Raphael de Moraes Dutenkefer

Inserção de biogás no portfólio de produção do setor sucroalcooleiro: Uma abordagem à luz de princípios de otimização robusta

São Paulo, 2017

Raphael de Moraes Dutenkefer

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências

Área de Concentração:
Engenharia de Produção

Orientadora:
Professora - Celma de Oliveira Ribeiro

São Paulo, 2017

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 21 de Abril de 2017

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

Catalogação-na-publicação

Dutenkefer, Raphael de Moraes

Inserção de biogás no portfólio de produção do setor sucroalcooleiro: Uma abordagem a luz da teoria de portfólios analisando incertezas— versão corr. -- São Paulo, 2017.

79.p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Biogás 2.Teoria de portfólios 3.Otimização Robusta I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer aos meus pais pelo apoio incondicional em todas as fases da vida, apoio este que me trouxe até aqui e me motiva a prosseguir. Também agradeço a professora Celma pela paciência e dedicação empregadas nessa jornada. Agradeço também a professora Linda Lee Ho pelos comentários e sugestões e aos professores Erik Rego e Reinaldo Morabito, presentes na banca, pelas avalições e recomendações que enriqueceram o trabalho.

Resumo

O setor sucroalcooleiro vem ganhando cada vez mais destaque no agronegócio brasileiro. O Produto Interno Bruto (PIB) do setor na safra de 2015 gerou mais de US$113 bilhões ao longo de toda cadeia produtiva (UNICA, 2016). Esse período de ascensão é acompanhado de novos desafios e oportunidades, o que torna o setor um tema fértil para a pesquisa acadêmica, teórica e aplicada.

Dada à pluralidade do setor que hoje extravasa seu nicho tradicional, álcool e açúcar, e atua cada vez mais intensamente nos setores energéticos, eletricidade e combustíveis renováveis, faz-se necessário a incorporação da nova dinâmica de produção que esses produtos trazem à realidade administrativa do setor. Assim, além de discutir teoria e metodologia correlatas à modelagem matemática empregada no auxilio à gestão do setor, esse trabalho visa contribuir com a literatura, incorporando e discutindo as novas possibilidades produtivas que a produção de biogás trás ao mix de produção tradicional.

As principais ferramentas utilizadas nessa análise são a teoria de portfólios e o arcabouço teórico da otimização robusta. A partir dessas técnicas construiu-se um modelo de otimização onde se busca a minimização do risco para um dado retorno, princípio da teoria de portfólios, avaliando o risco com o CVaR, uma medida de risco mais adequada do que a tradicional variância. Construído esse modelo, analisa-se o papel do biogás, um produto ainda pouco usual nas usinas brasileiras, no portfólio produtivo de uma usina hipotética. Com base nesse modelo implementou-se as técnicas de otimização robusta com o intuito de aferir se os resultados verificados no modelo determinístico se mantém no caso robusto.

Palavras chave: Biogás; portfólios; Otimização robusta

Abstract

The sugarcane sector is gaining a huge prominence in the Brazilian agribusiness. The GDP of the sector in 2015 crop was over then US$ 113 billion along the entire production chain (UNICA, 2016). This auspicious period is accompanied by new challenges and opportunities, which makes the sector a hot field for academic research, theoretical and applied.

Given the industry plurality which today goes beyond its traditional niche, alcohol and sugar, the sector is increasingly strongly its share in the energy sector, electricity and renewable fuels. Thus it is necessary to incorporate the new dynamic of production that these products bring to the administrative reality of the sector. Therefore, in addition to discussing theory and methodology related to the mathematical modeling used as a support to sector management, this work aims to contribute to the literature by incorporating and discussing the new production possibilities that biogas production brings to the traditional production mix.

The main tools used in this analysis are the portfolio theory and the theoretical and applied framework of robust optimization. From these techniques it is built up an optimization model where one seeks to minimize risk for a given return, the principle of portfolio theory, assessing the risk with CVaR, a better measure of risk than traditional variance. Through this model, the role of biogas, an unusual product in the Brazilian plants, is analyzed considering a hypothetical plant. Based on this model it is implemented robust optimization techniques in order to assess whether the results observed in the deterministic model remains in the case robust.

Key words: Biogas; Portfolios; Robust optimization

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Processo de produção de uma usina sucroaloocoleira 7
Figura 2 - Fronteira de eficiência do modelo tradicional de Markowitz 14
Figura 3: Valor em Risco e do Valor em Risco Condicional (CVaR) para um nível de confiança k 19
Figura 4: Exemplo de otimização robusta 22
Figura 5: Exemplo da proporção de produtos e subprodutos presentes em uma tonelada de cana de açúcar 31
Figura 6: Exemplo da proporção de produtos e subprodutos presentes em uma tonelada de cana de açúcar e seus destinos 32
Figura 7: Preço mensal do açúcar branco 42
Figura 8: Preço mensal do Etanol Anidro 42
Figura 9: Preço mensal do PLD sudeste 43
Figura 10: Preço mensal do Diesel 43
Figura 11: Fronteira de eficiência do modelo 44
Figura 12: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do modelo 45
Figura 13: Destinos do bagaço da cana em função do lucro 46
Figura 14: Destinos da vinhaça da cana em função do lucro 47
Figura 15: Comparação das fronteiras de eficiência. Modelo tradicional vs modelo com biogás 48
Figura 16: Destinos do bagaço da cana em função do lucro para o modelo tradicional 49
Figura 17: Destinos da vinhaça da cana em função do lucro para o modelo tradicional 49
Figura 18: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços do açúcar 51
Figura 19: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços do etanol 52
Figura 20: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços da energia elétrica 53
Figura 21: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços do diesel 53
Figura 22: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do cenário 7.. 54

Figura 23: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do cenário 8.. 55
Figura 24: Comparação entre as fronteiras de eficiência do modelo robusto e do modelo determinístico 56
Figura 25: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do modelo determinístico 57
Figura 26: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do modelo robusto com Γ = 3 57
Figura 27: Comparação entre as fronteiras de eficiência do modelo robusto e do modelo determinístico 58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Lista dos 10 maiores países produtores de cana de açúcar de 2015 (FAO) 1
Tabela 2: Descrição das variáveis..... 32
Tabela 3: Descrição dos parâmetros..... 33
Tabela 4: Valores de calibração do modelo e suas fontes 40
Tabela 5: Parâmetros utilizados nos cenários de 1 a 4 50
Tabela 6 Parâmetros utilizados nos cenários de 5 a 8 50
Tabela 7: Análise de sensibilidade do parâmetro Γ 55
Tabela 8: Parâmetros para a análise fatorial..... 59
Tabela 9: Resumo da análise de fatores, 4 fatores e dois níveis 61

Sumário

1. Introdução 1

2. Revisão bibliográfica 5

2.1. O setor sucroalcoolerio 5

2.1.1. O ciclo produtivo do setor sucroalcooleiro 5

2.1.2. O papel da vinhaça e do bagaço no setor sucroalcooleiro 8

2.2. Modelos de composição de portfólio 12

2.2.1.Medidas de risco 15

2.2.2.Otimização Robusta 20

3. O modelo proposto – versão tradicional 30

3.1 Variáveis de decisão e parâmetros 30

3.2 Restrições 34

3.2.1 Restrições gerais 34

3.2.2 Restrições relativas ao destino do bagaço 34

3.2.3 Restrições relativas às fontes energéticas – Eletricidade e Diesel . 35

3.2.4 Função objetivo 36

3.3 Síntese do modelo 36

4. O modelo proposto – versão com incertezas 37

5. Análise dos resultados 40

5.1 O biogás na matriz produtiva do setor sucroalcooleiro – Versão tradicional 44

5.2 Análise de sensibilidade do modelo proposto 50

5.3 O biogás na matrizes produtiva do setor sucroalcooleiro – Versão com incertezas 55

5.4 Análise de fatores 58

6. Conclusões 62

7. Bibliografia 64

1. Introdução

A cana de açúcar está presente na economia brasileira desde o período colonial. Introduzida pelos colonizadores portugueses, a cultura da cana de açúcar foi desenvolvida primeiramente no nordeste do país com o propósito de extração e exportação de açúcar. Hoje o principal centro produtor de derivados da cana se deslocou para o sudeste do país devido a condições econômicas mais atrativas (Figura 1).

Esse deslocamento da produção para a região sudeste proporcionou grande desenvolvimento para a indústria sucroalcooleira. Hoje a cultura da cana de açúcar tem um papel proeminente no agronegócio brasileiro, gerando na safra de 2015 um Produto Interno Bruto (PIB) superior a US$113 bilhões ao longo de toda cadeia produtiva (UNICA, 2016). Esse papel proeminente na economia brasileira se reflete na posição de destaque que o Brasil ocupa no ranking mundial de produção de cana de açúcar. Como exposto na Tabela 1, o Brasil foi o maior produtor de cana de açúcar do planeta no ano de 2015, com uma produção superior à soma dos 6 demais colocados no ranking,

Atualmente, emergiram outras possibilidades para o uso da cana além da produção de açúcar. Dentre elas podemos citar a destilação de etanol, geração de energia elétrica e recentemente a produção de biogás. Essas novas possibilidades de produção impõem grande desafio na gestão de usinas de processamento de cana de açúcar.

Tabela 1: Lista dos 10 maiores países produtores de cana de açúcar de 2015 (FAO)

País	**Produção (Milhares de toneladas)**
Brasil	739.300
Índia	341.200
China	125.500
Tailândia	100.100
Paquistão	63.800
México	61.200
Colômbia	34.900
Indonésia	33.700
Filipinas	31.900
EUA	27.900

Figura 1 Localização das usinas sucroalcooleiras no Brasil. Fonte: CTC (2005)

Souza Dias et al, 2015 pontuaram alguns desses principais desafios que permeiam o setor sucroalcooleiro: redução do consumo de energia elétrica e água, redução das perdas de açúcar, descarte da vinhaça, otimização e integração dos processos de destilação. A necessidade de redução do consumo de energia elétrica não só tem impacto nos custos de produção, mas também na receita das usinas, uma vez que a venda do excedente energético é uma das atividades econômicas realizadas pelo setor. A otimização e integração de processos por sua vez advém de novas possibilidades produtivas do setor, tais como a produção de etanol de segunda geração, biocombustíveis e mesmo a própria energia elétrica oriunda da queima de bagaço e/ou biogás.

No que tange ao descarte da vinhaça, a possibilidade de produção de biogás a partir da vinhaça já se mostra tecnicamente viável como detalham Moraes et al (2014). Os autores descrevem todas as etapas do processo, demonstrando ser possível implementar o processo em escala industrial. Entretanto, eles pouco exploram a viabilidade econômica e os impactos

financeiros dessa opção. Assim como a vinhaça, o bagaço pode ser utilizado como matéria prima para a produção de energia elétrica e biogás (Hofsetz et al 2012).

Diversos autores como S. Thuankaewsing et al (2014), Paiva e Morabito (2013), Higgins J. (2002), têm proposto diferentes modelos de otimização para a operação das usinas de processamento de cana. Entretanto essas novas possibilidades de tratamento de resíduos, tais como o biogás, não foram ainda abordados por essa literatura.

Assim, além de discutir teoria e metodologia correlatas à modelagem matemática empregada no auxilio a gestão do setor, esse trabalho visa principalmente contribuir com a literatura, desenvolvendo um modelo capaz de analisar as consequências da inserção do biogás na matriz produtiva do setor sucroalcooleiro. Superada a etapa de desenvolvimento do modelo, será possível, através de uma análise de cenários, validar as propostas de Moraes et al (2014) e Hofsetz et al (2012) e discutir o papel que o biogás oriundo da vinhaça e do bagaço irá ocupar no setor sucroalcooleiro.

Um grande número de trabalhos que se dedicam a modelar o setor concentram-se nas etapas operacionais do beneficiamento da cana de açúcar. Um exemplo desses trabalhos é o caso de Paiva e Morabio, (2009) que propuseram um modelo de programação inteira mista capaz auxiliar os agentes do setor a gerir diversos processos, tais como selecionar melhores fornecedores, escolher os mais eficientes meios de transporte da matéria prima e tomar decisões de estocagem e produção do etanol, do açúcar e do melaço. Entretanto, a maioria desses trabalhos não leva em conta o risco financeiro associado a esses processos.

A fim de suprir essa outra lacuna, esse trabalho irá utilizar a metodologia de otimização de portfólios proposta por Markowitz (1952). De modo que a análise de risco será estabelecida a partir da relação “Risco x Lucro” determinada para cada configuração do processo após a minimização do risco. Essa minimização se dará sob restrições operacionais, cujo objetivo é manter a viabilidade técnica dos arranjos produtivos selecionados como ótimos sob uma restrição financeira, representada pelo lucro do portfólio.

A métrica utilizada para mensurar o risco é um dos componentes mais sensíveis da teoria de portfólios. Tradicionalmente a literatura especializada no setor energético utiliza variância ou desvio padrão para tal função (Marreto, 2015; Francés, 2013; Losekann, 2013). Contudo, essas medidas são classificadas como medidas simétricas e ao serem empregadas na mensuração do risco penalizam portfólios com retornos financeiros tanto positivos como negativos.

Embora tal característica possa ser interessante em certos contextos, como problemas de controle, ela é pouco conveniente quando aplicada a problemas financeiros e econômicos. Isso se dá pelo fato do risco, nesse tipo de problema, estar associado apenas aos desvios de negativos da média, ou seja, perdas financeiras. Assim, dentro da discussão a respeito da modelagem de gestão de risco aplicada ao setor, esse trabalho irá discutir as alternativas mais adequadas à mensuração do risco, tais como o Valor em Risco (VaR) e o Valor em Risco Condicional (CVaR).

O item final incorporado no modelo será o tratamento das incertezas relativas aos preços utilizados na teoria de portfolios de Markowitz. Isso se dará através da otimização robusta, proposta inicialmente por Soyster, 1973 e resgatada pela literatura em meados dos anos 2000. (Ben-Tal e Nemirovscki, 2000, Bertsimas e Sim, 2004). Esse tratamento se faz necessário na medida em que as decisões de produção são tomadas com bases em estimativas dos preços futuros do etanol, açúcar, energia elétrica e diesel. Logo uma decisão aparentemente ótima no início da safra, pode se mostrar desastrosa quando os produtos forem de fato negociados.

Por fim, em síntese, o principal objetivo do trabalho, é propor um modelo eficiente para avaliar o impacto da inserção do biogás no portfólio de produção da usina. De modo que a produção de energia elétrica e biogás esteja integrada com a produção dos produtos principais da usina. Essa abordagem será feita com o intuito de avaliar os impactos tanto no risco financeiro como na distorção do portfólio produtivo que essa integração irá causar.

2. Revisão bibliográfica

2.1. O setor sucroalcooleiro

2.1.1. O ciclo produtivo do setor sucroalcooleiro

Estima-se que no estado de São Paulo, 30% do custo total de produção e processamento da cana advêm de custos associados à colheita e transporte da cana da lavoura até a usina de processamento. (EMBRAPA, 2016). Diante desse fato há um grande impacto dos custos de transporte no custo total do processo. Consequentemente o desenvolvimento de tecnologias capazes de minimizar esses custos tem um papel crítico no desenvolvimento do setor sucroalcooleiro. Dentre os diversos fatores que afetam os custos de transporte, destaca-se o custo com o combustível.

A colheita da cana de açúcar pode ser feita de duas maneiras, manual ou mecânica. Ao passo que a colheita manual é menos intensiva em capital ela também é menos produtiva. Por outro lado, a colheita mecânica, obrigatória no Estado de São Paulo, requer mais capital e tem uma produtividade maior do que a colheita manual. Uma vez que a relação custo/produtividade se tornou favorável à colheita mecânica, observa-se um movimento crescente da substituição da colheita manual pela colheita mecânica. Desse modo, como já destacado, os custos com transportes passaram a ser cada vez mais relevantes.

O combustível mais utilizado no setor sucroalcooleiro é o diesel. Assim o desenvolvimento de tecnologias que mitiguem o consumo de diesel é uma promissora fonte para a redução de custos. A produção de biogás a partir do bagaço da cana de açúcar e da vinhaça são exemplos dessas tecnologias (Moraes et al, 2014; Salomon, 2009). Contudo, as máquinas colheitadeiras e caminhões utilizados pela indústria, atualmente não são adaptados para funcionarem com esse tipo de combustível. Uma vez que um dos objetivos desse estudo é verificar o papel que o biogás assume ao ser inserido no portfólio de produtos da usina, foram consideradas possíveis taxas de substituição de diesel para o biogás de acordo com a literatura e através da consulta de especialistas do setor. O modelo proposto, discutido adiante, considerará o biogás como possível substituto para o diesel.

Além da colheita e do transporte, o processo de produção de uma usina típica do setor sucroalcooleiro pode ser dividido em mais três processos, tradicionais em praticamente todas as usinas brasileiras que produzem açúcar e etanol: a moagem, o processamento de açúcar e etanol e a geração de energia elétrica. (Nova Cana, 2015). Nesse trabalho acrescenta-se uma quinta etapa, ainda implementada somente em caráter experimental por algumas usinas: a produção de biogás. Esse produto posteriormente poderá ter dois destinos, a geração de energia elétrica e a substituição do combustível utilizado pelos caminhões na colheita.

Todos os processos, insumos e produtos de uma usina típica do setor estão sintetizados na Figura 2. Processos são representados pelos seus respectivos nomes dentro das caixas retangulares, insumos e produtos estão escritos nas setas que mostram de onde o insumo se originou e para onde o produto resultante de tal processo destina-se. O processo resumido nessa figura é peça central do trabalho, uma vez que o modelo proposto será construindo tomando como base as relações expressas nessa figura.

Após as colheitadeiras colherem a cana, elas depositam a cana em caminhões que a transportam para a moagem e a palha, compostas pelas folhas e as pontas da cana para uma caldeira. Tal separação entre colmo e palha é feita durante a colheita, pelas próprias máquinas coletoras. (Zucara, 2012)

Na moagem, o colmo é lavado, esmagado e moído dando origem a um caldo bruto e ao bagaço. Depois dessa etapa, o caldo é enviado a outro processo onde se torna um caldo processado, rico em sacarose e gera um resíduo chamado bolo de filtro. Parte do bagaço é enviada à caldeira e parte é transportada para a biofermentação, de acordo com as proporções definidas pelo modelo. Já o bolo de filtro é tratado para se tornar adubo para a próxima safra. Esse caldo processado segue para a produção de açúcar e etanol.

A produção de açúcar tem três etapas, evaporação, cozimento e cristalização. As duas primeiras demandam não só energia elétrica como

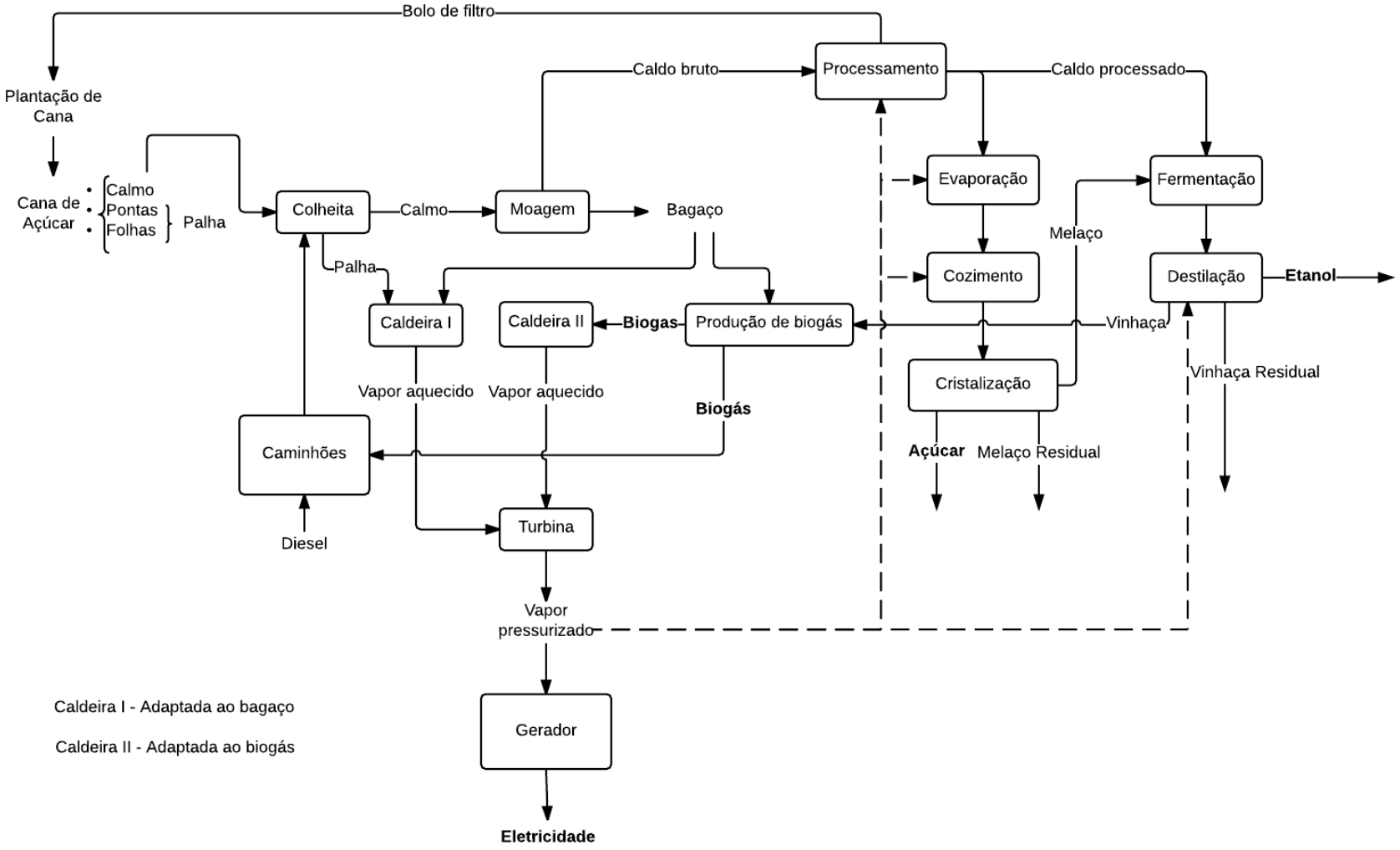

Figura 2: Processo de produção de uma usina sucroalcooleira

também vapor. Como resultado desse processo gera-se o açúcar e o melaço. Por fim, aproveita-se o melaço para produzir mais produção de etanol.

