

LUIZ AUGUSTO DE LIMA E SILVA

**Avaliação de Defeitos em Dutos e Risers  
Utilizando Corpos de Prova Mecanicamente  
Similares: Extensão 3D da Metodologia  $J - Q$**

*Dissertação Apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para a obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia.*

**São Paulo  
2006**

LUIZ AUGUSTO DE LIMA E SILVA

**Avaliação de Defeitos em Dutos e Risers  
Utilizando Corpos de Prova Mecanicamente  
Similares: Extensão 3D da Metodologia  $J - Q$**

*Dissertação Apresentada à  
Escola Politécnica da Uni-  
versidade de São Paulo para  
a obtenção do Título de Mes-  
tre em Engenharia.*

*Área de Concentração: Engenharia Naval  
Orientador: Prof. Dr. Claudio Ruggieri*

**São Paulo  
2006**

**Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.**

**São Paulo, 20 de fevereiro de 2006.**

**Assinatura do autor** \_\_\_\_\_

**Assinatura do orientador** \_\_\_\_\_

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Silva, Luiz Augusto de Lima e**

**Avaliação de defeitos em dutos e risers utilizando corpos de prova mecanicamente similares: extensão 3D da metodologia J-Q / L.A. de L. e Silva. -- ed.rev. -- São Paulo, 2006.**

**95 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.**

**1.Mecânica da fratura I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.**

*Aos meus pais*

# Agradecimentos

A realização deste trabalho contou com a inestimável colaboração de várias pessoas. Meus especiais agradecimentos ao Prof. Dr. Claudio Ruggieri, que me orientou com paciência e incansável disposição. Ao amigo Sebastian Cravero pelas discussões e apoio sempre presente. Aos amigos do grupo de mecânica da fratura do departamento de engenharia naval da EP: Mauricio de Carvalho Silva, Gustavo Henrique Bolognesi Donato e Fernando Dotta, pelo companheirismo e amizade. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior– CAPES pela bolsa concedida durante os anos de curso. Ao Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica e a todos os docentes e discentes que tornaram este projeto possível.

Ficam para o fim mais sentimentos do que palavras, agradeço aos meus pais pelo apoio incondicional e às minhas irmãs a irreverência e entusiasmo.

# Resumo

Este trabalho apresenta um conjunto extenso de análises 3-D administrado em espécimes de fratura padronizados, incluindo espécimes SE(T) carregados por pino e por garra, e dutos com defeitos longitudinais com tamanhos de trinca variados. O objetivo é examinar os efeitos 3-D na correlação de comportamento de fratura para as configurações de trinca analisadas usando a metodologia  $J$ - $Q$ . Uma medida de restrição por sobre a frente de trinca, dado por um parâmetro hidrostático médio,  $Q_s$ , é empregada para substituir a medida de restrição de estado plano de deformação,  $Q$ . Alternativamente, uma medida local de restrição que avalia a região da camada central do espécime,  $Q_m$ , também é utilizada. As extensas análises numéricas tridimensionais aqui apresentadas providenciam um conjunto representativo de soluções que provêem apoio adicional ao uso de espécimes SE(T) especialmente projetados para avaliação de defeitos em dutos e vasos de pressão.

# Abstract

This study describes an extensive set of 3-D analyses conducted on conventional fracture specimens, including pin-load and clamped SE(T) specimens, and axially cracked pipes with varying crack configurations. The primary objective is to examine 3-D effects on the correlation of fracture behavior for the analyzed crack configurations using the  $J$ - $Q$  methodology. An average measure of constraint over the crack front, as given by an average hydrostatic parameter, denoted  $Q_s$ , is employed to replace the plain-strain measure of constraint,  $Q$ . Alternatively, a local measure of constraint evaluated at the midthickness region of the specimen, denoted  $Q_m$ , is also utilized. The extensive 3-D numerical analyses presented here provide a representative set of solutions which provide further support for using constraint-designed SE(T) specimens in fracture assessments of pressurized pipes and cylindrical vessels.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	A Mecânica da Fratura e o Panorama Mundial . . . . .	1
1.2	Sistemas Dutoviários para Transporte de Óleo e Gás . . . . .	2
1.2.1	Gás Natural e Plano para sua Massificação . . . . .	2
1.2.2	Instalação de Dutos Submarinos Rígidos . . . . .	5
1.3	Objetivo do Trabalho . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Mecânica da Fratura Elástica Linear e Elasto-Plástica</b>	<b>9</b>
2.1	A Estimativa do Balanço de Energia . . . . .	9
2.2	Flexibilidade e Taxa de Liberação de Energia . . . . .	10
2.3	O Fator Intensidade de Tensão $K$ para Materiais Elásticos Lineares . . . . .	12
2.4	Conceito de Escoamento em Pequena Escala ( <i>Small Scale Yielding</i> ) . . . . .	15
2.5	Efeitos da Dimensão do Espécime . . . . .	15
2.6	A Integral $J$ . . . . .	16
2.7	Campo de Tensão HRR . . . . .	20
2.8	Modelo Ritchie–Knott–Rice (RKR) para Fratura Frágil . . . . .	20
2.9	Mecânica da Fratura Monoparamétrica . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Mecânica da Fratura Biparamétrica</b>	<b>24</b>
3.1	A Tensão Elástica $T$ e a Camada de Contorno Limite . . . . .	24
3.2	A Teoria $J$ - $Q$ . . . . .	27
3.3	Aplicação da teoria $J$ - $Q$ . . . . .	28
3.4	Quantificação do Nível de Restrição Fora do Plano– <i>Out-of-Plane Constraint</i> . . . . .	29
3.5	Parâmetros Hidrostáticos $Q$ para Abordagem Tridimensional . . . . .	30



3.5.1	O Parâmetro $Q_s$ . . . . .	30
3.5.2	O Parâmetro $Q_m$ . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Procedimentos Computacionais</b>	<b>33</b>
4.1	A Configuração dos Espécimes . . . . .	33
4.2	Os Modelos em Elementos Finitos . . . . .	36
4.3	Método de Resolução dos Sistemas Lineares . . . . .	39
4.4	Modelos Constitutivos . . . . .	40
4.5	Obtenção das Curvas $J-Q$ . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Efeitos 3D nas Curvas <math>J-Q</math> para Espécimes Trincados</b>	<b>43</b>
5.1	Pré-validação dos Modelos em Elementos Finitos . . . . .	43
5.2	Grandes Deformações e Seus Efeitos na Distribuição de Tensão . . . . .	44
5.3	Curvas $J-Q$ para Espécimes C(T) e SE(B) com Trinca Profunda . . . . .	45
5.4	Curvas $J-Q$ para Espécimes SE(B) com Trinca Rasa . . . . .	53
5.5	Curvas $J-Q$ para Espécimes SE(T) Fixados por Pino . . . . .	57
5.6	Recuperação de Restrição das Camadas Exteriores nos Espécimes de Trinca Rasa . . . . .	64
<b>6</b>	<b>Ampliação das Análises para Espécimes SE(T)</b>	<b>68</b>
6.1	Trajetórias $J-Q$ para Espécimes SE(T) com Fixação por Pino e por Garra	68
<b>7</b>	<b>Trajetórias <math>J-Q</math> para Dutos com Defeitos Longitudinais</b>	<b>72</b>
7.1	Curvas $J-Q$ de Dutos . . . . .	72
7.2	Comparação de curvas $J-Q$ entre Dutos e Espécimes SE(T) . . . . .	75
7.2.1	Trajetórias $J-Q$ entre Dutos e Espécimes SE(T) Fixados por Pino	75
7.2.2	Trajetórias $J-Q$ entre Dutos e Espécimes SE(T) Fixados por Garra	79
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>83</b>
<b>A</b>	<b>Fundamentos Matemáticos</b>	<b>85</b>
A.1	Taxa de Liberação de Energia para Deslocamento $\Delta'$ Fixo . . . . .	85
A.2	Campo de Tensões de Williams . . . . .	86
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>91</b>

# Lista de Figuras

1.1	Mapa dos Gasodutos da Petrobras no Brasil. . . . .	4
1.2	Exemplo de colapso catastrófico de um gasoduto operando a baixa temperatura . . . . .	5
1.3	Comparação entre diferentes modos de instalação . . . . .	6
2.1	Aumento da energia de superfície com o crescimento de trinca . . . . .	10
2.2	Placa com trinca . . . . .	11
2.3	Trinca tridimensional . . . . .	12
2.4	Geometria da trinca . . . . .	13
2.5	Modos de carregamento do espécime [1] . . . . .	14
2.6	Deformação tridimensional na ponta da trinca . . . . .	16
2.7	Contorno fechado $\Gamma$ em um espécime carregado [2] . . . . .	17
2.8	Diagrama de carregamento-deslocamento de material não-linear: (a) deslocamento constante e (b) carga constante . . . . .	19
2.9	Comparação entre comportamento de material elasto-plástico e não-linear elástico . . . . .	19
2.10	Esquema do modelo Ritchie-Knott-Rice de fratura por clivagem . . . . .	21
2.11	Valores experimentais de resistência à fratura de espécimes SE(B) para aço temperado e revenido (QT) a $-120^{\circ}\text{C}$ [3] . . . . .	22
3.1	Influência da tensão $T$ na zona plástica: (a) $T/\sigma_0 = -0.5$ , (b) $T/\sigma_0 = -0.25$ , (c) $T/\sigma_0 = 0$ e (d) $T/\sigma_0 = 0.5$ . . . . .	25
3.2	Modelo da camada de contorno limite modificada MBL com o campo de deslocamentos aplicados . . . . .	26
3.3	Curva de tenacidade $J-Q$ para espécime SE(B) para aço A515 grau 70 [4].	28

3.4	Avaliando a estrutura através de sua curva $J-Q$ sobre a curva de tenacidade [5]. . . . .	29
3.5	Avaliação de estruturas utilizando a faixa de resistência à fratura através da curva de força motriz $J-Q$ para duas geometrias de estrutura [5]. . . . .	30
3.6	Restrição no plano e fora do plano através da trinca . . . . .	31
3.7	Campo $J-Q$ definido em relação as coordenadas cartesianas locais e nos pontos $s$ na frente de trinca. O plano da trinca é o plano XZ . . . . .	32
4.1	Configuração dos espécimes (a) C(T), (b) SE(B), (c) SE(T) com fixação por pino e (d) SE(T) com fixação por garra . . . . .	34
4.2	Modelo típico de elementos finitos de um espécime C(T) . . . . .	36
4.3	Modelo típico de elementos finitos de um espécime SE(T) . . . . .	37
4.4	Modelo típico de elementos finitos de um espécime SE(B) . . . . .	37
4.5	Modelo típico de duto em elementos finitos . . . . .	38
4.6	Curvas tensão-deformação verdadeira dos diferentes materiais considerados	41
4.7	Distribuição de tensões na região da ponta da trinca para diferentes níveis de carregamento e comparadas com a solução referência para material $n=10$ , $E/\sigma_0=500$ [5] . . . . .	42
5.1	Comparação da máxima tensão principal para o mesmo carregamento aplicado em um espécime C(T) $a/W=0.6$ de material $n=10$ $E/\sigma_0=500$ . . . . .	44
5.2	Curvas $J-Q$ para espécime C(T) $a/W=0.6$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	47
5.3	Curvas $J-Q$ para espécime C(T) $a/W=0.6$ , espessura $B=1$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	47
5.4	Curvas $J-Q$ para espécime C(T) $a/W=0.6$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	48
5.5	Curvas $J-Q$ para espécime C(T) $a/W=0.6$ , espessura $B=1$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	48

5.6	Curvas $J-Q$ para espécime C(T) $a/W=0.6$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	49
5.7	Curvas $J-Q$ para espécime C(T) $a/W=0.6$ , espessura $B=1$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	49
5.8	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.5$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	50
5.9	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.5$ , espessura $B=1$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	50
5.10	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.5$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	51
5.11	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.5$ , espessura $B=1$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	51
5.12	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.5$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	52
5.13	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.5$ , espessura $B=1$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	52
5.14	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.1$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	54
5.15	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.1$ , espessura $B=1$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	54
5.16	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.1$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	55

5.17	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.1$ , espessura $B=1$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	55
5.18	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.1$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	56
5.19	Curvas $J-Q$ para espécime SE(B) $a/W=0.1$ , espessura $B=1$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	56
5.20	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.1$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	58
5.21	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.1$ , espessura $B=1$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	58
5.22	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.5$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	59
5.23	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.5$ , espessura $B=1$ polegada e $n=5$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	59
5.24	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.1$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	60
5.25	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.1$ , espessura $B=1$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	60
5.26	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.5$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	61
5.27	Curvas $J-Q$ para espécime SE(T) <sub>P</sub> de razão $a/W=0.5$ , espessura $B=1$ polegada e $n=10$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	61

5.28	Curvas $J$ - $Q$ para espécime $SE(T)_P$ de razão $a/W=0.1$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	62
5.29	Curvas $J$ - $Q$ para espécime $SE(T)_P$ de razão $a/W=0.1$ , espessura $B=1$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	62
5.30	Curvas $J$ - $Q$ para espécime $SE(T)_P$ de razão $a/W=0.5$ , espessura $B=0.5$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	63
5.31	Curvas $J$ - $Q$ para espécime $SE(T)_P$ de razão $a/W=0.5$ , espessura $B=1$ polegada e $n=20$ para cada camada de posição média $z/(B/2)$ e para modelo em estado plano de deformação. . . . .	63
5.32	Comparação da tensão de abertura $\sigma_{yy}$ em MPa dos espécimes $SE(T)_P$ de trinca rasa e profunda de material $n=10$ para vários níveis de $J/b\sigma_0$ : (a) e (b) $J/b\sigma_0=0.02$ , (c) e (d) $J/b\sigma_0=0.04$ , (e) e (f) $J/b\sigma_0=0.07$ . . . . .	65
5.33	Tensão de abertura $\sigma_{yy}$ no espécimes $SE(T)_P$ de $a/W=0.1$ , espessura $B=1$ polegada e material $n=10$ , para vários níveis de $J/b\sigma_0$ para a distância normalizada $r = 2J/\sigma_0$ . . . . .	66
5.34	Tensão de abertura $\sigma_{yy}$ no espécimes $SE(T)_P$ de $a/W=0.5$ , espessura $B=1$ polegada e material $n=10$ , para vários níveis de $J/b\sigma_0$ para a distância normalizada $r = 2J/\sigma_0$ . . . . .	66
5.35	Comportamento de uma placa com curvaturas opostas– <i>anticlastic bending</i> . (a) momento puro aplicado nos lados da placa e (b) diferentes curvaturas nas direções transversal e longitudinal da placa. . . . .	67
6.1	Curvas $J$ - $Q_m$ dos espécimes $SE(T)$ com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por pino com $n=10$ $E/\sigma_0=500$ . . . . .	70
6.2	Curvas $J$ - $Q_s$ dos espécimes $SE(T)$ com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por pino com $n=10$ $E/\sigma_0=500$ . . . . .	70
6.3	Curvas $J$ - $Q_m$ dos espécimes $SE(T)$ com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por garra com $n=10$ $E/\sigma_0=500$ . . . . .	71
6.4	Curvas $J$ - $Q_s$ dos espécimes $SE(T)$ com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por garra com $n=10$ $E/\sigma_0=500$ . . . . .	71

7.1	Trajectoria $J-Q$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=1.58x31.6$ mm e material $n=10$ e para modelo em estado plano de deformação . . . . .	73
7.2	Trajectoria $J-Q$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=3.95x79$ mm e material $n=10$ . . . . .	73
7.3	Trajectoria $J-Q$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=7.9x158$ mm e material $n=10$ e para modelo em estado plano de deformação . . . . .	74
7.4	Trajectoria $J-Q_s$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=1.58x31.6$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.1$ de mesmo material . . . . .	76
7.5	Trajectoria $J-Q_m$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=1.58x31.6$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.1$ de mesmo material . . . . .	76
7.6	Trajectoria $J-Q_s$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=3.96x79$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.25$ de mesmo material . . . . .	77
7.7	Trajectoria $J-Q_m$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=3.96x79$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.25$ de mesmo material . . . . .	77
7.8	Trajectoria $J-Q_s$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=7.9x158$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.5$ de mesmo material . . . . .	78
7.9	Trajectoria $J-Q_m$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=7.9x158$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.5$ de mesmo material . . . . .	78
7.10	Trajectoria $J-Q_s$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=1.58x31.6$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.1$ de mesmo material . . . . .	80
7.11	Trajectoria $J-Q_m$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=1.58x31.6$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.1$ de mesmo material . . . . .	80
7.12	Trajectoria $J-Q_s$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=3.96x79$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.25$ de mesmo material . . . . .	81
7.13	Trajectoria $J-Q_m$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=3.96x79$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.25$ de mesmo material . . . . .	81
7.14	Trajectoria $J-Q_s$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=7.9x158$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.5$ de mesmo material . . . . .	82
7.15	Trajectoria $J-Q_m$ de duto de 20 polegadas, $t=15.8$ mm, $ax2c=7.9x158$ mm, material $n=10$ e $SE(T) a/W=0.5$ de mesmo material . . . . .	82
A.1	Geometria da trinca . . . . .	87

# Lista de Tabelas

4.1	Dimensões absolutas dos espécimes analisados . . . . .	33
4.2	Dimensões relativas dos espécimes analisados . . . . .	35
4.3	Dimensões dos dutos analisados. . . . .	35
4.4	Dimensões dos espécimes SE(T) para comparação com as análises dos dutos . . . . .	36



# Lista de Símbolos

$A$  Área da Superfície Criada da Teoria de Griffith.

$A_i$  Constante Real e Desconhecida do Campo de Tensões de Williams.

$B$  Espessura do Espécime.

$C$  Flexibilidade.

$E$  Módulo de Elasticidade.

$H$  Distância entre Pontos de Aplicação do Carregamento do Espécime.

$I_n$  Constante de Integração da Solução do Campo HRR.

$J$  Integral  $J$ .

$J_c$  Valor de  $J$  que produz fratura.

$K$  Fator de Intensidade de Tensão Linear Elástico.

$K_{Ic}$  Valor de  $K_I$  que produz fratura.

$P$  Carregamento.

$Q$  Parâmetro Hidrostático.

$Q_m$  Parâmetro Hidrostático da Camada Central numa Abordagem Tridimensional.

$Q_s$  Parâmetro Hidrostático Médio Ponderado numa Abordagem Tridimensional.

$R$  Raio do Modelo de Camada de Contorno Limite.

$S$  Energia de Superfície.

$T$  Tensão Elástica .

$T_i$  Componentes do Vetor de Tração ( $i=1,2$ ).

$U$  Energia Potencial.

$W$  Largura do Espécime.

$\Delta$  Variação.

$\Delta'$  Deslocamento.

$\Gamma$  Contorno ao Redor da Ponta da Trinca.

$\alpha$  Constante Adimensional da Eq. de Ramberg-Osgood .

$\alpha'$  Fator Adimensional Independente da Geometria do Espécime e Carga Aplicada .

$\beta'$  Fator Adimensional Independente da Geometria do Espécime e Carga Aplicada .

$\delta$  Abertura da Ponta da Trinca .

$\delta_{ij}$  Delta de Kronecker.

$\epsilon_{ij}$  Tensor de Deformações.

$\gamma_s$  Energia de Superfície por Unidade de Área.

$\lambda_i$  Constante Real e Desconhecida do Campo de Tensões de Williams.

$\mathcal{G}$  Taxa de Liberação de Energia.

$\nu$  Coeficiente de Poisson.

$\rho$  Arredondamento Inicial da Ponta da Trinca do Modelo Numérico.

$\sigma_0$  Tensão de Referência.

$\sigma_{YS}$  Tensão de Escoamento.

$\sigma_f$  Tensão que produz fratura no modelo RKR.

$\sigma_{ij}$  Tensor de Tensões.

$\sigma_k$  Tensões Principais (k=1,2,3).

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$  Tensão Normal nas direções x, y e z .

$\theta$  Ângulo em Relação ao Plano da Trinca .

$\tilde{\epsilon}_{ij}$  Função Adimensional da Solução do Campo HRR.

$\tilde{\sigma}_{ij}$  Função Adimensional da Solução do Campo HRR.

$a$  Comprimento de Trinca.

$b$  Ligamento Remanescente.

$d$  Tamanho do grão no modelo RKR.

$f_i$  Função Desconhecida do Campo de Tensões de Williams.

$n$  Expoente de Encruamento da Eq. de Ramberg-Osgood.

$r$  Distância à Ponta da Trinca.

$r_p$  Dimensão da Zona Plástica .

$s$  Segmento de Frente de Trinca.

$u_x, u_y$  Deslocamentos na Ponta da Trinca em Coordenadas Cartesianas.

$w$  Densidade de Energia de Deformação.

# Lista de Abreviaturas e Siglas

**BL** Sigla em inglês para Camada de Contorno Limite.

**C(T)** Espécime Compacto.

**HRR** Hutchinson-Rice-Rosengren, Idealizadores do Campo de Tensões.

**LDL<sup>T</sup>** Fatoração de uma Matriz Simétrica Positiva A em uma Matriz Triangular Inferior L, Multiplicada por uma Matriz Diagonal D e Multiplicada pela Matriz Triangular Inferior Transposta L<sup>T</sup> (A=LDL<sup>T</sup>).

**LSY** Sigla em Inglês para Escoamento em Larga Escala.

**MBL** Sigla em inglês para Camada de Contorno Limite Modificada.

**RKR** Ritchie-Knott-Rice, Idealizadores do Modelo de Fratura Frágil.

**SE(B)** Espécime Submetido à Flexão com Entalhe Lateral.

**SE(T)<sub>G</sub>** Espécime Submetido à Tração com Entalhe Lateral com Fixação por Garra.

**SE(T)<sub>P</sub>** Espécime Submetido à Tração com Entalhe Lateral com Fixação por Pino.

**SSY** Sigla em Inglês para Escoamento em Pequena Escala.

## Introdução

### 1.1 A Mecânica da Fratura e o Panorama Mundial

Em 1983, a agência nacional norte-americana, *National Bureau of Standards*, hoje o Instituto Nacional para a Ciência e Tecnologia, *National Institute for Science and Technology* estimou o custo das falhas devido à fraturas na ordem de 119 bilhões de dólares por ano apenas nos EUA, o que significa 4% do produto interno bruto daquele país. Considerando o custo das falhas em feridos e vidas humanas, esta soma se torna infinitamente maior [6].

Estima-se ainda que se a tecnologia atual fosse implementada pela indústria usando-se os melhores procedimentos disponíveis como controle de fraturas, avaliação de defeitos, inspeções e estratégias de manutenção e reparos, os custos anuais poderiam ser reduzidos, aproximadamente, de 30 bilhões de dólares por ano. Educação e treinamento de pessoal competente na implementação de uma filosofia empresarial voltada para a mecânica da fratura são aspectos-chave para a transferência de tecnologia para o campo industrial.

No campo nuclear, estudos na utilização eficiente e extensão da operação de usinas nucleares têm se tornado muito importantes desde que as usinas de primeira geração vêm se aproximando da vida útil limite de projeto. Para o cálculo da vida útil remanescente, componentes críticos de grande importância na operação da usina são selecionados e avaliados considerando-se a degradação do material devido ao tempo. Neste sentido, metodologias baseadas em mecânica da fratura são utilizadas como procedimentos mais realistas na avaliação da vida útil destes componentes de forma eficaz e confiável.

## 1.2 Sistemas Dutoviários para Transporte de Óleo e Gás

### 1.2.1 Gás Natural e Plano para sua Massificação

A Petrobras registrou, em 2003, acréscimo de 2.21 bilhões de barris de óleo equivalente (boe)\* às suas reservas domésticas provadas de óleo e gás que, hoje, alcançam a expressiva marca de 12.6 bilhões boe. O crescimento em relação a 2002 é de 14.4%, o maior registrado pela Petrobras nos últimos quinze anos [7].

No final de 2002, as reservas provadas eram de 11.01 bilhões boe. O aumento real é de 1.59 bilhão. Do total de 12.6 bilhões boe - contabilizados pelos critérios da *Society of Petroleum Engineers*– SPE, 84% correspondem a óleo condensado (10.61 bilhões boe) e 16% (316.56 bilhões de m<sup>3</sup>) a gás natural.

O índice de reposição de reservas de 2003, também significativo, foi de 356% (cerca de 320% no ano de 2002), o que significa dizer que para cada barril produzido foram incorporados 3.56 barris de óleo e gás. O índice é considerado um dos maiores de todo o mundo.

A produção doméstica acumulada totalizou 620 milhões de barris de óleo e gás, com a média diária de 1.54 milhão de barris de óleo, superior às marcas dos anos anteriores: 1.50 milhão (2002), 1.34 milhão (2001) e 1.27 milhão (2000).

A incorporação de novos volumes no total das reservas provadas é resultado do esforço exploratório realizado durante 2003, que levou a importantes descobertas em blocos exploratórios e áreas de concessões de campos de produção da Petrobras. No primeiro caso (blocos exploratórios) destacam-se os campos de Golfinho (antigo bloco BES-100, na Bacia do Espírito Santo); Baleia Franca (antigo bloco BC-60, na Bacia de Campos, no Estado do Espírito Santo) e Mexilhão (antigo bloco BS-400, na Bacia de Santos). Os planos de avaliação dessas descobertas encontram-se em processo de homologação pela Agência Nacional do Petróleo - ANP.

No segundo caso, estão novas descobertas dentro das áreas dos campos de Espadarte e Marlim Leste, ambos na Bacia de Campos. A essas se acrescentam incorporações de

---

\*boe: barris de óleo equivalente. Normalmente usado para expressar volumes de petróleo e gás natural na mesma unidade de medida (barris) pela conversão do gás natural à taxa de 1000 m<sup>3</sup> de gás para 1 m<sup>3</sup> de petróleo. 1 m<sup>3</sup> de petróleo = 6.289941 barris de petróleo. Para o barril de óleo equivalente internacional, são aproximadamente 6000 pés cúbicos de gás natural.

novos volumes de óleo e gás nos campos de Roncador e Jubarte, na Bacia de Campos.

Em abril de 2003, a Petrobras anunciou que as reservas comprovadas brasileiras de gás natural triplicaram. A reavaliação da Bacia de Campos e Santos constatou que as reservas na região passaram de 70 bilhões de m<sup>3</sup> para 400 bilhões de m<sup>3</sup>. As reservas totais conhecidas no país aumentaram de 231 bilhões de m<sup>3</sup> para 631 bilhões de m<sup>3</sup>, aproximando-se das reservas da Bolívia que estão avaliadas em 680 bilhões de m<sup>3</sup>.<sup>†</sup>

A Petrobras pretende implantar um plano de massificação do uso do gás natural no Brasil, prevendo o desenvolvimento de novas formas de geração de energia - como é o caso da cogeração a gás natural, células a combustível e atendimento da demanda do segmento termelétrico, ver Fig. 1.1. Com as recentes descobertas da bacia de Santos, em conjunto com o gás proveniente dos campos de Urucu, Juruá, além das reservas do sudeste e nordeste e do gás boliviano, a empresa alcançará, em médio prazo, um patamar que pode ser superior a 110 milhões de m<sup>3</sup> de gás natural por dia. Cerca de 50% desta demanda será absorvida pelos segmentos industrial, comercial e de serviços de grande porte - especialmente pela cogeração e geração distribuída, e 20% atenderá unidades da própria companhia e a geração termelétrica. O restante será dividido entre os segmentos automotivo (20%), residencial e comercial de pequeno porte (10%). A empresa acredita que após a implementação do plano de Massificação do Uso do Gás Natural, a cada quatro barris de petróleo consumidos no Brasil, um será de gás natural.

Merecem destaque o crescimento de 39.9% do consumo de gás natural na geração elétrica pública (5.9 milhões m<sup>3</sup> por dia) e o forte crescimento no transporte veicular, de 71.5%, correspondendo a um consumo de 2.7 milhões m<sup>3</sup> por dia.

Paralelamente à questão econômica e operacional do uso do gás natural, vale lembrar os esforços internacionais (Protocolo de Kyoto) para reduzir a emissão de gases-estufa e garantir um modelo de desenvolvimento menos poluente aos países em desenvolvimento. Além da redução das emissões de gases, o Protocolo de Kyoto estabelece outras medidas, como o estímulo à substituição do uso dos derivados de petróleo pelo da energia elétrica e do gás natural.

Portanto, dado o enorme crescimento da utilização de gás e a expansão significativa da malha dutoviária para transporte de petróleo, derivados e gás natural, faz-se necessário níveis de segurança e de confiabilidade operacional cada vez mais elevados, objetivando

---

<sup>†</sup>Fonte: Petrobras.

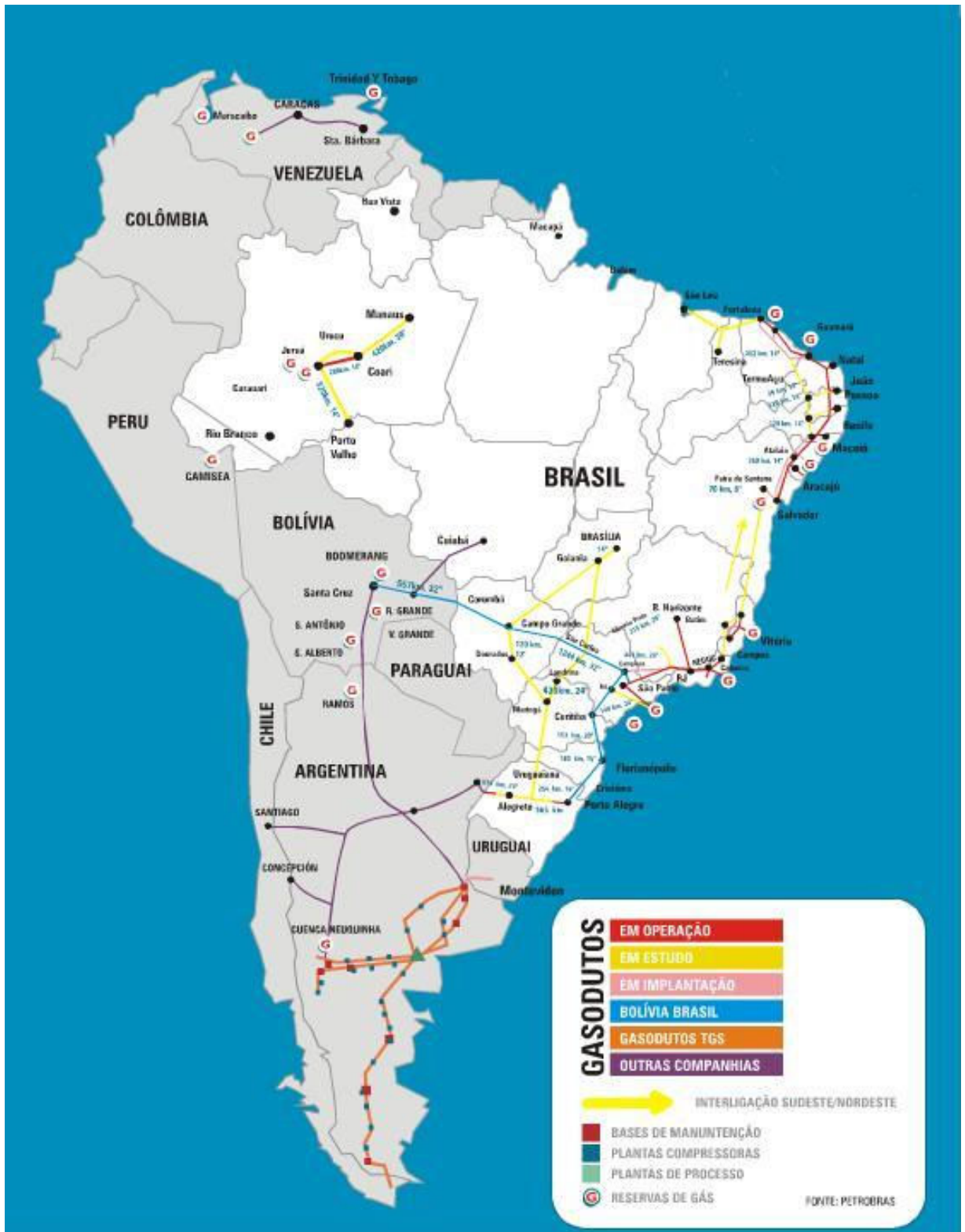


Figura 1.1: Mapa dos Gasodutos da Petrobras no Brasil.





