

ALVARO LUIZ SILVESTRE NUNES

**AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO  
DE MÉTODO DE PAINÉIS  
PARA ESTIMATIVA DE RESISTÊNCIA DE  
ONDAS DE SUBMERSÍVEIS**

SÃO PAULO

2012

ALVARO LUIZ SILVESTRE NUNES

AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO  
DE MÉTODO DE PAINÉIS PARA ESTIMATIVA DE  
RESISTÊNCIA DE ONDAS DE SUBMERSÍVEIS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para a  
obtenção do título de Mestre em Engenharia

Área de concentração: Engenharia Naval e Oceânica

Orientador: Mardel Bongiovanni de Conti

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de agosto de 2012.

Assinatura do autor \_\_\_\_\_

Assinatura do orientador \_\_\_\_\_

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Nunes, Álvaro Luiz Silvestre

Avaliação da aplicação de método de painéis para estimativa de resistência de ondas de submarinos / A.L.S. Nunes. -- ed.rev. -- São Paulo, 2012.  
57 p.

Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1.Ondas (Resistência) 2.Hidrodinâmica 3.Método de painéis  
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.

# Agradecimentos

Agradeço aos meus pais e a minha tia Adelaide (*in memoriam*) que me ensinaram o valor do saber.

Ao professor Moyses Szajnbok que me incentivou a voltar à Universidade e retomar meus sonhos e anseios de conhecimento, além de dar algumas broncas nos momentos em que se fez preciso.

Ao meu orientador, professor Mardel B. de Conti, pelo apoio, paciência e sabedoria em conduzir o trabalho.

A todos aqueles que desenvolvem, aprimoram e disponibilizam os *softwares* livres, já que todo o trabalho desta dissertação foi realizado com estas ferramentas.

# Resumo

Submersíveis em velocidade constante e pequenas cotas de submersão são aqui considerados e os efeitos da superfície livre no fluxo são levados em conta. O problema de geração de onda devido ao avanço de corpos submersos é abordado no presente estudo. Neste problema de contorno, as condições de superfície livre são linearizadas. A formulação diferencial é condicionada como um problema de integração através da aplicação da segunda identidade de Green . A discretização do problema conduz a um sistema linear no potencial de velocidades, que se supõe ser distribuído através de *B-splines* parabólicas nos painéis. A contribuição desta dissertação tem foco em propor diretrizes para a aplicação do método descrito em condições operacionais típicas de cascos de submarinos em movimento de avanço em cotas periscópicas de submersão. Os resultados numéricos obtidos através destes procedimentos são comparados a resultados publicados existentes para sua de validação.

**Palavras-chave:** resistência de ondas, submersíveis, método dos painéis.

# Abstract

Submersibles in constant ahead velocity at small submergences are here considered, the free surface effects on the flow are taken into account. The wave generating problem due to submerged bodies advance is addressed in the present study. In this boundary value problem, the free surface conditions are linearized. The differential problem is conditioned into an integral problem through the application of Green's second identity. The discretization of the problem leads to a linear system in the velocity potential, that is supposed to be distributed according to parabolic B-splines into the panels. The contribution of this dissertation focus on guidelines for the application of the above method on typical operational conditions of submarine vessels under ahead motion at snorkelling submergences. The numerical results obtained through these procedures are compared to existent published results with the aim of validation.

**Keywords:** wave resistance, submersibles, panel method.

# Lista de Abreviaturas

BEM	<i>Boundary Element Method</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DARPA	<i>Defence Advanced Projects Agency</i>
DTRC	<i>David Taylor Research Center</i>
HSMB	<i>Hydrodynamics Ship Model Basin</i>
TMB	<i>Towing Model Basin</i>

# Lista de Símbolos

$C_F$	coeficiente de resistência friccional
$C_R$	coeficiente de resistência de onda
$C_S$	coeficiente de superfície molhada
$C_{\nabla}$	coeficiente volumétrico
$C_p$	coeficiente prismático
$C_T$	coeficiente de resistência total
$D$	diâmetro máximo do casco
$E(k)$	espectro de energia de onda considerando apenas até o número de onda $k$
$Fr$	número de Froude
$g$	intensidade da força de gravidade
$h$	cota de submersão do casco
$K$	número de onda
$k_z$	número de onda na direção do eixo $z$
$L$	comprimento do casco
$l$	comprimento entre os obros do casco
$l_1$	extensão longitudinal da malha da superfície de separação em $x \leq 0$
$l_2$	extensão longitudinal da malha da superfície de separação em $x > 0$
$l_{trans}$	extensão transversal da malha da da superfície de separação
$l_{trans}$	extensão dos lados do painel
$m$	posição da seção máxima em $x$ (série 58)
$\vec{n}$	vetor normal a uma superfície
$N_i^n(t)$	polinômios base de grau $n$ de uma NURBS
$n_{l_1}$	quantidade de painéis em uma fileira longitudinal da superfície em $x \leq 0$
$n_{l_2}$	quantidade de painéis em uma fileira longitudinal da superfície em $x > 0$
$n_t$	quantidade de painéis em uma fileira transversal da superfície
$r_0$	raio da ponta (série 58)
$r_1$	raio da cauda (série 58)



$S_w$	área de superfície molhada
$S_T$	superfície total que delimita o escoamento
$S_L$	superfície de separação ar-água
$S_C$	superfície do casco submerso
$V_i, \vec{d}_i$	vértices do polinômio de controle de uma NURBS
$\vec{s}(t)$	curva parametrizada no espaço tridimensional
$U$	velocidade do escoamento uniforme
$w_i$	peso dos vértices de uma NURBS
$\eta$	elevação da superfície livre
$\Phi$	potencial a ser calculado no problema de resistência de ondas
$\phi$	potencial devido à presença do corpo submerso para superfície ar-água rígida
$\varphi$	potencial devido aos efeitos da superfície livre
$\rho$	densidade da água
$\nabla$	volume do casco

# Sumário

<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos . . . . .	2
1.2 Revisão bibliográfica . . . . .	2
1.3 Descrição do conteúdo por capítulos . . . . .	5
<b>2 Fundamentos</b>	<b>6</b>
2.1 Resistência de ondas . . . . .	7
2.1.1 A hipótese de Froude . . . . .	7
2.1.2 Uma primeira estimativa para a resistência de ondas . . . . .	8
2.2 Representação matemática da superfície de cascos submersíveis . . . . .	10
2.2.1 Cascos com representação analítica definida . . . . .	10
2.2.2 Representação por NURBS . . . . .	11
2.3 Formulação matemática do problema . . . . .	13
2.4 Linearização da superfície livre . . . . .	15
2.5 O método dos cortes transversais . . . . .	18
<b>3 Proposta de procedimentos para a aplicação do método dos painéis e sua avaliação</b>	<b>19</b>
3.1 Estimativa da ordem de grandeza . . . . .	19
3.2 Representação matemática do casco . . . . .	20
3.3 Dimensionamento dos painéis . . . . .	21

3.4	Dimensionamento da malha no contorno . . . . .	21
3.4.1	A malha na superfície de separação ar-água . . . . .	22
3.4.2	A malha na superfície do corpo submerso . . . . .	24
3.5	Verificação de características fundamentais esperadas para os resultados	24
3.5.1	Elevação da superfície livre . . . . .	25
3.5.2	Espectro de energia das ondas para uma seção transversal da superfície livre . . . . .	25
3.5.3	Valores da resistência de ondas calculados nas fileiras trans- versais . . . . .	27
3.6	Comparação com resultados consolidados . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Aplicação e avaliação dos procedimentos propostos</b>	<b>30</b>
4.1	Casos de aplicação . . . . .	30
4.1.1	O modelo 4164 da série 58 . . . . .	31
4.1.2	O modelo DARPA SUBOFF . . . . .	32
4.2	Aplicação dos procedimentos propostos . . . . .	33
4.2.1	Estimativa da ordem de grandeza . . . . .	33
4.2.2	Representação matemática do casco . . . . .	36
4.2.3	Dimensionamento dos painéis . . . . .	39
4.2.4	Dimensionamento da malha no contorno . . . . .	40
4.2.5	Verificação de características fundamentais esperadas . . . . .	41
	Elevação da superfície livre . . . . .	41
	Espectro de energia das ondas para uma seção transversal da superfície livre . . . . .	42
	Valores da resistência de ondas calculados nas fileiras trans- versais . . . . .	44
4.2.6	Comparação com resultados consolidados . . . . .	45
	Estimativa da ordem de grandeza . . . . .	45
	Representação matemática do casco . . . . .	45
	Dimensionamento dos painéis . . . . .	46
	Dimensionamento da malha . . . . .	46
	Verificação de características fundamentais . . . . .	46
4.3	Resultados obtidos . . . . .	46
4.4	Análise dos resultados obtidos . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>50</b>

<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>52</b>
<b>Anexo A: O modelo 4164 da série 58</b>	<b>55</b>
<b>Anexo B: O modelo DARPA SUBOFF</b>	<b>57</b>

# Lista de Figuras

2.1	Sistema de referência adotado . . . . .	7
2.2	Modelos <i>swan</i> (cisne) e <i>raven</i> (corvo) utilizados por Willian Froude para estudar problemas de escala e de resistência ao avanço. Foto tirada por William M. Connolley e disponível em <a href="http://www.commons.wikimedia.org">www.commons.wikimedia.org</a>	8
3.1	Exemplo do comportamento assintótico esperado para os valores calculados do módulo do espectro de energia (Casco DARPA SUBOFF com $K=9$ ). . . . .	26
3.2	Exemplo da variação do valor da resistência de ondas calculado para diferentes fileiras transversais de painéis (casco DARPA SUBOFF). . . . .	27
4.1	Curva de área seccional do modelo 4164 . . . . .	31
4.2	Curva de área seccional do modelo da série DARPA SUBOFF . . . . .	32
4.3	Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo DARPA SUBOFF em profundidade de submersão $h=0.15L$ . . . . .	34
4.4	Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo 4164 da série 58 em profundidade de submersão $h=1,559D$ . . . . .	34
4.5	Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo 4164 da série 58 em profundidade de submersão $h=1,359D$ . . . . .	35
4.6	Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo 4164 da série 58 em profundidade de submersão $h=1,235D$ . . . . .	35
4.7	Esquema ilustrativo para a as ondas longitudinais e transversais geradas a partir da proa e da popa do casco . . . . .	36
4.8	Variação do número de painéis com aumento do número de Froude . . . . .	39
4.9	Malha gerada para o modelo DARPA SUBOFF ( $h = 0.15L, F_r = 0.5$ ) . . . . .	40
4.10	Malha gerada para o modelo 4164 ( $h = 1.235D, F_r = 0.5$ ) . . . . .	40

4.11	Gráfico da elevação da superfície livre construído a partir de pontos calculados para o modelo DARPA SUBOFF ( $h=0.15L$ , número de Froude 0.29) . . . . .	42
4.12	Gráfico da elevação da superfície livre construído a partir de pontos calculados para o modelo 4168 da série 58 ( $h=1.369D$ , número de Froude 0.9) . . . . .	42
4.13	Espectro da energia de ondas calculado em uma fileira de painéis para o modelo 4164 da série 58 para $K = 5$ . . . . .	43
4.14	Espectro da energia de ondas calculado em uma fileira de painéis para o modelo DARPA SUBOFF para $K = 8$ . . . . .	43
4.15	Gráfico da resistência de ondas $R_W$ por fileira transversal da malha (modelo DARPA SUBOFF) . . . . .	44
4.16	Gráfico da resistência de ondas $R_W$ por fileira transversal da malha (modelo 4164 da série 58) . . . . .	45
4.17	Resultados obtidos por Crook (1994) e dos cálculos deste trabalho para o modelo DARPA SUBOFF em cota relativa de submersão $h=0.15L$ . . . . .	48
4.18	Resultados experimentais obtidos por Gertler (1950) e dos cálculos deste trabalho para o modelo 4164 da série 58 em cota relativa de submersão $h=1.235D$ . . . . .	48
4.19	Resultados experimentais obtidos por Gertler (1950) e dos cálculos deste trabalho para o modelo 4164 da série 58 em cota relativa de submersão $h=1.396D$ . . . . .	49
4.20	Resultados experimentais obtidos por Gertler (1950) e dos cálculos deste trabalho para o modelo 4164 da série 58 em cota relativa de submersão $h=1.559D$ . . . . .	49

# Lista de Tabelas

4.1	Características geométricas adimensionais do modelo 4164 da série 58	31
4.2	Características geométricas adimensionais do modelo DARPA SUBOFF	33
4.3	Coefficientes do polinômio do modelo 4164 . . . . .	38
4.4	Coefficiente de resistência de ondas $C_W$ obtidos para o modelo 4164 .	47
4.5	Coefficiente de resistência de ondas $C_W$ obtidos para o modelo da série DARPA SUBOFF com cota de submersão relativa $0.15L$ . . . . .	47
1	Parâmetros do modelo 4164 . . . . .	56
2	Medidas que caracterizam um modelo da série DARPA SUBOFF . .	57

# Capítulo 1

## Introdução

Na operação de embarcações submersíveis, é importante considerar-se a navegação com velocidade constante em cotas de submersão próximas à superfície da água. No caso de submarinos, esta situação acontece quando há necessidade de correção de navegação, recepção e transmissão de informações, manutenção, interação com outras embarcações, navegação em águas rasas ou operação de *snorkel*.

Nesta operação, o submarino permanece submerso próximo à superfície da água e usa um duto, chamado de *snorkel*, para realizar a captura de ar para os motores de combustão interna. A operação de *snorkel* é realizada por submarinos convencionais.