A produção de etanol tem duas etapas fermentação e destilação. Tanto o caldo processado como o melaço irão gerar etanol e vinhaça. Essa vinhaça não pode ser convertida em energia elétrica diretamente, pois é rica em água, mas tem potencial de virar energia na forma de biogás, uma solução para o passivo ambiental que essa vinhaça representa. (Santos et al, 2011)

Como já citado, parte do bagaço da moagem e potencialmente a vinhaça da destilação são transportados para a produção de biogás. Se a usina possuir uma caldeira adaptada para o biogás, parte do biogás será enviada para a caldeira e a outra parte poderá ser destinada ao combustível de caminhões, como mostra a Figura 2. Caso a caldeira não seja adaptada para biogás, todo biogás será usado como combustível para caminhões.

Tanto a palha, quanto o bagaço e o biogás são insumos que servem como combustível para o aquecimento de uma das caldeiras presentes na Figura 2 e posterior produção de vapor pressurizado. Esse vapor é enviado para os setores que demandam o calor, tais como a produção de açúcar, etanol e para a turbina. Essa turbina, por sua vez, converte a energia térmica em energia mecânica que é transmitida ao gerador o qual supre as demandas energéticas da usina e exporta para o sistema integrado de transmissão de energia elétrica a eletricidade excedente.

2.1.2. O papel da vinhaça e do bagaço no setor sucroalcooleiro

Um dos resíduos gerados na produção de etanol é a vinhaça. Esse subproduto origina-se após a fermentação do caldo processado durante a destilação fracionada e contém altos níveis de matéria orgânica e nutrientes, tais como potássio, nitrogênio e fósforo. Nas usinas brasileiras a produção de vinhaça varia aproximadamente entre 10 e 15 litros para cada litro de etanol produzido, considerando que a temperatura de saída dessa vinhaça da coluna de destilação varie entre 85 e 90 graus célsius. (Cavalett et al, 2012)

O descarte desse resíduo pode levar a problemas ambientais, dentre os quais se destacam a contaminação de lençóis freáticos e águas superficiais, além de problemas ligados a fertilidade do solo. Devido a existência de diferentes tipos de solo e possíveis composições de vinhaça, os estudos a respeito do tema não apresentam consenso sobre os impactos do descarte desse composto diretamente na natureza. (Silva et al, 2007) O estado de São Paulo, onde se concentra a maior parte da produção do etanol brasileiro, permite o descarte da vinhaça diretamente no solo observando certos parâmetros, tais como a quantidade de potássio contida no solo. Já alguns dos demais estados exigem tratamentos mais rigorosos com esse descarte e outros ainda proíbem o descarte em forma líquida. (Souza Dias et al, 2015)

A produção brasileira de etanol anidro na safra 2014/2015 foi de 9,62 bilhões de litros de etanol (ÚNICA, 2016). Como a relação de produção vinhaça varia de 10 à 15 litros de vinhaça por litro de etanol, o passivo ambiental oriundo da produção de etanol, somente dessa última safra, ficou entre 96,2 à 144,3 de bilhões de litros de vinhaça. Diante desse desafio ambiental surgiram nos últimos anos diversas alternativas para o tratamento desse rejeito, tais como utilizar vinhaça para produção de adubo, matéria prima para a fabricação de produtos químicos ou a geração de combustíveis.

A possibilidade do uso da vinhaça como forma de adubo é uma prática tradicional na indústria sucroalcooleira brasileira. Contudo, como já foi introduzido esse processo ainda é bem controverso em termos ambientais. Ortegón et al. (2016) realizaram um estudo em Valle del Cauca (Colombia) onde ao longo de 6 anos trataram uma plantação de cana experimental com adubo oriundo da vinhaça e concluem que as áreas tratadas com esse tipo de adubo perdem a capacidade de reter água e ficam mais vulneráveis à contaminação de depósitos subterrâneos de água. Tejada et al (2008) estudaram os efeitos da adubação a partir da vinhaça originária da beterraba (similar a vinhaça da cana de açúcar), e embora concluam que a aplicação direta da vinhaça no solo pode causar um decréscimo nas propriedades físicas do mesmo, o seu uso em conjunto com outras plantas leguminosas tem um efeito positivo no solo. Esses dois estudos exemplificam o fato já destacado de que o uso da vinhaça como adubo ainda tem um papel dúbio em relação aos

seus impactos ambientais. Contudo ressalta-se que essa é uma alternativa de descarte economicamente viável para vinhaça, usa vez que os custos envolvidos nesse processo são apenas relativos a diluição da vinhaça na água e seu transporte até a plantação.

Sydney et al (2014) utilizaram a vinhaça oriunda do setor sucroalcooleiro para a produção de biohidrogênio e ácidos graxos voláteis, importantes insumos do setor médico. O processo de produção desses produtos, no qual os autores utilizaram além da vinhaça alguma fonte de carbono, se mostrou economicamente viável e até superior quando comparados a processos similares. Contudo, dada a especificidade desses processos, a adoção de tal medida como fonte alternativa para o descarte na vinhaça se mostra inviável uma vez que o setor sucroalcooleiro não detém a infraestrutura nem *expertise* para realizar tal processo. Além disso, como as indústrias químicas que de fato produzem esses produtos ainda não adotam tal processo, ainda não existe um mercado para a vinhaça, muito embora num futuro próximo essa solução pareça promissora, atualmente ainda não é viável.

Dentre as possíveis alternativas para o tratamento da vinhaça, uma solução mais atrativa para o setor sucroalcooleiro é a produção de biogás. Diversos autores têm se dedicado a esse tema. Júnior et al (2016) propõem um processo de produção do biogás a partir da vinhaça, chamado digestão anaeróbica termofílica cuja produtividade em relação aos demais processos comparados é superior, Moraes et al (2014) discutem a perspectiva econômica do potencial uso de biogás produzido através da digestão anaeróbica da vinhaça. Dentre as alternativas para o uso do biogás, os autores propõem a transformação do biogás em energia elétrica ou a substituição de diesel utilizado nos veículos da usina por biogás. Entretanto, essa segunda opção ainda não é viável uma vez que as máquinas colheitadeiras não estão aptas a utilizar o biogás como combustível. Logo, o estudo é feito através de possíveis cenários que o rendimento do biogás como combustível poderia ter ao substituir o diesel.

Já em relação ao bagaço, um dos seus principais destinos durante o processo de moagem da cana é a geração de energia elétrica. Hofsetz et al, (2012) sintetizam os dados a respeito da geração de energia elétrica oriunda

da produção do bagaço cana no Brasil, e destacam o aumento dessa fonte de energia na matriz elétrica brasileira de 2000 a 2013. Mbohwa e Fukuda (2003) modelam um sistema produção de energia elétrica para usinas sucroalcooleiras do Zimbabue, possibilitando concluir que a geração de energia elétrica através do bagaço da cana tem diversas vantagens, financeiras e ambientais. Van den Broek et al (2000) fazem uma análise similar para o caso da Nicarágua, comparando os custos e impactos macroeconômicos da geração de eletricidade a partir da biomassa da cana com a geração através de combustíveis fósseis. Os autores concluem que a geração através da biomassa não só tem um custo de geração inferior aos combustíveis fósseis, mas também trazem diversos benefícios macroeconômicos ao país. Esses estudos evidenciam que uso do bagaço como insumo para a geração de energia elétrica é notoriamente bem difundido nas indústrias sucroalcooleiras ao redor do mundo.

O processo de geração de energia elétrica a partir do bagaço da cana, que será melhor detalhado nas próximas seções, se dá através de três etapas: o aquecimento da caldeira, a movimentação da turbina via vapor pressurizado e a transmissão de energia mecânica da turbina para o gerador. O bagaço da cana é utilizado como combustível para o aquecimento da caldeira e formação de vapor pressurizado. Esse vapor gera o movimento na turbina que é transmitido ao gerador, diretamente ou através de um redutor de velocidades. O gerador por sua vez supre as demandas das energéticas da usina e enviam o excedente para ser comercializado no sistema integrado.

Uma opção emergente e alternativa para o uso do bagaço da cana é a transformação deste bagaço em biogás, Liu et al (2015), Budiman (2015) Bundhoo et al (2016) desenvolveram técnicas capazes de aumentar o potencial de aproveitamento da biomassa presente nos processos de produção do setor sucroalcooleiro, gerando biogás a partir do bagaço da cana em diferentes contextos e países. Essa opção se mostra mais interessante, pois assim como no caso do biogás originário da vinhaça, esse biogás também pode ser estocado e não precisa ser convertido em energia elétrica no momento da safra, podendo também ser convertido em combustível veicular.

2.2. Modelos de composição de portfólio

Os modelos de portfólios emergiram no campo de estudo das finanças, com a publicação do artigo seminal de Harry Markowitz, Portfolio Selection (Markowitz, 1952). Nesse trabalho o autor tratou de um dos problemas fundamentais para o setor financeiro: Como um investidor deve alocar seus recursos limitados diante da possibilidade de escolha de diversos ativos? Em sua biografia (Markowitz, 1990), o autor revela que a inspiração para o modelo veio em uma tarde na biblioteca da Universidade de Chicago onde, o autor estudava o livro *Theory of investment value*, de John Blurr William.

Nesse livro, o autor propunha que o preço de um ativo deveria ser igual ao valor presente dos seus dividendos futuros. Markowitz então pensou que se essa proposição fosse verdadeira, os investidores se preocupariam em maximizar apenas o retorno esperado. Desse modo, alocariam todos recursos apenas no ativo com retorno esperado máximo. Contudo, ele relata que o comportamento que observava nos investidores era o oposto, pois esses buscavam diversificar seus portfólios a fim de mitigar o risco de não receber um dos futuros valores esperados. Logo, para Markowitz, o preço de um ativo não só deveria refletir apenas o valor presente dos seus dividendos futuros, mas também seria necessário refletir as incertezas em relação a esses pagamentos.

Markowitz supôs que utilizando a variância dos ativos, poderia mensurar os efeitos associados a essas incertezas, bem como utilizar o ferramental da pesquisa operacional para selecionar os portfólios que minimizassem o risco ao mesmo passo que selecionassem a composição de ativos com máximo retorno possível. Esse modelo ficou conhecido na literatura como moderna teoria de portfólios e passou a subsidiar não só estudos no campo das finanças, mas também diversas aplicações em setores reais da economia, onde esteja presente o trade-off risco e retorno, tais como o setor energético, (Westner, G., & Mandlener, R. 2011; Losekann et al 2014), o setor moveleiro (Alem e Morabito 2013), a gestão agrícola (Paydar e Qureshi, 2012), a gestão ambiental, (Hultman, 2012; Francés et all, 2013), o setor sucroalcooleiro (Paiva e Morabito, 2009) entre outros.

O modelo originalmente proposto por Markowitz, busca determinar um portfólio de mínimo risco, considerando a variância, σ^2 como medida de risco para um do retorno $R_0 \in \mathbb{R}$. Sejam $x \in \mathbb{R}^n$, o vetor de decisão correspondente a participação percentual de cada ativo que irá compor o portfólio e $\mathfrak{r} \in \mathbb{R}^n$, o vetor de retornos desses ativos. O retorno do portfólio para um dado x será $\mathfrak{r}^T x$. Ressalta-se que uma vez que $\mathfrak{r}$ trata-se de uma variável aleatória, $\mathfrak{r}^T x$, também será uma uma variável aleatória. Sendo $\Omega \in \mathbb{R}^{nxn}$ a matriz de covariância entre os retornos dos ativos, a variância σ^2 do portfólio será dada por $x^T \Omega x$.

Dadas essas definições as Equações 1 a 4 sintetizam a proposta de Markowtiz através de um problema de otimização, o qual pode ser resolvido com técnicas de otimização quadrática.

$$Min\ \sigma^2 = x^T \Omega x \tag{1}$$

$$\mathfrak{r}^T x \geq R_0 \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{3}$$

$$x \geq 0 \tag{4}$$

A Equação 2 indica que o portfólio deve ter um retorno superior a valor mínimo R_0, pré fixado. A restrição 3 impõe que a soma do percentual de cada ativo composto no portfólio some 100%. Já a restrição 4 impõe soluções não negativas ao problema. Dessa forma, essa metodologia possibilita a seleção dos portfólios ótimos no sentido de Pareto, uma vez que para um dado retorno, seleciona-se o portfólio de mínimo risco. O modelo composto por essas quatro equações será chamado de modelo tradicional.

Exemplificando, considere uma situação onde almeja-se construir um portfólio composto por percentuais de 2 ativos, logo $x \in \mathbb{R}^2$. Assumindo que a matriz de covariância Ω, e o vetor de retornos $\mathfrak{r}$ sejam

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1708 & -163 \\ -163 & 92 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\mathfrak{r} = \begin{bmatrix} 28{,}61 \\ 125{,}91 \end{bmatrix} \tag{6}$$

e resolvendo o problema tradicional, para um dado R_0 obtém-se a variância σ^2 mínima.

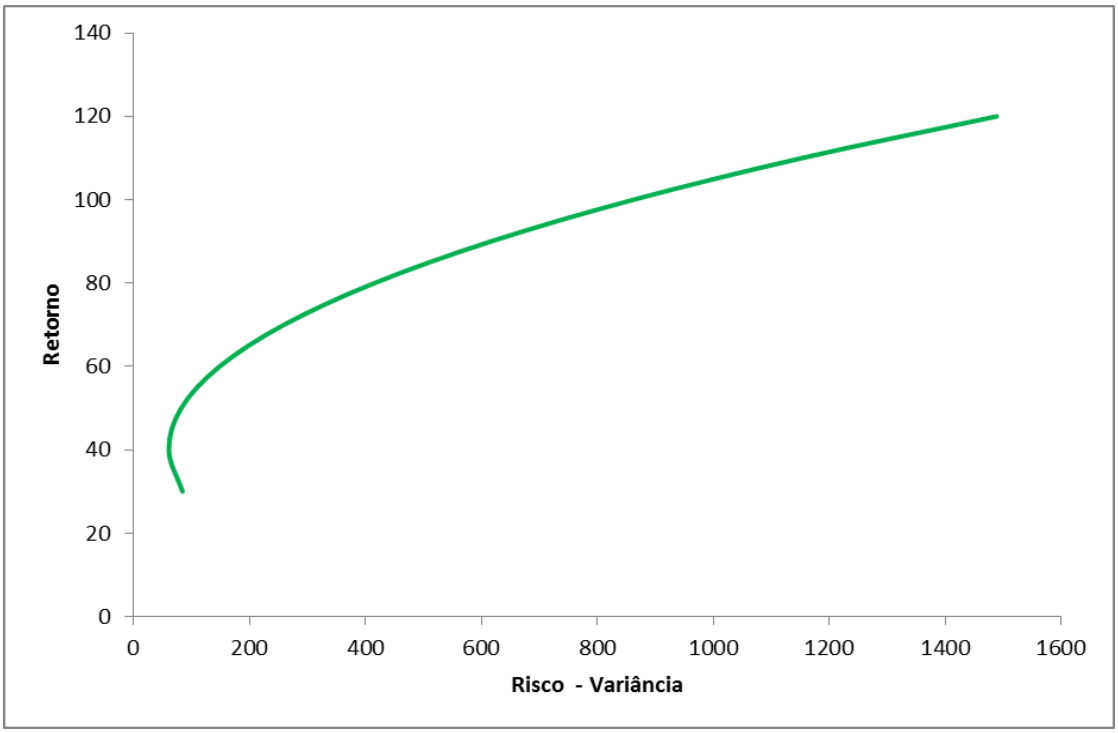

Figura 3 - Fronteira de eficiência do modelo tradicional de Markowitz

As diversas soluções que se obtém desse problema ao variar-se o retorno R_0 quando apresentadas num gráfico, risco-retorno, geram uma forma similar à Figura 3. Essa forma é denominada fronteira de eficiência. Os pontos da relação risco-retorno de todas as soluções que satisfazem as restrições do problema estão necessariamente abaixo ou exatamente nessa fronteira. Porém, todos os pontos abaixo da fronteira correspondem a portfólios ineficientes uma vez que para um mesmo nível de risco, eles apresentam um retorno menor em relação aos portfólios que estão exatamente na fronteira.

Os estudos dos modelos de portfolio evoluíram de forma a especificar condições mais realistas do modelo, tais como a discussão de novas métricas de risco baseados em distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos

(Fabozzi, 2007, Rocakfellar e Uryasev, 2000, Jorion, 1997 e Konno e Yamazaki, 1991) e o estudo de incertezas sobre os parâmetros do modelo não baseados em distribuições de probabilidade mas em variações intervalares dos parâmetros incertos (Bertsimas et. al, 2013, Ben-Tal et. al., 2000). Dentre essas tendências os próximos tópicos irão abordar de maneira mais profunda assuntos relativos a métricas de risco e métodos de tratamento das incertezas dos parâmetros do modelo.

2.2.1. Medidas de risco

A incerteza emerge do fato de que o retorno utilizado no modelo é uma variável aleatória. Assim, uma escolha ótima, realizada no momento da construção do portfólio, pode-se revelar uma escolha sub-ótima após a realização de todas as variáveis aleatórias. Definir uma medida que risco que mensure as chances disso ocorrer é parte essencial da teoria de portfólios. As seções a seguir resumem as principais métricas de risco aplicadas à teoira de portfólios.

2.2.2. Variância

No modelo de portfólios apresentado por Markowitz a variância foi a métrica escolhida para medir o risco associado aos ativos financeiros, utilizados na construção do portfólio. Dentre as diversas propriedades que essa métrica detém, destaca-se a subaditividade[1], o que garante que o risco mensurado conjuntamente deve ser menor ou igual do que à soma do risco individual desses objetos. A variância é definida como

$$\sigma^2(Y) = E\left((Y - E(Y))^2\right) \tag{7}$$

onde $E(\cdot)$ denota o valor esperado da variável aleatória Y. No caso multivariado, considerando-se $Y = \mathfrak{r}^T x$, sendo $\mathfrak{r}$, x e Ω definidos como no problema tradicional, pode-se verificar que

[1] Seja ρ: χ→ℜ uma medida de risco. Caso essa função satisfaça a propredade, ρ(X+Y) ≤ ρ(X) + ρ(Y) diz que esssa é uma medida de risco subaditiva.

$$\sigma^2(\mathfrak{r}^T x) = x^T \Omega x \tag{8}$$

O inconveniente de se usar a variância como medida de risco é o fato dessa medida ser simétrica. Logo ao minimizá-la penaliza-se de forma idêntica, tanto os desvios da média negativos como os positivos. Como o modelo tem como pressuposto uma escolha racional essa característica da variância torna-se indesejada, pois o agente racional fará suas escolhas visando evitar apenas as escolhas que lhe prejudiquem, tais como os desvios negativos da média.

2.2.2.1. Valor em risco

Considere $f(x, y)$ uma função onde x é o vetor de decisão e y é um vetor aleatório tal que $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$, $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{m}}$, adicionalmente considere $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}$**.** Deste modo para cada $\boldsymbol{x}$**,** $f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ é uma variável aleatória, cuja distribuição tem como domínio $\mathbb{R}$. Sendo $p(\boldsymbol{y})$, a distribuição de probabilidade de $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{m}}$, define-se a função $\Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha})$**,** como a probabilidade da função $f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ não exceder o limite $\boldsymbol{\alpha}$, como:

$$\Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha}) = \int_{f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \leq \alpha} p(\boldsymbol{y}) d\boldsymbol{y} \tag{9}$$

Fixando um valor de $\boldsymbol{x}$**,** $\Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha})$ como função de $\boldsymbol{\alpha}$ pode ser interpretada como a função de distribuição de probabilidade acumulada da perda associada a $\boldsymbol{x}$**.** Assume-se que a função $\Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha})$ é contínua em relação à $\boldsymbol{\alpha}$**.** Logo para uma uma porcentagem $k \in (0,1)$ fixada, define-se $\alpha_k(\boldsymbol{x})$, como o valor em risco a um nível k, da seguinte forma:

$$\alpha_k(\boldsymbol{x}) = min\{\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}: \Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\alpha}) \geq k\} \tag{10}$$

Interpreta-se este número, $\alpha_k(\boldsymbol{x})$, como a maior perda esperada de um determinado portfólio, para uma probabilidade pré-fixada k. A partir dessa definição nota-se que o $\alpha_k(\boldsymbol{x})$, nada mais é do que um percentil.

