SERGIO WILSON GOMEZ MORALES

FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO
PARA O PROBLEMA *JOB SHOP* CLÁSSICO

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia

São Paulo
2012

SERGIO WILSON GOMEZ MORALES

FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO
PARA O PROBLEMA *JOB SHOP* CLÁSSICO

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do Título de Mestre em
Engenharia

Área de concentração:
Engenharia de Produção

Orientadora:
Prof^a Dr^a Débora Pretti Ronconi

São Paulo
2012

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de junho de 2012.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Gomez Morales, Sergio Wilson

**Formulações matemáticas e estratégias de resolução para o programa Job Shop Clássico / S.W. Gómez Morales. -- ed.rev. -- São Paulo, 2012.
160 p.**

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Scheduling 2. Modelos matemáticos 3. Heurística I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

DEDICATÓRIA

À meu amor, por iluminar meu caminho

AGRADECIMENTOS

À toda minha família, que está ao redor do mundo pela dedicação e apoio.

À Professora Débora, pela paciência, orientação, apoio e motivação durante o desenvolvimento do projeto.

Aos meus amigos, colegas, professores e todas as pessoas que fizeram parte do dia a dia.

Esta pesquisa teve apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP)

RESUMO

O ambiente produtivo denominado *job shop* representa empresas manufatureiras com características como: alta variedade de produtos, volume baixo de produção e uma fábrica dividida em áreas funcionais. O problema abordado neste trabalho trata da determinação do programa de produção (*scheduling*) de cada lote de produtos no ambiente *job shop*, com a premissa de que cada produto a ser elaborado surge através de um pedido realizado pelo cliente com especificações e particularidades próprias.

O objetivo do trabalho é apresentar e examinar de forma detalhada as formulações matemáticas do tipo linear inteira mista (PLIM), encontradas na literatura para o ambiente que consideram a função objetivo do *makespan*. Além disso, se estabelece uma nova formulação matemática que auxilia a simulação do ambiente. Todas as formulações foram comparadas através de suas dimensões e testes computacionais.

Adicionalmente são apresentadas três diferentes estratégias de resolução que permitem a exploração de soluções obtidas através de diferentes metodologias. A primeira estratégia estabelece para cada instância uma solução inicial que promove uma redução do número de combinações a serem avaliadas pelo *software*, a segunda estratégia combina duas formulações tornando uma formulação unificada, e a terceira estratégia, estabelece um processo que utiliza duas formulações de forma consecutiva compondo um procedimento sistemático.

Experimentos computacionais indicam que a formulação com melhor desempenho para o problema de *job shop* é a formulação de Manne (1960) por obter o melhor limitante superior (*upper bound*). A formulação proposta apresenta o melhor limitante inferior (*lower bound*). Todas as formulações melhoram seus resultados através do uso das estratégias propostas.

Palavras-Chave: Programação Linear Inteira Mista, Heurísticas Construtivas, *Scheduling*.

ABSTRACT

The operational *job shop* environment, represents manufacturing companies with high product variety, low volume production and an organization divided into functional areas. The problem addressed in this work determines the production schedule of each batch production, with the premise that each product results from a request made by the client with specifications and its own particularities.

The main objective here is to present and to examine in detail the mathematical integer - linear program formulations (MILP) from the literature for the *job shop* classic environment, which considers the makespan objective. Furthermore, a new mathematical formulation is provided to help with the simulation of the environment. All the formulations were compared by mathematical dimensions and computational tests.

In addition, three different strategies are presented to promote the exploration of solutions obtained from new methodologies. The first strategy defines an initial solution for each problem and promotes a reduction of the combination number to be evaluated by the software. The second strategy considers the combination of two mathematical formulations under one objective function. The third strategy establishes a procedure in which two mathematical formulations are used consecutively, creating a systematic procedure.

Computational experiments demonstrate that the best formulation for the job shop problem is the Manne (1960) formulation, since it obtains the best upper bound. The proposal formulation obtains the best lower bound. All of the formulations improve their results through the use of the proposed strategies

Keywords: Mixed Integer Programming Formulations, Constructive Heuristics, Scheduling.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO.....	1
1.1. PROBLEMA DA PESQUISA	2
1.2. OBJETIVOS	2
1.3. MOTIVAÇÃO	3
1.4. METODOLOGIA.....	4
1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO.....	5
CAPÍTULO 2: DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	6
2.1. O PROBLEMA <i>JOB SHOP</i>	6
2.2. REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS	8
CAPÍTULO 3: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	13
3.1. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO.....	13
3.2. FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS	17
3.2.1. FORMULAÇÃO DE WAGNER	20
3.2.2. FORMULAÇÃO DE WILSON	23
3.2.3. FORMULAÇÃO DE MANNE	26
3.2.4. FORMULAÇÃO ADAPTADA DE MANNE.....	28
3.2.5. FORMULAÇÃO DE LIAO - YOU	29
3.3. DIMENSÕES DAS FORMULAÇÕES	31
CAPÍTULO 4: FORMULAÇÃO PROPOSTA.....	34
4.1. DESCRIÇÃO DA FORMULAÇÃO	34
4.2. DIMENSÕES DA FORMULAÇÃO	37
CAPÍTULO 5: AVALIAÇÃO DAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS	40
5.1. AVALIAÇÃO DE FORMULAÇÕES ATRAVÉS DE TESTES COMPUTACIONAIS	40
5.1.1. CÁLCULO DO PARÂMETRO <i>M</i> OU <i>BIG-M</i>	40
5.1.2. AJUSTE DO TEMPO COMPUTACIONAL	44
5.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS	46

CAPÍTULO 6: ESTRATÉGIAS PARA APRIMORAR O PROCESSO DE RESOLUÇÃO DAS FORMULAÇÕES50

6.1. USO DE HEURÍSTICAS CONSTRUTIVAS.....	50
6.1.1. SOLUÇÃO INICIAL COM UMA REGRA DE DESPACHO (HC1)	52
6.1.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS	54
6.1.3. SOLUÇÃO INICIAL COM DUAS REGRAS DE DESPACHO (HC2).....	57
6.1.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS	63
6.2. FERRAMENTA ESPECÍFICA DO <i>SOFTWARE</i>	66
6.3. MODELOS HÍBRIDOS	68
6.3.1. FORMULAÇÃO HÍBRIDA 1.....	68
6.3.2. FORMULAÇÃO HÍBRIDA 2.....	70
6.3.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS	71
6.4. ASSOCIAÇÃO DE MODELOS OU PROCEDIMENTOS	73
6.4.1. PROCEDIMENTO MN10_PR10.....	73
6.4.2. PROCEDIMENTO HC_MN10_PR10	74
6.4.3. PROCEDIMENTO MN_PR10.....	75
6.4.4. PROCEDIMENTO MN8_PR2.....	76
6.4.5. PROCEDIMENTO HC_MN8_PR2	77
6.4.6. ANÁLISE DOS RESULTADOS	78

CAPÍTULO 7: ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES82

7.1. RESUMO DOS RESULTADOS	82
7.1.1. INDICADOR: MÉDIA	82
7.1.2. INDICADOR: MEDIANA	86
7.1.3. INDICADOR: NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS	87
7.1.4. INDICADOR: NÚMERO DE MELHORES RESULTADOS PARA UB E LB.....	89

REFERÊNCIAS93

ANEXO A.....	99
ANEXO B.....	105
ANEXO C	107
ANEXO D	113

ANEXO E.....	115
ANEXO F.....	121
ANEXO G	127
ANEXO H	136

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1. ROTEIRO DE TAREFAS	6
TABELA 3.1. CARACTERÍSTICAS DAS FORMULAÇÕES	31
TABELA 4.1. CARACTERÍSTICAS DA FORMULAÇÃO PROPOSTA	38
TABELA 5.1. RESUMO DOS RESULTADOS: MÉDIA E MEDIANA DOS INDICADORES	47
TABELA 5.2. RESUMO RESULTADOS: NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS	49
TABELA 6.1. REGRAS DE DESPACHO.	51
TABELA 6.2. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM SOLUÇÃO INICIAL HC1.	54
TABELA 6.3. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM S. INICIAL HC1, S. ÓTIMAS	56
TABELA 6.4. ROTEIRO DE ORDENS/JOBS PARA HC2	61
TABELA 6.5. COMPORTAMENTO DOS RESULTADOS DA HEURÍSTICA HC2.	63
TABELA 6.6. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM SOLUÇÃO INICIAL HC2.	64
TABELA 6.7. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM S. INICIAL HC2, S. ÓTIMAS	65
TABELA 6.8. COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS DA FORMULAÇÃO PROPOSTA	68
TABELA 6.9. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES HÍBRIDO 1 E HÍBRIDO 2.....	71
TABELA 6.10. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES HÍBRIDAS, S. ÓTIMAS.....	72
TABELA 6.11. RESUMO RESULTADOS: PROCEDIMENTOS.	78
TABELA 6.12. RESUMO RESULTADOS: PROCEDIMENTOS COM 20MIN.	79
TABELA 6.13. RESUMO RESULTADOS: PROCEDIMENTOS, S. ÓTIMAS	81
TABELA 7.1. RESUMO RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES: INDICADOR MÉDIA.	82
TABELA 7.2. RESUMO RESULTADOS FORMULAÇÕES, INDICADOR MEDIANA.	86
TABELA 7.3. RESUMO RESULTADOS FORMULAÇÕES, S. ÓTIMAS.	87
TABELA 7.4. RESUMO RESULTADOS FORMULAÇÕES, MELHORES RESULTADOS.	89
TABELA A-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES	99
TABELA B-1. RESULTADOS DA HEURÍSTICA HC1	105
TABELA C-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC1	107
TABELA D-1. RESULTADOS DA HEURÍSTICA HC2	113
TABELA E-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC2	115
TABELA F-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES HÍBRIDAS	121

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS127

TABELA H-1. RESULTADOS FERRAMENTA ESPECÍFICA.....136

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1. CICLO DE PESQUISA OPERACIONAL	4
FIGURA 2.1. REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROBLEMA.....	7
FIGURA 2.2 EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO NO AMBIENTE <i>JOB SHOP</i>	9
FIGURA 2.3. EXEMPLO DE GRAFO DISJUNTIVO	11
FIGURA 2.4. RESOLUÇÃO DO EXEMPLO DE GRAFO DISJUNTIVO.....	12
FIGURA 3.1. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (4).....	21
FIGURA 3.2. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (5).....	22
FIGURA 3.3. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (6).....	23
FIGURA 3.4. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (13).....	24
FIGURA 3.5. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (19).....	27
FIGURA 3.6. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (20) E (21)	27
FIGURA 4.1. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (45) E (46).....	36
FIGURA 5.1 EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO PARA DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO M	44
FIGURA 5.2 COMPORTAMENTO DA FORMULAÇÃO DE MANNE (CPLEX -10 MIN.).....	45
FIGURA 5.3 COMPORTAMENTO DA FORMULAÇÃO DE MANNE (CPLEX - 60 MIN.).....	46
FIGURA 6.1. PROGRAMAÇÃO GERADA PELA HEURÍSTICA HC2.	62
FIGURA 6.2. PROCEDIMENTO MN10_PR10.....	73
FIGURA 6.3. PROCEDIMENTO HC_MN10_PR10	74
FIGURA 6.4. PROCEDIMENTO MN_PR10.....	75
FIGURA 6.5. PROCEDIMENTO MN8_PR2.....	76
FIGURA 6.6. PROCEDIMENTO HC_MN8_PR2	77

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

A diversificação e customização de produtos no mercado internacional provocam nas empresas a geração e desenvolvimento de uma cultura organizacional que concebe modelos de simulação, adota tecnologias de informação e integra processos da cadeia produtiva, procurando resolver e melhorar as dificuldades produtivas e satisfazer as demandas e preferências dos clientes. Os maiores problemas das empresas na gestão do sistema produtivo recaem no planejamento da produção, na previsão da demanda, no planejamento da capacidade e no uso correto dos recursos materiais e humanos (VOLLMANN *et al.*, 1997).

O planejamento e controle de produção pode ser dividido em três níveis hierárquicos para o estabelecimento dos projetos e programas das áreas produtivas, o primeiro nível ou nível superior é denominado o nível Estratégico e é responsável por decidir as políticas e estratégias de longo prazo da empresa, o segundo nível denominado como Tático é responsável pela aplicação das estratégias e a alocação dos recursos na empresa e finalmente o nível inferior ou Operacional é responsável pela execução dos planos e o controle do fluxo produtivo.

O problema abordado no presente trabalho enfoca a tomada de decisões referente ao último nível de planejamento (planejamento de curto prazo) tratando especificamente da programação da produção (*scheduling*) do ambiente produtivo conhecido como *job shop*. Este ambiente representa empresas de manufatura com características como: alta variedade de produtos, volume baixo de produção por produto e uma fábrica dividida em áreas funcionais. A sua resolução recai na determinação do programa de produção de cada lote de produtos com a premissa de que cada produto a ser elaborado surge através de um pedido realizado pelo cliente com especificações e particularidades próprias; fato que incrementa o número de combinações

possíveis a serem consideradas e dificulta o planejamento das operações e dos recursos da empresa num horizonte de tempo.

A seguir apresenta-se a identificação do problema a ser abordada, a motivação para a solução, o objetivo do trabalho e a metodologia utilizada.

1.1. PROBLEMA DA PESQUISA

O problema abordado no presente trabalho refere-se à programação de tarefas (*scheduling*) em um ambiente de produção intermitente, mais especificamente o problema de programação de produção no ambiente *job shop*.

O problema consiste em determinar a sequência e o instante de início de processamento de cada tarefa, composta por operações ordenadas, em um conjunto de máquinas de modo a minimizar o instante de término da última tarefa no ambiente (*makespan*).

1.2. OBJETIVOS

Os objetivos do trabalho são:

Analisar as formulações matemáticas que simulam e auxiliam a determinar o programa de produção (*scheduling*) do ambiente produtivo *job shop*.

Estabelecer a formulação que apresente as maiores vantagens na determinação do programa de produção, segundo o número de soluções ótimas no tempo computacional estabelecido.

Estabelecer uma nova formulação matemática que auxilie a simulação e determinação do programa de produção

Estabelecer estratégias de resolução que permitam a exploração de soluções através de diferentes metodologias

Considera-se o caso determinístico estático, onde os tempos de processamento das tarefas e as sequências das operações de cada tarefa são conhecidos e não variáveis. Cada operação requer uma única máquina e todas as máquinas e tarefas estão disponíveis no começo do processamento, a função objetivo avaliada no trabalho para a determinação do programa de produção é a minimização do *makespan* (instante de término da última tarefa).

1.3. MOTIVAÇÃO

A motivação da seleção do problema estudado e o enfoque considerado recaem na existência de diferentes autores dentro da literatura, que estabeleceram formulações matemáticas com abordagens e metodologias diferentes e a insuficiência de estudos anteriores que permitem esclarecer e concluir de forma determinante as vantagens e desvantagens de cada formulação.

Cabe mencionar que a importância do uso de formulações matemáticas para a modelagem e simulação de sistemas de produção, recai no fato de ser uma abordagem que garante a solução ótima do problema e consequentemente, permite obter melhores resultados para as aplicações práticas. De igual forma, o método *Branch and Bound* (B&B) utilizado na resolução dos modelos de programação inteira, caracteriza-se por ser flexível e permitir o uso de diversas técnicas de exploração que estimulam o processo de resolução e reduz o esforço computacional, técnicas como Relaxações Lineares, Relaxações de Lagrange e Cortes de Gomory encontram-se entre as mais utilizadas e mostram ter uma grande influência no processo de resolução.

1.4. METODOLOGIA

No presente projeto por ser uma aplicação de Pesquisa Operacional a um problema da área de Engenharia de Produção e tendo uma base fortemente matemática, as escolhas metodológicas para o projeto serão puramente quantitativas e com procedimentos baseados do tipo Modelagem e Simulação (Silva e Menezes, 2001).

A metodologia selecionada para a elaboração da pesquisa, segundo a classificação de Bertrand e Fransoo (2002) é a Pesquisa Axiomática Normativa. Metodologia que é desenhada para a análise do modelo (idealizado) do problema, e tendo como maior preocupação a obtenção de soluções que permitam compreender a sua estrutura.

A metodologia permite produzir conhecimento sobre certa quantidade de variáveis do modelo, baseada em pressupostos sobre o comportamento de outras variáveis e a desenvolver políticas, estratégias e ações para melhorar os resultados existentes na literatura.

Na figura 1.1 é apresentado o modelo metodológico focado na área de Pesquisa Operacional, elaborado por Mitroff *et al.* (1974) e onde a pesquisa Axiomática Normativa se restringe a modelagem e a resolução do modelo.

FIGURA 1.1. CICLO DE PESQUISA OPERACIONAL

Alguns exemplos de pesquisas com metodologia axiomática são:

- Aplicação da Heurística *Relax-and-Fix* no Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes de Produção em Máquinas Distintas em Paralelo;
- Despacho de caminhões em mineração visando atendimento simultâneo através de métodos nebulosos;
- Modelos de planejamento agregado de produção em usinas de açúcar e álcool usando programação linear;
- Uso de algoritmos genéticos em modelos de simulação computacional em ambientes de manufatura.

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

Para alcançar o objetivo acima descrito, a presente dissertação é dividida em 7 capítulos que são descritos sucintamente a seguir: O capítulo 1 consiste na introdução e identificação do problema, definição de objetivos e metodologia. O capítulo 2 consiste na apresentação e caracterização do problema de programação de tarefas no ambiente *job shop*. No capítulo 3, é realizada uma revisão bibliográfica da literatura e uma descrição detalhada das formulações matemáticas. No capítulo 4 descreve-se uma nova proposta de modelagem para o ambiente estudado. No capítulo 5, são descritas as instâncias utilizadas e as especificações do *software* utilizado, assim como os resultados iniciais. No capítulo 6, são apresentadas diferentes estratégias de melhoria para a resolução do problema e os resultados obtidos. No capítulo 7, são expostas as conclusões, discussões e propostas futuras.

CAPÍTULO 2: DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

No presente capítulo, apresenta-se as características, restrições, premissas e representações do problema de programação no ambiente *job shop*, logo será apresentada a revisão bibliográfica dos trabalhos existentes na literatura sobre o tema em estudo.

2.1. O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PRODUÇÃO NO AMBIENTE *JOB SHOP*

O problema de programação de tarefas no ambiente *job shop*, pode ser definido formalmente como um modelo conceitual na área de pesquisa operacional, como um conjunto de m máquinas, um conjunto de n tarefas ou *jobs* e um conjunto de m operações definidas para cada tarefa j . Onde a série de operações deve ser estabelecida e determinada no instante de início da produção da fábrica, cada operação deve ser realizada numa única máquina por um determinado período de tempo sem interrupção e cada máquina pode realizar somente uma operação de cada vez.

O modelo auxilia a determinar a programação das operações das tarefas em cada uma das máquinas aperfeiçoando a função objetivo estabelecido. Um exemplo baseado em Scrich (1997) com 3 tarefas e 4 máquinas está ilustrado na figura 2.1, e o roteiro referente a cada tarefa é mostrado na tabela 2.1. Note que a sequência em cada máquina é diferente.

TABELA 2.1. ROTEIRO DE TAREFAS

Tarefa	Roteiro/Máquinas	Tempo
J1	1, 4, 3, 2	25, 7, 18, 15
J2	2, 3, 1, 4	10, 30, 7, 15
J3	4, 1, 2, 3	18, 22, 10, 7

FIGURA 2.1. REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROBLEMA

Pode-se observar na figura 2.1 que as tarefas têm diferentes sequências de processamento no ambiente e cada tarefa é realizada segundo a sua sequência de operações, ao contrário de outros ambientes como o de *flow shop* onde as tarefas são processadas em estágios sucessivos, formando um fluxo contínuo.

O problema de programação de produção no ambiente *job shop* pode ser representado pela notação $\alpha|\beta|\gamma$, largamente utilizada para descrever problemas de programação de tarefas em diferentes ambientes, onde α representa a configuração das máquinas, β indica características especiais das tarefas e dos recursos e γ define o critério de otimização utilizado. Logo, o modelo determinado para o ambiente *job shop* pode ser descrito como $Jm|n|C_{max}$, onde Jm se refere ao número de *Jobs* ou tarefas, n ao número de máquinas e C_{max} ao instante de término da última tarefa no ambiente, ou seja, minimizar o instante de término da última tarefa no ambiente *job shop* com m máquinas e n tarefas. O número de alternativas para solucionar o problema de programação de produção no ambiente é $n!^m$ e é classificado como *NP-Hard* (Brucker, 1994).

A série de suposições particulares que constituem e facilitam a concepção, definição e resolução do modelo são citados por Pham (2008) e descritos a seguir:

Suposições referentes às tarefas:

- Cada tarefa é determinada no início do período de sequenciamento e deve estar disponível para ser processada no momento zero.
- Existe um roteiro sequencial de operações para cada tarefa, onde cada operação (exceto a primeira) tem uma única operação precedente.
- Cada operação toma um tempo de processamento determinístico e contínuo que inclui o tempo de transporte e *setup*.
- Não existe data de entrega para nenhuma tarefa.

Suposições referentes às máquinas ou processos

- Cada máquina está disponível de forma contínua através de todo o processo de sequenciamento.
- Cada máquina elabora uma tarefa de cada vez (ou equivalentemente uma operação de cada vez).
- Cada operação uma vez iniciada num processo deve ser finalizada sem interrupção.
- Não existe limite de tarefas na fila antes e depois de cada máquina.

2.2. REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS

Na área de *scheduling* os métodos mais utilizados na representação gráfica do problema de programação de produção no ambiente *job shop* são o Gráfico de Gantt e o Grafo Disjuntivo, que permitem ilustrar de forma detalhada as sequências de produção.

O gráfico de Gantt introduzido por Henry L. Gantt no início da década de 1900 permite uma visualização gráfica e intuitiva de um possível sequenciamento. No gráfico, o conjunto de máquinas é disposto no eixo vertical e a escala do tempo é indicada no eixo horizontal, estabelecendo uma barra horizontal para cada tempo de processamento de cada operação em cada máquina.

Uma possível programação de produção do exemplo apresentado na tabela 1.1. é ilustrada no Gráfico de Gantt da figura 2.2.

FIGURA 2.2 EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO NO AMBIENTE *JOB SHOP*

Observe que, como foi descrito anteriormente todas as tarefas tem roteiros diferentes dificultando a otimização da produção em cada máquina e criando tempos ociosos nas sequências de produção.

O Grafo Disjuntivo (Balas, 1969), permite a modelagem matemática dos problemas de programação através da interface gráfica e possibilita o desenvolvimento de técnicas mais eficazes de solução exata e aproximada (Atkinson, 1999). A representação do modelo para o ambiente *job shop* através de um grafo disjuntivo é representado da forma $G = (S, C, D)$ onde:

- **S**: faz referência aos nós do grafo, para cada operação de cada tarefa é criado um nó com peso igual ao tempo de processamento, além disso, dois nós artificiais são criados com peso nulo que correspondem a operação inicial (nó 0) e final (nó *) do programa de produção.

- **C:** representa o conjunto de **Arcos Conjuntivos** relativos a sequência de operações de uma tarefa, ou seja, tais arcos representam as restrições de precedência entre as operações de uma mesma tarefa.

Note que:

- Um arco é criado do nó inicial ao nó correspondente a primeira operação de cada tarefa.
 - Para cada operação de cada tarefa é criado um arco do nó correspondente aquela operação ao nó correspondente à próxima operação.
 - Um arco é criado do nó correspondente a última operação de cada tarefa ao nó final.
- **D:** representa o conjunto de **Arcos Disjuntivos** correspondentes às limitações dos recursos, os arcos disjuntivos não têm direção e representam o par de operações de diferentes tarefas a serem executadas na mesma máquina. A escolha de uma direção desses arcos estabelecerá a ordem de execução das tarefas na mesma máquina.

A figura 2.3 a seguir ilustra o grafo disjuntivo para o exemplo apresentado anteriormente (Tabela 1.1). Note que o conjunto de arcos superiores horizontais formam a sequência de processamento da tarefa 1, o conjunto de arcos na parte central formam a sequência de processamento da tarefa 2 e o ultimo conjunto de arcos horizontais formam a sequência de processamento da tarefa 3.

FIGURA 2.3. EXEMPLO DE GRAFO DISJUNTIVO

Na figura 2.3., os arcos disjuntivos mostram, por exemplo, que as tarefas 1, 2 e 3 são processadas pela máquina 1 e configuram um ciclo, na máquina 2 configuram um segundo ciclo, na máquina 3 configuram um terceiro ciclo e na máquina 4 configuram um quarto ciclo. O princípio básico de sequenciamento do grafo disjuntivo consiste na atribuição de uma direção aos arcos disjuntivos, ou seja, a definição de uma ordem de processamento entre todas as operações que são processadas numa mesma máquina.

O *Makespan* do modelo pode ser calculado através da soma dos tempos de processamento do caminho crítico, definido como o maior caminho entre o início de processamento das tarefas (nó 0) até a conclusão de todas as tarefas em todas as máquinas (nó *). Se o gráfico contém um ciclo o caminho crítico se tornará infinito e, por tanto infactível, enquanto toda configuração sem ciclos representara uma solução factível do problema.

Na figura 2.4 apresenta-se a resolução do exemplo anterior, note que todos os arcos disjuntivos têm uma direção e o *makespan* é ilustrado pelas setas vermelhas.

FIGURA 2.4. RESOLUÇÃO DO EXEMPLO DE GRAFO DISJUNTIVO

Deste modo, o objetivo consiste em encontrar a programação das operações nas máquinas que minimize o tempo total de execução de todas as operações (*makespan*), se traduz em encontrar a configuração do grafo acíclico, que resulte no menor tempo de execução desde o início de processamento.

CAPÍTULO 3: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão apresentados e examinados os métodos de resolução de problemas correlatos encontrados na literatura e será realizada uma revisão das principais ferramentas computacionais utilizadas para o problema de programação de tarefas no ambiente *job shop*.

Além disso, serão apresentadas de forma detalhada as formulações matemáticas encontradas na literatura referentes ao problema em estudo e examinadas ao longo do trabalho.

3.1. MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Nos últimos anos, o estudo do problema de programação de tarefas no ambiente *job shop* progrediu à medida que o desenvolvimento da ciência da computação foi evoluindo. Este avanço permitiu aos pesquisadores conceber e estudar abordagens não permitidas no passado e que em muitos casos atingiram melhorias significativas no processo de resolução do problema. (Fan-Zhang, 2010).

Segundo Fan e Zhang (2010), a maioria dos estudos realizados sobre o problema de programação no ambiente *job shop* enfoca a geração e aplicação de métodos aproximados como heurísticas e meta-heurísticas. Ainda assim, os autores afirmam que as pesquisas realizadas no estudo de métodos exatos como aprimoramento das formulações matemáticas e procedimentos como *Branch and Bound* (B&B) vem sendo cada vez mais alvo de pesquisas e prometem ser mais eficientes em tempos de processamento razoáveis.

Para o caso em que se considera a minimização do *makespan*, Carlier e Pinson (1989) e Applegate e Cook (1991) desenvolveram algoritmos B&B para *job shop*, baseados na resolução do problema de sequenciamento de tarefas em uma máquina. Carlier e Pinson (1989) testaram problemas onde o número

de tarefas varia entre 6 a 20 e o número de máquinas de 4 a 10, sendo que os maiores problemas possuem uma dimensão 100 ($n \times m$) enquanto Appelgate e Cook (1991) só testaram problemas de ordem de 10 tarefas e 10 máquinas e 15 tarefas e 15 máquinas.

Aerts (1997) apresenta um *survey* de algoritmos de otimização, onde são descritas diversas estratégias aplicadas ao método B&B. O autor enfatiza as estratégias de relaxação e nas estratégias de ramificação da árvore analisando autores como Carlier e Pinson (1989), Appelgate e Cook (1991) e Perregaard e Clausen (1996). As conclusões mostram que o método desenvolvido por Perregaard e Clausen (1996) é o algoritmo que consegue os melhores resultados.

Nababan *et al.* (2008) apresentam um algoritmo B&B baseado na formulação disjuntiva do problema e se caracteriza pelo seu processo de ramificação. Neste processo, em cada nó da árvore um número de ramificações igual ao número de operações é criado, permitindo gerar a árvore inteira desde o início e admitindo reduzir o número de ramificações a serem exploradas. A eficiência do algoritmo é avaliada utilizando-se instâncias de problemas que vão desde 10 tarefas e 5 máquinas até 50 tarefas e 20 máquinas, os resultados mostram-se comparáveis aos estabelecidos por Perregaard e Clausen (1996).

Tan *et al.* (2010) apresentam um procedimento híbrido que utiliza o procedimento B&B e a técnica *Constraint Programming* (CP) denominada (HCPBAB). O procedimento caracteriza-se por realizar cortes específicos nas ramificações e diminuir combinações a serem exploradas. O procedimento é avaliado através da resolução de 40 instâncias que vão desde 10 tarefas e 5 máquinas até 15 tarefas e 15 máquinas e mostra ser mais eficiente que só a implementação do algoritmo B&B.

