LEONARDO GURGEL CÁLIPO

**Análise do Problema de Controle de Estoques Dinâmico para
Demanda Não Estacionária e Lead-time Positivo**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia**

**Área de Concentração:
Engenharia de Produção**

**Orientador:
Prof. Dr. Marco Aurélio de Mesquita**

**São Paulo
2014**

LEONARDO GURGEL CÁLIPO

**Análise do Problema de Controle de Estoques Dinâmico para
Demanda Não Estacionária e Lead-time Positivo**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia**

**Área de Concentração:
Engenharia de Produção**

**Orientador:
Prof. Dr. Marco Aurélio de Mesquita**

**São Paulo
2014**

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Marco Aurélio de Mesquita pela orientação em todas as fases do trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção pelos conhecimentos transmitidos.

A minha família pelo apoio e ajuda muito importantes para a realização deste trabalho.

RESUMO

O problema de controle de estoques com demanda não estacionária e lead-time positivo tem se tornado cada vez mais relevante em virtude da crescente tendência de redução do ciclo de vida dos produtos e internacionalização das cadeias de suprimentos. Embora haja uma solução exata para a minimização do custo esperado da política de estoques para este cenário, baseado no método de programação dinâmica, o custo computacional deste método ainda é considerado elevado. Este trabalho detalha e avalia através de simulação o método exato e duas aproximações para a minimização do custo esperado da política de estoques, em termos do desempenho em custo e eficiência computacional. Os resultados experimentais permitem a análise dos métodos disponíveis. Enquanto a abordagem heurística de Bollapragada e Morton, que utiliza o nivelamento da demanda não estacionária, perde desempenho de custo com o aumento do lead-time, a nova heurística proposta, que aproxima os parâmetros da política ótima por valores limitantes, produz resultados sucessivamente melhores com o aumento do lead-time.

Palavras-chave: Controle de Estoques, Demanda Não-Estacionária, Heurística, Simulação, Programação Dinâmica

ABSTRACT

The inventory control problem with nonstationary demand and positive lead-time has become increasingly important due to the growing trend of reduction in product life cycle and internationalization of the supply chain. Although there is an exact solution to the minimization of the expected cost of inventory policy on this environment, through the method of dynamic programming, the computational cost of this method is still considered high. This work details and evaluates through simulation the exact method and two heuristic solutions for the minimization of expected cost of inventory policy, in terms of cost performance and computational efficiency. The experimental results allow the analysis of the available methods. While the Bollapragada and Morton heuristic approach, which levels the non-stationary demand, decreases the cost performance when lead-time is increased, the new heuristic proposed, that approximates the optimal policy parameters by limiting values, successively produces better results with increasing lead-times.

Keywords: Inventory Control, Non-stationary Demand, Heuristic, Simulation, Dynamic Programming

SUMÁRIO

1. Introdução	10
2. Fundamentação Teórica.....	13
2.1 Estoques	13
2.1.1 Definição	13
2.1.2 Custos	14
2.1.3 Objetivos	16
2.1.4 Controle.....	17
2.2 Controle de Estoque com Demanda Estacionária	17
2.3 Controle de Estoque com Demanda Não-Estacionária	30
2.3.1 Modelagem com Demandas Aleatórias Independentes no Tempo	31
2.3.2 Modelagem por Processos de Markov.....	32
2.3.3 Modelagem com Demanda Auto-correlacionada ARIMA.....	36
2.4 Simulação	40
3. Formulação do Problema e Métodos de Solução	47
3.1 Formulação do Problema	47
3.2 Solução por Programação Dinâmica (PD)	48
3.3 Heurística de Bollapragada e Morton (BM)	50
3.4 Solução por Algoritmo Genético (AG)	53
3.5 Nova Heurística (NH)	55
4. Método de Pesquisa.....	57
5. Cenários de Demanda não-Estacionária	58
6. Modelo de Simulação em Planilha	63
6.1 Planilha de Entrada	63
6.2 Simulação	66
6.3 Planilha de Resultados	68
7. Discussão dos Resultados.....	70
7.1 Efeito do Parâmetro L	70
7.2 Efeito dos Parâmetros de Custo K, h, p	72
7.3 Efeito dos Parâmetros de Demanda b, A, ρ	74
7.4 Risco e Tempo de Processamento dos Métodos	75
8. Conclusões.....	80

REFERÊNCIAS.....	81
ANEXO I – Resultados de Custo e Tempo de Processamento.....	87
ANEXO II – Implantação do Método de Programação Dinâmica em VBA	91
ANEXO III – Implantação dos Métodos BM e NH em VBA	101

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cenários de Demanda Não-Estacionária para $A=0$	59
Figura 2 - Cenários de Demanda Não-Estacionária para $A=0,2$	60
Figura 3 - Cenários de Demanda Não-Estacionária para $A=0,4$	61
Figura 4 – Extrato da Planilha de Cenários.....	65
Figura 5 – Extrato da Planilha de Demandas.....	66
Figura 6 – Política de Estoques por Período do Cenário.....	67
Figura 7 – Extrato da Planilha de Resultados de Custo	69
Figura 8 – Extrato da Planilha de Tempo de Processamento.....	69
Figura 9 – Desempenho % por Método	70
Figura 10 - Efeito do Lead-time L	70
Figura 11 – Dispersão dos Valores de $\Delta c\%$ para BM e NH.....	72
Figura 12 – Efeito de K, h, p em Função do Lead-time	74
Figura 13 – Efeito dos Parâmetros de Demanda	75
Figura 14 – Efeito do Coeficiente de Variação em Função do Lead-time.....	75
Figura 15 - Tempo de Processamento PD.....	76
Figura 16 - Tempo de Processamento BM e NH.....	76
Figura 17 - Dispersão de $\Delta c\%$ de BM e NH em função do Parâmetro L	78
Figura 18 – Dispersão de $\Delta c\%$ de BM em Função dos Parâmetros K, h, p, A, b, r	78
Figura 19 - Dispersão de $\Delta c\%$ de NH em Função dos Parâmetros K, h, p, A, b, r	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –Tabela de Nivelamento para o Cenário $L=0$, $K=80$, $h=1$, $p=5$, $A=0$, $b=0$, $r=0,2$	52
Tabela 2 – Fatores Analisados	62
Tabela 3 - $\Delta c\%$ Médio em Função do Parâmetro L	71
Tabela 4 – $\Delta c\%$ Médio em Função dos Parâmetros de Custo	73
Tabela 5 – Tempo em Segundos de Processamento PD por Fator	77

1. Introdução

Em busca de maior competitividade, empresas de manufatura têm promovido a redução do ciclo de vida dos produtos para obter o máximo de retorno em menor tempo, conforme destacado por Jüttner, Godsell, Christopher (2006).

Associado às variações na tendência, também é possível afirmar que houve um aumento significativo do lead-time dos produtos, devido aos crescentes movimentos de outsourcing e offshoring, de acordo com Schmeisser (2013) e Houseman (2007).

Neste contexto, cada vez menos a hipótese de demanda estacionária por longos períodos se justifica. Assim, o estudo de modelos de reposição que consideram demandas não estacionárias e *lead times* longos torna-se mais relevantes.

Especificamente, será estudado o modelo de reposição (s_t, S_t) que estabelece uma “política de estoques”, composta por parâmetros de ponto de pedido e estoque máximo, que minimizem o custo esperado de operação da política de estoques, sobre um horizonte futuro finito.

Enquanto a política de estoques estacionária (s, S) tem os parâmetros s e S mantidos constantes no tempo, a política de estoques (s_t, S_t) , varia os parâmetros s_t e S_t a cada período t .

A política de estoques (s_t, S_t) opera da seguinte forma: no início de cada período verifica-se a posição de estoques, que corresponde à soma do estoque em mãos com as ordens em aberto menos pedidos em atraso; se a posição de estoques for menor do que o estoque mínimo, uma ordem é colocada elevando a posição de estoques ao estoque máximo.

Há distinção entre métodos e resultados, dependendo de como a demanda não estacionária é modelada. Serão consideradas demandas independentes a cada período, com mesma função densidade de probabilidade (f.d.p.) normal, de forma que a média da f.d.p. flutua no tempo, com tendência e sazonalidade, e o coeficiente de variação é constante. Outras abordagens consideram demandas não estacionárias auto-correlacionadas, como Syntetos *et al.* (2011), ou modeladas

como um *Markov Modulated Poisson Process* (MMPP) como em Song e Zipkin (1993).

O problema de controle de estoques com demandas estocásticas não estacionárias independentes tem solução ótima, exata e única, para a minimização do custo esperado em horizonte finito, conforme foi demonstrado por Scarf (1960), aplicando o método de Programação Dinâmica (PD).

Conforme salientado pelo autor, a programação dinâmica se aplica a qualquer forma de distribuição das demandas, que podem inclusive variar período a período, desde que sejam especificadas como dados de entrada no começo do problema.

Entretanto, apesar do método de programação dinâmica resultar no custo esperado ótimo da política de estoques a longo prazo, o esforço computacional deste método ainda era considerado elevado por alguns autores. Segundo Roundy *et al.* (2007), esta dificuldade computacional vem do fato da programação dinâmica requerer a resolução de um sub-problema para cada período do horizonte.

No caso de demanda não estacionária, há heurísticas para o cálculo aproximado dos parâmetros da política (s_t, S_t). Especificamente, quando não há custo fixo de pedido, Graves e Willems (2008) remetem à heurística de Morton e Petico (1995), enquanto no caso em que há custo fixo de pedido, os autores indicam a heurística de Bollapragada e Morton (1999).

A heurística de Bollapragada e Morton (1999) é simples e eficiente, sendo considerada uma referência para a resolução do problema de controle de estoques com demanda não estacionárias independentes, conforme indicado em Levi e Shi (2013).

Bollapragada e Morton (1999) desenvolveram e testaram apenas o procedimento para lead-time igual a zero; neste trabalho esta heurística é adaptada para o caso de *lead-time* positivo e fixo.

Também será proposta uma nova heurística (NH) baseada na média dos limitantes para os parâmetros s_t e S_t , estabelecidos por Veinott (1966) para um modelo com custo de pedido fixo. Este procedimento é similar ao aplicado em Morton e Pentico

(1995), que propuseram uma heurística baseada na média dos limitantes estabelecidos em Karlin (1960), para o modelo sem custo de pedido fixo.

Os *bounds* utilizados em NH são simples e dependem apenas do custo esperado do período corrente, conforme explicado por Veinott (1966).

O objetivo deste trabalho é comparar o desempenho em custo dos métodos BM e NH, com o procedimento otimizante de programação dinâmica através de experimentos de simulação, em diferentes cenários de demanda não estacionária, lead-times e custos.

A utilização da média destes limitantes não foi testada em experimento de simulação em comparação à programação dinâmica com diferentes cenários de demanda não estacionária, lead-times e custos.

A seguir, no capítulo 2 é realizada revisão teórica. O capítulo 3 apresenta a formulação matemática do problema e método de cálculo em cada um dos três métodos em estudo. O capítulo 4 apresenta o método de pesquisa e no capítulo 5 os cenários são delineados. O capítulo 6 mostra a implantação do método de simulação. Os resultados das simulações são discutidos no capítulo 7. Por fim, o capítulo 8 encerra o trabalho com as conclusões e desdobramentos.

2. Fundamentação Teórica

2.1 Estoques

2.1.1 Definição

De acordo com Ballou (2004), há cinco categorias distintas para a classificação do tipo de estoque, de acordo com as suas respectivas funções:

- Estoque no canal: correspondem a estoque que está em trânsito, ou ordens em aberto. Dependendo da magnitude do lead-time, o estoque em trânsito pode superar a quantidade do estoque em mãos. A definição do estoque em canal ainda pode envolver processos internos, como recebimento, de acordo com especificação de cada empresa.
- Estoque especulativo: este estoque visa obter retorno econômico devido à variação de preço dos produtos e geralmente é uma decisão que envolve aspectos financeiros e comerciais. É importante diferenciar o estoque especulativo daquele devido a variações sazonais, porque esta segunda categoria não envolve necessariamente variações de preço de venda.
- Estoque cíclico ou *cycle stock*: o objetivo do estoque cíclico é suprir a demanda entre recebimentos sucessivos, obtendo equilíbrio econômico no abastecimento. A determinação do cycle stock é influenciada pelas seguintes variáveis: tamanhos de lote, embarques de quantidades econômicas, limitações de espaço de armazenamento, prazos de reposição, desconto de preço por quantidade, custos de movimentação, dentre outros.
- Estoque de segurança: consiste em prevenção contra variabilidade da demanda e dos prazos de reposição. O volume de estoque de segurança é influenciado pela magnitude da variabilidade e também pela qualidade das previsões de demanda.
- Estoque obsoleto: esta categoria está relacionada a itens perecíveis ou que foram descontinuados por motivos comerciais. Se for possível a venda deste estoque, o valor monetário recuperado é denominado *salvage value*.

2.1.2 Custos

Segundo Axsater (2000), Silver *et al.*(1998) e Nahmias (1997), o custo de operação do controle de estoques são os seguintes:

Custo Variável Unitário (c)

É o custo pago a fornecedores pela aquisição do item, considerando frete, descontos, impostos e outros valores associados.

Caso o item seja de fabricação interna, devem ser acrescentados custos de produção, cujo apontamento depende do sistema de custeio utilizado pela empresa.

O custo do item é proporcional à quantidade adquirida ou produzida e não interfere diretamente no cálculo dos parâmetros das políticas de estoque.

No entanto, o custo do item indiretamente compõe o custo unitário de carregamento de estoque, que tem grande influência sobre as políticas de estoque.

Custo de Carregamento de Estoque (h)

O custo de carregamento de estoques h é definido na sua forma unitária como,

$$h = c * i \quad (1)$$

Onde c é o custo variável unitário e i é uma taxa composta pelo custo de oportunidade da empresa e por custos internos inerentes à manutenção de estoques.

A parte financeira da variável i , ou custo de oportunidade, depende de diversos fatores específicos ao negócio como taxa de retorno sobre investimento, taxa de juros, caso a empresa financie os estoques através de empréstimos, risco de investimento do capital, dentre outros.

A parte operacional de i pode ser atribuída à necessidade de espaço, equipamentos, insumos e pessoal para a operação de estoque. Ainda, caso o estoque seja mantido externamente à empresa, este composto pode ser computado diretamente através do custo da prestação de serviço.

Recomenda-se que seja feita uma ponderação entre o aspecto financeiro e o operacional para uma estimativa adequada de i .

Custo Fixo de Pedido (K)

O custo de pedido envolve a aplicação e recursos tanto operacionais quanto de gerenciamento para a emissão e recebimento de ordens.

Os recursos operacionais são direcionados à movimentação, conferência, armazenamento dentre outros.

O gerenciamento envolve a interface com sistemas, apontamentos, contatos com fornecedores, dentre outros.

No caso de itens de produção, o custo fixo K pode ser interpretado como custo de colocação de uma ordem de produção.

Cada ordem de produção colocada normalmente implica em tempo necessário para a troca de ferramentas, regulagem dos equipamentos, diminuição do ritmo de produção, perda de qualidade.

Custo de Falta (p)

O custo de falta é modelado conforme a natureza do item: matéria-prima ou produto acabado.

Se o item for uma matéria-prima, a falta resulta em interrupção da produção ou diminuição dos tamanhos de lote de produção e assim o custo p deve representar esta perda de produtividade.

Adicionalmente, a falta de matéria-prima pode implicar em atraso ou perda de venda do produto acabado.

Para um produto acabado, a modelagem do custo p expressa diretamente o impacto da falta de produtos para os clientes.

Interpretando que a demanda de um item não é perdida pela indisponibilidade do produto, computa-se o custo de atraso no atendimento da demanda, denominado *backorder*, como um impacto qualitativo à marca, medido em \$/unidade ou \$/unidade/período.

Por outro lado, se a indisponibilidade do produto resultar na perda da venda, a falta é modelada como um *stockout* que pode ser quantificada pela perda de margem de contribuição associada à venda e expressa em \$/unidade.

2.1.3 Objetivos

A abordagem puxada do controle de estoques busca responder as questões de quando e quanto pedir, estabelecidas por Silver *et al.* (1998), através da implantação das políticas de estoque.

Segundo Nahmias (1997), os parâmetros das políticas de estoques são calculados visando a minimização do custo total de operação ou obtenção de um nível de serviço especificado.

Minimização do Custo Esperado

O custo total de operação da política de estoques é composto pela combinação das parcelas apresentadas de custo variável de estoque c , custo de carregamento de estoque h e custo fixo de pedido K .

Devido à natureza probabilística do controle de estoques, minimiza-se o custo da política de estoques a longo prazo, isto é, o custo esperado.

Obtenção do Nível de Serviço Tipo 1

O nível de serviço tipo 1 indica a probabilidade de não haver falta durante o *lead-time*. Pode ser interpretado como a fração de ciclos de pedido em que não acontecem faltas.

Obtenção do Nível de Serviço Tipo 2

O nível de serviço tipo 2, ou *Fill Rate*, é definido como a proporção da demanda que é atendida diretamente do estoque.

2.1.4 Controle

Nesta seção são apresentados sistemas de controle de estoques que compreendem itens com demanda regular, isto é, positiva em todos os períodos, com magnitude significativamente superior a zero, ou “*fast item*”, conforme classificado por Silver *et al.* (1998).

Embora o controle de estoques também abranja itens com demanda esporádica, ou *lumpy*, estes itens não fazem parte do escopo deste trabalho. Para uma revisão sobre este ramo de pesquisa, é indicada a leitura de Syntetos *et al.* (2010) e Boylan *et al.* (2008).

Serão tratados modelos para item único e localização única. Para uma revisão sobre controle de estoques aplicado a múltiplos itens, ou *joint replenishment*, é indicado o trabalho de Khouja e Goyal (2008) e para controle de estoques aplicado a localizações múltiplas é indicado o trabalho de Graves e Willems (2008).

Considerando demanda regular, os sistemas de controle de estoques dividem-se em duas categorias principais, de acordo com a variação da demanda no tempo:

- modelos com demanda estacionária: os parâmetros da distribuição de demanda se mantêm constantes
- modelos com demanda não-estacionária: os parâmetros da distribuição de demanda variam período a período

A seguir são apresentadas as principais políticas de estoque pertinentes às duas categorias.

2.2 Controle de Estoque com Demanda Estacionária

Conforme Hopp e Spearman (2008), Axsater (2000) e Silver *et al.* (1998), uma das primeiros modelos de gestão de estoques surgiu com o desenvolvimento do lote econômico por Harris (1913).

Este modelo visa definir unicamente o tamanho de lotes de produção equilibrando custos variáveis de carregamento de estoques e custo fixo de produção de forma a minimizar o custo total.

Para tanto, parte-se da premissa de uma demanda determinística e aplica-se uma derivação direta da função de custo.

Como consequência da demanda determinística, o tamanho de lote é fixo e os pedidos ocorrem em intervalos regulares.

Posteriormente, verificou-se que a premissa de uma demanda constante não era suficiente para descrever a realidade, havendo a necessidade que a demanda pudesse variar aleatoriamente, conforme Wilson (1934).

O autor ainda acrescentou ao modelo um tempo entre a colocação e recebimento do pedido, hoje denominado lead-time, o que implica na definição de um ponto de pedido, para evitar faltas decorrentes da flutuação estatística da demanda neste intervalo.

O modelo com ponto de pedido e lote fixo (R,Q) foi detalhado matematicamente no trabalho de Hadley e Whitin (1963).

O modelo (R,Q) conforme descrito em Hadley e Whitin (1963) produz resultado ótimo de custo para demanda com tamanho de transação igual a um, como por exemplo uma demanda Poisson.

No entanto, para demandas com tamanho de transação maior um tamanho de lote fixo pode não elevar suficientemente o nível de estoque para evitar faltas e neste caso, aplica-se o modelo (s,S) onde o estoque máximo é fixo e o tamanho do lote passa a ser variável.

Um dos primeiros trabalhos analisar o modelo (s,S) foi realizado por Veinott e Wagner (1965) que desenvolveram um método para a obtenção dos parâmetros da política de estoques através de um algoritmo de busca.

A seguir são apresentados os principais resultados matemáticos para a linha de pesquisa central para os modelos de controle de estoque com demanda estacionária, estabelecida pelos modelos de lote econômico, (R,Q) e (s,S).

Modelo do Lote Econômico EOQ

O modelo de lote econômico, conforme proposto por Harris (1913) busca definir o tamanho de lote Q que equilibra o custo entre custo de troca, denominado também custo de set-up, e o custo de carregamento de estoque.

$$Y(Q) = \frac{h*Q}{2} + \frac{A*D}{Q} + c * D \quad (2)$$

Onde,

h é o custo de carregamento [\$/un./tempo]

A é o custo de set-up [\$ / troca]

D é a demanda determinística [un. / tempo]

c é o custo do item [\$ / un.]

É importante observar que a função de custo total é definida em termos médios, isto é, como custo por unidade de tempo, com a unidade \$/tempo.

Convertendo os termos em unidades temos que

$$Y(Q) = \frac{\$}{un * tempo} * un + \frac{\$}{troca} * \frac{\frac{un.}{tempo}}{\frac{un.}{troca}} + \frac{\$}{un.} * \frac{un.}{tempo}$$

$$Y(Q) = \frac{\$}{tempo} + \frac{\$}{troca} * \frac{troca}{tempo} + \frac{\$}{tempo}$$

$$Y(Q) = \frac{\$}{tempo} + \frac{\$}{tempo} + \frac{\$}{tempo} = \frac{\$}{tempo}$$

Nesta equação o tamanho de lote Q [un.] foi convertido em [un./troca] visto que ele também representa a quantidade de unidades entre duas trocas.