Apesar da sua ampla disseminação entre os agentes do mercado financeiro, essa medida de risco não satisfaz uma propriedade fundamental para a mensuração de risco. O valor em risco não é uma medida coerente de risco, por não satisfazer a propriedade da subaditividade (Artzner, 1999). Ou seja o valor em risco da soma de n variáveis não é necessariamente menor ou igual à soma do valor em risco de n variáveis avaliadas individualmente. A falta dessa propriedade compromete de forma crítica o princípio da diversificação.

Outro ponto negativo da implementação do valor em risco é que ao ser empregado como medida de risco, para a determinação portfólios ótimos, a função objetivo pode apresentar vários pontos de mínimo local. (Quaranta e Zaffaroni, 2008), o que leva a grande complexidade computacional para problemas de grande porte. Dessa forma, tanto do ponto de vista teórico como do ponto de vista computacional o valor em risco não se mostra uma medida adequada para mensurar risco na teoria de portfólios.

As primeiras tentativas de empregar o valor em risco como medida de risco são contemporâneas à publicação da moderna teoria de portfólios no inicio dos anos 50. (Roy, 1952) Entretanto a limitação computacional da época impediram estudos aplicados dessa métrica. Desse modo as discussões a respeito do valor em risco, se mantiveram apenas no campo teórico. (Tobin, 1958, Treynor, 1961, Sharpe,1964, Lintner ,1965 e Mossin, 1966).

As primeiras aplicações do valor em risco, ainda no contexto de finanças, ocorreram no início da década de 70. (HOLTON, 2002) Isso ocorreu principalmente devido à queda do acordo de Bretton Woods[2], uma vez que esse fato mudou a forma como as instituições financeiras passaram a avaliar o risco, diante do novo cenário de flutuação das taxas de cambio. Nesse novo cenário, de alta volatilidade de capitais, a probabilidade de incorrer em perdas irrecuperáveis aumentou consideravelmente. Logo escolher portfólios cuja probabilidade de incorrer nesse tipo de perda, fosse minimizada, passou a nortear tanto o mercado financeiro com a academia.

[2] Acordo global firmado em 1944, com o intuito de estabilizar o sistema financeiro mundial após a 2ª guerra munidal. Como consequencia desse acordo os diversos sistemas monetários signatários do acordo passaram a gozar de menor volatilidade cambial o que diminuiu significativamente os riscos financeiros dos bancos.

2.2.2.2. Valor em risco condicional

No início do século XXI, um novo passo foi dado rumo a especificação adequada de uma medida de risco para o problema de composição de portfólios. Rockafellar e Uryasev, em 2000, desenvolveram uma metodologia na qual utilizam o Valor em Risco Condicional (CV@R) como medida de risco. O CV@R pode ser definido como a média dos valores que excedem o valor em risco para um dado um nível de confiança. Dentre as propriedades verificadas nessa medida destacam-se a convexidade e a monotonicidade. Além disso o CVaR é uma medida de risco assimétrica que satisfaz a propriedade da subaditividade. Desse modo cumpre os requisitos adequados a mensuração do risco em portfólios de forma coerente (Artzner, 1999). Entretanto, até o desenvolvimento dessa metodologia (Rockafellar e Uryasev, 2000) seu processo de otimização era excessivamente complexo.

A partir das mesmas definições de k, $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ e $\alpha_k(\cdot)$ utilizadas na definição do valor em risco na Equação (10) define-se o CVaR a um nível k, como:

$$\phi_k(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(1-k)} \int_{f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \geq \alpha_k(\boldsymbol{x})} f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) p(\boldsymbol{y}) d\boldsymbol{y} \tag{11}$$

A Figura 4 representa o valor em risco e o CVaR em uma distribuição simétrica.

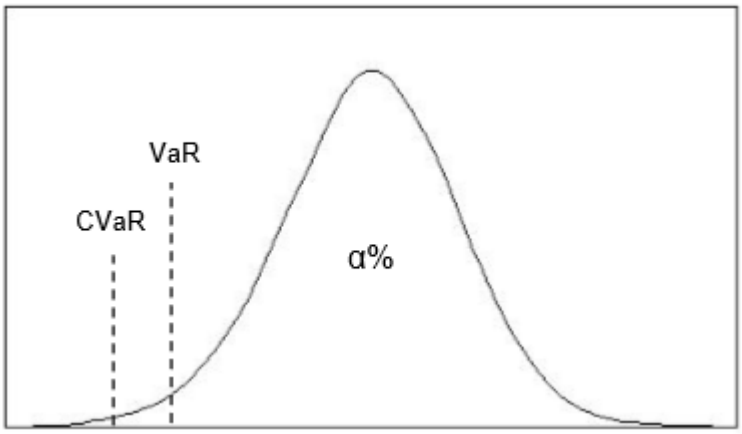

Figura 4: Valor em Risco e do Valor em Risco Condicional (CVaR) para um nível de confiança k

Ao empregar CVaR como medida de risco em portfólios recai-se em problemas de otimização bastante complexos. A fim de rescrever o problema de forma tratável, Rockafellar e Uryasev no seu artigo de 2000, propõem construção da seguinte função auxiliar:

$$F_k(\boldsymbol{x}, \alpha) = \alpha + \frac{1}{(1-k)} \int_{y \in \mathbb{R}^m} [f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) - \alpha]^+ p(\boldsymbol{y}) d\boldsymbol{y} \tag{12}$$

Onde

$$[a]^+ = \begin{cases} a \,, se\ a > 0 \\ 0 \,, se\ a \leq 0 \end{cases}$$

Uma vez que $F_k(\boldsymbol{x}, \alpha)$ é função de α, essa será uma função convexa e diferenciável. Rockafellar e Uryasev (2000) provam que

$$\alpha_k(\boldsymbol{x}) \in \boldsymbol{argmin}\, F_k(\boldsymbol{x}, \alpha)\ ;\ \alpha \in \mathbb{R} \tag{13}$$

e

$$\phi_k(\boldsymbol{x}) = F_k\big(\boldsymbol{x}, \alpha_k(\boldsymbol{x})\big) \tag{14}$$

Então os autores sugerem que a integral presente na Equação 12 seja aproximada através da discretização da distribuição de probabilidade $p(\boldsymbol{y})$. Duas abordagens são usualmente utilizadas para esse fim: simulação de Monte Carlo ou uso de cenários construídos através de series históricas. Em ambos os casos são gerados $\boldsymbol{q}$ valores para a variável aleatória $\boldsymbol{y}$, $\{\boldsymbol{y}^i\}_{i=1}^q$ e a aproximação da função $F_k(\boldsymbol{x}, \alpha)$ é dada por

$$\tilde{F}_k(\boldsymbol{x}, \alpha) = \alpha + \frac{1}{q(1-k)} \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{q}} \big[f\big(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}^i\big) - \alpha\big]^+ \tag{15}$$

Essa formulação ainda apresenta um inconveniente no processo de otimização devido à não-linearidade presente em 15. A forma tradicional de

resolver problemas desse tipo consiste em introduzir variáveis auxiliares, $\{u_i\}_{i=1}^{q}$ de forma que o problema

$$\underset{x\in\mathbb{R}}{Min}\ \tilde{F}_{\beta}(\boldsymbol{x},\alpha) \tag{16}$$

$$S.a.$$

$$\mathrm{r}^T x \geq R_0 \tag{17}$$

onde x são os percentuais alocados no portfólio de cada ativo é equivalente a o problema 18, resolvido com as restrições 19, 20 e 21

$$\underset{x,u_i,\alpha}{Min}\ \alpha + \frac{1}{q(1-k)}\sum_{i=1}^{q} u_i \tag{18}$$

$$S.a.$$

$$\mathrm{r}^T x \geq R_0 \tag{19}$$

$$u_i \geq 0, i = 1, \dots, q \tag{20}$$

$$f\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}^i\right) + \alpha + u_i \geq 0\ , i = 1, \dots, q \tag{21}$$

2.2.3. Otimização Robusta

Boa parte dos problemas de otimização partem do pressuposto que os valores dos parâmetros do problema são fixos. Contudo, pequenas variações nesses parâmetros podem levar a mudanças drásticas na otimalidade do problema ou impactar de forma significativa na viabilidade das restrições. Em paralelo ao desenvolvimento de algoritmos que buscavam soluções eficientes em diversos problemas desse tipo, surge ainda na década de 70 uma abordagem que visava tratar possíveis incertezas dos parâmetros do modelo, a otimização robusta.

Considere um problema de otimização do tipo

$$\underset{x\in\mathbb{R}^n}{Min}\ f_0(\boldsymbol{x}) \tag{22}$$

$$S.a.$$

$$f_i(\boldsymbol{x}) \leq 0, i = 1, \dots, m \tag{23}$$

Admitindo-se que os parâmetros incertos da função i sejam descritos por um vetor $\theta_i \in \mathbb{R}^{p_i}$ pode-se reescrever as funções $f_i(\boldsymbol{x})$, como $f_i(\boldsymbol{x}, \theta_i)$, $i = 0, \dots, m$.

Desse modo a fim de incorporar as incertezas desses parâmetros no processo de otimização, pode-se reescrever o problema de otimização formado por 22 e 23 da seguinte forma:

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{Min}\ f_0(\boldsymbol{x}) \tag{24}$$

$$S.a.$$

$$f_i(\boldsymbol{x}, \theta_i\ ) \leq 0, \qquad \theta_i \in \mathbb{R}^{p_i}, \qquad \forall \theta_i \in \Theta_i \quad i = 1, \dots, m \tag{25}$$

Na formulação 24-25 assume-se, sem perda de generalidade que a função objetivo não tem parâmetros incertos. Note que as dimensões p_i e as composições do vetor θ_i podem variar entre as m restrições do problema. Diante dessas imposições, note que o problema 24-25, consiste em encontrar um valor x de modo que a função $f_0(\boldsymbol{x})$ seja mínima, para qualquer realização de $\theta_i \in \Theta_i$. O processo de especificação e resolução desse tipo de problema chama-se otimização robusta.

Antes de expor as etapas dessa abordagem, convêm especificar o nome de alguns objetos matemáticos utilizados nessa formulação. Ao conjunto Θ_i, dá-se o nome de "*conjunto de incerteza"*. Já o modelo 24-25 denomina-se por *"contraparte robusta"* do problema 22-23.

A primeira etapa dessa abordagem consiste em definir o conjunto de incerteza, sobre o qual os parâmetros não-determinísticos podem variar. O segundo passo consiste na definição da contraparte robusta de um modelo de otimização tradicional. Por fim, existe a necessidade de buscar uma contraparte robusta que seja tratável computacionalmente. Apresenta-se a seguir um exemplo dessa abordagem. Considere o problema

$$Min\ f(\boldsymbol{x}) = 10x_1 + 12x_2$$

$$S.a \tag{26}$$

$$3x_1 + 5x_2 \leq 10$$

$$\boldsymbol{x} \geq 0$$

Suponha que os apenas o parâmetro associado a x_1 na restrição seja incerto e que a restrição seja dada por $\xi_1 x_1 + 5x_2 \leq 10$ com $\xi_1 \in \mathbb{R}$. Assuma que conjunto de incerteza será dado por $\Theta_1 = \{2,3\}$, isto significa que o valor de ξ_1, pode assumir tanto o valor de 2 como o valor de 3. De posse dessas hipóteses, pode-se escrever a contraparte robusta do problema 26, como

$$Min\ f(\boldsymbol{x}) = 10x_1 + 12x_2$$

$$S.a \tag{27}$$

$$\xi_1 x_1 + 5x_2 \leq 10$$

$$\boldsymbol{x} \geq 0$$

$$\forall \boldsymbol{\xi} \in \Theta_1$$

$$\Theta_1 \subseteq \mathbb{R}$$

A Figura 5, ilustra a dificuldade que emerge na tentativa de solução do problema 27, caso ξ_1= 2, a solução ótima para o problema é x_1= $\frac{10}{3}$ e x_2=0, contudo se caso ξ_1= 3 a solução passará a ser x_1= 0 e x_2=2

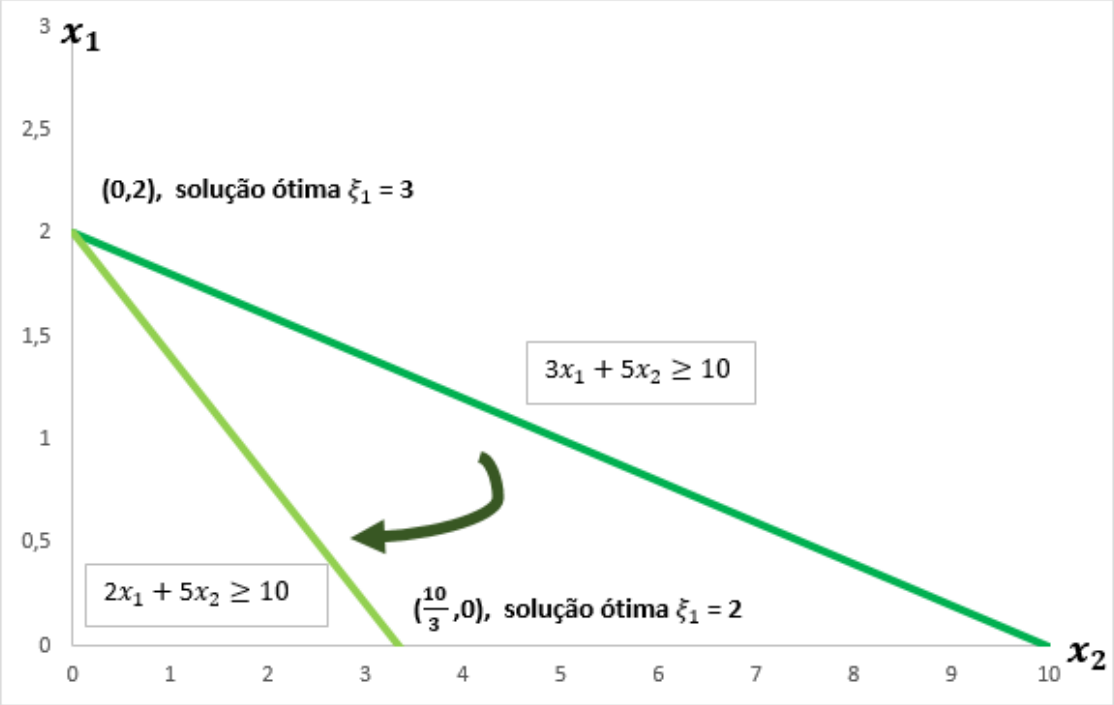

Figura 5: Exemplo de otimização robusta Fonte: Autor

Nas próximas sessões serão apresentados o modelo propostos por Soyster (1973) e Bertsimas e Sim (2004) nos quais os autores não só especificam conjuntos de incertezas genéricos, como também exploram as possíveis soluções computacionais para as diversas contrapartes robustas geradas a partir desses conjuntos.

2.2.3.1. Soyster

Com o intuito de desenvolver uma técnica levando em conta um intervalo de possíveis realizações para os parâmetros incertos durante o processo de otimização, Soyster, em 1973 propôs a abordagem que ficaria conhecida como *Worst-Case approach* (Abordagem de pior caso, em tradução livre) aplicada a problemas de programação linear. A partir de poucas hipóteses, o método almeja construir um modelo capaz de selecionar uma solução ótima que se mantenha ótima mesmo quando os parâmetros incertos se desviem dos seus valores nominais, até um certo limite.

Sejam $c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$ e $A \in \mathbb{R}^{m\,x\,n}$, considere o problema de programação linear

$$\begin{aligned} &\underset{x \in \mathbb{R}^n}{Min} \; c^T x \\ &S.a \\ &Ax \leq b \end{aligned} \tag{28}$$

Soyster assume, sem perda de generalidade, que a incerteza presente no modelo ocorre apenas nos coeficientes da matriz A. Assim, considera a contraparte robusta do modelo, denominada de P1, dada por:

$$\begin{aligned} &\underset{x \in \mathbb{R}^n}{Min} \; c^T x \\ &s.a \\ &\textstyle\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_{ij} \leq b_i \;\; , i = 1, \dots, m \\ &\tilde{a}_{ij} \in \Theta_i \; \forall j \end{aligned} \tag{29}$$

Assume-se que esses conjuntos de incerteza, Θ_i são simétricos em relação a um valor nominal $a_i \in \mathbb{R}$, com uma amplitude fixa. Ou seja,

$$\forall \tilde{a}_{ij} \in \left[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}\right] \equiv \Theta_i \tag{30}$$

Onde $\hat{a}_{ij} \in \mathbb{R}$, $\hat{a}_{ij} > 0$ é o desvio máximo do parâmetro $\tilde{a}_{ij}$ relativo ao valor nominal a_{ij} dentro do conjunto de incerteza Θ_i. Reescrevendo a expressão 30

$$\tilde{a}_{ij} \in \Theta_i \equiv \{\tilde{a}_{ij}\,, \left|\tilde{a}_{ij} - a_{ij}\right| \leq \hat{a}_{ij}\} \tag{31}$$

Considere ainda o problema (P2)

$$\begin{gathered} \underset{x \in \mathbb{R}^n}{Min} \;\; c^T x \\ S.a. \\ \sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_{ij} \left|x_{ij}\right| \leq b_i\,,\;\; i = \;\; 1,2, \dots n \end{gathered} \tag{32}$$

Proposição: Se x^* é solução ótima de (P2) então também é solução ótima de (P1).

Demonstração:

Para qualquer restrição i de P1, $j = 1,2, \dots, m$

$$\begin{gathered} \tilde{a}_{ij} x_{ij} = \;\; \tilde{a}_{ij} x_{ij} + a_{ij} x_{ij} - a_{ij} x_{ij} \\ \tilde{a}_{ij} x_{ij} = \;\; a_{ij} x_{ij} + \left(\tilde{a}_{ij} - a_{ij}\right) x_{ij} \end{gathered} \tag{33}$$

$$\tilde{a}_{ij} x_{ij} = \;\; a_{ij} x_{ij} + \left(\tilde{a}_{ij} - a_{ij}\right) \frac{\hat{a}_{ij}}{\hat{a}_{ij}} x_{ij}$$

Chamando

$$\frac{\tilde{a}_{ij} - a_{ij}}{\hat{a}_{ij}} \equiv z_{ij}$$

$$\tilde{a}_{ij}x_{ij} = a_{ij}x_{ij} + z_{ij}\hat{a}_{ij}x_{ij}$$

Logo,

$$\sum_{j=1}^{m} \tilde{a}_{ij}x_{ij} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} z_{ij}\hat{a}_{ij}x_{ij}$$

Da expressão 31, pode-se concluir que

$$-1 \leq z_{ij} \leq 1 \tag{34}$$

Logo,

$$\sum_{j=1}^{m} \tilde{a}_{ij}x_{ij} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} z_{ij}\hat{a}_{ij}x_{ij} \leq \sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_{ij}|x_{ij}| \tag{35}$$

Dessa forma se x^* é viável em P2, então x^* é também viável em (P1). Suponha que x^* não seja viável em (P1) tal que $c^T\bar{\bar{x}} < c^T x^*$. Ora, de 34, segue que $\bar{\bar{x}}$ é também viável em P2 o que contraria a otimalidade de x^*. Logo x^* é solução ótima de P1.

c.q.d.

Para resolver o problema P1, resta apenas lidar com a não linearidade $|x_j|$. Assim insere-se no problema P1 uma variável auxiliar y_{ij}, tal que y_{ij}=$|x_{ij}|$ e as seguintes restrições,

$$y_{ij} \geq 0$$

$$-y_{ij} \leq x_{ij} \leq +y_{ij}$$

dessa maneira chega-se ao modelo exposto de 36.

$$\underset{x\in\mathbb{R}^n}{Min} \; c^T x$$

$$S.a. \tag{36}$$

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_{ij}y_{ij} \leq b_i$$

$$-y_{ij} \leq x_{ij} \leq +y_{ij}$$

$$y_{ij} \geq 0$$

2.2.3.2. Bertsimas e Sim

O modelo proposto por Soyster (1973) tem vantagens operacionais, pois trata-se de um problema de programação linear. Contudo, a robustez do modelo leva a excessivo conservadorismo na solução do problema. Assim, surgiu um campo de pesquisa no qual diversos pesquisadores passaram a buscar formas alternativas para construir a contraparte robusta dos problemas de otimização.

Dentre esses trabalhos está o modelo proposto por Ben-Tal e Nemirovsky, (2000), que construíram uma contraparte robusta menos conservadora que a proposta de Soyster (1973). Esse trabalho trouxe significativos avanços na teoria de otimização robusta, pois além de menos conservadora, essa abordagem possibilita mensurar a probabilidade de violar uma restrição do problema. Entretanto, esse modelo lida com restrições não lineares, o que leva a uma maior demanda computacional em relação ao modelo de Soyster (Bertsimas e Sim, 2004)

Influenciados pelos trabalhos de Soyster (1973) e Ben-Tal e Nemirovsky (2000), Bertsimas e Sim (2004), desenvolveram uma nova abordagem, na qual é possível controlar o grau de conservadorismo exigido de cada restrição. A premissa central da abordagem desses autores é que a probabilidade de todos os parâmetros se desviarem de seus valores esperados simultaneamente de forma a tornar uma restrição inviável é muito baixa. Desse modo, para eles a abordagem de Soyster, 1973 é excessivamente conservadora, pois penaliza a função objetivo para tornar o problema viável não só em instâncias normais, mas também diante de eventos de baixa probabilidade.