Fernandes e Lourenço (2007) apresentam um algoritmo que combina uma heurística de busca local (GRASP) com o método exato B&B. O procedimento estabelece o uso do método B&B para resolver o problema programação de tarefas em cada uma das máquinas e estabelecer a sequência inicial do ambiente. A busca local foi constituída com movimentos de blocos de operações igual ao realizado por autores Balas e Vazacopoulos (1998). O método foi avaliado com instâncias desde 10 tarefas e 5 máquinas até 15 tarefas com 15 máquinas.

Na área da programação matemática, as formulações são a maneira natural para atacar problemas de *scheduling* dado que tem a vantagem de considerar de maneira simples, as diferentes funções objetivo e permitir incorporar diversas restrições dentro do modelo (Pan, 1997).

Para o problema em estudo, modelos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) foram propostos e avaliados para encontrar as soluções ótimas do problema. Wagner (1958) desenvolveu sua formulação para o problema de *job shop* que se caracteriza por designar tarefas em posições na sequência de produção. Enquanto, Manne (1960) desenvolveu a sua formulação baseada no uso de restrições disjuntivas na formulação para controlar a ordem de precedência das tarefas na sequência de produção.

Liao e You (1992) apresentam uma modificação da formulação de Manne (1960) onde cada par de restrições disjuntivas são combinadas numa restrição de igualdade e é acrescentado um *upper bound* como variável auxiliar. Wilson (1989) apresenta uma alternativa à formulação de Wagner (1958) baseada na relação de precedência entre duas tarefas consecutivas numa máquina, a formulação reduz tanto o número de restrições quanto o número de variáveis contínuas.

Dentro da literatura, vários modelos de PLIM como os apresentados anteriormente foram estabelecidos como superiores em termos de dimensões ou testes computacionais. Por exemplo, Pan (1997) realiza uma análise

matemática das diversas formulações estabelecidas para os ambientes, *job shop*, *flow shop* e *flow shop flexível*, tomando como referência autores como Wagner (1958) e Manne (1960). O autor efetua a comparação matemática de seis formulações para cada ambiente e conclui que a formulação de Manne (1960) é a formulação com melhor desempenho para o caso em estudo, pelo menor número de variáveis binárias utilizadas no processo de resolução.

Segundo Pan (1997), a velocidade com a qual uma formulação do tipo PLIM pode ser resolvida depende de três fatores importantes: o número de variáveis binárias, o número de restrições e o número de variáveis contínuas, em ordem de prioridade. Nesse sentido, Pan se baseia no estudo realizado por French (1982) sobre formulações matemáticas, que declara baseando-se em trabalhos realizados por Wilson (1989) e Liao e You (1992) que o número de restrições de uma formulação de tipo inteira linear mista é o segundo fator de impacto na velocidade de resolução dado dois modelos que tem o mesmo número de variáveis binárias.

Sendo que os trabalhos realizados por Wilson (1989) e Liao e You (1992) não são conclusivos em referência a importância do número de restrições e o número de variáveis binárias de um modelo de programação linear inteira mista, não existem testes computacionais suficientes para confirmar o comportamento, bem como inexistem outros estudos sobre o tema. As afirmações de French (1982) e Pan (1997) não são considerados conclusivos dada a insuficiência de provas e testes computacionais.

Phan (2008) realiza uma análise das diferentes formulações estabelecidas para o ambiente *job shop*, e tomando como referência as mesmas formulações matemáticas que Pan (1997), o autor efetua a comparação matemática através da análise de restrições e variáveis binárias e reais das seis formulações, além disso, o autor realiza testes computacionais com uma amostra de 25 instâncias retiradas da literatura que vão desde 10 tarefas e 5 máquinas até 30 tarefas e 10 máquinas. As conclusões do autor indicam ao igual que Pan (1997), que a formulação de Manne (1960) é a

formulação que obtém o melhor desempenho para o caso em estudo, pelo menor número de variáveis binárias utilizadas no processo de resolução e os resultados computacionais encontrados.

No entanto, as comparações efetuadas dos modelos PLIM para o problema de *job shop* foram dispersas, com poucos estudos realizados e com diferentes análises comparativas, utilizando um número limitado de instâncias para chegar as suas conclusões. Nesse sentido, seria desejável e útil uma análise ampla das formulações PLIM.

3.2. FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS

As formulações matemáticas fazem frente a problemas complexos permitindo que para problemas de otimização combinatória, como no caso do *job shop*, se consiga desenvolver soluções metodológicas e sistemáticas através de recursos computacionais.

No caso em estudo, existem diferentes alternativas para a sua formulação matemática que diferem significativamente na sua concepção e definição. Existem dois grandes grupos dependendo de como o horizonte de tempo é considerado, sejam eles:

- Formulações com horizonte de tempo discreto: onde o horizonte de tempo é separado em períodos de tempo.
- Formulações com horizonte de tempo contínuo: formulações onde o tempo é tratado como contínuo.

Nas formulações com horizonte de tempo discreto o horizonte de tempo é dividido num número finito e uniforme de intervalos de tempo, dessa forma o início e fim de cada tarefa ou outro evento é associado aos limites de cada intervalo. Assim, todas as restrições de capacidade e uso de recursos são modelados de maneira relativamente simples o que leva normalmente a

modelos com uma estrutura matemática bem definida, não obstante resultem normalmente em modelos matemáticos de grande porte e com incremento do esforço computacional.

Nesse sentido, dadas as limitações das formulações com tempo discreto, esforços são realizados nas formulações com o horizonte de tempo contínuo para desenvolver e estabelecer modelos mais eficientes e efetivos (FLOUDAS e LIN, 2005).

No caso em estudo apenas serão consideradas as formulações com o horizonte de tempo contínuo, classificando-as em dois grupos de acordo a forma em que cada operação é sequenciada nos processos. Os dois grupos são:

- Formulações de precedência.
- Formulações do tipo designação.

O primeiro grupo inclui a formulação de Manne (1960), a sua variante Adaptada de Manne que foi descrita por Baker (1974) e a formulação de Liao-You (1992) que se caracterizam por usar restrições disjuntivas para indicar a precedência da relação entre qualquer par de operações designadas numa mesma máquina.

O segundo grupo de formulações origina-se pela formulação de Wagner (1958) e sua adaptação realizada por Wilson (1989) que se caracterizam por dividir o espaço de tempo de cada máquina em posições, e cada operação é estabelecida em uma única posição da sequência de cada máquina.

A seguir se apresentará as distintas formulações matemáticas mencionadas com sua respectiva notação baseadas na notação de Pan (1997).

Formulações

MA=Manne, AM=Adaptada de Manne, LY=Liao-You, WA=Wagner, WI=Wilson

Índices

n	Número total de tarefas
m	Número de máquinas
i	Tarefa (<i>job</i>) i
k	Máquina k
l	Operação l
j	Posição j

Parâmetros

p_{ik}	Tempo de processamento da tarefa i na máquina k
r_{ilk}	Se a operação l da tarefa i requer a máquina k ; observe que $\sum_{k=1}^m r_{ilk} = 1 \quad \forall i \quad \forall l$
M	Número grande

Variáveis

Formulação

h_{jk}	Instante de início da tarefa na posição j na sequência da máquina k	WA, WI
s_{ik}	Instante de início da tarefa i na máquina k	MA, AM, LY
I_{1k}	Tempo ocioso (<i>Idle time</i>) da máquina k entre o instante de início da Produção e o instante de início da primeira tarefa na primeira Posição na máquina k .	WA
I_{jk}	Tempo ocioso (<i>Idle time</i>) da máquina k entre o instante de término da Tarefa na posição $(j-1)$ da sequência e o instante de início da tarefa na Posição j para $j=2,3,\dots,m$	WA
C_{max}	<i>makespan</i>	WA, WI, MA, AM, LY
$X_{ijk} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \text{Se a tarefa } i \text{ é sequenciada na posição } j \text{ na máquina } k \\ \text{Caso contrário} \end{cases}$	WA, WI
$Z_{iuk} \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \text{Se a tarefa } i \text{ precede a tarefa } u \\ \text{(não necessariamente de imediato) na máquina } k \\ \text{Caso contrário} \end{cases}$	MA, AM, LY

3.2.1. FORMULAÇÃO DE WAGNER

A formulação de Wagner (1958), como foi mencionado anteriormente, pertence ao grupo de formulações matemáticas do tipo Linear Inteira Mista com horizonte de tempo contínuo; e caracteriza-se por estabelecer em cada máquina um número finito de posições (definido como o número total de tarefas n) para fixar cada operação de cada tarefa nas máquinas e obter a sequência da produção.

A formulação de Wagner (1958) transforma os problemas de *scheduling* em problemas de designação de tarefas/operações em posições dentro de cada máquina, Baker e Keller (2010) mostram a eficiência deste tipo de modelo no ambiente de sequenciamento de produtos em uma máquina e concluem que a designação de tarefas em posições permite a obtenção de melhores resultados em comparação com as formulações de precedência. De forma similar Gupta *et al.* (2004) e Ronconi e Birgin (2012) mostram a eficiência do modelo nos ambientes *flow shop* e *flow shop* com *buffer zero*, e concluem como Baker e Keller (2010) que os modelos baseados na designação de posições permitem a obtenção de melhores resultados em tempos computacionais menores em comparação com as formulações de precedência. Além disso, Ronconi e Birgin (2012) sugerem que a análise realizada por Pan (1997) não foi conclusiva dado que suas conclusões não serem verificadas computacionalmente.

No caso da formulação realizada para o ambiente *job shop*, a formulação de Wagner (1958) apresenta quatro particularidades importantes:

1. Designação das tarefas nas posições.
2. Definição do instante de início da produção.
3. Existência de tempo ocioso entre posições consecutivas numa máquina.
4. Definição do instante de cada tarefa em cada posição na máquina.

Todas são traduzidas em restrições do modelo, e este se detalha a seguir.

$$\text{minimizar } C_{max} \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijk} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$h_{1k} = I_{1k} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

$$h_{jk} = \sum_{t=1}^j I_{tk} + \sum_{t=1}^{j-1} \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{itk} \quad j = 2, 3, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{ilk} (h_{jk} + p_{ik}) \leq \sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} h_{wk} + M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) + M(1 - \sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} X_{iwk}) \\ i, j, w = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (6)$$

$$h_{nk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ink} \leq C_{max} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (7)$$

$$h_{jk}, I_{jk} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$X_{ijk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

O conjunto de restrições do tipo (2) estabelece que cada tarefa pode ser alocada uma vez só em cada máquina. O conjunto de restrições do tipo (3) garante que cada posição em cada máquina só pode conter uma tarefa.

As restrições do tipo (4) impõem que o instante de início da tarefa na primeira posição numa determinada máquina seja igual ao tempo ocioso (*idle time*) transcorrido entre o instante de início da produção e o instante de início do processamento da primeira tarefa na primeira posição naquela máquina. A figura 3.1 a seguir, exemplifica o descrito.

FIGURA 3.1. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (4)

Observa-se na figura 3.1 que a máquina 1 começa no instante 0 de produção, tornando o tempo ocioso nulo e o instante de início da posição (h_{11}) igual 0 enquanto que na máquina 2 o instante de início da primeira tarefa na primeira posição é igual ao tempo ocioso I_{12} .

As restrições do tipo (5) definem que o instante de início de uma posição (diferente da inicial) numa máquina seja igual á somatória dos tempos ociosos incorridos na máquina desde o início da produção até a posição avaliada, mais a somatória dos tempos de processamento de todas as tarefas alocadas nas posições anteriores. A figura 3.2 a seguir, exemplifica o descrito.

FIGURA 3.2. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (5)

Observa-se na figura 3.2 que na máquina 2 o instante de início da tarefa na posição 2 (h_{22}) é igual ao tempo ocioso transcorrido entre o instante de início da produção e o instante de início da primeira posição na máquina (I_{12}) mais o tempo ocioso entre a posição anterior e a avaliada (I_{22}) mais o tempo de processamento da tarefa estabelecida na posição anterior (P_{22}).

As restrições do tipo (6) estabelecem para uma determinada tarefa i a sequência dos instantes de início de duas operações consecutivas, ou seja, o início de processamento da operação $i+1$ da tarefa i na posição w da máquina indicada para essa operação, só pode começar quando o processamento da operação i na posição j na máquina correspondente a essa operação seja concluída. Nesta restrição, pode-se observar que quando $X_{ijk_1} = 1$ e $X_{iwk_2} = 1$ (note que a máquina é diferente para cada operação), se terá que $h_{jk_1} + p_{ik_1} \leq h_{wk_2}$, garantindo assim, que a posição w só comece depois do término de

processamento da posição j (operações $h+1$ e l da tarefa i respectivamente), ou em outros termos garantindo a não sobreposição de operações de uma mesma tarefa. A figura 3.3 a seguir, exemplifica o descrito.

FIGURA 3.3. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (6)

Note que na figura 3.3, quando $X_{331} = 1$ e $X_{342} = 1$ o instante de início da posição 4 na máquina 2 (h_{42}) que corresponde a operação $h+1$ da tarefa 3 é igual o maior que o instante de início da posição 3 na máquina 1 (h_{31}) que corresponde a operação l da tarefa 3, mais o seu tempo de processamento (p_{31}), garantindo assim a não sobreposição de operações da tarefa 3.

A restrição (7) calcula o instante de término de todas as tarefas em todas as posições de cada máquina e determina o *makespan*. As restrições (8) e (9) estabelecem as variáveis como não negativas e binárias respectivamente.

3.2.2. FORMULAÇÃO DE WILSON

Pertencente a família de formulações de Wagner (1958) que estabelecem em cada máquina um número finito de posições (normalmente definido como o número total de tarefas n) para fixar cada operação de cada tarefa nas máquinas e obter a sequência de produção. A formulação realizada por Wilson (1989) apresenta uma alternativa baseada na relação de precedência de posições consecutivas numa mesma máquina, eliminando o conceito de instante de início de produção, conjunto de restrições (4), bem

como eliminando a quantificação do tempo ocioso entre posições consecutivas numa mesma máquina, conjunto de restrições (5).

Assim, no modelo de Wagner (1958) temos:

$$h_{1k} = I_{1k} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

$$h_{jk} = \sum_{t=1}^j I_{tk} + \sum_{t=1}^{j-1} \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{itk} \quad j = 2, 3, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

Enquanto no modelo de Wilson (1989) temos:

$$h_{jk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ijk} \leq h_{j+1,k} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

As restrições do tipo (13) impõem que para cada máquina o instante de início da posição $j+1$ seja maior ou igual, ao instante de início da posição anterior j ; mais o tempo de processamento da tarefa i estabelecida na posição j . A figura 3.4 a seguir, exemplifica o descrito.

FIGURA 3.4. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (13)

Observa-se na figura 3.4 que o instante de início da posição 2 na máquina 1 (h_{21}) é maior ou igual que o instante de início da posição 1 da máquina (h_{11}) mais o tempo de processamento da tarefa estabelecida nessa posição neste caso a tarefa 1 (p_{11}), e assim por diante para cada posição em cada máquina.

A formulação de Wilson (1989) utiliza um número menor de restrições e variáveis reais em comparação com a formulação Wagner (1958), o que em geral permite a simplificação do processo de resolução e demanda menores tempos computacionais. A formulação completa é apresentada a seguir:

$$\text{minimizar } C_{max} \quad (10)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijk} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

$$h_{jk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ijk} \leq h_{j+1,k} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{ilk} (h_{jk} + p_{ik}) \leq \sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} h_{wk} + M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) + M(1 - \sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} X_{iwk})$$

$$i, j, w = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (14)$$

$$h_{nk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ink} \leq C_{max} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

$$h_{jk} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

$$X_{ijk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

As restrições do tipo (11) estabelecem que cada tarefa pode ser alocada uma vez só em cada máquina. As restrições do tipo (12) garantem que cada posição em cada máquina só pode conter uma tarefa. As restrições do tipo (13) impõem que para cada máquina o instante de início da posição $j+1$ seja maior ou igual, ao instante de início da posição anterior j ; mais o tempo de processamento da tarefa i estabelecida na posição j .

As restrições do tipo (14) são iguais que as restrições do tipo (6) da formulação de Wagner (1958) que estabelecem para cada tarefa i os instantes de início de duas operações consecutivas, ou seja, o início de processamento da operação $l+1$ da tarefa i na posição w da máquina indicada para essa operação, só pode começar quando o processamento da operação l na posição j na máquina correspondente a essa operação seja concluída.

A restrição (15) calcula o instante de término da última posição de cada máquina denominada como *makespan*. As restrições (16) e (17) estabelecem as variáveis como não negativas e binárias respectivamente.

3.2.3. FORMULAÇÃO DE MANNE

Pertencente ao grupo de formulações matemáticas do tipo Linear Inteira Mista com horizonte de tempo contínuo; a formulação desenvolvida por Manne (1960) se caracteriza por utilizar restrições disjuntivas para indicar a precedência da relação entre qualquer par de operações designadas numa mesma máquina.

A formulação de Manne (1960) ao contrário da formulação realizada por Wagner (1958) estabelece o par de restrições disjuntivas para cada par de operações estabelecidas na máquina, fato que reduz de forma significativa o número de restrições e o número de variáveis utilizadas na resolução do problema.

$$\text{minimizar } C_{max} \quad (18)$$

s.a.

$$\sum_{k=1}^m r_{ilk}(s_{ik} + p_{ik}) \leq \sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} s_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (19)$$

$$(M + p_{uk})Z_{iuk} + (s_{ik} - s_{uk}) \geq p_{uk} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (20)$$

$$(M + p_{ik})(1 - Z_{iuk}) + (s_{uk} - s_{ik}) \geq p_{ik} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{imk}(s_{ik} + p_{ik}) \leq C_{max} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (23)$$

$$Z_{iuk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i, u = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (24)$$

As restrições do tipo (19) estabelecem para uma determinada tarefa i a precedência dos instantes de início das operações nas máquinas correspondentes, ou seja, o instante de início da operação $l+1$ da tarefa i numa máquina k deve ser maior ou igual ao instante de início da operação l na máquina correspondente a essa operação mais o seu tempo de processamento. A figura 3.5 a seguir, exemplifica o descrito.

FIGURA 3.5. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (19)

Observa-se na figura 3.5 que o instante de início da operação 2 da tarefa 1 na máquina 3 (S_{13}) é maior ou igual que ao instante de início da operação 1 na máquina 1 (S_{11}) mais o tempo de processamento da tarefa (p_{11}), e assim por diante para cada operação em cada máquina.

As restrições do tipo (20) e (21) são as denominadas restrições *disjuntivas*, as quais determinam a precedência de todas as tarefas em uma máquina. A figura 3.6 a seguir, exemplifica o descrito:

FIGURA 3.6. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (20) E (21)

Note-se na figura 3.6 que quando Z_{121} é igual a 1, o instante de início da tarefa 2 na máquina 1 (S_{21}) é maior ou igual ao instante de início da tarefa 1 na máquina 1 (S_{11}) mais o tempo de processamento da tarefa (p_{11}), e assim por diante para cada par de tarefas em cada máquina.

A restrição (22) determina o instante de término da última operação de cada tarefa, o qual é denominado *makespan*. As restrições (23) e (24) estabelecem as variáveis como não negativas e binárias respectivamente.

3.2.4. FORMULAÇÃO ADAPTADA DE MANNE

A formulação denominada como Adaptada de Manne consiste numa modificação das restrições disjuntivas para a alocação das tarefas nas máquinas com base na análise do parâmetro M da formulação.

Segundo Baker (1974), Ravindran *et al.* (1987) e Liao-You (1992) ao se definir o parâmetro M como um número muito grande a adesão do parâmetro p_{ik} ao mesmo, não afeta o desempenho da formulação e pode ser retirada da formulação. Assim as restrições (20) e (21) resultariam em:

$$M * Z_{iuk} + (s_{ik} - s_{uk}) \geq p_{uk} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (27)$$

$$M * (1 - Z_{iuk}) + (s_{uk} - s_{ik}) \geq p_{ik} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (28)$$

E a formulação completa a apresentada a seguir:

$$\text{minimizar } C_{max} \quad (25)$$

s.a.

$$\sum_{k=1}^m r_{ilk}(s_{ik} + p_{ik}) \leq \sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} s_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (26)$$

$$M * Z_{iuk} + (s_{ik} - s_{uk}) \geq p_{uk} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (27)$$

$$M * (1 - Z_{iuk}) + (s_{uk} - s_{ik}) \geq p_{ik} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (28)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{imk}(s_{ik} + p_{ik}) \leq C_{max} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (30)$$

$$Z_{iuk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i, u = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (31)$$

As restrições (26), (29), (30) e (31) possuem o mesmo significado que as restrições (19), (22), (23) e (24) respectivamente.

3.2.5. FORMULAÇÃO DE LIAO - YOU

A formulação proposta por Liao e You (1992) pertence à família de formulações que utiliza restrições disjuntivas para a resolução do problema, e foi desenvolvida com a finalidade de reduzir o tempo computacional de resolução do modelo.

A formulação se baseia na formulação Adaptada de Manne e elabora uma alteração sobre as denominadas restrições *disjuntivas* (27) e (28). O desenvolvimento é detalhado a seguir:

Reescrevendo as restrições (27) e (28) temos que:

$$s_{ik} - s_{uk} - p_{uk} + M * Z_{iuk} \geq 0 \quad (27)$$

$$-s_{ik} + s_{uk} + p_{uk} - M * Z_{iuk} \geq p_{uk} + p_{ik} - M \quad (28)$$

Definindo:

$$q_{iuk} = s_{ik} - s_{uk} - p_{uk} + M * Z_{iuk} \quad (34)$$

Assim, as desigualdades (27) e (28) se reduzem a:

$$0 \leq q_{iuk} \leq M - p_{ik} - p_{uk} \quad (35)$$

Neste caso, os autores Liao e You estabelecem uma variável auxiliar $q_{iuk} \geq 0$ para cada desigualdade encontrada nas restrições do tipo (27) da formulação Adaptada de Manne e onde as restrições do tipo (35) estabelecem um *lower bound* e um *upper bound* para cada variável q_{iuk} .

Dessa forma, a formulação permite na exploração da árvore *Branch and Bound* o uso do método simplex canalizado que admite simplificar a exploração e consequentemente facilita encontrar a solução ótima do problema. Observe-se que a nova formulação reduz uma restrição de cada par de tarefas em cada máquina, mas incrementa o número de variáveis contínuas na mesma dimensão (Ronconi e Birgin, 2012).

A formulação completa a apresentada a seguir:

$$\text{minimizar} \quad C_{max} \quad (32)$$

s.a.

$$\sum_{k=1}^m r_{ilk}(s_{ik} + p_{ik}) \leq \sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} s_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (33)$$

$$M * Z_{iuk} + (s_{ik} - s_{uk}) - p_{uk} = q_{iuk} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (34)$$

$$q_{iuk} \leq M - p_{ik} - p_{uk} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (35)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{imk}(s_{ik} + p_{ik}) \leq C_{max} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (36)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (37)$$

$$q_{iuk} \geq 0 \quad i, u = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (38)$$

$$Z_{iuk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i, u = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (39)$$

As restrições do tipo (33) estabelecem para uma determinada tarefa i a precedência dos instantes de início das operações nas máquinas correspondentes, ou seja, o instante de início da operação $l+1$ da tarefa i numa máquina k deve ser maior ou igual ao instante de início da operação l na máquina correspondente a essa operação mais o seu tempo de processamento.

As restrições (34) e (35) são as denominadas restrições *disjuntivas*, as quais determinam o processamento de só uma tarefa em uma máquina em qualquer instante de tempo.

A restrição (36) determina o instante de término da última operação de cada tarefa, o qual é denominado *makespan*. As restrições (37), (38) e (39) estabelecem as variáveis como não negativas e binárias respectivamente.

3.3. DIMENSÕES DAS FORMULAÇÕES

A seguir resumem-se as principais características das formulações apresentadas. A tabela 3.1 apresenta três parâmetros: número de restrições, número de variáveis binárias e número de variáveis contínuas. As dimensões das formulações também podem ser encontradas em Pan (1997).

TABELA 3.1. CARACTERÍSTICAS DAS FORMULAÇÕES

	Modelo	Número de Restrições	Número de variáveis binárias	Número de variáveis contínuas
Precedência	Manne	mn^2	$mn(n-1)/2$	$mn+1$
	A.M.	$mn^2 - n$	$mn(n-1)/2$	$mn+1$
	Liao-You	$mn(n+1)/2$	$mn(n-1)/2$	$mn(n+1)/2 + 1$
Designação	Wagner	$n^3(m-1) + 3mn + m$	mn^2	$2mn + 1$
	Wilson	$n^3(m-1) + 3mn$	mn^2	$mn + 1$

Através da análise da Tabela 3.1 obtemos as seguintes observações.

As formulações do tipo designação têm um número maior de restrições e variáveis que as formulações de precedência.

Dentro das formulações de designação a formulação de Wilson apresenta um menor número de variáveis contínuas e de restrições, ressaltando o efeito da modificação de Wilson sobre a formulação de Wagner.

Dentre as formulações de precedência a formulação de Liao-You apresenta o menor número de restrições e o maior número de variáveis reais em comparação com as formulações de Manne e sua forma Adaptada, mostrando de igual forma o efeito da modificação dos autores Liao – You sobre a formulação de Manne

Realizando uma análise sobre as formulações, pode-se observar que na formulação de Wagner, o conjunto de restrições que procuram estabelecer a sequência de operações de uma mesma tarefa é da ordem n^3 e é estabelecida pelo conjunto de restrições número (6), enquanto que na formulação de Manne é da ordem n^2 e é estabelecida pelo conjunto de restrições número (19). No caso, dado o grande número de restrições e a finalidade das restrições o número de possibilidades a ser avaliadas dentro do *software* é muito maior na formulação de Wagner que na formulação de Manne.

Por outro lado na formulação de Wagner, o conjunto de restrições que procuram estabelecer a sequência de tarefas numa mesma máquina é da ordem n^2 e é estabelecida pelas restrições número (2), (3), (4) e (5), enquanto que na formulação de Manne o descrito é estabelecido pelas restrições disjuntivas número (21) e (22), que segundo Raman e Grossmann (1994) provocam que no processo de relaxação linear que a resolução do problema seja bastante pobre e resulte em tempos de processamento altos. Nesse sentido o conjunto de restrições na formulação de Manne é maior do que na formulação de Wagner.

A formulação de Wilson utiliza um menor número de restrições em referência à formulação de Wagner, não obstante a ordem de grandeza seja a mesma.

Observa-se que todas as formulações apresentam vantagens e desvantagens para a modelagem e simulação do ambiente, embora a análise das dimensões matemáticas não seja suficiente para estabelecer uma formulação como melhor e sejam necessários testes computacionais que permitam observar de melhor forma o comportamento de cada uma delas.

CAPÍTULO 4: FORMULAÇÃO PROPOSTA

Com a finalidade de desenvolver uma formulação matemática que auxilie a simulação do ambiente e permita encontrar melhores soluções que os modelos da literatura, na presente investigação foi estabelecida uma nova formulação do tipo linear inteiro mista que pertence ao grupo de formulações que designam operações em posições.

4.1. DESCRIÇÃO DA FORMULAÇÃO

A formulação surgiu no intuito de aproveitar vantagens das formulações de Manne (1960) e de Wagner (1958) e descartar as desvantagens de cada uma, tentando dessa forma obter um melhor modelo para o ambiente. Assim, a formulação proposta, como na formulação de Manne (1960), a designação de precedência de operações de uma mesma tarefa e utiliza igual a formulação de Wilson (1989), alternativa de formulação para Wagner (1958), a designação de precedência de posições numa máquina.

Assim, ao se obter os valores de início de processamento de uma operação numa máquina e os valores de início de cada posição da máquina, a variável de decisão binária deverá decidir qual posição da máquina corresponde ao instante de início da operação e produzir uma restrição do tipo “se – então”.

A formulação proposta, como a formulação de Wilson (1989), reduz o número de restrições do modelo de Wagner (1958) através do uso de variáveis reais. O modelo completo é detalhado a seguir.

$$\text{minimizar} \quad C_{max} \quad (40)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijk} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (41)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (42)$$

$$h_{jk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ijk} \leq h_{j+1,k} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (43)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} s_{ik} \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (s_{ik} + p_{ik}) \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (44)$$

$$M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (s_{ik} - h_{jk}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (45)$$

$$M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (h_{jk} - s_{ik}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (46)$$

$$h_{nk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ink} \leq C_{max} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (47)$$

$$h_{jk} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (48)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (49)$$

$$X_{ijk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (50)$$

As restrições do tipo (41) estabelecem que cada tarefa pode ser alocada somente uma vez em cada máquina. As restrições do tipo (42) garantem que cada posição em cada máquina só pode conter uma tarefa. As restrições do tipo (43) impõem que para cada máquina o instante de início da posição $j+1$ seja maior ou igual ao instante de início da posição anterior j mais o tempo de processamento da tarefa i estabelecida na posição j .

