$ 840	R\$ 960	R\$ 1.230
351	400	R\$ 855	R\$ 1.070	R\$ 1.350
401	450	R\$ 945	R\$ 1.175	R\$ 1.475
451	500	R\$ 1.035	R\$ 1.270	R\$ 1.580
501	550	R\$ 1.110	R\$ 1.375	R\$ 1.700
551	600	R\$ 1.200	R\$ 1.480	R\$ 1.820
601	650	R\$ 1.290	R\$ 1.585	R\$ 1.945
651	700	R\$ 1.350	R\$ 1.655	R\$ 2.020
701	750	R\$ 1.435	R\$ 1.755	R\$ 2.140
751	800	R\$ 1.520	R\$ 1.860	R\$ 2.260
801	850	R\$ 1.610	R\$ 1.960	R\$ 2.375
851	900	R\$ 1.695	R\$ 2.065	R\$ 2.495
901	950	R\$ 1.760	R\$ 2.145	R\$ 2.585
951	1.000	R\$ 1.845	R\$ 2.245	R\$ 2.700
1.001	1.100	R\$ 1.920	R\$ 2.335	R\$ 2.800
ACIMA	1.101,00	R\$2,20/ Km	R\$2,30/ Km	R\$2,60/ Km

OS FRETES SERÃO PAGOS COM BASE NA QUILOMETRAGEM DA ROTEIRIZAÇÃO, ATÉ A ÚLTIMA CIDADE DA ROTA, CONFORME GUIA 4 RODAS

ACIMA 1051 Km O VALOR DO FRETE SERÁ PAGO APENAS POR Km RODADA, NÃO EXISTE VALOR FIXO POR VEÍCULO

VALORES MÁXIMOS PERMITIDOS

VALORES PARA FRETES ATÉ 20 ENTREGAS, ACIMA DISTO R\$ 5,00 POR ENTREGA

PARA CARGAS REFRIGERADAS ACRESCENTAR 10 % NO FRETE

NOS VALORES ACIMA JÁ ESTÃO INCLUSOS SEGURO DA CARGA, TAXAS, PEDÁGIOS

EXCLUSO ICMS E ISS

DIÁRIAS E REENTREGAS SÓ SERÃO PAGAS MEDIANTE APRESENTAÇÃO NO CTRC / NF DE SERVIÇO DO N° DA SENHA DE OCORRÊNCIA

--	--	--

GERENTE DE LOGÍSTICA

GERENTE REGIONAL DE LOGÍSTICA

DIRETORIA COMERCIAL

ANEXO A – Pseudo Código das Heurísticas SCI

```

1  Faça
2    Maior_Distância = 0; Mais_Distante = 0
3    para i = 1 até N, i++
4      se Cliente_Atendido[ i ] = 0 e Distância [ i ][ 0 ] > Maior_Distância então
5        Maior_Distância = Distância [ i ][ 0 ]
6        Mais_Distante = i
7    se Mais_Distante > 0 então
8      Criar_Nova_Rota( i )
9      faça
10       Cliente_Adicionado = 0; Possíveis_Clientes = 0
11       Capacidade_Disponível = Capacidade[ K ] – Demanda_Rota [ v ]
12       para i = 1 até N, i++
13         se Cliente_Atendido[ i ] = 0 e Demanda[ i ] < Capacidade_Disponível então
14           Candidato[Possíveis_Clientes] = i
15           Possíveis_Clientes ++
16       se Possíveis_Clientes > 0 então
17         MenorC1 = M; MaiorC2 = 0; Cliente_MaiorC2 = 0
18         para i = 0 até Possíveis_Clientes
19           Posição_Rota = 1
20           enquanto Posição_Rota < Tamanho_Rota faça
21             C1 = CalcularC1(Candidato[ i ], Posição_Rota)
22             se C1 < MenorC1 então
23               MenorC1 = C1
24               Melhor_Posição = Posição_Rota
25             Posição_Rota ++
26         se MenorC1 < M então
27           C2[ i ] = CalcularC2(Candidato[ i ], MenorC1)
28           se C2[ i ] > MaiorC2 então
29             MaiorC2 = C2[ i ]
30             Cliente_MaiorC2 = Candidato[ i ]
31             Posição_MelhorC2 = Melhor_Posição
32         se MaiorC2 > 0 então
33           Adicionar_a_Rota ( Cliente_MaiorC2, Posição_MaiorC2 )
34           Cliente_Adicionado = 1
35       enquanto Cliente_Adicionado = 1
36 enquanto Mais_Distante > 0