O grau de aversão à inviabilidade de uma restrição é definido por r esses autores através de um parâmetro Γ_i. Se esse valor for um número inteiro pode ser interpretado como o número máximo de parâmetros que podem desviar de seus valores esperados, mantendo a restrição factível. Definindo J_i como o

conjunto dos parâmetros incertos da restrição i define-se o conjunto onde os valores do parâmetro Γ_i podem variar, da seguinte maneira:

$$\Gamma_i \in [0, |J_i|]$$

Onde $|J_i|$ representa a cardinalidade de J_i. A partir dessa definição tem-se as seguintes interpretações para o valor de Γ_i:

a) Γ_i=0, caso menos conservador possível, equivalente ao problema determinístico,
b) Γ_i= $|J_i|$, caso mais conservador, semelhante ao modelo de Soyster descrito na sessão anterior.
c) $0 \leq \Gamma_i \leq |J_i|$, arbitra-se um grau de conservadorismo intermediário.

Dada essa definição e assumindo que Γ_i é um número inteiro, define-se S_i, tal que $S_i \subseteq J_i$ e $|S_i|$=Γ_i. Assim é possível definir a contraparte robusta do modelo 28 da seguinte maneira:

$$\begin{gathered} \underset{x \in \mathbb{R}^n}{Min} \; c^T x \\ S.a. \\ \sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_{ij} + \underset{\substack{x \in \mathbb{R}^n \\ \hat{a}_i \epsilon S_i}}{Max} \left\{ \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_{ij} \left| x_{ij} \right| \right\} \quad \leq b_i \end{gathered} \tag{37}$$

Selecionando-se um valor $\Gamma_i \in [0, |\Gamma_i|]$ o modelo 37 tem a seguinte interpretação: Encontre $x \in \mathbb{R}^n$, que minimize $c^T x$ em qualquer caso onde até Γ_i parâmetros desviem-se $\hat{a}_{ij}$ de seu valor nominal a_i. Exemplificando, caso o modelo tenha 7 parâmetros incertos, $|J_i|$=7, definindo $\Gamma_i = 4$, a contraparte robusta, expressa em 37, buscará o vetor x que minimize a função objetivo em qualquer caso onde até 4 parâmetros incertos se desviarem o máximo possível, $\hat{a}_{ij}$, de seus valores nominais a_{ij}.

Considere agora $S_i \cup \{t_i\}$, tal que $S_i \subseteq J_i$, $\lfloor S_i \rfloor$=Γ_i e o elemento $t_i \in J_i \backslash S_i$. Relaxando a limitação de que Γ_i seja um número inteiro o modelo 37 pode ser reformulado como no modelo 38.

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{Min} \; c^T x$$

$$S.a. \tag{38}$$

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_{ij} + \max_{\substack{x\in\mathbb{R}^n \\ \hat{a}_{ij}\epsilon S_i\cup\{t_i\}}} \left\{\sum_{j=1}^{m} \hat{a}_{ij}\left|x_{ij}\right| + (\Gamma_i - \lfloor\Gamma_i\rfloor)\hat{a}_{ij}\left|x_{ij}\right|\right\} \quad \leq b_i$$

Onde,

$$\max_{x\in\mathbb{R}^n} \left\{\sum_{j=1}^{m} \hat{a}_{ij}\left|x_{ij}\right| + (\Gamma_i - \lfloor\Gamma_i\rfloor)\hat{a}_{ij}\left|x_{ij}\right|\right\} \quad \equiv \beta_i(x_{ij}, \Gamma_i)$$

Esse modelo, tem interpretação similar a do modelo 37, busca-se $x \in \mathbb{R}^n$, tal que minimize $c^T x$ em qualquer caso onde até Γ_i parâmetros desviem-se $\hat{a}_{ij}$ de seu valor nominal a_i e um parâmetro desvie-se $(\Gamma_i - \lfloor\Gamma_i\rfloor)\ \hat{a}_{ij}$. Retomando o exemplo anterior, caso o modelo tenha 7 parâmetros incertos, $|J_i|$=7, definindo $\Gamma_i = 4{,}5$, a contraparte robusta, expressa em 38, buscará o vetor x que minimize a função objetivo em qualquer caso onde até 4 parâmetros incertos se desviarem o máximo possível, $\hat{a}_{ij}$, e um quinto parâmetro desviar 0,5$\hat{a}_{ij}$ de seus valores nominais a_{ij}.

Os autores demonstram (Bertsimas e Sim, 2004) que fixado $\boldsymbol{x}^* \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ $\beta_i(\boldsymbol{x}^*, \Gamma_i)$ pode ser reescrito como seguinte problema de programação linear:

$$\max_{z_{ij}} \sum_{j=1}^{m} \hat{a}_{ij}\left|x_{ij}\right| z_{ij}$$

$$S.a. \tag{39}$$

$$\sum_{j\in J_i} z_i \leq \Gamma_i$$

$$0 \leq z_i \leq 1$$

Em 40 apresenta-se o problema dual do problema 39. Uma vez que esse é um problema de minimização, pode-se substituir $\beta_i(x_i, \Gamma_i)$ por 40 no problema 38 e após linearizar a expressão $\left|x_j\right|$ de forma análoga ao procedimento realizado no modelo de Soyster, 1973 chega-se ao modelo linear 41.

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_{j \in J_i} \rho_{ij} + \Gamma_i \lambda_i \\
&S.a. \\
&\rho_{ij} + \lambda_i \geq \hat{a}_i |x_j| \\
&\rho_i \geq 0 \\
&\lambda_i \geq 0
\end{aligned}
\tag{40}
$$

$$
\begin{aligned}
&\underset{x \in \mathbb{R}^n}{Min} \; c^T x \\
&S.a. \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{m} a_i x_j + \sum_{j \in J_i} \rho_{ij} + \Gamma_i \lambda_i \quad \leq b_i \\
&\rho_i + \lambda_i \geq \hat{a}_i y_i \\
&-y_j \leq x_j \leq +y_j \\
&\rho_i \geq 0 \\
&\lambda_i \geq 0
\end{aligned}
\tag{41}
$$

3. O modelo proposto – versão tradicional

Essa versão do modelo cumprirá dois objetivos principais. Ser base para a construção de uma contraparte robusta, de forma a dar tratamento as incertezas de preço dos produtos no momento da tomada de decisão de produção e avaliar como a inserção de biogás na matriz produtiva da usina irá alterar o portfólio original de uma usina. As próximas seções descrevem, respectivamente, as variáveis e os parâmetros do modelo e suas restrições. A última seção sintetiza o modelo.

3.1 Variáveis de decisão e parâmetros

Antes de tratar do modelo, convém destacar que a maior parte das variáveis que irão nortear o desenvolvimento do modelo, serão percentuais de cana processada destinada a produção dos dois principais produtos da usina, Açúcar e Etanol e seus subprodutos, biogás e energia elétrica, oriundos da vinhaça e do bagaço. Essas variáveis serão parametrizadas em função de uma tonelada de cana. Desse modo, esperava como resposta final descobrir o montante de cana processada dedicada a produção de cada um dos seus produtos.

A fim de esclarecer essa abordagem apresenta-se o seguinte exemplo: Suponha que a cada uma tonelada de cana processada 200 kg são de palha, 250 kg são de bagaço e o 550 kg se dividiram entre açúcar, etanol e vinhaça. A palha é insumo apenas para energia elétrica, desse modo espera-se que em uma tonelada de cana, no mínimo 200kg de cana, na forma de palha, seja destinada a produção de energia elétrica. O bagaço é utilizado tanto para a produção de energia elétrica como para a produção de biogás. As proporções de bagaço dedicadas a cada uma dessas atividades serão definidas pelo modelo. Entretanto deverá ser imposto no modelo a restrição de que a cada tonelada de cana processada 25% deverá ser de bagaço, ou seja para cada 1000 kg de cana, 250 kg obrigatoriamente será bagaço. Além disso os 550 kg

restantes devem ser destinados à produção de açúcar, etanol e vinhaça (produzida obrigatoriamente, caso haja produção de etanol). A composição de uma tonelada de cana, para esses exemplos está ilustrada na Figura 5.

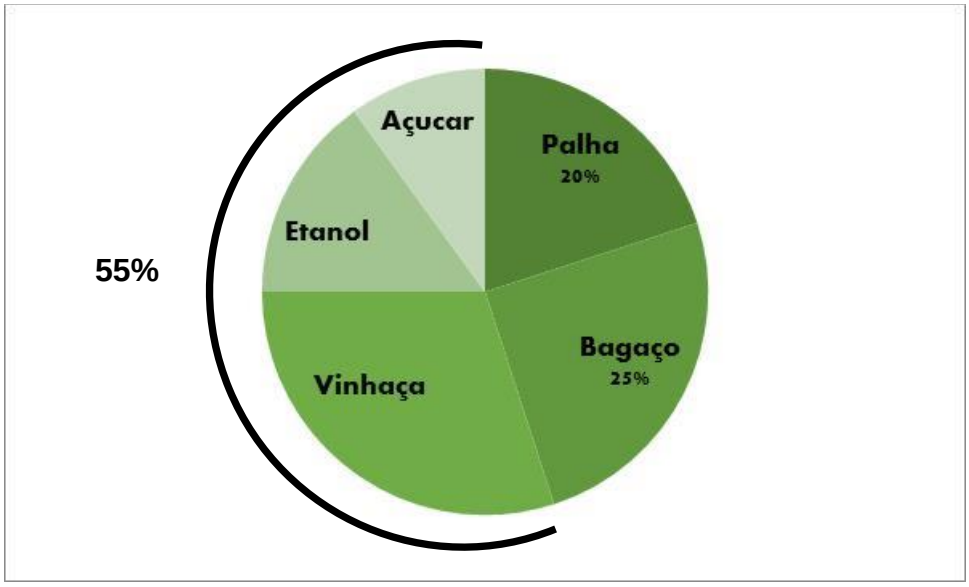

Figura 6: Exemplo da proporção de produtos e subprodutos presentes em uma tonelada de cana de açúcar

Com esse pequeno exemplo já é possível definir duas variáveis que serão utilizadas no modelo. A proporção de cana alocada à produção de açúcar será representada por $\boldsymbol{Su}$, a produção de etanol $\boldsymbol{Et}$. Uma vez que almeja-se analisar a proporção de cana por tonelada dedicada também aos subprodutos finais, biogás e eletricidade, faz-se necessário descrever a proporção de cana destinada a vinhaça que irá ser transformada em eletricidade, etanol e uma parte que se mantém como resíduo. Todos esses possíveis destinos da vinhaça que levam a produção de biogás para a geração de eletricidade, biogás para substituição de diesel ou mesmo descarte, serão representados respectivamente pelas variáveis $\boldsymbol{ViBie}, \boldsymbol{ViBid}$ e $\boldsymbol{ViR}$

O bagaço da cana, por sua vez, pode ser aproveitado para a geração direta de energia elétrica, ou ser transformado em biogás o qual também tem dois destinos possíveis, ser substituto do diesel, utilizado nas atividades da usina, ou ser transformado em energia elétrica, essas variáveis serão representadas respectivamente por $\boldsymbol{bge}, \boldsymbol{bgbid}$ e $\boldsymbol{bgbie}$.

Tomando como base o exemplo descrito acima a Figura 5 mostra as possibilidades de aproveitamento de cada um desses subprodutos e seus possíveis destinos, biogás, eletricidade ou descarte.

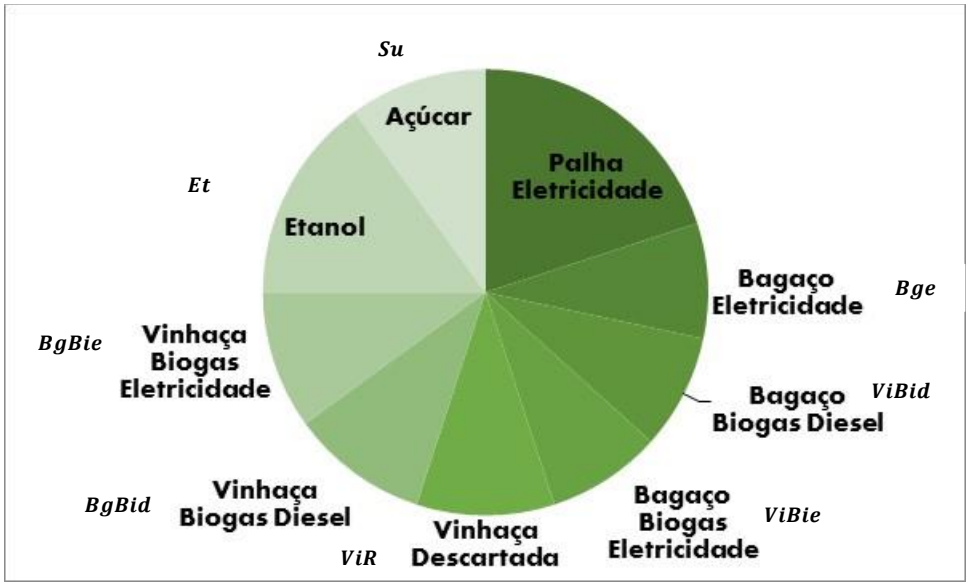

Figura 7: Exemplo da proporção de produtos e subprodutos presentes em uma tonelada de cana de açúcar e seus destinos

Definindo as variáveis desse modo é possível obter uma solução cuja medida seja diretamente da quantidade de cana que deve ser destinada a cada tipo de processo. Adicionalmente inseriram-se uma variável auxiliar, $\boldsymbol{ELI}$ que será a quantidade de energia elétrica importada em MWh. A Tabela 1 sintetiza essas variáveis.

Tabela 2: Descrição das variáveis

Variável	Descrição
$\mathbf{Su}$	% de cana processada destinada à produção de açúcar.
$\mathbf{Et}$	% de cana processada destinada à produção de etanol.
$\boldsymbol{bge}$	% de bagaço processado destinado para a geração de energia elétrica.
$\boldsymbol{bgbid}$	% de bagaço processado destinado para a produção de biogás utilizado como substituto do diesel.
$\boldsymbol{bgbie}$	% de bagaço processado destinado para a produção de biogás para a geração de energia elétrica.
$\boldsymbol{ViBie}$	% de cana processada destinada a produção de vinhaça que será transformada em biogás utilizado como na produção de energia elétrica
$\boldsymbol{ViBid}$	% de cana processada destinada a produção de vinhaça que será transformada em biogás utilizado como substituto do diesel

$\boldsymbol{ViR}$	% de cana processada destinada a produção de vinhaça residual, tratada como adubo.
ELI	Energia elétrica importada em Mwh

A fim de melhor expor as restrições, a seguir os parâmetros foram destacados com formatação em itálico e as variáveis com formatação em negrito. A Tabela 2 descreve os parâmetros utilizados no modelo.

Tabela 3: Descrição dos parâmetros

Parâmetro	Descrição
β_{tc}^{Su}	Toneladas de açúcar produzidas por tonelada de cana processada
β_{tc}^{Et}	Litros de etanol produzidos por tonelada de cana processada
β_{tc}^{Bi}	m³ de biogás produzidos por tonelada de cana processada
$\beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}}$	Toneladas de palha produzidas por tonelada de cana processada
β_{tc}^{bg}	Toneladas de bagaço produzidas por tonelada de cana processada
β_{tc}^{Bi}	Taxa de produção de biogás (m³) por tonelada de cana processada
β_{tc}^{Vi}	Taxa de produção de vinhaça (litros) por tonelada de cana processada
β_{Bi}^{d}	Taxa de substituição de diesel (litros) por biogás (m³)
β_{Vi}^{Bi}	Taxa de produção de biogás (m³) por litro de vinhaça
β_{Et}^{Vi}	Taxa de produção de vinhaça (litros) por litro de etanol
β_{Bi}^{e}	Taxa de produção de energia elétrica MWh por m³ de biogás
β_{bg}^{e}	Taxa de produção de energia elétrica MWh por tonelada de bagaço
β_{Pa}^{e}	Taxa de produção de energia elétrica MWh por tonelada de palha
Ca	Toneladas de cana processada na safra
Ld	Litros de diesel consumidos na safra
P_{Su}	Preço médio de venda da tonelada de açúcar
P_{Et}	Preço médio de venda do litro de etanol anidro
P_e	Preço médio de venda da energia elétrica em MWh
P_d	Preço médio do custo do litro de diesel

C_{Bi}^{d}	Custo de produção do biogás substituto do diesel R$/litro
C_{Bi}^{e}	Custo de produção de eletricidade a partir do biogás R$/MWh
C_{Vi}^{R}	Custo de produção de tratamento da vinhaça residual R$/litro
C_{bg}^{e}	Custo de produção de eletricidade a partir do bagaço R$/MWh
D	Demanda de energia elétrica em MWh
Cap	Capacidade de produção máxima de energia elétrica pela usina em MWh
k	Nível de confiança utilizado no modelo CVaR

3.2 Restrições

3.2.1 Restrições gerais

A primeira restrição do modelo refere-se às parcelas de cana destinadas a produção dos produtos principais e secundários. A Equação 42 estabelece que a proporção de cana destinada a produção de açúcar, etanol e vinhaça deve ser igual a 100% menos as proporções destinadas a palha e ao bagaço.

$$\boldsymbol{ViR} + \boldsymbol{Vid} + \boldsymbol{Vie} + \boldsymbol{Et} + \boldsymbol{Su} = \mathbf{1} - \beta_{\mathrm{tc}}^{bg} - \beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}} \tag{42}$$

Como a vinhaça origina-se apenas da produção de etanol, a proporção de cana destinada para a vinhaça, tenha ela qualquer destino, dever ser igual a proporção de cana destinada a produção de etanol multiplicada pelo fator β_{Et}^{Vi} que estabelece a relação de produção entre vinhaça e etanol. Essas relações estão descritas pela Equação 43.

$$\boldsymbol{ViR} + \boldsymbol{Vid} + \boldsymbol{Vie} = \boldsymbol{Et}\beta_{\mathrm{Et}}^{Vi} \tag{43}$$

3.2.2 Restrições relativas ao destino do bagaço

Uma vez que a proporção de bagaço presente na cana é uma parcela fixa, representada pelo parâmetro β_{tc}^{bg}, cabe ao modelo apenas decidir o melhor destino para esse bagaço, geração de energia elétrica, produção de biogás para ser empregado como substituto do diesel ou para geração de eletricidade. Essa relação se estabelece a partir da restrição 44

$$\mathrm{Ca}\ \beta_{\mathrm{tc}}^{bg} = \mathrm{Ca}\ \beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge} + \mathrm{Ca}\ \beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbid} + \mathrm{Ca}\ \beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie} \quad (44)$$

A restrição 45 garante que os percentuais de bagaço destinados a cada um dos seus possíveis destino some 100%

$$\boldsymbol{bge} + \boldsymbol{bgbid} + \boldsymbol{bgbie} = \mathbf{100}\% \quad (45)$$

3.2.3 Restrições relativas às fontes energéticas – Eletricidade e Diesel

A energia elétrica gerada pela usina origina-se da palha, do bagaço diretamente enviado para a caldeira, do bagaço transformado em biogás destinado a produção de energia elétrica e do biogás produzido da vinhaça que também é destinado a produção de eletricidade. Essa produção somada com a energia elétrica importada deve ser maior ou igual à demanda por eletricidade da usina. A expressão 46 expõe essa relação.

$$\mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}}\beta_{Pa}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\beta_{bg}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} + Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} + \boldsymbol{ELI} \geq D \quad (46)$$

Além disso, energia elétrica gerada pela usina deve se limitar a capacidade de produção instalada da usina, como mostra a desigualdade 47

$$\mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}}\beta_{Pa}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\beta_{bg}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} + Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} \leq Cap \quad (47)$$

O volume de diesel substituído deve ser menor ou igual ao volume total de diesel demandado pela usina. Assim as parcelas de cana dedicadas a produção de biogás, através do bagaço e através da vinhaça devem ser menores ou iguais ao volume Ld. Essa relação é interpretada na Equação 48.

$$Ca\boldsymbol{bgbid}\beta_{bg}^{Bi}\beta_{Bi}^{d} + Ca\boldsymbol{ViBid}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{d} \leq Ld \quad (48)$$

3.2.4 Função objetivo

Ao minimizar-se o CVaR, espera-se minimizar a perda esperada acima de um determinado percentil da distribuição de probabilidade das perdas do portfolio. No problema em análise será considerada a distribuição de probabilidade do lucro, na análise do CVaR, buscando-se minimizar o prejuízo. Na Equação 49 as três primeiras parcelas representam o lucro resultante das produções de açúcar, etanol e energia elétrica e a quarta parcela representa o trade-off entre o biogás e o diesel demandado pela usina, quanto mais biogás produzido para substituir o diesel menos se gastará com o diesel. Descontando os custos de produção do biogás substituo para o diesel e de geração de energia elétrica, oriundos da vinhaça e do bagaço, tem-se o lucro da usina. Logo a soma desses componentes deve ser igual ao lucro total da usina.

$$
\begin{aligned}
& Ca\boldsymbol{Su}\beta_{tc}^{Su}P_{Su} + Ca\boldsymbol{Et}\beta_{tc}^{Et}P_{Et} + \\
& + \left(\mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}}\beta_{Pa}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\beta_{bg}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} + Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} - D - ELI\right)P_{e} \\
& -\left(Ld - Ca\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbid}\beta_{bg}^{Bi}\beta_{Bi}^{d} + Ca\boldsymbol{ViBid}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{d}\right)P_{d} \\
& -Ca\boldsymbol{ViBid}\beta_{tc}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{d} - Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{e} - Ca\boldsymbol{ViR}\beta_{tc}^{Vi}\mathrm{C}_{Vi}^{R} \\
& -Ca\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbid}\beta_{bg}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{d} - \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{e} - \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\mathrm{C}_{bg}^{e} \geq \pi
\end{aligned}
\tag{49}
$$

3.3 Síntese do modelo

O modelo final, tradicional, utilizado nesse estudo é composto pelas variáveis, parâmetros e restrições 42 a 49 descritas nas seções anteriores acrescido de adaptações das equações 18 a 21. Ressalta-se que a Equação 19 é substituída pela Equação 49. Além disso, as funções $f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}^{i})$ de todas as q equações do modelo foram obtidas a partir da Equação 49 alterando-se os parâmetros P_{Su} , P_{Et}, P_{e} e P_{d} por seus valores históricos. Desse modo o modelo é capaz de mostrar a combinação ótima da proporção de cana destinada a cada um dos possíveis produtos e resíduos da indústria sucroalcooleira, tal que minimize o CVaR do portfólio para um dado lucro.