As restrições do tipo (44) estabelecem para uma determinada tarefa i a sequência dos instantes de início de duas operações consecutivas, ou seja, o início de processamento da operação $l+1$ da tarefa i na máquina indicada para essa operação, só pode começar quando o processamento da operação anterior l da tarefa i na máquina correspondente a essa operação seja concluída.

As restrições do tipo (45) e (46) estabelecem que para cada tarefa i e cada operação l deve existir uma posição j estabelecida na máquina k que corresponda a essa operação, de tal forma que o instante de início h dessa posição deverá ser igual ao instante de início s da tarefa i na mesma máquina, A figura 4.1 a seguir, exemplifica o descrito.

FIGURA 4.1. EXEMPLO DO CONJUNTO DE RESTRIÇÕES (45) E (46)

Observa-se na figura 4.1 que quando a tarefa 1 na posição 2 da máquina 2 é igual a 1, então: $X_{1,2,2} = 1 \rightarrow h_{22} = s_{12}$, ou seja, o início da tarefa 1 na máquina 1 tem que ser igual ao início da posição 2 da máquina 1, dado que a tarefa 1 foi alocada nessa posição.

No caso contrário, quando, $X_{1,2,1} = 0 \rightarrow M \geq h_{21} - s_{11}$ e $M \geq s_{11} - h_{21}$, ou seja, quando a tarefa 1 não é alocada na posição 2 da máquina 1, o parâmetro M invalida a restrição.

A restrição (47) calcula o instante de término da última posição de cada máquina denominada como *makespan*. As restrições (48), (49) e (50) estabelecem as variáveis como não negativas e binárias respectivamente.

Observa-se que a formulação contém as restrições de precedência de posições da formulação de Wilson e as restrições de precedência de operações de uma tarefa da formulação de Manne o que garante a não sobreposição de nenhuma operação na programação de produção. Por exemplo, para a tarefa 1 teremos que:

$$s_{11} + p_{11} \leq s_{13} + p_{13} \leq s_{14} + p_{14} \leq s_{12}$$

O qual leva a:

$$h_{11} + p_{11} \leq h_{23} + p_{13} \leq h_{34} + p_{14} \leq h_{22}$$

Como na máquina 2 temos que:

$$h_{12} + p_{22} \leq h_{22} + p_{12} \leq h_{32} + p_{42} \leq h_{42}$$

Então:

$$h_{12} + p_{22} \leq h_{22} \quad \text{e} \quad h_{34} + p_{14} \leq h_{22}$$

Dessa forma, o modelo garante a não sobreposição das operações na programação de todas as tarefas em todas as máquinas.

4.2. DIMENSÕES DA FORMULAÇÃO

A seguir resumem-se as principais características da formulação proposta e compara com as formulações apresentadas no capítulo anterior. A tabela 4.1 apresenta três parâmetros: número de restrições, número de variáveis binárias e número de variáveis contínuas.

TABELA 4.1. CARACTERÍSTICAS DA FORMULAÇÃO PROPOSTA

	Modelo	Número de Restrições	Número de variáveis binárias	Número de variáveis contínuas
Precedência	Manne	mn^2	$mn(n-1)/2$	$mn+1$
	A.M.	$mn^2 - n$	$mn(n-1)/2$	$mn+1$
	Liao-You	$mn(n+1)/2$	$mn(n-1)/2$	$mn(n+1)/2 + 1$
Designação	Wagner	$n^3(m-1) + 3mn + m$	mn^2	$2mn+1$
	Wilson	$n^3(m-1) + 3mn$	mn^2	$mn+1$
	Proposta	$2mn^2 + 4mn - n$	mn^2	$2mn+1$

Através da análise da Tabela 4.1 obtemos as seguintes observações.

A formulação Proposta utiliza o mesmo número de variáveis binárias e contínuas que as formulações de designação, mas apresenta um número menor de restrições, sendo da ordem n^2 ao igual que as formulações de precedência. Neste sentido, a formulação Proposta utiliza um número muito menor de restrições que a formulação de Wilson e utiliza mais do que o dobro das restrições de Manne.

Pan (1997) alega que em ambientes de *job shop* e *flow shop*, o fator mais relevante na resolução de problemas através de formulações matemáticas do tipo PLIM é o número de variáveis binárias, não obstante Ronconi e Birgin (2012) e Gupta *et al.* (2004) concluem que só o número de variáveis binárias não é suficiente para determinar o nível de dificuldade na resolução de problemas, e afirmam que as formulações do tipo designação apresentam melhores resultados em menor tempo computacional para ambientes do tipo *flow shop*.

Baker e Keller (2010) concluem que no ambiente de sequenciamento de produtos numa só máquina, as formulações de designação obtém melhores resultados do que as formulações de precedência. Nesse sentido, para determinar a formulação com melhor desempenho para ambiente *job shop*, no capítulo 5 as distintas formulações serão avaliadas através de testes computacionais através de problemas extraídos da literatura.

CAPÍTULO 5: AVALIAÇÃO DAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS

Com o objetivo de estabelecer uma comparação entre as formulações matemáticas e determinar a eficiência de cada uma no momento de resolução de problemas, as diversas formulações apresentadas e detalhadas foram resolvidas através do *software* CPLEX v.12.2 que utiliza a interface *OPL Studio IDE Academic Research*.

5.1. AVALIAÇÃO DE FORMULAÇÕES ATRAVÉS DE TESTES COMPUTACIONAIS

A finalidade do estudo é avaliar os resultados computacionais segundo o número de soluções ótimas encontradas e em relação ao tempo computacional estabelecido. Foram agrupadas 45 instâncias diferentes utilizadas frequentemente na literatura como *benchmark* que vão desde instâncias pequenas de 10 tarefas e 5 máquinas, até grandes de 20 tarefas e 15 máquinas. As instâncias denominadas *la01* até *la40* foram extraídas do trabalho de Lawrence (1984) e as denominadas *Abz5* até *Abz9* extraídas de Adams *et al.* (1988). Todas as instâncias estão disponíveis no *OR Library* ([HTTP://PEOPLE.BRUNEL.AC.UK/~MASTJJB/JEB/INFO.HTML](http://people.brunel.ac.uk/~MASTJJB/JEB/INFO.HTML)) e foram implementadas num computador *Intel Core i7*, 2,93 Ghz e 16 Gb de memória RAM. A seguir é detalhada a definição dos parâmetros e os resultados obtidos.

5.1.1. CÁLCULO DO PARÂMETRO M OU *BIG-M*

O parâmetro M ou *big-M* é definido na literatura como um número muito grande que permite estabelecer as restrições disjuntivas ou as restrições *se – então* em determinados casos e deve ser considerado para o correto desenvolvimento do método. Segundo Raman e Grossmann (1994) as formulações matemáticas estabelecidas para o modelo de *job shop* que utilizam o parâmetro *big-M*, provocam que o processo de relaxação linear na resolução do problema seja bastante pobre e resulte em tempos de processamento altos.

Note que, se o valor do parâmetro M é definido como muito pequeno ele eliminará soluções factíveis que poderiam conduzir ao ótimo, por outro lado, se o parâmetro é definido com um valor muito maior do necessário o problema incrementará o número de nós a serem explorados, tornando o problema inviável de ser resolvido em um tempo computacional razoável (Gupta *et al.*, 2004; Ronconi e Birgin, 2012).

Dessa forma, o estabelecimento do valor do parâmetro M deve ser realizado através de uma análise das restrições que o utilizam dentro dos modelos avaliados. Assim nos modelos apresentados o valor do parâmetro foi definido pelos critérios descritos a seguir:

- Na formulação de Manne o valor de M deve ser grande o suficiente para permitir que a seguinte restrição seja válida:

Considerando que $Z_{iuk} = 0$:

$$M \geq s_{ik} - s_{uk}$$

No pior dos cenários o parâmetro M deverá ser maior ou igual que: A diferença entre o início da tarefa u supondo-a como a primeira a ser alocada na máquina k (no pior dos casos no instante 0) e o início da tarefa i com a suposição de ser a última tarefa alocada nesta máquina. Supondo que a operação da tarefa i seja a última e que todas as tarefas estejam alocadas em todas as máquinas. O valor de M deverá ser maior ou igual ao *makespan*, dado que $C_i = s_{ik} + p_{ik}$. O mesmo acontece considerando $Z_{iuk} = 1$.

- Na formulação Adaptada de Manne o valor de M deve ser grande o suficiente para permitir que a seguinte restrição seja válida:

Considerando que $Z_{iuk} = 0$:

$$M \geq s_{ik} + p_{ik} - s_{uk}$$

Similar a formulação de Manne o pior dos cenários para o parâmetro M deverá ser maior igual ao *makespan*, dado que $C_i = s_{ik} + p_{ik}$ e a tarefa i pode ser a última a ser alocada. O mesmo acontece considerando $Z_{iuk} = 1$.

- Na formulação de Liao–You o valor de M deve ser grande o suficiente para permitir que a seguinte restrição seja válida:

$$M \geq p_{ik} + p_{uk} + q_{iuk}$$

Dado que q_{iuk} é igual a:

$$q_{iuk} = s_{ik} - s_{uk} - p_{uk} + M * Z_{iuk}$$

No caso de que $Z_{iuk} = 0$ e combinando as restrições teremos que:

$$M \geq s_{ik} + p_{ik} - s_{uk}$$

O qual recai na formulação de Manne, logo o valor de M deverá ser maior ou igual ao *makespan*.

- Na formulação de Wagner e de Wilson o valor de M deve ser grande o suficiente para permitir que a seguinte restrição seja válida:

No caso de que $X_{ijk} = 0$ e $X_{iwk} = 0$ temos que:

$$2M \geq h_{jk} + p_{ik} - h_{wk}$$

E quando $X_{ijk} = 0$ ou $X_{iwk} = 0$ temos que:

$$M \geq h_{jk} + p_{ik} - h_{wk}$$

No pior dos cenários o parâmetro M deverá ser maior ou igual que: A diferença entre o instante de início da tarefa i na posição w na máquina k supondo que ele seja a primeira e comece no instante 0 e a tarefa i na posição j supondo que ela esteja alocada na última posição da máquina, de tal forma que a operação dessa tarefa seja a última e todas as tarefas sejam alocadas em todas as máquinas.

Logo o valor de M deverá ser maior ou igual ao *makespan*, dado que $C_{max} \geq h_{nk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ink}$ e a tarefa i pode ser a última tarefa alocada na última posição mais o seu tempo de processamento p_{ik} . No caso de $X_{ijk} = 0$ e $X_{iwk} = 0$ o parâmetro M tem seu valor duplicado.

- Na formulação Proposta o valor de M deve ser grande o suficiente para permitir que a seguinte restrição seja válida:

Tomando o caso em que $X_{ijk} = 0$ temos que:

$$M \geq s_{ik} - h_{jk}$$

$$M \geq h_{jk} - s_{ik}$$

No pior dos cenários o parâmetro M deverá ser maior ou igual que: a diferença entre o instante de início da tarefa i na máquina k supondo que ele seja a primeira e comece no instante 0 e a tarefa i na posição j supondo que ela esteja alocada na última posição da máquina, de tal forma que a operação dessa tarefa seja a última e todas as tarefas sejam alocadas em todas as máquinas.

No caso contrário, o parâmetro M deverá ser maior ou igual que a diferença entre o a primeira posição j da máquina k supondo que ela seja a primeira e comece no instante 0 e a tarefa i na máquina k supondo que ela esteja alocada na última posição da máquina, de tal forma que a operação dessa tarefa seja a última e todas as tarefas sejam alocadas em todas as máquinas.

Logo o valor de M deverá ser maior ou igual ao *makespan*, dado que $C_{max} \geq h_{nk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ink}$ e a tarefa i é a última tarefa alocada na última posição.

Nos parágrafos anteriores concluímos para cada formulação o valor mínimo que se deve estabelecer para o parâmetro M de tal forma que não elimine possíveis soluções factíveis. Por outro lado se deve estabelecer o valor máximo do parâmetro de tal forma que não permita o incremento do número de nós a serem explorados como sugerido por Ronconi e Birgin (2012).

O parâmetro M pode ser específico para cada ambiente modelado e não um valor generalizado. No caso em estudo e em geral nos problemas de *scheduling* a natureza combinatória dos ambientes não permite de maneira simples determinar o valor de *makespan* da pior solução factível de tal forma que o parâmetro M abranja todas as soluções factíveis possíveis. Assim, com intuito de reduzir o espaço de busca e delimitar as soluções factíveis a serem exploradas, se estabeleceu o valor do parâmetro M como $M = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m p_{ik}$, dado que este é o valor do *makespan* de uma solução, quando todas as tarefas são programadas nas máquinas de maneira sucessiva. A figura 5.1., a seguir ilustra a solução factível para o exemplo da tabela 1.1 da forma descrita, no caso o valor do parâmetro M seria igual a 184.

FIGURA 5.1 EXEMPLO DE PROGRAMAÇÃO PARA DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO M

5.1.2. AJUSTE DO TEMPO COMPUTACIONAL

O problema de *job shop* como foi mencionado anteriormente é um dos mais difíceis dentro da literatura e é classificado como *NP - Hard* (Brucker, 1994), e a resolução através dos métodos exatos incrementam o tempo computacional.

Os testes iniciais apresentaram características particulares do processo de resolução das formulações em relação ao tempo computacional. Através dos experimentos verificou-se que as formulações tanto de precedência quanto as formulações do tipo designação, como esperado melhoram os resultados ao longo

do tempo. Porém em muitas instâncias a porcentagem de melhoria diminui à medida que o tempo computacional é incrementado.

Como exemplo, na Figura 5.2. e 5.3 pode-se observar o comportamento dos resultados obtidos na resolução da instância denominada como *la21* com a formulação de Manne durante 10 minutos e 1 hora respectivamente.

FIGURA 5.2 COMPORTAMENTO DA FORMULAÇÃO DE MANNE (CPLEX -10 MIN.).

O valor denominado *Upper Bound* (UB) estabelece o valor da melhor solução encontrada através da resolução da formulação e o denominado *Lower Bound* (LB) estabelece o valor do limitante inferior. Na figura 5.2 note que os valores obtidos para o *Upper Bound* (UB) quanto para o *Lower Bound* (LB) melhoram significativamente no decorrer do tempo, e se aproximam a solução ótima do problema (OTM).

FIGURA 5.3 COMPORTAMENTO DA FORMULAÇÃO DE MANNE (CPLEX - 60 MIN.).

Na figura 5.3 observe que o *Upper Bound* (UB) não apresenta melhoria depois dos 20 min., enquanto o *Lower Bound* (LB) continua aprimorando os resultados até o final do tempo estabelecido; observa-se que a relação de melhoria dos resultados da figura 5.3 é menor que a relação de melhoria da figura 5.2. Assim mesmo, foi observado que as formulações de precedência conseguem encontrar os ótimos para várias instâncias em tempos computacionais menores a 10 min. Deste modo, o tempo computacional para todos os testes realizados no estudo foi definido em 10 min. para cada instância em cada modelo.

5.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A seguir na Tabela 5.1 serão apresentadas a média e mediana dos resultados nos testes computacionais, referentes às 6 formulações com as 45 instâncias e na Tabela 5.2 serão apresentados o número de soluções ótimas encontradas em cada modelo e o número de soluções com menos de 5% de distância da solução ótima. O tempo limite como mencionado anteriormente foi estabelecido em 10 min. Os resultados obtidos para cada instância são apresentados na Tabela A-1 no Anexo A.

Para cada uma das tabelas que apresentam os resultados obtidos através da resolução dos modelos matemáticos, a seguinte notação deve ser considerada:

UB: *upper bound* obtido pelo CPLEX

LB: *lower bound* obtido pelo CPLEX

DES_U: Desvio da melhor solução encontrada em relação ao valor ótimo:

$$DES_U = \frac{UB - OTM}{OTM} \cdot 100$$

DES_L: Desvio do limitante inferior em relação ao valor ótimo:

$$DES_L = \frac{OTM - LB}{OTM} \cdot 100$$

DES_L: *Gap* de otimalidade:

$$GAP = \frac{UB - LB}{LB} \cdot 100$$

TABELA 5.1. RESUMO DOS RESULTADOS: MÉDIA E MEDIANA DOS INDICADORES

FORMULAÇÃO		MÉDIA			MEDIANA		
		DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
Precedência	Manne	0,83	24,74	46,01	0	26,19	35,48
	AM	1,49	24,74	47,32	0	26,19	35,48
	Liao-You	3,53	26,69	56,34	0	30,95	45,04
Designação	Wagner	351,77	9,36	413,95	369,3	4,7	431,55
	Wilson	336,17	9,33	395,53	397,03	4,7	462,04
	Proposta	197,69	8,48	234,88	112,51	2,36	117,2

A partir dos resultados obtidos na Tabela 5.1 obtemos as seguintes observações.

As formulações que utilizam restrições disjuntivas (precedência) obtêm melhores resultados para o *Upper Bound* que as formulações do tipo designação, enquanto as formulações do tipo designação obtêm melhores resultados para o *Lower Bound* que as aquelas que utilizam restrições disjuntivas.

Tanto a média como a mediana, mostra que as formulações que utilizam restrições disjuntivas obtêm resultados a menor distância do ótimo dado que o *GAP* de otimalidade, para todas as formulações desta família são os menores.

Dentre as formulações de precedência a formulação de Manne é a formulação que obtém os melhores resultados tanto para *Upper Bound* como para *Lower Bound* e *Gap*. Mostrando através do cálculo da mediana que a metade dos resultados obtidos pela formulação para o *Upper bound* são iguais aos ótimos conhecidos.

A formulação Adaptada de Manne obtém piores resultados que a formulação de Manne, dando a entender que a Adaptação sugerida por Baker (1974) e outros autores nem sempre é favorável para o problema e que, como descrito anteriormente, o valor do parâmetro *M* afeta o processo de resolução do problema.

A formulação realizada por Liao-You apresenta resultados piores que a formulação de Manne tanto para o *Upper Bound* como para o *Lower Bound*, o que indica que a modificação dos autores sobre a formulação matemática através da imposição de *Upper Bounds* e o uso de variáveis reais nem sempre é vantajoso para o processo de resolução.

Dentre as formulações de designação a formulação proposta apresenta os melhores resultados tanto para o *Upper Bound* como para o *Lower Bound*. A formulação de Wilson obtém melhores resultados que a formulação de Wagner, mostrando que a redução de restrições e variáveis realizadas pelo autor ajuda ao processo de resolução do problema e permite encontrar melhores resultados.

TABELA 5.2. RESUMO RESULTADOS: NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS

FORMULAÇÃO		NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS	NÚMERO DE SOLUÇÕES COM $0\% < GAP < 5\%$
Precedência	Manne	11	0
	AM	11	0
	Liao-You	11	0
Designação	Wagner	1	1
	Wilson	1	2
	Proposta	3	5

Através dos resultados apresentados na Tabela 5.2, obtemos as seguintes observações.

As seis formulações avaliadas obtêm um número pequeno de instâncias ótimas e soluções próximas ao ótimo, obtendo no máximo 11 instâncias ótimas das 45 estudadas.

As três formulações de precedência obtêm o maior número de soluções ótimas e não existe diferença de desempenho neste indicador. Dentre as formulações de designação, a formulação Proposta é a formulação que apresenta o melhor desempenho obtendo 3 soluções ótimas e mais 5 próximo ao ótimo, seguida pela formulação de Wilson e da formulação de Wagner.

Nesse sentido, através dos resultados pode-se observar que na formulação Proposta o estabelecimento das restrições “se - então” ajuda ao processo de resolução e permite encontrar um maior número de soluções ótimas, embora o total seja pequeno comparado com o número total de instâncias.

CAPÍTULO 6: ESTRATÉGIAS PARA APRIMORAR O PROCESSO DE RESOLUÇÃO DAS FORMULAÇÕES

Com o fim de melhorar os resultados dos seis modelos em estudo, ou seja, diminuir o tempo computacional para encontrar soluções ótimas, e incrementar o número de instâncias com resultado ótimo, são apresentadas três diferentes estratégias de resolução que permitem a exploração de soluções obtidas através de diferentes metodologias.

Na seção 6.1 apresenta-se a primeira estratégia, que estabelece para cada instância uma solução inicial que promova uma redução do número de combinações a serem avaliadas pelo *software* e eliminem soluções não favoráveis. As soluções iniciais foram geradas através de duas heurísticas construtivas. Na seção 6.2 apresenta-se o uso de uma ferramenta específica do *software*. Na seção 6.3 apresenta-se a segunda estratégia, onde duas formulações são combinadas formando uma formulação unificada e na seção 6.4 apresenta-se a terceira estratégia, onde se estabelecem processos que utilizam duas formulações de forma consecutiva.

6.1. USO DE HEURÍSTICAS CONSTRUTIVAS

As heurísticas construtivas que têm como principal característica a capacidade de atingir soluções de boa qualidade, com tempos computacionais moderados. Embora não possam garantir localizar a solução ótima, as heurísticas construtivas são adequadas para problemas de alta complexidade como é o caso do *job shop*.

As heurísticas construtivas mais populares para o problema em estudo são as denominadas regras de despacho que, segundo Baker e Martin (1974), French (1982), Morton e Pentico (1993) e Pinedo (2008), são de fácil implementação e reduzem substancialmente o tempo computacional requerido para encontrar soluções de boa qualidade.

Nas regras de despacho, a cada passo do algoritmo todas as operações que se encontram disponíveis para serem programadas são sujeitas a uma regra de despacho e as operações com melhor avaliação são escolhidas como as próximas na sequência. Vários passos são necessários para que uma solução válida seja alcançada (Jain e Meeran, 1998).

Algumas das regras de despacho mais utilizadas na literatura e apresentadas a seguir, foram extraídas de Pinedo (2008).

TABELA 6.1. REGRAS DE DESPACHO.

Regra de despacho	Designação de prioridade
<i>SPT</i>	A tarefa com o menor tempo de processamento na máquina considerada.
<i>LPT</i>	A tarefa com o maior tempo de processamento na máquina considerada.
<i>MWKR</i>	A tarefa com o maior tempo de processamento restante no ambiente.
<i>MOPR</i>	A tarefa com o maior número de operações restantes.
<i>SQNO</i>	A tarefa com menor número de tarefas na fila da próxima máquina.
<i>SPT/TWKR</i>	A tarefa com a menor relação entre o tempo de processamento da máquina e o tempo de processamento restante da tarefa.

Blackstone *et al.* (1982), Haup (1989) e Bhaskaran e Pinedo (1991) fornecem uma extensa discussão das regras de despacho apresentadas e de muitas outras, uma conclusão comum entre os autores e que foi postulada primeiro por Jeremiah *et al.* (1964), é que para o caso de *makespan* não existe uma regra que seja predominante, embora existam várias que apresentem resultados interessantes.

Nas seguintes seções serão apresentadas duas heurísticas construtivas elaboradas para o problema em estudo, assim como serão apresentados os resultados computacionais dos modelos matemáticos com o uso dos resultados das heurísticas.

6.1.1. SOLUÇÃO INICIAL COM UMA REGRA DE DESPACHO (HC1)

A solução factível inicial gerada para acelerar o processo de resolução das formulações foi obtida através da aplicação da regra de despacho SPT (*shortest processing time*). Chang *et al.* (1996) avaliam 42 regras de despacho para o ambiente *job shop* e indicam que a regra SPT obtém resultados consistentes. O procedimento utilizado é baseado no algoritmo de Scrich (1997), onde em todo instante T , no qual existe uma máquina disponível para processar uma tarefa, programa-se a tarefa disponível com maior prioridade para ser processada naquela máquina, sendo esta prioridade dada através da regra de despacho considerada, neste caso a regra SPT. O procedimento é detalhado a seguir.

Considere T como o instante em que se considera a alocação de uma tarefa em uma máquina, $t[k]$ como o instante em que a máquina k está disponível para processar uma tarefa, $D[i]$ instante de tempo em que a tarefa i está disponível, m como número total de máquinas, n como número total de tarefas e $L[k]$ como indicador de ociosidade da máquina k . Todas as máquinas e tarefas estão disponíveis no instante zero.

- Faça $t[k]=0$ e $L[k]=0$ para $k=1, \dots, m$; e $D[i]=0$ para $i=1, \dots, n$. Estabeleça $T=0$ e $k=1$.
- Enquanto houver operações de tarefas a serem alocadas nas máquinas
 - Se $t[k] \leq T$
 - Se $L[k] = 1$ // Máquina Ociosa
 - Se existe tarefa que possa ser processada pela máquina k no instante T
 - Calcule a regra de despacho SPT (Tarefas prontas para a máquina k)
 - A tarefa i com maior prioridade será alocada na máquina k no instante $\text{Max}(t[k]; D[i])$

- Se $t[k] \geq D[i]$
 - Atualize $D[i] = t[k] + p_{ik}$
 - Atualize $t[k] = t[k] + p_{ik}$
- Senão
 - Atualize $t[k] = D[i] + p_{ik}$
 - Atualize $D[i] = D[i] + p_{ik}$
- Fim_se
- Atualize $L[k] = 0$
- Fim_se
- Senão // Máquina Não Ociosa
 - Se não existe nenhuma tarefa que possa ser processada pela máquina k no instante T
 - Penalize a máquina k e faça $L[k]=1$
 - Senão
 - Calcule a regra de despacho SPT (Tarefas prontas para a máquina k)
 - A tarefa i com maior prioridade será alocada na máquina k no instante T
 - Atualize $D[i] = t[k] + p_{ik}$
 - Atualize $t[k] = t[k] + p_{ik}$
 - Atualize $L[k] = 0$
 - Fim_se
- Fim_se
- Senão
 - Atualize $L[k] = 0$
- Fim_se
- Faça $k=k+1$
- Se $k>K$
 - Faça $k=1$
- Fim_Se
- Calcule $T = \min_{u=1..m}\{t[u] \mid L[k] = 0\}$
- Fim_enquanto

A heurística proposta foi implementada no *software Microsoft Visual Studio C++ 2010 Express* e foi avaliada com as instâncias utilizadas no estudo. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela B-1 dos Anexos B, o desvio médio em relação às soluções ótimas para todas as instâncias é 40,41% e o maior desvio do ótimo é de 76,2%.

6.1.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os seis modelos apresentados partindo da solução da HC1 foram resolvidos através do *software Cplex*, durante um tempo limite de 10' para cada instância. A seguir se apresentam duas tabelas, onde a Tabela 6.2 mostra a média e mediana dos resultados obtidos pelos seis modelos estudados, e na Tabela 6.3 são apresentados o número de soluções ótimas encontradas por cada modelo e o número de soluções com menos de 5% de diferença em relação a solução ótima. Os resultados obtidos para cada instância são proporcionados na Tabela C-1 do Anexo C.

TABELA 6.2. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM SOLUÇÃO INICIAL HC1.

FORMULAÇÃO		MÉDIA			MEDIANA		
		DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
Precedência	Manne	0,71	24,68	45,43	0	29,31	41,48
	AM	0,72	24,68	45,02	0	24,92	33,19
	Liao-You	3,41	26,33	54,71	1,45	29,32	41,48
Designação	Wagner	28,68	9,33	45,14	29,83	4,7	40,85
	Wilson	27,61	9,33	43,90	25,21	4,7	39,09
	Proposta	19,52	8,17	32,36	15,19	2,36	32,08

A partir dos resultados obtidos da tabela 6.2, obtemos as seguintes observações:

Igual aos testes anteriores as formulações de precedência obtêm melhores resultados para o *Upper Bound* que as formulações do tipo designação e as formulações do tipo designação obtêm melhores resultados para o *Lower Bound* que as formulações de precedência.

Através do uso da estratégia de inserção da solução inicial, as formulações do tipo designação obtêm melhores resultados segundo o indicador *GAP* que as formulações de precedência. Este resultado muda o panorama apresentado no capítulo anterior.

Dentre as formulações de precedência, a formulação de Manne continua como a formulação que obtém os melhores resultados tanto para *Upper Bound* como para *Lower Bound*, e a formulação Adaptada de Manne ainda apresenta resultados de menor qualidade.

A formulação realizada por Liao-You continua apresentando resultados piores que a formulação de Manne, tanto para o *Upper Bound* como para o *Lower Bound*, em todos os indicadores se mostra a inferioridade da formulação.

Dentre as formulações de designação, a formulação Proposta apresenta os melhores resultados tanto para o *Upper Bound* como para o *Lower Bound*, seguida pela formulação de Wilson e pela formulação de Wagner, relação que também foi observada no capítulo anterior.

Através da inserção da solução inicial pode-se observar que todas as formulações melhoram seus resultados, mostrando ser um procedimento rápido e com resultados satisfatórios. Note que, com a inserção de uma solução inicial, o desempenho das formulações de precedência não melhora tanto quanto o desempenho das formulações do tipo designação. A formulação Proposta apresenta

os melhores resultados segundo o indicador *GAP*, o que indica que os seus resultados estão em média a menor distância do ótimo.

