William Corrêa Guttner

**Modelo Tridimensional em Elementos Finitos para a Análise de Cabo
Umbilical STU Submetido ao Carregamento de *Crushing***

**São Paulo
2016**

William Corrêa Guttner

**Modelo Tridimensional em Elementos Finitos para a Análise de Cabo
Umbilical STU Submetido ao Carregamento de *Crushing***

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

**São Paulo
2016**

William Corrêa Guttner

**Modelo Tridimensional em Elementos Finitos para a Análise de Cabo
Umbilical STU Submetido ao Carregamento de *Crushing***

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Naval e Oceânica

Orientador:
Prof. Dr. Celso Pupo Pesce

**São Paulo
2016**

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Guttner, William Corrêa

Modelo Tridimensional em Elementos Finitos para a Análise de Cabo Umbilical STU Submetido ao Carregamento de Crushing / W. C. Guttner -- versão corr. -- São Paulo, 2016.

141 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1.Cabos umbilicais 2.Mecânica offshore 3.Método dos elementos finitos 4.Análise estrutural I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Celso Pupo Pesce, pela orientação, apoio e valorosas discussões, que permitiram a concretização deste trabalho.

A minha esposa, Graziela, por sua compreensão, carinho e dedicação.

Aos colegas do LMO (Laboratório de Mecânica Offshore), em especial ao Caio César Pereira Santos e Eduardo Ribeiro Malta, pelos conhecimentos compartilhados, discussões e momentos de descontração.

À empresa *Prysmian*, pela cooperação científica e tecnológica com o LMO e pelas informações técnicas fornecidas.

À ANP (Agência Nacional do Petróleo) e ao PRH-19, pelo apoio financeiro concedido no início do programa de mestrado.

E a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este trabalho fosse concluído.

RESUMO

Este trabalho desenvolve e apresenta um modelo tridimensional em elementos finitos de um cabo umbilical do tipo STU (*Steel Tube Umbilical*) utilizado na extração offshore de petróleo. Tal modelo é utilizado para estudar o carregamento de *crushing*, que é imposto ao cabo umbilical pelas sapatas do tensionador durante o seu lançamento, de modo a obter de forma detalhada a distribuição de tensões nos componentes do núcleo, com foco nos tubos de aço utilizados para o transporte de fluidos.

A metodologia empregada no desenvolvimento do modelo é descrita detalhadamente ao longo do trabalho, de forma que possa vir a ser utilizada no estudo de outras configurações de cabos umbilicais.

O modelo elaborado é utilizado (i) como paradigma para a validação de um modelo bidimensional, que visa analisar o mesmo problema de forma mais simples e rápida, e (ii) para o estudo do comportamento das tensões nos tubos de aço na região de transição de entrada/saída da sapata.

Na comparação entre os modelos bi e tridimensional, o trabalho conclui pela validade do modelo bidimensional na avaliação das tensões nos tubos de aço resultantes do carregamento de *crushing*, na região central do cabo. O estudo realizado na região de transição de entrada/saída da sapata permitiu verificar que ocorre um aumento dos níveis de tensão nos tubos de aço nessas regiões de transição, com redistribuição do campo de tensões após plastificação.

ABSTRACT

This project proposes a three-dimensional finite element model of a Steel Tube Umbilical Cable used in the offshore oil extraction. This model is used to study the crushing load imposed to the cable by the shoes of the tensioner during its installation, in order to obtain a detailed distribution of stresses in the components of the core, focusing on the steel tubes used for fluid transportation.

The methodology employed in the development of the model will be fully described throughout the study, allowing to reproduce it in the analysis of different umbilical configurations.

The developed model is used (i) as a paradigm for the validation of a two-dimensional model, which aims to analyze the same problem in an easier and faster manner, and (ii) to study the behavior of the stresses in the steel tubes in the entry/exit transition region of the shoe.

Comparison between the two and three-dimensional models allows to conclude for the validity of the two-dimensional in evaluating the stresses in the steel tube resulting from the *crushing* load, in the central region of the cable. The study performed in the entry/exit transition region of the shoe has enabled to verify that there is an increase of the stress levels in the steel tubes in these transition regions, with field stress redistribution after plastification.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dimensões das camadas representadas [32].....	40
Tabela 2: Dados dos componentes helicoidais [32].	40
Tabela 3: Comprimento do modelo.....	42
Tabela 4: Propriedades mecânicas dos materiais utilizados. Dados extraídos de <i>Matweb</i>	44
Tabela 5: Número de elementos e nós do modelo.	48
Tabela 6: Resultados do estudo do comprimento do modelo; os valores entre parênteses apresentam as diferenças percentuais em relação aos resultados do modelo com 3 passos.	53
Tabela 7: Características das diferentes malhas geradas.....	56
Tabela 8: Resultados dos modelos analítico e tridimensional – carregamentos axissimétricos.	59
Tabela 9: Resultados dos modelos bidimensional e tridimensional – carregamento axial de tração.	61
Tabela 10: Resultados dos modelos bidimensional e tridimensional – carregamento de <i>crushing</i>	64
Tabela 11: Deformações residuais no tubo de aço superior após remoção do carregamento de <i>crushing</i>	66

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Produção <i>onshore</i> e <i>offshore</i> de petróleo entre 1965 e 2015 [12].	1
Figura 2: Evolução da profundidade dos campos explorados pela Petrobrás no Brasil [28].	2
Figura 3: Ilustração de <i>risers</i> e umbilicais em sistemas de produção submarinos. Fonte: <i>Google Images</i>	4
Figura 4: Diversas camadas de um <i>riser</i> flexível [19].	5
Figura 5: Cabo umbilical com cabos elétricos e óticos [31].	6
Figura 6: Cabo umbilical com cabos elétricos, mangueiras termoplásticas e mangueiras reforçadas [31].....	7
Figura 7: Cabo umbilical com cabos elétricos e tubos de aço [31].	7
Figura 8: Embarcação de Lançamento; sobre o convés observa-se um equipamento tensionador (em azul) e uma linha flexível sendo lançada pela popa, com o auxílio de uma estrutura em forma de arco denominada ‘roda de lançamento’ [19].	10
Figura 9: Tensionador (Em azul: lagartas de tração; em amarelo: sapatas) [11].	10
Figura 10: Comparação dos resultados de análise de <i>crushing</i> em modelo de elementos finitos (esquerda) com teste experimental (direita) [46].	12
Figura 11: Imagem do modelo bidimensional extraída de Santos et al. [39], ilustrando os carregamentos aplicados aos componentes helicoidais.....	22
Figura 12: Curvas hipotéticas de tensão ao longo do comprimento do cabo com (vermelha) e sem (azul) <i>overshoot</i>	24

Figura 13: Criação da geometria de um tendão helicoidal no módulo “Part” do Abaqus.	27
Figura 14: Diversos tendões dispostos de modo a formar uma camada de armadura de tração no módulo “Assembly” do Abaqus.	28
Figura 15: Comparação entre métodos estritos de contato e o método de penalidades. Adaptado de [1].	32
Figura 16: Acoplamento dos nós da face do cabo com o ponto de referência no centro.	33
Figura 17: Etapas da validação do modelo e de análise dos resultados.	36
Figura 18: Seção transversal do cabo analisado [32].	39
Figura 19: Modelo desenvolvido e suas camadas.	41
Figura 20: Configuração com duas sapatas planas.	42
Figura 21: Detalhe da malha utilizada.	44
Figura 22: Ajuste de Ramberg-Osgood para representar o comportamento do aço duplex [39].	45
Figura 23: Carregamentos e deslocamentos impostos aos pontos de referência.	46
Figura 24: Curvas de energia interna (vermelha) e energia cinética (azul) para o modelo.	47
Figura 25: Região central do cabo (vermelho) e regiões de transição de entrada/saída da sapata (verde).	50
Figura 26: Nó de topo do tubo de aço.	51
Figura 27: Variação do raio de assentamento de um dos tendões da armadura externa x Coordenada axial do cabo.	52
Figura 28: Tensão de Von Mises nos nós de topo de um dos tubos de aço x Coordenada axial do cabo.	53
Figura 29: Detalhes das diferentes malhas geradas.	55
Figura 30: Alongamento axial do cabo em função do refinamento da malha.	56
Figura 31: Máxima tensão de Von Mises nos tubos de aço em função do refinamento da malha.	57
Figura 32: Tensões de Von Mises (MPa) na porção central do cabo no modelo tridimensional – carregamento axial de tração.	59
Figura 33: Tensões de Von Mises (MPa) no modelo bidimensional – carregamento axial de tração.	61
Figura 34: Tensões de Von Mises (MPa) no modelo bidimensional – carregamento de <i>crushing</i> .	63
Figura 35: Tensões de Von Mises (MPa) na porção central do modelo tridimensional – carregamento de <i>crushing</i> .	63
Figura 36: Tensões (MPa) angulares de compressão (azul) e tração (vermelho) nas camadas das armaduras de tração do modelo tridimensional.	65
Figura 37: Diferentes configurações do modelo bidimensional, variando a orientação angular da seção transversal.	67
Figura 38: Força de <i>crushing</i> x Deslocamento vertical da sapata; para diversas orientações angulares do modelo bidimensional. As linhas verticais indicam o início do escoamento dos tubos de aço nas diferentes configurações.	68

Figura 39: Força de <i>crushing</i> x Deslocamento vertical da sapata; modelo tridimensional comparado com diversas configurações do modelo bidimensional.	69
Figura 40: Folga existente no modelo tridimensional	70
Figura 41: Força de <i>crushing</i> x Deslocamento vertical da sapata; modelo tridimensional sem folgas e com a curva deslocada na direção horizontal comparado com diversas configurações do modelo bidimensional. A linha vertical tracejada indica o início do escoamento dos tubos de aço em ambos os modelos tridimensionais.	71
Figura 42: Modelo simplificado e referência: Tubo reto sendo comprimido diretamente pela sapata.	73
Figura 43: Tensão de Von Mises no topo do tubo de aço, ao longo de seu comprimento – modelo simplificado de referência. As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.	74
Figura 44: Concentração de tensão (MPa) na região de transição da sapata – modelo simplificado de referência.	75
Figura 45: Tensão de Von Mises máxima no topo do tubo em função do tamanho da malha – modelo simplificado de referência.	76
Figura 46: Tensão de Von Mises no topo do tubo de aço, ao longo de seu comprimento, para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo simplificado de referência. As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.	77
Figura 47: Tensão de Von Mises no topo do tubo de aço, ao longo de seu comprimento, para níveis maiores de deslocamento da sapata – modelo simplificado de referência. As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.	78
Figura 48: Deformação plástica equivalente (adimensional) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo simplificado de referência.	79
Figura 49: Pressão de contato (MPa) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo simplificado de referência.	80
Figura 50: Tensão radial (σ_{rr} ; MPa) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo simplificado de referência.	81
Figura 51: Tensões angular ($\sigma_{\theta\theta}$; MPa) e axial (σ_{ZZ} ; MPa) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo simplificado de referência.	82
Figura 52: Tensões de Von Mises (σ_{VM} ; MPa) em corte longitudinal do tubo na região de transição da sapata para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo simplificado de referência.	83
Figura 53: Vista em corte parcial do cabo com tubos e <i>fillers</i> retos.	85
Figura 54: Resultados extraídos (i) nos nós de topo do tubo superior e (ii) nos nós à meia espessura da região superior – modelo com tubos retos.	86
Figura 55: Vista em corte parcial do modelo original. Resultados extraídos nos nós externos e de meia espessura ao longo do comprimento (linhas brancas) dos tubos que ficam em correspondência com a sapata superior (tubos verdes). Entre esses tubos há dois <i>fillers</i> (em preto). Os pontos vermelhos são pontos de interesse onde os tubos fazem correspondência com a sapata superior.	87

Figura 56: Tensões de Von Mises nos nós de topo dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de <i>crushing</i> . As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.	88
Figura 57: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de <i>crushing</i>	88
Figura 58: Tensões de Von Mises nos nós de topo do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de <i>crushing</i>	89
Figura 59: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de <i>crushing</i>	89
Figura 60: Concentração de tensões (MPa) no tubo em correspondência com a transição da sapata - modelo original; apenas carregamento de <i>crushing</i>	90
Figura 61: Concentração de tensões (MPa) no tubo superior na região de transição da sapata - modelo com tubos retos; apenas carregamento de <i>crushing</i>	91
Figura 62: Tensões de Von Mises (MPa) no tubo superior (i) na região central do cabo e (ii) na região de transição da sapata - modelo original; apenas carregamento de <i>crushing</i>	91
Figura 63: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de <i>crushing</i> com deslocamento das sapatas de 1,05mm.	93
Figura 64: Deslocamentos radiais nos nós de topo do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de <i>crushing</i>	94
Figura 65: Tensões de Von Mises nos nós de topo dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – carregamento combinado de tração e de <i>crushing</i>	95
Figura 66: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – carregamento combinado de tração e de <i>crushing</i>	96
Figura 67: Tensões de Von Mises (MPa) no tubo superior (i) na região central do cabo e (ii) na região de transição da sapata - modelo original; carregamento combinado de tração e de <i>crushing</i>	97
Figura 68: Imagem do modelo bidimensional extraída de Santos et al. [39], ilustrando os carregamentos radiais aplicados aos componentes helicoidais.	113
Figura 69: Integração entre o modelo analítico (<i>Utilflex</i>) e o modelo bidimensional em elementos finitos.	114
Figura 70: (i) Detalhe do esquema bi-material para as malhas das armaduras de tração; (ii) Superfície de contato contínua resultante [39].	115
Figura 71: Exemplo de domínio bidimensional discretizado em elementos triangulares de três nós.....	118
Figura 72: Exemplo de malha tridimensional, formada por elementos sólidos de 8 nós.	119
Figura 73: Discretização de um domínio unidimensional e aproximação entre a solução exata e a solução obtida pelo MEF	120
Figura 74: Elemento triangular e deslocamentos verticais e horizontais em um ponto genérico.	122

Figura 75: Elemento quadrangular com quatro pontos de integração (integração completa).....	126
Figura 76: Elemento quadrangular de quatro nós com apenas um ponto de integração no centroide (integração reduzida).	127
Figura 77: Deformações nulas nos pontos de integração em modos de flexão de elementos quadrangulares com integração reduzida.	128
Figura 78: Propagação de modos de <i>hourglass</i> através de uma malha.	128
Figura 79: Iterações em um problema não linear resolvido através de um algoritmo implícito.	130
Figura 80: Custo computacional dos métodos explícito e implícito em função do número de graus de liberdade [1].	132
Figura 81: Elemento hexaédrico de 8 nós [40].	133
Figura 82: Tensões (MPa) angulares de tração e compressão, ilustrando o comportamento em flexão de uma estrutura cilíndrica comprimida radialmente.	134
Figura 83: Tensões (MPa) axiais de tração e compressão, ilustrando o comportamento em flexão na região de transição da sapata.	134
Figura 84: Elemento com interpolação linear: como as arestas do elemento permanecem retas quando em flexão, os ângulos entre as linhas deformadas nos pontos de integração não são retos, e, portanto, surgem deformações angulares e tensões de cisalhamento não nulas. Adaptado de [40].	135
Figura 85: Hélice e círculo osculador	138
Figura 86: Trecho da hélice.....	138
Figura 87: Desenho esquemático de um tendão desenrolado.	139

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos utilizados nos Apêndices B e C:

$\mathbf{F}$: Vetor de forças nodais

$\mathbf{F}_S, \mathbf{F}_V$: Vetores de forças de superfície e de volume

$\mathbf{d}$: Vetor de deslocamentos nodais

$\mathbf{u}$: Vetor campo de deslocamentos

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Vetor campo de deformações

$\boldsymbol{\sigma}$: Vetor de tensões

$\mathbf{K}$: Matriz de rigidez

$\mathbf{N}$: Matriz de funções de forma

$\mathbf{B}$: Matriz de deformação

$\mathbf{D}$: Matriz constitutiva

u, v : Deslocamentos horizontal e vertical

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$: Deformações horizontal, vertical e angular

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$: Tensões horizontal, vertical e de cisalhamento

W : Trabalho

w_i : Pesos (método de integração numérica)

Δt : incremento de tempo

ω : frequência natural

Demais símbolos:

E : módulo de elasticidade

A : área da seção transversal

EA_{eq} : rigidez axial equivalente

GJ_{eq} : rigidez torsional equivalente

b : largura do tendão

L : comprimento da camada

n : número de componentes helicoidais em uma camada

ΔL : alongamento

R : raio de assentamento da camada

S : comprimento de arco da hélice

F : Força axial

M : momento de torção

p : pressão interfacial

q' : carregamento devido à pressão interfacial, dado em força por unidade de comprimento

q'' : carregamento devido à pressão interfacial, dado em força por unidade de volume

T : força normal no tendão

u_r, u_θ, u_z : Deslocamentos radial, angular e axial (coordenadas cilíndricas)

u_s : deslocamento vertical da sapata

α : ângulo de assentamento

ε_t : deformação axial do tendão

ϕ : ângulo de giro da hélice

χ : raio de curvatura da hélice

ν : Coeficiente de Poisson

σ_{VM} : Tensão de Von Mises

σ_z : Tensão axial

$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$: Tensões radial, angular e axial (coordenadas cilíndricas)

GLOSSÁRIO

Ângulo de assentamento – Ângulo formado entre a projeção do elemento disposto de forma helicoidal e o eixo da linha flexível.

Árvore de Natal – Equipamento instalado na cabeça dos poços de petróleo. Tem como função a vedação do poço e o controle do fluxo de fluidos.

Birdcaging – Flambagem dos arames das armaduras de tração da linha flexível causada, usualmente, por compressão axial excessiva.

Cabo umbilical – Cabos que ligam as unidades de produção flutuantes às unidades submarinas fixas, conduzindo sinais elétricos e fluidos hidráulicos de modo a permitir o controle e a alimentação remotos das unidades submarinas.

Crushing – Cargas mecânicas radiais aplicadas pelas sapatas do tensionador durante a operação de lançamento de uma linha flexível. Pode referir-se também ao modo de falha caracterizado pelo colapso ou deformação excessiva dos elementos do núcleo da linha flexível em decorrência do esmagamento provocado por tais cargas radiais.

Depleção (ou declínio natural) – Diminuição gradativa da disponibilidade de um recurso. No caso do petróleo tal diminuição é traduzida por redução da pressão do reservatório e consequente redução do volume de produção. Quando o volume de produção de determinado poço não cobre mais os custos envolvidos o mesmo se torna economicamente inviável e é abandonado.

Flowline – Tubos ‘estáticos’ apoiados sobre o leito marinho, ligados às unidades fixas.

FPSO (*Floating Production Storage and Offloading*) – Unidades flutuantes de produção, armazenamento e transferência.

Linhas flexíveis – Designa indistintamente cabos umbilicais ou *risers* flexíveis.

Manifold – Equipamento instalado no leito submarino. Responsável pelo recebimento e direcionamento da produção das árvores de natal para a plataforma de produção e pelo controle da injeção de líquido/gás nos poços.

Overshoot – Nível de um sinal que excede o seu nível estável ao transitar de um nível menor ao nível estável. O valor do *overshoot* é dado pela percentagem entre a diferença entre os níveis máximo e estável e o nível estável.

Plataforma de produção – Estrutura empregada na extração *offshore* de petróleo, onde são instalados os equipamentos para o controle da extração do petróleo cru dos poços e para o processamento (em geral separação) e armazenamento dos fluidos processados. Dependendo da profundidade da lâmina d'água, podem ser fixas, autoeleváveis ou semissubmersíveis.

Riser – Tubos suspensos (rígidos ou flexíveis) que ligam as unidades submarinas fixas ou os *flowlines* às unidades de produção flutuantes; são responsáveis pelo transporte do petróleo.

Recuperação secundária – Métodos de recuperação de petróleo que contam com o fornecimento de energia externa ao reservatório na forma de injeção de fluidos, de modo a aumentar a pressão do reservatório e estimular artificialmente a saída de petróleo.

Squeeze, squeezing – Estrangulamento dos componentes internos das linhas flexíveis provocado pela redução do diâmetro das armaduras de tração quando as mesmas são tracionadas.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Exploração de petróleo em águas profundas	1
1.2	<i>Risers</i> e Cabos Umbilicais.....	3
1.3	O Problema de <i>Crushing</i> em Cabos Umbilicais.....	9
1.4	Objetivo geral	12
1.5	Organização do Trabalho	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	Modelos analítico-numéricos	15
2.2	Modelos numéricos	19
2.3	Modelo Bidimensional em Elementos Finitos para o problema de <i>crushing</i> em Cabos Umbilicais	21
2.4	Objetivos específicos.....	25
3	METODOLOGIA.....	26
3.1	Desenvolvimento do modelo em elementos finitos.....	26
3.1.1	Geometria	27
3.1.2	Malha.....	29
3.1.3	Modelos de Materiais	30
3.1.4	Condições de Contorno	31
3.1.5	Tipo de Solver	34
3.1.6	Resumo	35
3.2	Validação do modelo e análise dos resultados	36
3.3	Especificação Cabo umbilical analisado	38
3.4	Aplicação da metodologia ao modelo de cabo selecionado	41
4	ESTUDOS DE CASO	49
4.1	Validação do Modelo Tridimensional.....	50
4.1.1	Estudo do comprimento do modelo de cabo	51
4.1.2	Estudo de convergência da malha	54
4.1.3	Comparação com modelos analíticos	57

4.2	Comparação entre os modelos tridimensional e bidimensional	60
4.2.1	Carregamento de tração	61
4.2.2	Carregamento de <i>Crushing</i>	62
4.3	Análise dos resultados do modelo tridimensional na região de transição da sapata.....	72
4.3.1	Modelo simplificado de referência com um tubo diretamente carregado	73
4.3.2	Modelos completos	84
5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	98
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	102
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104
	Apêndice A – Descrição do modelo bidimensional em Elementos Finitos	110
	Apêndice B – Método dos Elementos Finitos Linear e Não Linear.....	117
	Apêndice C – Escolha do tipo de elemento.....	133
	Apêndice D – Relações básicas de equilíbrio mecânico de componentes helicoidais...	137

1 INTRODUÇÃO

1.1 Exploração de petróleo em águas profundas

Sendo o petróleo um recurso não renovável, a depleção de suas reservas viáveis é inevitável. Naturalmente, as reservas terrestres (*onshore*), de mais fácil acesso, foram as primeiras a serem exploradas. O constante aumento da demanda por esse recurso aliado à estagnação da produção terrestre fez com que a exploração e produção de petróleo em leito marinho, também denominada *offshore*, tenha aumentado acentuadamente nas duas últimas décadas e, seguindo a mesma linha de raciocínio, vindo a atingir águas cada vez mais profundas.

A Figura 1 mostra a variação da produção mundial de petróleo, ilustrando a estabilização da produção terrestre e o aumento da produção em águas profundas¹.

Figura 1: Produção *onshore* e *offshore* de petróleo entre 1965 e 2015 [12].

¹ De acordo com a agência reguladora dos recursos minerais nos EUA (MMS – Minerals Management Service) [7], denominam-se “águas profundas” as lâminas d’água de profundidades entre 300 m e 1500 m (1000 *ft* e 5000 *ft*). Acima de 1500 m as águas são denominadas “ultraprofundas”.

A mesma situação ocorre no Brasil, culminando atualmente na exploração dos campos da camada Pré-Sal, com lâminas d'água que ultrapassam os dois mil metros de profundidade, conforme ilustra a Figura 2:

Figura 2: Evolução da profundidade dos campos explorados pela Petrobrás no Brasil [28].

