UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

ODILON RODRIGUES FILHO

**Estudo da influência do nível de alagamento sobre a estabilidade
dinâmica de pesqueiros**

São Paulo
2006

ODILON RODRIGUES FILHO

**Estudo da influência do nível de alagamento sobre a estabilidade
dinâmica de pesqueiros**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia Naval

Orientador: Prof. Dr. Jessé d'Assunção Rebello de
Souza Júnior

São Paulo

2006

FOLHA DE APROVAÇÃO

Odilon Rodrigues Filho

Estudo da influência do nível de alagamento sobre a estabilidade dinâmica de
pesqueiros

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia
Naval

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

DEDICATÓRIA

À Odilon Rodrigues e Nevolanda dos Santos Rodrigues, meus queridos pais que sempre me inspiraram e me ajudaram em todos os meus momentos.

À Ana Paula Rodrigues de Bomfim, minha querida esposa e companheira, que muito me ajudou a superar minhas dificuldades e a vencer o desafio de realizar este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais que sempre me apoiaram durante todas as etapas de minha vida.

À minha esposa, que vem me ajudando a superar todas as minhas dificuldades.

Ao Prof. Dr. Jessé d'Assunção Rebello de Souza Júnior, por toda a atenção e amizade que vem compartilhando comigo, em especial, no que se refere à confiança depositada em mim para superar este desafio.

Ao Eng. André Ricardo M. P., meu amigo e companheiro, que me incentivou e me ajudou em todos os meus momentos durante a realização deste trabalho desde seu início.

Aos meus amigos da faculdade que acompanharam meu sacrifício e sempre me apoiaram.

À Univeridade de São Paulo, que me inspirou e me deu um dos melhores momentos de minha vida.

RESUMO

RODRIGUES FILHO, ODILON. **Estudo da influência do nível de alagamento sobre a estabilidade dinâmica de pesqueiros**. 2006. 126p – Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

Embarcações pesqueiras representam uma parcela expressiva nas estatísticas de acidentes ocorridos no mar. Dentre estas, aquela que se destaca por impor uma perda sensível em vidas humanas é a ocorrência de emborcamentos. Quando tais embarcações passam a ser submetidas a um alagamento intermediário, sua situação de estabilidade pode ser diferente daquela prevista pela Arquitetura Naval Clássica que considera apenas efeitos estáticos. Assim, este trabalho propõe, a partir de duas simples modelagens, caracterizar o comportamento dinâmico do alagamento sob diferentes níveis e sua influência positiva ou negativa sobre a estabilidade da embarcação pesqueira realizando análises sobre o regime transiente e permanente do movimento.

Palavras-chave: Estabilidade das Embarcações. Alagamento. Embarcações de pesca. Hidrodinâmica.

ABSTRACT

RODRIGUES FILHO, ODILON. **On the influence of the level of flooding in the dynamic capsizing of ships**. 2006. 126p – Dissertation (Master) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

When a large compartment of a ship is flooded the water will affect the ship dynamic behaviour, and may have a significant impact on the vessel's ability to withstand the action of waves. It is well known that complex dynamics can be associated with the loss of dynamic stability even for an intact ship, and these phenomena have been shown to be particularly relevant for fishing. We investigate here the effect of several levels of partial flooding on the dynamic processes that lead to loss of dynamic stability and capsize in waves. Two mathematical models are used in the present analysis. The first is a simplified model in which the vessel is acted upon by trains of regular beam waves. The free surface in this model is assumed to remain flat. The dynamic interaction between the vessel and the water inside it is modeled in such a way that the ensuing equations are those of a nonlinear inverted double pendulum. Drawing on this observation, an even simpler model was developed based on the idea of an equivalent mechanical pendulum. Since transient capsize in waves is a rapid phenomenon when compared to the flooding of a compartment, the analyses consider the percentage of flooding as a varying parameter.

Keywords: Stability of ships. Flooding. Fishing vessels. Hidrodynamics.

Índice

1	Introdução	16
1.1	Fatores Motivadores que Envolvem o Estudo de Acidentes com Barcos de Pesca	16
1.2	Análise dos Estudos Realizados sobre os Emborcamentos de Barcos de Pesca	20
2	Modelagem	33
2.1	Modelo Completo	34
2.1.1	Energia Potencial	36
2.1.2	Energia Cinética	49
2.1.3	Equações do Movimento	51
2.1.4	Linearização do Modelo Completo	57
2.2	Modelo Mecânico Equivalente	62
2.2.1	Energia Potencial	64
2.2.2	Energia Cinética	64
2.2.3	Equações do Movimento	65
2.2.4	Pêndulo Equivalente	68
2.2.5	Linearização do Modelo	73
3	Resultados	76
3.1	Dados Numéricos	77

3.2	Comportamento no Domínio da Frequência em Regime Permanente	78
3.2.1	Equacionamento do Modelo do Pêndulo Modificado	81
3.2.2	Pêndulo Modificado Equivalente	82
3.2.3	Linearização do Modelo Pendular Modificado	85
3.2.4	Novos Resultados no Domínio da Frequência	86
3.3	Efeitos Não-Lineares durante o Regime Transitório e Permanente	91
3.3.1	Regime Transitório	97
3.3.1.1	Formulação Matemática	97
3.3.1.2	Resultados Numéricos	101
3.3.2	Regime Permanente	113
3.3.2.1	Formulação Matemática	113
3.3.2.2	Resultados Numéricos	115
4	Conclusão	117
A	Geometria do Navio	120
A.1	Caso-Navio 1 - Linha d'água tocando os costados paralelos	120
A.2	Caso-Navio 2 - Linha d'água tocando o fundo e o costado	122
A.3	Caso-Navio 3 - Linha d'água tocando o costado e o convés principal	124
A.4	Caso-Navio 4 - Linha d'água tocando o fundo e o convés principal	127
B	Geometria do Alagamento	130
B.1	Caso 1 - Linha d'água tocando as anteparas do compartimento	130
B.2	Caso 2 - Linha d'água tocando o fundo e a antepara do compartimento . .	131
B.3	Caso 3 - Linha d'água tocando a antepara e o teto do compartimento . . .	132
B.4	Caso 4 - Linha d'água tocando o fundo e o teto do compartimento	133

Lista de Figuras

2.1	Geometria de um Navio com Alagamento Arbitrário.	35
2.2	Adernamento do Navio.	37
2.3	Casos da Geometria Submersa do Navio.	39
2.4	Energia Potencial do Navio envolvendo os casos geométricos 1, 3, e 4 e considerando $M=1567000\text{kg}$, $B=12.19\text{m}$, $KG_o=4.132\text{m}$ e $H=4.1\text{m}$	41
2.5	Curva $\overline{GZ}$ do navio para a situação em que o calado é menor que a metade do pontal.	42
2.6	Curva $\overline{GZ}$ do navio para a situação em que o calado é maior que a metade do pontal.	43
2.7	Possíveis Configurações Geométricas de Alagamento.	43
2.8	Coordenadas entre o CG do Alagamento e CG do Navio.	44
2.9	Situação em que o navio se encontra com alagamento em repouso em $\phi = 0$	45
2.10	Braço do Momento Ocasionado pelo Alagamento quando $ho < \mu Bt$ em estado de repouso ($\theta = 0$).	47
2.11	Braço do Momento Ocasionado pelo Alagamento quando $ho > \mu Bt$ em estado de repouso ($\theta = 0$).	48
2.12	Momento Resultante Ocasionado pela Composição do momento do alagamento com o momento de restauração do navio em estado de repouso ($\theta = 0$).	48
2.13	Composição dos movimentos do Alagamento.	50

2.14	Modelo Mecânico Equivalente a um Navio sob Alagamento.	63
2.15	Diagrama Cinético do Modelo.	65
2.16	Curva do Momento de Restauração do Navio.	70
2.17	Curva dos Momentos de Restauração do Pêndulo e do Navio.	71
3.1	Primeiro resultado obtido pelos modelos com suas respectivas equações do movimento linearizadas, considerando $hop=0.1$, $Bt/B = 0.5$, $\hat{y} = 0$, $Lt = 5m$ e $Amplitude = 10^{-5}$	79
3.2	Pêndulo Generalizado Modificado.	80
3.3	Resultado obtido pelos modelos com suas respectivas equações do movimento linearizadas e considerando $hop = 0.1$, $Bt/B = 0.5$, $\hat{y} = 0$, $Lt = 5m$ e $Amplitude = 10^{-5}$	86
3.4	Resultado obtido pelos modelos linearizados com os mesmos valores dos parâmetros e com a presença das duas modificações mencionadas.	87
3.5	Resultado obtido pelos modelos linearizados com os mesmos valores dos parâmetros e com a presença das duas modificações mencionadas.	90
3.6	Diagrama de bifurcação considerando o parâmetro Amplitude do $Mext$.	115
3.7	Diagrama de bifurcação considerando variação de duplo sentido no parâmetro Amplitude do $Mext$.	116
A.1	Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 1.	121
A.2	Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 2.	123
A.3	Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 3.	124
A.4	Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 4.	127
B.1	Figura geométrica formada pelo alagamento referente ao caso 1.	131
B.2	Figura geométrica formada pelo alagamento referente ao caso 2.	132

B.3	Figura geométrica formada pelo alagamento referente ao caso 3.	133
B.4	Figura geométrica formada pelo alagamento referente ao caso 4.	134

Lista de Tabelas

1.1	Tipos de Acidentes na Região de Cabo Frio	19
3.1	Principais dados do navio pesqueiro <i>GAUL</i>	78
3.2	Comparação entre resultados analíticos e numéricos de ambos os modelos	88
3.3	Comparação dos resultados numéricos entre ambos os modelos . .	89
3.4	Comparação das séries temporais de cada modelo.	92
3.5	Comparação de $y[1]$ e $y[2]$ em ambos os regimes para o modelo completo.	94
3.6	Comparação de $y[3]$ e $y[4]$ em ambos os regimes para o modelo completo.	95
3.7	Comparação de x_{fi}/x_{pe} e y_{fi}/y_{pe} em ambos os regimes para o modelo completo.	96
3.8	Bacias Seguras plotadas para $m_i=0.5$, $L_t=2m$, $y_{ch}=0m$ e $B_t/B=0.50$	104
3.9	Valores de m/M , w_{dw} e w_{dw}/w_n	105
3.10	Novos casos de simulação	106
3.11	Bacias Seguras referentes ao casos <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> e <i>d</i>	107
3.12	Bacias Seguras referentes ao casos <i>e</i> , <i>f</i> e <i>g</i>	108
3.13	Q e Q_d referente aos casos <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> e <i>d</i>	109
3.14	Q e Q_d referente aos casos <i>e</i> , <i>f</i> e <i>g</i>	110

3.15 Relação entre Qd e w/wn entre os casos simulados.	111
--	-----

Lista de símbolos

ϕ	Ângulo de jogo do navio
θ	Ângulo de inclinação da superfície-livre do alagamento em relação à horizontal absoluta
ω	$\phi + \theta$
$\dot{x}_\phi$	Velocidade de x_ϕ
$\dot{y}_\phi$	Velocidade de y_ϕ
B	Boca do navio
Bt	Largura do compartimento alagado
H	Calado do navio para $\phi = 0$
D	Pontal do navio
Lwl	Comprimento da linha d'água do navio
μ	Razão de aspecto do compartimento alagado
G_o	Centro de gravidade do navio para $\phi = 0$
G	Centro de gravidade do navio para $\phi \neq 0$

G_{dwo}	Centro de gravidade da porção do alagamento para $\phi = 0$ e $\theta = 0$
G_{dw}	Centro de gravidade da porção do alagamento para $\phi \neq 0$ ou $\theta \neq 0$
K	Quilha do navio
B_o	Centro de carena do navio para $\phi = 0$
B	Centro de carena do navio para $\phi \neq 0$
KB_o	Distância entre a quilha do navio e seu centro de carena para $\phi = 0$
KG_o	Distância entre a quilha do navio e seu centro de gravidade para $\phi = 0$
GZ	Braço de endireitamento do navio
h_o	Nível de alagamento (dimensional)
h_{op}	Nível de alagamento (adimensional)
I	Inércia do navio
$y_{\overline{GB}}$	Distância vertical entre o centro de gravidade e o centro de carena do navio para $\phi \neq 0$
X_o	Projeção horizontal de $\overline{GB}$
Y_o	Projeção vertical de $\overline{GB}$
x_{CG}	Coordenada horizontal do centro geométrico das figuras planas submersas
y_{CG}	Coordenada vertical do centro geométrico das figuras planas submersas
x_ϕ	Projeção horizontal da distância entre o centro de gravidade do alagamento e do navio em um determinado instante

y_ϕ	Projeção vertical da distância entre o centro de gravidade do alagamento e do navio em um determinado instante
$\hat{y}$	Distância entre o centro de gravidade do navio e o fundo do compartimento alagado
x	Projeções horizontal do centro de gravidade do alagamento segundo a intersecção do fundo do compartimento que o contém e o plano diametral do navio
y	Projeções vertical do centro de gravidade do alagamento segundo a intersecção do fundo do compartimento que o contém e o plano diametral do navio
M	Massa do navio
m	Massa do alagamento
ΔU_{Mar}	Variação da energia potencial do mar
ΔU_{dw}	Variação da energia potencial do alagamento
v_{dw}	Velocidade do centro de gravidade do alagamento
T_{dw}	Energia cinética do alagamento
T	Energia cinética final do sistema
ΔT	Variação de energia cinética do sistema
ΔU	Variação de energia potencial do sistema
$\mathcal{L}$	$\Delta T - \Delta U$
ΔU_{Mext}	Variação da energia potencial do momento de excitação
g	Aceleração da gravidade

w	Frequência de excitação
w_n	Frequência natural do navio
w_{dw}	Frequência natural do alagamento
t	tempo
ΔD	Variação da energia de dissipação
β_N	Coefficiente de amortecimento do navio
ζ_n	Coefficiente linear de amortecimento do navio
β_{dw}	Coefficiente de amortecimento do alagamento
ζ_{dw}	Coefficiente linear de amortecimento do alagamento
M_{ext}	Momento de excitação da onda do mar
A	Inércia do navio e do alagamento
BB	Termo presente no lagrangeano referente à equação do navio
D	Termo presente no lagrangeano referente à equação do navio
E	Termo presente no lagrangeano referente à equação do navio
F	Termo presente no lagrangeano referente à equação do navio
GG	Termo presente no lagrangeano referente à equação do navio
$J2$	Braço do momento de restauração do navio
$J1$	Braço do momento provocado pelo alagamento
J	$m \cdot g \cdot J1 + (m + M) \cdot g \cdot J2$

DD	$m \cdot D$
FF	$m \cdot F \cdot \dot{\theta}$
C	$m(E\dot{\phi} + GG\dot{\theta}) + \beta_N$
K	Termo presente no lagrangeano referente à equação do alagamento
U	Termo presente no lagrangeano referente à equação do alagamento
N	Termo presente no lagrangeano referente à equação do alagamento
O	Termo presente no lagrangeano referente à equação do alagamento
V	Termo presente no lagrangeano referente à equação do alagamento
TT	Momento do alagamento
S	Idêntico ao valor de O
KK	$m \cdot D$
UU	$m \cdot U$
PP	$m(N\dot{\theta} + S\dot{\phi})$
Amp_{onda}	metade da altura da onda
K_{onda}	número de onda de excitação
$Amp_{onda}K_{onda}$	inclinação da onda externa
λ	comprimento da onda de excitação
$\overline{Amplitude}$	Amplitude do momento de excitação (dimensional)
$Amplitude$	Amplitude do momento de excitação (adimensional)

$\tilde{l}$	Termo inercial do alagamento
$\bar{y}$	Distância entre o centro de gravidade do navio e a metade do nível de alagamento quando $\phi = 0$
K	Constante de mola
L	Comprimento do pêndulo mestre
l	Comprimento do pêndulo escravo
br	Termo inercial do pêndulo escravo
$\overrightarrow{v_{m/O}}$	Velocidade da massa $\mathbf{m}$ em relação ao ponto $\mathbf{O}$
$\overrightarrow{v_{M/O}}$	Velocidade da massa $\mathbf{M}$ em relação ao ponto $\mathbf{O}$
$\overrightarrow{v_{m/M}}$	Velocidade da massa $\mathbf{m}$ em relação a massa $\mathbf{M}$
ΔD_P	Variação da energia de dissipação do pêndulo
β_{pm}	Coeficiente de amortecimento do pêndulo mestre
β_{pe}	Coeficiente de amortecimento do pêndulo escravo
ζ_{pm}	Coeficiente linear de amortecimento do pêndulo mestre
ζ_{pe}	Coeficiente linear de amortecimento do pêndulo escravo
w_m	Frequência natural do pêndulo mestre
w_e	Frequência natural do pêndulo escravo
K_1	Coeficiente linear de K
K_3	Coeficiente não-linear de K

ϕ_v	Ângulo de perda de estabilidade estática
Z	Termo complexo linear
$Z1$	Termo complexo linear
$Z2$	Termo complexo linear
xpe	Posição horizontal do centro de gravidade do pêndulo escravo
ype	Posição vertical do centro de gravidade do pêndulo escravo
xfi	Posição horizontal do centro de gravidade do alagamento
yfi	Posição vertical do centro de gravidade do alagamento
Mh	Malha de condições iniciais
s_i	vetor referente à variável de estado x_i
i	Número de variáveis de estado
N_i	Número de condições iniciais na malha referente à variável de estado x_i
t_f	Tempo final de simulação
N	Número total de condições iniciais da malha
x_{inf_i}	Condição inicial limite inferior da malha
x_{sup_i}	Condição inicial limite superior da malha
ς	Número total de pontos integrados numericamente
τ	Número de ciclos da excitação externa

χ	Número de pontos integrados numericamente por período de excitação externa.
Ns	Número de condições iniciais que compõe a bacia segura no regime transiente
Nse	Número de condições iniciais que compõe a bacia segura no regime transiente quando θ não representa um grau de liberdade ao sistema
Q	Razão entre Ns e N
Qd	Razão entre Ns e Nse
η	Parâmetro de controle
nT	Número de ciclos simulados no regime permanente
$\Delta T_{transiente}$	Intervalo de tempo gasto no regime transiente de

Capítulo 1

Introdução

1.1 Fatores Motivadores que Envolvem o Estudo de Acidentes com Barcos de Pesca

Dentre todas as profissões existentes, a pescaria embarcada é considerada como uma das que envolvem maior risco. Tal fato não é novo. De acordo com Drudi [9], a cada ano durante o século 19, Gloucester em Massachusetts - Estados Unidos perdeu cerca de 200 homens envolvidos nesta atividade - 4% de toda a população da cidade. Desde 1650, o mar tomou a vida de, aproximadamente, 10000 habitantes de Gloucester. Tal impacto na sociedade não mudou nos dias de hoje. O *Bureau Labor Statistics*, o qual verifica o senso de acidentes fatais envolvendo as mais variadas profissões no Estados Unidos, verificou que entre os anos de 1992 a 1996, houve entre 50 e 100 acidentes envolvendo embarcações pesqueiras anualmente. Tal dado se traduz como a ocorrência de 140 fatalidades a cada 100.000 trabalhadores envolvidos nesta ocupação durante um período de 5 anos. Esta estatística deve ser confrontada com a taxa média de 5 acidentes que ocorreram durante o mesmo período de tempo envolvendo todas as outras ocupações. Mais recentemente, segundo pesquisas realizadas pela *International Labour Organization*, 24.000 pessoas que

se envolvem com a pescaria embarcada em todo o mundo são mortas no trabalho a cada ano. Nos Estados Unidos, a taxa de acidente de trabalho na indústria de pesca é 16 vezes maior que o trabalho dos bombeiros ou policiais e 30 vezes maior que a média nacional. Na Itália corresponde à cerca de 21 vezes a média nacional. Na Austrália, a cada 100.000 pescadores, 143 sofrem alguma fatalidade contra 8.1 nas demais ocupações.

Dentre tais estatísticas, encontram-se casos que merecem particular atenção, como o do navio de pesca britânico *Gaul* que afundou em Fevereiro de 1974 (ver Morrall em [25]). Tratava-se de um navio bem equipado na época e com todas as exigências de segurança satisfeitas, desaparecendo, posteriormente, em mares pesados. O mesmo ocorreu com o pesqueiro *Artic Rose* que afundou em 2 de Abril de 2001 (ver Johnson e Borlase em [19]). Estudos sugerem que ambas as embarcações tenham afundado rapidamente devido a efeito dinâmico da superfície livre associada ao alagamento presente no interior dos compartimentos. Outro caso que merece destaque é o emborcamento do *Edith Terkol* que, mesmo na condição de lastro, emborcou inesperadamente em mares de popa ou de alheta, segundo Drudi em [9].

Um dos fatores primordiais que se enquadraram como justificativa de tais estatísticas é o ambiente extremamente adverso presente neste tipo de trabalho. Estados violentos de vento e mar e acúmulo de gelo na embarcação provenientes de navegação em regiões glaciais são exemplos de ambiente adverso. Em tais acidentes estão inclusos colisões, emborcamentos e afundamentos dos navios, além de falhas humanas e incidentes em operações de mergulho. Segundo pesquisa feita pela Guarda Costeira da marinha norte-americana em 1999, cerca de 57% das mortes envolvidas em acidentes com embarcações pesqueiras ocorre em virtude de afundamento, alagamento e emborcamento, segundo Maillard e Magne em [22]. No Alaska, o *National Institute for Occupational Safety and Health - NIOSH* vem realizando levantamentos de estatísticas destes tipos de acidentes. Segundo dados de 1997, de todos os acidentes relatados envolvendo tais embarcações, 92,63% são causados por

emborcamentos e afundamentos, 31,21% por queda de tripulante no mar e 5,3% por incidentes de mergulho dos tripulantes. Importante ressaltar é o efeito de água no convés e/ou um alagamento crescente no interior da embarcação, os quais serão discutidos em maior detalhe neste trabalho. Percebe-se que tais fenômenos funcionam como mais um efeito complicador à difícil situação em que a embarcação pode se encontrar quando está prestes a sofrer emborcamentos e/ou afundamentos.