As cotas de submersão que permitem a interação direta com a atmosfera são também utilizadas para observação periscópica e são conhecidas como cotas periscópicas ou cotas de *snorkel*. A navegação do submarino em cotas periscópicas deve levar em conta a influência da superfície livre, com a formação de ondas geradas pelo seu avanço e a consequente perda de parte da potência fornecida pelo propulsor.



## 1.1 Objetivos

Os objetivos do presente trabalho são construir e aplicar procedimentos de avaliação do uso de método de painéis na estimativa da resistência de ondas de submersíveis. Considera-se uma versão do método de elementos de contorno (*Boundary Elements Method - BEM*) baseado em fontes de Rankine. Como ilustração aplica-se o método a um casco da série 58 e ao casco DARPA SUBOFF. O confronto entre os resultados numéricos aqui obtidos e resultados experimentais e numéricos, disponíveis para os referidos cascos, estrutura os procedimentos de avaliação.

## 1.2 Revisão bibliográfica

Dawson (1977) apresenta a proposta de linearização da superfície livre através do conceito de duplo casco, desde então a abordagem do problema utilizando fontes de Rankine passou a ser mais utilizada.

Jensen (1987) propôs o uso de soluções analíticas para estender a solução do problema para longe do corpo. Assim reduz a região onde são realizados os cálculos, inicialmente infinita, a um domínio finito.

Lechter (1993) estudou sistematicamente o uso de operadores de diferença como um meio de satisfazer as condições de radiação. Ele aponta que erros causados por amortecimento introduzidos pelos operadores de diferença aplicados a montante podem comprometer a solução do problema.

Raven (1998) descreve um método para suprimir oscilações ponto a ponto e elevações de ondas a montante, utiliza-se um leve deslocamento dos pontos de colocação.

Conti (2004) apresenta um resumo da abordagem utilizada por Nakos e Scлавounos (1990), Nakos e Scлавounos (1994), Scлавounos e Nakos (1989), Scлавounos e Nakos (1990) e Scлавounos *et al.* (1997). O equacionamento descrito envolve a equação da

continuidade e a equação de conservação do movimento, condições iniciais, condições de contorno no corpo, condições de contorno na superfície livre e condições na superfície que limitam o escoamento ao longe. As condições no corpo são a de impermeabilidade (cinemática), imposta fixando-se a direção das velocidades com o vetor normal à superfície do corpo para o escoamento nesta região, e a de não escorregamento (dinâmica), imposta igualando-se a velocidade tangencial a zero. As condições de contorno na superfície livre são a cinemática, que garante que não haja descontinuidades como buracos ou respingos no escoamento impondo-se velocidades tangenciais iguais para o escoamento e para a superfície, e a dinâmica, imposta uniformizando-se as pressões e desprezando-se tensões de cisalhamento. As condições que limitam o escoamento ao longe são a respeito da existência de ondas incidentes e de perturbações que se propagam para fora do domínio fluido.

Landweber e Gertler (1950) apresentam uma representação matemática de uma série de corpos de revolução, chamada de série 58, visando a sua aplicação em testes experimentais de hidrodinâmica. A curva de área seccional é definida por polinômios, de grau seis ou sete, cujos parâmetros são: o coeficiente de curvatura do raio extremidade de vante, o coeficiente de curvatura da extremidade de ré, o raio máximo, a posições da seção de área máxima e o coeficiente prismático.

Gertler (1950) apresenta os correspondentes resultados experimentais para os cascos axi-simétricos da série 58. O tratamento numérico desses dados seguem o método de Froude. A resistência friccional é estimada pela fórmula de Schoenherr. Resultados da resistência residual são obtidos para quatro modelos em profundidades periscópicas, cujos gráficos são apresentados em função do número de Froude.

Groves *et al.* (1989) descreve as características geométricas de um corpo axi-simétrico e apêndices elaborados para o projeto DARPA SUBOFF (*Defense Research Projects Agency*). Este projeto se propôs a criar um fórum para a comunidade de desenvolvimento de programas de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) para

facilitar a comparação de resultados numéricos com experimentais da estimativa de escoamentos no entorno do modelo apresentado. O corpo axi-simétrico tem comprimento de aproximadamente 14,3 pés e diâmetro máximo de 1,67 pés. A distribuição do raio do corpo axi-simétrico ao longo de seu comprimento é definida por equações diferentes para representar a proa, o corpo paralelo médio, a popa e uma capa de popa, assim como para cada um dos apêndices.

Huang *et al.* (1989) descrevem vários ensaios experimentais com o modelo DARPA SUBOFF, dentre os quais ensaios de resistência. O corpo axi-simétrico é testado pelo DTRC (*David Taylor Research Center*) em dois tanques, o TMB (*Towing Model Basin*) e no HSMB *Tracor Hydronautics Ship Model Basin*. O TMB tem largura de 51 pés e profundidade de 22 pés. O HSMB tem largura de 24 pés, profundidade de 12.76 pés e comprimento de 420 pés.

Ward e Gowing (1990) descrevem as instalações físicas e a instrumentação utilizada nos ensaios realizados no projeto DARPA SUBOFF.

Crook (1994) determina numericamente, sob a hipótese de escoamento potencial, os esforços hidrodinâmicos que atuam sobre o casco de um submarino com velocidade constante em profundidades de submersão periscópicas e águas calmas. A determinação do escoamento é formulada pela solução de um problema de Green com base em fontes de Kelvin que satisfazem as condições linearizadas de superfície livre e a condição de radiação.

Domiciano (2001) apresenta o desenvolvimento e testes de um programa de computador para a determinação do escoamento potencial em torno de corpos que avançam em velocidade constante na presença de superfície livre. A partir da resolução do escoamento potencial determina a resistência de ondas. São apresentados resultados para uma esfera submersa e para dois corpos flutuando: uma semi-esfera e um corpo matematicamente descrito por funções parabólicas chamado de Casco de Wigley. Os resultados computacionais obtidos são comparados com soluções

analíticas e valores experimentais.

### **1.3 Descrição do conteúdo por capítulos**

Esta dissertação é composta por cinco capítulos. O primeiro capítulo é uma introdução onde descrevem-se os objetivos, uma revisão bibliográfica e a descrição do trabalho por capítulos.

O segundo capítulo introduz os fundamentos utilizados no estudo. Descrevem-se os fundamentos da resistência de ondas e da representação matemática da superfície de cascos, formula-se o problema matematicamente e apresentam-se os métodos de linearização das condições de contorno, o método de painéis utilizado na discretização do problema e o método dos cortes transversais utilizado na estimativa da resistência de ondas.

O terceiro capítulo apresenta propostas de procedimentos para aplicação do método dos painéis. São propostos procedimentos para verificação da ordem de grandeza dos resultados, representação matemática do casco, dimensionamento dos painéis e da extensão da malha, verificação de características fundamentais esperadas na aplicação e a comparação com resultados conhecidos.

O quarto capítulo descreve a aplicação dos procedimentos propostos para caso ilustrativos de cálculo da resistência envolvendo dois cascos de submersíveis em diferentes profundidades. Os resultados obtidos através de uma adaptação do programa desenvolvido em Domiciano (2001) são apresentados e avalia-se a aplicação dos procedimentos propostos.

O quinto capítulo apresenta conclusões sobre o estudo e propõe questões que podem ser objetivos de uma possível continuação deste estudo.

# Capítulo 2

## Fundamentos

Apresentam-se neste capítulo a notação e os conceitos fundamentais utilizados no decorrer desta dissertação.

Considera-se um casco submerso a uma distância fixa da superfície livre de separação ar-água avançando com velocidade constante  $U$ . Adota-se um sistema de referência ortogonal  $(O, x, y, z)$ , esquematizado na figura 2.1. A origem  $O$  é localizada na superfície livre não perturbada e mantém-se alinhada verticalmente com o centro geométrico do casco. O eixo horizontal  $x$  é localizado na superfície e orientado a vante; o eixo vertical  $y$  é perpendicular a  $x$  e orientado para cima; o eixo  $z$  é perpendicular aos demais e orientado para boreste.

Para um observador posicionado na origem deste referencial, o casco está em repouso, seu eixo longitudinal central está paralelo à superfície livre e existe um fluxo uniforme de velocidade constante  $U$  vindo do infinito.

Denota-se por  $L$  o comprimento do casco, por  $D$  o diâmetro máximo e por  $h$  a cota em que se encontra submerso.

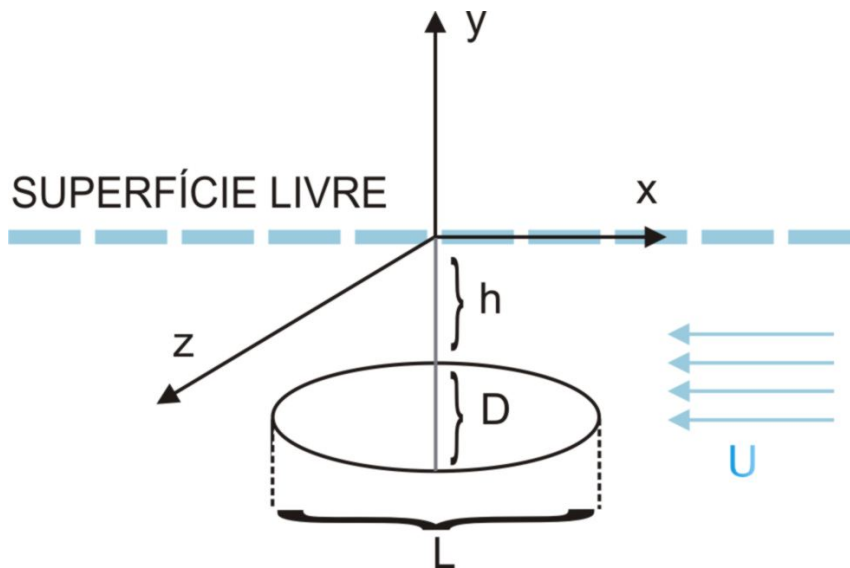


Figura 2.1: Sistema de referência adotado

## 2.1 Resistência de ondas

### 2.1.1 A hipótese de Froude

O avanço de um casco submerso enfrenta forças que se opõem ao seu movimento. Efeitos gravitacionais, viscosos e inerciais contribuem para a sua formação.

Na segunda metade do século XIX, William Froude realizou experimentos com modelos em escala, ilustrados na figura 2.2. Nestes experimentos, Froude variou sistematicamente parâmetros geométricos e condições cinemáticas dos modelos. Desta forma, estabeleceram-se as bases de uma análise da resistência de ondas que permitem considerar a hipótese de que os efeitos inerciais-gravitacionais são independentes dos efeitos inerciais-viscosos.

Denota-se por  $R_T$  a força total que se opõe ao avanço da embarcação com velocidade  $U$ . O coeficiente de resistência ao avanço  $C_T$  é definido como

$$C_T = \frac{R_T}{\frac{1}{2}\rho S_W U^2} \quad (2.1)$$

onde  $\rho$  é a densidade da água,  $U$  a velocidade de avanço do casco e  $S_W$  é a sua



**Figura 2.2:** Modelos swan (*cisne*) e raven (*corvo*) utilizados por Willian Froude para estudar problemas de escala e de resistência ao avanço. Foto tirada por William M. Connelly e disponível em [www.commons.wikimedia.org](http://www.commons.wikimedia.org)

área de superfície molhada.

A hipótese de Froude permite exprimir o coeficiente de resistência total por

$$C_T = C_R + C_F \quad (2.2)$$

onde  $C_R$  é o coeficiente de resistência residual, dependente dos efeitos inerciais-gravitacionais, e  $C_F$  é o coeficiente friccional, dependente dos efeitos inerciais-viscosos do escoamento.

Admite-se que o coeficiente  $C_F$  do casco é idêntico ao de uma placa plana com o mesmo comprimento  $L$  e a mesma área de superfície molhada  $S_W$ . Obtém-se desta forma o valor de  $C_F$ .

### 2.1.2 Uma primeira estimativa para a resistência de ondas

Esta seção apresenta uma forma de se realizar uma primeira estimativa para o valor da resistência de ondas proposta em Conti (2004).

O valor da resistência  $R_W$  pode ser estimado pela seguinte expressão:

$$R_W = \frac{P_W}{U} \quad (2.3)$$

Onde  $P_W$  é potência necessária para gerar o sistema de ondas.

Toma-se uma direção de propagação das ondas formando um ângulo  $\theta$  com a reta  $x = 0$ . A densidade de energia média que se propaga nesta direção é dada por

$$\frac{1}{2}\rho g A^2(\theta) \quad (2.4)$$

O avanço do corpo provoca um deslocamento lateral das partículas fluidas durante um certo período de tempo. Inicialmente considera-se que as ondas são provocadas pelo deslocamento de um único ponto, ou seja, uma onda é gerada para cada instante  $t$ . Pretende-se descrever o resultado da superposição destas ondas. Aproxima-se o deslocamento das partículas por  $D$  e o período de tempo por  $\frac{L}{U}$ . Considera-se que esta velocidade decresce com a cota de submersão do corpo proporcionalmente a  $e^{-\frac{gh}{U^2}}$ . Segue a seguinte estimativa da velocidade das partículas:

$$\frac{UD}{L} e^{-\frac{gh}{U^2}} \quad (2.5)$$

Esta velocidade também pode ser aproximada por  $\omega A$ , de onde segue a seguinte estimativa da amplitude da onda gerada:

$$\omega A \simeq \frac{UD}{L} e^{-\frac{gh}{U^2}} \rightarrow A \simeq \frac{U^2}{g} \frac{D}{L} e^{-\frac{gh}{U^2}} \quad (2.6)$$

E, considerando-se que o sistema de ondas gerado se propaga no setor de Kelvin, podemos estimar  $P_W$  pela seguinte expressão:

$$P_W = \frac{1}{2}\rho g A^2 \simeq \frac{1}{2}\rho g \left(\frac{U^2}{g} \frac{D}{L} e^{-\frac{gh}{U^2}}\right)^2 U L \tan(19^\circ) \quad (2.7)$$



Os valores da estimativa são calculados em função do número de Froude  $F_r$  e de propriedades geométricas do casco como segue:

$$C_w \simeq F(F_r) \frac{C_{\nabla}^2}{C_S \frac{L^2 D}{T}} 4 \tan(19^\circ) \quad (2.8)$$

onde  $C_{\nabla} = \frac{L}{\nabla^{\frac{1}{3}}}$  é o coeficiente volumétrico e  $C_S = \frac{S_w}{\nabla^{\frac{2}{3}}}$  é o coeficiente de superfície molhada.