Para a exploração *offshore* dos poços de petróleo são necessários diversos equipamentos e estruturas: unidades de produção flutuantes (plataformas e navios FPSO), elementos de ligação (*risers* e cabos umbilicais) e unidades submarinas fixas (*manifolds*, árvores de natal, etc.). A extração em águas cada vez mais profundas exige que os equipamentos e estruturas empregados sejam mais resistentes, de modo a suportar as condições e os elevados carregamentos aos quais estão submetidos. Dentre estes equipamentos, os elementos de ligação, por atravessarem toda a lâmina d'água, são particularmente sensíveis a esse aumento de profundidade.

1.2 Risers e Cabos Umbilicais

São denominados *risers* os tubos suspensos (rígidos ou flexíveis) que ligam as unidades submarinas fixas (*manifolds* e árvores de natal) ou os *flowlines* (tubos estáticos apoiados sobre o leito marinho, ligados às unidades fixas) às unidades de produção flutuantes, como plataformas e navios FPSO. Os *risers* são responsáveis pelo transporte de petróleo cru (escoamento multifásico) desde o poço até a planta de separação instalada nas plataformas, ou ao transporte/transbordo de óleo e gás já separados. Os mesmos podem ser utilizados também para o transporte de água/gás até os poços de injeção, quando são utilizadas técnicas recuperação secundária.

Os cabos umbilicais também ligam as unidades de produção flutuantes às unidades submarinas fixas, conduzindo sinais elétricos/óticos e fluidos de modo a permitir o controle e alimentação remotos dos equipamentos instalados no leito marinho e a injeção de produtos químicos nos reservatórios. Mais especificamente, as principais funções desempenhadas pelos umbilicais nos sistemas submarinos são:

- Condução de potência hidráulica para atuação de válvulas presentes nos equipamentos submarinos;
- Transporte de produtos químicos a serem injetados em pontos específicos da malha submarina para auxiliar, ou até mesmo viabilizar, o escoamento da produção.
- Condução de sinais elétricos ou óticos para comunicação com sensores e sistemas de controle presentes nos equipamentos submarinos;
- Condução de potência elétrica para alimentação de sistemas de bombeio submarino;

A Figura 3 ilustra *risers* e cabos umbilicais ligando as unidades de produção flutuantes às unidades submarinas fixas.

Figura 3: Ilustração de *risers* e umbilicais em sistemas de produção submarinos. Fonte: *Google Images*.

Os *risers* são ditos rígidos quando são formados por um único tubo metálico. Os *risers* flexíveis são constituídos de diversas camadas concêntricas metálicas (formadas a partir de elementos helicoidais) e poliméricas que, em seu conjunto, proporcionam grande rigidez axial, radial e de torção e baixa rigidez à flexão. Os *risers* flexíveis podem ser classificados em aderentes (*bonded*), onde as camadas que o constituem são unidas entre si, formando um bloco único, ou não aderentes (*unbonded*), onde as camadas são independentes e podem deslizar entre si, sendo estes últimos os mais comuns. A baixa rigidez à flexão dos *risers* flexíveis representa uma vantagem em relação aos tubos rígidos, uma vez que permite que os mesmos sejam mais facilmente transportados e instalados.

Cada camada individual de um *riser* flexível possui uma função específica. De forma geral, as camadas metálicas garantem a resistência estrutural, enquanto as camadas poliméricas garantem a estanqueidade e inibem a corrosão, protegendo o *riser*

tanto do fluido transportado quanto do ambiente externo, além de reduzir o atrito entre as camadas metálicas.

A Figura 4 ilustra as camadas típicas presente em *risers* flexíveis. A camada mais interna é a carcaça intertravada, cuja função estrutural é resistir às pressões externas e carregamentos radiais externos. Envolvendo-a, existe uma camada plástica interna cuja função principal é a de prover estanqueidade ao fluido de trabalho, que não é garantida pela carcaça intertravada. Em seguida, em *risers* que trabalham sob alta pressão interna, utiliza-se a armadura de pressão, cuja função é resistir tais níveis de pressão interna. Por cima destas camadas vêm as armaduras de tração, formadas por um conjunto de tendões metálicos dispostos de forma helicoidal. Os *risers* flexíveis possuem, na sua maioria, duas armaduras de tração, uma interna e uma externa, enroladas em sentidos opostos, de modo a equilibrar o comportamento em torção dos *risers* nos sentidos horário e anti-horário. Tal camada confere grande resistência mecânica ao tubo, especialmente à tração e torção. Os tendões em geral são fabricados em aço de alto carbono e podem apresentar diversos perfis transversais, sendo os retangulares os mais comuns. Por fim há a camada polimérica externa, que isola o tubo do ambiente externo.

Figura 4: Diversas camadas de um *riser* flexível [19].

Os cabos umbilicais, por sua vez, apresentam concepção estrutural relativamente próxima daquela encontrada em *risers* flexíveis, com camadas metálicas e poliméricas. Os cabos umbilicais, no entanto, não apresentam carcaça intertravada ou armadura de pressão e possuem núcleo formado por cabos elétrico/óticos e tubos/mangueiras hidráulicos, seus componentes funcionais, e *fillers*, que são elementos de preenchimento. Cada aplicação exige configurações e componentes funcionais diferentes, resultando em uma enorme variedade de arranjos possíveis para a seção transversal dos cabos.

As figuras abaixo ilustram alguns exemplos de cabos umbilicais, extraídos do catálogo da empresa *Prysmian* [31]. A Figura 5 ilustra a seção transversal de um cabo umbilical com núcleo contendo apenas cabos elétricos e óticos. A Figura 6 ilustra um cabo umbilical com cabos elétricos, mangueiras termoplásticas e mangueiras reforçadas (*High Collapse Resistance – HCR – hoses*), estas últimas possuindo uma carcaça metálica helicoidal como camada interna, cujo objetivo é o de resistir aos carregamentos radiais externos. A Figura 7 ilustra um cabo umbilical com cabos elétricos e tubos de aço (*Steel Tube Umbilical – STU*).

Figura 5: Cabo umbilical com cabos elétricos e óticos [31].

Figura 6: Cabo umbilical com cabos elétricos, mangueiras termoplásticas e mangueiras reforçadas [31].

Figura 7: Cabo umbilical com cabos elétricos e tubos de aço [31].

A utilização de mangueiras ou tubos de aço para o transporte de fluidos nos cabos umbilicais depende das condições de operação dos mesmos. Os tubos de aço apresentam algumas vantagens quando comparados às mangueiras, principalmente em águas profundas, podendo-se citar: maior rigidez radial e, portanto, maior resistência a carregamentos externos; maior rigidez à tração, podendo eventualmente exercer a função das armaduras de tração, eliminando-as em alguns projetos. Os tubos de aço, no entanto, também apresentam algumas desvantagens, tais como maior custo de material e maior complexidade de fabricação, uma vez que os mesmos demandam um processo de soldagem complexo, além de proporcionarem ao cabo maior rigidez à flexão, o que nem sempre é desejável. Embora os tubos de aço apresentem maior custo de material, os

mesmos apresentam maior confiabilidade, o que pode reduzir o custo final para o usuário do cabo. Por fim, existem limites tecnológicos, tais como pressões internas elevadas, além dos quais apenas tubos de aço podem ser utilizados.

Os *risers* e cabos umbilicais são equipamentos críticos e fundamentais na produção *offshore* de óleo e gás, representando frações significativas do custo total de um sistema de produção em águas profundas. A empresa Petrobras, por exemplo, possui uma demanda estimada no período entre 2012 e 2017 de 5977 km de dutos flexíveis e 6492 km de cabos umbilicais [28], resultando em gastos da ordem de dezenas de bilhões de dólares². Além dos elevados custos de produção e instalação, eventuais falhas destes equipamentos podem gerar perdas parciais ou totais de produção, resultando em severas consequências econômicas, como também graves danos ambientais, no caso de vazamento de petróleo para o ambiente marinho.

Tais fatores evidenciam a importância de tais equipamentos em sistema de produção em águas profundas e justificam os esforços de engenharia que têm sido dispendidos no projeto de tais componentes para torná-los mais seguros e economicamente viáveis.

Uma etapa fundamental no projeto de linhas flexíveis é a análise estrutural local, que consiste em calcular os esforços atuantes em cada uma de suas camadas e componentes e as deformações devidas aos diversos carregamentos aos quais a estrutura é submetida, assim como determinar suas características de rigidez axial, à torção e à flexão. Tais informações são importantes no projeto de linhas flexíveis, pois permitem avaliar as tensões nos diversos componentes da linha, levando à previsão de possíveis falhas e rupturas, bem como permitem conduzir análises globais e de estabilidade.

A geometria complexa e as condições de contato entre as diversas camadas tornam análises puramente *numéricas*, como através do método dos elementos finitos, tarefas de grande complexidade. Como consequência, a abordagem *analítico-numérica* foram primeiramente adotadas como alternativa para tratar desse problema. Tal abordagem permite análises rápidas, porém simplificadas e em geral incompletas. Os

² O custo de linhas flexíveis atinge valores da ordem de US\$ 2000,00 por metro

principais modelos propostos segundo essa abordagem são apresentados na seção de revisão bibliográfica.

Com o interesse de obter modelos que permitam análises mais detalhadas, combinado com o avanço contínuo do poder de processamento dos computadores e o surgimento de softwares comerciais cada vez mais robustos e de fácil utilização, o uso de modelos em elementos finitos vem ganhando força nos últimos anos na análise local de linhas flexíveis.

1.3 O Problema de *Crushing* em Cabos Umbilicais

O lançamento é um dos procedimentos mais críticos durante a vida útil de *risers* e cabos umbilicais em termos de carregamento aplicado. Devido à presença de componentes funcionais no núcleo dos cabos umbilicais, tal carregamento é ainda mais crítico para este tipo de elemento de ligação.

Durante o lançamento, o cabo umbilical, transportado em carretéis nas embarcações de lançamento, passa por um equipamento denominado tensionador que, pela aplicação de uma carga radial através das sapatas de suas lagartas de tração, desloca controladamente o cabo, de forma coordenada com os movimentos da embarcação, suportando o peso da parte suspensa.

A Figura 8 ilustra uma embarcação de lançamento e a Figura 9 mostra o detalhe de um tensionador. Os tensionadores podem conter duas, três ou quatro lagartas de tração.

Figura 8: Embarcação de Lançamento; sobre o convés observa-se um equipamento tensionador (em azul) e uma linha flexível sendo lançada pela popa, com o auxílio de uma estrutura em forma de arco denominada 'roda de lançamento' [19].

Figura 9: Tensionador (Em azul: lagartas de tração; em amarelo: sapatas) [11].

Durante esse processo o núcleo do cabo sofre carregamento de compressão radial – denominado carregamento de *crushing* – devido a dois fatores concomitantes: (i) ação das sapatas das lagartas de tração e (ii) estrangulamento (*squeeze*) proporcionado pela contração radial da armadura tração e associado ao alongamento do cabo, que por sua vez resulta do peso próprio da sua porção suspensa e dos movimentos a ele impostos pela embarcação de lançamento.

Como sua intensidade está diretamente relacionada ao peso do cabo e, portanto, à profundidade de lâmina d'água, o *crushing* torna-se ainda mais crítico em lançamentos em águas ultraprofundas, podendo atingir valores da ordem de 30 toneladas por metro [46].

Quando ultrapassa valores críticos, o carregamento de *crushing* pode danificar os componentes do núcleo, sendo o colapso radial dos tubos e mangueiras hidráulicas os modos de falha mais comuns relacionados a esse tipo de carregamento. O *crushing* também pode gerar ovalizações residuais nesses componentes, reduzindo a sua resistência radial a carregamentos externos e a sua resistência à fadiga, o que pode provocar falhas durante a vida útil do cabo umbilical. Dessa forma, o máximo carregamento de *crushing* que determinado cabo pode resistir é um parâmetro imprescindível na especificação do cabo umbilical.

O principal método empregado na indústria para a determinação desse parâmetro – a resistência ao *crushing* – é a realização de testes experimentais em amostras durante a fase de qualificação do cabo. Tal método, no entanto, é custoso, além de não permitir a análise detalhada do comportamento dos diversos componentes do cabo, o que muitas vezes resulta em valores limite desnecessariamente conservadores. Mais recentemente, algumas empresas passaram a utilizar modelos em elementos finitos como alternativa mais econômica, versátil e precisa para a determinação da resistência ao *crushing* [46][47].

Figura 10: Comparação dos resultados de análise de *crushing* em modelo de elementos finitos (esquerda) com teste experimental (direita) [46].

No âmbito acadêmico, existem modelos analíticos que permitem a análise das tensões nos elementos do núcleo para carregamentos de *squeeze* e pressões externas. No entanto, devido às diversas hipóteses simplificadoras adotadas, a distribuição de tensões obtida por estes modelos pode não resultar em resultados suficientemente detalhados ou acurados. Já quanto ao carregamento de *crushing* imposto pelas sapatas a cabos umbilicais, o autor desconhece modelos analíticos que tratem desse problema específico com a profundidade e representatividade devidas, como será verificado na seção de revisão bibliográfica. Como também será visto, a grande maioria dos modelos em elementos finitos desenvolvidos em trabalhos acadêmicos, sejam eles referentes ao carregamento de *crushing* ou a demais carregamentos, trata de *risers* flexíveis, havendo poucos modelos referentes a cabos umbilicais.

1.4 Objetivo geral

O objetivo geral desse trabalho é o estudo do comportamento estrutural dos elementos do núcleo de um cabo umbilical quando submetidos ao carregamento de *crushing*. Foco será dado às mangueiras e tubos presentes no núcleo do cabo umbilical,

uma vez que o colapso dos mesmos é o modo de falha mais crítico associado ao carregamento de *crushing*.

Tal estudo, como será visto a seguir, é realizado a partir do desenvolvimento de um modelo numérico tridimensional, através do método dos elementos finitos. Os objetivos específicos do trabalho, motivados pelas conclusões da revisão bibliográfica, são apresentados na seção 2.4 desse trabalho.

1.5 Organização do Trabalho

Este texto está dividido em seis capítulos e quatro apêndices. Uma descrição resumida do conteúdo dos próximos capítulos e dos apêndices é apresentada a seguir:

Capítulo 2: Apresenta a revisão bibliográfica realizada sobre métodos analíticos e numéricos para a análise estrutural de linhas flexíveis, culminando, a partir da identificação de algumas das lacunas ainda presentes na literatura quando se trata do problema de *crushing* em cabos umbilicais, na definição dos objetivos específicos desse trabalho, que são: desenvolvimento de um modelo tridimensional em elementos finitos para o estudo carregamento de *crushing* em cabos umbilicais; exposição da metodologia utilizada no desenvolvimento do modelo; comparação do modelo elaborado com o modelo bidimensional proposto por Pesce et al. [26] e Santos et al. [37]; estudar o comportamento do cabo nas regiões de transição de entrada/saída da sapata, verificando se há aumento significativo nos níveis de tensão em elementos tubulares nessas regiões.

Capítulo 3: Apresenta de forma genérica a metodologia empregada no desenvolvimento do modelo tridimensional em elementos finitos, empregando o software *Abaqus*, e a metodologia de validação e análise dos resultados. É feita a especificação do cabo a ser analisado, do tipo STU (*Steel Tube Umbilical*), e a descrição da aplicação da metodologia a esse cabo específico.

Capítulo 4: Apresenta os estudos de caso que foram analisados e seus resultados. Os casos de estudo envolvem a validação do modelo tridimensional, a comparação dos modelos bi e tridimensional na região central do cabo e um estudo do comportamento

das tensões nos tubos de aço na região de transição de entrada/saída da sapata do modelo tridimensional.

Capítulo 5: Apresenta uma discussão dos resultados obtidos. Na comparação entre os modelos bi e tridimensional, conclui pela validade do modelo bidimensional na avaliação das tensões resultantes nos tubos de aço para o carregamento de *crushing*, na região central do cabo. O estudo realizado na região de transição de entrada/saída da sapata permitiu verificar que ocorre aumento dos níveis de tensão nos tubos de aço nessas regiões de transição. Após plastificação dos tubos de aço ocorre redistribuição do campo de tensões.

Capítulo 6: Destaca as principais conclusões do trabalho e apresenta sugestões para atividades futuras.

Apêndice A: Apresenta a estratégia para o desenvolvimento de modelo bidimensional em elementos finitos para tratar do problema de *crushing* descrita nos trabalhos de Pesce et al. [27] e Santos et al. [39].

Apêndice B: Apresenta uma introdução ao método dos elementos finitos linear e não linear, de modo a justificar algumas das escolhas de modelagem feitas no trabalho. Apresenta de maneira introdutória a fundamentação teórica do método

Apêndice C: Apresenta a fundamentação detalhada da escolha do tipo de elemento utilizado no modelo em elementos finitos.

Apêndice D: Apresenta uma dedução das expressões básicas que traduzem o equilíbrio mecânico de componentes estruturais helicoidais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como já mencionado anteriormente, a análise estrutural local de linhas flexíveis consiste em calcular, em função dos diversos carregamentos aos quais a estrutura é submetida, os esforços atuantes e as deformações em cada uma de seus elementos, assim como determinar suas características de rigidez axial, à torção e à flexão.

De maneira geral, os modelos para análise estrutural local de linhas flexíveis podem ser divididos em dois grandes grupos: os modelos *analítico-numéricos* e os modelos *numéricos*. Cada abordagem possui suas vantagens e desvantagens, sendo utilizadas de acordo com necessidades específicas, como será visto a seguir.

2.1 Modelos analítico-numéricos

A complexidade geométrica dos cabos umbilicais torna análises puramente numéricas, como através do método dos elementos finitos, tarefas de grande dificuldade. Como consequência, a abordagem *analítico-numérica* foi a primeira a ser mais intensamente explorada. Na realidade, os tratamentos analítico-numéricos sempre devem ser considerados, posto que, apesar das hipóteses mais restritivas a eles inerentes, propiciam um entendimento fenomenológico e provêm paradigmas a modelos numéricos. Modelos analíticos consistentes são, em geral, muito sofisticados, o que lhes permite dar soluções relativamente simples a fenômenos bastante complexos.

Na abordagem *analítico-numérica* para a análise local de linhas flexíveis é em geral feito o uso da teoria da elasticidade (como obra clássica pode-se citar, por exemplo, Timoshenko [45]) de modo a obter de forma analítica as equações que regem o comportamento estrutural de seus diversos componentes, resultando em um sistema de equações que pode ser resolvido numericamente com o uso de um computador. Esses modelos exigem pouco esforço computacional e tempo para a sua resolução, porém o seu desenvolvimento é complexo, sendo necessária a adoção de diversas hipóteses simplificadoras.

Estruturas como as linhas flexíveis se distinguem pela presença de componentes helicoidais, como os tendões das armaduras, que na maioria dos trabalhos são

modelados através da teoria de Clebsch-Kirchhoff para barras curvas, cujas equações ficaram conhecidas como “Equações de Love” após serem formalizadas pelo autor em sua obra (Love, 1944) [16]. Tais equações permitem a análise de uma barra delgada, sob carregamento genérico, cujo eixo em sua configuração indeformada é descrito por uma curva qualquer no espaço. A teoria contempla a possibilidade de grandes deslocamentos e é restrita a pequenas deformações. Uma descrição mais detalhada da obra de Love e a dedução de suas equações em uma notação contemporânea podem ser vistos na tese de doutorado de Ramos (2001) [34].

Knapp (1979) [12] escreveu um dos primeiros trabalhos sobre cabos com armaduras helicoidais, apresentando um método para a obtenção da matriz de rigidez de cabos submetidos a carregamentos de tração e torção através do princípio da energia potencial mínima. As relações deslocamento-deformações são obtidas através de considerações geométricas. O método considera a existência de um núcleo que tem sua porção periférica deformável e sua porção central rígida. Entre as hipóteses adotadas pelo autor destacam-se a hipótese de Navier (seções planas permanecem planas) e a hipótese de pequenas deformações. O autor considera apenas cabos retos e fios de seção circular.

Diversos outros modelos análogos foram propostos: Lanteigne (1985) [14] apresentou um modelo para a avaliação da matriz de rigidez de condutores de alumínio reforçados com aço, considerando, além dos carregamentos de tração e torção, carregamentos de flexão e carregamentos combinados; Féret e Bournazel (1987) [8] propuseram um modelo para *risers* flexíveis onde cada camada é considerada de forma independente, permitindo obter a distribuição de esforços em cada camada; Witz e Tan (1992) [49] elaboraram um modelo analítico para a avaliação do comportamento à tração e à torção de cabos umbilicais e *risers* flexíveis, onde as camadas plásticas são tratadas como tubos de paredes finas e as armaduras helicoidais são modeladas através das equações de Love.

No âmbito da Escola Politécnica, mais especificamente dentro da linha de pesquisa sobre a análise local de linhas flexíveis do Laboratório de Interação Fluido-

Estrutura e Mecânica Offshore (LIFE&MO), foram desenvolvidos nas últimas duas décadas diversos modelos analítico-numéricos respaldados por análise experimental.

Dentre estes trabalhos destaca-se a tese de doutorado de Ramos (2001) [34], que apresenta um modelo analítico para a análise estrutural local de *risers* flexíveis e cabos umbilicais de configuração genérica, baseado na teoria da elasticidade e nas equações de Love para barra curvas. Tal modelo permite a aplicação de carregamentos combinados de tração, torção, flexão, além de pressões internas e externas. O modelo considera a não linearidade relativa aos eventuais afastamentos entre camadas, porém não considera o atrito entre as mesmas.

Baseado neste trabalho, Ramos e Pesce (2004) [35] publicaram um artigo sobre *risers* flexíveis no qual é dada ênfase à configuração denominada “*full-slip*”. Essa configuração resulta da aplicação de carregamentos combinados axisimétricos e de flexão e nela é considerado que há deslizamento sem atrito entre as camadas.

Pesce et al. (2010) estenderam estes modelos em dois artigos sobre cabos umbilicais de configuração complexa. No primeiro artigo [23] é apresentado um modelo que permite a análise local de cabos umbilicais de configuração genérica através de uma descrição por camadas. São considerados inclusive cabos que contêm camadas denominadas “mistas heterogêneas”, que são compostas por dois ou mais grupos de elementos que podem ter diâmetros ou espessuras distintas. O modelo permite a avaliação, de forma aproximada, das tensões resultantes em pontos críticos de componentes funcionais e estruturais do núcleo dos cabos umbilicais. O segundo artigo [24] compara os resultados obtidos com o modelo analítico com ensaios experimentais e conclui haver boa correlação qualitativa e quantitativa entre os resultados.

Ressalta-se que nesses trabalhos desenvolvidos por Pesce, Ramos e seus colaboradores, os autores se preocuparam em evidenciar todas as hipóteses empregadas na formulação proposta, o que raramente ocorre nos demais trabalhos sobre o tema.

Tais modelos também constituem a base teórica do software *Utilflex*. Este software, resultado de parceria entre a empresa *Prysmian Cables & Systems* e o laboratório *LIFE&MO* da Escola Politécnica, objetiva a análise estrutural local e de

fadiga de cabos umbilicais de configuração genérica sujeitos a cargas combinadas de flexão, torção, tração e pressões internas e externas.

Verifica-se que os modelos analíticos até então apresentados, alguns dos quais permitem analisar tubos flexíveis e cabos umbilicais de configuração genérica, possibilitam apenas a análise de carregamentos axissimétricos e de flexão, não sendo em geral capazes de tratar carregamentos mais específicos como o de *crushing*.