```

Funções do pseudo-código:

- *Criar_Nova_Rota (i)*
 - Entrada: cliente *i*;
 - Saída: nova rota exclusiva para o cliente *i* com o menor veículo possível.

- *CalcularC1(i , p)*
 - Entrada: cliente *i*, posição *p* na rota em desenvolvimento;
 - Saída: valor de C1 conforme o método aplicado.
- *CalcularC2(i , C1)*
 - Entrada: cliente *i*, valor de C1 desse cliente;
 - Saída: valor de C2 conforme o método aplicado.
- *Adicionar_a_Rota (i , p)*
 - Entrada: cliente *i*, posição *p* na rota em desenvolvimento;
 - Saída: rota em desenvolvimento com o cliente *i* adicionado à posição *p*.

ANEXO B – Parâmetros W_f e C_{kf} para cada grupo de instâncias

R1	Faixa:		W_1	W_2	W_3	W_4	W_5
	Distância:		0	35	75	125	180
Veículo	Capacidade	C_{k1}	C_{k2}	C_{k3}	C_{k4}	C_{k5}	
a	1	30	50	85	160	285	465
	2	50	88	123	198	323	503
	3	80	140	175	250	375	555
	4	120	250	285	360	485	665
	5	200	500	535	610	735	915
b	1	30	10	45	120	245	425
	2	50	16	51	126	251	431
	3	80	28	63	138	263	443
	4	120	50	85	160	285	465
	5	200	100	135	210	335	515
c	1	30	5	40	115	240	420
	2	50	8	43	118	243	423
	3	80	14	49	124	249	429
	4	120	25	60	135	260	440
	5	200	50	85	160	285	465

C1	Faixa:		W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6
	Distância:		0	150	320	520	740	990
Veículo	Capacidade	C_{k1}	C_{k2}	C_{k3}	C_{k4}	C_{k5}	C_{k6}	
a	1	100	300	450	770	1.290	2.030	3.020
	2	200	800	950	1.270	1.790	2.530	3.520
	3	300	1.350	1.500	1.820	2.340	3.080	4.070
b	1	100	60	210	530	1.050	1.790	2.780
	2	200	160	310	630	1.150	1.890	2.880
	3	300	270	420	740	1.260	2.000	2.990
c	1	100	30	180	500	1.020	1.760	2.750
	2	200	80	230	550	1.070	1.810	2.800
	3	300	135	285	605	1.125	1.865	2.855

R2	Faixa:		W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6
	Distância:		0	120	260	420	600	800
Veículo	Capacidade	C_{k1}	C_{k2}	C_{k3}	C_{k4}	C_{k5}	C_{k6}	
a	1	300	450	570	830	1.250	1.850	2.650
	2	400	700	820	1.080	1.500	2.100	2.900
	3	600	1.200	1.320	1.580	2.000	2.600	3.400
	4	1.000	2.500	2.620	2.880	3.300	3.900	4.700
b	1	300	90	210	470	890	1.490	2.290
	2	400	140	260	520	940	1.540	2.340
	3	600	240	360	620	1.040	1.640	2.440
	4	1.000	500	620	880	1.300	1.900	2.700
c	1	300	45	165	425	845	1.445	2.245
	2	400	70	190	450	870	1.470	2.270
	3	600	120	240	500	920	1.520	2.320
	4	1.000	250	370	630	1.050	1.650	2.450