TABELA 6.3. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM S. INICIAL HC1, S. ÓTIMAS

FORMULAÇÃO		NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS	NÚMERO DE SOLUÇÕES COM $0\% < GAP < 5\%$
Precedência	Manne	12	0
	AM	12	0
	Liao-You	12	0
Designação	Wagner	3	1
	Wilson	4	1
	Proposta	6	4

Através dos resultados apresentados na Tabela 6.3 obtemos as seguintes observações:

As seis formulações continuam com um número pequeno de instâncias ótimas e soluções aproximadas ao ótimo, obtendo no máximo 12 instâncias ótimas das 45.

As três formulações de precedência obtêm o maior número de soluções ótimas e não existe diferença de desempenho neste indicador, neste caso a estratégia da inserção da solução inicial estimula o processo de resolução das formulações, mas ainda não permite encontrar um maior número de soluções ótimas. Dentre as formulações de designação, a formulação Proposta é a formulação que apresenta o melhor desempenho obtendo neste caso 6 soluções ótimas e mais 4 próximas do ótimo, seguida pela formulação de Wilson e da formulação de Wagner.

Os resultados das tabelas 6.2 e 6.3 mostram que a formulação Proposta reage de maneira positiva à estratégia da inserção de soluções iniciais, e seus resultados encontraram um maior número de soluções ótimas, embora a soma do número de soluções ótimas e do número de soluções com *GAP* menor a 5% seja menor comparado com a formulação de Manne.

6.1.3. SOLUÇÃO INICIAL COM DUAS REGRAS DE DESPACHO (HC2)

Com o objetivo de melhorar os resultados computacionais e incrementar o número de instâncias com resultado ótimo, propomos a seguir uma heurística construtiva que gere melhores soluções e permita estabelecer uma maior redução do número de combinações a serem avaliadas.

Segundo Shahzad e Mebarki (2010), a combinação de regras de despacho apresenta um melhor desempenho que o uso de uma só regra, e dentro da literatura é cada vez mais investigado o uso de conjuntos de regras que sejam aplicados simultaneamente num ambiente para um melhor comportamento, como por exemplo, o realizado por Viviers (1983) que mostra a incorporação de três níveis de prioridades entre regras de despacho para a resolução de problemas de *job shop scheduling*.

Dorndorf e Pesch (1995) apresentam as vantagens do uso de métodos mais sofisticados de controle na escolha da regra de despacho num determinado momento. Holthaus e Rajendran (1997) apresentam cinco novas regras de despacho seguindo uma metodologia de adição e, Kawai e Fujimoto (2005) apresentam o uso de regras de despacho segundo a relação da combinação de operações na sequência.

Além disso, Mainieri e Ronconi (2010) mostram para o ambiente *flow shop* que o método de programação por lista de prioridades e a consideração de tarefas disponíveis em instantes de tempo posteriores é relevante, e permite a redução dos tempos ociosos entre tarefas na programação de uma máquina.

A segunda heurística denominada HC2, considera da mesma forma que em Mainieri e Ronconi (2010) as tarefas que estarão disponíveis em instantes de tempo posteriores aos instantes de disponibilidade das máquinas e considera duas regras de despacho na alocação de tarefas.

Segundo Baker e Trietsch (2009) as regras de despacho SPT e MWR (*most work remaining*), produzem em geral bons resultados para a função objetivo de *makespan*, por tanto foram consideradas para a elaboração da heurística.

A heurística considera que para todo instante T , no qual existe uma máquina disponível para processar uma tarefa, programa-se a tarefa disponível com maior prioridade para ser processada naquela máquina, sendo dada através da regra de despacho considerada, neste caso a regra *MWR*. Caso contrário, se estabelece uma lista de tarefas segundo a regra de despacho *MWR* das tarefas que na próxima operação serão processadas nessa máquina e se aloca a tarefa com maior prioridade.

Consequentemente tempos ociosos podem ser momentaneamente gerados entre o término de uma tarefa e o início da seguinte, nesse caso se estabelece uma lista de tarefas que na próxima operação serão processadas nessa máquina e que o seu instante de início e término são inferiores aos limites do tempo ocioso. A lista é ordenada segundo a regra de despacho *SPT* e as tarefas são alocadas no tempo ocioso até que a alocação não seja mais plausível.

A seguir apresentamos os passos básicos da HC2 seguido por um exemplo de aplicação.

Considere T como o instante em que se considera a alocação de uma tarefa em uma máquina, considere $t[k]$ como o instante em que a máquina k está disponível, $D[j]$ como o instante em que a tarefa j está disponível e m como número total de máquinas e n como número total de tarefas.

- Faça $t[k]=0$, para $k=1,\dots,m$; e $D[j]$ para $j=1..n$. Estabeleça $T=0$ e $k=1$.
- Enquanto houver operações de tarefas a serem alocadas nas máquinas
 - Se $t[k] \leq T$
 - Se existem tarefas na fila da máquina k no instante T ,
 - Calcule a regra de despacho *MWR* das tarefas que estão na fila
 - A tarefa com maior prioridade j será alocada na máquina k no instante T
 - Atualize $t[k] = T + p_{jk}$
 - Atualize $D[j] = D[j] + p_{jk}$
 - Senão
 - Encontre o conjunto de tarefas que na sua próxima operação serão processadas na máquina k
 - Calcule a regra de despacho *MWR* desse conjunto
 - Aloque a tarefa j com maior prioridade na máquina k no instante $D[j]$.
 - Calcule o tempo ocioso $D[j]-t[k]$
 - Encontre o conjunto de tarefas que possam ser programadas na máquina k , e que possam concluir o seu processamento antes do início da tarefa j ($D[j]$).
 - Aplique a regra de despacho *SPT* no conjunto
 - Aloque as tarefas com maior prioridade, até que não existam mais tarefas que possam ser programadas no tempo ocioso ou não exista mais espaço de tempo para inserir tarefas.
 - Atualize $t[k] = D[j] + p_{jk}$.
 - Atualize $D[j] = D[j] + p_{jk}$.
 - Fim_se
- Senão
 - Encontre o conjunto de tarefas que na sua próxima operação serão processadas na máquina k
 - Calcule a regra de despacho *MWR* do conjunto de tarefas

- Aloque a tarefa j com maior prioridade na máquina k no instante $\max\{t[k], D[j]\}$
- Calcule o tempo ocioso $D[j]-t[k]$
- Se $(D[j]-t[k])>0$
 - Encontre o conjunto de tarefas que possam ser programadas na máquina k e que possam concluir o seu processamento antes do início da tarefa j ($D[j]$).
 - Aplique a regra de despacho *SPT* do conjunto de tarefas
 - Aloque as tarefas com maior prioridade, até que não existam mais tarefas que possam ser programadas no tempo ocioso ou não exista mais espaço de tempo para inserir tarefas.
 - Atualize todos os instantes de disponibilidade das tarefas alocadas.
- *Fim_se*
- Atualize $t[k] = D[j] + p_{jk}$.
 - Atualize $D[j] = D[j] + p_{jk}$.
- *Fim_se*
- Faça $k=k+1$
- Se $k>K$
 - Faça $k=1$
- *Fim_se*
- Calcule $T = \min_{u=1..m}\{t[u]\}$
- *Fim_enquanto*

A figura 6.1 apresenta um exemplo de uma programação gerada através do método proposto. Os dados do exemplo são apresentados na tabela 6.4.

TABELA 6.4. ROTEIRO DE ORDENS/JOB'S PARA HC2

Job	Roteiro	Tempo
1	1, 4, 2, 3	10, 8, 4, 7
2	2, 4, 1, 3	7, 2, 5, 10
3	4, 2, 3, 1	4, 8, 4, 6
4	3, 4, 2, 1	7, 1, 3, 4

Visto que todas as tarefas estão disponíveis no instante inicial, elas são programadas nas máquinas correspondentes as operações das tarefas. A programação no instante $t = 4$ ilustra o uso do método proposto, dado que não existem tarefas disponíveis para a máquina 4 nesse instante, se estabelece uma lista de tarefas segundo a regra de despacho *MWR* das tarefas que na próxima operação serão processadas nessa máquina, no caso a tarefa 1 é a tarefa com maior prioridade e é alocada na máquina 4 no instante $t = 10$.

Para o preenchimento do tempo ocioso gerado pelo término da tarefa 3 e o início da tarefa 4, se estabelece uma lista de tarefas segundo a regra de despacho *SPT* das tarefas que na próxima operação serão processadas nessa máquina e o seu instante de término é menor ao instante de início da tarefa 1.

No caso, a tarefa 4 é a primeira tarefa da lista, seguida pela tarefa 2. Programa-se a tarefa 4 no instante $t = 7$ por ser a primeira tarefa da lista e, dado que ainda existe tempo ocioso a ser preenchido, se avalia a seguinte tarefa da lista. No caso, a tarefa 2 pode ser programada depois da tarefa 4 dado que o seu instante de término é menor que o instante de disponibilidade da tarefa 1. Finalmente, ao não existir mais tarefas na lista se continua-se para a máquina seguinte.

Dessa forma, são inseridas duas tarefas no tempo ocioso entre a tarefa 3 e a tarefa 1. As demais tarefas foram programadas seguindo o mesmo procedimento.

FIGURA 6.1. PROGRAMAÇÃO GERADA PELA HEURÍSTICA HC2.

O *makespan* do exemplo ilustrado na figura 4.1 é igual a 36, e verificamos que a heurística proposta encontrou a solução ótima (obtida através da resolução no *software* Cplex). A heurística proposta foi desenvolvida no *software* *Microsoft Visual Studio C++ 2010 Express* e foi avaliada com as instâncias utilizadas no estudo.

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela D-1 nos Anexos D do presente trabalho, o desvio médio em relação às soluções ótimas para todas as instâncias é de 14,4% e o maior desvio do ótimo pela regra é de 34,24%, os resultados foram obtidos em menos de um segundo.

Note que, como a heurística considera tarefas disponíveis em instantes de tempo posteriores ao instante de decisão, tempos ociosos podem ser momentaneamente gerados. Observe que as possibilidades de alocação de tarefas neste tempo ocioso são maiores quando o número de tarefas em relação ao número de máquinas (n/m) é maior. Logo, o desempenho de HC2 é favorecido pelo aumento desta relação. A tabela 6.5 apresenta o comportamento de HC2 em função de (n/m).

TABELA 6.5. COMPORTAMENTO DOS RESULTADOS DA HEURÍSTICA HC2.

<i>Relação</i> <i>n/m</i>	Tamanho <i>nxm</i>	Desvio Médio %
1	10x10	15,67
1	15x15	23,39
1,33	20x15	17,69
1,5	15x10	18,58
2	10x5	18,06
2	20x10	15,70
3	15x5	4,65
3	30x10	9,37
4	20x5	4,89

6.1.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os seis modelos partindo da solução da HC2 foram resolvidos através do *software* Cplex, durante um tempo limite de 10' para cada instância. A seguir se apresentam duas tabelas, onde a Tabela 6.6 apresenta a média dos resultados obtidos pelos seis modelos estudados e na Tabela 6.7 são apresentados o número de soluções ótimas encontradas em cada modelo, bem como o número de soluções com menos de 5% de distância da solução ótima. O detalhe dos resultados obtidos para cada instância são apresentados na Tabela E-1 do Anexo E.

TABELA 6.6. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM SOLUÇÃO INICIAL HC2.

FORMULAÇÃO		MÉDIA			MEDIANA		
		DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
Precedência	Manne	0,59	24,45	44,53	0	25,45	34,13
	AM	0,60	24,33	44,23	0	26,60	37,31
	Liao-You	1,78	26,23	50,72	0	28,60	40,06
Designação	Wagner	12,06	9,28	26,02	11,97	4,7	19,19
	Wilson	11,39	9,28	25,27	11,27	4,7	18,01
	Proposta	7,86	8,01	19,05	8,67	2,36	13,21

A partir dos resultados obtidos, obtemos as observações a seguir:

Todas as formulações melhoram seus resultados através da inserção da solução inicial e mostram ter um melhor desempenho tanto quanto a melhor solução inicial inserida, observa-se que as formulações de precedência não aprimoram o seu desempenho da mesma forma que as formulações de designação.

No caso, comparando os resultados das formulações de precedência da Tabela 6.6 com os resultados da Tabela 6.2 podemos observar que a melhoria não é muito significativa, enquanto, comparando os resultados das formulações de designação da Tabela 6.6 com os resultados da Tabela 6.2 a melhora é significativa.

As formulações de precedência obtêm melhores limitantes superiores (*Upper Bound*) que as formulações do tipo designação, enquanto que as formulações do tipo designação obtêm os melhores resultados no limitante inferior (*Lower Bound*).

As formulações do tipo designação obtêm melhores resultados segundo o indicador *GAP*, mostrando obter ao final, resultados a uma distância em média 19% da solução ótima.

Igual aos capítulos anteriores, dentre as formulações de precedência a formulação de Manne é a que obtém os melhores resultados, tanto para *Upper Bound* como para *Lower Bound*, e a formulação realizada por Liao-You apresenta o pior desempenho dentro da família.

Dentre as formulações de designação a formulação Proposta é novamente a formulação que apresenta os melhores resultados, tanto para o *Upper Bound*, *Lower Bound* e *GAP*, de igual forma que resultados anteriores a formulação de Wilson e a formulação de Wagner continuam com desempenhos menores.

TABELA 6.7. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES COM S. INICIAL HC2, S. ÓTIMAS

FORMULAÇÃO		NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS	NÚMERO DE SOLUÇÕES COM $0\% < GAP < 5\%$
Precedência	Manne	12	0
	AM	12	0
	Liao-You	12	0
Designação	Wagner	7	3
	Wilson	8	3
	Proposta	8	6

Através dos resultados apresentados na Tabela 5.7, obtemos as seguintes observações:

As 6 formulações continuam com um número pequeno de instâncias ótimas e soluções próximas ao ótimo, obtendo no máximo 12 instâncias ótimas dentre as 45.

As três formulações de precedência obtêm o maior número de soluções ótimas e não existe diferença de desempenho neste indicador com os resultados apresentados na Tabela 6.3, neste caso a qualidade da solução inicial não afeta o processo de resolução das formulações. O que acontece de forma inversa nas

formulações de designação, onde a melhoria na qualidade da solução inicial permitiu às formulações obterem um número maior de soluções ótimas e soluções com distância menor que 5%.

Note que, a formulação Proposta continua como a formulação que apresenta o melhor desempenho dentro desta família e, neste caso, ao considerar o número total de soluções ótimas e que estão próximas do ótimo, esta formulação apresenta melhores resultados que a formulação de Manne.

6.2. FERRAMENTA ESPECÍFICA DO *SOFTWARE*

No processo de resolução de formulações matemáticas, o uso das diferentes opções estabelecidas nos *softwares* ajuda ao desenvolvimento de novos métodos e procedimentos para encontrar melhores soluções para diferentes tipos de problemas. No caso do estudo, o *software* empregado apresenta uma ferramenta que ajuda, em determinados problemas, a resolver os conflitos encontrados no uso do parâmetro *big-M* nas formulações com restrições disjuntivas.

Neste caso, o *software* CPLEX através da interface OPL apresenta uma ferramenta que permite o uso das denominadas “Restrições de Indicação” que têm a vantagem de evitar os problemas enfrentados pelo tamanho do parâmetro *big-M* e sua relação com o problema, no entanto eles tendem a realizar relaxações pobres e exigir maiores tempos computacionais.

Dessa forma, no caso deste estudo foram utilizadas as denominadas restrições de indicação na formulação Proposta, com o fim de avaliar impacto no uso da ferramenta no processo de resolução. A seguir se apresentam as restrições e função objetivo com restrições de indicação.

$$\text{minimizar} \quad C_{max} \quad (51)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijk} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (52)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (53)$$

$$h_{jk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ijk} \leq h_{j+1,k} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (54)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} s_{ik} \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (s_{ik} + p_{ik}) \quad i = 1, 2, \dots, n; L = 1, 2, \dots, m-1 \quad (55)$$

$$X_{i,j,k} = 1 \rightarrow h_{jk} = s_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (56)$$

$$h_{nk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ink} \leq C_{max} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (57)$$

$$h_{jk} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (58)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (59)$$

$$X_{ijk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (60)$$

Pode-se observar que a restrição (56) estabelece que, para cada tarefa i deve existir uma posição j estabelecida na máquina k correspondente a essa operação, de tal forma que o instante de início h dessa posição deverá ser igual ao instante de início s da tarefa i na mesma máquina, o que é equivalente às restrições (45) e (46), apresentadas nos capítulos anteriores.

Cabe mencionar que as “restrições de indicação” estabelecidas no *software* explicitam a relação lógica e, por tanto, não podem ser parte de uma formulação do tipo inteiro linear misto (PLIM).

A seguir, na tabela 6.8 apresenta-se os resultados das 45 instâncias durante 10', da formulação proposta com a inserção da solução inicial fornecida pela heurística construtiva (HC2) e os resultados obtidos pela formulação com restrição de “se - então”. O detalhe dos resultados é proporcionado na Tabela H-1 nos Anexos H.

TABELA 6.8. COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS DA FORMULAÇÃO PROPOSTA

FORMULAÇÃO	PROPOSTA		
	DES _U %	DES _L %	GAP %
Com restrição se – então	7,99	8,01	19,17
Com restrição de indicação	11,07	9,13	24,49

Pode-se observar que o uso da restrição de indicação não obteve melhores resultados que a formulação de “se - então”, dado que as relaxações que a restrição realiza são mais pobres que as realizadas pela restrição de “se - então”. Embora não seja possível deduzir que aconteça o mesmo com problemas de outro porte.

6.3. MODELOS HÍBRIDOS

Com a finalidade de explorar e desenvolver as particularidades e propriedades das formulações de Manne (1960) e da formulação proposta, no presente trabalho se estabeleceram duas formulações matemáticas que mesclam as restrições dos dois modelos.

Acredita-se que ambas as formulações tendem a explorar com maior profundidade as vantagens e desvantagens de cada modelo. As formulações Híbrida 1 e Híbrida 2 são descritas e detalhadas a seguir. Cabe mencionar que a única diferença entre as formulações está na definição da função objetivo, sendo que a formulação Híbrida 1 utiliza a definição da formulação Proposta e a formulação Híbrida 2 utiliza a definição da formulação de Manne.

6.3.1. FORMULAÇÃO HÍBRIDA 1

Esta formulação agrupa as restrições dos modelos de Manne (1960) e a formulação proposta, e define o *makespan* com base no estabelecimento das tarefas nas posições das máquinas. A seguir, detalhamento da formulação:

$$\text{minimizar} \quad C_{max} \quad (61)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijk} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (62)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (63)$$

$$h_{jk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ijk} \leq h_{j+1,k} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (64)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} s_{ik} \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (s_{ik} + p_{ik}) \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (65)$$

$$M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (s_{ik} - h_{jk}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (66)$$

$$M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (h_{jk} - s_{ik}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (67)$$

$$(M + p_{uk}) Z_{iuk} + (s_{ik} - s_{uk}) \geq p_{uk} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (68)$$

$$(M + p_{ik})(1 - Z_{iuk}) + (s_{uk} - s_{ik}) \geq p_{ik} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (69)$$

$$h_{nk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ink} \leq C_{max} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (70)$$

$$h_{jk} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (71)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (72)$$

$$X_{ijk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (73)$$

As restrições do tipo (62) estabelecem que cada tarefa possa ser alocada uma vez só em cada máquina. As restrições do tipo (63) garantem que cada posição em cada máquina só possa conter uma tarefa. As restrições do tipo (64) impõem a precedência dos instantes de início das posições na máquina.

As restrições do tipo (65) estabelecem a precedência dos instantes de início das operações das tarefas. As restrições do tipo (66) e (67) estabelecem as restrições “se – então”, onde para cada tarefa i e cada operação l deve existir uma posição j estabelecida na máquina k que corresponda a essa operação, de tal forma que o instante de início h dessa posição deverá ser igual ao instante de início s da tarefa i na mesma máquina.

As restrições do tipo (68) e (69) são denominadas restrições *disjuntivas*, as quais determinam o processamento de só uma tarefa em uma máquina em qualquer instante de tempo.

A restrição (70) calcula o instante de término da tarefa na última posição de cada máquina denominada como *makespan*. As restrições (71), (72) e (73) estabelecem as variáveis como não negativas e binárias respectivamente.

6.3.2. FORMULAÇÃO HÍBRIDA 2

Esta formulação agrupa as restrições dos modelos de Manne (1960) e a formulação proposta, e define o *makespan* com base no cálculo dos instantes de início das operações das tarefas, como o estabelecido na formulação de Manne. A seguir, detalhamento da formulação:

$$\text{minimizar} \quad C_{max} \quad (74)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^n X_{ijk} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (75)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (76)$$

$$h_{jk} + \sum_{i=1}^n p_{ik} X_{ijk} \leq h_{j+1,k} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (77)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{i,l+1,k} s_{ik} \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (s_{ik} + p_{ik}) \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m-1 \quad (78)$$

$$M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (s_{ik} - h_{jk}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (79)$$

$$M(1 - \sum_{k=1}^m r_{ilk} X_{ijk}) \geq \sum_{k=1}^m r_{i,l,k} (h_{jk} - s_{ik}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (80)$$

$$(M + p_{uk}) Z_{iuk} + (s_{ik} - s_{uk}) \geq p_{uk} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (81)$$

$$(M + p_{ik})(1 - Z_{iuk}) + (s_{uk} - s_{ik}) \geq p_{ik} \quad 1 \leq i < u \leq n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (82)$$

$$\sum_{k=1}^m r_{imk} (s_{ik} + p_{ik}) \leq C_{max} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (83)$$

$$h_{jk} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (84)$$

$$s_{ik} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (85)$$

$$X_{ijk} = 0 \text{ ou } 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (86)$$

As restrições do tipo (75) a (82) são iguais às restrições do tipo (62) a (69) apresentadas anteriormente.

A restrição (83) determina o instante de término da última operação de cada tarefa, a qual é denominada *makespan*. As restrições (84), (85) e (86) estabelecem as variáveis como não negativas e binárias respectivamente.

6.3.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os modelos Híbrido 1 e Híbrido 2 foram resolvidos primeiramente através do *software* Cplex, durante um tempo limite de 10' para cada instância. A seguir, foram resolvidos partindo das soluções iniciais geradas através das estratégias com heurísticas construtivas HC1 e HC2 e processados durante um tempo limite de 10' para cada instância. A seguir, na Tabela 6.9 se apresenta a média dos resultados obtidos nos diferentes testes dos dois modelos e, na Tabela 6.10 são apresentados o número de soluções ótimas encontradas para cada modelo e o número de soluções com menos de 5% de distância da solução ótima. O detalhe dos resultados obtidos para cada instância são proporcionados na Tabela F-1 na parte dos Anexos F.

TABELA 6.9. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES HÍBRIDO 1 E HÍBRIDO 2.

SOLUÇÃO INICIAL	FORMULAÇÃO					
	HÍBRIDA 1			HÍBRIDA 2		
	DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
-	222,13	9,02	262,64	199,58	31,97	402,62
HC1	21,47	8,70	35,25	16,20	28,78	80,32
HC2	8,18	8,51	20,32	6,92	28,55	62,72

Pode-se observar através dos resultados, que os modelos híbridos têm um desempenho pobre para o ambiente, dado que as formulações enfrentam as desvantagens de cada formulação num só modelo, como por exemplo, o uso das restrições disjuntivas e o uso das restrições “se-então”, além disso, o número tanto de restrições como de variáveis binárias e reais é incrementado.

Igual às formulações originais, as relações entre *upper bound* e *lower bound* permanecem, no caso da formulação Híbrida 1 com os resultados muito parecidos aos da formulação proposta, mostrando um desempenho um pouco pior em cada um dos indicadores, enquanto a formulação Híbrida 2 apresenta resultados

parecidos aos da formulação de Manne, mas com um desempenho muito pior em cada um dos indicadores.

Cabe ressaltar que os resultados das formulações, embora tenham as mesmas restrições e variáveis, diferem na definição da função objetivo. Neste estudo o estabelecimento da função objetivo através dos instantes de início das tarefas nas posições das máquinas, analisando o indicador *GAP*, resulta num melhor desempenho.

TABELA 6.10. RESUMO RESULTADOS: FORMULAÇÕES HÍBRIDAS, S. ÓTIMAS

	SOLUÇÃO INICIAL	NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS	NÚMERO DE SOLUÇÕES COM $0\% < GAP < 5\%$
Híbrida 1	-	2	2
	HC1	6	1
	HC2	7	9
Híbrida 2	-	2	0
	HC1	3	2
	HC2	5	2

Pode-se observar que tanto a formulação Híbrida 1 como a formulação Híbrida 2 tem um número de soluções ótimas menor que a suas formulações originais. Neste estudo, a formulação híbrida 1 obtém um maior número de soluções ótimas que a híbrida 2, e o número de soluções ótimas aumenta através do uso das estratégias das soluções iniciais. Vale comentar que o número total de soluções entre 0 e 5% obtido pela formulação Híbrida 1 associada com HC2 é o maior obtido dentre as formulações avaliadas.

Cabe mencionar que a qualidade da solução inicial inserida dentro de ambas formulações influenciou no número de soluções ótimas, sendo que quanto melhor a solução inicial maior o número de soluções ótimas encontradas, o que não acontece no modelo de Manne e as formulações de precedência.

6.4. ASSOCIAÇÃO DE MODELOS OU PROCEDIMENTOS

Com a finalidade de melhorar os resultados obtidos e aproveitar as vantagens da formulação de Manne (1960) e da formulação Proposta, foram estabelecidos procedimentos que utilizam as duas formulações de forma consecutiva, neste caso se utiliza a formulação de Manne por um determinado tempo de processamento e o resultado obtido, como solução inicial para a formulação proposta, assim se enriquece a busca pelos ótimos dentro dos problemas e se estabelece um procedimento sistemático. Nesse sentido, se estabeleceram cinco procedimentos: Mn10_Pr10, HC_Mn10_Pr10, Mn_Pr10, Mn8_Pr2 e HC_Mn8_Pr2, descritos a seguir.

6.4.1. PROCEDIMENTO MN10_PR10

O procedimento denominado Mn10_Pr10 utiliza as formulações de Manne e a formulação Proposta de forma consecutiva, e é apresentado de forma esquemática na figura 6.2.

FIGURA 6.2. PROCEDIMENTO MN10_PR10

Pode-se observar na figura 6.2 que o procedimento é sequencial e utiliza os resultados de forma encadeada, assim os resultados gerados e obtidos pela formulação de Manne, depois de 10' de processamento, são inseridos na formulação proposta e processados de igual forma durante 10 min.

O procedimento procura aproveitar as vantagens do uso das melhores formulações avaliadas, a formulação de Manne, como foi mostrada anteriormente, apresenta os melhores *upper bounds* e o modelo Proposto apresenta os melhores *lower bounds*. Como visto anteriormente, a formulação proposta apresenta um melhor desempenho com o uso de soluções iniciais, o que depende da qualidade da mesma. Esta formulação reage melhor com melhores soluções, o que não acontece com a formulação de Manne. Dessa forma, a inserção das soluções do modelo Manne dentro do modelo Proposto permitirá encontrar melhores resultados para o problema.

6.4.2. PROCEDIMENTO HC_MN10_PR10

O procedimento denominado HC_Mn10_Pr10 utiliza as formulações de Manne e a formulação Proposta, assim como a solução inicial com duas regras de despacho (HC2). O procedimento de forma esquemática é apresentado na figura 6.3.

FIGURA 6.3. PROCEDIMENTO HC_MN10_PR10

Pode-se observar na figura 6.3 que o procedimento é sequencial e utiliza os resultados de forma encadeada, assim os resultados gerados e obtidos pela Heurística construtiva 2 (HC2) são inseridos como solução inicial na formulação de Manne e processados durante 10', e os resultados obtidos pela formulação de Manne são inseridos na formulação proposta e processados de igual forma durante 10 min.

O procedimento procura aproveitar a vantagem do uso de soluções iniciais dentro das formulações. Como foi estabelecido no início do capítulo, o uso da heurística construtiva HC2 no modelo de Manne promove uma melhoria nos resultados da formulação, além disso, o modelo Proposto tem um bom desempenho dependendo da qualidade das soluções iniciais inseridas. Dessa forma, a inserção das soluções do modelo Manne, dentro do modelo Proposto, permitirá encontrar melhores resultados para o problema.

6.4.3. PROCEDIMENTO MN_PR10

O procedimento denominado Mn_Pr10 ao contrário do procedimento HC_Mn10_Pr10, utiliza de forma consecutiva as formulações de Manne e a formulação Proposta sem o uso da solução inicial obtida pela Heurística Construtiva (HC2), e tem como objetivo diminuir o tempo computacional dos procedimentos anteriores e obter bons resultados, o procedimento de forma esquemática é apresentado na figura 6.4.