Diversos modelos analíticos foram desenvolvidos para estudar o carregamento de *crushing* em *risers flexíveis*, tendo como foco a instabilidade da carcaça intertravada, podendo-se citar, p. ex., Souza et al. (2002) [44], Martins et al. (2003) [18] e Pesce et al. (2010) [25]. Tais modelos são baseados em resultados clássicos da teoria da elasticidade e são formulados considerando a carcaça intertravada como um tubo (ou anel) equivalente. O modelo proposto por Franzini et al. (2011) [9] considera, além da carcaça intertravada, a armadura de pressão e leva em conta o efeito de ovalizações iniciais; os resultados do modelo são comparados com os de ensaios experimentais. Baseado nos trabalhos anteriores, Pesce et al. (2012) [26] desenvolveram um modelo analítico-numérico que considera não-linearidades físicas, adotando um comportamento elasto-plástico para os materiais da carcaça intertravada e da armadura de pressão.

A revisão bibliográfica dos modelos analítico-numéricos permitiu verificar que os modelos que permitem a análise de cabos umbilicais de configuração genérica possibilitam apenas a análise de carregamentos axissimétricos e de flexão. Esse fato é compreensível, uma vez que modelos analíticos completos que permitam tratar carregamentos concentrados como o de *crushing* seriam extremamente complexos e o seu desenvolvimento seria extremamente trabalhoso. Esse fator, combinado com o avanço do poder de processamento dos computadores e o surgimento de softwares comerciais cada vez mais robustos e de fácil utilização, leva à conclusão que tal problema pode ser tratado de maneira mais apropriada através de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos.

2.2 Modelos numéricos

A abordagem numérica ganhou força com o entendimento de que o esforço necessário para obter modelos analíticos mais detalhados e incorporar fatores antes negligenciados seria muito elevado. A modelagem numérica pode ser dividida em dois grupos: os modelos desenvolvidos em softwares comerciais e os modelos proprietários, os quais tem como foco a criação de elementos específicos e otimizados para cada tipo de análise.

Aqui são apresentados modelos encontrados na literatura que tratam de problemas semelhantes ou correlatos ao problema em foco: o problema de *crushing*.

Um dos primeiros trabalhos desenvolvidos nessa linha foi o de Le e Knapp (1994) [15], que utilizava o método dos elementos finitos para a análise de deformações radiais e circunferenciais em cabos umbilicais, através de uma modelagem bidimensional da seção transversal do cabo. É considerado que os componentes possuem pequenos ângulos de assentamento. Apesar de simples e versátil, o modelo proposto apresentava diversas limitações, podendo-se citar: os componentes devem possuir seção circular; não é permitida a separação entre componentes; o modelo não permite a existência de material de enchimento entre os componentes; só são considerados os elementos do núcleo do cabo umbilical.

Ramos e al. (1998) [33] desenvolveram um modelo cujo foco era bastante específico: o estudo do campo de deformação nas veias dos condutores de cobre de um modelo de cabo umbilical, quando o mesmo era tracionado e sujeito às cargas decorrentes de passagem por roda de lançamento, em um carregamento similar ao de *crushing*. O estudo envolvia a modelagem analítica do carregamento imposto na roda de lançamento e uma análise bidimensional da seção transversal do núcleo elétrico utilizando elementos finitos.

Cruz (1996) [5] desenvolveu um modelo tridimensional em elementos finitos para a análise estrutural de um trecho de tubo flexível. O modelo foi gerado através do uso de um pré-processador criado especificamente para este propósito e a resolução foi realizada através do software comercial *Ansys*. O mesmo foi utilizado para o estudo da

passagem do tubo pelo tensionador durante o lançamento, onde apenas carregamentos de tração e *crushing* estão envolvidos. Para representar a carcaça intertravada e a armadura de pressão foram utilizados elementos de casca ortotrópica. As armaduras de tração foram modeladas com elementos de pórtico espacial e as camadas poliméricas com elementos sólidos isotrópicos. O contato entre as diversas camadas e as armaduras é feito de maneira simplificada, usando nós comuns entre pórticos e cascas; o contato entre as armaduras é feito através de elementos de rigidez ajustável.

Sousa et al. (2001) [43] desenvolveram um modelo baseado no trabalho de Cruz (1996) para analisar os carregamentos de tração e de *crushing* em *risers* flexíveis. Foi feita uma comparação com experimentos realizados em equipamento com três sapatas, mostrando haver boa correlação entre os resultados. Os autores concluem que todas as camadas, e não apenas a carcaça intertravada, contribuem efetivamente para resistir ao carregamento de *crushing*.

Sævik e Gjøsteen (2012) [37] desenvolveram um modelo tridimensional em elementos finitos para a simulação de cabos umbilicais de seção complexa. O modelo considera contato entre componentes individuais (baseado no método de penalidades), atrito, afastamentos iniciais e não linearidade material. Os tendões e tubos são considerados como barras delgadas sujeitas a grandes deslocamentos e pequenas deformações. Os autores alegam que o modelo proposto é capaz de considerar contato com estruturas externas, podendo-se inferir que o mesmo é capaz de tratar o carregamento de *crushing* imposto pelas sapatas. No entanto, o caso de estudo proposto no artigo leva em conta apenas carregamentos axissimétricos, revelando, neste caso, boa correlação com dados experimentais publicados em outros trabalhos.

No âmbito do laboratório LIFE&MO da Escola Politécnica, no contexto do problema de *crushing*, destacam-se os trabalhos de Gay Neto et al. (2009) e Malta et al. (2013).

Gay Neto et al. [10] elaboraram no software *Ansys* um modelo numérico tridimensional para a análise do carregamento de *crushing* para um tubo flexível, considerando apenas a carcaça intertravada e uma camada polimérica. A geometria da carcaça é, no entanto, representada de forma exata. O ângulo de assentamento da carcaça

é desconsiderado e, dessa forma, é possível representá-la através de um único anel. Foi considerado um modelo elásto-plástico para a carcaça, bem como não linearidade geométrica e a possibilidade de contato interno. O carregamento era aplicado através de duas sapatas rígidas. Os resultados foram comparados com experimentos e mostraram boa correlação na fase linear.

Malta et al. [17] elaboraram no software *Abaqus* um modelo tridimensional similar ao de Gay Neto et al. [10], porém considerando também a armadura de pressão. Foi utilizada simetria angular para representar o tubo através de uma seção de 120°, simulando um tensionador com três sapatas. Foram comparados os modelos que representavam a geometria da carcaça intertravada e da armadura de tração de forma exata com modelos onde estas eram representadas por camadas homogêneas equivalentes. Os autores concluem que a representação da carcaça intertravada através de uma camada homogênea equivalente altera significativamente os resultados; o mesmo não ocorre com a armadura de pressão.

Verifica-se que até então os modelos numéricos propostos para tratar o problema de *crushing* ou são aplicados a *risers* flexíveis ou são limitados, como o modelo de Le e Knapp [15]. Tal constatação torna clara a importância do desenvolvimento de modelos numéricos para a análise do problema de *crushing* em Cabos Umbilicais.

2.3 Modelo Bidimensional em Elementos Finitos para o problema de *crushing* em Cabos Umbilicais

Pesce et al. (2014) [27] e Santos et al. (2015) [39], em atividade paralela a esse trabalho realizada no âmbito do projeto “FINEP/PRYSMIAN: Cabos Umbilicais: Desenvolvimento de Capacitação para Fornecimento de Umbilicais para Aplicação nos Campos do Pré-Sal” do laboratório LIFE&MO da Escola Politécnica, propuseram uma estratégia para o desenvolvimento de modelo bidimensional em elementos finitos para tratar do problema de *crushing*. Uma descrição mais detalhada desta estratégia e modelo dela decorrente é apresentada no Apêndice A.

Essa estratégia visa tornar mais simples e rápida a análise do carregamento de *crushing* em Cabos Umbilicais, reduzindo o tempo de elaboração do modelo e o tempo de processamento quando comparado com modelos tridimensionais. Tal simplificação é possibilitada por uma integração de modelo bidimensional em Elementos Finitos com modelos (tridimensionais) analíticos, que fornecem dados de entrada (carregamentos radiais impostos aos elementos helicoidais) ao modelo numérico. Essa integração permite agregar fatores intrinsecamente não considerados pelo modelo bidimensional, como as reações de equilíbrio dos componentes helicoidais, permitindo ao mesmo representar a tridimensionalidade do problema real.

Figura 11: Imagem do modelo bidimensional extraída de Santos et al. [39], ilustrando os carregamentos aplicados aos componentes helicoidais.

O modelo bidimensional proposto apresenta algumas hipóteses e limitações que necessitam de uma análise mais aprofundada.

Primeiramente, é feita apenas uma iteração entre o modelo analítico e o modelo numérico, sendo os carregamentos impostos aos elementos helicoidais calculados

analiticamente apenas na ausência do carregamento de *crushing*. Após a aplicação do carregamento de *crushing*, os raios dos elementos helicoidais se alteram, porém tal alteração de configuração não é considerada em uma segunda iteração para calcular os novos carregamentos decorrentes. Essa limitação carrega uma hipótese implícita de que tal alteração de configuração é negligenciável, e que os carregamentos não se alteram significativamente. Essa hipótese a princípio é justificável, uma vez que os carregamentos aplicados aos elementos helicoidais apresentam ordem menor que o carregamento de *crushing*, como o autor demonstra para os casos estudados. No entanto, para uma avaliação mais rigorosa, seria necessário comparar os resultados desse modelo bidimensional com o de um modelo tridimensional, no qual o equilíbrio dos elementos helicoidais é obtido de forma direta.

Um segundo ponto a ser analisado é o comportamento das tensões e deformações na seção transversal do cabo na região de transição de entrada/saída da sapata. É necessário avaliar qual é o comportamento das curvas de tensão e deformação nessa região de transição, verificando se as mesmas apresentam um *overshoot* em relação aos níveis apresentados na seção transversal à meia sapata. Essa verificação não é possível no modelo bidimensional, sendo necessário o uso de um modelo tridimensional para tal.

A figura abaixo mostra duas curvas hipotéticas que descreveriam o nível de tensões em algum componente de interesse ao longo do comprimento do cabo. Na curva em vermelho observa-se que na transição da sapata os níveis de tensão são maiores que os níveis obtidos na região central da sapata, fenômeno denominado *overshoot*. Já na curva azul o *overshoot* não ocorre.

Figura 12: Curvas hipotéticas de tensão ao longo do comprimento do cabo com (vermelha) e sem (azul) *overshoot*.

A verificação da existência ou não de *overshoot* na região de transição da sapata, e, caso exista, de sua intensidade, é necessária para atestar se o modelo bidimensional é capaz ou não de estimar corretamente as tensões resultantes nos componentes do cabo umbilical devido à aplicação do carregamento de *crushing*.

2.4 Objetivos específicos

Motivados no exposto na revisão bibliográfica, os objetivos específicos desse trabalho são:

- Desenvolvimento de um modelo tridimensional em Elementos Finitos para o estudo do carregamento de *crushing* em Cabos Umbilicais;
- Exposição da metodologia utilizada no desenvolvimento do modelo para que a mesma possa ser aplicada a diferentes configurações de Cabos Umbilicais;
- Utilizar o modelo tridimensional como paradigma para a validação do modelo bidimensional proposto por Pesce et al. [27] e Santos et al. [38] na seção transversal à meia sapata;
- Estudar o comportamento do cabo nas seções de transição de entrada/saída da sapata, verificando se há aumento significativo nos níveis de tensão que possam invalidar os resultados do modelo bidimensional nessa condição.

3 METODOLOGIA

Nesse capítulo é apresentada a metodologia empregada na elaboração do modelo de elementos finitos, na sua validação e na extração e análise de seus resultados.

Primeiramente, os passos definidos são apresentados de forma genérica, de forma que a mesma metodologia possa ser empregada para diferentes modelos de cabos umbilicais.

Em seguida, é especificado o modelo de cabo umbilical que é estudado nesse trabalho, sendo apresentado o modelo resultante da metodologia aplicada a esse cabo específico.

3.1 Desenvolvimento do modelo em elementos finitos

O *Abaqus* (versão 6.12-3) foi o software comercial de Elementos Finitos selecionado para a realização desse trabalho. Este software é amplamente utilizado no meio acadêmico e foi escolhido por possuir uma interface gráfica intuitiva e bem desenvolvida e, principalmente, algoritmos de contato robustos e de fácil utilização, o que é de extrema importância em problemas que envolvam estruturas como as de cabos umbilicais, que possuem inúmeras interações de contato.

No Apêndice B é feita uma introdução ao método dos elementos finitos, sendo apresentada a fundamentação teórica do método de maneira a justificar as escolhas de modelagem feitas no trabalho.

De maneira geral, as etapas envolvidas no desenvolvimento de um modelo de elementos finitos são: definição da geometria, definição da malha (tipo de elemento e configuração e tamanho da malha), definição dos modelos de materiais, definição das condições de contorno (esforços e deslocamentos impostos e condições de contato) e definição do tipo de solver utilizado.

Nas seções abaixo, as escolhas feitas em cada uma das etapas são descritas e justificadas, sendo evidenciadas as hipóteses empregadas na formulação proposta.

3.1.1 Geometria

Uma das grandes vantagens do método dos elementos finitos é a sua flexibilidade e facilidade para tratar modelos de geometrias complexas. Desse modo, a geometria dos diferentes componentes de cabos umbilicais (armaduras de tração, capas poliméricas, tubos de aço, *fillers*, etc.) pode ser modelada de acordo com a geometria real dos componentes, que é facilmente reproduzida através do módulo ‘*Part*’ do software *Abaqus*.

A Figura abaixo ilustra a criação de um tendão helicoidal, gerado a partir da revolução (opção “*Revolution*”) de uma seção transversal, sendo informado um valor para o passo de translação:

Figura 13: Criação da geometria de um tendão helicoidal no módulo “*Part*” do *Abaqus*.

Ressalta-se que componentes como mangueiras reforçadas (que possuem uma carcaça tubular metálica e helicoidal interna), possuem uma geometria mais complexa que, caso seja representada de forma exata, pode resultar em dificuldades relacionadas à criação da geometria ou ao custo computacional do modelo resultante. Tais componentes podem ser representados, de forma simplificada, por elementos homogêneos equivalentes (para mais detalhes ver Martins et al. [18] e Pesce et al. [25][26]). Entretanto, como será visto a seguir, o modelo de cabo umbilical estudado nesse trabalho não possui mangueiras reforçadas, não sendo necessárias tais considerações.

No modelo proposto, os componentes das diferentes camadas do cabo (tendões, tubos, *fillers*, etc.) são representados de forma individual, sendo dispostos em suas posições no módulo “*Assembly*” do *Abaqus*.

Figura 14: Diversos tendões dispostos de modo a formar uma camada de armadura de tração no módulo “*Assembly*” do *Abaqus*.

As sapatas são modeladas de maneira simplificada por superfícies analíticas rígidas, que podem ser planas ou possuir a forma em “V” das sapatas reais.

Outra questão associada à geometria do modelo é o comprimento do trecho de cabo a ser analisado. As condições de contorno impostas às bordas do trecho de cabo geram efeitos de borda que, para trechos muito curtos, podem tornar os resultados incorretos quando comparados aos resultados homogêneos obtidos de amostras mais longas.

Dessa maneira, uma das etapas da validação do modelo proposto consiste em avaliar a variação dos resultados obtidos na região central do cabo, longe das bordas, de acordo com o comprimento da amostra. Tal estudo visa garantir que, para o comprimento utilizado, os resultados obtidos na região central do cabo já tenham convergido, não havendo mais variações significativas nos resultados para comprimentos maiores.

3.1.2 Malha

De maneira geral, as escolhas relativas à malha visam reduzir o custo computacional do modelo, sem comprometer, no entanto, a representatividade dos fenômenos envolvidos. Tais escolhas envolvem a definição do tipo de elemento e da configuração e tamanho da malha.

Tipo de elemento

Os componentes do tubo são modelados por elementos sólidos hexaédricos lineares (de 8 nós) com integração completa e modos incompatíveis. Tal elemento possui o código C3D8I na biblioteca do *ABAQUS*.

Essa escolha foi feita devido ao problema a ser estudado envolver tanto flexão quanto contato. O Apêndice C apresenta a fundamentação detalhada dessa escolha.

Configuração e tamanho da malha

Quanto à configuração da malha, a mesma pode ser regular/estruturada ou irregular/não estruturada. Uma vez que os elementos com modos incompatíveis não

podem estar distorcidos, caso em que apresentariam resultados incorretos, a malha utilizada será regular, ou seja, a forma dos elementos será mais próxima possível à de um paralelepípedo reto. A utilização de uma malha regular também facilita a extração dos resultados do modelo.

Já quanto ao tamanho da malha, uma vez que o elemento C3D8I permite modelar corretamente a flexão com apenas um elemento na espessura, essa configuração é adotada de modo a reduzir o custo computacional do modelo. Pode-se, no entanto, utilizar um maior número de elementos na espessura em componentes nos quais se procura obter resultados mais precisos.

Para trabalhar com uma malha regular, resta especificar o número ou dimensão dos elementos na direção axial e circunferencial dos componentes do cabo. Para definir as dimensões nessas direções é feito um estudo para garantir a convergência dos resultados de acordo com o refinamento da malha.

A dimensão dos elementos na direção axial é igualada entre os diversos componentes de forma a garantir a maior concordância possível entre as malhas das camadas adjacentes, que estarão em contato. Tal concordância visa garantir a repetitividade dos resultados de contato ao longo do comprimento do cabo e facilitar a convergência do modelo.

3.1.3 Modelos de Materiais

De maneira geral é utilizado um modelo linear elástico para os materiais dos diversos componentes do cabo, sendo definidos os valores do módulo de elasticidade (E) e do coeficiente de Poisson (ν) correspondentes.

Para componentes (metálicos) de maior interesse, como os tubos de aço, são utilizados modelos elasto-plásticos, de modo a representar o comportamento do material após o escoamento. Para tal devem ser inseridos os valores que descrevem a curva de tensão-deformação do material.

Aqui é admitida a hipótese de que os materiais possuem um comportamento isotrópico e que as curvas de tensão-deformação descrevem o comportamento do material após as pré-conformações às quais os componentes metálicos são submetidos durante o processo de fabricação do cabo. Não serão consideradas tensões e deformações residuais que podem decorrer dos processos de conformação e soldagem dos componentes metálicos.

3.1.4 Condições de Contorno

As escolhas referentes às condições de contorno envolvem as definições do modelo de contato e das restrições, deslocamentos e esforços impostos.

Contato

Os efeitos de contato geram não linearidades que alteram as condições de contorno do modelo. A existência de contato entre as camadas indica que as superfícies de contato não estarão livres para se deslocar em determinada direção. Uma vez restritas as superfícies, as tentativas de deslocamento são convertidas em forças de reação.

As interações entre todas as camadas foram levadas em conta para este modelo, inclusive eventuais interações laterais entre componentes de uma mesma camada. Para isso, o algoritmo *General Contact*, do *Abaqus*, foi empregado. Esse algoritmo detecta automaticamente os pares de contato, simplificando enormemente o desenvolvimento do modelo.

O algoritmo *General Contact* utiliza o método “*surface to surface*” para a discretização das superfícies, que é baseada em uma média obtida por uma integral aplicada na região ao redor de cada nó, garantindo a obtenção de pressões de contato mais precisas e uniformes.

As restrições de contato são aplicadas através do método de penalidades. Tal método, ao contrário de métodos estritos (como o de Lagrange) nos quais não há penetrações, permite o surgimento de pequenas penetrações, que resultam em pressões de contato proporcionais aos valores de rigidez de contato definidos.

Figura 15: Comparação entre métodos estritos de contato e o método de penalidades. Adaptado de [1].

Apesar de resultar no surgimento de penetrações (que em geral são negligenciáveis) o método de penalidades garante melhores taxas de convergência. O algoritmo de contato do *Abaqus* calcula automaticamente as rigidezes de contato de modo a garantir um equilíbrio entre penetrações muito grandes e dificuldades de convergência [1].

O atrito também foi considerado, utilizando o modelo de Coulomb com coeficiente definido como 0,1. Tal valor foi arbitrado em função da dificuldade de definir os valores reais dos coeficientes de atrito entre os diversos componentes. Este é, no entanto, um parâmetro que pode ser facilmente modificado nas simulações. Espera-se também que para o tipo de carregamento estudado – o carregamento radial de *crushing* – o valor do coeficiente de atrito tenha pouca influência nos resultados. Já para casos nos quais o atrito possui grande influência, como para casos com carregamentos de flexão, a realização de um estudo da variação dos resultados em função dos valores de coeficiente de atrito seria fortemente recomendada.

A discretização das superfícies na geração da malha pode gerar eventuais interferências entre as camadas. Tais interferências são da ordem de centésimos de milímetros, porém são suficientes para causar problemas de convergência. Deste modo, no início do cálculo, foi definida uma tolerância 0,1mm – valor superior às interferências observadas – dentro da qual todas as interferências são eliminadas (o software detecta os nós que penetram as camadas adjacentes e os desloca sem gerar tensões).

Deslocamentos e carregamentos impostos

As condições de contorno relativas aos deslocamentos e carregamentos impostos foram definidas da seguinte maneira: ambas as faces das bordas do cabo foram associadas a pontos de referência definidos nos centros das mesmas, através da restrição do tipo “*Coupling*”, que associa os graus de liberdade dos nós da face aos graus de liberdade destes pontos de referência. Dessa forma, restrições e deslocamentos impostos aos pontos de referência são transmitidos aos nós das faces associadas e carregamentos impostos aos pontos são distribuídos nessas faces.

Figura 16: Acoplamento dos nós da face do cabo com o ponto de referência no centro.

O ponto de referência associado a uma das faces é engastado, sendo limitados todos os seus graus de liberdade. Ao segundo ponto de referência é imposto um carregamento axial de tração. Os graus de liberdade no plano transversal do segundo ponto de referência são restritos, permitindo apenas o deslocamento no eixo axial,

decorrente do carregamento de tração imposto ao mesmo. Dessa forma, o giro das faces das bordas do cabo em relação ao eixo longitudinal é restrito.

No caso das sapatas, por serem representadas por elementos rígidos, obrigatoriamente um ponto de referência deve ser associado a cada uma delas, sendo impostos deslocamentos radiais a esses pontos de referência; os deslocamentos nas direções axial e angular são bloqueados.

Nos casos nos quais são combinados os carregamentos de tração e de *crushing*, a ação das sapatas se inicia após o término da aplicação do carregamento de tração.

Ressalta-se que a configuração de carregamentos aqui adotada difere daquela que de fato ocorre durante o lançamento do cabo. Na situação real de lançamento, é a própria compressão radial imposta pelas sapatas que, por atrito, suporta o cabo e resiste à carga axial devida ao peso próprio do mesmo, resultando em um carregamento radial que varia linearmente entre as bordas de entrada (menor carregamento radial) e saída (maior carregamento) da sapata (vide, por exemplo, Pesce et al. [21]).

Já na configuração simplificada considerada nesse modelo, na qual o cabo não é suportado pelas sapatas, o carregamento radial imposto pelas sapatas, e as tensões decorrentes nos diversos componentes do cabo, são constantes ao longo do comprimento da sapata (conforme ilustrado na Figura 12).

Tal simplificação facilita a elaboração do modelo e a extração e análise dos resultados, bem como comparações com ensaios experimentais que possam vir a ser realizados.