4. O modelo proposto – versão com incertezas

Partindo da mesma estrutura descrita na seção anterior constrói-se a contra parte robusta do modelo. Assume-se que a fonte de incertezas desse modelo advém apenas dos preços dos principais produtos oriundos do processo produtivo, açúcar, etanol e eletricidade e do custo com diesel. Desse modo, implicitamente assume-se que não há incertezas nos parâmetros ligados às diversas etapas intermediárias da produção.

Assim o modelo será adaptado para conceber o conceito de robustez proposto por Soyster (1973) e generalizado por Bertsimas e Sim (2004). Para tanto, assumem-se conjuntos de incerteza similares à Equação 31, onde a_{ij} serão os preços médios e $\hat{a}_{ij}$ serão estimados através dos seus respectivos desvios padrão. Com isso, assume-se que as soluções do modelo se manterão ótimas para quaisquer variações nos preços que estejam entre o preço médio mais e menos um desvio padrão σ. A seguir descrevem-se as mudanças necessárias no modelo descrito na seção anterior de modo a cumprir esse objetivo.

As adaptações necessárias para escrever a contraparte robusta do modelo proposto limitam-se a alterar a Equação 49 de maneira análoga a desigualdade presente no modelo 41 e a inserção de das variáveis auxiliares descritas na Equação 40 no modelo descrito na seção anterior. Tomando o preço do açúcar como exemplo, os possíveis valores $\tilde{P}_{Su}$ deverão pertencer ao conjunto Θ_{Su} definido por valores compreendidos entre $P_{Su} - \sigma_{su}$ e $P_{Su} + \sigma_{su}$, sintetizados em 50.

$$\tilde{P}_{Su} \in \Theta_{Su} \equiv \{\tilde{P}_{Su}\,, \left|\tilde{P}_{Su} - P_{Su}\right| \leq \sigma_{su}\} \tag{50}$$

Assume-se que os demais parâmetros incertos irão se comportar de forma similar.

Uma vez que a restrição 49 impõe que o lucro seja maior ou igual a um valor fixo a inserção do $\beta\,(\boldsymbol{x},\Gamma)$, onde $\boldsymbol{x}$ representa o vetor de variáveis, será feita com o sinal negativo, tal como demonstrado em 51

$$
\begin{aligned}
& Ca\boldsymbol{Su}\beta_{tc}^{Su}P_{Su} + Ca\boldsymbol{Et}\beta_{tc}^{Et}P_{Et} + \\
& + \left(\mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}}\beta_{Pa}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\beta_{bg}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} + Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} - D - ELI\right)P_{e} \\
& -\left(Ld - Ca\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbid}\beta_{bg}^{Bi}\beta_{Bi}^{d} + Ca\boldsymbol{ViBid}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{d}\right)P_{d} \\
& -Ca\boldsymbol{ViBid}\beta_{tc}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{d} - Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{e} - Ca\boldsymbol{ViR}\beta_{tc}^{Vi}\mathrm{C}_{Vi}^{R} \\
& -Ca\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbid}\beta_{bg}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{d} - \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{e} - \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\mathrm{C}_{bg}^{e} - \beta\,(\boldsymbol{x},\Gamma) \;\geq\; \pi
\end{aligned}
\tag{51}
$$

E de maneira similar ao modelo 41 tem-se que a Equação 51 pode ser substituída pela Equação 52 acrescida das equações 53-68

$$
\begin{aligned}
& Ca\boldsymbol{Su}\beta_{tc}^{Su}P_{Su} + Ca\boldsymbol{Et}\beta_{tc}^{Et}P_{Et} + \\
& + \left(\mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}}\beta_{Pa}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\beta_{bg}^{e} + \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} + Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\beta_{Bi}^{e} - D - ELI\right)P_{e} \\
& -\left(Ld - Ca\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbid}\beta_{bg}^{Bi}\beta_{Bi}^{d} + Ca\boldsymbol{ViBid}\beta_{tc}^{Bi}\beta_{Bi}^{d}\right)P_{d} \\
& -Ca\boldsymbol{ViBid}\beta_{tc}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{d} - Ca\boldsymbol{Vie}\beta_{tc}^{Vi}\beta_{Vi}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{e} - Ca\boldsymbol{ViR}\beta_{tc}^{Vi}\mathrm{C}_{Vi}^{R} \\
& -Ca\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbid}\beta_{bg}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{d} - \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bgbie}\beta_{tc}^{Bi}\mathrm{C}_{Bi}^{e} - \mathrm{Ca}\beta_{\mathrm{tc}}^{bg}\boldsymbol{bge}\mathrm{C}_{bg}^{e} \\
& -(\rho_{Su} + \rho_{Et} + \rho_{bge} + \rho_{bgbie} + \rho_{Vie} + \rho_{bgbid} + \rho_{Vibid}) - \Gamma\,\lambda \;\geq\; \pi
\end{aligned}
\tag{52}
$$

$$\rho_{Su} + \lambda \;\geq \sigma_{su}y_{Su} \tag{53}$$

$$\rho_{Et} + \lambda \;\geq \sigma_{Et}y_{Et} \tag{54}$$

$$\rho_{bge} + \lambda \;\geq \sigma_{bge}y_{bge} \tag{55}$$

$$\rho_{bgbie} + \lambda \geq \sigma_{bgbie} y_{bgbie} \tag{56}$$

$$\rho_{Vie} + \lambda \geq \sigma_{Vie} y_{Vie} \tag{57}$$

$$\rho_{bgbid} + \lambda \geq \sigma_{bgbid} y_{bgbid} \tag{58}$$

$$\rho_{Vibid} + \lambda \geq \sigma_{Vibid} y_{Vibid} \tag{59}$$

$$-y_{Su} \leq \boldsymbol{Su} \leq +y_{Su} \tag{60}$$

$$-y_{Et} \leq \boldsymbol{Et} \leq +y_{Et} \tag{61}$$

$$-y_{bge} \leq \boldsymbol{bge} \leq +y_{bge} \tag{62}$$

$$-y_{bgbie} \leq \boldsymbol{bgbie} \leq +y_{bgbie} \tag{63}$$

$$-y_{Vie} \leq \boldsymbol{Vie} \leq +y_{Vie} \tag{64}$$

$$-y_{bgbid} \leq \boldsymbol{bgbid} \leq +y_{bgbid} \tag{65}$$

$$-y_{Vibid} \leq \boldsymbol{Vibid} \leq +y_{Vibid} \tag{66}$$

$$\rho_{Su}, \rho_{Et}, \rho_{bge}, \rho_{bgbie}, \rho_{Vie}, \rho_{bgbid}, \rho_{Vibid} \geq 0 \tag{67}$$

$$\lambda \geq 0 \tag{68}$$

5. Análise dos resultados

O modelo foi parametrizado a partir de três fontes: o artigo de Moraes et al (2014), o painel Bloomberg e através de consultas a especialistas do setor. No artigo de Moraes et al (2014), os autores investigam através de modelos de simulação o potencial de integração do biogás produzido a partir da vinhaça com o restante da cadeia produtiva do setor. Uma vez que os autores utilizam dados primários obtidos do laboratório nacional de ciência e tecnologia do bioetanol, optou-se por calibrar os parâmetros relativos à produção com os mesmo dados. Os dados relativos a preço, fonte da incerteza analisada nesse trabalho, foram coletados do painel Bloomberg, uma fonte segura de informações do mercado financeiro. Por fim, alguns dados de difícil acesso, tais como custos, foram obtidos a partir de consultas a especialistas do setor. A tabela 4 a seguir apresenta os valores utilizados e suas respectivas fontes.

Tabela 4: Valores de calibração do modelo e suas fontes

Parâmetro	Valor	Fonte
β_{tc}^{Su}	0,051	Moraes et al (2014)
β_{tc}^{Et}	53,4	Moraes et al (2014)
β_{tc}^{Bi}	7,588	Moraes et al (2014)
$\beta_{\mathrm{tc}}^{\mathrm{pa}}$	0,2	UNICA
β_{tc}^{bg}	0,25	UNICA
β_{tc}^{Bi}	7,60	Moraes et al (2014)
β_{tc}^{Vi}	500	Moraes et al (2014)
β_{Bi}^{d}	0,55	Moraes et al (2014)
β_{Vi}^{Bi}	0,0145	Moraes et al (2014)
β_{Et}^{Vi}	9,8	Moraes et al (2014)

β_{Bi}^{e}	0,008	Consulta a especialistas do setor
β_{bg}^{e}	0,0015	Moraes et al (2014)
β_{Pa}^{e}	0,28	UNICA
Ca	2.000.000	Moraes et al (2014)
Ld	10680000	Consulta a especialistas do setor
P_{Su}	0,87	Bloomberg
P_{Et}	1,04	Bloomberg
P_{e}	148,15	Bloomberg
P_{d}	1,39	Bloomberg
C_{Bi}^{d}	10	Consulta a especialistas do setor
C_{Bi}^{e}	200	Consulta a especialistas do setor
C_{Vi}^{R}	1,7	Consulta a especialistas do setor
C_{bg}^{e}	10	Consulta a especialistas do setor
D	307.200	UNICA
Cap	672.000	UNICA
k	5%	-

Os preços selecionados de açúcar e etanol para o estudo são os preços do açúcar branco e do etanol anidro. Ambos os produtos são amplamente produzidos por usinas do oeste paulista. Uma vez que assume-se que a usina compra e vende energia elétrica ao preço à vista, para manter a consistência do estudo optou-se por utilizar o preço de liquidação de diferenças referente ao submercado sudeste, o submercado que onde as usinas paulistas estão situadas. Por fim o preço do diesel utilizado advém do preço médio ponderado de diesel calculado pela Agência Nacional do Petróleo (ANP). Esses quatro preços foram convertidos em preços mensais através de média aritmética, com dados de junho de 2003 a maio de 2015, totalizando 144 dados mensais,

posteriormente utilizados para se calcular os valores de P_{Su}, P_{Et}, P_e e P_d através de média simples e para calcular os cenários q utilizados no cálculo do CVaR. As Figuras 7, 8, 9 e 10 mostram os gráficos desses preços.

Figura 8: Preço mensal do açúcar branco

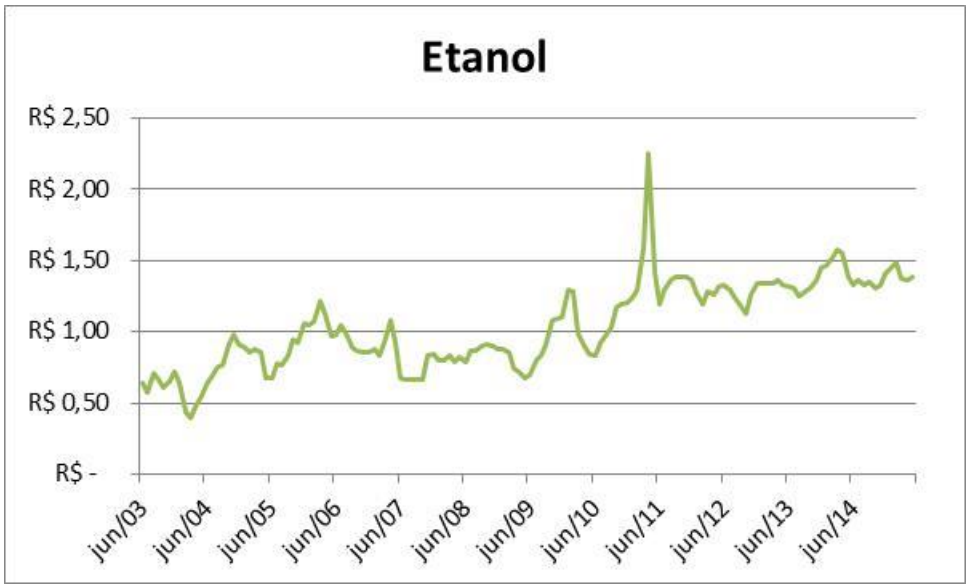

Figura 9: Preço mensal do Etanol Anidro

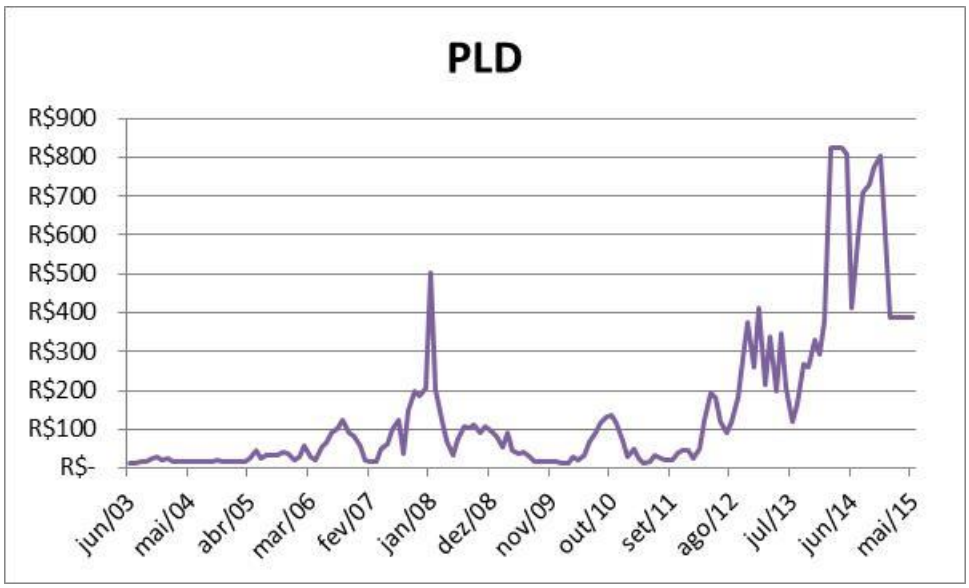

Figura 10: Preço mensal do PLD sudeste

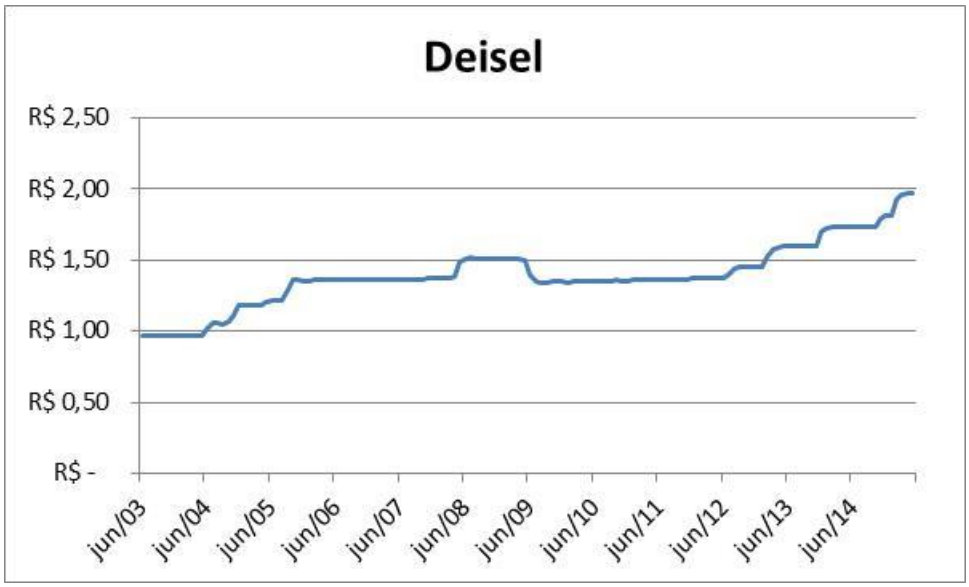

Figura 11: Preço mensal do Diesel

As duas versões do modelo, que minimiza o CVaR do lucro da Usina, sob as restrições de produção técnica, nos casos determinístico e robusto foram implementadas com os parâmetros descritos na Tabela 3 em Matlab

versão R2015a. O programa foi construído com o intuito de gerar as fronteiras de eficiência, partindo do lucro máximo possível diminuindo-o gradativamente até o problema não ser mais viável. Além disso, registraram-se as diferentes soluções associadas a cada ponto na fronteira de modo a analisar como as proporções de cana destinadas a cada uma das atividades produtivas da usina se alteravam de acordo com mudanças nos níveis de lucro e risco. O tempo de execução dos algoritmos em ambas as versões foi inferior a 5 segundos. Uma vez que os modelos tratam de um período. Futuras expansões do modelo que visam tratar do caso multiperíodo, poderão apresentar maiores dificuldades computacionais. As seções a seguir discutem os resultados obtidos.

5.1 O biogás na matriz produtiva do setor sucroalcooleiro – Versão tradicional

A Figura 12 abaixo representa a fronteira de eficiência do modelo proposto, construída a partir dos parâmetros da Tabela 4. Como esperado, à medida que o risco, mensurado através do CVaR, aumenta, o lucro esperado também aumenta. Os resultados foram obtidos considerando um CVaR ao nível de 5%.

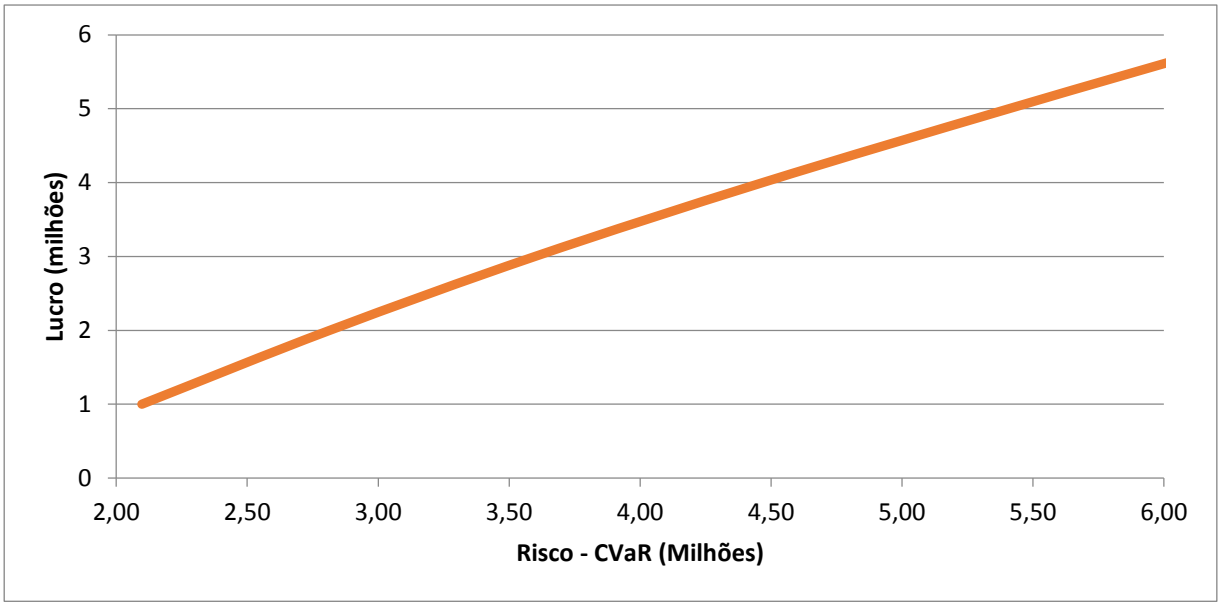

Figura 12: Fronteira de eficiência do modelo

A Figura 13 mostra a composição dos portfólios do modelo. As variáveis $\boldsymbol{bge}$, $\boldsymbol{bgbie}$ **e** $\boldsymbol{ViBie}$ foram agrupadas na variável **Ele**, enquanto as variáveis $\boldsymbol{bgbid}$ e $\boldsymbol{ViBid}$ foram agrupadas na variável **Bid**. Dessa forma pode-se analisar os principais destinos que um tonelada de cana tem, dentro da usina, Açúcar, Etanol, Vinhaça Residual, Biogás substituto do diesel e Eletricidade.

Nela, nota-se que à medida que o lucro aumenta, consequentemente aumentando o risco, o percentual de cana destinado a produção de biogás para a substituição do diesel aumenta. Esse comportamento também ocorre com as proporções de cana destinadas a produção de etanol, pois à medida que o risco aumenta, também observa-se o aumento do etanol nos portfólios em detrimento de uma queda da proporção de cana destinada à produção de açúcar. A produção de eletricidade se mantém praticamente constate, independente do nível de risco.

Uma vez que o principal objetivo desse trabalho consiste em entender o potencial do biogás dentro da matriz produtiva de uma usina do setor sucroalcooleiro, aferiu-se também como o modelo alocava o bagaço e a vinhaça. Esses resultados podem ser conferidos nas Figuras 13 e 14 abaixo.