Em relação aos demais termos, $Q/2$ pode ser interpretado como o estoque médio, D/Q pode ser interpretado como o número médio de trocas por unidade de tempo e Q/D como o tempo médio entre trocas.

A equação de $Y(Q)$ é convexa em Q e sendo assim possui um único ponto mínimo.

Derivando $Y(Q)$ e igualando a zero tem-se que Q é dado por

$$0 = \frac{h}{2} - \frac{A * D}{Q^2}$$
$$Q = \sqrt{\frac{2 * A * D}{h}} \quad (3)$$

Modelo (R,Q)

A função que representa o custo médio anual é descrita por

$$Y(R, Q) = F(R, Q)A + bB(R, Q) + hI(R, Q) \quad (4)$$

Onde,

$F(R, Q)$ é o número médio de pedidos por ano

$B(R, Q)$ é o número médio de unidades em atraso

$I(R, Q)$ é o estoque médio em mãos ao longo do ano

A é o custo de pedido

b é o custo unitário de falta por dia

h é o custo unitário de carregamento de estoque por dia

A seguir serão detalhados os três termos da função de custo.

$F(R, Q)$ Número médio de ciclos de pedido por ano

Para uma demanda contínua a posição de estoques oscila entre R e $R+Q$, e o número médio de ciclos pedido por ano é obtido dividindo-se a demanda anual pelo lote fixo

$$F(R, Q) = \frac{D}{Q} \quad (5)$$

Onde,

D é a demanda anual

Q é o tamanho fixo de lote

$B(R, Q)$ Número Médio de Unidades em Atraso

O número médio de unidades em atraso é obtido dividindo-se o número médio de falta por ciclo de pedido pelo $\hat{B}(R, Q)$ intervalo médio de tempo do ciclo.

A diferença entre o modelo de perda de venda e o modelo com atraso, também denominado *backorder*, refere-se à medida do tempo médio do ciclo de pedido.

Quando há backorder o intervalo médio do ciclo corresponde ao tamanho do lote dividido pela média da demanda Q / μ .

No caso do modelo que considera a perda de venda, no momento em que ocorre a demanda e não há estoque em mãos, a posição de estoques não é reduzida e a demanda só volta a ser atendida após o recebimento do lote.

Dessa forma, o intervalo de ciclo do modelo com perda de vendas é maior em relação ao modelo com backorder, e corresponde a $(Q + \hat{B}(R, Q)) / \mu$.

Para o modelo com backorder, define-se a posição de estoques como o estoque em mãos ou número de faltas mais as ordens em aberto, não podendo haver simultaneamente faltas e estoque em mãos.

$$POS = OH + OR - BO \quad (6)$$

POS – posição de estoques

OH – número de unidades em ordens em aberto

BO – número de unidades em falta

Quando a posição de estoques é igual ou menor a R inicia-se o ciclo de pedido de um lote Q . Ao final do lead-time toda a posição de estoque R foi convertida em estoque em mãos. Haverá falta neste intervalo se a demanda durante o lead-time for maior do que R .

Como a demanda durante o lead-time é uma variável aleatória, é conveniente expressar R em termos da variabilidade da demanda.

Para uma demanda x_0 normalmente distribuída, com média e desvio padrão μ e σ , tem-se

$$R = \mu + k\sigma \quad (7)$$

O número médio de faltas por ciclo $\hat{B}(R, Q)$ é calculado pela diferença entre a demanda x_0 e o ponto de pedido R , para todo $x_0 > R$.

$$\hat{B}(R, Q) = \int_R^\infty (x_0 - R) \varphi(x_0) dx_0 \quad (8)$$

$$\hat{B}(R, Q) = \int_{\mu+k\sigma}^\infty (x_0 - \mu - k\sigma) \varphi(x_0) dx_0$$

$$\hat{B}(R, Q) = \int_{\mu+k\sigma}^\infty (x_0 - \mu - k\sigma) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(x_0 - \mu)^2/2\sigma^2] dx_0$$

Substituindo $u_0 = (x_0 - \mu)/\sigma$

$$\hat{B}(R, Q) = \sigma \int_k^\infty (u_0 - k) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-u_0^2/2] du_0$$

$$\hat{B}(R, Q) = \hat{B}(R) = \sigma G(k) \quad (9)$$

Onde φ é a função densidade de probabilidade da demanda e $G(k)$ é a função de perda definida por ,

$$G(k) = \int_k^\infty (u_0 - k) f(u_0) du_0 \quad (10)$$

Onde $f(u_0)$ é uma função de probabilidade.

Para $f(u_0)$ normal, a função $G(k)$ pode ser reescrita para facilitar o cálculo da seguinte forma,

$$\int_k^{\infty} (u_0 - k) \varphi(u_0) du_0 = \varphi(k)$$

$$G(k) = \varphi(k) - k[1 - \Phi(k)] \quad (11)$$

Onde $\Phi(k)$ é a função de probabilidade acumulada na normal unitária.

Uma vez obtido o número médio de faltas por ciclo, o número médio de faltas por unidade de tempo é calculado dividindo-se $\hat{B}(R, Q)$ pelo intervalo médio de ciclos de pedido,

$$B(R, Q) = \hat{B}(R) \mu / Q = \sigma G(k) \mu / Q \quad (12)$$

I(R, Q) Estoque médio em mãos por ano

Define-se estoque de segurança SS como o valor esperado do estoque em mãos imediatamente antes de uma ordem ser recebida.

Como a posição de estoques R , no momento da colocação do pedido, é convertida em estoque em mãos até o final do lead-time, o estoque de segurança é obtido por

$$SS = R - \hat{x}_L \quad (13)$$

Onde,

$\hat{x}_L$ é a média da demanda durante o lead-time

Adicionalmente, define-se estoque líquido NS como

$$NS = OH - BO \quad (14)$$

Onde,

OH é o estoque em mãos em um determinado instante

BO é o número de unidades em falta em um determinado instante

O valor do estoque de segurança é interpretado como a média do estoque líquido NS imediatamente antes do recebimento da ordem Q ,

$$SS = E[NS(\text{imediatamente antes do recebimento de } Q)]$$

Considerando que o número médio de faltas é muito pequeno em relação ao estoque médio em mãos, no instante imediatamente antes do recebimento do lote Q , a média do estoque em mãos é aproximadamente

$$E[OH(\text{imed. antes do receb de } Q)] \approx E[NS(\text{imed. antes do receb de } Q)]$$

$$E[OH(\text{imed. antes do receb de } Q)] \approx R - \hat{x}_L$$

Uma vez que o tamanho do lote é fixo Q , o estoque em mãos OH varia entre SS , imediatamente antes do recebimento de Q , e $SS + Q$, imediatamente depois do recebimento de Q .

$$I(R, Q) \approx \frac{Q}{2} + (R - \hat{x}_L) = \frac{Q}{2} + z\sigma_L \quad (15)$$

Onde,

σ_L é o desvio de padrão da demanda durante o lead-time

$\hat{x}_L$ é a média da demanda durante o lead-time. $\hat{x}_L = \mu L$

Estimação dos Parâmetros R e Q – Minimização de Custos

A partir dos resultados apresentados nas equações (5), (12) e (15), a função de custos pode ser reescrita como:

$$Y(R, Q) = h \left(\frac{Q}{2} + R - \mu L \right) + AD/Q + b\hat{B}(R)\mu/Q \quad (16)$$

A condição necessária para o mínimo da função $Y(R, Q)$ é $\partial Y / \partial Q = \partial Y / \partial Q = 0$.

Derivando $Y(R, Q)$ em relação a R e Q , temos as duas equações

$$\frac{\partial Y}{\partial Q} = \frac{h}{2} - \frac{A\mu}{Q^2} - \frac{b\hat{B}(R)\mu}{Q^2} = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial R} = h + \frac{b\mu\hat{B}'(R)}{Q} = 0$$

$$\frac{1}{Q^2} (A\mu + b\hat{B}(R)\mu) = \frac{h}{2}$$

$$Q^2 = \frac{2A\mu + 2b\hat{B}(R)\mu}{h}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2\mu(A+b\hat{B}(R))}{h}} \quad (17)$$

Uma vez que $\hat{B}(R, Q) = \hat{B}(R) = \int_R^\infty (x_0 - R)\varphi(x_0)dx_0$

$$\hat{B}'(R) = -(1 - \phi(R))$$

Substituindo na derivada parcial de R

$$h - b\mu(1 - \phi(R))/Q = 0$$

$$1 - \phi(R) = Qh/b\mu \quad (18)$$

A solução dos parâmetros R e Q que minimizam a função de custos é obtida iterando entre as duas equações até que os valores de R e Q sejam suficientemente próximos entre iterações. Rosling (1999) demonstra que esse processo sempre converge para a solução de custo mínimo.

Inicia-se com $Q_0 = EOQ = \sqrt{2A\mu/h}$ e encontra-se R_1 . A seguir, a partir de R_1 calcula-se $\hat{B}(R_1)$, encontra-se Q_1 e assim sucessivamente até a convergência.

O método descrito anteriormente define simultaneamente os valores de R e Q que minimizam de forma exata a função de custos no longo prazo.

Outra abordagem é calcular R e Q de modo sequencial, o que gera resultados aproximados em relação ao custo ótimo no longo prazo.

Nesse caso, Q é determinado pelo lote econômico EOQ, substituindo a demanda probabilística por uma demanda determinística com a mesma média e o valor de R é calculado posteriormente pela fórmula probabilística.

Axsater (1996) e Zheng (1992) indicam que este procedimento aumenta os custos em não mais do que 11.8%.

Estimação dos Parâmetros R e Q – Nível de Serviço Tipo 1

Não haverá falta durante um ciclo de pedido se a demanda durante o *lead-time* for menor ou igual a R.

$$\Phi(R) = \alpha \quad (19)$$

Onde,

α ($0 < \alpha < 1$) é o nível de serviço tipo 1 especificado

R é o ponto de pedido

Φ é a distribuição de probabilidade acumulada da normal

O valor de α é função apenas de R e não depende do tamanho de lote Q, que neste caso pode ser calculado com o intuito de equilibrar o custo de pedido e o custo de carregamento de estoque através do lote econômico.

Apesar da simplicidade de cálculo, o nível de serviço tipo 1 não representa a ideia intuitiva de atendimento de uma fração da demanda diretamente do estoque em mãos. Para tanto, calcula-se o nível de serviço tipo 2.

Estimação dos Parâmetros R e Q – Nível de Serviço Tipo 2

Como o número médio de faltas por ciclo é calculado por $B_L(R, Q) = \sigma_L G(z)$, e a demanda em cada ciclo é igual a Q, o parâmetro R para atendimento de uma determinada fração da demanda $1 - \beta$ diretamente do estoque é calculado por

$$\frac{B_L(R, Q)}{Q} = 1 - \beta \quad (20)$$

Este cálculo para o Fill Rate é apenas aproximado porque ao utilizar o número médio de faltas por ciclo $B_L(R, Q)$, conta-se repetidamente as faltas que não são atendidas dentro do ciclo.

O valor exato do nível de serviço tipo 2 é obtido focando-se com o que acontece com cada lote Q que é pedido quando a posição de estoques é R.

Sendo x_L a demanda durante o *lead-time* normalmente distribuída e B número de unidades em falta que será atendida pelo lote Q,

se $x_L \leq R$ então $B = 0$

se $R < x_L \leq R + Q$ então $B = x_L - R$

se $x_L > R + Q$ então $B = Q$

Consequentemente,

$$E(B) = \int_R^{R+Q} (x_L - R) \frac{1}{\sigma_L} \varphi\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}\right) dx_L + \int_{R+Q}^{\infty} Q \frac{1}{\sigma_L} \varphi\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}\right) dx_L$$

$$E(B) = \int_R^{\infty} (x_L - R) \frac{1}{\sigma_L} \varphi\left(\frac{x_L - \mu_L}{\sigma_L}\right) dx_L - \int_{R+Q}^{\infty} (x_L - R - Q) \frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{x_L - \mu}{\sigma}\right) dx_L$$

$$E(B) = \sigma_L G\left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right) - \sigma_L G\left(\frac{R + Q - \mu_L}{\sigma_L}\right) \quad (21)$$

O Fill Rate exato é obtido por,

$$\frac{E(B)}{Q} = 1 - \beta \quad (22)$$

Modelo (s,S)

Assim como o modelo (R,Q), a política de estoques (s,S) também é um modelo de revisão contínua.

O modelo (s,S) funciona de forma que, quando a posição de estoques é menor ou igual ao estoque mínimo s, uma ordem de tamanho S – s é realizada.

Quando a demanda ocorre com tamanhos de transação unitários, o pedido é realizado exatamente quando a posição alcança o valor de s.

Neste caso, o valor do tamanho de lote do modelo (s,S) é constante e as políticas de estoque (s,S) e (R,Q) são equivalentes.

O modelo (s,S) se diferencia de (R,Q) quando há *undershoot*, isto é, o pedido é realizado abaixo de s devido a tamanhos de demanda maior do que uma unidade.

A seguir é apresentado o procedimento para o cálculo dos parâmetros que minimizam o custo esperado da política de estoques no longo prazo, considerando transações de demanda estacionária maiores ou iguais a uma unidade.

Procedimento de Zheng e Federgruen

O método de Zheng e Federgruen (1991) consiste em algoritmo de busca para a definição exata dos parâmetros da política de estoques (s,S) que minimizam o custo esperado no longo prazo.

Embora existam outros procedimentos de cálculo, o método de Zheng e Federgruen é considerado atualmente o mais eficiente do ponto de vista computacional.

Outros algoritmos exatos foram desenvolvidos anteriormente por Federgruen e Zipkin (1984) e Johnson (1968).

Soluções heurísticas foram propostas por Ehrhardt e Moiser (1984), Sahin e Sinha (1987), dentre outros.

Algoritmo

Passo 0

$s := y^*$

$S_0 := y^*$

Repetir $s := s - 1$ **até que** $c(s, S_0) \leq G(s)$

$s_0 := s$

$c^0 := c(s_0, S_0)$

$S^0 = S_0$

$S = S^0 + 1$

Passo 1

Enquanto $G(S) \leq c^0$

Se $c(s, S) < c^0$ **então**

$S^0 := S$

Enquanto $c(s, S^0) \leq G(s + 1)$ **fazer** $s := s + 1$;

$c^0 := c(s, S^0)$;

Fim se

$S := S + 1$;

Fim enquanto

A implantação do algoritmo requer as seguintes definições:

$c(s, S)$ é o custo esperado da política de estoques no longo prazo

$G(S)$ é o custo esperado de um período quando a posição de estoque é S

y^* é a posição de estoques que minimiza o custo esperado de um período

O cálculo de $c(s, S)$ utiliza as constantes $m(j)$ e $M(j)$:

$$m(0) = (1 - p_0)^{-1} \quad (23)$$

$$m(j) = \sum_{l=0}^j p_l * m(j - l), \quad j = 1, 2, \dots \quad (24)$$

Onde p_l é a probabilidade da demanda ser igual a l .

$$M(0) = 0 \quad (25)$$

$$M(j) = M(j - 1) + m(j - 1), \quad j = 1, 2, \dots \quad (26)$$

O custo $c(s, S)$ pode então ser calculado como

$$c(s, S) = \frac{k(s, S)}{M(S-s)} \quad (27)$$

Onde,

$$k(s, S) = K + \sum_{j=0}^{S-s-1} m(j) * G(S - j), \quad S > s \quad (28)$$

O custo esperado de um período $G(y)$ é calculado por

$$G(y) = E[h * \max(0, y - \varphi L) + p * \max(0, \varphi L - y)] \quad (29)$$

2.3 Controle de Estoque com Demanda Não-Estacionária

Nesta seção são apresentadas as principais abordagens para o controle de estoque com demanda não estacionária e na seção 3 são detalhados os métodos para o modelo com demanda aleatórias independentes.

As linhas de pesquisa sobre controle de estoques com demanda não estacionária se diferenciam principalmente a partir da forma como a demanda não estacionária é modelada.

São encontradas três abordagens principais para a modelagem da demanda não estacionária:

- demandas aleatórias independentes no tempo
- demanda modelada como um processo de Markov
- demanda auto-correlacionada ARIMA

Somada a estas abordagens, também verifica-se na literatura o tratamento do controle de estoques com demanda não estacionária através de modelos empíricos baseados em cobertura de estoque.

Os modelos empíricos baseados em cobertura convertem a posição de estoques para uma duração esperada de estoque, a partir da qual são aplicados os métodos estacionários apresentados anteriormente.

2.3.1 Modelagem com Demandas Aleatórias Independentes no Tempo

Karlin (1960) estuda o sistema de produto único com custo linear e mostra que a solução miópica, isto é, dependente apenas de dados do período corrente, é ótima para o horizonte infinito quando a demanda é estocasticamente decrescente no tempo.

Veinot (1965) chega ao mesmo resultado para múltiplos produtos e enuncia o conceito de *myopic solution* da seguinte forma, inicialmente para demandas estocásticas e idênticas no tempo.

Suponha que para cada período i seja possível determinar um nível de estoque $\dots \bar{Y}_i$, chamado nível de estoque base, que minimize o custo esperado incorrido no período i quando considerado isoladamente em relação aos outros períodos. Nós mostramos que se for possível pedir nos períodos 1,2,.. tal que o nível de estoque de pedir nestes períodos são respectivamente $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots$, então esta política de estoques é ótima para o modelo de horizonte infinito.

Posteriormente, no mesmo artigo, Veinot estende este resultado para demandas estocásticas conhecidas que são dependentes do tempo, isto é, flutuantes.

Morton (1978) observou que, se um custo de descarte de estoque fosse permitido em cada período, a restrição de monotonicidade poderia ser removida e a solução miópica se tornaria ótima para uma demanda dependente no tempo com qualquer padrão de flutuação e horizonte finito.

Lovejoy (1990) estende este resultado quando a demanda é dependente e *partially observed* cujos parâmetros são estimados por inferência Bayesiana.

Morton e Pentico (1995) verificaram que a solução miópica é um upper bound para o estoque base no problema de horizonte infinito.

Os autores também estabeleceram o lower bound do estoque base no horizonte infinito e com isso formulam diferentes heurísticas, interpolando soluções entre os limites superiores e inferiores.

Conforme Bollapragada e Morton (1999), o benchmark para o problema de horizonte infinito é calculado através da solução da programação dinâmica.

Os autores analisam que, dado o contexto de demanda estocásticas conhecidas e flutuantes no tempo, e custo de pedido com parcela fixa, o modelo (s,S) calculado através de programação dinâmica produz resultados ótimos, conforme demonstrado por Scarf (1960).

Baseado em duas heurísticas anteriores, propostas por Silver (1978) e Askin (1981), Bollapragada e Morton desenvolvem uma nova heurística que utiliza os dados do período corrente e do horizonte rolante para o cálculo dos parâmetros em um passo em vez de um procedimento recursivo sobre o horizonte. Isto é obtido, aproximando a demanda futura não estacionária por uma demanda estacionária.

Apesar do erro verificado ter sido da ordem de 1% em relação ao ótimo, é possível notar que o desempenho da heurística é sensível em relação à escolha do horizonte l para o cálculo da demanda média, e de quanto a demanda não estacionária efetivamente varia neste intervalo.

2.3.2 Modelagem por Processos de Markov

A modelagem da demanda como um processo de Markov permite a formulação analítica para uma demanda flutuante no tempo, independente das causas desta flutuação, como estações, mudanças de preço, condições econômicas ou outras, Chen e Song (2001).

Ou ainda, conforme observado por Ibe (2009), o uso do MMPP permite a modelagem de sistemas variantes no tempo, mantendo a solução analítica tratável.

O MMPP é definido matematicamente como um Processo de Poisson duplamente estocástico, cuja média varia de acordo com um continuous-time Markov Process, Ibe (2009).

Outra definição é dada por Fischer e Meier (1992): O MMPP é um Processo de Poisson duplamente estocástico, cuja taxa de chegada é dada por $\lambda[J(t)]$, onde $J(t), t \geq 0$ é um processo de Markov irreduzível de m estados.

Um dos primeiros trabalhos onde a demanda flutuante é modelada como um processo de Markov foi Iglehart e Karlin (1962). No entanto, a cada estado da demanda é associada uma distribuição genérica φ_i , enquanto no MMPP cada estado possui distribuição de Poisson.

Os autores demonstram que para a estrutura com custo de pedido linear e minimização de custo descontado em horizonte infinito, a política de estoque base estado dependente é ótima.

Iglehart e Karlin (1962) desenvolvem algoritmos para o cálculo dos números críticos de cada estado de diferentes políticas de estoque: com backlog e lead-time zero, com perda de venda e lead-time zero, com backlog e lead-time positivo.

Os algoritmos para cálculo da política ótima envolvem a resolução de um sistema de equações diferenciais recursivas, e o sistema aumenta de tamanho com o maior número de estados da demanda.

A partir do trabalho de Iglehart e Karlin (1962) e Song e Zipkin (1993) estudam analiticamente modelos de estoques submetidos à demanda flutuante no tempo, modelada como um *MMPP*, obtendo um algoritmo mais simplificado para o cálculo da política ótima.