C2	Faixa:		W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6
	Distância:		0	410	880	1.420	2.030	2.710
Veículo	Capacidade	C_{k1}	C_{k2}	C_{k3}	C_{k4}	C_{k5}	C_{k6}	
a	1	400	1.000	1.410	2.290	3.710	5.740	8.450
	2	500	1.400	1.810	2.690	4.110	6.140	8.850
	3	600	2.000	2.410	3.290	4.710	6.740	9.450
	4	700	2.700	3.110	3.990	5.410	7.440	10.150
b	1	400	200	610	1.490	2.910	4.940	7.650
	2	500	280	690	1.570	2.990	5.020	7.730
	3	600	400	810	1.690	3.110	5.140	7.850
	4	700	540	950	1.830	3.250	5.280	7.990
c	1	400	100	510	1.390	2.810	4.840	7.550
	2	500	140	550	1.430	2.850	4.880	7.590
	3	600	200	610	1.490	2.910	4.940	7.650
	4	700	270	680	1.560	2.980	5.010	7.720

RC1	Faixa:		W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅
	Distância:		0	40	85	140	200
Veículo	Capacidade	C _{k1}	C _{k2}	C _{k3}	C _{k4}	C _{k5}	
a	1	40	60	100	185	325	525
	2	80	150	190	275	415	615
	3	150	300	340	425	565	765
	4	200	450	490	575	715	915
b	1	40	12	52	137	277	477
	2	80	30	70	155	295	495
	3	150	60	100	185	325	525
	4	200	90	130	215	355	555
c	1	40	6	46	131	271	471
	2	80	15	55	140	280	480
	3	150	30	70	155	295	495
	4	200	45	85	170	310	510

RC2	Faixa:		W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅
	Distância:		0	155	330	540	770
Veículo	Capacidade	C _{k1}	C _{k2}	C _{k3}	C _{k4}	C _{k5}	
a	1	100	150	305	635	1.175	1.945
	2	200	350	505	835	1.375	2.145
	3	300	550	705	1.035	1.575	2.345
	4	400	800	955	1.285	1.825	2.595
	5	500	1.100	1.255	1.585	2.125	2.895
	6	1.000	2.500	2.655	2.985	3.525	4.295
b	1	100	30	185	515	1.055	1.825
	2	200	70	225	555	1.095	1.865
	3	300	110	265	595	1.135	1.905
	4	400	160	315	645	1.185	1.955
	5	500	220	375	705	1.245	2.015
	6	1.000	500	655	985	1.525	2.295
c	1	100	15	170	500	1.040	1.810
	2	200	35	190	520	1.060	1.830
	3	300	55	210	540	1.080	1.850
	4	400	80	235	565	1.105	1.875
	5	500	110	265	595	1.135	1.905
	6	1.000	250	405	735	1.275	2.045

ANEXO C – Resultados dos índices α e β

A seguir, são apresentados os resultados de alguns testes preliminares para diferentes valores de α e β para as heurísticas SCI1, SCI2 e SCI3. Os testes foram realizados tanto em instâncias geradas a partir da literatura, como nas instâncias reais.

A Tabela C.1 mostra o valor obtido para cada instância real com cada método e com cada combinação de fatores.

As Tabelas C.2, C.3 e C.4 mostram o valor médio para cada grupo de instâncias em cada combinação de fatores alfa e beta. Os valores em negrito são os melhores resultados obtidos por grupo. As linhas em sombreado são a média do grupo de instâncias. Por exemplo, a linha de C1 (sombreada) é o valor médio de C1a, C1b e C1c.