O fator  $F(F_r)$  é dado por:

$$F(F_r) = |F_r^2 \sin^2\left(\frac{l}{L} \frac{1}{F_r^2}\right)| \quad (2.9)$$

onde  $l$  é a medida entre a bochecha de proa e a alheta de popa do casco.

## 2.2 Representação matemática da superfície de cascos submersíveis

### 2.2.1 Cascos com representação analítica definida

A série 58, apresentada por Landweber e Gertler (1950), é uma série de corpos de revolução utilizados como modelos de cascos submersíveis em ensaios experimentais. A curva de área seccional que define estes corpos é determinada por meio de um polinômio, o que facilita o desenvolvimento de métodos computacionais. Utilizam-se polinômios de sexto ou sétimo graus cujos coeficientes são obtidos em função dos seguintes parâmetros adimensionais: a razão entre comprimento o raio máximo  $\frac{L}{D}$ , os raios das extremidades de proa  $r_0$  e da popa  $r_1$ , o coeficiente prismático  $C_P$  e a posição  $m$  da secção máxima em  $x$ .

O modelo DARPA SUBOFF, descrito por Groves *et al.* (1989), foi desenvolvido para o DARPA (*Defense Advanced Research Projects Agency*), um órgão de defesa

americano, pelo DTRC (*David Taylor Research Center*). O intuito do principal do projeto foi criar condições para a comunidade de CFD trocar informações de forma consistente através da disponibilização de resultados experimentais e numéricos e da criação de um fórum.

O volume principal do modelo DARPA SUBOFF é formado por um corpo axi-simétrico. A curva de área seccional que o define é determinada por equações específicas para o corpo de proa, corpo paralelo médio, corpo de popa e sua capa. Há ainda equações que definem os apêndices e a sua localização no casco principal.

## 2.2.2 Representação por NURBS

Descreve-se neste item uma forma de construir a malha de painéis a partir de curvas NURBS, com base em pontos da tabela de cotas que representam o casco.

Uma curva NURBS no espaço tridimensional é representada pela expressão:

$$\vec{s}(t) = \frac{\sum_{i=0}^{L+n-1} \vec{d}_i N_i^n(t)}{\sum_{i=0}^{L+n-1} w_i N_i^n(t)} \quad (2.10)$$

Onde  $\vec{d}_i$  são os vértices do polígono de controle, pontos pelos quais se quer aproximar a curva, e os valores  $w_i$  são seus respectivos pesos, que permitem controlar a aproximação da curva aos pontos.

O parâmetro  $t$  varia de forma monotônica do início ao final da curva, supõe-se que seja normalizado e varie no intervalo  $[0, 1]$ . A curva é construída a partir uma lista de  $L+2n-2$  valores paramétricos  $t_0, t_1, \dots, t_{n-1}, t_n, \dots, t_{L+2n-2}$ , denominada vetor de nós.

As funções  $N_i^n(t)$  são polinômios de grau  $n$  definidos de forma recursiva:

$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1 & t \in [t_{i-1}, t_i) \\ 0 & t \notin [t_{i-1}, t_i) \end{cases}$$

$$N_i^n(t) = \frac{t - t_{i-1}}{t_{i+n-1} - t_{i-1}} N_i^{n-1}(t) + \frac{t_{i+n} - t}{t_{i+n} - t_i} N_{i+1}^{n-1}(t) \quad (2.11)$$

para  $i = 0 \dots L + n - 1$ .

Para  $n = 2$  pode-se calcular estas funções através do algoritmo de Boor, descrito em detalhes por Farin (1989), como segue:

$$N_i^2(t) = \begin{cases} \frac{t-t_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} \cdot \frac{t-t_{i-1}}{t_i-t_{i-1}} & t \in [t_{i-1}, t_i) \\ \frac{t-t_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} \cdot \frac{t_{i+1}-t}{t_{i+1}-t_i} + \frac{t_{i+2}-t}{t_{i+2}-t_i} \cdot \frac{t-t_i}{t_{i+1}-t_i} & t \in [t_i, t_{i+1}) \\ \frac{t_{i+2}-t}{t_{i+2}-t_i} \cdot \frac{t_{i+2}-t}{t_{i+2}-t_{i+1}} & t \in [t_{i+1}, t_{i+2}) \\ 0 & t \notin [t_{i-1}, t_{i+2}) \end{cases} \quad (2.12)$$

Conti (2004) apresenta vários métodos para construção de curvas NURBS a partir de um conjunto de pontos; descrevem-se a seguir dois deles. O primeiro consiste em aplicar um processo de otimização, visando diminuir fatores como a elasticidade, flexão e torção da curva, tornando-se assim a curva aproximada mais suavizada. O segundo processo, que será adotado, consiste em aplicar um método de minimização dos mínimos desvios quadráticos médios para garantir que a curva construída se distancie o mínimo possível dos pontos desejados.

Tomam-se, a partir da tabela de cotas,  $p$  pontos  $P_i$  representativos de uma determinada baliza.

Aplica-se então o método dos mínimos desvios quadrados médios:

$$\min \sum_{i=0}^p \left\{ P_i - \frac{\sum_{i=0}^{L+n-1} V_i N_i^n(t_i)}{\sum_{i=0}^{L+n-1} w_i N_i^n(t_i)} \right\} \quad (2.13)$$

Uma forma de escolha dos vértices  $V_i$  é tomar os pontos  $\vec{d}_i$  da baliza acrescidos de novos pontos, que devem ser tomados de forma a melhorar a aproximação.

Os intervalos paramétricos da NURBS podem ser obtidos a partir dos vértices

$V_i$  do polinômio de controle. Para  $i = 0..L + n - 2$  determina-se os valores:

$$l_i = \sqrt{x_{V_{i+1}}^2 - x_{V_i}^2} \quad (2.14)$$

e  $l_t$  o valor da soma de todas as distâncias calculadas através da expressão 2.14

$$l_T = \sum_{i=0}^{L+n-1} l_i \quad (2.15)$$

Obtém-se assim  $i = 0..L + n - 2$  sub-intervalos paramétricos não uniformes que formam do vetor de nós.

- $t_0 = 0$
- $t_i = \frac{t_{i-1} + l_i}{l_T}$

A partir da representação construída para cada uma das balizas disponíveis, sugere-se tomar pontos e construir, seguindo o mesmo método, linhas longitudinais que formem um modelo de arame para o casco.

## 2.3 Formulação matemática do problema

Adota-se como referencial o sistema de eixos cartesianos  $(O, x, y, z)$  descrito no início deste capítulo. Admite-se que o fluido seja incompressível e invíscido e o escoamento irrotacional. O campo de velocidades  $\vec{v}$  é determinado pelo gradiente de uma função escalar  $\Psi$ :

$$\nabla\Psi = \vec{v} \quad (2.16)$$

Admite-se a hipótese de águas profundas, ou seja, que o fundo rígido seja longe o suficiente para que se despreze os seus efeitos no escoamento.

Denota-se por  $S_L$  superfície livre de separação ar-água e por  $S_C$  a superfície do casco.

No domínio fluido, o escoamento está sujeito à lei de conservação da massa que, sob as hipóteses admitidas, é expressa pela equação de Laplace

$$\nabla^2 \Psi = 0 \quad (2.17)$$

e à conservação da quantidade de movimento, que pode ser expressa pela equação de Bernoulli

$$\frac{p}{\rho} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{2} (|\nabla \Psi|^2 - U^2) + g y = C \quad (2.18)$$

onde  $p$  é a pressão relativa que, adotando-se a pressão atmosférica como referência, é considerada nula na superfície de separação;  $\rho$  é densidade da água;  $g$  a intensidade da força da gravidade e  $C$  um valor constante.

Garante-se a impermeabilidade do casco  $S_C$  aplicando-se a condição de corpo rígido

$$\nabla \Psi \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.19)$$

onde o vetor unitário  $\vec{n}$ , normal à superfície  $S_C$ , aponta para o meio fluido.

A superfície livre é definida por sua elevação  $y = \eta(t, x, z)$ , e está sujeita as condições de contorno cinemática e dinâmica.

A condição cinemática é expressa por

$$(\nabla \Psi \cdot \nabla)[y - \eta(x, z)] = 0 \quad (2.20)$$

para  $y = \eta(x, z)$ .

Impõe-se que a pressão em toda a extensão da superfície livre seja igual à pressão atmosférica. A partir da equação de Bernoulli obtém-se a condição dinâmica

$$\eta(x, y) = -\frac{1}{g} \left( \frac{1}{2} \nabla \Psi \nabla \Psi - \frac{1}{2} U^2 \right) \quad (2.21)$$

Substituindo-se a expressão 2.21 na equação 2.20, obtém-se a condição combinada para a superfície livre

$$\frac{1}{2} \nabla \Psi \cdot \nabla (\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi) + g \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad (2.22)$$

para  $y = \eta(x, y)$ .

Uma condição de radiação é necessária para o problema de contorno. Esta condição é derivada das características físicas do sistema de ondas gerado pelo avanço do casco.

## 2.4 Linearização da superfície livre

Para a solução do problema de contorno formulado na seção 2.3 ressaltam-se duas dificuldades. A primeira é o desconhecimento da posição da superfície livre. A segunda é a não linearidade da condição de contorno imposta por 2.22.

A abordagem adotada por Nakos e Slavounos (1994) consiste em decompor o potencial total  $\Psi$  é resultante de duas parcelas:

- um potencial base  $\Phi$  que contém o potencial  $-Ux$  do escoamento ao longe mais uma pequena parcela  $\phi$ , tomada apropriadamente, cuja influência na perturbação total  $\eta(x, y)$  da superfície livre é dada por  $\bar{\xi}(x, y)$ ;
- o potencial  $\varphi$  que contém a perturbação restante  $\xi(x, y)$  da superfície livre.

O potencial total  $\Psi$  pode ser expresso por

$$\Psi = \Phi + \varphi \quad (2.23)$$

e a elevação da superfície livre por

$$\eta(x, z) = \bar{\xi}(x, z) + \xi(x, z) \quad (2.24)$$

A condição de superfície livre descrita em 2.22 pode ser linearizada e imposta à superfície  $y = \bar{\xi}(x, z)$ .

Consideram-se duas opções de se linearizar as condições de contorno na superfície livre. As opções consideradas consistem em adotar-se o potencial  $-Ux$  do escoamento vindo do infinito ou potencial base  $\Phi$  como base da linearização.

Adota-se aqui a linearização com base no potencial do escoamento permanente vindo do infinito.

Toma-se inicialmente um valor não dimensional  $\epsilon$  do prolema considerado pequeno. Consideram-se que os potenciais  $\varphi$  e  $\phi$  e a elevação de onda  $\eta(x, z)$  da ordem  $O(\epsilon)$  e os potenciais base  $\Phi$  e o escoamento ao infinito de ordem  $O(1)$ . Das equações 2.22 e 2.23 obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \nabla(\Phi + \varphi) \cdot \nabla[\nabla(\Phi + \varphi) \cdot \nabla(\Phi + \varphi)] + g \frac{\partial(\Phi + \varphi)}{\partial y} &= \\ \frac{1}{2} \nabla(\Phi + \varphi) \cdot \nabla[\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi + 2\nabla\Phi \cdot \nabla\varphi] + \nabla\varphi \cdot \nabla\varphi + g \left( \frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned}$$

Excluindo-se os termos de ordem maior do que  $O(1)$  tem-se

$$\frac{1}{2} \nabla\Phi \cdot \nabla(\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) + g \frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0 \quad (2.25)$$

em  $y = \bar{\xi}(x, z)$ .

Há varias formas de se decompor o potencial total  $\Psi$ . Adota-se aqui como potencial base  $\Phi$  o potencial de casco duplicado. Este é obtido através do espelhamento do volume de controle. Transforma-se o problema do escoamento com superfície livre em um problema de escoamento em meio infinito ao redor de dois corpos simetri-

camente posicionados em relação ao plano  $(O, x, z)$ , coincidente com a superfície de separação não deformada. O escoamento resultante é simétrico em relação a este plano e portanto pode ser calculado aplicando-se as condições de contorno em  $y = \bar{\xi}(x, z) = 0$ .

Adotando-se as hipóteses de casco esbelto e baixas velocidades obtém-se assim uma condição de contorno linearizada aplicada à superfície  $y = 0$ , conhecida como condição de Kelvin:

$$g \frac{\partial \varphi}{\partial y} + U^2 \frac{\partial^2 (\Phi + \varphi)}{\partial x^2} = 0 \quad (2.26)$$

em  $y = 0$ .