Os autores observam que ao utilizar um MMPP o state-space que representa as variáveis de estoque é discreto, o que é uma aproximação na fase de modelagem.

O MMPP é descrito de forma simples: “quando o state-space está no estado i , a demanda segue um processo de Poisson cuja média é λ_i ”.

É importante observar que para utilização prática destes modelos de estoques, os dados reais de demanda precisam ser ajustados ao MMPP. Esta etapa requer algoritmos complexos para estimação, como pode ser visto em Meier (1987).

Fica claro também que o MMPP não é a única escolha para a modelagem da demanda, como referido no trecho abaixo do artigo;

“Nós não vamos tão longe a ponto de promover o “Markov Modulated Poisson Demand” como o modelo universal de demanda, apropriado para todas as ocasiões. Nossa contribuição aqui pode ser vista como uma exploração do que acontece quando modelos padrão de demanda são significativamente generalizados”.

Dentre as vantagens ressaltam-se

Generalidade do Processo de Poisson: o que facilita a comparação da abordagem utilizada com técnicas padrão

Tratabilidade: diversos cálculos se tornam mais simples do que seriam em outra modelagem.

Modelagem: flexibilidade para representar a demanda com um modelo apropriado

O framework dos modelos de estoque estudados neste artigo é bastante tradicional: lead-time positivo fixo e estocástico, custo de carregamento, custo de falta e custo de pedido linear e com parcela fixa, objetivo de minimização de custo descontado (é frequente também a opção de custo médio), sobre horizonte finito e infinito.

Os autores concluem de forma importante que:

- no modelo de custo de pedido linear, a política de estoque base é ótima, para horizonte finito e infinito. Isto é, a política ótima é caracterizada por um único número para cada estado do state-space da demanda, e a política ótima prescreve comprar uma quantidade até o estoque base que correspondente ao estado atual
- no modelo de custo de pedido com parcela fixa, a política (s,S) estado-dependente é ótima, para horizonte finito e infinito. Os parâmetros s e S também são calculados em função de cada estado da demanda

A política ótima é calculada através do seguinte algoritmo que é baseado em Value-iteration para Markov Decision Process (MDP)

Mais recentemente Chen e Song (2001) estudaram o modelo de estoque com custo de pedido linear, lead-time determinístico, com objetivo de minimizar o custo médio em horizonte infinito e onde a demanda flutuante no tempo é modelada como Markov Chain Modulated Poisson Process, MMPP.

Os autores mostram que a política de estoque base com order-up-to level dependente do estado da demanda, é ótima para o sistema e apresentam um algoritmo alternativo a Song e Zipkin (1993) para o cálculo da política correspondente a cada estado. Esse algoritmo envolve a resolução recursiva de sistema matricial.

Apesar da demanda flutuante poder ser representada pelo MMPP, o que simplifica o cálculo da política de estoques, os dados de demanda nessa linha de pesquisa ainda são estáticos, conforme a definição de Zipkin (2000).

Isto quer dizer que uma vez que a série de demanda é modelada no começo do problema, e os parâmetros dinâmicos são calculados uma única vez para otimizar o custo no horizonte finito ou infinito.

Na prática, o modelo de demanda é revisado periodicamente e este passa a ser também dinâmico.

Para incluir esta característica no cálculo das políticas de estoque, uma nova linha de pesquisa considerando a demanda *partially observed* tem sido desenvolvida, porém com resultados ainda mais complexos, por acrescentar a estimação dinâmica dos parâmetros do modelo de demanda.

Um trabalho com demanda MMPP *partially observed* onde são propostas diferentes abordagens de solução é Treharne e Sox (2002).

Outro ponto importante a ser verificado é de que na prática, os dados reais de demanda precisam ser ajustados ao modelo MMPP, o que é feito através de complexos algoritmos para estimar a matriz de transição de probabilidade e a média da demanda de Poisson para cada estado.

Além da complexidade, os diferentes métodos de estimação destes parâmetros introduzem no sistema diferenças de desempenho da política de estoques, que não são levadas em conta nos modelos teóricos tradicionais.

2.3.3 Modelagem com Demanda Auto-correlacionada ARIMA

Uma demanda flutuante no tempo pode ser modelada como um processo estocástico, ou uma série temporal ARIMA(0,1,1).

A vantagem prática de tal abordagem é a facilidade no método de ajuste da função temporal, que é feita automaticamente pela maioria dos sistemas comerciais de forecast e softwares estatísticos.

O modelo ARIMA(0,1,1) permite a representação de uma série temporal não-estacionária enquanto os seus equivalentes ARMA(1,1), AR(1) e MA(1) são direcionados para o caso de demandas estacionárias.

Do ponto de vista matemático, o modelo ARIMA(0,1,1) tem a vantagem de que o estimador ótimo consiste do método de suavização exponencial simples, que é amplamente usado na prática, Syntetos *et al.* (2013).

Outro aspecto importante no campo de pesquisa que utiliza a modelagem ARIMA(0,1,1) para a análise dos sistemas de estoques, é o fato de que ao encapsular a demanda em funções, torna-se tratável a análise de sistemas multi-níveis, isto é, associados a cadeias de suprimentos.

Um tema frequentemente abordado, a partir desta base teórica, é a quantificação do efeito chicote como em Chen *et al.* (2000) e a análise das vantagens e desvantagens do compartilhamento de informação de demanda entre os diferentes elos da cadeia de suprimentos Graves (1999), Gilbert (2005), Syntetos *et al.* (2013).

O modelo ARIMA(0,1,1) é formulado matematicamente da seguinte forma,

$$D_t = D_{t-1} - (1 - \alpha)\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (30)$$

Onde α é a constante de suavização e ε_t é o termo de erro que é assumido ser serialmente independente, com processo de ruído normalmente distribuído com média igual a 0 e variância igual a σ_ε^2 .

Syntetos *et al.* (2013) demonstram que a média e variância da demanda sobre o lead-time L , adicionado um período de revisão, são as seguintes,

$$E(\sum_{i=1}^{L+1} D_{t+i} | D_t) = (L+1)[D_t - (1-\alpha)\varepsilon_t] \quad (31)$$

$$Var(\sum_{i=1}^{L+1} D_{t+i} | D_t) = \left[1 + L + L(L+1)\alpha + \frac{L(L+1)(2L+1)}{6}\alpha^2 \right] \sigma_\varepsilon^2 \quad (32)$$

E neste caso, o autor prova que o parâmetro S_t , que minimiza o custo total da política de estoques order-up-to (OUT), com custo de pedido linear, é calculado por,

$$S_t = (L+1)[D_t - (1-\alpha)\varepsilon_t] + \Phi^{-1}\left(\frac{b}{b+h}\right) \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + L + L(L+1)\alpha + \frac{L(L+1)(2L+1)}{6}\alpha^2} \quad (33)$$

Graves (1999) estuda analiticamente o mesmo processo de demanda ARIMA(0,1,1) e o mesmo modelo de estoque base, com lead-time L constante, onde as quantidades pedidas são dadas por,

$$q_t = d_t + L(F_{t+1} - F_t) \quad (34)$$

Onde F_t é a estimativa para a demanda do período t .

O autor observa que esta é a política miópica (VEINOT, 1965) para L -períodos a frente, assumindo parâmetros de custo estacionários. Isto é, ela minimiza o custo esperado de um período, um lead-time no futuro.

Dado que o processo de demanda é ARIMA(0,1,1), onde ε_t é normalmente distribuída e i.i.d, isto é, independente e identicamente distribuída no tempo, com $E[\varepsilon_t] = 0$ e $Var[\varepsilon_t] = \sigma^2$ demonstra-se que $\{q_t\}$ é um processo IMA(0,1,1) e a probabilidade $\Phi(z)$ de não haver falta durante o lead-time L é calculada por,

$$x_0 = z\sigma\sqrt{L} \sqrt{1 + \alpha(L-1) + \alpha^2 \frac{(L-1)(2L-1)}{6}} \quad (35)$$

Onde x_0 é o estoque inicial.

Prosseguindo o cálculo para a minimização de custo, propõe-se que o estoque inicial seja definido de tal forma que a probabilidade de não haver falta durante o lead-time seja igual a $b/(b + h)$.

Embora este procedimento seja um paralelo ao proposto por Veinot (1965) para custos estacionários, o autor deixa claro que não há garantia de otimalidade desta política de estoques, o que consiste em uma questão em aberto.

Chen *et al.* (2000) também estudam o modelo de demanda ARIMA(0,1,1) e a política de estoque base para quantificar o efeito chicote na cadeia de suprimentos.

Os autores assumem que o modelo de estoque base é usado de maneira abrangente na prática, mesmo para demandas não estacionárias, uma vez que é conhecido que para demandas i.i.d. esta política de estoques é ótima.

O parâmetro de estoque máximo é calculado baseado no desvio padrão dos erros de previsão σ_e^L durante o lead-time L , cujo estimador é $\hat{\sigma}_{et}^L$ e não baseado no desvio padrão da demanda durante o lead-time σ^L , cujo estimador é $\hat{\sigma}_t^L$.

Segundo Hax e Candea (1984 p. 194), apesar de haver uma simples relação entre estas duas quantidades $\sigma_e^L = c\sigma^L$, para alguma constante $c \geq 1$, é mais apropriado calcular a política de estoques baseado em σ_e^L .

Dessa forma, a política de estoques é calculada da seguinte forma para obter um determinado nível de serviço P1.

$$y_t = \hat{D}_t^L + z\hat{\sigma}_{et}^L \quad (36)$$

$$\hat{D}_t^L = L \left(\frac{\sum_{i=1}^p D_{t-i}}{p} \right) \quad (37)$$

$$\hat{\sigma}_{et}^L = C_{L,p} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (e_{t-i})^2}{p}} \quad (38)$$

Assim como Graves (1999) os autores também não demonstram que esta política é ótima em custos para o modelo de demanda ARIMA(0,1,1) e nem que o nível de serviço real é igual ao teórico calculado. O estoque base é aplicado como um paralelo ao que seria feito para uma demanda i.i.d.

Johnson e Thompson (1975) estudaram a otimalidade em custo de política de estoque base quando a demanda não estacionária é um processo ARIMA(0,1,1) conforme definido por Box e Jenkins (1976), pag. 53.

Assumindo que os termos de choque da demanda $\{a_t\}$ são i.i.d. com média 0 e variância σ^2 , o autor prova que se os custos forem lineares, a demanda sempre positiva e limitada de forma que $D_t \geq 4\sigma$, então a política de estoque base é ótima em custo no horizonte infinito.

Adicionalmente, a política de estoques é miópica, conforme definido por Veinot (1965) e calculada segundo uma fração crítica,

$$\hat{Y}_t = E(D_t) + Z_0\sigma_t \quad (39)$$

Onde Z_0 corresponde à fração crítica $[s/(h + s)]$ da distribuição normal. Em função das premissas estabelecidas, se $Z_0 < -4$ arredondar para -4 e se $Z_0 > 4$ arredondar para 4.

No entanto, apesar das vantagens do uso do modelo de demanda ARIMA(0,1,1), o trabalho de Syntetos *et al.* (2010) ressalta que a abordagem tradicional de encontrar o melhor ajuste da série temporal e sequencialmente determinar os parâmetros da política de estoques pode resultar em desempenho sub-ótimo para o sistema como um todo. De uma maneira mais precisa, os autores estabelecem que

O fato de um estimador x desempenhar melhor que um estimador y em termos de precisão de forecast não necessariamente implica que esta superioridade será refletida no sistema de controle de estoque ao serem utilizados estes estimadores.

Para chegarem a esta conclusão, os autores simulam um modelo de estoques (T,S) a partir de dados de demanda empíricos, onde em cada período o valor de S é calculado para atingir os níveis de serviço P1 e P2. Posteriormente, os valores obtidos são comparados ao esperado em diferentes lead-times e esta métrica de desempenho é comparada com a precisão de estimação do forecast.

Em outro trabalho de simulação, Tratar (2010) chega à mesma conclusão sobre a eficiência da modelagem de séries temporais aplicada ao problema de estoques.

A partir de dados de demanda empíricos, a autora modela um sistema order-up-to-level, atualizado a cada período, a partir da estimativa para a média da demanda para o próximo período.

O sistema de estoques é calculado para minimizar o custo total, onde o custo de pedido é linear, primeiro sequencialmente em relação ao modelo de demanda e posteriormente em conjunto com o modelo de demanda.

A autora observa que a otimização conjunta produz melhores resultados em termos de custos.

2.4 Simulação

O método de simulação é justificado pela complexidade dos métodos de solução teóricos para o problema de estoques com demanda estocástica e não estacionária, e pela necessidade de comparação entre abordagens bastante distintas, incluindo neste conjunto os modelos empíricos.

Outro ponto favorável ao uso da simulação, conforme foi identificado na revisão de literatura, é de que nenhuma abordagem analítica captura a mudança do modelo de demanda, que acontece naturalmente com o tempo, com exceção do método de inferência Bayesiana, muito pouco prático.

Os modelos analíticos consideram os dados de demanda estáticos, e não a política de estoques operando dinamicamente no tempo e mesmo que a evolução fosse capturada com um MMFE, Martingale Model of Forecast Evolution, seria acrescentado um novo erro de modelagem.

Segundo Neto e Pureza *et al.* (2012), os modelos de simulação são poderosos e amplamente utilizados para analisar sistemas complexos.

Law (2007) indica as seguintes vantagens do uso do método de simulação,

- a maioria dos sistemas reais, com elementos estocásticos, não pode ser descrito precisamente por um modelo matemático que possa ser avaliado analiticamente.

- a simulação permite estimar o desempenho de um sistema existente
- modelos ou designs alternativos podem ser comparados via simulação
- a simulação permite manter um melhor controle sobre as condições do experimento do que experimentar com o sistema em si
- a simulação nos permite estudar o sistema no longo prazo, dentro de um curto espaço de tempo.

É possível observar que o autor faz a comparação entre o uso da simulação versus interferência no sistema real e o uso da simulação versus o estudo matemático, analítico.

No escopo deste trabalho, teórico, embora pretenda estar no elo teórico mais próximo da prática, analisa-se a alternativa de simulação versus estudo matemático, analítico.

A partir da lista proposta por Law (2007) confirma-se que os principais motivadores do uso da simulação são a complexidade e a necessidade de comparação de alternativas muito distintas analiticamente.

Dentre as desvantagens ou limitações da simulação, o autor indica:

- cada corrida de uma simulação estocástica, produz uma estimativa das verdadeiras características do modelo para um conjunto particular de parâmetros de entrada. Assim, diversas corridas independentes são necessárias para cada conjunto de parâmetros de entrada. Por isso a simulação não é tão boa para otimização quanto é para a comparação de um numero fixo alternativas especificadas ou designs do sistema. (...) Se um modelo analítico "válido" estiver disponível ou puder ser facilmente desenvolvido, ele é geralmente preferível em relação ao modelo de simulação.
- modelos de simulação geralmente são demorados para desenvolver
- o grande volume de números produzidos pela simulação, ou o impacto de animações realistas, geralmente criam a tendência de se colocar maior confiança nos resultados do que o justificado.

O autor ainda propõe um fluxograma, com as etapas necessárias para um bom estudo de simulação:

1. formular o problema e o plano de estudo
2. coletar dados e definir o modelo
3. validar o modelo
4. construir programa de computador e verificar
5. fazer corridas piloto
6. validar o programa
7. planejar experimentos
8. realizar as corridas de simulação
9. analisar os dados de saída
10. documentar, apresentar e usar os resultados

A formulação do problema, definição do modelo e dados de entrada foram realizados através da revisão de literatura e questão de pesquisa, por se tratar de um estudo teórico. As demais etapas serão seguidas conforme acima.

Em relação aos tipos de modelos de simulação, Law (2007) classifica como,

- estáticos ou dinâmicos: como os modelos dinâmicos evoluem com o tempo, o problema analisado está nesta categoria
- determinísticos ou estocásticos: o problema é claramente estocástico
- contínuo ou discreto: esta característica se aplica no tratamento do tempo e das outras variáveis do problema. Em relação ao problema de estoque selecionado, todas as variáveis, incluindo o tempo, serão discretas.

Dentre os diferentes métodos de simulação disponíveis, estão os seguintes,

- Simulação por eventos discretos: as variáveis e o sistema como um todo pode mudar de estado em apenas um número contável de pontos no tempo. Devido à natureza das variáveis do problema, este será o método selecionado.
- Simulação contínua: neste caso, as variáveis são modeladas como funções e as inter-relações e resultados são simulados numericamente. Um exemplo de simulação contínua é a Dinâmica de Sistemas, Forrester (1961)
- Simulação de Monte Carlo: é um tipo de simulação estática, onde as variáveis de entrada são estocásticas e a variável de resposta é calculada matematicamente.
- Simulação baseada em agente: na simulação por evento discreto, o fluxo de cada entidade é modelado. Em comparação, na simulação baseada em agente, o *comportamento* de cada entidade é modelado através de heurística e esta passa a ser autônoma. O fluxo da entidade não é definido a priori, e sim através da inter-relação com as demais entidades durante a simulação. Esta abordagem é recomendada quando a quantidade de fluxos é muito grande ou complexa. Ver Argone LAB (2013), para um tutorial produzido sobre este método.

Uma vez justificado o método de simulação, planejadas as etapas e selecionado o tipo, será especificado o programa de computador utilizado na simulação, conforme definido na etapa 4.

Law (2007) pag. 188 discute as vantagens e desvantagens quanto à utilização de um pacote de simulação ou uma linguagem de programação.

As vantagens dos pacotes de simulação são:

- disponibilidade de recursos prontos que são necessários para a simulação
- facilidade de modelagem, com interface gráfica
- facilidade de modificação e manutenção
- facilidade para detecção de erros, que muitas vezes são checados automaticamente

As linguagens de programação têm os seguintes pontos favoráveis:

- muitos usuários já conhecem uma linguagem de programação

- maior rapidez de execução
- maior flexibilidade de programação
- orientação à objeto, dependendo da linguagem de programação
- menor custo

Há ainda uma terceira opção, que consiste na utilização de planilha eletrônicas para realizar a simulação.

A utilização de planilhas eletrônica na área de Operations Research é uma tendência moderna, tanto acadêmica quanto prática segundo Winston e Albright (2001) e Ragsdale (2001).

Olavson e Fry (2008) reportam o desenvolvimento de modelo de estoques em planilha e utilização em larga escala como ferramenta de suporte a decisão na fabricante de computadores Hewlett-Packard.

Dentre as vantagens os autores apontam baixo custo, flexibilidade, portabilidade e riqueza gráfica, adaptável a problemas customizados. Além da planilha, destaca-se que a implantação prática requer também a especificação clara de responsabilidades, processos e métricas.

Kapuscinski *et al.* (2004) descrevem o desenvolvimento de um modelo de estoques em planilha como ferramenta de suporte a decisão, que foi orientada a ser aplicada nos fornecedores de peças da fabricante de computadores Dell, em Austin, Texas, com o intuito de reduzir o volume de estoque na cadeia de suprimentos e melhorar o nível de serviço.

Os autores implantaram um modelo (R,Q) , onde Q é definido pelo fornecedor e o ponto de pedido é calculado aproximando a demanda não estacionária por estacionária e utilizando um modelo de newsvendor, conforme Nahmias (1997). A planilha também é aplicada na estimativa da distribuição da demanda.

Farasyn *et.al* (2008) reportam o desenvolvimento de modelo de estoques em planilha para definição dos parâmetros da política de estoques da fabricante de consumíveis Procter & Gamble, em escala mundial, por equipe interna denominada Global Analytics Group.

Dentre as vantagens da utilização de planilha, os autores destacam,

- facilidade de distribuição, baixo custo e interatividade
- facilidade de customização e recursos gráficos
- ampla disponibilidade das planilhas na empresa e conhecimento sobre a utilização por parte dos usuários, que podem se concentrar no planejamento em questão
- após o carregamento dos dados, não há necessidade de comunicação com o banco de dados

Embora estes trabalhos representem um avanço na aplicação prática dos modelos de estoque, eles ainda são limitados na aproximação da demanda estocástica flutuante por uma demanda estacionária e são estáticos, isto é, não otimizam um determinado horizonte no futuro.

Farasyn *et al.* (2008) e Kapuscinski *et al.* (2004) também destacam nas planilhas os dias de cobertura pretendidos, convertendo unidades para dias, embora o cálculo seja feito analiticamente de forma simplificada em unidades.

Seila (2006) estuda em detalhes a utilização das planilhas eletrônicas como plataforma de simulação.

A simulação em planilha é definida teoricamente da seguinte forma,

“No núcleo de qualquer simulação estocástica está um modelo que envolve quantidades cujos valores são imprevisíveis e portanto precisam ser amostrados de uma população apropriada. O modelo é representado usando um programa de computador, e o programa na verdade amostra as variáveis aleatórias, realiza as computações do modelo e reporta os resultados, geralmente na forma de um ou mais valores numéricos. Todos os modelos de simulação se encaixam nesta descrição. A simulação em planilha, simplesmente envolve utilizar uma planilha para representar o modelo, realizar a amostragem, desenvolver as computações e reportar os resultados.”