No Brasil, esforços vêm sendo realizados na tentativa de registrar os históricos de acidentes envolvendo embarcações pesqueiras. Esta busca tem sido realizada pelo Programa de Engenharia Oceânica da COPPE/UFRJ, Agências e Capitâneas dos Portos espalhadas pelas diferentes regiões do Brasil, a Diretoria dos Portos e Costas e o Tribunal Marítimo. Um dos resultados práticos desta busca foi consolidado no trabalho de Carneiro, Pimenta e Neves em [7]. Apesar dos dados representarem uma realidade apenas entre os anos de 1995 e 1998, os mesmos fornecem uma boa noção qualitativa sobre tal problema em águas nacionais. Estes dados revelam que a maioria dos acidentes, englobando embarcações dos mais variados tipos e em todo o litoral brasileiro, ocorreram com pesqueiros que possuíam uma arqueação bruta menor que 20 ton na área considerada como a mais crítica localizada na região de Cabo Frio, que abrange a divisa do Estado do Espírito Santo com o Rio de Janeiro até o município de Saquarema. Tal fato implicou numa média de 10 acidentes por ano em uma área bastante reduzida envolvendo mortes e pessoas feridas. Assim, durante o período considerado, foram registrados 40 acidentes envolvendo pesqueiros, dos quais 6 corresponderam a barcos com arqueação bruta maior ou igual a 20 ton e 34 com arqueação bruta menor que 20 ton. Os mesmos resultaram, no total, em 34 mortes e 43 pessoas feridas. Observando a tabela 1.1 extraída de [7], fica fácil a compreensão quantitativa destes acidentes.

Tabela 1.1: Tipos de Acidentes na Região de Cabo Frio

Tipos de Acidentes	Números	Porcentagem	Feridos	Mortos
Naufrágio	3	7.5	12	7
Queda de Tripulante na água	1	2.5	0	1
Abalroamento	2	5.0	5	0
Avaria nas Máquinas/Aparelhos	24	60.0	4	0
Encalhe	2	5.0	2	2
Ferimento de Tripulantes	1	2.5	0	1
Emborcamento	3	7.3	20	12
Desaparecimento da Embarcação	2	5.0	0	10
Deriva	2	5.0	0	1
Total	40	100	43	34

Fonte: Tabela extraída do artigo publicado por CARNEIRO, Antônio M. M.; PIMENTA, Eduardo G.; NEVES, Marcelo de A. S. - SOBENA-2002

Em tais dados, percebe-se que o emborcamento, apesar de não ser o mais freqüente, é o que possui maior índice de mortos e feridos. As embarcações pesqueiras são, portanto, mais propensas a acidentes marítimos, dentre os quais o emborcamento possui uma participação preponderante. Assim, o presente trabalho propõe uma análise com pesqueiros sob o efeito de um alagamento progressivo verificando o comportamento dinâmico de tal sistema e buscando identificar possíveis emborcamentos em estágios intermediários de alagamento. Para tanto, é apresentado na seção seguinte um breve panorama dos estudos que foram feitos no passado e ainda estão sendo realizados nos dias de hoje. Além disso, são discutidos os estudos sobre o problema dinâmico do acúmulo de água, não somente em compartimentos alagados, mas também no convés quando em estados revoltos de mar e em tanques antijogo. No capítulo 2, é descrita a modelagem matemática desenvolvida

para a investigação deste problema. Neste, é discutido o fenômeno do *sloshing*¹, o qual induz movimentos acoplados entre o navio e a água no interior do compartimento podendo introduzir grande não-linearidade no modelo. Prosseguindo no capítulo 3, são apresentados os resultados referentes a cada modelo e, finalmente, no capítulo 4, são apresentadas as conclusões deste estudo, bem como algumas sugestões para a continuidade desta linha de pesquisa.

1.2 Análise dos Estudos Realizados sobre os Emborcamentos de Barcos de Pesca

O problema que se quer tratar é o comportamento dinâmico do navio quando submetido a um nível arbitrário de alagamento. Sabe-se que o procedimento clássico de análise da avaria é considerar o navio totalmente alagado, resultando em uma certa perda de flutuabilidade, e assumindo o comportamento estritamente estático. Tal metodologia é consagrada dentro da comunidade naval e adotada como padrão para cálculos pertinentes ao projeto de um navio. No entanto, em virtude dos acidentes já mencionados no item anterior, sabe-se que algumas ocorrências de emborcamento se deram antes de haver sido atingido o equilíbrio hidrostático. Em geral, momentos após o início do alagamento, juntamente com a incidência de ventos e ondas, ocorre o emborcamento. Na verdade, este assunto tem se apresentado como tema de estudo desde Watts em [47] e [48] publicados em 1883 e 1885, trabalhos voltados para a análise com tanques anti-jogo. Já se tinha em mente a presença do efeito dinâmico da superfície livre de um líquido interno ao navio. Segundo Watts, a principal questão que envolvia a dinâmica do movimento era a fase entre o movimento da água interna e o jogo do navio. Seus estudos focalizavam basicamente

¹Termo inglês que identifica toda uma gama de fenômenos ligados ao movimento (geralmente não-linear) da superfície livre do líquido contido em um tanque.

a análise de experimentos sobre tal fenômeno. Dentre os estudos de Watts e de outros pesquisadores, que serão discutidos mais adiante, percebe-se que este fenômeno envolve quatro grandes aplicações:

- Tanques Anti-jogo;
- Efeito de água no convés;
- Efeito de um alagamento parcial;
- Efeito de esforços nas anteparas dos tanques;

Apesar das aplicações serem distintas, todos os fenômenos listados se relacionam com o efeito de *sloshing*, já mencionado na Introdução. Observe-se que o último item da lista acima se refere mais a análises estruturais, contribuindo para o presente trabalho apenas no tocante ao estudo sobre o fenômeno hidrodinâmico envolvido. A abordagem do problema estrutural focaliza a questão de grandes amplitudes desenvolvidas pela superfície livre do líquido nos compartimentos em virtude do mesmo absorver grande parte da energia do movimento de jogo do navio. Tais amplitudes estão relacionadas com os altos modos de vibrar da superfície livre ocasionando grandes impactos nas anteparas dos compartimentos.

Assim, com relação às aplicações listadas acima, podemos citar como um dos primeiros trabalhos sobre o fenômeno de *sloshing* relacionado aos tanques anti-jogo, além de Watts, [47] e [48], mencionado anteriormente, os artigos de Woollard em [49], Van den Bosch e Vugts em [41] e Goodrich em [14]. No primeiro, o movimento recebeu uma modelagem matemática onde havia a presença do acoplamento da água interna ao tanque com o navio. Em virtude do modelo ser linear, a parcela que envolvia o acoplamento de inércia foi desprezada, restando apenas um efeito redutor da restauração. Mesmo assim, entende-se

que tal estudo representa um dos passos iniciais para a modelagem do problema. Em Van den Bosch e Vugts [41] foi investigado o efeito de amortecimento sobre o navio a partir de uma quantidade de água contida em um tanque retangular. O modelo proposto, baseado em investigações realizadas por Watts e, mais tarde, por Frahm, baseia-se na linearização do comportamento do navio sem o tanque, com exceção da excitação, onde se apresenta a não-linearidade do modelo. A expressão a seguir representa tal descrição:

$$I_\phi \ddot{\phi} + N_\phi \dot{\phi} + R_\phi \phi = K \quad (1.1)$$

Onde:

I_ϕ - Inércia total referida ao eixo longitudinal do navio;

N_ϕ - Coeficiente de amortecimento de jogo;

R_ϕ - Coeficiente de restauração;

K - Momento de excitação;

ϕ - Ângulo de jogo.

O momento K pode ser representado pela expressão a seguir:

$$K = K_{wa} \sin(wt + e_{K\phi}) + K_{ta} \sin(wt + e_t) \quad (1.2)$$

Onde:

K_{wa} - Amplitude do momento de onda;

K_{ta} - Amplitude do momento do tanque;

$e_{K\phi}$ - Ângulo de fase entre o momento de onda e o movimento do navio;

e_t - Ângulo de fase entre o momento do tanque e movimento do navio.

w - Frequência circular.

A excitação, como pode ser observado pelas expressões, concentra o momento gerado pelo mar e pelo tanque. O que se percebe é que a aproximação empregada neste modelo, ao considerar o efeito do tanque apenas no lado direito da equação do movimento, perde informações valiosas em relação ao que de fato ocorre. Isto porque esta excitação é encarada por Van Den Bosch e Vugts, em [41], como apenas uma correção à restauração do navio, na mesma forma como foi modelado por Woollard em [49]. Em outras palavras, é assumida a presença apenas da energia potencial do tanque. Não é considerada a energia cinética desta água, fato este que implicaria em um acoplamento na inércia do sistema. Um modelo incorporando este acoplamento aparecerá mais adiante. Assim, assumindo que o momento do tanque está em fase com o movimento, além de sua frequência ser próxima à do navio, o resultado obtido na comparação com experimentos realizados e descritos em tal trabalho demonstra uma boa aderência qualitativa, apesar da necessidade dos ensaios para predizer de forma completa o comportamento do movimento e da necessidade de maior precisão nos resultados. Seus comentários são sempre orientados a manter o efeito do tanque desacoplado do modelo do navio. Em Goodrich [14], por outro lado, o modelo do sistema navio-tanque é proposto com a presença de dois graus de liberdade baseando-se na teoria clássica de absorvedores de vibração, tal como descrita por Den Hartog em [8]. Neste, ϕ representa o ângulo de jogo do navio e θ o ângulo de inclinação da superfície d'água interna ao tanque relativamente ao navio, suposta plana. O modelo é linear e pode ser considerado como quase-estático, como pode ser observado pelas equações abaixo:

Para o Navio

$$\ddot{\phi} + K\dot{\phi} + w_{\phi}^2\phi - \mu w_{\phi}^2\theta = w_{\phi}^2\alpha \cos(wt) \quad (1.3)$$

Para o Tanque

$$\ddot{\theta} + k\dot{\theta} + w_t^2\theta = w_t^2\phi - \frac{w_t^2 S}{g}\ddot{\phi} \quad (1.4)$$

Onde²:

K - Coeficiente de amortecimento do navio em jogo;

k - Coeficiente de amortecimento do tanque;

w_t - Freqüência natural circular de oscilação da água no tanque;

w_ϕ - Freqüência natural circular do navio em jogo;

w - Freqüência circular da excitação externa;

μ - Fator de correção do efeito de superfície livre, o qual ocasiona redução da restauração do navio. O mesmo pode ser calculado por $\mu = \frac{i}{\nabla \overline{GM}}$;

i - Segundo momento de área da superfície livre;

∇ - Volume submerso da embarcação;

$\overline{GM}$ - Altura metacêntrica da embarcação;

S - Distância vertical entre o nível médio de alagamento e o centro de jogo do navio, estando acima ou abaixo deste;

α - Ângulo de inclinação da onda em relação à linha d'água externa do mar.

Percebe-se que a excitação externa ao navio é representada pelo termo à direita de sua equação cuja amplitude consiste em $w_\phi^2\alpha$ e a excitação direta ao tanque é nula havendo, apenas, termos de acoplamento. Tais acoplamentos, em ambas as equações, residem somente em θ , ϕ e $\ddot{\phi}$, não havendo termos em $\ddot{\theta}$. Tal fato representa uma limitação semelhante à do modelo proposto por Van den Bosch e Vugts por não considerar a contribuição

²Optou-se ao longo deste trabalho por preservar a notação original de cada modelo descrito, com o intuito de facilitar a eventual comparação com as referências primárias.

da energia cinética do alagamento. Sua equação diferencial é representada apenas por sua frequência natural, com a adição do efeito da superfície livre do alagamento representado pelo fator de correção estática μ , pelo coeficiente de amortecimento e pela excitação externa. Outro aspecto relevante é a dependência de experimentos com o intuito de obter valores coerentes de amortecimento. Mesmo assim, percebe-se um avanço na abordagem do problema ao se considerar a dinâmica da água interna ao tanque acoplada, em alguns termos, à dinâmica do navio.

Graham e Rodriguez em [15], Verhagen e van Wijngaarden em [43], Abramson em [1], Ockendon, J. e Ockendon, H. em [28] e Faltinsen em [10] e [11] realizaram suas análises voltadas para o efeito específico de *sloshing*. O primeiro e o terceiro trabalhos, em particular, estavam voltados para a engenharia aeronáutica, onde o fenômeno de *sloshing* foi largamente estudado no contexto da investigação de seu efeito na estabilidade direcional de mísseis e aeronaves. Para tanto, os mesmos descrevem a influência desestabilizadora da dinâmica de um fluido interno a um tanque de combustível sobre os movimentos de veículos espaciais. Graham e Rodriguez [15] consideraram um tanque retangular tridimensional excitado em jogo, deriva e guinada sob a hipótese de um fluido ideal no tanque e condições de contorno linearizadas. Buscando uma simplificação do problema, propuseram um modelo mecânico equivalente linear que pudesse simplificar o problema completo. O mesmo modelo foi mais tarde utilizado por Francescutto e Contento em [13], o qual será mais tarde comentado. Abramson em [1], por sua vez, analisou a influência de diversas formas geométricas dos tanques e da presença nestes de supressores de *sloshing* sobre os movimentos de veículos espaciais. O mesmo analisou o problema usando a teoria potencial para o estudo da pressão hidrodinâmica linearizada induzida pelo efeito de *sloshing* do líquido. Além disso, para um entendimento didático sobre o fenômeno, o autor enumera vários tipos de *sloshing*, dentre os quais, os que podem ser aplicados no tema abordado no presente trabalho são:

- *Sloshing* Lateral

Consiste em um movimento assimétrico do líquido ocorrendo, basicamente, em virtude de movimentos translacionais³ ou angulares⁴ do navio.

- *Sloshing* Vertical

Consiste em um movimento simétrico do líquido ocorrendo, basicamente, em virtude do movimento de arfagem do navio gerando fenômenos gravitacionais com o intuito de equilibrar a superfície livre;

- Formação de borrito do fluido na superfície

Desenvolvimento de um grande borrito composto de pequenas gotículas na superfície livre do líquido em virtude da alta frequência de excitação do corpo rígido do tanque ou devido a vibrações elásticas;

- Efeito de Impacto sob variação brusca de aceleração do líquido

O líquido, quando em um tanque parcialmente cheio, ao sofrer uma brusca variação da aceleração, ocasiona um forte impacto sobre a antepara do tanque.

Entende-se que o trabalho de Abramson consiste em um verdadeiro manual deste fenômeno influenciando a grande maioria dos trabalhos publicados na área naval a partir de então. Verhagen e van Wijngaarden analisaram o problema do efeito de superfície livre no interior de um contêiner retangular com frequência próxima à natural. A hipótese linear sugerida por Graham e Rodriguez deixa de ser válida e, como solução, recorrem à teoria de choque do fenômeno dinâmico presente no interior de uma coluna de gás oscilada em pequenas

³Estes movimentos referem-se àqueles que pertencem ao plano da superfície livre do mar.

⁴Tais movimentos referem-se àqueles que possuem a mesma direção das anteparas dos tanques.

amplitudes, tal como um pistão.⁵ O objetivo de sua investigação foi a análise estrutural do efeito de *sloshing* na estrutura do tanque. Ockendon, J. e Ockendon, H. [28] estudaram um problema semelhante sobre o fenômeno de um líquido no interior de um contêiner. Usando, no entanto, a teoria potencial como abordada por Abramson, os mesmos sugerem que, para uma determinada faixa de frequência, grandes amplitudes no contêiner são provocadas. Faltinsen, por sua vez, baseando-se nos estudos anteriores, analisou o mesmo problema dos esforços estruturais que ocorriam nas anteparas dos tanques. Adotou uma forma de implementação numérica via modelos computacionais de dinâmica dos fluidos usando a mesma teoria potencial com o intuito de obter modos mais altos de vibração do líquido no tanque, os quais interessam diretamente a esta vertente do problema. A mesma abordagem foi mais tarde utilizada por Mikelis, Miller e Taylor em [23].

Amy, Johnson e Miller em [2] analisaram o problema sob o foco do efeito da água no convés. O objetivo da pesquisa era desenvolver um critério de estabilidade intacta e, por meio de ensaios com modelos de embarcações pesqueiras, detectaram o efeito mencionado, chamado pelos pesquisadores russos da época de "ângulo pseudo-estático de banda". Morrall em [24] detectou o mesmo efeito por meio de ensaios levando a emborcamentos dos modelos quando estes passavam de 40° de jogo. Em outro trabalho do mesmo autor, em [25], o qual consiste em uma investigação sobre a perda da embarcação pesqueira *Gaul* citada anteriormente, aponta-se como causas mais prováveis o referido efeito e a ocorrência de alagamentos intermediários no convés abaixo do principal. Falzarano em [12] interpretou o problema da água no convés como interpretado por Woollard e Van den Bosch e Vugts. Tal efeito foi suposto como uma excitação externa corrigindo a restauração do navio com o conceito de ângulo pseudo-estático de banda mencionado por Amy, Johnson e Miller. Assim, o mesmo despreza os demais acoplamentos no modelo, embora tenha elaborado o desenvolvimento de grande análise dinâmica do movimento.

⁵Para ser válida a consideração das frequências próximas à frequência natural supõe-se pequenos níveis de líquidos no interior do tanque.

A partir da década de 90, numerosos estudos sobre o efeito da superfície livre foram aplicados a navios tipo Ro-Ro, tendo em vista recentes acidentes que envolviam tais navios naquela época. Vredeveldt e Journée em [45] propuseram um modelo que prevesse o ingresso de água e tentaram analisar seu efeito no movimento de jogo. Tal trabalho é focado, portanto, em um alagamento intermediário. O modelo possui apenas um grau de liberdade e não considera a variação da forma geométrica do alagamento, desprezando, portanto, o acoplamento de inércia. Na mesma forma pode ser observado no trabalho dos mesmos autores juntamente com Vermeer em [46] o uso de uma abordagem quase-estática considerando a superfície livre do alagamento sempre plana. Seu ângulo de inclinação é assumido como igual ao ângulo de jogo do navio. Por outro lado, Journée em [20] analisou o efeito de um tanque parcialmente cheio e, inspirado por Verhagen e van Wijngaarden [43], Van den Bosch e Vugts [41] e Abramson [1], assumiu a abordagem hidrodinâmica do *sloshing* e toda a análise foi assumida no domínio da frequência. A mesma abordagem é adotada por Francescutto e Contento em [13] onde importantes observações podem ser mencionadas:

- Construção de um modelo mecânico equivalente

Na busca de uma simplificação do problema, Francescutto e Contento propõem o mesmo modelo de Graham e Rodriguez para o alagamento do tanque, analisando sua influência no movimento do navio. O ajuste dos parâmetros deste modelo com relação à modelagem física do *sloshing* é realizada por meio de uma técnica de *Identificação de Parâmetros*, a qual consiste em igualar as forças e momentos em ambos os modelos;

- Para análise do movimento em jogo é suficiente a adoção de modelos físicos mais simples

Tal afirmação está de acordo com alguns trabalhos mencionados anteriormente cujos modelos possuíam maior complexidade por estarem voltados para análises estruturais nas

paredes dos tanques e, para tanto, deveriam possuir capacidade de capturar a grande não-linearidade envolvida no *sloshing*. O simples movimento de jogo do navio, por sua vez, não necessita grande complexidade nos modelos pertinentes ao alagamento em virtude de pequenas amplitudes da superfície livre fornecerem resultados qualitativos razoáveis para a análise do movimento. É o que justifica a adoção da equivalência mecânica em tais modelos. Tal simplicidade também pode ser comprovada pelos resultados experimentais publicados por Murashige e Aihara em [27] que serão mais adiante comentados.

- Comparação entre a abordagem quase-estática da porção de água no tanque e uma abordagem hidrodinâmica do *sloshing*

Francescutto e Contento verifica uma pobre aderência no modelo proposto por Goodrich [14], apresentado anteriormente, por assumir uma abordagem quase-estática da porção de água no interior do tanque. Por outro lado, o mesmo analisa o modelo de Graham e Rodriguez [15], também já mencionado, o qual usa uma abordagem hidrodinâmica do *sloshing* proveniente da teoria de onda. Tal característica também é mencionada por Abramson em [1]. A comparação entre tais aspectos reside basicamente no cálculo da frequência natural do tanque ou, em outras palavras, no cálculo da energia potencial de restauração do mesmo e observou-se uma maior aderência entre os resultados. Este item será novamente mencionado no Capítulo 2 quando for apresentada a modelagem do problema assumida neste trabalho.

Em paralelo a tais estudos, Vassalos, Turan e Pawlowski, em [42], buscando investigar o problema da estabilidade avariada em navios tipo Ro-Ro, modelaram o problema do alagamento progressivo dentro do porão de veículos via modelo computacional de dinâmica dos fluidos. Seu modelo tende a ser mais completo por considerar o efeito da entrada e saída da água. No entanto, a superfície livre é considerada sempre paralela à linha d'água externa. Sua análise final ainda continua tendo uma forte influência estática

da porção acumulada de alagamento no compartimento.

Resultados experimentais relativos ao assunto e suas respectivas análises foram obtidos por Murashige e Aihara, dois pesquisadores japoneses já mencionados neste trabalho, que publicaram seus estudos em [27]. Eles consideraram os efeitos do alagamento em um navio tipo Ro-Ro objetivando contribuir para a compreensão do emborcamento e afundamento do *Herald of Free Enterprise* e o *Estonia*. Assim, modelos equivalentes a um navio deste tipo e outro de forma geométrica simplificada (forma de caixa) foram ensaiados com 0, 3 e 5 kg de alagamento. Nos dois últimos casos foram detectados atratores estranhos. Uma importante observação foi a de que, durante todo o ensaio, a superfície livre do alagamento se apresentou aproximadamente plana, apesar de continuar implicando ao alagamento uma geometria variável. Tal afirmação refere-se àquela mencionada anteriormente com relação à simplificação de modelos teóricos. Processando os resultados dos ensaios, a conclusão que obtiveram foi que o movimento de jogo resultante do navio era essencialmente caótico. Causas prováveis para tal comportamento foram apontadas, como a presença da não-linearidade na restauração do navio e do alagamento. Observe-se que, ao considerarmos a não-linearidade na restauração do alagamento, passa a ser assumido seu efeito dinâmico, que está intimamente acoplado ao movimento do navio. Entende-se, desta forma, que tais resultados experimentais tiveram o importante papel de nortear os modelos teóricos desenvolvidos a partir de então. No outro trabalho publicado pelos mesmos autores em [26] é apresentada uma modelagem relativamente simples tentando capturar tais resultados. O modelo matemático consiste basicamente em um navio em forma de caixa com a superfície livre de alagamento suposta plana. Percebe-se uma certa semelhança deste trabalho com o de Goodrich em [14], por considerar dois graus de liberdade, apesar de o último não levar em conta o efeito dinâmico do alagamento. Murashige e Aihara [26], por outro lado, assumem a hipótese do movimento do alagamento ser aproximado ao movimento de um ponto material localizado em seu centro

de gravidade. O modelo é bidimensional e o movimento de jogo do navio acoplado com o alagamento é suposto dominante em relação ao movimento de deriva e arfagem, os quais foram desprezados. Os coeficientes de amortecimento do navio e do alagamento variam linearmente com a variação do ângulo de jogo e com o ângulo de inclinação da superfície livre. Além disso, o momento de jogo varia senoidalmente com a mesma frequência angular de excitação. A principal conclusão que obtiveram, além de detectarem a coexistência de movimentos de jogo periódicos e movimentos caóticos a partir de amplitudes de excitação moderadas, é o fato de afirmarem a viabilidade de um estudo numérico de tal fenômeno a partir de um modelo matemático relativamente simples.

