MACIEL MANOEL DE QUEIROZ

**MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS AO PROBLEMA DE
PROGRAMAÇÃO DA FROTA DE NAVIOS PLVs**

**São Paulo
2011**

MACIEL MANOEL DE QUEIROZ

**MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS AO PROBLEMA DE
PROGRAMAÇÃO DA FROTA DE NAVIOS PLVs**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Naval para a
obtenção do Título de Mestre em
Engenharia

São Paulo
2011

MACIEL MANOEL DE QUEIROZ

**MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS AO PROBLEMA DE
PROGRAMAÇÃO DA FROTA DE NAVIOS PLVs**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Naval para a
obtenção do Título de Mestre em
Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Naval e Oceânica

Orientador:
Prof. Dr. André Bergsten Mendes

São Paulo
2011

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 29 de novembro de 2011.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Queiroz, Maciel Manoel de

Métodos heurísticos aplicados ao problema de programação da frota de navios PLVs / M.M. de Queiroz. – ed.rev. -- São Paulo, 2011.

101 p.

Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1. Embarcações de apoio 2. Matemática (Modelagem) 3. Programação heurística I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II. t.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador, conselheiro e amigo Prof. Dr. André Bergsten Mendes, pela oportunidade, incentivo e por ter acreditado e me apoiado na concretização deste trabalho.

Aos funcionários da secretaria do PNV, a todos os professores que contribuíram, principalmente ao Prof. Dr. Marco Antonio Brinati e Miguel Cezar Santoro pelas valiosas contribuições no exame de qualificação.

À Agência Nacional do Petróleo – ANP, por meio do programa PRH-19 e Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP através do convênio # 01.09.0458.00.

A todos que de forma direta ou indireta contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho abordou um problema de programação de embarcações que realizam o lançamento de dutos ou linhas de produção e a interligação destes à infraestrutura submarina, em uma operação de exploração de petróleo *offshore*. As tarefas são realizadas por embarcações PLVs (*pipe layer vessels*), e possuem como atributos: duração, em dias; lista de embarcações compatíveis; instante de liberação; penalidade relacionada ao atraso na execução da tarefa. Este problema é uma variação da classe de problemas de programação de máquinas paralelas não-relacionadas, em que o objetivo é minimizar o atraso ponderado total. Este trabalho empregou como métodos de solução a meta-heurística GRASP com *path relinking*. Esta técnica foi implementada utilizando os recursos de processamento *multi-threading*, de forma a explorar múltiplas trajetórias simultaneamente. Testes foram feitos para comprovar o desempenho das heurísticas propostas, comparando-as com limitantes fornecidos pelo método geração de colunas.

Palavras-chave: Programação de frota; modelagem matemática; métodos heurísticos; GRASP; apoio marítimo *offshore*.

ABSTRACT

This work addressed a fleet scheduling problem present in the offshore oil industry. Among the special purpose services one will find the pipe layer activities and its connection to the subsea infrastructure, accomplished by the Pipe Layer Vessels (PLV). The jobs are characterized by a release date, which reflects the expected arrival date of the necessary material at the port. There are compatibility constraints between job and vessel, so that some vessels may not be able to perform a certain job; the duration of the jobs can be differentiated by vessel and if a job is finished after its due date, a penalty is incurred. This is a variation of the unrelated parallel machine problem with total weighted tardiness objective function. This research employed a metaheuristic GRASP with Path Relinking, which have proved to be competitive and an effective solution strategy. This method was implemented in a multi-threading scheme allowing multiple paths to be explored simultaneously. Computational experiments were conducted, comparing solutions with bounds provided by linear column generation.

Keywords: Fleet scheduling; mathematical modeling; heuristics; GRASP; offshore support vessels.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 Detalhamento do Problema.....	12
1.2 Motivação do Tema	15
1.3 Objetivos e Metodologia.....	16
1.4 Delineamento do Trabalho	19
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1 Introdução ao Problema de Programação de Máquinas Paralelas	20
2.2 Métodos de Solução Empregados em Problemas de Programação de Máquinas Paralelas	23
2.3 Programação de Navios	31
2.4 Conclusão da Revisão Bibliográfica.....	33
3 MODELAGEM MATEMÁTICA E MÉTODOS DE SOLUÇÃO	36
3.1 Descrição Resumida do Problema	36
3.1.1 Modelo Matemático	37
3.2 Métodos de Solução.....	39
3.2.1 Heurísticas e Meta-heurísticas	39
3.2.2 Heurística Construtiva	40
3.2.3 Heurística Construtiva Proposta	40
3.2.4 Heurísticas de Busca	41
3.2.5 Busca Local Inserção	42
3.2.6 Busca Local Troca	44
3.2.7 Meta-heurísticas	46
3.2.8 Meta-heurística GRASP.....	46
3.2.8.1 Descrição do GRASP Proposto.....	48
3.2.9 Heurística Path Relinking	50
4 TESTES COMPUTACIONAIS E RESULTADOS	56
4.1 Instâncias de Teste	56
4.2 Análise dos Resultados	57
4.3 Discussão	64
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	68
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70
APÊNDICE A – Gap médio 30x4, 40x5 e 50x6	76
APÊNDICE B – Tempo médio de processamento 30x4, 40x5 e 50x6	77

APÊNDICE C – Resultados GC x GRASP 30 x 4.....	78
APÊNDICE D – Resultados GC x GRASP 40 x 5	80
APÊNDICE E – Resultados GC x GRASP 50 x 6.....	82
APÊNDICE F – Resultados GC x HEU_C + BL 30 x 4.....	84
APÊNDICE G – Resultados HEU_C + BL 40 x 5.....	86
APÊNDICE H – Resultados HEU_C + BL 50 X 6.....	88
APÊNDICE I – Resultados HEU_C 30 x 4.....	90
APÊNDICE J – HEU_C 40 x 5.....	92
APÊNDICE K – Resultados HEU_C 50 x 6.....	94
APÊNDICE L – Resultados GRASP PR 30 X 4.....	96
APÊNDICE M – Resultados GRASP PR 40 X 5.....	98
APÊNDICE N – Resultados GRASP PR 50 x 6	100

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - PLV Solitaire	13
Figura 1.2 – Lançamento de Linhas	15
Figura 1.3 – Metodologia para resolução de problemas em Pesquisa Operacional (adaptado de Bertrand; Fransoo, 2002)	17
Figura 2.1 – Generalização do problema de programação de máquinas paralelas (adaptado de Morton; Pentico, 1993).....	21
Figura 3.1 – Pseudocódigo da Heurística Construtiva HEU_C	40
Figura 3.2 – Movimento que remove e testa a inserção da tarefa	43
Figura 3.3 – Inserção da tarefa na melhor posição da melhor sequência	43
Figura 3.4 – Pseudocódigo Busca Local Inserção	44
Figura 3.5 – Remove e testa a inserção de duas tarefas entre um par de sequências	45
Figura 3.6 – Inserção das tarefas na melhor posição do par de sequências.....	45
Figura 3.7 – Pseudocódigo da busca local Troca	46
Figura 3.8 – Pseudocódigo GRASP Básico	47
Figura 3.9 – Exemplo de Lista Restrita de Candidatos	48
Figura 3.10 – Pseudocódigo GRASP Proposto	48
Figura 3.11 – Path Relinking.....	51
Figura 3.12 – Estrutura básica do GRASP com Path Relinking	53
Figura 4.1 – Distribuição dos gaps para HEU_C 30 x 4	58
Figura 4.2 – Distribuição dos gaps para HEU_C 40 x 5	59
Figura 4.3 – Distribuição dos gaps para HEU_C 50 x 6	59
Figura 4.4 – Distribuição dos gaps para HEU_C + BL 30 x 4.....	60
Figura 4.5 – Distribuição dos gaps para HEU_C + BL 40 x 5	60
Figura 4.6 – Distribuição dos gaps para HEU_C + BL 50 x 6.....	61
Figura 4.7 – Distribuição dos gaps para GRASP 30 x 4	61
Figura 4.8 – Distribuição dos gaps para GRASP 40 x 5	62
Figura 4.9– Distribuição dos gaps para GRASP 50 x 6	62
Figura 4.10 – Distribuição dos gaps para GRASP PR 30 x 4	63
Figura 4.11 – Distribuição dos gaps para GRASP PR 40 x 5	63
Figura 4.12 – Distribuição dos gaps para GRASP PR 50 x 6	64
Figura 4.13 – Tempo para alcançar uma dada solução (GRASP PR x GRASP)	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Principais referências de programação de tarefas da pesquisa	35
Tabela 4.1 – Métodos de solução	57
Tabela 4.2 – Método x gap médio, mínimo e máximo.....	57
Tabela 4.3 – Método x tempo médio de processamento	58
Tabela 4.4 – Abordagem multi- threading x processamento individual.....	64
Tabela 4.5 – Processamento multi-threading x Branch and Bound	66

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo visa introduzir o problema de estudo desta pesquisa definido como MÉTODOS HEURÍSTICOS APLICADOS AO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA FROTA DE NAVIOS PLVs (*pipe layer vessel*), bem como definir os objetivos, a metodologia aplicada e o direcionamento seguido.

O tema programação ou escalonamento de atividades, conhecida na literatura técnica como *scheduling*, está presente em diversos sistemas produtivos, e sempre envolve um número de atividades que estão atreladas à utilização de recursos por um determinado período de tempo (Morton; Pentico, 1993). A programação de atividades é um processo de decisão que possui um importante papel na maioria dos sistemas de manufatura, produção e ambientes de processamento de informação, como também nas áreas de transportes, distribuição e em outros diversos tipos de indústrias (Pinedo, 2002).

Geralmente a programação de tarefas envolve um conjunto de tarefas que necessitam ser executadas, por um conjunto de recursos previamente especificado, tendo em vista as datas de início e término das tarefas (Baker, 1974). A complexidade do processo de programação de tarefas e recursos é grande tendo em vista a natureza combinatória destes problemas, associada às diversas restrições que devem ser observadas, além da escala dos problemas reais.

Esta pesquisa tem seu foco no problema de programação de uma frota de navios especializados no processo de lançamento de *risers* e interligação submarina, presente no desenvolvimento de campos de petróleo *offshore*. Conforme será discutido, o problema em questão é uma variação do problema de programação de máquinas paralelas não-relacionadas, para o qual Liaw *et al.* (2003) demonstraram que a complexidade é NP-difícil.

Para resolver o problema, foi proposto um método heurístico, combinando-se o GRASP com *path relinking*; os limitantes inferiores foram estimados pela aplicação do método de geração de colunas, conforme proposto por van den Akker *et al.* (2000) e implementado por Mendes *et al.* (2010).

1.1 Detalhamento do Problema

A exploração e produção de petróleo em alto mar, conhecida como exploração *offshore*, necessita de uma grande quantidade de atividades de apoio marítimo, requerendo a utilização dos mais variados tipos de embarcações especializadas. Uma etapa importante do desenvolvimento de um campo petrolífero é a de lançamento de *risers* ou linhas de produção.