Figura 1.2: Exemplo de colapso catastrófico de um gasoduto operando a baixa temperatura

a redução de custos, aumento da eficiência operacional e diminuição de acidentes potencialmente danosos ao meio-ambiente e às pessoas da comunidade, ver Fig. 1.2.

### 1.2.2 Instalação de Dutos Submarinos Rígidos

Quando dutos submarinos rígidos são instalados pela primeira vez na água, estes são lançados a partir da popa de uma embarcação, soldados um a um. Quanto maior o comprimento de duto instalado, maior a força que atua na extremidade do duto, na popa do navio, causando sua curvatura, ver Fig. 1.3. Esta curvatura na extremidade do duto perto da embarcação é chamada de *overbend*. Para evitar sua deformação permanente, a tubulação é suportada por uma guia curvada longa, chamada *stinger*. O *stinger* mantém um raio mínimo da curvatura de modo que não haja nenhuma deformação plástica da tubulação. Com tubulações muito rígidas (dutos de diâmetros maiores) que são instaladas em águas muito profundas, o comprimento do *stinger* terá de ser muito longo. Por exemplo, um *stinger* de aproximadamente 130 metros pode ser necessário para instalar uma tubulação rígida em águas de 1000 metros de profundidade. Neste caso, a tração que atua na região criada pelos 1000 metros de tubulação suspensa é de aproximadamente 60 toneladas força [8].

A Fig. 1.3 ilustra como a tubulação se curva nas duas formas de instalação; a tubulação

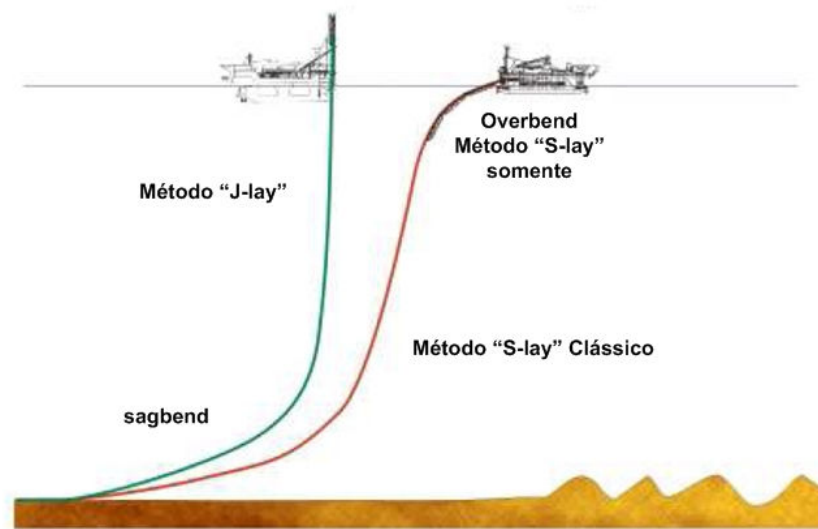


Figura 1.3: Comparação entre diferentes modos de instalação

que descreve um “S” é chamada de instalação *S-lay*. Um tipo alternativo para a instalação de dutos rígidos pode ser a configuração mostrada à esquerda na Fig. 1.3. O ângulo em que a tubulação é instalada é similar ao ângulo natural ao qual a tubulação teria acima d’água (seguindo a forma catenária), suavizando o ângulo superior. Pelo fato da forma da tubulação ter a forma de um “J”, este tipo de instalação é chamado *J-lay*. [8]

Além disso, em todas as etapas da instalação é necessário assegurar-se de que a tubulação não entre em contato com a extremidade do *stinger*. A razão para isto é que se a embarcação mover-se à ré de repente ou mover para a frente mais lentamente que a velocidade de instalação da tubulação, há um risco que a tubulação seja dobrada mais severamente na extremidade do *stinger* (isto é, esteja sujeita a um raio de curvatura menor), provocando danos à tubulação.

Nos dois tipos de instalação, *S-lay* e *J-lay*, um dos objetivos é manter a tubulação menos flexionada possível, ou seja, manter o raio de curvatura o maior possível. Se esta premissa não for seguida, o risco de flambagem local da tubulação é grande.

Este procedimento de instalação pode gerar grandes deformações e tensões, sendo capaz de iniciar defeitos e trincas que podem abreviar a vida útil de toda a tubulação e arruinar todo o procedimento, podendo haver perdas inestimáveis de tempo e dinheiro.

## 1.3 Objetivo do Trabalho

Para a medida de tenacidade de aços estruturais, usualmente são empregados espécimes submetidos à flexão com entalhes laterais, conhecidos como SE(B) e espécimes compactos C(T), ambos contendo trincas profundas ( $a/W \geq 0.5$ ). A razão para seu uso está na garantia de alta restrição na ponta da trinca com área plastificada limitada, geralmente denotada condição SSY (escoamento em pequena escala). Entretanto, a maioria dos defeitos encontrados em sistemas de dutos e vasos de pressão possuem natureza superficial e formam-se durante a fabricação ou operação de serviço, tendo como característica a baixa triaxialidade de tensões na ponta da trinca. Este fator de contraste com os espécimes convencionais de trinca profunda aliado ao fato de que aços comumente utilizados na indústria de dutos têm maior ductilidade comparados aos antigos, reforçam o elevado potencial de conservadorismo nas estimativas de resistência estrutural à fratura. Embora este conservadorismo represente um fator de segurança adicional, pode conduzir a reparos e paradas não justificadas a custos operacionais elevados [9].

Estes argumentos foram decisivos para juntar esforços na pesquisa de procedimentos de avaliação de estruturas com defeitos e baixa triaxialidade mais realistas. Como os campos de tensão na ponta da trinca para escoamento em larga escala (LSY) são dependentes do carregamento e geometria, um espécime mecanicamente similar faz-se necessário. Utilizando as ferramentas da mecânica da fratura biparamétrica para a caracterização dos campos de tensão bidimensional em áreas que haja escoamentos em larga escala (LSY), considerou-se neste trabalho a teoria  $J-Q$  [10, 11], onde  $J$  quantifica o nível de carregamento exercido na estrutura, enquanto  $Q$  indica o nível de triaxialidade dados diferentes tamanhos e geometrias de estruturas.

Neste intuito, valores de tenacidade de espécimes submetidos à tração com entalhe lateral, SE(T), apresentam maior correlação aos valores de fratura por clivagem dos dutos do que os espécimes de trinca profunda tradicionalmente utilizados. Além disso, a configuração do SE(T) também é similar a um duto sob carregamento (pressão interna), mostrando ser o SE(T) um espécime muito promissor.

No entanto, o grau de similaridade destes campos e a correta transferabilidade dos valores de resistência à fratura dos espécimes SE(T) para grandes componentes dutoviários ainda permanece uma questão aberta. E mais, os valores de resistência à fratura dos espécimes SE(T) são fortemente afetados pelas condições de carregamento (carregamento por

pino vs. carregamento por garra) para trincas profundas. Para carregamentos por pino, a distância do ponto de aplicação da carga não tem efeito sobre o valor de  $J$  aplicado e a triaxialidade da ponta da trinca. Em contraste, a distância do ponto de aplicação da carga tem uma influência importante no caso de carregamento por garra para trincas profundas. Estas observações introduzem obstáculos adicionais ao procedimento de transferência de valores de resistência à fratura entre espécimes SE(T) e dutos contendo defeitos [9].

Neste sentido, este trabalho dedica-se a explorar a extensão da teoria  $J-Q$  a um campo de deslocamentos tridimensional na ponta de trinca com aplicações à avaliação de defeitos em dutos. Para tanto, análises com modelos numéricos de vários espécimes de diferentes espessuras e comprimentos de trinca foram conduzidas e o comportamento dos campos de tensão foi devidamente caracterizado por meio da extensão da metodologia  $J-Q$  a um contexto 3D para incorporar os efeitos da espessura sobre o nível de triaxialidade. A partir desses dados, os resultados foram comparados com análises de dutos de mesmas relações geométricas para avaliação da potencial similaridade mecânica.

# Mecânica da Fratura Elástica Linear e Elasto-Plástica

## 2.1 A Estimativa do Balanço de Energia

Griffith começou seus estudos sobre fraturas em barras de vidro pouco antes de 1920. Ciente do trabalho de Inglis sobre concentração de tensão em orifícios elípticos e de sua solução que apresentava uma singularidade (tensão infinita) na ponta de uma trinca de ponta infinitamente aguda, Griffith preferiu focar-se sobre uma aproximação energética, a qual tornou-se um dos mais famosos desenvolvimentos da ciência dos materiais.

Para tanto, Griffith propôs que quando há um crescimento de trinca  $\Delta a$ , a energia potencial armazenada no sistema  $U$  diminui, e é balanceada pelo aumento da energia de superfície  $S$  devido à criação de duas novas faces.

Considerando a trinca passante da Fig. 2.1 em um corpo de espessura  $B$ , o balanço energético deve ser conservado e, portanto:

$$\Delta U + \Delta S = 0 \quad (2.1)$$

O aumento da energia de superfície  $\Delta S = \Delta A \gamma_s$  é dado pelo aumento da área da nova superfície criada  $\Delta A$ , onde  $\gamma_s$  representa a energia de superfície por unidade de área. Este aumento pode ser descrito como  $\Delta A = 2B\Delta a$ , onde o fator 2 aparece por haver duas faces em uma trinca. Inserindo estes valores na Eq.(2.1), tem-se:

$$-\frac{1}{B} \frac{\Delta U}{\Delta a} = 2\gamma_s \quad (2.2)$$

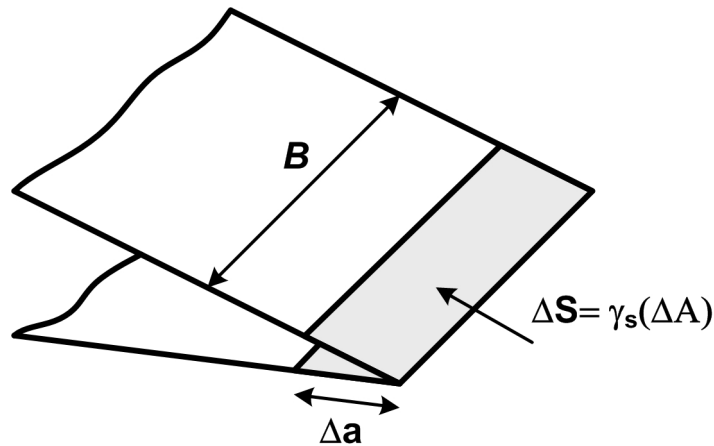


Figura 2.1: Aumento da energia de superfície com o crescimento de trinca

Reescrevendo a Eq.(2.2) como uma derivada parcial, temos a relação de Griffith:

$$-\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a} = 2\gamma_s \quad (2.3)$$

E se houver crescimento de trinca, então a Eq.(2.3) é satisfeita e em termos energéticos a taxa de liberação de energia  $\mathcal{G}$  é definida como:

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (2.4)$$

Estudos experimentais posteriores mostram que apesar da teoria de Griffith funcionar com materiais muito frágeis, como vidro, ela não pode ser usada para materiais dúcteis como metais e polímeros. A quantidade de energia requerida para produzir uma trinca é muito maior que  $2\gamma_s$  para a maioria dos materiais de engenharia, os quais deformam plasticamente.

## 2.2 Flexibilidade e Taxa de Liberação de Energia

A flexibilidade de um corpo é o inverso da rigidez. Não é uma propriedade do material, mas depende do carregamento, material e geometria. Para um corpo elástico linear com uma trinca de comprimento  $a$ , tem-se:

$$\Delta' = C(a)P \quad (2.5)$$

onde  $C(a)$  é a flexibilidade e depende da geometria, incluindo o comprimento de trinca e módulo de elasticidade. Ver Fig. 2.2.

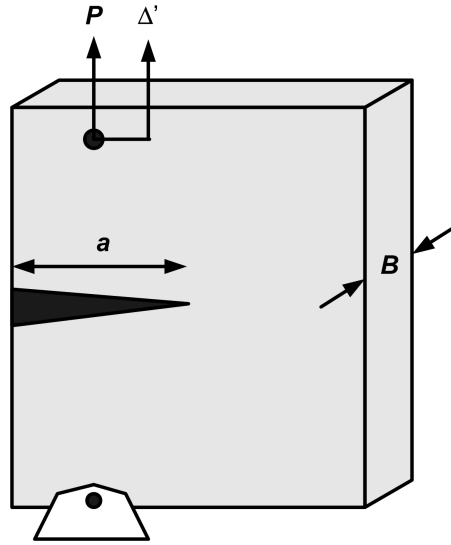


Figura 2.2: Placa com trinca

Considerando um carregamento fixo, temos para energia potencial  $U$ :

$$U = \frac{P\Delta'}{2} - P\Delta' = -\frac{P\Delta'}{2} \quad (2.6)$$

Substituindo a Eq.(2.6) na Eq.(2.4) tem-se:

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{B} \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right) = \frac{P}{2B} \left( \frac{\partial \Delta'}{\partial a} \right)_P \quad (2.7)$$

Onde  $\left( \frac{\partial}{\partial a} \right)_P$  denota que o carregamento  $P$  permanece constante.

Analisando a Eq.(2.5), pode-se concluir que:

$$\left( \frac{\partial \Delta'}{\partial a} \right)_P = P \frac{dC}{da} \quad (2.8)$$

E portanto,

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2B} P^2 \frac{dC}{da} \quad (2.9)$$

Se o deslocamento  $\Delta'$  é mantido fixo, temos para energia potencial  $U$ :

$$U = \frac{P\Delta'}{2} \quad (2.10)$$

E pode ser mostrado que de novo (ver Apêndice A.1),

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2B} P^2 \frac{dC}{da} \quad (2.11)$$

Em outras palavras, embora a energia potencial dependa do modo de carregamento, a taxa de liberação de energia  $\mathcal{G}$  é independente da natureza do carregamento seja ele imposto por carregamento ou deslocamento fixo. (Isto é verdade em geral, e não somente para materiais lineares elásticos).

### 2.3 O Fator Intensidade de Tensão $K$ para Materiais Elásticos Lineares

Uma alternativa para a estimativa da taxa de liberação de energia na análise de trincas é dada pelo fator intensidade de tensão  $K$ , no qual toma-se em consideração o campo de tensões na ponta da trinca, e que provou ser bastante útil na prática de engenharia.

Vale lembrar que os trabalhos de Westergaard [12], Inglis [13] e Sneddon [14] mostraram o campo de tensão na ponta da trinca em diversas configurações, mas foi Williams [15, 16] que primeiro anunciou a natureza universal da singularidade  $1/\sqrt{r}$  para problemas elásticos lineares.

Para se determinar o campo de tensões, considera-se uma trinca infinitamente aguda, ou sem adocamento, e seis componentes de tensão dependentes somente de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , eixos alinhados e localizados na ponta da trinca como na Fig. 2.3.

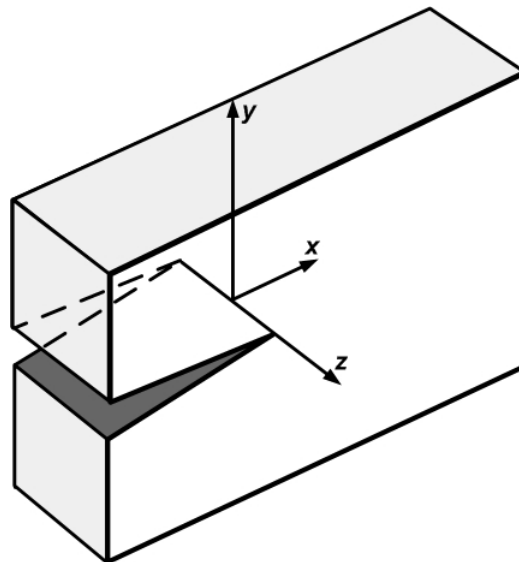


Figura 2.3: Trinca tridimensional

Assume-se também que quanto mais se aproxima da ponta da trinca, a variação da ten-



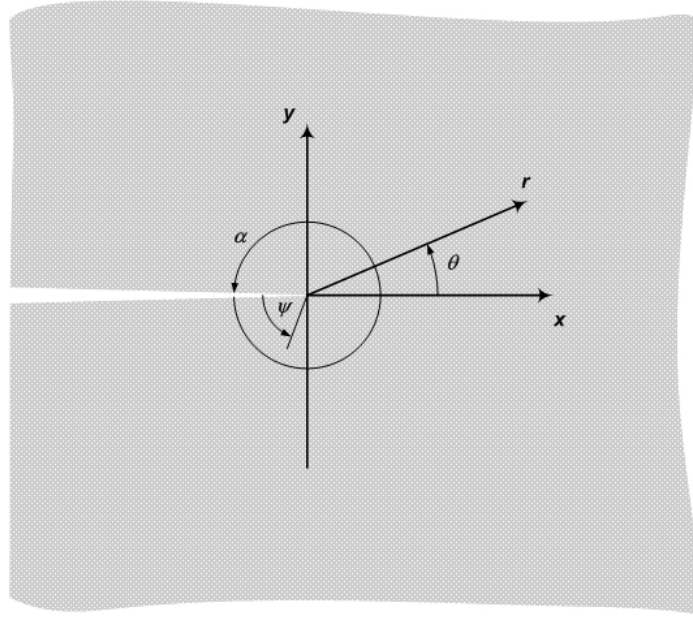


Figura 2.4: Geometria da trinca

são ao longo da frente de trinca, direção  $z$ , é desprezível se comparada com as variações nas direções  $x$  e  $y$ .

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \dots = 0 \quad (2.12)$$

Portanto, perto da ponta da trinca as tensões e deformações não dependem de  $z$ , ou seja, as tensões se comportam como se estivessem num campo de deformações de duas dimensões. Então, as funções em questão são uma combinação de estados plano de tensão e de deformação, sendo  $u(x, y)$ ,  $v(x, y)$  os deslocamentos em  $x$  e  $y$  (*in plane*) e  $w(x, y)$  o deslocamento fora do plano (*out of plane*).

Um esboço da solução será apresentada a seguir mas a base deste problema é explorado em detalhes no Apêndice A.2.

Utilizando coordenadas polares (ver Fig. 2.4), o campo de tensões pode ser representado como uma série infinita em  $r$ , isto é,

$$\sigma(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i r^{\lambda_i} f_i(\theta) \quad (2.13)$$

onde  $A_i$  e  $\lambda_i$  são constantes reais e desconhecidas e  $f_i$  são funções desconhecidas de  $\theta$ .

Tomando termos suficientes, a solução exata da série pode ser obtida para qualquer tipo de problema. Vale lembrar que o foco de atenção da mecânica da fratura reside nos

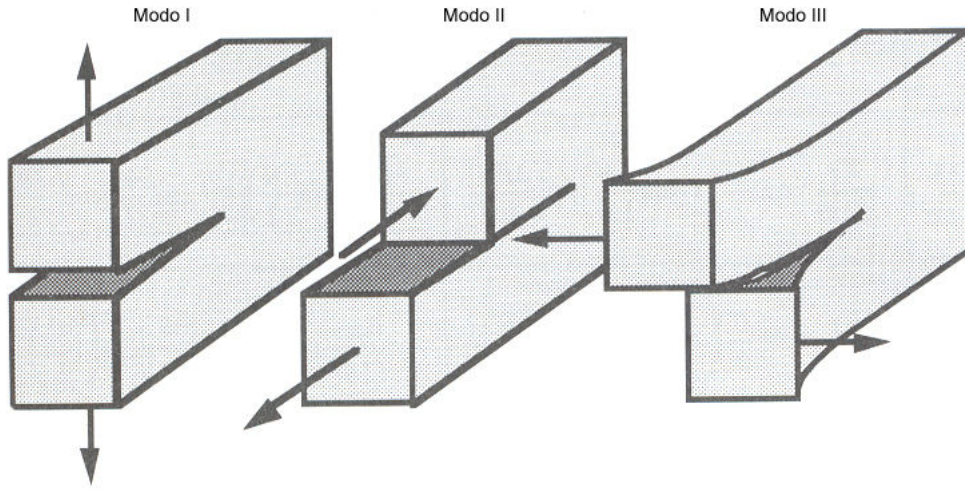


Figura 2.5: Modos de carregamento do espécime [1]

termos que mais contribuem para a tensão nos arredores da ponta de trinca,  $r \rightarrow 0$ .

Tomando-se termos suficientes da Eq.(2.13) a solução [1] pode ser dividida em Modo I, Modo II e Modo III conforme Fig. 2.5, e a solução (modo I) é apresentada a seguir :

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.14)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.15)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.16)$$

Para o modo II, a solução resulta [1]:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.17)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.18)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.19)$$

## 2.4 Conceito de Escoamento em Pequena Escala (*Small Scale Yielding*)

A mecânica da fratura elástica linear pode ser aplicada somente aos casos em que a região de deformação plástica é pequena quando comparada com outras dimensões do sólido (como, por exemplo, o tamanho da trinca). Esta condição é denominada de condição de escoamento em pequena escala, ou referenciada pela sigla em inglês SSY (*small scale yielding*).

O tamanho da zona é proporcional a  $K^2$  sendo  $r_p$  a distância aproximada entre a ponta da trinca e a fronteira da área da zona plástica [17]:

$$r_p = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{K}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad \text{para estado plano de deformação} \quad (2.20)$$

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad \text{para estado plano de tensão} \quad (2.21)$$

A ASTM (*American Society for Testing Materials*) especifica que para um teste válido de  $K_{IC}$  (valor de  $K_I$  que produz a clivagem), as dimensões do espécime devem respeitar a seguinte relação:

$$a, B, (W - a) \geq 2.5 \left( \frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad (2.22)$$

onde  $a$  é o tamanho de trinca,  $B$  é a espessura do espécime e  $W$  é a largura do espécime.

Isto significa que as dimensões do espécime devem ser, no mínimo, 25 vezes maiores que o tamanho da zona plástica  $r_p$  em estado plano de deformação. Particularmente, o requisito associado a espessura do espécime,  $B$ , assegura, na maioria das vezes, que o estado plano de deformação prevalecerá. Sob estas circunstâncias, espécimes com o mesmo valor de  $K$  terão o mesmo campo de tensões e a fratura ocorrerá quando o valor de  $K$  atingir o valor de resistência à fratura em estado plano de deformação,  $K_{IC}$ .

## 2.5 Efeitos da Dimensão do Espécime

Muitas das soluções em mecânica da fratura simplificam os problemas a modelos de duas dimensões (2D), estado plano de deformação ou estado plano de tensão. Mas as

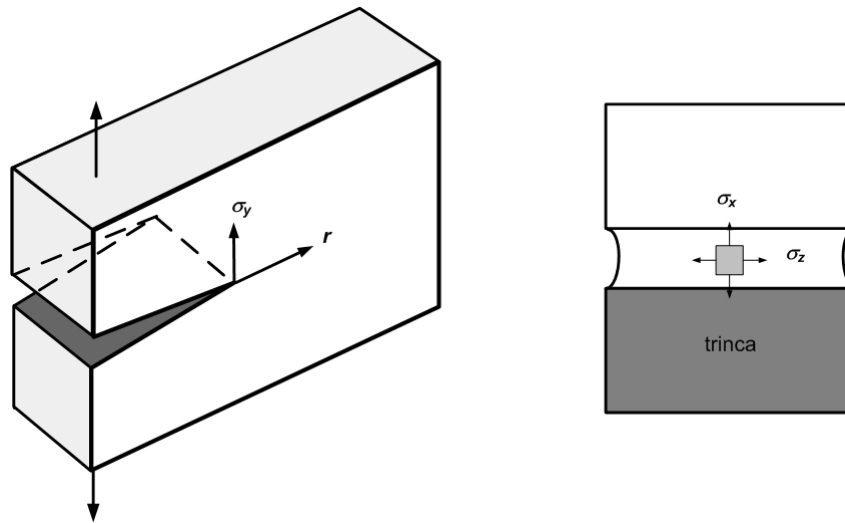


Figura 2.6: Deformação tridimensional na ponta da trinca

condições reais não são nem estado plano de deformação nem estado plano de tensão, e sim tridimensionais (3D).

A região de material mais próximo à ponta da trinca é carregada sob tensões maiores que as áreas que os circundam. Por causa das grandes tensões normais ao plano da trinca, o material da placa tenta se contrair nas direções  $x$  e  $z$ , ver Fig. 2.6. Isto cria um estado triaxial no material próximo a ponta da trinca, e se  $r \ll B$ , um estado plano de deformação ocorre no interior do espécime. Entretanto, o material na superfície do espécime está em estado plano de tensão porque não há tensão normal ao plano da superfície livre.

Vale notar que o estado de tensão do material na região da trinca depende do tamanho da zona plástica. Quando o comportamento não-linear do material é significativo, deve-se descartar o uso do fator de intensidade de tensão e adotar um outro parâmetro que leva em conta o comportamento plástico do material.

## 2.6 A Integral $J$

Os conceitos e discussões até aqui estabelecidos estão limitados à mecânica elástica linear. Quando este limite é ultrapassado, há a necessidade da utilização de outros parâmetros que tenham validade quando houver plasticidade significativa a qual invalida as hipóteses de elasticidade e condições de escoamento em pequena escala, SSY.

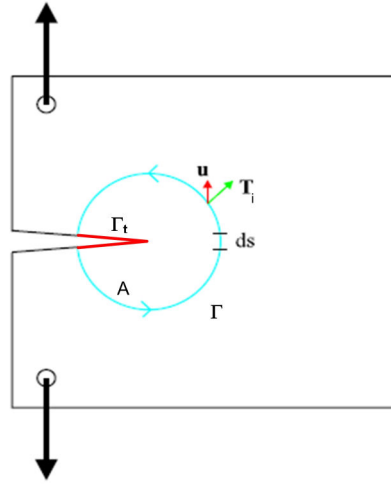


Figura 2.7: Contorno fechado  $\Gamma$  em um espécime carregado [2]

Quando a deformação plástica não puder ser ignorada, a integral  $J$  fornece meios para a determinação da taxa de liberação de energia de modo análogo ao parâmetro  $\mathcal{G}$  para materiais de comportamento linear.

Considere um corpo homogêneo e sujeito a um campo de deformação bidimensional [18]. Portanto, todas as tensões  $\sigma_{ij}$  dependem exclusivamente de duas coordenadas cartesianas  $x = x_1$  e  $y = x_2$ . Definindo a densidade de energia de deformação como  $w$ , tem-se:

$$w = w(x, y) = w(\epsilon) = \int_0^\epsilon \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (2.23)$$

onde  $\epsilon = [\epsilon_{ij}]$  é o tensor de deformação.

Define-se a integral  $J$  como:

$$J = \int_{\Gamma} \left( w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (2.24)$$

onde  $\Gamma$  é um contorno ao redor da ponta da trinca.  $T_i$  são as componentes do vetor de tração, definido como normal ao longo do contorno  $\Gamma$ ,  $u_i$  são as componentes do vetor deslocamento e  $ds$  é o comprimento infinitesimal do arco ao longo do contorno  $ds$ .

Rice demonstrou pelo uso do teorema de Green [18] que para um campo de tensões em equilíbrio  $\sigma_{ij}$ , um campo de deslocamentos associados  $u_i$  e uma densidade de energia de deformação associada  $w$ , a integral  $J$  é zero, qualquer que seja o contorno (desde que não haja singularidades na região  $A$ ) ver Fig. 2.7.

Provado que o valor de  $J$  será o mesmo não importa qual curva seja definida ao redor da trinca, tem-se que a integral  $J$  só depende do campo local. Em particular, se  $\Gamma_t$  for o contorno ao redor do entalhe da trinca, e desde que  $T = 0$  ( $T = 0$  e  $dy = 0$  em todo o contorno ao redor do entalhe da trinca [18]), define-se  $J$  como:

$$J = \int_{\Gamma_t} w dy \quad (2.25)$$

Portanto  $J$  é a medida média de energia de deslocamento na ponta da trinca. Para materiais elásticos:

$$J = \mathcal{G} \quad (2.26)$$

Então, seguindo a analogia do caso linear da Eq.(2.4), tem-se:

$$J = \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_P = - \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\Delta'} \quad (2.27)$$

onde  $U$  é a energia potencial. No caso elástico linear pode-se concluir que  $(\partial U/\partial a)_P = -1/2P(\partial\Delta'/\partial a)$  e  $(\partial U/\partial a)_{\Delta'} = 1/2\Delta'(\partial P/\partial a)$ , entretanto no caso não-linear, estas equações se tornam:

$$J = \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_P = \int_0^P \left( \frac{\partial \Delta'}{\partial a} \right)_P dP \quad (2.28)$$

e

$$J = - \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\Delta'} = - \int_0^{\Delta'} \left( \frac{\partial P}{\partial a} \right)_{\Delta'} d\Delta' \quad (2.29)$$

Estes casos são mostrados no diagrama da Fig. 2.8.

No diagrama da Fig. 2.8, a taxa de liberação de energia é representada pela área entre as curvas de carregamento para tamanhos de trinca  $a$  e  $a + da$ . Desconsiderando os efeitos de segunda ordem, a área tem o mesmo tamanho, se a placa estiver sob deslocamento fixo ou carregamento constante.

Deve-se enfatizar as implicações do uso do diagrama da Fig. 2.8. A teoria da plasticidade não pode ser usada para casos onde haja descarregamentos, pelo fato de materiais reais seguirem diferentes curvas tensão-deformação ao longo do processo, ver Fig. 2.9. Portanto uma análise que assume comportamento não-linear elástico pode ser válida para material elasto-plástico se não houver descarregamento.