Papanikolaou, Zaraphonitis e Spanos em [33] usam o mesmo conceito de ponto material do alagamento proposto por Murashige e Aihara [26]. Importante ressaltar que pelo fato da superfície livre ser assumida sempre plana, o fenômeno do *sloshing* é capturado apenas em seu primeiro modo de vibrar. Assim, a modelagem é composta de um sistema de dois graus de liberdade, ângulo de jogo do navio e ângulo de inclinação do alagamento. Outros trabalhos dos dois primeiros autores em [30] e em [29] e estes juntamente com Boulougouris em [31] e, com demais autores, em [32] tratam o mesmo problema sob a mesma modelagem apresentada. Este último refere-se à investigação do afundamento do navio Ro-Ro de passageiros *Express Samina* que ocorreu em 26 de Março de 2000. Códigos numéricos foram desenvolvidos a partir desta modelagem, tais como *CAPSIM* implementado pelo *Ship Design Laboratory*, NTUA-SDL e *LAMP* implementado pela marinha norte-americana, agência de projetos e pesquisas avançadas de defesa, Guarda Costeira norte-americana, *American Bureau of Shipping* (ABS) e SAIC. O primeiro é comentado no último trabalho citado e o código *LAMP* é apresentado na dissertação de Treacle em [40]. Outros pesquisadores que receberam a influência de Murashige e Aihara são Ikeda e Kambisseri em [18], Belenky, Weems, Liut e Shin em [3] e [4] e Johnson e Borlase em [19]. Com relação aos primeiros e aos últimos autores, a modelagem obedece

o mesmo princípio apresentado por Murashige e Aihara [26], sendo que Johnson e Borlase [19] modelam várias formas geométricas do alagamento de forma a investigar o afundamento da embarcação de pesca *Arctic Rose*. Com relação ao segundo grupo de autores, a influência da modelagem se encontra implicitamente por usarem o código *LAMP*, já mencionado acima. Como uma abordagem mais recente e precisa de como tratar o problema considerando situações onde grandes amplitudes são adquiridas pela superfície livre tem-se o método de partículas que discretiza o fluido e obtém resultados bastante semelhantes aos obtidos em experimentos. Tal metodologia pode ser observada no trabalho de Iglesias, Rojas e Rodriguez em [17].

Com as breves descrições feitas acima tem-se um razoável panorama dos estudos publicados ao longo do tempo e que envolvem o problema em questão. Percebe-se que o trabalho de Abramson [1] representa um elo do estudo físico específico de *sloshing* para a área naval. A modelagem proposta por Graham e Rodriguez [15] e, mais tarde, implementada por Francescutto e Contento [13] captura de forma mais completa o efeito dinâmico ocasionado em navios por este fenômeno físico. Finalmente, Murashige e Aihara [27] e [26] propõem uma simplificação com relação à forma geométrica do alagamento de modo a capturar resultados que influenciem o problema de estabilidade em jogo do navio. Tal simplificação tem sido adotada até nos trabalhos mais recentes relacionados a este problema. O capítulo a seguir consiste na discussão das modelagens propostas por Murashige e Aihara [26] e um modelo proposto que possui o intuito de contribuir para a simplificação do problema.

Capítulo 2

Modelagem

Neste capítulo será apresentada a modelagem física do problema em questão, fundamentada no mesmo princípio apresentado por Murashige e Aihara em [27]. Além deste, é apresentado um segundo modelo que consiste em uma proposta de simplificação do problema. Tal modelo consiste em um pêndulo duplo invertido que se propõe a capturar os mesmos resultados qualitativos apresentados pelo primeiro modelo por meio de uma equivalência mecânica, procedimento adotado por Francescutto e Contento em [13]. No entanto, antes de descrever tais modelos, faz-se necessário explicitar algumas hipóteses que servem como base para a interpretação do problema. São elas:

- Líquido interno ao compartimento

O líquido em questão é a água do mar, o qual representa o alagamento. Assim, assume-se, como hipóteses simplificadoras, a homogeneidade, incompressibilidade e não-viscosidade do mesmo.

- Anteparas de compartimentos rígidos

Consiste no desprezo das interações elásticas entre a água e as anteparas dos compartimentos;

- Ausência de fontes e sorvedouros

Implica na hipótese de massa constante de alagamento, fazendo com que a análise dos resultados de um alagamento progressivo seja realizada segundo uma evolução de diferentes massas de alagamento. Este método (quase-estático) de análise justifica-se na medida em que a velocidade de progressão do alagamento seja de pouca relevância para o problema em questão. Segundo [16], havendo um certo tempo de sobrevivência frente à um alagamento, a análise proposta por este trabalho se torna razoável em virtude do período de jogo do navio pertencer à escala de segundos, enquanto que variações significativas do nível de alagamento ocorrem na escala dos minutos ou, talvez, horas. Maiores detalhes sobre o procedimento da variação do nível de alagamento serão fornecidos no capítulo 3. A partir de tais hipóteses, torna-se mais clara e objetiva a compreensão dos modelos a serem apresentados e suas relações com o fenômeno físico que se quer representar, como será visto a seguir.

2.1 Modelo Completo

Esta análise parte de um modelo bidimensional em que o navio possui uma forma geométrica simples (navio-caixa) e a localização do centro do compartimento é assumida em algum ponto no eixo vertical ao navio que passa pelo seu centro de gravidade. A largura do compartimento alagado é conhecida e a superfície livre da porção de alagamento em seu interior é suposta como sendo sempre plana. Trata-se, portanto, do conceito de massa concentrada de alagamento, mesma hipótese assumida pelos códigos *LAMP* e *CAPSIM*, já mencionados. É considerado no modelo apenas o movimento de jogo. Contudo, supõe-se que o navio esteja sempre em equilíbrio hidrostático. A rigor, esta hipótese requer que o navio esteja livre para se mover na vertical e, assim, encontrar sua posição de equilíbrio. É possível que o movimento vertical (arfagem), por sua vez, interfira de modo significativo

na dinâmica geral do jogo - e particularmente do emborcamento - através de mecanismos de acoplamento já investigados por outros pesquisadores, ver [37] e Thompson e Souza Junior (1996). No presente estudo, admitiremos, seguindo autores como Francescutto e Contento em [13], que a dinâmica em arfagem é significativamente mais rápida (ou seja, ocorrendo a frequências mais altas) do que a dinâmica em jogo, de modo que a interação entre os dois movimentos pode ser desprezada. Trata-se de uma hipótese semelhante em espírito àquela feita no tocante à velocidade de progressão do alagamento.

Como componentes pertencentes ao modelo destacam-se o navio, o mar e o alagamento, todos de acordo com as hipóteses já mencionadas. Basicamente, o que se pode identificar como variáveis independentes do sistema são o ângulo de jogo do navio ϕ e o ângulo que a superfície do alagamento faz com a horizontal absoluta θ . Tais aspectos do modelo podem ser observados na figura a seguir:

Figura 2.1: Geometria de um Navio com Alagamento Arbitrário.

Onde:

G_{dw} - Centro de gravidade da porção de alagamento;

$$\Omega = \phi + \theta.$$

Esta figura, que tenta representar o modelo em questão, explicita o aspecto mais importante do fenômeno físico envolvido, qual seja, o efeito da superfície livre do alagamento sobre o movimento de jogo do navio. Veremos que a causa principal deste efeito pode ser associada à variação da posição do centro de gravidade do alagamento ocasionada pela mudança de sua forma no interior do compartimento. Para derivar o modelo matemático adequado empregaremos o método de Lagrange, partindo do cálculo da energia potencial e cinética e, em seguida, obtendo as equações diferenciais do movimento. Começaremos pela energia potencial.

2.1.1 Energia Potencial

É assumido como referencial para o cálculo da energia potencial o ponto G_o (centro de gravidade do navio antes do alagamento). Tal hipótese, também considerada no cálculo da energia cinética, é alvo de longas discussões dentro da comunidade naval, apesar de ser geralmente aceita para mares de través por ser pouco presente a influência do acoplamento em arfagem, como é mencionado por Francescutto e Contento em [13], citado acima. A questão que se coloca é que, apesar de se desprezar a arfagem do navio por admitir que esta pouco influencia a dinâmica do movimento em jogo, será considerada a energia potencial do mar em virtude da elevação de seu nível ocasionado pela rápida variação do volume submerso do casco. Segue-se o cálculo da energia potencial de cada componente do sistema.

- Navio

Pelo fato que foi exposto na Introdução e no início desta seção, a arfagem será desconsiderada no modelo e, portanto, não se justifica o cálculo da energia potencial do navio. Assim, passemos para o próximo subsistema.

- Mar

Pela figura 2.2, temos:

Figura 2.2: Adernamento do Navio.

$$\overline{KB_o} = \frac{H}{2}$$

$$\overline{GB_o} = \overline{KG_o} - \frac{H}{2}$$

$$y_{\overline{GB}} = -(Y_o \cdot \cos \phi + X_o \cdot \sin \phi)$$

Onde:

H - Calado do navio na situação sem adernamento;

$\overline{KB_o}$ - Distância entre a quilha do navio e o seu centro de carena na condição em que não há adernamento;

$\overline{KG_o}$ - Distância entre a quilha do navio e o seu centro de gravidade na condição em que

não há adernamento;

$y_{\overline{GB}}$ - Distância vertical entre o centro de gravidade e o centro de carena do navio;

X_o e Y_o - Projeções horizontal e vertical, respectivamente, de $\overline{GB}$.

Portanto, chamando a massa do navio de M , temos:

$$\Delta U_{Mar} = M \cdot g \cdot \overline{BB_o} = M \cdot g \cdot (y_{\overline{GB}} - \overline{GB_o}) = M \cdot g \cdot ((Y_o \cdot \cos \phi + X_o \cdot \sin \phi) - \overline{KG_o} + \frac{H}{2}) \quad (2.1)$$

Observa-se que esta variação de energia potencial é relacionada com a porção de água deslocada pelo navio. Por outro lado, ainda é necessário o cálculo de X_o e Y_o , os quais provêm de relações puramente geométricas. Percebe-se que para $\phi < \arctan(\frac{2H}{B})$ a forma submersa do navio corresponde a uma geometria trapezoidal, enquanto que para $\phi \geq \arctan(\frac{2H}{B})$ corresponde a uma geometria triangular. Em termos práticos, esta situação corresponde à emersão do bojo do navio. Esta situação perdura até o momento em que o pontal submerge e a forma geométrica abaixo d'água volta a ser trapezoidal. Esta variação de forma e as equações pertinentes são semelhantes àsquelas encontradas no estudo feito por Souza Junior em [37]. O comportamento da flutuabilidade do navio está representado na figura 2.3, onde a linha que corta o navio-caixa representa a linha d'água e a área abaixo e à direita desta representa a geometria submersa. Os ângulos limites que definem estas variações estão apresentados a seguir.

$$H < \frac{D}{2}:$$

Ocorrência do caso 1 para o navio - condição de existência $\rightarrow \tan \phi \leq \frac{2H}{B}$

Ocorrência do caso 2 para o navio - condição de existência $\rightarrow \frac{2H}{B} < \tan \phi \leq \frac{D^2}{2BH}$

Ocorrência do caso 4 para o navio - condição de existência $\rightarrow \tan \phi > \frac{D^2}{2BH}$

$$H = \frac{D}{2}:$$

Ocorrência do caso 1 para o navio - condição de existência $\rightarrow \tan \phi \leq \frac{2H}{B}$

Ocorrência do caso 4 para o navio - condição de existência $\rightarrow \tan \phi > \frac{D^2}{2BH}$

$D < \frac{H}{2}$		
Caso-Navio 1	Caso-Navio 2	Caso-Navio 4

$D = \frac{H}{2}$		
Caso-Navio 1		Caso-Navio 4

$D > \frac{H}{2}$		
Caso-Navio 1	Caso-Navio 3	Caso-Navio 4

Figura 2.3: Casos da Geometria Submersa do Navio.

$$H > \frac{D}{2}:$$

Ocorrência do caso 1 para o navio - condição de existência $\rightarrow \tan \phi \leq \frac{2(D-H)}{B}$

Ocorrência do caso 3 para o navio - condição de existência $\rightarrow \frac{2(D-H)}{B} < \tan \phi \leq \frac{D^2}{2B(D-H)}$

Ocorrência do caso 4 para o navio - condição de existência $\rightarrow \tan \phi > \frac{D^2}{2B(D-H)}$

Onde:

D - Pontal do navio.

Observa-se que na situação em que o calado é a metade do pontal, há a presença somente de dois casos de geometria submersa (caso 1 e caso 4) em virtude da linha d'água tocar, ao mesmo tempo, o bojo e o pontal do navio.

A partir de relações geométricas que estão apresentadas no apêndice A, as quais explicitam os valores de x_{CG} e y_{CG} , é possível obter as equações de X_o e Y_o para cada caso

geométrico. O fato é que x_{CG} e y_{CG} são centros geométricos das figuras planas submersas e suas relações com X_o e Y_o são:

$$X_o = x_{CG} \quad (2.2)$$

$$Y_o = \overline{KG_o} - y_{CG} \quad (2.3)$$

Assim, as relações finais de X_o e Y_o para cada caso geométrico são:

Caso-Navio 1

$$X_o = \frac{B^2 \tan \phi}{12H} \quad (2.4)$$

$$Y_o = \overline{KG_o} - \frac{B^2 (\tan \phi)^2}{24H} - \frac{H}{2} \quad (2.5)$$

Caso-Navio 2

$$X_o = \frac{B}{2} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2BH}{\tan \phi}} \quad (2.6)$$

$$Y_o = \overline{KG_o} - \frac{1}{3} \sqrt{2BH \tan \phi} \quad (2.7)$$

Caso-Navio 3

$$X_o = \frac{B(D-H)}{3BH} \left(\frac{3}{2}B - \sqrt{\frac{2B(D-H)}{\tan \phi}} \right) \quad (2.8)$$

$$Y_o = \overline{KG_o} - \left(\frac{1}{6BH} (3BD(2H-D) + 2B(D-H)\sqrt{2B(D-H)\tan \phi}) \right) \quad (2.9)$$

Caso-Navio 4

$$X_o = \frac{B}{2} - \frac{BH}{2D} - \frac{D^3}{24BH \tan^2 \phi} \quad (2.10)$$

$$Y_o = \overline{KG_o} - \frac{D}{2} + \frac{D^3}{12BH \tan \phi} \quad (2.11)$$

Assim, substituindo tais valores na equação 2.1 obtém-se a energia potencial do navio composta por três ou dois dos quatro casos geométricos mencionados e, derivando em relação a ϕ , pode-se obter o braço de endireitamento para qualquer ângulo de jogo. A figura 2.4 representa a energia potencial do navio entre os ângulos $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$.

Figura 2.4: Energia Potencial do Navio envolvendo os casos geométricos 1, 3, e 4 e considerando $M=1567000\text{kg}$, $B=12.19\text{m}$, $KG_o=4.132\text{m}$ e $H=4.1\text{m}$.

As figuras 2.5 e 2.6, por sua vez, apresentam as curvas do braço de endireitamento para

duas das três situações de calado comentadas. A segunda situação, a qual envolve apenas dois casos geométricos, é trivial e pode-se deduzir a partir dos dois gráficos mostrados.

Figura 2.5: Curva $\overline{GZ}$ do navio para a situação em que o calado é menor que a metade do pontal.

- Alagamento

Para se considerar a energia potencial do alagamento é crucial considerar sua variação de geometria no interior do tanque. Webster, Birmigham, Roskilly e Jones em [5], Johnson e Borlase em [19] e Souza Junior em [37] trabalharam sobre o assunto e adotaram uma metodologia simplificadora referente à esta variação. Tal método consiste basicamente em identificar quatro casos diferentes de geometria como se observa na figura 2.7, tal como assumido para o cálculo da energia potencial do navio. No entanto, independente da geometria, a energia potencial do alagamento pode ser equacionada genericamente tomando por base a Figura 2.8.

Supondo uma massa m de alagamento, temos:

$$\Delta U_{dw} = mg(y_\phi - \overline{G_o G_{dwo}}) \quad (2.12)$$

Figura 2.6: Curva $\overline{GZ}$ do navio para a situação em que o calado é maior que a metade do pontal.

Figura 2.7: Possíveis Configurações Geométricas de Alagamento.

Figura 2.8: Coordenadas entre o CG do Alagamento e CG do Navio.

Onde:

$\Delta U_{dw} \rightarrow$ Variação da Energia Potencial do Alagamento;

$G_o \rightarrow$ Centro de Gravidade do Navio quando $\phi = 0$;

$G_{dwo} \rightarrow$ Centro de Gravidade do Alagamento quando $\phi = 0$ e $\theta = 0$;

$y_\phi \rightarrow$ Projeção vertical da distância entre o centro de gravidade do alagamento e do navio em um determinado instante.

O cálculo de $\overline{G_o G_{dwo}}$ torna-se fácil devido a sua própria definição. As figuras 2.8 e 2.9 apresentam este componente e facilitam a compreensão de sua obtenção. O mesmo passa a ser composto pela distância entre o CG do navio e o fundo do compartimento (Ponto **P** apresentado na figura 2.8), chamado de $\hat{y}$, adicionado à distância entre o CG do alagamento e o fundo do mesmo compartimento, definida pela metade do nível de alagamento h_o (apresentado na figura 2.9). Assim,

Figura 2.9: Situação em que o navio se encontra com alagamento em repouso em $\phi = 0$.

$$\overline{G_o G_{dwo}} = \hat{y} + \frac{ho}{2}$$

O cálculo de y_ϕ , expresso por sua vez na equação a seguir, envolve a geometria do alagamento. Percebe-se pela Figura 2.8 que uma vez obtidas as projeções horizontais e verticais x e y de G_{dw} em relação à P , torna-se possível seu transporte para os eixos absolutos:

$$y_\phi = (y + \hat{y}) \cos \phi - x \sin \phi \quad (2.13)$$

Portanto, a partir de simples relações geométricas, as quais estão apresentadas no anexo B, é possível obter as equações de x e y :

Caso 1

$$x = \frac{Bt^2}{12ho} \tan \Omega$$

$$y = \frac{ho}{2} + \frac{Bt^2}{24ho} (\tan \Omega)^2$$

Caso 2

$$x = \frac{Bt}{2} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2Btho}{\tan \Omega}}$$

$$y = \frac{1}{3} \sqrt{2Btho \tan \Omega}$$

Caso 3

$$x = \frac{\mu Bt - ho}{ho} \left(\frac{Bt}{2} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2Bt(\mu Bt - ho)}{\tan \Omega}} \right)$$

$$y = -\frac{\mu Bt}{ho} \left(\frac{1}{2} \mu Bt - ho \right) + \frac{1}{3} \frac{\mu Bt - ho}{ho} \sqrt{2Bt \tan \Omega (\mu Bt - ho)}$$

Caso 4

$$x = \frac{Bt}{2} - \frac{1}{24} \frac{\mu^3 Bt^2}{ho(\tan \Omega)^2} - \frac{ho}{2\mu}$$

$$y = \mu \left(\frac{Bt}{2} - \frac{\mu^2 Bt^2}{12ho \tan \Omega} \right)$$

Onde:

$$\mu = \frac{\text{AlturadoCompartimento}}{\text{LarguradoCompartimento}}$$

Um aspecto importante a ser destacado é a determinação dos momentos que irão aparecer em cada caso geométrico. É fácil notar que tais momentos dependem diretamente das dimensões do tanque e do ângulo Ω . Assim,

quando $ho < \frac{\mu Bt}{2}$:

Ocorrência do caso 1 - condição de existência $\rightarrow \tan \Omega \leq \frac{2ho}{Bt}$

Ocorrência do caso 2 - condição de existência $\rightarrow \frac{2ho}{Bt} < \tan \Omega \leq \frac{\mu^2 Bt}{2ho}$

Ocorrência do caso 4 - condição de existência $\rightarrow \tan \Omega > \frac{\mu^2 Bt}{2ho}$

quando $ho = \frac{\mu Bt}{2}$:

Ocorrência do caso 1 - condição de existência $\rightarrow \tan \Omega \leq \mu$

Ocorrência do caso 4 - condição de existência $\rightarrow \tan \Omega > \mu$

quando $ho > \frac{\mu Bt}{2}$:

Ocorrência do caso 1 - condição de existência $\rightarrow \tan \Omega \leq \frac{2(\mu Bt - ho)}{Bt}$

Ocorrência do caso 3 - condição de existência $\rightarrow \frac{2(\mu Bt - ho)}{Bt} < \tan \Omega \leq \frac{\mu^2 Bt}{2(\mu Bt - ho)}$

Ocorrência do caso 4 - condição de existência $\rightarrow \tan \Omega > \frac{\mu^2 Bt}{2(\mu Bt - ho)}$

Na mesma forma que apresentado para o navio, a partir das relações apresentadas antes, pode-se calcular a energia potencial do alagamento e, portanto, o braço ocasionado por seu momento. As figuras 2.10 e 2.11 mostram duas das três situações relacionadas entre μB e ho para o ângulo $\theta = 0$. Assim, com a composição do momento ocasionado pelo

Figura 2.10: Braço do Momento Ocasionado pelo Alagamento quando $ho < \mu Bt$ em estado de repouso ($\theta = 0$).

alagamento com aquele proveniente da restauração do navio, obtém-se o momento resultante apresentado graficamente na figura 2.12.

É necessário, ainda, o equacionamento da energia cinética do sistema a fim de se obter o Lagrangeano. A próxima seção, portanto, se encarregará de exibir tais cálculos.

Figura 2.11: Braço do Momento Ocasionado pelo Alagamento quando $ho > \mu Bt$ em estado de repouso ($\theta = 0$).

Figura 2.12: Momento Resultante Ocasionado pela Composição do momento do alagamento com o momento de restauração do navio em estado de repouso ($\theta = 0$).