3.1.5 Tipo de Solver

Sendo o problema a ser analisado um problema estático, inicialmente foi planejado utilizar um *solver* implícito (*Abaqus Standard*) para a sua resolução, uma vez que métodos explícitos são habitualmente utilizados apenas em problemas dinâmicos. No entanto, após as primeiras simulações, percebeu-se que o tempo de simulação para os casos mais completos era extremamente elevado, havendo também dificuldades de convergência em determinadas situações.

Foi utilizado então um *solver* explícito (*Abaqus Explicit*). Verificou-se que essa estratégia permitia a resolução do mesmo problema em um tempo muito menor, sendo obtidos resultados similares aos obtidos com o *solver* implícito. Tal método também exigia menor capacidade de armazenamento (memória), o que no computador utilizado, que possuía pouco recurso de memória RAM, possibilitava a utilização de mais núcleos de processamento, diminuindo ainda mais o tempo de simulação.

Tal abordagem é denominada quase estática, e a discussão de suas vantagens e dos cuidados que devem ser tomados é feita na parte final do Apêndice B.

Para a amplitude dos carregamentos e deslocamentos impostos foi selecionada a opção ‘*smooth step*’ do *Abaqus*, que aplica uma transição suave, minimizando os efeitos dinâmicos.

3.1.6 Resumo

Abaixo são descritas de forma resumida as características gerais do modelo em elementos finitos proposto:

- **Geometria:** Conforme a geometria real; componentes modelados individualmente e montados no módulo “*Assembly*” do software *Abaqus*.
- **Modelos de materiais:** Linear Elástico (geral) e Elasto-plástico (componentes metálicos de interesse);
- **Malha:** Malha regular com elementos hexaédricos lineares com modos incompatíveis (C3D8I). Utilização de apenas um elemento na espessura e maior refinamento da malha dos componentes de interesse.
- **Contato:** Algoritmo “*General Contact*” do *Abaqus* (pares de contato definidos automaticamente, discretização “*surface to surface*” e método de penalidades com rigidez de contato definida automaticamente);
- **Condições de contorno:** Esforços e deslocamentos aplicados a pontos de referência associados às superfícies de bordo e às superfícies rígidas das sapatas.
- **Solver:** Explícito (*Abaqus Explicit*).

3.2 Verificação do modelo e análise dos resultados

As etapas da validação do modelo e da análise e comparação dos resultados são ilustradas no fluxograma abaixo e descritas a seguir:

Figura 17: Etapas da verificação do modelo e de análise dos resultados.

Primeiramente, como descrito na seção anterior, são realizados os estudos para a verificação do modelo quanto ao comprimento do trecho de cabo analisado e quanto ao grau de refinamento da malha.

Quanto ao comprimento do modelo, admite-se que o parâmetro associado de maior relevância é o número de passos das armaduras de tração contidos no trecho de

cabo analisado. São então realizadas simulações para modelos com diferentes números de passos das armaduras de tração, sendo verificado a partir de qual número de passos os resultados convergem.

Quanto ao grau de refinamento da malha, são realizadas simulações para modelos com diferentes malhas, sendo feito primeiramente um refinamento na direção axial e em seguida na direção angular, objetivando atingir um grau de refinamento a partir do qual não há mais variação significativa dos resultados.

Em seguida, são comparados, para casos de carregamentos axissimétricos, os resultados do modelo tridimensional com os resultados de modelos analíticos, como o implementado no software *Utilflex*, descrito no capítulo de Revisão Bibliográfica.

A mesma comparação para carregamentos axissimétricos é feita entre o modelo tridimensional em elementos finitos e o modelo bidimensional proposto por Pesce et al. [27] e Santos et al. [38].

Por fim, os modelos bidimensional e tridimensional são comparados para o caso de carregamento imposto pelas sapatas. Tal comparação é realizada extraíndo os resultados na região central (à meia sapata) do modelo tridimensional.

Em seguida, são extraídos os resultados do modelo tridimensional na região de transição de entrada/saída da sapata, configuração que não é levada em conta pelo modelo bidimensional.

Para a análise do modelo tridimensional na região de entrada/saída da sapata, são analisados modelos simplificados nos quais os componentes de interesse (tubos de aço, como será visto a seguir) são retos, não possuindo ângulo de assentamento. São estudados também modelos nos quais o carregamento imposto pela sapata é aplicado diretamente aos tubos de aço. O estudo de tais modelos visa simplificar a extração dos resultados e fornecer um maior entendimento dos fenômenos envolvidos, facilitando a análise dos resultados do modelo completo.

Ressalta-se finalmente que, idealmente, uma comparação com resultados experimentais seria necessária para validar de forma mais criteriosa o modelo tridimensional elaborado. Porém, resultados de ensaios experimentais para o cabo umbilical utilizado não estão disponíveis.

3.3 Especificação Cabo umbilical analisado

Como citado na introdução desse trabalho, o colapso radial dos tubos e mangueiras hidráulicas são os modos de falha mais comuns relacionados ao carregamento de *crushing*. Desse modo, a análise estrutural aqui realizada será focada nesses componentes. Com o intuito de limitar o escopo do trabalho, será analisado apenas um tipo de cabo umbilical, devendo ser feita a escolha entre cabo com tubos de aço ou com mangueiras reforçadas.

Dessa forma, visando primeiramente simplificar o modelo a ser elaborado, uma vez que as mangueiras reforçadas contêm elementos metálicos estruturais internos de forma helicoidal, foi feita a escolha por um cabo com tubos de aço, que possuem geometria muito mais simples.

Além disso, tendo em vista a comparação com o modelo bidimensional e a verificação de eventuais limitações do mesmo, foi levado em conta nessa escolha o fato que os tubos de aço possuem maior rigidez à tração e à flexão, o que potencializa o efeito da tridimensionalidade do problema. No caso das mangueiras reforçadas, as rigidezes à tração e à flexão em planos que contém o eixo principal são praticamente negligenciáveis, o que se espera fazer reduzir os efeitos tridimensionais, tornando mais óbvia a adequação do modelo bidimensional nesse caso.

Foi selecionado então o cabo do tipo STU (*Steel Tube Umbilical*) ilustrado na Figura 18. Tal cabo, fabricado pela empresa *Prysmian*, possui a nomenclatura FDTE-0527. O mesmo é composto por um par de armaduras de tração, camadas poliméricas e um núcleo elétrico-hidráulico. O núcleo é formado, em sua parte externa, por uma camada contendo tubos de aço revestidos por uma camada polimérica e *fillers* poliméricos, e, em sua parte interna, por cabos elétricos, cabos óticos e *fillers* poliméricos.

Figura 18: Seção transversal do cabo analisado [32].

Uma vez que a análise será focada nos tubos de aço, que são os componentes mais suscetíveis ao colapso devido ao carregamento de *crushing*, os componentes elétricos e óticos da parte interna do núcleo não serão considerados. Dessa forma, a parte interna do núcleo é representada por um cilindro rígido na direção radial. Essa medida tem como objetivo simplificar o modelo em elementos finitos e reduzir o seu tempo de processamento. Além disso, de um ponto de vista de integridade estrutural, tal simplificação é conservadora, pois, ao limitar os deslocamentos radiais dos tubos de aço, tende-se a aumentar as tensões resultantes nos mesmos.

As tabelas abaixo apresentam as dimensões das camadas representadas e os dados relativos aos componentes helicoidais:

Tabela 1: Dimensões das camadas representadas [32].

Camadas	Diâmetro interno (mm)	Espessura da camada (mm)
Capa polimérica interna	83,1	3
<i>Fillers</i> / Tubos de aço com revestimento	89,1	16,7
Capa polimérica intermediária	123,3	4
Armadura de tração interna	131,3	2,8
Armadura de tração externa	137,1	2,8
Capa polimérica externa	143	5

Tabela 2: Dados dos componentes helicoidais [32].

Componentes	Ângulo de assentamento	Número de componentes	Dimensões dos componentes (mm)
<i>Fillers</i>	6° (anti-horário)	6	16,7 (diâmetro externo)
Tubos de aço com revestimento	6° (anti-horário)	12	Tubo: 14,7 x 1 Revestimento: 16,7 x 1 (diâm. ext. x espessura)
Armadura de tração interna	18° (horário)	38	10 x 2,8 (largura x espessura)
Armadura de tração externa	15° (anti-horário)	40	10 x 2,8 (largura x espessura)

Materiais

Os componentes representados são compostos pelos seguintes materiais [32]: Polietileno de baixa densidade (LDPE) para os *fillers*; Polietileno de alta densidade (HDPE) para as camadas poliméricas e o revestimento dos tubos de aço; Aço SAF 2507 (aço inoxidável duplex) para os tubos de aço; Aço galvanizado de alta resistência para os tendões das armaduras de tração.

3.4 Aplicação da metodologia ao modelo de cabo selecionado

A Figura 19 abaixo ilustra o modelo elaborado e suas camadas.

Figura 19: Modelo desenvolvido e suas camadas.

As camadas plásticas são representadas por tubos de raio e espessura correspondentes. Os tendões das armaduras de tração são representados por barras de seção retangular dispostos de forma helicoidal. Os tubos de aço (e seus revestimentos) e os *fillers* são representados por tubos e barras circulares cujos eixos são descritos por helicoides. As dimensões dos componentes são conformes às Tabelas 1 e 2.

Como descrito anteriormente, o núcleo elétrico e ótico interno não é considerado, e é modelado através de uma superfície analítica rígida, com formato cilíndrico e diâmetro igual ao diâmetro interno da camada polimérica interna.

As sapatas são consideradas como superfícies rígidas. É simulada a configuração com duas sapatas planas, uma vez que tal condição é mais facilmente reproduzida em

ensaios experimentais realizados com equipamentos universais, tornando mais simples eventuais comparações que possam vir a ser realizadas. Tal configuração é ilustrada na Figura 20 abaixo:

Figura 20: Configuração com duas sapatas planas.

Comprimento do modelo

O modelo a ser elaborado deve possuir um comprimento finito. Tal comprimento não pode ser demasiadamente elevado, pois isso aumentaria o custo computacional do modelo. Alternativamente, um comprimento demasiadamente pequeno apresentaria efeitos de borda que podem invalidar os resultados gerados pelo mesmo.

A Tabela 3 apresenta o comprimento utilizado para o modelo.

Tabela 3: Comprimento do modelo.

<u><i>Comprimento (mm)</i></u>
3164,8

Como será visto no estudo realizado na seção 4.1.1, tal comprimento garante que os efeitos de borda sejam eliminados, não havendo variações significativas dos resultados medidos na porção central do cabo para comprimentos maiores que este.

Essa dimensão corresponde a aproximadamente dois passos de assentamento das armaduras de tração (1,9 passos da armadura externa e 2,4 passos da armadura interna) e a exatamente um passo de assentamento dos tubos de aço e *fillers*, que possuem pequeno ângulo de assentamento (6°). Tal medida corresponde a cerca de 20 vezes o diâmetro externo do cabo umbilical ($153mm$).

Para as sapatas foi definido um comprimento de $1000mm$, conforme ilustrado na Figura 20.

Malha

Como visto anteriormente, os componentes do tubo são modelados por elementos sólidos hexaédricos lineares (de 8 nós) com integração completa e modos incompatíveis.

Como o estudo será focado nos tubos de aço, uma malha mais refinada foi definida, de modo a possibilitar uma análise mais detalhada dos níveis de tensão e deformação nestes componentes.

Foi feito um estudo de convergência da malha, discutido na seção 4.1.1, de modo a garantir a convergência dos resultados de acordo com o refinamento da malha. A Figura 21 abaixo ilustra um detalhe da malha resultante.

Figura 21: Detalhe da malha utilizada.

Materiais

No modelo elaborado, os materiais são considerados com um comportamento elástico linear. A Tabela 4 apresenta as propriedades mecânicas (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e densidade, respectivamente) utilizadas para os materiais.

Tabela 4: Propriedades mecânicas dos materiais utilizados. Dados extraídos de *Matweb*³.

Material	$E(GPa)$	ν	$\rho(Kg/m^3)$
LDPE	0.30	0.46	1000
HDPE	0.80	0.46	1000
SAF 2507 / Aço galvanizado	200	0.30	7850

Para o material dos tubos duplex, é considerado um comportamento elasto-plástico. Tal comportamento é modelado através de um ajuste experimental utilizando a relação clássica de Ramberg-Osgood, extraído de Pesce et al. [26] e também utilizado no trabalho de Santos et al. [39], conforme a Figura 22:

³ Disponível em <http://www.matweb.com/>

Figura 22: Ajuste de Ramberg-Osgood para representar o comportamento do aço duplex [39].

O limite de escoamento considerado em tal ajuste é de 716 MPa .

Contato e condições de contorno

No modelo elaborado o primeiro ponto de referência, associado a uma das bordas do cabo, foi engastado. Ao segundo ponto de referência foi imposto o carregamento axial de tração. O valor do carregamento imposto foi de 454 kN .

Tal valor de carregamento foi obtido da seguinte maneira: seguindo a metodologia utilizada no trabalho de Pesce et al. [27], foi adotado o valor de 540 kN para o carregamento de tração a ser aplicado ao cabo completo, que equivale a 50% do carregamento máximo suportado pelo cabo, conforme a especificação do mesmo [32]; uma vez que o modelo elaborado não apresenta todas as camadas (o núcleo elétrico e ótico não é representado), foi verificado analiticamente qual é a tração suportada pelas camadas representadas no modelo em elementos finitos para um carregamento total de 540 kN .

A força axial suportada pelas camadas representadas no modelo é dada pela força axial total ($F = 540 \text{ kN}$) menos as componentes que são suportadas pelas camadas cilíndricas (F_C) e helicoidais (F_H) não representadas. Estas componentes podem ser

avaliadas a partir das saídas do modelo analítico do software *Utilflex* e através das seguintes equações:

$$F_C = A_C \sigma_{Z,C} \quad (3.1)$$

$$F_H = n A \sigma_Z \cos \alpha \quad (3.2)$$

onde A e A_C são as áreas da seção transversal do componente helicoidal e da camada cilíndrica, n é o número de componentes helicoidais na camada, α é o ângulo de assentamento do componente helicoidal e σ_Z e $\sigma_{Z,C}$ são as tensões axiais no componente helicoidal e na camada cilíndrica, obtidas através do *Utilflex*. Após essa avaliação foi obtido o valor de 454 kN para o carregamento de tração.

A Figura 23 ilustra o carregamento aplicado ao ponto de referência⁴ associado à face de borda e os deslocamentos impostos aos pontos associados às sapatas. Nestes pontos de referência foram impostos deslocamentos radiais de mesma amplitude ($\sim 3,5 \text{ mm}$). Esses deslocamentos são aplicados após a aplicação do carregamento axial de tração.

Figura 23: Carregamentos e deslocamentos impostos aos pontos de referência.

⁴ O carregamento é ‘aplicado’ ao ponto de referência na interface do software de elementos finitos. O que se impõe de fato é um carregamento distribuído na face à qual o ponto de referência está associado.

Parâmetros do *solver* explícito

O tempo de aplicação dos carregamentos e dos deslocamentos foi definido como 0,3 s, sendo verificado que para o mesmo a energia cinética possui níveis muito inferiores em relação à energia interna do modelo. A Figura 24 abaixo ilustra as curvas de energia do sistema, obtidas no pós-processamento.

Figura 24: Curvas de energia interna (vermelha) e energia cinética (azul) para o modelo.

Resumo do modelo

Em termos de dimensão do modelo, a Tabela 5 apresenta o número de elementos (especificando, também, o número de elementos de contato), o número de nós e a quantidade de graus de liberdade – ou variáveis – do problema.

Tabela 5: Número de elementos e nós do modelo.

Componente	Elementos	Nós
Capa polimérica interna	51906	103976
<i>Fillers</i> (x6)	525420	576384
Tubos e revestimentos (x12)	1899000	3043200
Capa polimérica intermediária	51906	103976
Armadura de tração interna (x38)	96520	217512
Armadura de tração externa (x40)	101760	229320
Capa polimérica externa	51906	103976
Total da Malha	-	4378344
Contatos	-	13885760
Total do Modelo	2778418	18264104
Graus de Liberdade	49296826	

Observa-se que o modelo possui em torno de 18 milhões de nós, sendo que aproximadamente 76% destes correspondem a nós internos gerados pelo programa e relacionados aos contatos, ilustrando a relevância dos algoritmos de contato nesse tipo de problema. O modelo apresenta cerca de 50 milhões de graus de liberdade, o que fornece uma ideia da ordem de grandeza dos sistemas matriciais a serem resolvidos a cada incremento de tempo.

O tempo de cálculo para esse modelo ficou em torno 75 horas (sendo 45 horas para a aplicação do carregamento de tração e 30 horas para a aplicação do carregamento de *crushing*) em um computador com processador i7 de 3,4 GHz com oito núcleos e 16 GB de memória RAM.

4 ESTUDOS DE CASO

Nesse capítulo são descritos os estudos de caso que foram realizados utilizando o modelo completo descrito na seção anterior e modelos de referência, que são descritos a seguir. São apresentados e analisados os resultados obtidos em cada caso.

A seção 4.1 contém estudos realizados no sentido de validar o modelo tridimensional, de modo a prover confiabilidade aos resultados por ele gerados.

A seção 4.2 contém estudos que comparam os resultados do modelo bidimensional com os resultados do modelo tridimensional na porção central do cabo.

Nas seções 4.1 e 4.2, de modo a eliminar dos efeitos de borda gerados pelas condições de contorno, os resultados do modelo tridimensional são recuperados na região central do cabo. A porção central para tomada de resultados possui um comprimento correspondente a aproximadamente 5% do comprimento total, como ilustra a Figura 25 (porção do cabo em vermelho).

Figura 25: Região central do cabo (vermelho) e regiões de transição de entrada/saída da sapata (verde).

Na seção 4.3 são analisados os resultados do modelo tridimensional na região de transição de início/fim da sapata (porções do cabo em verde na Figura 25). Tais resultados são analisados e comparados com os resultados na região central do cabo.

4.1 Validação do Modelo Tridimensional

Nessa seção são descritos os estudos de validação do modelo tridimensional. São apresentados os estudos de convergência dos resultados em função do refinamento da malha e do comprimento do modelo. Por fim, os principais resultados do modelo tridimensional são comparados com os resultados analíticos obtidos pelo software *Utilflex*.

Uma vez que o modelo analítico implementado no software *Utilflex* permite apenas a análise de carregamentos axissimétricos e de flexão, a ação das sapatas não será

considerada nesse momento, sendo apenas considerados carregamentos de tração e de torção.

4.1.1 Estudo do comprimento do modelo de cabo

Foram realizadas então simulações para modelos com diferentes números de passos da armadura de tração, sendo verificado a partir de qual número de passos se observa a convergência dos resultados na região central do cabo.

Os modelos analisados possuíam aproximadamente 1, 2 e 3 passos da armadura de tração. Foi considerado um carregamento axial de tração com intensidade de $454kN$, sendo extraídos os seguintes resultados: a deformação axial do cabo ($\Delta L/L$) e as variações, ao longo do comprimento do cabo, do raio de assentamento (ΔR) de um dos tendões da armadura de tração externa e da tensão de Von Mises (σ_{VM}) nos nós de topo (ponto mais externo) de um dos tubos de aço.

Figura 26: Nó de topo do tubo de aço.

Os resultados obtidos são apresentados nas curvas da Figura 27 e da Figura 28, que são apresentadas em função da coordenada axial do cabo, medida ao longo do comprimento do mesmo. A Tabela 6 apresenta os valores da deformação axial do cabo

e, considerando a porção central do cabo, da mínima variação do raio de assentamento da armadura externa e da máxima tensão de Von Mises no topo dos tubos de aço.

Figura 27: Variação do raio de assentamento de um dos tendões da armadura externa $\times$ Coordenada axial do cabo.

Figura 28: Tensão de Von Mises nos nós de topo de um dos tubos de aço x Coordenada axial do cabo.

Tabela 6: Resultados do estudo do comprimento do modelo; os valores entre parênteses apresentam as diferenças percentuais em relação aos resultados do modelo com 3 passos.

	Modelo com 1 passo	Modelo com 2 passos	Modelo com 3 passos
$\Delta L/L$	0,001368 (-8,6%)	0,001458 (-2,5%)	0,001496
ΔR mínimo das armaduras externas (mm)	- 0,532 (-9,7%)	- 0,561 (-2,0%)	- 0,565
σ_{VM} máximo nos tubos de aço (porção central do cabo) (MPa)	318 (-5,8%)	345 (-0,7%)	352

Nota-se que, de uma maneira geral, as diferenças observadas entre o modelo com 2 passos e o modelo com 3 passos são muito pequenas. Em relação ao modelo com 3 passos, o modelo com 1 passo apresenta diferenças da ordem de 6 a 10% nos resultados, enquanto para o modelo com 2 passos tais diferenças são da ordem de 1 a 2%.

Frente a estas observações, foi definido que o modelo utilizado possuirá aproximadamente dois passos da armadura de tração. A configuração final adotada possui aproximadamente 1,9 passos da armadura externa e 2,4 passos da armadura interna e exatamente um passo dos *fillers* e tubos de aço, correspondendo a um comprimento de cabo de 3168,81mm.

Cabe ressaltar que as oscilações de maior ‘comprimento de onda’ presentes na curva da Figura 27 estão relacionadas à correspondência periódica dos tendões da armadura de tração com o suporte formado pelos *fillers*, que, como será discutido na seção 4.2.2, apresentam maior rigidez radial que os tubos de aço. De fato, considerando os ângulos de assentamento dos *fillers* (6°) e dos tendões da armadura de tração externa (15°), bem como o ângulo entre dois *fillers* na seção transversal do cabo (60°), obtém-se, para um dado tendão, uma distância axial de correspondência entre dois *fillers* de aproximadamente 500mm, o que coincide com a distância entre picos da curva da Figura 27. As oscilações de menor ‘comprimento de onda’ estão relacionadas às demais correspondências entre tendões e *fillers*/tubos de aço.

4.1.2 Estudo de convergência da malha

Foram simulados modelos com diferentes graus de refinamento da malha. Partiu-se de uma malha *à priori* grosseira, sendo efetuados dois passos de refinamento na direção axial e três passos de refinamento na direção angular.

O aspecto geral e as características das diferentes malhas geradas são apresentados na Figura 29 e na Tabela 7.

Malha “A”

Malha “B”

Malha “C”

Malha “D”

Malha “E”

Malha “F”

Figura 29: Detalhes das diferentes malhas geradas.

Tabela 7: Características das diferentes malhas geradas.

Malha	Dimensão axial dos elementos (mm)	Número de elementos
"A"	20	249632
"B"	10	500024
"C"	5	1007408
"D"	5	2028160
"E"	5	2778418
"F"	5	3612682

Novamente para um carregamento axial de tração com intensidade de $454kN$, foram extraídos os seguintes resultados: o alongamento axial resultante (ΔL) e a máxima tensão de Von Mises nos tubos de aço ($\sigma_{VM,m\acute{a}x}$), na porção central do cabo. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 30 e na Figura 31.

Figura 30: Alongamento axial do cabo em função do refinamento da malha.

Figura 31: Máxima tensão de Von Mises nos tubos de aço em função do refinamento da malha.

Observa-se que a malha mais refinada, “F”, apresenta variações máximas da ordem de 1,5% em relação à segunda malha mais refinada, “E”, indicando a convergência dos resultados. Assim, uma vez que há um aumento significativo no tempo de cálculo entre os modelos com as malhas “E” e “F” e admitindo tolerância no erro de convergência da ordem de 1,5%, a malha adotada será a malha “E”.