Segundo a autora, a grande difusão das planilhas é um fator amplamente favorável para a utilização desta plataforma para a simulação,

“A estrutura de tabela das planilhas permite o desenvolvedor organizar as computações e saídas de uma maneira natural e intuitiva. Planilhas são ubíquas, quase todos têm uma, e os formatos dos arquivos são padronizados, de forma que arquivos escritos em uma planilha podem ser importados por outras. (...) Como resultado, desenvolvedores e usuários podem facilmente passar modelos de simulação de um para o outro. Por estas razões, a planilha é uma plataforma atrativa para a simulação.”

Ainda acrescenta-se o benefício da redução do elevado *custo fixo* de tempo para o desenvolvimento de projetos de simulação, e maior agilidade no processo de decisão dentro das empresas.

“Algumas vezes, gerentes ou analistas não estão familiarizados com um software de simulação especializado. Planilhas fornecem uma plataforma fácil de usar para simulação, que já está instalada nos desktops de analistas, engenheiros, gerentes, administradores e outros que precisam modelar e resolver problemas. (...) Se o modelo já está implantado em planilha, gerentes podem experimentar com o modelo e avaliar alternativas sem a necessidade de envolver especialistas em simulação.”

Tendo sido justificada a utilização da Planilha Eletrônica como plataforma de simulação, será apresentada a seguir a implantação em Excel realizada para a abordagem do problema de estoques sob demanda estocástica não estacionária.

3. Formulação do Problema e Métodos de Solução

3.1 Formulação do Problema

Nesta seção, o problema de controle de estoques com demanda estocástica não estacionária é formulado em termos de variáveis e objetivo.

Será considerada uma política de estoques (s_t, S_t) , de forma que no início de cada período, antes de pedir, se a posição de estoques, y_t , que é uma variável inteira composta pelo estoque em mãos somada às ordens em aberto menos os pedidos em atraso, for menor do que o ponto de pedido s_t , um pedido é colocado elevando a posição de estoques à S_t .

Cada ordem colocada é recebida depois de um lead-time fixo e inteiro L .

A cada período a sequência de passos é a seguinte: atualiza-se o horizonte rolante de n períodos futuros com novas previsões de demanda, recalcula-se (s_t, S_t) e avalia-se a colocação do pedido. Após o momento de colocação dos pedidos, eventuais ordens em aberto são recebidas, a demanda do período é realizada e os custos do período são apurados.

Assume-se que a cada período t a demanda é uma variável aleatória independente, D_t com função densidade de probabilidade Normal $\varphi_t(D_t)$, de média μ_t , coeficiente de variação ρ_t e desvio-padrão σ_t .

O problema com controle de estoques com demandas não estacionárias e independentes poderia contemplar a variação de μ_t e ρ_t a cada período. No entanto, neste artigo será tratada a versão simplificada onde μ_t flutua e ρ_t permanece constante, atendendo assim o critério de homocedasticidade.

A demanda durante o lead-time DL_t também é uma variável aleatória, com função densidade de probabilidade Normal $\varphi_{L_t}(DL_t)$, com média flutuante μ_{L_t} e desvio padrão constante ρ_{L_t} . A variável DL_t é atualizada e discretizada a cada período, sendo assim inteira da seguinte forma:

$$DL_t = \sum_{i=t}^{t+L} D_i \quad (40)$$

$$PL_t(i) = pr(DL_t = i) = \phi L_t(i) - \phi L_t(i - 1) \quad (41)$$

Onde $PL_t(i)$ é a probabilidade de DL_t ser igual a i e $\phi L_t(.)$ é a função de densidade cumulativa da função $\phi L_t(.)$.

Caso a demanda em qualquer período seja maior do que o estoque em mãos, a diferença entre a demanda e o estoque em mãos é atendida posteriormente, com custo de atraso, em oposição ao caso de perda de vendas.

São considerados três custos: custo fixo de pedido K , custo unitário de carregamento h , e custo de atraso p .

O objetivo da política de estoques é, para cada período $t = 1, 2, \dots, N$, definir os parâmetros (s_t, S_t) que minimizem o custo total esperado das políticas de estoque nos N períodos futuros, $E(CT_N)$, conforme abaixo:

$$\min E(CT_N) = \sum_t^N K\delta(.) + E[h * \max(0, y_t - \phi L_t) + p * \max(0, \phi L_t - y_t)] \quad t = 1, 2, \dots (42)$$

Onde, $\delta(.) = 1$ se o pedido $z_t > 0$ e $\delta(.) = 0$ caso contrário, $E(.)$ é o valor esperado de uma variável aleatória.

A seguir será apresentada a descrição do método de programação dinâmica para a resolução do problema.

3.2 Solução por Programação Dinâmica (PD)

A programação dinâmica é um método matemático desenvolvido por Richard Bellman e difundido amplamente pelo autor na década de 60 (Bellman, 2003).

O método permite resolver problemas recursivamente, voltando a partir da decisão ótima sobre o último período, até o primeiro, o que implica na avaliação de um número de sequências de decisão significativamente menor do que a inspeção de todas as combinações possíveis.

Em seu artigo seminal, Scarf (1960) conclui que a política de estoques que minimiza o custo esperado do problema de controle de estoques não estacionário é

necessariamente da forma (s_t, S_t) e indica o método de programação dinâmica para o cálculo dos parâmetros.

O autor divide o problema em uma série de decisões de pedidos que são encadeadas partindo-se do último período $t + N$, até o primeiro período t .

O processo inicia-se em $t + N$, considerando o custo ótimo J_{t+N} no período igual a zero para todas as posições de estoque y_{t+N} possíveis, $J_{t+N}(y_{t+N}) = 0$.

No período anterior, $t + N - 1$, para cada posição de estoques y_{t+N-1} , é necessário decidir entre continuar com a posição y_{t+N-1} , ou elevar a posição para S_{t+N-1} .

Ao manter a posição y_{t+N-1} , ela estará sujeita à demanda estocástica D_{t+N-1} e implicará em determinado custo esperado de excesso ou falta $L_{t+N-1}(y)$, calculado por:

$$L_{t+N-i} = E[h * \max(0, y_{t+N-i} - \varphi L_{t+N-i}) + p * \max(0, \varphi L_{t+N-i} - y_{t+N-i})] \quad (43)$$

Caso contrário, se houver pedido, ao elevar a posição de estoques para S_{t+N-1} , haverá um menor custo de excesso ou falta $L_{t+N-1}(S_t)$, mas será acrescido um custo fixo K .

Por exemplo, supondo que a posição de estoques $y_{t+N-1} = 60$, o estoque máximo $S_{t+N-1} = 120$, $K=80$ e o custo esperado do estoque máximo $L_{t+N-1}(120) = 5$, então só compensará realizar o pedido se o custo esperado da posição de estoques for $L_{t+N-1}(60) > 80 + 5 = 85$.

O custo ótimo em $t + N - 1$, $J_{t+N-1}(y_{t+N-1})$, para cada posição de estoques, é aquele que minimiza a soma entre a decisão de abastecimento para o período, com o custo esperado ótimo a partir do período seguinte, dado que a posição inicial é y_{t+N-1} ou S_{t+N-1} .

Prossegue-se assim recursivamente até o primeiro período, o que é expresso matematicamente conforme abaixo:

$$J_{t+N-i}(y_{t+N-i}) = \min\{L_{t+N-i}(y_{t+N-i}) + E(J_{t+N-i+1} | y_{t+N-i}), K + L_{t+N-i}(S_{t+N-i}) + E(J_{t+N-i+1} | S_{t+N-i})\}, \quad i = 1, 2 \dots N \quad (44)$$

$$J_{t+N}(y_{t+N}) = 0 \quad (45)$$

Scarf (1960) propôs originalmente a formulação para o problema com variáveis contínuas. A primeira formulação para variáveis discretas, considerada neste artigo, foi realizada por Bollapragada e Morton (1999).

Computacionalmente, o cálculo é realizado em cada período avalia-se o termo $C_{t+N-i}(y_{t+N-i}) = L_{t+N-i}(y_{t+N-i}) + E(J_{t+N-i+1} | y_{t+N-i})$ para todas as posições de estoque possíveis.

O valor de S_t é aquele para o qual $C_{t+N-i}(y_{t+N-i})$ tem valor mínimo e s_t o ponto onde a função superou o último mínimo por K , isto é, o ponto onde é economicamente favorável elevar a posição de estoques para S_t .

3.3 Heurística de Bollapragada e Morton (BM)

A heurística de Bollapragada e Morton (1999) baseia-se no nivelamento da demanda não estacionária futura por uma demanda estacionária.

Os autores realizaram testes computacionais para a política (s_t, S_t) em cenários com demandas com tendência e sazonalidade e mostraram uma diferença de custo de apenas 1,7% em média, em relação ao método ótimo de programação dinâmica. No entanto, o método foi desenvolvido e testado apenas para o caso de lead-time igual a zero.

Mais recentemente, Tunc *et al.* (2011) testaram por simulação a abordagem de nivelar a demanda não estacionária futura por uma demanda estacionária média, utilizando as séries de demanda não estacionárias propostas por Berry (1972) e verificou diferenças de custo de até 70% em relação aos custos obtidos com o método de programação dinâmica.

O método de Tunc *et al.* (2011) consiste na determinação dos parâmetros s_t e S_t por simulação, enquanto BM os obtêm analiticamente.

O procedimento da heurística BM consiste em nivelar a demanda futura por uma demanda estacionária equivalente μ_L^* , que deve estar entre a máxima previsão de

demanda e a mínima previsão de demanda no horizonte futuro, o que é calculado por:

$$\bar{\mu}_L^* = \Phi_{max}^{-1}(0.01) \quad (46)$$

$$\underline{\mu}_L^* = \Phi_{min}^{-1}(0.99) \quad (47)$$

Onde,

Φ_{max} é a função densidade cumulativa (f.d.c) com média $max(DL_t)$ no intervalo da série de demanda, e coeficiente de variação cv_t

Φ_{min} é a f.d.c com média $min(DL_t)$ no intervalo da série de demanda, e coeficiente de variação cv_t

O intervalo de $[\underline{\mu}_L^*, \bar{\mu}_L^*]$ é obtido uma vez para cada cenário de demanda e custo, o que evita a repetição desnecessária deste procedimento inicial para cada período do cenário.

DL_t é a demanda durante o lead-time em t e cv_t é o coeficiente de variação de DL_t obtido por:

$$cv_t = \rho_t DL_t / \sqrt{1 + L} \quad (48)$$

Onde ρ_t é o coeficiente de variação da demanda independente do período t , D_t .

A seguir, para cada valor de μ_L^* no intervalo $[\underline{\mu}_L^*, \bar{\mu}_L^*]$, calcula-se a política de estoques estacionária, para horizonte infinito, através do algoritmo de Zheng e Federgruen (1991) e são registrados os respectivos valores de (s, S) e intervalo médio entre ordens, T .

Com a geração de tabela com valores de μ_L^* , (s, S) e T para o cenário, passa-se a avaliar cada período t da série de demanda do cenário, visando obter os valores aproximados para (s_t, S_t) .

Tabela 1 –Tabela de Nivelamento para o Cenário L=0, K=80, h=1, p=5, A=0, b=0, r=0,2

#	μ_L^*	s	S	T	$\mu_L^* * T$	$\sum_{i=t}^{t+T} \mu L_i$
1	15	6	48	3,14	47,05	29,63
2	14	5	46	3,25	45,49	30,99
3	13	4	52	4,03	52,40	40,31
4	12	4	49	4,05	48,62	40,52
5	11	3	46	4,18	45,98	41,80
6	10	2	42	4,22	42,25	42,25
7	9	2	39	4,32	38,90	43,22
8	8	1	36	4,53	36,28	45,35
9	7	1	36	5,10	35,70	51,20
10	6	0	33	5,45	32,69	55,39

A cada período t , busca-se na tabela de nivelamento o valor de μ_L^* que torna equivalente a demanda acumulada entre ordens no modelo estacionário $\mu_L^* * T$ e a demanda acumulada em igual período no modelo não estacionário, $\sum_{i=t}^{t+T} \mu L_i$.

A busca é realizada iniciando-se na linha #1, prosseguindo-se para as linhas #2, #3... até que a condição abaixo seja atingida:

$$\mu_L^* * T > \sum_{i=t}^{t+T} \mu L_i \quad (49)$$

Quando é encontrado o valor de μ_L^* , a política de estoques não estacionária (s_t, S_t) é aproximada pelos valores da política estacionária (s, S) correspondente a μ_L^* .

A heurística de Bollapragada e Morton (1999) tem a vantagem de ser miópica, isto é, depende apenas dos dados do período t para definir a aproximação para (s_t, S_t) , uma vez que os valores de μ_L^* estiverem disponíveis.

Os autores não incluem no artigo o tempo de processamento para o cálculo da tabela de nivelamento. No entanto, a mudança em qualquer um dos parâmetros de custo ou demanda exige um novo cálculo dos valores de μ_L^* . Neste artigo, será considerado o tempo total de processamento, para comparação entre os métodos.

3.4 Solução por Algoritmo Genético (AG)

Amaruchkul e Auwatanamongkol (2013) aplicam o método de busca Algoritmo Genético (AG) para a resolução do problema de controle de estoque com demanda estocástica não estacionária (s_t, S_t) e verificam diferença de custo, em relação à solução ótima, de 1,48% em média e 11,44% no máximo, para as instâncias de demanda testadas.

O método consiste em uma metáfora ao processo biológico de evolução, realizando operações de seleção, crossover, mutação e substituição sobre uma população de soluções candidatas, que são codificadas em cromossomos compostos por uma sequência de genes.

Especificamente, os cromossomos são codificados como uma sequência de parâmetros $((s_1, S_1), \dots, (s_n, S_n))$, que precisam atender à condição $0 \leq s_t < S_t \leq k$ para $t = 1, 2, \dots, n$ e onde n é o tamanho do horizonte e k é uma constante.

A cada solução candidata é associado um custo esperado, composto por custo esperado de carregamento, custo esperado de falta e custo esperado de pedido.

O método GA é implantado através do seguinte procedimento:

Inicializar a população

Enquanto a condição de parada não for atingida, fazer

Avaliar o custo esperado de cada cromossomo da população

Selecionar cromossomos da população com base no custo esperado

Realizar a operação de crossover nos cromossomos selecionados

Realizar a operação de mutação nos cromossomos selecionados

Substituir os cromossomos selecionados na população

Fim

A seguir as etapas do procedimento são especificadas.

Inicialização

Define-se o tamanho da população em, por exemplo, 100 cromossomos.

Para cada par (s_t, S_t) , primeiro é atribuído para s_t um valor inteiro sorteado aleatoriamente entre 0 e $k - 1$ e depois é atribuído para S_t um valor inteiro sorteado aleatoriamente entre $s_t + 1$ e k .

Seleção

Os cromossomos da população são organizados em pares aleatoriamente. Em cada par o cromossomo com melhor custo esperado recebe probabilidade de seleção de 0,7 e o outro cromossomo recebe probabilidade de seleção de 0,3.

Operação de Crossover

Os cromossomos selecionados são organizados em pares aleatoriamente, para que seja avaliada a operação de crossover gene a gene (s_t, S_t) de forma emparelhada.

Para cada par de genes, considera-se a probabilidade de 0,8 para realizar o crossover e 0,2 para não realizar o crossover.

Dado o par de genes $(s_{t,1}, S_{t,1})$ e $(s_{t,2}, S_{t,2})$ dos cromossomos 1 e 2, o crossover é realizado através de:

Se $s_{t,1} < S_{t,2}$ e $s_{t,2} < S_{t,1}$ então sortear aleatoriamente entre

- 1) trocar $s_{t,1}$ e $s_{t,2}$
- 2) trocar $S_{t,1}$ e $S_{t,2}$
- 3) realizar 1) e 2)

Caso contrário não realizar o crossover

Operação de Mutação

A operação de mutação modifica 5% dos genes dos cromossomos selecionados através do seguinte procedimento:

Sortear aleatoriamente entre:

- 1) modificar o valor de s_t para um valor aleatório em $\{0, 1, \dots, S_t - 1\}$
- 2) modificar o valor de S_t para um valor aleatório em $\{S_t + 1, \dots, k\}$

Substituição

Os cromossomos modificados substituem completamente na população os cromossomos selecionados e o procedimento retorna à etapa de seleção sobre a nova população.

A cada iteração é mantida a solução com menor custo global, até que a condição de parada seja atingida. Neste caso, os autores utilizaram como condição de parada um número fixo de 400 iterações.

3.5 Nova Heurística (NH)

A nova heurística proposta neste artigo consiste em aproximar os valores ótimos de s_t e S_t pela média entre os valor máximo e mínimo possível para cada um dos parâmetros, $[\underline{s}_t, \bar{s}_t]$ e $[\underline{S}_t, \bar{S}_t]$, conforme desenvolvido analiticamente em Veinott (1966) para o modelo de controle de estoques com demandas não estacionárias, independentes e custo fixo de pedido.

O método segue conceito similar ao de Morton e Pentico (1995), que desenvolveram uma heurística baseada nos limitantes propostos por Karlin (1960) para o modelo de controle de estoques com demandas não estacionárias independentes e custo linear de pedido.

Morton e Pentico (1995) consideram o modelo sem custo de pedido fixo, para o qual a política ótima em cada período t é da forma $(s_t - 1, s_t)$, e assim os limitantes superior e inferior referem-se apenas a s_t .

Considerando preço de devolução do estoque igual a zero, custo de oportunidade de capital igual a zero, e lead-time igual a zero, Morton e Pentico (1995) verificam que o limitante inferior e superior para s_t são respectivamente:

$$\bar{s}_t = \phi_t^{-1}\left(\frac{p}{p+h}\right) \quad (50)$$

$$\underline{s}_t = \phi_t^{-1}\left(\frac{p-hM_t^N}{p+h}\right) \quad (51)$$

Onde $\phi_t^{-1}(\cdot)$ é a f.d.c da demanda no período t , independente da forma da f.d.p em t , e M_t^N é o tempo esperado até a próxima ordem de compra, a partir de $t + 1$, calculado por:

$$M_t^N = \sum_{j=t}^{N-1} P_{t,j} \quad (52)$$

Onde $P_{t,j}$ é a probabilidade de não haver demanda entre os períodos t e $N - 1$.

O valor de s_t é aproximado por interpolação da seguinte forma:

$$s_t \cong \phi_t^{-1}[\alpha \phi_t(\underline{s}_t) + (1 - \alpha) \phi_t(\bar{s}_t)] \quad (53)$$

Onde a constante $0 \leq \alpha \leq 1$ é definida pelos autores como $\alpha = 0,25$.

Morton e Pentico (1995) argumentam que o valor de 0,25 foi obtido por ajuste experimental.

Neste artigo, a aproximação para s_t e S_t é realizada diretamente sobre os limitantes, considerando apenas as proporções de 40% e 60% entre os dois limites, obtidas empiricamente:

$$s_t = 0.4 * \bar{s}_t^* + 0.6 * \underline{s}_t^* \quad (54)$$

$$S_t = 0.4 * \bar{S}_t^* + 0.6 * \underline{S}_t^* \quad (55)$$

Como o problema estudado neste artigo contempla custo fixo de pedido, os limitantes para os parâmetros do modelo são calculados conforme Veinott (1966):

$$\bar{s}_t = \underline{s}_t = \{x: \min_x L_{t+L}(x)\} \quad (56)$$

$$\underline{s}_t = \max\{y < x : L_{t+L}(y) > L_{t+L}(x) + K\} \quad (57)$$

$$\bar{S}_t = \max\{y \geq x : L_{t+L}(y) \leq L_{t+L}(x) + K\} \quad (58)$$

Os procedimentos NH e de Morton e Pentico (1995) são ambos miópicos, isto é, dependem apenas dos dados do período, mas o segundo é orientado para o modelo sem custo fixo de pedido linear e NH é orientado para o modelo de custo de pedido fixo, o que implica em diferentes valores para os limitantes.

4. Método de Pesquisa

A metodologia deste trabalho pode ser classificada como Axiomática Normativa, segundo o padrão estabelecido por Bertrand e Fransoo (2002).

A pesquisa é axiomática por partir da teoria em termos dos conceitos e lacunas do campo de pesquisa, utiliza modelos existentes de políticas de estoques e métodos de previsão e investiga estratégias de solução que pretendem contribuir para o entendimento do sistema e sugerir ações de implementação e melhores práticas.

O método para que seja feito o teste das hipóteses será o de Simulação.

A escolha da simulação pode ser justificada pela complexidade do tratamento analítico do problema.

Ainda pode ser fundamentado no fato de que a pesquisa busca a compreensão dos padrões de relacionamento entre as variáveis de controle e das respostas, em diversos cenários.

Com o foco nos processos e relações subjacentes ao sistema, os experimentos de simulação serão projetados seguindo os melhores padrões, de forma a garantir que as variáveis relevantes aos modelos sejam incluídas e os dados de entrada e saída sejam devidamente analisados.

Tendo sido justificada anteriormente a utilização da Planilha Eletrônica como plataforma de simulação, será apresentada a seguir a implantação em Excel realizada para a abordagem do problema de estoques sob demanda estocástica não estacionária.

Seguiu-se a recomendação de Seila (2006), para organizar as planilhas em termos de entradas para o modelo, computações intermediárias e saídas do modelo.