2.1.2 Energia Cinética

É suposto, neste caso, o mesmo referencial adotado para a energia potencial (centro de gravidade do navio antes do alagamento). Considerando os mesmos componentes do sistema, temos:

- Mar

A energia cinética do mar pode ser considerada desprezível em virtude do mesmo possuir uma massa "infinita" e, portanto, desenvolver velocidades muito baixas. Assim posto, passemos para o próximo subsistema.

- Navio

Como o navio sofre rotação pura, pode-se definir sua energia cinética como sendo:

$$T_N = \frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 \quad (2.14)$$

Onde:

I - inércia do navio sem alagamento incluindo o efeito de massa adicional.

- Alagamento

O movimento do alagamento pode ser interpretado como a composição de dois outros movimentos: translação e rotação de seu centro de gravidade. A figura 2.13 ilustra tal afirmação.

A rotação e a translação de G_{dw} podem ser obtidas pela equação 2.15, como se observa no trabalho de Murashige e Aihara em [26].

Figura 2.13: Composição dos movimentos do Alagamento.

$$T_{dw} = \frac{1}{2}mv_{dw}^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{\dot{x}_\phi^2 + \dot{y}_\phi^2})^2 \quad (2.15)$$

Onde x_ϕ e y_ϕ são as projeções horizontal e vertical da distância entre o centro de gravidade do alagamento e do centro de gravidade do navio antes do alagamento.

Assim, devemos obter os valores de x_ϕ e y_ϕ . Como calculado na energia potencial e segundo a figura 2.8, vemos que:

$$x_\phi = x \cos \phi + (y + \hat{y}) \sin \phi \quad (2.16)$$

$$y_\phi = -x \sin \phi + (y + \hat{y}) \cos \phi \quad (2.17)$$

As equações abaixo mostram os valores de x_ϕ e y_ϕ correspondentes a cada caso geométrico do alagamento. Assim:

Caso 1

$$x_\phi = \frac{Bt^2}{12ho} \tan \Omega \cos \phi \left(1 + \frac{\tan \Omega \tan \phi}{2}\right) + \sin \phi \left(\frac{ho}{2} + \hat{y}\right) \quad (2.18)$$

$$y_\phi = \frac{Bt^2}{12ho} \tan \Omega \cos \phi \left(\frac{\tan \Omega}{2} - \tan \phi\right) + \cos \phi \left(\frac{ho}{2} + \hat{y}\right) \quad (2.19)$$

Caso 2

$$x_\phi = \frac{Bt}{2} \cos \phi + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2Btho}{\tan \Omega}} \cos \phi (\tan \Omega \tan \phi - 1) + \hat{y} \sin \phi \quad (2.20)$$

$$y_\phi = -\frac{Bt}{2} \sin \phi + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2Btho}{\tan \Omega}} \cos \phi (\tan \Omega - \tan \phi) + \hat{y} \cos \phi \quad (2.21)$$

Caso 3

$$x_\phi = \left(\frac{\mu Bt - ho}{ho}\right) \cos \phi \left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2Bt(\mu Bt - ho)}{\tan \Omega}} (\tan \Omega \tan \phi - 1) + \frac{Bt}{2}\right) + C1 \sin \phi \quad (2.22)$$

$$y_\phi = \left(\frac{\mu Bt - ho}{ho}\right) \cos \phi \left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2Bt(\mu Bt - ho)}{\tan \Omega}} (\tan \Omega + \tan \phi) - \frac{Bt}{2} \tan \phi\right) + C1 \cos \phi \quad (2.23)$$

$$C1 = \left(-\frac{\mu Bt}{ho}\right) \left(\frac{1}{2} \mu Bt - ho\right) + \hat{y} \quad (2.24)$$

Caso 4

$$x_\phi = -\frac{\mu^3 Bt^2 \cos \phi}{24ho \tan^2 \Omega} (1 + 2 \tan \Omega \tan \phi) + \frac{Bt}{2} \cos \phi \left(1 - \frac{ho}{\mu Bt} + \mu \tan \phi\right) + \hat{y} \sin \phi \quad (2.25)$$

$$y_\phi = \frac{\mu^3 Bt^2 \cos \phi}{24ho \tan^2 \Omega} (\tan \phi - 2 \tan \Omega) + \frac{Bt}{2} \cos \phi (\mu - \tan \phi) + \frac{ho}{2\mu} \sin \phi + \hat{y} \cos \phi \quad (2.26)$$

A partir deste ponto, é possível compor o Lagrangeano do sistema a fim de obter as equações do movimento.

2.1.3 Equações do Movimento

Supondo um sistema sem excitação externa, o Lagrangeano pode ser dado por:

$$\mathcal{L} = \Delta T - \Delta U \quad (2.27)$$

Como é assumido como hipótese que o navio se encontra em repouso no instante inicial, obtém-se que:

$$\Delta T = T$$

Logo,

$$\mathcal{L} = T - \Delta U$$

É claro que, considerando a variação da energia potencial ocasionada pelo momento de excitação, a qual pode ser modelada pela expressão abaixo, o Lagrangeano assume o equacionamento apresentado em 2.29.

$$\Delta U_{Mext} = -\phi \cdot \left(\overline{Amplitude} \cdot \sin(\omega t) \right) \quad (2.28)$$

Onde:

ΔU_{Mext} - Variação de energia potencial do momento de excitação;

$\overline{Amplitude}$ - Amplitude da excitação externa. Este termo será melhor explicado no fim desta seção.

$$\mathcal{L} = T - \Delta U - \Delta U_{Mext} \quad (2.29)$$

Tal modelagem está de acordo com Murashige e Aihara em [26]. Assim, substituindo as expressões já obtidas, temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{I\dot{\phi}^2}{2} + \frac{1}{2}m(\dot{x}_\phi^2 + \dot{y}_\phi^2) - \left(M \cdot g \cdot \left(\left(Y_o \cdot \cos(\phi) + X_o \cdot \sin(\phi) \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \overline{KG_o} + \frac{H}{2} \right) + m \cdot g \cdot \left(y_\phi - \overline{G_oG_{dwo}} \right) - \left(-\phi \cdot \left(\overline{Amplitude} \cdot \sin(\omega t) \right) \right) \right) \quad (2.30) \end{aligned}$$

Compondo a Equação de Hamilton, a partir da equação do Lagrangeano acima, obtém-se as equações do movimento. À Equação de Hamilton, acrescenta-se a parcela da variação

da energia de dissipação ocasionada pelo efeito de amortecimento. Novamente, segundo Murashige e Aihara em [26], a mesma pode ser modelada pela equação abaixo:

$$\Delta D = \frac{1}{2}\beta_N\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\beta_{dw}\dot{\theta}^2$$

Onde:

ΔD - Variação da energia de dissipação;

β_N - Coeficiente de amortecimento do navio;

β_{dw} - Coeficiente de amortecimento do alagamento.

Temos, portanto:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} + \frac{\partial \Delta D}{\partial \dot{\phi}} = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta D}{\partial \dot{\theta}} = 0 \quad (2.32)$$

As equações 2.31 e 2.32 estão relacionadas ao navio e ao alagamento, respectivamente. Na tentativa de deixar as mesmas em função de x_ϕ e y_ϕ , substitui-se a equação 2.30 nas expressões acima obtendo novas relações, as quais estão apresentadas abaixo.

Equação do Navio

$$I\ddot{\phi} + m\left(\ddot{x}_\phi \cdot \frac{\partial \dot{x}_\phi}{\partial \dot{\phi}} + \ddot{y}_\phi \cdot \frac{\partial \dot{y}_\phi}{\partial \dot{\phi}}\right) + \beta_N\dot{\phi} - (M+m)g\left(X_o \cos(\phi) - Y_o \sin(\phi)\right) + mg\frac{\partial y_\phi}{\partial \phi} = M_{ext} \quad (2.33)$$

Equação do Alagamento

$$m\left(\ddot{x}_\phi \frac{\partial \dot{x}_\phi}{\partial \dot{\theta}} + \ddot{y}_\phi \cdot \frac{\partial \dot{y}_\phi}{\partial \dot{\theta}}\right) + \beta_{dw}\dot{\theta} + mg\frac{\partial y_\phi}{\partial \theta} = 0 \quad (2.34)$$

Onde:

M_{ext} - Momento de excitação da onda do mar.

Novamente, substituindo todas as equações obtidas a partir de cada caso geométrico nas equações acima, na tentativa de expressá-las em função das variáveis independentes ϕ e θ , obtém-se os equacionamentos abaixo, os quais foram empregados na implementação numérica que será apresentada no capítulo 3.

Equação do Navio

$$A\ddot{\phi} + DD\ddot{\theta} + C\dot{\phi} + FF\dot{\theta} + J = M_{ext} \quad (2.35)$$

Onde:

$A \rightarrow$ Inércia do Navio e do Alagamento - $I + 1.05m \cdot BB$ - O valor 1.05 corresponde a um acréscimo de 0.05 de m como massa adicional do navio.

BB, D, E, F e $GG \rightarrow$ Termos presentes no Lagrangeano referente à parcela $\ddot{x}_\phi \frac{\partial x_\phi}{\partial \phi} + \ddot{y}_\phi \frac{\partial y_\phi}{\partial \phi} = BB\ddot{\phi} + D\ddot{\theta} + E\dot{\phi}^2 + F\dot{\theta}^2 + GG\dot{\phi}\dot{\theta}$

$J2 \rightarrow$ Braço do momento de Restauração do Navio - $\frac{\partial U_{Mar}}{\partial \phi}$ - conforme obtido a partir da diferenciação da equação 2.1 em função de ϕ e mostrado nas figuras 2.6 e 2.5.

$J1 \rightarrow$ Braço do momento provocado pelo Alagamento - $\frac{\partial y_\phi}{\partial \phi}$

$J \rightarrow m \cdot g \cdot J1 + (m + M) \cdot g \cdot J2$

$$DD \rightarrow m \cdot D$$

$$C \rightarrow m(E\dot{\phi} + GG\dot{\theta}) + \beta_N$$

$$FF \rightarrow m \cdot F \cdot \dot{\theta}$$

$$\beta_N \rightarrow \text{coeficiente de amortecimento do navio} - 2(M + m)\zeta_n w_n$$

$$\zeta_n \rightarrow \text{coeficiente linear de amortecimento do navio}$$

$$w_n \rightarrow \text{frequência natural do navio}$$

Equação do Alagamento

$$KK\ddot{\phi} + UU\ddot{\theta} + PP\dot{\phi} + VV\dot{\theta} + TT = 0 \quad (2.36)$$

Onde:

$$K, U, N, O \text{ e } V \rightarrow \text{Termos presentes no Lagrangeano referentes à parcela } \ddot{x}_\phi \frac{\partial x_\phi}{\partial \theta} + \ddot{y}_\phi \frac{\partial y_\phi}{\partial \theta} = K\ddot{\phi} + U\ddot{\theta} + O\dot{\phi}^2 + V\dot{\theta}^2 + N\dot{\phi}\dot{\theta}$$

$$TT \rightarrow m \cdot g \cdot \frac{\partial y_\phi}{\partial \theta} - \text{Momento do alagamento}$$

$$S \rightarrow O$$

$$KK \rightarrow m \cdot D$$

$$UU \rightarrow m \cdot U$$

$$PP \rightarrow m(N\dot{\theta} + S\dot{\phi})$$

$$VV \rightarrow m \cdot V \cdot \dot{\theta} + \beta_{dw}$$

$\beta_{dw} \rightarrow$ coeficiente de amortecimento do alagamento no interior do compartimento -
 $2m\zeta_a w_a$

$\zeta_{dw} \rightarrow$ coeficiente linear de amortecimento do alagamento

$w_{dw} \rightarrow$ frequência natural do alagamento

Com relação a *Mext*, o mesmo é modelado segundo a equação a seguir:

$$Mext = \overline{Amplitude} \cdot \sin(w.t) \quad (2.37)$$

A $\overline{Amplitude}$ da excitação, por sua vez, pode ser modelada como Thompson, Rainey e Soliman fizeram em [39] e Souza Junior, em [37], acrescentada do fator de inércia **A**. Tal modelagem se baseia nas relações abaixo:

$$\overline{Amplitude} = Amplitude \cdot A \quad (2.38)$$

$$Amplitude = Amp_{onda} K_{onda} w^2 \quad (2.39)$$

Onde:

$Amp_{onda} \rightarrow$ metade da altura da onda

$K_{onda} \rightarrow$ número de onda de excitação - $\frac{2\pi}{\lambda}$

$Amp_{onda}K_{onda} \rightarrow$ inclinação da onda externa

$\lambda \rightarrow$ comprimento da onda de excitação externa

O equacionamento acima é baseado na hipótese de ondas longas em águas profundas. O desenvolvimento desta relação é feito por meio da relação de dispersão que será vista no capítulo a seguir.

2.1.4 Linearização do Modelo Completo

A linearização do modelo completo compreende a análise exclusiva do primeiro caso geométrico do alagamento juntamente com a linearização do movimento do navio. Entende-se que, para o alagamento e para o navio, o caso 1 seja o único caso geométrico envolvido em virtude de Ω ser próximo de zero. Assim, nomeando novas constantes com o intuito de simplificar a exposição das relações, linearizando as funções trigonométricas e desprezando termos de ordem superior em cada parcela constante nas equações do movimento, obtemos:

Equação do Navio

$$\widetilde{A}\ddot{\phi} + \widetilde{D}\widetilde{D}\ddot{\theta} + \widetilde{C}\dot{\phi} + \widetilde{F}\widetilde{F}\dot{\theta} + \widetilde{J} = \widetilde{Mext} \quad (2.40)$$

Equação do Alagamento

$$\widetilde{K}\widetilde{K}\ddot{\phi} + \widetilde{U}\widetilde{U}\ddot{\theta} + \widetilde{P}\widetilde{P}\dot{\phi} + \widetilde{V}\widetilde{V}\dot{\theta} + \widetilde{T}\widetilde{T} = 0 \quad (2.41)$$

Onde:

$$\widetilde{A} \rightarrow I + 1.05m \cdot \widetilde{B}\widetilde{B}.$$

$\widetilde{B}\widetilde{B}, \widetilde{D}, \widetilde{E}, \widetilde{F}$ e $\widetilde{G}\widetilde{G} \rightarrow$ Termos obtidos a partir da linearização de $\ddot{x}_\phi \frac{\partial x_\phi}{\partial \phi} + \ddot{y}_\phi \frac{\partial y_\phi}{\partial \phi}$, a qual resulta em $\widetilde{B}\widetilde{B}\ddot{\phi} + \widetilde{D}\ddot{\theta} + \widetilde{E}\dot{\phi}^2 + \widetilde{F}\dot{\theta}^2 + \widetilde{G}\widetilde{G}\dot{\phi}\dot{\theta}$

$$\widetilde{B}\widetilde{B} \rightarrow \left(\hat{y} + \frac{ho}{2} + \frac{Bt^2}{12ho} \right)^2$$

$$\widetilde{D} \rightarrow \frac{Bt^2}{12ho} \left(\frac{Bt^2}{12ho} + \frac{ho}{2} + \hat{y} \right)$$

$$\widetilde{J}2 \rightarrow \phi \left(\frac{B^2}{12H} + \frac{H}{2} - KGo \right)$$

$$\widetilde{J}1 \rightarrow -\phi \left(\frac{Bt^2}{12ho} + \hat{y} + \frac{ho}{2} \right)$$

$$\widetilde{J} \rightarrow m \cdot g \cdot \widetilde{J}1 + (m + M) \cdot g \cdot \widetilde{J}2$$

$$\widetilde{D}\widetilde{D} \rightarrow m \cdot \widetilde{D}$$

$$\widetilde{C} \rightarrow m(\widetilde{E}\dot{\phi} + \widetilde{GG}\dot{\theta}) + \beta_N$$

$\widetilde{K}, \widetilde{U}, \widetilde{N}, \widetilde{O}$ e $\widetilde{V} \rightarrow$ Termos linearizados a partir da parcela $\ddot{x}_\phi \frac{\partial x_\phi}{\partial \theta} + \ddot{y}_\phi \frac{\partial y_\phi}{\partial \theta}$, os quais resultam em $\widetilde{K}\ddot{\phi} + \widetilde{U}\ddot{\theta} + \widetilde{O}\dot{\phi}^2 + \widetilde{V}\dot{\theta}^2 + \widetilde{N}\dot{\phi}\dot{\theta}$

$$\widetilde{K} \rightarrow \widetilde{D}$$

$$\widetilde{U} \rightarrow \left(\frac{Bt^2}{12ho} \right)^2$$

$$\widetilde{TT} \rightarrow m \cdot g \cdot \left(\hat{y} + \frac{ho}{2} + \frac{Bt^2}{12ho} \right)$$

$$\widetilde{KK} \rightarrow m \cdot \widetilde{D}$$

$$\widetilde{UU} \rightarrow m \cdot \widetilde{U}$$

$$\widetilde{VV} \rightarrow m \cdot \widetilde{V} \cdot \dot{\theta} + \beta_{dw}$$

$$\widetilde{S} \rightarrow \widetilde{O}$$

$$\widetilde{PP} \rightarrow m(\widetilde{N}\dot{\theta} + \widetilde{S}\dot{\phi})$$

$$\widetilde{Mext} \rightarrow \overline{Amplitude} \cdot \omega t$$

Percebe-se ainda que os termos $\widetilde{E}$, $\widetilde{F}$, $\widetilde{GG}$, $\widetilde{O}$, $\widetilde{V}$ e $\widetilde{N}$ podem ser desprezados por estarem multiplicando o quadrado da velocidade. Conseqüentemente, os termos $\widetilde{PP}$ e $\widetilde{S}$ também desaparecem. Desta forma, assumindo as novas constantes apresentadas abaixo, obtém-se

as equações linearizadas do navio e do alagamento em 2.44 e em 2.45.

$$\tilde{l} = \frac{Bt^2}{12h_o} \quad (2.42)$$

$$\bar{y} = \hat{y} + \frac{ho}{2} \quad (2.43)$$

Equação do Navio

$$\ddot{\phi} \left(I + m(\bar{y} + \tilde{l})^2 \right) + m\tilde{l}(\tilde{l} + \bar{y})\ddot{\theta} + \beta_N \dot{\phi} + \left(-mg(\bar{y} + \tilde{l}) + (M + m)g \left(\frac{H}{2} + \frac{B^2}{12H} - KGo \right) \right) \phi = \overline{Amplitude} \cdot \omega t \quad (2.44)$$

Equação do Alagamento

$$m\tilde{l}(\tilde{l} + \bar{y})\ddot{\phi} + m\tilde{l}^2\ddot{\theta} + \beta_{dw}\dot{\theta} + mg\tilde{l}\theta = 0 \quad (2.45)$$

A partir de tais equações, supondo que $\dot{\phi}$, $\ddot{\phi}$, $\dot{\theta}$ e $\ddot{\theta}$ sejam funções de ϕ e θ e que estas sejam funções complexas, temos:

$$\phi = \phi_m \cdot e^{i\omega t} \quad (2.46)$$

$$\theta = \theta_m \cdot e^{i\omega t} \quad (2.47)$$

Logo,

$$\dot{\phi} = i\omega\phi$$

$$\ddot{\phi} = -\omega^2\phi$$

$$\dot{\theta} = i\omega\theta$$

$$\ddot{\theta} = -\omega^2\theta$$

Substituindo nas equações do movimento, as mesmas podem ser reescritas da seguinte forma:

$$-\tilde{l}mw^2\theta(\tilde{l}+\bar{y})+\phi\left(\left(\frac{B^2}{12H}+\frac{H}{2}-KGo\right)g(M+m)-gm(\tilde{l}+\bar{y})-w^2\left(I+m(\tilde{l}+\bar{y})^2\right)+\imath w\beta_N\right)=M_{ext} \quad (2.48)$$

$$-\tilde{l}mw^2\phi(\tilde{l}+\bar{y})+\theta\left(\tilde{l}gm-\tilde{l}^2mw^2+\imath w\beta_{dw}\right)=0 \quad (2.49)$$

Chamando

$$Z = -\tilde{l}mw^2(\tilde{l}+\bar{y}) \quad (2.50)$$

$$Z1 = \left(\left(\frac{B^2}{12H}+\frac{H}{2}-KGo\right)g(M+m)-gm(\tilde{l}+\bar{y})-w^2\left(I+m(\tilde{l}+\bar{y})^2\right)+\imath w\beta_N\right) \quad (2.51)$$

$$Z2 = \left(\tilde{l}gm-\tilde{l}^2mw^2+\imath w\beta_{dw}\right) \quad (2.52)$$

Expressando as equações do movimento na forma matricial, temos:

$$\begin{pmatrix} Z1 & Z \\ Z & Z2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{ext} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

Resolvendo este sistema linear, temos:

$$\phi = \frac{M_{ext}Z2}{-Z^2+Z1Z2} \quad (2.54)$$

$$\theta = \frac{M_{ext}Z}{Z^2 - Z_1Z_2} \quad (2.55)$$

Estas equações analíticas são extremamente importantes pois, além de verificar o correto funcionamento numérico do modelo, permitem uma fácil comparação entre ambos os modelos discutidos neste trabalho.

A próxima seção apresentará o segundo modelo empregado que possui o papel de simplificar a modelagem apresentando resultados coerentes com o modelo completo.

2.2 Modelo Mecânico Equivalente

Como já mencionado, segundo o que foi proposto por Graham e Rodriguez em [15], por Francescutto e Contento em [13] e por Abramson em [1], será apresentado um segundo modelo que se baseia em uma proposta de equivalência mecânica. O mesmo corresponde a um pêndulo duplo e representa uma busca de maior simplificação na interpretação do problema. Esta modelagem vem sendo usada há algum tempo na Engenharia Naval, no contexto do problema de tanques anti-jogo. Neste, um dos pêndulos representa o navio e o outro, a água no tanque. Esta modelagem apresenta uma certa deficiência com relação à representação física de adernamento do navio, pois caso o centro de gravidade deste se eleve ocorre um pequeno desvio do ângulo de equilíbrio havendo, então, o adernamento. No pêndulo empregado pela modelagem usual, este aspecto não ocorre naturalmente em virtude das próprias posições de equilíbrio envolvidas para este tipo de modelo serem restauradas pela força gravitacional. O modelo do pêndulo assumido neste trabalho, por outro lado, apresenta uma maior identidade com a fenomenologia presente na realidade, consistindo em um pêndulo invertido. A natureza das forças reinantes são as mesmas daquelas verificadas no modelo completo. Detalhes do pêndulo empregado são apresentados na figura 2.14.