4.1.3 Comparação com modelos analíticos

Foram obtidos a partir do modelo tridimensional três resultados: as tensões de Von Mises máximas e mínimas nas seções transversais dos tubos de aço e as rigidezes equivalentes axial e de torção do cabo.

A rigor, os efeitos causados por carregamentos axiais e de torção são acoplados, o que faz com que a rigidez do cabo seja descrita por uma matriz 2×2 não simétrica (ver, por exemplo, Lanteigne [14]). Para determinar a matriz completa é necessário realizar dois ensaios (numéricos ou experimentais) com carregamentos independentes de tração e torção.

Aqui, por simplicidade, são obtidos apenas os termos diagonais da matriz de rigidez, admitindo-se que no caso de aplicação de carregamento axial não há rotação das

seções transversais e que no caso de aplicação de carregamento de torção não há alongamento das camadas. Nessas condições, os valores de rigidez axial (EA_{eq}) e de torção (GJ_{eq}) são avaliados a partir das seguintes expressões:

$$F = EA_{eq} \frac{\Delta L}{L} \quad (4.1)$$

$$M = GJ_{eq} \frac{\Delta \phi}{L} \quad (4.2)$$

onde F é a força axial, M é o momento de torção e $\Delta L/L$ e $\Delta \phi/L$ são, respectivamente, as medidas de deformação axial e de variação do ângulo de torção por unidade de comprimento. O carregamento axial aplicado foi de $454kN$ e o carregamento de torção foi de $0,1kNm$, no sentido horário.

As tensões de Von Mises foram avaliadas na porção central do cabo, conforme ilustra a Figura 32.

Figura 32: Tensões de Von Mises (MPa) na porção central do cabo no modelo tridimensional – carregamento axial de tração.

Os resultados obtidos foram comparados com os resultados fornecidos pelo modelo analítico implementado no software *Utilflex*, sendo utilizadas as mesmas condições do modelo tridimensional. Os resultados são mostrados na Tabela 8.

Tabela 8: Resultados dos modelos analítico e tridimensional – carregamentos axissimétricos.

Resultados	<i>Utilflex</i>	Modelo tridimensional
σ_{VM} (MPa) – na seção dos tubos de aço	292	250 – 337
EA_{eq} (MN)	477	331
GJ_{eq} (kNm ²)	146	138

Verifica-se que o valor de tensão de Von Mises nos tubos de aço obtido pelo *Utilflex* fica dentro da faixa de tensões obtidas pelo modelo tridimensional. A diferença entre os valores de rigidez torsional equivalente obtidos pelos dois modelos é de aproximadamente 5%.

Já em relação aos valores de rigidez axial equivalente verifica-se uma diferença significativa (aproximadamente 33%) entre os valores obtidos pelos dois modelos.

No entanto, verifica-se que o valor de rigidez axial obtido pelo modelo tridimensional (331MN) é bem próximo ao valor informado no *Data sheet* do cabo umbilical analisado quando descontada a influência dos componentes não representados modelo tridimensional (resultando em aproximadamente 329MN⁵).

A diferença entre os valores de rigidez axial obtidos pelo modelo tridimensional e pelo *Utilflex* pode dever-se a hipóteses admitidas no modelo analítico do *Utilflex*. O modelo tridimensional em elementos finitos se assemelha mais a ensaios experimentais que são utilizados para determinar a rigidez à tração de amostras de cabos, o que justificaria a maior semelhança entre valor obtido pelo modelo tridimensional e o valor informado pelo fabricante, caso este de fato tenha sido determinado experimentalmente. Como será visto adiante, a hipótese de pré-existência de folgas entre camadas na condição descarregada pode explicar essa diferença.

4.2 Comparação entre os modelos tridimensional e bidimensional

Nessa seção são comparados os resultados do modelo bidimensional com os resultados do modelo tridimensional na porção central do cabo, para carregamentos axiais e para o carregamento de *crushing* imposto pelas sapatas.

⁵ O valor de rigidez axial informado no *Data Sheet* do cabo umbilical analisado [32] é de 429MN, sendo que nesse valor há uma contribuição de aproximadamente 100MN relativa aos cabos elétricos da porção central do núcleo – cada um dos três cabos elétricos possui rigidez axial de aproximadamente 33MN [32] – que não foram considerados no modelo tridimensional.

4.2.1 Carregamento de tração

Foi feita inicialmente a comparação para o caso onde apenas o esforço axial de tração é aplicado. A Figura 33 abaixo ilustra as tensões de Von Mises obtidas pelo modelo bidimensional, simulado nas mesmas condições do modelo tridimensional.

Figura 33: Tensões de Von Mises (MPa) no modelo bidimensional – carregamento axial de tração.

Os valores das tensões de Von Mises (σ_{VM}) máxima e mínima nas seções transversais dos tubos de aço e da rigidez axial equivalente (EA_{eq}), para os dois modelos, são mostrados na tabela abaixo.

Tabela 9: Resultados dos modelos bidimensional e tridimensional – carregamento axial de tração.

Resultados	Modelo bidimensional	Modelo tridimensional
$\sigma_{VM} (MPa)$	224 – 339	250 – 337
$EA_{eq} (MN)$	489	331

Verifica-se que os valores de Tensão de Von Mises são muito próximos. Este resultado é um indicativo preliminar de que o modelo bidimensional proposto pode ser representativo dos fenômenos estudados, ao menos para o cabo analisado e para cabos de configuração semelhante em condições de carregamento axissimétricas.

Já para os valores de rigidez axial equivalente ocorrem novamente diferenças significativas, estando o valor obtido pelo modelo bidimensional muito próximo ao valor obtido pelo *Utilflex* (vide Tabela 8). Como mencionado anteriormente, a razão para tais diferenças se deve à adoção ou não de pré-existência de folgas entre camadas na condição descarregada, conforme será discutido no item subsequente.

4.2.2 Carregamento de *Crushing*

Foi feita então a comparação para o caso do carregamento combinado de tração (com intensidade de $454kN$) e de *crushing*, resultante de um deslocamento radial de 3,5mm das sapatas.

As tensões foram extraídas no modelo tridimensional na porção central do cabo, na qual um dos tubos de aço permanece na posição superior, alinhado com a sapata superior. O modelo bidimensional foi construído de modo a simular essa situação, com um dos tubos na posição superior. Tal configuração foi empregada por ser a que resultou em um maior nível de tensões nos tubos de aço.

A Figura 34 e a Figura 35 ilustram as tensões de Von Mises obtidas pelos modelos bidimensional e tridimensional, simulados nas mesmas condições:

Figura 34: Tensões de Von Mises (MPa) no modelo bidimensional – carregamento de *crushing*.

Figura 35: Tensões de Von Mises (MPa) na porção central do modelo tridimensional – carregamento de *crushing*.

Para o tubo de aço superior, que é aquele alinhado com a sapata superior e, portanto, o mais carregado, foram extraídos os valores das tensões de Von Mises (σ_{VM}) máxima e mínima e os diâmetros máximo (horizontal) e mínimo (vertical), após deformação.

Tabela 10: Resultados dos modelos bidimensional e tridimensional – carregamento de *crushing*.

Resultados	Modelo <i>bidimensional</i>	Modelo <i>tridimensional</i>
σ_{VM} no tubo superior (MPa)	233 – 1130	357 – 1108
Diâmetros do tubo superior (mm)	11,64 – 17,10	12,23 – 16,59

Observa-se que os valores de tensão dos dois modelos são muito próximos e que há uma ligeira diferença entre os diâmetros, indicando uma menor deformação do tubo no modelo tridimensional.

Outra diferença observada é que no modelo bidimensional as tensões resultantes nos tendões das armaduras de tração são maiores que no modelo tridimensional. Nesse sentido, observa-se que no modelo bidimensional a deformação radial imposta pelas sapatas não gera tensões de flexão nas camadas das armaduras de tração, o que resulta no fato dessas camadas não contribuírem para a resistência radial da seção transversal do cabo. Já no modelo tridimensional, as armaduras de tração de fato contribuem à rigidez radial do conjunto.

De fato, verifica-se que surgem consideráveis tensões circunferenciais (considerando um sistema cilíndrico orientado com o eixo do cabo) de tração (em azul) e compressão (em vermelho) nas camadas das armaduras de tração externa e interna, conforme ilustra a Figura 36 abaixo. Isso mostra que tais camadas de fato resistem à flexão imposta pelo deslocamento radial das sapatas.

Figura 36: Tensões (MPa) angulares de compressão (azul) e tração (vermelho) nas camadas das armaduras de tração do modelo tridimensional.

No entanto, nota-se que tais diferenças entre as armaduras de tração dos modelos 2D e 3D não alteram de forma significativa os níveis de tensão nos tubos de aço. Ressalta-se também que, na estratégia de carregamento adotada, a tração axial inicial aplicada às armaduras de tração torna essas camadas mais rígidas radialmente, uma vez que o esforço normal decorrente do pré-tensionamento introduz uma maior resistência a deslocamentos laterais dos tendões.

Foi avaliado também quais são as deformações residuais no tubo de aço superior após a remoção do deslocamento imposto pelas sapatas. Os resultados obtidos são descritos na Tabela 11 abaixo:

Tabela 11: Deformações residuais no tubo de aço superior após remoção do carregamento de *crushing*.

Resultados	<i>Modelo bidimensional</i>	<i>Modelo tridimensional</i>
<i>Diâmetros do tubo superior (mm)</i>	12,36 – 16,62	12,79 – 16,18
<i>Ovalização residual</i> ⁶	15%	12%

Observa-se que os valores de ovalização residual são próximos entre si e elevados, indicando ter havido plastificação do tubo de aço nesta condição de carregamento.

Em seguida, buscou-se comparar as curvas de força de reação nas sapatas (força de *crushing*, dada em força por unidade de comprimento) em função do deslocamento vertical das sapatas, para ambos os modelos. Naturalmente, no modelo bidimensional, tais curvas variam de acordo com a orientação angular da seção transversal, enquanto no modelo tridimensional a curva representa uma média das orientações continuamente variáveis ao longo do comprimento da sapata. O modelo bidimensional foi então simulado em quatro configurações distintas, alternando os componentes que ficam alinhados com as sapatas. Tais configurações são ilustradas na Figura 37 abaixo:

⁶ Dada por $(D_{m\acute{a}x} - D_{m\acute{i}n}) / (D_{m\acute{a}x} + D_{m\acute{i}n})$, onde $D_{m\acute{a}x}$ e $D_{m\acute{i}n}$ são os diâmetros externos máximo e mínimo do tubo; definição do *American Petroleum Institute* (API).

Figura 37: Diferentes configurações do modelo bidimensional, variando a orientação angular da seção transversal.

As curvas de força de *crushing* em função do deslocamento vertical da sapata, para cada uma das quatro configurações, são ilustradas na figura abaixo:

Figura 38: Força de *crushing* $\times$ Deslocamento vertical da sapata; para diversas orientações angulares do modelo bidimensional. As linhas verticais indicam o início do escoamento dos tubos de aço nas diferentes configurações.

Verifica-se que na configuração “Tubo” a rigidez radial é maior no trecho inicial da curva, e diminui no trecho final. A configuração “*Filler*” é a que apresenta maior rigidez radial no trecho final da curva.

O comportamento observado na configuração “Tubo”, em que os tubos estão alinhados com as sapatas, pode ser explicado pelo fato dos tubos de aço, por apresentarem material com maior módulo de elasticidade, possuírem maior rigidez radial no regime elástico, justificando a maior rigidez no trecho inicial da curva; após o início do escoamento, tal rigidez passa a diminuir, conforme comportamento ditado pela curva de Ramberg-Osgood da Figura 22. O início do escoamento do material dos tubos, nessa configuração, é indicado pela linha vertical na curva da Figura 38.

Já a maior rigidez apresentada na configuração “*Filler*” pode ser resultante do elevado coeficiente de Poisson do material dos *fillers* (0,46), que, associado a uma seção transversal sem vazios, provoca um efeito de incompressibilidade que aumenta a rigidez radial do componente.

Nota-se então que a configuração “Filler” é a mais conservadora para o cálculo da força de *crushing* imposta às sapatas. Já a configuração “Tubo” é a mais conservadora para o cálculo das tensões resultantes nos tubos de aço, embora esta subestime a força de *crushing*.

Foi obtida então a mesma curva para o modelo tridimensional. O valor da reação nas sapatas extraído do modelo deve ser dividido pelo comprimento das mesmas para obter as mesmas unidades do modelo bidimensional. O resultado obtido é ilustrado na figura abaixo:

Figura 39: Força de *crushing* $\times$ Deslocamento vertical da sapata; modelo tridimensional comparado com diversas configurações do modelo bidimensional.

Observa-se na figura acima que, no trecho inicial, a curva do modelo 3D possui nível inferior às curvas do modelo bidimensional. Além disso, há um intervalo de deslocamento inicial no qual não há esforço de *crushing* no modelo tridimensional, havendo um “atraso” no início da curva.

Baseado nesse fato, foi feita uma investigação nos modelos e notou-se que realmente os modelos bidimensional e tridimensional não são completamente idênticos, havendo diferenças em suas geometrias. O modelo tridimensional foi construído com as dimensões exatas informadas no documento de especificação do cabo analisado, resultando em algumas folgas entre camadas, mais especificamente uma folga de 0,36mm entre a camada formada pelos *fillers* e tubos de aço e a camada polimérica intermediária. Já o modelo bidimensional, de modo a simplificar a modelagem dos contatos, eliminou essas folgas, modificando ligeiramente os raios das camadas.

Figura 40: Folga existente no modelo tridimensional

O “atraso” existente na curva do modelo 3D na Figura 39 corresponde exatamente à folga de 0,36mm existente entre as camadas do modelo. Dessa forma, foi construído um novo modelo tridimensional sem folgas, com as mesmas medidas do modelo bidimensional. A curva obtida para esse modelo sem folgas é ilustrada na figura abaixo, que também mostra a curva do modelo 3D original, com folgas, deslocada de 0,36mm no eixo horizontal:

Figura 41: Força de *crushing* x Deslocamento vertical da sapata; modelo tridimensional sem folgas e com a curva deslocada na direção horizontal comparado com diversas configurações do modelo bidimensional. A linha vertical tracejada indica o início do escoamento dos tubos de aço em ambos os modelos tridimensionais.

Verifica-se na figura acima que as curvas obtidas por ambos os modelos 3D são muito próximas. Nota-se também que, no trecho inicial, as curvas dos modelos 3D possuem valores próximos às curvas do modelo 2D, que possuem pouca variação nesse trecho. São, no entanto, mais aderentes à configuração 'Tubo-Filler' do modelo bidimensional. Já no trecho final, as curvas do modelo 3D estão contidas na faixa formada pelas curvas do modelo 2D, porém também se aproximando mais da curva correspondente à configuração 'Tubo-Filler'.

Comparando-se os dois modelos 3D, houve pouca variação nas tensões de Von Mises no tubo de aço superior. Para o modelo 3D sem folgas, as tensões situam-se entre 266 e 1113 *Mpa*.

Foi verificada também a rigidez axial equivalente calculada através do modelo 3D sem folgas, adotando o mesmo procedimento citado na seção 4.1.3, sendo obtido o

valor de $444MN$, muito mais próximo aos valores obtidos pelo modelo bidimensional ($489MN$) e pelo *Utilflex* ($477MN$), que não consideram folgas iniciais entre camadas.

Isso sugere que a diferença entre o valor de rigidez axial equivalente do modelo 3D original, com folgas, e os valores obtidos pelos outros modelos se deve em grande parte a essas folgas, havendo durante a aplicação do carregamento de tração uma acomodação entre as camadas na qual o cabo exerce menor resistência axial. Tal raciocínio também explica a maior aderência entre o resultado do modelo 3D original e o valor de rigidez axial informado pelo fabricante, uma vez que, admitindo que esse valor tenha sido obtido experimentalmente, as medidas do modelo 3D original são mais próximas às medidas do cabo real.

A ovalização residual, após remoção do carregamento de *crushing*, do tubo superior do modelo 3D sem folgas foi de 14%, bem próxima à obtida com o modelo bidimensional (15%).

4.3 Análise dos resultados do modelo tridimensional na região de transição da sapata

A próxima etapa é a análise dos resultados do modelo tridimensional na região de transição de entrada/saída da sapata. Como discutido na seção de revisão bibliográfica, o que se busca avaliar é se há ou não um aumento nos níveis de tensões nos componentes – em especial nos tubos de aço – nessa região de transição e, caso positivo, qual é a ordem de grandeza desse aumento e qual a escala de comprimento na qual essa transição ocorre.

De modo a facilitar a compreensão dos fenômenos envolvidos, foram criados e analisados dois modelos de referência: um modelo que contém apenas um tubo de aço de eixo reto e um modelo do cabo completo no qual os tubos e *fillers* possuem eixo reto (ângulo de assentamento nulo).

Tais modelos também facilitam a extração dos resultados, pois permitem avaliar as tensões ao longo do comprimento dos tubos, que nesse caso estão sempre alinhados com a sapata. Na configuração original, na qual os tubos possuem perfil helicoidal,

diversos tubos cruzam o plano vertical de carregamento das sapatas, ou seja, ficam em direta correspondência com a sapata em pontos específicos.

4.3.1 Modelo de referência com um tubo diretamente carregado

Primeiramente, foi feita a análise de um modelo mais simples, contendo apenas um tubo de aço de eixo reto, sendo comprimido diretamente pela ação da sapata, sem carregamento axial de tração. Exceto pelo eixo reto do tubo, às dimensões do tubo e da sapata são iguais às do modelo tridimensional (ver Tabela 2). O modelo de referência conta com um apoio rígido abaixo do tubo.

Figura 42: Modelo de referência: Tubo reto sendo comprimido diretamente pela sapata.

Comportamento elástico

Foram feitas inicialmente simulações considerando o material do tubo como sendo elástico linear. As simulações foram feitas impondo um deslocamento vertical de 1mm da sapata. Inicialmente foi utilizada uma malha com dimensão axial dos elementos de 10mm e as outras dimensões similares às do modelo com o cabo completo.

A curva abaixo ilustra a tensão de Von Mises no topo do tubo, ao longo do comprimento (coordenada axial) do mesmo.

Figura 43: Tensão de Von Mises no topo do tubo de aço, ao longo de seu comprimento – modelo de referência. As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.

Verifica-se que nas regiões de transição de entrada e saída do contato com a sapata há uma forte concentração de tensão. Há um elevado *overshoot*⁷ de tensão (da ordem de 70%) na transição entre a tensão nula fora da sapata e o nível de tensão constante na região central da sapata.

⁷ Calculado como a diferença entre a tensão máxima na região de transição e o nível de tensão constante na região central da sapata, expresso como porcentagem da tensão na região central.

Tal concentração de tensão também pode ser visualizada na Figura 44 abaixo, que ilustra em escala de cores os níveis de tensão de Von Mises no tubo:

Figura 44: Concentração de tensão (MPa) na região de transição da sapata – modelo de referência.

Em problemas de contato de superfícies rígidas com corpos elásticos, como no clássico problema de *Boussinesq* (ver, p.ex. [45]), normalmente há o surgimento de tensões singulares no corpo elástico nas regiões de transição da superfície rígida. De fato, esse parece ser o caso para o problema simplificado em questão, pois, refinando a malha do tubo na direção axial, foram obtidas tensões máximas na região de transição cada vez maiores, como ilustra o gráfico da Figura 45 abaixo:

Figura 45: Tensão de Von Mises máxima no topo do tubo em função do tamanho da malha – modelo de referência.

A continuação do refinamento da malha, também nas direções radial e circunferencial, aumentaria irrestritamente as tensões máximas na região de transição.

Comportamento elasto-plástico

Foi considerado em seguida um comportamento elasto-plástico para o material do tubo, utilizando o ajuste de Ramberg-Osgood descrito anteriormente.

Verificou-se que, no regime elástico, eram obtidas curvas de tensão similares à da Figura 43, com um *overshoot* da ordem de 50%. Devido à concentração de tensão, a plastificação ocorre primeiramente nas regiões de entrada e saída da sapata. Após a plastificação ocorre uma saturação dos picos de tensão, reduzindo assim o *overshoot*. Tal comportamento é observado na Figura 46 abaixo, que ilustra as tensões de Von Mises no topo do tubo ao longo de seu comprimento para diferentes níveis de deslocamento da sapata (u_S).

Figura 46: Tensão de Von Mises no topo do tubo de aço, ao longo de seu comprimento, para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo de referência. As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.

À medida que se aumenta o deslocamento da sapata, nota-se que após a plastificação os picos de tensão nas regiões de transição praticamente não se alteram, enquanto os níveis de tensão na região de central da sapata aumentam, reduzindo o *overshoot*.

Observa-se também que para $u_s = 0,068\text{mm}$ já ocorre a plastificação na região de transição da sapata, enquanto na região central ela só vem a ocorrer quando $u_s = 0,202\text{mm}$.

Com ainda maior aumento do deslocamento da sapata, ocorre um comportamento curioso: a evolução do nível de tensões no topo do tubo na região central da sapata não é monotônica, como mostra o gráfico da Figura 47:

Figura 47: Tensão de Von Mises no topo do tubo de aço, ao longo de seu comprimento, para níveis maiores de deslocamento da sapata – modelo de referência. As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.

De fato, observa-se que após atingir um nível mais elevado para $u_s \cong 0,9mm$, as tensões no topo do tubo na região central da sapata passam a diminuir com o aumento do deslocamento.

Tal comportamento pode ser explicado pela redistribuição de tensões que ocorre após a plastificação. As Figuras 48-50 abaixo ilustram como a deformação plástica equivalente, a pressão de contato e a tensão radial evoluem na seção transversal central do tubo conforme o aumento do deslocamento da sapata.

Figura 48: Deformação plástica equivalente⁸ (adimensional) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo de referência.

⁸ Escalar análogo à tensão de Von Mises para o estado de deformação após plastificação; mede o acúmulo de deformação plástica.

Figura 49: Pressão de contato (MPa) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo de referência.

Figura 50: Tensão radial (σ_{rr} ; MPa) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo de referência.

Verifica-se que o contato com a sapata e a plastificação ocorrem primeiramente na região de topo do tubo. Após a plastificação, a região do topo do tubo passa a ser menos resistente (conforme comportamento ditado pela curva de Ramberg-Osgood), e os picos de pressão de contato passam a deslocar-se lateralmente na seção, o que diminui as tensões radiais na região de topo e as aumenta nas regiões laterais adjacentes.

Como as tensões circunferenciais e axiais não sofrem alterações qualitativas em sua distribuição com o aumento do deslocamento das sapatas (vide Figura 51 abaixo), é a tensão radial que provoca as alterações na tensão de Von Mises.

Figura 51: Tensões angular ($\sigma_{\theta\theta}$; MPa) e axial (σ_{zz} ; MPa) na seção transversal central do tubo para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo de referência.

Por fim foi feita uma análise da variação das tensões ao longo do comprimento do tubo na região de transição da sapata, através de um corte longitudinal feito no modelo.

Figura 52: Tensões de Von Mises (σ_{VM} ; MPa) em corte longitudinal do tubo na região de transição da sapata para diferentes níveis de deslocamento da sapata – modelo de referência.

Nota-se na Figura 52 que de fato ocorre uma propagação lateral de tensões (a partir do topo do tubo) conforme o deslocamento da sapata aumenta.