FIGURA 6.4. PROCEDIMENTO MN_PR10

Pode-se observar na figura 6.4 que o procedimento é de igual forma sequencial e encadeia os resultados de um modelo em outro, mas neste caso não foi utilizada a geração e inserção de soluções iniciais no modelo de Manne; ao contrário, o modelo é utilizado até obter a primeira solução factível da formulação a ser inserida na formulação proposta e finalmente ser processada durante 10'.

Essa diferença dos procedimentos deriva-se do fato que a formulação de Manne obtém de maneira rápida soluções factíveis de boa qualidade, e que pode permitir a redução do tempo de processamento total do processo.

6.4.4. PROCEDIMENTO MN8_PR2

O procedimento denominado Mn8_Pr2 igual ao procedimento Mn_Pr10 utiliza de forma consecutiva as formulações de Manne e a formulação Proposta, o procedimento de igual forma tenta diminuir o tempo computacional dos procedimentos 1 e 2, e é apresentado de forma esquemática na figura 6.5.

FIGURA 6.5. PROCEDIMENTO MN8_PR2

Pode-se observar na figura 6.5 que o procedimento é de igual forma sequencial e encadeia os resultados de um modelo em outro, neste caso o modelo de Manne utiliza um tempo de processamento de 8' para gerar uma solução inicial a ser inserida na formulação proposta e esta ser processada durante 2'..

Essa diferença dos tempos de processamento é motivada pelo fato de que a formulação de Manne pode obter melhores *upper bounds* que permitam o procedimento da formulação proposta melhorar os resultados e reduzir o tempo de processamento total do processo. Os tempos estabelecidos para cada formulação foram avaliados em testes preliminares.

6.4.5. PROCEDIMENTO HC_MN8_Pr2

O procedimento denominado HC_Mn8_Pr2 de igual forma que o procedimento Mn8_Pr2 utiliza de maneira consecutiva as formulações de Manne e a formulação Proposta, e adiciona no procedimento a solução inicial com duas regras de despacho (HC2). O procedimento de igual forma tenta diminuir o tempo computacional dos dois primeiros procedimentos, o procedimento de forma esquemática é apresentado na figura 6.6.

FIGURA 6.6. PROCEDIMENTO HC_MN8_Pr2

Pode-se observar na figura 6.6 que o procedimento é de igual forma sequencial e encadeia os resultados de um modelo em outro, assim os resultados gerados e obtidos pela Heurística construtiva 2 (HC2) são inseridos como solução inicial na formulação de Manne e processados durante 8' e os resultados obtidos pela formulação de Manne são inseridos na formulação proposta e processados de igual forma durante 2'.

O procedimento procura aproveitar a vantagem do uso de soluções iniciais geradas através da heurística construtiva HC2 e, dessa forma, obter melhores *upper bounds* que permitam o procedimento da formulação de Manne e posteriormente da formulação Proposta melhorar os resultados e reduzir o tempo de processamento total do processo.

6.4.6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os procedimentos Mn10_Pr10, HC_Mn10_Pr10, Mn_Pr10, Mn8_Pr2 e HC_Mn8_Pr2 foram resolvidos através do *software Cplex* com interface *OPL*. A Tabela 6.11 apresenta a média e a mediana dos resultados obtidos nos diferentes testes dos dois processos e na Tabela 6.12 são apresentados o número de soluções ótimas encontradas em cada modelo e o número de soluções com menos de 5% de diferença da solução ótima. O detalhe dos resultados obtidos para cada instância são apresentados na Tabela G-1 no Anexo G.

TABELA 6.11. RESUMO RESULTADOS: PROCEDIMENTOS.

PROCEDIMENTO	INDICADOR			INDICADOR		
	MÉDIA			MEDIANA		
	DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
Mn10_Pr10	0,83	8,03	10,92	0,0	2,36	4,22
HC_Mn10_Pr10	0,23	8,02	10,27	0,0	2,36	2,76
Mn_Pr10	3,77	10,52	20,53	0,0	4,70	13,34
Mn8_Pr2	1,10	8,40	11,74	0,0	2,36	6,90
HC_Mn8_Pr2	0,85	8,40	11,58	0,0	2,36	4,36

Pode-se observar através dos resultados que todos os procedimentos obtêm os melhores resultados que as estratégias anteriormente apresentadas e têm um bom desempenho, embora o tempo computacional tenha sido incrementado nos procedimentos Mn10_Pr10 e HC_Mn10_Pr10.

O procedimento Mn10_Pr10 obtém no final um *upper bound* igual ao obtido pela formulação de Manne sem solução inicial HC2 e um melhor *lower bound* que o obtido pela formulação proposta sem solução inicial HC2.

Logo o *GAP* de otimalidade é melhor que o obtido pela formulação proposta com solução inicial HC2. Pode-se observar que 50% das instâncias encontram-se a menos de 4,22% de distância da solução ótima, e apresenta resultados superiores aos das formulações mesmo com solução inicial HC2.

Embora este procedimento utilize um maior tempo de processamento total, testes adicionais mostraram que os resultados são melhores que os alcançados pelas formulações de Manne e da Proposta com um tempo de processamento de 20'. como pode ser observado na tabela 6.12.

TABELA 6.12. RESUMO RESULTADOS: PROCEDIMENTOS COM 20MIN.

PROCEDIMENTO/ FORMULAÇÃO		Sem Solução Inicial			Com Solução Inicial HC2		
		MÉDIA			MÉDIA		
		DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
20 min.	Manne	0,48	24,29	44,18	0,37	23,75	42,60
	Proposta	190,87	8,48	230,44	7,66	8,02	18,84
	Mn10_Pr10	0,83	8,03	10,92	-	-	-
	HC_Mn10_Pr10	-	-	-	0,23	8,02	10,27

Através da tabela 6.12 podemos observar que o procedimento Mn10_Pr10 obtém resultados de qualidade inferior que à formulação de Manne (20') no *limitante superior*, enquanto obtém melhores resultados para o *limitante inferior* e o indicador *Gap*. Em relação a formulação Proposta (20') o procedimento é superior nos três indicadores. Por outro lado, o procedimento HC_Mn10_Pr10 obtém melhores resultados em todos os indicadores (*limitante superior*, *limitante inferior*, *Gap*) em comparação com a formulação de Manne e a formulação Proposta, no mesmo tempo computacional de 20'.

Comparando os resultados obtidos pelo procedimento HC_Mn10_Pr10 com os resultados obtidos pelo procedimento Mn10_Pr10, pode-se observar a diferença e a vantagem da inserção da heurística construtiva (HC2), os resultados dos

procedimentos mostram um melhor *upper bound*, *lower bound* e *GAP* de otimalidade, obtendo assim resultados ainda mais próximos às soluções ótimas, no caso pode-se observar que 50% das instâncias encontram-se a menos de 2,76% de distância da solução ótima, e representam os melhores resultados dos procedimentos.

Os resultados obtidos pelo procedimento Mn_Pr10 obtém um melhor *upper bound* que a formulação Proposta, mesmo com a inserção da solução inicial obtida com a heurística HC2, mas não melhor que a formulação de Manne. Enquanto o *lower bound* e o *GAP* de otimalidade obtidos no processo são melhores que os obtidos pela formulação de Manne mesmo com a inserção da solução inicial obtida com a heurística HC2, mas não melhores que os obtidos pela formulação Proposta. O tempo computacional total do procedimento é ao redor de 10' por instância, reduzindo assim o tempo computacional dos procedimentos anteriores.

Os resultados obtidos pelo procedimento Mn8_Pr2 obtém resultados comparáveis com às formulações de Manne e a formulação Proposta, ainda que se considere a inserção da solução inicial obtida pela heurística HC2. Além disso, o procedimento obtém melhores resultados que o processo Mn_Pr10 em menor tempo computacional .

Os resultados obtidos pelo procedimento HC_Mn8_Pr2 obtém melhores resultados que os obtidos pelo procedimento Mn8_Pr2, o qual mostra novamente a influência da inserção da solução inicial na formulação de Manne e a consistência da Heurística HC2.

O procedimento HC_Mn8_Pr2 obtém os melhores resultados dentro dos procedimentos com tempo de processamento de 10 minutos e pode-se observar que 50% das instâncias encontram-se a menos de 4,22% de distância da solução ótima, e representam os melhores resultados no trabalho com tempo de processamento de 10' .

TABELA 6.13. RESUMO RESULTADOS: PROCEDIMENTOS, S. ÓTIMAS

PROCEDIMENTO	NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS	NÚMERO DE SOLUÇÕES COM $0\% < GAP < 5\%$
Mn10_Pr10	15	5
HC_Mn10_Pr10	16	5
Mn_Pr10	13	3
Mn8_Pr2	15	4
HC_Mn8_Pr2	15	5

Comparando os resultados obtidos pelos procedimentos na tabela 6.12, pode-se observar que o número total de soluções ótimas é maior que os obtidos pelas formulações também com o uso de heurísticas. No caso, o procedimento HC_Mn10_Pr10 obtém o maior número de soluções ótimas e o maior número de soluções com *GAP* menor a 5%, chegando no total a cerca do 50% das 45 instâncias avaliadas nos testes computacionais.

Embora os procedimentos Mn8_Pr2 e HC_Mn8_Pr2 obtenham um número menor de soluções ótimas em comparação com ao procedimento HC_Mn10_Pr10, os resultados dos procedimentos são obtidos num tempo computacional menor, e com melhores resultados que as formulações matemáticas, isoladas ou associadas somente com a heurística HC2.

CAPÍTULO 7: ANÁLISE GERAL DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

A seguir os resultados dos testes são resumidos de acordo com o indicador avaliado. O intuito é facilitar a análise e comparação dos diferentes métodos e permitir a visualização geral de todo o processo de pesquisa.

7.1. RESUMO DOS RESULTADOS

7.1.1. INDICADOR: MÉDIA

A seguir se apresenta a média dos resultados obtidos nos distintos testes computacionais. Note-se que os resultados são divididos de acordo com o tempo computacional estabelecido para os testes, no caso existem dois grupos 10 e 20 min.

TABELA 7.1. RESUMO RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES: INDICADOR MÉDIA.

	Formulação	Sem Solução Inicial			Com solução Inicial HC1			Com solução Inicial HC2		
		DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
10 min.	Manne	0,83	24,74	46,01	0,71	24,68	45,43	0,59	24,47	44,53
	AM	1,49	24,74	47,32	0,72	24,68	45,02	0,60	24,39	44,23
	Liao-You	3,53	26,69	56,34	3,41	26,33	54,71	1,78	26,23	50,72
	Wagner	351,77	9,36	413,95	28,68	9,33	45,14	12,06	9,28	26,02
	Wilson	336,17	9,33	395,53	27,61	9,33	43,90	11,39	9,32	25,27
	Proposta	197,69	8,48	234,88	19,52	8,17	32,26	7,99	8,01	19,05
	Híbrido 1	222,13	9,02	262,64	21,47	8,70	35,25	8,18	8,51	20,32
	Híbrido 2	199,58	31,97	402,76	16,20	28,78	80,32	6,92	28,55	62,72
	Mn_Pr10	3,77	10,52	20,53	-	-	-	-	-	-
	Mn8_Pr2	1,10	8,4	11,74	-	-	-	-	-	-
20 min.	HC_Mn8_Pr2	-	-	-	-	-	-	0,85	8,4	11,58
	Manne	0,48	24,29	44,18	-	-	-	0,37	23,75	42,60
	Proposta	190,87	8,48	230,44	-	-	-	7,66	8,02	18,84
	Mn10_Pr10	0,83	8,03	10,92	-	-	-	-	-	-
	HC_Mn10_Pr10	-	-	-	-	-	-	0,23	8,02	10,27

- Teste não correspondente

Na Tabela 7.1 são resumidas todas as formulações e estratégias avaliadas ao longo do trabalho de pesquisa, utilizando como indicador a média percentual dos resultados tanto para o *lower bound*, *upper bound* e *GAP* de otimalidade. Através da tabela pode-se observar que dentro das formulações matemáticas, a formulação de Manne apresenta o melhor desempenho para o problema de *job shop* em relação ao *upper bound*.

A formulação Adaptada de Manne como era de se esperar obtém resultados próximos aos da formulação original, e pode ser observado o efeito da análise e definição do parâmetro *big-M* nas formulações matemáticas, dado que a formulação apresenta tanto no *upper bound* como no *lower bound* e *GAP*, resultados inferiores.

A formulação de Liao-You obteve piores resultados que a formulação de Manne, mostrando que a simplificação que os autores realizaram sobre o número de restrições e o incremento das variáveis contínuas não ajudou ao processo de resolução do problema, comportamento semelhante ao observado por Ronconi e Birgin (2012) para o ambiente de *flow shop*. Note que, nenhuma das formulações de precedência obtém grandes vantagens no uso das estratégias de inserção da solução inicial e os resultados são relativamente inflexíveis.

A formulação de Wagner, ao contrário de outros ambientes, teve um desempenho pobre para o problema de *job shop*, sendo neste caso a formulação com piores resultados nos diferentes grupos de testes, fato que pode ser causado pelo tipo de restrições estabelecidas na formulação para o ambiente e o uso do parâmetro *big-M*.

Segundo Williams (2002), os modelos de programação inteira podem obter vantagens na expansão do número de restrições sempre que os pontos inteiros recaiam na região factível e facilite a resolução do problema através da relaxação linear. Neste caso, pode-se deduzir que as restrições estabelecidas para o ambiente na formulação de Wagner não facilitam a relaxação do problema e, por tanto, os resultados obtidos na formulação são os de menor qualidade.

Esta formulação apresenta melhores resultados através do uso da estratégia de inserção de soluções iniciais dentro da formulação, e mostra uma melhoria significativa dependendo da qualidade da solução inserida.

A formulação de Wilson apresenta melhores resultados que a formulação de Wagner devido ao estabelecimento da relação de precedência das tarefas em máquinas consecutivas, fato que reduz o número de restrições na formulação, o número de variáveis contínuas e permite relaxar o modelo. A formulação de Wilson, igual a formulação de Wagner, obtém uma melhoria através da inserção de uma solução e os seus resultados dependem da qualidade dessa solução inicial.

A formulação Proposta apresenta melhores resultados que as formulações de Wagner e de Wilson, tanto para o *upper bound*, *lower bound* e *GAP* de otimalidade. Neste caso, o estabelecimento da restrição do tipo “se – então” e o uso de relações de precedência de operações nas tarefas e de tarefas em máquinas consecutivas dentro da formulação, permitiu aprimorar o processo de exploração dentro da árvore e reduzir o tempo computacional.

Os resultados obtidos através dos testes computacionais mostram que a formulação Proposta através da inserção da solução inicial obteve os melhores resultados. O uso dessa estratégia permitiu que esta formulação obtivesse resultados superiores, que as formulações clássicas da literatura - segundo o indicador *GAP*.

As formulações denominadas Híbrida 1 e Híbrida 2, como foi mencionado no capítulo referente a elas, são uma combinação das formulações de Manne e da formulação Proposta, tendo como única diferença a forma do cálculo da função objetivo. Pode-se observar que os resultados são parecidos entre ambas formulações e, em ambos casos, o uso da estratégia de inserção da solução inicial aprimora o processo e ajuda a obter melhores resultados.

Através dos resultados apresentados na Tabela 7.1 e tomando em consideração o parâmetro *upper bound* das formulações, a formulação de Manne é a formulação com melhor desempenho para o ambiente *job shop*.

Assim mesmo, pode-se provar que o declarado por Pan (1992) sobre o impacto do número de variáveis binárias na velocidade do processo de resolução das formulações é inconsistente, dado que os resultados dos testes computacionais mostram a divergência e a não dependência das formulações nas variáveis binárias.

Por exemplo, a formulação de Manne utiliza $mn(n - 1)/2$ variáveis binárias, a formulação de Wagner utiliza mn^2 igual a formulação Proposta, e a formulação Híbrida 1 e Híbrida 2 utilizam $mn^2 + mn(n - 1)/2$. Considerando que todas as formulações tiveram o mesmo tempo de processamento pode-se observar que os resultados das formulações não seguem a regra de Pan (1992), neste caso a formulação de Manne obtém os melhores resultados com o uso da solução inicial HC2, seguida pela formulação Híbrida 2, a formulação Proposta, a formulação Híbrida 1 e finalmente a formulação de Wagner.

Assim os resultados mostram que a velocidade da resolução das formulações matemáticas do tipo inteiro linear misto não depende de maneira proporcional ao número de variáveis binárias que utilizam, embora não se descarte a sua influência no processo.

Dentre os cinco procedimentos apresentados, o procedimento HC_Mn10_Pr10 apresenta os melhores resultados nos três indicadores (*upper bound*, *lower bound* e *GAP*) para o ambiente *job shop*. Embora este procedimento requeira um maior tempo computacional os seus resultados são melhores que qualquer outro com o mesmo tempo de processamento. Os seus resultados em média se encontram a 10,27% de distância do ótimo, mostrando assim um procedimento eficiente.

De igual forma, os resultados apresentados pelos procedimentos Mn8_Pr2 e HC_Mn8_Pr2 apresentam os melhores resultados nos três indicadores (*upper bound*, *lower bound* e *GAP*) para o tempo de processamento de 10 minutos. Embora estes procedimentos obtenham um menor *lower bound* que a formulação proposta, o indicador *GAP* mostra a superioridade do procedimento, seus resultados

em média se encontram a 11,74% e 11,58% de distância do ótimo, respectivamente.

7.1.2. INDICADOR: MEDIANA

A seguir, apresenta-se a mediana dos resultados obtidos nos distintos testes computacionais.

TABELA 7.2. RESUMO RESULTADOS FORMULAÇÕES, INDICADOR MEDIANA.

	Formulação	Sem Solução Inicial			Com solução Inicial HC1			Com solução Inicial HC2		
		DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %	DES _U %	DES _L %	GAP %
10 min.	Manne	0,00	26,19	35,48	0,00	29,31	41,48	0,00	25,45	34,13
	AM	0,00	26,19	35,48	0,00	24,92	33,19	0,00	26,60	37,31
	Liao-You	0,00	30,95	45,04	1,45	29,32	41,48	0,00	28,60	40,06
	Wagner	369,31	4,70	431,55	29,83	4,70	40,85	11,97	4,70	19,19
	Wilson	397,03	4,70	462,04	25,21	4,70	39,09	11,27	4,70	18,01
	Proposta	112,51	2,36	117,20	15,19	2,36	32,08	8,67	2,36	13,21
	Híbrido 1	102,35	3,90	113,37	17,73	3,90	36,27	5,42	2,36	13,21
	Híbrido 2	135,32	33,06	221,13	10,79	30,84	65,68	6,38	32,74	52,00
	Mn_Pr10	0,00	4,70	13,34	-	-	-	-	-	-
	Mn8_Pr2	0,00	2,36	6,90	-	-	-	-	-	-
20 min.	HC_Mn8_Pr2	-	-	-	-	-	-	0,00	2,36	4,36
	Manne	0,00	27,68	39,19	-	-	-	0,00	23,35	30,47
	Proposta	86,46	2,36	129,20	-	-	-	6,98	2,36	13,21
	Mn10_Pr10	0,00	2,36	4,22	-	-	-	-	-	-
	HC_Mn10_Pr10	-	-	-	-	-	-	0,00	2,36	2,76

- Teste não correspondente

Na Tabela 7.2 foram resumidas todas as formulações e estratégias avaliadas ao longo do trabalho de pesquisa, utilizando como indicador a mediana percentual dos resultados tanto para o *lower bound*, *upper bound* e *GAP* de otimalidade. Através da tabela pode-se observar que as relações das formulações matemáticas se mantêm, sendo que a formulação de Manne apresenta o melhor desempenho para o problema de *job shop* em relação ao *upper bound*. A formulação Adaptada

de Manne obtém resultados próximos aos da formulação original e a formulação de Liao-You obtém piores resultados que a formulação de Manne.

A formulação de Wagner apresenta um desempenho pobre para o problema de *job shop*, a formulação de Wilson apresenta melhores resultados que a formulação de Wagner e a formulação Proposta apresentam os melhores resultados dentro da família. As formulações denominadas Híbrida 1 e Híbrida 2 obtêm resultados parecidos aos da formulação Proposta, e todos os processos apresentam os melhores resultados nos três indicadores (*upper bound*, *lower bound* e *GAP*) para o ambiente *job shop*, sendo que, entre eles o processo Mn10_Pr10 seja o melhor, embora o processo HC_Mn8_Pr2 obtenha bons resultados em menor tempo de processamento.

7.1.3. INDICADOR: NÚMERO DE SOLUÇÕES ÓTIMAS

A seguir se - apresenta o número de soluções ótimas obtidos nos distintos testes computacionais.

TABELA 7.3. RESUMO RESULTADOS FORMULAÇÕES, S. ÓTIMAS.

	Formulação	Sem Solução Inicial		Com solução Inicial HC1		Com solução Inicial HC2	
		Soluções Ótimas	Soluções <i>GAP</i> <5%	Soluções Ótimas	Soluções <i>GAP</i> <5%	Soluções Ótimas	Soluções <i>GAP</i> <5%
10 min.	Manne	11	0	12	0	12	0
	AM	11	0	12	0	12	0
	Liao-You	11	0	12	0	12	0
	Wagner	01	01	03	01	07	03
	Wilson	01	02	04	01	08	03
	Proposta	03	05	06	04	08	06
	Híbrido 1	02	02	06	01	07	09
	Híbrido 2	02	0	03	02	05	02
	Mn_Pr10	13	03	-	-	-	-
	Mn8_Pr2	15	4	-	-	-	-
	HC_Mn8_Pr2	-	-	-	-	15	05

20 min.	Manne	12	0	-	-	12	0
	Proposta	05	03	-	-	8	07
	Mn10_Pr10	15	05	-	-	-	-
	HC_Mn10_Pr10	-	-	-	-	16	05
- Teste não correspondente							

Na Tabela 7.3 observe-se o número total de soluções ótimas que cada modelo consegue provar nos diferentes testes estabelecidos, assim como as soluções que se localizam a uma diferença menor do que 5% da solução ótima. Considerando o número total de soluções ótimas e soluções com *GAP* menor que 5% com o número total de instâncias estabelecidas, a percentagem máxima é de 46,66%, que corresponde ao procedimento HC_Mn10_Pr10, seguido pelo procedimento Mn10_Pr10 com 44,44% num tempo de processamento de 20 minutos e, finalmente, o procedimento HC_Mn8_Pr2 com os mesmos 44,44% num tempo de processamento de 10 minutos, o que representa uma melhoria de mais de 60% em relação aos resultados obtidos pelas formulações clássicas no mesmo tempo computacional.

As formulações de precedência apresentam aproximadamente o mesmo número de soluções ótimas para o problema ainda que, partindo de uma solução inicial, e mostrando-se constantes durante todos os testes realizados, considerando maiores tempos de processamento.

Por outro lado, as formulações de designação obtêm um menor número de soluções ótimas em relação as formulações de precedência, no entanto as formulações melhoram os seus resultados através de uma solução inicial. Além disso, as formulações de designação apresentam o melhor *lower bound* e *GAP* de otimalidade para o problema, logo, o estudo de formulações pertencentes a este grupo não pode ser descartado para futuras pesquisas que envolvam diferentes ambientes ao estudado.

7.1.4. INDICADOR: NÚMERO DE MELHORES RESULTADOS PARA UB E LB

A seguir apresenta-se uma comparação dos resultados obtidos nos distintos testes computacionais.

TABELA 7.4. RESUMO RESULTADOS FORMULAÇÕES, MELHORES RESULTADOS.

Formulação	Sem Solução Inicial		Com solução Inicial HC1		Com solução Inicial HC2	
	# Melhor Resultado UB	# Melhor Resultado LB	# Melhor Resultado UB	# Melhor Resultado LB	# Melhor Resultado UB	# Melhor Resultado LB
Manne	35	17	37	15	32	14
AM	30	17	31	14	25	13
Liao - You	27	12	22	12	24	10
Wagner	1	27	3	27	7	27
Wilson	1	27	4	27	9	27
Proposta	3	31	6	31	9	30
Híbrido 1	2	28	6	29	8	31
Híbrido 2	3	2	7	3	13	6
Mn10_Pr10	25	30	-	-	-	-
HC_Mn10_Pr10	-	-	-	-	35	31
Mn_Pr10	23	29	-	-	-	-
Mn8_Pr2	25	30	-	-	-	-
HC_Mn8_Pr2	-	-	-	-	25	30

- Teste não correspondente

Na tabela 7.4 apresenta-se o resumo do número de vezes que a formulação ou procedimento encontra a melhor solução para a instância estabelecida, por exemplo, a formulação de Manne apresenta na primeira coluna da tabela o número de vezes que a formulação encontra o melhor resultado para o *upper bound*, neste caso o número chega a 35, ou seja, das 45 instâncias avaliadas o melhor resultado de 35 instâncias pertence a formulação de Manne. Cabe mencionar que o melhor resultado pode ser encontrado por outras formulações e não é exclusivo, como pode ser observado na mesma coluna, a formulação Adaptada de Manne encontra 30

vezes o melhor resultado para o *upper bound*, os quais podem ser ou não os mesmos que a versão não adaptada.

A tabela tem a finalidade de mostrar o número de vezes que cada formulação ou procedimento supera seus concorrentes tanto para o *upper bound* como para o *lower bound*. Assim, observando os resultados da tabela, pode-se notar que as formulações de precedência apresentam o maior número de melhores resultados para o *upper bound*. A formulação de Manne chega a um máximo de 37 instâncias e mostra a diferença de desempenho em relação a formulação Adaptada de Manne e a formulação de Liao-You. Note que existem várias instâncias nas quais essas formulações não alcançam os mesmos resultados que a formulação de Manne.

As formulações de designação encontram o maior número de melhores resultados para o *lower bound*, sendo a formulação Proposta e a formulação Híbrida 1 as que apresentam a maior quantidade. Note que não existe uma diferença ampla em relação a formulação de Wagner e de Wilson (o mesmo desempenho ocorre nas formulações de precedência no *upper bound*).

Além disso, pode-se observar a melhoria das formulações de designação através do uso de soluções iniciais para o *upper bound*, embora no final o número não seja grande.

Na análise detalhada dos resultados pode-se observar aqueles que são alcançados pelas formulações de designação não são os mesmos que os atingidos pelas formulações de precedência.

Finalmente a tabela 7.4 mostra o desempenho dos procedimentos. Neste caso, o procedimento HC_Mn10_Pr10 encontra o maior número de melhores resultados tanto para *upper bound* como para *lower bound* embora utilize um maior tempo de processamento para cada instância. O procedimento HC_Mn8_Pr2 encontra um número de melhores resultados tanto para *upper bound* como para *lower bound* comparável HC_MN10_Pr10 em menor tempo computacional.

7.2. Conclusões

Neste trabalho, foi considerado o problema de programação de tarefas no ambiente denominado *job shop* comumente encontrado nas empresas de manufatura. A abordagem proposta foi o uso de formulações matemáticas para a obtenção das soluções. Esta técnica permite a obtenção de resultados ótimos através da exploração do espaço de soluções, com a principal desvantagem de exigir tempos computacionais prolongados para instâncias de grande porte.

Foram avaliadas seis formulações matemáticas de diversos autores através de um total de 45 instâncias retiradas da literatura, e durante um tempo de processamento determinado por experimentos iniciais. Além disso, foram implementadas estratégias de aprimoramento para melhorar o processo de resolução das formulações e avaliar as vantagens e desvantagens que apresenta cada uma.

Os resultados obtidos mostram que as formulações de precedência obtêm um melhor resultado para o ambiente *job shop* que as formulações do tipo designação, fato que não acontece em outros ambientes como máquina simples (Baker e Keller, 2010) e *flow shop* (Gupta *et al.*, 2004, Ronconi e Birgin, 2012). Vale comentar que, as formulações do tipo designação através da inserção de soluções iniciais apresentam uma melhoria significativa nos resultados e, segundo o indicador *GAP*, mostram ter resultados com menor distância à solução ótima do problema.

Os resultados mostram que a formulação com melhor desempenho para o problema de *job shop* é a formulação de Manne (1960), por encontrar o maior número de soluções ótimas no tempo estabelecido e obter o melhor limitante superior nos diferentes testes computacionais, seguida por da versão Adaptativa e pela formulação de Liao-You, ambas pertencentes ao grupo de formulações que utilizam restrições disjuntivas.

A formulação Proposta neste trabalho, apresenta os melhores resultados dentro do grupo de formulações do tipo designação, seguida pela formulação de Wilson e a formulação de Wagner. A formulação Proposta, através das estratégias

de aprimoramento, apresenta na média os resultados que se acham mais perto do ótimo, o que poderia indicar ser vantajoso para problemas com soluções ótimas desconhecidas.

O procedimento HC_Mn10_Pr10 é o melhor procedimento desenvolvido no trabalho, dado que encontra o maior número de soluções ótimas e em média seus resultados se encontram a 10,27% das soluções ótimas (indicador *gap*). Embora o procedimento demore 20 minutos a sua aplicação nas empresas é promissor.