A linearização obtida na equação 2.25 permite que o potencial  $\Psi$  calculado seja utilizado como potencial base  $\Phi$  em um processo iterativo, onde a condição de contorno seria aplicada à elevação  $\eta$  obtida. Estas repetidas linearizações tem como objetivo buscar um resultado que converge para a solução exata do problema não linear.

Segundo Nakos e Scлавounos (1994), para que o problema de contorno tenha uma solução única é necessário uma condição de evanescência das ondas geradas. Impõem-se que em uma superfície  $S_\infty$  localizada a ré do casco a influência das ondas seja nula. Esta condição é determinada impondo-se que

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0 \quad (2.27)$$

em  $S_\infty$ .

O domínio fluido a ser considerado é portanto delimitado pelas superfícies  $S_C$ ,  $S_L$  e  $S_\infty$ .



## 2.5 O método dos cortes transversais

Conhecendo-se a deformação na superfície livre causada pelo movimento do corpo submerso é possível estimar a resistência de ondas a partir da energia transmitida para o fluido. Esta estimativa pode ser calculada a partir do espectro das ondas como propões Eggers *et al.* (1967).

Este método é conhecido como método do corte transversal. Consiste em fixar-se um corte transversal na superfície livre em uma determinada posição  $z = cte$  e calcula-se então o espectro das ondas  $E(k_z)$  para  $x \rightarrow \infty$ .

A resistência de ondas é dada pela seguinte expressão:

$$R_w = \frac{1}{8\pi} \rho g \int_{z=0}^{\infty} |E(k_z)|^2 \frac{\sqrt{1 + 4k_z^2}}{1 + \sqrt{1 + 4k_z^2}} dk_z \quad (2.28)$$

Onde  $k_z$  é o número de onda na direção do eixo  $z$ .

## Capítulo 3

# Proposta de procedimentos para a aplicação do método dos painéis e sua avaliação

Esta dissertação propõe procedimentos na aplicação do método dos painéis para cálculo de resistência de ondas de embarcações submersas. Objetiva-se verificar a aderência dos resultados ao fenômeno físico em questão.

Os procedimentos consistem em estimar a ordem de grandeza da resistência de ondas, construção de uma representação matemática para o casco, determinação da dimensão dos painéis e da malha, verificação de características fundamentais esperadas e comparação dos valores obtidos com resultados consolidados

### 3.1 Estimativa da ordem de grandeza

O passo inicial é a estimativa da ordem de grandeza do coeficiente de resistência de ondas para o casco em questão. Uma forma de se levantar este valor é por meio da expressão 4.1, que representa o deslocamento de um par fonte-sorvedouro com

velocidade constante na presença de superfície livre, resultando na determinação do coeficiente de resistência total  $C_W$  em função do número de Froude  $F_r$ . O ajuste da intensidade do par fonte-sorvedouro é feito com base em propriedades geométricas globais do casco: dimensões principais longitudinal e transversal, distância longitudinal entre a bochecha de proa e a alheta de popa, volume de deslocamento e área da superfície molhada.

A estimativa obtida da variação do valor do coeficiente  $C_W$  no intervalo de números de Froude no qual se pretende realizar os cálculos possibilita uma análise prévia da existência de máximos e mínimos locais. Com base nestas informações é possível aplicar o método dos painéis de forma a detectar mais facilmente estes pontos extremos.

## 3.2 Representação matemática do casco

A região do escoamento de interesse é envolvida por uma malha de painéis. Como já foi visto, cada painel é um quadrilátero plano determinado a partir de quatro pontos do casco. Como o casco está completamente submerso, a malha é formada por duas partes. Uma parte da malha cobre a superfície de separação ar-água e a outra a superfície do casco.

Para facilitar o posicionamento dos vértices que definem os painéis do casco, é conveniente que sua superfície seja descrita por expressões matemáticas. Tais expressões facilitam o posicionamento dos vértices que definem os painéis. Caso a descrição seja feita por outros meios, como tabelas de cotas ou planos de linhas, pode-se obter, por ajuste, representações tipo *B-spline* ou *NURBS*, como mencionado na seção 2.2.1.

### 3.3 Dimensionamento dos painéis

Nesta seção propõe-se um critério para determinar a maior dimensão dos painéis que formam a malha. Os painéis que formam as duas partes da malha, na superfície livre e no casco, terão a mesma dimensão. Adota-se, por simplicidade, como dimensão do painel a medida de seu lado maior.

Dado que a parte mais significativa do espectro de energia de ondas fica aquém de determinado número de onda  $K$ , todos os números de onda menores ou iguais a  $K$  devem ser capturados pelo método numérico. Para isso considera-se o critério de Nyquist, segundo o qual a dimensão máxima  $l_{max}$  do painel em função do maior número de onda  $K$  a ser considerado é dada por  $l_{max} \leq \frac{\pi}{K}$ .

Para representar satisfatoriamente a geometria de um corpo de comprimento  $L$  e raio máximo  $D$ , é necessário que a malha em sua superfície seja formada por pelo menos  $N_{trans}$  fileiras transversais e  $N_{long}$  longitudinais de painéis. Para isso toma-se  $l_{max} \leq \frac{L}{N_{trans}}$  e  $l_{max} \leq \frac{D}{N_{long}}$ ,

Para atender os três critérios do comprimento  $l_{max}$ , toma-se :

$$l_{max} = \min \left\{ \frac{\pi}{K}, \frac{L}{N_L}, \frac{D}{N_D} \right\} \quad (3.1)$$

### 3.4 Dimensionamento da malha no contorno

Estabelecem-se cinco critérios para o dimensionamento da malha. Para a superfície de separação são as extensões mínimas do trecho a jusante, do trecho a montante e da seção transversal. Para a superfície do corpo submerso são as extensões mínimas transversal e longitudinal.

### 3.4.1 A malha na superfície de separação ar-água

A malha que cobre a superfície de separação é composta por dois trechos. O primeiro, a jusante, se inicia na metade do casco em  $x = 0$  com extensão longitudinal  $l_1$  no semi-plano  $x \leq 0$ . O segundo, a montante, se inicia na metade do casco em  $x = 0$  com extensão longitudinal  $l_2$  no semi-plano  $x > 0$ . Os dois trechos tem extensão transversal  $l_{trans}$ .

Para a estimativa da resistência de ondas, a extensão longitudinal deve ser tal que as condições ao largo sejam efetivamente aplicadas e que um trecho do sistema de ondas gerado pelo avanço da embarcação seja coberto. Propõe-se que a extensão  $l_1$  do trecho a jusante cubra a metade do casco e, de sua popa a ré, tenha pelo menos duas vezes o comprimento da onda  $\lambda$  que se propaga na mesma direção de avanço, e não seja menor do que o comprimento  $L$ , ou seja:

$$l_1 \geq \frac{L}{2} + \max \{2\lambda, L\} \quad (3.2)$$

Assim, minimiza-se as influências locais do casco na borda da malha no sistema de ondas gerado na região.

Propõe-se que a extensão  $l_2$  do trecho a montante cubra o restante do casco e mais a metade de seu comprimento, ou seja:

$$l_2 \geq 0.75L \quad (3.3)$$

Considera-se a simetria boreste-bombordo do casco. As ondas em águas profundas geradas pelo movimento da embarcação ficam confinadas na região do entorno do semi-plano  $z = 0$ , formado por um setor angular, com origem no ponto  $(\frac{L}{2}, 0, 0)$ , de cerca de  $39^\circ$ . Propõe-se para a extensão transversal  $l_{trans}$  da malha o valor:

$$l_{trans} \geq \tan(19.5^\circ) \left( \frac{L}{2} + l_1 \right) \quad (3.4)$$

A partir destes critérios, as quantidades de painéis  $n_1$  de cada fileira no sentido longitudinal a jusante e analogamente  $n_2$  a montante, onde  $n_1$  e  $n_2$  são os menores inteiros que contém  $n_1^*$  e  $n_2^*$ , são especificados abaixo:

$$\begin{aligned} n_1^* &= \frac{\frac{L}{2} + \max\{2\lambda, L\}}{l_{max}} \\ n_2^* &= \frac{0.75L}{l_{max}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

As extensões longitudinais de cada trecho da malha são:

$$\begin{aligned} l_1 &= n_1 \cdot l_{max} \\ l_2 &= n_2 \cdot l_{max} \end{aligned} \quad (3.6)$$

A quantidade de painéis  $n_{trans}$  de cada fileira no sentido transversal, onde  $n_{trans}$  é o menor inteiro que contém  $n_{trans}^*$ , é especificado abaixo:

$$n_{trans}^* = \frac{\tan(19.5^\circ)(0.5 * L + l_1)}{l_{max}} \quad (3.7)$$

A extensão transversal da malha é:

$$l_{trans} = n_{trans} \cdot l_{max} \quad (3.8)$$

### 3.4.2 A malha na superfície do corpo submerso

A dimensão  $l_{max}$  de cada painel já foi estabelecida em 3.1 na qual, além das dimensões longitudinal  $L$  e transversal  $D$  do casco, considerou-se o comprimento de onda  $\lambda$ . Na malha da superfície do corpo submerso, toma-se  $n_3$  como a quantidade de painéis nas fileiras longitudinais, no qual  $n_3$  é o menor inteiro que contém  $n_3^*$  especificado abaixo:

$$n_3^* = \frac{L}{l_{max}} \quad (3.9)$$

Analogamente, toma-se  $n_4$  como a quantidade de painéis nas fileiras transversais da malha, no qual  $n_4$  é o menor inteiro que contém  $n_4^*$  especificado abaixo:

$$n_4^* = \frac{D}{l_{max}} \quad (3.10)$$

Note-se que  $n_3$  e  $n_4$  serão suficientes para o cálculo da resistência de ondas, embora não cubram completamente a superfície do corpo submerso.

## 3.5 Verificação de características fundamentais esperadas para os resultados

Propõe-se nesta seção a verificação de algumas características fundamentais dos resultados, que permitam avaliar o desempenho do método. Serão examinados a elevação da superfície livre, o espectro da energia de ondas para uma seção transversal e os valores da resistência de ondas calculados nas fileiras transversais.

### 3.5.1 Elevação da superfície livre

Uma forma de se avaliar o desempenho da aplicação do método dos painéis para o cálculo da resistência de ondas é com base nos resultados obtidos para a elevação da superfície livre.

Deve-se levar em consideração a consistência dos resultados obtidos com as características geométricas conhecidas para o trem de ondas gerado pelo movimento de avanço do casco. Discrepâncias na geometria da elevação da superfície livre calculada indicam inadequações dos parâmetros escolhidos para a aplicação do método dos painéis, principalmente na definição das dimensões da malha.

Como foi apresentado no capítulo 2, o trem de ondas gerado pelo avanço do casco em águas profundas fica confinado em uma faixa da superfície livre que se situa em torno do plano de simetria  $Oxy$ , abrangendo um ângulo de aproximadamente  $39^\circ$ .

Deve-se verificar se os resultados calculados representam o trecho do trem de onda e todos os comprimentos de onda esperados. Além disso deve ser verificada a existência de descontinuidades locais na superfície livre ou elevações espúrias em pontos críticos da malha, como por exemplo nos seus extremos. Este comportamento de pico pode levar a discrepâncias no valor final da estimativa da resistência. No enfrentamento destes resultados pode-se utilizar técnicas de enjanelamento, ou *windowing*, as quais não foram consideradas nesse trabalho.

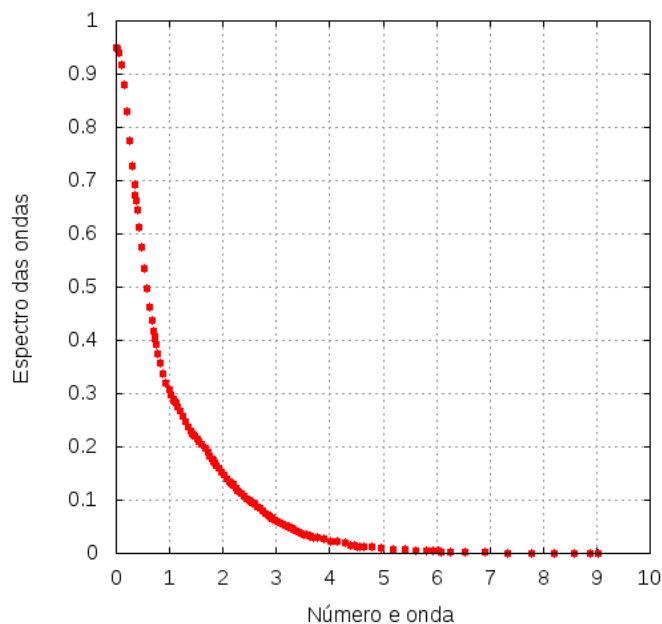
### 3.5.2 Espectro de energia das ondas para uma seção transversal da superfície livre

O cálculo da resistência de ondas pelo do método dos cortes transversais, descrito no capítulo 2, é efetuado computacionalmente através da aproximação da integral dos valores em módulo do espectro de energia para cada fileira de painéis. A integração é discretizada e truncada para um conjunto finito de números de onda.



Este truncamento é feito com base no valor fixado para o maior número de onda  $K$  considerado, descrito na seção 3.3, que determina a dimensão dos painéis.

Desta forma pode-se avaliar a adequação da dimensão dos painéis da malha a partir dos valores calculados para o módulo do espectro de energia para uma fileira transversal da superfície de separação.



**Figura 3.1:** Exemplo do comportamento assintótico esperado para os valores calculados do módulo do espectro de energia (Casco DARPA SUBOFF com  $K=9$ ).