As linhas ou dutos submarinos podem ser flexíveis ou rígidas, e são de fundamental importância para o transporte da produção de petróleo das plataformas marítimas (*offshore*) para refinarias ou tanques de armazenagem situados em terra (*onshore*). Cabe destacar também as linhas que coletam a produção dos poços e abastecem diretamente uma unidade estacionária de produção, ou o fazem por meio de um *manifold* submarino, o qual está instalado no leito marinho e recebe várias linhas dos poços em sua adjacência – desta caixa de conexão sai uma linha única para a plataforma.

As embarcações responsáveis pelo lançamento dos dutos e sua interligação são as PLVs – *pipe layer vessels*, que são recursos críticos que uma empresa petrolífera tem que administrar. As embarcações realizam estas operações basicamente de duas maneiras distintas: i) os dutos são soldados enquanto a embarcação está operando no próprio local de lançamento; ii) os dutos, previamente soldados em terra, são armazenados em grandes estruturas tipo carretéis, e são dispostos no leito marinho a uma determinada velocidade. A segunda opção é mais vantajosa do ponto de vista de desempenho (velocidade), e por não comprometer as operações de soldagem em condições climáticas adversas. A figura 1.1 mostra um certo navio, capaz de lançar entre 4 a 7 km de dutos por dia. Entre outros recursos, esta embarcação dispõe de um eficiente sistema de posicionamento dinâmico, permitindo a realização de serviços em áreas congestionadas.

Para a instalação de uma linha, seja ela flexível ou rígida, existem diversas atividades necessárias para que isto se concretize. No início da operação a embarcação necessita carregar as linhas e os equipamentos que serão utilizados na operação de lançamento. O próximo passo consiste em deslocar-se até ao local de instalação, dando

início ao lançamento. Dependendo da profundidade e da extensão do lançamento, pode ser necessário retornar novamente ao porto para carregar material adicional. Existem casos de maior complexidade, como ilustrado na figura 1.2, em que é necessária a requisição de embarcações de apoio como, por exemplo, um rebocador (AHTS) ou uma embarcação dotada de sonda de observação (ROV).

Figura 1.1 PLV Solitaire (Fonte: <http://www.allseas.com/uk/20/equipment/solitaire.html>)

Quando uma empresa petrolífera realiza o planejamento operacional da sua frota de PLVs, considera como uma macro-tarefa todas as atividades acima mencionadas. Em geral, o setor responsável pelo planejamento e execução desta operação avalia quais embarcações da frota estão aptas para realizar cada macro-tarefa (doravante, denominado simplesmente de tarefa), e elaboram uma matriz de compatibilidade entre cada par embarcação-tarefa, estimando o tempo necessário para que a tarefa seja realizada.

As diversas tarefas de interligação e lançamentos de linhas que compõem a demanda que a empresa deverá atender são decorrentes dos projetos de desenvolvimento de novos campos. Cada tarefa a ser realizada tem um potencial de produção associado, o qual reflete o volume diário de produção esperado ao longo da vida útil do poço que será interligado. Postergar uma tarefa, para realizar outra, implica em adiar o retorno sobre o investimento realizado.

Para programar a frota, algumas restrições operacionais devem ser observadas, como a compatibilidade embarcação-tarefa e a data mais cedo em que a tarefa pode ser iniciada. Esta data reflete o instante de disponibilização de material no porto para realizar aquela tarefa, além da obtenção de licença ambiental e da aprovação em

instâncias internas à empresa. A extensão do horizonte de planejamento também deve ser considerada, já que a empresa trabalha com uma visão de médio prazo, que no caso da operação de lançamento de *risers* e interligação constitui um período de 3 a 6 meses. É importante ressaltar, contudo, que este horizonte, em princípio, não é conhecido com precisão. Os técnicos responsáveis pelo setor estimam um prazo capaz de atender a demanda e fixam este horizonte como meta.

É importante destacar que, quando uma tarefa é planejada, os tempos de navegação já são incluídos no tempo total de execução. Uma vez que uma operação inicia e termina em uma base operacional da empresa (um porto), o tempo de deslocamento entre duas tarefas consecutivas é zero.

Objetiva-se achar a sequência de execução das tarefas, de forma a minimizar as perdas financeiras pelo atraso no início da execução das mesmas em relação aos respectivos instantes de liberação.

Quanto à caracterização da demanda, adota-se como hipótese que a mesma é conhecida, bem como a duração da execução das tarefas. No caso da oferta, os recursos empregados são as embarcações, que se diferenciam uma das outras geralmente pela capacidade de armazenagem e tipo de lançamento das linhas. Admite-se conhecida a composição da frota, os instantes e os locais em que as embarcações estão disponíveis.

Este problema tem semelhanças com o problema de programação de máquinas paralelas não-relacionadas, com instante de liberação das tarefas, minimizando a soma dos atrasos ponderados das tarefas. Dado que algumas embarcações não estão habilitadas a realizar determinados serviços e, pelo fato das embarcações poderem realizar as tarefas em tempos diferentes, fica caracterizado o aspecto das máquinas serem não-relacionadas. Conforme dito anteriormente, o horizonte de planejamento não é conhecido com total precisão. Contudo, o valor imposto pelo corpo técnico da empresa, passa a ser uma restrição rígida, já que a empresa estabelece metas a serem atingidas dentro do período de planejamento de suas operações.

Figura 1.2 – Lançamento de linhas (fonte: <http://www.abeam.org.br>)

1.2 Motivação do tema

O Brasil tem se destacado no cenário mundial de exploração e produção de petróleo e gás natural em águas profundas e ultra-profundas. Nestes ambientes, são de fundamental importância o suporte e a operação coordenada dos serviços de apoio, tanto na fase prospectiva, quanto na fase da implantação de novos sistemas produtivos e, posteriormente, na manutenção e no escoamento da produção.

A busca pela eficiência operacional, ou seja, a utilização dos recursos produtivos da melhor forma possível é imprescindível, principalmente em se tratando do uso de recursos escassos, como são as sondas de perfuração e as embarcações de apoio (incluindo os PLVs). A nova política brasileira para o petróleo, ao permitir contratos com empresas estrangeiras para a exploração de novos campos na plataforma continental, incentiva não só a expansão da área de atuação da Petrobras, como a instalação de outras companhias no Brasil, aumentando sensivelmente a demanda de embarcações e equipamentos de apoio marítimo. Neste contexto, foram lançados pela Petrobras três planos de renovação (e expansão) da frota de apoio marítimo, oferecendo a armadores nacionais (isto é, embarcações com bandeira brasileira, de propriedade de empresas brasileiras) um prazo de mobilização suficiente para permitir a construção das embarcações no Brasil, e subsequentes contratos de afretamento por oito anos.

A recente descoberta de petróleo na camada do pré-sal aponta para um cenário promissor e que deverá consolidar a liderança mundial do Brasil na produção de petróleo em águas profundas e ultra-profundas. Portanto, o desenvolvimento de abordagens baseadas em técnicas de otimização matemática, exatas e heurísticas, que possam conferir elevada produtividade e eficiência à gestão de recursos escassos, como é o caso da frota de PLVs, é de grande interesse prático. Além disso, considerando o fato de que o processo de interligação é a última etapa antes de um campo petrolífero entrar em produção, o setor que planeja e executa tais operações sofre uma pressão interna grande para que as metas de produção sejam alcançadas e, eventualmente, superadas.

1.3 Objetivos e Metodologia

A presente pesquisa possui o objetivo de resolver o problema de programação da frota de navios PLVs em operações de lançamento de linhas (dutos flexíveis e/ou rígidas) em cenários reais, contribuindo para que as empresas envolvidas no mercado de petróleo tenham uma melhor eficiência no planejamento operacional dos serviços de apoio *offshore*.

A solução de problemas complexos na área de planejamento de sistemas de operações é objeto central de estudo da área do conhecimento denominada de Pesquisa Operacional. É uma ciência que aplica o método científico para resolução dos mais diversos problemas operacionais, tendo como fundamento teórico os conhecimentos advindos das áreas da matemática aplicada, ciência da computação e estatística.

Por se tratar de um trabalho da área de Pesquisa Operacional, a metodologia aplicada será desenvolvida de acordo com o modelo de Bertrand; Fransoo (2002), onde os seguintes passos são desenvolvidos, de acordo com a figura 1.3. A partir de um problema real, passa-se por um processo de abstração, em que as variáveis importantes do problema e o que se espera obter como resposta é explicitado, gerando um modelo conceitual. A próxima fase é a modelagem matemática, cujo produto é um modelo matemático, no qual as inter-relações entre as variáveis são explicitadas. Em seguida, o modelo é resolvido por meio de métodos específicos, gerando uma solução, a qual poderá ser implementada.

Figura 1.3 - Metodologia para Resolução de Problemas em Pesquisa Operacional (adaptado de Bertrand; Fransoo, 2002)

A presente pesquisa, além de envolver as etapas de abstração e modelagem matemática, irá se concentrar no desenvolvimento de métodos de resolução do modelo matemático, por meio de técnicas heurísticas.

O problema abordado nesta pesquisa pode ser enquadrado na classe de problemas de programação de tarefas em máquinas paralelas não-relacionadas, com instantes de liberação distintos por tarefa. Nestes problemas, as tarefas têm que ser alocadas às máquinas, de forma a otimizar uma função de mérito. São comuns os objetivos de minimizar o horizonte de planejamento (*makespan*), o atraso médio (*mean tardiness*), o atraso ponderado (*weighted tardiness*), o desvio médio (*mean deviation*), o desvio ponderado (*weighted deviation*) e o número de tarefas atrasadas (*number of late jobs*), entre outros (Cheng; Sin, 1990).

O presente trabalho tem por objetivo a determinação da melhor sequência de execução das tarefas para um problema real, designando cada tarefa para ser realizada por apenas uma embarcação, e respeitando as restrições operacionais. A função de mérito a ser utilizada é a minimização das perdas financeiras pelo adiamento da

execução das tarefas, isto é, o atraso total ponderado (*total weighted tardiness*). Cabe ressaltar que a data de entrega (*due date*) é dada pela soma do instante de liberação mais a duração da tarefa. Desta maneira, qualquer atraso em relação ao instante mais cedo possível de término é penalizado.

Dada a natureza combinatória deste problema, será utilizada a abordagem heurística como método de solução. Estes são algoritmos especificamente construídos para resolver determinadas classes de problemas complexos, e são capazes de gerar soluções rápidas e de boa qualidade, explorando a estrutura do problema. Compõe esta categoria as heurísticas construtivas, as heurísticas de busca (local ou refinamento) e as meta-heurísticas, Demeulemeester; Herroelen (2002).

As heurísticas construtivas possuem uma característica básica que é a geração de uma solução, que pode ser de boa qualidade, com pouco esforço computacional. As heurísticas de busca clássica partem de uma solução inicial conhecida e procuram explorar a vizinhança desta solução por meio de movimentos, com o objetivo de melhorá-la, chegando a ótimos locais. Já as meta-heurísticas são métodos de busca capazes de escapar de ótimos locais, evitando uma parada prematura do algoritmo no primeiro ótimo local encontrado.