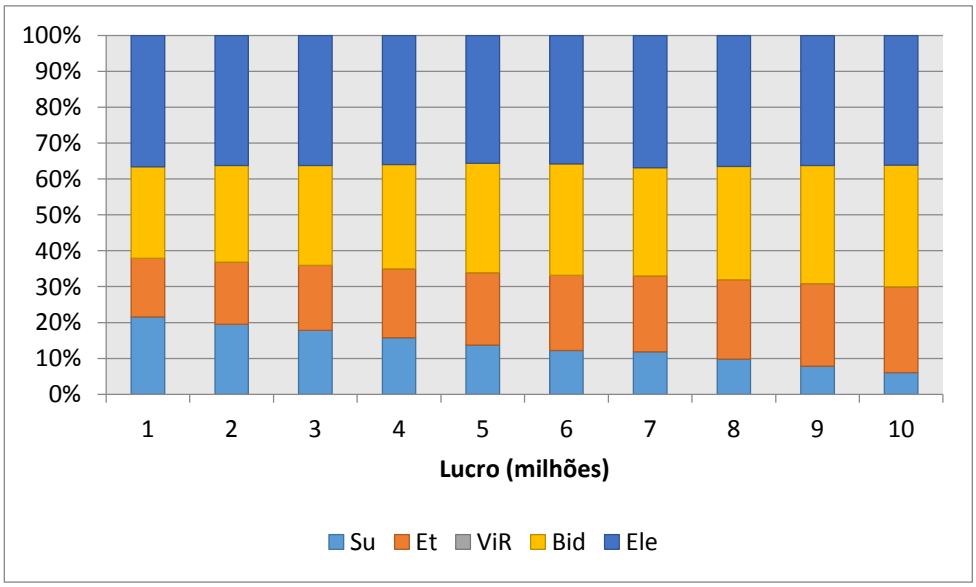

Figura 13: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do modelo

A análise da Figura 13 mostra que dentre os três possíveis destinos do bagaço, geração de energia elétrica, produção de biogás para geração de

energia elétrica e produção de biogás para substituição do diesel, o modelo aloca bagaço apenas para geração de eletricidade diretamente e para a produção de biogás com o intuito de substituição do diesel. Ou seja, para esses parâmetros técnicos assumidos, não é viável transformar bagaço em biogás para posteriormente transformá-lo em energia elétrica.

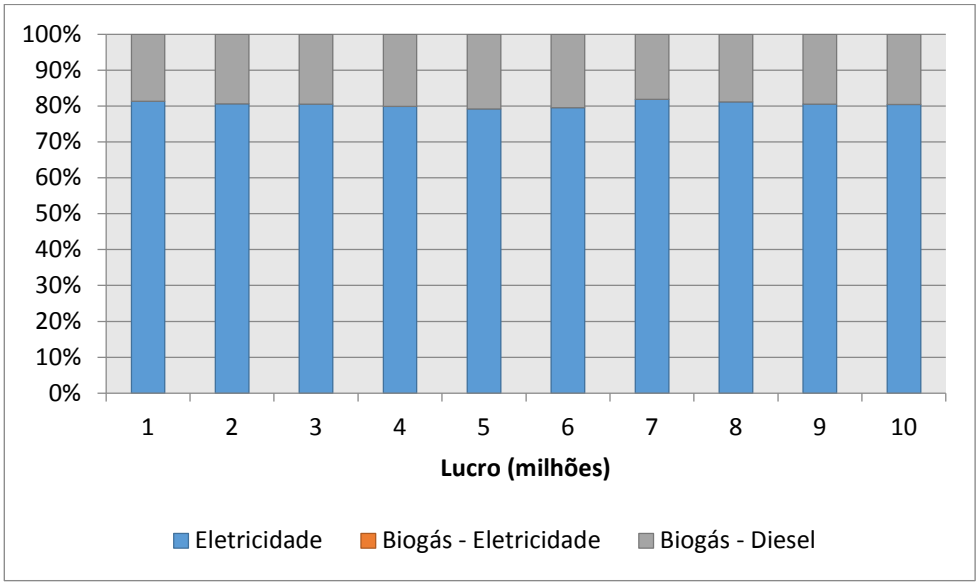

Figura 14: Destinos do bagaço da cana em função do lucro

Esse resultado preliminar fortalece à opinião de diversos especialistas consultados de que tal transformação não é energeticamente nem economicamente viável. Além disso, nota-se que as proporções de bagaço destinadas diretamente a geração de energia elétrica e a substituição do diesel se mantém constantes para diversos níveis de lucro. Vale ressaltar que a nessas análises não foram considerados nem os gastos com energia nem eventuais custos que o descarte da vinhaça possa gerar.

Na Figura 14 destacam-se dois fatos. Primeiro, independente do lucro, o modelo sempre transforma toda vinhaça em biogás, pois não destina nenhuma parte da cana para ser tratada como resíduo. Segundo, todo biogás produzido a partir dessa vinhaça tem como objetivo a substituição do diesel e não a geração de energia elétrica. Diferente do bagaço que pode ser transformado diretamente em energia elétrica, a vinhaça necessita se tornar biogás antes de ter qualquer fim energético. Mesmo não apresentando as perdas energéticas que o bagaço tem ao ser destinado para produção de biogás e posteriormente geração de energia elétrica, o modelo não aloca o biogás oriundo da vinhaça

para geração de energia elétrica. Todo biogás produzido a partir da vinhaça destina-se a substituição do diesel.

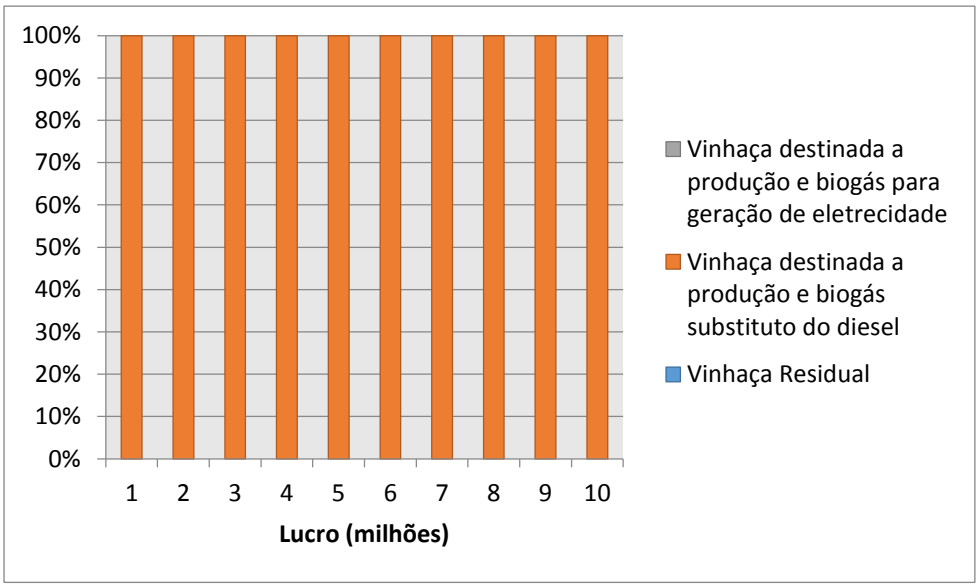

Figura 15: Destinos da vinhaça da cana em função do lucro

A fim de verificar o papel que o biogás tem para o sistema produtivo como um todo, considerou-se o modelo sem que houvesse produção de biogás. Para isso eliminou-se as variáveis $\boldsymbol{bgbie}$, $\boldsymbol{bgbid}$, $\boldsymbol{ViBie}$ e $\boldsymbol{ViBid}$ do modelo, impedindo assim que tanto o bagaço como a vinhaça oriundos do processo fossem destinados a produção de biogás. Esse modelo será denominado de “Modelo Tradicional”. Com essas restrições adicionais construiu-se uma nova fronteira e eficiência a qual foi contrastada com a fronteira do modelo original exposta na Figura 11. A Figura 15 mostra esse contraste.

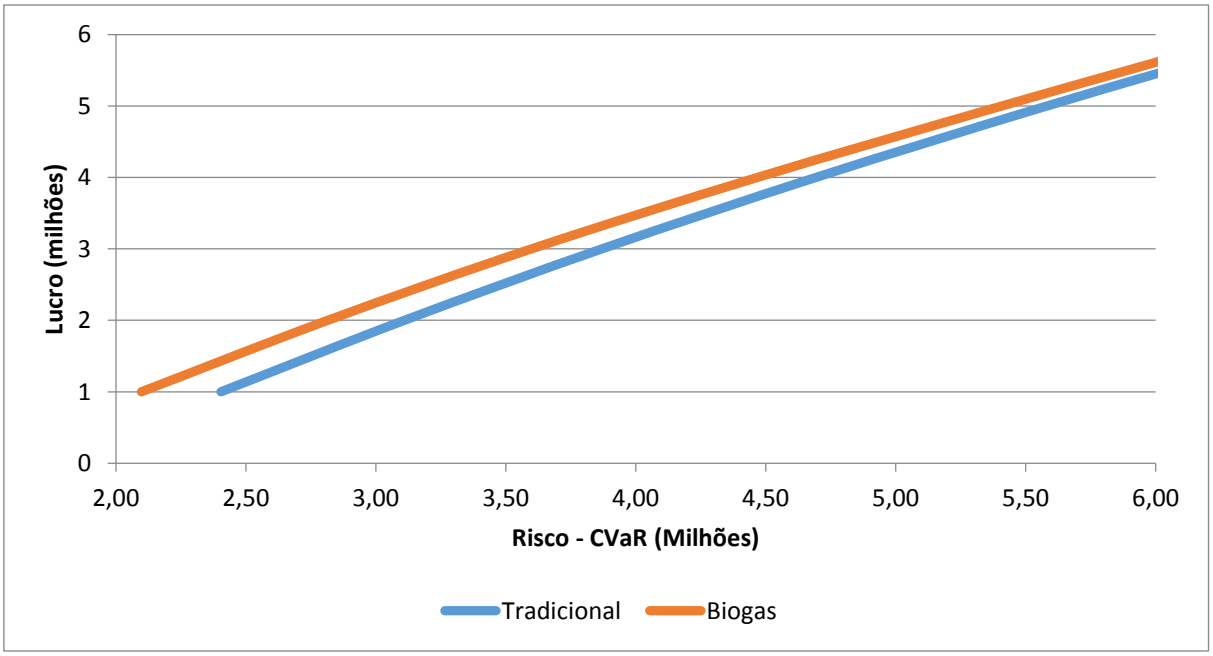

Figura 16: Comparação das fronteiras de eficiência. Modelo tradicional vs modelo com biogás

Observa-se claramente na Figura 15 que a inserção do biogás no portfólio de produção da usina leva a uma melhoria no sentido de Pareto no sistema, uma vez que a fronteira de eficiência do modelo que contempla a produção de biogás é superior à fronteira do modelo tradicional. Desse modo, para um mesmo nível de risco, em portfólios onde biogás é inserido verifica-se um lucro esperado maior do que no caso tradicional.

Como o esperado, em consequência das restrições adicionais todo bagaço é destinado a produção de eletricidade, e toda vinhaça é tratada como resíduo, os únicos destinos possíveis para esses subprodutos uma vez que impede-se a produção de biogás. As Figuras 16 e 17 mostram, respectivamente, o destino do bagaço e da vinhaça em função do lucro. Nessas figuras pode se observar que de fato em todos os portfolios, sempre o bagaço é destinado a geração de energia elétrica e a vinhaça e descartada. Isso se dá pois, nesse modelo não é possível dar outro destino para a vinhaça que não o descarte.

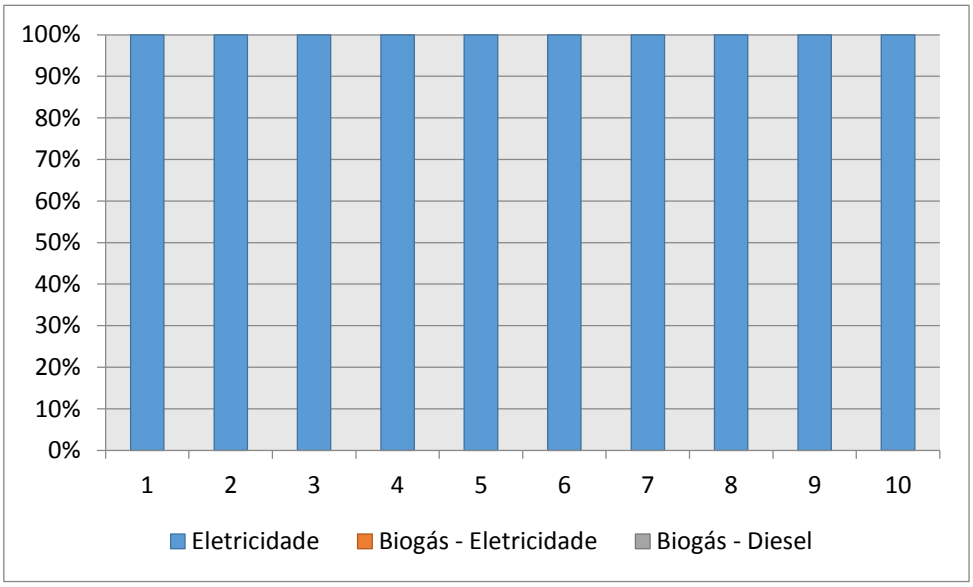

Figura 17: Destinos do bagaço da cana em função do lucro para o modelo tradicional

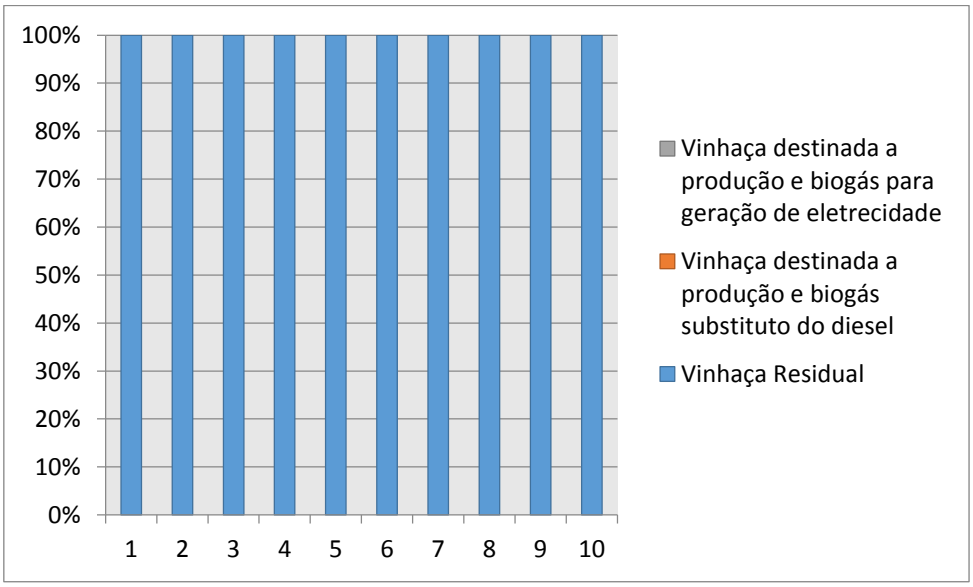

Figura 18: Destinos da vinhaça da cana em função do lucro para o modelo tradicional

5.2 Análise de sensibilidade do modelo proposto

A análise de sensibilidade do modelo foi realizada através de choques nos preços, que são os parâmetros da Equação 49. Empregou-se uso de *ceteris paribus*, onde todos os parâmetros são mantidos constantes em relação ao modelo padrão (construído com os parâmetros da Tabela 4) e varia-se apenas um parâmetro de modo a entender a influência desse choque sobre o modelo.

Tomando como base essa metodologia, os cenários 1 e 2, expostos na Tabela 4 foram criados somando e subtraindo duas vezes o desvio padrão do preço do açúcar ao seu preço médio, respectivamente. Procedimento análogo foi feito para construir os cenários 3, 4, 7 e 8, dispostos respectivamente nas Tabelas 4 e 5. Devido a alta volatilidade característica dos preços de energia elétrica, somar e subtrair duas vezes o desvio padrão do preço da energia elétrica ao preço seu preço médio, gerariam um cenário com preço superior a R$/MWh 420 e um cenário inferior ao preço de R$/MWh 30, limites regulatórios praticados no mercado de energia elétrica brasileiro. Assim optou-se por utilizar esses limites nos cenários 5 e 6.

Tabela 5: Parâmetros utilizados nos cenários de 1 a 4

Parâmetro	Cenário base	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Preço do Açúcar (R$/kg)	R$ 0,87	R$ 1,45	R$ 0,28	R$ 0,87	R$ 0,87
Preço do Etanol (R$/L)	R$ 1,04	R$ 1,04	R$ 1,04	R$ 1,64	R$ 0,44
Preço da Eletricidade (R$/MWh)	R$ 148,15	R$ 148,15	R$ 148,15	R$ 148,15	R$ 148,15
Preço do Diesel (R$/L)	R$ 1,39	R$ 1,39	R$ 1,39	R$ 1,39	R$ 1,39

Tabela 6 Parâmetros utilizados nos cenários de 5 a 8

Parâmetro	Cenário base	Cenário 5	Cenário 6	Cenário 7	Cenário 8
Preço do Açúcar (R$/kg)	R$ 0,87	R$ 0,87	R$ 0,87	R$ 0,87	R$ 0,87
Preço do Etanol (R$/L)	R$ 1,04	R$ 1,04	R$ 1,04	R$ 1,04	R$ 1,04
Preço da Eletricidade (R$/MWh)	R$ 148,15	R$ 420,00	R$ 30,00	R$ 148,15	R$ 148,15
Preço do Diesel (R$/L)	R$ 1,39	R$ 1,39	R$ 1,39	R$ 1,83	R$ 0,95

A análise dos cenários 1 e 2 onde avalia-se o impacto no modelo mediante a um choque no preço do açúcar revelou que a fronteira de eficiência é pouco sensível à variações no preço do açúcar, pois muito embora a fronteira responda como o esperado – apresenta pouco ganho quando o preço do açúcar aumenta e perda ínfima quando esse preço é diminuído. Assim de modo geral avalia-se que o preço do açúcar apresenta um impacto pequeno na fronteira de eficiência. A Figura 18 ilustra esse caso.

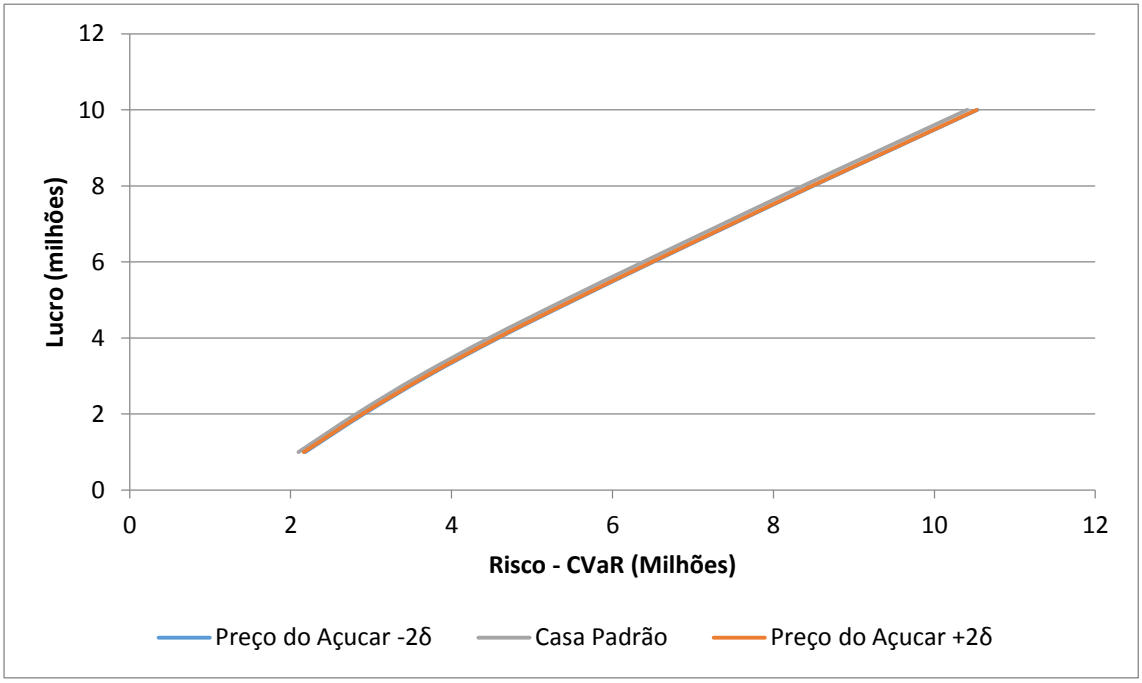

Figura 19: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços do açúcar

A Figura 19 compara a fronteira oriunda do cenário 3 com o caso padrão. Diferente do caso anterior o impacto de um aumento de dois desvios padrões sobre o preço médio do Etanol leva a um considerável ganho de eficiência, traduzido pelo deslocamento da fronteira para a esquerda em relação ao caso padrão. Já a subtração de dois desvios do preço médio, no cenário 4 gera apenas soluções viáveis para valores de lucro negativo, logo tal fronteira foi omitida da Figura 19.