Recomenda-se que seja escolhida uma fileira transversal de painéis da superfície de separação a jusante do casco e sejam adquiridos os valores calculados do módulo do espectro de energia para os números de onda considerados. Espera-se que estes valores se aproximem assintoticamente de zero para números de onda próximos ao valor  $K$  máximo, como se observa na figura 3.1. Assim garante-se que a parte mais significativa da energia transferida pelo movimento do casco para a formação das ondas tenha sido considerada no cálculo.

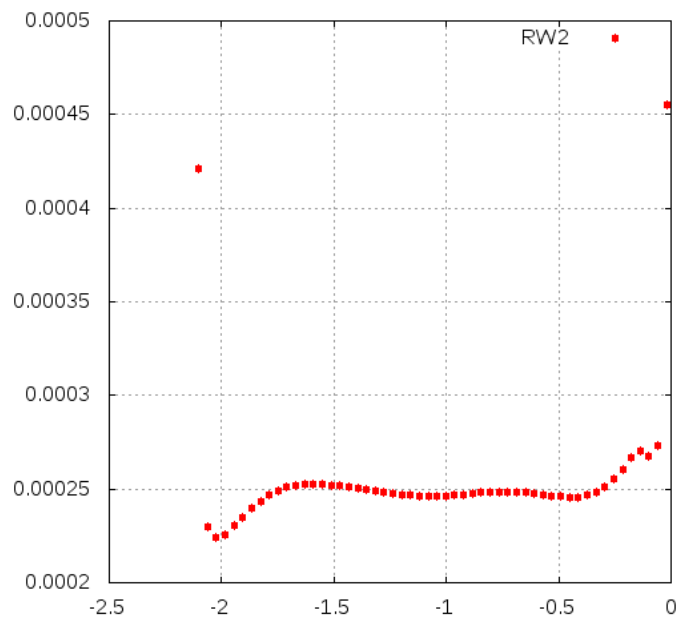
A convergência do valor do módulo do espectro de energia pode ser usada como critério na avaliação da adequação do parâmetro  $K$  e conseqüentemente da dimensão dos painéis. Não ocorrendo a convergência, propõe-se o que um valor maior de  $K$  seja

tomado, diminuindo-se a dimensão dos painéis e conseqüentemente considerando-se números de onda maiores. Este processo deve ser repetido até que se verifique o comportamento assintótico esperado.

O critério aqui sugerido permite avaliar a necessidade do aumento da granularidade da malha para melhorar o desempenho do método dos painéis, que é muito custoso computacionalmente e pode não contribuir na efetividade dos cálculos.

### 3.5.3 Valores da resistência de ondas calculados nas fileiras transversais

O valor calculado da resistência de ondas varia conforme o corte transversal do trem de ondas considerado, ou seja, da correspondente fileira de painéis da superfície de separação, como se verifica na figura 3.2. Esta variação é uma consequência das aproximações numéricas e dos efeitos de borda da malha. Quanto menores forem estas variações, maior a confiança na adequação dos resultados.



**Figura 3.2:** Exemplo da variação do valor da resistência de ondas calculado para diferentes fileiras transversais de painéis (casco DARPA SUBOFF).

Propõe-se que a estimativa do valor da resistência de ondas seja tomada a partir do valor médio dos resultados calculados para um conjunto de fileiras a ré do casco. Pode-se desconsiderar uma parte dos valores nas extremidades da malha. Os valores calculados nas fileiras localizadas no extremo a jusante da malha podem sofrer distorções causadas pelo truncamento do domínio. Nas fileiras próximas ao casco, os efeitos locais de sua presença podem causar discrepâncias numéricas. Estes valores espúrios pontuais podem causar efeitos de alteração na ordem de grandeza dos resultados se consideradas na média.

### **3.6 Comparação com resultados consolidados**

Para validar o método computacional proposto serão escolhidos para comparação alguns casos de referência, que tanto podem ser resultados de ensaios experimentais como cálculos numéricos validados.

Grandes discrepâncias entre os resultados de referência e da aplicação podem ter origem em problemas na implantação computacional, dentre os quais erros de programação e na preparação dos dados; outra fonte de discrepância possível pode decorrer das distintas modelagens matemáticas do escoamento ou dos métodos de cálculo; uma terceira fonte podem ser as diferenças nas hipóteses admitidas; finalmente, devem ser consideradas as condições físicas dos experimentos.

Quando detectadas diferenças significativas entre o processamento numérico e os correspondentes resultados de referência procede-se a um processo de depuração do programa; se persistirem as discrepâncias, verifica-se a preparação dos dados por meio de exame minucioso da malha.

Quanto às distintas modelagens matemáticas do escoamento, o esquema numérico implantado utiliza a distribuição de fontes de Rankine nos painéis da malha de contorno, o que requer a verificação dos modelos utilizados pelas referências, se de

Rankine ou de Kelvin.

Quanto aos métodos de cálculo, a superfície livre é linearizada com base no escoamento ao longe e a resistência de ondas é calculada a partir do espectro de energia das ondas, estimado em cortes transversais da superfície livre, devendo ser verificado se as referências utilizaram a linearização da superfície livre com base no escoamento gerado pela duplicação casco em meio infinito, ou o cálculo da resistência de ondas a partir da integração da pressão na superfície do casco.

As hipóteses admitidas estão descritas com mais detalhes nas seções 2.3 e 2.4. Uma síntese é a seguinte: o escoamento é potencial; os efeitos viscosos não são considerados; a velocidade do escoamento é uniforme; o casco é esbelto, o escoamento não sofre efeitos de fundo. Quando há ocorrência de grandes discrepâncias cada hipótese deve ser confrontada com as adotadas pelas referências.

Os métodos experimentais para determinação da resistência residual tipicamente partem da hipótese de Froude que resulta do cálculo do coeficiente de resistência residual  $C_R$  através da subtração da resistência de atrito  $C_F$ , calculada para uma placa plana com a mesma área de superfície molhada do corpo em questão; ou do cálculo do coeficiente de resistência de ondas  $C_W$  através da análise espectral do sistema de ondas gerado pelo avanço do corpo em um corte longitudinal a sua ré. Qualquer uma das duas hipóteses não deve acarretar grandes discrepâncias entre os resultados numéricos e os das referências.

# Capítulo 4

## Aplicação e avaliação dos procedimentos propostos

Aplicam-se os procedimentos propostos no capítulo 3 na estimativa da resistência de ondas de dois cascos de submersíveis, um é o modelo 4164 da série 58, descrita por Landweber e Gertler (1950), e o outro é modelo DARPA SUBOFF, descrito por Groves *et al.* (1989). Para cada um deles é calculado o coeficiente de resistência de ondas utilizando-se a implementação computacional de método dos painéis descrita por Conti e Domiciano (2000).

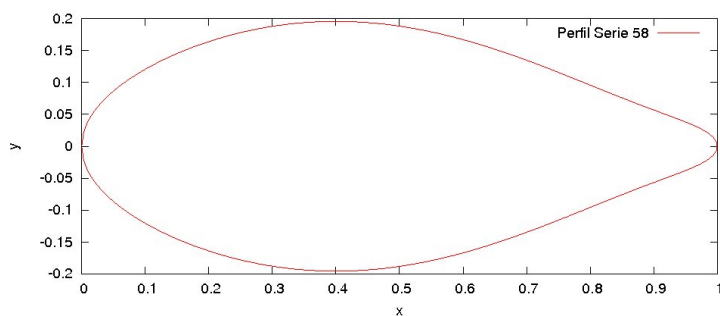
### 4.1 Casos de aplicação

Aplica-se o método para o modelos 4164 da série 58 e o DARPA SUBBOF que possuem resultados de experimentos ou de cálculos computacionais publicados. Descrevem-se os modelos, as estimativas conhecidas e a forma da sua obtenção.

### 4.1.1 O modelo 4164 da série 58

Para o modelo 4164 da série 58, tem-se avaliações experimentais da resistência ao avanço, apresentadas por Gertler (1950). O coeficiente de resistência residual  $C_R$  foi calculado através do método de Froude, o coeficiente de resistência friccional  $C_F$  foi estimado a partir da fórmula de Schoenherr, descritos na seção 2.1.1. Os ensaios foram realizados em três profundidades de submersão  $h$  relacionadas ao raio máximo casco  $D$ , a saber:  $h = 0.1235D$ ,  $h = 0.1396D$  e  $h = 0.1559D$ ; as velocidades variaram conforme os números de Froude no intervalo de 0.1 a 1.3. Os resultados são apresentados em função da cota de submersão e do número de Froude; para fins de validação, os cálculos deste trabalho foram realizados para as mesmas condições de submersão e velocidades.

A curva de área seccional do modelo 4164 é apresentada na figura 4.1 e suas principais características geométricas, adimensionalizadas na tabela 4.1, pelo comprimento do casco.



**Figura 4.1:** Curva de área seccional do modelo 4164

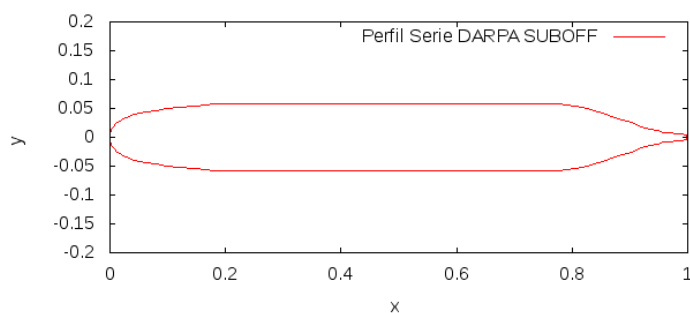
$L$	$D$	$S_w$	$\nabla$
1	0.143	0.312	0.009

**Tabela 4.1:** Características geométricas adimensionais do modelo 4164 da série 58

### 4.1.2 O modelo DARPA SUBOFF

Para o modelo DARPA SUBOFF, tem-se valores calculados do coeficiente de resistência de ondas  $C_W$ , apresentados por Crook (1994); o coeficiente  $C_W$  foi estimado sob a hipótese de escoamento potencial. O seu cálculo foi feito pela integração das pressões que atuam sobre o casco avançando com velocidade constante, submerso em cotas periscópicas, e em águas calmas. A condição de superfície livre foi linearizada e o escoamento representado por uma equação integral de Fredholm, com função de Green tipo fonte de Kelvin, satisfazendo as condições linearizadas de superfície livre e de radiação. O coeficiente  $C_W$  foi calculado para números de Froude no intervalo de 0.18 a 0.75; para fins de validação, os cálculos deste trabalho foram realizados para as mesmas condições de submersão e velocidades.

A curva de área seccional do modelo DARPA SUBOFF é apresentada na figura 4.2 e suas principais características geométricas, adimensionalizadas pelo comprimento do casco, na tabela 4.2



**Figura 4.2:** Curva de área seccional do modelo da série DARPA SUBOFF

**Tabela 4.2:** *Características geométricas adimensionais do modelo DARPA SUBOFF*

$L$	$D$	$S_w$	$\nabla$
1	0,117	0.331	0.009

## 4.2 Aplicação dos procedimentos propostos

Descreve-se a seguir a aplicação de cada um dos seis procedimentos propostos no capítulo 3. Estima-se a ordem de grandeza, representam-se matematicamente os cascos, dimensionam-se os painéis e as malhas, verificam-se características fundamentais esperadas para os resultados, e comparam-se os valores obtidos com resultados consolidados.

### 4.2.1 Estimativa da ordem de grandeza

Estima-se a ordem de grandeza do coeficiente  $C_W$  pela expressão apresentada na seção 2.1.2, na qual a presença do casco é obtida da superposição dos fluxos gerados por uma fonte e um sorvedouro. Portanto tem-se

$$C_w \simeq F(F_r) \frac{C_\nabla^2}{C_S \frac{L^2 D}{T}} 4 \tan(19^\circ)$$

onde  $C_\nabla = \frac{L}{\nabla^{\frac{1}{3}}}$  é o coeficiente volumétrico e  $C_S = \frac{S_w}{\nabla^{\frac{2}{3}}}$  é o coeficiente de superfície molhada do casco. O fator  $F(F_r)$  é dado por:

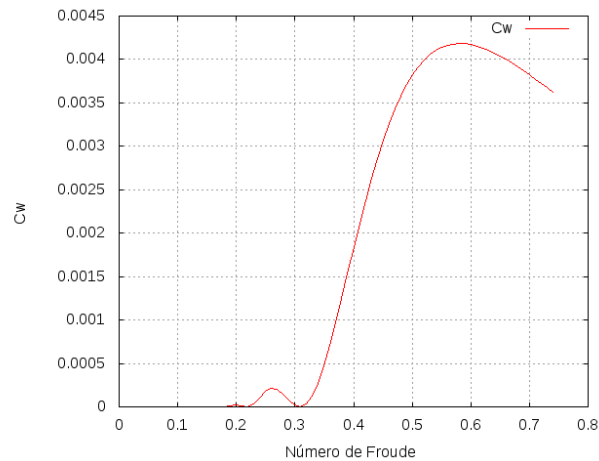
$$F(F_r) = |F_r^2 \sin^2\left(\frac{l}{L} \frac{1}{F_r^2}\right)|$$

onde  $l$  é a medida entre os ombros de proa e de popa do casco, aproximada por  $L.C_b$ ;  $L$  é o comprimento e  $C_b$  o coeficiente de bloco do casco.

As estimativas realizadas são apresentadas em função do número de Froude.