Nesta pesquisa, aplica-se a meta-heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) de Feo; Resende (1989, 1995), e também algumas variações desta heurística como o *path relinking*, que produz novas soluções explorando a reconexão por caminhos entre uma solução inicial e uma dada solução de elite (Glover, 1996; Glover *et al.*, 2000). Esta técnica é implementada utilizando os recursos de processamento *multi-threading*, de forma a explorar múltiplas trajetórias simultaneamente.

Para a fase de testes é utilizada uma base de dados construída a partir de um conjunto de regras disponível na OR-Library¹ elaborada por Beasley (1990) e adaptada do trabalho de Crauwels *et al.* (1998). Estas regras foram propostas para um problema de máquina única (*single machine*), em que todas as tarefas são conhecidas e liberadas

¹ Coleção de conjunto de dados para teste para uma grande variedade de problemas de pesquisa operacional.

no instante inicial. As modificações introduzidas permitiram gerar uma base com 375 instâncias teste do problema de pesquisa, com 30, 40 e 50 tarefas. A este conjunto de problemas aplicou-se a versão linear do método de geração de colunas (Mendes *et al.*, 2010), para que se possa avaliar a qualidade da solução heurística em relação aos limitantes (*lower bounds*) fornecidos pelo método de geração de colunas.

1.4 Delineamento do trabalho

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma:

Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica: descreve a importância da programação de máquinas paralelas e sua aplicação em diversos setores, como por exemplo, em programação de navios; relata os principais métodos empregados para a solução de problemas de programação e, por fim, caracteriza as principais abordagens das heurísticas e meta-heurísticas aplicadas no trabalho.

Capítulo 3 – Modelagem Matemática e Métodos de Solução: apresenta de forma sucinta um modelo matemático que caracteriza o problema desta pesquisa, e também os métodos de solução empregados.

Capítulo 4 – Testes Computacionais e Resultados: aplicação de testes para os métodos empregados no trabalho, por meio de um conjunto de instâncias e avaliação dos resultados obtidos.

Capítulo 5 – Conclusões e Recomendações: possui as conclusões do trabalho e sugere futuras abordagens para aplicação dos métodos.

Referências Bibliográficas: descreve os trabalhos pesquisados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta a revisão da literatura dos trabalhos pesquisados para a presente dissertação. Como o tema abordado nesta pesquisa faz parte de uma classe de problemas de programação em máquinas paralelas, faz-se necessário apresentar alguns dos principais trabalhos desta área nos últimos anos, assim como a literatura relativa às operações de transporte marítimo. Após a caracterização da programação em máquinas paralelas, são discutidas algumas heurísticas e meta-heurísticas aplicadas nestes tipos de problemas como método de solução.

2.1 Introdução ao Problema de Programação de Máquinas Paralelas

Os problemas de programação de máquinas paralelas são de grande interesse tanto do ponto de vista prático, quanto acadêmico, geralmente por envolver diversas possibilidades de combinar a utilização dos recursos, ou seja, por se tratar de problemas combinatórios em que podem haver diversas soluções com custos diferentes. Do ponto de vista teórico é uma generalização dos problemas de máquinas única e, do ponto de vista prático, é um ambiente muito encontrado na indústria (Liaw et al.; 2003).

Segundo Pinedo (2002), em todos os problemas de programação, o número de máquinas e tarefas é assumido como finito. Suponha que m máquinas M_i ($i = 1, \dots, m$) tenham que processar n tarefas J_j ($j = 1, \dots, n$). A programação é responsável pela alocação das tarefas nas máquinas para serem processadas em um determinado intervalo de tempo (Brucker, 2007). A figura 2.1 apresenta esta ideia para o problema de programação de frotas de embarcações, em que há n tarefas para serem executadas por m navios. Assim, cada tarefa j deve ser designada para uma única embarcação i .

Os recursos e tarefas em uma organização podem ser caracterizados de várias formas. Por exemplo, os recursos podem ser as máquinas em uma fábrica, pistas em um aeroporto, as unidades de processamento em um ambiente de computação etc. As tarefas podem ser as operações em um processo de produção, as decolagens e aterrissagens em um aeroporto, execuções de programa de computador etc. (Pinedo, 2002).

Figura 2.1 – Generalização do Problema de Programação de Máquinas Paralelas (adaptado de Morton; Pentico, 1993).

O número de tarefas é denotado por n , enquanto as máquinas por m . O subscrito j caracteriza uma dada tarefa, e o índice i uma determinada máquina. Com isto, o par (i, j) refere-se ao processamento ou operação da tarefa j na máquina i . A data de entrega (*due date*) é referenciada por d_j ; o tempo de processamento da tarefa j na máquina i é dado por p_{ij} . O instante de liberação ou (*release date*) é escrito por r_j . Existe uma função de custo dada por $f_j(t)$, que mensura o custo de concluir certa tarefa j no instante t . Assim, a data de entrega d_j e a penalidade ou peso (*weight*) w_j , podem ser usadas para definir $f_j(t)$.

As classes de problemas de programação são especificados por uma classificação introduzida por Graham *et al.* (1979), a qual é expressa por três campos $\alpha|\beta|\gamma$, em que α especifica o ambiente de máquinas (*machine environment*), β especifica as características da tarefa (*job characteristics*), e γ denota o critério de otimalidade (*optimality criterion*).

O parâmetro α descreve o ambiente de máquina e pode assumir os valores, P , Q e R , em que:

- P : denota máquinas idênticas em paralelo;
- Q : denota máquinas proporcionais em paralelo;
- R : denota máquinas não-relacionadas em paralelo;

Se $\alpha = P$, então existem máquinas idênticas em paralelo (*identical parallel machines*). Assim, para o tempo de processamento p_{ij} da tarefa J_j na máquina M_i tem-

se $p_{ij} = p_j$ para todas as máquinas M_i , ou seja, a tarefa pode ser processada em qualquer máquina utilizando o mesmo tempo de processamento. Um trabalho de destaque neste ambiente é o de Chen; Powell (1999), que utilizaram o método *Branch and Bound* com a abordagem de geração de colunas para resolução da relaxação linear como técnica de solução. Os autores formularam o problema por meio da abordagem de programação inteira que foi posteriormente reformulado utilizando a técnica de decomposição *Dantzig-Wolfe*. O objetivo foi minimizar a penalidade ponderada por adiantamento e atraso, e constataram que a abordagem proposta é eficiente para solucionar problemas difíceis.

Se $\alpha = Q$, então existem máquinas proporcionais em paralelo (*uniform parallel machines*), em que $p_{ij} = \frac{p_j}{v_i}$, onde v_i é a velocidade da máquina M_i . Isto significa que uma tarefa j qualquer poderá necessitar menos tempo de processamento em uma máquina mais rápida do que em uma mais lenta. Se todas as máquinas têm a mesma velocidade, então é igual ao ambiente de máquinas idênticas (Pinedo, 2002).

Finalmente, se $\alpha = R$, então existem máquinas não-relacionadas em paralelo (*unrelated parallel machines*). Trata-se de um caso mais geral do ambiente de máquinas proporcionais, dado por m máquinas não-relacionadas em paralelo. A máquina i pode processar a tarefa j na velocidade v_{ij} . O tempo p_{ij} que a tarefa j gasta na máquina i é igual a $\frac{p_j}{v_{ij}}$, assumindo que a tarefa recebe todos os processamentos na mesma máquina. Se a velocidade da máquina é independente das tarefas, por exemplo, ($v_{ij} = v_i$ para todos i e j), o ambiente é idêntico ao de máquinas proporcionais.

Azizoglu; Kirca (1999), abordaram um problema de máquinas paralelas não-relacionadas, visava minimizar o tempo total de fluxo. Também apresentaram as propriedades de um programa ótimo, e propuseram um algoritmo *branch and bound*. Os autores puderam constatar que, com até 25 tarefas, o algoritmo consegue obter soluções em um tempo razoável. Jansen; Porkolab (2001) também abordaram o problema de programação de máquinas não-relacionadas em paralelo, mas com o objetivo de

minimizar o *makespan*². Mostraram casos em que as tarefas não podem ser interrompidas, e outros que podem haver interrupção. Como método de solução, foram propostos algoritmos de aproximação.

O parâmetro β descreve as características da tarefa. As opções usualmente empregadas são: $\beta \in \{\circ, pmtn, prec, r, p, d, S - batch\}$, em que:

- $\circ$: denota que a tarefa não pode ser interrompida;
- *pmtn* : o processamento pode ser interrompido e retornado mais tarde;
- *prec* : descreve relações de precedência entre as tarefas;
- *r* : indica que a data de liberação deve ser especificada para cada tarefa;
- *p* : especifica as restrições do tempo de processamento ou número de operações;
- *d* : um prazo (*deadline*) é especificado para cada tarefa;
- *S - batch* : caso as tarefas precisem ser processadas em lotes.

Finalmente, o parâmetro γ diz respeito ao objetivo do problema. Por exemplo, se $\gamma = \sum w_j T_j$ tem-se uma função objetivo de atraso total ponderado. Dessa forma, um modelo pode ser identificado pela notação apresentada padrão de Graham *et al.* (1979). Para o problema desta dissertação, que tem por objetivo determinar um programa em que o atraso total ponderado seja minimizado, tem-se:

$$R_m || \sum_{j=1}^n w_j T_j \quad (2.1)$$

2.2 Métodos de Solução Empregados em Problemas de Programação de Máquinas Paralelas

A literatura sobre os métodos de soluções empregados na classe de problemas de programação de máquinas paralelas é muito vasta. Vários métodos foram propostos desde a publicação do artigo de McNaughton (1959) sobre programação de máquinas idênticas em paralelo e também máquina única, o qual destaca o tratamento diferente que as tarefas podem receber de acordo com a sua urgência relativa. O autor apresenta

² O *makespan* = C_{max} é o tempo de conclusão da última tarefa que sai do sistema, e definido como $\max(c_1, \dots, c_n)$, em que c_j é o tempo de conclusão da tarefa j . O mínimo *makespan* normalmente implica em uma alta utilização das máquinas.

dois critérios para análise de desempenho: 1- abordagem baseada no tempo de finalizar a tarefa (*completion time based*); 2- abordagem baseada na data de entrega (*due date based*).

Cheng; Sin (1990) apresentam uma revisão das principais pesquisas e contribuições da época sobre programação de máquinas paralelas. São destacadas as principais características desses problemas, assim como os principais objetivos. Os métodos de solução em otimização combinatória podem ser classificados segundo o tipo de algoritmo empregado, e são divididos em quatro classes: enumeração completa, algoritmos com tempo polinomial, algoritmos com tempo não-polinomial, e algoritmos de aproximação. Uma contribuição importante também é dada por Blazewicz *et al.* (1991) que apresentam formulações matemáticas para problemas de programação de máquinas, tanto para ambientes de máquina única quanto para máquinas paralelas.

Na década de 60 começou-se a pensar sobre as alterações na quantidade de máquinas e o efeito gerado no processamento das tarefas, em que Graham (1969) analisou o problema de máquinas idênticas em paralelo por meio de técnicas de aproximação, para o caso em que certas anormalidades poderiam ocorrer, como por exemplo, alterações na quantidade das máquinas e a consequência provocada no tempo para completar determinado conjunto de tarefas.