O procedimento HC_Mn8_Pr2 é o melhor procedimento desenvolvido no trabalho para o ambiente no tempo computacional de 10 minutos, por encontrar um maior número de soluções ótimas que as formulações clássicas e obter resultados a 11,58% da solução ótima (indicador *GAP*).

Futuras pesquisas poderão ser realizadas no desenvolvimento de novas heurísticas que permitam a obtenção de melhores resultados e possibilitem aprimorar com maior intensidade o processo de resolução das formulações. Outra abordagem futura interessante seria examinar a formulação Proposta, empregando-se técnicas como Reformulação Linear e Envoltória Convexa com o objetivo de observar futuras melhorias.

REFERÊNCIAS

- AARTS E.; LENSTRA J. K., Local search in combinatorial optimization, *John Wiley and Sons*, New York, U.S.A., 2003.
- ADAMS J.; BALAS E.; ZAWACK D., The shifting bottleneck procedure for *job shop* scheduling, *Management Science*, 34, 391-401, 1988.
- AERTS J., A survey of optimization algorithms for *job shop* scheduling, *Technical Report COSOR*, Eindhoven University of Technology, Holanda, 1997.
- APPLEGATE D.; COOK D., A computational study of the *job shop* scheduling problem, *ORSA Journal on Computing*, 2, 149-156, 1991.
- ATKINSON P., Estudo de técnicas para minimização do makespan no *job shop* clássico com base no modelo em grafo disjuntivo, *Dissertação (Mestrado)*, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.
- BALAS E.; VAZACOPULOS, Guided local search with shifting bottleneck for *job shop* scheduling, *Management Science*, 2, 262-275, 1998.
- BALAS E., Machine sequencing via disjunctive graphs: An implicit enumerations algorithm, *Operations Research*, 17, 941-957, 1969.
- BAKER K. R., Introduction to sequencing and scheduling, *Operations Research*, 23, 62-73, 1974.
- BAKER K. R., Elements of sequencing and scheduling, *Dartmouth College*, Estados Unidos, 1998.
- BAKER K.R.; MARTIN J.B., An experimental comparison of solution algorithms for the single machine tardiness problem, *Naval Research Logistics Quarterly*, 21, 187-199, 1974.
- BAKER K.R.; KELLER B., Solving the single machine sequencing problem using integer programming, *Computers and Industrial Engineering*, 59, 730-735, 2010.
- BAKER K.R.; TRIETSCH D., Principles of sequencing and scheduling, *John Wiley and Sons*, New York, U.S.A., 2009.
- BARNES J.W.; CHAMBERS J.B., Solving the *job shop* scheduling problem with tabu search, *IEE Transactions*, 27, 257-263, 1995.

BERTRAND J.W.; FRANSOO J.C., Modeling and simulation operations management research methodologies using quantitative modeling, *International Journal of Operations and Production Management*, 22, 241-264, 2002.

BHASKARAN K.; PINEDO M., Handbook of industrial engineering, *John Wiley and Sons*, New York, U.S.A., 1991.

BLACKSTONE J. H.; PHILLIPS D. T.; HOGG G. L., A state-of-the-art survey of dispatching rules for manufacturing *job shop* operations, *International Journal of Production Research*, 20, 27 – 45, 1982.

BRUCKER P.; JURISCH B.; SIEVERS B., A branch and bound algorithm for the *job shop* scheduling problem, *Discrete Applied Mathematics*, 49, 107, 1994.

CARLIER J.; PINSON E., A algorithm for solving the *job shop* problem, *Management Science*, 35, 164-176, 1989.

CHANG, Y. L; SUEYOSHI, T.; SULLIVAN, R. S., Ranking dispatching rules by data envelopment analysis in a *job shop* environment, *IIE Transactions*, 28, 631-642, 1996.

CHEN C.; DAI J., Design and high-level synthesis of hybrid controller, *Conference of Networking, Sensing & Control*, Taipei, Taiwan, 2004.

DAGLI C.H.; SITTISATHANCHAI S., Genetic neuro scheduler: A new approach for the *job shop* scheduling, *International Journal of Production Economics*, 41, 135-145, 1995.

DELLA GROCE F.; TADEI R.; VOLTA G., A genetic algorithm for the *job shop* problem, *Computers and Operations Research*, 22, 15 -24, 1995.

DELL'AMICO M.; TRUBIAN M., Applying tabu search to the *job shop* scheduling problem, *Annals of Operations Research*, 22, 15 – 224, 1995.

DORNDORF, U.; PESCH, E., Evolution based learning in a *job shop* scheduling environment, *Computers and Operations Research*, 22, 25-40, 1995.

FAN K.; ZHANG R., An analysis of research in *job shop* scheduling problem (2000-2009), *International Conference on Advanced Management Science IEEE*, 282 – 288, 2010.

FERNANDES S.; LOURENÇO H. R., A GRASP and branch-and-bound metaheuristic for the *job shop* scheduling, *Lecture Notes in Computer Science*, 4446, 60-71, 2007.

FLOUDAS, C. A.; LIN, X., Mixed integer linear programming in process scheduling: Modeling, algorithms, and applications, *Annals of Operations Research*, 139, 131-162, 2005.

FRENCH, S., Sequencing and scheduling: An introduction to the mathematics of the job shop, *Ellis Horwood*, UK, 1982;

GRO IN H.; KLINKERT A.; PHAM D.N., Feasible job insertions in the multi processor task job shop, *European Journal of Operational Research*, 185, 2008.

GUPTA JND.; STAFFORD EF.; TSENG FT, Comparative evaluation of MILP flow shop models, *Journal of the Operational Research Society*, 56, 88-101, 2004.

HAUPT R., A survey of priority rule-based scheduling, *OR Spektrum*, 11, 3-16, 1989.

HOLTHAUS O.; RAJENDRAN C., Efficient dispatching rules for scheduling in a job shop, *International Journal of Production Economics*, 48, 87-105, 1997.

JAIN A. S.; MEERAN S., A state-of-the-art review of *job shop* scheduling techniques, *University of Dundee*, Scotland, 1998.

JAKSON J.R., An extension of Johnson's results on job lot scheduling, *Naval Research Logistic Quarterly*, 3, 201-203, 1956.

JEREMIAH, B.; LALCHANDANI, A.; SCHRAGE, L., Heuristic rules toward optimal scheduling, *Report*, Cornell University, Estados Unidos, 1964.

KAWAI T.; FUJIMOTO Y., An efficient combination of dispatch rules for *job shop* scheduling problem, *3rd IEEE International Conference on Industrial Informatics*, 484- 488, 2005.

KÄSCHEL J.; TEICH T., KÖBERNIK G.; MEIER B., Algorithms for the *job shop* scheduling problem – a comparison of different methods, *European Symposium on Intelligent Techniques*, 3, Germany, 1999.

KIS T.; HERTZ A., Lower bound for the job insertion problem, *Discrete Applied Mathematics*, 128, 395-419, 2003.

KUBIAK W.; SETHI S.; SRISKANDARAJAH C., An efficient algorithm for a *job shop* problem, *Annals of Operations Research*, 57, 203–216, 1995.

LAWRENCE, S., Supplement to resource constrained project scheduling: An experimental investigation of heuristic scheduling techniques, *Tech. Rep.*, *Carnegie Mellon University*, GSIA, Estados Unidos, 1984.

LENSTRA J.K. e RINNOOY KAN A.H.G., Computational complexity of discrete optimization problems, *Annals of Discrete Mathematics*, 4, 121-140, 1979.

LIAO C.J.; YOU C.T., An improved formulation for the *job shop* scheduling problem, *Journal of Operational Research Society*, 11, 1047-1054, 1992.

MANNE A.S., On the *job shop* scheduling problem, *Operations Research*, 8, 219-223, 1960.

MAINIERI, G.; RONCONI D. P., Regras de despacho para a minimização do atraso total no ambiente flow shop flexível, *Gestão & Produção*, 17, 683-692, 2010.

MITROFF, I.I.; BETZ, F.; PONDY, L. R.; SAGASTI, F., On managing science in the systems age: Two schemas for the study of science as a whole system phenomenon, *Interfaces*, 4, 46-58, 1974.

MORTON T.E.; PENTICO D.W., Heuristic scheduling systems, *Wiley*, New York, U.S.A., 1993.

MUTH J. F.; THOMPSON G. L., Industrial Scheduling, *Englewood Cliffs, Prentice Hall*, 1963.

NABABAN E. B.; ABDULLAH S; HAMDAN A.R.; ZAKARIA M. S., A branch and Bound algorithm in optimization *job shop* scheduling problems, *International Symposium on Information Technology*, 1, 1-5, 2008.

NOWICKI E.; SMUTNICKI C., A fast taboo search algorithm for the *job shop* problem, *Management Science*, 42, 797 – 813, 1996.

PAN C.H., A study of integer programming formulations for scheduling problems, *International Journal of System Science*, 28, 1997.

PINEDO M., Theory, algorithms and systems, *Third Edition, Springer*, New York, U.S.A., 2008.

PANWALKAR S. S.; ISKANDER W., A survey of scheduling rules, *Operations Research*, 25, 45-61, 1977.

PERREGAARD M.; CLAUSEN J., Parallel branch and bound methods for the *job shop* scheduling problem, *Annals of Operations Research*, 1996.

PHAN D.H., Complex *job shop* scheduling: formulations, algorithms and healthcare application, Switzerland, 2008.

RAMAN R.; GROSSMANN I. E., Modeling and computational techniques for logic based integer programming, *Computers chem. Eng*, 7, 563-578, 1994.

RAVINDRAN A.; PHILLIPS D. T.; SOLBERG J. J., Operations research: Principles and practice, *Second edition*, New York, U.S.A. 1987.

RONCONI D. P.; BIRGIN E.G., Mixed-Integer programming models for flow shop scheduling problems minimizing the total earliness and tardiness, in Just-in-Time systems, Y.A. Ríos-Solís and R.Z. Ríos-Mercado (Eds.), Springer series on Optimization and Its Applications, P.M. Pardalos and Ding-Zhu Du (Series eds.), 2012.

SABUNCUOGLU I.; BAYIZ M., Theory and methodology *job shop* scheduling with beam search, *European Journal of Operational Research*, 118, 1999.

SHAHZAD A.; MEBARKI N., Discovering dispatching rules for *job shop* scheduling problem through data mining, *8th International Conference of Modeling and Simulation - MOSIM'10*, 2010.

SEDA M., Mathematical models of flow shop and *job shop* scheduling problems, *World Academy of Science*, 31, 2007.

SOTSKOV Y.N., The complexity of shop scheduling problems with two or three jobs, *European Journal of Operational Research*, 53, 326-336, 1991.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muskat, Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação, 3. ed., UFSC, Brasil, 2001.

SCRICH C. R., Busca tabu para a programação de tarefas em *job shop* com datas de entrega, *Universidade Estadual de Campinas*, Brasil, 1997.

TAILLARD E.D., Parallel taboo search techniques for the *job shop* scheduling problem, *ORSA Journal on Computing*, 6, 108-117, 1990.

TAN Y.; LIU S.; WANG D., A constraint programming based branch and bound algorithm for *job shop* problems, *Control and Decision Conference (CCDC)*, 173-178, 2010.

TIMKOVSKY V.G., A polynomial time algorithm for the two machine unit time release date *job shop* schedule length problem, *Optimization and Computer Science*, 77, 185-200, 1997.

VAN LAARHOVEN P.J.M.; AARTS E.H.L.; LENSTRA J.K., *Job shop* scheduling by simulated annealing, *Operations Research*, 40, 113-125, 1992.

VIVIERS, F., A decision support system for *job shop* scheduling, *European Journal of Operational Research*, 14, 95-103, 1983.

VOLLMANN T. E.; BERRY W. L.; WHYBARK D. C., Manufacturing planning and control systems, 4th edition, New York, U.S.A., 1997.

WAGNER H.M., An integer linear programming model for machine scheduling, *Naval Research Logistics Quarterly*, 6, 131-140, 1958.

WENQI H.; AIHUA Y., An improved shifting bottleneck procedure for the *job shop* scheduling problem, *Computers & Operations Research*, 31, 2093-2110, 2004.

WILSON J.M., Alternative formulations of flow shop scheduling problem, *Operational Research Society*, 4, 395-399, 1989.

WILLIAMS P.H., Model building in mathematical programming, 4th edition, *John Wiley and sons*, New York, U.S.A., 2002.

ANEXO A

TABELA A-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	655	655	0,00	0,00	0,00	655	655	0,00	0,00	0,00	655	655	0,00	0,00	0,00
la3	10x5	597	597	597	0,00	0,00	0,00	597	597	0,00	0,00	0,00	597	597	0,00	0,00	0,00
la4	10x5	590	590	590	0,00	0,00	0,00	590	590	0,00	0,00	0,00	590	590	0,00	0,00	0,00
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	598	0,00	35,42	54,85	926	598	0,00	35,42	54,85	926	574	0,00	38,01	61,32
la7	15x5	890	890	615	0,00	30,90	44,72	890	615	0,00	30,90	44,72	890	524	0,00	41,12	69,85
la8	15x5	863	863	637	0,00	26,19	35,48	863	637	0,00	26,19	35,48	863	595	0,00	31,05	45,04
la9	15x5	951	951	661	0,00	30,49	43,87	951	661	0,00	30,49	43,87	951	640	0,00	32,70	48,59
la10	15x5	958	958	576	0,00	39,87	66,32	958	576	0,00	39,87	66,32	958	592	0,00	38,20	61,82
la11	20x5	1222	1222	563	0,00	53,93	117,05	1222	563	0,00	53,93	117,05	1222	492	0,00	59,74	148,37
la12	20x5	1039	1039	568	0,00	45,33	82,92	1039	568	0,00	45,33	82,92	1039	549	0,00	47,16	89,25
la13	20x5	1150	1150	577	0,00	49,83	99,31	1150	577	0,00	49,83	99,31	1150	540	0,00	53,04	112,96
la14	20x5	1292	1292	561	0,00	56,58	130,30	1292	561	0,00	56,58	130,30	1292	565	0,00	56,27	128,67
la15	20x5	1207	1207	560	0,00	53,60	115,54	1207	560	0,00	53,60	115,54	1207	522	0,00	56,75	131,23

*Otimidade não comprovada

TABELA A-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	945	945	0,00	0,00	0,00	945	945	0,00	0,00	0,00	945	945	0,00	0,00	0,00
la17	10x10	784	784	784	0,00	0,00	0,00	784	784	0,00	0,00	0,00	784	784	0,00	0,00	0,00
la18	10x10	848	848	848	0,00	0,00	0,00	848	848	0,00	0,00	0,00	848	848	0,00	0,00	0,00
la19	10x10	842	842	842	0,00	0,00	0,00	842	842	0,00	0,00	0,00	842	842	0,00	0,00	0,00
la20	10x10	902	902	902	0,00	0,00	0,00	902	902	0,00	0,00	0,00	902	902	0,00	0,00	0,00
la21	15x10	1059	1081	889	2,08	16,05	21,60	1083	889	2,27	16,05	21,82	1120	847	5,76	20,02	32,23
la22	15x10	927	941	827	1,51	10,79	13,78	935	827	0,86	10,79	13,06	937	772	1,08	16,72	21,37
la23	15x10	1032	1032	766	0,00	25,78	34,73	1032	766	0,00	25,78	34,73	1032	764	0,00	25,97	35,08
la24	15x10	935	946	882	1,18	5,67	7,26	940	882	0,53	5,67	6,58	958	819	2,46	12,41	16,97
la25	15x10	977	988	861	1,13	11,87	14,75	986	861	0,92	11,87	14,52	992	834	1,54	14,64	18,94
la26	20x10	1218	1219	847	0,08	30,46	43,92	1239	847	1,72	30,46	46,28	1279	820	5,01	32,68	55,98
la27	20x10	*1270	1270	860	0,00	32,28	47,67	1280	860	0,79	32,28	48,84	1270	789	0,00	37,87	60,96
la28	20x10	*1276	1247	820	-2,27	35,74	52,07	1297	820	1,65	35,74	58,17	1278	785	0,16	38,48	62,80
la29	20x10	*1202	1241	812	3,24	32,45	52,83	1292	812	7,49	32,45	59,11	1408	830	17,14	30,95	69,64
la30	20x10	1355	1372	861	1,25	36,46	59,35	1393	861	2,80	36,46	61,79	1379	818	1,77	39,63	68,58

*Otimalidade não comprovada

TABELA A-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM				Manne						AM						Liao - You		
			UB	LB		DES _U	DES _L	GAP	UB	LB		DES _U	DES _L	GAP	UB	LB		DES _U	DES _L	GAP
						%	%	%				%	%	%				%	%	%
la31	30x10	1784	1784	776		0,00	56,50	129,90	1865	776		4,54	56,50	140,34	2162	783		21,19	56,11	176,12
la32	30x10	1850	1928	830		4,22	55,14	132,29	1994	830		7,78	55,14	140,24	2094	820		13,19	55,68	155,37
la33	30x10	1719	1719	780		0,00	54,62	120,38	1890	780		9,95	54,62	142,31	2007	751		16,75	56,31	167,24
la34	30x10	1721	1874	751		8,89	56,36	149,53	1829	751		6,28	56,36	143,54	2172	735		26,21	57,29	195,51
la35	30x10	1888	2018	781		6,89	58,63	158,39	2061	781		9,16	58,63	163,89	2294	754		21,50	60,06	204,24
la36	15x15	1268	1296	1115		2,21	12,07	16,23	1296	1115		2,21	12,07	16,23	1295	1071		2,13	15,54	20,92
la37	15x15	*1425	1435	1120		0,70	21,40	28,13	1429	1120		0,28	21,40	27,59	1495	1072		4,91	24,77	39,46
la38	15x15	*1232	1205	1027		-2,19	16,64	17,33	1215	1027		-1,38	16,64	18,31	1280	992		3,90	19,48	29,03
la39	15x15	1233	1270	1077		3,00	12,65	17,92	1254	1077		1,70	12,65	16,43	1251	1057		1,46	14,27	18,35
la40	15x15	*1238	1280	1039		3,39	16,07	23,20	1269	1039		2,50	16,07	22,14	1309	1021		5,74	17,53	28,21
abz5	10x10	*1239	1234	1234		-0,40	0,40	0,00	1234	1234		-0,40	0,40	0,00	1234	1234		-0,40	0,40	0,00
abz6	10x10	943	943	943		0,00	0,00	0,00	943	943		0,00	0,00	0,00	943	943		0,00	0,00	0,00
abz7	20x15	*710	706	474		-0,56	33,24	48,95	715	474		0,70	33,24	50,84	741	460		4,37	35,21	61,09
abz8	20x15	*716	733	487		2,37	31,98	50,51	726	487		1,40	31,98	49,08	733	475		2,37	33,66	54,32
abz9	20x15	*735	739	530		0,54	27,89	39,43	759	530		3,27	27,89	43,21	738	506		0,41	31,16	45,85

*Otimidade não comprovada

TABELA A-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner					Wilson					Proposta				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la1	10x5	666	830	666	24,62	0,00	24,62	709	666	6,46	0,00	6,46	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	693	635	5,80	3,05	9,13	686	635	4,73	3,05	8,03	672	655	2,60	0,00	2,60
la3	10x5	597	614	588	2,85	1,51	4,42	654	588	9,55	1,51	11,22	623	588	4,36	1,51	5,95
la4	10x5	590	665	537	12,71	8,98	23,84	696	537	17,97	8,98	29,61	597	567	1,19	3,90	5,29
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	1327	926	43,30	0,00	43,30	1071	926	15,66	0,00	15,66	939	926	1,40	0,00	1,40
la7	15x5	890	1119	869	25,73	2,36	28,77	1017	869	14,27	2,36	17,03	904	869	1,57	2,36	4,03
la8	15x5	863	1482	863	71,73	0,00	71,73	1002	863	16,11	0,00	16,11	938	863	8,69	0,00	8,69
la9	15x5	951	1337	951	40,59	0,00	40,59	995	951	4,63	0,00	4,63	985	951	3,58	0,00	3,58
la10	15x5	958	1733	958	80,90	0,00	80,90	981	958	2,40	0,00	2,40	971	958	1,36	0,00	1,36
la11	20x5	1222	3132	1222	156,30	0,00	156,30	3844	1222	214,57	0,00	214,57	1333	1222	9,08	0,00	9,08
la12	20x5	1039	3133	1039	201,54	0,00	201,54	3351	1039	222,52	0,00	222,52	1280	1039	23,20	0,00	23,20
la13	20x5	1150	3795	1150	230,00	0,00	230,00	3401	1150	195,74	0,00	195,74	1883	1150	63,74	0,00	63,74
la14	20x5	1292	4354	1292	237,00	0,00	237,00	2862	1292	121,52	0,00	121,52	1292	1292	0,00	0,00	0,00
la15	20x5	1207	3791	1207	214,08	0,00	214,08	3853	1207	219,22	0,00	219,22	1378	1207	14,17	0,00	14,17

*Otimidade não comprovada

TABELA A-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner						Wilson						Proposta		
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	1979	660	109,42	30,16	199,85	1324	660	40,11	30,16	100,61	1035	705	9,52	25,40	46,81
la17	10x10	784	1620	683	106,63	12,88	137,19	1279	683	63,14	12,88	87,26	819	683	4,46	12,88	19,91
la18	10x10	848	2039	623	140,45	26,53	227,29	1769	623	108,61	26,53	183,95	996	634	17,45	25,24	57,10
la19	10x10	842	1941	685	130,52	18,65	183,36	1552	685	84,32	18,65	126,57	948	685	12,59	18,65	38,39
la20	10x10	902	2123	744	135,37	17,52	185,35	2268	744	151,44	17,52	204,84	1106	744	22,62	17,52	48,66
la21	15x10	1059	4970	935	369,31	11,71	431,55	6236	935	488,86	11,71	566,95	2717	954	156,56	9,92	184,80
la22	15x10	927	5976	830	544,66	10,46	620,00	5814	830	527,18	10,46	600,48	1970	907	112,51	2,16	117,20
la23	15x10	1032	6718	1032	550,97	0,00	550,97	6646	1032	543,99	0,00	543,99	2655	1032	157,27	0,00	157,27
la24	15x10	935	5989	857	540,53	8,34	598,83	5233	857	459,68	8,34	510,62	2393	857	155,94	8,34	179,23
la25	15x10	977	6084	864	522,72	11,57	604,17	4856	864	397,03	11,57	462,04	2249	864	130,19	11,57	160,30
la26	20x10	1218	8459	1218	594,50	0,00	594,50	8608	1218	606,73	0,00	606,73	3893	1218	219,62	0,00	219,62
la27	20x10	*1270	8611	1188	578,03	6,46	624,83	8611	1188	578,03	6,46	624,83	5300	1188	317,32	6,46	346,13
la28	20x10	*1276	8241	1216	545,85	4,70	577,71	8241	1216	545,85	4,70	577,71	3205	1216	151,18	4,70	163,57
la29	20x10	*1202	7612	1105	533,28	8,07	588,87	7612	1105	533,28	8,07	588,87	4026	1105	234,94	8,07	264,34
la30	20x10	1355	8456	1355	524,06	0,00	524,06	8251	1355	508,93	0,00	508,93	5568	1355	310,92	0,00	310,92

*Otimalidade não comprovada

TABELA A-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner					Wilson					Proposta				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la31	30x10	1784	12364	1784	593,05	0,00	593,05	12364	1784	593,05	0,00	593,05	12364	1784	593,05	0,00	593,05
la32	30x10	1850	12467	1850	573,89	0,00	573,89	12467	1850	573,89	0,00	573,89	12467	1850	573,89	0,00	573,89
la33	30x10	1719	11463	1719	566,84	0,00	566,84	11463	1719	566,84	0,00	566,84	11463	1719	566,84	0,00	566,84
la34	30x10	1721	11015	1721	540,03	0,00	540,03	11015	1721	540,03	0,00	540,03	10961	1721	536,90	0,00	536,90
la35	30x10	1888	11487	1888	508,42	0,00	508,42	11487	1888	508,42	0,00	508,42	11487	1888	508,42	0,00	508,42
la36	15x15	1268	8969	1028	607,33	18,93	772,47	8969	1028	607,33	18,93	772,47	4726	1028	272,71	18,93	359,73
la37	15x15	*1425	10072	980	606,81	31,23	927,76	10072	980	606,81	31,23	927,76	6123	1027	329,68	27,93	496,20
la38	15x15	*1232	8873	876	620,21	28,90	912,90	8873	876	620,21	28,90	912,90	3647	876	196,02	28,90	316,32
la39	15x15	1233	9098	1012	637,88	17,92	799,01	9098	1012	637,88	17,92	799,01	4249	1128	244,61	8,52	276,68
la40	15x15	*1238	9591	1012	674,72	18,26	847,73	9591	1027	674,72	17,04	833,89	9591	1027	674,72	17,04	833,89
abz5	10x10	*1239	2762	868	122,92	29,94	218,20	2817	868	127,36	29,94	224,54	1381	868	11,46	29,94	59,10
abz6	10x10	*943	3176	688	236,80	27,04	361,63	1896	688	101,06	27,04	175,58	1007	700	6,79	25,77	43,86
abz7	20x15	*710	6122	556	762,25	21,69	1001,08	6122	556	762,25	21,69	1001,08	5878	556	727,89	21,69	957,19
abz8	20x15	*716	6343	566	785,89	20,95	1020,67	6343	566	785,89	20,95	1020,67	6343	566	785,89	20,95	1020,67
abz9	20x15	*735	6021	563	719,18	23,40	969,45	6021	563	719,18	23,40	969,45	6021	563	719,18	23,40	969,45

*Otimidade não comprovada

ANEXO B

TABELA B-1. RESULTADOS DA HEURÍSTICA HC1

Instância	Tamanho <i>n x m</i>	OTM	HC 1	
			UB	(HC1 - OTM) / OTM %
la1	10x5	666	889	33,48
la2	10x5	655	862	31,60
la3	10x5	597	825	38,19
la4	10x5	590	849	43,90
la5	10x5	593	706	19,06
la6	15x5	926	1138	22,89
la7	15x5	890	1106	24,27
la8	15x5	863	1136	31,63
la9	15x5	951	1278	34,38
la10	15x5	958	1179	23,07
la11	20x5	1222	1477	20,87
la12	20x5	1039	1244	19,73
la13	20x5	1150	1230	6,96
la14	20x5	1292	1434	10,99
la15	20x5	1207	1603	32,81
la16	10x10	945	1595	68,78
la17	10x10	784	1131	44,26
la18	10x10	848	1260	48,58
la19	10x10	842	1439	70,90
la20	10x10	902	1450	60,75

*Otimidade não comprovada

TABELA B-1. RESULTADOS DA HEURÍSTICA HC1 (CONTINUAÇÃO)

Instância	Tamanho <i>nxm</i>	OTM	HC 1	
			UB	(HC1 - OTM) /OTM %
la21	15x10	1059	1602	51,27
la22	15x10	927	1324	42,83
la23	15x10	1032	1383	34,01
la24	15x10	935	1523	62,89
la25	15x10	977	1584	62,13
la26	20x10	*1218	1708	40,23
la27	20x10	*1270	1768	39,21
la28	20x10	*1276	1793	40,52
la29	20x10	1202	1813	50,83
la30	20x10	1355	2015	48,71
la31	30x10	1784	2431	36,27
la32	30x10	1850	2875	55,41
la33	30x10	1719	2326	35,31
la34	30x10	1721	2440	41,78
la35	30x10	1888	2483	31,51
la36	15x15	1268	1946	53,47
la37	15x15	*1425	2134	49,75
la38	15x15	*1232	2171	76,22
la39	15x15	1233	1726	39,98
la40	15x15	*1238	1934	56,22
abz5	10x10	*1239	1442	16,38
abz6	10x10	943	1332	41,25
abz7	20x15	*710	912	28,45
abz8	20x15	*716	1041	45,39
abz9	20x15	*735	1112	51,29

*Otimidade não comprovada

ANEXO C

TABELA C-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC1

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	655	655	0,00	0,00	0,00	655	655	0,00	0,00	0,00	655	647	0,00	1,22	1,24
la3	10x5	597	597	597	0,00	0,00	0,00	597	597	0,00	0,00	0,00	597	597	0,00	0,00	0,00
la4	10x5	590	590	590	0,00	0,00	0,00	590	590	0,00	0,00	0,00	590	590	0,00	0,00	0,00
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	590	0,00	36,29	56,95	926	577	0,00	37,66	60,41	926	584	0,00	36,94	58,58
la7	15x5	890	890	641	0,00	27,98	38,85	890	631	0,00	29,10	41,05	890	578	0,00	35,05	53,97
la8	15x5	863	863	612	0,00	29,08	41,01	863	628	0,00	27,17	37,31	863	601	0,00	30,34	43,55
la9	15x5	951	951	709	0,00	25,45	34,13	951	687	0,00	27,76	38,43	951	679	0,00	28,60	40,06
la10	15x5	958	958	596	0,00	37,77	60,70	958	616	0,00	35,70	55,52	958	613	0,00	36,04	56,34
la11	20x5	1222	1222	574	0,00	53,04	112,94	1222	595	0,00	51,35	105,54	1222	543	0,00	55,60	125,25
la12	20x5	1039	1039	594	0,00	42,86	75,01	1039	611	0,00	41,19	70,05	1039	564	0,00	45,73	84,25
la13	20x5	1150	1150	644	0,00	44,00	78,57	1150	597	0,00	48,09	92,63	1150	548	0,00	52,35	109,85
la14	20x5	1292	1292	555	0,00	57,02	132,68	1292	546	0,00	57,76	136,75	1292	527	0,00	59,18	144,99
la15	20x5	1207	1207	556	0,00	53,94	117,12	1207	639	0,00	47,05	88,85	1207	549	0,00	54,52	119,85