		SCI1			SCI2			SCI3		
Fatores	α_1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
	α_2	1,0	2,0	0,5	1,0	0,5	2,0	1,0	2,0	0,5
	α_3	1,0	1,0	2,0	-	-	-	1,0	1,0	0,5
	β_1	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0	0,5	1,0	0,5	0,5
	β_2	1,0	0,5	0,5	1,0	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5
	β_2	1,0	1,0	1,0	-	-	-	-	-	-
Instância Real	1	1.485,0	1.485,0	1.485,0	1.645,0	1.645,0	1.910,0	1.645,0	1.645,0	1.645,0
	2	1.645,0	1.750,0	1.645,0	1.645,0	1.645,0	1.910,0	1.645,0	1.645,0	1.645,0
	3	1.765,0	1.765,0	1.765,0	1.765,0	1.765,0	2.030,0	1.765,0	1.765,0	1.765,0
	4	2.129,6	2.129,6	2.129,6	1.925,0	2.030,0	2.030,0	1.925,0	2.030,0	2.030,0
	5	2.129,6	2.129,6	2.129,6	1.925,0	2.030,0	2.030,0	1.925,0	2.030,0	2.030,0
	6	4.016,0	4.079,6	4.016,0	3.786,0	3.786,0	3.786,0	3.786,0	3.786,0	3.786,0
	7	1.855,0	1.855,0	1.855,0	2.468,1	1.765,0	1.765,0	1.485,0	1.485,0	1.485,0
	8	1.632,6	1.632,6	1.632,6	1.750,0	1.750,0	1.485,0	1.855,0	1.590,0	1.590,0

Tabela C.1. Resultados das heurísticas propostas para diferentes valores dos fatores α e β nas instâncias reais.

		SCI1						
Fatores	α_1	0,2	0,8	1,0	1,0	0,8	0,5	0,4
	α_2	0,2	0,2	1,0	1,0	0,2	0,5	0,1
	α_3	1,0	0,8	1,0	1,0	0,8	0,5	0,2
	β_1	0,5	0,8	1,0	0,5	0,1	1,0	0,2
	β_2	0,5	0,8	1,0	0,5	0,1	1,0	0,2
	β_3	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Grupo de instâncias	R1	3.126,2	2.919,6	3.098,8	2.980,2	2.950,3	3.610,8	3,977.0
	R1a	5.065,0	5.045,9	5.264,2	5.150,1	5.097,0	5.796,8	6,586.3
	R1b	2.346,9	2.060,1	2.260,8	2.105,7	2.068,1	2.734,0	2,914.6
	R1c	1.966,6	1.652,9	1.771,4	1.685,0	1.685,7	2.301,6	2,430.2
	C1	3.606,1	3.466,7	3.667,6	3.604,4	3.376,1	4.974,1	5,169.2
	C1a	6.893,3	7.080,0	7.255,6	7.095,6	6.907,8	10.357,8	10,685.8
	C1b	2.347,8	2.120,0	2.251,9	2.213,3	2.025,6	2.781,1	3,033.3
	C1c	1.577,2	1.200,0	1.495,2	1.504,4	1.195,0	1.783,3	1,788.3
	RC1	4.498,5	4.325,8	4.146,3	4.034,3	4.465,3	4.575,9	4,711.4
	RC1a	6.828,6	6.690,8	6.847,5	6.684,9	6.870,7	7.400,7	7,431.2
	RC1b	3.566,4	3.403,9	3.033,3	2.914,2	3.528,0	3.467,6	3,609.8
	RC1c	3.100,5	2.882,6	2.558,3	2.504,0	2.997,2	2.859,5	3,093.3
	R2	2.208,8	2.406,2	2.368,3	2.256,7	2.427,6	2.803,6	3,700.6
	R2a	4.649,1	5.272,7	4.960,9	4.573,6	5.295,5	5.550,0	6,734.5
	R2b	1.273,6	1.246,4	1.322,7	1.394,5	1.272,7	1.871,8	2,782.7
	R2c	703,6	699,5	821,4	801,8	714,5	989,1	1,584.5
	C2	3.735,0	3.586,7	3.816,3	3.689,6	3.540,4	3.854,2	4,165.8
	C2a	8.111,3	7.807,5	8.216,3	8.138,8	7.846,3	7.921,3	8,446.3
	C2b	1.905,0	1.867,5	2.067,5	1.920,0	1.825,0	2.191,3	2,460.0
	C2c	1.188,8	1.085,0	1.165,0	1.010,0	950,0	1.450,0	1,591.3
	RC2	2.015,4	2.406,2	2.368,3	2.256,7	2.427,6	2.803,6	3,700.6
	RC2a	4.023,8	5.272,7	4.960,9	4.573,6	5.295,5	5.550,0	6,734.5
	RC2b	1.221,3	1.246,4	1.322,7	1.394,5	1.272,7	1.871,8	2,782.7
	RC2c	801,3	699,5	821,4	801,8	714,5	989,1	1,584.5
Média Geral		3,147.4	3.082,4	3.173,9	3.068,5	3.085,2	3.736,6	4.266,6