Ao longo dos anos, muitas técnicas vêm sendo desenvolvidas e implementadas como, por exemplo, Bruno *et al.* (1974), que apresentam alguns métodos para reduzir o tempo médio de conclusão de tarefas independentes, onde aplicaram o critério (*Weighted-Finishing-Time* - tempo de finalização ponderado), ou tempo médio no sistema, em que o problema relacionado a máquinas idênticas é polinomial completo.

Outras regras que também foram utilizadas são o LPT³ (*longest processing time*) e SPT⁴ (*shortest processing time*), sendo que, para programas de problemas pequenos, a regra LPT se mostrou melhor. Os autores apresentaram o algoritmo RPT (*Reverse LPT*) o qual procura incorporar as melhores propriedades das regras SPT e LPT.

Horowitz; Sahni (1976) mostraram algoritmos exatos e aproximados, aplicados no caso de máquinas paralelas proporcionais e não-relacionadas, com o objetivo de minimizar o tempo de conclusão das tarefas e o tempo de fluxo médio ponderado. Os algoritmos exatos apresentados na avaliação do desempenho no pior caso (*worst-case*) podem ser exponenciais. Já os algoritmos de aproximação apresentam complexidade polinomial em função do número de tarefas. Estes algoritmos são ϵ -aproximados, significando que eles garantem um erro fracionário de não mais que ϵ , entre o ótimo e o valor das soluções aproximadas.

Ainda em relação a máquinas paralelas não-relacionadas, Ibarra; Kim (1977) analisaram o desempenho de algumas heurísticas de aproximação (*worst-case*), propostas para o critério tempo de conclusão da programação. Para o caso de máquinas paralelas idênticas, os autores fazem uma analogia sobre a dificuldade computacional deste tipo de problema com problemas clássicos como o caixeiro viajante e o problema da mochila. É destacado que a regra LPT produz soluções próximas ao ótimo quando o número de tarefas é grande.

Devido à complexidade de alguns problemas, existe uma grande dificuldade de obter soluções ótimas, sendo que em diversos casos é melhor obter uma boa solução do que investir muito tempo, e onerar os custos tentando encontrar a otimalidade. Fuller (1978) faz uma comparação entre soluções ótimas e soluções boas, analisando as

³ LPT – Longest Processing Time: programa as tarefas tendo como prioridade as que possuem o maior tempo de processamento, sendo que as tarefas são ordenadas de forma decrescente pelos tempos de processamento. Esta regra tende a balancear a carga de trabalho das máquinas. A justificativa para esta regra é que é mais vantajoso manter tarefas com tempos de processamento mais curtos para mais tarde, de modo que quando as tarefas forem designadas para suas respectivas máquinas, as tarefas em uma dada máquina podem ser resequenciadas sem afetar a carga de trabalho.

⁴ SPT – Shortest Processing Time: programa as tarefas pelo menor tempo de processamento, geralmente utilizada para minimizar o tempo total de conclusão das tarefas e também reduzir a fila de tarefas em processo.

heurísticas no processo de decisão. O autor destaca que as heurísticas simplificam o processo para o tomador de decisão, permitindo que as decisões sejam tomadas de forma rápida. A vantagem em utilizar heurísticas é que os métodos limitam a busca, reduzindo o número de alternativas.

Pelo fato de as heurísticas não garantirem soluções ótimas, Fuller (1978) sugere algumas abordagens para comparar os resultados, como por exemplo, utilizando programação linear, não-linear e verificando não apenas as soluções, mas também o tempo computacional. Existem várias abordagens de programação de máquinas paralelas utilizando a programação linear como método de solução. Lawler; Labetoulle (1978) empregaram a programação linear para resolver o problema de programação de máquinas paralelas não-relacionadas com o processamento podendo ser interrompido, o critério de desempenho utilizado foi minimizar o *makespan*.

Graham *et al.* (1979) analisaram a teoria de programação (*scheduling*) com ênfase em algoritmos de otimização e aproximação, e também na complexidade computacional. A pesquisa abrangeu diversos ambientes de programação de máquinas, inclusive o ambiente de máquinas paralelas. Problemas de programação em que não podem haver interrupção são mais difíceis de encontrar soluções. Davis; Jaffe (1981) também pesquisaram algoritmos para programação de tarefas em máquinas paralelas não-relacionadas, sendo que as tarefas não podiam ser interrompidas. Os autores destacam o caso quando há restrições de precedência entre as tarefas, em que as heurísticas tendem a ser pobres.

Zanakis *et al.* (1989) estudaram mais de 400 artigos sobre diferentes métodos heurísticos e suas aplicações, onde ficou evidenciado que a heurística construtiva, por ser simples de desenvolver e implementar, e por produzir resultados rápidos e muitas vezes boas soluções, já eram bastante utilizadas na época. Dependendo do porte e complexidade do problema, as heurísticas construtivas podem não conseguir atingir boas soluções, mas, pode ser útil ao fornecer uma solução inicial para um método mais robusto, como é caso das metaheurísticas.

As heurísticas construtivas geram soluções adicionando componentes individuais, como por exemplo: arcos, nós, variáveis, etc., até que uma solução viável

seja obtida. Na maioria das heurísticas construtivas a solução viável é encontrada somente no final do procedimento. Um exemplo clássico é o caso do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem* - TSP), onde pode ser utilizado o critério do vizinho mais próximo.

Alguns autores preferem trabalhar com regras de prioridade (ou de seqüenciamento) para programação de tarefas em máquinas paralelas, visto que são simples e rápidas para implementar Baker; Bertrand (1982) propuseram uma regra dinâmica de prioridade para programação com data de entrega (*due-date*) aplicado inicialmente no ambiente de máquina única. É apresentada uma regra modificada para *due-date* chamada de MDD (*Modified Due Date*). Esta heurística é uma combinação das regras SPT (*Shortest Processing Time*) e EDD⁵ (*Earliest Due Date*). A heurística modificada (MDD⁶) apresentou um desempenho melhor quando comparada com o SPT e EDD puros.

Potts (1985) analisa uma heurística para programação de máquinas paralelas não-relacionadas e sem interrupção no processamento, com o objetivo de minimizar o tempo de conclusão das tarefas. A heurística proposta utiliza duas fases; na primeira é empregada a técnica de programação linear, em que no máximo $m - 1$ tarefas não são programadas, e na segunda fase, um método heurístico para as tarefas não programadas. O autor utiliza esta abordagem porque quando todas as tarefas são programadas nas suas respectivas máquinas, somente mudando a ordem das tarefas o tempo de conclusão não sofre alteração. Quando aplicada em situações que existem datas de liberação (*release dates*), e no ambiente de máquina única, a heurística se mostrou boa, mas, para problemas em que há restrições de precedência entre as tarefas, a heurística não consegue ser satisfatória.

Lenstra *et al.* (1990) estudaram algoritmos de aproximação para programação de máquinas paralelas diferentes com o objetivo de minimizar o *makespan*, os quais apresentam um esquema de aproximação polinomial. O algoritmo empregado é baseado

⁵ EDD – Earliest Due Date: programa as tarefas tendo como prioridade as que possuem a data de entrega mais cedo, o objetivo é minimizar o atraso entre as tarefas.

⁶ MDD – Modified Due Date: combina as características das regras EDD e SPT da seguinte forma: tarefas com folga são ordenadas segundo a regra EDD, e para as demais tarefas a regra SPT é utilizada.

no relacionamento de programação inteira e suas relaxações lineares. Hariri; Potts (1991) utilizaram métodos heurísticos na programação de máquinas paralelas não-relacionadas, o problema possui a característica de algumas máquinas não serem aptas para processar algumas tarefas. Empregaram o conceito de heurística duas fases LP/H (programação linear e heurística). Na primeira fase é aplicada a programação linear para gerar uma programação parcial e na segunda fase pode ser utilizado um método heurístico ou exato para programar as tarefas remanescentes.

Lee (1991) abordou um problema de programação de máquinas paralelas idênticas, em que as máquinas não estavam simultaneamente disponíveis. Assim, no instante de tempo zero, para iniciar o processamento, existiam apenas algumas máquinas disponíveis para processamento. Foi utilizada a regra de sequenciamento LPT e também uma versão modificada chamada de MLPT, sendo que esta versão apresentou um desempenho melhor do que a original.

Glass *et al.* (1994) estudaram o problema de programação de máquinas paralelas não-relacionadas utilizando métodos de busca. Os seguintes algoritmos foram propostos: Busca em Vizinhança (*Neighbourhood Search*); Método da Descida (*Descent*); (*Simulated Annealing*); Busca Tabu (*Tabu Search*); Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm*) e (*Genetic Descent Algorithm*). Na análise da performance dos algoritmos acima, os autores perceberam que o algoritmo genético forneceu soluções pobres; a melhoria foi somente percebida após a incorporação do algoritmo *descent*, formando assim, o *genetic descent algorithm*-GD. Para ter uma visão melhor sobre os vários tipos de algoritmos utilizados, os autores compararam da seguinte forma: GD comparado com o *simulated annealing* e busca tabu, neste caso específico, a busca tabu mostrou melhor desempenho frente aos outros quando o tempo limite era (20 segundos). Com relação ao *genetic descent* e *simulated annealing* foi constatada com o aumento do tempo de processamento.

No caso de busca local empregada em problemas de programação de máquinas paralelas não-relacionadas, Piersma; Van Dijk (1996) mostram uma heurística com uma busca em vizinhança utilizando descida iterativa (*iterative descent*) na busca local. A estratégia utilizada na fase inicial foi uma heurística gulosa.

Brucker *et al.* (1997) estudaram a complexidade dos problemas de programação com máquinas multi-propósito. A ênfase foi dada para os casos de máquinas paralelas idênticas e uniformes. O problema de programação de máquinas multi-propósito é uma generalização dos problemas clássicos de máquinas paralelas, nos quais uma tarefa só pode ser processada por uma máquina pertencente a um determinado conjunto especificado, ou seja, dado m máquinas $M_1, \dots, M_m$ e n tarefas $i = 1, \dots, n$. A tarefa i tem que ser processada por uma máquina do conjunto $\mu_i \subseteq \{M_1, \dots, M_m\}$ de máquinas.

Koulamas (1997) estudou o problema de máquinas idênticas com o objetivo de minimizar o atraso médio, utilizando as ideias da heurística PSK⁷, dando origem à heurística KPM⁸ e também a uma versão da heurística *simulated annealing*. A heurística de decomposição proposta tem por objetivo decompor o problema em subproblemas de um tamanho tratável e assim, ser resolvido de uma maneira simples. Também foi proposto para este ambiente a heurística *simulated annealing* utilizando um processo de troca entre tarefas e máquinas, o qual apresentou um bom desempenho, com a desvantagem de demandar elevado esforço computacional.

As regras de prioridade, conforme comentado anteriormente são eficientes para determinados casos e também podem ser uma alternativa para iniciar um algoritmo mais robusto. Foi este o caso utilizado por Azizoglu; Kirca (1998), que estudou o problema de máquinas paralelas com o objetivo de minimizar o atraso total (*total tardiness*), aplicando um algoritmo SPT e EDD, para achar limitantes superiores para a árvore *branch and bound*, no início do processamento.