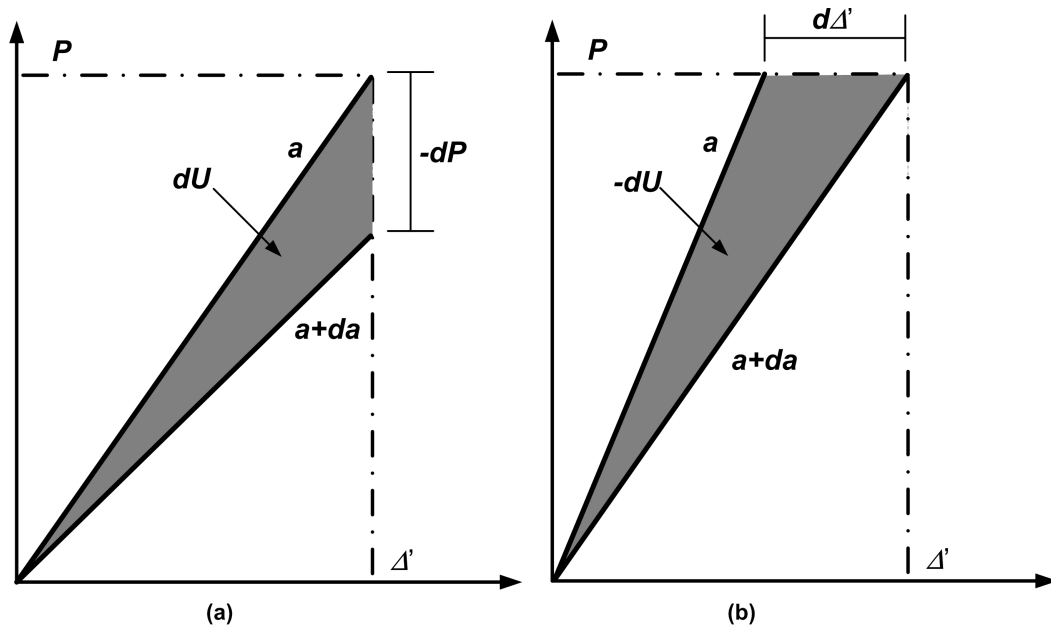


Figura 2.8: Diagrama de carregamento-deslocamento de material não-linear: (a) deslocamento constante e (b) carga constante

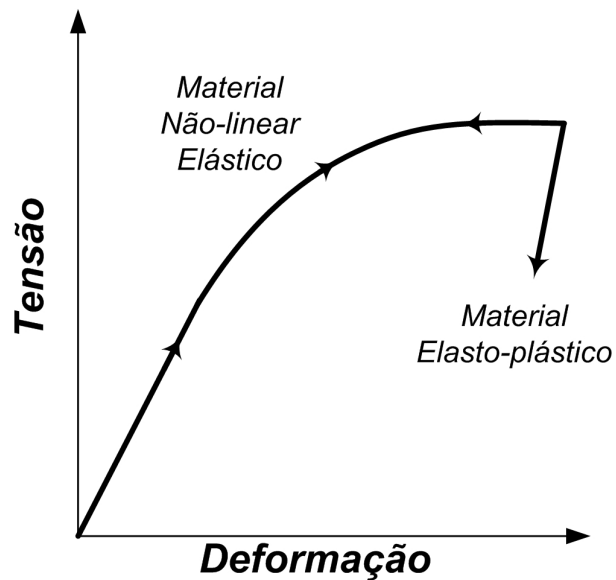


Figura 2.9: Comparação entre comportamento de material elasto-plástico e não-linear elástico

## 2.7 Campo de Tensão HRR

Hutchinson [19] e Rice e Rosengren [20] mostraram que  $J$  caracteriza o campo de tensões e deformação na ponta da trinca em materiais não lineares, sob escoamentos em pequena escala. Eles assumiram uma relação de potência entre deformação plástica e tensão, também conhecida como equação de Ramberg-Osgood [1]. Esta relação para deformação uniaxial é dada por:

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (2.30)$$

onde  $\sigma_0$  é a tensão de referência, geralmente igual a tensão de escoamento;  $\alpha$  é uma constante adimensional e  $n$  é o coeficiente de encruamento.

Os campos de tensão e deformação assintóticos foram descritos na seguinte forma:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left( \frac{EJ}{\alpha\sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \quad (2.31)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{\alpha\sigma_0}{E} \left( \frac{EJ}{\alpha\sigma_0^2 I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\epsilon}_{ij}(\theta, n) \quad (2.32)$$

onde  $I_n$  é uma constante de integração que depende de  $n$  e,  $\tilde{\sigma}_{ij}$  e  $\tilde{\epsilon}_{ij}$  são funções adimensionais de  $n$  e  $\theta$ . Estes parâmetros também dependem do estado de tensão do espécime ou seja, se é estado plano de deformação ou estado plano de tensão.

Portanto, pelo campo de tensão HRR, as tensões e deformações são unicamente caracterizadas pelo parâmetro  $J$  introduzido por Rice [18].

## 2.8 Modelo Ritchie–Knott–Rice (RKR) para Fratura Frágil

A dificuldade na previsão da resistência à clivagem tem produzido vários resultados e inspirado vários modelos.

Lembrando que a resistência ideal à fratura de um cristal é da ordem de  $E/10$  [21], a qual deveria ser a tensão requerida para clivagem, e considerando que devido ao escoamento e arredondamento da trinca (*blunting*), as tensões máximas na ponta da trinca são da ordem de 3 a 4 vezes a tensão de escoamento do material, faz-se necessário um mecanismo adicional com o propósito de explicar porque a fratura por clivagem pode ocorrer sob tensões muito menores que a resistência teórica.



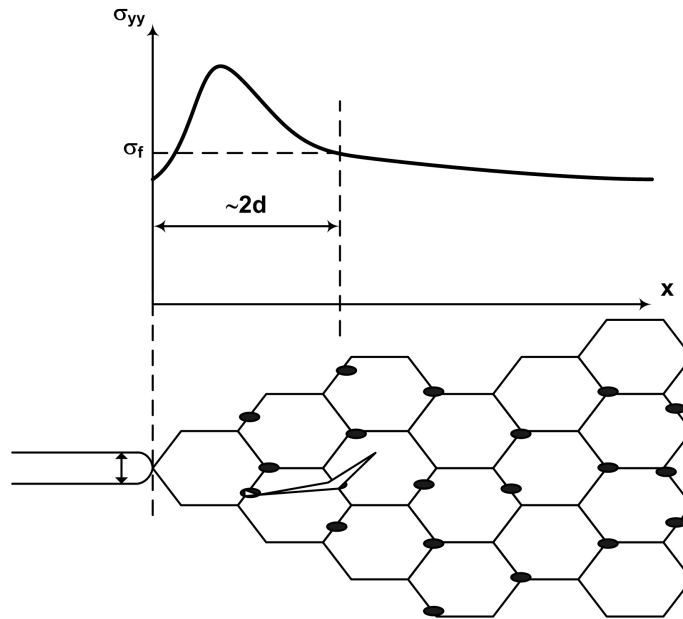


Figura 2.10: Esquema do modelo Ritchie-Knott-Rice de fratura por clivagem

O micromecanismo mais aceito para metais estabelece que as microtrincas causadas pela alta concentração de tensão na ponta da trinca se acumulam na fronteira do grão adjacente, amplificando as tensões locais. (ver Fig. 2.10)

A tensão na região do acúmulo de defeitos (na fronteira do grão) é algumas vezes maior que a tensão na ponta da trinca. Esta tensão pode ser grande o bastante para causar falha nas inclusões na fronteira dos grãos, mais especificamente carbonetos para aços ferríticos, e a falha da inclusão engatilha outra falha no grão associado. A microtrinca resultante acaba se conectando com a trinca principal, e a trinca cresce instavelmente.

Um modelo para explicar este fenômeno foi proposto por Ritchie, Knott e Rice [22], e é denominado RKR. Este modelo estabelece que a fratura frágil ocorre quando as tensões locais de abertura  $\sigma_{yy}$  superam um valor crítico  $\sigma_f$  dentro de uma distância microestrutural definida.

Os aços de média resistência, com microestruturas de carbonetos, possuem uma distância característica típica de 2 grãos, apesar de diferentes distâncias terem sido encontradas quando analisados outros tipos de materiais [21].

Este modelo mostrou-se particularmente bem sucedido na previsão de valores de resistência à fratura por clivagem numa grande gama de microestruturas e mostra-se relati-

vamente independente da temperatura [23].

## 2.9 Mecânica da Fratura Monoparamétrica

A mecânica da fratura monoparamétrica ou clássica [17] utiliza somente um parâmetro para descrever as condições de propagação instável da estrutura, estabelecendo uma correlação direta entre valores de tenacidade medidos experimentalmente ( $K_{Ic}$ ,  $J_c$ ) e o seu comportamento à fratura;

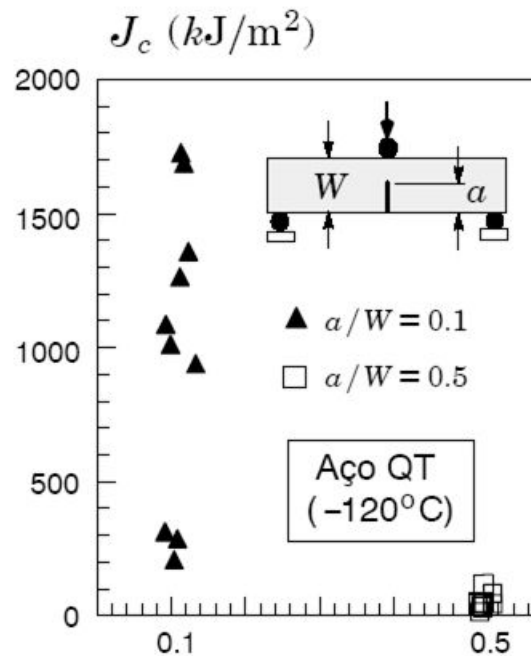


Figura 2.11: Valores experimentais de resistência à fratura de espécimes SE(B) para aço temperado e revenido (QT) a -120°C [3]

Os conceitos apresentados para a caracterização de tensão na ponta da trinca podem ser considerados independentes da geometria se estiverem sob a condição de escoamento de pequena escala SSY (ver seção 2.4). A mecânica da fratura monoparamétrica só é válida quando as dimensões da região plástica são reduzidas: campo de tensões  $K$  e  $J$  para escoamento de pequena escala (SSY) e campo de tensões  $J$  para condição elasto-plástica.

Podem se observar um efeito significativo da geometria do espécime nas medidas dos

valores de resistência à fratura  $J_c$  ou seja, valores de  $J$  que produzem fratura frágil, como mostrado na Fig. 2.11 [3].

Apesar da grande dispersão dos dados de resistência à fratura para trinca rasa na Fig. 2.11, o que complica a interpretação dos dados para se definir um valor significativo para a avaliação de estruturas trincadas, os valores indicam uma perda da correspondência entre os valores de  $J_c$  e o campo de tensões elasto-plástico na ponta da trinca. Esta falta de unicidade entre os diversos valores de  $J_c$ , comumente denominada de perda de restrição (*loss of constraint*), produz um aumento dos valores de resistência à fratura em espécimes com trincas rasas, invalidando a descrição do campo de tensões por um conceito de parâmetro único.

Esta condição, onde a mecânica da fratura monoparamétrica não é mais válida, é denominada de condição de escoamento em grande escala (*large scale yielding-LSY*), devido à ampliação da região plástica na ponta da trinca, ultrapassando os limites da condição de escoamento em pequena escala (SSY) e da condição elasto-plástica [1].

Grandes esforços têm sido empreendidos para estender a teoria da mecânica da fratura além dos limites do conceito monoparamétrico, introduzindo um segundo parâmetro para caracterizar o campo de tensões da ponta da trinca, como será descrito em detalhes a seguir.

## Mecânica da Fratura Biparamétrica

### 3.1 A Tensão Elástica $T$ e a Camada de Contorno Limite

Se o estado de tensão na ponta da trinca sob pequenos carregamentos é determinado pelo fator de intensidade de tensão, então sua resolução se resume em usar uma análise da camada de contorno limite (*boundary layer*), ou seja, o valor de tensão limite de problemas de trincas de materiais elasto-plásticos é dado pela extensão de validade do termo singular utilizado pela mecânica da fratura elástica linear:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} f_{ij}(\theta) \quad (3.1)$$

Como consequência desta formulação, a dimensão da zona plástica  $r_p$  e o deslocamento da abertura da ponta da trinca  $\delta$ , quando definíveis, são dados pela fórmula:

$$r_p = \alpha' \frac{K^2}{\sigma_{YS}^2} \quad \delta = \beta' \frac{K^2}{E\sigma_{YS}} \quad (3.2)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade do material,  $\sigma_{YS}$  é a tensão de escoamento, e  $\alpha'$  e  $\beta'$  são fatores adimensionais que podem depender do coeficiente de Poisson, do expoente de encruamento, etc. Mas são independentes da carga aplicada e da geometria do espécime.

Para tanto, Larsson e Carlsson [24] desenvolveram análises elasto-plásticas em estado plano de deformação por elementos-finitos para uma variedade de geometrias de espécimes e encontraram discrepâncias com a formulação da camada de contorno limite (*boundary layer*), até mesmo dentro dos pequenos limites de tamanhos permitidos pela ASTM para correlação dos valores de  $K$ . Ou seja, inserindo os resultados numéricos

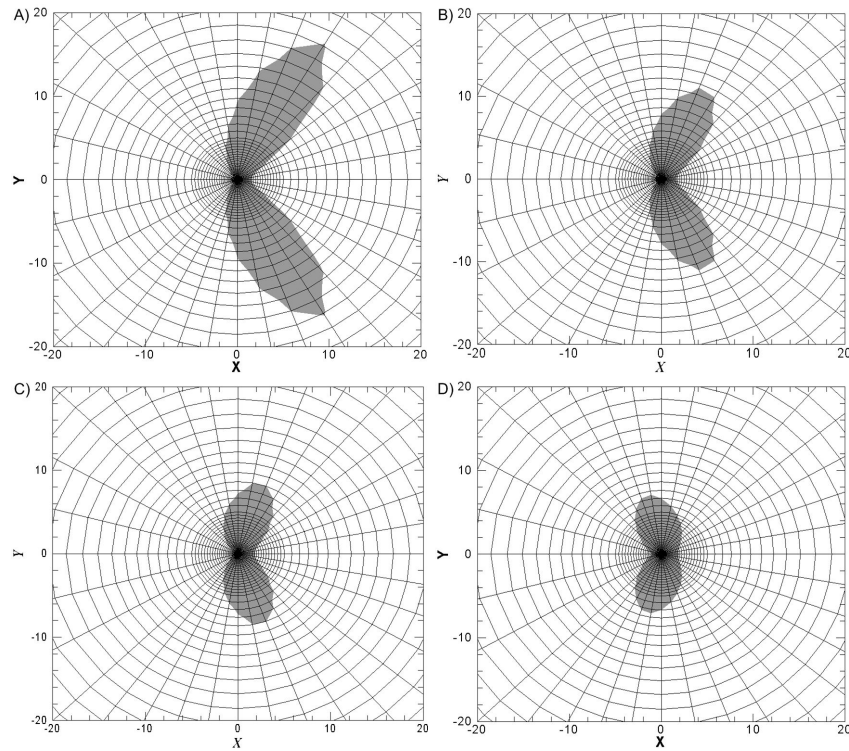


Figura 3.1: Influência da tensão  $T$  na zona plástica: (a)  $T/\sigma_0 = -0.5$ , (b)  $T/\sigma_0 = -0.25$ , (c)  $T/\sigma_0 = 0$  e (d)  $T/\sigma_0 = 0.5$

dentro da Eq.(3.1), da mecânica da fratura elástica linear, os valores de  $\alpha$  divergem por um fator de dois entre espécimes compactos e de trinca central.

Larsson e Carlsson [24] demonstraram que o segundo termo na série do trabalho de Williams [16], ver Eq.(2.13), tem efeito significativo na forma e tamanho da zona plástica que se desenvolve na ponta da trinca, ver Fig. 3.1. E sugeriram modificar a análise da camada de contorno limite, adicionando os termos de tensão não-singulares à Eq.(3.1), criando o conceito da camada de contorno limite modificada (*modified boundary layer*).

A partir da análise dos termos não-singulares, Larsson e Carlsson [24] concluíram que somente a tensão normal, paralela ao plano da trinca, direção  $x$ , é diferente de zero nos arredores da ponta. Usando a notação de Rice [25], o segundo termo na expansão é chamado de tensão  $T$  e está associado a esta tensão.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} f_{xx}(\theta) & f_{xy}(\theta) \\ f_{yx}(\theta) & f_{yy}(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \text{termos desprezíveis } r \rightarrow 0 \quad (3.3)$$

A tensão não-singular para cada espécime é obtida pela diferença média entre  $\sigma_{xx}(r, \theta)$

do correspondente espécime e a solução da camada de contorno limite (*boundary layer*):

$$T = \sigma_{xx}(r, \pi)_{FB} - \sigma_{xx}(r, \pi)_{BL} \quad (3.4)$$

onde  $FB$ , (*finite body*), indica o corpo de dimensões finitas, ou espécime considerado e  $BL$  indica a camada de contorno limite (*boundary layer*).

A geração de soluções numéricas para trincas estacionárias ou não, sob a condição de escoamento em pequena escala, SSY, com níveis de restrição variáveis, é simplificada utilizando o modelo de camada de contorno limite modificada (MBL). A Fig. 3.2 mostra o modelo MBL em elementos finitos sob estado plano de deformação.

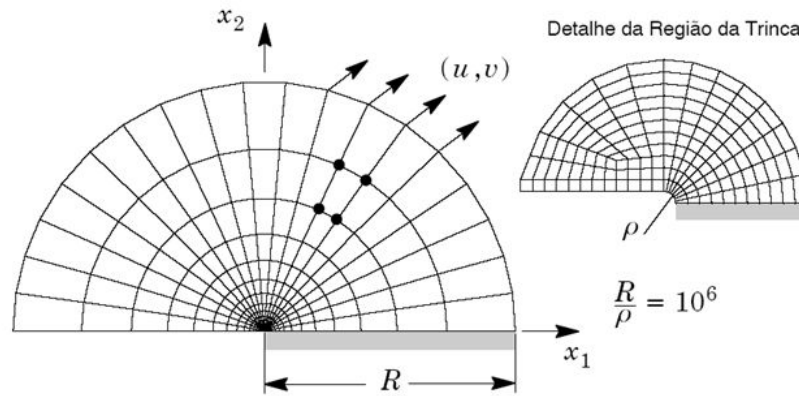


Figura 3.2: Modelo da camada de contorno limite modificada MBL com o campo de deslocamentos aplicados

Assegurando que a região plástica se limite a uma pequena fração da região do domínio,  $r_p < R/20$ , a expressão dos deslocamentos para a obtenção de um campo de tensões, Eq.(3.3), nos arredores da ponta da trinca e fora da região plástica é:

$$u_x = K_I \frac{1-\nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (3 - 4\nu - \cos\theta) + T \frac{1-\nu^2}{E} R \cos\theta \quad (3.5)$$

$$u_y = K_I \frac{1-\nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sen\left(\frac{\theta}{2}\right) (3 - 4\nu - \cos\theta) + T \frac{\nu(1+\nu)}{E} R \sen\theta \quad (3.6)$$

onde  $r$  e  $\theta$  são coordenadas polares,  $\nu$  o coeficiente de Poisson e  $E$  o módulo de elasticidade do material.

## 3.2 A Teoria $J$ - $Q$

Considerando o modelo de camada de contorno limite modificada (MBL) sugerida por Larsson e Carlsson [24] e aplicando o campo de deslocamentos, Eqs. (3.5– 3.6) em sua fronteira, pode-se extrair uma solução referência para campos de tensões que contenham regiões plásticas mais amplas que a condição SSY.

$$(\sigma_{ij})_{FB} = (\sigma_{ij})_{T=0} + (\sigma_{ij})_{Dif} \quad (3.7)$$

A diferença  $((\sigma_{ij})_{Dif})$  nos níveis de tensão entre a solução referência  $((\sigma_{ij})_{T=0})$  e as tensões do corpo de dimensões finitas  $((\sigma_{ij})_{FB})$  quantifica a restrição relativa entre os campos de tensões.

O'Dowd e Shih [10, 11] notaram que a diferença entre os campos de tensões em relação à posição angular e distância da ponta da trinca permanece relativamente constante, como a seguir:

$$(\sigma_{yy})_{Dif} \approx (\sigma_{xx})_{Dif} \gg (\sigma_{xy})_{Dif} \quad \text{para } |\theta| \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.8)$$

Portanto a mudança do campo de tensão na ponta da trinca corresponde à soma de um campo hidrostático que aumenta ou diminui o campo de tensão da solução referência e o fator de amplitude deste campo de tensão é denominado pelo símbolo  $Q$ . Então, a Eq.(3.7) torna-se:

$$(\sigma_{ij})_{FB} = (\sigma_{ij})_{T=0} + Q\sigma_0\delta_{ij} \quad \left(|\theta| \leq \frac{\pi}{2}\right) \quad (3.9)$$

onde  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker.

O'Dowd, Shih e pesquisadores subseqüentes definiram o parâmetro  $Q$  como:

$$Q \equiv \frac{(\sigma_{yy})_{FB} - (\sigma_{yy})_{SSY,T=0}}{\sigma_0} \quad \text{para } \theta = 0 \text{ e } \frac{r\sigma_0}{J} = 2 \quad (3.10)$$

A solução referência pode ser tomada do campo de estado plano de deformação do modelo de camada de contorno limite modificada MBL, e vale notar que o valor do parâmetro  $Q$  é convenientemente avaliado para  $r\sigma_0/J = 2$ , apesar que, para valores de  $J/\sigma_0 \leq r \leq 5J/\sigma_0$ ,  $Q$  mostrou-se pouco dependente.

### 3.3 Aplicação da teoria $J$ - $Q$

Os conceitos da mecânica da fratura monoparamétrica assumem que a tenacidade à fratura é uma propriedade do material podendo, portanto, ser considerado um valor constante. Mas este conceito não faz mais sentido para escoamentos em grande escala (LSY). Então, o uso da teoria  $J$ - $Q$  introduz um grau de liberdade adicional, incorporando os efeitos de geometria e estabelece  $J_c = J_c(Q)$  [1].

De acordo com Fig. 3.3 [4], denota-se a dependência dos valores  $J_c$  em relação ao parâmetro  $Q$ . Embora haja uma grande dispersão dos dados, a tendência da curva indica que  $J_c$  aumenta quando o parâmetro  $Q$  (triaxialidade) diminui.

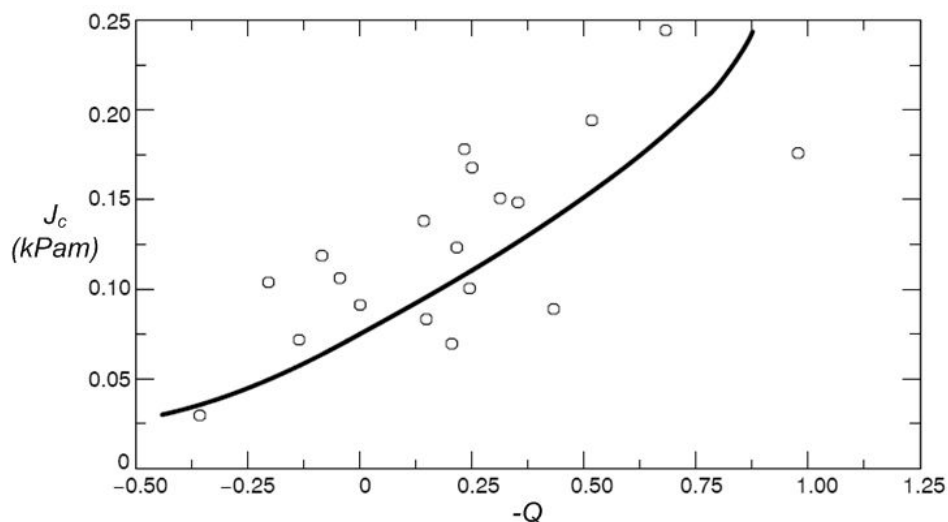


Figura 3.3: Curva de tenacidade  $J$ - $Q$  para espécime SE(B) para aço A515 grau 70 [4].

Portanto, para que os valores críticos de tenacidade ( $J_c$ ) obtidos de espécimes em laboratório possam ser transferíveis às aplicações estruturais, estes devem ter o mesmo nível de restrição, ou seja, serem mecanicamente similares. Para tanto, é necessário ter o mesmo valor de  $(J, Q)$  na fratura para que os valores de tenacidade sejam transferíveis.

As figuras a seguir ilustram a aplicação da teoria  $J$ - $Q$  para estruturas. A faixa de clivagem é construída através de resultados em elementos finitos extraídos de curvas  $J$ - $Q$  de várias geometrias (Fig. 3.4 [5]). A fratura frágil ocorre geralmente em trincas com alta restrição enquanto fratura dúctil desenvolve-se em baixa restrição. Por exemplo, um espécime SE(B) com trinca profunda pode ser usado para determinar a resistência à fratura de alta restrição. No entanto, os espécimes M(T) e SE(T) podem ser usados para



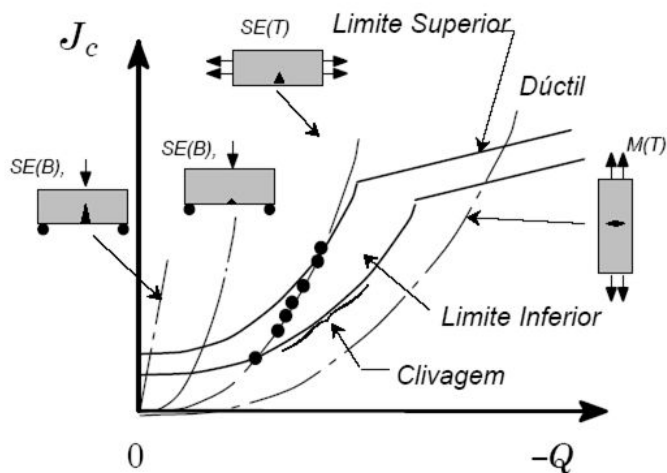


Figura 3.4: Avaliando a estrutura através de sua curva  $J$ - $Q$  sobre a curva de tenacidade [5].

determinar a resistência à fratura de mais baixa restrição.

Inserindo os resultados laboratoriais de  $J_c$ , a delimitação da faixa toma forma e incluindo a curva  $J$ - $Q$  da estrutura mecanicamente similar, pode-se prever se a falha irá ocorrer ou não com estrutura (Fig. 3.5 [5]). A curva de força motriz da estrutura A cresce rapidamente no espaço  $J$ - $Q$ , cruzando a faixa de falha por clivagem, denotando vários valores possíveis de  $J_c$  para esta geometria. Ao contrário, a estrutura B produz uma curva de força motriz de crescimento gradual, portanto uma falha dúctil será a provável causa de falha, possivelmente causada por uma sobrecarga.

### 3.4 Quantificação do Nível de Restrição Fora do Plano– *Out-of-Plane Constraint*

No passado recente, grandes esforços têm sido empreendidos para caracterizar a restrição no plano– *in-plane constraint*, ver Fig. 3.6. A partir de então, a teoria biparamétrica baseada na tensão- $T$  por Larsson e Carlsson [24] e a formulação da camada de contorno limite modificada (MBL) por Betegón e Hancock [26] têm correlacionado a restrição no plano da trinca para diversas famílias de campo de tensão próximos a ponta da trinca. Nesta mesma direção, O’Dowd e Shih [10, 11] desenvolveram a teoria  $J$ - $Q$ , sendo o termo  $Q$  usado para balizar a restrição no plano– *in-plane constraint*, sendo válida para uma ampla gama de problemas em mecânica da fratura.

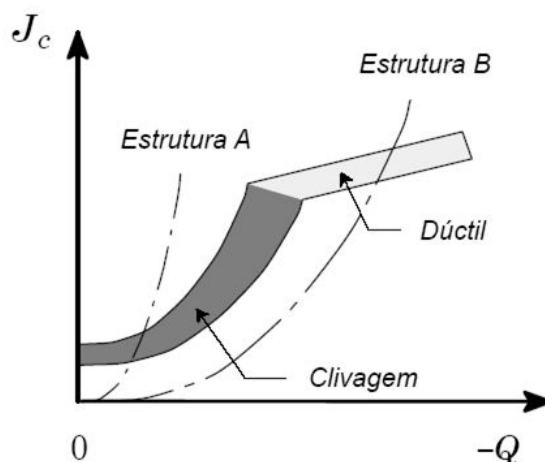


Figura 3.5: Avaliação de estruturas utilizando a faixa de resistência à fratura através da curva de força motriz  $J-Q$  para duas geometrias de estrutura [5].

Mais recentemente, alguns estudos têm focado esforços para um melhor entendimento dos efeitos dos níveis de restrição fora do plano— *out-of-plane constraint* para espécimes tridimensionais fraturados. Y Kim et al. [27] e Guo [28] conduzem uma série de estudos focando os efeitos destas restrições adicionando um novo termo à mecânica biparamétrica, tornando-a uma solução de três termos, mas está fora do âmbito deste trabalho, que conduz os estudos dentro da dominância  $J-Q$ .

## 3.5 Parâmetros Hidrostáticos $Q$ para Abordagem Tridimensional

### 3.5.1 O Parâmetro $Q_s$

Os modelos usuais dos níveis de restrição de estruturas fraturadas consideram somente áreas tensionadas à frente da ponta da trinca. Esse modelo é incompleto porque é o volume, e não a área de material à frente da ponta da trinca que controla a fratura por clivagem. Obviamente, este volume tensionado é proporcional à espessura do material.

Com o propósito de demonstrar efeitos de triaxialidade na resistência à fratura por clivagem, adotou-se o critério introduzido por Shih et al. [4], sendo  $Q$  o valor medido a cada ponto da frente de trinca, representado por  $Q(s)$ , o qual mede a superação do valor de referência do estado plano de deformação, ver Fig. 3.7. Portanto, o estado de tensão

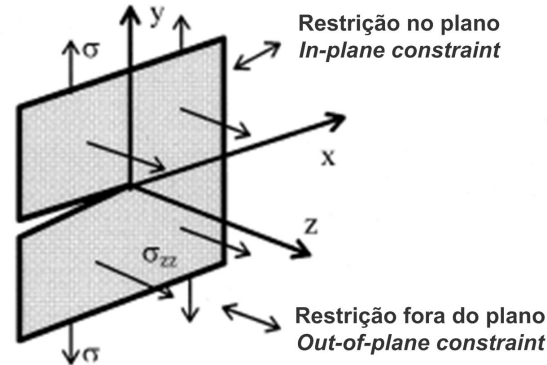


Figura 3.6: Restrição no plano e fora do plano através da trinca

da ponta da trinca num certo comprimento  $s$  é completamente descrito por um par  $J(s)$  e  $Q(s)$ .