Como se observa nesta figura, um dos pêndulos apresentados, cujo comprimento é L , encontra-se invertido. O mesmo será chamado neste trabalho de pêndulo mestre.

Figura 2.14: Modelo Mecânico Equivalente a um Navio sob Alagamento.

Tal característica tenta se aproximar do fenômeno real que envolve o navio, pois o mesmo sofre uma variação do ângulo em jogo devido à ação gravitacional. O peso alto do pêndulo possui o mesmo papel do peso do navio localizado no centro de gravidade deste. A mola torcional presente, por sua vez, cuja constante é igual a K , assume o papel da restauração hidrostática. No entanto, ao contrário do modelo completo em que o centro de rotação coincide com o centro de gravidade do navio, no modelo do pêndulo isto não ocorre. O centro de rotação do pêndulo mestre coincide com a origem onde se localiza esta mola de constante K . Assim, a referência deixa de ser o centro de gravidade do navio, representado pelo centro de gravidade do pêndulo mestre, e passa a ser exatamente o centro de rotação deste último.

O outro pêndulo, com comprimento l e chamado de pêndulo escravo, representa o alagamento no compartimento. Sua restauração, também de forma fiel ao modelo completo, possui a natureza gravitacional não necessitando a inclusão de algum outro termo relacionado a este. Outro aspecto importante é a hipótese assumida de que as massas das hastes dos pêndulos são desprezíveis implicando em que o centro de gravidade de cada

pêndulo se localize no centro de cada massa pendular. Percebe-se que o modelo possui dois graus de liberdade (ϕ e θ), cujos sentidos positivos são apresentados na figura. Portanto, seu movimento é representado por um sistema de duas equações diferenciais, tal como no modelo completo. Para obtê-las, deve-se calcular o Lagrangeano do sistema a partir de cálculos referentes às energias cinéticas e potenciais envolvidas, na mesma forma como se procedeu para o modelo completo. Assim, segue-se abaixo todo o desenvolvimento pertinente ao cálculo do Lagrangeano e obtenção das equações do movimento.

2.2.1 Energia Potencial

Conforme a figura 2.14, contribuem para a energia potencial do sistema o efeito elástico e gravitacional:

$$\Delta U = \frac{1}{2}K\phi^2 + gL \cos \phi(M + m) - mgl \cos \theta \quad (2.56)$$

2.2.2 Energia Cinética

Para um correto delineamento desta energia é aconselhável esboçar um plano cinemático do sistema, como o que se apresenta na figura 2.15. Neste, as variáveis cinéticas são:

$\overrightarrow{v_{m/O}}$ - Velocidade da massa $\mathbf{m}$ em relação ao ponto $\mathbf{O}$

$\overrightarrow{v_{M/O}}$ - Velocidade da massa $\mathbf{M}$ em relação ao ponto $\mathbf{O}$

$\overrightarrow{v_{m/M}}$ - Velocidade da massa $\mathbf{m}$ em relação a massa $\mathbf{M}$

$$\|\overrightarrow{v_{m/O}}\|^2 = \|\overrightarrow{v_{M/O}}\|^2 + \|\overrightarrow{v_{m/M}}\|^2 + 2 \cdot \|\overrightarrow{v_{M/O}}\| \cdot \|\overrightarrow{v_{m/M}}\| \cdot \cos(\theta + \phi) \quad (2.57)$$

$$\|\overrightarrow{v_{m/O}}\| = L \cdot \dot{\phi} \quad (2.58)$$

Figura 2.15: Diagrama Cinético do Modelo.

$$\|\overrightarrow{v_{m/M}}\| = l \cdot \dot{\theta} \quad (2.59)$$

$$\|\overrightarrow{v_{m/O}}\|^2 = L^2 \cdot \dot{\phi}^2 + l^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot L \cdot l \cdot \dot{\phi} \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta + \phi) \quad (2.60)$$

Assim, a partir das velocidades de cada componente do sistema e supondo que o sistema parte do repouso, é possível obter a variação da energia cinética, a qual está equacionada abaixo:

$$\Delta T = T = \frac{1}{2} L^2 \dot{\phi}^2 (M + m) + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + m L l \dot{\phi} \dot{\theta} \cos(\theta + \phi) \quad (2.61)$$

2.2.3 Equações do Movimento

Considerando a variação da energia potencial ocasionada pelo momento de excitação, modelada na mesma forma que no modelo completo, o Lagrangeano assume o equacionamento apresentado abaixo:

$$\mathcal{L} = T - \Delta U - \Delta U_{Mext} \quad (2.62)$$

Assim, de posse das energias do sistema, pode-se substituir tais relações na equação 2.62 obtendo a equação abaixo:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} L^2 \dot{\phi}^2 (m + m) + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + m L l \dot{\theta} \dot{\phi} \cos(\theta + \phi) -$$

$$-\frac{1}{2}K\phi^2 - gL(M+m)\cos\phi + mgl\cos\theta - \Delta U_{Mext} \quad (2.63)$$

Assumindo, ainda, a dissipação de energia devido a efeitos de amortecimento, a qual é modelada pelas expressões que se seguem, pode-se compor a Equação de Hamilton a partir da equação do Lagrangeano, obtendo as equações do movimento.

$$\Delta D_P = \frac{1}{2}\beta_{pm}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\beta_{pe}\dot{\theta}^2$$

Onde:

β_{pm} - Coeficiente de amortecimento do pêndulo mestre;

β_{pe} - Coeficiente de amortecimento do pêndulo escravo.

Assim,

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} + \frac{\partial \Delta D_P}{\partial \dot{\phi}} = 0 \quad (2.64)$$

e

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Delta D_P}{\partial \dot{\theta}} = 0 \quad (2.65)$$

Substituindo os valores de tais diferenciações, obtemos:

Pêndulo Mestre

$$L^2\ddot{\phi}(M+m) + mLl\ddot{\theta}\cos(\theta+\phi) - mLl\dot{\theta}^2\sin(\theta+\phi) + \beta_{pm}\dot{\phi} + K\phi - gL(M+m)\sin\phi = Mext \quad (2.66)$$

Pêndulo Escravo

$$ml^2\ddot{\theta} + mLl\ddot{\phi}\cos(\theta + \phi) - mLl\dot{\phi}^2\sin(\theta + \phi) + \beta_{pe}\dot{\theta} + mgl\sin\theta = 0 \quad (2.67)$$

Onde:

$\beta_{pm} \rightarrow$ coeficiente de amortecimento do pêndulo mestre - $2(M + m)\zeta_m \cdot w_m$

$\beta_{pe} \rightarrow$ coeficiente de amortecimento do pêndulo escravo - $2m\zeta_e \cdot w_e$

$\zeta_m \rightarrow$ coeficiente linear de amortecimento do pêndulo mestre

$\zeta_e \rightarrow$ coeficiente linear de amortecimento do pêndulo escravo

$w_m \rightarrow$ frequência natural do pêndulo mestre

$w_e \rightarrow$ frequência natural do pêndulo escravo

É importante a observação do coeficiente de inércia que multiplica $\ddot{\phi}$ na equação do pêndulo mestre, pois as duas massas são somadas como se ambas ocupassem o mesmo lugar geométrico. No modelo completo isto não ocorre. O alagamento se localiza a uma certa distância do centro de gravidade do navio. Este aspecto será melhor analisado na próxima seção, onde será apresentada a calibração do modelo com o fenômeno físico que se quer representar. Assim, segue-se o próximo tópico, onde serão relacionados e obtidos os parâmetros dos pêndulos mestre e escravo.

2.2.4 Pêndulo Equivalente

Pode-se identificar como parâmetros do modelo a constante de mola K , comprimento e massa do pêndulo mestre, L e M , e comprimento e massa do pêndulo escravo, l e m . Tais parâmetros devem ser ajustados tendo em vista as características do modelo físico. Estas são: frequência natural dos graus de liberdade, momento de restauração e inércia do navio. Segue-se o equacionamento pertinente.

- Massas dos Pêndulos e Inércia do Navio

Assumindo que as massas do pêndulo mestre e escravo são numericamente iguais às massas do navio e alagamento, respectivamente, e que a relação de inércia destes últimos deve se conservar nos pêndulos, temos:

$$(M + m) \cdot L^2 = A$$

$$(M + m) = \frac{A}{L^2} \quad (2.68)$$

Atenta-se para esta relação, pois é nela que o pêndulo assume a real inércia do modelo físico, tendo em vista que o valor de A é composto pela inércia do navio intacto e do transporte de inércia do alagamento ao centro de gravidade do navio.

- Restauração do Navio

Obedecendo à identidade entre a restauração do navio extraída a partir do modelo completo e do pêndulo mestre, chegamos na relação necessária para obtermos a equação da constante de mola K , como se observa a seguir:

$$J = K - gL(M + m)$$

Substituindo a equação 2.68 na equação acima, temos:

$$K = J + \frac{g}{L}A \quad (2.69)$$

- Frequência Natural do Navio

Impondo a igualdade entre as frequências naturais do navio e do pêndulo mestre, é possível estabelecer uma relação entre elas a fim de se obter L . Sabe-se que este último possui uma relação direta com a inércia do sistema. Logo,

$$L = \sqrt{\frac{A}{M + m}} \quad (2.70)$$

Além disso, temos que

$$w_n = \sqrt{\frac{J}{A}}$$

Substituindo estas duas últimas relações na equação da constante de mola, temos:

$$K = \frac{A}{L}(w_n^2 L + g) \quad (2.71)$$

Por outro lado, supondo que K fosse representada por um polinômio de 2° grau de forma que o momento da mola resultasse em um polinômio de 3° grau, qualitativamente semelhante à restauração do navio, obtém-se:

$$K = k_1 + k_3 \cdot \phi^2 \quad (2.72)$$

Observando o polinômio de K percebe-se que seu valor recebe maior influência de k_1

quando ϕ for pequeno e $k3$ quando ϕ for maior. Como a equação 2.71 foi baseada na frequência natural do navio, a qual se baseia no comportamento linear do sistema, conclui-se que o valor obtido de K constante na equação 2.71 corresponde à $k1$:

$$k1 = \frac{A}{L}(w_n^2 L + g) \quad (2.73)$$

Por outro lado, sabe-se que para os ângulos de perda de estabilidade estática $-\phi_v$ e ϕ_v , o momento de restauração se anula, como se pode observar pela figura 2.16.

Figura 2.16: Curva do Momento de Restauração do Navio.

Para $\phi = \phi_v$, temos:

$$0 = K \cdot \phi_v - gL(M + m) \sin \phi_v$$

$$k3 = \frac{gL(M + m) \sin \phi_v - k1\phi_v}{\phi_v^3} \quad (2.74)$$

Assim, adicionando todos os termos da restauração referente ao pêndulo mestre, obtém-se

a própria restauração do navio, como está apresentada na figura 2.17. Neste, percebe-se que a curva da restauração é a composição entre as curvas do momento da mola e momento gravitacional.

Figura 2.17: Curva dos Momentos de Restauração do Pêndulo e do Navio.

- Pêndulo Escravo

A partir da teoria linear de onda, pode-se obter a relação da frequência natural do alagamento como foi usada por Van den Bosch e Vugts em [41]. Assim,

$$w_{dw} = \sqrt{\frac{\pi g}{Bt} \tanh \frac{\pi h o}{Bt}} \quad (2.75)$$

A mesma pode ser reduzida para situações de baixas profundidades, como se observa no mesmo trabalho e assume a seguinte relação:

$$w_{dw} = \frac{\pi}{Bt} \sqrt{g \cdot h_o} \quad (2.76)$$

Van den Bosch e Vugts [41] e Francescutto e Contento [13] discutem sobre a expressão a ser usada na frequência natural do alagamento. Os mesmos comentam que a expressão obtida a partir do modelo completo não corresponde a uma estimativa inteiramente correta. A expressão referida se encontra abaixo:

$$w_{dw} = \frac{1}{Bt} \sqrt{12g \cdot h_o} \quad (2.77)$$

Como se observa, a relação acima não é exatamente aquela constante na equação 2.76. Aquela agrega conceitos hidrodinâmicos que a linearização da superfície livre no modelo completo não captura. Este fato representa um importante fator de comparação entre ambos os modelos e será discutido mais adiante. Assume-se, por enquanto, que a equação 2.76 referente à frequência natural do alagamento no compartimento será considerada para o modelo do pêndulo. Abramson em [1] também considera o mesmo cálculo hidrodinâmico da frequência mencionado nesta equação. Assim, igualando tal frequência com a frequência natural do pêndulo escravo, a qual corresponde à de um pêndulo simples, tem-se:

$$\frac{\pi}{Bt} \sqrt{g \cdot h_o} = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$l = \frac{Bt^2}{\pi^2 h_o} \quad (2.78)$$

Enfim, chegamos a todos os parâmetros pertencentes ao modelo do pêndulo calibrados com o modelo físico do navio. Abaixo, encontram-se listadas todas estas relações finais:

$$\begin{array}{l|l}
K = k_1 + k_3 \cdot \phi^2 & k_1 = \frac{A}{L}(w_n^2 L + g) \\
k_3 = \frac{gL_m(m_m+m_e)\sin\phi_v - k_1\phi_v}{\phi_v^3} & L = \sqrt{\frac{A}{M+m}} \\
l = \frac{Bt^2}{\pi^2 h_o} &
\end{array}$$

Além destas equações, será apresentada a seguir a linearização do modelo do pêndulo com o intuito de proporcionar uma comparação, presente no capítulo 3, com os resultados referentes às equações não linearizadas apresentadas em seções anteriores e implementadas numericamente, na mesma forma como foi feito para o modelo completo.

2.2.5 Linearização do Modelo

A partir das equações diferenciais do pêndulo mestre e escravo e supondo que $\dot{\phi}$, $\ddot{\phi}$, $\dot{\theta}$ e $\ddot{\theta}$ sejam funções de ϕ e θ e que estas sejam funções complexas, temos:

$$\phi = \phi_m \cdot e^{wt} \quad (2.79)$$

$$\theta = \theta_m \cdot e^{wt} \quad (2.80)$$

Logo,

$$\dot{\phi} = w\phi$$

$$\ddot{\phi} = -w^2\phi$$

$$\dot{\theta} = w\theta$$

$$\ddot{\theta} = -w^2\theta$$

Substituindo nas equações do movimento, as mesmas podem ser reescritas da seguinte

forma:

$$\begin{aligned}
& L^2(-w^2\phi)(M+m) + mLl(-w^2\theta)\cos(\phi+\theta) - \\
& - mLl(\imath w\theta)^2\sin(\phi+\theta) + \beta_{pm}(\imath w\phi) + K\phi - (M+m)gL\sin(\phi) = M_{ext} \quad (2.81)
\end{aligned}$$

$$l^2(-w^2\theta)m + mLl(-w^2\phi)\cos(\phi+\theta) - mLl(\imath w\phi)^2\sin(\phi+\theta) + \beta_{pe}(\imath w\theta) + mgl\sin(\theta) = 0 \quad (2.82)$$

Linearizando as funções trigonométricas, desprezando termos de segunda ordem e agrupando em ϕ e θ , obtemos:

$$\theta(-mLlw^2) + \phi(-L^2w^2(M+m) + \imath\beta_{pm}w + K - gL(M+m)) = M_{ext} \quad (2.83)$$

$$\theta(-ml^2w^2 + \imath\beta_{pe}w + glm) + \phi(-mLlw^2) = 0 \quad (2.84)$$

Chamando de Z , $Z1$ e $Z2$, as relações abaixo, podemos organizar as equações na forma matricial como se vê em seguida.

$$Z = -mLlw^2 \quad (2.85)$$

$$Z1 = -L^2w^2(M+m) + \imath\beta_{pm}w + K - gL(M+m) \quad (2.86)$$

$$Z2 = -ml^2w^2 + \imath\beta_{pe}w + glm \quad (2.87)$$

Logo:

$$\begin{pmatrix} Z & Z1 \\ Z2 & Z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{ext} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.88)$$

Resolvendo este sistema linear, temos:

$$\theta = \frac{M_{ext}Z}{Z^2 - Z1Z2} \quad (2.89)$$

$$\phi = \frac{M_{ext}Z2}{-Z^2 + Z1Z2} \quad (2.90)$$

A partir destes dois modelos apresentados, portanto, serão explorados os resultados obtidos, bem como as ferramentas usadas para obtê-las e analisá-las, com o objetivo de aprofundar o entendimento sobre a fenomenologia do problema discutido neste trabalho. É no próximo capítulo que tais aspectos serão apresentados.

Capítulo 3

Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir dos modelos já descritos. Estão organizados de forma a serem apresentados, inicialmente, a comparação entre ambos, com o intuito de destacar o ajuste do modelo do pêndulo ao modelo completo, e, em seguida, os demais resultados que exploram a dinâmica do sistema.

O primeiro tipo de resultados consiste, basicamente, no comportamento do navio/pêndulo mestre em regime permanente no domínio da frequência. Estes resultados compreendem dados numéricos e analíticos, sendo que estes últimos são obtidos por meio da linearização de ambos os modelos conforme demonstrado no capítulo 2.

A segunda parte deste capítulo consiste na apresentação de resultados obtidos pelo emprego de algumas ferramentas da teoria de sistemas dinâmicos. Tais resultados são usados para estender a comparação entre os dois modelos investigados neste trabalho e, principalmente, de explorar e buscar a compreensão do comportamento dinâmico do sistema.

Antes de se iniciar a apresentação desses resultados, serão exibidos os valores numéricos adotados para a embarcação pesqueira utilizada neste estudo, bem como para excitação e amortecimento, juntamente com uma breve explanação do código numérico elaborado.

3.1 Dados Numéricos

Para a obtenção dos resultados numéricos elaborou-se um programa em *DELPHI*, o qual incorpora o método de *Runge Kutta* de quarta ordem, com passo fixo, para a integração numérica das equações diferenciais do movimento do sistema. O programa está preparado para calcular o efeito do alagamento em um compartimento abaixo da linha d'água ou acima desta, no caso de um acúmulo de água ocasionada por algum outro motivo. Além disso, o código está preparado para obter respostas como bacias seguras e diagramas de bifurcação. Cada um destes tipo de resultados será detalhado mais adiante.

O modelo de embarcação simulado pelo código foi o navio pesqueiro *GAUL*, já mencionado no capítulo 1. A função de amortecimento foi assumida como sendo linear, com coeficiente constante. Seu valor foi adotado como 0.069, como considerado por Morrall em [25]. No caso do alagamento, por sua vez, segundo Abramson em [1], o coeficiente de amortecimento linear pode assumir dois valores, dependendo da inclinação que a superfície livre da água faz com as paredes do compartimento. Quando esta inclinação é baixa, o coeficiente é alto. Por outro lado, o mesmo se reduz de forma acentuada quando tal inclinação aumenta. Segundo Murashige e Aihara em [27], tais valores foram adotados como sendo:

$$\tan(\phi + \theta) < \frac{2ho}{Bt} \rightarrow \zeta_{dw} = 0.09211 \quad (3.1)$$

$$\tan(\phi + \theta) \geq \frac{2ho}{Bt} \rightarrow \zeta_{dw} = 0.00583 \quad (3.2)$$

Os dados referentes ao navio usado para a simulação e relevantes à modelagem empregada encontram-se na tabela a seguir:

Tabela 3.1: Principais dados do navio pesqueiro *GAUL*

Lwl	56.85m	Calado inicial	4.1m
D	7.77m	ζ_n	0.069
B	12.19m	μ	0.2
$\overline{KGo}$	4.132m	Massa do Navio	1567000kg

Fonte: Dados Extraídos do artigo publicado em 1980 por Morrall referentes à embarcação de pesca *GAUL*.

Com estes dados numéricos de entrada, é possível simular o alagamento intermediário obtendo os resultados mencionados no início deste capítulo. As seções seguintes descreverão tais resultados.

3.2 Comportamento no Domínio da Frequência em Regime Permanente

Esta resposta é obtida quando, a partir de um instante t em que o sistema entra em regime permanente, a máxima amplitude é coletada para uma certa frequência e amplitude de excitação. O instante adotado para definir o início do regime permanente foi escolhido arbitrariamente como sendo o valor suficiente para serem simulados 500 ciclos da excitação. Entende-se que este valor seja suficientemente grande para que o regime transiente seja dissipado. Tal procedimento foi adotado para ambos os modelos. O tempo de simulação após atingido o regime permanente se estendeu por mais 200 ciclos. Além disto, o comprimento do compartimento, chamado de Lt , considerado para cálculo da massa de alagamento é de 5m. Entretanto, o primeiro resultado obtido a partir de comparações entre os mesmos com equações linearizadas, demonstradas anteriormente, apresentou certa discrepância com relação ao número de picos e posição no eixo horizontal, como pode ser observado pelo gráfico constante na figura 3.1.

Figura 3.1: Primeiro resultado obtido pelos modelos com suas respectivas equações do movimento linearizadas, considerando $\text{hop}=0.1$, $Bt/B = 0.5$, $\hat{y} = 0$, $Lt = 5m$ e $\text{Amplitude} = 10^{-5}$.

O primeiro aspecto discrepante refere-se ao número de picos apresentado por cada modelo. Percebe-se que o pêndulo duplo apresenta um pico em virtude do tipo de acoplamento inercial presente no termo $\ddot{\theta}$, $\ddot{\phi}$, $\dot{\theta}^2$ e $\dot{\phi}^2$ em ambas as equações.

As equações estão reescritas abaixo e os termos que possuem tais acoplamentos se encontram sublinhados.

Pêndulo Mestre

$$\underline{L^2\ddot{\phi}(M+m)} + \underline{mLl\ddot{\theta}\cos(\theta+\phi)} - \underline{mLl\dot{\theta}^2\sin(\theta+\phi)} + \beta_{pm}\dot{\phi} + K\phi - gL(M+m)\sin\phi = Mext \quad (3.3)$$

Pêndulo Escravo

$$ml^2\ddot{\theta} + \underline{mLl\ddot{\phi}\cos(\theta + \phi)} - \underline{mLl\dot{\phi}^2\sin(\theta + \phi)} + \beta_{pe}\dot{\theta} + mgl\sin\theta = 0 \quad (3.4)$$

Entende-se, por outro lado, que tais acoplamentos devem ser ajustados de forma a produzirem o mesmo resultado no modelo completo: dois picos de resposta.