Tabela C.2. Resultado dos testes na heurística SCI1 para diferentes valores de α e β .

		SCI2						
Fatores	α_1	0.80	1.00	1.00	1.00	0.80	0.50	0.40
	α_2	0.20	0.50	1.00	1.00	0.20	0.50	0.10
	β_1	0.20	0.50	1.00	0.50	0.10	1.00	0.20
	β_2	0.80	1.00	1.00	0.50	0.40	1.00	0.80
Grupo de instâncias	R1	2.479,7	2.494,5	2.601,9	2.491,8	2.656,8	3.319,7	3.700,9
	R1a	4.116,7	4.351,7	4.394,7	4.265,5	4.807,7	5.376,0	5.924,0
	R1b	1.829,5	1.730,5	1.886,8	1.755,2	1.760,3	2.500,5	2.808,6
	R1c	1.492,8	1.401,3	1.524,1	1.454,8	1.402,3	2.082,5	2.370,1
	C1	3.739,3	3.529,3	3.654,8	3.855,6	3.430,4	5.050,6	5.229,8
	C1a	6.986,7	7.010,0	7.148,9	7.136,7	7.016,7	10.435,6	10.711,1
	C1b	2.582,2	2.183,3	2.386,7	2.661,1	2.048,9	2.843,3	2.965,6
	C1c	1.648,9	1.394,4	1.428,9	1.768,9	1.225,6	1.872,8	2.012,8
	RC1	3.367,3	3.420,9	3.468,0	3.291,7	3.491,1	4.046,5	4.163,5
	RC1a	5.541,8	5.613,3	5.614,6	5.582,5	6.168,8	6.563,9	6.628,7
	RC1b	2.475,2	2.515,7	2.581,2	2.351,8	2.396,5	3.039,7	3.172,4
	RC1c	2.085,0	2.133,7	2.208,1	1.940,9	1.908,0	2.536,1	2.689,6
	R2	2.093,6	2.356,8	2.393,6	2.218,6	3.233,0	2.946,5	3.271,4
	R2a	4.054,5	4.760,0	4.899,1	4.089,1	7.331,8	5.810,0	5.694,5
	R2b	1.415,5	1.504,5	1.462,7	1.694,5	1.564,5	1.958,2	2.420,9
	R2c	810,9	805,9	819,1	872,3	802,7	1.071,4	1.698,6
	C2	3.299,2	3.974,2	4.207,1	3.762,1	3.480,8	4.625,8	4.842,9
	C2a	6.553,8	8.591,3	8.715,0	7.907,5	6.967,5	8.918,8	9.336,3
	C2b	2.013,8	2.030,0	2.508,8	2.128,8	2.267,5	3.078,8	2.996,3
	C2c	1.330,0	1.301,3	1.397,5	1.250,0	1.207,5	1.880,0	2.196,3
	RC2	2.132,3	2.356,8	2.393,6	2.218,6	3.233,0	2.946,5	3.271,4
	RC2a	3.993,8	4.760,0	4.899,1	4.089,1	7.331,8	5.810,0	5.694,5
	RC2b	1.445,0	1.504,5	1.462,7	1.694,5	1.564,5	1.958,2	2.420,9
	RC2c	958,1	805,9	819,1	872,3	802,7	1.071,4	1.698,6
	Média Geral	2.800,5	2.927,5	3.018,1	2.905,7	3.075,7	3.764,9	4.048,6

Tabela C.2. Resultado dos testes na heurística SCI2 para diferentes valores de α e β .