Seguindo esta definição, introduz-se a medida de restrição média para um segmento da frente da trinca  $s_a \leq s \leq s_b$ :

$$Q_s = \frac{1}{s_b - s_a} \int_{s_a}^{s_b} Q(s) ds \quad (3.11)$$

A restrição total para espécimes de maior espessura  $Q_s$  (calculado para  $s_a=0$  e  $s_b=B$ ), será aproximadamente  $Q$  calculado para análise em estado plano de deformação; e  $Q_s$  para espécimes mais finos será menor que  $Q$  para o estado plano de deformação.

Definição similar foi adotada por Rabello [29] para tratar a variação do parâmetro  $Q$  ao longo da frente de trinca 3D. Em seu trabalho, Rabello faz uso do conceito de  $Q_{equivalente}$  como a área sob a curva  $Q_s$  vs. a espessura normalizada. Ambas as definições servem igualmente para caracterizar um valor médio do parâmetro  $Q$  representativo do nível de triaxialidade de trincas 3D.

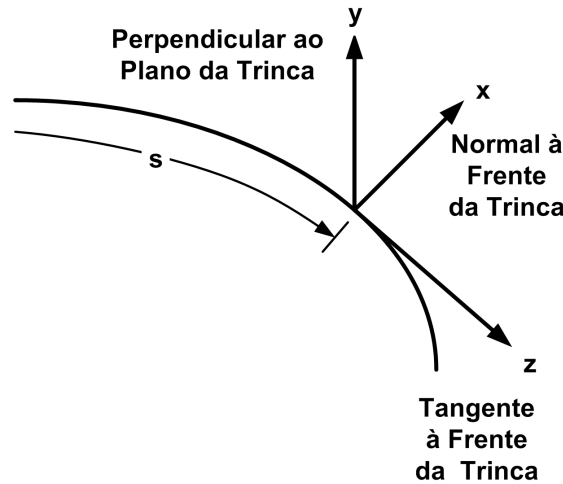


Figura 3.7: Campo  $J$ - $Q$  definido em relação as coordenadas cartesianas locais e nos pontos  $s$  na frente de trinca. O plano da trinca é o plano XZ

### 3.5.2 O Parâmetro $Q_m$

Segundo o cálculo de  $Q$ , ver equação (3.10), o seu valor depende de  $r$  e  $\theta$ , e é prática comum defini-lo como  $r = 2J/\sigma_0$  e  $\theta = 0$ . O parâmetro  $Q$  é muito útil para caracterizar o nível de restrição na ponta da trinca, entretanto o valor referência do campo HRR,  $(\sigma_{\theta\theta})_{HRR}$ , para estado plano de deformação é diferente do valor para estado plano de tensão, e portanto a aplicação do parâmetro  $Q$  para estruturas tridimensionais não está clara.

Já que fenomenologicamente o plano de clivagem se encontra em sua maioria no centro do espécime, é razoável presumir que a camada central tem maior influência em todo o processo de fratura frágil. Portanto, para análise posterior do comportamento das curvas  $J$ - $Q$ , define-se  $Q_m$  como:

$$Q_m = Q_{midthickness} = Q_{(1)} \quad (3.12)$$

Vale lembrar que no cálculo do parâmetro  $Q$ , utilizou-se a solução do valor de referência,  $(\sigma)_{T=0}$ , para estado plano de deformação para ambas definições:  $Q_s$  e  $Q_m$ .

## Procedimentos Computacionais

### 4.1 A Configuração dos Espécimes

Para a primeira abordagem dos campos de tensão na ponta da trinca em diversas geometrias, foi escolhida uma gama de espécimes de diferentes configurações e características de material para que o objetivo deste trabalho tenha caráter mais amplo.

Cada espécime tem três importantes dimensões características: o comprimento de trinca ( $a$ ), a espessura ( $B$ ) e largura ( $W$ ), ver Fig. 4.1. Neste trabalho considerou-se espécimes C(T) com relação  $a/W$  de 0.6; espécimes SE(B) com relação  $a/W$  de 0.1 e 0.5; espécimes SE(T) com relação  $a/W$  de 0.1 e 0.5. Os espécimes analisados têm largura  $W$  de 50.8 mm (2") e espessuras  $B$  de 12.7 mm (0.5") e de 25.4 mm (1"), ver Tab. 4.1.

espécime	a (mm)	W (mm)	H(mm)	B (mm)	encruamento
C(T)	30.48	50.8	36.07	12.7	n=5, 10 e 20
C(T)	30.48	50.8	36.07	25.4	n=5, 10 e 20
SE(B)	25.4	50.8	203.2	12.7	n=5, 10 e 20
SE(B)	25.4	50.8	203.2	25.4	n=5, 10 e 20
SE(B)	5.08	50.8	203.2	12.7	n=5, 10 e 20
SE(B)	5.08	50.8	203.2	25.4	n=5, 10 e 20
SE(T) <sub>p</sub>	25.4	50.8	203.2	12.7	n=5, 10 e 20
SE(T) <sub>p</sub>	25.4	50.8	203.2	25.4	n=5, 10 e 20
SE(T) <sub>p</sub>	5.08	50.8	203.2	12.7	n=5, 10 e 20
SE(T) <sub>p</sub>	5.08	50.8	203.2	25.4	n=5, 10 e 20

Tabela 4.1: Dimensões absolutas dos espécimes analisados

Os resultados da primeira abordagem podem ser conferidos nas seções 5.3, 5.4 e 5.3.

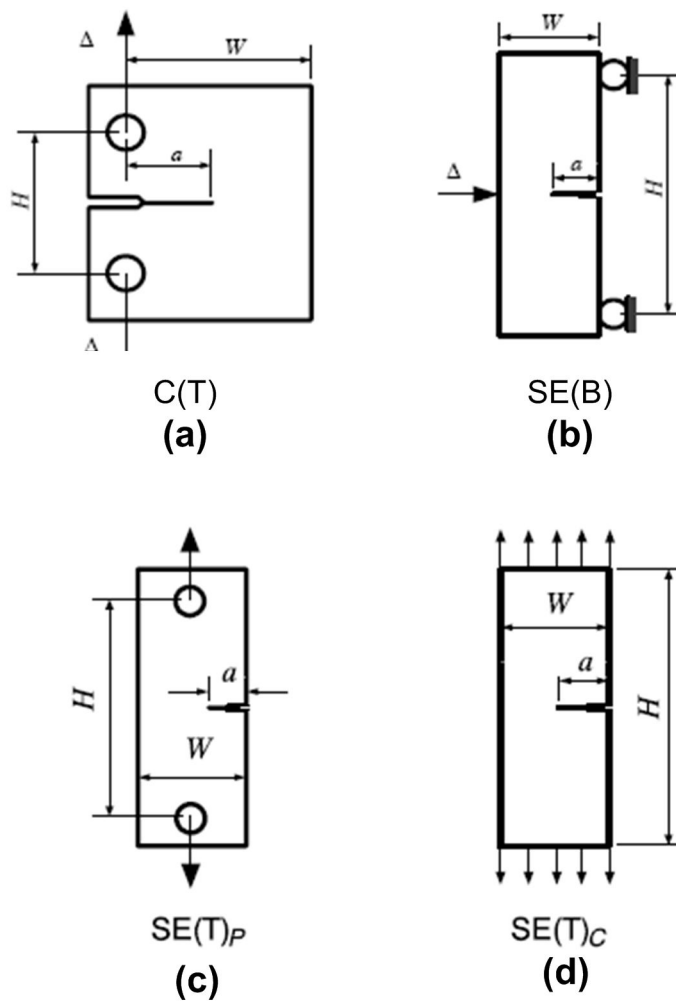


Figura 4.1: Configuração dos espécimes (a) C(T), (b) SE(B), (c) SE(T) com fixação por pino e (d) SE(T) com fixação por garra

Com o intuito de analisar os efeitos de variação da relação  $H/W$ , sendo  $H$  comprimento e  $W$  largura, dos espécimes SE(T) tridimensionais sobre os campos de tensão próximos à ponta da trinca, fez-se o levantamento das curvas  $J-Q_s$  e  $J-Q_m$  de diversos modelos SE(T) com relação  $H/W$ ,  $a/W$  e tipo de fixação variáveis, ver Tab. 4.2 e Fig. 4.1.

espécime	B (mm)	a/W	H/W	encruamento	fixação
SE(T)	25.4	0.1	4	n=10	pino
SE(T)	25.4	0.1	4	n=10	garra
SE(T)	25.4	0.5	4	n=10	pino
SE(T)	25.4	0.5	4	n=10	garra
SE(T)	25.4	0.1	6	n=10	pino
SE(T)	25.4	0.1	6	n=10	garra
SE(T)	25.4	0.5	6	n=10	pino
SE(T)	25.4	0.5	6	n=10	garra
SE(T)	25.4	0.1	10	n=10	pino
SE(T)	25.4	0.1	10	n=10	garra
SE(T)	25.4	0.5	10	n=10	pino
SE(T)	25.4	0.5	10	n=10	garra

Tabela 4.2: Dimensões relativas dos espécimes analisados

Os resultados obtidos da ampliação das análises para espécimes SE(T) podem ser conferidos na seção 6.1.

Finalizando a matriz de análise, foram gerados modelos de dutos de 508 mm (20") de diâmetro exterior, espessura  $t=15.8$  mm, com profundidades de trinca  $a$  e comprimentos de trinca  $2c$  variados, ver Tab. 4.3. Para comparação das curvas  $J-Q$  dos dutos foram utilizados espécimes padrões SE(T) de mesma espessura  $B=15.8$  mm e com mesma profundidade de trinca  $a$  dos dutos, conforme Tab. 4.4.

Os resultados dos espécimes SE(T) de espessura  $t=15.8$  mm bem como sua comparação com os dutos podem ser observados no capítulo 7.

espécime	t (mm)	a (mm)	2c (mm)	encruamento
Duto	15.8	1.58	31.6	n=10
Duto	15.8	3.95	79	n=10
Duto	15.8	7.9	158	n=10

Tabela 4.3: Dimensões dos dutos analisados.

espécime	B (mm)	a/W	H/W	encruamento	fixação
SE(T)	15.8	0.1	6	n=10	pino
SE(T)	15.8	0.1	6	n=10	garra
SE(T)	15.8	0.25	6	n=10	pino
SE(T)	15.8	0.25	6	n=10	garra
SE(T)	15.8	0.5	6	n=10	pino
SE(T)	15.8	0.5	6	n=10	garra

Tabela 4.4: Dimensões dos espécimes SE(T) para comparação com as análises dos dutos

## 4.2 Os Modelos em Elementos Finitos

Para a análise dos campos de tensões na ponta da trinca dos variados espécimes, foi utilizado o método dos elementos finitos com espécimes em três dimensões (3D) e em estado plano de deformação. Usando como condição de contorno, simetria sobre o plano de trinca ( $y=0$ ) e o plano médio longitudinal ( $z=0$ ), pode-se utilizar um quarto do espécime como indicado nas Figs. 4.2–4.4.

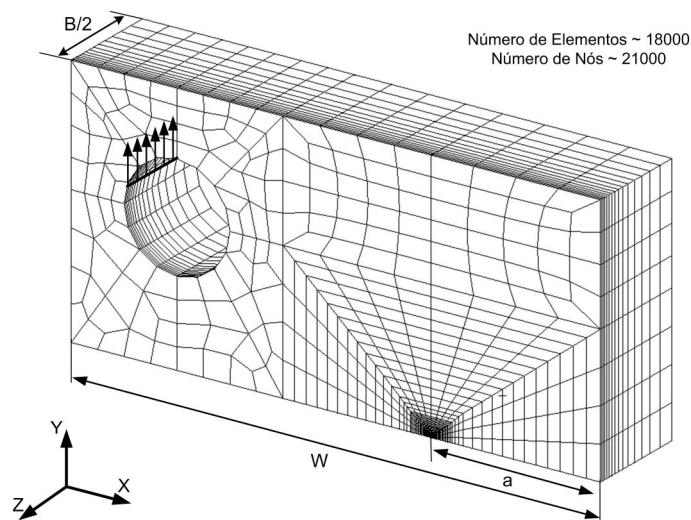


Figura 4.2: Modelo típico de elementos finitos de um espécime C(T)

A criação e pré-processamento dos modelos analisados neste trabalho foram feitas pelo software MSC.Patran versão 2004 [30]. Para a criação da malha na ponta da trinca foi utilizado a configuração “teia de aranha”, que consiste em anéis concêntricos de elementos hexaédricos que convergem em direção à ponta da trinca. Como a região da ponta da trinca tem um grande gradiente de tensões e deformações, a malha deve ser mais re-



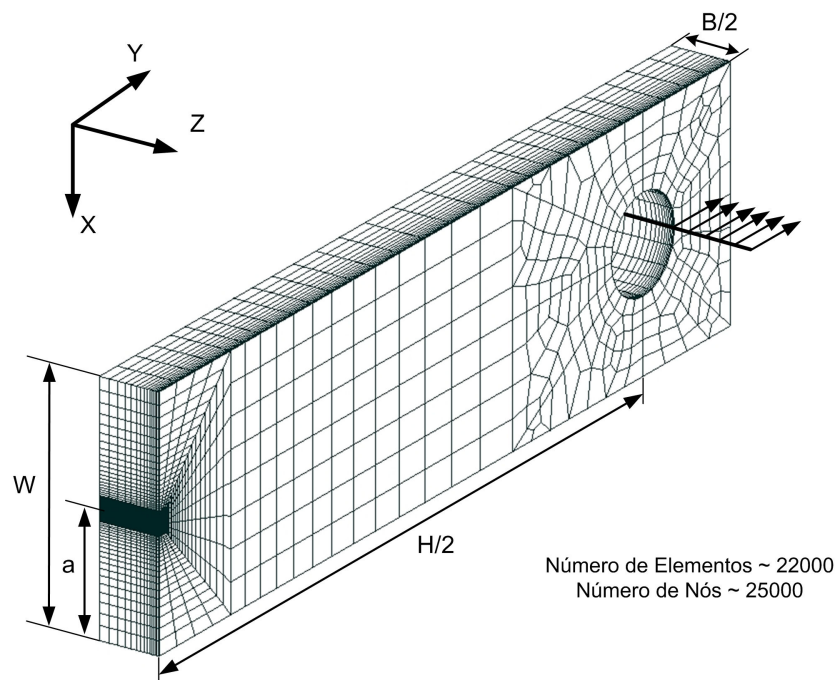


Figura 4.3: Modelo típico de elementos finitos de um espécime SE(T)

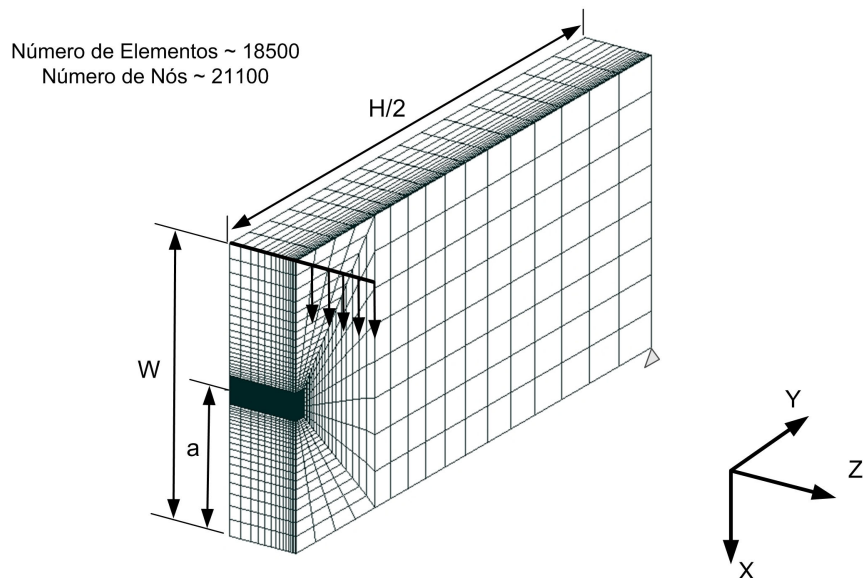


Figura 4.4: Modelo típico de elementos finitos de um espécime SE(B)

finada para capturar tal fenômeno. Além do mais, a “teia de aranha” facilita a transição de refinamento da malha: de uma região de malha mais fina na ponta, para uma região de malha mais grosseira, distante da ponta da trinca.

A malha dos modelos é definida por elementos hexaédricos isoparamétricos de 8 nós arranjados em 15 camadas planares de espessura variável. A camada mais espessa se encontra em ( $z=0$ ) e as camadas mais finas foram definidas perto da superfície livre ( $z=B/2$ ) para o registro das maiores variações do campo de tensões.

A Fig. 4.5 indica um típico modelo em elementos finitos para análise 3D de um duto com defeito longitudinal. Usando como condição de contorno, simetria sobre o plano de trinca ( $x = 0$ ) e o plano médio longitudinal ( $z = 0$ ), como mostrado nos modelos anteriores, pode-se utilizar um quarto do espécime como indicado.

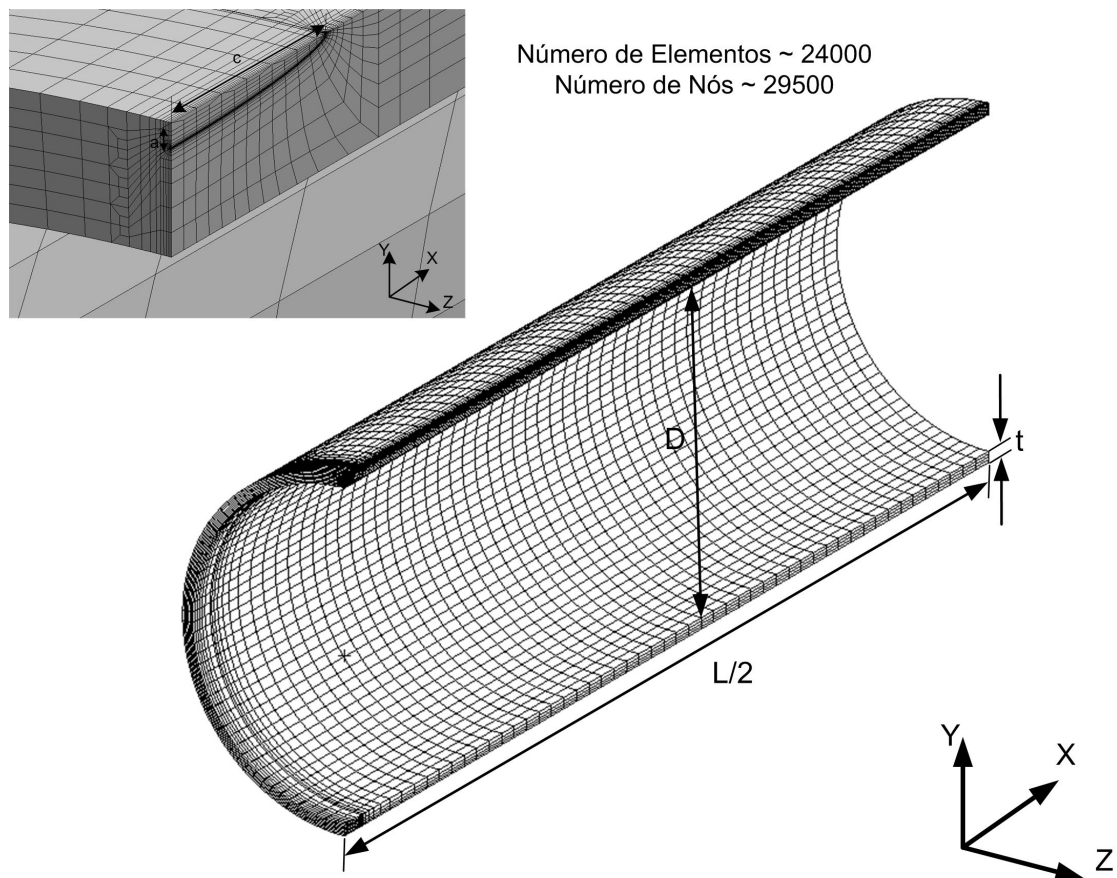


Figura 4.5: Modelo típico de duto em elementos finitos

Os modelos 3D levam em consideração o nível de refinamento da malha para uma

solução numérica satisfatória dos gradientes dos campos de tensão ao longo da espessura e o tempo computacional requerido para cada análise. Para a modelagem da ponta da trinca foi utilizado um pequeno raio ( $\rho=0.0025$  mm) simulando o arredondamento inicial da trinca, ver detalhe da região da trinca da Fig. 3.2.

### 4.3 Método de Resolução dos Sistemas Lineares

Diversos tipos de problemas são tratados pelo método dos elementos finitos, cada problema gera matrizes com morfologia particular e para cada tipo de matriz há um método mais adequado. Nos problemas de análise estrutural, a formulação utilizada gera matrizes positiva definidas, simétricas e esparsas.

Os métodos de resolução de sistemas de equações estão divididos em dois grandes grupos: diretos e iterativos (indiretos). O que difere estes dois grupos é a maneira com que cada um busca a solução do sistema. O método direto necessita da fatoração da matriz dos coeficientes. O iterativo gera uma seqüência de soluções aproximadas ( $x^{(k)}$ ), geralmente envolvendo a matriz dos coeficientes em multiplicações [31].

Neste trabalho, foi usado o código WARP3D [32], utilizando o método direto de resolução dos sistemas de equações lineares de equilíbrio fornecido pela biblioteca WSMP–*Watson Sparse Matrix Package* da IBM [33] e implementado pelo Grupo de Mecânica da Fratura e Integridade Estrutural (NVFRAC)– USP para ambiente LINUX.

A biblioteca WSMP permite ao usuário executar as seguintes tarefas: (1) ordenação, (2) fatoração simbólica, (2) fatoração numérica, (3) retrosubstituição e (4) refinamento iterativo.

A fase de ordenação gera permutações simétricas de linhas e colunas na matriz de entrada. Estas permutações visam minimizar o preenchimento da matriz durante a fatoração e provêm equilíbrio entre os diversos processos em uma análise em paralelo. A matriz original não é modificada neste estágio; as permutações são armazenadas e utilizadas internamente.

A fase de fatoração simbólica organiza os dados estruturais internos para serem utilizados na fase de fatoração numérica subsequente. Grande parte da fase de fatoração simbólica é invisível ao usuário, exceto por algumas informações de requisitos computacionais e de memória para a fase seguinte.

A fatoração numérica executa a fatoração  $LDL^T$  [34] na matriz de entrada da análise. Uma vez realizada a fase de fatoração simbólica, a fatoração numérica pode ser executada qualquer número de vezes para matrizes com padrões idênticos de elementos não-nulos mas valores numéricos possivelmente diferentes.

A retrossubstituição gera a solução do sistema de equações lineares a partir da solução imediata do último componente e, então, na substituição, regressivamente, nas equações anteriores.

O refinamento iterativo pode ser utilizado para melhorar a solução produzida pela fase de retrossubstituição. Como parte do refinamento iterativo, o erro da retrossubstituição é também computado e é disponível como dado de saída [33].

## 4.4 Modelos Constitutivos

O material dos modelos emprega uma formulação incremental da teoria da plasticidade com pequenas deformações. A relação tensão-deformação à tração uniaxial segue a seguinte relação de potência,

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad \epsilon \leq \epsilon_0; \quad \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad \text{para } \epsilon > \epsilon_0 \quad (4.1)$$

onde  $\sigma_0$  e  $\epsilon_0$  são a tensão e deformação de referência (escoamento) respectivamente; e  $n$  representa o encruamento do material.

Nas análises de elementos finitos realizadas foi considerada uma ampla gama de materiais comumente utilizados em dutos e vasos de pressão:  $n=5$  ( $E/\sigma_0=800$ ),  $n=10$  ( $E/\sigma_0=500$ ),  $n=20$  ( $E/\sigma_0=300$ ) sendo o módulo de elasticidade  $E=206000$  MPa e o coeficiente de Poisson  $\nu=0.3$ , ver Fig.4.6. Vale lembrar que estes valores tipificam o comportamento elasto-plástico de aços estruturais.

## 4.5 Obtenção das Curvas $J$ - $Q$

Com o propósito de quantificar o nível de restrição ou triaxialidade na ponta da trinca, O'Dowd e Shih introduziram um campo de tensão referência associado a uma trinca longa num corpo infinito, ou seja, um corpo onde todas as dimensões relevantes são muito maiores que a zona plástica; e  $Q$  quantifica a diminuição da tensão hidrostática na ponta

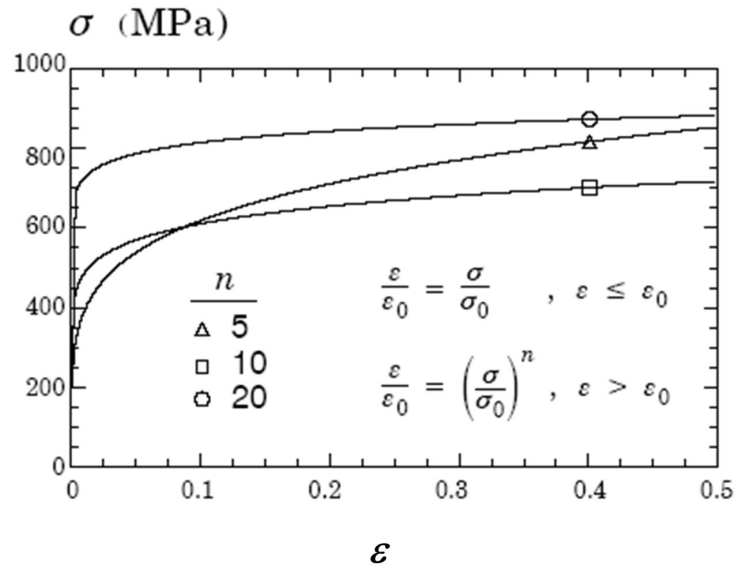


Figura 4.6: Curvas tensão-deformação verdadeira dos diferentes materiais considerados

da trinca relativa a este estado de tensão de referência de alta triaxialidade. Um conjunto de curvas de campo  $Q$  é representada na Fig. 4.7 [5].

A região à frente da trinca,  $|\theta| \leq \pi/4$ , engloba a zona de processo de fratura. Considerando que a tensão de abertura diretamente à frente da trinca é a tensão principal e a maior componente da tensão hidrostática, a definição de  $Q$  é dada pela equação 3.10.

Por definição, O'Dowd e Shih definiram  $Q$  em  $\theta = 0$  e  $r/J\sigma_0 = 2$  o qual se situa além da zona de deslocamentos finitos. Deve-se notar entretanto, ver Fig. 4.7 [5], que dentro dos limites do setor  $\theta < \pi/2$  e  $J/\sigma_0 \leq r \leq 5J/\sigma_0$ ,  $Q$  é efetivamente independente da distância. Entretanto o trabalho de Cravero [35] denotou variações do parâmetro  $Q$  em relação à distância adimensional, principalmente em geometrias com trincas profundas. Isto evidencia uma limitação da metodologia  $J - Q$ , a qual sugere a sua reduzida aplicabilidade para geometrias as quais as tensões geradas pela flexão aplicada no espécime atuante na frente da trinca seja significativa.

Para automatizar a obtenção das curvas  $J$ - $Q$  foi utilizado o código JQCRACK [36] que processa as tensões obtidas dos modelos numéricos, resolve a Eq.(3.10) para cada estágio de carregamento e salva em um arquivo de texto os valores computados de  $J$  e  $Q$ .

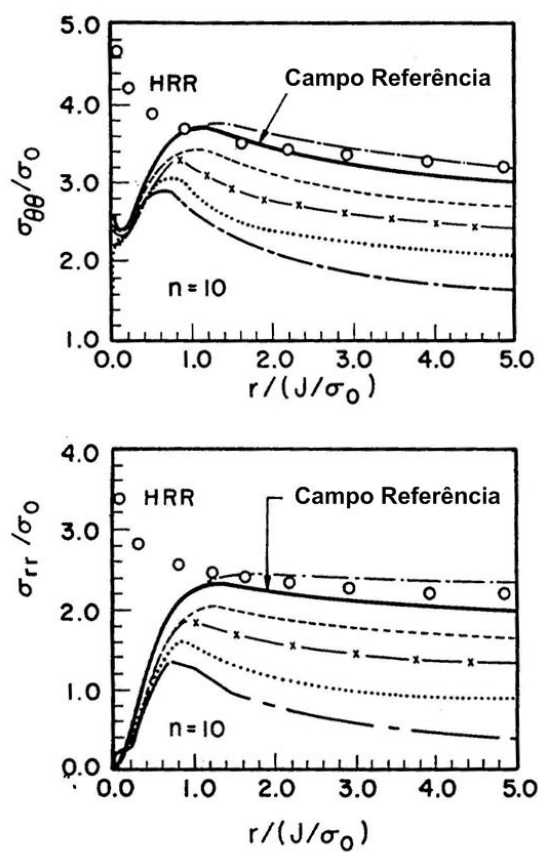


Figura 4.7: Distribuição de tensões na região da ponta da trinca para diferentes níveis de carregamento e comparadas com a solução referência para material  $n=10$ ,  $E/\sigma_0=500$  [5]

## Efeitos 3D nas Curvas $J$ - $Q$ para Espécimes Trincados

### 5.1 Pré-validação dos Modelos em Elementos Finitos

Depois de construído o modelo em elementos finitos no *software* de modelagem e visualização MSC.Patran [30] e transcrito todo o arquivo de entrada para a realização da análise utilizando o *software* WARP3D [32], o modelo é submetido a uma análise linear elástica prévia para verificar se o valores calculados de  $J$  são equivalentes aos valores de  $K_I$  obtidos através da equação, ver Eq.(2.26):

$$J = \mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E} \quad (5.1)$$

Para estado plano de deformação,  $E$  deve ser substituído por  $E/(1 - \nu^2)$ . Evitando-se escrever diferentes expressões para estado plano de tensões e deformações, a seguinte notação é adotada:

$$E' = E \quad \text{para estado plano de tensão} \quad (5.2)$$

$$E' = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad \text{para estado plano de deformação} \quad (5.3)$$

Portanto a relação entre os estados plano de tensão e deformação é:

$$J = \mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E'} \quad (5.4)$$

A partir dos dados de saída do programa de análise WARP 3D, os modelos são avaliados comparando-se seus resultados com a solução analítica. Para tanto, foram aprovados os modelos com variações máximas de 6%.