Observando o modelo pendular, percebe-se que o pêndulo escravo sempre se encontra pendurado no centro de gravidade do pêndulo mestre. Esta característica corresponde ao centro de rotação do alagamento coincidir com o centro de gravidade do navio. No entanto, esta é uma situação particular, e não o caso geral. O que normalmente ocorre é o convés do compartimento poder se localizar a qualquer distância do *CG* do navio e o *CG* do alagamento variar de acordo com a variação de seu nível. Assim, entende-se que o modelo pendular mais apropriado para a devida identificação com o modelo completo consiste na figura a seguir, diferentemente da figura 2.14.

Figura 3.2: Pêndulo Generalizado Modificado.

Onde:

br - Comprimento de haste do pêndulo mestre que se estende entre os centros de rotação

deste pêndulo e do pêndulo escravo.

Este modelo, em comparação com o pêndulo anterior, representa o problema dinâmico mais fiel ao que realmente ocorre, fixando o pêndulo escravo em qualquer ponto da haste do pêndulo mestre. Assim, passa a ser possível simular o efeito da superfície livre em um compartimento, estando o centro de gravidade do alagamento em qualquer posição em relação ao centro de gravidade do navio.

Cabe lembrar que, como já dito anteriormente, neste modelo o centro de rotação coincide com a mola torcional e não com o centro de gravidade do navio, como ocorre com o modelo completo. A questão do ponto onde o pêndulo escravo se fixa na haste do pêndulo mestre será discutida mais adiante.

Na próxima seção é equacionado este modelo e obtido o resultado comparativo entre eles.

3.2.1 Equacionamento do Modelo do Pêndulo Modificado

Na mesma forma como foi feito nas seções 2.2.1, 2.2.2 e 2.2.3, a energia cinética e energia potencial podem ser equacionadas como nas expressões abaixo:

$$T = \frac{1}{2} \left(\dot{\phi}^2 (ML^2 + mbr^2) + ml^2 \dot{\theta}^2 - 2mbrl \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \Omega \right) \quad (3.5)$$

$$\Delta U = MgL \cos \phi + \frac{1}{2} K \phi^2 + mg(br \cos \phi - l \cos \theta) \quad (3.6)$$

Fazendo novamente como na expressão 2.62, obtém-se a equação do Lagrangeano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\dot{\phi}^2 (ML^2 + mbr^2) + ml^2 \dot{\theta}^2 - 2mbrl \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \Omega \right) - \left(MgL \cos \phi + \frac{1}{2} K \phi^2 + mg(br \cos \phi - l \cos \theta) \right) \quad (3.7)$$

Portanto, a equação do movimento, suposta sem excitação externa e sem efeito de amortec-

imento, passa a ser definida pelas relações abaixo:

Pêndulo mestre Modificado

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \quad (3.8)$$

$$(ML^2 + mbr^2)\ddot{\phi} - mbrl\ddot{\theta} \cos(\theta + \phi) + \dot{\theta}^2 mbrl \sin(\theta + \phi) - g \sin \phi (ML + mbr) + K\phi = 0 \quad (3.9)$$

Pêndulo escravo Modificado

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = 0 \quad (3.10)$$

$$ml^2\ddot{\theta} - mbrl\ddot{\phi} \cos(\theta + \phi) + \dot{\phi}^2 mbrl \sin(\theta + \phi) + glm \sin \theta = 0 \quad (3.11)$$

3.2.2 Pêndulo Modificado Equivalente

Procedendo na mesma forma que antes, serão obtidos nesta seção os valores dos parâmetros deste modelo.

A primeira equivalência consiste no termo inercial. Com relação ao navio e ao pêndulo mestre, permanece a identidade entre L e rg apresentada na seção 2.2.4. No entanto, com relação ao alagamento, percebe-se que sua inércia na equação do navio é variável devido à variação de sua forma geométrica. Assim, o melhor equacionamento que expressa a posição do pêndulo escravo em relação à origem do sistema (mola torcional) e sua respectiva identificação com o modelo completo seria:

$$x_\phi = br \sin \phi + l \sin \theta \quad (3.12)$$

$$y_\phi = br \cos \phi - l \cos \theta \quad (3.13)$$

Resolvendo este sistema, percebe-se que br e l assumem os valores abaixo:

$$br = \csc \Omega (x_\phi \cos \theta + y_\phi \sin \theta) \quad (3.14)$$

$$l = \csc \Omega (x_\phi \cos \phi - y_\phi \sin \phi) \quad (3.15)$$

Tais equações afirmam, em contraste com o que foi apresentado na figura 3.2, que os valores de br e l são variáveis. Atentando-se ao primeiro parâmetro e comparando com a equação do navio no modelo completo, pode-se concluir que:

$$br = \sqrt{BB} \quad (3.16)$$

Este valor corresponde ao raio de giração do alagamento. Assim, entende-se que, ao reproduzirmos a posição da massa pendular referente ao pêndulo escravo pela exata posição do centro de gravidade do alagamento no modelo completo, embora não tenha sido demonstrado tal dedução, obtém-se as próprias equações diferenciais deste último modelo. Por outro lado, o principal objetivo do modelo pendular é produzir resultados qualitativamente semelhantes ao modelo completo possuindo uma maior simplicidade. Tornar o raio de giração do pêndulo escravo (alagamento) variável em relação ao pêndulo mestre (navio) representa sofisticar demais o modelo pendular e, portanto, não alcançar a simplicidade desejada.

Portanto, uma possível simplificação ao modelo é tornar o raio de giração do pêndulo escravo fixo em relação ao pêndulo mestre, sendo esta hipótese representada pela figura 3.2. Fisicamente, isso significa que o alagamento apresenta forma variável tal que seu raio de giração e, portanto, sua inércia, permaneçam constantes.

Assim, para obter os valores dos parâmetros inerciais, será assumida a equivalência entre ambos os modelos, estando estes linearizados.

Assumindo, então, a linearização de BB , chega-se ao valor de br :

$$br = \tilde{l} + \bar{y} \quad (3.17)$$

Considerando as mesmas hipóteses da seção 2.2.4 com relação à constante de mola torcional K e à relação linear da frequência natural do pêndulo mestre, e a partir das novas equações do movimento do modelo pendular modificado, tem-se:

$$K = k1 + k3 \cdot \phi^2 \quad (3.18)$$

$$k1 = \left(\frac{B^2}{12H} + \frac{H}{2} - \overline{KG_o} \right) (M + m)g - (\tilde{l} + \bar{y})mg + g(ML + mbr) \quad (3.19)$$

$$k3 = \frac{g(ML + mbr) \sin \phi_v - k1\phi_v}{2\phi_v^3} \quad (3.20)$$

Procedendo na mesma forma com o pêndulo escravo e a partir da relação da frequência natural do alagamento em 2.76, obtém-se:

$$l = \frac{Bt^2}{\pi^2 h o} \quad (3.21)$$

Portanto, reunindo todos os parâmetros internos, chega-se nos dados a seguir:

$$\left. \begin{array}{l} K = k1 + k3 \cdot \phi^2 \\ k3 = \frac{g(ML+mbr) \sin \phi_v - k1\phi_v}{2\phi_v^3} \\ l = \frac{Bt^2}{\pi^2 h o} \end{array} \right| \begin{array}{l} k1 = \left(\frac{B^2}{12H} + \frac{H}{2} - \overline{KG_o} \right) (M + m)g - (\tilde{l} + \bar{y})mg + g(ML + mbr) \\ L = rg \end{array}$$

3.2.3 Linearização do Modelo Pendular Modificado

A linearização destas equações, na mesma forma procedida anteriormente, é expressa pelas relações a seguir:

$$\begin{pmatrix} Z & Z1 \\ Z2 & Z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{ext} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Onde:

$$Z = -mbrlw^2 \quad (3.23)$$

$$Z1 = -w^2(L^2M + br^2m) + \imath\beta_{pm}w + K - g(ML + mbr) \quad (3.24)$$

$$Z2 = -ml^2w^2 + \imath\beta_{pe}w + glm \quad (3.25)$$

Resolvendo este sistema linear, obtém-se as mesmas relações já vistas:

$$\theta = \frac{M_{ext}Z}{Z^2 - Z1Z2} \quad (3.26)$$

$$\phi = \frac{M_{ext}Z2}{-Z^2 + Z1Z2} \quad (3.27)$$

3.2.4 Novos Resultados no Domínio da Frequência

Assim, a partir destas equações linearizadas, obtém-se um novo resultado apresentado na figura 3.3.

Figura 3.3: Resultado obtido pelos modelos com suas respectivas equações do movimento linearizadas e considerando $hop = 0.1$, $Bt/B = 0.5$, $\hat{y} = 0$, $Lt = 5m$ e $Amplitude = 10^{-5}$.

O que era apenas um pico no modelo do pêndulo, agora são dois picos de resposta como apresentado pelo modelo completo. No entanto, há, ainda, outro aspecto discrepante: a falta de coincidência dos picos. Retornando ao que já foi mencionado sobre a frequência natural do alagamento, na seção 2.2.4, a mesma obedece a equação 2.76, segundo a teoria linear de onda. O modelo completo não captura a mesma frequência, fruto da linearização da superfície livre, como mencionado por Francescutto e Contento em [13]. Assim, adotou-se mais uma modificação na equação do movimento, desta vez, no modelo completo. Esta alteração é tal que a frequência natural do alagamento assuma o valor já mencionado. Desta forma, a modificação resultou na relação a seguir alterando a equação 2.42:

$$\tilde{l} = \frac{Bt^2}{\pi^2 h o} \quad (3.28)$$

Além disto, por conveniência, adotou-se chamar o nível de alagamento de hop , onde:

$$hop = \frac{ho}{\mu B t} \quad (3.29)$$

O resultado obtido com as duas alterações mencionadas está apresentado na figura 3.4.

Figura 3.4: Resultado obtido pelos modelos linearizados com os mesmos valores dos parâmetros e com a presença das duas modificações mencionadas.

Portanto, o que se observa na figura 3.4 é uma perfeita coincidência entre ambos os modelos linearizados. Este resultado é obtido analiticamente. As figuras constantes na tabela 3.2 comparam tais resultados com os numéricos. A tabela 3.3, por sua vez, compara os resultados numéricos entre ambos os modelos. Entende-se que para a amplitude de excitação adimensional escolhida (10^{-5}), obtenha-se resultados próximos de lineares. Além disso, foram usados os mesmos dados de entrada ($Bt/B = 0.5$ e $\hat{y} = 0$).

O que se percebe ao observar as figuras constantes nestas tabelas é o fato de que o segundo

Tabela 3.2: Comparação entre resultados analíticos e numéricos de ambos os modelos

Tabela 3.3: Comparação dos resultados numéricos entre ambos os modelos

Figura 3.5: Resultado obtido pelos modelos linearizados com os mesmos valores dos parâmetros e com a presença das duas modificações mencionadas.

pico se apresenta tanto mais acentuado quanto maior for o parâmetro $\tilde{l}$, visível no canto superior direito em cada figura. Este coeficiente é um indicador indireto do termo inercial do alagamento, como já comentado antes. Basta observar as equações do movimento de ambos os modelos em 2.33, 2.34, 3.9 e 3.11. Quanto maior seu valor, mais expressivo se torna o grau de liberdade referente ao alagamento.

Assim, o modelo sai da condição intacta para a condição alagada com um nível ho ainda ínfimo. Em tese, neste momento, $\tilde{l}$ passa a tender para o infinito. No entanto, o efeito do alagamento não ganha grandes proporções devido a sua reduzida massa, o que está de acordo com o bom senso. Em um nível ho maior, $\tilde{l}$ tende a se reduzir e a massa do alagamento tende a aumentar. O segundo pico referente ao alagamento se afasta do pico principal situado em $w/w_n = 1.0$ e tende a aumentar até se situar no valor referente à frequência natural do alagamento (w_{dw}/w_n). Após tal razão, o pico volta a reduzir continuando a se afastar do pico principal. Esta evolução pode ser observada pelas figuras constantes nas tabelas 3.2 e 3.3, nas quais, para $hop = 0.50$, o segundo pico se apre-

senta bem pequeno e, para $hop = 0.75$, o mesmo já se torna imperceptível. A figura 3.5 ilustra melhor esta evolução do pico secundário em relação ao pico principal referente à condição intacta. Nesta figura não são confrontados os dois modelos por simplicidade na apresentação, mas sabe-se que ambos apresentam resultados bem coincidentes.

Portanto, conclui-se que ambos os modelos, no regime linear, apresentam resultados analiticamente e numericamente semelhantes. As próximas seções apresentarão a investigação dos regimes transitório e permanente, observando com maior atenção a influência dos termos não-lineares presentes em suas equações.

3.3 Efeitos Não-Lineares durante o Regime Transitório e Permanente

Após a validação do modelo do pêndulo com relação ao modelo completo no regime linear, torna-se necessária a análise do comportamento de ambos os modelos durante o regime transitório e permanente, quando o efeito não-linear for mais acentuado.

Conforme já mencionado, usando um código numérico, no qual os modelos estão implementados, e usando uma rotina de integração baseada no método de Runge Kutta de 4ª ordem, pode-se integrar as equações do movimento, gerando séries temporais, e obter um primeiro panorama de seus comportamentos dinâmicos. A tabela 3.4 contém figuras que foram obtidas a partir de simulações considerando dois valores de frequência de excitação, apresentados na coluna esquerda, amplitude de excitação igual a 0.1 e hop igual a 0.25. O tempo de duração do regime transiente foi assumindo, observando as séries temporais, igual a 4000 segundos.

Percebe-se que há uma diferença sensível entre os regimes transitórios e permanentes.

Durante cada momento, parâmetros internos de cada modelo produzem variações nos principais resultados que se pode obter, dentre os quais destacam-se as variáveis de estado (ϕ , $\dot{\phi}$, θ e $\dot{\theta}$). As tabelas 3.5, 3.6 e 3.7 apresentam figuras que tentam ilustrar esta variação. Nestas, $y[1]$, $y[2]$, $y[3]$ e $y[4]$ são as mesmas variáveis de estado na ordem mencionada acima. As variáveis xfi , yfi , xpe e ype , as quais se encontram na última tabela mencionada, se referem às posições do centro de gravidade do alagamento/pêndulo escravo em relação à origem de cada modelo. As duas primeiras já foram apresentadas no modelo completo e correspondem à x_ϕ e y_ϕ . As outras duas variáveis pertencem ao modelo do pêndulo e obedecem às relações apresentadas a seguir, iguais às equações 3.12 e 3.13, com exceção dos parâmetros br e l abaixo que passam a ser constantes:

$$xpe = br \sin \phi + l \sin \theta \quad (3.30)$$

Tabela 3.4: Comparação das séries temporais de cada modelo.

$$ype = br \cos \phi - l \cos \theta \quad (3.31)$$

Observa-se que os aspectos mais importantes em tais figuras não são os resultados quantitativos, mas os qualitativos. Estes agregam uma gama de informações que torna fácil a análise do comportamento dinâmico. Neste sentido, percebe-se uma grande semelhança entre ambos os modelos durante o regime permanente e transitório. Quanto ao primeiro regime mencionado, constata-se que o espaço de fases envolvendo $y[1]$ e $y[2]$, nas duas frequências de excitação apresentadas e em ambos os modelos, tende a apresentar órbitas periódicas, ou seja, a uma dada frequência obtém-se uma amplitude bem definida. O mesmo é observado para o espaço de fases envolvendo xfi , yfi , xpe e ype para $w/wn = 0.25$.

Com relação aos demais casos, constata-se a presença de órbitas quase-periódicas, ou seja, o movimento possui amplitudes das variáveis envolvidas bastante próximas, mas não exatamente iguais. Isso implica que as trajetórias preenchem densamente uma superfície toroidal em torno de uma determinada órbita apresentando, em um gráfico bidimensional, uma área bem definida.

No entanto, tais resultados descrevem o comportamento dinâmico dos modelos apenas sob uma determinada condição de seus parâmetros, como frequência, amplitude de excitação e nível de alagamento. Para se obter um mapeamento global do comportamento dinâmico será apresentada separadamente a análise de cada regime, sendo descritos métodos numéricos próprios para se capturar tais respostas.

Tabela 3.5: Comparação de $y[1]$ e $y[2]$ em ambos os regimes para o modelo completo.

Regime Transitório	Regime Permanente
$w/w_n = 0.25$	
Modelo Completo	
Modelo do Pêndulo	
$w/w_n = 0.85$	
Modelo Completo	
Modelo do Pêndulo	

Tabela 3.6: Comparação de $y[3]$ e $y[4]$ em ambos os regimes para o modelo completo.

Tabela 3.7: Comparação de x_{fi}/x_{pe} e y_{fi}/y_{pe} em ambos os regimes para o modelo completo.

Regime Transitório		Regime Permanente	
$w/w_n = 0.25$			
Modelo Completo

Modelo do Pêndulo

$w/w_n = 0.85$			
Modelo Completo

Modelo do Pêndulo

3.3.1 Regime Transitório

O método que se adotou para a análise durante tal estado foi a plotagem de bacias seguras que consistem em malhas de condições iniciais, referentes às suas variáveis de estado, indicando quais delas representam um movimento seguro à embarcação. No entanto, antes de apresentá-los, é exposto a seguir, a formulação em que este resultado se sustenta. Em seguida, finalmente, são apresentados tais bacias obtidas por meio de simulações numéricas e suas análises pertinentes.

3.3.1.1 Formulação Matemática

Segundo Souza Junior e Bishop em [38], tais malhas são definidas por meio de vetores que definem as variáveis de estado no instante inicial. Assim, seja a malha definida pela expressão abaixo:

$$Mh = s_1 \otimes s_2 \otimes s_3 \otimes s_4 \quad (3.32)$$

Onde:

$Mh \rightarrow$ Malha de condições iniciais;

$s_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN_i}\} \rightarrow$ vetor referente à cada variável de estado x_i ;

$i=1,2,3,4 \rightarrow$ número de variáveis de estado;

$N_i \rightarrow$ número de condições iniciais na malha referente à variável de estado x_i ;

$S_{ik}, k=1,2,\dots,N_i \rightarrow$ condição inicial da variável x_i .

A partir da malha definida, o método se propõe a solucionar numericamente uma série de problemas de valores iniciais tais que:

$$x(t) = f(\varrho, t) \quad (3.33)$$

$$x(0) = x_0, x_0 \in Mh \quad (3.34)$$

Onde:

$0 \leq t \leq t_f$, onde t_f representa o tempo final de simulação;

$f(\varrho, t) \rightarrow$ consiste em uma função de parâmetros internos do modelo e o tempo (t).

Assim, a malha construída passa a possuir um número $N = N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4$ discreto de pontos $x(\varsigma)$. Estes, por sua vez, pertencem ao comprimento da malha que é definida por seus limites. Assim, entende-se que a malha Mh é composta por n-dimensional células definidas pelas coordenadas $(x_{inf_i}, x_{sup_i}, N_i)$, onde x_{inf_i} corresponde ao ponto limite inferior e x_{sup_i} , ao ponto limite superior. Logo, dentro do vetor s_i , dois pontos adjacentes que compõem uma célula podem ser equacionados, segundo Souza Júnior e Bishop, na seguinte maneira:

$$(x_j^c, x_{j+1}^c) = \left(x_{inf_i} + \frac{j}{N_i}(x_{sup_i} - x_{inf_i}), \right. \\ \left. x_{inf_i} + \frac{j+1}{N_i}(x_{sup_i} - x_{inf_i}) \right), \quad j = 0, 1, 2, \dots, N_i - 1, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.35)$$

As condições iniciais, finalmente, passam a corresponder aos centros geométricos de cada célula formada pelo par (x_j^c, x_{j+1}^c) . Logo,

$$x_{0_i}(j) = \left(\frac{x_j^c + x_{j+1}^c}{2}, j = 0, 1, 2, N_i, i = 1, 2, 3, 4 \right) \quad (3.36)$$

O parâmetro ς , por sua vez, segundo a simulação numérica, pode ser definido por:

$$\varsigma = 1, 2, \dots, \tau \cdot \chi \quad (3.37)$$

O parâmetro τ corresponde ao número de ciclos da excitação externa de período $T = 2\pi/\omega$. O parâmetro χ , por sua vez, está relacionado ao número de pontos integrados por cada período de excitação externa realizado pela rotina de integração numérica. Desta forma, entende-se que $x(\varsigma)$ descreve, aproximadamente, as trajetórias numéricas durante o regime transiente. Tais valores são, então, testados segundo um critério de segurança à embarcação. Os pontos são coletados em dois grupos, os seguros e os não-seguros. Portanto, a bacia é plotada destacando as diferenças de trajetórias entre elas segundo a malha de condições iniciais.

Quanto à utilização do método neste trabalho, entende-se que as variáveis de estado x_i correspondem à ϕ , $\dot{\phi}$, θ e $\dot{\theta}$. Além disso, o critério a ser usado com relação à segurança da embarcação deve corresponder à ocorrência, ou não, de emborcamentos. Matematicamente, este fenômeno representa a presença, ou não, de alguma solução que oriente as trajetórias para o infinito. São, portanto, considerados atratores que conduzem a solução ao emborcamento. Uma forma simples que pode ser adotada para verificar se as trajetórias estão sendo atraídas para o infinito é identificar a presença de movimentos com grandes amplitudes. Em termos práticos, consiste em constatar se a amplitude do movimento realizado pelo sistema dinâmico durante a simulação numérica atinge um determinado valor próximo do valor máximo do poço potencial. Verifica-se, portanto, se a variável de estado ϕ assume um valor máximo sem que haja o escape do próprio poço. Segundo Souza Júnior e Bishop em mesmo trabalho, este máximo valor de ϕ corresponde a $1.2 \cdot \phi_v$. Ou seja, caso a amplitude atinja um valor 20% além do ângulo de emborcamento estático assume-se que houve o emborcamento dinâmico. Para sistemas que apresentam poço de duas dimensões, existe um critério similar. Segundo Virgin et al. em [44], o parâmetro adotado é verificar se a distância no espaço de fase das variáveis de deslocamento (ϕ e θ) entre um ponto da trajetória e a origem do poço potencial excede de 1.2 da distância da mesma origem ao

máximo valor possível sem que haja o escape, como definido anteriormente. Em outras palavras, $\sqrt{\phi^2 + \theta^2} \leq 1.2 \cdot \phi_v$ para que não seja considerado emborcamento. Neste trabalho é adotado o primeiro critério, embora se trate de um problema com dois graus de liberdade. Segundo Souza Junior e Bishop, o método em medir a distância da trajetória em relação ao poço potencial usando apenas o ângulo de jogo ϕ tem, essencialmente, a vantagem de menor tempo computacional gasto em relação ao segundo critério, o qual, necessita armazenar dados da trajetória não apenas em ângulo de jogo, mas também em ângulo de inclinação do alagamento θ .