Buscou-se avaliar também qual seria o comprimento de transição associado às variações de tensão ao longo do comprimento do tubo, verificando se o mesmo varia com o nível de deslocamento da sapata. A mera observação da Figura 52 sugere que o comprimento no qual ocorrem as maiores variações de tensão de Von Mises na espessura superior do tubo é da ordem de 6mm, ou 6 espessuras do tubo, e que tal comprimento não varia significativamente com o nível de deslocamento da sapata. Já a observação das curvas da Figura 46 e da Figura 47 permite extrair diferentes

comprimentos de transição, maiores que 6mm, embora também indique que tais comprimentos não variam com o deslocamento da sapata.

Certamente, uma descrição analítica de como as curvas de tensão no topo do tubo variam em torno das regiões de transição da sapata teria como parâmetros principais três escalas de comprimento, que são as da espessura e do diâmetro do tubo e a do comprimento da sapata. As tensões radiais sofrem transição de acordo com a escala da espessura, sendo estas que determinam as variações mais significativas de tensão de Von Mises observadas na Figura 52. As tensões axiais sofrem transição de acordo com as escalas de diâmetro e de comprimento da sapata, sendo responsáveis pelos maiores comprimentos de transição observados nas partes laterais das curvas da Figura 46 e da Figura 47, nas regiões do tubo que não estão em contato com a sapata. Já as tensões angulares sofrem transição de acordo com a escala do diâmetro, possuindo comprimentos intermediários. No entanto, uma vez que não foram encontrados na literatura modelos analíticos que permitam descrever o comportamento das tensões ao longo do tubo nessas condições de carregamento, observa-se que não é trivial a definição de critérios para determinar o comprimento de transição dos níveis de tensão.

4.3.2 Modelos completos

Em seguida foi estudado o comportamento na região de transição da sapata para o cabo completo original e para um cabo hipotético no qual os tubos de aço e *fillers* são retos, com ângulo de assentamento nulo.

Figura 53: Vista em corte parcial do cabo com tubos e *fillers* retos.

De modo a poder comparar os resultados do modelo com tubos helicoidais com os do modelo com tubos retos, os mesmos são simulados sem o carregamento de tração axial, apenas com o carregamento de *crushing*, uma vez que a alteração no ângulo de assentamento altera significativamente as tensões axiais nos componentes. O deslocamento máximo imposto às sapatas é de $3,5mm$.

Foram extraídos os valores das tensões de Von Mises (σ_{VM}) e dos deslocamentos radiais (u_r) ao longo dos tubos.

No caso do modelo com tubos retos, as tensões de Von Mises foram extraídas do tubo superior (alinhado com a sapata), tanto nos nós superiores quanto nos nós centrais (à meia espessura) da região superior, conforme a figura abaixo:

Figura 54: Resultados extraídos (i) nos nós de topo do tubo superior e (ii) nos nós à meia espessura da região superior – modelo com tubos retos.

Já no caso do modelo original com tubos helicoidais, as tensões de Von Mises foram extraídas de cinco tubos, que são aqueles que em algum trecho do comprimento ficam em correspondência com a sapata superior (tubos em verde na Figura 55 abaixo), ao longo do comprimento dos mesmos (linhas brancas na Figura 55), tanto nos nós mais externos quanto nos nós à meia espessura da região externa. Embora os resultados tenham sido extraídos ao longo de todo o comprimento dos tubos, os pontos de interesse são aqueles nos quais há correspondência entre os tubos e a sapata superior (pontos vermelhos na Figura 55).

Figura 55: Vista em corte parcial do modelo original. Resultados extraídos nos nós externos e de meia espessura ao longo do comprimento (linhas brancas) dos tubos que ficam em correspondência com a sapata superior (tubos verdes). Entre esses tubos há dois *fillers* (em preto). Os pontos vermelhos são pontos de interesse onde os tubos fazem correspondência com a sapata superior.

Tensões de Von Mises

A Figura 56 e a Figura 57 mostram, respectivamente, as curvas de tensão de Von Mises nos nós de topo e nos nós à meia espessura da região superior para os tubos do modelo original. São destacados os pontos de interesse (em vermelho), que são os valores máximos das curvas, nas regiões nas quais os tubos ficam em correspondência com a sapata superior. Os resultados são expressos em função da coordenada axial do cabo, ao longo do comprimento do mesmo.

Figura 56: Tensões de Von Mises nos nós de topo dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de *crushing*. As linhas tracejadas verticais indicam as regiões de transição da sapata.

Figura 57: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de *crushing*.

Já a Figura 58 e a Figura 59 mostram, respectivamente, as curvas de tensão de Von Mises nos nós de topo e nos nós à meia espessura da região superior para o tubo superior do modelo com tubos retos. Também são ilustrados nos gráficos os valores das tensões nos pontos de interesse dos respectivos casos do modelo original.

Figura 58: Tensões de Von Mises nos nós de topo do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de *crushing*.

Figura 59: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de *crushing*.

Nota-se nos gráficos acima que, em menor ou maior grau, há um aumento do nível de tensões na região de entrada e saída da sapata, para ambos os modelos. Esse aumento no nível de tensões também pode ser observado na Figura 60 e na Figura 61:

Figura 60: Concentração de tensões (MPa) no tubo em correspondência com a transição da sapata - modelo original; apenas carregamento de *crushing*.

Figura 61: Concentração de tensões (MPa) no tubo superior na região de transição da sapata - modelo com tubos retos; apenas carregamento de *crushing*.

Figura 62: Tensões de Von Mises (MPa) no tubo superior (i) na região central do cabo e (ii) na região de transição da sapata - modelo original; apenas carregamento de *crushing*.

Observa-se na Figura 62 que os níveis de tensão, em toda a seção transversal do tubo, são maiores na região de transição da sapata quando comparados aos níveis obtidos na região central do cabo.

Outro fato que pode ser observado na Figura 58 e na Figura 59 é que há uma forte correlação entre a curva do modelo com tubos retos e os pontos de interesse

extraídos do modelo original. Tal correlação sugere que o ângulo de assentamento dos tubos de aço no modelo original tem pouca influência nos níveis de tensão resultantes nos mesmos para o carregamento de *crushing*.

Por fim, verifica-se que o *overshoot* calculado nos nós de topo dos tubos é da ordem de 6%, enquanto o *overshoot* calculado nos nós à meia espessura da região superior é da ordem de 20%. Tal diferença pode ser explicada pelo fato de que nos nós de topo os níveis de tensão e de deformação plástica são maiores, o que provocaria uma maior redistribuição de tensões do que na região à meia espessura, onde os níveis de tensão são menores.

Para avaliar melhor essa hipótese de que menores níveis de plastificação geram maior *overshoot* de tensão, foram obtidas as tensões para um menor deslocamento das sapatas, situação na qual ainda não há deformação plástica na região à meia espessura da região superior. A Figura 63 abaixo ilustra as tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior para o tubo superior do modelo com tubos retos, para um deslocamento das sapatas de $1,05mm$. Também são inseridos os pontos de interesse já extraídos das curvas do modelo original na mesma configuração.

Figura 63: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de *crushing* com deslocamento das sapatas de 1,05mm.

Verifica-se que, de fato, o nível de *overshoot* é maior – da ordem de 100%.

Observa-se nos gráficos da Figura 59 e da Figura 63 um comportamento oscilatório na porção central das curvas, relativas à região central do cabo. Tal comportamento deve-se, possivelmente, a fatores numéricos relacionados à discretização da geometria e aos pares de contato, havendo uma periodicidade na qual os nós das diferentes camadas coincidem ou não. Nota-se que tais oscilações são mais perceptíveis para menores níveis médios de tensão.

Deslocamentos radiais

A figura abaixo ilustra a curva do deslocamento radial dos nós externos do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo. São sobrepostos à curva os deslocamentos radiais nos pontos de interesse do modelo original (pontos de

deslocamento radial mínimo para cada um dos tubos em correspondência com a sapata superior).

Figura 64: Deslocamentos radiais nos nós de topo do tubo superior do modelo com tubos retos, ao longo do comprimento do cabo – apenas carregamento de *crushing*.

Verifica-se que, no caso das variações radiais, há um *overshoot*, porém o seu nível é bem menor, da ordem de 1%. Tal valor se mantém para níveis menores de deslocamento das sapatas.

A ovalização residual resultante no tubo após a remoção do carregamento de *crushing* se mantém igual à obtida na região central do cabo, da ordem de 12%.

Modelo original com carregamento combinado de tração e *crushing*

Por fim foi simulado o caso do tubo original com carregamento combinado de tração e de *crushing*. O carregamento de tração imposto é de $454kN$ e o deslocamento máximo das sapatas é de $3,5mm$.

A Figura 65 e a Figura 66 mostram as curvas de tensão de Von Mises nos nós externos e nos nós à meia espessura da região superior para os tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo:

Figura 65: Tensões de Von Mises nos nós de topo dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – carregamento combinado de tração e de *crushing*.

Figura 66: Tensões de Von Mises nos nós à meia espessura da região superior dos tubos do modelo original, ao longo do comprimento do cabo – carregamento combinado de tração e de *crushing*.

Observa-se que os valores de *overshoot* são da ordem de 2% para os nós externos e de 5% para os nós à meia espessura da região superior, valores são menores que os obtidos nos casos onde não há carregamento de tração. Tal redução no *overshoot* é esperada, pois o carregamento de tração aumenta o nível de tensão e de deformação plástica nos tubos. Nota-se inclusive que, ao contrário dos casos onde não há carregamento de tração, ocorre plastificação em toda a região dos nós à meia espessura externa, o que justifica a redução do *overshoot* de 20% (valor obtido nos casos sem carregamento de tração) para 5%.

A Figura 67 ilustra as tensões de Von Mises nos tubos superiores na região central do cabo e na região de transição da sapata. Na região de transição, observa-se que o nível de tensões no nó de topo do tubo é maior que o nível obtido na região central do cabo.

Figura 67: Tensões de Von Mises (MPa) no tubo superior (i) na região central do cabo e (ii) na região de transição da sapata - modelo original; carregamento combinado de tração e de *crushing*.

Nota-se também que a posição axial na qual o tubo apresenta tensão máxima no nó externo não coincide com a posição na qual a tensão no nó à meia espessura da região superior é máxima. Isso pode ser observado na Figura 62 (ii), na qual as tensões na região à meia espessura da região superior são menores que na mesma região do tubo superior da porção central do cabo (Figura 62 (i)); e nos gráficos da Figura 65 e da Figura 66, nos quais os picos de tensão se dão em coordenadas axiais distintas.

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesse capítulo são discutidos os resultados obtidos nos diferentes estudos de caso realizados.

Validação do Modelo

Os estudos de convergência realizados demonstram que o comprimento de cabo definido, correspondente à aproximadamente dois passos das armaduras de tração, e o tamanho da malha utilizada são suficientes para garantir que não haja variações significativas nos resultados para variações adicionais desses parâmetros.

A comparação do modelo tridimensional com o modelo analítico do *Utilflex* mostrou resultados coerentes, indicando a validade do modelo tridimensional elaborado. A divergência no valor da rigidez axial equivalente provavelmente se deve em grande parte a diferenças na geometria dos modelos, uma vez que o modelo tridimensional contém folgas iniciais que não são consideradas pelo modelo analítico.

A presença de tais folgas também pode explicar a maior aderência entre os resultados do modelo tridimensional e o valor de rigidez axial equivalente, suposto experimental, informado no *Data Sheet* do cabo, uma vez que o modelo tridimensional estaria mais próximo ao cabo real do que o modelo analítico.

Comparação entre os modelos Bidimensional e Tridimensional na região central do cabo

A comparação realizada mostrou que os níveis de tensão nos tubos de aço superiores obtidos pelos dois modelos são muito próximos, tanto para o carregamento de tração quanto para o carregamento combinado de tração e *crushing*.

A curva de carregamento de *crushing* em função do deslocamento da sapata obtida pelo modelo tridimensional, sendo feita a correção relativa às folgas presentes no mesmo e não existentes no modelo bidimensional, fica entre os limites definidos pelas curvas obtidas pelo modelo bidimensional para diferentes orientações da seção

transversal. A curva obtida pelo modelo tridimensional se apresenta como uma média das diferentes curvas do modelo bidimensional.

A análise desses resultados mostra que, ao menos para o cabo analisado e para cabos de configuração semelhante, o modelo bidimensional é adequado para a avaliação das tensões nos tubos de aço resultantes do carregamento de *crushing*, considerando o modelo tridimensional como paradigma.

Observou-se, no entanto, que as camadas das armaduras de tração do modelo bidimensional não contribuem à rigidez radial do conjunto da mesma maneira que as armaduras do modelo tridimensional, uma vez que não há tensões de flexão resultantes do carregamento radial imposto pelas sapatas. Isso faz com que as tensões resultantes nos tendões das armaduras sejam muito menores do que as obtidas com o modelo tridimensional.

Portanto, caso as tensões nos tendões das armaduras sejam de interesse, o modelo bidimensional não é adequado para a sua avaliação, considerando o carregamento de *crushing*.

No entanto, tal característica não influencia significativamente no cálculo das tensões resultantes nos tubos de aço, sendo o modelo bidimensional adequado para a sua avaliação. Na realidade, tal característica torna o modelo bidimensional ligeiramente mais conservador para a avaliação das tensões nos tubos de aço, pois os carregamentos aplicados pelas sapatas são transmitidos mais diretamente aos tubos, uma vez que a resistência radial das armaduras de tração é menor.

Análise do modelo tridimensional na região de transição da sapata

O estudo do modelo de referência com apenas um tubo de aço sendo comprimido diretamente pela sapata demonstra que, nesse caso e considerando o regime elástico, há uma concentração singular de tensão na região de transição de entrada/saída da sapata. Esse aumento (*overshoot*) de tensão na transição de sapata é reduzido após a plastificação do tubo, porém as tensões ainda permanecem mais elevadas que na região central do tubo (os valores de *overshoot* após plastificação foram da ordem de 20% para os nós de topo do tubo). A plastificação ocorre na região de transição para um

deslocamento da sapata de aproximadamente 0,07mm, enquanto na região central ela ocorre para um deslocamento de aproximadamente 0,2mm.

O estudo dos modelos completos, com tubos retos e com tubos helicoidais, submetidos ao carregamento de *crushing* sem tração, mostrou que há forte correlação entre os valores de tensão nos tubos que fazem correspondência com a sapata. Tal correlação sugere que o ângulo de assentamento dos tubos de aço no modelo original tem pouca influência nos níveis de tensão resultantes nos mesmos para o carregamento de *crushing*.

Os resultados dos modelos completos mostraram que também ocorre *overshoot* de tensão nesses casos, porém estes são de ordem menor que os obtidos no modelo de referência com apenas um tubo (os valores obtidos foram da ordem de 6% para os nós externos e de 20% para os nós à meia espessura da região superior). Tal redução se deve ao tubo estar imerso no cabo, havendo uma redução das concentrações de tensão devido à transferência do carregamento através das diversas camadas (camadas poliméricas e armaduras de tração) entre os tubos e a sapata.

Os valores de *overshoot* obtidos para o modelo original com carregamento combinado de tração e *crushing* foram da ordem de 2% para os nós externos e de 5% para os nós à meia espessura da região superior. Tais valores são menores que os valores para o caso em que se considera apenas o carregamento de *crushing* pelo fato de que o carregamento de tração aumenta os níveis de deformação plástica nos tubos, o que provoca uma redistribuição de tensões que reduz a concentração de tensão na região de transição. A análise de casos onde os níveis de deformação plástica são menores mostra de fato que nesses casos o *overshoot* é maior.

O *overshoot* calculado para os deslocamentos radiais dos tubos se mostrou praticamente negligenciável (da ordem de 1%), valor que se manteve para diferentes níveis de carregamento e de plastificação.

Não foi possível definir critérios para determinar o comprimento de transição dos níveis de tensão na região de transição da sapata, uma vez que não foram encontrados na literatura modelos analíticos que permitam descrever o comportamento das tensões ao longo do tubo nessas condições de carregamento. No entanto, verificou-se que os

diversos comprimentos que podem ser extraídos dos resultados, tanto das curvas de tensão ao longo do comprimento dos tubos quanto das imagens que ilustram os níveis de tensão em escala de cor, não variam significativamente em função do deslocamento da sapata. Examinando as curvas de tensão ao longo dos tubos nos modelos completos (Figura 58 e Figura 59), nos quais os tubos estão inseridos no cabo, verifica-se que os comprimentos de transição são similares aos observados no caso simplificado no qual o tubo é comprimido diretamente pela sapata (Figura 46 e da Figura 47), indicando que as escalas de dimensão do cabo, notadamente seu diâmetro, possuem pouca influência nesses comprimentos de transição associados aos tubo. O fato dos tubos estarem inseridos no cabo influencia apenas em como o carregamento será transmitido das sapatas até os tubos.

Finalmente, analisando os diferentes resultados obtidos com os modelos completos, observa-se que, embora no regime elástico o *overshoot* de tensão resultante seja elevado, como a plastificação ocorre muito rapidamente (para deslocamentos das sapatas inferiores a 1,0mm) nos nós externos dos tubos, tal fator passa a ser pouco relevante. Após plastificação e nos nós externos (com maiores tensões) o *overshoot* não é superior a 6%.

Isso mostra que, na prática, quando da ocorrência de plastificação, os resultados obtidos na porção central do cabo e, conseqüentemente, os resultados obtidos com o modelo bidimensional, oferecem estimativas corretas das tensões resultantes nos tubos de aço.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscou-se com esse trabalho construir um modelo tridimensional em elementos finitos para o estudo de um cabo umbilical submetido ao carregamento de *crushing*, problema praticamente não abordado na literatura. Tal modelo deveria, por um lado, ser utilizado como paradigma para validar os resultados do modelo bidimensional proposto por Pesce et al. [27] e Santos et al. [38] e, por outro, permitir a análise do comportamento dos campos de tensão e deformação nos componentes do cabo na região de transição de entrada/saída das sapatas do tensionador.

Como resultado, verificou-se que, na região central do cabo, as tensões calculadas nos tubos de aço a partir do modelo bidimensional são consistentes com os resultados obtidos pelo modelo tridimensional elaborado, indicando que o modelo bidimensional é adequado para tal verificação.

Já o estudo dos resultados na região de transição das sapatas permitiu verificar que, nessa região, há de fato um aumento das tensões resultantes nos tubos de aço. No entanto, após a plastificação – que ocorre rapidamente quando da aplicação do carregamento de *crushing* – esse sobreamento de tensões não é significativo (da ordem de 5% para os casos estudados), o que sugere que, ao menos em condições similares, tal fenômeno possa ser negligenciado. Estudos adicionais com diferentes cabos e configurações podem ser realizados para prover maior confiabilidade a essa conclusão.

Por fim, foi apresentada de forma genérica a metodologia aplicada na construção do modelo em elementos finitos, de tal forma que a mesma possa servir de guia na construção de modelos para configurações diferentes.

Sugestões para trabalhos futuros

O modelo tridimensional elaborado é versátil e pode ser facilmente modificado para inúmeras configurações não consideradas nesse trabalho. Dessa forma, trabalhos futuros poderão incluir estudos nos quais seriam alteradas as seguintes características do modelo:

- Aplicação de pressurização interna aos tubos de aço;
- Variação dos valores de coeficiente de atrito no contato;
- Análise de diferentes modelos de cabo, inclusive modelos contendo mangueiras termoplásticas e mangueiras reforçadas, bem como cabos STU que não possuem armadura de tração;
- Simulação do modelo na situação real de lançamento, na qual são as próprias sapatas que, por atrito, suportam o cabo, resistindo à carga axial imposta pelo peso próprio do mesmo;
- Utilização de um modelo mais realista para as sapatas do tensionador, representando sua geometria de forma exata, bem como a característica elástica de seus materiais.

Poder-se-á então avaliar as consequências de tais alterações no *overshoot* de tensão resultante nos tubos de aço ou em demais componentes de interesse.

Outro estudo básico que poderia ser realizado é a avaliação mais rigorosa, através de métodos numéricos ou mesmo analíticos, dos parâmetros dimensionais e de materiais que influenciam no valor do *overshoot* e no comprimento de transição no caso simplificado de um tubo sendo comprimido diretamente pela ação da sapata. Tal estudo poderia ser acompanhado de outro que verificasse a alteração do nível de *overshoot* em função da existência de componentes elásticos, de elasticidade e espessura variável, entre o tubo e a sapata. Esses estudos podem vir a fornecer critérios de dimensionamento para os componentes de cabos umbilicais visando limitar o fenômeno de *overshoot* de tensão nos tubos de aço.

Por fim, a condução de campanhas experimentais deve ser objeto de estudos aprofundados; tanto experimentos de caráter bidimensional, em que segmentos de cabos sejam submetidos a carregamentos de *crushing* na ausência de tração, como de natureza tridimensional, quando a tração poderia ser imposta concomitantemente. Em ambos os casos, a instrumentação deve ser cuidadosamente especificada, enriquecendo procedimentos experimentais comumente empregados em ensaios de homologação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABAQUS, Inc., Dassault Systèmes. *ABAQUS Theory Manual. Version 6.13-2*, 2013.
- [2] ABAQUS, Inc., Dassault Systèmes. *ABAQUS/CAE User's Manual. Version 6.13-2*, 2013.
- [3] BATHE, K. J. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, 1996.
- [4] CLOUGH, R. W. *The finite element method in plane stress analysis. Proceedings of the 2nd ASCE Conference on Electronic Computation, Pittsburgh*, 1960.
- [5] CRUZ, F. T. L. *Análise Estrutural de Linhas Flexíveis pelo Método dos Elementos Finitos*. Tese de M.Sc., EPUSP, São Paulo, SP, Brasil, 1996.
- [6] CUSTÓDIO, A. B.; VAZ, M. A. *A nonlinear formulation for the axisymmetric response of umbilical cables and flexible pipes. Applied Ocean Research*, 24(1), 21-29, 2002.
- [7] EIA – U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION. *Production, Proved Reserves and Drilling in the Ultra-Deepwater Gulf of Mexico*. 2009. Disponível em <http://www.eia.gov/oog/info/twip/twiparch/100526/twipprint.html>, acessado em julho de 2014.
- [8] FERET, J.J.; BOURNAZEL, C.L. *Calculation of stresses and slip in structural layers of unbonded flexible pipes. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol.109, August 1987, pp.263-269.
- [9] FRANZINI, G.R., PESCE, C.P., TAKAFUJI, F.C.M., GONÇALVES, R.T., TANAKA, R.L., SILVA, M., BARBOSA, T.F., GODINHO, C.A. *Crushing of Flexible Pipes under Traction: a Theoretical-Experimental Assessment*". *OMAE2011, 30th Int. Conf. on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Rotterdam, the Netherlands, June 19-24 2011*.