5. Cenários de Demanda não-Estacionária

Os experimentos visam comparar em custo as heurísticas BM e NH, de cálculo aproximado da política (s_t, S_t) , com o procedimento otimizante de Programação Dinâmica, em diferentes cenários de custo, coeficiente de variação da demanda, lead-time, tendência e sazonalidade.

Nos cenários gerados, consideram-se demandas com tendência e sazonalidade, obtidas pela mesma função geradora de Bollapragada e Morton (1999):

$$D_t = \left\{ 1 + A \sin\left(\frac{2t\pi}{52}\right) \right\} * X \text{ onde } X \sim N(\mu = a + bt, \rho_t \mu) \quad (59)$$

Onde,

X é uma variável aleatória normal com média μ e coeficiente de variação ρ_t

A é o coeficiente de sazonalidade

a é o nível mínimo da tendência

b é a taxa de crescimento da tendência

Considerando três níveis para o fator de sazonalidade A , três de tendência b e três de coeficiente de variação ρ_t , foram geradas 27 séries de demanda, cada uma com 70 períodos, cada período correspondendo a uma semana.

Figura 1 – Cenários de Demanda Não-Estacionária para $A=0$

Figura 2 - Cenários de Demanda Não-Estacionária para $A=0,2$

Figura 3 - Cenários de Demanda Não-Estacionária para $A=0,4$

A simulação das políticas de estoques considerou horizonte rolante com dimensão $N = 18$ semanas e computou custos até a semana 52. Para os períodos $t \geq 36$, a PD utilizou horizonte decrescente $N = 52 - t + 1$ para evitar efeitos de “fim de horizonte”. Já os métodos BM e NH são ambos miópicos e dependem apenas dos dados do período para o cálculo aproximado de (s_t, S_t) .

Cada uma das 27 séries de demanda é combinada com parâmetros de custo e lead-time (parâmetros K , h , p e L) em três níveis, resultando no total em $3^7 = 2187$ cenários para cada método.

Considerando os 3 métodos avaliados, foram gerados $3 * 2187 = 6561$ cenários, $52 * 6561 = 341.172$ pares de parâmetros (s_t, S_t) , um par para cada semana do horizonte simulado.

Os métodos foram implantados em VBA para Excel 2010, e rodados em computador com processador Pentium 4, 3 GHz com 2 GB de memória RAM.

Os valores utilizados para os parâmetros são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Fatores Analisados

Parâmetros de Demanda			Parâmetros de Custo			Lead-time
ρ	b	A	h	p	K	L
-	un./sem.	-	\$/un./sem	\$/un./sem	\$/pedido	Semanas
0,1;0,2;0,4	0; 1,0018; 1,0035	0,0; 0,25; 0,5	1; 2; 4	5; 10; 50	80; 160; 320	0; 2; 4

Para todos os cenários é obtida a solução de mínimo custo esperado por Programação Dinâmica. A seguir, compara-se o tempo de processamento e o desvio do ótimo pela seguinte medida de desempenho:

$$\Delta_c \% = \frac{C_c(H) - C_c(PD)}{C_c(PD)} \quad (60)$$

Onde $C_c(H)$ é o custo total obtido pela heurística em questão em uma dada instância, na simulação com 52 períodos de demanda do cenário de índice j , e $C_c(PD)$ o custo esperado ótimo obtido pelo algoritmo baseado em programação dinâmica para a mesma instância.

A magnitude de $\Delta_c \%$ é analisada em termos dos diferentes fatores e também são avaliados os tempos de processamento de cada método.

6. Modelo de Simulação em Planilha

6.1 Planilha de Entrada

Os dados de entrada consistem dos cenários de demanda e do modelo de custo. Ambas vertentes são conhecimentos bastante sedimentados no campo de pesquisa em estoques e constam dos livros texto tradicionais.

Ainda serão especificadas as variáveis aleatórias e aquelas determinísticas e ainda aquelas que farão parte dos experimentos e outras que serão mantidas constantes.

Inicialmente tratando do modelo de demanda, Silver *et al.* (1998) pag. 80 e Nahmias (1997) pag. 64, propõem a descrição através das seguintes componentes,

- nível (a): altura da série
- tendência (b): representa a taxa de crescimento que pode ser linear ou não linear
- sazonalidade (F): em termos de variações cíclicas na amplitude
- ciclo (C): variação no intervalo da sazonalidade
- variação irregular (ε): erro em relação ao modelo base

As componentes podem ser agregadas de forma aditiva, multiplicativa ou mista.

É uma premissa deste trabalho de que as diferentes componentes do modelo de demanda afetam de maneira diferente os custos em cada modelo de estoques.

Em um ambiente real, com diferentes itens sendo controlados de forma independente, é de se esperar que haja a predominância de um determinado tipo de padrão de demanda sobre outros.

Ainda, uma mesma série de demanda para um item pode conter trechos com diferentes padrões de demanda.

Como não é possível gerar todas as combinações de padrões de demanda entre itens e dentro de uma mesma série, neste estudo será realizado um mix médio para a avaliação do desempenho de custo de cada política de estoques.

Este tipo de organização pode vir a indicar a vantagem em separar os modelos de estoque por tipo de padrão de demanda ou de maneira contrária, indicar a robustez de um determinado modelo frente a diferentes tipos de cenário.

Dentre os diferentes componentes, conforme simulações preliminares, verificou-se que a demanda e a sazonalidade influenciam de maneira mais significativa os resultados de custos.

Dessa forma, estas serão selecionadas como variáveis aleatórias e de experimento para o estudo, e as demais serão mantidas constantes em todos os cenários.

Com o intuito de buscar uma representação mais prática do modelo de demanda, foi realizada uma revisão de literatura de estudos de simulação de políticas de estoque.

Verifica-se nestes estudos a preponderância da utilização de dados de demanda empíricos para o teste da política de estoques como realizado em Tratar (2010) e Tiacci e Saetta (2009).

Depois desta primeira tendência, há estudos que contemplam um modelo de demanda específico como o $ARIMA(0,1,1)$ que facilita os cálculos da política de estoques, sem a consideração de um modelo de estimação intermediário, como é o caso de Syntetos *et al.* (2011) e Graves (1999).

Há ainda estudos como Tunc *et al.* (2011) que avaliam padrões de demanda arbitrários, mas para cada um deles calcula-se um índice empírico de não estacionaridade, ou desvio padrão geral.

Avaliando a limitação destas abordagens,

- os dados empíricos podem levar a conclusões enviesadas e não permitem o controle dos experimentos.
- a utilização direta do modelo de demanda é distante do ambiente prático, que sofre a influência de um modelo de estimação intermediário.
- o cálculo de um índice único para padrões não estacionários, apesar de interessante, ainda requer maior aprofundamento empírico. Neste trabalho, é desejável avaliar primeiro a influencia das principais componentes da demanda não

estacionária, o que pode fornecer subsídios para a proposta de um índice posteriormente.

Dessa forma, visando a representação geral e teórica das componentes da demanda propostas por Silver *et al.* (1998) e Nahmias (1997), o que permite o controle de experimentos e a identificação de variações de custo associadas a padrões típicos, será aplicado um modelo similar àquele encontrado em Bollapragada e Morton (1999).

Os dados de entrada portanto correspondem a:

- séries de demanda no tempo
- cenários combinando o número da série de demanda e os dados de custo

Ambos foram produzidos em duas planilhas separadas, conforme mostram as figuras 4 e 5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1					Demanda	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	320	4	20	A =>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25
3	2	160	2	10	b =>	0	0	0	1,0035	1,0035	1,0035	1,0018	1,0018	1,0018	0
4	0	80	1	5	p =>	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1
5	LT	K	h	p	t	A1b1p1	A1b1p2	A1b1p3	A1b2p1	A1b2p2	A1b2p3	A1b3p1	A1b3p2	A1b3p3	A2b1p1
6	0	80	1	5	L0K80h1p5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	0	80	1	10	L0K80h1p10	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
8	0	80	1	20	L0K80h1p20	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
9	0	80	2	5	L0K80h2p5	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91
10	0	80	2	10	L0K80h2p10	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
11	0	80	2	20	L0K80h2p20	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
12	0	80	4	5	L0K80h4p5	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172
13	0	80	4	10	L0K80h4p10	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199
14	0	80	4	20	L0K80h4p20	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226
15	0	160	1	5	L0K160h1p5	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253
16	0	160	1	10	L0K160h1p10	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
17	0	160	1	20	L0K160h1p20	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307
18	0	160	2	5	L0K160h2p5	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334
19	0	160	2	10	L0K160h2p10	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361
20	0	160	2	20	L0K160h2p20	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388
21	0	160	4	5	L0K160h4p5	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415
22	0	160	4	10	L0K160h4p10	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442
23	0	160	4	20	L0K160h4p20	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469
24	0	320	1	5	L0K320h1p5	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496
25	0	320	1	10	L0K320h1p10	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523
26	0	320	1	20	L0K320h1p20	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550
27	0	320	2	5	L0K320h2p5	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577
28	0	320	2	10	L0K320h2p10	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604
29	0	320	2	20	L0K320h2p20	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631
30	0	320	4	5	L0K320h4p5	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658
31	0	320	4	10	L0K320h4p10	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685
32	0	320	4	20	L0K320h4p20	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712
33	2	80	1	5	L2K80h1p5	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739
34	2	80	1	10	L2K80h1p10	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766
35	2	80	1	20	L2K80h1p20	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793

Figura 4 – Extrato da Planilha de Cenários

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	A=>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
3	b=>	0	0	0	1,0035	1,0035	1,0035	1,0018	1,0018	1,0018	0	0	0	1,0035	1,0035
4	p=>	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2
5	t	A1b1p1	A1b1p2	A1b1p3	A1b2p1	A1b2p2	A1b2p3	A1b3p1	A1b3p2	A1b3p3	A2b1p1	A2b1p2	A2b1p3	A2b2p1	A2b2p2
6	1	11	9	10	10	14	7	11	11	13	10	11	9	12	11
7	2	11	8	11	13	13	22	13	12	11	9	11	13	14	16
8	3	11	11	14	12	15	11	13	10	18	11	11	16	13	14
9	4	9	12	16	13	18	22	16	18	15	12	11	9	18	19
10	5	11	10	8	14	15	7	15	11	20	11	9	12	17	15
11	6	10	12	15	14	12	12	12	14	20	11	8	21	22	18
12	7	11	11	5	15	21	25	17	20	16	13	15	16	25	23
13	8	9	8	6	20	27	22	19	15	18	12	15	6	24	20
14	9	10	11	12	17	20	13	22	21	15	13	9	12	23	24
15	10	11	9	3	20	22	33	16	21	19	13	12	9	21	25
16	11	9	9	8	22	24	22	18	23	21	12	14	7	27	27
17	12	9	11	4	21	32	16	24	28	18	14	9	6	23	27
18	13	11	13	10	24	23	32	23	30	30	12	12	12	28	25
19	14	11	9	10	21	29	26	24	20	32	14	8	15	32	33
20	15	11	10	8	26	30	13	28	31	24	11	8	17	29	31
21	16	11	7	5	22	18	28	31	24	29	12	15	21	33	29
22	17	10	11	9	29	22	14	25	23	20	10	15	20	40	40
23	18	9	10	12	26	14	27	27	27	41	13	11	12	29	29
24	19	11	9	19	31	28	18	25	33	26	12	12	15	36	39
25	20	9	8	11	29	29	29	27	38	49	11	11	16	39	40
26	21	10	10	9	31	34	23	26	31	7	12	17	7	34	34
27	22	9	9	6	32	29	33	36	38	44	10	12	4	29	36
28	23	9	12	5	42	43	58	29	42	23	10	8	10	33	30
29	24	12	10	14	34	46	45	35	24	46	10	10	15	37	39
30	25	8	13	4	42	34	46	35	33	50	11	11	8	38	32
31	26	10	11	3	38	50	34	34	30	18	10	7	13	32	31
32	27	11	10	10	33	38	14	37	30	29	10	10	14	35	46
33	28	10	6	14	37	27	62	37	20	41	8	8	8	40	38
34	29	11	9	10	44	19	51	41	34	46	9	10	15	35	36
35	30	10	9	9	39	25	21	43	44	14	8	10	7	36	43

Figura 5 – Extrato da Planilha de Demandas

6.2 Simulação

A simulação é realizada através de código em VBA.

Inicialmente, buscam-se os valores de demanda por período e os parâmetros de custo para cada cenário e aplicando o método de programação dinâmica ou heurística, são produzidos os parâmetros da política de estoques para cada período do cenário em questão, que são apontados em planilha conforme mostrado na figura 6, a seguir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Cenários														
2	t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	1	(5,41)	(1,32)	(1,43)	(2,38)	(7,44)	(-4,54)	(5,40)	(3,33)	(3,58)	(2,32)	(2,56)	(-1,55)	(5,41)	(2,45)
4	2	(5,30)	(1,43)	(1,54)	(4,39)	(1,33)	(12,30)	(2,28)	(4,53)	(2,53)	(1,46)	(3,46)	(5,46)	(3,66)	(6,63)
5	3	(3,41)	(1,34)	(4,54)	(3,56)	(6,57)	(-1,55)	(4,56)	(2,43)	(9,38)	(3,36)	(5,37)	(10,34)	(5,53)	(5,51)
6	4	(1,50)	(4,49)	(9,44)	(5,43)	(13,41)	(14,34)	(10,40)	(11,40)	(3,65)	(6,34)	(7,26)	(-2,28)	(9,36)	(12,52)
7	5	(5,40)	(3,40)	(0,37)	(7,45)	(9,26)	(0,28)	(6,47)	(0,64)	(9,59)	(2,49)	(0,18)	(1,60)	(5,73)	(3,39)
8	6	(3,41)	(4,29)	(6,43)	(3,69)	(-1,46)	(-3,74)	(3,56)	(6,52)	(11,64)	(3,52)	(-1,52)	(13,40)	(11,52)	(8,64)
9	7	(3,48)	(4,45)	(-2,40)	(6,55)	(10,69)	(18,55)	(7,40)	(14,33)	(8,53)	(5,40)	(8,47)	(7,46)	(12,72)	(13,43)
10	8	(1,48)	(1,39)	(-1,35)	(11,36)	(18,66)	(14,33)	(7,74)	(1,46)	(10,38)	(4,41)	(8,35)	(-2,42)	(15,66)	(8,75)
11	9	(3,39)	(5,29)	(6,23)	(6,65)	(9,71)	(-5,19)	(15,53)	(11,68)	(2,73)	(3,63)	(0,45)	(8,30)	(13,44)	(14,54)
12	10	(4,41)	(2,32)	(-3,20)	(10,65)	(10,52)	(29,59)	(8,38)	(13,50)	(9,60)	(5,51)	(2,57)	(5,22)	(10,74)	(11,58)
13	11	(2,43)	(-1,57)	(0,45)	(10,44)	(11,80)	(16,38)	(5,71)	(7,60)	(15,42)	(5,39)	(8,44)	(-1,37)	(17,48)	(16,78)
14	12	(2,34)	(3,47)	(-5,44)	(11,67)	(25,50)	(-2,89)	(14,72)	(18,73)	(1,75)	(5,49)	(3,36)	(-4,49)	(12,59)	(19,54)
15	13	(2,45)	(8,34)	(4,37)	(14,44)	(9,63)	(26,63)	(13,50)	(24,44)	(18,85)	(3,57)	(8,25)	(3,49)	(15,91)	(9,71)
16	14	(3,50)	(4,26)	(5,33)	(10,71)	(17,70)	(16,35)	(11,59)	(4,84)	(22,58)	(8,44)	(0,18)	(3,41)	(20,61)	(20,90)
17	15	(5,40)	(2,51)	(2,32)	(18,46)	(21,70)	(-1,67)	(16,82)	(22,71)	(11,75)	(5,33)	(-3,55)	(5,69)	(18,69)	(22,62)
18	16	(3,48)	(-1,46)	(-2,34)	(9,82)	(10,53)	(18,38)	(21,52)	(13,50)	(23,48)	(3,48)	(6,54)	(13,53)	(19,99)	(13,100)
19	17	(3,39)	(6,36)	(-2,28)	(20,55)	(16,31)	(0,70)	(14,78)	(10,58)	(2,28)	(2,48)	(9,44)	(11,61)	(30,61)	(33,63)
20	18	(1,48)	(4,27)	(1,56)	(13,90)	(-2,86)	(19,44)	(16,52)	(14,71)	(35,64)	(6,35)	(4,35)	(2,54)	(17,75)	(14,84)
21	19	(4,38)	(2,36)	(15,38)	(22,61)	(17,63)	(4,79)	(13,80)	(18,100)	(8,99)	(5,44)	(3,57)	(9,41)	(21,81)	(24,106)
22	20	(2,38)	(-1,49)	(7,27)	(15,96)	(15,93)	(19,57)	(19,55)	(30,67)	(20,60)	(3,43)	(3,48)	(9,22)	(27,93)	(29,73)
23	21	(2,47)	(3,41)	(2,41)	(23,67)	(26,63)	(11,74)	(11,95)	(15,81)	(-10,10)	(6,41)	(12,31)	(-1,26)	(23,61)	(20,97)
24	22	(2,38)	(2,34)	(-1,37)	(15,111)	(13,92)	(13,46)	(26,61)	(24,96)	(35,61)	(4,31)	(5,44)	(-6,48)	(17,69)	(30,65)
25	23	(2,41)	(3,57)	(-1,34)	(34,71)	(27,115)	(50,105)	(17,73)	(34,54)	(4,32)	(2,42)	(1,37)	(2,42)	(19,77)	(12,86)
26	24	(5,41)	(2,48)	(5,25)	(18,88)	(41,73)	(28,112)	(20,104)	(11,72)	(29,114)	(2,46)	(3,44)	(7,47)	(24,79)	(27,95)
27	25	(1,42)	(7,36)	(-4,8)	(29,79)	(16,41)	(40,77)	(26,71)	(18,100)	(38,79)	(4,37)	(6,34)	(-1,47)	(24,67)	(24,67)
28	26	(2,32)	(5,41)	(-8,55)	(26,69)	(39,99)	(21,42)	(18,77)	(20,73)	(6,67)	(2,46)	(-1,46)	(3,37)	(22,73)	(13,37)
29	27	(4,43)	(4,33)	(1,48)	(21,77)	(28,67)	(-4,20)	(26,77)	(25,44)	(10,102)	(4,40)	(3,40)	(7,47)	(19,111)	(32,109)
30	28	(3,40)	(-2,28)	(10,36)	(22,92)	(18,70)	(54,108)	(22,85)	(4,73)	(28,93)	(3,32)	(1,42)	(0,41)	(29,73)	(28,77)

Figura 6 – Política de Estoques por Período do Cenário

Uma vez gerados os parâmetros da política de estoque, a simulação dos custos é realizada em código VBA pelo seguinte procedimento:

Para cada cenário

custo_total = 0

custo_k = 0

custo_h = 0

custo_p = 0

pos = 0

stq = 0

q0 = 0

q1 = 0

q2 = 0

q3 = 0

q4 = 0

Para cada período

Se a posição de estoques for menor que $s(t)$

Caso $L=0$ então $q0 = S(t) - pos$

Caso $L=2$ então $q2 = S(t) - pos$

Caso $L=4$ então $q4 = S(t) - pos$

```

        custo_k = custo_k + k
Fim Se

        stq = stq + q0 - demanda(t)

        q0 = q1
        q1 = q2
        q2 = q3
        q3 = q4
        q4 = 0

        pos = pos - demanda(t)

Se stq >= 0 então

        custo_h = custo_h + stq * h

Caso contrário

        custo_p = custo_p - stq * p

Fim se

Próximo período

custo_total = custo_k + custo_h + custo_p

Próximo cenário