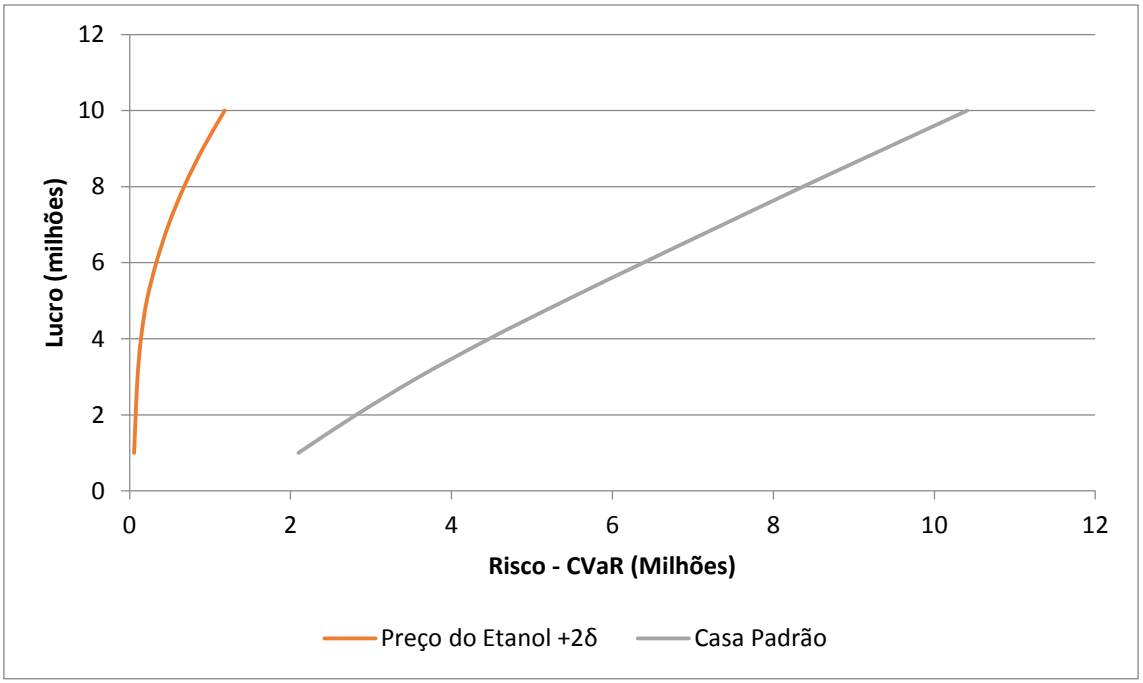

Figura 20: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços do etanol

Os cenários 5 e 6 analisam as consequências de variações no preço da energia elétrica. Assim como o etanol, o aumento no preço da energia elétrica leva a um considerável ganho de eficiência no sistema. Esse comportamento é esperado uma vez que ser superavitário em termos de energia elétrica é uma característica comum setor sucroalcooleiro e os parâmetros técnicos utilizados para construir o modelo padrão buscaram captar tal realidade. De forma similar ao cenário 4, o cenário 6 não gerou soluções viáveis com lucros positivos e também foi omitida da Figura 20 a qual expõem a fronteira de eficiência quando o preço da energia elétrica atinge seu valor máximo de R$/MWh 420,00 como caso padrão, cujo preço da energia elétrica é R$/MWh 148,15.

Uma vez que o diesel representa um custo para o processo um aumento para um aumento do preço médio do diesel espera-se uma perda de eficiência enquanto para uma queda espera-se um ganho. Esse comportamento, de fato ocorre e pode ser observado na Figura 21. Diferente dos casos anteriores o modelo tem soluções com lucros positivas tanto para variações positivas como negativas sobre os preços médios do diesel.

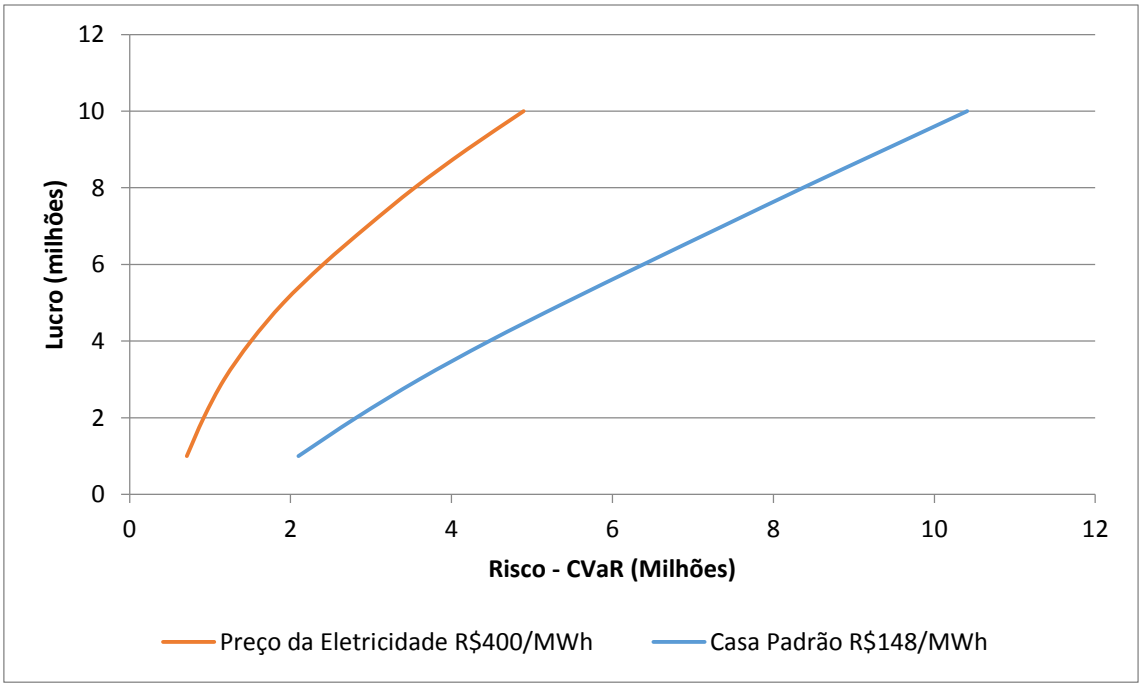

Figura 21: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços da energia elétrica

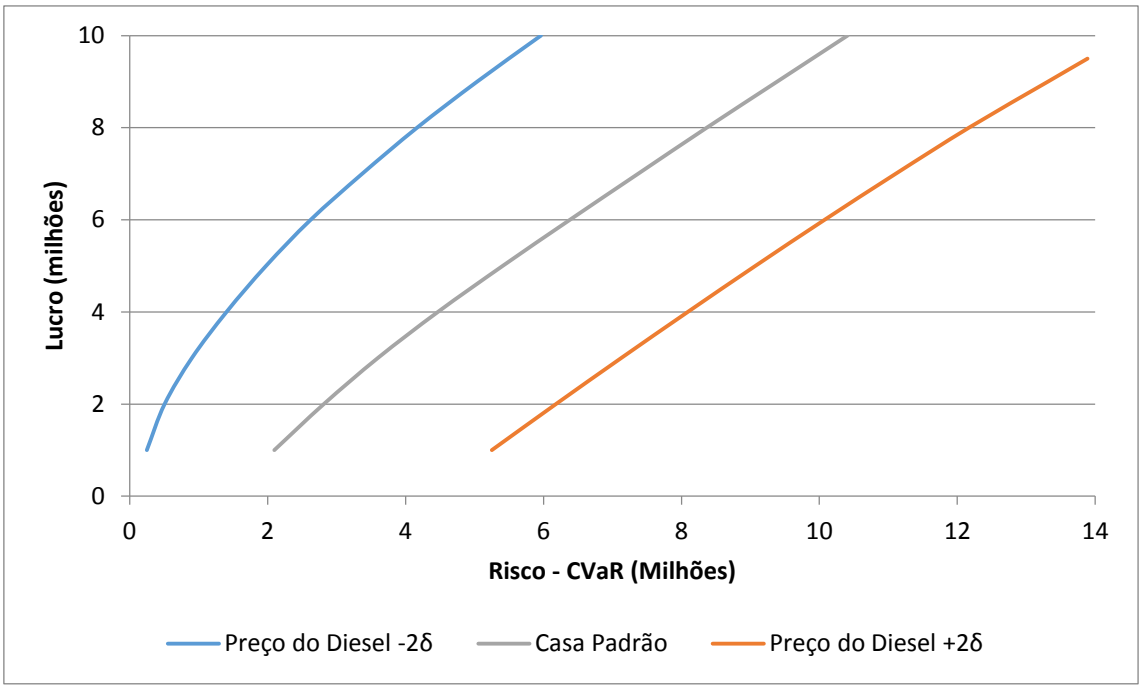

Figura 22: Comparação dos cenários onde ocorrem choques nos preços do diesel

Em relação as composições dos portfólios nenhuma anomalia foi constatada. Quando os preços do açúcar, etanol e eletricidade aumentaram, observou-se um significativo aumento nas proporções de cana destinada para

a produção de açúcar, etanol e eletricidade, respectivamente. Já em relação ao diesel quando seu preço aumenta a proporção de cana destinada a produção de biogás para substituição do diesel aumenta em relação a modelo padrão. Como consequência desse fenômeno, o modelo muda as proporções de cana destinada a produção de açúcar e etanol em favor da produção de etanol, uma vez que a maior parte da produção do biogás advém do tratamento da vinhaça residual da produção de etanol. De maneira oposta quando o preço do diesel cai em relação a média, praticamente não se produz biogás como substituto do diesel e desloca-se todos os resíduos da produção de açúcar e etanol para a geração de energia elétrica, pois o custo com o disel torna-se menos relevante. As Figuras 22 e 23 mostram esses dois casos, respectivamente.

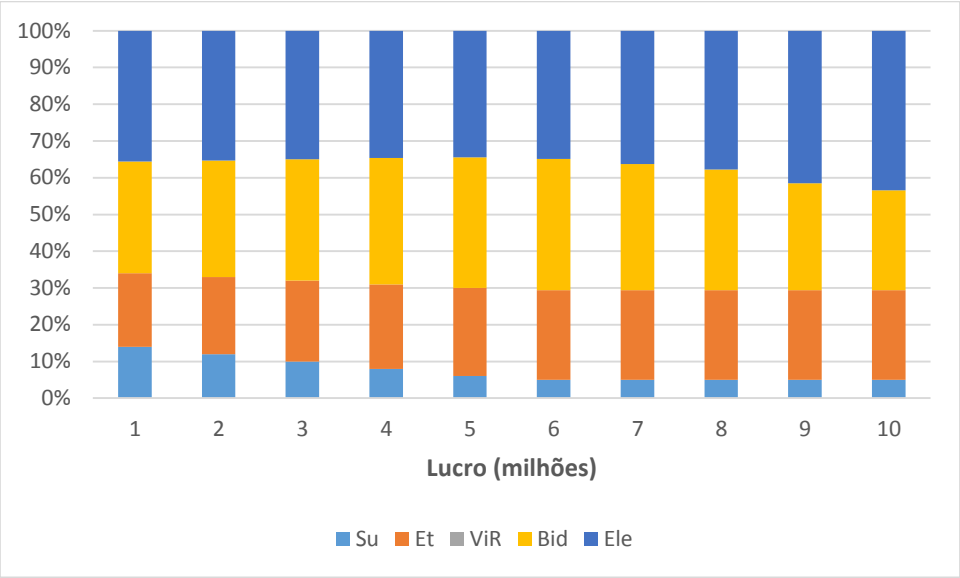

Figura 23: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do cenário 7

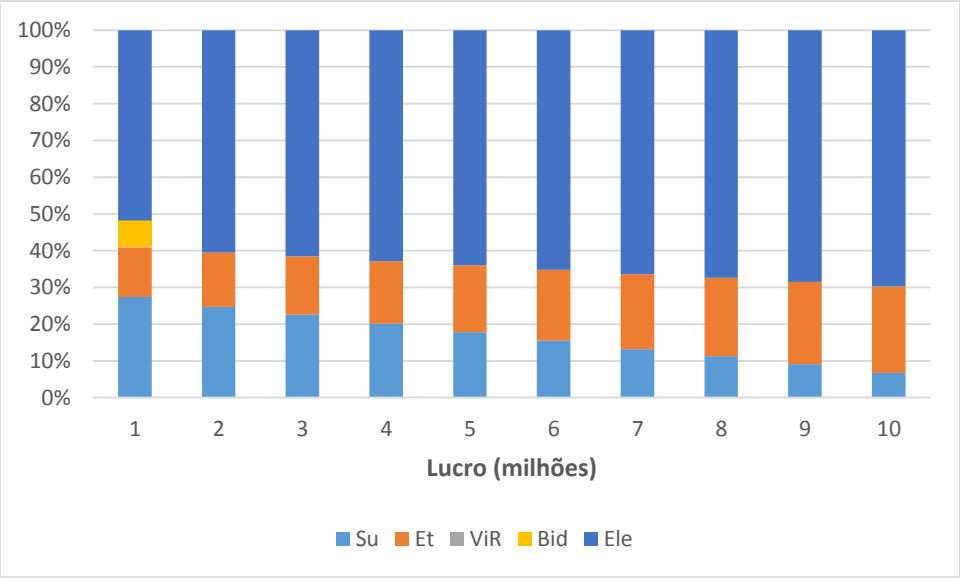

Figura 24: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do cenário 8

5.3 O biogás na matrizes produtiva do setor sucroalcooleiro – Versão com incertezas

A fim de entender a sensibilidade do modelo em relação ao grau de aversão a inviabilidade, Γ, resolveu-se o modelo padrão para o nível de lucro de R$1 milhão com valores de Γ variando de 0, modelo tradicional, a 7 modelo de Soyster (1973). Como pode-se notar na Tabela 6 a partir de $\Gamma = 3$ mo modelo atinge um valor constante de CVaR. Uma vez que o aumento excessivo Γ leva a soluções muito conservadoras, definiu-se o valor de $\Gamma = 3$, como o grau de aversão a inviabilidade adequado para tratar as incertezas advindas dos preços.

Tabela 7: Análise de sensibilidade do parâmetro Γ

Γ	CVaR		Lucro	
0	R$	2.171.561	R$	1.000.000
1	R$	7.783.206	R$	1.000.000
2	R$	10.591.778	R$	1.000.000
3	R$	11.169.835	R$	1.000.000
4	R$	11.169.835	R$	1.000.000
5	R$	11.169.835	R$	1.000.000
6	R$	11.169.835	R$	1.000.000
7	R$	11.169.835	R$	1.000.000

A Figura 24 compara as fronteiras de eficiência do modelo determinístico onde Γ = 0 com o modelo robusto com grau de aversão a inviabilidade Γ = 3. Como esperado a solução robusta é consideravelmente mais conservadora do que a solução determinística. Para um lucro de R$500.000,00 o modelo determinístico atribuiu um CVaR de R$1,85 milhões enquanto que sua contraparte robusta tem CVaR de R$10,47 milhões e encontra-se a direta de fronteira cujo Γ = 0.

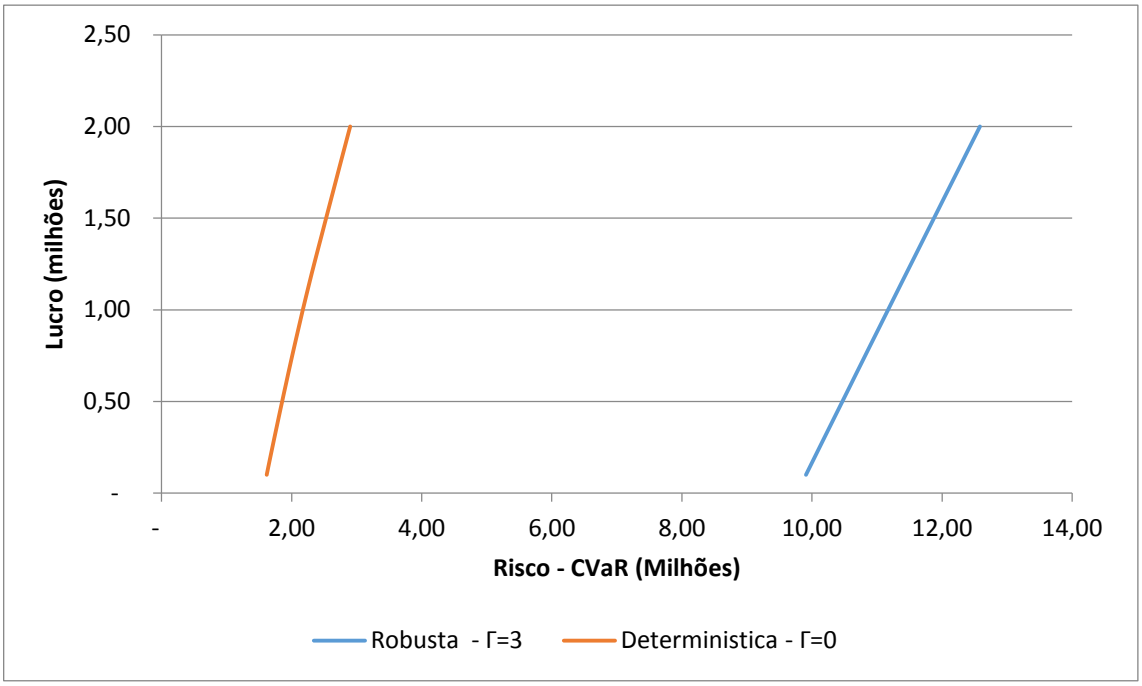

Figura 25: Comparação entre as fronteiras de eficiência do modelo robusto e do modelo determinístico

Além de alterar a fronteira de eficiência, a versão robusta do modelo também distorce a alocação da cana entre seus principais destinos. Embora mantenha a mesma tendência de alocar mais cana para a produção de etanol à medida que o risco aumenta, na contraparte robusta do modelo, essas proporções são maiores do que no caso determinístico. As Figuras 25 e 26 mostram essas alocações.

A fim de verificar o desempenho do biogás no portfólio produtivo da usina, fez-se um estudo análogo a realizado para o modelo determinístico, onde para o modelo robusto com Γ = 3, calculou-se um modelo alternativo onde

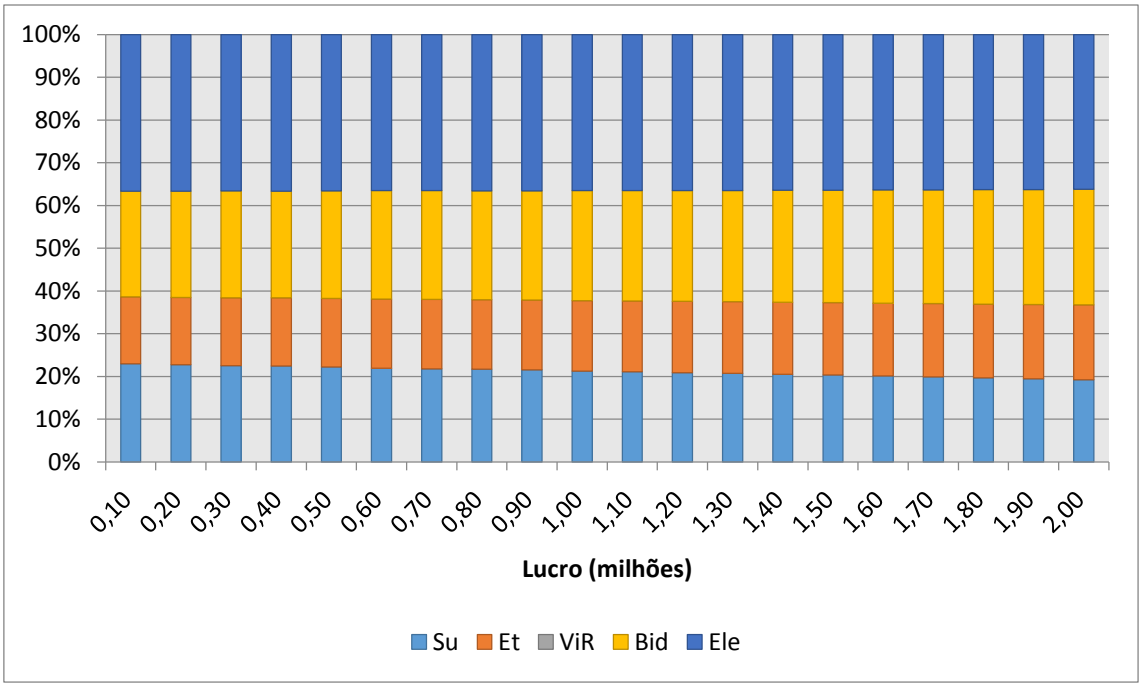

Figura 26: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do modelo determinístico

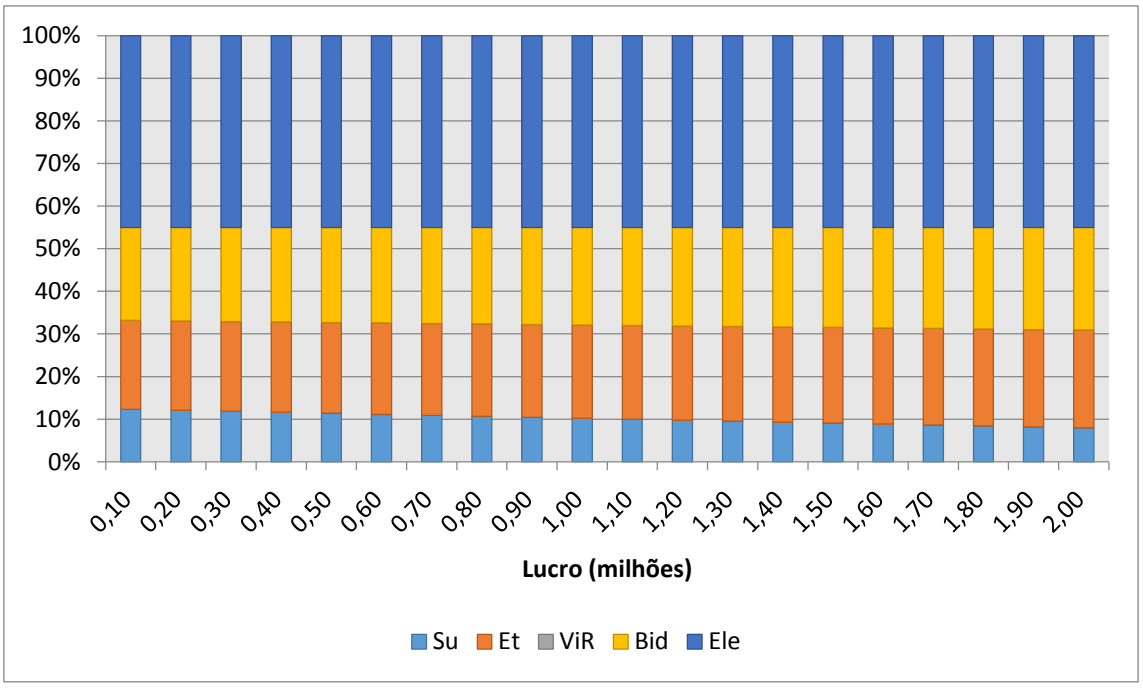

Figura 27: Composição dos portfólios da fronteira de eficiência do modelo robusto com Γ = 3

impediu-se a produção do de biogás. O resultado das duas fronteiras produzidas por esses modelos encontra-se na Figura 27. Nesta figura nota-se claramente que o ganho de eficiência observado no caso determinístico de mantém em sua contra parte robusta. Como as fronteiras produzidas nos dois casos não podem ser expostas num gráfico com eixo de CVaR similar dado o conservadorismo observado na versão robusta do modelo não é possível aferir se a magnitude de eficiência ganha no caso determinístico é superior ou inferior ao ganho de eficiência observado na versão robusta.