- [10] GAY NETO, A.; MARTINS, C.A.; PESCE, C.P.; BARBOSA, T.F. *A numerical simulation of crushing in flexible pipes. Proc. of the 20th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2009)*, Gramado, Brazil, 2009.
- [11] HUISMAN. *Pipe Tensioners*. 2008. Disponível em <http://www.huismanequipment.com/en/products/pipelay/pipelay_components/pipel_tensioners>, acessado em julho de 2014.
- [12] INFIELD SYSTEMS. *Global Offshore Oil and Gas Outlook*. Disponível em <<http://www.gaselectricpartnership.com/HOffshore%20Infield.pdf>>, acessado em novembro de 2014.
- [13] KNAPP, R. H. *Derivation of a new stiffness matrix for helically armoured cables considering tension and torsion. International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 14(4), 515-529, 1979.
- [14] LANTEIGNE, J. *Theoretical estimation of the response of helically armored cables to tension, torsion, and bending. Journal of Applied Mechanics, New York, jun. 1985, v.52, n.2, pp.423-432.*
- [15] LE, T. T.; KNAPP, R. H. *A finite element model for cables with nonsymmetrical geometry and loads. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 116(1), 14-20, 1994.
- [16] LOVE, A.E.H. *A treatise on the mathematical theory of elasticity. 4. ed. New York: Dover Publications*, 1944.
- [17] MALTA, E.R.; MARTINS, C.A.; GONÇALVES, S.R.; PESCE, C.P. *Finite element modeling of flexible pipes under crushing loads. ASME 2013 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. American Society of Mechanical Engineers*, 2013.
- [18] MARTINS, C.A.; PESCE, C.P.; ARANHA, J.A.P. *Structural Behavior of flexible pipe carcass during launching. Proceedings of 22th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2003.
- [19] NOV FLOATING PRODUCTION SYSTEMS. *Dynamic Flexible Risers*. 2014. Disponível em <<http://fps.nov.com/subsea/flexibles/dynamic-flexible-risers>>, acessado em julho de 2014.

- [20] OCEANEERING. *Installation Services*. 2013. Disponível em <http://www.oceaneering.com/installation-services/>, acessado em julho de 2014.
- [21] PESCE, C.P.; MARTINS, C.A.; Modelo simplificado de comportamento estrutural sob carregamento localizado pela ação de lagartas de tração durante o lançamento. Parte II: Efeito do squeezing e carregamento ao longo da linha. Relatório Técnico TEC 18.01; PIRELLI CABOS S.A. – Desenvolvimento de tubos para produção de petróleo offshore (acesso restrito), 1995.
- [22] PESCE, C.P.; RAMOS, R.; MARTINS, C.A.; TAKAFUJI, F.C.M.; TANAKA, R. Análise Mecânico-Estrutural: Modelos de Esforços na Seção de um Cabo Umbilical. Relatório Técnico RT 2-02/1 v.3; FINEP/PRYSMIAN – Estudo e Análise de Nova Geração de Cabos Umbilicais Integrados (acesso restrito), 2008.
- [23] PESCE, C.P.; RAMOS, R.; SILVEIRA, L.M.Y.; TANAKA, R.; MARTINS, C.A.; TAKAFUJI, F.C.M.; NOVAES, J.P.Z. *Structural Behavior of Umbilicals – Part I: Mathematical Modeling. Proceedings of the ASME 29th Int Conference on Ocean, Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, OMAE2010 - 20892, Shanghai, China, June 6 -11 2010.
- [24] PESCE, C.P.; FUJARRA, A.L.C.; RABELO, M.; TANAKA, R.; MARTINS, C.A.; SILVEIRA, L.M.Y.; BARROS, E.E. *Structural Behavior of Umbilicals – Part II: Model-Experimental Comparisons. Proceedings of the ASME 29th Int Conference on Ocean, Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, OMAE2010 - 20895, Shanghai, China, June 6-11 2010.
- [25] PESCE, C.P.; MARTINS, C.A.; GAY NETO, A.; FUJARRA, A.L.C.; TAKAFUJI, F.C.M.; FRANZINI, G.R.; BARBOSA, T.F.; GODINHO, C.A. *Crushing and Wet Collapse of Flowline Carcasses: A Theoretical-Experimental Comparison. OMAE2010, 29th Int. Conf. on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Shanghai, China, June 6-11 2010.*

- [26] PESCE, C.P.; FRANZINI, G. R.; RABELO, M.A.; RAMOS, R.; GONÇALVES, R. T.; TANAKA, R.; GODINHO, C. A. *A Nonlinear Analytical Model for Flexible Pipe Crushing Analysis. ASME 2012 31st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, pp. 569-583. American Society of Mechanical Engineers, 2012.
- [27] PESCE, C.P.; FRANZINI, G. R.; SANTOS, C.C.P; RABELO, M.A.; SALLES, R. *Finite Element Model for Umbilical Cable: Crushing Analysis. Technical Report TR-01/M2.2*; FINEP/PRYSMIAN – Cabos Umbilicais: Desenvolvimento de Capacitação para Fornecimento de Umbilicais para Aplicação nos Campos do Pré-Sal (acesso restrito), 2014.
- [28] PETROBRAS. Procurement Policy and Critical Equipment Supply. 2012. Disponível em http://export.gov/brazil/build/groups/public/@eg_br/documents/webcontent/eg_br_055751.pdf>, acessado em novembro de 2014.
- [29] PETROBRAS. Atuação no Pré-Sal. 2014. Disponível em <http://www.petrobras.com/pt/energia-e-tecnologia/fontes-de-energia/pre-sal/>>, acessado em julho de 2014.
- [30] PROVASI, R. Contribuições ao Projeto de Cabos Umbilicais e Tubos Flexíveis: Ferramentas de CAD e Modelo de Macro Elementos. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2013.
- [31] PRYSMIAN CABLES AND SYSTEMS. *Umbilical Thermoplastic and Steel Tube*, 2007.
- [32] PRYSMIAN CABLES AND SYSTEMS. *Data sheet FDT-0527 rev2*.
- [33] RAMOS JR., R.; PESCE, C.P.; MARTINS, C.A.; ARANHA, J.A.P. Determinação do campo de deformações axiais nas veias do núcleo elétrico por elementos finitos. Relatório Técnico: Estudo de comportamento estrutural de um cabo umbilical 9+3+1, Volume II, Convênio PIRELLI/EPUSP-PNV (acesso restrito), 1998.

- [34] RAMOS JR., R. Modelos Analíticos no Estudo do Comportamento Estrutural de Tubos Flexíveis e Cabos Umbilicais. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2001.
- [35] RAMOS JR., R.; PESCE, C.P. *A Consistent Analytical Model to Predict the Structural Behavior of Flexible Risers Subjected to Combined Loads. J. Offshore Mech. Arctic Eng.*, 126, pp.141-146, 2004.
- [36] SÆVIK, S. *A finite element model for predicting stresses and slip in flexible pipe armouring tendons. Computers & structures*, 46(2), 219-230, 1993.
- [37] SÆVIK S., GJØSTEEN J. K. Ø. *Strength Analysis Modelling of Flexible Umbilical Members for Marine Structures. Journal of Applied Mathematics*, 2012.
- [38] SANTOS, C. C. P. Modelo estrutural em Elementos Finitos de um tubo flexível sob esforços axissimétricos e de flexão. Trabalho de Formatura, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2013.
- [39] SANTOS, C. C. P.; PESCE, C.P.; SALLES, R.; FRANZINI, G.R.; TANAKA, R.L. *A Finite Element Model for Umbilical Cable Crushing Analysis. ASME 2015 34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. American Society of Mechanical Engineers*, 2015.
- [40] SIMULIA. *Introduction to ABAQUS. Appendix 1 – Element Selection Criteria*, 2008.
- [41] SOUSA, J. R. M. Análise Numérica de Risers Flexíveis. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1999.
- [42] SOUSA, J. R. M. Análise Local de Linhas Flexíveis pelo Método dos Elementos Finitos. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [43] SOUSA, J. R. M., ELLWANGER, G. B., LIMA, E.C.P., PAPALEO, A. *Local Mechanical Behavior of Flexible Pipes Subjected to Installation Loads*.

Proceedings of 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2001.

- [44] SOUSA, J. R. M., ELLWANGER, G. B., LIMA, E.C.P., PAPALEO, A. *An Analytical Model to Predict the Local Mechanical Behavior of Flexible Risers under Crushing Loads*. Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, 2002, Brasília, 2002.
- [45] SNEDDON, I. N. *Boussinesq's problem for a flat-ended cylinder*. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 42, no. 01, pp. 29-39. Cambridge University Press, 1946.
- [46] TECHNIP. *Longer Life for Deep-sea Lifelines*. 2010. Disponível em <<http://www.3ds.com/fileadmin/PRODUCTS/SIMULIA/PDF/case-study/SIMULIA-Technip.pdf>>, acessado em outubro de 2015.
- [47] TECHNIP. *Deep Water Umbilicals – Challenges & Technology Solutions*. 2015. Disponível em <<http://mcedd.com/wp-content/uploads/2014/04/Ian-Probyn-Steven-Frazer.pdf>>, acessado em outubro de 2015.
- [48] TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J.N. *Teoria da Elasticidade*. 3a ed., Ed. Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, 1980.
- [49] WITZ, J.A., TAN, Z. *On the Axial-Torsional Structural Behavior of Flexible Pipes, Umbilicals and Marine Cables*. *Marine Structures*, **5**, pp.205-227, 1992.
- [50] ZIENKIEWICZ, O. C.; CHEUNG, Y. K. *The finite element method in structural and continuum mechanics*. Japanese by Yoshiki, M, 245, 1976.
- [51] ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *The Finite Element Method in Engineering Sciences*. Vol. I, McGraw-Hill, 1988.

Apêndice A – Descrição do modelo bidimensional em Elementos Finitos

Nesse apêndice é feita a descrição da estratégia para o desenvolvimento de modelo bidimensional em elementos finitos desenvolvida em atividade paralela a esse trabalho realizada no âmbito do projeto “FINEP/PRYSMIAN: Cabos Umbilicais: Desenvolvimento de Capacitação para Fornecimento de Umbilicais para Aplicação nos Campos do Pré-Sal” do laboratório LIFE&MO da Escola Politécnica. Tal estratégia é descrita nos trabalhos de Pesce et al. [27] e Santos et al. [38], que a aplicam a diversos tipos de cabos umbilicais, inclusive ao cabo analisado nesse trabalho

Essa estratégia visa tornar mais simples e rápida a análise do carregamento de *crushing* em Cabos Umbilicais, reduzindo o tempo de elaboração do modelo e o tempo de processamento quando comparado com modelos tridimensionais.

Tal simplificação é possibilitada por uma integração do modelo bidimensional em Elementos Finitos com modelos (tridimensionais) analíticos, que fornecem dados de entrada ao modelo numérico. Essa integração permite agregar fatores a princípio não presentes no modelo bidimensional, permitindo ao mesmo representar a tridimensionalidade do problema real. De maneira geral, a tridimensionalidade do problema é incorporada ao modelo bidimensional através de dois fatores: (i) o uso de módulos de elasticidade equivalentes e (ii) a aplicação de carregamentos radiais aos componentes helicoidais. Tais fatores são descritos abaixo:

Influência dos ângulos de assentamento nas rigidezes axiais

No modelo bidimensional os ângulos de assentamento não são considerados na representação geométrica da seção transversal do cabo. Dessa forma, de modo a preservar as corretas rigidezes axiais dos componentes do cabo, um módulo de elasticidade equivalente precisa ser definido e utilizado para cada um dos componentes helicoidais.

A força axial (F) suportada por um tendão helicoidal com ângulo de assentamento α é dada por:

$$F = T \cos \alpha = EA \varepsilon_t \cos \alpha \quad (\text{A.1})$$

onde T é a força normal no tendão (aqui obtida por uma aproximação de primeira ordem), E é o módulo de elasticidade do material, A a área da seção transversal e ε_t é a deformação axial do tendão que, conforme derivação feita no Apêndice D (equação (D.7)), é dada por:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta S}{S} = \cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} + \sin^2 \alpha \left(\frac{\Delta \phi}{\phi} + \frac{\Delta R}{R} \right) \quad (\text{A.2})$$

O primeiro termo em (A.2) é associado ao alongamento do tendão, enquanto o segundo é associado à rotação e à variação do raio de assentamento. Em ordem de magnitude, o segundo termo representa cerca de 1% do primeiro para pequenos ângulos de assentamento. Logo, negligenciando o segundo termo em (A.2), a equação (A.1) pode ser reescrita como em (A.3), definindo o módulo de elasticidade equivalente em (A.4):

$$F_a = A(E \cos^3 \alpha) \frac{\Delta L}{L} = AE_{eq} \frac{\Delta L}{L} \quad (\text{A.3})$$

$$E_{eq} = E \cos^3 \alpha \quad (\text{A.4})$$

Dessa forma, na definição dos módulos de elasticidade dos materiais dos componentes helicoidais no modelo em elementos finitos, é feita uma correção dos valores reais através do termo $\cos^3 \alpha$.

Carregamentos radiais aplicados aos componentes helicoidais

Devido à sua geometria helicoidal, ao serem tracionados axialmente, componentes como os tendões das armaduras de tração ou os tubos de aço exercem um

carregamento radial (q' , dado em força por unidade de comprimento) nas camadas inferiores sobre as quais estes componentes estão assentados⁹. A relação que descreve tal carregamento, derivada do equilíbrio mecânico do tendão conforme dedução feita no Apêndice D (equação (D.7)), é dada por:

$$q' = EA \frac{\sin^2 \alpha}{R} \left[\cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} + \sin^2 \alpha \left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \phi}{\phi} \right) \right] \quad (\text{A.5})$$

Tal expressão pode ser simplificada negligenciando o segundo termo dentro do colchete, desprezíveis para pequenos ângulos de assentamento, resultando em:

$$q' = \frac{EA}{R} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} \quad (\text{A.6})$$

Dessa forma, esses carregamentos são calculados a partir de parâmetros geométricos e de materiais, bem como da deformação axial ($\Delta L / L$) obtida de modelos analíticos, como o *Utilfex*, em função da força axial aplicada ao cabo, sendo então inseridos no modelo bidimensional em elementos finitos.

No software *Abaqus*, os carregamentos aplicados devem ser dados em força por área da seção transversal e por unidade de comprimento, para tal é definido o carregamento q'' , dado por:

$$q'' = \frac{q'}{A} = \frac{E}{R} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} \quad (\text{A.7})$$

⁹ No caso das armaduras de tração este é o carregamento de *squeeze*.

Tais carregamentos radiais são aplicados a pontos de referência associados à superfície da seção transversal de cada componente helicoidal, resultando em um carregamento distribuído uniformemente na seção, conforme ilustra a Figura 68:

Figura 68: Imagem do modelo bidimensional extraída de Santos et al. [39], ilustrando os carregamentos radiais aplicados aos componentes helicoidais.

O esquema da Figura 69 ilustra a integração do modelo analítico com o modelo bidimensional em elementos finitos:

Figura 69: Integração entre o modelo analítico (*Utilflex*) e o modelo bidimensional em elementos finitos.

No modelo tridimensional tais considerações não precisam ser feitas, e os carregamentos derivam da própria geometria do problema. Comparando os resultados dos modelos bidimensionais nos quais tais carregamentos são inseridos com o modelo tridimensional desenvolvido, pode-se verificar se tal metodologia é adequada para representar a tridimensionalidade do problema.

Características gerais do modelo bidimensional em elementos finitos

O modelo bidimensional também foi elaborado utilizando o software *Abaqus*, sendo utilizado um solver implícito (*Abaqus Standard*).

O modelo bidimensional utiliza elementos em “estado plano generalizado de deformações”. Tal representação é similar a de estado plano de deformações, porém considera que as deformações axiais (perpendiculares ao plano) são constantes, e não nulas, e decorrem de uma tração axial constante. Tal representação é necessária em função da aplicação de carregamentos de tração axial associados ao peso próprio do cabo.

A malha utilizada é regular e os elementos utilizados possuem quatro nós e esquema de integração completa (código CPEG4 no software *Abaqus*).

Outra característica da malha gerada é que a mesma utiliza um esquema bi-material para as camadas das armaduras de tração, onde os vazios entre os tendões vizinhos são considerados como materiais de baixíssimo módulo de elasticidade. As interações são representadas simplesmente pela congruência das malhas nas diferentes regiões, ou seja, os nós presentes nas interfaces pertencem às duas regiões, sendo desnecessária a criação de zonas de contato, o que reduz o tempo de cálculo. Tal metodologia foi proposta e utilizada por Santos (2013) [38] em seu trabalho de formatura.

Figura 70: (i) Detalhe do esquema bi-material para as malhas das armaduras de tração; (ii) Superfície de contato contínua resultante [39].

O contato entre as diferentes camadas é modelado a partir de uma formulação do tipo “*surface-to-surface*” e através do método de penalidades.

Os materiais são considerados como lineares elásticos. No caso de componentes de interesse, como tubos de aço do núcleo dos cabos, é adotado um modelo elasto-plástico similar ao utilizado neste trabalho.

O nó central da seção é engastado, sendo ainda restrito o deslocamento angular de um nó arbitrário, de modo a restringir a rotação de corpo rígido da seção. O carregamento de tração axial é aplicado a um ponto de referência associado a toda a seção transversal.

As sapatas são modeladas por superfícies rígidas. Pontos de referência são associados às sapatas e a eles são impostos deslocamentos, aplicados após a imposição do carregamento de tração axial e dos carregamentos radiais obtidos de modelos analíticos.

Comentários gerais sobre o modelo bidimensional

A análise realizada na seção 4.2.2 mostra que o modelo bidimensional não é adequado para a avaliação das tensões resultantes nos tendões das armaduras de tração para o carregamento de *crushing*. Cabe lembrar que o modelo bidimensional não foi elaborado com o objetivo de permitir avaliar os campos de tensão nos fios das armaduras de tração; e sim o de estudar os campos de tensões e deformações dos elementos a elas internos, particularmente em mangueiras e tubos.

Por outro lado, outra ressalva que pode ser feita ao modelo bidimensional é o fato de que a correção realizada no módulo de elasticidade dos componentes helicoidais, dada pela equação (A.4), tal como é apresentada nos textos de Pesce et al. [27] e Santos et al. [38], é imposta de forma isotrópica, ou seja, tanto na direção axial quanto nas direções radial e angular. Por ser baseada em equações que regem o comportamento axial das camadas, tal alteração no módulo de elasticidade poderia ser feita apenas na direção axial, devendo para tanto ser utilizado um modelo de material ortotrópico. Embora simulações preliminares sugiram que tais alterações pouco alteram os resultados para componentes com pequenos ângulos de assentamento, essa modelagem poderia ser adotada facilmente, tornando o modelo mais consistente.

Apêndice B – Método dos Elementos Finitos Linear e Não Linear

Nesse apêndice é feita uma introdução ao método dos elementos finitos linear e não linear, de modo a justificar algumas das escolhas de modelagem feitas no trabalho. É apresentada de maneira introdutória a fundamentação teórica do método; para uma descrição mais aprofundada, recomenda-se a leitura de bibliografias clássicas, como Bathe [3] e Zienkiewicz [51].

Histórico

O método dos elementos finitos (MEF) é atualmente a principal ferramenta computacional para solução de problemas de mecânica estrutural, para os quais foi originalmente desenvolvido. De uma forma mais geral, o MEF pode ser definido como um método numérico, baseado em princípios variacionais, para a resolução de equações diferenciais parciais, podendo consequentemente também ser empregado em diversas outras áreas, como transferência de calor, mecânica dos fluidos ou eletromagnetismo.

Uma primeira influência sobre método dos elementos finitos pode ser creditada a Ritz, que em 1909 propôs um método de resolução de equações diferenciais baseado na minimização de um funcional relacionado às mesmas, de modo a obter os coeficientes de funções que aproximam a solução do problema. A principal restrição desse método se deve ao fato de que as funções empregadas devem satisfazer as condições de contorno do domínio como um todo, o que é impraticável no caso de geometrias e condições de contorno complexas.

Em 1943 Courant superou essa restrição ao utilizar funções lineares definidas em elementos triangulares para resolver o problema de torção em barras. O Método de Ritz complementado pelas modificações de Courant é semelhante ao método proposto independentemente por Clough, que introduziu pela primeira vez o termo “*Finite Element*” em um artigo de 1960 [4]. Com o avanço na computação e no poder de processamento ocorrido nas décadas seguintes, o MEF difundiu-se rapidamente na engenharia e na comunidade científica em geral.

MEF Linear

Tomando como referência um problema de análise estrutural estático e linear, a aplicação do método pode ser descrita através das seguintes etapas:

- **Discretização do domínio:**

A geometria do problema é discretizada em um número finito de elementos, que podem ser uni, bi ou tridimensionais, e que são conectados entre si através dos nós. O conjunto dos nós e elementos define a malha do problema.

Um ponto a ser ressaltado é que a escolha do tipo de elemento é fundamental, pois determina se o modelo é capaz de representar o fenômeno físico em questão. A Figura 71 exibe um domínio bidimensional discretizado em elementos triangulares de três nós, enquanto a Figura 72 exibe uma malha tridimensional formada por elementos sólidos de oito nós.

Figura 71: Exemplo de domínio bidimensional discretizado em elementos triangulares de três nós.

Figura 72: Exemplo de malha tridimensional, formada por elementos sólidos de 8 nós.

A solução do problema – a função que descreve os deslocamentos em cada ponto do domínio – é substituída por uma função aproximada, que é dada por uma soma de funções denominadas “funções de forma”, ponderadas por parâmetros a serem determinados – os deslocamentos nos nós. As funções de forma permitem obter os valores dos deslocamentos em cada ponto no interior do elemento a partir de uma interpolação (que pode ser linear, quadrática, etc.) dos valores dos deslocamentos nodais. Os valores dos deslocamentos nos nós passam então a representar as incógnitas do problema a ser resolvido.

A Figura 73 exhibe uma malha unidimensional e a aproximação da solução exata pela solução obtida pelo MEF.

Figura 73: Discretização de um domínio unidimensional e aproximação entre a solução exata e a solução obtida pelo MEF

Na figura acima se observa que os valores da solução obtida pelo MEF se aproximam (ou coincidem, porém nem sempre é o caso) da solução exata nos nós dos elementos, e que a solução nos demais pontos é obtida através de uma interpolação linear dos valores nodais.

- **Aplicação de princípios variacionais para o cálculo da matriz de rigidez:**

É então aplicado um princípio variacional à equação que rege o problema, expresso por uma forma integral da mesma. Tal princípio pode ser puramente matemático, como o método de Galerkin, ou pode ter uma fundamentação física, como o princípio dos trabalhos virtuais. Tais princípios, no entanto, se equivalem, e representam uma condição de minimização do resíduo entre a solução aproximada e a solução real.

A aplicação desse princípio resulta no seguinte sistema linear:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{d} \quad (\text{B.1})$$

Onde $\mathbf{F}$ é o vetor das forças nodais e $\mathbf{d}$ é o vetor dos deslocamentos nodais, as incógnitas do problema. A matriz $\mathbf{K}$ é chamada matriz de rigidez, e seus termos são dados por integrais das funções de forma.

A discretização do domínio permite escrever o princípio integral definido para todo o domínio como uma soma de integrais definidas para cada elemento, o que se traduz na possibilidade de escrever a matriz de rigidez global do problema como uma soma de blocos dados pelas matrizes de rigidez de cada elemento. Tal característica torna a montagem da matriz de rigidez global do problema facilmente programável através de algoritmos computacionais.

- **Resolução do sistema:**

A resolução do sistema fornece os deslocamentos e esforços desconhecidos. A partir destes é possível calcular as outras grandezas, como as tensões.

Ressalta-se que a matriz de rigidez global obtida é singular (possui determinante nulo), o que permite a resolução do sistema apenas através da inserção de condições de contorno (deslocamentos e esforços conhecidos), que elimina graus de liberdade do sistema e o torna determinado.

Outro ponto importante é o fato da matriz de rigidez ser simétrica e esparsa, o que permite o uso de algoritmos eficientes de resolução, sendo possível resolver problemas com número elevado de graus de liberdade com custo computacional relativamente baixo.