```

6.3 Planilha de Resultados

Após realizada a simulação do cenário, são apontados em planilha os custos e o tempo de processamento do cenário para cada método.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	320	4	20	A =>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25
3	2	160	2	10	b =>	0	0	0	1,0035	1,0035	1,0035	1,0018	1,0018	1,0018	0
4	0	80	1	5	p =>	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1
5	LT	K	h	p	t	A1b1p1	A1b1p2	A1b1p3	A1b2p1	A1b2p2	A1b2p3	A1b3p1	A1b3p2	A1b3p3	A2b1p1
6	0	80	1	5	L0K80h1p5	1,853	1,878	1,872	3,250	3,389	3,410	3,156	3,379	3,393	1,866
7	0	80	1	10	L0K80h1p10	1,925	1,943	1,995	3,260	3,485	3,681	3,235	3,522	3,609	1,911
8	0	80	1	20	L0K80h1p20	1,934	2,004	1,995	3,323	3,571	3,910	3,307	3,593	3,793	1,934
9	0	80	2	5	L0K80h2p5	2,438	2,441	2,446	4,071	4,405	4,427	4,006	4,295	4,400	2,422
10	0	80	2	10	L0K80h2p10	2,498	2,590	2,634	4,204	4,706	4,868	4,202	4,550	4,642	2,510
11	0	80	2	20	L0K80h2p20	2,580	2,764	2,742	4,306	4,858	4,992	4,380	4,774	4,548	2,588
12	0	80	4	5	L0K80h4p5	2,991	3,038	3,020	4,234	4,745	4,812	4,295	4,590	4,859	2,994
13	0	80	4	10	L0K80h4p10	3,330	3,338	3,400	4,616	5,446	5,878	4,670	5,260	5,678	3,306
14	0	80	4	20	L0K80h4p20	3,520	3,556	3,628	4,936	6,052	6,928	5,032	5,860	6,488	3,372
15	0	160	1	5	L0K160h1p5	2,652	2,679	2,710	4,784	4,954	4,862	4,796	4,941	4,926	2,702
16	0	160	1	10	L0K160h1p10	2,756	2,727	2,837	4,922	5,154	5,054	4,958	5,177	5,239	2,761
17	0	160	1	20	L0K160h1p20	2,829	2,792	2,901	5,029	5,293	5,231	5,060	5,332	5,351	2,809
18	0	160	2	5	L0K160h2p5	3,473	3,467	3,432	6,238	6,376	6,250	6,180	6,245	6,362	3,475
19	0	160	2	10	L0K160h2p10	3,706	3,756	3,744	6,500	6,778	6,820	6,312	6,758	6,786	3,732
20	0	160	2	20	L0K160h2p20	3,850	3,886	3,990	6,520	6,970	7,362	6,470	7,044	7,218	3,822
21	0	160	4	5	L0K160h4p5	4,278	4,290	4,239	7,659	7,856	7,900	7,579	7,632	8,033	4,254
22	0	160	4	10	L0K160h4p10	4,876	4,882	4,892	8,142	8,810	8,854	8,012	8,590	8,800	4,844
23	0	160	4	20	L0K160h4p20	4,996	5,180	5,268	8,408	9,412	9,736	8,404	9,100	9,284	5,020
24	0	320	1	5	L0K320h1p5	3,719	3,787	3,659	7,050	7,105	7,097	7,094	6,950	6,932	3,766
25	0	320	1	10	L0K320h1p10	3,891	3,922	3,863	7,292	7,350	7,310	7,286	7,474	7,136	3,999
26	0	320	1	20	L0K320h1p20	4,042	4,034	3,923	7,341	7,633	7,588	7,437	7,679	7,322	4,095
27	0	320	2	5	L0K320h2p5	4,896	4,908	4,877	9,158	9,236	9,129	9,173	9,009	8,934	4,892
28	0	320	2	10	L0K320h2p10	5,304	5,358	5,420	9,568	9,908	9,724	9,592	9,882	9,852	5,404
29	0	320	2	20	L0K320h2p20	5,512	5,454	5,674	9,844	10,308	10,108	9,916	10,354	10,478	5,522
30	0	320	4	5	L0K320h4p5	6,024	6,117	6,103	11,247	11,412	11,249	11,232	11,140	11,362	6,023
31	0	320	4	10	L0K320h4p10	6,946	6,934	6,864	12,476	12,752	12,500	12,360	12,490	12,724	6,950

Figura 7 – Extrato da Planilha de Resultados de Custo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	320	4	20	A =>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25
3	2	160	2	10	b =>	0	0	0	1,0035	1,0035	1,0035	1,0018	1,0018	1,0018	0
4	0	80	1	5	p =>	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,4	0,1
5	LT	K	h	p	t	A1b1p1	A1b1p2	A1b1p3	A1b2p1	A1b2p2	A1b2p3	A1b3p1	A1b3p2	A1b3p3	A2b1p1
6	0	80	1	5	L0K80h1p5	5,937	7,578	11,031	14,157	22,672	44,843	18,313	26,844	42,718	12,282
7	0	80	1	10	L0K80h1p10	17,172	18,812	24,110	23,687	32,407	53,843	23,922	33,672	51,391	17,468
8	0	80	1	20	L0K80h1p20	16,422	18,125	23,516	22,984	31,688	53,406	23,219	33,219	51,562	16,531
9	0	80	2	5	L0K80h2p5	11,672	13,078	16,688	16,750	23,531	40,125	16,953	24,656	38,391	11,734
10	0	80	2	10	L0K80h2p10	10,328	11,765	15,282	15,453	22,093	39,094	15,563	23,281	37,719	10,484
11	0	80	2	20	L0K80h2p20	9,718	12,110	14,765	14,625	21,500	40,016	14,844	22,781	36,828	9,859
12	0	80	4	5	L0K80h4p5	10,219	13,000	15,328	16,250	24,250	44,906	19,750	22,469	32,578	8,547
13	0	80	4	10	L0K80h4p10	7,110	8,234	10,985	11,234	16,922	31,594	11,500	18,015	29,344	7,266
14	0	80	4	20	L0K80h4p20	6,843	7,625	10,359	10,610	16,281	31,125	10,844	17,406	29,297	6,687
15	0	160	1	5	L0K160h1p5	35,968	38,750	47,516	45,891	58,765	87,547	46,188	59,828	84,578	36,047
16	0	160	1	10	L0K160h1p10	32,859	35,500	43,985	42,515	55,453	84,641	42,875	56,469	80,953	33,328
17	0	160	1	20	L0K160h1p20	32,093	34,094	42,453	40,890	53,297	82,235	41,437	54,719	79,312	31,594
18	0	160	2	5	L0K160h2p5	21,125	22,969	28,672	28,156	37,719	58,219	28,406	38,266	55,984	21,250
19	0	160	2	10	L0K160h2p10	18,281	20,141	25,484	25,094	34,047	56,500	25,312	34,953	52,766	18,406
20	0	160	2	20	L0K160h2p20	16,922	18,782	24,078	23,593	37,438	60,750	23,906	33,625	51,438	17,078
21	0	160	4	5	L0K160h4p5	14,203	15,578	19,782	19,785	26,875	43,344	19,984	27,844	41,609	14,344
22	0	160	4	10	L0K160h4p10	11,563	12,953	16,687	16,703	23,547	40,125	16,969	24,625	38,266	11,718
23	0	160	4	20	L0K160h4p20	10,313	11,641	15,296	15,344	22,094	39,125	15,562	23,313	37,219	10,484
24	0	320	1	5	L0K320h1p5	77,453	82,282	98,765	93,907	114,328	158,297	94,078	115,547	154,625	78,109
25	0	320	1	10	L0K320h1p10	69,766	74,375	89,078	85,656	105,594	149,375	86,046	106,688	146,016	70,468
26	0	320	1	20	L0K320h1p20	67,078	70,703	85,047	81,672	101,078	144,265	82,188	102,750	140,937	66,813
27	0	320	2	5	L0K320h2p5	42,281	45,078	54,766	52,937	77,219	98,375	53,375	67,891	93,234	42,672
28	0	320	2	10	L0K320h2p10	35,797	38,672	47,828	45,859	58,563	87,265	46,922	59,813	84,766	36,047
29	0	320	2	20	L0K320h2p20	32,766	35,531	43,953	42,891	54,984	83,734	42,953	56,422	81,094	33,250
30	0	320	4	5	L0K320h4p5	26,844	28,922	35,469	34,687	44,500	66,453	34,938	45,469	64,187	27,016
31	0	320	4	10	L0K320h4p10	21,156	23,110	28,782	28,109	37,094	58,125	28,453	38,234	56,110	21,218
32	0	320	4	20	L0K320h4p20	18,266	20,125	25,453	24,984	33,781	54,735	25,234	34,969	52,859	18,407

Figura 8 – Extrato da Planilha de Tempo de Processamento

7. Discussão dos Resultados

A Figura 9 mostra que o desempenho médio em custo das duas heurísticas é próximo, considerando todos os cenários testados, estando ambas em torno de 10% acima em relação à PD.

Figura 9 – Desempenho % por Método

No entanto, há grande variação dentro dos grupos BM e NH, o que justifica uma análise detalhada de cada fator no desempenho dos métodos, conforme discutido nas seções seguintes..

7.1 Efeito do Parâmetro L

A Figura 10 mostra o efeito do lead-time na precisão das heurísticas.

Figura 10 - Efeito do Lead-time L

Quando o lead-time é zero, o método BM teve desvio médio de apenas 3%. No entanto, com o crescimento de L, o método BM piora, alcançando desvio médio de 16% quando L=4. Por outro lado, o desempenho de NH melhora com aumento do *lead time*.

Tabela 3 - $\Delta_c\%$ Médio em Função do Parâmetro L

	L		
	0	2	4
BM	3%	12%	16%
NH	12%	9%	8%

Como BM se baseia no nivelamento da demanda futura, é natural esperar que um mesmo nivelamento tenha desempenho pior para maiores lead-times. Já a NH beneficia-se das propriedades dos limitantes desenvolvidos analiticamente por Veinott (1966).

Veinott (1966) demonstra que o valor do parâmetro ótimo está entre os limitantes e, adicionalmente, que a diferença de custo entre o limitante inferior e superior é constante e igual a K.

Dessa forma, quando o custo da política de estoques cresce em função do aumento do lead-time, o erro em custo devido ao uso dos limitantes permanece restrito em termos absolutos e a heurística torna-se assim mais precisa percentualmente.

A Figura 10 mostra que NH tende a convergir para um limite, o que confirma este resultado.

Quando o lead-time é igual a 2, a diferença entre BM e NH é de apenas 3 pontos percentuais e com L=4, NH torna-se significativamente melhor que BM.

Analisando a distribuição dos valores de desvios dos métodos NH e BM em torno da média, a Figura 11 mostra que dos valores $\Delta_c\%$ de NH tornam-se mais concentrados com o crescimento do lead-time enquanto $\Delta_c\%$ de BM tornam-se mais dispersos nos mesmos cenários.

Isto indica que a utilização de NH para maiores lead-times implica em melhor desempenho médio e também menor risco do que BM, nestes cenários.

Figura 11 – Dispersão dos Valores de $\Delta_c\%$ para BM e NH

É importante salientar que os desvios negativos estão coerentes com os experimentos realizados. Isto ocorre porque, o método PD garante a otimalidade a longo prazo, isto é, em média, dada a característica probabilística do problema.

Assim, análise do desempenho de todas as instâncias contribui para compreensão do risco de cada método.

7.2 Efeito dos Parâmetros de Custo K, h, p

O efeito dos parâmetros de custo K, h e p sobre o desempenho dos métodos BM foi menor do que o efeito do lead-time, para os cenários testados, como mostram os dados da Tabela 4.

Tabela 4 – $\Delta_c\%$ Médio em Função dos Parâmetros de Custo

	K			h			p		
	80	160	320	1	2	4	5	10	20
BM	7%	12%	12%	12%	12%	7%	10%	11%	11%
NH	13%	8%	8%	9%	10%	11%	8%	10%	11%

Enquanto o aumento do lead-time de 0 para 4 produz variação 13% em $\Delta_c\%$ de BM, o aumento de K em quatro vezes produz variação de 5% no resultado. Alterando h e p na mesma proporção, resultou em variação de 5% e 1% respectivamente para $\Delta_c\%$ de BM.

Em relação à NH, o aumento em quatro vezes de K, h e p, produziu respectivamente variações de 5%, 2% e 2% no desempenho do método. Ou seja, para NH os parâmetros de custo tem efeito da mesma ordem de grandeza em relação ao efeito do lead-time.

Os parâmetros K e h produzem efeitos contrários para os métodos BM e NH.

O aumento de K de 80 para 160 melhora o desempenho de NH em 5% e piora o desempenho de BM em 5%. Já o aumento de h melhora o desempenho de BM em 5% e piora o desempenho de NH em 2%.

Variações no parâmetro p produzem efeito pouco significativo para os dois métodos.

O efeito de K e h sobre $\Delta_c\%$ de BM é intensificado para cenários com maiores lead-times, como é mostrado na Figura 12.

No cenário com lead-time igual a 4, o aumento em quatro vezes em K e h implica em variação de 11% e -8% respectivamente, no desempenho do método BM.

Já o método NH não mostra variação significativa nos efeitos de K e h em função do lead-time. Estes resultados são apresentados graficamente na Figura 12.

Figura 12 – Efeito de K, h, p em Função do Lead-time

7.3 Efeito dos Parâmetros de Demanda b, A, ρ

O efeito médio dos parâmetros de demanda é menor do que aqueles causados pelos parâmetros de custo. Conforme apresentado na Figura 13, a variação dos parâmetros A, b, r não desvia significativamente o desempenho médio da faixa dos 10%.

Figura 13 – Efeito dos Parâmetros de Demanda

No entanto, analisando conjuntamente os níveis dos fatores r e L , verifica-se que, para $L=0$, a variação de r de 0,1 para 0,4 produz perda de precisão de 9% para BM. Já com $L=4$, o método BM ganha 6% de precisão para a mesma variação de r .

Figura 14 – Efeito do Coeficiente de Variação em Função do Lead-time

O efeito pouco significativo da sazonalidade no desempenho dos métodos confirma resultado encontrado em Morton e Pentico (1995).

7.4 Risco e Tempo de Processamento dos Métodos

As Figuras 15 e 16 apresentam a distribuição dos tempos de processamento de um cenário por método de solução. É possível verificar que a programação dinâmica requer um tempo médio de 72s por cenário, podendo alcançar até 180s.

Figura 15 - Tempo de Processamento PD

Figura 16 - Tempo de Processamento BM e NH

O tempo médio de processamento é obtido dividindo-se o tempo do cenário por 52 períodos. A PD demandou em média 1,3 s para cada par de parâmetros (s_t, S_t) calculado, podendo alcançar até 3,4 s.

A Tabela 5 mostra a variação nos tempos de processamento de PD em função da variação dos parâmetros. É possível observar que L, K, b e r contribuem para o aumento do tempo de processamento, enquanto os demais parâmetros têm efeito neutro ou de redução no tempo de processamento.

Já as heurísticas BM e NH tiveram tempo médio de solução significativamente menor em relação à PD. O método BM processou cada cenário em 1,1s em média e NH processou cada cenário em 0,4s em média.

O tempo para a solução ótima de cada política (s_t, S_t) nos computadores de hoje torna o método PD uma alternativa viável. No entanto, dependendo da combinação de fatores e do número de itens a serem calculados, o uso das heurísticas ainda se justifica.

Tabela 5 – Tempo em Segundos de Processamento PD por Fator

Parâmetro	Cenário			Tempo de Processamento			Efeito
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	
L	0	2	4	0,79	1,42	1,95	↑
K	80	160	320	0,83	1,25	2,08	↑
h	1	2	4	1,96	1,27	0,92	↓
p	5	10	20	1,47	1,37	1,31	↓
A	0	0,25	0,5	1,39	1,36	1,41	-
b	0	1,0018	1,0035	0,90	1,63	1,63	↑
r	0,1	0,2	0,4	1,05	1,27	1,84	↑

Já as heurísticas BM e NH tiveram tempo médio de solução significativamente menor em relação à PD. O método BM processou cada cenário em 1,1s em média e NH processou cada cenário em 0,4s em média.

O tempo para a solução ótima de cada política (s_t, S_t) nos computadores de hoje torna o método PD uma alternativa viável. No entanto, dependendo da combinação de fatores e do número de itens a serem calculados, o uso das heurísticas ainda se justifica.

A utilização das heurísticas requer atenção em relação ao risco de variação do custo em relação ao ótimo, conforme mostrado nas Figuras 17, 18 e 19 para os métodos BM e NH.

Neste caso, o risco tende a se manter mais estável para NH em relação a BM. Para NH a variação percentual fica contida na faixa de 0 a 40%, enquanto para BM esta faixa tende a aumentar com a variação dos parâmetros L, K e b.

Adicionalmente, para lead-times maiores, o risco de NH tende a ser sucessivamente menor.

Figura 17 - Dispersão de $\Delta_c\%$ de BM e NH em função do Parâmetro L

Figura 18 – Dispersão de $\Delta_c\%$ de BM em Função dos Parâmetros K, h, p, A, b, r

É ainda importante observar que variações negativas são resultados normais dos experimentos, em virtude de instâncias específicas testadas. Entretanto, PD se mostrou sempre ótimo em média, resultado que está de acordo com a abordagem analítica.

Figura 19 - Dispersão de $\Delta_c\%$ de NH em Função dos Parâmetros K, h, p, A, b, r

8. Conclusões

O método ótimo de Programação Dinâmica resultou em melhor custo em relação às heurísticas BM e NH, cuja diferença foi da ordem de 10% em média para os cenários testados. O tempo de processamento, apesar de significativamente maior que os correspondentes dos métodos aproximados, não compromete a aplicação do método exato em casos reais.

Dentre as duas heurísticas, Bollapragada e Morton (1999), produziu diferença de custo de 3% quando o lead-time é zero, o que é compatível com o resultado obtido pelos autores no trabalho anterior para outras instâncias de demanda.

Neste artigo, foi utilizada uma versão atualizada do método com lead time positivo e testados em cenários com demanda não estacionária. Nestes cenários, com o crescimento de L , BM teve perda de desempenho enquanto NH teve desempenho sucessivamente aprimorado, passando a ser melhor do que BM para $L \geq 4$.

Adicionalmente, o risco associado a NH fica delimitado a um intervalo constante com o crescimento dos parâmetros testados, o que é importante para uso e escalabilidade do método, enquanto o risco de BM cresce com maiores valores de L , K e b .

REFERÊNCIAS

- AMARUCHKUL, K.; AUWATANAMONGKOL, S. Computing Nonstationary (s,S) Inventory Policies via Genetic Algorithm. **Songklanakarin Journal of Science and Technology**, v. 35, p.115-121, 2013.
- ARGONE LAB. Tutorial sobre o método de Simulação Baseada em Agente. Disponível em: <<http://www.mcs.anl.gov/~leyffer/listn/slides-06/MacalNorth.pdf>>. Acesso em 15 de Dezembro de 2013.
- ASKIN, R. G. A Procedure for Production Lot Sizes with Probabilistic Dynamic Demand. **AIIE Transactions**, v. 13, p. 132-137, 1981.
- AXSATER, S. **Inventory Control**. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- AXSATER, S. Using the Deterministic EOQ Formula in Stochastic Inventory Control. **Management Science**, v.42, p. 830-834, 1996.
- BALLOU, R.H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial**. Porto Alegre: Artmed, 2004.
- BELLMAN, R. **Dynamic Programming**. Mineola, NY: Dover Publications, 2003.
- BERRY W.L. Lot Sizing Procedures for Requirements Planning Systems: Framework for Analysis. **Production and Inventory Management**. v.13, p.19-34, 1972.
- BERTRAND, J.W.M.; FRANSOO, J.C. Operations Management Research Methodologies Using Quantitative Modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v.22, p. 241-264, 2002.
- BOLLAPRAGADA, S.; MORTON, T. A simple heuristic for computing nonstationary (s, S) policies. **Operations Research**, v.47, p. 576-584, 1999.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time-Series Analysis: Forecasting and Control**. São Francisco: Holden-Day, 1976.

- BOYLAN, J.E.; SYNTETOS, A.A.; KARAKOSTAS, G.C. Classification for Forecasting and Stock Control: A Case Study. **Journal of the Operational Research Society**, v.59, p.473-481, 2008.
- CHEN, F.; DREZNER, Z.; RYAN, J. K.; SIMCHI-LEVI, D. Quantifying the Bullwhip Effect in a Simple Supply Chain: The Impact of Forecasting, Lead-Times and Information. **Management Science**, v. 46, p. 436-443, 2000.
- CHEN, F.; SONG, J. Optimal Policies for Multiechelon Inventory Problems With Markov-Modulated Demand. **Operations Research**, v. 49, p. 226-234, 2001.
- EHRHARDT, R.; MOISER, C. A revision of the Power Approximation for Computing (s,S) Policies. **Management Science**, v.20, p. 618-622, 1984.
- FARASYN, I.; PERKOZ, K.; VELDE, W. V. Spreadsheet Models for Inventory Target Setting at Procter & Gamble. **Interfaces**, v.38, p. 241-250, 2008.
- FEDERGRUEN, A.; ZIPKIN, P. An Efficient Algorithm for Computing Optimal (s,S) Policies. **Operations Research**, v.34, p. 1268-1285, 1984.
- FISCHER, W.; MEIER, K. The Markov-Modulated Poisson Process (MMPP) Cookbook. **Performance Evaluation**, v. 18, p. 149-171, 1992.
- FORRESTER, J. W. **Industrial Dynamics**. Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1961.
- GILBERT, K. An ARIMA Supply Chain Model. **Management Science**, v. 51, p. 305-310, 2005.
- GRAVES, S. C. A Single-Item Inventory Model for a Non-Stationary Demand Process. **Manufacturing & Service Operations Management**, v.1, p. 50-61, 1999.
- GRAVES, S.C.; WILLEMS, S.P. Strategic Inventory Placement in Supply Chains: Nonstationary Demand. **Manufacturing & Service Operations Management**, v.10, p.278-287, 2008.
- HADLEY, H.; WHITIN, T.M. **Analysis of Inventory Systems**. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1963.
- HARRIS, F.W. How Many Parts to Make at Once. **Factory, The Magazine of Management**, v. 10, p.947-950, 1913.

HAX, A. C.; CANDEA, D. **Production and Inventory Management**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.

HOPP, W.J.;SPEARMAN,M.L. **Factory Physics**. Chicago: Waveland, 2008.

HOUSEMAN, S. Outsourcing, offshoring and productivity measurement in United States manufacturing. **International Labour Review**, v.146, p.61-80, 2007.

IBE, O. C. **Markov Process for Stochastic Modeling**. Amsterdam: Academic Press, 2009.

IGLEHART, D.; KARLIN, S. Optimal Policy for Dynamic Inventory Process with Nonstationary Stochastic Demands. In ARROW, K.; KARLIN, S.; SCARF, H. **Studies in Applied Probability and Management Science**. Stanford: Stanford Press, 1962.

JOHNSON, E. On (s,S) Policies. **Management Science**, v. 15, p. 80-101, 1968.