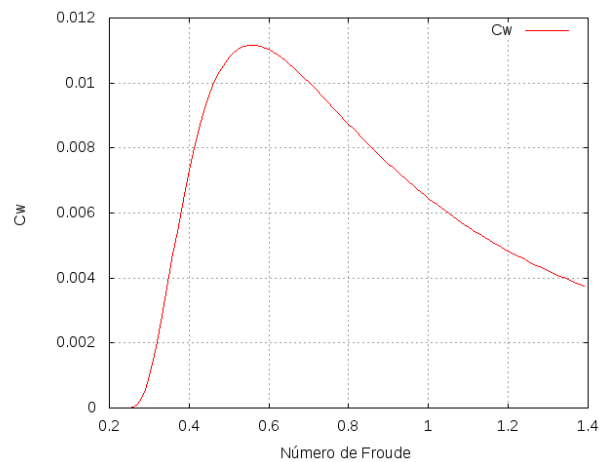
A figura 4.3 apresenta valores da estimativa da ordem de grandeza calculada para o modelo DARPA SUBOFF em cota relativa de submersão  $h = 0.15L$ .





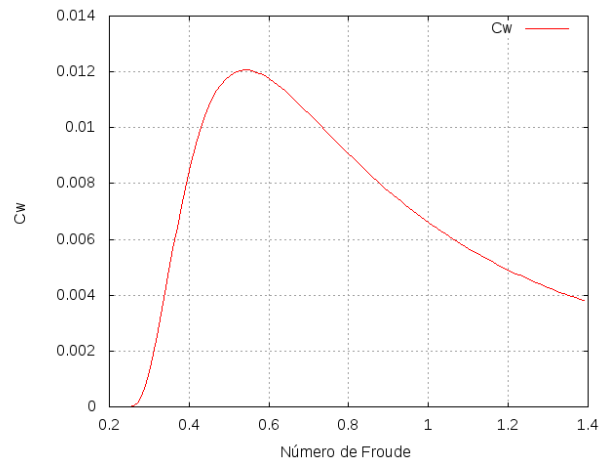
**Figura 4.3:** Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo DARPA SUBOFF em profundidade de submersão  $h=0.15L$

Para visualizar se existe ou não influência das cotas relativas de submersão  $h$ , apresentam-se nas figuras 4.4, 4.5 e 4.7 os valores da estimativa da ordem de grandeza calculadas para o modelo 4164 da série 58, em  $h = 1.559D$ ,  $h = 1.359D$  e  $h = 1.235D$ , respectivamente.

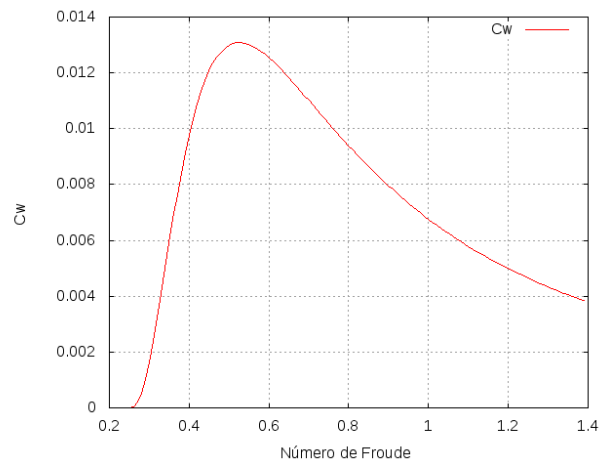


**Figura 4.4:** Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo 4164 da série 58 em profundidade de submersão  $h=1,559D$

Devido ao grau de simplificação das hipóteses adotadas, esta estimativa é adequada para avaliar a ordem de grandeza dos valores de  $C_W$  e a variação deste coeficiente em função da velocidade de avanço do casco.

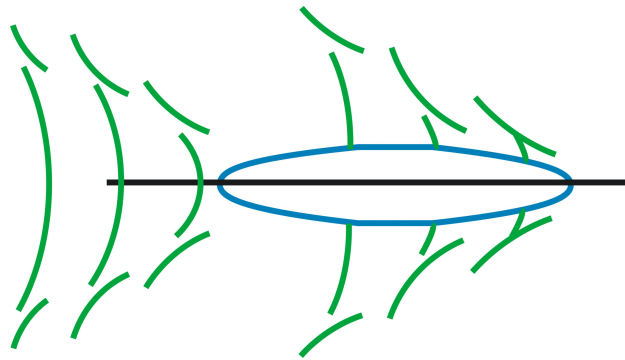


**Figura 4.5:** Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo 4164 da série 58 em profundidade de submersão  $h=1,359D$



**Figura 4.6:** Estimativa da ordem de grandeza realizada para o modelo 4164 da série 58 em profundidade de submersão  $h=1,235D$

Quando o comprimento  $\lambda$  da onda longitudinal gerada é menor que o comprimento  $L$  do casco ocorre superposição das ondas que podem ter efeitos destrutivos ou construtivos; no caso contrário tais efeitos deixam de existir e o coeficiente  $C_W$  não oscila. Tanto para o modelo DARPA SUBOFF quanto para o modelo 4164 verifica-se que, em velocidades relativas a números de Froude mais baixos, o coeficiente de resistência de ondas oscila devido à interação das ondas geradas na proa e na popa.



**Figura 4.7:** *Esquema ilustrativo para as ondas longitudinais e transversais geradas a partir da proa e da popa do casco*

Para o modelo DARPA SUBBOF, a estimativa realizada indica oscilações das amplitudes dos valores de  $C_W$  no intervalo entre 0 e 0.0045 para números de Froude no intervalo de interesse, entre 0.2 e 0.75.

Para o modelo modelo 4164 da série 58, a estimativa realizada indica que os valores de  $C_W$  estão em intervalo que depende da profundidade de submersão, entre 0 e 0.014; para números de Froude maiores que 0.2 não há oscilação, mas um ponto de máximo para  $F_r$  em torno de 0.5.

O planejamento dos cálculos pelo método dos painéis para o modelo DARPA SUBOFF e para o modelo 4164 considerou as estimativas acima apresentadas dos máximos e mínimos locais.

## 4.2.2 Representação matemática do casco

A representação matemática do casco permite uma disposição adequada dos painéis que descrevem sua superfície. Os cascos dos modelos 4164 da série 58 e DARPA SUBOFF utilizados nas aplicações apresentadas neste trabalho são corpos de revolução e suas curvas da área seccional são funções polinomiais.

Descrevem-se a seguir os polinômios referentes à área seccional dos modelos.

A curva do modelo DARPA SUBOFF é uma função expressa por quatro polinômios distintos para: corpo de proa, corpo paralelo médio, corpo de popa e capa

da ponta do corpo de popa, respectivamente. Adota-se um sistema de coordenadas cartesianas  $(O, x, y)$  onde  $O$  está localizado no nariz do corpo,  $x$  é o eixo horizontal orientado no sentido da popa e  $y$  é o eixo vertical orientado para cima. As expressões abaixo envolvem parâmetros expressos em pés, sendo que no programa, após a geração do casco foram usados valores adimensionalizados.

a) a equação do corpo de proa para  $0 \leq x \leq 3.333333$  é:

$$\begin{aligned}
 R(x) &= R_{MAX}[1.126395101(0.3x - 1)^4 \\
 &+ 0.442874707x^2(0.3x - 1)^3 \\
 &+ 1 - (0.3x - 1)^4(1.2x + 1)]^{\frac{1}{2.1}}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

b) a equação do corpo paralelo médio para  $3.333333 < x \leq 10.645833$  é:

$$R(x) = R_{MAX} \tag{4.2}$$

c) a equação do corpo de proa para  $10.645833 < x \leq 13.979167$  é:

$$\begin{aligned}
 R(x) &= R_{MAX}[r_h^2 + r_h K_0 \xi^2 \\
 &+ (20 - 20r_h^2 - 4r_h K_0 - \frac{1}{3}K_1)\xi^3 \\
 &+ (-45 + 45r_h^2 + 6r_h K_0 + K_1)\xi^4 \\
 &+ (36 - 36r_h^2 - 4r_h K_0 - K_1)\xi^5 \\
 &+ (-10 + 10r_h^2 + r_h K_0 + \frac{1}{3}K_1)\xi^6]^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Na equação 4.3:

(4.4)

$$r_h = 0.1175$$

$$K_0 = 10$$

$$K_1 = 44.6244$$

$$\xi = \frac{13.979167 - x}{3.333333}$$

d) a equação da capa do corpo de proa para  $13.979167 < x \leq 14.291667$  é:

$$R(x) = 0.1175R_{MAX}[1 - (3.2x - 44.733333)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

A curva da área seccional do casco do modelo 4164 é a função polinomial de grau 6 apresentada na equação 4.6, na qual os coeficientes  $a_0, ..a_6$  são os constantes da tabela 4.3.

$$y^2(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6 \quad (4.6)$$

**Tabela 4.3:** Coeficientes do polinômio do modelo 4164

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_5$
1.000000	-0.475347	0.601504	-8.564671	12.426215	-4.987703

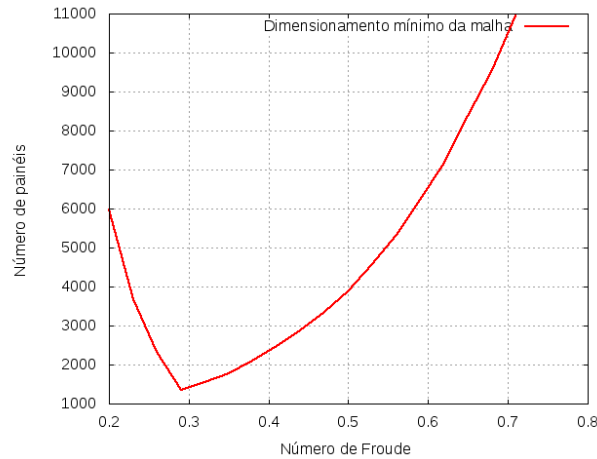
### 4.2.3 Dimensionamento dos painéis

Adota-se como critério para o dimensionamento dos painéis o definido em 3.1:

$$l_{max} = \min \left\{ \frac{\pi}{K}, \frac{L}{N_{long}}, \frac{D}{N_{trans}} \right\}$$

Inicialmente tomou-se para as fileiras transversais  $N_{trans} = 10$ , para as longitudinais  $N_{long} = 20$ , e para o maior número de onda a ser considerado no cálculo do espectro de energia  $K = 5$ . Conhecidos  $L$  e  $D$  calcula-se  $l_{max}$ .

Painéis superdimensionados podem causar a desconsideração de propriedades determinantes da geometria do corpo e a limitação dos cálculos a uma parte insuficiente do espectro de energia de ondas. Por outro lado, painéis subdimensionados podem exigir esforço computacional excessivo e diminuir a efetividade dos cálculos em plataformas de *hardware* menos robustas. A figura 4.8 apresenta a variação do número de painéis, fixadas as dimensões da malha no contorno, em função do número de Froude para o modelo DARPA SUBOFF.

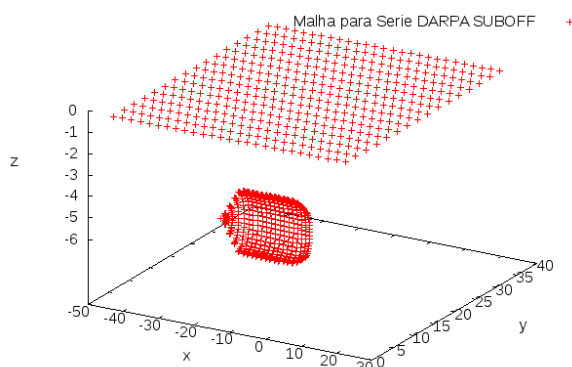


**Figura 4.8:** Variação do número de painéis com aumento do número de Froude

#### 4.2.4 Dimensionamento da malha no contorno

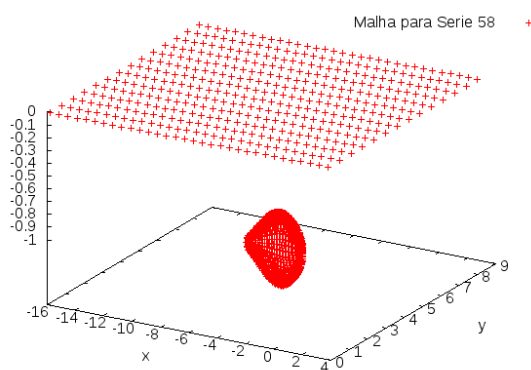
A partir da determinação do tamanho dos painéis, obtém-se as dimensões da malha do contorno, conforme os critérios definidos na seção 3.4.

A figura 4.9 ilustra a malha utilizada nos cálculos para o modelo DARPA SUBOFF em profundidade de submersão  $h = 0.15L$  e número de Froude  $F_r = 0.5$ .



**Figura 4.9:** Malha gerada para o modelo DARPA SUBOFF ( $h = 0.15L, F_r = 0.5$ )

A figura 4.10 ilustra a malha utilizada nos cálculos para o modelo 4164 da série 58 em profundidade de submersão  $h = 1.235D$  e número de Froude  $F_r = 0.5$ .



**Figura 4.10:** Malha gerada para o modelo 4164 ( $h = 1.235D, F_r = 0.5$ )

## 4.2.5 Verificação de características fundamentais esperadas

Para cada processamento numérico realizado procede-se a análise dos dados obtidos, a fim de avaliar a escolha feita para a quantidade de painéis nas fileiras transversais  $N_{trans}$ , longitudinais  $N_{long}$ , e para o maior número de onda a ser considerado no cálculo do espectro de energia  $K$ . A análise feita permite direcionar as mudanças adequadas para reduzir as não conformidades com os valores desejados, como será visto a seguir.