Alidaee; Rosa (1997) abordaram o problema de máquinas paralelas idênticas aplicados em casos para minimizar o atraso total ponderado e também para atraso total não ponderado. Utilizaram uma heurística chamada de MDD (*Modified Due Date*), que é uma variação da regra de sequenciamento EDD. A regra MDD foi comparada com outras regras consagradas, como a regra COVERT (*Cost Over Time*) de Carroll (1965),

⁷ PSK – Possui o objetivo de minimizar o atraso médio no caso de máquina única. Esta regra ordena as tarefas aplicando a regra SPT, em que as tarefas com menor tempo de processamento são priorizadas e, em caso de empate, é empregada a regra EDD.

⁸ KPM - utiliza as regras SPT e PSK para ordenar tarefas e designar para as máquinas com o objetivo de minimizar o atraso total.

e AU (*Apparent Urgency*) de Morton, Rachamadugu e Vepsalainen (1984), e que por meio de testes comprovou ter conseguido melhores soluções.

Blazewicz *et al.* (2000) mostrou um problema de programação de tarefas em máquinas paralelas com o processamento podendo ser interrompido e as máquinas possuindo disponibilidade limitada, ou seja, existem intervalos de tempo em que as máquinas não estão disponíveis. Foram utilizadas técnicas de programação linear e de fluxo em rede com o objetivo de minimizar o *makespan*.

Cao *et al.* (2005) apresentaram um trabalho que tem por objetivo minimizar simultaneamente o custo do atraso do processamento das tarefas, e os custos que as máquinas “carregam”. O problema é descrito como PMSSM (*Parallel Machine Selection Scheduling Model*). A função objetivo reflete o balanço entre o sistema de custo da máquina, e o custo relacionado com as penalidades de atraso das tarefas. Dessa forma, se uma máquina é selecionada para processar uma tarefa qualquer, um custo sobre a máquina é gerado. Assim, o custo de uma máquina com grande capacidade de processamento será muito maior do que o de uma com pouca capacidade. O método utilizado foi a busca tabu com memória de curto prazo, o qual apresentou bons resultados.

Liaw *et al.* (2003) abordaram um problema de máquinas paralelas não relacionadas com o objetivo de minimizar o atraso total ponderado, e mostraram as propriedades de um programa ótimo, e também propuseram um algoritmo *branch and bound*. Shim e Kim (2007) também exploraram as propriedades de um programa ótimo e sugeriram um algoritmo *branch and bound* aplicado ao caso de máquinas paralelas idênticas com o objetivo de minimizar o atraso total.

Panwalkar *et al.* (1993) propuseram a heurística PSK com o objetivo de minimizar o atraso médio no caso de máquina única. A heurística proposta mostrou-se eficaz para casos em que a data de entrega é mais apertada.

Biskup *et al.* (2008) relataram um problema de máquinas paralelas idênticas com função objetivo de minimizar o atraso total, onde propuseram algumas heurísticas

baseadas em regras de sequenciamento como EDD, MDD, TPI⁹ e *Minimum Slack*¹⁰(folga mínima). Estas regras foram comparadas com as versões tradicionais MDD, KPM e TPI e comprovaram a boa performance do MDD proposto.

Ou; Leung (2008) mostram o problema de programação com máquinas paralelas idênticas com inclusão de conjuntos de restrições para serem processadas. Neste problema, o conjunto de tarefas são designadas para diferentes máquinas paralelas com a mesma velocidade de processamento e cada tarefa é compatível apenas com um conjunto de máquinas. Dessa forma, cada tarefa é compatível somente com um subconjunto destas máquinas. O objetivo é minimizar o *makespan*. Lin *et al.* (2011) abordaram o problema de máquinas não-relacionadas, avaliando os seguintes objetivos *Makespan*, *Total Weighted Completion Time* e *Total Weighted Tardiness*.

Minimizar o *makespan* significa não só concluir todas as tarefas tão rápido quanto possível, mas também maximizar a utilização das máquinas. Já o *Total Weighted Completion Time* ($\sum w_j c_j$) fornece uma indicação do custo total de manter estoques, incorridos pelo programa. E por fim, a outra medida de desempenho ($\sum w_j T_j$), é uma medida de satisfação do cliente em relação ao serviço ser executado no prazo. Os autores trabalham a questão de encontrar uma heurística que possua bom desempenho para as três funções objetivo mencionadas. A prática mostra que existem algumas heurísticas que possuem maior aderência em determinada medida de performance, sendo difícil encontrar uma que obtenha bom desempenho em mais de um critério.

2.3 Programação de Navios

Ronen (1993) abordou a questão de programação de navios, onde fez uma revisão dos principais trabalhos, abordagens e problemas deste campo até aquela época. A função objetivo mais encontrada nesta área é minimizar custos, dado o montante de capital envolvido nestas operações, e as principais decisões a serem tomadas são referentes a *scheduling* e *fleet size* (programação e composição da frota). A

⁹ TPI - *Traffic Priority Index*: leva em consideração o congestionamento do sistema de produção, designando as tarefas para as máquinas com menor carga de trabalho.

¹⁰ *Minimum Slack* - é uma variação da regra EDD, em que a folga remanescente de cada tarefa é calculada, e a tarefa com a mínima folga é a próxima a ser programada.

programação de navios é o nível mais detalhado no planejamento operacional de uma empresa de navegação, e inclui decisões como: o que cada navio vai carregar e quando. Tratam-se de problemas combinatórios, os quais admitem diversas soluções.

Brown *et al.* (1987) abordaram o problema de programação de navios no transporte de óleo cru. Foi utilizado um modelo de partição de conjuntos para resolver o problema, no qual conseguiram determinar velocidades ótimas para as embarcações. Os problemas relacionados à programação de embarcações no transporte de óleo cru, geralmente tem como objetivo minimizar os seguintes custos:

- Custo de oportunidade (custo diário);
- Consumo de combustível;
- Consumo de combustível para sistemas auxiliares;
- Custos de entrada em portos e em canal;
- Custo do aluguel de uma embarcação para cargas eventuais (sem rota fixa).

Miller (1987) apresenta um modelo interativo para programação de navios. O problema abordado é relacionado com a programação de navios tanques empregados no reabastecimento de terminais (portos com tanques de armazenagem), o qual desenvolveu duas modelagens, uma utilizando o fluxo em rede e a outra utilizando programação inteira mista.

Fagerholt (2004) apresentou um sistema de apoio a decisão para programação de frota de navios. Brønmo *et al.* (2007a) apresentaram uma heurística de busca local com multi-início (*multi-start*) para o problema de programação de navios. As soluções iniciais são geradas de forma aleatória, por inserção. As melhores soluções iniciais são melhoradas por uma heurística de busca local.

Brønmo *et al.* (2007b) mostraram um modelo de programação mista e por partição de conjuntos aplicada no problema de programar e roteirizar uma frota de navios com cargas de tamanhos flexíveis. Mendes (2007) abordou o problema de programação de frota de apoio, onde para uma mesma tarefa, poderiam ser necessárias várias embarcações para atender ao serviço. Como métodos de solução foram usados:

heurística construtiva, *branch and cut*, *variable neighbourhood search* (VNS), e combinação de heurística com os métodos descritos. Outra contribuição importante foi dada por Brønmo *et al.* (2010), na qual abordou a programação de navios utilizando o método de geração de colunas.

2.4 Conclusão da Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica apresentou de uma forma geral, diversos problemas relacionados à programação de tarefas, com ênfase em máquinas paralelas e a generalização das características para o ambiente de programação de frota de embarcações. Dessa maneira, trata-se de uma situação que a empresa possui uma frota composta por uma determinada classe de embarcações, que no caso são os PLVs, e necessita programar a ordem de execução das tarefas dentro de um determinado horizonte de planejamento.

Graham *et al.* (1979) apresentam uma notação padrão para descrever as variações dos ambientes de programação de máquinas, incluindo as paralelas, que podem ser idênticas, proporcionais e não-relacionadas. O presente trabalho pode ser considerado uma generalização dos ambientes de máquinas paralelas não-relacionadas e possui o objetivo de minimizar o atraso total ponderado na execução das tarefas, que na literatura é conhecido como *total weighted tardiness*, que é uma medida de satisfação do cliente em relação ao serviço ser executado no prazo.

Outros critérios de medir o desempenho nos problemas de máquinas paralelas também foram apresentados como o *makespan*, que significa não só concluir todas as tarefas tão rápido quanto possível, mas também maximizar a utilização das máquinas. O *Total Weighted Completion* fornece uma indicação do custo total de manter estoques, incorridos pelo programa. O critério *total weighted tardiness* constitui um dos casos mais difíceis.

Quanto aos métodos de solução propostos, podem-se destacar duas grandes abordagens: métodos exatos e não-exatos. Devido à resposta cada vez mais rápida que o mercado necessita das empresas, nem sempre é possível utilizar uma abordagem por

algum método exato. Assim, as heurísticas desempenham um papel fundamental no tocante a prover uma solução de boa qualidade em um intervalo de tempo razoável.

Também é importante destacar as regras de sequenciamento como a SPT, LPT, EDD, PSK, KPM, e suas modificações, que podem fornecer soluções de qualidade, ou ainda ser utilizada como um início para um algoritmo mais robusto.

A tabela 2.1 destaca as principais referências do trabalho, em que é evidenciado o tipo de problema e os métodos de solução propostos.

Tabela 2.1 – Principais referências de programação de tarefas da pesquisa

Referência	Problema	Abordagem
McNaughton (1959)	Máquinas paralelas idênticas	Data de entrega / Tempo de fluxo
Graham (1969)	Máquinas paralelas idênticas	Algoritmos de aproximação
Bruno <i>et al.</i> (1974)	Máquinas paralelas idênticas	SPT/LPT
Horowitz; Sahni (1976)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Algoritmos exatos e de aproximação
Ibarra; Kim (1977)	Máquinas paralelas não-relacionadas / idênticas	Heurísticas, LPT, SPT
Lawler; Labetoulle (1978)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Programação linear
Fuller (1978)	Programação de produção	Heurísticas
Graham <i>et al.</i> (1979)	Máquinas paralelas idênticas / proporcionais / não-relacionadas	Algoritmos de aproximação
	<i>Open shop / flow shop / job shop</i> / máquina única	Algoritmos de otimização
Davis; Jaffe (1981)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Algoritmos de aproximação
Baker; Bertrand (1982)	Sistema de produção	SPT/EDD
Potts (1985)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Heurística duas fases
Brown <i>et al.</i> (1987)	Programação de embarcação	Partição de conjuntos
Miller (1987)	Programação de embarcação	Fluxo em rede / programação inteira mista
Lenstra <i>et al.</i> (1990)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Algoritmos de aproximação
Hariri; Potts (1991)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Heurísticas
Lee (1991)	Máquinas paralelas idênticas	LPT/LPT (modificado)
Panwalkar <i>et al.</i> (1993)	Máquina única	PSK
Glass <i>et al.</i> (1994)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Busca local / Busca tabu
		Algoritmo genético <i>Simulated annealing</i> Método da descida
Piersma; Van Dijk (1996)	Máquinas paralelas não-relacionadas	Busca local
Brucker (1997)	Máquinas paralelas idênticas / proporcionais	Complexidade computacional
Alidaee e Rosa (1997)	Máquinas paralelas idênticas	MDD
Koulamas (1997)	Máquinas paralelas idênticas	KPM e <i>simulated annealing</i>
Azizoglu; Kirca (1998)	Máquinas paralelas idênticas/proporcionais	<i>Branch and Bound</i>
Blazewicz <i>et al.</i> (2000)	Máquinas paralelas idênticas / proporcionais / não-relacionadas	Programação linear / fluxo em rede
Fagerholt (2004)	Programação de embarcação	Sistema de suporte a decisão
Brønmo <i>et al.</i> (2007a)	Programação de embarcação	Busca local
Brønmo <i>et al.</i> (2007b)	Programação de embarcação	Partição de conjuntos
Brønmo <i>et al.</i> (2010)	Programação de embarcação	Geração de colunas

3. MODELAGEM MATEMÁTICA E MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Este capítulo aborda o modelo matemático e os métodos de solução do problema de programação da frota de navios PLVs. Antes da apresentação do modelo matemático serão revistos os principais aspectos do problema em questão.