Outro aspecto importante é a determinação do valor de τ . Este parâmetro representa um número máximo de ciclos no regime transiente, durante o qual, após simulado tais ciclos e não havendo emborcamento, assume-se que o mesmo não mais ocorre. Vários trabalhos, como de Soliman e Thompson em [36], Soliman em [35] e Thompson em [34], Virgin et al. em [44] e Kan em [21], adotaram diversos valores para τ , dentre eles, 16, 20, 30 e 32. Apesar de diferentes valores, os resultados obtidos pelos mesmos apresentaram grandes similaridades. Souza Junior e Bishop assumiram o valor 10 para τ . Este último foi adotado no presente trabalho apresentando a vantagem de menor tempo computacional.

Bishop e Souza Junior em [6] fizeram, ainda, uma análise de sensibilidade verificando a influência dos dois principais parâmetros que definem a malha de condições iniciais sobre o resultado final das bacias plotadas. São eles: comprimento da malha (distância entre os valores extremos das variáveis de estado presentes na malha) e tamanho da malha (número de condições iniciais correspondentes a cada variável de estado). Ambos se referem aos valores de $s_{i1} - s_{iN_i}$ e N_i , respectivamente. Perceberam que o primeiro fator apresenta maior importância em detrimento ao outro. Malhas com três pontos apresentavam essencialmente o mesmo resultado de malhas com mais de cem pontos, ambas apresentando o mesmo comprimento. Por outro lado, malhas de mesmo tamanho, mas com comprimentos variáveis apresentaram resultados bem distintos.

Diante do exposto, são apresentadas, a seguir, as bacias seguras obtidas a partir de simulações numéricas que estarão detalhadas nos aspectos mais importantes apresentadas em sua formulação matemática.

3.3.1.2 Resultados Numéricos

Dentre os resultados obtidos, as bacias simuladas foram definidas apresentando um tamanho total de 160x120 condições iniciais resultando em 19200 pontos simulados. As variáveis de estado usadas para compor as bacias foram ϕ e $\dot{\phi}$. O comprimento das malhas foram assim definidos:

$$-2.0 \leq x_1 \leq 2.0$$

$$-1.7 \leq x_2 \leq 1.7$$

Entende-se que x_1 corresponde ao eixo horizontal (ϕ) e x_2 ao eixo vertical ($\dot{\phi}$) da bacia. Foram obtidos bacias incluindo, também, situações em condição intacta e completamente alagado. Estes, obedecem às equações de movimento triviais por apresentarem apenas um grau de liberdade. A condição completamente alagada, por não apresentar superfície-livre do alagamento, passa a representar um peso fixo no interior do navio. O movimento em ambas as condições, portanto, obedece a equação abaixo:

$$(I + 1.05m\widetilde{BB})\ddot{\phi} + \beta_N\dot{\phi} + (M + m)gJ2 + mg\bar{y} = Mext \quad (3.38)$$

O coeficiente de 1.05 na inércia do alagamento, em caso de completamente alagado, corresponde à parcela da massa adicional a ser incluída no cômputo total da inércia do navio. A parcela I , referente ao navio intacto, já possui intrínsecamente o acréscimo correspondente à massa adicional.

O termo inercial do alagamento assume o mesmo valor linearizado de sua expressão, em virtude do ângulo relativo entre o navio e o alagamento (Ω) corresponder a zero. O momento ocasionado pelo alagamento, como já foi dito, é ocasionado por seu peso atuando em seu centro de gravidade que, nesta situação, coincide com o centróide do compartimento.

Portanto, plotou-se uma primeira amostra de bacias seguras assumindo os valores de entrada $\mu = 0.5$, $Bt/B = 0.25$, $Lt = 2m$, passo de integração $\chi = 80$, além do tamanho da malha N e as variáveis de estado, já mencionadas. Além disto, as faixas correspondentes ao comprimento da malha e demais parâmetros foram obedecidos conforme descritos abaixo:

Eixo Horizontal

$$-2.0 \leq \phi \leq 2.0 \quad (3.39)$$

Eixo Vertical

$$-1.7 \leq \dot{\phi} \leq 1.7 \quad (3.40)$$

Amplitude de Excitação

$$0 \leq Amplitude \leq 0.10 \quad (3.41)$$

$$\Delta Amplitude = 0.10 \quad (3.42)$$

Frequências de Excitação (w/wn)

$$0.7 \leq w/wn \leq 1.0 \quad (3.43)$$

$$\Delta\left(\frac{w}{wn}\right) = 0.30 \quad (3.44)$$

Nível de Alagamento

$$0 \leq hop \leq 1.0 \quad (3.45)$$

$$\Delta hop = 0.25 \quad (3.46)$$

Onde Δ significa variação.

Logo, a tabela 3.8 apresenta os resultados obtidos por estes dados de entrada. A cor preta indica o não-emborcamento e a cor branca, o oposto.

Percebe-se, em uma primeira análise, que não há grandes diferenças qualitativas na bacia segura durante a evolução do alagamento, embora, haja uma certa diferença entre o modelo completo e do pêndulo para a amplitude de excitação igual a 0.10. Deixando, por enquanto, de responder esta questão, a primeira pergunta que surge é se o alagamento simulado é ou não considerado de grandes proporções. Na tentativa de obter respostas a esta pergunta, avalia-se a razão entre a massa do alagamento e do navio (m/M). É claro que, conforme *hop* varia, w_{dw} também varia de acordo com a equação 2.76 e 3.29. A tabela 3.9 mostra para cada nível de alagamento simulado, constante na tabela 3.8, o valor da razão entre as massas, o respectivo valor da frequência do alagamento em rad/s e sua razão com a frequência natural do alagamento.

Observa-se que todas as massas dos alagamentos representam menos de 1% da massa do navio. Portanto, trata-se de um pequeno alagamento. Outro aspecto de relevância é a frequência da excitação externa em que foi simulado. Tais valores se apresentam bem diferentes dos valores correspondentes à frequência natural do alagamento. Assim, esta falta de coincidência entre estas frequências naturais pode ser considerado a causa da pouca variação da bacia segura frente à evolução do alagamento. Outra questão que surge é a diferença entre o efeito estático e dinâmico do alagamento. Como saber se o efeito dinâmico da variação de forma do alagamento tem um papel fundamental no comportamento do navio em relação à hipótese de se considerar a superfície-livre do alagamento como fixa sem variar sua forma? A este e aos outros questionamentos anteriores, adotou-se

Tabela 3.8: Bacias Seguras plotadas para $m_i=0.5$, $L_t=2m$, $y_{ch}=0m$ e $B_t/B=0.50$

w/w_n	hop=0.0	hop=0.25	hop=0.50	hop=0.75	hop=1.0
Amplitude de Excitação = 0					
Modelo Completo					
1.00
Modelo do Pêndulo					
1.00
Amplitude de Excitação = 0.10					
Modelo Completo					
0.70
Modelo do Pêndulo					
0.70
Modelo Completo					
1.00
Modelo do Pêndulo					
1.00

um método de quantificar tais bacias calculando duas razões típicas que possam caracterizar a evolução do alagamento e a influência dinâmica sobre o efeito estático do mesmo.

Tais relações se apresentam a seguir:

$$Q = \frac{Ns}{N} \quad (3.47)$$

$$Qd = \frac{Ns}{Nse} \quad (3.48)$$

Onde:

$Ns \rightarrow$ Número de condições iniciais que compõem a bacia segura;

$N \rightarrow$ Número total de condições iniciais simuladas;

$Nse \rightarrow$ Número de condições iniciais que compõem a bacia segura na condição em que o alagamento não representa um grau de liberdade ao sistema;

Como se observa, a equação 3.47 quantifica o número de condições iniciais que não levam a embarcação ao emborcamento. Com relação à equação 3.48, por sua vez, entende-se que quanto maior for o valor de Qd , menos favorável ao emborcamento será o efeito dinâmico em detrimento ao efeito estático. Este comportamento é explicado por traduzir, em termos práticos, o número de condições iniciais que não levam ao emborcamento levando em consideração os efeitos estáticos e dinâmicos no numerador e somente estáticos no denominador.

Tabela 3.9: Valores de m/M , w_{dw} e w_{dw}/wn

hop	m/M	$w_{dw}(rad/s)$	w_{dw}/wn
0.25	0.001519	15.942	21.97
0.50	0.003037	11.273	15.53
0.75	0.004556	9.204	12.68

Assim, os valores de Q e Qd contém informações valiosas que podem responder as questões anteriores. Portanto, com o intuito de se gerar mais resultados e atentando para o aspecto da frequência natural do alagamento, foram simulados os casos constantes na tabela 3.10, cujas bacias e valores de Q e Qd se apresentam nas tabelas 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 e 3.15. Os valores dos gráficos constantes nas tabelas 3.13 e 3.14 possuem escalas de 0 a 0.3 e 0 a 1.6 para as variáveis Q e Qd , respectivamente.

Todas estas simulações foram consideradas para $\bar{y}$ e μ sendo iguais a 0 e 0.2, respectivamente. A amplitude de excitação foi adotada como sendo igual a 0.1. O nível de alagamento varia entre 0 e 1 com um Δ igual a 0.25. As frequências de excitação foram escolhidas de forma que coincidem com w_{dw}/wn para um determinado valor de hop . A tabela 3.10 apresenta estes valores, bem como a razão m/M .

Vários aspectos podem ser observados pelos resultados obtidos por estas novas simulações. Dentre elas, destaca-se, inicialmente, a comparação entre os modelos. Percebe-se que as

Tabela 3.10: Novos casos de simulação

caso	Bt/B	Lt	w/wn	hop	m/M
a	0.25	2.0m	1.73	0.25	0.000607
b	0.50	2.0m	1.25	0.25	0.00243
c	0.50	20.0m	1.26	0.50	0.049
d	0.75	2.0m	1.085	0.25	0.0055
e	0.75	20.0m	5.026	0.75	0.164
f	1.00	2.0m	1.086	0.25	0.00972
g	1.00	5.0m	2.443	0.75	0.073

Tabela 3.11: Bacias Seguras referentes ao casos *a*, *b*, *c* e *d*

caso	hop=0.0	hop=0.25	hop=0.50	hop=0.75	hop=1.0
Modelo Completo					
a
Modelo do Pêndulo					
a
Modelo Completo					
b
Modelo do Pêndulo					
b
Modelo Completo					
c
Modelo do Pêndulo					
c
Modelo Completo					
d
Modelo do Pêndulo					
d

Tabela 3.12: Bacias Seguras referentes ao casos e , f e g

caso	hop=0.0	hop=0.25	hop=0.50	hop=0.75	hop=1.0
Modelo Completo					
e
Modelo do Pêndulo					
e
Modelo Completo					
f
Modelo do Pêndulo					
f
Modelo Completo					
g
Modelo do Pêndulo					
g

Tabela 3.13: Q e Q_d referente aos casos a , b , c e d

Tabela 3.14: Q e Q_d referente aos casos e , f e g

Tabela 3.15: Relação entre Q_d e w/w_n entre os casos simulados.

geometrias das bacias, com exceção das geometrias que sofrem severa erosão e os casos d e f , apresentam uma certa semelhança qualitativa entre si, ao contrário das bacias apresentadas na tabela 3.8 com a amplitude de excitação igual a 1.0.

Nos dois casos mencionados, d e f , a diferença entre eles reside apenas no valor de Bt/B . Por outro lado, percebe-se que tais bacias, referentes a um mesmo modelo, são qualitativamente semelhantes entre si. Além disso, observa-se que a frequência de excitação é próxima da frequência de ressonância do navio. Isto justifica a presença de um grande fluxo de energia entre os graus de liberdade. Em virtude dos acoplamentos destes serem distintos entre os modelos, ocorre uma maior discrepância entre suas bacias. Para frequências maiores, esta discrepância não é observada.

Outro aspecto a ser mencionado é a erosão sofrida pelas bacias seguras em ambos os modelos em alguns casos específicos, chamada em um parágrafo anterior de erosão severa. No caso b , com o nível de alagamento igual a 0.75, para o modelo completo, apresenta uma situação crítica de área da bacia segura representando uma situação pior do que a condição completamente alagado relacionado à estabilidade da embarcação. O mesmo ocorre para o caso c com o mesmo hop . No caso f , por outro lado, o modelo do pêndulo

apresenta uma deterioração mais crítica, com hop igual a 0.25, representando, também, uma pior situação em relação à condição completamente alagado. Este fato representa a perda de estabilidade estrutural¹ na topologia² das bacias.

Outro aspecto que também se destaca é a variação das bacias seguras com a evolução do nível do alagamento. Pelas tabelas 3.13 e 3.14, constata-se que os casos a , b e d apresentam, praticamente, variação nula de Q , seja com o modelo completo, seja com o modelo do pêndulo. Isto se deve aos pequenos valores de m/M influenciando muito pouco o comportamento dinâmico do navio. Este fato concorda com o senso comum de que o navio pouco deve se alterar para um reduzido alagamento. No entanto, outros casos apresentando alagamentos aparentemente com massa reduzida, porém maiores que as anteriores, ocasionam influência sobre a dinâmica do sistema. Um dos motivos desta influência se dá ao fato da frequência de ressonância do alagamento de um determinado hop , cujo valor se encontra na tabela 3.10, corresponder a um valor próximo da frequência de excitação, na qual, os modelos foram simulados. A tabela 3.15 mostra como o comportamento dinâmico do alagamento varia com a variação de w/w_{dw} entre os casos simulados constantes na tabela 3.10. Percebe-se que, dentre estes casos, para ambos os modelos, o nível de alagamento 0.25 representou um efeito dinâmico mais favorável à segurança da embarcação (não-emborcamento) que os demais níveis verificados. Atenta-se que ambos os gráficos contidos na tabela 3.15 possuem escalas distintas entre si para melhor visualização.

Por último, observa-se que o valor de Qd , curiosamente, assume valores maiores que um,

¹Um campo vetorial F é estruturalmente estável se seu fluxo não se altera quando perturbamos o campo vetorial. Rigorosamente, o mesmo pode ser estruturalmente estável se existe $\epsilon > 0$ tal que todos os campos vetoriais ϵ -próximos de F em uma determinada topologia C são topologicamente equivalentes a F .

²Define-se topologia como a orientação das trajetórias do fluxo de um determinado campo vetorial em função do tempo. Entende-se topologia como sendo a própria geometria das bacias.

como são os casos g e d com níveis de alagamento iguais a 0.25. Fisicamente, esta situação representa o fato do aspecto dinâmico do alagamento se tornar um fator benéfico à estabilidade da embarcação em relação ao efeito estático do mesmo, pois este passa a ser minimizado por aquele efeito. Este fato se mostra totalmente inverso ao caso b , c e f nas tabelas 3.13 e 3.14, por exemplo, em que as curvas referentes a ambos os modelos se sobrepõem entre si e ao eixo horizontal. Este resultado implica em um grande efeito dinâmico nocivo sobre a estabilidade do navio em comparação ao efeito estático.

A partir deste panorama que se tentou mapear referente ao regime transiente, o estudo da fenomenologia envolvida continua com a análise dos sistemas no regime permanente. É no próximo item que tal estudo é realizado.

3.3.2 Regime Permanente

3.3.2.1 Formulação Matemática

A análise do comportamento dinâmico sob o regime permanente pode ser realizado sobre diagramas de bifurcação, o qual, demonstra claramente a presença de atratores e como estes direcionam as trajetórias percorridas pelas variáveis de estado de deslocamento.

O método numérico que se adotou consiste em variar lentamente um determinado parâmetro, após decorrido um intervalo de tempo correspondente ao regime transiente, e plotar a variável de estado que o sistema assume a cada período quando em regime permanente.

A formulação matemática para este procedimento é bastante simples. Seja η o parâmetro de controle a sofrer uma lenta variação. Durante a primeira simulação, tem-se $\eta = \eta_1$. Após um intervalo de tempo $\Delta t_{transiente}$ gasto no regime transiente, a variável de estado a ser analisada $x(nT)$, onde nT corresponde a um determinado número de ciclos simulados em regime permanente, assume uma determinada trajetória atraída por um determinado atrator chamado de $x\eta_1$. As variáveis de estado x e $\dot{x}$ referentes à cada período passam a representar a característica principal do sistema para este atrator. Após decorridos n

ciclos, o parâmetro η recebe um incremento passando a ser η_2 e a simulação retorna ao início partindo daquela condição inicial em que as variáveis de estado x e $\dot{x}$ representam o sistema para o atrator x_{η_1} . Novamente, após um intervalo de tempo $\Delta t_{transiente}$, a trajetória sofre uma alteração em virtude do incremento sofrido pelo parâmetro de controle. Assim, o sistema passa a ser atraído por um novo atrator chamado de x_{η_2} . Se o parâmetro η variar lentamente e considerando a inexistência de bifurcações entre η_1 e η_2 , x_{η_2} pode ser equacionado na seguinte forma:

$$x_{\eta_2} \cong x_{\eta_1} + (\eta_2 - \eta_1) \left. \frac{\partial P}{\partial \eta} \right|_{\eta=\eta_1} \quad (3.49)$$

Onde, P consiste no chamado mapa de Poincaré. O mesmo pode ser escrito pela relação abaixo:

$$P : x(t) \rightarrow x(t + T) \quad (3.50)$$

Em outras palavras, o mapa de Poincaré tem o objetivo de verificar como estão as trajetórias do sistema quando submetida a determinadas condições. No entanto, cada trajetória é representada por pontos. Em termos práticos, é interceptado um plano, chamado de seção de Poincaré, no fluxo orbital do sistema. Os pontos em que as trajetórias passam pelo plano são plotados no mapa. Assim, é simplificado a análise do comportamento das trajetórias do sistema. Caso impusesse uma seção de Poincaré nas trajetórias constantes da tabela 3.5, seria plotados ponto bastante próximos dando a impressão de uma órbita periódica. Por outro lado, caso a mesma seção fosse posta nas trajetórias constantes na tabela 3.6, os pontos se apresentariam mais espalhados preenchendo densamente uma de-

Figura 3.6: Diagrama de bifurcação considerando o parâmetro Amplitude do M_{ext} .

terminada área, o que resultaria em uma órbita quase-periódica.

Assim, voltando à formulação de x_{η_2} , caso haja bifurcação entre η_1 e η_2 , a trajetória do sistema passa a ser atraída pela bacia que contém x_{η_1} .

É baseando-se em tal técnica que serão apresentados a seguir os resultados referentes ao regime permanente.

3.3.2.2 Resultados Numéricos

Para a simulação numérica foi considerado um período de tempo transiente equivalente a 300 ciclos, o qual foi dispensado dos resultados. A partir de então, assumiu-se um intervalo de tempo durante o regime permanente equivalente a 100 ciclos. O parâmetro adotado foi a amplitude do M_{ext} . Foram considerados as condições do caso d da tabela 3.10. A Amplitude foi iniciada a partir de 0.005 e foi simulado até o valor de 0.2 com um passo de 0.0001. O diagrama se encontra na figura 3.6.

Percebe-se que órbitas quase-periódicas prosseguem até aproximadamente 0.1 e, em seguida,

Figura 3.7: Diagrama de bifurcação considerando variação de duplo sentido no parâmetro Amplitude do *Mext*.

ocorrem várias bifurcações prevalecendo, em um intervalo posterior, três órbitas. Quando a amplitude se aproxima de 0.2 há a tendência de o sistema ir para o infinito.

Simulando novamente o caso *d* com nova frequência de excitação, $w/w_n = 5.057$, além de variar progressivamente e regressivamente o valor da *Amplitude* de *Mext*, obtém-se o gráfico 3.7.

Percebe-se que há uma diferença no trecho em destaque em ambos os gráficos. Este aspecto indica a presença de histerese. Em outras palavras, o atrator presente na evolução progressiva da *Amplitude* de *Mext* se sobrepõe a sua evolução regressiva. Isto implica na coexistência de diferentes soluções estáveis ocasionando diferentes bifurcações.

Capítulo 4

Conclusão

Após todas as análises realizadas com os modelos completo e do pêndulo, na busca de se modelar o comportamento dinâmico de um alagamento parcial em uma embarcação pesqueira, pode-se concluir alguns aspectos importantes que podem ser considerados mais adiante em estudos futuros.

O primeiro aspecto se refere à comparação entre os modelos. O modelo completo agrega a simplificação da forma geométrica do casco da embarcação implicando diretamente em sua restauração. O pêndulo, por sua vez, possui a simplificação no raio de giração do alagamento permanecer constante. Logo, ambos possuem aproximações que tendem a resultar em algumas coincidências e em outras, não. No entanto, entende-se que o modelo do pêndulo apresenta uma certa superioridade sobre o modelo completo em virtude de possuir uma restauração que pode se basear em qualquer equação. Consideramos a mesma como sendo uma equação cúbica. Mas, nada impede de ajustar tal equação para se aproximar da restauração deste ou daquele navio. Assim, ao contrário do navio-caixa representado pelo modelo completo, o pêndulo tende a ser um modelo mais genérico podendo ser atribuído a qualquer tipo de navio. Além disso, sua simplificação na inércia do alagamento não demonstrou nos resultados obtidos total discrepância em relação ao

modelo completo. Em virtude disto e, por consequência, diferenças no acoplamento, ora este se apresenta mais conservador por sofrer mais intensamente a influência dinâmica do alagamento, ora a situação se inverte (ver tabela 3.11 e 3.12).

Outro aspecto interessante nestes modelos é o fato de ser impossível, dado um compartimento, variar a frequência natural do alagamento sem haver a variação de sua massa. Assim, tais frequências tendem a se aproximar de ω_n apenas para pequenos níveis de alagamento, cujas massas também tendem a ser pequenas dependendo das dimensões do compartimento avariado. Em uma forma geral, o maior impacto do alagamento passa corresponder quando a excitação externa coincide com a frequência natural do alagamento, pois, nesta situação, sua massa corresponde a um valor maior aumentando, assim, sua inércia.

Adicionado a estes fatores, destaca-se um fato que concorda com alguns estudos de autores já citados neste trabalho, como Ikeda, Papanikolaou e Murashige. A presença de um alagamento parcial pode representar, em algumas ocasiões, uma situação mais crítica, levando rapidamente ao emborcamento, em detrimento à condição completamente alagado, como a arquitetura naval clássica considera. Seja a análise do regime transitório ou do permanente, a conclusão é a mesma. O efeito dinâmico pode ocasionar danos severos à estabilidade do navio. Por outro lado, em outras situações, o alagamento assume papel inverso de forma que seu efeito dinâmico possa amenizar seu efeito estático.