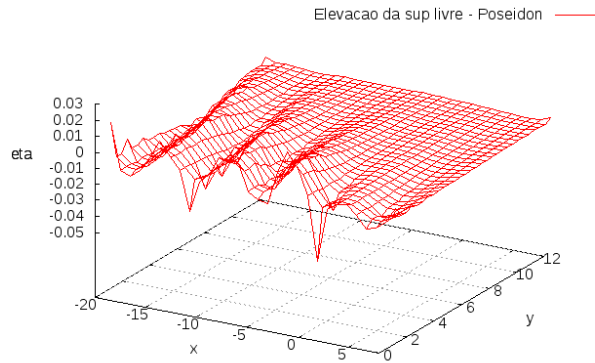
### Elevação da superfície livre

A partir das cotas calculadas constrói-se uma representação gráfica da elevação da superfície livre, a qual possibilita analisar as propriedades esperadas para o trem de ondas gerado pelo avanço do casco, descontinuidades resultantes do truncamento do domínio, e elevações incomuns devidas a problemas na implementação computacional.

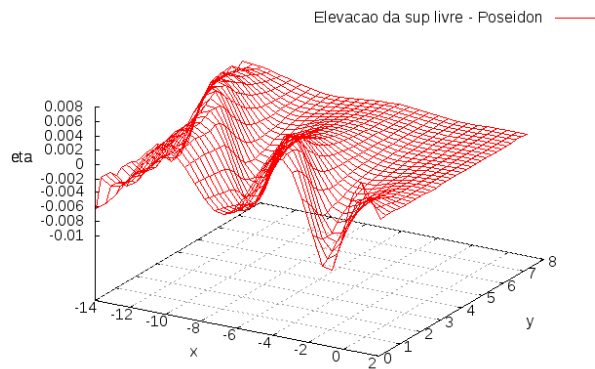
Se a representação não apresentar a totalidade do trem de ondas esperado deve-se aumentar a extensão da malha da superfície livre; se a representação apresentar elevações espúrias nos contornos da malha deve-se desconsiderar o trecho afetado, por decorrer da limitação do método; se a representação apresentar fora do contorno da malha elevações incomuns ou descontinuidades deve-se revisar o código fonte com procedimentos para sua depuração.

Na figura 4.11 apresenta-se a representação gráfica da elevação da superfície livre para o modelo DARPA SUBOFF, que permite verificar a totalidade do trem de ondas esperado, e as elevações espúrias nas extremidades causada pelo truncamento da malha. Na figura 4.12 apresenta-se a representação gráfica da elevação da superfície livre para o modelo 4164 da série 58, que permite verificar elevações no extremo da malha ( $y = 8$ ), que indica a necessidade de aumentar a extensão transversal do domínio.





**Figura 4.11:** Gráfico da elevação da superfície livre construído a partir de pontos calculados para o modelo DARPA SUBOFF ( $h=0.15L$ , número de Froude 0.29)



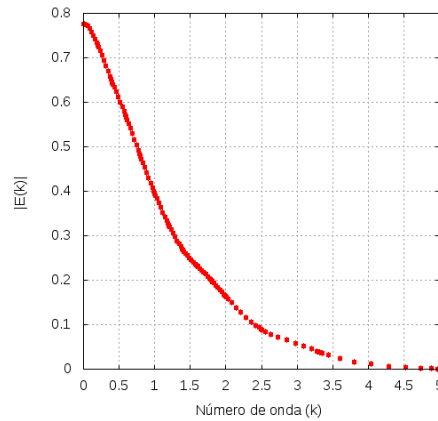
**Figura 4.12:** Gráfico da elevação da superfície livre construído a partir de pontos calculados para o modelo 4168 da série 58 ( $h=1.369D$ , número de Froude 0.9)

### Espectro de energia das ondas para uma seção transversal da superfície livre

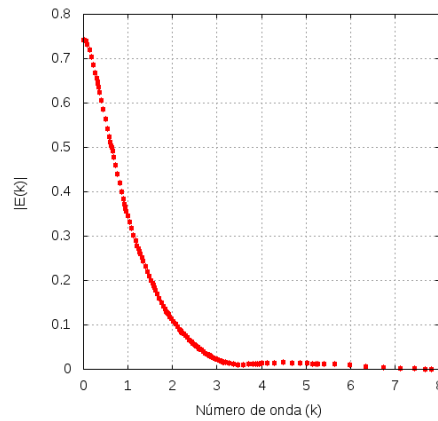
O espectro da energia de ondas é calculado para cada fileira transversal considerando-se um conjunto finito de números de onda menores ou iguais a  $K$ , como descrito na seção 3.5.2. Toma-se como representativa a fileira da metade da malha localizada a ré do casco; a análise das componentes do espectro de energia permite avaliar a adequação da escolha de  $K$ ; o resultado esperado são valores decrescentes da com-

ponente  $|E_K|$ , tendendo a zero.

A figura 4.13 apresenta os valores do modulo da energia em função do número de onda para o modelo 4164 da série 58 a uma cota de submersão  $h = 1.235$ , número de Froude 0.5 e  $K = 5$ . A figura 4.14 apresenta os valores do modulo da energia em função do número de onda para o modelo DARPA SUBOFF a uma cota de submersão  $h = 0.15L$ , número de Froude 0.5 e  $K = 8$ .



**Figura 4.13:** *Espectro da energia de ondas calculado em uma fileira de painéis para o modelo 4164 da série 58 para  $K = 5$ .*



**Figura 4.14:** *Espectro da energia de ondas calculado em uma fileira de painéis para o modelo DARPA SUBOFF para  $K = 8$ .*

A análise do espectro de energia em uma fileira transversal da superfície livre para o modelo 4164 da série 58 indicou que o valor  $K = 5$  é adequado.

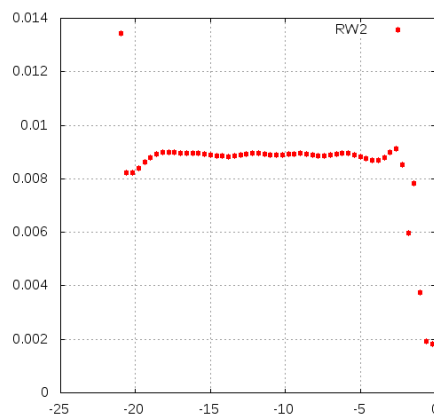
A análise do espectro de energia em uma fileira transversal da superfície livre para o modelo DARPA SUBOFF, após a pesquisa de valores maiores do que  $K = 5$  permitiu concluir que  $K = 8$  é adequado.

### Valores da resistência de ondas calculados nas fileiras transversais

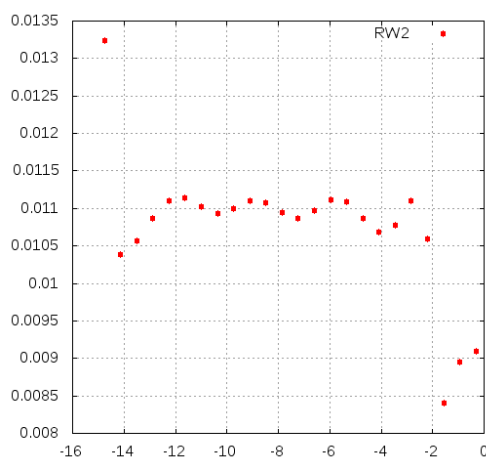
Considera-se o domínio desde o extremo a jusante até a metade do casco; em seguida calcula-se o coeficiente de resistência de ondas em cada fileira transversal da malha; desprezam-se os valores nos extremos a fim de evitar valores discrepantes que resultam do truncamento do domínio; estima-se o valor final do coeficiente pela média aritmética dos valores obtidos.

Segundo sugestão de Nakos e Sclavounos (1994), os cálculos aqui apresentados desprezam os valores obtidos no trecho de comprimento  $\frac{\lambda}{4}$  do extremo a jusante da malha e na região de comprimento  $3D$  a partir do meio do casco.

As figuras 4.15 e 4.16 apresentam os gráficos da resistência de ondas  $R_W$  por fileira transversal da malha para o modelo DARPA SUBOFF e 4164 da série 58, respectivamente. Nesses gráficos são percebidos os valores discrepantes.



**Figura 4.15:** Gráfico da resistência de ondas  $R_W$  por fileira transversal da malha (modelo DARPA SUBOFF)



**Figura 4.16:** Gráfico da resistência de ondas  $R_W$  por fileira transversal da malha (modelo 4164 da série 58)

#### 4.2.6 Comparação com resultados consolidados

Será feita comparação de cada um dos cinco procedimentos adotados no modelo do trabalho com as referências Gertler (1950) no caso do modelo 4164 e Crook (1994) para o modelo DARPA SUBOFF. Os procedimentos a serem comparados são: estimativa da ordem de grandeza, representação matemática do casco, dimensionamento dos painéis, dimensionamento da malha e verificação de características fundamentais.

##### Estimativa da ordem de grandeza

A estimativa da ordem de grandeza é um procedimento adotado neste trabalho que não é explicitado nem na referência do modelo 4164, nem na do modelo DARPA SUBOFF.

##### Representação matemática do casco

Tanto para o modelo 4164 quanto para o DARPA SUBOFF, foi utilizada a mesma representação matemática para cada um dos cascos.

### **Dimensionamento dos painéis**

O procedimento de dimensionamento dos painéis não é utilizado pela referência do modelo 4164 dada sua natureza experimental; quanto ao DARPA SUBOFF, a referência não explicita o procedimento para o dimensionamento dos painéis.

### **Dimensionamento da malha**

O procedimento de dimensionamento da malha não é utilizado pela referência do modelo 4164 dada sua natureza experimental; quanto ao DARPA SUBOFF, a referência não explicita o procedimento para o dimensionamento da malha.

### **Verificação de características fundamentais**

O procedimento de verificação das características fundamentais não é utilizado pela referência do modelo 4164 dada sua natureza experimental; quanto ao DARPA SUBOFF, a referência usa o mesmo procedimento para verificação.

## **4.3 Resultados obtidos**

Apresentam-se a seguir nas tabelas 4.4 e 4.5 os resultados dos cálculos do coeficiente de resistência de ondas obtidas neste trabalho, nas condições especificadas na seção 4.1.

A tabela 4.4 apresenta os coeficientes de resistência de ondas  $C_W$  obtidos para o modelo 4164 para diversos números de Froude em função da relação  $h/D$ .

A tabela 4.5 apresenta os coeficiente de resistência de ondas  $C_W$  obtidos para o modelo da série DARPA SUBOFF para diversos números de Froude em função da relação  $h/L = 0.15$ .

**Tabela 4.4:** *Coefficiente de resistência de ondas  $C_W$  obtidos para o modelo 4164*

Número de Froude	$h/D = 0.1235$	$h/D = 0.1396$	$h/D = 0.1559$
0.20	0.000006	0.000005	0.000005
0.30	0.000097	0.000061	0.000034
0.40	0.003181	0.002426	0.001663
0.50	0.003685	0.002992	0.002232
0.60	0.002569	0.002143	0.001664
0.70	0.001665	0.001410	0.001121
0.80	0.001102	0.000943	0.000763
0.90	0.000759	0.000656	0.000539
1.00	0.000545	0.000475	0.000395
1.10	0.000406	0.000357	0.000301
1.20	0.000312	0.000277	0.000237
1.30	0.000247	0.000221	0.000192

**Tabela 4.5:** *Coefficiente de resistência de ondas  $C_W$  obtidos para o modelo da série DARPA SUBOFF com cota de submersão relativa  $0.15L$*

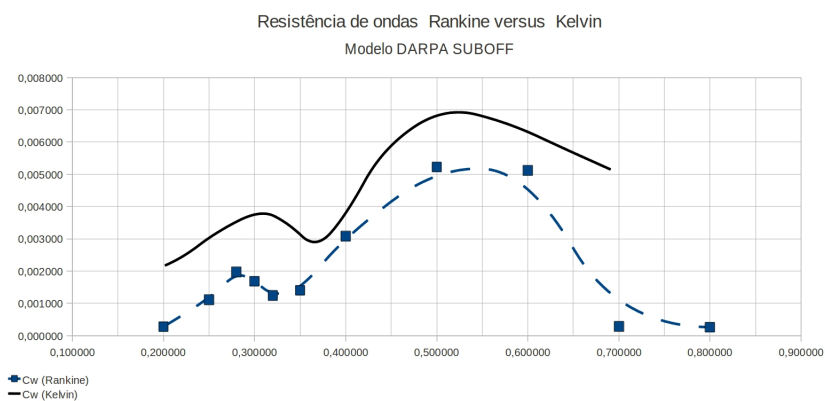
Número de Froude	$h/D = 0.15L$
0.2	0.000278
0.25	0.00111
0.28	0.001971
0.3	0.001685
0.32	0.001242
0.35	0.001404
0.4	0.003079
0.5	0.005225
0.6	0.005118
0.7	0.000286
0.8	0.000261

## 4.4 Análise dos resultados obtidos

Analisa-se a seguir os resultados obtidos neste trabalho comparando-os com as informações disponíveis nas referências.