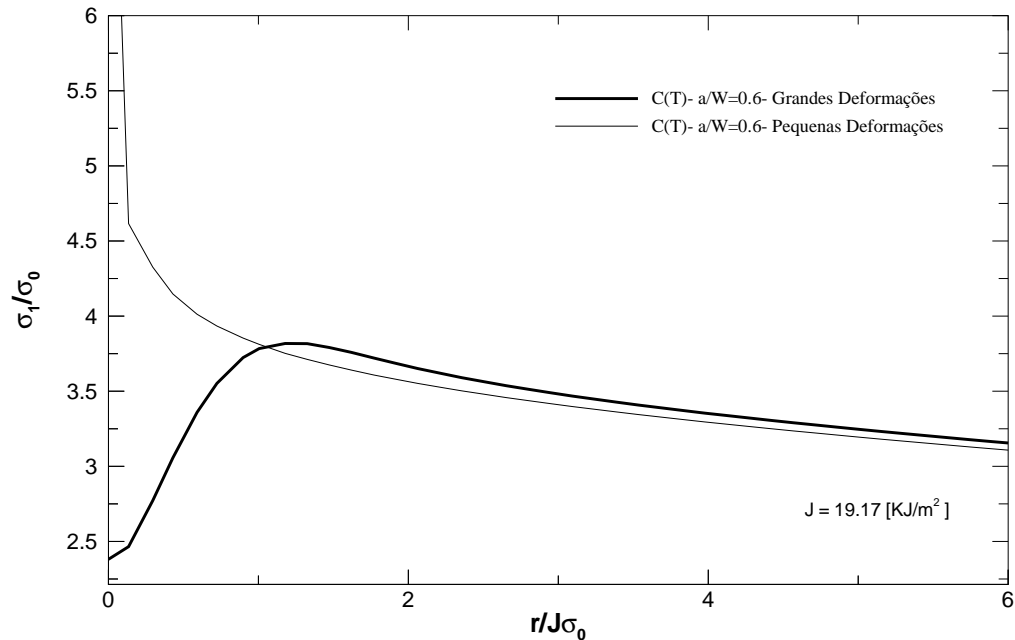


Figura 5.1: Comparação da máxima tensão principal para o mesmo carregamento aplicado em um espécime C(T) a/W=0.6 de material  $n=10$   $E/\sigma_0=500$

## 5.2 Grandes Deformações e Seus Efeitos na Distribuição de Tensão

O levantamento da curva  $J$ - $Q$  não deve ser afetado pela escolha do tipo de campo referência se a definição de  $Q$  for aplicada consistentemente. Em outras palavras, o cálculo e organização dos valores de  $Q$ , o levantamento das curvas  $J$ - $Q$  e seu subsequente uso para prever fraturas críticas em componentes estruturais devem ser baseadas no mesmo campo de referência.

Os campos de referência analisados utilizando a teoria de pequenas deformações se mostraram mais adequados para os tipos de análises descritos neste trabalho. A teoria de grandes deformações, apesar de descrever com maior precisão o campo de tensão na ponta da trinca, inviabiliza o estudo para maiores carregamentos pois apresenta problemas de convergência numérica [37].

Conforme Fig. 5.1, o cálculo de  $Q$  segundo a Eq.(3.10) terá diferenças insignificantes qualquer que seja o método de análise utilizado. Portanto, as análises apresentadas neste



trabalho utilizam teoria de pequenas deformações por sua maior praticidade e mais fácil convergência.

### 5.3 Curvas $J$ - $Q$ para Espécimes C(T) e SE(B) com Trinca Profunda

Para ilustrar a forte interação dos efeitos dos campos de tensão no plano da trinca e por toda a espessura do espécime (os quais não são capturados em análises de estado plano de deformação), são apresentadas curvas  $J$ - $Q$  derivadas de análises 3D de espécimes trincados C(T) com  $a/W=0.6$  e SE(B) com  $a/W=0.5$  de espessura  $B=1'=25.4$  mm e  $B=0.5'=12.7$  mm e de materiais:  $n=5$  ( $E/\sigma_0=800$ ),  $n=10$  ( $E/\sigma_0=500$ ),  $n=20$  ( $E/\sigma_0=300$ ). Vale notar que  $Q$  é calculado pela Eq. (3.10) definido a uma distância à frente da ponta da trinca dada por  $r = 2J/\sigma_0$  e  $J$  sendo normalizado por  $b\sigma_0$  com  $b$  denotando o ligamento remanescente  $W - a$  e plotados da forma  $(J/b\sigma_0)$  vs.  $(-Q)$  para manter escalas positivas [35]. O código JQCRACK [36] foi utilizado para computar as curvas  $J$ - $Q$  para cada espécime.

Para os espécimes C(T) das Figs. 5.2– 5.7, os valores de  $Q$  são positivos para baixos carregamentos (correspondendo a tensão elástica  $T$  positiva para esta geometria [38]) exceto perto da superfície do espécime. Fora da camada central do espécime, condições SSY ( $Q \geq 0$ ) existem estritamente para níveis baixos de deformação. Entretanto, para maiores carregamentos, o parâmetro hidrostático  $Q$  gradualmente muda para valores negativos o que sinaliza a perda de restrição na ponta da trinca para valores de  $J$  maiores. Em contraste, perto da superfície exterior, o espécime revela larga negatividade para os valores de  $Q$  quase que imediatamente após o carregamento, o que está intimamente associado com a redução substancial da tensão de abertura até mesmo nos primórdios do carregamento (transição de um estado plano de deformação no centro do espécime para um estado plano de tensão na superfície exterior do espécime).

As Figs. 5.2–5.7 também incluem curvas 2D em estado plano de deformação conduzidas anteriormente por Cravero e Ruggieri [39] que facilitam comparações entre análises. De certo modo, para espécimes com espessura  $B=1'$ , a diferença entre as curvas de estado plano de deformação (2D) e a curva da camada central (3D) são essencialmente similares ao longo do carregamento. Para espécime com  $B=0.5'$ , esta similaridade só é notada em baixos carregamentos. Como previsto anteriormente, as diferenças entre as camadas

das curvas 3D fora do centro do espécime e a curva 2D são significativas para todas as análises.

Para os espécimes SE(B) de trinca profunda das Figs. 5.8– 5.13, os valores de  $Q$  são positivos em baixos carregamentos (correspondem a tensão elástica  $T$  positiva para esta geometria), exceto para valores próximos a superfície exterior. Ao longo da porção central da espessura do espécime, condições SSY existem estritamente para valores de  $J/b\sigma_0 \leq 0.015$  para espécimes de espessura  $B=0.5''$  e  $J/b\sigma_0 \leq 0.025$  para espécimes de espessura  $B=1''$

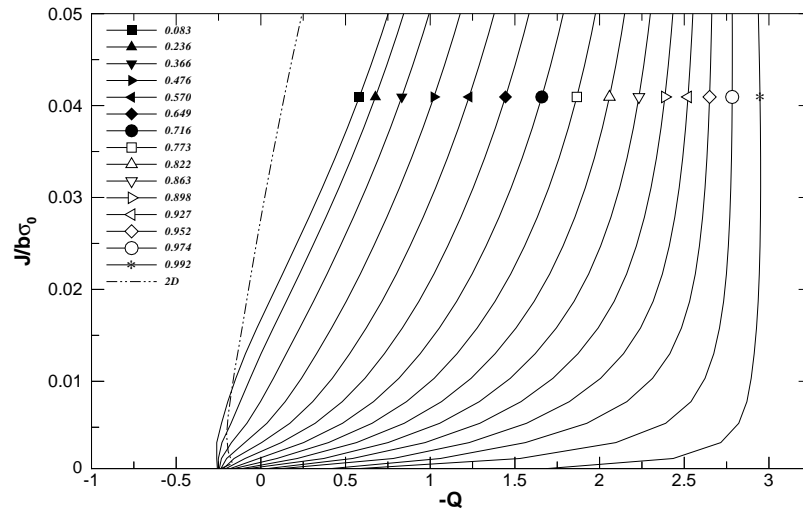


Figura 5.2: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime C(T)  $a/W=0.6$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

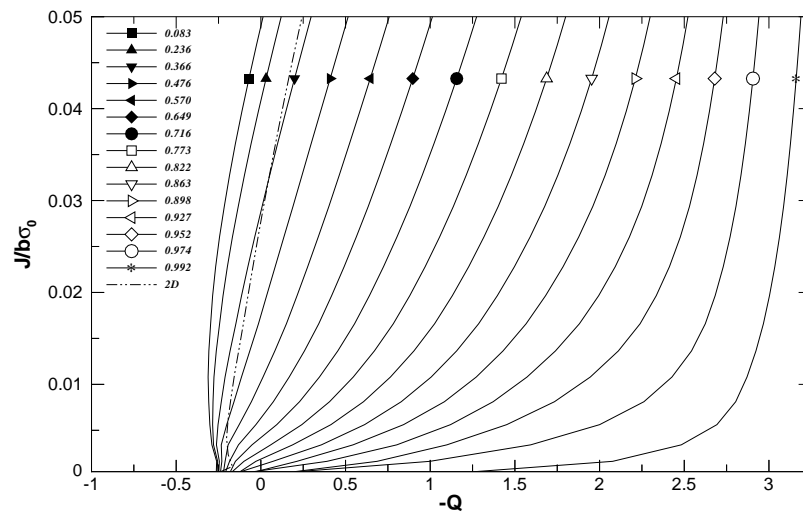


Figura 5.3: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime C(T)  $a/W=0.6$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

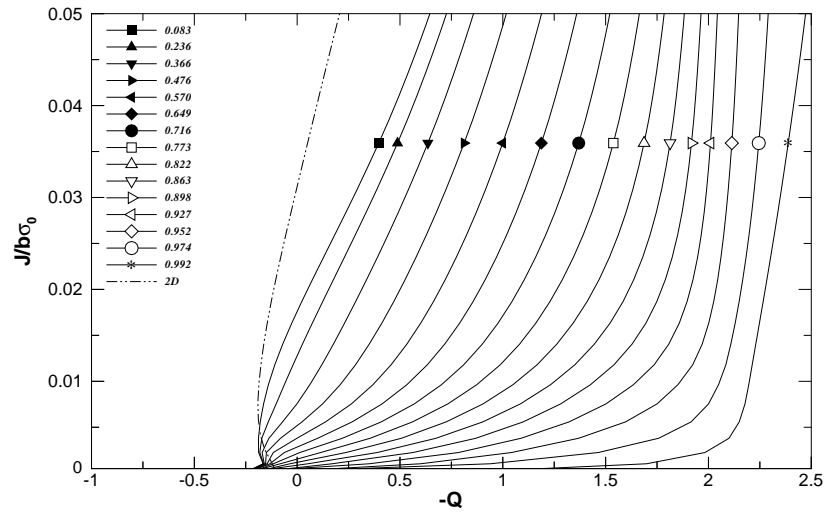


Figura 5.4: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime C(T)  $a/W=0.6$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

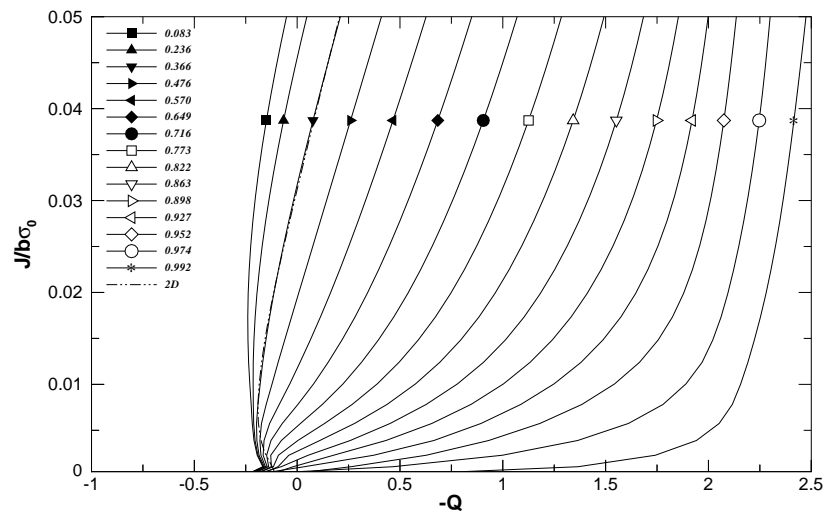


Figura 5.5: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime C(T)  $a/W=0.6$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

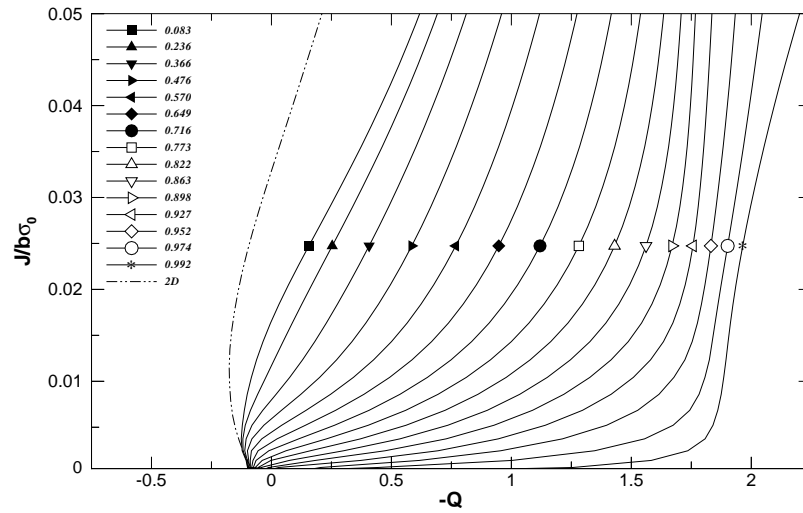


Figura 5.6: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime C(T)  $a/W=0.6$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

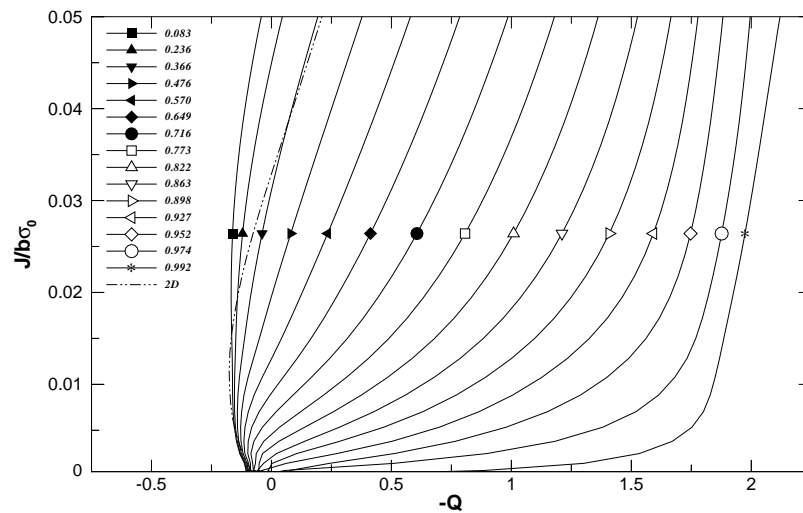


Figura 5.7: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime C(T)  $a/W=0.6$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

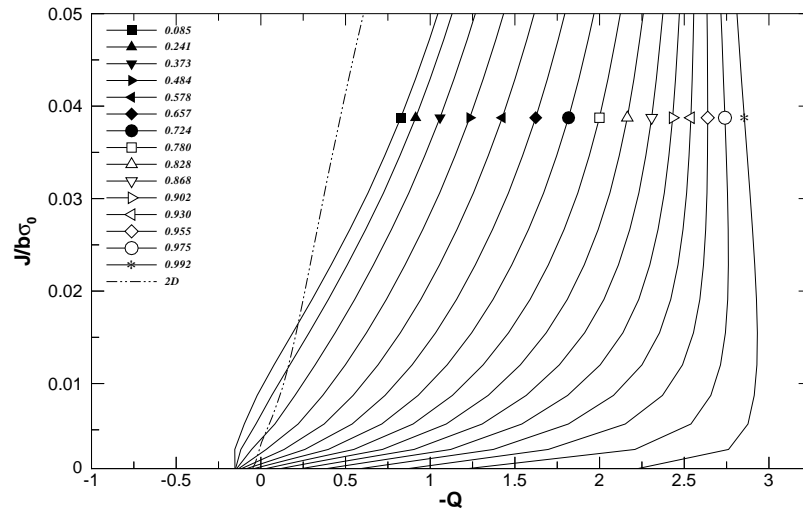


Figura 5.8: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.5$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

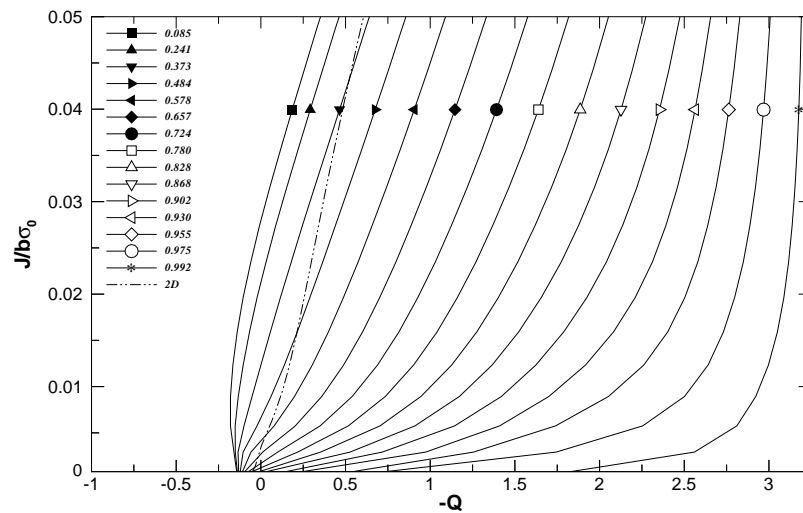


Figura 5.9: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.5$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

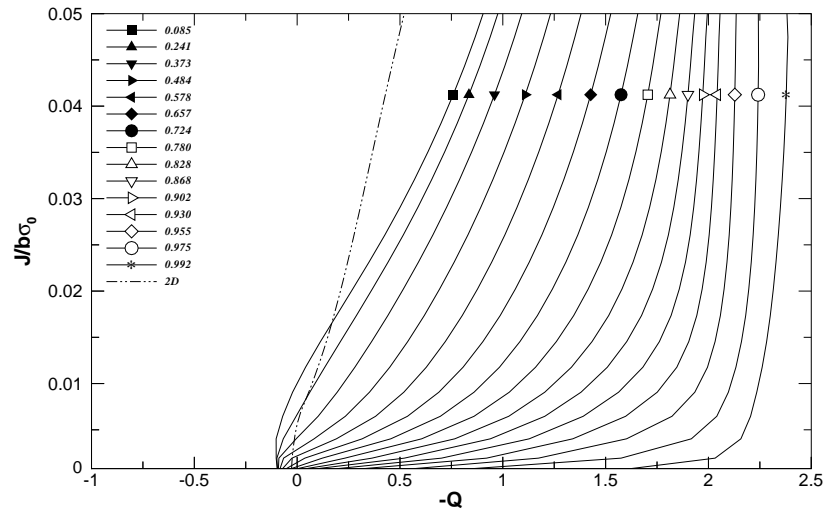


Figura 5.10: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.5$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

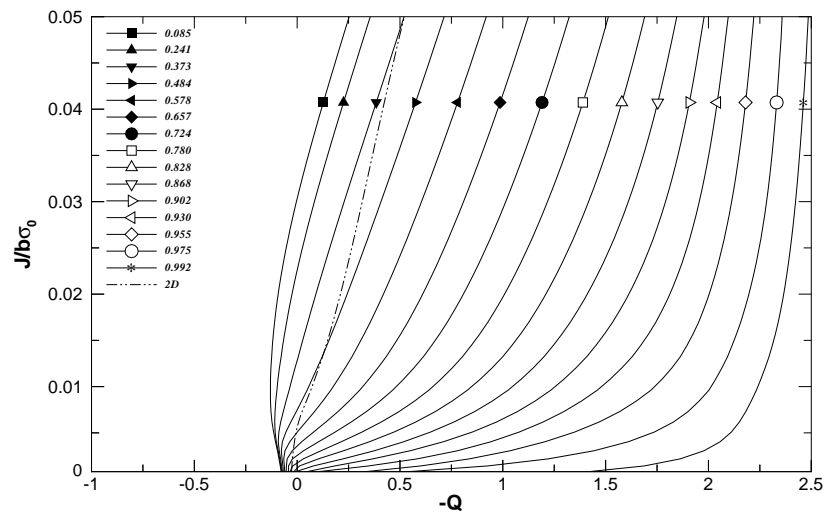


Figura 5.11: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.5$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

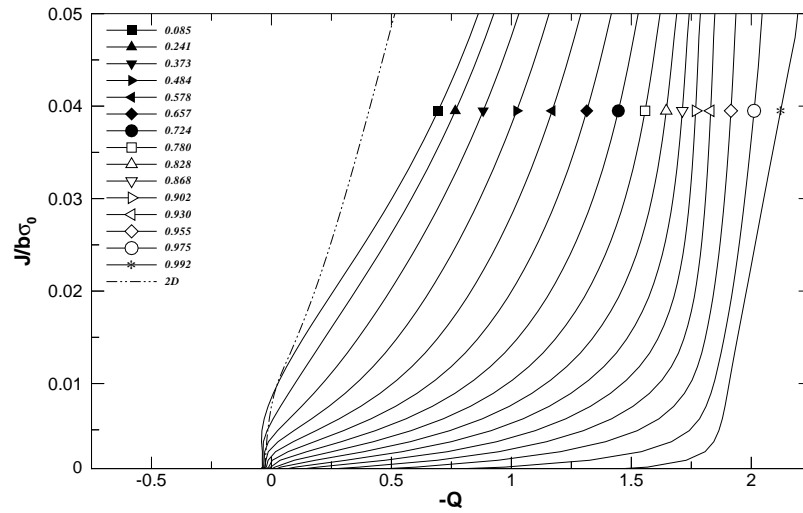


Figura 5.12: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.5$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

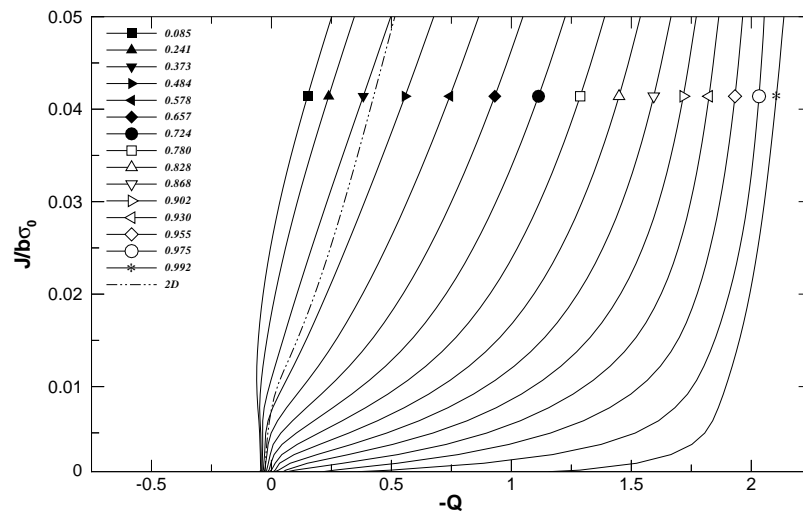


Figura 5.13: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.5$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.



## 5.4 Curvas $J$ - $Q$ para Espécimes SE(B) com Trinca Rasa

Igualmente à seção anterior, são apresentados curvas  $J$ - $Q$  derivadas de análises 3D de espécimes trincados SE(B) com  $a/W=0.1$  de espessura,  $B=1'=25.4$  mm e  $B=0.5'=12.7$  mm e de materiais:  $n=5$  ( $E/\sigma_0=800$ ),  $n=10$  ( $E/\sigma_0=500$ ) e  $n=20$  ( $E/\sigma_0=300$ ). Vale notar que  $Q$  é calculado pela Eq. (3.10), para maiores detalhes ver seção 5.3. O código JQCRACK [36] foi utilizado para computar as curvas  $J$ - $Q$  para cada espécime.

Como pode-se observar nas Figs. 5.14–5.19 as curvas dos espécimes SE(B) com trinca rasa apresentam perdas severas de restrição com o aumento de carregamento para as camadas mais próximas do centro do espécime. Já as camadas localizadas perto da superfície apresentam recuperação na restrição para valores de carregamento  $J/b\sigma_0 > 0.02$  (ver seção 5.6), e que são mais pronunciados em espécimes de  $B=0.5'$ . Para valores mais altos de carregamento, os espécime SE(B) com trinca rasa apresentam curvas  $J$ - $Q$  localizadas numa faixa relativamente pequena de baixa restrição.

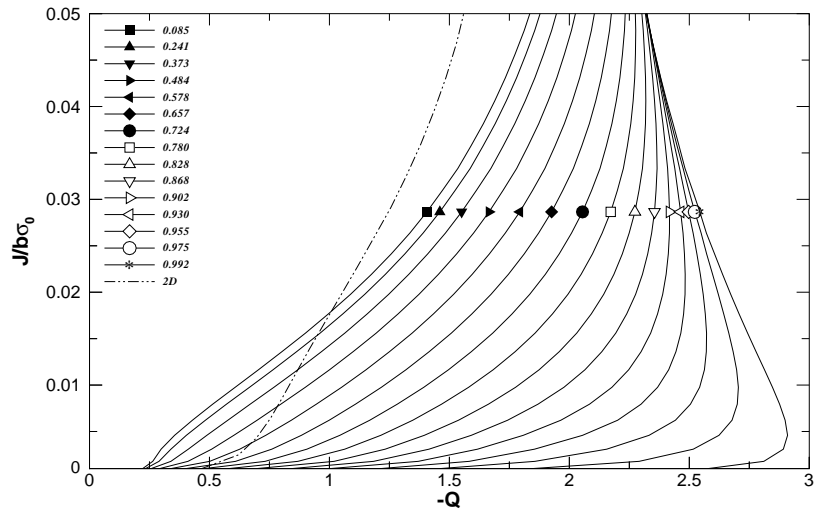


Figura 5.14: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.1$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

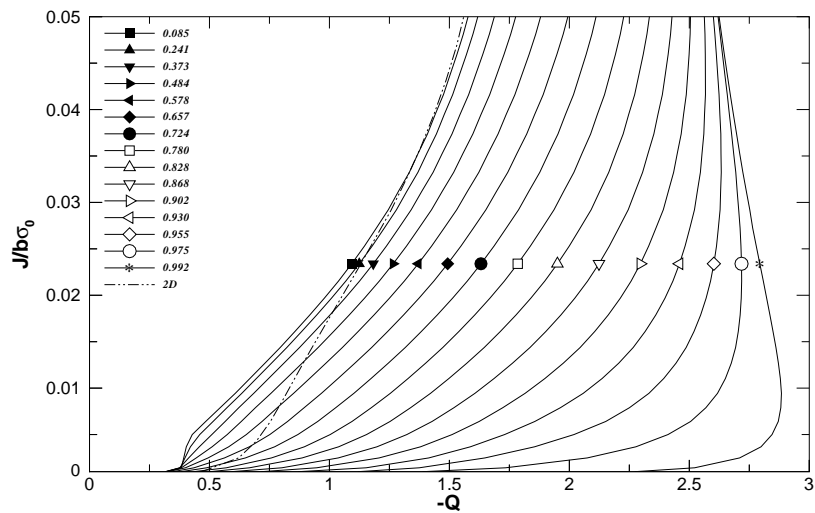


Figura 5.15: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.1$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

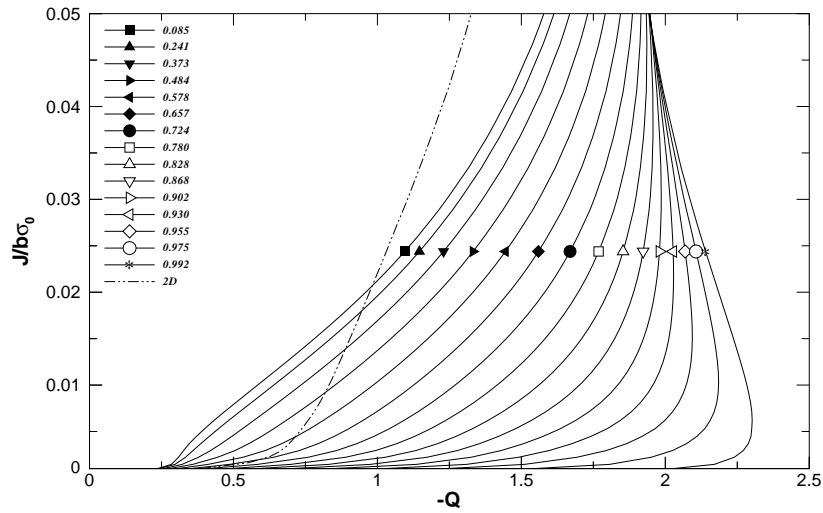


Figura 5.16: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.1$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

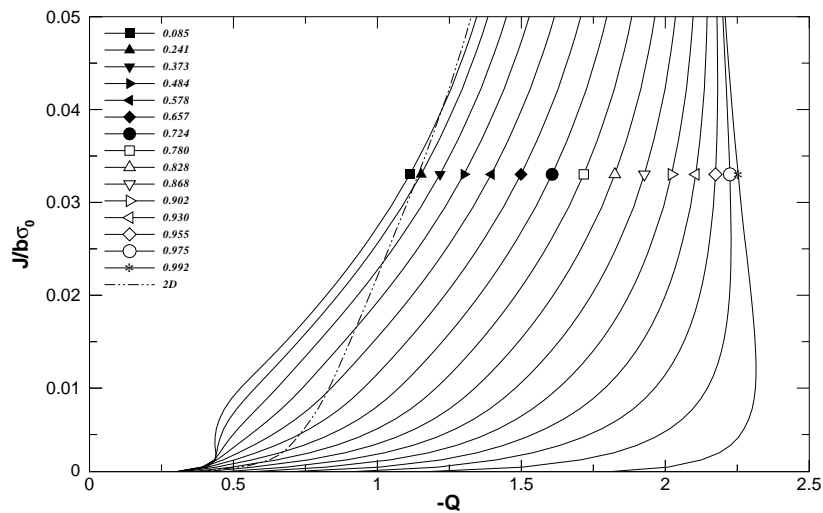


Figura 5.17: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.1$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

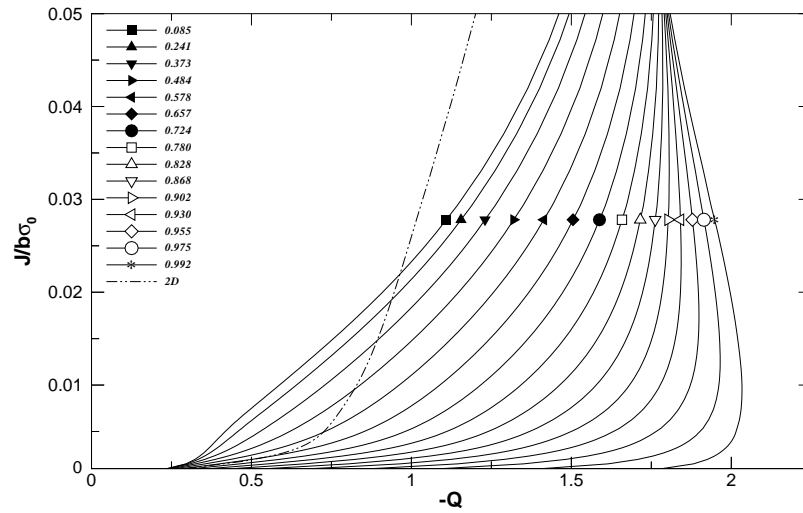


Figura 5.18: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.1$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

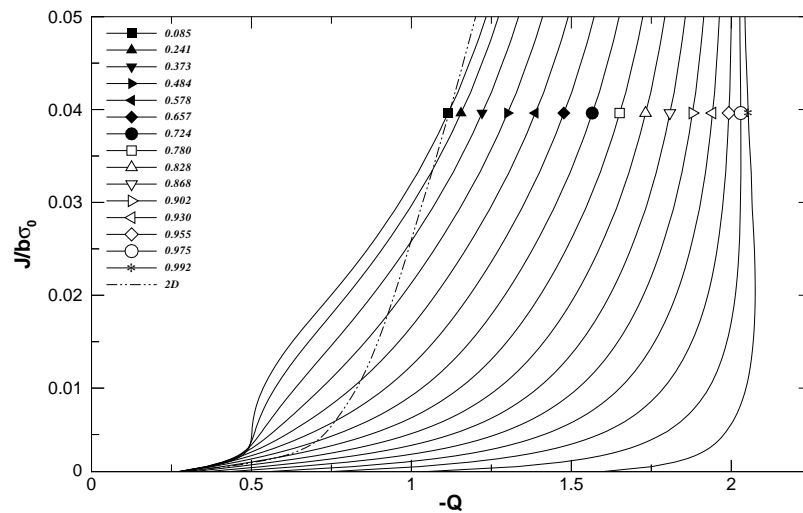


Figura 5.19: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(B)  $a/W=0.1$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

## 5.5 Curvas $J$ - $Q$ para Espécimes SE(T) Fixados por Pino

Para ilustrar a forte interação dos efeitos dos campos de tensão no plano da trinca e por toda a espessura do espécime (os quais não são capturados em análises de estado plano de deformação), são apresentadas curvas  $J$ - $Q$  derivadas de análises 3D de espécimes trincados SE(T) com  $a/W=0.1$  e  $a/W=0.5$  de espessura  $B=1'=25.4$  mm e  $B=0.5'=12.7$  mm e de materiais:  $n=5$  ( $E/\sigma_0=800$ ),  $n=10$  ( $E/\sigma_0=500$ ),  $n=20$  ( $E/\sigma_0=300$ ). Vale lembrar que  $Q$  é calculado pela Eq. 3.10 para maiores detalhes ver seção 5.3. O código JQCRACK [36] foi utilizado para computar as curvas  $J$ - $Q$  para cada espécime.