3.1 Descrição Resumida do Problema

Este trabalho aborda o problema de uma operação de lançamento e instalação de linhas flexíveis e rígidas realizadas por embarcações denominadas *pipe layer vessel*. As atividades consideradas são expressas pelas tarefas de instalação de novas linhas e a interligação à malha existente, dentro de um horizonte de 3 a 6 meses (curto a médio prazo). As seguintes premissas são dadas:

- 1) Cada tarefa poderá ser realizada a partir de um determinado instante de liberação, refletindo a data prevista de chegada de material no porto, ou a data prevista da emissão da licença ambiental, ou alguma outra restrição do processo;
- 2) A data de entrega é dada pela data de liberação mais a duração da tarefa;
- 3) As diversas sub-atividades que compõem uma tarefa não serão objeto de análise ou de melhoria neste estudo, por demandarem conhecimento específico do processo;
- 4) O abastecimento e a troca de tripulação de um PLV ocorrerão concomitantemente com a estadia no porto, durante o processo de carregamento de material/equipamentos;
- 5) Há restrições de compatibilidade entre tarefa e embarcação, de forma que algumas embarcações poderão não ser aptas para executar uma certa tarefa;
- 6) As durações das tarefas podem ser diferenciadas por embarcação;
- 7) O tempo de reposicionamento de uma embarcação após a conclusão de uma tarefa é nulo, já que o término de uma tarefa ocorre no porto com a devolução de material;
- 8) A composição da frota é fixa, ou seja, os tipos de embarcação e a quantidade de cada uma delas na composição da frota não serão

- alteradas. Além disso, todas as características das embarcações que compõem a frota, necessárias à modelagem do problema, são conhecidas;
- 9) O critério de priorização das tarefas será exclusivamente baseado no potencial de produção e não levará em conta aspectos de meio-ambiente, de continuidade operacional e fatores políticos internos à empresa. Este potencial de produção reflete o quanto a interligação de uma linha em um determinado poço pode trazer de produção e retorno financeiro para a empresa petrolífera. Assim, existem tarefas que podem trazer um retorno maior do que as outras, fazendo necessário haver uma priorização;
 - 10) As embarcações estarão disponíveis para o próximo horizonte de planejamento no instante em que finalizar a sua última tarefa, caracterizando a existência de uma data de liberação da embarcação;
 - 11) Não existem restrições de precedência entre as tarefas;
 - 12) Cada embarcação só poderá executar uma tarefa por vez e as tarefas só podem ser executadas por uma única embarcação; assim, não é admitido que uma determinada tarefa possa ser realizada parcialmente por duas embarcações.

As decisões do modelo são quanto à definição das datas de início de cada tarefa, e a respectiva embarcação responsável pela execução dessa tarefa. O modelo divide a escala de tempo em dias, impondo que o início de uma determinada tarefa ocorra em um determinado dia. Esta modelagem faz com que os parâmetros sejam tratados somente na unidade específica, que no caso são dias.

3.1.1 Modelo Matemático

Para o presente problema, foi formulado um modelo de programação linear inteira mista, usando as ideias apresentadas em van den Akker *et al.* (2000), para um problema de máquina simples com função objetivo regular. Esta formulação baseia-se em uma escala de tempo discretizada. É assumido que os parâmetros são conhecidos e inteiros, sendo utilizada a notação baseada em Blazewicz *et al.* (1991) e Unlu; Masson (2010).

Conjuntos

J	Conjunto de tarefas	$j = 1, \dots, n$
M	Conjunto de embarcações	$i = 1, \dots, m$

Parâmetros

T	Horizonte de planejamento = T (índice t)
r_j	Data de liberação da tarefa j
v_i	Data de liberação da embarcação i
p_j^i	Tempo de execução da tarefa j pela embarcação i
c_{jt}	Penalidade associada à tarefa j , quando é iniciada na data t
a_{ij}	Parâmetro binário que será igual a 1 se a tarefa j for compatível com a embarcação i ; e 0, em caso contrário.

Variáveis de Decisão

$x_{ij}^t = 1$, se a embarcação i inicia a tarefa $j \in J$ na data t ; 0, em caso contrário.

Modelo

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{t=\max(r_j+1, v_i+1)}^{T-p_j^i+1} c_{jt} x_{ij}^t \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{t=\max(r_j+1, v_i+1)}^{T-p_j^i+1} a_{ij} x_{ij}^t = 1 \quad \forall j \quad (3.2)$$

$$\sum_{\substack{j=1: \\ r_j < t}}^n \sum_{s=\max(r_j+1, t-p_j^i+1)}^{\min(t, T-p_j^i+1)} x_{ij}^s \leq 1 \quad \forall i, t: t > v_i \quad (3.3)$$

$$x_{ij}^t \in \{0,1\} \quad \forall j, t, i \quad (3.4)$$

A equação (3.1) é a função objetivo do problema e contempla a soma dos atrasos ponderados de todas as tarefas. É importante destacar que a somatória em t ocorrerá da maior data entre as datas de liberação da tarefa e da embarcação, até a última data possível de início da tarefa. A restrição (3.2) garante que toda a demanda seja atendida, por meio de embarcações compatíveis. A restrição (3.3) garante que, em cada data, não seja violada a capacidade da embarcação. A equação (3.4) impõe que as variáveis sejam binárias.

Este modelo foi utilizado para gerar limitantes inferiores para os cenários de teste, por meio da técnica de geração de colunas. Utilizou-se a estrutura apresentada em van den Akker, *et al.* (2000), em que o problema foi reformulado utilizando-se a decomposição de *Dantzig-Wolfe*. O problema mestre restrito consistiu na seleção dos *pseudo-schedules* que cobrissem toda a demanda (conforme requerido pela restrição 2) a um mínimo custo. O subproblema consistiu em resolver um problema de caminho mínimo em uma rede acíclica para cada embarcação, o qual tinha como produto um *pseudo-schedule*, onde as tarefas poderiam, eventualmente, ocorrer mais de uma vez em uma mesma sequência, desde que não violassem a capacidade do recurso.

3.2 Métodos de solução

Esta subseção descreve os métodos de solução propostos para o problema de programação de frota de navios PLVs. Inicialmente, são apresentadas duas heurísticas construtivas e logo após dois métodos de busca (refinamento). Por fim, uma versão básica da meta-heurística GRASP e, após isto, o método GRASP com *path relinking* e algumas de suas estratégias de implementação.

3.2.1 Heurísticas e Meta-heurísticas

As heurísticas conseguem boas soluções empregando um esforço computacional relativamente baixo, mas sem garantir a otimalidade (Voß, 2001). De uma forma geral, as heurísticas são procedimentos que procuram solucionar problemas de uma forma racional, explorando a estrutura do problema, com o objetivo de encontrar uma solução boa, e quando possível, a ótima.

Demeulemeester; Herroelen (2002) apresentam as heurísticas em duas categorias: heurísticas construtivas e heurísticas de busca. As heurísticas construtivas iniciam a programação vazia e adicionam as tarefas uma a uma, até obter um programa viável. Já as heurísticas de busca iniciam a partir de um programa viável que foi obtido com a heurística construtiva, e são feitas operações para transformar a solução em uma melhor. Estas operações são repetidas até que um ótimo local seja obtido, ou se atinja uma critério de parada.

3.2.2 Heurística Construtiva

As heurísticas construtivas são empregadas na geração de uma ou mais soluções viáveis, eventualmente, de boa qualidade, com baixo esforço computacional. Elas podem ser utilizadas de maneira isolada mas, de uma forma geral, são combinadas com outros métodos mais elaborados, como algoritmos de busca local, meta-heurísticas e métodos exatos.

3.2.3 Heurística Construtiva Proposta

A heurística construtiva proposta, denominada HEU_C é baseada em Lin *et al.* (2011). Esses autores apresentaram a heurística HEU-II para o caso de máquinas paralelas não-relacionadas, com o objetivo de minimizar o atraso ponderado total. A ideia principal está concentrada no cálculo do índice M_{ij} , que tem como função principal priorizar as tarefas de acordo com o rateio entre data de entrega e penalidade.

O índice M_{ij} expressa a relação entre a data prevista de término da tarefa j na máquina i , e a penalidade da tarefa j . A data prevista de término é calculada como sendo a maior data entre a data desejada de entrega (*due date*) e o possível instante de término da tarefa j pela máquina i . Para tarefas que possuem mesma data de entrega, terão prioridade aquelas que tiverem maior penalidade. E, para tarefas com penalidades iguais, terão prioridade aquelas com menor data de entrega. A figura 3.1 mostra o algoritmo Heurística Construtiva HEU_C.

ALGORITMO HEURÍSTICA CONSTRUTIVA HEU_C

```

1.  LerDados ()
2.  faça
3.      para tarefa j=1 a n faça
4.          para embarcação i=1 a m
5.              se embarcação i é compatível com tarefa j então
6.                  Calcule o índice  $M_{ij}$ 
7.              fim se
8.          fim para
9.      fim para
10.  Selecione a tarefa  $j^*$  com base no menor  $M_{ij}$ 
11.  Insira a tarefa  $j^*$  na melhor posição viável de inserção
12. enquanto existir tarefas para programar

```

Figura 3.1 – Pseudocódigo da Heurística Construtiva HEU_C.

A heurística construtiva HEU_C faz uma verificação de compatibilidade entre a embarcação e a tarefa para calcular o índice M_{ij} . Após este cálculo é selecionada a tarefa com o mínimo valor de M_{ij} , e a tarefa é inserida na sua melhor posição de inserção. O critério de parada é quando todas as tarefas forem programadas.

3.2.4 Heurísticas de Busca

As heurísticas de busca partem de uma solução inicial conhecida, e procuram explorar a vizinhança desta solução por meio de movimentos, com o objetivo de melhorá-la, chegando a ótimos locais.