JOHNSON, G. D.; THOMPSON, H. E. Optimality of Myopic Inventory Policies for Certain Dependent Demand Processes. **Management Science**, v. 21, p. 1303-1307, 1975.

JÜTTNER, U.; GODSELL, J.; CHRISTOPHER, M.G. Demand chain alignment competence -delivering value through product life cycle management. **Industrial Marketing Management**, v.35, p.989-1001, 2006.

KAPUSCINSKI, R.; ZHANG, R. Q.; CARBONNEAU, P.; MOORE, R.; REEVES, B. Inventory Decisions in Dell's Supply Chain. **Interfaces**, v. 34, p. 191-205, 2004.

KARLIN, S. Dynamic Inventory Policy With Varying Stochastic Demands. **Management Science**, v. 6, p.231-258, 1960.

KHOUJA, M.; GOYAL, S. A Review of Joint Replenishment Problem Literature: 1989-2005. **European Journal of Operational Research**, v.186, p.1-16, 2008.

LAW, A. M. **Simulation Modeling and Analysis**. Boston: McGraw-Hill, 2007.

LEVI, R.; SHI, C. Approximation Algorithms for the Stochastic Lot-Sizing Problem with Order Lead Times. **Operations Research**, v.61, p.593-602, 2013.

LOVEJOY, W. S. Myopic Policies for some Inventory Models with Uncertain Demand Distributions. **Management Science**, v. 36, p. 724-738, 1990.

MEIER, K. S. A Fitting Algorithm for Markov-Modulated Poisson Processes Having Two Arrival Rates. **European Journal of Operational Research**, v. 29, p. 370-377, 1987.

MORTON, T. The Nonstationary Infinite Horizon Inventory Problem. **Management Science**, v. 24, p.1474-1482, 1978.

MORTON, T.E.; PENTICO, D.W. The Finite Horizon Nonstationary Stochastic Inventory Problem: Near-myopic Bounds, Heuristics, Testing. **Management Science**, v.41, p.334-343, 1995.

NAHMIAS, S. **Production and Operations Analysis**. 3rd. Edition. Boston: Irwin, 1997.

NETO, R.M.; PUREZA, V.. Modelagem e Simulação. In CAUCHICK, M. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**, p. 33-46. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

OLAVSON, T.; FRY, C. Spreadsheet Decision-Support Tools: Lessons Learned at Hewlett-Packard. **Interfaces**, v. 38, p. 300-310, 2008.

RAGSDALE, C. T. **Spreadsheet Modeling and Decision Analysis: A Practical Introduction to Management Science**. Cincinnati: South-Western College Pub., 2001

ROSLING,K. **The Square-Root Algorithm for Single-Item Inventory Optimization**. Lund University, 1999.

ROUNDY, R.O.; LEVI, R.; PÁL, M.; SHMOYS, D.B. Approximation Algorithms for Stochastic Inventory Control Models. **Mathematics of Operations Research**, v.32, p.284-302, 2007.

SAHIN, I.; SINHA,D. On Asymptotic Approximations for (s,S) Policies. **Stochastic Analysis and Applications**, v.5, p.189-212, 1987.

- SCARF, H.E. Optimality of (S,s) policies in the dynamic inventory problem. In: ARROW K, KARLIN S & SUPPES P, editors. **Mathematical methods in the Social Sciences**. Stanford, CA: Stanford University Press, 1960.
- SCHMEISSER, B. Systematic Review of Literature on Offshoring of Value Chain Activities. **Journal of International Management**, v.19, p.390-406, 2013.
- SEILA, A.F. Spreadsheet Simulation. In: WINTER SIMULATION CONFERENCE, 2006, Monterey. **Proceedings...** Monterey: Winter Simulation Conference, 2006, p.11-18.
- SILVER, E. A. Inventory Control Under a Probabilistic Time-Varying, Demand Pattern. **AIIE Transactions**, v.10, p. 371-379, 1978.
- SILVER, E. A.; PYKE, D. F.; PETERSON, R. **Inventory Management and Production Planning and Scheduling**. 3rd. Edition. New York, Wiley, 1998.
- SONG, J.S.; ZIPKIN, P. Inventory Control in a Fluctuating Demand Environment. **Operations Research**, v.41, p.351-370, 1993.
- SYNTETOS A. A.; BABAI, M. Z.; ALI, M. M.; BOYLAN, J. E. Forecasting and Inventory Performance in a Two-Stage Supply Chain with ARIMA(0,1,1) Demand: Theory and Empirical Analysis. **International Journal of Production Economics**, v.143, p. 463-471, 2013.
- SYNTETOS, A. A.; NIKOLOPOULOS, K.; BOYLAN, J. E. Judging the Judges Through Accuracy-Implication Metrics: The Case of Inventory Forecasting. **International Journal of Forecasting**, v.26, p. 134-143, 2010.
- SYNTETOS, A.A.; STRIJBOSCH, L.W.G.; BOYLAN, J.E.; JANSSEN, E. On the interaction between forecasting and stock control: The case of non-stationary demand. **International Journal of Production Economics**, v.139, p.470-480, 2011.
- TIACCI, L.; SAETTA, S. An Approach to Evaluate the Impact between Demand Forecasting Method and Stock Control Policy on the Inventory System Performances. **International Journal of Production Economics**, v.118, p.63-71, 2009.

TRATAR, L. F. Joint optimization of Demand Forecasting and Stock Control Parameters. **International Journal of Production Economics**, v.127, p.173-179, 2010.

TREHARNE, J. T.; SOX C. R. Adaptive Inventory Control for Nonstationary Demand and Partial Information. **Management Science**, v. 48, p. 607-624, 2002.

TUNC, H; KILIC, O.A.; TARIM, S.A.; EKSIOGLU, B The Cost of Using Stationary Inventory Policies When Demand Is Non-stationary. **Omega**, v.39, p.410-415, 2011.

VEINOTT, A. F. Optimal Policy for a Multi-Product, Dynamic, Nonstationary Inventory Problem. **Management Science**, v. 12, p. 206-222, 1965.

VEINOTT, A.F. On The Optimality of (s,S) Inventory Policies: New Conditions and a New Proof. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, v.14, p.1067-1083, 1966.

VEINOTT, A.F; WAGNER, H.M. Computing Optimal (s,S) Inventory Policies. **Management Science**, v.11, p. 525-552, 1965.

WILSON, R.H. A Scientific Routine for Stock Control. **Harvard Business Review**, v.13, p.116-128, 1934.

WINSTON, W. L.; ALBRIGHT, C. **Practical Management Science**. Pacific Grove: Brooks/Cole, 2001.

ZHENG, Y.S. On Properties of Stochastic Inventory Systems. **Management Science**, v.38, p. 87-103, 1992.

ZHENG, Y.S.; FEDERGRUEN, A. Finding optimal (s,S) policies is about as simple as evaluating a single policy. **Operations Research**, v.39, p.654-665, 1991.

ZIPKIN, P. H. **Foundations of Inventory Management**. Boston: McGraw-Hill, 2000.

ANEXO I – Resultados de Custo e Tempo de Processamento

Tabela A – Custos por Método em Função do Lead-time e Parâmetros de Demanda

A	b	r	Lead-time L = 0			Lead-time L = 2			Lead-time L = 4		
			PD	BM	NH	PD	BM	NH	PD	BM	NH
0	0	0,1	3860	3936	4259	4249	4666	4530	5052	6069	5310
		0,2	3898	4026	4280	4224	4748	4501	4930	5798	5194
		0,4	3912	4178	4297	4244	4733	4588	5145	5957	5513
	0 Total		3890	4047	4279	4239	4716	4540	5042	5941	5339
	1,0018	0,1	6695	6642	7901	7349	8323	8424	8453	10073	9481
		0,2	7005	7059	7592	7652	8623	8150	8721	10184	9250
		0,4	7101	7817	7798	8053	8681	8757	9163	10344	10074
	1,0018 Total		6934	7173	7764	7685	8543	8444	8779	10200	9602
	1,0035	0,1	6718	6655	7885	7247	8270	8310	8257	9957	9285
		0,2	7093	7091	7847	7720	8837	8400	9051	10676	9646
		0,4	7160	7799	7694	7975	8810	8550	9693	10588	10120
	1,0035 Total		6990	7182	7808	7648	8639	8420	9001	10407	9684
0 Total			5938	6134	6617	6524	7299	7134	7607	8849	8208
0,25	0	0,1	3868	3901	4262	4213	4642	4524	4961	5843	5254
		0,2	3829	3990	4289	4269	4746	4556	5088	5876	5356
		0,4	4048	4364	4420	4464	4985	4775	5394	6138	5751
	0 Total		3915	4085	4324	4315	4791	4618	5147	5952	5454
	1,0018	0,1	6619	6670	7594	7175	8211	8136	8305	10106	9219
		0,2	6818	6889	7614	7509	8521	8157	8607	10268	9147
		0,4	7182	7907	7846	8051	9140	8788	9134	10368	9774
	1,0018 Total		6873	7155	7684	7579	8624	8360	8682	10247	9380
	1,0035	0,1	6698	6636	7636	7315	8291	8237	8501	10252	9410
		0,2	6908	6932	7828	7618	8821	8335	8868	10717	9555
		0,4	7351	7927	8031	8429	8974	8866	9647	10753	10468
	1,0035 Total		6986	7165	7832	7787	8696	8479	9005	10574	9811
0,25 Total			5925	6135	6613	6560	7370	7153	7612	8924	8215
0,5	0	0,1	3828	3888	4296	4182	4675	4547	4990	5802	5314
		0,2	3788	3862	4155	4254	4731	4543	5222	6064	5578
		0,4	3961	4191	4369	4425	4976	4830	5205	6056	5640
	0 Total		3859	3980	4273	4287	4794	4640	5139	5974	5511
	1,0018	0,1	6468	6414	7301	7054	8058	7876	8305	10065	9098
		0,2	6717	6680	7445	7514	8491	7941	8912	10595	9432
		0,4	7185	7744	7889	7957	8893	8706	9493	10620	10216
	1,0018 Total		6790	6946	7545	7508	8481	8174	8903	10427	9582
	1,0035	0,1	6669	6566	7494	7250	8073	8008	8378	9947	9140
		0,2	6616	6640	7180	7277	8202	7816	8380	10153	8914
		0,4	6861	7546	7475	7638	8271	8145	8699	9787	9373
	1,0035 Total		6715	6917	7383	7388	8182	7990	8486	9963	9142
0,5 Total			5788	5948	6400	6395	7152	6935	7509	8788	8078

Tabela B – Custos por Método em Função do Lead-time e Parâmetros de Custo

			Lead-time L = 0			Lead-time L = 2			Lead-time L = 4		
K	h	p	PD	BM	NH	PD	BM	NH	PD	BM	NH
80	1	5	2815	2929	3078	3042	3615	3245	3498	4233	3715
		10	2917	3067	3291	3405	3998	3770	4369	5123	4690
		20	3017	3221	3471	3963	4532	4386	5923	6613	6246
	1 Total		2916	3073	3280	3470	4048	3801	4597	5323	4884
	2	5	3633	3693	4184	3892	4160	4328	4338	4838	4772
		10	3826	3972	4608	4352	4824	5103	5343	6002	6091
		20	3961	4220	4932	5103	5567	5980	7095	7785	8021
	2 Total		3807	3962	4575	4449	4851	5137	5592	6208	6295
	4	5	4127	4002	4939	4505	4304	5199	5078	4829	5680
		10	4650	4588	5580	5283	5330	6233	6295	6372	7302
		20	5097	5061	6122	6307	6560	7465	8409	8659	9632
	4 Total		4625	4551	5547	5365	5398	6299	6594	6620	7538
80 Total			3783	3862	4467	4428	4766	5079	5594	6050	6239
160	1	5	4101	4200	4357	4345	5003	4607	4742	6162	5047
		10	4251	4402	4585	4717	5433	5037	5619	7174	5937
		20	4355	4564	4709	5300	6044	5664	7116	8623	7513
	1 Total		4236	4389	4550	4787	5493	5103	5826	7320	6166
	2	5	5303	5497	5541	5555	6497	5712	6006	7221	6185
		10	5630	5858	6156	6085	7229	6490	6995	8465	7431
		20	5835	6135	6583	6809	7995	7541	8738	10246	9381
	2 Total		5589	5830	6093	6150	7240	6581	7246	8644	7666
	4	5	6559	6684	7116	6908	7189	7314	7362	7893	7740
		10	7266	7386	8368	7783	8321	8657	8676	9677	9543
		20	7652	7944	9217	8705	9649	10207	10687	12003	12183
	4 Total		7159	7338	8233	7798	8386	8726	8908	9858	9822
160 Total			5661	5852	6292	6245	7040	6803	7327	8607	7885
320	1	5	5850	6058	6604	6198	6786	6806	6575	7733	7211
		10	6116	6392	6858	6627	7252	7161	7464	8775	8069
		20	6269	6600	7020	7226	7829	7846	9003	10186	9591
	1 Total		6078	6350	6827	6684	7289	7271	7681	8898	8290
	2	5	7628	7884	8252	7985	8918	8459	8354	10407	8869
		10	8203	8400	8714	8690	10007	9214	9483	12325	10094
		20	8502	8804	9170	9433	10865	10075	11238	14349	11875
	2 Total		8111	8362	8712	8703	9930	9249	9692	12360	10279
	4	5	9426	9677	9828	9813	11036	10091	10145	11991	10459
		10	10607	10995	11081	11110	12993	11423	12012	14441	12371
		20	11259	11716	12312	12169	14458	12980	13991	16930	14862
	4 Total		10431	10796	11074	11031	12829	11498	12049	14454	12564
320 Total			8207	8503	8871	8806	10016	9340	9807	11904	10378

Tabela C – Tempo de Processamento por Método em Função do Lead-time e Parâmetros de Demanda

			Lead-time L = 0			Lead-time L = 2			Lead-time L = 4		
A	b	r	PD	BM	NH	PD	BM	NH	PD	BM	NH
0	0	0,1	25191	69	72	41550	108	95	51842	118	112
		0,2	27390	124	108	45691	169	152	57341	213	190
		0,4	33895	206	156	54229	427	264	68773	571	342
	0 Total		28825	133	112	47157	234	170	59319	301	215
	1,0018	0,1	33694	544	154	62334	658	247	86275	802	333
		0,2	44584	968	281	83746	1167	482	118361	1236	649
		0,4	64659	1106	470	118571	2176	952	160000	2868	1317
	1,0018 Total		47645	873	301	88217	1334	560	121546	1635	766
	1,003	0,1	33126	542	156	61105	696	247	83661	812	323
		0,2	43990	843	282	81132	1099	488	111291	1241	665
		0,4	67854	1112	487	121510	1851	984	165405	2195	1384
	1,0035 Total		48323	832	308	87916	1215	573	120119	1416	791
0 Total			41598	613	241	74430	928	435	100328	1117	591
0,25	0	0,1	25522	97	74	42206	207	92	53945	306	115
		0,2	27809	152	100	46622	304	143	59252	456	181
		0,4	35072	240	164	58291	783	287	74932	548	377
	0 Total		29468	163	113	49040	431	174	62710	437	224
	1,0018	0,1	32957	516	146	60266	773	244	83656	866	316
		0,2	42626	989	263	79859	1262	456	110389	1424	612
		0,4	63492	1884	485	115621	2550	994	154957	3339	1369
	1,0018 Total		46358	1130	298	85249	1528	565	116334	1876	766
	1,0035	0,1	33025	653	151	59977	700	242	82152	832	312
		0,2	41324	987	274	74806	1119	462	105836	1515	618
		0,4	64524	1667	487	120849	2409	988	160666	3933	1366
	1,0035 Total		46291	1102	304	85211	1409	564	116218	2093	766
0,25 Total			40706	798	238	73166	1123	434	98420	1469	585
0,5	0	0,1	34207	138	71	43871	323	94	57213	269	116
		0,2	28061	192	102	46796	491	149	60355	389	178
		0,4	34864	325	155	57106	484	274	73400	804	361
	0 Total		32378	218	109	49258	433	172	63656	487	218
	1,0018	0,1	32512	587	138	62899	808	222	90693	1126	292
		0,2	40910	1009	247	75402	1435	424	105810	1823	565
		0,4	61233	2156	476	121174	4012	967	183831	5747	1366
	1,0018 Total		44885	1251	287	86491	2085	537	126778	2898	741
	1,0035	0,1	33835	620	142	66183	900	235	95323	1203	300
		0,2	40010	920	242	77825	1420	410	104955	2089	547
		0,4	59995	1722	432	113780	3052	870	177440	4509	1239
	1,0035 Total		44613	1087	272	85929	1791	505	125906	2600	696
0,5 Total			40625	852	223	73893	1436	405	105447	1995	552

Tabela D - Tempo de Processamento por Método em Função do Lead-time e
Parâmetros de Custo

Lead-time L = 0						Lead-time L = 2			Lead-time L = 4		
K	h	p	PD	BM	NH	PD	BM	NH	PD	BM	NH
80	1	5	25590	589	197	48494	891	359	75688	1215	481
		10	30277	552	194	57619	831	343	80956	1144	460
		20	29594	544	183	56679	791	334	79640	1079	490
	1 Total		28487	562	192	54264	838	345	78761	1146	477
	2	5	21788	430	154	44294	700	279	65786	965	377
		10	20537	396	142	42001	649	274	61878	889	354
		20	20090	376	142	41121	613	254	59682	843	341
	2 Total		20805	400	146	42472	654	269	62449	899	357
	4	5	18448	364	129	36171	605	240	54460	837	326
		10	15464	337	123	34502	554	224	50999	767	298
		20	14954	320	118	32736	523	211	49403	724	295
	4 Total		16289	340	123	34470	560	225	51621	776	306
80 Total			21860	434	154	43735	684	280	64277	940	380
160	1	5	55404	998	303	98679	1492	543	130614	1945	772
		10	52429	903	282	92553	1360	515	124035	1788	691
		20	50295	850	278	89149	1277	498	120565	1687	669
	1 Total		52709	917	288	93460	1377	519	125072	1807	711
	2	5	34805	629	214	65411	997	391	91506	1344	521
		10	31818	560	195	59986	892	358	84911	1212	482
		20	30644	526	189	58032	837	352	81501	1134	456
	2 Total		32422	572	199	61143	909	367	85973	1230	486
	4	5	24884	478	174	49403	783	311	70999	1081	430
		10	21777	433	155	44310	698	282	65068	969	389
		20	20460	392	144	42405	647	264	61418	892	355
	4 Total		22374	434	158	45373	709	286	65828	981	391
160 Total			35835	641	215	66659	998	391	92291	1339	529
320	1	5	109905	2090	501	176869	3184	911	228322	3910	1197
		10	101252	1862	479	164741	2796	854	214652	3475	1121
		20	96651	1741	459	158642	2598	820	206027	3231	1087
	1 Total		102602	1898	480	166750	2860	862	216334	3538	1135
	2	5	63366	1162	330	108566	1751	597	144473	2243	802
		10	55396	993	300	97338	1498	537	130768	1943	722
		20	52323	896	282	91969	1355	515	124321	1782	686
	2 Total		57028	1017	304	99291	1535	550	133188	1989	737
	4	5	41825	758	239	76238	1178	447	104693	1584	598
		10	34807	628	212	65481	990	388	90944	1341	594
		20	31579	561	196	60013	891	362	84443	1210	552
	4 Total		36070	649	216	67244	1020	399	93360	1378	582
320 Total			65234	1188	333	111095	1805	604	147627	2302	818

ANEXO II – Implantação do Método de Programação Dinâmica em VBA

```
Dim p As Integer
Dim h As Integer
Dim k As Integer
Dim cv As Double
Dim LT As Integer
Dim prob_matr(2000, 100) As Double
Dim prob_matr1(2000, 100) As Double
Dim L(2000, 100) As Double
Dim result_s1 As Integer
Dim result_s2 As Integer
Dim s1_min As Integer
Dim s2_max As Integer
Dim d_LT(100) As Integer
Dim var_LT(100) As Double
Dim dp_LT(100) As Double
Dim d1(100) As Integer
Dim dp1(100) As Double
Dim m_max As Double
Dim m_min As Double
Dim cenarios_matriz() As Variant
Dim demandas_matriz() As Variant
Dim cenario As Integer
Dim lin1 As Integer
Dim col1 As Integer
Dim matriz_param() As Variant
Dim s1_num(52, 2187) As Integer
Dim s2_num(52, 2187) As Integer

Function L_func(y As Long, t As Integer) As Double

'L_func = custo esperado de excesso e falta
'y = posição de estoques
't = período (variando de 1 a 70)

Dim Lx As Double
Dim L_acum As Double

L_acum = 0
Lx = 0

For m = m_max To 0 Step -1

    If prob_matr(m, t) > 0 Then

        If y >= 0 Then

            If m <= y Then
                Lx = (y - m) * prob_matr(m, t) * h
            Else
```

```

        Lx = (m - y) * prob_matr(m, t) * p
    End If

    Else
        Lx = (m - y) * prob_matr(m, t) * p
    End If

    L_acum = L_acum + Lx

End If

Next m

L_func = L_acum

End Function

Function e(Jvetor() As Double, coluna As Integer, x As Long) As Double

    J_acum = 0
    parcela = 0
    prob_acum = 0

    For m = 0 To x - s1_min

        If m = x - s1_min Then
            parcela = (1 - prob_acum) * Jvetor(x - m - s1_min, coluna)
            J_acum = J_acum + parcela
        Else
            If prob_matr1(m, coluna) > 0 Then
                parcela = prob_matr1(m, coluna) * Jvetor(x - m - s1_min, coluna)
                prob_acum = prob_acum + prob_matr1(m, coluna)
                J_acum = J_acum + parcela
            End If
        End If

    Next m

    e = J_acum

End Function

Sub bounds(periodo As Integer, ByVal n As Integer)

    s1_min = 10000
    s2_max = 0
    Dim y As Long
    Dim x As Long
    Dim t As Integer

    If periodo <= 35 Then
        n = 18
    
```