Nos espécimes de trinca rasa  $a/W=0.1$  (Figs. 5.20–5.21, 5.24–5.25, 5.28–5.29), observa-se o mesmo tipo de comportamento ocorrido nos espécimes SE(B) de mesma razão de trinca  $a/W=0.1$ : perdas severas de restrição com o aumento de carregamento para as camadas mais próximas do centro do espécime e aumento na restrição para valores de carregamento superiores a  $J/b\sigma_0 > 0.01$ , com as curvas convergindo em uma faixa relativamente pequena de baixa restrição (ver seção 5.6).

Para os espécimes de trinca profunda  $a/W=0.5$  (Figs. 5.22–5.23, 5.26–5.27 e 5.30–5.31), a perda de restrição das camadas mais centrais são menos pronunciadas que os valores apresentados pelos espécimes de trinca  $a/W=0.1$ , apesar dos valores reais permanecerem baixos. Houve também grande dependência em relação a espessura do espécime para as curvas das camadas centrais, apresentando-se bem distintas entre os espécimes de diferentes espessuras,  $B=1'=25.4$  mm e  $B=0.5'=12.7$  mm. Já para as camadas exteriores, houve poucas diferenças com maior perda de restrição para espécimes de espessuras maiores,  $B=1'=25.4$  mm.

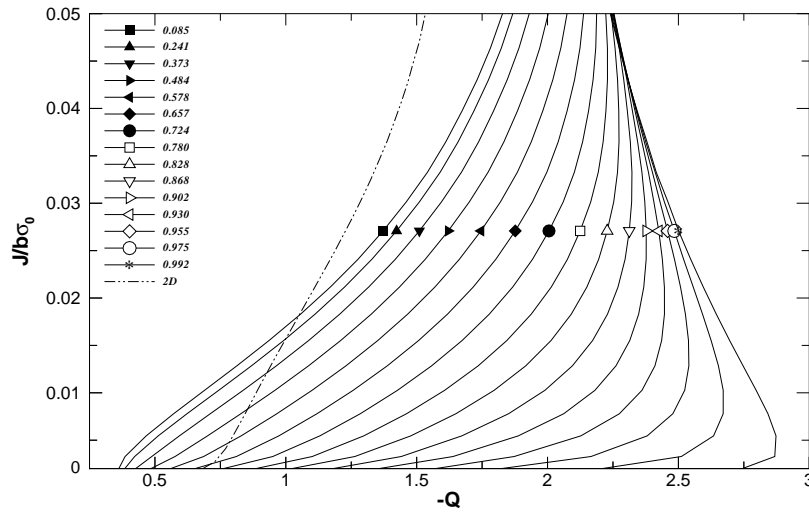


Figura 5.20: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.1$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

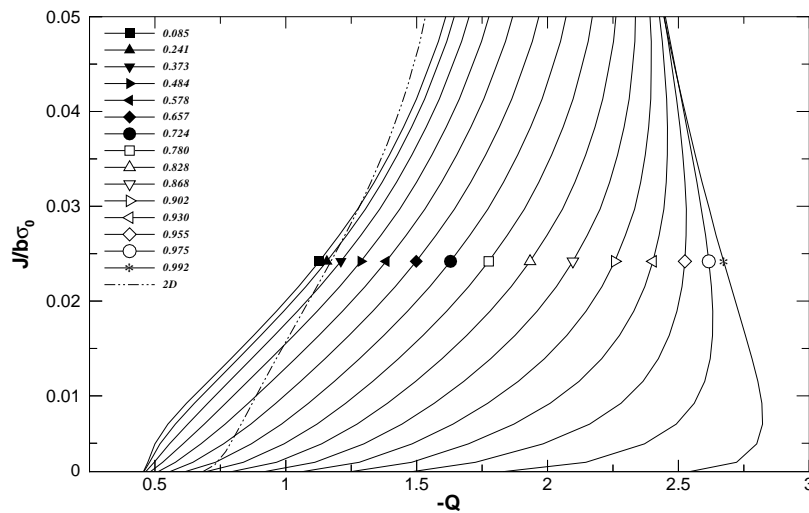


Figura 5.21: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.1$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

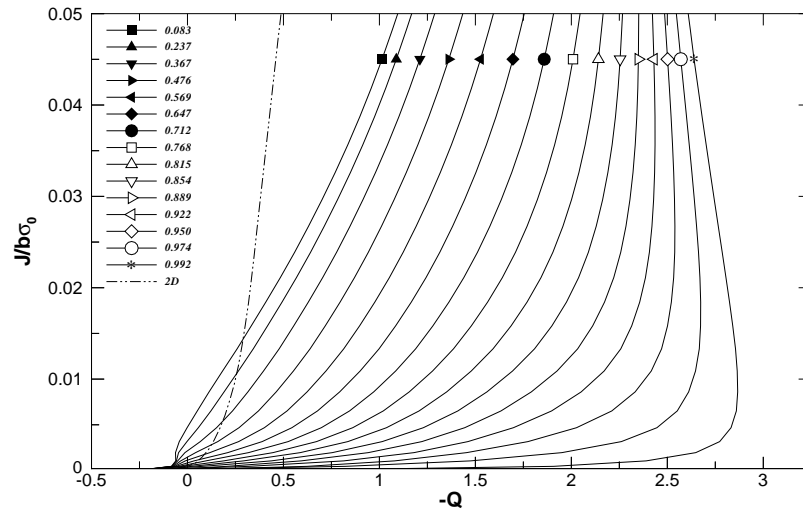


Figura 5.22: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.5$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

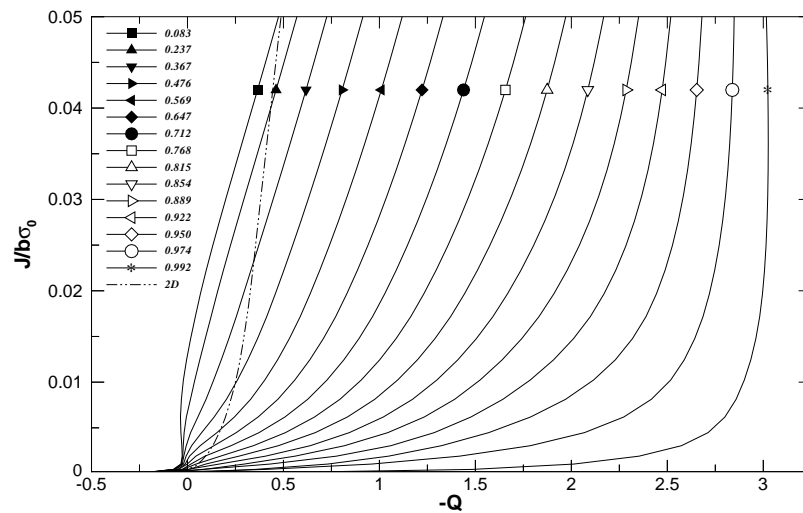


Figura 5.23: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.5$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=5$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

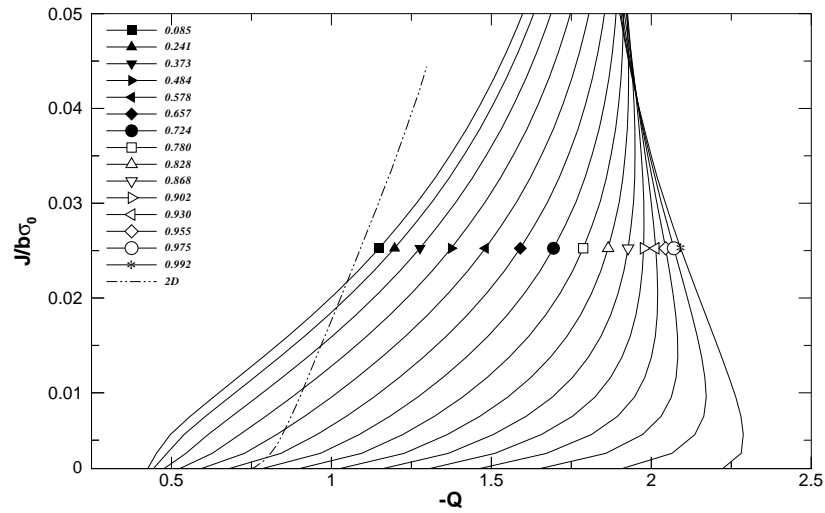


Figura 5.24: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T)<sub>P</sub> de razão  $a/W=0.1$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

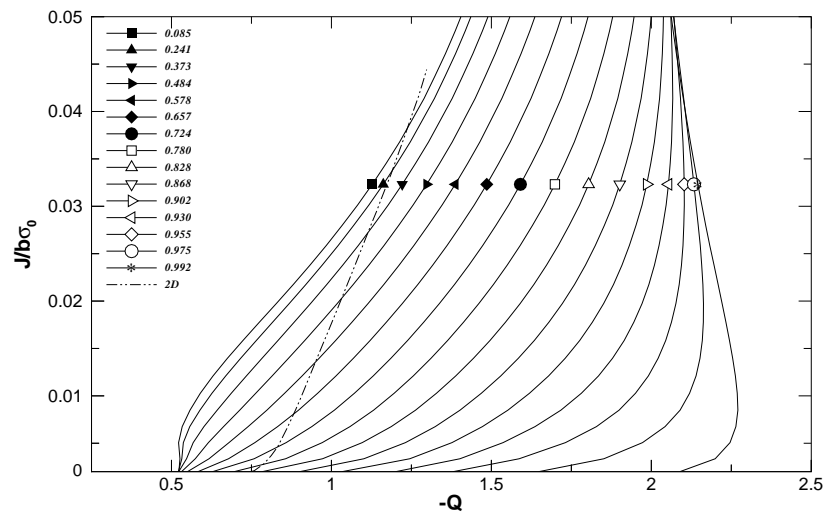


Figura 5.25: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T)<sub>P</sub> de razão  $a/W=0.1$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.



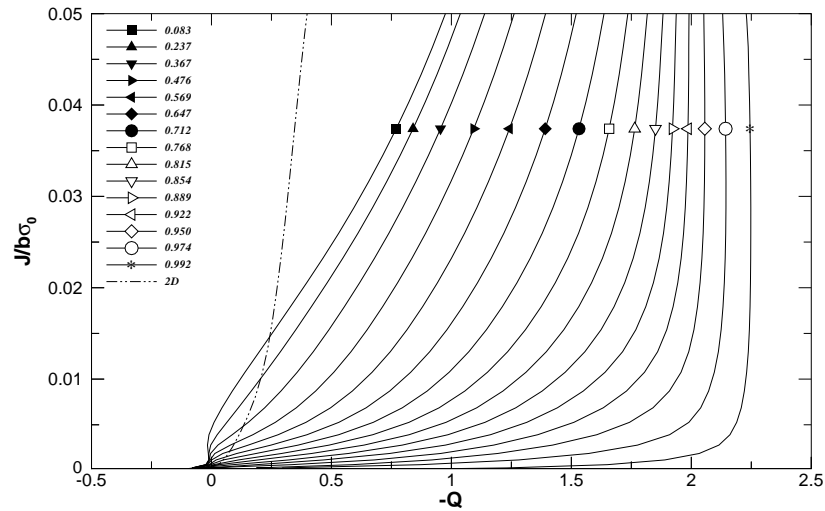


Figura 5.26: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.5$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

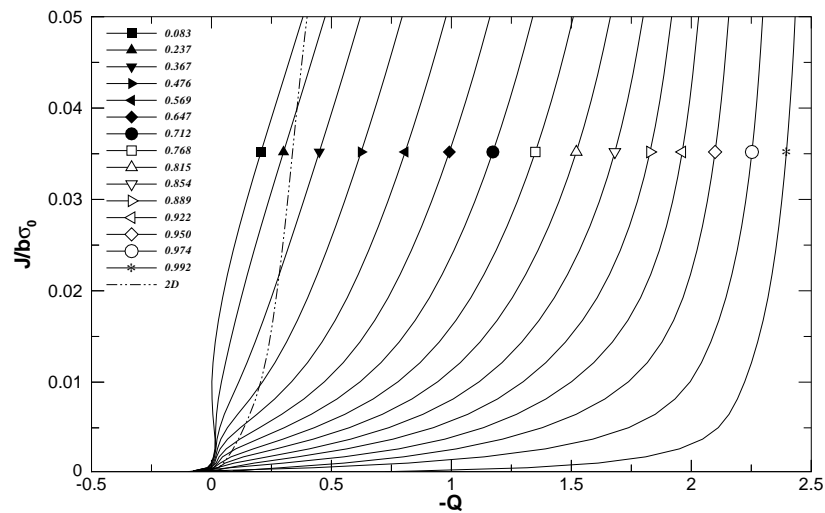


Figura 5.27: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.5$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=10$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

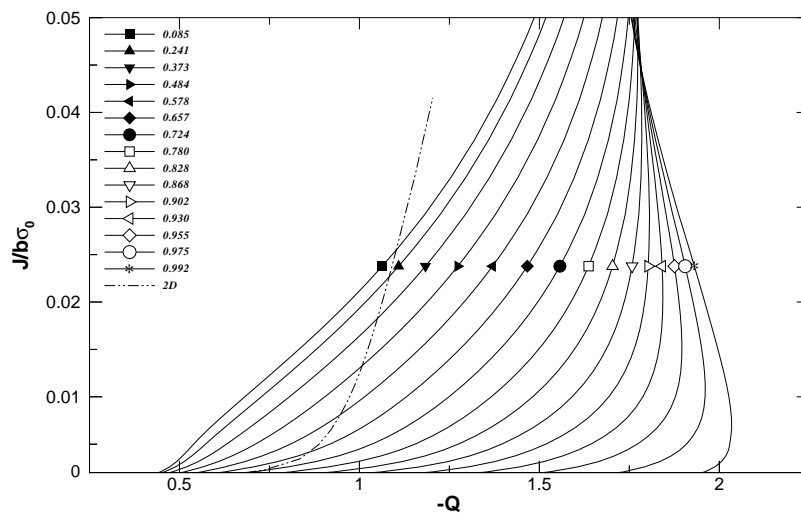


Figura 5.28: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.1$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

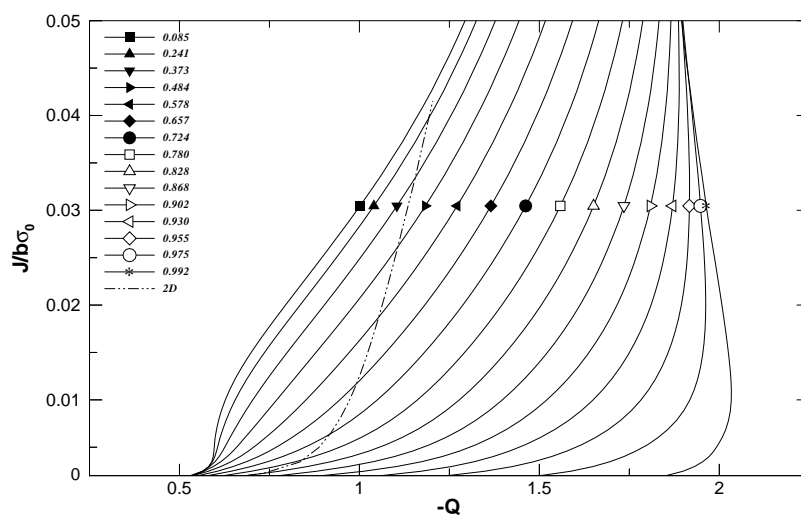


Figura 5.29: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.1$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

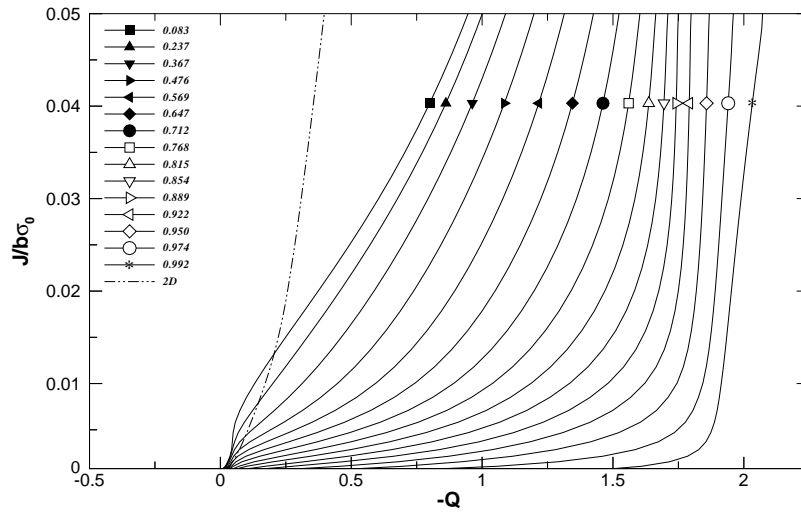


Figura 5.30: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.5$ , espessura  $B=0.5$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

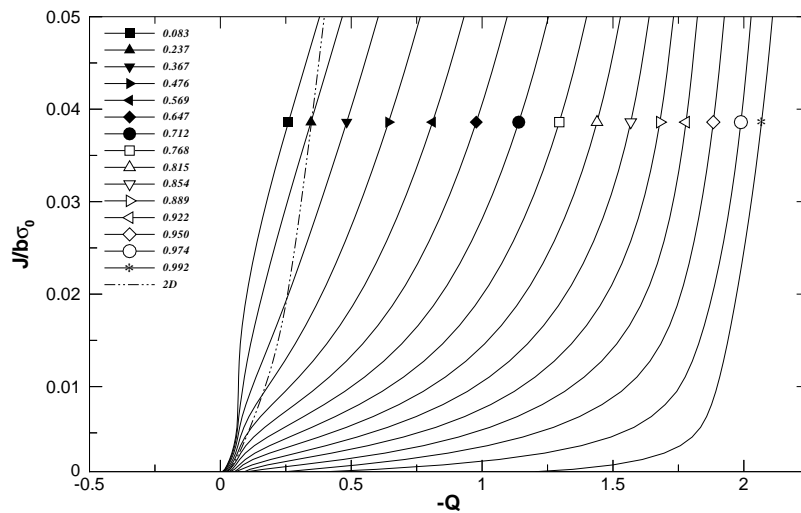


Figura 5.31: Curvas  $J$ - $Q$  para espécime SE(T) $_P$  de razão  $a/W=0.5$ , espessura  $B=1$  polegada e  $n=20$  para cada camada de posição média  $z/(B/2)$  e para modelo em estado plano de deformação.

## 5.6 Recuperação de Restrição das Camadas Exteriores nos Espécimes de Trinca Rasa

É notável a recuperação dos níveis de restrição das camadas exteriores dos espécimes de trinca rasa analisados (SE(B) e SE(T) fixado por pino com razão  $a/W=0.1$  e espessura  $B=1$  polegada). Investigando a Fig. 5.32, nota-se uma região de mais baixa tensão próxima à superfície livre. Esta tendência torna-se mais clara quando se analisa as Fig. 5.33 e 5.34 que demonstram as tensões de abertura ( $\sigma_{yy}$ ) na distância normalizada  $r = 2J/\sigma_0$  de espécimes SE(T) fixados por pino com diferentes razões  $a/W$ . Pode-se notar um aumento da tensão das camadas mais exteriores com o aumento do carregamento, denotado pelo “cotovelo” mais pronunciado da curva  $J/b\sigma_0=0.7$  na Fig. 5.33.

Trabalho anteriores [40, 41] reportam uma distribuição similar em espécies com razão de aspecto menor, que é atribuída aos efeitos do aparecimento de duas curvaturas diferentes através das direções longitudinal e transversal quando aplicado um momento ao longo dos lados da placa, Fig.5.35. Este comportamento também é conhecido como *anticlastic bending*.

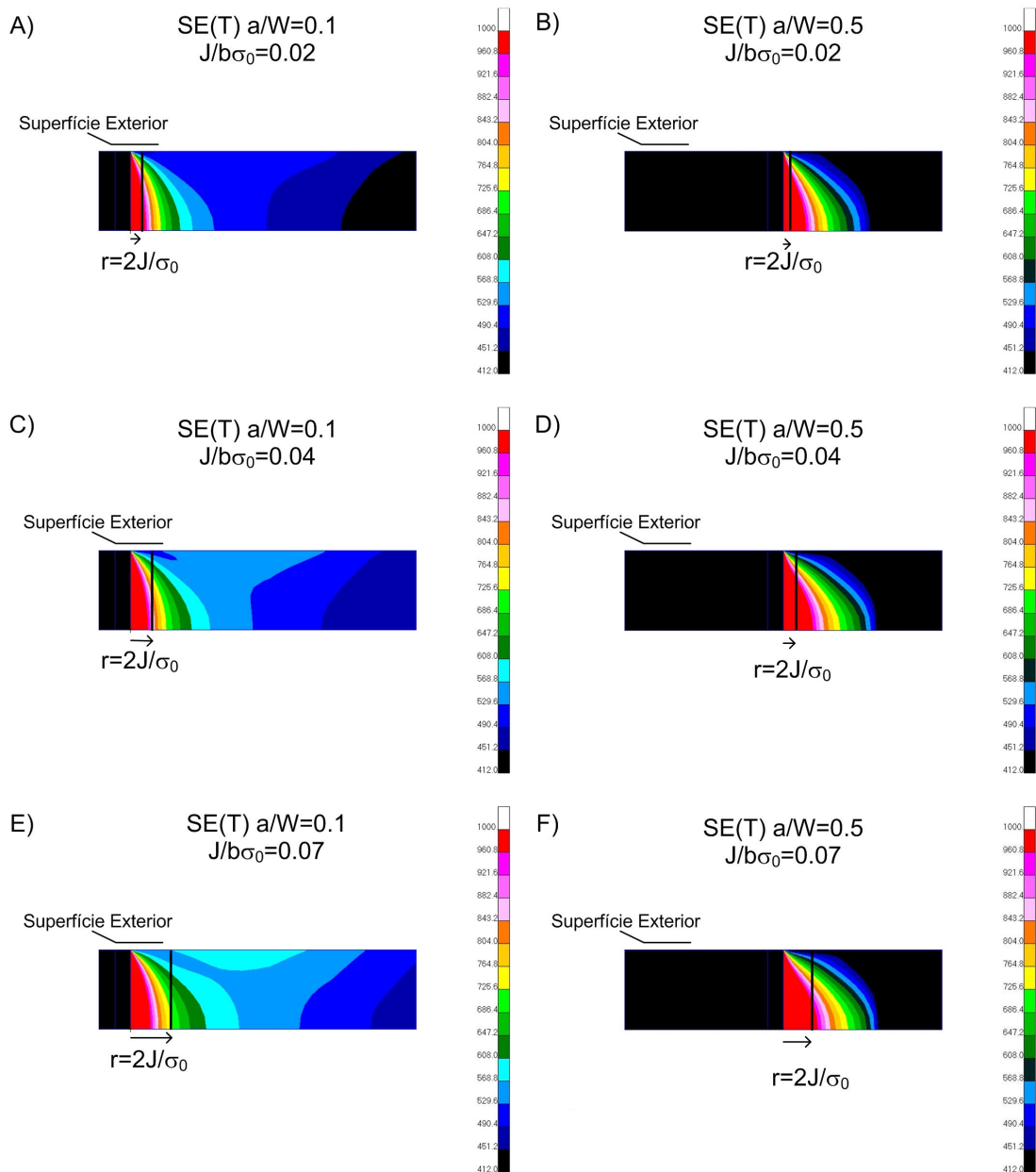


Figura 5.32: Comparação da tensão de abertura  $\sigma_{yy}$  em MPa dos espécimes SE(T)<sub>P</sub> de trinca rasa e profunda de material  $n=10$  para vários níveis de  $J/b\sigma_0$ : (a) e (b)  $J/b\sigma_0=0.02$ , (c) e (d)  $J/b\sigma_0=0.04$ , (e) e (f)  $J/b\sigma_0=0.07$

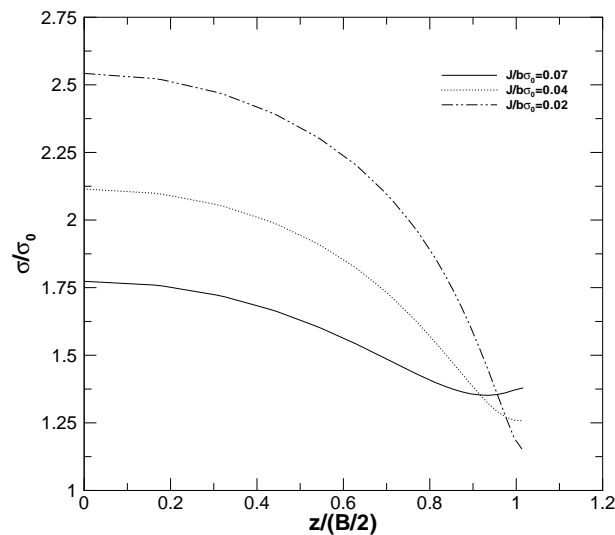


Figura 5.33: Tensão de abertura  $\sigma_{yy}$  no espécimes SE(T)<sub>P</sub> de  $a/W=0.1$ , espessura  $B=1$  polegada e material  $n=10$ , para vários níveis de  $J/b\sigma_0$  para a distância normalizada  $r = 2J/\sigma_0$

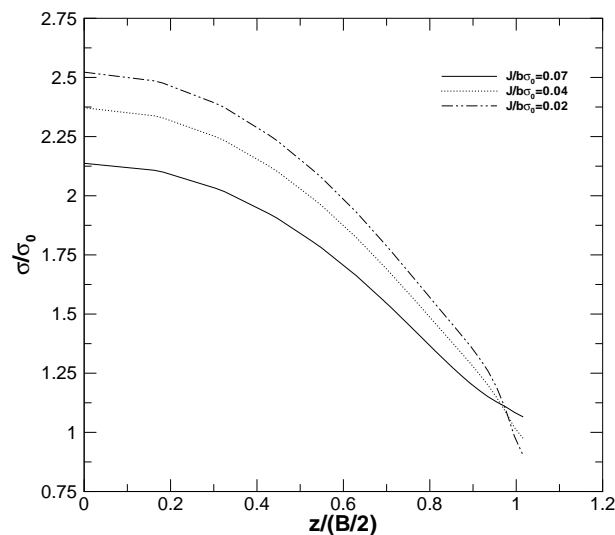


Figura 5.34: Tensão de abertura  $\sigma_{yy}$  no espécimes SE(T)<sub>P</sub> de  $a/W=0.5$ , espessura  $B=1$  polegada e material  $n=10$ , para vários níveis de  $J/b\sigma_0$  para a distância normalizada  $r = 2J/\sigma_0$

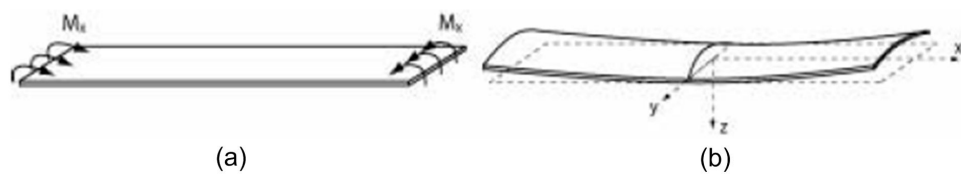


Figura 5.35: Comportamento de uma placa com curvaturas opostas– *anticlastic bending*. (a) momento puro aplicado nos lados da placa e (b) diferentes curvaturas nas direções transversal e longitudinal da placa.

## Ampliação das Análises para Espécimes SE(T)

### 6.1 Trajetórias $J$ - $Q$ para Espécimes SE(T) com Fixação por Pino e por Garra

Note que  $Q$  é calculado pela equação 3.10 definido a uma distância a frente da ponta da trinca dada por  $r = 2J/\sigma_0$  e  $J$  sendo normalizado por  $b\sigma_0$  com  $b$  denotando o ligamento remanescente  $W - a$  e plotados da forma  $(J/b\sigma_0)$  vs.  $(-Q)$  para manter escalas positivas. O código JQCRACK [36] foi utilizado para computar as curvas  $J$ - $Q$  para cada espécime.

Baseando-se no artigo de Cravero e Ruggieri [39] onde SE(T)s com relação  $H/W=2$  comportam-se essencialmente como espécimes C(T)s de trinca profunda, decidiu-se portanto que este trabalho somente incluiria SE(T) com razões  $H/W$  de 4, 6 e 10.