Para a construção da vizinhança de uma dada solução é necessário definir as regras dos movimentos que alteram um ou mais atributos da solução. Dessa forma, é criada a vizinhança da solução inicial e é feita a escolha da solução nesta vizinhança com o menor valor de função objetivo (Demeulemeester, Herroelen; 2002). A solução escolhida torna-se, então, a nova solução de referência e o processo continua até ser encontrado um ótimo local.

Este fato faz com que o método chegue, muitas vezes, em ótimos locais distantes do ótimo global, visto que ele não é capaz de escapar da otimalidade local e explorar novas regiões do espaço de busca.

Existem algumas dificuldades com relação ao desenvolvimento das heurísticas de busca, como por exemplo, a sensibilidade à solução de partida, à definição do melhor tipo de vizinhança, à melhor estratégia para escolha da próxima solução, e a definição do número de iterações. Há algumas estratégias que podem ser seguidas como: *Multi-vizinhança* – neste caso, são consideradas mais de um método de escolha de vizinhança. Ao atingir o ótimo local em uma vizinhança, é iniciada uma nova busca local baseada em outra vizinhança. O algoritmo termina quando a solução atual é um ótimo local em relação a todas as vizinhanças empregadas, ou se alcance um critério de parada. Outra estratégia é *redução da vizinhança* na qual é investigado um subconjunto da vizinhança da solução atual.

Aarts; Lenstra (2003) destacam a importância dos algoritmos de busca local, sendo que muitas variações e evolução surgiram por meio de analogias à natureza, e algumas por meio de outras áreas do conhecimento como física, biologia e neurofisiologia. Também discorrem que a utilização dos algoritmos de busca local tem sido intensificada nos dias atuais, em decorrência da evolução dos recursos computacionais.

Para a presente pesquisa são propostas duas buscas locais, intituladas de Busca Local Inserção e Busca Local Troca. A seguir é descrito o funcionamento de cada uma e também um esquema com os movimentos e pseudocódigo.

3.2.5 Busca Local Inserção

O movimento de inserção é caracterizado pela remoção de uma determinada tarefa de sua sequência, e pela inserção em outra. Com isto, quando uma tarefa da sequência é removida, é verificado o benefício que a remoção da mesma gera, uma vez que as demais tarefas poderão, eventualmente, ser antecipadas. Em seguida, é necessário verificar todas as possíveis posições de inserção em todas as sequências de embarcações compatíveis. Em cada posição de inserção, o custo da inserção é calculado, ou seja, mensura-se, financeiramente, o quanto que a inserção causa de atraso às demais tarefas da sequência. Após averiguar a melhor inserção para todas as embarcações e todas as tarefas, executa-se o movimento para aquela tarefa cujo resultado seja o melhor possível, isto é, a maior redução no valor da função objetivo. Quando não houver movimento capaz de reduzir o valor da função objetivo, um ótimo local terá sido atingido e o método é encerrado. Os esquemas das figuras 3.2 e 3.3 definem os principais movimentos da busca local inserção. A figura 3.4 contém o pseudocódigo desta heurística.

Figura 3.2 – Movimento que remove e testa inserção da tarefa.

Figura 3.3 – Inserção da tarefa na melhor posição da melhor sequência.

ALGORITMO BUSCA LOCAL INSERÇÃO

```

1. faça
2.   para tarefa j=1 a n faça
3.     Remover tarefa j de sua sequência atual
4.     para i=1 a m faça
5.       se sequência i é compatível com tarefa j então
6.         Achar melhor posição de inserção da tarefa j na
7.         sequência i.  $\Delta\text{custo}(i,j) \leftarrow$  a variação de custo pela
8.         remoção da tarefa j de sua sequência original e
9.         inserção na melhor posição da sequência i
10.      fim se
11.    fim para
12.    Devolve tarefa j para a sua sequência original
13.  fim para
14.   $\Delta\text{custo}(i^*,j^*) = \min_{V(i,j)} \{\Delta\text{custo}(i,j)\}$ 
15.  se  $\Delta\text{custo}(i^*,j^*) < 0$  então
16.    Executa o movimento de inserção da tarefa j na sequência i
17.    Atualiza os custos e os instantes de início das tarefas
18.  fim se
19.  enquanto  $\Delta\text{custo}(i^*,j^*) < 0$ 
20.    Atualiza solução

```

Figura 3.4 – Pseudocódigo Busca Local Inserção

3.2.6 Busca Local Troca

A busca local troca é semelhante a anterior, sendo que ela pode trabalhar junto com a busca local inserção. Ela necessariamente parte da solução inicial gerada pela heurística construtiva. A idéia básica é verificar o benefício causado pela remoção das duas tarefas de suas respectivas sequências, e identificar a melhor posição de inserção de cada tarefa na outra sequência, computando o ganho na função objetivo.

Este procedimento é realizado para todos os pares de tarefas desde que estejam em sequências distintas, e cujas embarcações sejam compatíveis entre si. Após testar todos os pares de troca viáveis, o movimento é realizado para o par que apresentar o maior ganho na função objetivo. Este processo é repetido enquanto houver melhoria na função objetivo. As ilustrações das figuras 3.5 e 3.6 destacam o procedimento básico desta heurística, enquanto a figura 3.7 contém o pseudocódigo.

Figura 3.5 – Remove e testa a inserção de duas tarefas entre um par de sequências.

Figura 3.6 – Inserção das tarefas na melhor posição do par de sequências.

ALGORITMO BUSCA LOCAL TROCA

```

1. faça
2.   para tarefa j=1 a n faça
3.     para tarefa k=j+1 a n faça
4.       se  $j \neq k$  e sequência(j)  $\neq$  sequência (k) e
5.         sequência (k) compatível com tarefa j e
6.         sequência (j) compatível com tarefa k então
7.           remove tarefa j
8.           remove tarefa k
9.           Achar melhor posição de inserção da tarefa j na
10.          sequência (k)
11.          Achar melhor posição de inserção da tarefa k na
12.          sequência (j)
13.           $\Delta\text{custo}(j,k) \leftarrow$  a variação de custo pela troca de
14.          j por k
15.        fim se
16.      fim para
17.      Devolve tarefas j e k para as sequências originais
18.    fim para
19.     $\Delta\text{custo}(j^*,k^*) = \min_{j,k} \{\Delta\text{custo}(j,k)\}$ 
20.    se  $\Delta\text{custo}(j^*,k^*) < 0$  então
21.      Executa o movimento de troca entre  $j^*$  e  $k^*$ 
22.      Atualiza os custos e os instantes de início das tarefas
23.    fim se
24.  enquanto  $\Delta\text{custo}(j^*,k^*) < 0$ 
25.  Atualiza solução

```

Figura 3.7 - Pseudocódigo da busca local troca

3.2.7 Meta-heurísticas

As meta-heurísticas são métodos de melhoria capazes de escapar de ótimos locais, evitando uma parada prematura do algoritmo de busca. Existem diversos tipos de meta-heurísticas, dentre as quais podemos destacar o GRASP – (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), *Scatter Search*, Busca Tabu dentre outros.

3.2.8 Meta-heurística GRASP

Segundo Feo e Resende (1989, 1995), a meta-heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) trabalha com múltiplas soluções iniciais e, em cada iteração, duas fases devem ser realizadas: fase de construção e busca local. Na primeira fase é construída uma solução viável, por meio de um algoritmo guloso aleatório; na segunda fase, a vizinhança da solução gerada é explorada, até que um ótimo local seja atingido.

Inicialmente, é requerida uma lista ordenada de tarefas de acordo com algum critério. Em seguida, constrói-se uma lista restrita de candidatos (RCL – *Restricted Candidate List*), que tem como objetivo armazenar os melhores elementos que possam fazer parte da solução parcialmente gerada, a qual será usada para sorteio da “próxima” tarefa que será incorporada à solução (parcial). Uma vez sorteado, a lista é refeita e o processo continua até que todas as tarefas tenham sido programadas.

Em relação à definição do melhor tamanho da RCL, alguns autores têm desenvolvido diferentes estratégias como, por exemplo, a de Prais; Ribeiro (2000), que elaboraram uma abordagem conhecida como GRASP Reativo, em que é utilizada uma estratégia para a escolha do melhor parâmetro alfa que define o tamanho da RCL. A vantagem desta abordagem é que a escolha de alfa é auto-adaptativa, ao passo que no GRASP tradicional o parâmetro alfa é fixo. Boudia *et al.* (2007) comprovaram a eficácia da abordagem reativa em relação à lista de tamanho fixa, em um problema acoplado de produção e distribuição.

A figura 3.8 descreve o pseudocódigo do algoritmo GRASP na sua versão básica.

ALGORITMO GRASP BÁSICO

```

1. lerDados
2.   para i=1,..., maxIterações
3.     solução ← Construtiva
4.     solução ← buscaLocal
5.     atualizaSolução
6.   fim para
7. retorna melhorSolução

```

Figura 3.8 – Pseudocódigo GRASP Básico adaptado de Resende; Ribeiro (2003a).

O algoritmo da fase construtiva pode ser exemplificado da seguinte forma: suponha que a lista restrita de candidatos trabalha com três elementos, e que foi utilizado um critério de ordenação qualquer, e assim obtida a seguinte sequência gulosa:

$$\{j_1, j_7, j_9, j_{10}, j_5\}$$

Iteração 1 RCL = {j1, j7, j9} Tarefa sorteada = j7	Solução Parcial {j7}
Iteração 2 RCL = {j1, j9, j10} Tarefa sorteada = j10	Solução Parcial {j7, j10}
Iteração 3 RCL = {j1, j9, j5} Tarefa sorteada = j1	Solução Parcial {j1, j7, j10}
Iteração 4 RCL = {j9, j5} Tarefa sorteada = j9	Solução Parcial {j9, j1, j7, j10}
Iteração 5 RCL = {j5} Tarefa sorteada = j5	Solução Completa {j9, j1, j5, j7, j10}

Figura 3.9 – Exemplo de Lista Restrita de Candidatos

Na busca local, é tentado melhorar a solução da fase construtiva, até que uma solução ótima local é atingida (linha 4 da figura 3.8).

3.2.8.1 Descrição do GRASP Proposto

Para o presente trabalho foi realizada uma implementação da heurística GRASP e, posteriormente, adicionou-se o mecanismo de *path relinking*. A versão inicial segue a estrutura apresentada na figura 3.10.

Algoritmo GRASP (maxIterações)

```

1  LerDados ()
2  Para  $k=1, \dots, \text{maxIterações}$  faça
3      Atualiza configuração  $k$ 
4      Para  $i=1, \dots, n$  faça
5          Atualiza lista restrita de candidatos de tamanho  $l(k)$ 
6          Sorteia uma tarefa  $j$  em  $RCL(k)$ 
7          Inserir a tarefa  $j$  na melhor posição viável de inserção
8      Fim
9      BuscaLocal ()
10     Atualiza MelhorSolução
11 Fim
12 Retorna MelhorSolução
Fim GRASP

```

Figura 3.10 – Pseudocódigo GRASP Proposto.

Em cada iteração será atualizada uma determinada “configuração” do algoritmo. Esta configuração consiste em três elementos: o tamanho da lista restrita de candidatos (l), a regra de ordenação que será aplicada às tarefas, e a atualização da semente do gerador de número aleatório. Quanto ao tamanho da lista restrita, os seguintes valores serão adotados: 2, 3, 4, 5, 6 e n . Isto permitirá trabalhar com regras aproximadamente gulosas (quando $l=2$), ou com busca totalmente aleatória (quando $l=n$).