*Otimidade não comprovada

TABELA C-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC1 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	945	945	0,00	0,00	0,00	945	945	0,00	0,00	0,00	945	945	0,00	0,00	0,00
la17	10x10	784	784	784	0,00	0,00	0,00	784	784	0,00	0,00	0,00	784	784	0,00	0,00	0,00
la18	10x10	848	848	848	0,00	0,00	0,00	848	848	0,00	0,00	0,00	848	848	0,00	0,00	0,00
la19	10x10	842	842	842	0,00	0,00	0,00	842	842	0,00	0,00	0,00	842	842	0,00	0,00	0,00
la20	10x10	902	902	902	0,00	0,00	0,00	902	902	0,00	0,00	0,00	902	902	0,00	0,00	0,00
la21	15x10	1059	1075	865	1,51	18,33	24,30	1090	880	2,93	16,89	23,84	1095	805	3,40	23,98	36,02
la22	15x10	927	940	822	1,40	11,33	14,36	935	828	0,86	10,68	12,92	946	782	2,05	15,67	21,01
la23	15x10	1032	1032	783	0,00	24,12	31,78	1032	792	0,00	23,30	30,38	1032	743	0,00	28,00	38,90
la24	15x10	935	944	878	0,96	6,10	7,52	939	863	0,43	7,70	8,81	941	833	0,64	10,91	12,97
la25	15x10	977	985	887	0,82	9,22	11,06	979	858	0,20	12,14	14,05	992	853	1,54	12,70	16,30
la26	20x10	1218	1237	857	1,56	29,64	44,34	1247	894	2,38	26,60	39,49	1309	845	7,47	30,62	54,91
la27	20x10	*1270	1252	847	-1,42	33,34	47,89	1259	836	-0,87	34,17	50,60	1285	788	1,18	37,95	63,07
la28	20x10	*1276	1278	809	0,16	36,60	57,97	1235	809	-3,21	36,62	52,70	1359	806	6,50	36,85	68,66
la29	20x10	*1202	1246	820	3,66	31,81	52,01	1226	820	2,00	31,75	49,45	1274	801	5,99	33,35	59,02
la30	20x10	1355	1355	860	0,00	36,53	57,56	1363	838	0,59	38,18	62,72	1455	785	7,38	42,06	85,31

*Otimidade não comprovada

TABELA C-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC1 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la31	30x10	1784	1797	781	0,73	56,22	130,09	1864	779	4,48	56,33	139,26	1849	794	3,64	55,49	132,87
la32	30x10	1850	1855	832	0,27	55,04	123,00	1850	830	0,00	55,13	122,88	1852	836	0,11	54,81	121,53
la33	30x10	1719	1732	773	0,76	55,03	124,06	1782	787	3,66	54,21	126,40	1796	761	4,48	55,75	136,09
la34	30x10	1721	1879	753	9,18	56,25	149,54	1841	729	6,97	57,64	152,54	1840	751	6,91	56,36	145,01
la35	30x10	1888	1888	800	0,00	57,64	136,06	1921	792	1,75	58,05	142,55	2021	788	7,04	58,25	156,41
la36	15x15	1268	1305	1117	2,92	11,87	16,78	1296	1114	2,21	12,15	16,34	1308	1074	3,15	15,30	21,79
la37	15x15	*1425	1436	1096	0,77	23,10	31,05	1431	1115	0,42	21,79	28,40	1450	1070	1,75	24,91	35,51
la38	15x15	*1232	1218	1031	-1,14	16,30	18,11	1224	1046	-0,65	15,06	16,97	1238	1032	0,49	16,24	19,98
la39	15x15	1233	1245	1075	0,97	12,77	15,76	1250	1068	1,38	13,37	17,02	1268	1046	2,84	15,17	21,22
la40	15x15	*1238	1268	1021	2,42	17,53	24,19	1246	1021	0,65	17,53	22,04	1235	1021	-0,24	17,53	20,96
abz5	10x10	*1239	1234	1234	-0,40	0,40	0,00	1234	1234	-0,40	0,40	0,00	1234	1234	-0,40	0,40	0,00
abz6	10x10	943	943	943	0,00	0,00	0,00	943	943	0,00	0,00	0,00	943	943	0,00	0,00	0,00
abz7	20x15	*710	721	459	1,55	35,37	57,12	704	469	-0,85	33,97	50,17	731	455	2,96	35,89	60,61
abz8	20x15	*716	734	498	2,51	30,41	47,30	725	491	1,26	31,45	47,71	734	475	2,51	33,66	54,53
abz9	20x15	*735	740	523	0,68	28,84	41,49	746	516	1,50	29,80	44,57	799	494	8,71	32,89	61,99

*Otimidade não comprovada

TABELA C-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC1 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner					Wilson					Proposta				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	732	635	11,76	3,05	15,28	685	635	4,58	3,05	7,87	686	655	4,73	0,00	4,73
la3	10x5	597	695	588	16,42	1,51	18,20	666	588	11,56	1,51	13,27	641	588	7,37	1,51	9,01
la4	10x5	590	660	537	11,86	8,98	22,91	676	537	14,58	8,98	25,88	607	567	2,88	3,90	7,05
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	926	0,00	0,00	0,00	926	926	0,00	0,00	0,00	926	926	0,00	0,00	0,00
la7	15x5	890	1058	869	18,88	2,36	21,75	1055	869	18,54	2,36	21,40	954	869	7,19	2,36	9,78
la8	15x5	863	997	863	15,53	0,00	15,53	933	863	8,11	0,00	8,11	989	863	14,60	0,00	14,60
la9	15x5	951	1022	951	7,47	0,00	7,47	966	951	1,58	0,00	1,58	978	951	2,84	0,00	2,84
la10	15x5	958	992	958	3,55	0,00	3,55	958	958	0,00	0,00	0,00	958	958	0,00	0,00	0,00
la11	20x5	1222	1386	1222	13,42	0,00	13,42	1386	1222	13,42	0,00	13,42	1222	1222	0,00	0,00	0,00
la12	20x5	1039	1166	1039	12,22	0,00	12,22	1156	1039	11,26	0,00	11,26	1066	1039	2,60	0,00	2,60
la13	20x5	1150	1230	1150	6,96	0,00	6,96	1230	1150	6,96	0,00	6,96	1193	1150	3,74	0,00	3,74
la14	20x5	1292	1372	1292	6,19	0,00	6,19	1370	1292	6,04	0,00	6,04	1292	1292	0,00	0,00	0,00
la15	20x5	1207	1544	1207	27,92	0,00	27,92	1552	1207	28,58	0,00	28,58	1427	1207	18,23	0,00	18,23

*Otimalidade não comprovada

TABELA C-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC1 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner					Wilson					Proposta				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la16	10x10	945	1169	660	23,70	30,16	77,12	1157	660	22,43	30,16	75,30	1078	717	14,07	24,13	50,35
la17	10x10	784	962	683	22,70	12,88	40,85	950	683	21,17	12,88	39,09	806	683	2,81	12,88	18,01
la18	10x10	848	1101	623	29,83	26,53	76,73	1055	623	24,41	26,53	69,34	936	663	10,38	21,82	41,18
la19	10x10	842	1103	685	31,00	18,65	61,02	996	685	18,29	18,65	45,40	865	685	2,73	18,65	26,28
la20	10x10	902	1150	744	27,49	17,52	54,57	1112	744	23,28	17,52	49,46	1039	744	15,19	17,52	39,65
la21	15x10	1059	1602	935	51,27	11,71	71,34	1602	935	51,27	11,71	71,34	1233	954	16,43	9,92	29,25
la22	15x10	927	1246	830	34,41	10,46	50,12	1246	830	34,41	10,46	50,12	1198	907	29,23	2,16	32,08
la23	15x10	1032	1383	1032	34,01	0,00	34,01	1360	1032	31,78	0,00	31,78	1150	1032	11,43	0,00	11,43
la24	15x10	935	1396	857	49,30	8,34	62,89	1523	857	62,89	8,34	77,71	1213	857	29,73	8,34	41,54
la25	15x10	977	1584	864	62,13	11,57	83,33	1584	864	62,13	11,57	83,33	1202	864	23,03	11,57	39,12
la26	20x10	1218	1686	1218	38,42	0,00	38,42	1686	1218	38,42	0,00	38,42	1686	1218	38,42	0,00	38,42
la27	20x10	*1270	1416	1188	11,50	6,46	19,19	1402	1188	10,39	6,46	18,01	1411	1188	11,10	6,46	18,77
la28	20x10	*1276	1788	1216	40,13	4,70	47,04	1788	1216	40,13	4,70	47,04	1620	1216	26,96	4,70	33,22
la29	20x10	*1202	1809	1105	50,50	8,07	63,71	1813	1105	50,83	8,07	64,07	1687	1105	40,35	8,07	52,67
la30	20x10	1355	1933	1355	42,66	0,00	42,66	1933	1355	42,66	0,00	42,66	2003	1355	47,82	0,00	47,82

*Otimidade não comprovada

TABELA C-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC1 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner						Wilson						Proposta					
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP			
					%	%				%	%				%	%		%	%	%
la31	30x10	1784	2366	1784	32,62	0,00	32,62	2366	1784	32,62	0,00	32,62	2431	1784	36,27	0,00	36,27			
la32	30x10	1850	2607	1850	40,92	0,00	40,92	2607	1850	40,92	0,00	40,92	2875	1850	55,41	0,00	55,41			
la33	30x10	1719	2325	1719	35,25	0,00	35,25	2325	1719	35,25	0,00	35,25	2326	1719	35,31	0,00	35,31			
la34	30x10	1721	2239	1721	30,10	0,00	30,10	2239	1721	30,10	0,00	30,10	2440	1721	41,78	0,00	41,78			
la35	30x10	1888	2475	1888	31,09	0,00	31,09	2475	1888	31,09	0,00	31,09	2475	1888	31,09	0,00	31,09			
la36	15x15	1268	1946	1028	53,47	18,93	89,30	1946	1028	53,47	18,93	89,30	1551	1028	22,32	18,93	50,88			
la37	15x15	*1425	2134	980	49,75	31,23	117,76	2134	980	49,75	31,23	117,76	1788	980	25,47	31,23	82,45			
la38	15x15	*1232	2156	876	75,00	28,90	146,12	2156	876	75,00	28,90	146,12	1963	876	59,33	28,90	124,09			
la39	15x15	1233	1726	1012	39,98	17,92	70,55	1726	1012	39,98	17,92	70,55	1593	1086	29,20	11,90	46,65			
la40	15x15	*1238	1801	1027	45,48	17,04	75,37	1801	1027	45,48	17,04	75,37	1624	1027	31,18	17,04	58,13			
abz5	10x10	*1239	1381	868	11,46	29,94	59,10	1381	868	11,46	29,94	59,10	1288	1004	3,95	18,97	28,29			
abz6	10x10	943	1152	688	22,16	27,04	67,44	1091	688	15,69	27,04	58,58	997	750	5,73	20,47	32,93			
abz7	20x15	*710	889	556	25,21	21,69	59,89	889	556	25,21	21,69	59,89	862	556	21,41	21,69	55,04			
abz8	20x15	*716	1041	566	45,39	20,95	83,92	1041	566	45,39	20,95	83,92	1041	566	45,39	20,95	83,92			
abz9	20x15	*735	1112	563	51,29	23,40	97,51	1112	563	51,29	23,40	97,51	1109	563	50,88	23,40	96,98			

*Otimidade não comprovada

ANEXO D

TABELA D-1. RESULTADOS DA HEURÍSTICA HC2

Instância	Tamanho <i>n</i> x <i>m</i>	OTM	HC 2	
			UB	(HC2 - OTM) /OTM %
la1	10x5	666	736	10,51
la2	10x5	655	813	24,12
la3	10x5	597	725	21,44
la4	10x5	590	792	34,24
la5	10x5	593	593	0,00
la6	15x5	926	926	0,00
la7	15x5	890	970	8,99
la8	15x5	863	921	6,72
la9	15x5	951	1015	6,73
la10	15x5	958	966	0,84
la11	20x5	1222	1268	3,76
la12	20x5	1039	1137	9,43
la13	20x5	1150	1150	0,00
la14	20x5	1292	1292	0,00
la15	20x5	1207	1343	11,27
la16	10x10	945	1217	28,78
la17	10x10	784	961	22,58
la18	10x10	848	945	11,44
la19	10x10	842	1047	24,35
la20	10x10	902	1000	10,86

*Otimidade não comprovada

Tabela D-1. Resultados da Heurística HC2 (continuação)

Instância	Tamanho <i>n x m</i>	OTM	HC 2	
			UB	(HC2 - OTM) / OTM %
la21	15x10	1059	1266	19,55
la22	15x10	927	1094	18,02
la23	15x10	1032	1149	11,34
la24	15x10	935	1159	23,96
la25	15x10	977	1173	20,06
la26	20x10	1218	1487	22,09
la27	20x10	*1270	1445	13,78
la28	20x10	*1276	1487	16,54
la29	20x10	*1202	1356	12,81
la30	20x10	1355	1535	13,28
la31	30x10	1784	1984	11,21
la32	30x10	1850	1924	4,00
la33	30x10	1719	1881	9,42
la34	30x10	1721	1933	12,32
la35	30x10	1888	2075	9,90
la36	15x15	1268	1597	25,95
la37	15x15	*1425	1701	19,37
la38	15x15	*1232	1556	26,30
la39	15x15	1233	1472	19,38
la40	15x15	*1238	1559	25,93
abz5	10x10	*1239	1442	16,38
abz6	10x10	943	1010	7,10
abz7	20x15	*710	788	10,99
abz8	20x15	*716	844	17,88
abz9	20x15	*735	913	24,22

*Otimidade não comprovada

ANEXO E

TABELA E-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC2

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	655	655	0,00	0,00	0,00	655	655	0,00	0,00	0,00	655	647	0,00	1,22	1,24
la3	10x5	597	597	597	0,00	0,00	0,00	597	597	0,00	0,00	0,00	597	597	0,00	0,00	0,00
la4	10x5	590	590	590	0,00	0,00	0,00	590	590	0,00	0,00	0,00	590	590	0,00	0,00	0,00
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	590	0,00	36,29	56,95	926	577	0,00	37,66	60,41	926	583,915	0,00	36,94	58,58
la7	15x5	890	890	641	0,00	27,98	38,85	890	631	0,00	29,10	41,05	890	578,017	0,00	35,05	53,97
la8	15x5	863	863	612	0,00	29,08	41,01	863	628	0,00	27,17	37,31	863	601,182	0,00	30,34	43,55
la9	15x5	951	951	709	0,00	25,45	34,13	951	687	0,00	27,76	38,43	951	679	0,00	28,60	40,06
la10	15x5	958	958	596	0,00	37,77	60,70	958	616	0,00	35,70	55,52	958	612,761	0,00	36,04	56,34
la11	20x5	1222	1222	574	0,00	53,04	112,94	1222	595	0,00	51,35	105,54	1222	542,518	0,00	55,60	125,25
la12	20x5	1039	1039	594	0,00	42,86	75,01	1039	611	0,00	41,19	70,05	1039	563,897	0,00	45,73	84,25
la13	20x5	1150	1150	644	0,00	44,00	78,57	1150	597	0,00	48,09	92,63	1150	548	0,00	52,35	109,85
la14	20x5	1292	1292	555	0,00	57,02	132,68	1292	546	0,00	57,76	136,75	1292	527,376	0,00	59,18	144,99
la15	20x5	1207	1207	556	0,00	53,94	117,12	1207	639	0,00	47,05	88,85	1207	549	0,00	54,52	119,85

*Otimidade não comprovada

TABELA E-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC2 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	945	945	0,00	0,00	0,00	945	945	0,00	0,00	0,00	945	945	0,00	0,00	0,00
la17	10x10	784	784	784	0,00	0,00	0,00	784	784	0,00	0,00	0,00	784	784	0,00	0,00	0,00
la18	10x10	848	848	848	0,00	0,00	0,00	848	848	0,00	0,00	0,00	848	848	0,00	0,00	0,00
la19	10x10	842	842	842	0,00	0,00	0,00	842	842	0,00	0,00	0,00	842	842	0,00	0,00	0,00
la20	10x10	902	902	902	0,00	0,00	0,00	902	902	0,00	0,00	0,00	902	902	0,00	0,00	0,00
la21	15x10	1059	1075	865	1,51	18,33	24,30	1090	880	2,93	16,89	23,84	1095	805	3,40	23,98	36,02
la22	15x10	927	940	822	1,40	11,33	14,36	935	828	0,86	10,68	12,92	946	781,76	2,05	15,67	21,01
la23	15x10	1032	1032	783	0,00	24,12	31,78	1032	792	0,00	23,30	30,38	1032	743	0,00	28,00	38,90
la24	15x10	935	944	878	0,96	6,10	7,52	939	863	0,43	7,70	8,81	941	833	0,64	10,91	12,97
la25	15x10	977	985	887	0,82	9,22	11,06	979	858	0,20	12,14	14,05	992	852,9	1,54	12,70	16,30
la26	20x10	1218	1237	857	1,56	29,64	44,34	1247	894	2,38	26,60	39,49	1309	845	7,47	30,62	54,91
la27	20x10	*1270	1252	847	-1,42	33,34	47,89	1259	836	-0,87	34,17	50,60	1285	788	1,18	37,95	63,07
la28	20x10	*1276	1278	809	0,16	36,60	57,97	1235	809	-3,21	36,62	52,70	1359	805,7	6,50	36,85	68,66
la29	20x10	*1202	1246	820	3,66	31,81	52,01	1226	820	2,00	31,75	49,45	1274	801,1	5,99	33,35	59,02
la30	20x10	1355	1355	860	0,00	36,53	57,56	1363	838	0,59	38,18	62,72	1455	785,1	7,38	42,06	85,31

*Otimidade não comprovada

TABELA E-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC2 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Manne					AM					Liao - You				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la31	30x10	1784	1797	781	0,73	56,22	130,09	1864	779	4,48	56,33	139,26	1849	794	3,64	55,49	132,87
la32	30x10	1850	1855	832	0,27	55,04	123,00	1850	830	0,00	55,13	122,88	1852	836	0,11	54,81	121,53
la33	30x10	1719	1732	773	0,76	55,03	124,06	1782	787	3,66	54,21	126,40	1796	760,7	4,48	55,75	136,09
la34	30x10	1721	1879	753	9,18	56,25	149,54	1841	729	6,97	57,64	152,54	1840	751	6,91	56,36	145,01
la35	30x10	1888	1888	800	0,00	57,64	136,06	1921	792	1,75	58,05	142,55	2021	788,1	7,04	58,25	156,41
la36	15x15	1268	1305	1117	2,92	11,87	16,78	1296	1114	2,21	12,15	16,34	1308	1074	3,15	15,30	21,79
la37	15x15	*1425	1436	1096	0,77	23,10	31,05	1431	1115	0,42	21,79	28,40	1450	1070	1,75	24,91	35,51
la38	15x15	*1232	1218	1031	-1,14	16,30	18,11	1224	1046	-0,65	15,06	16,97	1238	1031,8	0,49	16,24	19,98
la39	15x15	1233	1245	1075	0,97	12,77	15,76	1250	1068	1,38	13,37	17,02	1268	1046	2,84	15,17	21,22
la40	15x15	*1238	1268	1021	2,42	17,53	24,19	1246	1021	0,65	17,53	22,04	1235	1021	-0,24	17,53	20,96
abz5	10x10	*1239	1234	1234	-0,40	0,40	0,00	1234	1234	-0,40	0,40	0,00	1234	1234	-0,40	0,40	0,00
abz6	10x10	943	943	943	0,00	0,00	0,00	943	943	0,00	0,00	0,00	943	943	0,00	0,00	0,00
abz7	20x15	*710	721	459	1,55	35,37	57,12	704	469	-0,85	33,97	50,17	731	455,1	2,96	35,89	60,61
abz8	20x15	*716	734	498	2,51	30,41	47,30	725	491	1,26	31,45	47,71	734	475	2,51	33,66	54,53
abz9	20x15	*735	740	523	0,68	28,84	41,49	746	516	1,50	29,80	44,57	799	493,2	8,71	32,89	61,99

*Otimidade não comprovada

TABELA E-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC2 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner					Wilson					Proposta				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	724	635	10,53	3,05	14,02	708	635	8,09	3,05	11,50	676	655	3,21	0,00	3,21
la3	10x5	597	692	588	15,91	1,51	17,69	651	588	9,05	1,51	10,71	628	588	5,19	1,51	6,80
la4	10x5	590	684	537	15,93	8,98	27,37	651	537	10,34	8,98	21,23	611	567	3,56	3,90	7,76
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	926	0,00	0,00	0,00	926	926	0,00	0,00	0,00	926	926	0,00	0,00	0,00
la7	15x5	890	917	869	3,03	2,36	5,52	890	869	0,00	2,36	2,42	890	869	0,00	2,36	2,42
la8	15x5	863	884	863	2,43	0,00	2,43	863	863	0,00	0,00	0,00	883	863	2,32	0,00	2,32
la9	15x5	951	951	951	0,00	0,00	0,00	951	951	0,00	0,00	0,00	951	951	0,00	0,00	0,00
la10	15x5	958	958	958	0,00	0,00	0,00	958	958	0,00	0,00	0,00	958	958	0,00	0,00	0,00
la11	20x5	1222	1263	1222	3,36	0,00	3,36	1268	1222	3,76	0,00	3,76	1222	1222	0,00	0,00	0,00
la12	20x5	1039	1134	1039	9,14	0,00	9,14	1122	1039	7,99	0,00	7,99	1066	1039	2,60	0,00	2,60
la13	20x5	1150	1150	1150	0,00	0,00	0,00	1150	1150	0,00	0,00	0,00	1150	1150	0,00	0,00	0,00
la14	20x5	1292	1292	1292	0,00	0,00	0,00	1292	1292	0,00	0,00	0,00	1292	1292	0,00	0,00	0,00
la15	20x5	1207	1343	1207	11,27	0,00	11,27	1343	1207	11,27	0,00	11,27	1263	1207	4,64	0,00	4,64

*Otimidade não comprovada

TABELA E-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC2 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner						Wilson						Proposta		
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	1115	660	17,99	30,16	68,94	1085	660	14,81	30,16	64,39	1043	705	10,37	25,40	47,94
la17	10x10	784	892	683	13,78	12,88	30,60	889	683	13,39	12,88	30,16	820	683	4,59	12,88	20,06
la18	10x10	848	925	623	9,08	26,53	48,48	909	623	7,19	26,53	45,91	861	663	1,53	21,82	29,86
la19	10x10	842	1005	685	19,36	18,65	46,72	1015	685	20,55	18,65	48,18	915	685	8,67	18,65	33,58
la20	10x10	902	975	744	8,09	17,52	31,05	964	744	6,87	17,52	29,57	941	756	4,32	16,19	24,47
la21	15x10	1059	1266	935	19,55	11,71	35,40	1266	935	19,55	11,71	35,40	1174	954	10,86	9,92	23,06
la22	15x10	927	1118	830	20,60	10,46	34,70	1118	830	20,60	10,46	34,70	1079	907	16,40	2,16	18,96
la23	15x10	1032	1149	1032	11,34	0,00	11,34	1149	1032	11,34	0,00	11,34	1104	1032	6,98	0,00	6,98
la24	15x10	935	1144	857	22,35	8,34	33,49	1147	857	22,67	8,34	33,84	1046	857	11,87	8,34	22,05
la25	15x10	977	1184	864	21,19	11,57	37,04	1184	864	21,19	11,57	37,04	1131	864	15,76	11,57	30,90
la26	20x10	1218	1377	1218	13,05	0,00	13,05	1377	1218	13,05	0,00	13,05	1377	1218	13,05	0,00	13,05
la27	20x10	*1270	1416	1188	11,50	6,46	19,19	1402	1188	10,39	6,46	18,01	1411	1188	11,10	6,46	18,77
la28	20x10	*1276	1487	1216	16,54	4,70	22,29	1487	1216	16,54	4,70	22,29	1475	1216	15,60	4,70	21,30
la29	20x10	*1202	1356	1105	12,81	8,07	22,71	1356	1105	12,81	8,07	22,71	1331	1105	10,73	8,07	20,45
la30	20x10	1355	1535	1355	13,28	0,00	13,28	1535	1355	13,28	0,00	13,28	1534	1355	13,21	0,00	13,21

*Otimidade não comprovada

TABELA E-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES COM HC2 (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Wagner						Wilson						Proposta					
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP			
					%	%	%			%	%	%			%	%	%			
la31	30x10	1784	1984	1784	11,21	0,00	11,21	1984	1784	11,21	0,00	11,21	1984	1784	11,21	0,00	11,21			
la32	30x10	1850	1881	1850	1,68	0,00	1,68	1881	1850	1,68	0,00	1,68	1881	1850	1,68	0,00	1,68			
la33	30x10	1719	1881	1719	9,42	0,00	9,42	1881	1719	9,42	0,00	9,42	1881	1719	9,42	0,00	9,42			
la34	30x10	1721	1933	1721	12,32	0,00	12,32	1933	1721	12,32	0,00	12,32	1932	1721	12,26	0,00	12,26			
la35	30x10	1888	2114	1888	11,97	0,00	11,97	2114	1888	11,97	0,00	11,97	2092	1888	10,81	0,00	10,81			
la36	15x15	1268	1597	1058	25,95	16,56	50,95	1572	1058	23,97	16,56	48,58	1473	1028	16,17	18,93	43,29			
la37	15x15	*1425	1722	980	20,84	31,23	75,71	1722	980	20,84	31,23	75,71	1558	980	9,33	31,23	58,98			
la38	15x15	*1232	1586	876	28,73	28,90	81,05	1586	876	28,73	28,90	81,05	1467	876	19,07	28,90	67,47			
la39	15x15	1233	1485	1012	20,44	17,92	46,74	1485	1012	20,44	17,92	46,74	1417	1099	14,92	10,89	28,96			
la40	15x15	*1238	1559	1027	25,93	17,04	51,80	1559	1027	25,93	17,04	51,80	1455	1027	17,53	17,04	41,67			
abz5	10x10	*1239	1372	868	10,73	29,94	58,06	1362	868	9,93	29,94	56,91	1280	1004	3,31	18,97	27,49			
abz6	10x10	943	987	688	4,67	27,04	43,46	987	688	4,67	27,04	43,46	958	804	1,59	14,74	19,15			
abz7	20x15	*710	813	556	14,51	21,69	46,22	813	556	14,51	21,69	46,22	809	556	13,94	21,69	45,50			
abz8	20x15	*716	844	566	17,88	20,95	49,12	844	566	17,88	20,95	49,12	840	566	17,32	20,95	48,41			
abz9	20x15	*735	913	563	24,22	23,40	62,17	913	563	24,22	23,40	62,17	913	563	24,22	23,40	62,17			

*Otimidade não comprovada

ANEXO F

TABELA F-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES HÍBRIDAS

Inst.	$n \times m$	OTM	Híbrido					Híbrido HC1					Híbrido HC2				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la1	10x5	666	666	666	0.00	0.00	0.00	666	666	0.00	0.00	0.00	666	666	0.00	0.00	0.00
la2	10x5	655	667	655	1.83	0.00	1.83	655	655	0.00	0.00	0.00	669	655	2.14	0.00	2.14
la3	10x5	597	626	588	4.86	1.51	6.46	651	588	9.05	1.51	10.71	597	588	0.00	1.51	1.53
la4	10x5	590	608	567	3.05	3.90	7.23	613	567	3.90	3.90	8.11	622	567	5.42	3.90	9.70
la5	10x5	593	593	593	0.00	0.00	0.00	593	593	0.00	0.00	0.00	593	593	0.00	0.00	0.00
la6	15x5	926	995	926	7.45	0.00	7.45	926	926	0.00	0.00	0.00	926	926	0.00	0.00	0.00
la7	15x5	890	980	869	10.11	2.36	12.77	1037	869	16.52	2.36	19.33	904	869	1.57	2.36	4.03
la8	15x5	863	897	863	3.94	0.00	3.94	988	863	14.48	0.00	14.48	884	863	2.43	0.00	2.43
la9	15x5	951	1077	951	13.25	0.00	13.25	1015	951	6.73	0.00	6.73	951	951	0.00	0.00	0.00
la10	15x5	958	1130	958	17.95	0.00	17.95	958	958	0.00	0.00	0.00	958	958	0.00	0.00	0.00
la11	20x5	1222	1810	1222	48.12	0.00	48.12	1357	1222	11.05	0.00	11.05	1242	1222	1.64	0.00	1.64
la12	20x5	1039	1453	1039	39.85	0.00	39.85	1133	1039	9.05	0.00	9.05	1066	1039	2.60	0.00	2.60
la13	20x5	1150	1636	1150	42.26	0.00	42.26	1181	1150	2.70	0.00	2.70	1150	1150	0.00	0.00	0.00
la14	20x5	1292	1412	1292	9.29	0.00	9.29	1292	1292	0.00	0.00	0.00	1292	1292	0.00	0.00	0.00
la15	20x5	1207	1720	1207	42.50	0.00	42.50	1462	1207	21.13	0.00	21.13	1262	1207	4.56	0.00	4.56