End If

For t = periodo To periodo + n - 1

y = Int(WorksheetFunction.Norm_Inv(p / (p + h), d_LT(t), dp_LT(t))) + 1

L_min = L_func(y, t)

x = y - 1

b = L_func(y - 1, t)

While b < L_min + k

x = x - 1

b = L_func(x, t)

Wend

s1_t = x - 10

x = y + 1

b = L_func(y + 1, t)

While b < L_min + k

x = x + 1

b = L_func(x, t)

Wend

s2_t = x + 10

If s2_t > s2_max Then

s2_max = s2_t

End If

If s1_t < s1_min Then

s1_min = s1_t

End If

Next t

End Sub

Sub programacao_dinamica(periodo As Integer)

Dim j(2000, 100) As Double

Dim Cx(2000, 100) As Double

Dim x As Long

Dim t As Integer

Dim n As Integer

If periodo <= 36 Then

n = 17

Else

n = 53 - periodo

```

End If

bounds periodo, n

For i = n To 1 Step -1

    t = (periodo - 1) + i

    JS = 1000000
    verif = 0

    For x = s2_max To s1_min Step -1

        a = L_func(x, t)
        b = e(j(), t + 1, x)
        Cx(x - s1_min, t) = a + b

        'ThisWorkbook.Worksheets("Plan1").Cells.Clear
        'ThisWorkbook.Worksheets("Plan1").Cells(x, t) = a
        'ThisWorkbook.Worksheets("Plan1").Cells(x, t + 20) = b
        'ThisWorkbook.Worksheets("Plan1").Cells(x, t + 40) = a + b

        If Cx(x - s1_min, t) < JS Then
            JS = Cx(x - s1_min, t)
            s2 = x
        Else
            If Cx(x - s1_min, t) > JS + k And verif = 0 Then
                s1 = x
                verif = 1
            End If
        End If

    Next x

    For x = s2_max To s1_min Step -1
        j(x - s1_min, t) = WorksheetFunction.Min(Cx(x - s1_min, t), k + JS)
        'ThisWorkbook.Worksheets("Plan1").Cells(x, t + 60) = j(x - s1_min, t)
    Next x

Next i

result_s1 = s1
result_s2 = s2
custo = JS

End Sub

Sub param_PD()

Dim cenario As Integer
Dim t As Integer
Dim sw As Stopwatch

```

```
Set sw = New Stopwatch
```

```
cenarios_matriz = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Range("A4:AF86").Value  
demandas_matriz = ThisWorkbook.Worksheets("demandas").Range("B6:AB79").Value
```

```
For cenario = 1 To 2187
```

```
    sw.StartTimer  
    carregar_dados cenario
```

```
    For t = 1 To 52
```

```
        programacao_dinamica t  
        ThisWorkbook.Worksheets("param PD").Cells(t + 2, cenario + 1) = "(" & result_s1 & ";" &  
result_s2 & ")"
```

```
    Next t
```

```
    ThisWorkbook.Worksheets("tempos PD").Cells(Int((cenario - 1) / 27) + 1 + 5, (cenario - 1) Mod 27 +  
1 + 5) = sw.EndTimer
```

```
Next cenario
```

```
End Sub
```

```
Sub custos()
```

```
carregar_parametros
```

```
cenarios_matriz = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Range("A4:AF86").Value  
demandas_matriz = ThisWorkbook.Worksheets("demandas").Range("B6:AB79").Value
```

```
For cenario = 1 To 2187
```

```
    lin1 = Int((cenario - 1) / 27) + 1  
    col1 = (cenario - 1) Mod 27 + 1
```

```
    LT = cenarios_matriz(lin1 + 2, 1)  
    k = cenarios_matriz(lin1 + 2, 2)  
    h = cenarios_matriz(lin1 + 2, 3)  
    p = cenarios_matriz(lin1 + 2, 4)  
    cv = cenarios_matriz(1, col1 + 5)
```

```
    Erase d_LT  
    Erase var_LT  
    Erase dp_LT  
    Erase d1  
    Erase dp1  
    Erase prob_matr  
    Erase prob_matr1
```

```
    For i = 1 To 70
```

```

    d1(i) = demandas_matriz(i, col1)
    dp1(i) = cv * demandas_matriz(i, col1)

Next i

custo_total = 0
custo_k = 0
custo_h = 0
custo_p = 0
pos = 0
stq = 0
q0 = 0
q1 = 0
q2 = 0
q3 = 0
q4 = 0

For t = 1 To 52

    If t <= 52 Then

        If pos < s1_num(t, cenario) Then
            If LT = 0 Then
                q0 = s2_num(t, cenario) - pos
            End If

            If LT = 2 Then
                q2 = s2_num(t, cenario) - pos
            End If

            If LT = 4 Then
                q4 = s2_num(t, cenario) - pos
            End If

            pos = s2_num(t, cenario)

            custo_k = custo_k + k
        End If
    End If

    stq = stq + q0 - d1(t)

    q0 = q1
    q1 = q2
    q2 = q3
    q3 = q4
    q4 = 0

    pos = pos - d1(t)

'calcular custos

```



```

    If stq >= 0 Then
        custo_h = custo_h + stq * h
    Else
        custo_p = custo_p - stq * p
    End If

Next t

custo_total = custo_k + custo_h + custo_p

ThisWorkbook.Worksheets("custos PD").Cells(lin1 + 5, col1 + 5) = custo_total
ThisWorkbook.Worksheets("PD K,h,p").Cells(lin1 + 5, col1 + 5) = custo_k
ThisWorkbook.Worksheets("PD K,h,p").Cells(lin1 + 5, col1 + 36) = custo_h
ThisWorkbook.Worksheets("PD K,h,p").Cells(lin1 + 5, col1 + 67) = custo_p


Next cenario

End Sub

Sub analyse_PD()

For cenario = 1 To 2187

    lin1 = Int((cenario - 1) / 27) + 1
    col1 = (cenario - 1) Mod 27 + 1

    LT = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 1).Value
    k = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 2).Value
    h = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 3).Value
    p = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 4).Value
    a = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(2, col1 + 5).Value
    b = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(3, col1 + 5).Value
    cv = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(4, col1 + 5).Value
    custo_PD = ThisWorkbook.Worksheets("custos PD").Cells(lin1 + 5, col1 + 5).Value
    k_PD = ThisWorkbook.Worksheets("PD K,h,p").Cells(lin1 + 5, col1 + 5).Value
    h_PD = ThisWorkbook.Worksheets("PD K,h,p").Cells(lin1 + 5, col1 + 36).Value
    p_PD = ThisWorkbook.Worksheets("PD K,h,p").Cells(lin1 + 5, col1 + 67).Value
    tempo_PD = ThisWorkbook.Worksheets("tempos PD").Cells(lin1 + 5, col1 + 5).Value


    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 1) = cenario
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 2) = LT
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 3) = k
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 4) = h
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 5) = p
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 6) = a
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 7) = b
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 8) = cv
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 9) = custo_PD
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 10) = k_PD
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 11) = h_PD
    ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 12) = p_PD

```

```
'ThisWorkbook.Worksheets("análise PD").Cells(cenario + 4, 10) = tempo_PD
```

Next cenario

End Sub

```
Sub carregar_dados(cenario As Integer)
```

```
lin1 = Int((cenario - 1) / 27) + 1  
col1 = (cenario - 1) Mod 27 + 1
```

```
LT = cenarios_matriz(lin1 + 2, 1)  
k = cenarios_matriz(lin1 + 2, 2)  
h = cenarios_matriz(lin1 + 2, 3)  
p = cenarios_matriz(lin1 + 2, 4)  
cv = cenarios_matriz(1, col1 + 5)
```

```
Erase d_LT  
Erase var_LT  
Erase dp_LT  
Erase d1  
Erase dp1  
Erase prob_matr  
Erase prob_matr1
```

```
For i = 1 To 70 - LT
```

```
    d1(i) = demandas_matriz(i, col1)  
    dp1(i) = cv * demandas_matriz(i, col1)
```

```
    For j = i To i + LT  
        d_LT(i) = d_LT(i) + demandas_matriz(j, col1)  
        var_LT(i) = var_LT(i) + (demandas_matriz(j, col1) * cv) ^ 2  
    Next j  
    dp_LT(i) = var_LT(i) ^ 0.5
```

```
    m1 = Int(Application.WorksheetFunction.Norm_Inv(0.999, d1(i), dp1(i)))  
    m_LT = Int(Application.WorksheetFunction.Norm_Inv(0.999, d_LT(i), dp_LT(i)))
```

```
    If m_LT > m_max Then  
        m_max = m_LT  
    End If
```

```
    For m = 0 To m_LT
```

```
        a = Application.WorksheetFunction.Norm_Dist(m, d_LT(i), dp_LT(i), True)  
        b = Application.WorksheetFunction.Norm_Dist(m - 1, d_LT(i), dp_LT(i), True)  
        If a - b < 0.001 Then  
            prob_matr(m, i) = 0
```

```

Else
    prob_matr(m, i) = a - b
End If

a = Application.WorksheetFunction.Norm_Dist(m, d1(i), dp1(i), True)
b = Application.WorksheetFunction.Norm_Dist(m - 1, d1(i), dp1(i), True)
If a - b < 0.001 Then
    prob_matr1(m, i) = 0
Else
    prob_matr1(m, i) = a - b
End If

Next m
Next i

End Sub

Sub cargar_parametros()

matriz_param = ThisWorkbook.Worksheets("param PD").Range("B3:CFD54").Value

For i = 1 To 52
    For j = 1 To 2187

        param = matriz_param(i, j)

        m = 2

        s1 = ""

        While Mid(param, m, 1) <> ";"

            s1 = s1 & Mid(param, m, 1)

            m = m + 1

        Wend

        s1_num(i, j) = s1

        m = m + 1

        s2 = ""

        While Mid(param, m, 1) <> ")"

            s2 = s2 & Mid(param, m, 1)

            m = m + 1

        Wend
    
```

```
    s2_num(i, j) = s2
Next j
Next i

End Sub
```

ANEXO III – Implantação dos Métodos BM e NH em VBA

```
Function Probabilidade_vetor()
```

```
Dim prob_acum As Double
```

```
prob_acum = 0
```

```
i = 0
```

```
lim_inf = WorksheetFunction.Max(0,
```

```
WorksheetFunction.RoundDown(Application.WorksheetFunction.Norm_Inv(0.001, d, dp), 0))
```

```
lim_sup = WorksheetFunction.RoundUp(Application.WorksheetFunction.Norm_Inv(0.99, d, dp), 0)
```

```
For i = lim_inf To lim_sup
```

```
    a = Application.WorksheetFunction.Norm_Dist(i, d, dp, 1)
```

```
    b = Application.WorksheetFunction.Norm_Dist(i - 1, d, dp, 1)
```

```
    pr(i) = a - b
```

```
    prob_acum = prob_acum + pr(i)
```

```
Next i
```

```
d_upper = lim_sup
```

```
d_lower = lim_inf
```

```
End Function
```

```
Sub m1_vetor()
```

```
m1(0) = 1 / (1 - pr(0))
```

```
For j = 2 To (s2_max - s1_min)
```

```
    m1(j - 1) = m2(j) - m2(j - 1)
```

```
Next j
```

```
End Sub
```

```
Sub m2_vetor()
```

```
Dim soma As Double
```

```
m2(0) = 0
```

```
m2(1) = 1 / (1 - pr(0))
```

```
For j = 2 To (s2_max - s1_min)
```

```
    soma = 0
```

```
    For Z = 1 To j - 1
```

```

    If pr(Z) > 0 Then
        soma = soma + pr(Z) * m2(j - Z)
    End If
Next Z

m2(j) = (1 + soma) / (1 - pr(0))

Next j

End Sub

Function c(s1 As Double, s2 As Double) As Double

Dim soma As Double

soma = 0

For j = 0 To s2 - s1 - 1
    If m1(j) > 0 Then
        soma = soma + m1(j) * Gy(s2 - j + 100)
    End If
Next j

c = (k + soma) / m2(s2 - s1)

End Function

Function G(x As Double) As Double

Dim Lx As Double
Dim L_acum As Double

L_acum = 0

If (x >= 0) Then
    For m = d_upper To d_lower Step -1
        If pr(m) > 0 Then
            If m <= x Then
                Lx = (x - m) * pr(m) * h
            Else
                Lx = (m - x) * pr(m) * p
            End If
        End If
        L_acum = L_acum + Lx
    Next m
Else
    For m = d_upper To d_lower Step -1
        If pr(m) > 0 Then
            Lx = (m - x) * pr(m) * p
        End If
        L_acum = L_acum + Lx
    Next m

```

End If

G = L_acum

End Function

Function Zheng_e_Federgruen(ByRef a As Double, ByRef b As Double, tm As Double)

Dim y As Double

Dim s1 As Double

Dim s2 As Double

Dim s20 As Double

Dim G_anterior As Double

Erase pr

Erase m1

Erase m2

Erase Gy

Probabilidade_vetor

bounds

m2_vetor

m1_vetor

'step 0

y = Int(WorksheetFunction.Norm_Inv(p / (p + h), d, dp))

'fixando S=y*, encontrar o s ótimo correspondente

s2 = y + 1

s1 = y + 1

While c(s1 - 1, s2) > Gy(s1 - 1 + 100)

s1 = s1 - 1

Wend

c0 = c(s1, s2)

s1 = s1 - 1

s2 = s2 + 1

s20 = s2

'step 1

'rodar S*

'para cada S, comparar e rodar s

While Gy(s2 + 100) <= c0

If c(s1, s2) < c0 Then

s20 = s2

While c(s1, s20) <= Gy(s1 + 1 + 100)

```

        s1 = s1 + 1
    Wend

    c0 = c(s1, s20)

End If

s2 = s2 + 1

Wend

a = s1
b = s20
tm = m2(s20 - s1)

End Function

Sub param_BM()

Dim a As Double
Dim b As Double
Dim c As Double
Dim lin1 As Integer
Dim col1 As Integer

Dim sw As Stopwatch
Set sw = New Stopwatch

Dim cenario As Integer

For cenario = 2187 To 2187

    sw.StartTimer

    Erase demanda_LT

    lin1 = Int((cenario - 1) / 27) + 1
    col1 = (cenario - 1) Mod 27 + 1

    LT = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 1).Value
    k = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 2).Value
    h = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 3).Value
    p = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(lin1 + 5, 4).Value
    cv = ThisWorkbook.Worksheets("cenarios").Cells(4, col1 + 5).Value

    demandas col1

    num = 1
    lin2 = 0

    ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells.Clear

```


Select Case (d_max - d_min)

Case 1 To 50

stp = 1

Case 51 To 100

stp = 2

Case 101 To 150

stp = 3

Case 151 To 200

stp = 4

Case 201 To 250

stp = 5

Case 251 To 300

stp = 6

Case 301 To 350

stp = 7

Case 351 To 400

stp = 8

Case Else

stp = 9

End Select

For i = d_max To WorksheetFunction.Max(1, d_min - stp) Step -stp

d = i

dp = d * cv / (1 + LT) ^ 0.5

Zheng_e_Federgruen a, b, c

ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(lin2 + 2, 1) = num

ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(lin2 + 2, 2) = i

ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(lin2 + 2, 3) = a

ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(lin2 + 2, 4) = b

ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(lin2 + 2, 5) = c

ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(lin2 + 2, 6) = i * c

num = num + 1

lin2 = lin2 + 1

Next i

tempo_cenario_fim = sw.EndTimer

ThisWorkbook.Worksheets("tempos BM").Cells(55, cenario + 1) = tempo_cenario_fim

ThisWorkbook.Worksheets("tempos BM").Cells(56, cenario + 1) = num - 1

ThisWorkbook.Worksheets("tempos BM").Cells(57, cenario + 1) = d_max

ThisWorkbook.Worksheets("tempos BM").Cells(58, cenario + 1) = WorksheetFunction.Max(1, d_min - stp)

ThisWorkbook.Worksheets("tempos BM").Cells(59, cenario + 1) = d_max - WorksheetFunction.Max(1, d_min - stp)

For i = 1 To 52

```

        Bollapragada_e_Morton Worksheets("demandas").Cells(i + 5, col1 + 1)
        ThisWorkbook.Worksheets("param BM").Cells(i + 2, cenario + 1) = "(" & result_s1 & ";" &
result_s2 & ")"
        ThisWorkbook.Worksheets("tempos BM").Cells(i + 2, cenario + 1) = tempo_cenario_fim

    Next i

    tempo_cenario_fim = sw.EndTimer

    Next cenario

End Sub

Sub Bollapragada_e_Morton(cel As Range)

    Dim a As Double
    Dim b As Double
    Dim c As Double

    lin = cel.Row
    col = cel.Column

    For i = 2 To 2 + d_max - d_min

        m = 0

        tal = ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(i, 5).Value

        tal_inteiro = Int(tal)
        tal_fracao = tal - tal_inteiro

        For j = lin - 6 To lin - 6 + tal_inteiro - 1
            m = m + demanda_LT(j)
        Next j

        m = m + tal_fracao * demanda_LT(j)

        If m >= ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(i, 6).Value Then
            result_s1 = ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(i, 3).Value
            result_s2 = ThisWorkbook.Worksheets("tabela").Cells(i, 4).Value
            Exit For
        End If

    Next i

End Sub

Sub demandas(col1 As Integer)

    'inicializa as demandas e os desvios padrões do horizonte N=18

    d_max = 0

```

```
d_min = 100000
```

```
For i = 1 To 70 - LT
```

```
    d_acum = ThisWorkbook.Worksheets("demandas").Cells(5 + i, col1 + 1).Value
```

```
    For j = 5 + i + 1 To 5 + i + LT
```

```
        d_acum = d_acum + Worksheets("demandas").Cells(j, col1 + 1).Value
```

```
    Next j
```

```
    If d_acum > d_max Then
```

```
        d_max = d_acum
```

```
    End If
```

```
    If d_acum < d_min Then
```

```
        d_min = d_acum
```

```
    End If
```

```
    demanda_LT(i - 1) = d_acum
```

```
Next i
```

```
End Sub
```

```
Sub bounds()
```

```
Dim x As Double
```

```
Dim y As Double
```

```
y = Int(WorksheetFunction.Norm_Inv(p / (p + h), d, dp)) + 1
```

```
G_min = G(y)
```

```
x = y - 1
```

```
b = G(x)
```

```
While b < G_min + k
```

```
    x = x - 1
```

```
    b = G(x)
```

```
    Gy(x + 100) = b
```

```
Wend
```

```
s1_min = x
```

```
x = y + 1
```

```
b = G(x)
```

```
While b < G_min + k
```

```
    x = x + 1
```

```
    b = G(x)
```

```
    Gy(x + 100) = b
```

```
Wend
```

```

s2_max = x

s_ref = y

End Sub

Sub param_NH()

Dim cenário As Integer
Dim nivel_serv As Double
Dim col1 As Integer
Dim lin1 As Integer
Dim j As Integer
Dim s1 As Integer
Dim matriz_param() As Variant
Dim cv_vetor() As Variant
Dim param_NH(100, 3000, 10) As Integer

matriz_param = Worksheets("cenarios").Range("A6:D86").Value
cv_vetor = Worksheets("cenarios").Range("F4:AF4").Value

Dim sw As Stopwatch
Set sw = New Stopwatch

For cenário = 1 To 2187

    sw.StartTimer

    Erase d1
    Erase d_LT

    lin1 = Int((cenário - 1) / 27) + 1
    col1 = (cenário - 1) Mod 27 + 1

    LT = matriz_param(lin1, 1)
    k = matriz_param(lin1, 2)
    h = matriz_param(lin1, 3)
    p = matriz_param(lin1, 4)
    cv = cv_vetor(1, col1)

    carregar_demandas col1

    tempo_cenário_fim = sw.EndTimer
    ThisWorkbook.Worksheets("tempos NH").Cells(55, cenário + 1) = tempo_cenário_fim

    For i = 1 To 52

        sw.StartTimer

        d = d_LT(i)
        dp = cv * d / (1 + LT) ^ 0.5

```

```

Erase pr

Probabilidade_vetor
bounds

result_s1 = Int(0.4 * s_ref + 0.6 * s1_min)

result_s2 = Int(0.4 * s2_max + 0.6 * s_ref)

param_NH(i, cenario, 1) = result_s1
param_NH(i, cenario, 2) = result_s2

ThisWorkbook.Worksheets("param NH").Cells(i + 2, cenario + 1) = "(" & result_s1 & ";" &
result_s2 & ")"

tempo_cenario_fim = sw.EndTimer
ThisWorkbook.Worksheets("tempos NH").Cells(i + 2, cenario + 1) = tempo_cenario_fim

Next i

Next cenario

End Sub

```