		SCI3						
Fatores	α_1	0.8	1.0	1.0	1.0	0.7	0.5	0.4
	α_2	0.2	0.5	1.0	1.0	0.1	0.5	0.1
	α_3	0.8	0.7	1.0	1.0	0.2	0.5	0.2
	β_1	0.8	0.5	1.0	0.5	0.4	1.0	0.2
	β_2	0.2	1.0	1.0	0.5	0.1	1.0	0.8
Grupo de instâncias	R1	2,552.78	2,710.2	2,601.9	2,576.3	2,397.8	3,438.0	3,854.4
	R1a	4,219.0	4,565.8	4,394.7	4,288.8	4,134.5	5,439.7	6,165.5
	R1b	1,852.8	1,973.8	1,886.8	1,869.5	1,669.0	2,627.4	2,875.7
	R1c	1,586.5	1,590.8	1,524.1	1,570.7	1,390.0	2,246.7	2,521.8
	C1	3,766.3	3,668.5	3,654.8	3,740.9	3,386.9	5,087.4	5,324.8
	C1a	7,063.3	7,114.4	7,148.9	7,322.2	6,984.4	10,535.6	10,755.6
	C1b	2,598.9	2,350.0	2,386.7	2,386.7	2,007.8	2,908.9	3,084.4
	C1c	1,636.7	1,541.1	1,428.9	1,513.9	1,168.3	1,817.8	2,134.4
	RC1	3,401.5	3,558.5	3,468.0	3,378.6	3,168.8	4,194.0	4,240.3
	RC1a	5,600.0	5,683.7	5,614.6	5,633.8	5,367.5	6,637.7	6,711.9
	RC1b	2,498.3	2,702.2	2,581.2	2,462.3	2,261.3	3,214.2	3,218.8
	RC1c	2,106.3	2,289.5	2,208.1	2,039.8	1,877.6	2,730.1	2,790.2
	R2	1,982.4	2,495.3	2,393.6	2,271.5	2,126.4	3,164.5	3,873.8
	R2a	3,837.3	5,169.1	4,899.1	4,395.5	4,280.0	5,505.5	5,887.3
	R2b	1,200.9	1,328.2	1,462.7	1,377.3	1,380.0	2,390.9	3,203.6
	R2c	909.1	988.6	819.1	1,041.8	719.1	1,597.3	2,530.5
	C2	3,379.2	3,852.1	4,207.1	3,397.9	3,310.0	4,021.7	4,643.3
	C2a	6,587.5	8,170.0	8,715.0	6,973.8	7,095.0	8,180.0	8,923.8
	C2b	2,208.8	2,170.0	2,508.8	2,000.0	1,860.0	2,327.5	2,890.0
	C2c	1,341.3	1,216.3	1,397.5	1,220.0	975.0	1,557.5	2,116.3
	RC2	1,982.4	2,495.3	2,393.6	2,271.5	2,049.4	3,164.5	3,873.8
	RC2a	3,837.3	5,169.1	4,899.1	4,395.5	4,128.8	5,505.5	5,887.3
	RC2b	1,200.9	1,328.2	1,462.7	1,377.3	1,210.0	2,390.9	3,203.6
	RC2c	909.1	988.6	819.1	1,041.8	809.4	1,597.3	2,530.5
	Média Geral	2,825.6	3,058.8	3,018.1	2,893.3	2,694.1	3,810.2	4,310.5

Tabela C.3. Resultado dos testes na heurística SCI3 para diferentes valores de α e β .