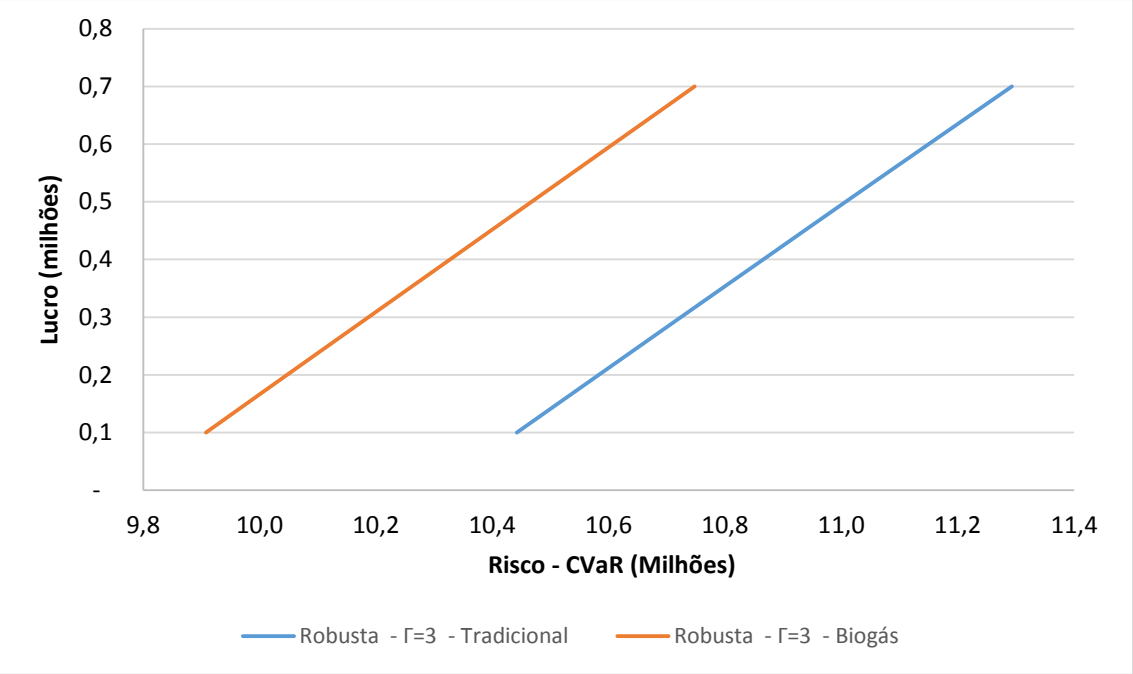

Figura 28: Comparação entre as fronteiras de eficiência do modelo robusto e do modelo determinístico

5.4 Análise de fatores

Com o intuito de identificar o impacto da variação dos preços na fronteira de eficiência, adotou-se a abordagem estatística da analise fatorial, Johson e Wichern (1982), Anderson (1984). Esse método de análise visa mensurar o impacto da alteração de um grupo de parâmetros em uma variável dependente desses parâmetros. Através dessa abordagem buscou-se complementar a análise *céteris paribus*, discutida acima, com almejando descobrir possíveis efeitos da interação dos parâmetros de preço.

Assim buscando entender a sensibilidade do modelo em relação aos seus parâmetros e interações, definiu-se como variável observada à relação Lucro/Risco média das fronteiras em cada um dos 2^4 cenários gerados no experimento. Essa medida foi escolhida por sintetizar em um numero a eficiência relativa da fronteira de eficiência construída a partir dos parâmetros definidos em cada cenário. Essa métrica foi calculada a partir da divisão do Lucro pelo seu respectivo risco em cada um dos 100 pontos da fronteira de eficiência gerada em cada cenário. Os valores do lucro utilizados para a construção da fronteira variaram de 1 à 10 milhões. O caso base é o mesmo descrito nas Tabelas 5 e 6

A princípio testou-se uma análise com o design 3^4, o seja 4 fatores (preços) com 3 níveis (Média do preço , Média do preço subtraindo um desvio padrão e Média do preço somando um desvio padrão). Contudo esse design geraria 81 cenários dos quais mais da metade não geraram fronteiras com pontos de viabilidade. Desse modo optou-se por redesenhar o experimento com um design 2^4, 4 fatores (preços) com 2 níveis (Média do preço subtraindo um desvio padrão e Média do preço somando um desvio padrão), a fim de evitar uma análise fatorial fracionada uma vez que essa conteria níveis elevados de efeitos confundidos, Morrison (1976), dada a gama de cenários inviáveis.

A Tabela 8 mostra os dois níveis, -1 e 1, utilizados em cada um dos experimentos. O nível -1 corresponde ao parâmetro subtraído de um desvio padrão e o nível +1 corresponde ao parâmetro somado a um desvio padrão. Além disso, a Tabela 8 contém a legenda de cada um dos 4 fatores, utilizada para construção da Tabela 9.

Tabela 8: Parâmetros para a análise fatorial

Legenda	Correspondência	Nível -1	Nível 1
A	Preço do Açúcar (R$/Kg)	0,28	1,45
B	Preço do Etanol (R$/L)	0,44	1,64
C	Preço da Eletricidade (R$/MWh)	30	420
D	Preço do Diesel (R$/L)	0,95	1,83

A Tabela 9 sintetiza os 16 experimentos realizados e os efeitos nas combinações dos 4 fatores 2 a 2, 3 a 3 e 4 a 4. A coluna Relação Lucro/Risco mostra os valores médios da Relação Lucro/Risco encontrados em cada um dos experimentos. A linha média contém o valor médio de cada uma das combinações dos fatores enquanto a linha somatória dos quadrados mostra os respectivos somatórios dos quadrados de cada uma das variáveis.

Por fim, a última linha contém a análise de variância que mostra como a relação Lucro/Risco é sensibilizada por cada um dos fatores e suas interações. Dentre os fatores isolados destacam-se o preço do Etanol e o Preço do Diesel, com 21% e 16% da variação explicada respectivamente. A única interação entre fatores com variação explicada significativa é justamente a interação entre esses mesmos preços, com cerca de 44% da variação explicada.

Esses resultados diferem do esperado, pois dada a volatilidade do proço da energia elétrica esperava-se que esse seria um dos fatores mais sensíveis para o modelo. Uma possível explicação os resultados obtidos consiste no fato dos produtos resíduos do etanol, vinhaça e bagaço, serem insumos na confecção do biogás, que por sua vez é um possível substituto para o diesel. Logo grandes alterações nos preços do etanol e do diesel, conjuntamente, afetam o modelo muito mais do que uma mudança nos preços da eletricidade. Esses resultados demonstram que alocar corretamente a quantidade e cana destinada a produção para a produção de cada um dos seus fatores, principalmente para a produção de etanol, é essencial a boa gestão da usina.

Tabela 9: Resumo da análise de fatores, 4 fatores e dois níveis

I	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	BCA	BCD	ADCD	Relação Lucro/Risco
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	2,31
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	72,51
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	0,67
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	0,23
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	78,17
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	4,31
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	132,47
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	5,49
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	0,51
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	2,29
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	0,67
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	26,48
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	79,14
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	7,37
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	136,22
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5,55
35	-2,37	21,44	3,82	-19,12	3,35	6,13	-2,74	10,02	-31,29	-9,92	-6,16	2,54	-6,16	-4,09	-6,28	**Média**
	89,88	7.354,50	233,88	5.849,85	179,60	600,91	119,79	1.606,09	15.664,36	1.573,01	606,37	102,88	606,37	267,46	630,52	**Somatório dos Quadrados**
	0%	21%	1%	16%	1%	2%	0%	5%	44%	4%	2%	0%	2%	1%	2%	**Variação Explicada**

6. Conclusões

Após a análise do modelo proposto chegou-se a conclusão de que a inserção no biogás na matriz produtiva do setor sucroalcooleiro leva a um ganho de eficiência no sentido de Pareto. Isso ocorre, pois para um mesmo nível de risco, mensurado através do CVaR, obtêm-se lucro inferior nos modelos cuja produção de biogás não foi permitida. Desse modo, embora ainda que embrionárias, as possibilidades de geração de biogás tanto através do bagaço como da vinhaça se mostram promissoras não só do ponto de vista técnico-produtivo, mas também como da ótica econômico-financeira. Assim, validou-se as propostas de Moraes et al (2014) e Hofsetz et al (2012) do ponto de vista econômico.

O trabalho também buscou entender como esse biogás poderá ser utilizado nas atividades produtivas da usina. Dentre as possibilidades estudadas, geração de energia elétrica e substituição do diesel, a primeira opção se mostrou inviável e para os parâmetros técnicos praticados na indústria atualmente ficou notória a vocação do biogás como substituto para o diesel. Cabe ressaltar, entretanto, que assim como as tecnologias utilizadas para a produção de biogás a partir da vinhaça oriunda do etanol e do bagaço advindo da cana a substituição do diesel pelo biogás ainda é uma possibilidade verificada apenas em laboratório, não praticada em escala industrial. Logo, assim como no caso da geração de biogás a partir da vinhaça, as pesquisas cujo objetivo seja a substituição do diesel pelo biogás, a partir do modelo apresentado, tem considerável respaldo quanto à sua viabilidade econômica.

Estas conclusões, relativas ao papel que o biogás representa no setor, foram fundamentadas não só num modelo cujos preços, principais balizadores da alocação econômica, foram considerados determinísticos, mas também numa versão robusta onde foi levada em conta a incerteza presente nestas variáveis. Logo, mesmo no caso robusto cujas fronteiras de eficiência se mostraram mais conservadoras diante de um grau de aversão a inviabilidade maior do que no caso determinístico, observou-se ganho de eficiência nos modelos cuja produção de biogás foi inserida.

Por fim ressalta-se que a versão robusta do modelo não englobou as potencias incertezas associadas aos parâmetros técnicos utilizados no modelo. Desse modo, essa possibilidade se torna material interessante para investigações futuras. Ainda sob o ponto de vista metodológico, os modelos apresentados nesse trabalho, tanto a versão tradicional, como a versão com incertezas, consideram somente um período. Uma vez que dinâmica do setor apresenta ambientes econômicos dispares para os períodos de safra e entre safra, outra melhoria ao modelo seria a implementação de um modelo multiperíodo.

7. Bibliografia

ALEM, D., & MORABITO, R. Risk-averse two-stage stochastic programs in furniture plants. **OR spectrum**, 35(4), 773-806, 2013.

ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J. M., & HEATH, D. Coherent measures of risk. **Mathematical finance**, 9(3), 203-228, 1999.

BEN-TAL, A., e NEMIROVSKI, A. Robust convex optimization. **Mathematics of operations research**, 23(4), 769-805, 2000.

BERTSIMAS, D., LITVINOV, E., SUN, X. A., ZHAO, J., & ZHENG, T. Adaptive robust optimization for the security constrained unit commitment problem. **Power Systems, IEEE Transactions on**, 28(1), 52-63, 2013.

BERTSIMAS, DIMITRIS; SIM, MELVYN. The price of robustness. **Operations research**, v. 52, n. 1, p. 35-53, 2004.

BUNDHOO, Z. M., MAUTHOOR, S., & MOHEE, R. Potential of biogas production from biomass and waste materials in the Small Island Developing State of Mauritius. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, 56, 1087-1100, 2016,

BUDIMAN, A. Torrefaction of Indonesian sugar-cane bagasse to improve bio-syngas quality for gasification process. **Energy Procedia**, 68, 157-166, 2015.

CAVALETT, O., JUNQUEIRA, T. L., DIAS, M. O., JESUS, C. D., MANTELATTO, P. E., CUNHA, M. P., e BONOMI, A. Environmental and economic assessment of sugarcane first generation biorefineries in Brazil. **Clean Technologies and Environmental Policy**, 14(3), 399-410, 2012

EMBRAPA , Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária Acesso em agosto de 2016. Disponível em http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/cana-de-acucar/arvore/CONTAG01_133_22122006154842.html

FABOZZI, FRANK J. et al. Robust portfolio optimization and management. **John Wiley & Sons,** 2007.

FAO, Food and Agriculture Organization Acesso em Agosto de 2016. Disponível em http://www.fao.org/faostat/en/#data/QC

FRANCÉS, G. E., MARÍN-QUEMADA, J. M., & GONZÁLEZ, E. S. M. RES and risk: Renewable energy's contribution to energy security. A portfolio-based approach. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, 26, 549-559, 2013.

HIGGINS, J., Australian Sugar Mills Optimize Harvester Rosters to Improve Production. **Interfaces** 32(3), 15-25, 2002.

HOFSETZ, K., & SILVA, M. A. Brazilian sugarcane bagasse: Energy and non-energy consumption. **Biomass and Bioenergy**, 46, 564-573, 2012.

HOLTON, GLYN A. History of Value-at-Risk. **Working paper,** 2002.

HULTMAN, N. E. Geographic diversification of carbon risk—a methodology for assessing carbon investments using eddy correlation measurements. **Global Environmental Change**, 16(1), 58-72, 2006.

JORION, P. Value at risk. **McGraw-Hill**, New York, 1997.

JÚNIOR, A. D. N. F., KOYAMA, M. H., DE ARAÚJO JÚNIOR, M. M., & ZAIAT, M. Thermophilic anaerobic digestion of raw sugarcane vinasse. **Renewable Energy**, 89, 245-252, 2016.

KONNO, H. e H. YAMAZAKI, Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market, **Management Science** 37, p. 519-531, 1991

LIU, Y., XU, J., ZHANG, Y., YUAN, Z., HE, M., LIANG, C. e XIE, J. Sequential bioethanol and biogas production from sugarcane bagasse based on high solids fed-batch SSF. **Energy**, 90, 1199-1205, 2015

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, **Review of Economics and Statistics**, 47, 13-37, 1965

LOSEKANN, L., MARRERO, G. A., RAMOS-REAL, F. J., & DE ALMEIDA, E. L. F. Efficient power generating portfolio in Brazil: Conciliating cost, emissions and risk. **Energy Policy**, 62, 301-314.,2013.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The journal of finance**, 7(1), 77-91, 1952.

MARKOWITZ, H. Nobel prize biography 1990 awards, 1990.

MBOHWA, C., & FUKUDA, S. Electricity from bagasse in Zimbabwe. **Biomass and Bioenergy**, 25(2), 197-207, 2003.

MARRERO, G. A., PUCH, L. A., & RAMOS-REAL, F. J. Mean-variance portfolio methods for energy policy risk management. **International Review of Economics & Finance**, 40, 246-264., 2015.

MORAES, B. S., JUNQUEIRA, T. L., PAVANELLO, L. G., CAVALETT, O., MANTELATTO, P. E., BONOMI, A., & ZAIAT, M. Anaerobic digestion of vinasse from sugarcane biorefineries in Brazil from energy, environmental, and economic perspectives: Profit or expense?. **Applied Energy**, 113, 825-835, 2014.

MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market, **Econometrica**, 34, 768-783, 1996

NOVA CANA, Acesso em Agosto de 2015. Disponível em https://www.novacana.com/usina/como-e-feito-processamento-cana-de-acucar/

ORTEGÓN, G. P., ARBOLEDA, F. M., CANDELA, L., TAMOH, K. e VALDES-ABELLAN, J. Vinasse application to sugar cane fields. Effect on the unsaturated zone and groundwater at Valle del Cauca (Colombia). **Science of The Total Environment**, 539, 410-419, 2016.

PAIVA, R. P., e MORABITO, R. An optimization model for the aggregate production planning of a Brazilian sugar and ethanol milling company. **Annals of Operations Research**, 169(1), 117-130, 2009

PAIVA, R. P. e MORABITO, REINALDO. Optimization of the hierarchical production planning of a cooperative society of sugarcane milling companies. **Production**, 23(3), 449-467, 2013.

PAYDAR, Z., e QURESHI, M. E. Irrigation water management in uncertain conditions—Application of Modern Portfolio Theory. **Agricultural Water Management**, 115, 47-54, 2012.

QUARANTA, A.; ZAFFARONI, A. Robust optimization of conditional value at risk and portfolio selection. **Journal of Banking & Finance**, v. 32, n. 10, p. 2046-2056, 2008.

ROCKAFELLAR, R. T., & URYASEV, S. Optimization of conditional value-at-risk. **Journal of risk**, 2, 21-42, 2000.

ROY, A. D., Safety first and the holding of assets, **Econometrica**, 20 (3), 431-449, 1952.

SALOMON, K.R., SILVA LORA, E.E. Estimate of the electric energy generating potential for different sources of biogas in Brazil , **Biomass and Bioenergy**, 33 (9), pp. 1101-1107, 2009.

SANTOS, F. BORÉM A, e CALDAS C. Cana-de-açúcar - Bioenergia, Açúcar e Álcool - Tecnologias e Perspectivas Editora: **UFV,** 2011

SHARPE, WILLIAM F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, **Journal of Finance**, 19 (3), 425-442, 1964.

SILVA, M. A., GRIEBELER, N. P., & BORGES, L. C. Uso de vinhaça e impactos nas propriedades do solo e lençol freático. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, 11(1), 108-114, 2007.

SOUZA DIAS, M. O., MACIEL FILHO, R., MANTELATTO, P. E., CAVALETT, O., ROSSELL, C. E. V., BONOMI, A., & LEAL, M. R. L. V. Sugarcane processing for ethanol and sugar in Brazil. **Environmental Development**, 15, 35-51, 2015.

SOYSTER, A. L. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. **Oper. Res**. 21 1154–1157, 1973

SYDNEY, E. B., LARROCHE, C., NOVAK, A. C., NOUAILLE, R., SARMA, S. J., BRAR, S. K., ... & SOCCOL, C. R. Economic process to produce biohydrogen and volatile fatty acids by a mixed culture using vinasse from sugarcane ethanol industry as nutrient source. **Bioresource technology**, 159, 380-386, 2014

S. THUANKAEWSING, S. KHAMJAN, K. PIEWTHONGNGAM, S. PATHUMNAKUL, Harvest scheduling algorithm to equalize supplier benefits: A

case study from the Thai sugar cane industry. **Computers and Electronics in Agriculture** 110, 42-55, 2014.

TEJADA, M., GONZALEZ, J. L., GARCÍA-MARTÍNEZ, A. M., e PARRADO, J. Application of a green manure and green manure composted with beet vinasse on soil restoration: effects on soil properties. **Bioresource technology**, 99(11), 4949-4957., 2008

TOBIN, J. Liquidity preference as behavior towards risk, **The Review of Economic Studies**, 25, 65-86, 1958.

TREYNOR, J. Towards a theory of market value of risky assets, **unpublished manuscript**, 1961.

UNICA, União da indústria de cana-de-açúcar. Acesso em agosto de 2016. Disponível em http://www.unica.com.br/noticia/7051973920331584 12/pib-do-setor-sucroenergetico-gerou-mais-de-r-por-cento24-113-bilhoes-em-2015/

VAN DEN BROEK, R., VAN DEN BURG, T., VAN WIJK, A., & TURKENBURG, W. Electricity generation from eucalyptus and bagasse by sugar mills in Nicaragua: A comparison with fuel oil electricity generation on the basis of costs, macro-economic impacts and environmental emissions. **Biomass and Bioenergy**, 19(5), 311-335, 2000

WESTNER, G., & MADLENER, R. Development of cogeneration in Germany: A mean-variance portfolio analysis of individual technology's prospects in view of the new regulatory framework. **Energy**, 36(8), 5301-5313, 2011.

ZUCARA, Guilherme F. O processo de produção do açúcar e do etanol. Editora: **Viana,** 2012