*Otimidade não comprovada

TABELA F-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES HÍBRIDAS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Híbrido					Híbrido HC1					Híbrido HC2				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la16	10x10	945	945	1087	705	15.03	25.40	1036	705	9.63	25.40	46.95	1008	705	6.67	25.40	42.98
la17	10x10	784	784	919	683	17.22	12.88	819	683	4.46	12.88	19.91	817	683	4.21	12.88	19.62
la18	10x10	848	848	991	634	16.86	25.24	936	663	10.38	21.82	41.18	880	634	3.77	25.24	38.80
la19	10x10	842	842	977	685	16.03	18.65	966	685	14.73	18.65	41.02	868	685	3.09	18.65	26.72
la20	10x10	902	902	1057	744	17.18	17.52	1026	744	13.75	17.52	37.90	924	744	2.44	17.52	24.19
la21	15x10	1059	1059	2620	935	147.40	11.71	1293	954	22.10	9.92	35.53	1159	954	9.44	9.92	21.49
la22	15x10	927	927	2370	830	155.66	10.46	1211	845	30.64	8.88	43.37	1063	907	14.67	2.16	17.20
la23	15x10	1032	1032	2202	1032	113.37	0.00	1215	1032	17.73	0.00	17.73	1083	1032	4.94	0.00	4.94
la24	15x10	935	935	2677	857	186.31	8.34	1204	857	28.77	8.34	40.49	1076	857	15.08	8.34	25.55
la25	15x10	977	977	1977	864	102.35	11.57	1254	864	28.35	11.57	45.14	1102	864	12.79	11.57	27.55
la26	20x10	1218	1218	7569	1218	521.43	0.00	1679	1218	37.85	0.00	37.85	1377	1218	13.05	0.00	13.05
la27	20x10	*1270	1270	7744	1188	509.76	6.46	1398	1188	10.08	6.46	17.68	1398	1188	10.08	6.46	17.68
la28	20x10	*1276	1276	6573	1216	415.13	4.70	1766	1216	38.40	4.70	45.23	1487	1216	16.54	4.70	22.29
la29	20x10	*1202	1202	5715	1105	375.46	8.07	1780	1105	48.09	8.07	61.09	1340	1105	11.48	8.07	21.27
la30	20x10	1355	1355	7454	1355	450.11	0.00	1923	1355	41.92	0.00	41.92	1534	1355	13.21	0.00	13.21

*Otimidade não comprovada

TABELA F-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES HÍBRIDAS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Híbrido					Híbrido HC1					Híbrido HC2				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la31	30x10	1784	12242	1784	586.21	0.00	586.21	2431	1784	36.27	0.00	36.27	1984	1784	11.21	0.00	11.21
la32	30x10	1850	12467	1850	573.89	0.00	573.89	2857	1850	54.43	0.00	54.43	1881	1850	1.68	0.00	1.68
la33	30x10	1719	11463	1719	566.84	0.00	566.84	2326	1719	35.31	0.00	35.31	1881	1719	9.42	0.00	9.42
la34	30x10	1721	10943	1721	535.85	0.00	535.85	2440	1721	41.78	0.00	41.78	1933	1721	12.32	0.00	12.32
la35	30x10	1888	11382	1888	502.86	0.00	502.86	2475	1888	31.09	0.00	31.09	2114	1888	11.97	0.00	11.97
la36	15x15	1268	5399	1028	325.79	18.93	425.19	1717	1028	35.41	18.93	67.02	1524	1028	20.19	18.93	48.25
la37	15x15	*1425	5914	980	315.02	31.23	503.47	1897	980	33.12	31.23	93.57	1685	980	18.25	31.23	71.94
la38	15x15	*1232	4927	876	299.92	28.90	462.44	1627	876	32.06	28.90	85.73	1464	876	18.83	28.90	67.12
la39	15x15	1233	5888	1012	377.53	17.92	481.82	1659	1012	34.55	17.89	63.86	1482	1128	20.19	8.52	31.38
la40	15x15	*1238	6758	1027	445.88	17.04	558.03	1830	1027	47.82	17.04	78.19	1508	1027	21.81	17.04	46.84
abz5	10x10	*1239	1346	868	8.64	29.94	55.07	1288	868	3.95	29.94	48.39	1288	868	3.95	29.94	48.39
abz6	10x10	943	1010	688	7.10	27.04	46.80	1021	758	8.27	19.62	34.70	967	719	2.55	23.78	34.54
abz7	20x15	*710	6023	556	748.31	21.69	983.27	904	556	27.32	21.69	62.59	798	556	12.39	21.69	43.53
abz8	20x15	*716	5950	566	731.01	20.95	951.24	1027	566	43.44	20.95	81.45	840	566	17.32	20.95	48.41
abz9	20x15	*735	5640	563	667.35	23.40	901.78	1102	563	49.93	23.40	95.74	913	563	24.22	23.40	62.17

*Otimidade não comprovada

TABELA F-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES HÍBRIDAS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Híbrido II					Híbrido II HC1					Híbrido II HC2				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%			%	%	%
la1	10x5	666	666	666	0.00	0.00	0.00	666	666	0.00	0.00	0.00	666	666	0.00	0.00	0.00
la2	10x5	655	667	537	1.83	17.94	24.09	660	643	0.76	1.84	2.65	655	655	0.00	0.00	0.00
la3	10x5	597	632	564	5.86	5.55	12.09	603	570	1.01	4.52	5.79	597	597	0.00	0.00	0.00
la4	10x5	590	604	475	2.37	19.49	27.16	601	567	1.86	3.90	6.00	593	587	0.51	0.50	1.02
la5	10x5	593	593	593	0.00	0.00	0.00	593	593	0.00	0.00	0.00	593	593	0.00	0.00	0.00
la6	15x5	926	933	546	0.76	41.04	70.88	926	875	0.00	5.51	5.83	926	552	0.00	40.39	67.75
la7	15x5	890	933	462	4.83	48.09	101.94	892	503	0.22	43.48	77.34	890	525	0.00	41.00	69.49
la8	15x5	863	863	547	0.00	36.65	57.85	936	565	8.46	34.54	65.68	863	533	0.00	38.29	62.04
la9	15x5	951	989	583	4.00	38.70	69.64	951	579	0.00	39.12	64.25	952	637	0.11	32.99	49.39
la10	15x5	958	1212	536	26.51	44.09	126.29	958	571	0.00	40.40	67.78	958	585	0.00	38.94	63.76
la11	20x5	1222	1500	536	22.75	56.14	179.85	1287	519	5.32	57.52	147.94	1222	514	0.00	57.94	137.74
la12	20x5	1039	1499	509	44.27	51.04	194.66	1059	501	1.92	51.78	111.38	1039	508	0.00	51.11	104.53
la13	20x5	1150	1414	497	22.96	56.77	184.44	1181	536	2.70	53.35	120.15	1150	599	0.00	47.93	92.07
la14	20x5	1292	1986	519	53.72	59.83	282.66	1292	518	0.00	59.87	149.20	1292	545	0.00	57.82	137.06
la15	20x5	1207	1422	492	17.81	59.24	189.02	1486	481	23.12	60.15	208.94	1284	525	6.38	56.52	144.64

*Otimidade não comprovada

TABELA F-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES HÍBRIDAS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Híbrido II						Híbrido II HC1					Híbrido II HC2				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	
					%	%	%			%	%	%			%	%	%	
la16	10x10	945	1113	771	17.78	18.41	44.36	1021	834	8.04	11.79	22.48	1008	852	6.67	9.84	18.31	
la17	10x10	784	906	668	15.56	14.80	35.63	811	730	3.44	6.89	11.10	785	785	0.13	-0.13	0.00	
la18	10x10	848	1002	725	18.16	14.50	38.21	848	848	0.00	0.00	0.00	896	835	5.66	1.55	7.32	
la19	10x10	842	1245	707	47.86	16.03	76.10	855	776	1.54	7.88	10.23	874	768	3.80	8.81	13.83	
la20	10x10	902	1244	796	37.92	11.73	56.25	955	867	5.88	3.91	10.18	926	884	2.66	2.00	4.75	
la21	15x10	1059	2492	776	135.32	26.72	221.13	1218	792	15.01	25.24	53.84	1183	805	11.71	23.98	46.96	
la22	15x10	927	2458	741	165.16	20.10	231.85	1146	738	23.62	20.39	55.28	1049	719	13.16	22.44	45.90	
la23	15x10	1032	2669	708	158.62	31.40	276.98	1138	714	10.27	30.84	59.44	1081	717	4.75	30.55	50.83	
la24	15x10	935	2214	740	136.79	20.86	199.19	1097	760	17.33	18.72	44.34	1066	775	14.01	17.07	37.47	
la25	15x10	977	2657	780	171.95	20.16	240.64	1136	783	16.27	19.90	45.17	1062	795	8.70	18.66	33.64	
la26	20x10	1218	4707	796	286.45	34.63	491.20	1446	796	18.72	34.66	81.70	1345	796	10.43	34.66	69.01	
la27	20x10	*1270	5838	770	359.69	39.37	658.18	1407	755	10.79	40.57	86.41	1407	755	10.79	40.57	86.41	
la28	20x10	*1276	6048	776	373.98	39.18	679.38	1552	766	21.63	39.99	102.68	1415	776	10.89	39.16	82.28	
la29	20x10	*1202	4024	774	234.78	35.61	419.90	1611	779	34.03	35.19	106.80	1324	805	10.15	33.03	64.47	
la30	20x10	1355	4980	803	267.53	40.74	520.17	1834	823	35.35	39.26	122.84	1534	806	13.21	40.52	90.32	

*Otimidade não comprovada

TABELA F-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES HÍBRIDAS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Híbrido II						Híbrido II HC1					Híbrido II HC2				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	
					%	%				%	%				%	%		%
la31	30x10	1784	12159	781	581.56	56.22	1456.85	1784	2431	775	36.27	56.56	1784	1984	775	11.21	56.56	
la32	30x10	1850	12241	830	561.68	55.12	1374.45	1850	2852	831	54.16	55.08	1850	1874	838	1.30	54.72	
la33	30x10	1719	11338	780	559.57	54.62	1353.59	1719	2275	780	32.34	54.62	1719	1879	780	9.31	54.62	
la34	30x10	1721	10452	700	507.32	59.33	1393.14	1721	2436	735	41.55	57.29	1721	1933	735	12.32	57.29	
la35	30x10	1888	11273	732	497.09	61.23	1440.03	1888	2474	778	31.04	58.79	1888	2114	741	11.97	60.77	
la36	15x15	1268	5179	1032	308.44	18.60	401.76	1268	1579	1034	24.53	18.44	1268	1442	1017	13.72	19.83	
la37	15x15	*1425	6809	1060	377.82	25.63	542.48	1425	1855	1042	30.18	26.86	1425	1629	1072	14.32	24.79	
la38	15x15	*1232	5065	976	311.12	20.78	418.95	1232	1726	976	40.10	20.78	1232	1406	976	14.12	20.78	
la39	15x15	1233	5310	1028	330.66	16.63	416.54	1233	1541	1015	24.98	17.68	1233	1422	1040	15.33	15.65	
la40	15x15	*1238	5264	1020	325.20	17.60	416.03	1238	1617	1021	30.61	17.53	1238	1535	1021	23.99	17.53	
abz5	10x10	*1239	1409	994	13.72	19.79	41.78	1239	1288	1078	3.95	12.97	1239	1284	1078	3.63	12.98	
abz6	10x10	943	1335	837	41.57	11.24	59.50	943	948	917	0.53	2.76	943	943	943	0.00	0.00	
abz7	20x15	*710	5211	453	633.94	36.20	1050.33	710	884	450	24.51	36.62	710	779	446	9.72	37.18	
abz8	20x15	*716	6154	474	759.50	33.78	1197.96	716	978	466	36.59	34.92	716	833	478	16.34	33.24	
abz9	20x15	*735	4679	492	536.60	33.06	851.02	735	1106	493	50.48	32.93	735	886	494	20.54	32.74	

*Otimidade não comprovada

ANEXO G

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS

Inst.	<i>n x m</i>	OTM	Mn10_Pr10					HC_Mn10_Pr10				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	655	655	0,00	0,00	0,00	655	655	0,00	0,00	0,00
la3	10x5	597	597	588	0,00	1,51	1,53	597	588	0,00	1,51	1,53
la4	10x5	590	590	567	0,00	3,90	4,06	590	567	0,00	3,90	4,06
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	926	0,00	0,00	0,00	926	926	0,00	0,00	0,00
la7	15x5	890	890	869	0,00	2,36	2,42	890	869	0,00	2,36	2,42
la8	15x5	863	863	863	0,00	0,00	0,00	863	863	0,00	0,00	0,00
la9	15x5	951	951	951	0,00	0,00	0,00	951	951	0,00	0,00	0,00
la10	15x5	958	958	958	0,00	0,00	0,00	958	958	0,00	0,00	0,00
la11	20x5	1222	1222	1222	0,00	0,00	0,00	1222	1222	0,00	0,00	0,00
la12	20x5	1039	1039	1039	0,00	0,00	0,00	1039	1039	0,00	0,00	0,00
la13	20x5	1150	1150	1150	0,00	0,00	0,00	1150	1150	0,00	0,00	0,00
la14	20x5	1292	1292	1292	0,00	0,00	0,00	1292	1292	0,00	0,00	0,00
la15	20x5	1207	1207	1207	0,00	0,00	0,00	1207	1207	0,00	0,00	0,00

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	<i>n x m</i>	OTM	Mn10_Pr10					HC_Mn10_Pr10				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	945	705	0,00	25,40	34,04	945	705	0,00	25,40	34,04
la17	10x10	784	784	691	0,00	11,86	13,46	784	690	0,00	11,94	13,56
la18	10x10	848	848	663	0,00	21,82	27,90	848	663	0,00	21,82	27,90
la19	10x10	842	842	685	0,00	18,65	22,92	842	685	0,00	18,65	22,92
la20	10x10	902	902	756	0,00	16,19	19,31	902	756	0,00	16,19	19,31
la21	15x10	1059	1081	954	2,08	9,92	13,31	1082	954	2,17	9,92	13,42
la22	15x10	927	941	907	1,51	2,16	3,75	932	907	0,54	2,16	2,76
la23	15x10	1032	1032	1032	0,00	0,00	0,00	1032	1032	0,00	0,00	0,00
la24	15x10	935	946	857	1,18	8,34	10,39	935	857	0,00	8,34	9,10
la25	15x10	977	988	864	1,13	11,57	14,35	977	864	0,00	11,57	13,03
la26	20x10	1218	1219	1218	0,08	0,00	0,08	1250	1218	2,63	0,00	2,63
la27	20x10	*1270	1270	1188	0,00	6,46	6,90	1260	1188	-0,79	6,46	6,06
la28	20x10	*1276	1247	1216	-2,27	4,70	2,55	1241	1216	-2,74	4,70	2,06
la29	20x10	*1202	1241	1105	3,2	8,07	12,31	1242	1105	3,33	8,07	12,40
la30	20x10	1355	1372	1355	1,25	0,00	1,25	1355	1355	0,00	0,00	0,00

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	<i>n x m</i>	OTM	Mn10_Pr10					HC_Mn10_Pr10				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%
la31	30x10	1784	1784	1784	0,00	0,00	0,00	1784	1784	0,00	0,00	0,00
la32	30x10	1850	1928	1850	4,22	0,00	4,22	1855	1850	0,27	0,00	0,27
la33	30x10	1719	1719	1719	0,00	0,00	0,00	1719	1719	0,00	0,00	0,00
la34	30x10	1721	1874	1721	8,89	0,00	8,89	1778	1721	3,31	0,00	3,31
la35	30x10	1888	2018	1888	6,89	0,00	6,89	1889	1888	0,05	0,00	0,05
la36	15x15	1268	1296	1028	2,21	18,93	26,07	1291	1028	1,81	18,93	25,58
la37	15x15	*1425	1435	980	0,70	31,23	46,43	1418	980	-0,49	31,23	44,69
la38	15x15	*1232	1205	877	-2,19	28,81	37,40	1219	877	-1,06	28,81	39,00
la39	15x15	1233	1270	1127	3,00	8,60	12,69	1250	1128	1,38	8,52	10,82
la40	15x15	*1238	1280	1027	3,39	17,04	24,63	1271	1027	2,67	17,04	23,76
abz5	10x10	*1239	1234	1028	-0,40	17,03	20,04	1234	1028	-0,40	17,03	20,04
abz6	10x10	943	943	748	0,00	20,68	26,07	943	750	0,00	20,47	25,73
abz7	20x15	*710	706	556	-0,56	21,69	26,98	692	556	-2,54	21,69	24,46
abz8	20x15	*716	733	566	2,37	20,95	29,51	724	566	1,12	20,95	27,92
abz9	20x15	*735	739	563	0,54	23,40	31,26	729	563	-0,82	23,40	29,48

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	<i>n x m</i>	OTM	Mn_Pr10					Mn8_Pr2				
			UB	LB	DES _U	DES _L	GAP	UB	LB	DES _U	DES _L	GAP
					%	%	%			%	%	%
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	655	655	0,00	0,00	0,00	655	655	0,00	0,00	0,00
la3	10x5	597	597	588	0,00	1,51	1,53	597	588	0,00	1,51	1,53
la4	10x5	590	590	567	0,00	3,90	4,06	590	567	0,00	3,90	4,06
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	926	0,00	0,00	0,00	926	926	0,00	0,00	0,00
la7	15x5	890	890	869	0,00	2,36	2,42	890	869	0,00	2,36	2,42
la8	15x5	863	863	863	0,00	0,00	0,00	863	863	0,00	0,00	0,00
la9	15x5	951	951	951	0,00	0,00	0,00	951	951	0,00	0,00	0,00
la10	15x5	958	958	958	0,00	0,00	0,00	958	958	0,00	0,00	0,00
la11	20x5	1222	1222	1222	0,00	0,00	0,00	1222	1222	0,00	0,00	0,00
la12	20x5	1039	1039	1039	0,00	0,00	0,00	1039	1039	0,00	0,00	0,00
la13	20x5	1150	1150	1150	0,00	0,00	0,00	1150	1150	0,00	0,00	0,00
la14	20x5	1292	1292	1292	0,00	0,00	0,00	1292	1292	0,00	0,00	0,00
la15	20x5	1207	1207	1207	0,00	0,00	0,00	1207	1207	0,00	0,00	0,00

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	Mn_Pr10					Mn8_Pr2				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	945	705	0,00	25,40	34,04	945	705	0,00	25,40	34,04
la17	10x10	784	784	691	0,00	11,86	13,46	784	683	0,00	12,88	14,79
la18	10x10	848	848	663	0,00	21,82	27,90	848	635	0,00	25,12	33,54
la19	10x10	842	842	685	0,00	18,65	22,92	842	685	0,00	18,65	22,92
la20	10x10	902	902	756	0,00	16,19	19,31	902	750	0,00	16,85	20,27
la21	15x10	1059	1091	954	3,02	9,92	14,36	1081	954	2,08	9,92	13,31
la22	15x10	927	962	907	3,78	2,16	6,06	941	907	1,51	2,16	3,75
la23	15x10	1032	1032	1032	0,00	0,00	0,00	1032	1032	0,00	0,00	0,00
la24	15x10	935	969	857	3,64	8,34	13,07	948	857	1,39	8,34	10,62
la25	15x10	977	1003	864	2,66	11,57	16,09	988	864	1,13	11,57	14,35
la26	20x10	1218	1322	1218	8,54	0,00	8,54	1228	1218	0,82	0,00	0,82
la27	20x10	*1270	1311	1188	3,23	6,46	10,35	1270	1188	0,00	6,46	6,90
la28	20x10	*1276	1341	1216	5,09	4,70	10,28	1310	1216	2,66	4,70	7,73
la29	20x10	*1202	1332	1105	10,82	8,07	20,54	1273	1105	5,91	8,07	15,20
la30	20x10	1355	1406	1355	3,76	0,00	3,76	1355	1355	0,00	0,00	0,00

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	<i>n x m</i>	OTM	Mn_Pr10					Mn8_Pr2				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %	UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la31	30x10	1784	2022	1784	13,34	0,00	13,34	1828	1784	2,47	0,00	2,47
la32	30x10	1850	2132	850	15,24	54,05	150,82	1997	1850	7,95	0,00	7,95
la33	30x10	1719	1837	719	6,86	58,17	155,49	1719	1719	0,00	0,00	0,00
la34	30x10	1721	2010	1721	16,79	0,00	16,79	1875	1721	8,95	0,00	8,95
la35	30x10	1888	2223	1888	17,74	0,00	17,74	1949	1888	3,23	0,00	3,23
la36	15x15	1268	1334	1028	5,21	18,93	29,77	1296	1028	2,21	18,93	26,07
la37	15x15	*1425	1477	980	3,65	31,23	50,71	1421	980	-0,28	31,23	45,00
la38	15x15	*1232	1290	876	4,71	28,90	47,26	1202	877	-2,44	28,81	37,06
la39	15x15	1233	1340	1128	8,68	8,52	18,79	1264	1128	2,51	8,52	12,06
la40	15x15	*1238	1283	1027	3,63	17,04	24,93	1279	1027	3,31	17,04	24,54
abz5	10x10	*1239	1234	1028	-0,40	17,03	20,04	1234	917	-0,40	25,99	34,57
abz6	10x10	943	943	748	0,00	20,68	26,07	943	742	0,00	21,31	27,09
abz7	20x15	*710	762	556	7,32	21,69	37,05	706	556	-0,56	21,69	26,98
abz8	20x15	*716	769	566	7,40	20,95	35,87	742	566	3,63	20,95	31,10
abz9	20x15	*735	846	563	15,10	23,40	50,27	761	563	3,54	23,40	35,17

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	HC_Mn8_Pr2				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la1	10x5	666	666	666	0,00	0,00	0,00
la2	10x5	655	655	655	0,00	0,00	0,00
la3	10x5	597	597	588	0,00	1,51	1,53
la4	10x5	590	590	567	0,00	3,90	4,06
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	926	0,00	0,00	0,00
la7	15x5	890	890	869	0,00	2,36	2,42
la8	15x5	863	863	863	0,00	0,00	0,00
la9	15x5	951	951	951	0,00	0,00	0,00
la10	15x5	958	958	958	0,00	0,00	0,00
la11	20x5	1222	1222	1222	0,00	0,00	0,00
la12	20x5	1039	1039	1039	0,00	0,00	0,00
la13	20x5	1150	1150	1150	0,00	0,00	0,00
la14	20x5	1292	1292	1292	0,00	0,00	0,00
la15	20x5	1207	1207	1207	0,00	0,00	0,00

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DOS PROCEDIMENTOS (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	HC_Mn8_Pr2				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la16	10x10	945	945	705	0,00	25,40	34,04
la17	10x10	784	784	683	0,00	12,88	14,79
la18	10x10	848	848	634	0,00	25,24	33,75
la19	10x10	842	842	685	0,00	18,65	22,92
la20	10x10	902	902	752	0,00	16,63	19,95
la21	15x10	1059	1072	954	1,23	9,92	12,37
la22	15x10	927	940	907	1,40	2,16	3,64
la23	15x10	1032	1032	1032	0,00	0,00	0,00
la24	15x10	935	946	857	1,18	8,34	10,39
la25	15x10	977	978	864	0,10	11,57	13,19
la26	20x10	1218	1250	1218	2,63	0,00	2,63
la27	20x10	*1270	1279	1188	0,71	6,46	7,66
la28	20x10	*1276	1269	1216	-0,55	4,70	4,36
la29	20x10	*1202	1239	1105	3,08	8,07	12,13
la30	20x10	1355	1355	1355	0,00	0,00	0,00

*Otimidade não comprovada

TABELA G-1. RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES (CONTINUAÇÃO)

Inst.	$n \times m$	OTM	HC_Mn8_Pr2				
			UB	LB	DES _U %	DES _L %	GAP %
la31	30x10	1784	1784	1784	0,00	0,00	0,00
la32	30x10	1850	1855	1850	0,27	0,00	0,27
la33	30x10	1719	1731	1719	0,70	0,00	0,70
la34	30x10	1721	1881	1721	9,30	0,00	9,30
la35	30x10	1888	1988	1888	5,30	0,00	5,30
la36	15x15	1268	1291	1028	1,81	18,93	25,58
la37	15x15	*1425	1436	980	0,77	31,23	46,53
la38	15x15	*1232	1222	877	-0,81	28,81	39,34
la39	15x15	1233	1251	1127	1,46	8,60	11,00
la40	15x15	*1238	1267	1027	2,34	17,04	23,37
abz5	10x10	*1239	1234	894	-0,40	27,85	38,03
abz6	10x10	943	943	739	0,00	21,58	27,52
abz7	20x15	*710	734	556	3,38	21,69	32,01
abz8	20x15	*716	734	566	2,51	20,95	29,68
abz9	20x15	*735	747	563	1,63	23,40	32,68

*Otimidade não comprovada

ANEXO H

TABELA H-1. RESULTADOS FERRAMENTA ESPECÍFICA

Instância	Tamanho <i>n x m</i>	OTM	F. OPL			
			UB	LB	DES _U %	DES _L %
la1	10x5	666	735	666	10,36	0,00
la2	10x5	655	803	655	22,60	0,00
la3	10x5	597	696	588	16,58	1,51
la4	10x5	590	705	567	19,49	3,90
la5	10x5	593	593	593	0,00	0,00
la6	15x5	926	926	926	0,00	0,00
la7	15x5	890	963	869	8,20	2,36
la8	15x5	863	863	863	0,00	0,00
la9	15x5	951	951	951	0,00	0,00
la10	15x5	958	966	958	0,84	0,00
la11	20x5	1222	1263	1222	3,36	0,00
la12	20x5	1039	1050	1039	1,06	0,00
la13	20x5	1150	1150	1150	0,00	0,00
la14	20x5	1292	1292	1292	0,00	0,00
la15	20x5	1207	1343	1207	11,27	0,00
la16	10x10	945	1060	670	12,17	29,07
la17	10x10	784	899	683	14,67	12,88
la18	10x10	848	927	623	9,32	26,53
la19	10x10	842	913	685	8,43	18,65
la20	10x10	902	971	744	7,65	17,52

*Otimidade não comprovada

TABELA H-1. RESULTADOS FERRAMENTA ESPECIFICA (CONTINUAÇÃO)

Instância	Tamanho <i>n x m</i>	OTM	F. OPL			
			UB	LB	DES _U %	DES _L %
la21	15x10	1059	1228	935	15,96	11,71
la22	15x10	927	1115	830	20,28	10,46
la23	15x10	1032	1149	1032	11,34	0,00
la24	15x10	935	1066	857	14,01	8,34
la25	15x10	977	1161	864	18,83	11,57
la26	20x10	1218	1377	1218	13,05	0,00
la27	20x10	*1270	1366	1188	7,56	6,46
la28	20x10	*1276	1487	1216	16,54	4,70
la29	20x10	*1202	1356	1105	12,81	8,07
la30	20x10	1355	1535	1355	13,28	0,00
la31	30x10	1784	1984	1784	11,21	0,00
la32	30x10	1850	1881	1850	1,68	0,00
la33	30x10	1719	1881	1719	9,42	0,00
la34	30x10	1721	1913	1721	11,16	0,00
la35	30x10	1888	2069	1888	9,59	0,00
la36	15x15	1268	1518	1028	19,72	18,93
la37	15x15	*1425	1584	980	11,16	31,23
la38	15x15	*1232	1481	876	20,21	28,90
la39	15x15	1233	1482	1012	20,19	17,92
la40	15x15	*1238	1515	1027	22,37	17,04
abz5	10x10	*1239	1442	868	16,38	29,94
abz6	10x10	943	987	688	4,67	27,04
abz7	20x15	*710	813	556	14,51	21,69
abz8	20x15	*716	827	566	15,50	20,95
abz9	20x15	*735	886	563	20,54	23,40

*Otimidade não comprovada