A figura 4.17 apresenta o gráfico dos resultados obtidos por Crook (1994) para o DARPA SUBOFF em cota relativa de submersão  $h = 0.15L$  e os resultantes da

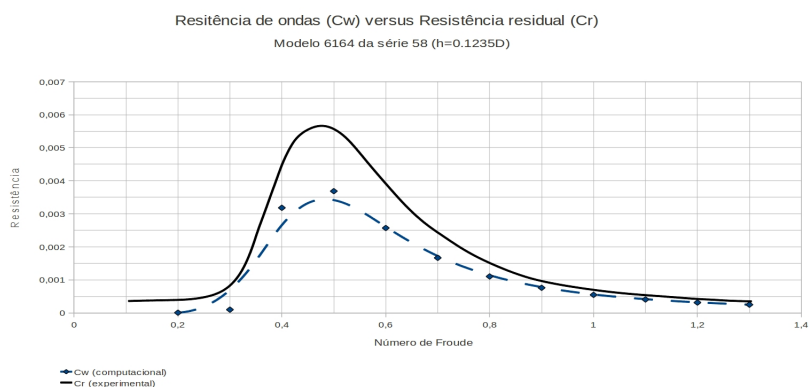
aplicação do método proposto neste estudo para o mesmo modelo e condição.



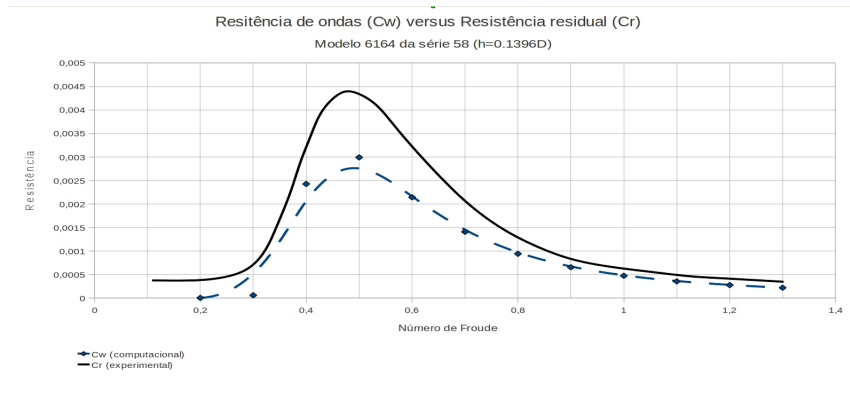
**Figura 4.17:** Resultados obtidos por Crook (1994) e dos cálculos deste trabalho para o modelo DARPA SUBOFF em cota relativa de submersão  $h=0.15L$

A figura 4.17 indica que os valores calculados são sistematicamente menores que os obtidos por Crook (1994); o comportamento qualitativo das curvas é semelhante; entre os números de Froude  $F_r = 0.3$  e  $0.4$  as diferenças inicialmente aumentam para a seguir diminuir e a partir  $F_r = 0.4$  as diferenças aumentam.

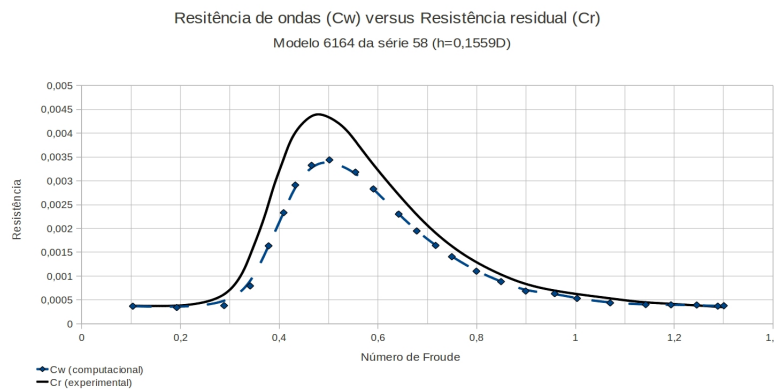
A seguir, as figuras 4.18, 4.19 e 4.20 apresentam gráficos dos resultados obtidos para o modelo 4164 da série 58, com dados experimentais descritos por Gertler (1950) para profundidades de submersão  $h = 1.235D$ ,  $h = 1.396D$  e  $h = 1.559D$ , respectivamente, e os resultantes da aplicação do método proposto neste estudo.



**Figura 4.18:** Resultados experimentais obtidos por Gertler (1950) e dos cálculos deste trabalho para o modelo 4164 da série 58 em cota relativa de submersão  $h=1.235D$



**Figura 4.19:** Resultados experimentais obtidos por Gertler (1950) e dos cálculos deste trabalho para o modelo 4164 da série 58 em cota relativa de submersão  $h=1.396D$



**Figura 4.20:** Resultados experimentais obtidos por Gertler (1950) e dos cálculos deste trabalho para o modelo 4164 da série 58 em cota relativa de submersão  $h=1.559D$

A figuras 4.18, 4.19 e 4.20 indicam que os valores  $C_W$  calculados no estudo são sistematicamente menores que os  $C_R$  obtidos experimentalmente por Gertler (1950), como era de se esperar; o comportamento qualitativo das curvas é semelhante; as diferenças são notáveis na faixa dos números de Froude entre 0.3 e 0.8; na faixa abaixo de  $F_r = 0.3$  e acima de  $F_r = 0.8$  as diferenças tornam-se menores; as maiores diferenças ocorrem em volta da região de  $F_R = 0.5$ .



# Capítulo 5

## Conclusões

As conclusões tomaram como foco os procedimentos propostos neste trabalho.

**Estimativa da ordem de grandeza:** com a estimativa foi possível otimizar a programação dos cálculos, pela definição adequada das faixas de interesse dos números de Froude, possibilitando avaliar o comportamento geral do coeficiente de resistência.

**Representação matemática do casco:** com o uso das representações já disponíveis dos casos de aplicação foi possível gerar malhas homogêneas compostas por painéis adequados de dimensão fixa.

**Critérios de dimensionamento dos painéis:** com o uso dos critérios de dimensionamento dos painéis foi possível determinar a sua dimensão máxima em função das características geométricas  $D$  e  $L$  do casco, admitidos o máximo número de onda  $K$  e fileiras transversais e longitudinais na superfície do corpo; este procedimento conjugado com o dimensionamento da malha que será visto a seguir, permite definir a adequada cobertura do domínio.

**Critérios de dimensionamento da malha:** com os critérios de dimensionamento da malha foi possível determinar, conjugados com a dimensão dos painéis, tanto a extensão longitudinal e transversal do domínio, como a cobertura do casco.

**Verificação de características fundamentais:** com a verificação de características fundamentais foi possível adequar as escolhas dos parâmetros  $K$ ,  $N_{long}$ ,  $N_{trans}$  para melhorar o desempenho do método; para tal fim analisou-se a elevação da superfície livre, o espectro de energia e os valores calculados da resistência de ondas nas fileiras transversais.

**Comparação com resultados consolidados:** com a comparação de resultados consolidados disponíveis na literatura com os valores obtidos neste trabalho foi possível o aperfeiçoamento da metodologia e a depuração de erros ocorridos na implementação computacional.

# Referências Bibliográficas

**Conti e Domiciano(2000)** Mardel Conti e Valentina Domiciano. Escoamento potencial devido a corpos imersos profundamente avançando com velocidade constante. Number Boletim Técnico BT/PNV/50. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Citado na pág. 30

**Conti(2004)** Mardel B Conti. Algumas considerações sobre representações de estima de atributos de embarcações. páginas 1–102. Naval Postgraduate School, Monterey, California. Citado na pág. 2, 8, 12

**Crook(1994)** Thomas P Crook. An initial assessment of free surface effects on submerged bodies (master thesis). páginas 1–102. Naval Postgraduate School, Monterey, California. Citado na pág. xiv, 4, 32, 45, 47, 48

**Dawson(1977)** C A Dawson. A practical computer method for solving ship wave problems. *2nd International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics*. Citado na pág. 2

**Domiciano(2001)** Valentina Domiciano. Cálculo da resistência de ondas através de um método de elementos de contorno (dissertação de mestrado). Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Citado na pág. 4, 5

- Eggers et al.(1967)** K. W. H. Eggers, S. D. Sharma, e L. W. Ward. An assessment of some experimental methods for determining the wavemaking characteristics of a ship form. *SNAME Transactions*, 75:112–157. Citado na pág. 18
- Farin(1989)** Gerald Farin. *Mathematical Methods in Computer Aided Geometric Design*. Academic Press. Citado na pág. 12
- Gertler(1950)** M Gertler. Resistance experiments on a systematic series of streamlined bodies of revolution for application to the design of high-speed submarines. Number C-297, páginas 1–139. The David W Taylor Model Basin - Navy Department. Citado na pág. xiv, 3, 31, 45, 48, 49
- Groves et al.(1989)** Nancy C Groves, Thomas Huang, e Ming S Chang. Geometric characteristics of darpa suboff models. páginas 1–75. David Taylor Research Center. Citado na pág. 3, 10, 30
- Huang et al.(1989)** Thomas Huang, Han-Lieh Liu, e Nancy C Groves. Experiments of the darpa suboff program. Number Report DTRC/SHD-1298-02, páginas 1–42. Citado na pág. 4
- Jensen(1987)** P S Jensen. On the numerical radiation condition in the steady state ship wave problem. *Journal of Ship Research*, 31. Citado na pág. 2
- Landweber e Gertler(1950)** L Landweber e M Gertler. Mathematical formulation of bodies of revolution. Number 719, páginas 1–64. The David W Taylor Model Basin - Navy Department. Citado na pág. 3, 10, 30
- Lechter(1993)** J S Lechter. Properties of the finite-difference operators for the steady wave problems. *Journal of Ship Research*, 37. Citado na pág. 2
- Nakos e Sclavounos(1990)** D E Nakos e P D Sclavounos. On steady and unsteady ship wave patterns. *Journal of Fluid Mechanics*, 215:263–288. Citado na pág. 2

- Nakos e Sclavounos(1994)** D E Nakos e P D Sclavounos. Kelvin wakes and wave resistance of cruiser and transom stern ships. *Journal of Ship Research*, 38(1): 9–29. Citado na pág. 2, 15, 17, 44
- Raven(1998)** H C Raven. Variations on a theme by dawson. *17th Symposium on Naval Hydrodynamics*, páginas 151–171. Citado na pág. 2
- Sclavounos e Nakos(1989)** P D Sclavounos e D E Nakos. Stability analysis of panel methods for free surface flows with forward speed. *17th Symposium on Naval Hydrodynamics*, páginas 173–193. Citado na pág. 2
- Sclavounos e Nakos(1990)** P D Sclavounos e D E Nakos. Ship motions by a three dimensional rankine panel method. *18th Symposium on Naval Hydrodynamics*, páginas 1–19. Citado na pág. 2
- Sclavounos et al.(1997)** P D Sclavounos, D C King, Y Huang, D A Mantzaria, S Kim, e Y Kim. A computaactional method as an advanced tool of ship hydrodynamics desing. *Transactions of SNAME*, 105:375–397. Citado na pág. 2
- Ward e Gowing(1990)** Kenneth C Ward e Scott Gowing. Hardware and instrumentation of the darpa suboff experiments. Number Report DTRC/SHD-1298-03, páginas 1–29. David Taylor Research Center. Citado na pág. 4

# Anexo A: O modelo 4164 da série

## 58

O polinômio de sexto grau que determina a curva de área seccional que descreve os cascos dos modelos da série 58 é definido pela seguinte equação:

$$y^2(x) = 2r_0R_0(x) + 2r_1R_1(x) + C_P P(x) + Q(x) \quad (1)$$

Onde as funções  $R_0(x), R_1(x), P(x)$  e  $Q(x)$  são determinadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} R_0(x) &= x(x-1)^2(x-1)^2(\alpha_0 - \alpha_1 x) \\ R_1(x) &= x(x-1)^2(x-1)^2(\beta_0 - \beta_1 x) \\ P(x) &= x(x-1)^2(x-1)^2\gamma \\ Q(x) &= x(x-1)^2(\delta_0 + \delta_1 x + \delta_2 x^2) \end{aligned} \quad (2)$$

E as constantes  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, \delta_0, \delta_1, \delta_2$  e  $\gamma$  são determinadas a partir dos parâmetros como segue:

$$\alpha_0 = \frac{1}{m^2} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{7(1 - 4m + 5m^2)}{2m^2(2 - 7m + 7m^2)} \\
\beta_0 &= \frac{10 - 28m + 21m^2}{2(m - 1)^2(2 - 7m + 7m^2)} \\
\beta_1 &= \frac{7(2 - 6m + 5m^2)}{2(m - 1)^2(2 - 7m + 7m^2)} \\
\gamma &= \frac{105}{2(2 - 7m + 7m^2)} \\
\delta_0 &= \frac{3(2 - 8m + 7m^2)}{4m^2(1 - m)^3(2 - 7m + 7m^2)} \\
\delta_1 &= \frac{2 - 4m - 14m^2 + 21m^3}{2m^3(1 - m)^3(2 - 7m + 7m^2)} \\
\delta_2 &= \frac{7(1 - 5m + 5m^2)}{4m^2(1 - m)^3(2 - 7m + 7m^2)}
\end{aligned}$$

A seguir descreve-se com mais detalhes o modelo 4164. A tabela abaixo mostra os parâmetros que caracterizam o modelo conforme a definição da série.

**Tabela 1:** *Parâmetros do modelo 4164*

modelo	m	$r_0$	$r_1$	$C_P$	$L/D$
4164	0.5	0.5	0.10	0.55	7.0

# Anexo B: O modelo DARPA SUBOFF

Apresentam-se na tabela abaixo as medidas que definem o corpo principal dos modelos DARPA SUBOFF:

**Tabela 2:** *Medidas que caracterizam um modelo da série DARPA SUBOFF*

Medida	em pés	em metros
Corpo de proa	3.333333	1.016
Corpo paralelo médio	7.3125	2.229
Corpo de popa	3.645833	1.111
Distância entre perpendiculares	13.979167	4.461
Comprimento total (L)	14.291666	4.356
Diâmetro máximo (D)	1.666667	0.508