Finalmente, entende-se que este estudo ainda tem muito a se desenvolver com relação ao aspecto de sua aplicação não ser restrita a apenas um tipo de embarcação, mas ser aplicável a grande maiorias dos tipos de navios. Isto porque a modelagem não tende a mudar. Somente os efeitos de escala, proporcionado pelo porte de cada navio, podem gerar maiores efeitos em algumas situações, contrariamente a outros navios de porte diferente. Além disso, torna-se interessante avaliar o quão próximo do fenômeno real se encontra estas modelagens. Para tanto, passa a ser necessário a implementação de experimentos

que possam verificar a adequabilidade das modelagens empregadas.

Anexo A

Geometria do Navio

Neste anexo, estão apresentados os cálculos pertinentes às variáveis X_o e Y_o correspondentes às projeções horizontais e verticais, respectivamente, da distância entre o centro de gravidade do navio e seu centro de carena para um determinado ângulo de jogo ϕ .

A.1 Caso-Navio 1 - Linha d'água tocando os costados paralelos

Seja a figura A.1.

Onde:

B_A - Centro Geométrico da Figura A;

B_B - Centro Geométrico da Figura B;

Eixo x e y - Eixos de Referência.

Os lados das figuras geométricas apresentadas acima são fáceis de se obter assumindo que a área total da figura submersa se conserva como $A = BH$. Assim, não será explici-

Figura A.1: Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 1.

tada tal dedução e, portanto, partindo deste ponto, temos:

$$A_A = \frac{B^2}{2} \tan(\phi) \quad (\text{A.1})$$

$$A_B = BH - \frac{B^2}{2} \tan(\phi) \quad (\text{A.2})$$

Onde:

A_A - Área da figura geométrica A;

A_B - Área da figura geométrica B.

Calculando a razão destas áreas parciais com a área total, obtém-se:

$$\frac{A_A}{A} = \frac{B}{2H} \tan(\phi) \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{A_B}{A} = 1 - \frac{B}{2H} \tan(\phi) \quad (\text{A.4})$$

Calculando as projeções horizontais e verticais dos pontos B_A e B_B segundo os eixos de referência $x - y$ apresentados na figura A.1, temos:

$$x_A = \frac{B}{2} - \frac{B}{3} = \frac{B}{6} \quad y_A = \left(H - \frac{B \tan(\phi)}{2}\right) + \frac{1}{3}B \tan(\phi) \quad (\text{A.5})$$

$$x_B = 0 \quad y_B = \frac{1}{2}\left(H - \frac{B \tan(\phi)}{2}\right) \quad (\text{A.6})$$

Portanto, compondo uma média ponderada, obtemos os valores de X_{CG} e Y_{CG} , os quais estão apresentados a seguir:

$$X_{CG} = x_A \cdot \frac{A_A}{A} + x_B \cdot \frac{A_B}{A} = \frac{B^2}{12H} \tan(\phi) \quad (\text{A.7})$$

$$Y_{CG} = y_A \cdot \frac{A_A}{A} + y_B \cdot \frac{A_B}{A} = \frac{B^2}{24H} \tan(\phi) + \frac{H}{2} \quad (\text{A.8})$$

A.2 Caso-Navio 2 - Linha d'água tocando o fundo e o costado

Seja a figura A.2:

Onde:

b - Cateto adjacente do triângulo ao ângulo ϕ ;

h - Cateto oposto do triângulo ao ângulo ϕ ;

Eixo x e y - Eixos de Referência;

Ponto B - Centro geométrico da figura.

Figura A.2: Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 2.

Os lados b e h são fáceis de se obter assumindo o mesmo procedimento usado para o caso geométrico anterior. Assim, supondo que a área total submersa seja a mesma quando ϕ é zero ($A = BH$), tem-se:

$$b = \sqrt{\frac{2BH}{\tan(\phi)}} \quad (\text{A.9})$$

$$h = \sqrt{2BH \tan(\phi)} \quad (\text{A.10})$$

Calculando as projeções horizontais e verticais do ponto B segundo os eixos de referência $x - y$ apresentados na figura A.2, temos:

$$X_{CG} = \frac{B}{2} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2BH}{\tan(\phi)}} \quad (\text{A.11})$$

$$Y_{CG} = \frac{1}{3} \sqrt{2BH \tan(\phi)} \quad (\text{A.12})$$

A.3 Caso-Navio 3 - Linha d'água tocando o costado e o convés principal

Seja a figura A.3:

Figura A.3: Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 3.

Onde:

B_A - Centro Geométrico da Figura A;

B_B - Centro Geométrico da Figura B;

B_C - Centro Geométrico da Figura C;

Eixo x e y - Eixos de Referência.

Assumindo a mesma hipótese de conservação de área submersa, tem-se como valores das áreas parciais e dos lados das figuras geométricas apresentadas na figura A.3:

$$A_A = b(D - h) \quad (\text{A.13})$$

$$A_B = Bh \quad (\text{A.14})$$

$$A_C = \frac{1}{2}(B - b)(D - h) \quad (\text{A.15})$$

$$b = B - \sqrt{\frac{2B(D - H)}{\tan(\phi)}} \quad (\text{A.16})$$

$$h = D - \sqrt{2B(D - H)\tan(\phi)} \quad (\text{A.17})$$

Onde:

A_A - Área da figura geométrica A;

A_B - Área da figura geométrica B;

A_C - Área da figura geométrica C.

Calculando os novos valores destas áreas parciais em função dos valores de b e h e suas razões em relação à área total A , obtem-se:

$$A_A = B(\sqrt{2B(D - H)\tan(\phi)} - 2(D - H)) \quad (\text{A.18})$$

$$A_B = B(D - \sqrt{2B(D - H)\tan(\phi)}) \quad (\text{A.19})$$

$$A_C = B(D - H) \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{A_A}{A} = \frac{1}{H}(\sqrt{2B(D - H)\tan(\phi)} - 2(D - H)) \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{A_B}{A} = \frac{1}{H}(D - \sqrt{2B(D - H)\tan(\phi)}) \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{A_C}{A} = \frac{1}{H}(D - H) \quad (\text{A.23})$$

Calculando as projeções horizontais e verticais dos pontos B_A , B_B e B_C , segundo os eixos de referência $x - y$ apresentados na figura A.3, temos:

$$x_A = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2B(D-H)}{\tan(\phi)}} \quad y_A = \frac{1}{2}(2D - \sqrt{2B(D-H)\tan(\phi)})$$

$$x_B = 0 \quad y_B = \frac{D}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{2B(D-H)\tan(\phi)}$$

$$x_C = -\frac{B}{2} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2B(D-H)}{\tan(\phi)}} \quad y_C = \frac{D}{3} - \frac{2}{3} \sqrt{2B(D-H)\tan(\phi)}$$

Portanto, compondo uma média ponderada, obtemos os valores de X_{CG} e Y_{CG} , os quais estão apresentados a seguir:

$$\begin{aligned} X_{CG} &= x_A \cdot \frac{A_A}{A} + x_B \cdot \frac{A_B}{A} + x_C \cdot \frac{A_C}{A} = \\ &= B \frac{D-H}{3BH} \left(\frac{3}{2}B - \sqrt{\frac{2B(D-H)}{\tan(\phi)}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} Y_{CG} &= y_A \cdot \frac{A_A}{A} + y_B \cdot \frac{A_B}{A} + y_C \cdot \frac{A_C}{A} = \\ &= \frac{1}{6BH} \left(3BD(2H-D) + 2B(D-H)\sqrt{2B(D-H)\tan(\phi)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

A.4 Caso-Navio 4 - Linha d'água tocando o fundo e o convés principal

Seja a figura A.4:

Figura A.4: Figura geométrica da porção d'água deslocada pelo navio referente ao caso 4.

Onde:

B_A - Centro Geométrico da Figura A;

B_B - Centro Geométrico da Figura B.

Eixo x e y - Eixos de Referência.

Assumindo a mesma hipótese de conservação de área submersa, tem-se como valores das áreas parciais e dos lados das figuras geométricas apresentadas na figura A.4:

$$A_A = Db' \quad (\text{A.26})$$

$$A_B = \frac{D}{2}(b - b') \quad (\text{A.27})$$

$$b = \frac{1}{2} \left(\frac{2BH}{D} + \frac{D}{\tan(\phi)} \right) \quad (\text{A.28})$$

$$b' = \frac{BH}{D} - \frac{D}{2 \tan(\phi)} \quad (\text{A.29})$$

Onde:

A_A - Área da figura geométrica A;

A_B - Área da figura geométrica B.

Calculando os novos valores destas áreas parciais em função dos valores de b e b' e suas razões em relação à área total A , obtém-se:

$$A_A = BH - \frac{D^2}{2 \tan(\phi)} \quad (\text{A.30})$$

$$A_B = \frac{D^2}{2 \tan(\phi)} \quad (\text{A.31})$$

$$\frac{A_A}{A} = 1 - \frac{D^2}{2BH \tan(\phi)} \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{A_B}{A} = \frac{D^2}{2BH \tan(\phi)} \quad (\text{A.33})$$

Calculando as projeções horizontais e verticais dos pontos B_A e B_B , segundo os eixos de referência $x - y$ apresentados na figura A.4, temos:

$$x_A = \frac{B}{2} - \frac{BH}{2D} + \frac{D}{4 \tan(\phi)} \quad y_A = \frac{D}{2}$$

$$x_B = \frac{B}{2} - \frac{BH}{D} + \frac{D}{6 \tan(\phi)} \quad y_B = \frac{1}{3D}$$

Portanto, compondo uma média ponderada, obtemos os valores de X_{CG} e Y_{CG} , os quais estão apresentados a seguir:

$$\begin{aligned}
 X_{CG} &= x_A \cdot \frac{A_A}{A} + x_B \cdot \frac{A_B}{A} = \\
 &= \frac{B}{2} - \frac{BH}{2D} - \frac{D^3}{24BH \tan(\phi)^2}
 \end{aligned} \tag{A.34}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{CG} &= y_A \cdot \frac{A_A}{A} + y_B \cdot \frac{A_B}{A} = \\
 &= \frac{D}{2} - \frac{D^3}{12BH \tan(\phi)}
 \end{aligned} \tag{A.35}$$

Anexo B

Geometria do Alagamento

O mesmo cálculo do centro geométrico da figura submersa no caso do navio é aplicado para o centro geométrico da figura formada pelo alagamento. Perceba-se que as poucas mudanças existentes consistem nas constantes D (pontal do navio) e H (calado do navio), as quais, para o alagamento, correspondem à altura do compartimento μBt e nível do alagamento ho . Outra mudança consiste em este ser calculado com os valores de x e y tomados em relação ao eixo de referência apresentado na figura 2.8, os quais correspondem aos valores de x_{CG} e y_{CG} para o navio, bem como o ângulo ϕ que passa a ser o ângulo Ω . Assim, serão apresentadas abaixo apenas as figuras referente a cada caso e as relações finais de x e y , pois seus equacionamentos são semelhantes aos vistos no anexo anterior.

B.1 Caso 1 - Linha d'água tocando as anteparas do compartimento

Seja a figura B.1.

Onde:

Figura B.1: Figura geométrica formada pelo alagamento referente ao caso 1.

B_A - Centro Geométrico da Figura A;

B_B - Centro Geométrico da Figura B;

Eixo x e y - Eixos de Referência.

$$x = x_A \cdot \frac{A_A}{A} + x_B \cdot \frac{A_B}{A} = \frac{Bt^2}{12ho} \tan(\Omega) \quad (\text{B.1})$$

$$y = y_A \cdot \frac{A_A}{A} + y_B \cdot \frac{A_B}{A} = \frac{Bt^2}{24ho} \tan(\Omega) + \frac{ho}{2} \quad (\text{B.2})$$

B.2 Caso 2 - Linha d'água tocando o fundo e a antepara do compartimento

Seja a figura B.2:

Onde:

b - Cateto adjacente do triângulo ao ângulo Ω ;

h - Cateto oposto do triângulo ao ângulo Ω ;

Figura B.2: Figura geométrica formada pelo alagamento referente ao caso 2.

Eixo x e y - Eixos de Referência;

Ponto B - Centro geométrico da figura.

$$x = \frac{Bt}{2} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2Btho}{\tan(\Omega)}} \quad (\text{B.3})$$

$$y = \frac{1}{3} \sqrt{2Btho \tan(\Omega)} \quad (\text{B.4})$$

B.3 Caso 3 - Linha d'água tocando a antepara e o teto do compartimento

Seja a figura B.3:

Onde:

B_A - Centro Geométrico da Figura A;

B_B - Centro Geométrico da Figura B;

B_C - Centro Geométrico da Figura C;

Eixo x e y - Eixos de Referência.

Figura B.4: Figura geométrica formada pelo alargamento referente ao caso 4.

Onde:

B_A - Centro Geométrico da Figura A;

B_B - Centro Geométrico da Figura B.

Eixo x e y - Eixos de Referência.

$$\begin{aligned}
 x &= x_A \cdot \frac{A_A}{A} + x_B \cdot \frac{A_B}{A} = \\
 &= \frac{B}{2} - \frac{Btho}{2\mu Bt} - \frac{\mu^3 Bt^3}{24Btho \tan(\Omega)^2}
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
 y &= y_A \cdot \frac{A_A}{A} + y_B \cdot \frac{A_B}{A} = \\
 &= \frac{\mu Bt}{2} - \frac{\mu^3 Bt^3}{12Btho \tan(\Omega)}
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

Referências Bibliográficas

- [1] ABRAMSON, H. Norman, *The Lateral Behaviour of Liquids in Moving Containers with Applications to Space Vehicle Technology*, Tech. report, NASA, 1966.
- [2] AMY, J. R.; JOHNSON, R. E.; MILLER, E. R. Jr., *Development of Intact Stability Criteria for Towing and Fishing Vessels*, Annual Meeting of The Society of Naval Architects and Marine Engineers (1976), p.75.
- [3] BELENKY, V. L.; WEEMS, K. M.; LIUT, D.; SHIN, Y.S., *Nonlinear Ship Roll Simulation with Water-on-Deck*, 6th International Ship Stability Workshop (2002).
- [4] ———, *Nonlinear Roll with Water-on-Deck: Numerical Approach*, 8th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (2003), p.59–80.
- [5] BIRMINGHAM, R.; WEBSTER, B.; ROSKILLY, T. JONES, E., *The Application of Artificial Intelligence to Roll Stabilisation for a Range of Loading and Operating Conditions*, Royal Institution of Naval Architects (2003).
- [6] BISHOP, S.R.; SOUZA JUNIOR, J.A., *Transient and steady state operational limits for ship roll*, App. Mech. Rev. **46** (1993), no. 11, S47–S52.
- [7] CARNEIRO, Antônio M. M.; PIMENTA, Eduardo G.; NEVES, Marcelo de A. S., *Análise Estatística de Acidentes com Barcos de Pesca*, Sociedade Brasileira de Engenharia Naval (2002).

- [8] DEN HARTOG, J. P., *Mechanical Vibrations*, McGraw Hill, Book Co.Inc., 1947.
- [9] DRUDI, Dino, *Fishing for a Living is Dangerous Work*, Tech. Report (202)606-6175, Health and Working Conditions Bureau of labour Statistics, Summer 1998.
- [10] FALTINSEN, O., *A Nonlinear Theory of Sloshing in Rectangular Tanks*, Journal of Ship Research **Vol.18** (1974), p.224–241.
- [11] ———, *A Numerical Nonlinear Method of Sloshing in Tanks with Two-Dimensional Flow*, Journal of Ship Research **Vol.22** (1978), p.193–202.
- [12] FALZARANO, J. M., Ph.D. thesis.
- [13] FRANCESCUTTO, A.; CONTENUTO, G., *An Investigation on the Aplicability of Simplified Mathematical Models to the Roll-Sloshing Problem*, Proceedings of Seventh (1997) International Offshore and Polar Engineering Conference **III** (1997), no. 7°, p.25.
- [14] GOODRICH, G. J., *Development and Design Roll Stabiliser*, Transaction R.I.N.A. **Vol.111** (1969), p. 81–95.
- [15] GRAHAM, E. W.; RODRIGUEZ, A. M., *The Characteristics of Fuel Motion which Affect Airplane Dynamics*, Journal of Applied Mechanics (1952), p.381.
- [16] HERBERT ENGINEERING CORP., *Damage Stability "Time to Sink" - Feasibility Study*, Report N°6193-1 (2001).
- [17] IGLESIAS, A.S.; ROJAS, L.P.; RODRIGUEZ, R. Z., *Simulation of Anti-Roll Tanks and Sloshing Type Problems with Smoothed Particle Hydrodynamics*, Ocean Engineering **31** (2004), p.1169–1192.

- [18] IKEDA, Y.; KAMBISSERI, R., *Ship Roll Motion with Water Inside Compartments Due to Damage*, Proceedings of the Ninth International Offshore and Polar Engineering Conference **III** (1999), p. 544–551.
- [19] JOHNSON, Bruce; BORLASE, G., *Time to Flood Analysis for the Fishing Vessel Arctic Rose*, Ocean Engineering (2002).
- [20] JOURNÉE, J.M.J., *Liquid Cargo and Its Effect on Ship Motions*, STAB'97 (1997), 137–150.
- [21] KAN, M., *Chaotic capsizing*, 20th ITTC Seakeeping Committee Meeting, Osaka (1992).
- [22] MAILLARD; MAGNE, Leif Vik., *Safety and Health in the Fishing Industry*, International Labour Organization (1999).
- [23] MIKELIS, N.E.; MILLER, J.K.; TAYLOR, K.V., *Sloshing in Partially Tanks and its Effect on Ship Motion: Numerical Simulation and Experimental Verification*, Transaction R.I.N.A. **Vol.126** (1984), p.267–280.
- [24] MORRALL, A., *Capsizing of Small Trawlers*, The Royal Institution of Naval Architects (1979), p.71.
- [25] ———, *The GAUL Disaster: An Investigation into the Loss of a Large Stern Trawler*, The Royal Institution of Naval Architects (1980), p.391.
- [26] MURASHIGE, S.; AIHARA, K., *Coexistence of Periodic Roll Motion and Chaotic one in a forced Flooded Ship*, International Journal of Bifurcation and Chaos **8** (1998), no. 3, 619–626.
- [27] ———, *Experimental study on chaotic motion of a flooded ship in waves*, The Royal Society **454** (1998), 2537–2553.

- [28] OCKENDON, J. R.; OCKENDON, H., *Resonant Surface Waves*, Journal of Fluid Mechanics **59** (1973), no. 2, p.397–413.
- [29] PAPANIKOLAOU, A.; SPANOS, D., *On The Modelling of Floowater Dynamics and Its Effects on Ship Motion*, 6th International Ship Stability Workshop (2002).
- [30] ———, *On The Probability of Capsizing in Transient Flooding Conditions*, 6th International Ship Stability Workshop (2002).
- [31] PAPANIKOLAOU, A.; SPANOS, D.; BOULOUGOURIS, E., *On The Rolling and Safety of Fishing Vessels with Water on Deck*, 5th International Ship Stability Workshop (2001).
- [32] PAPANIKOLAOU, A.; SPANOS, D.; BOULOUGOURIS, E.; ELIOPOULOU, E.; ALISSAFKI, A., *Investigation into the Sinking of the Ro-Ro Passenger Ferry "Express Samina"*, 8th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (2003), p.31–48.
- [33] PAPANIKOLAOU, A.; ZARAPHONITIS, G.; SPANOS, D., *Numerical and Experimental Study on the Capsizing of Damaged Ro-Ro Passenger Ships in Waves*, International Worshop On Nonlinear Wave-Body Interaction Problems (1999).
- [34] RAINEY, R.C.T.; THOMPSON, J.M.T., *The transient capsize diagram - A new method of quantifying stability in waves*, Journal of Ship Research (1990).
- [35] SOLIMAN, M. S., *An Analysis of Ship Stability Based on Transient Motions*, STAB'90 **1** (1990), 183–190.
- [36] SOLIMAN, M.S.; THOMPSON, J.M.T., *Transient and steady state analisys of capsize phenomena*, App. Ocean Research **13** (1991), 82–92.

- [37] SOUZA JUNIOR, J.A., *Geometrical methods of nonlinear dynamics in ship capsizing*, Ph.D. thesis, University College London, Maio 1995.
- [38] SOUZA JUNIOR, J.A.; BISHOP, S. R., *Boundaries of Safe Motion Through a Coarse Grid-of-Starts*, Journal of the Brazilian Society Mechanics Sciences **XX** (1998), no. 4, 564–575.
- [39] THOMPSON, J. M. T.; RAINEY, R. C. T.; SOLIMAN, M. S., *Mechanics of Ship Capsizing under Direct and Parametric Wave Excitation*, NonLinear Dynamics of Engineering Systems (1992).
- [40] TREAKLE, Thomas W. III, *A time-domain numerical study of passive and active anti-roll tanks to reduce ship motions*, Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998.
- [41] VAN DEN BOSCH, J. J.; VUGTS, J. H., *On Roll Damping by Free-Surface Tanks*, The Royal Institution of Naval Architects (1966).
- [42] VASSALOS, D.; TURAN, O.; PAWLOWSKI, M., *Dynamic Stability Assessment of Damaged Passenger/Ro-Ro Ships and Proposal of Rational Survival Criteria*, Marine Technology **34** (1997), no. 4, 241–266.
- [43] VERHAGEN, J.H.G; VAN WIJNGAARDEN, L., *Non-Linear Oscillations of Fluid in a Container*, Journal of Fluid Mechanics **22** (1965), no. 4, p.737–751.
- [44] VIRGIN, L.N.; PLAUT, R.H.; CHING-CHUAN, C., *Prediction of escape from potential well under harmonic excitation*, International Journal Non-Linear Mechanics **27** (1992), no. 3, 357–365.
- [45] VREDEVELDT, A.W.; JOURNÉE, J.M.J., *Roll Motions of Ships due to Sudden Water Ingress, Calculations and Experiments*, Royal Institution of Naval Architects **I** (1991).

- [46] VREDEVELDT, A.W.; JOURNÉE, J.M.J.; VERMEER, H., *Systematic Model Experiments on Flooding of Two Ro-Ro Vessels*, STAB'97 (1997), 81–98.
- [47] WATTS, P., *On a Method of Reducing the Rolling of Ships at Sea*, Trans. I.N.A. (1883), p.165.
- [48] ———, *The use of Water Chambers for reducing the Rolling of Ships at Sea*, Trans. I.N.A. (1885), p.30.
- [49] WOOLLARD, L., *The Effect of Water-Chambers on the Rolling of Ships*, Trans. I.N.A. **XXVI** (1913), p.30.