Com o intuito de facilitar a correlação dos valores de resistência à fratura entre espécimes tridimensionais e dutos trincados, definições alternativas do parâmetro hidrostático  $Q$  serão utilizadas neste trabalho: a definição introduzida por Shih et al. [4], sendo  $Q$  o valor medido a cada ponto da frente de trinca, representado por  $Q_s$ ; e  $Q_m$  que é definido como o parâmetro  $Q$  da camada central, que tem a maior influência em todo o processo de fratura frágil.

Entretanto, a preferência pelo parâmetro  $Q_s$  pode ser baseada em argumentos fenomenológicos. É plausível assumir que o comprimento de frente,  $\Delta_s$ , deve corresponder a uma dimensão microestrutural significativa tal como o tamanho da zona de processo



de fratura à frente da trinca. Obviamente, o tamanho da frente de trinca,  $\Delta s$ , depende das características microestruturais do material e dos níveis de tensão ao redor da ponta da trinca. Ao contrário, utilizando apenas o parâmetro  $Q_m$  como parâmetro de restrição implica restringir a zona de processo de fratura somente à região central (o que não é uma suposição irrealista para configurações com altas restrições). Enquanto considera-se a correta especificação de  $\Delta s$  uma questão em aberto, este trabalho adotou  $Q_s$  como um parâmetro mais conveniente de medida da restrição tridimensional e  $\Delta s$  como o comprimento de trinca total (isto é,  $\Delta s = B$ ).

O efeito da razão  $H/W$  nas trajetórias  $J$ - $Q$  dos espécimes SE(T) com diferentes  $a/W$ ,  $n=10$  e condições de carregamento (carregamento por pino *vs.* carregamento por garra) são apresentados nas Figs. 6.1–6.4.

Os resultados apresentados neste gráficos demonstram tendências similares com as já apresentadas em gráficos anteriores onde as trajetórias  $J$ - $Q$  dependem fortemente da geometria. Além disso, os resultados para trincas curtas ( $a/W=0.1$ ) com ambos os carregamentos (pino e garra) revelam pouca dependência com a variação da razão  $H/W$ . Em contraposição, os espécimes de trinca profunda ( $a/W=0.5$ ) mostram pouca dependência somente em carregamento por pino. Quando o carregamento é simulado por garras, as trajetórias  $J$ - $Q$  variam ligeiramente demonstrando maiores perdas de restrição para relações  $H/W$  menores. Todas as tendências descritas valem para ambas as abordagens  $Q_s$  (ou parâmetro  $Q$  médio) e  $Q_m$  (ou parâmetro  $Q$  descrito pela camada mais central ou primeira camada do modelo).

Interessante notar que as tendências aqui apresentadas dos modelos SE(T) tridimensionais para ambas as abordagens  $Q$  são similares aos resultados de trajetórias apresentadas por Cravero e Ruggieri [39] para modelos em estado plano de deformação.

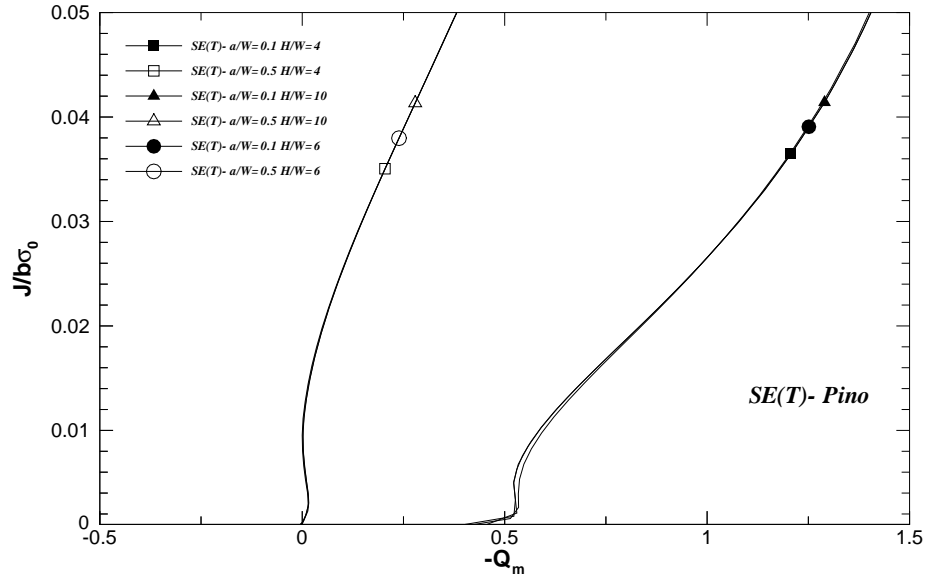


Figura 6.1: Curvas  $J$ - $Q_m$  dos espécimes SE(T) com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por pino com  $n=10$   $E/\sigma_0=500$

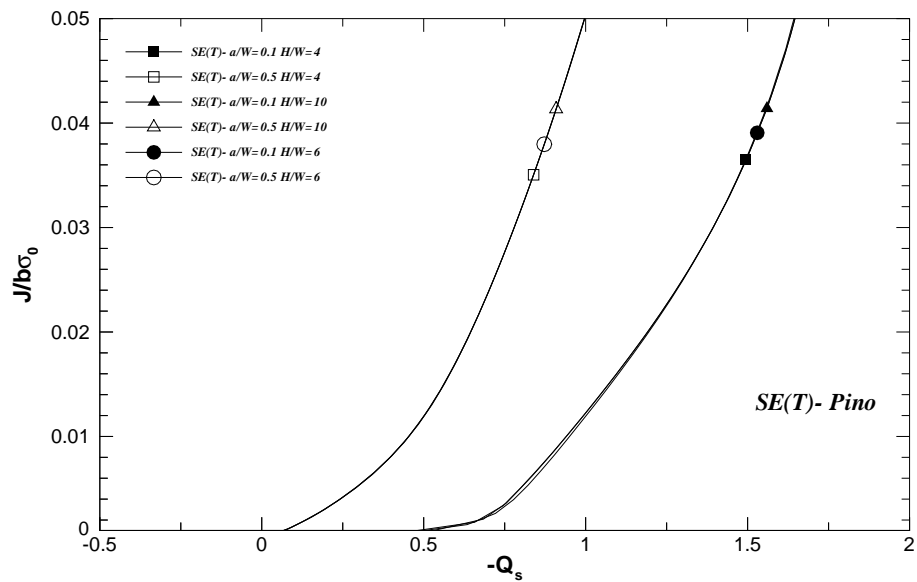


Figura 6.2: Curvas  $J$ - $Q_s$  dos espécimes SE(T) com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por pino com  $n=10$   $E/\sigma_0=500$

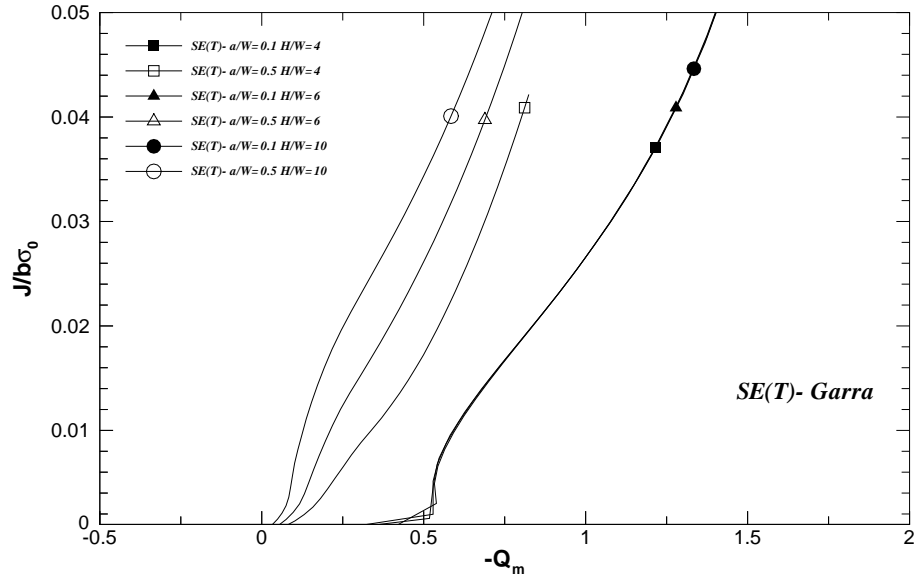


Figura 6.3: Curvas  $J$ - $Q_m$  dos espécimes SE(T) com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por garra com  $n=10$   $E/\sigma_0=500$

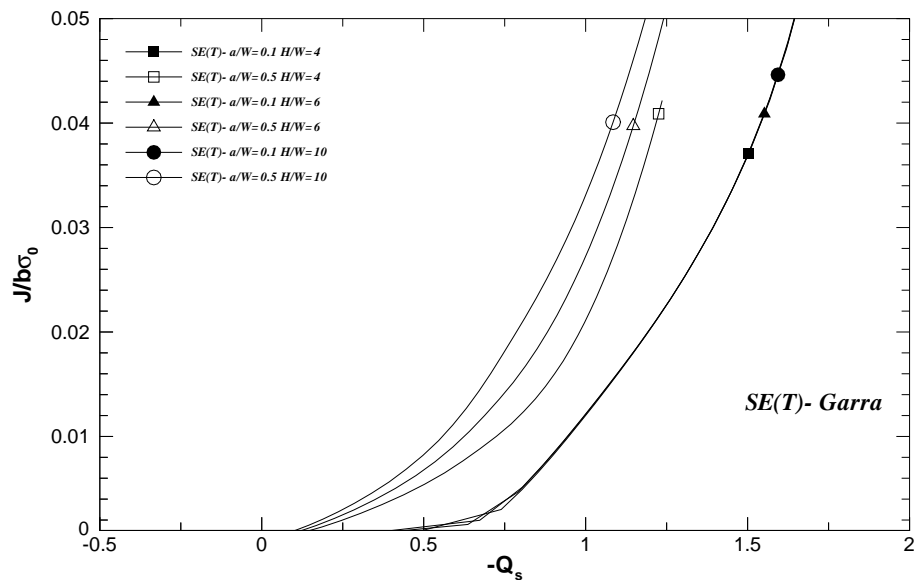


Figura 6.4: Curvas  $J$ - $Q_s$  dos espécimes SE(T) com diferentes profundidades de trinca e fixação simulada por garra com  $n=10$   $E/\sigma_0=500$

# Trajetórias $J$ - $Q$ para Dutos com Defeitos Longitudinais

## 7.1 Curvas $J$ - $Q$ de Dutos

Conforme seção 4.1, trataremos neste capítulo sobre as análises dos dutos e sua comparação com espécimes SE(T) de mesma espessura, conforme Tab. 4.3 e Tab. 4.4.

As Figs. 7.1–7.3 fornecem a descrição da restrição na ponta da trinca em termos das trajetórias  $J$ - $Q$  para o duto de 508 mm (20”) de diâmetro exterior, espessura  $t=15.8\text{mm}$  e  $a \times 2c$  variados (onde  $a$  é a profundidade e  $2c$  é o comprimento da mesma) para cada camada do duto tridimensional, ver Fig. 4.5. As curvas são tomadas em relação à posição média relativa da camada ao longo do comprimento da trinca (posição média/ $c$ ).

Analisando as Figs. 7.1–7.3 é notável a perda de restrição do duto logo após o primeiro estágio de carregamento para todas as camadas. Nota-se também que a diferença do nível de restrição entre camadas se mantém relativamente constante com o aumento do carregamento, tomando o mesmo contorno da primeira camada. Já os valores mais negativos das últimas camadas são razoáveis dada a proximidade da ponta da trinca com a superfície do duto.

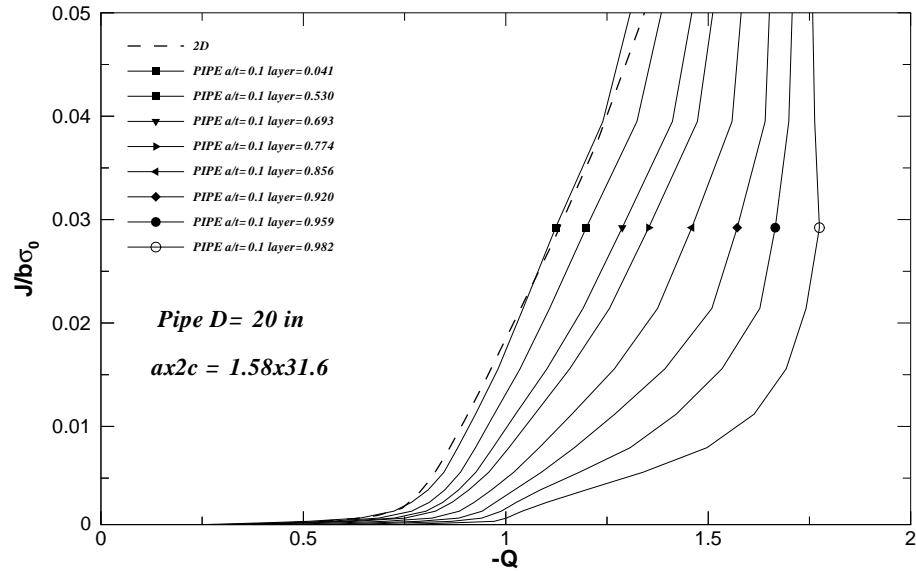


Figura 7.1: Trajetória  $J$ - $Q$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $ax2c=1.58 \times 31.6$  mm e material  $n=10$  e para modelo em estado plano de deformação

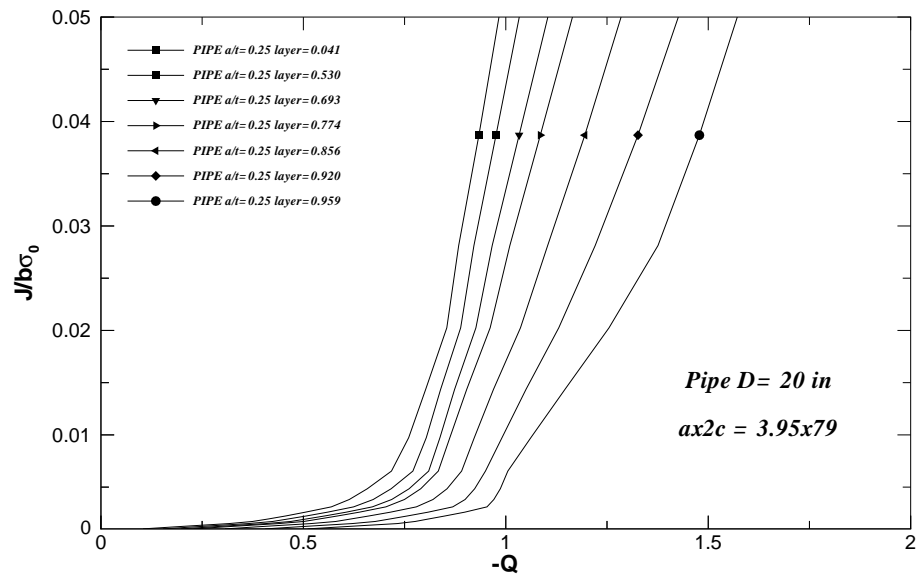


Figura 7.2: Trajetória  $J$ - $Q$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $ax2c=3.95 \times 79$  mm e material  $n=10$

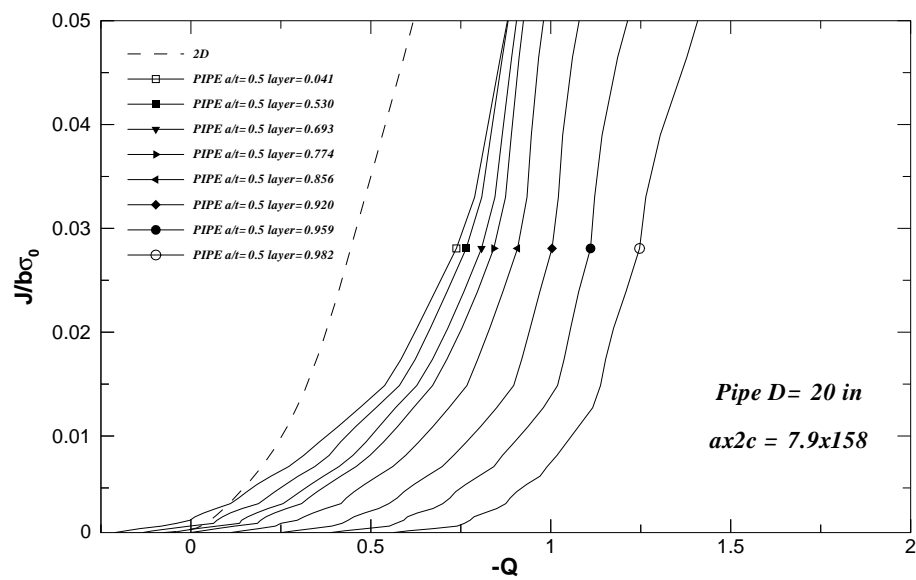


Figura 7.3: Trajetória  $J$ - $Q$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $ax2c=7.9x158$  mm e material  $n=10$  e para modelo em estado plano de deformação

## 7.2 Comparação de curvas $J$ - $Q$ entre Dutos e Espécimes SE(T)

### 7.2.1 Trajetórias $J$ - $Q$ entre Dutos e Espécimes SE(T) Fixados por Pino

A Figs. 7.4, 7.6 e 7.8 apresentam a evolução de  $J$  normalizado por  $b\sigma_0$  em função do parâmetro ponderado  $Q_s$  para dutos e espécimes SE(T) fixados por pino com tamanhos de trincas relativos compatíveis. Observa-se que há uma grande similitude entre as curvas  $J$ - $Q_s$  dos dutos analisados e dos espécimes SE(T) e que pela teoria  $J$ - $Q$ , pode-se considerá-los mecanicamente similares. Este fato é importante pois corrobora com as análises 2D de Cravero e Ruggieri [39] e mostra que mesmo considerando os níveis de restrição de fora do plano médio, *out-of-plane constraint*, as curvas se mantêm com diferenças pouco significativas.

Já as Figs. 7.5, 7.7 e 7.9 apresentam a evolução de  $J$  normalizado por  $b\sigma_0$  em função do parâmetro  $Q_m$  que representa a camada mais central para dutos e espécimes SE(T) fixados por pino. Diferentemente dos gráficos anteriores, as curvas mostram pouca semelhança do campo de tensão na ponta da trinca para a camada central de ambos os modelos (SE(T)s e duto).

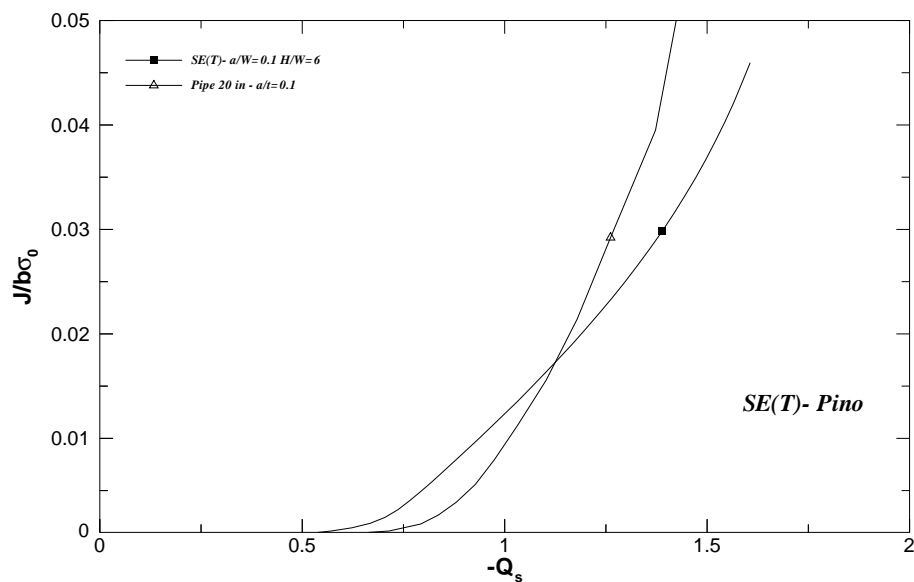


Figura 7.4: Trajetória  $J$ - $Q_s$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=1.58 \times 31.6$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.1$  de mesmo material

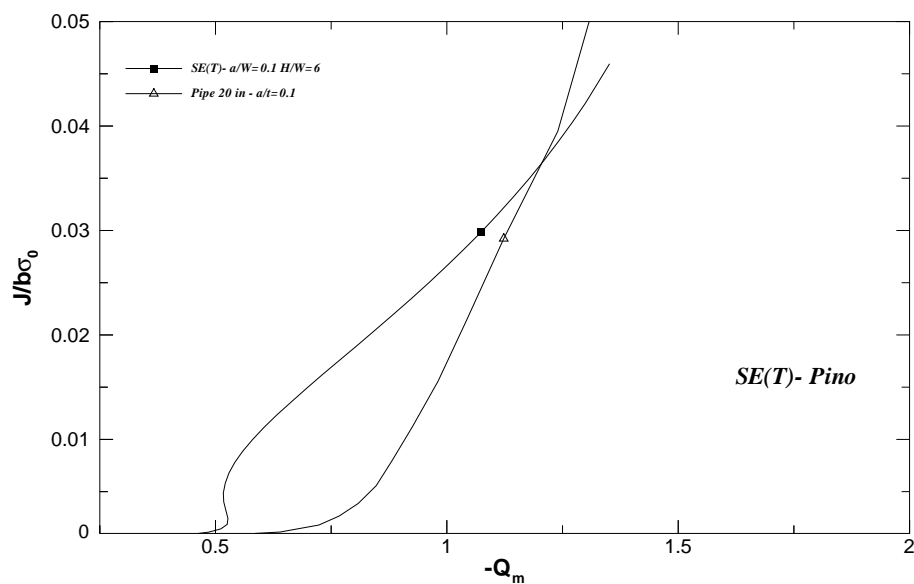


Figura 7.5: Trajetória  $J$ - $Q_m$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=1.58 \times 31.6$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.1$  de mesmo material



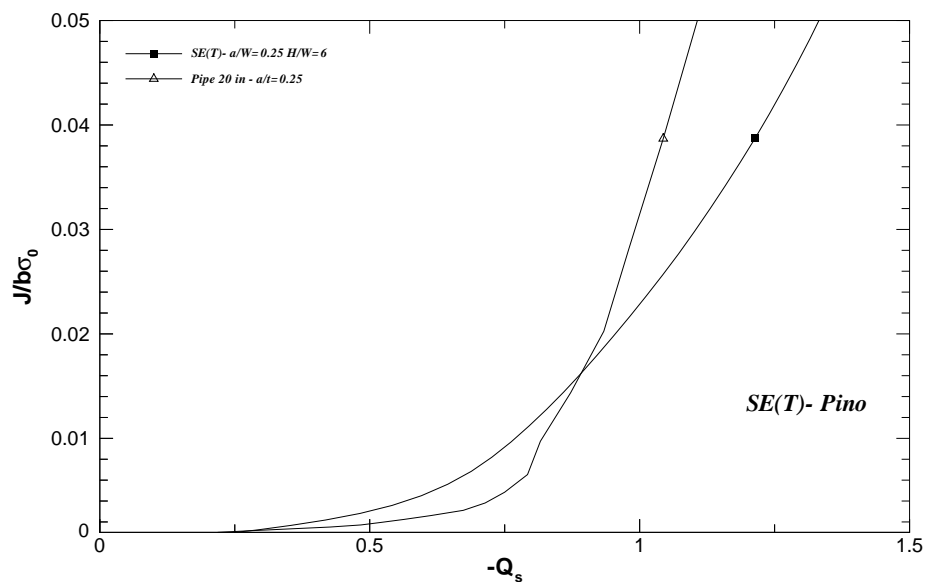


Figura 7.6: Trajetória  $J$ - $Q_s$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=3.96 \times 79$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.25$  de mesmo material

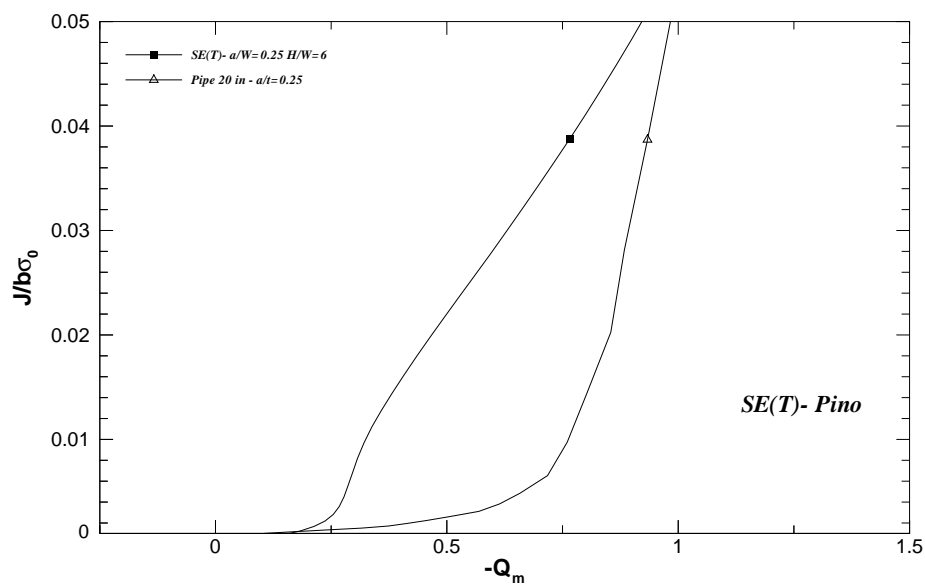


Figura 7.7: Trajetória  $J$ - $Q_m$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=3.96 \times 79$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.25$  de mesmo material

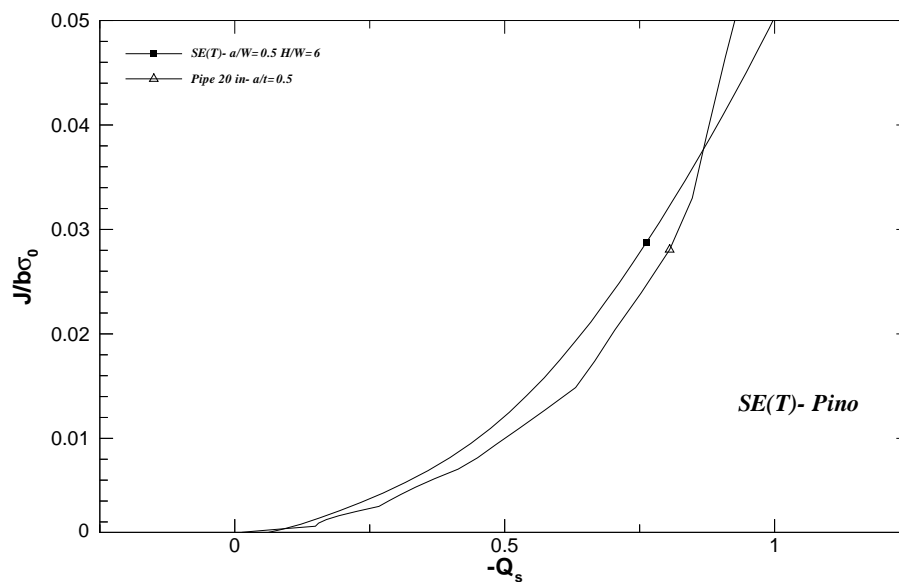


Figura 7.8: Trajetória  $J$ - $Q_s$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=7.9 \times 158$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.5$  de mesmo material

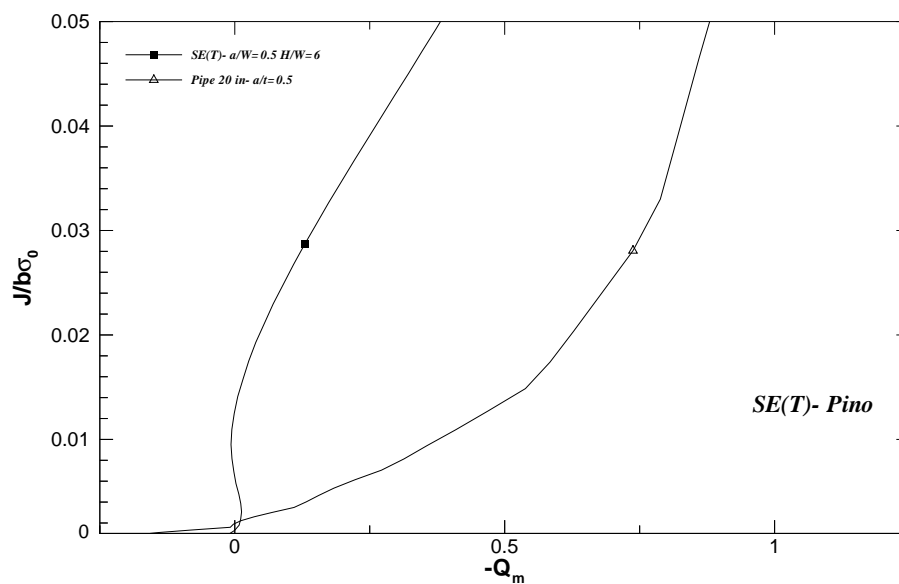


Figura 7.9: Trajetória  $J$ - $Q_m$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=7.9 \times 158$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.5$  de mesmo material

### 7.2.2 Trajetórias $J$ - $Q$ entre Dutos e Espécimes SE(T) Fixados por Garra

As Figs. 7.10, 7.12 e 7.14 apresentam a evolução de  $J$  normalizado por  $b\sigma_0$  em função do parâmetro ponderado  $Q_s$  de dutos e espécimes SE(T) de fixação por garra. Da mesma forma que os resultados dos espécimes fixados por pino, os de fixação por garra tiveram o mesmo comportamento dos descritos pelas análises em estado plano de deformação do trabalho de Cravero e Ruggieri [39] e tiveram menor grau de similitude que os de fixação por pino quando comparados com a curva  $J$ - $Q$  do duto.

As Figs. 7.11, 7.13 e 7.15 apresentam a evolução de  $J$  normalizado por  $b\sigma_0$  em função do parâmetro  $Q_m$  que representa a camada mais central para dutos e espécimes SE(T). Neste grupo de curvas, o campo de tensões da primeira camada de modelos SE(T)s fixados por garra e dutos têm o mesmo grau de similitude das análises anteriores com espécimes SE(T) fixados por pino.