Ressalta-se que, como em outros métodos aproximados, o grau de confiabilidade que pode ser atribuído à solução obtida está relacionado diretamente à qualidade da discretização realizada, além das hipóteses admitidas. Dessa forma, o resultado obtido através do MEF não pode ser tomado como verdade absoluta, devendo o analista estar completamente ciente da teoria por trás do método e das limitações existentes.

Exemplo: Formulação do MEF Linear para elemento triangular em estado plano de tensões

Seja, por exemplo, um problema elástico linear bidimensional cujo domínio é discretizado por elementos triangulares. O campo de deslocamento pode ser descrito pelo vetor:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

onde u e v descrevem os deslocamentos horizontais e verticais em cada ponto do elemento.

Figura 74: Elemento triangular e deslocamentos verticais e horizontais em um ponto genérico.

Este vetor pode ser aproximado por um vetor $\tilde{\mathbf{u}}$, que aproxima localmente (para cada elemento) os deslocamentos reais. De forma genérica, o vetor $\tilde{\mathbf{u}}$ pode ser escrito na forma:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \tilde{u}(x, y) \\ \tilde{v}(x, y) \end{bmatrix} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{d} \quad (\text{B.3})$$

Onde a matriz $\mathbf{N}$ armazena as funções de forma e $\mathbf{d}$ é o vetor dos deslocamentos nodais do elemento. A matriz $\mathbf{N}$ relaciona, por interpolação polinomial, os deslocamentos em qualquer ponto do elemento aos deslocamentos nodais. Por exemplo,

para elementos triangulares com interpolação em três pontos (polinômios do primeiro grau), $\mathbf{N}$ e $\mathbf{d}$ são dados por:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} (1-x) & (x-y) & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-x) & (x-y) & (x-y) \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{d} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ v_1 \ v_2 \ v_3]^T \quad (\text{B.5})$$

As deformações geradas pelo deslocamento $\tilde{\mathbf{u}}$ são dadas pelo vetor $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$, que é obtido por:

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(x, y) \\ \varepsilon_y(x, y) \\ \gamma_{xy}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{u}(x, y) \\ \tilde{v}(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \mathbf{N} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{d} \quad (\text{B.6})$$

onde a matriz $\mathbf{B}$, geralmente denominada matriz de deformação, relaciona as deformações aos deslocamentos nodais.

E, por fim, pode-se relacionar o vetor de tensões, $\boldsymbol{\sigma}$, ao vetor de deformações, através da matriz constitutiva $\mathbf{D}$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x(x, y) \\ \sigma_y(x, y) \\ \tau_{xy}(x, y) \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{B.7})$$

que, para materiais elástico-lineares com módulo de elasticidade E e coeficiente de Poisson ν , no estado plano de tensões, é dada por:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Como citado anteriormente, o MEF consiste na utilização de um princípio variacional associado à utilização de funções que aproximam a solução do problema no domínio discretizado. Na mecânica dos sólidos, um dos princípios variacionais mais importantes é o princípio dos trabalhos virtuais (PTV). Esse princípio afirma que para um deslocamento virtual $\delta \mathbf{u}$ (infinitesimal, independente do tempo e compatível com os vínculos do problema), a soma dos trabalhos (virtuais) interno, gerado pelas forças elásticas do sólido, e externo, gerado pelas forças aplicadas, é igual a zero:

$$\begin{aligned} \delta W_{int} + \delta W_{ext} &= 0 \\ \Rightarrow - \int \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int \delta \mathbf{u}^T \mathbf{F}_V dV + \int \delta \mathbf{u}^T \mathbf{F}_S dS &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

onde $\mathbf{F}_S$ e $\mathbf{F}_V$ são, respectivamente, os vetores de forças de superfície e de volume.

Dessa forma, aplicando as expressões obtidas anteriormente no PTV obtém-se:

$$\begin{aligned} - \int \delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int \delta \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{F}_V dV + \int \delta \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{F}_S dS &= 0 \\ \Rightarrow - \int \delta (\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{B}^T) (\mathbf{D} \mathbf{B} \cdot \mathbf{d}) dV + \int \delta \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{F}_V dV + \int \delta \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{F}_S dS &= 0 \quad (\text{B.10}) \\ \Rightarrow \delta \mathbf{d}^T \int (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV) \cdot \mathbf{d} = \delta \mathbf{d}^T \left[\int \mathbf{N}^T \mathbf{F}_V dV + \int \mathbf{N}^T \mathbf{F}_S dS \right] \end{aligned}$$

E finalmente, como as variações $\delta \mathbf{d}^T$ são arbitrárias e independentes, chega-se ao sistema linear:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (\text{B.11})$$

onde $\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV$ é a matriz de rigidez, e $\mathbf{F} = \int \mathbf{N}^T \mathbf{F}_V dV + \int \mathbf{N}^T \mathbf{F}_S dS$ é o vetor de forças externas.

A partir deste sistema, válido para cada elemento, pode-se montar o sistema global, somando nas matrizes e vetores globais as contribuições de cada elemento nos graus de liberdade globais.

Métodos de integração

Uma das principais questões da implementação do MEF é como calcular as integrais que definem os termos da matriz de rigidez e do vetor de forças externas. Para casos gerais, não é possível obter expressões analíticas das integrais, sendo necessário o uso de técnicas de integração numérica. Dentre as técnicas disponíveis, a quadratura de Gauss é a que permite obter melhor precisão para determinado custo computacional, sendo, portanto, a mais utilizada.

A quadratura de Gauss consiste em calcular integrais de funções polinomiais a partir de uma soma ponderada dos valores da função em pontos específicos, denominados pontos de integração, ou seja¹⁰:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \cong \sum_{i=1}^p w_i f(x_i) \quad (\text{B.12})$$

onde p é o número de pontos de integração, w_i são os pesos e x_i os pontos de integração.

Quando são utilizados p pontos de integração, a quadratura de Gauss permite obter de forma exata as integrais de polinômios de grau $2p - 1$ ou inferior; para problemas bi e tridimensionais são necessários, respectivamente, p^2 e p^3 pontos de integração para integrar de forma exata polinômios de mesmo grau.

¹⁰ Para integrais calculadas em intervalos diferentes pode-se efetuar uma mudança de variável para passar ao intervalo $[-1,1]$.

Para dois pontos de integração, por exemplo, podem-se obter de forma exata as integrais de polinômios de até ordem três, e a formula resultante é:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \cong f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \quad (\text{B.13})$$

Na qual se observa que pontos de integração são $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ e os pesos são ambos igual a um.

Para elementos quadrangulares de quatro nós, a matriz de rigidez possui polinômios do segundo grau, sendo necessários dois pontos de integração em cada eixo para obter o valor exato da integral resultante, ou seja, no mínimo um esquema com quatro pontos de integração. Analogamente, para elementos tridimensionais hexaédricos de oito nós, são necessários oito pontos de integração.

Figura 75: Elemento quadrangular com quatro pontos de integração (integração completa).

Uma integração numérica que permite obter de forma exata os valores das integrais é denominada “integração completa”. Já uma integração onde o valor obtido é aproximado, ou seja, na qual são utilizados menos pontos de integração do que se seria necessário para obter valores exatos, é denominada “integração reduzida”. Em

elementos quadrangulares com integração reduzida, há apenas um ponto de integração no centroide do elemento.

Figura 76: Elemento quadrangular de quatro nós com apenas um ponto de integração no centroide (integração reduzida).

De maneira geral, a integração reduzida permite a realização de uma análise mais rápida, à custa de obter um resultado menos preciso. Outro problema que pode decorrer da utilização de integração reduzida é o surgimento de modos espúrios de energia nula, também conhecido como fenômeno de “*hourglass*”.

O *hourglass* surge, por exemplo, em elementos quadrangulares com integração reduzida, e decorre do fato de tais elementos possuírem modos de flexão cujas deformações são nulas nos pontos de integração.

Figura 77: Deformações nulas nos pontos de integração em modos de flexão de elementos quadrangulares com integração reduzida.

Como os pontos de integração não captam essa deformação, a matriz de rigidez não apresenta nenhuma resistência a esses modos, podendo propagá-los de forma não controlada. A malha deformada resultante adquire uma forma de ampulheta (*hourglass*).

Figura 78: Propagação de modos de *hourglass* através de uma malha.

O *hourglass* pode ser evitado, em problemas que envolvam flexão, utilizando pelo menos quatro elementos na espessura do modelo. Outra possibilidade é a utilização

de algoritmos de controle, que agem através da inserção de energias artificiais. Recomenda-se, no entanto, que tais energias não possuam intensidade superior à 1% da energia de interna do modelo [40].

MEF Não Linear

A presença de não linearidades no problema físico pode fazer com que o modelo em elementos finitos não possa ser tratado através da resolução de um único sistema linear, sendo necessário o emprego de algoritmos iterativos. Tal característica faz com que a resolução desse tipo de problema possua maior custo computacional e consuma mais tempo.

Nos problemas de mecânica estrutural, os fatores que podem gerar não linearidades são:

- Materiais que não possuem comportamento linear elástico, tais como materiais elasto-plásticos e hiperelásticos (não linearidade física);
- Problemas que envolvem grandes deslocamentos (não linearidade geométrica);
- Condições de contorno que variam durante o carregamento, como problemas de contato.

Esses fatores fazem com que a matriz de rigidez do problema não seja constante, mas varie de acordo com o carregamento.

Existem dois métodos para a resolução de modelos não lineares, denominados “implícito” e “explícito”. Ambos os métodos se baseiam em uma resolução incremental do sistema, o que se traduz por uma resolução sucessiva de sistemas lineares.

No método implícito, propõe-se uma divisão do carregamento total em incrementos e, para cada incremento de carregamento, resolve-se o sistema de modo a obter o deslocamento e verifica-se se o equilíbrio foi atingido (dada uma determinada tolerância). Não tendo sido atingido o equilíbrio, atualiza-se a matriz de rigidez a partir da configuração obtida e obtém-se um novo deslocamento, e assim sucessivamente, até que se atinja o equilíbrio. Repete-se então o mesmo procedimento para o próximo incremento de carregamento, até atingir o valor do carregamento total.

Figura 79: Iterações em um problema não linear resolvido através de um algoritmo implícito.

Por conta desta natureza incremental, uma análise não linear pode apresentar problemas de convergência nos métodos implícitos, quando um dado incremento não consegue atender às condições de equilíbrio. Tal dificuldade torna a análise não linear muito mais complexa que a linear. Em alguns casos, estes problemas podem ser sanados através de alteração de parâmetros do *solver*, como o aumento do número de incrementos do carregamento ou o aumento da tolerância para a verificação do equilíbrio; em outros, através de alterações do modelo, como ajuste da malha ou alteração de parâmetros dos modelos de contato.

O método explícito é mais frequentemente utilizado em problemas dinâmicos, nos quais os carregamentos ou condições de contorno variam no tempo. No método explícito, os passos avançam em incrementos de tempo e a matriz de rigidez é atualizada de acordo com a última configuração obtida. No entanto, o equilíbrio não é verificado no final de cada incremento. Desse modo, o modelo sempre converge, porém tal convergência é condicional, podendo a solução oscilar em amplitudes cada vez maiores, divergindo do resultado correto. A condicionalidade da convergência depende do

tamanho do incremento de tempo, que deve ser pequeno o bastante para garantir a estabilidade da solução.

A condição de estabilidade para o incremento de tempo (Δt) é dada por:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{m\acute{a}x}} \quad (\text{B.14})$$

Onde $\omega_{m\acute{a}x}$ é a maior frequência natural do sistema, associada às matrizes de massa e rigidez. De maneira geral, quanto menor a dimensão dos elementos da malha, maior as frequências naturais do sistema, e, portanto, menor o incremento de tempo necessário. Alguns softwares, como o *Abaqus*, podem realizar tal controle automaticamente, calculando o intervalo de tempo crítico e utilizando intervalos menores ou iguais a esse.

Embora o método implícito seja mais indicado para resolver problemas estáticos, existe uma classe de problemas estáticos que são mais adequadamente tratados por métodos explícitos, em uma abordagem ‘quase estática’. Geralmente, tais problemas são aqueles que podem ser resolvidos com um método implícito, mas que apresentam dificuldades de convergência, devido a complexidades associadas ao contato ou às não-linearidades de material, resultando em um número elevado de iterações.

O solver *Abaqus Explicit*, por exemplo, apresenta algoritmos de contato mais robustos que o *Abaqus Standard* (implícito), sendo mais eficiente em problemas de contato com muitos graus de liberdade (em geral tridimensionais). Como resultado, o método explícito apresenta menor custo computacional para modelos mais complexos, conforme ilustra a Figura 80 abaixo:

Figura 80: Custo computacional dos métodos explícito e implícito em função do número de graus de liberdade [1].

Outra vantagem do *Abaqus Explicit* é que o mesmo utiliza menos memória e espaço em disco que o *Abaqus Implicit* para uma mesma simulação, permitindo que, em um processamento paralelo, mais núcleos do processador possam ser utilizados em um computador com limitações de memória RAM.

Nessa abordagem quase estática, no entanto, deve-se atentar para o tempo de aplicação dos carregamentos e das condições de contorno, tomando-se o devido cuidado para que os mesmos não sejam demasiadamente curtos de modo a introduzir efeitos dinâmicos no problema. Tal controle pode ser feito comparando a energia interna do modelo à energia cinética, garantindo que esta seja muito inferior à energia interna.

Apêndice C – Escolha do tipo de elemento

Os componentes do cabo são modelados por elementos sólidos. Tal escolha foi feita por dois motivos: tais elementos permitem a avaliação da variação de tensões ao longo da espessura (dados os padrões de pós-processamento definidos no software *Abaqus*) e apresentam algoritmos de contato melhor definidos, o que é de extrema importância no problema em questão, que envolve diversas interações de contato.

Existem, no entanto, diversos tipos de elementos sólidos que podem ser utilizados. De modo a obter malhas regulares, que facilitam a extração e análise dos resultados, será feita a restrição a elementos sólidos hexaédricos.

Figura 81: Elemento hexaédrico de 8 nós [40].

Tendo em vista que os elementos dos componentes do cabo, sejam dos tubos metálicos ou das camadas poliméricas, estarão sujeitos à flexão, como ilustram as figuras abaixo, a escolha desse tipo de elemento deve ser feita de forma cuidadosa. A Figura 82 ilustra o comportamento em flexão – tensões angulares ($\sigma_{\theta\theta}$) de tração e compressão – em uma estrutura cilíndrica (tal como os tubos de aço do cabo umbilical), vista em corte transversal, quando submetida a uma compressão radial. Já a Figura 83 ilustra as tensões axiais (σ_{zz}) de tração e compressão resultantes na mesma estrutura, vista em corte longitudinal, na região de transição da sapata (representada por uma superfície plana rígida que impõe o carregamento radial).

Figura 82: Tensões (MPa) angulares de tração e compressão, ilustrando o comportamento em flexão de uma estrutura cilíndrica comprimida radialmente.

Figura 83: Tensões (MPa) axiais de tração e compressão, ilustrando o comportamento em flexão na região de transição da sapata.

Tendo sido definida a forma dos elementos, existem duas características principais que podem ser variadas: o grau da interpolação (tipicamente linear ou quadrática) e o tipo de integração (completa ou reduzida).

O tipo mais comum de elemento é o que utiliza interpolação linear e integração completa. Tal elemento, no entanto, apresenta o fenômeno de “*shear locking*” quando submetido à flexão. Devido à sua simplicidade, tais elementos são incapazes de representar corretamente o fenômeno de flexão, surgindo tensões de cisalhamento parasitas nos pontos de integração. A Figura 84 mostra que, como as arestas do elemento permanecem retas quando em flexão, os ângulos entre as linhas deformadas nos pontos de integração não são retos, e, portanto, surgem deformações angulares e, consequentemente, tensões de cisalhamento não nulas. Essas tensões parasitas absorvem parte da energia de deformação e aumentam artificialmente a rigidez à flexão do elemento.

Figura 84: Elemento com interpolação linear: como as arestas do elemento permanecem retas quando em flexão, os ângulos entre as linhas deformadas nos pontos de integração não são retos, e, portanto, surgem deformações angulares e tensões de cisalhamento não nulas. Adaptado de [40].

A utilização de integração reduzida elimina o problema de *shear locking* para elementos lineares, pois tais tensões de cisalhamento não são captadas no ponto de integração no centroide do elemento. No entanto, a integração reduzida pode introduzir o indesejável fenômeno de *hourglass*, discutido no Apêndice B.

Elementos com interpolação quadrática aproximam melhor a geometria curva resultante e modelam a flexão de forma correta, mesmo com apenas um elemento na espessura. Entretanto, tais elementos apresentam custo computacional elevado e não são indicados para problemas que envolvem contato, devido a dificuldades relacionadas com a representação das superfícies de contato e com o surgimento de esforços nodais irregulares quando da aplicação de pressões de contato uniformes [40].

Uma alternativa que oferece um bom compromisso entre baixo custo computacional e correta modelagem da flexão são os elementos lineares com integração completa e modos incompatíveis. Além dos graus de liberdade convencionais, tais elementos possuem graus de liberdade suplementares que simulam um estado de curvatura constante e eliminam as tensões de cisalhamento parasitas que aparecem quando o elemento é carregado em flexão. Tais elementos modelam corretamente a flexão mesmo com um único elemento na espessura. Tais elementos, no entanto, apresentam elevada sensibilidade a distorções na geometria do elemento, gerando resultados incorretos para geometrias não regulares (elementos com ângulos não retos entre as faces) [40]. Por utilizarem integração completa, elementos com modos incompatíveis também não apresentam modos de *hourglass*.

Dessa forma, uma vez que o problema a ser estudado envolve tanto flexão quanto contato, serão utilizados elementos hexaédricos lineares (de 8 nós) com integração completa e modos incompatíveis. Para garantir que os elementos não possuam distorções e apresentem resultados corretos, a malha gerada será regular. Tal elemento possui o código C3D8I na biblioteca do *Abaqus*.

Apêndice D – Relações básicas de equilíbrio mecânico de componentes helicoidais

Nesse apêndice são obtidas as expressões básicas que traduzem o equilíbrio mecânico de componentes helicoidais. Tais expressões são empregadas para derivar as relações analíticas utilizadas no modelo bidimensional em elementos finitos descrito no Apêndice A. Busca-se aqui uma dedução simples e intuitiva destas expressões; para uma dedução mais rigorosa recomenda-se a leitura da tese de doutorado de Ramos [34].

A principal expressão relacionada a tendões helicoidais é aquela que descreve o equilíbrio mecânico do tendão quando submetido a um carregamento axial, dada pela expressão D.1 abaixo:

$$\Delta p = (p_i - p_e) = \frac{T\chi}{b} \quad (\text{D.1})$$

onde p_i e p_e são as pressões interfaciais internas e externas, T é a força normal no tendão, χ é o raio de curvatura da hélice e b é a largura do tendão, aqui assumido retangular.

A expressão (D.1) é comumente encontrada na literatura (por exemplo, Feret; Bournazel [8], Witz; Tan [49]), podendo ser derivada a partir das Equações de Love, assumindo que são válidas diversas hipóteses (ver Ramos [34]). A mesma pode ser obtida, de forma simplificada, impondo o equilíbrio de forças em um trecho de um tendão helicoidal.

De fato, tomando como referência o plano osculador (definido pelos versores tangencial e normal) em determinado ponto do eixo helicoidal do tendão, e considerando que, nas proximidades desse ponto, um trecho da hélice pode ser aproximado por um arco de círculo com raio igual ao raio de curvatura da hélice, o equilíbrio de forças resulta em (ver Figura 86):

Figura 85: Hélice e círculo osculador

Figura 86: Trecho da hélice

$$2 \cdot T \cdot \text{sen}\theta = (p_i - p_e) \cdot b \cdot 2 \cdot \chi \cdot \text{sen}\theta \quad (\text{D.2})$$

Que, após simplificação, leva à expressão (D.1).

O carregamento radial q' (dado em força por unidade de comprimento) gerado pela pressão interfacial é então expresso por:

$$q' = \Delta p b = T \chi = T \frac{\sin^2 \alpha}{R} \quad (D.3)$$

Onde R é o raio de assentamento e α é o ângulo de assentamento do tendão.

A força normal no tendão (T), em uma aproximação de primeira ordem para pequenas deformações, é dada por:

$$T = EA \varepsilon_t \quad (D.4)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material do tendão, A é a área da seção transversal e ε_t é a deformação axial do tendão (na direção da tangente à hélice; não confundir com a deformação axial da camada).

A deformação axial do tendão pode ser obtida através das seguintes relações geométricas, obtidas a partir do esquema mostrado na Figura 87, que ilustra um tendão desenrolado (S é o comprimento de arco da hélice, ϕ é o ângulo de giro e L é o comprimento da camada helicoidal).

Figura 87: Desenho esquemático de um tendão desenrolado.

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\phi R}{S}; \cos \alpha = \frac{L}{S}; \tan \alpha = \frac{\phi R}{L} \\ S^2 &= (\phi R)^2 + L^2 \end{aligned} \quad (D.5)$$

Diferenciando a última expressão, e considerando que os infinitésimos equivalem a variações, obtém-se:

$$2S\Delta S = 2\phi R(\phi\Delta R + R\Delta\phi) + 2L\Delta L \quad (D.6)$$

Rearranjando e utilizando as expressões em (D.4), chega-se à seguinte expressão para a deformação axial do tendão:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta S}{S} = \cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} + \sin^2 \alpha \left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta\phi}{\phi} \right) \quad (D.7)$$

Por fim, através das equações. (D.2), (D.3) e (D.6), o carregamento q' é dado por:

$$q' = EA \frac{\sin^2 \alpha}{R} \left[\cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} + \sin^2 \alpha \left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta\phi}{\phi} \right) \right] \quad (D.8)$$

O carregamento pode então ser calculado a partir dos valores de E , A , α e R , conhecidos a priori, bem como os valores de $\frac{\Delta L}{L}$, $\frac{\Delta R}{R}$ e $\frac{\Delta\phi}{\phi}$ que correspondem, respectivamente, às deformações axial, circunferencial e angular da camada helicoidal, e podem ser obtidos através de modelos analíticos.

A equação (D.7) também pode ser reescrita como:

$$q' = EA \frac{\sin^2 \alpha}{R} \left[\cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} + \sin \alpha \cos \alpha R \frac{\Delta\phi}{L} + \sin^2 \alpha \frac{\Delta R}{R} \right] \quad (D.9)$$

onde $\Delta\phi/L$ é a variação angular da camada por unidade de comprimento.

Para o caso de tubos circulares helicoidais pressurizados internamente, situação relevante não considerada nesse trabalho, as equações (D.7) e (D.8) podem ser modificadas conforme as relações encontradas em Pesce et al. [22], resultando na equação (D.9):

$$q' = EA \frac{\sin^2 \alpha}{R} \left[\cos^2 \alpha \frac{\Delta L}{L} + \sin \alpha \cos \alpha R \frac{\Delta \phi}{L} + \sin^2 \alpha \frac{\Delta R}{R} + v \frac{r_t (p_{in} - \bar{p}_c)}{t_t E} \right] \quad (\text{D.10})$$

onde r_t e t_t são, respectivamente, o raio médio e a espessura do tubo, v é o coeficiente de Poisson do material do tubo, p_{in} é a pressão interna e $\bar{p}_c$ é a pressão de contato média na camada na qual o tubo está imerso.