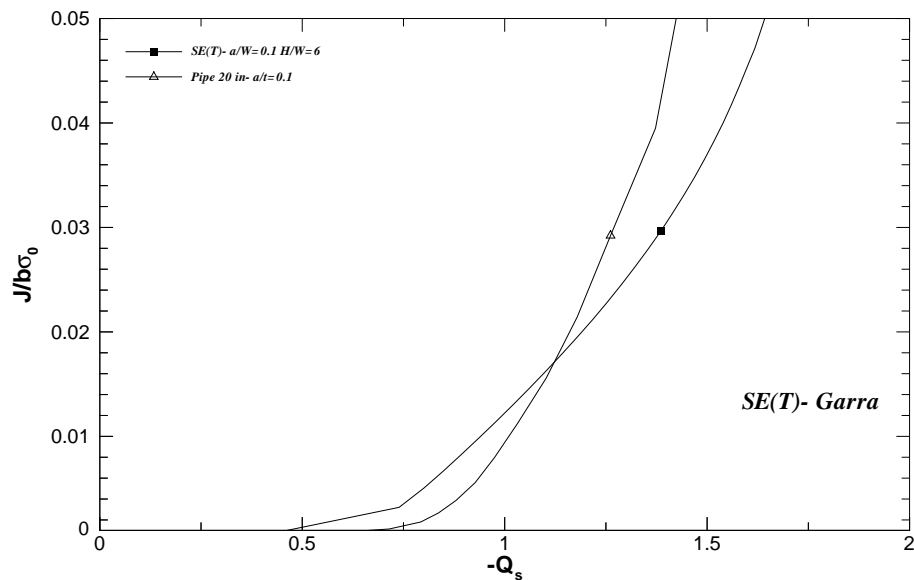


Figura 7.10: Trajetória  $J$ - $Q_s$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $ax2c=1.58x31.6$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.1$  de mesmo material

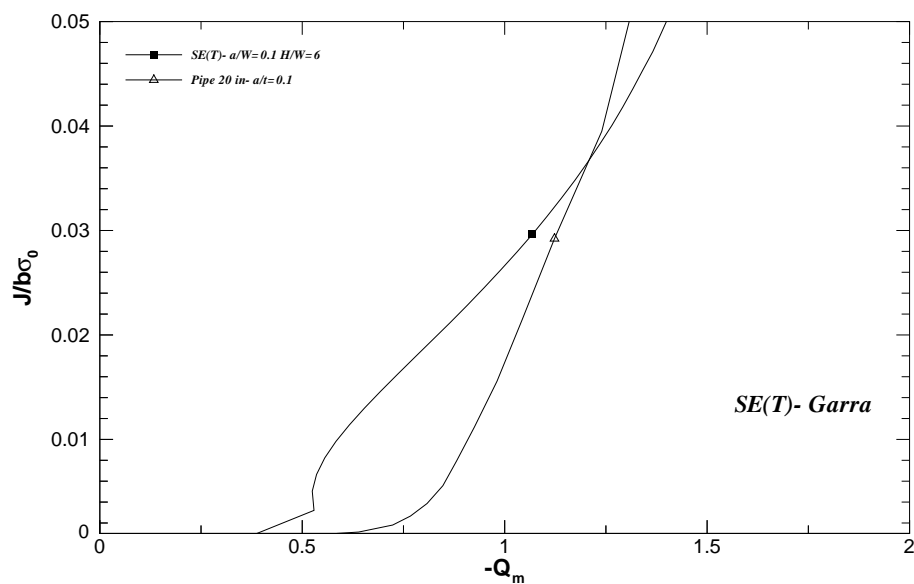


Figura 7.11: Trajetória  $J$ - $Q_m$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $ax2c=1.58x31.6$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.1$  de mesmo material

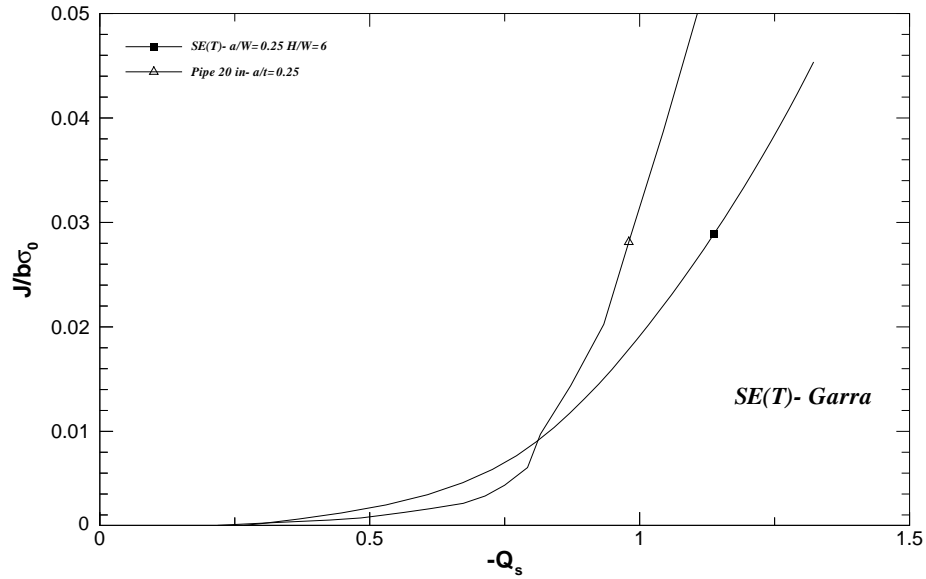


Figura 7.12: Trajetória  $J$ - $Q_s$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=3.96 \times 79$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.25$  de mesmo material

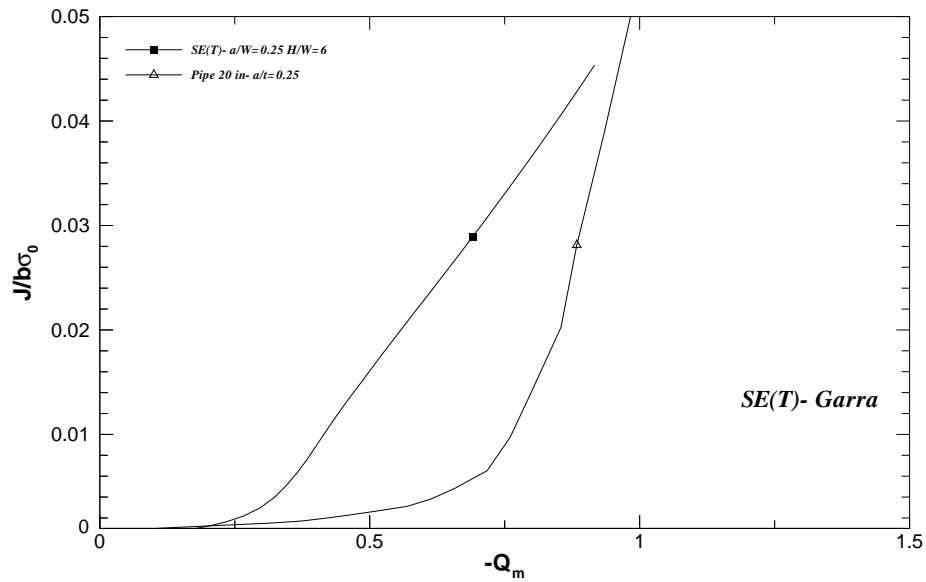


Figura 7.13: Trajetória  $J$ - $Q_m$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=3.96 \times 79$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.25$  de mesmo material

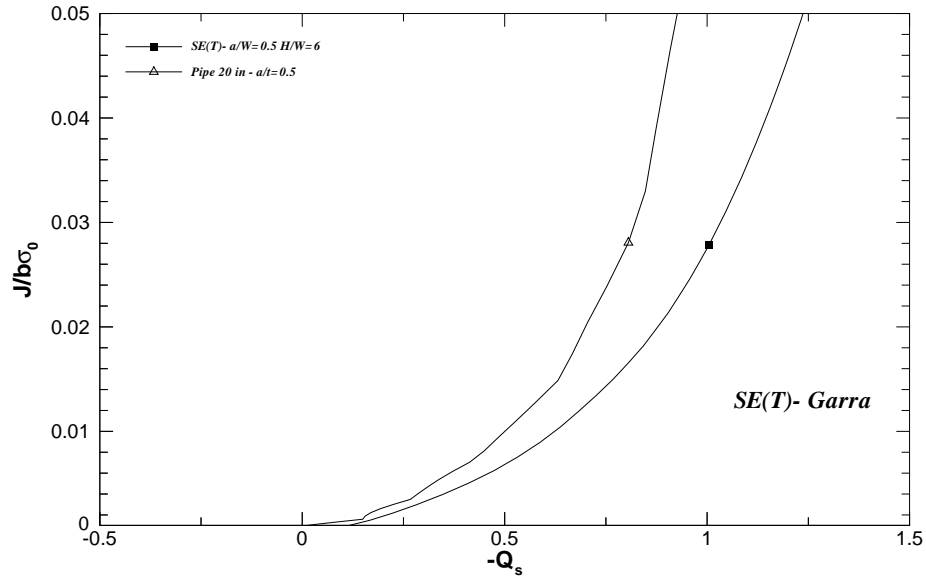


Figura 7.14: Trajetória  $J$ - $Q_s$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=7.9 \times 158$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.5$  de mesmo material

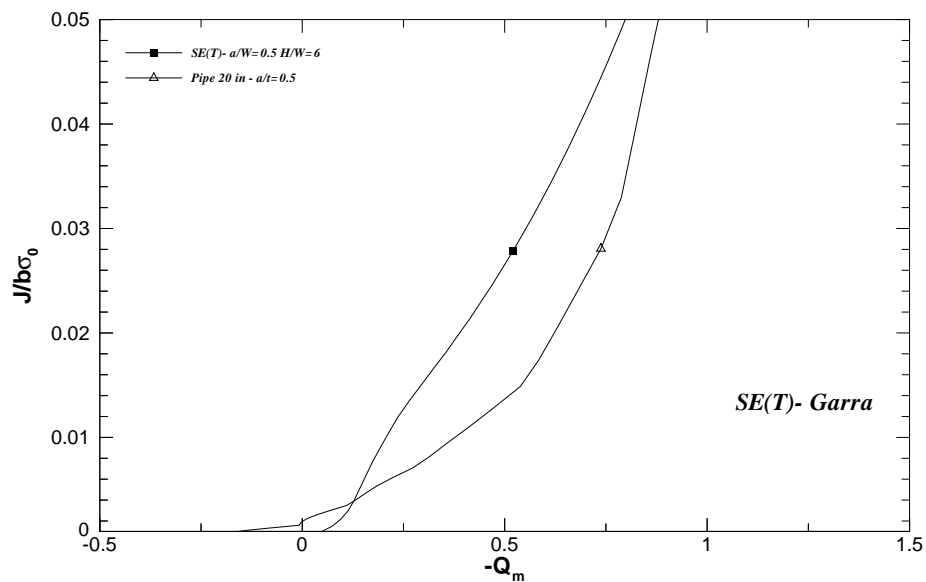


Figura 7.15: Trajetória  $J$ - $Q_m$  de duto de 20 polegadas,  $t=15.8$  mm,  $a \times 2c=7.9 \times 158$  mm, material  $n=10$  e SE(T)  $a/W=0.5$  de mesmo material

## Conclusões

Este trabalho apresentou um estudo aprofundado sobre a influência da espessura no campo de tensões na ponta da trinca, levando em consideração efeitos geométricos, modos de carregamento e diferentes propriedades de material através de análises não lineares de diversos espécimes tridimensionais. Este estudo baseou-se na teoria  $J$ - $Q$  que tem se mostrado robusta e eficaz para descrever os efeitos geométricos e de restrição de diferentes espécimes, para extrapolá-la a uma abordagem tridimensional. Posteriormente, estas novas abordagens foram utilizadas para verificar a aplicabilidade do espécime SE(T) para caracterizar o comportamento à fratura de dutos com defeitos longitudinais.

Primeiramente foi apresentado uma série de análises tridimensionais não-lineares de espécimes de fratura (C(T), SE(B) e SE(T)) para caracterizar o efeito da espessura e a restrição fora do plano. Depois, uma ampliação destas análises fez-se necessária para o estudo mais aprofundado da influência do modo de fixação para espécimes SE(T) de diferentes comprimentos de trinca. E finalmente, utilizou-se estas análises para a comparação com as análises de dutos.

Examinando as trajetórias  $J$ - $Q$  dos dutos com defeitos longitudinais, revela-se um interessante comportamento. A curva  $J$ - $Q$  extraída da análise de estado plano de deformação para o duto de trinca rasa mantém essencialmente a mesma trajetória das curvas  $J$ - $Q$  correspondentes às regiões mais profundas da superfície da trinca ( $z/(B/2) \approx 0$ ). Entretanto, o resultado em estado plano de deformação para trinca profunda apresenta um significativo aumento da restrição na ponta da trinca comparado com os níveis observados no modelo tridimensional.

Um dos aspectos-chave para esta investigação foi a adoção de uma medida conveniente do grau médio de restrição tridimensional, em termos do parâmetro hidrostático  $Q_s$ . Esta extensão tridimensional do parâmetro  $Q$  quantifica de modo ponderado as potencialmente altas variações de restrição  $Q$  ao longo da frente de trinca, totalizado em um único parâmetro  $Q_s$ . Já  $Q_m$  é definido como o parâmetro  $Q$  da camada central, que tem a maior influência em todo o processo de fratura frágil.

As trajetórias  $J$ - $Q_m$  apresentadas, comparando espécimes SE(T) carregados por pino ou por garra, e dutos trincados apresentaram diferenças consideráveis que parecem diminuir ao longo do aumento do carregamento, salvo para espécime com carregamento por pino e trinca profunda.

Já na comparação da evolução do parâmetro  $Q_s$  ao longo do carregamento (medido por  $J$ ) entre espécimes SE(T) e dutos com defeito longitudinal, os espécimes SE(T) carregados por pino e os dutos trincados exibiram níveis similares de restrição para toda a série de tamanhos de trinca considerados. Pelo fato das trajetórias  $J$ - $Q_s$  para SE(T) de trinca curta dependerem fracamente das condições de carregamento, tanto os espécimes carregados por garra quanto os carregados por pino tiveram boa correlação com os níveis de restrição do duto trincado. Entretanto, as análises realizadas de espécimes SE(T) com carregamento por garra desviaram consideravelmente dos níveis de restrição dos dutos trincados a medida que o tamanho de trinca foi aumentando.

O Parâmetro  $Q_s$  mostrou-se mais indicado como parâmetro tridimensional de restrição na correlação dos valores de resistência à fratura entre espécimes SE(T) e dutos com defeitos longitudinais, embora considera-se a correta especificação de  $\Delta s$  uma questão em aberto e que não foi explorada neste trabalho.

As análises aqui apresentadas confirmaram o trabalho anterior de Cravero e Ruggieri [39]: SE(T) fixados por pino podem ser correlacionados adequadamente com dutos com defeitos longitudinais de comprimentos de trinca relativos iguais. As análises contidas neste trabalho abrangem uma ampla gama de aços empregados nas linhas de gás e óleo atuais, com vários graus de encruamento; e todas as análises revelaram as mesmas tendências e conclusões. Os resultados das análises tridimensionais apresentados encorajam o desenvolvimento e utilização de espécimes SE(T) na avaliação de fraturas de dutos pressurizados e vasos de pressão, guardadas as proporções de espessura e razões  $a/W$  tratadas neste trabalho.



## Fundamentos Matemáticos

### A.1 Taxa de Liberação de Energia para Deslocamento $\Delta'$ Fixo

A taxa de liberação de energia  $\mathcal{G}$  é definida como:

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (\text{A.1})$$

Se o deslocamento  $\Delta'$  é mantido fixo, temos para energia potencial  $U$ :

$$U = \frac{P\Delta'}{2} \quad (\text{A.2})$$

Substituindo a Eq.( A.2) em Eq.(2.7) tem-se:

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{B} \left( \frac{\partial U}{\partial a} \right) = -\frac{\Delta'}{2B} \left( \frac{\partial P}{\partial a} \right)_{\Delta'} \quad (\text{A.3})$$

Da Eq.(2.5) de flexibilidade , pode-se concluir que:

$$\left( \frac{\partial P}{\partial a} \right)_{\Delta'} = \frac{d}{da} \left( \frac{\Delta'}{C(a)} \right) \quad (\text{A.4})$$

Então a Eq.( A.3), torna-se:

$$\mathcal{G} = -\frac{\Delta'}{2B} \frac{d}{da} \left( \frac{\Delta'}{C(a)} \right) \quad (\text{A.5})$$

Sabendo que:

$$\frac{d}{da} \left( \frac{\Delta'}{C(a)} \right) = -\frac{\Delta'}{C^2} \frac{dC}{da} \quad (\text{A.6})$$

Substituindo a Eq.( A.6) em Eq.(A.5) e sabendo que  $\Delta'^2/C^2 = P^2$  conclui-se:

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2B} P^2 \frac{dC}{da} \quad (\text{A.7})$$

Ou seja, a taxa de liberação de energia é independente da natureza do carregamento!

## A.2 Campo de Tensões de Williams

Para o caso em que o peso do sólido é a única força de volume, temos as seguintes equações diferenciais de equilíbrio e condição de contorno [42]:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho g = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (\text{A.10})$$

Como pode ser verificado, as equações (A.8) e (A.9), podem ser satisfeitas adotando as expressões para as componentes de tensão a seguir:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \rho g y \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho g y \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (\text{A.11})$$

Usando a Eq.(A.11) para as componentes de tensão da Eq.(A.10), encontramos a equação que a função  $\phi$  deve satisfazer:

$$\sigma_x = \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (\text{A.12})$$

ou

$$\nabla^2(\nabla^2 \phi) = 0 \quad (\text{A.13})$$

Esta nova função de tensão é também denominada função de tensão de Airy.

Considerando uma placa de limites radiais sem carregamentos e de ângulo incluso de aproximadamente  $2\pi$ , conforme Fig. A.1, Williams definiu como função de tensão  $\nabla^4 \Phi(r, \theta) = 0$ , na forma:

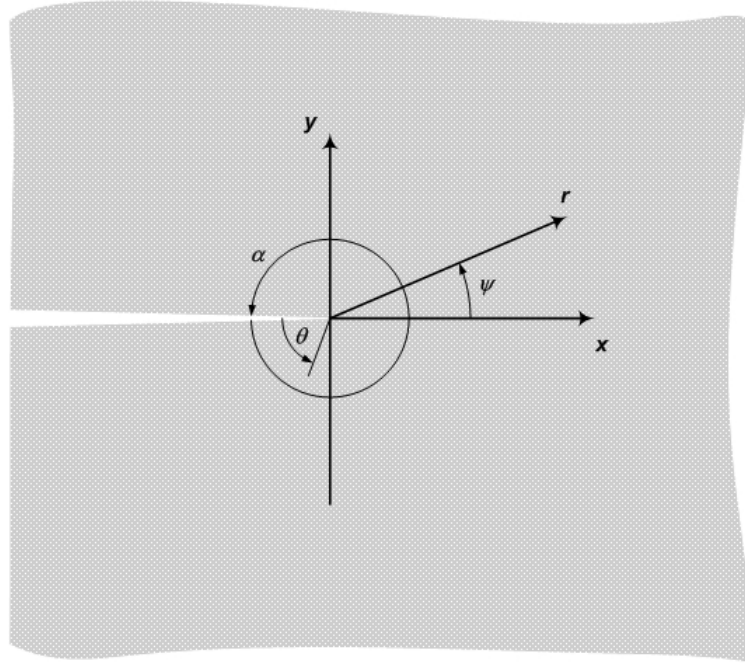


Figura A.1: Geometria da trinca

$$\Phi = r^{\lambda+1}[c_1 \text{sen}(\lambda + 1)\theta + c_2 \text{cos}(\lambda + 1)\theta + c_3 \text{sen}(\lambda - 1)\theta + c_4 \text{cos}(\lambda - 1)\theta]$$

$$\Phi = r^{\lambda+1}F(\theta, \lambda) \quad (\text{A.14})$$

Para satisfazer as condições de livre-tensão nas bordas da trinca, escolhe-se as raízes positivas da equação:

$$\text{sen}(\lambda\alpha) = \pm\lambda \text{sen}\alpha \quad (\text{A.15})$$

Para o caso em que  $\alpha = 2\pi$ , trinca de ângulo nulo, a Eq.(A.15), toma a forma  $\text{sen}(2\pi\lambda) = 0$ . Portanto  $\lambda$  pode ser descrito como:

$$\lambda = \frac{n}{2}, \quad \text{onde } n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.16})$$

Desenvolvendo a definição geral de função de tensão (função de Airy) a partir da Eq.(A.14), temos:

$$\sigma_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = r^{\lambda-1}[F''(\theta) + (\lambda + 1)F(\theta)] \quad (\text{A.17})$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = r^{\lambda-1}[\lambda(\lambda + 1)F(\theta)] \quad (\text{A.18})$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = r^{\lambda-1} [-\lambda F'(\theta)] \quad (\text{A.19})$$

Levando em consideração a condição de ausência de tração nas bordas da trinca,  $\sigma_\theta$  e  $\tau_{r\theta}$  devem ser nulos quando  $\theta = 0$  e  $\theta = \alpha = 2\pi$ , o que implica nas seguintes condições de contorno:

$$F(0) = F(2\pi) = F'(0) = F'(2\pi) = 0 \quad (\text{A.20})$$

E então podemos determinar a função  $\Phi$ , satisfazendo as quatro condições anteriores (A.20):

$$\begin{aligned} \Phi = r^{n/2+1} & \left\{ c_3 \left[ \text{sen} \left( \frac{n}{2} - 1 \right) \theta - \frac{n-2}{n+2} \text{sen} \left( \frac{n}{2} + 1 \right) \theta \right] \right\} + \\ & + \left\{ c_4 \left[ \text{cos} \left( \frac{n}{2} - 1 \right) \theta - \text{cos} \left( \frac{n}{2} + 1 \right) \theta \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Substituindo  $\theta$  por um ângulo mais conveniente,  $\psi$ , temos os primeiros termos da função de tensão  $\Phi$ :

$$\begin{aligned} \Phi(r, \psi) = r^{3/2} & \left\{ a_1 \left( -\text{cos} \frac{\psi}{2} - \frac{1}{3} \text{cos} \frac{3\psi}{2} \right) + b_1 \left( -\text{sen} \frac{\psi}{2} - \text{sen} \frac{3\psi}{2} \right) \right\} + \\ & + a_2 r^2 [1 - \text{cos} 2\psi] + 0(r^{5/2}) + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

E para as tensões associadas, temos:

$$\begin{aligned} \sigma_r(r, \psi) = \frac{1}{4r^{1/2}} & \left\{ a_1 \left( -5\text{cos} \frac{\psi}{2} + \text{cos} \frac{3\psi}{2} \right) + b_1 \left( -5\text{sen} \frac{\psi}{2} + 3\text{sen} \frac{3\psi}{2} \right) \right\} + \\ & + 4a_2 \text{cos}^2 \psi + 0(r^{1/2}) + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{aligned} \sigma_\psi(r, \psi) = \frac{1}{4r^{1/2}} & \left\{ a_1 \left( -3\text{cos} \frac{\psi}{2} - \text{cos} \frac{3\psi}{2} \right) + b_1 \left( -3\text{sen} \frac{\psi}{2} - 3\text{sen} \frac{3\psi}{2} \right) \right\} + \\ & + 4a_2 \text{sen}^2 \psi + 0(r^{1/2}) + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\psi}(r, \psi) = \frac{1}{4r^{1/2}} & \left\{ a_1 \left( -\text{sen} \frac{\psi}{2} - \text{sen} \frac{3\psi}{2} \right) + b_1 \left( \text{cos} \frac{\psi}{2} + 3\text{cos} \frac{3\psi}{2} \right) \right\} + \\ & - 2a_2 \text{sen}^2 \psi + 0(r^{1/2}) + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Nota-se que as constantes  $a_i$  e  $b_i$  da função de tensão são multiplicadas por seno e cosseno respectivamente, denotando componentes simétricos e anti-simétricos na equação.

Casos de carregamentos simétricos em relação a  $\psi = 0$  produzem tração e flexão, enquanto carregamentos anti-simétricos produzem cisalhamento no plano da trinca. Portanto, carregamentos simétricos correspondem ao modo I, enquanto carregamentos anti-simétricos correspondem ao modo II.

Como para  $\psi = 0$ , o carregamento será simétrico quando  $b_i = 0$  enquanto  $a_i = 0$  para os casos de carregamentos anti-simétricos, é conveniente tratar  $a_i$  e  $b_i$  em função dos fatores de intensidade de tensão.

$$a_1 = -\frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \quad b_1 = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} \quad (\text{A.26})$$

Portanto, desprezando os termos de ordens maiores, os campos de tensão para carregamentos de modo I (simétricos) são, ver Fig. 2.5:

$$\sigma_r(r, \psi) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \frac{5}{4} \cos \frac{\psi}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3\psi}{2} \right] \quad (\text{A.27})$$

$$\sigma_\psi(r, \psi) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \frac{3}{4} \cos \frac{\psi}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\psi}{2} \right] \quad (\text{A.28})$$

$$\tau_{r\psi}(r, \psi) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \frac{1}{4} \sen \frac{\psi}{2} + \frac{1}{4} \sen \frac{3\psi}{2} \right] \quad (\text{A.29})$$

E os campos de tensão para o modo II, ver Fig. 2.5, serão:

$$\sigma_r(r, \psi) = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[ -\frac{5}{4} \sen \frac{\psi}{2} + \frac{3}{4} \sen \frac{3\psi}{2} \right] \quad (\text{A.30})$$

$$\sigma_\psi(r, \psi) = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[ -\frac{3}{4} \sen \frac{\psi}{2} - \frac{3}{4} \sen \frac{3\psi}{2} \right] \quad (\text{A.31})$$

$$\tau_{r\psi}(r, \psi) = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \frac{1}{4} \cos \frac{\psi}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\psi}{2} \right] \quad (\text{A.32})$$

Williams[15, 16] também deduziu os deslocamentos próximos a ponta da trinca. Em termos de variáveis cartesianas, temos:

$$u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ \kappa - 1 + 2 \sen^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{A.33})$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sen \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ \kappa - 1 + 2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{A.34})$$

onde  $\mu$  é o módulo de cisalhamento. Para  $r \ll a$ , tem-se:

$$\kappa = 3 - 4\nu \quad \text{para estado plano de deformação} \quad (\text{A.35})$$

$$\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad \text{para estado plano de tensão} \quad (\text{A.36})$$

## Referências Bibliográficas

- [1] ANDERSON, T. L. *Fracture mechanics- fundamentals and applications*. 2nd. ed. CRC Press, 1995.
- [2] SURESH, S. Elastic-plastic fracture mechanics. MIT Graduate Course– Lecture Notes– Fracture and Fatigue, Fall 2003.
- [3] RUGGIERI, C.; DODDS, R. H. A transferability model for brittle fracture including constraint and ductile tearing effects: A probabilistic approach. *International Journal of Fracture*, v. 79, p. 304–340, 1996.
- [4] SHIH, C. F.; O'DOWD, N. P.; KIRK, M. T. A framework for quantifying crack tip constraint. *Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1171, American Society for Testing and Materials*, p. 2–20, 1993.
- [5] O'DOWD, N. P.; SHIH, C. F.; DODDS, R. H. The role of geometry and crack growth on constraint and implications for ductile/brittle fracture. *Constraint Effects in Fracture: Second Volume, ASTM STP 1244, American Society for Testing and Materials*, p. 134–159, 1995.
- [6] REED, R. P.; ET AL. NBS Special Publication 647-1, 1983. Washington.
- [7] SOMAVILLA, C. Gás natural e etanol. Disponível em: <<http://www.celulacombustivel.com.br>>, Acesso em: 17 de dez. 2004.
- [8] DUMITRESCU, A.; PULICI, M.; TRIFON, M. Definition of design criteria for the installation of deep water sealines between LCC and DCC. In: International

- Scientific Session "35 years anniversary of Petroleum– Gas University at Ploisti", 2002.
- [9] SILVA, L. A. L.; CRAVERO, S.; RUGGIERI, C. Numerical solutions of J-Q driving forces for fracture assessments of cracked pipelines using constraint-designed SE(T) specimens. In: XXV Congress on Computational Methods in Engineering–CILAMCE, 2004.
- [10] O'DOWD, N. P.; SHIH, C. F. Family of crack-tip fields characterized by a triaxiality parameter– I. Structure of fields. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 39, p. 898–1015, 1991.
- [11] O'DOWD, N. P.; SHIH, C. F. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 40, p. 939–963, 1992.
- [12] WESTERGAARD, H. M. Bearing pressures and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, v. 6, p. 49–53, 1939.
- [13] INGLIS, C. E. Stress in a plate due to a presence of cracks and sharp corners. *Transactions of the Institute of Naval Architects*, v. 55, p. 219–241, 1913.
- [14] SNEDDON, I. N. The distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid. In: Royal Society of London, 1946. v. A-187. p. 229–260.
- [15] WILLIAMS, M. L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *Journal of Applied Mechanics*, v. 74, p. 526–528, 1952.
- [16] WILLIAMS, M. L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*, v. 24, p. 109–114, 1957.
- [17] HUTCHINSON, J. Fundamentals of the phenomenological theory of nonlinear fracture mechanics. *Journal of Applied Mechanics*, v. 50, p. 1042–1051, 1983.
- [18] RICE, J. R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, v. 35, p. 379–386, 1968.



- [19] HUTCHINSON, J. W. Singular behavior at the end of a tensile crack tip in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 16, p. 13–31, 1968.
- [20] RICE, J. R.; ROSENGREN, G. F. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 16, p. 1–12, 1968.
- [21] KNOTT, J. F. Micro-mechanisms of fracture and the fracture toughness of engineering alloys. *Fracture 1977, Volume 1, ICF4, Waterloo, Canada*, p. 61–91, 1977.
- [22] RITCHIE, R.; KNOTT, J.; RICE, J. R. On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 21, p. 395–410, 1973.
- [23] RITCHIE, R.; THOMPSON, A. W. On macroscopic and microscopic analyses for crack initiation and crack growth toughness in ductile alloys. *Metallurgical Transactions A*, v. 16A, p. 233–248, 1985.
- [24] LARSSON, S. G.; CARLSSON, A. J. Influence of non-singular stress terms and specimen geometry on small-scale yielding at crack tips in elastic-plastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 21, p. 263–277, 1973.
- [25] RICE, J. R. Limitations to the small scale yielding approximation for crack tip plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 22, p. 17–26, 1974.
- [26] BETEGON, C.; HANCOCK, J. W. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields. *Journal of Applied Mechanics*, v. 58, p. 104–113, 1991.
- [27] KIM, Y.; ZHU, X. K.; CHAO, Y. J. Quantification of constraint on elastic-plastic 3D crack front by the  $J-A_2$  three-term solution. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 68, p. 895–914, 2001.
- [28] GUO, W. Three-dimensional analyses of plastic constraint for through-thickness cracked bodies. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 62, p. 383–407, 1999.
- [29] RABELLO, E. G. *Uma nova proposta para inclusão dos efeitos da perda de restrição à plasticidade na caracterização do comportamento à fratura de aços ferríticos*. Tese de Doutorado, IPEN– Instituto de Pesquisa Energéticas e Nucleares, 2005.