Quanto à regra de ordenação, ao invés de usar uma regra dinâmica em que, após um determinado sorteio as tarefas remanescentes sejam reclassificadas, optou-se por utilizar uma regra fixa de ordenação. Desta forma, quando uma tarefa pertencente à lista restrita é escolhida, a próxima tarefa a compor a lista restrita já será conhecida. Seis regras de ordenação das tarefas foram testadas, sendo que cada regra possui dois critérios de ordenação. Em caso de empate após a aplicação do primeiro critério, o segundo critério servirá para desempatar. Se persistir o empate, então as tarefas serão ordenadas pelo seu índice. As regras desenvolvidas foram:

- (1) Menor Compatibilidade e Menor Instante de Liberação;
- (2) Menor Compatibilidade e Maior Penalidade;
- (3) Menor Instante de Liberação e Menor Compatibilidade;
- (4) Menor Instante de Liberação e Maior Penalidade;
- (5) Maior Penalidade e Menor Instante de Liberação;
- (6) Maior Penalidade e Menor Compatibilidade.

A ideia de utilizar “menor compatibilidade” é para que tarefas com poucos navios compatíveis, isto é, aptos para realizarem o serviço, sejam priorizadas, de forma a facilitar a geração de soluções viáveis. Quanto à semente, para cada combinação acima descrita (tamanho de lista restrita e regra de ordenação), serão testadas 100 diferentes sementes, perfazendo um total de $6 \times 6 \times 100 = 3.600$ iterações.

Após a leitura dos dados na linha 1, a configuração da iteração é atualizada, e a fase construtiva é aplicada entre as linhas 4 e 8, até que todas as tarefas tenham sido programadas. Cabe destacar que, após a atualização da lista restrita (linha 5) e o sorteio da próxima tarefa a ser programada (linha 6), realiza-se um procedimento, descrito na linha 7, de identificação da melhor posição de inserção. Isto consiste em testar, para cada embarcação compatível com a tarefa sorteada, todas as possíveis posições de inserção, verificando aquela que gera o menor acréscimo de custo à solução parcialmente gerada.

Após alocar todas as tarefas, uma rotina de busca local é chamada na linha 9. Esta rotina aplica os operadores de inserção (*relocate*) e troca (*swap*), descritas anteriormente neste capítulo. O primeiro operador remove a tarefa de sua posição atual e insere-a em todas as demais posições das embarcações compatíveis. O segundo operador realiza a troca entre cada par de tarefas, entre embarcações que sejam compatíveis. Em cada iteração da busca, realiza-se o movimento que proporciona a maior redução na função objetivo. Quando nenhuma melhoria for encontrada, uma solução ótima local com relação às vizinhanças de troca e inserção terá sido encontrada e o algoritmo encerra.

Por último, caso a solução gerada seja melhor que a “MelhorSolução”, esta é atualizada. O GRASP continua até que o limite de iterações dado por “maxIterações” seja atingido.

3.2.9 Heurística *Path Relinking*

A heurística *path relinking* ou (reconexão por caminhos), descrita originalmente por Glover (1996), e também em Glover *et al.* (2000), consiste em explorar o caminho ou trajetória entre duas soluções, uma denominada de solução inicial e a outra de solução guia. Em cada iteração é realizado um movimento na solução inicial, com o objetivo de aproximá-la da solução guia. Isto implica em introduzir atributos encontrados na solução guia na solução inicial, até que ambas as soluções sejam iguais. Esta trajetória pode ser compreendida como um processo que faz um balanço entre intensificação e diversificação, que é importante por permitir explorar o espaço de solução no caminho de aproximação entre as duas soluções. É possível que,

ao longo deste processo, um novo ótimo local seja alcançado, conforme ilustra a figura 3.11, onde a solução inicial é dada por x' e a solução guia x'' . Para chegar de x' a x'' são produzidas novas soluções: $x' = x(1), x(2), \dots, x(r) = x''$, indicada pela linha pontilhada.

Ho; Gendreau (2006) destacam alguns componentes considerados críticos para a implementação do *path relinking*, como a forma que será construída o conjunto de elite (referência), o critério de escolha da solução inicial e da solução guia. Todas estas escolhas afetam o caminho que o algoritmo irá explorar.

Figura 3.11 – Path Relinking: caminho original denotado pela linha contínua e uma possibilidade de reconexão pela linha pontilhada. Adaptado de Glover *et al.* (2000).

O *path relinking* possui atributos ou formas distintas de implementação. Resende *et al.* (2010a) discutem a “atualização estática”, em que o conjunto de elite é preenchido e atualizado ao longo das iterações da aplicação do GRASP. Ao final, o *path relinking* é aplicado entre as soluções de elite, com o intuito de explorar o espaço que há entre cada par de soluções de elite. Na “atualização dinâmica”, para cada solução gerada pelo GRASP escolhe-se, aleatoriamente, uma solução dentre o conjunto de elite, e o *path relinking* é aplicado. Em ambas as estratégias (estática ou dinâmica), a solução resultante é sempre submetida a um processo de busca local.

Resende; Werneck (2004) mesclaram estas duas estratégias. Ao longo das iterações, toda solução gerada foi submetida ao *path relinking*. E, ao final, a trajetória

entre cada par de soluções do conjunto de elite foi explorada, usando uma estratégia evolucionária, denominada de EvPR (*Evolutionary Path Relinking*): cada nova solução gerada pelo *path relinking*, após passar por determinados critérios de aceitação, era adicionada a uma nova população de soluções. As gerações são sucessivamente criadas com a aplicação do *path relinking*, até que nenhum indivíduo gerado seja capaz de melhorar a solução global.

Resende; Ribeiro (2003b) destacam outras variações importantes: *Forward Relinking*: a trajetória é construída partindo da solução inicial x' , até alcançar a solução guia x'' ; *Backward Relinking*: esta estratégia é o inverso da anterior, ou seja, a solução inicial neste caso é x'' e a guia x' ; *Mixed Relinking*: duas trajetórias são simultaneamente exploradas, a primeira iniciando em x' e a segunda em x'' , até que se encontrem.

Em Resende *et al.* (2010b) é discutido o *Randomized Path Relinking* (RPR). A versão usual do *path relinking* adota um critério guloso na escolha do melhor movimento em cada iteração, na construção da trajetória que ligará a solução inicial à guia. Isto faz com que, certamente, um único caminho seja gerado, o que poderá impedir a obtenção de soluções melhores. O RPR introduz uma lista restrita de candidatos, na qual os melhores movimentos são inseridos e um deles, aleatoriamente, é escolhido. Isto garante que trajetórias diferentes serão geradas, aumentando a possibilidade de atingir novas soluções, eventualmente, de boa qualidade.

Ribeiro; Rosseti (2007), Ribeiro *et al.* (2009) trabalharam a ideia conhecida como *time-to-target solution*, em que é determinada a probabilidade de o algoritmo encontrar uma solução igual ou superior a uma dada solução (*target solution*) dentro de um determinado tempo. Os autores também abordam estratégias de implementação paralela em metaheurísticas com o objetivo de acelerar a busca e resolver problemas grandes. Duas abordagens foram apresentadas: a paralelização independente, em que os *threads* não trocam nenhuma informação e a paralelização cooperativa onde a informação é compartilhada e usada pelos outros *threads*.

A versão implementada do *path relinking*, apresentada na figura 3.12, utiliza a estratégia de “atualização dinâmica”, ou seja, cada solução gerada pelo GRASP é

combinada com uma solução sorteada dentre o conjunto de soluções de elite e é submetida à rotina de *path relinking*. Este procedimento só será realizado após o conjunto de elite estar totalmente preenchido. Na presente implementação, adotou-se um conjunto de elite com tamanho igual a 10.

```

Procedimento GRASP_PathRelinking(maxIterações)
1   LerDados ()
2   Para  $k=1, \dots, \text{maxIterações}$  faça
3       Atualiza configuração  $k$ 
4       Para  $i=1, \dots, n$  faça
5           Atualiza lista restrita de candidatos de tamanho  $l(k)$ 
6           Sorteia uma tarefa  $j$  em  $RCL(k)$ 
7           Insera a tarefa  $j$  na melhor posição viável de inserção
8       Fim
9       BuscaLocal ()
10      PathRelinking(sol_elite, sol_GRASP)
11      Atualiza ConjuntoElite
12      Atualiza MelhorSolução
13  Fim
14  Retorna MelhorSolução
Fim GRASP

```

Figura 3.12 – Estrutura básica do GRASP com Path Relinking

A rotina do *path relinking* inicia ajustando as soluções de referências (inicial e guia), dependendo da estratégia escolhida (*forward*, *backward*, *mixed*). Se for a estratégia *backward* ou *mixed*, a solução guia será o ponto de partida, isto é, o algoritmo será iniciado pela melhor solução a qual é progressivamente modificado, até que a outra solução seja atingida. No caso da estratégia *forward*, a busca ocorre da pior solução para a melhor solução.

É importante destacar que o presente problema envolve diferentes embarcações. Esta característica torna imprescindível a resolução de um problema de pareamento (*matching*), semelhante do que foi proposto por Ho; Gendreau (2006). Isto consiste em identificar qual a sequência da solução guia que é mais próxima de uma dada sequência da solução inicial. Após todas as sequências da solução inicial ser avaliadas, aplica-se um critério guloso, estabelecendo o pareamento às sequências mais similares, até que todas as sequência recebam a indicação de uma sequência equivalente.

A aplicação do *path relinking* consistirá em realizar os movimentos que inserem as tarefas que estão fora de suas sequência correspondentes (na solução guia),

na solução inicial. Isto pode ser feito tanto por meio de um movimento de inserção (*relocate*), quanto por meio de um movimento de troca (*swap*) entre duas tarefas. Após todos os possíveis movimentos serem avaliados, o melhor movimento será executado. É importante lembrar que o melhor movimento poderá piorar o valor da função objetivo.

Outro aspecto a ser comentado é que uma tarefa, ao ser transferida para uma nova sequência, é posicionada na melhor posição de inserção. Contudo, após todas as tarefas terem sido enviadas às sequências correspondentes da solução guia, pode acontecer que algumas tarefas não estejam nas mesmas posições que em suas sequência de referência. Então, um procedimento de inserção/remoção intrínseco à sequência é realizado, reposicionando as tarefas, uma a uma, até que as soluções inicial e guia sejam iguais.

Se a estratégia do *path relinking* for a *mixed*, então duas trajetórias serão exploradas, uma a partir de cada solução. Neste caso, uma forma eficiente de implementação é a inversão, a cada iteração, de quem é a solução inicial e quem é a guia, conforme sugerido por Resende *et al.* (2010b).

Por último, a versão *Randomized Path Relinking* (RPR) consiste em não necessariamente adotar o melhor movimento possível a partir de um dado estágio do *path relinking*. Antes, os custos associados aos movimentos são ordenados em ordem crescente do acréscimo causado na função objetivo. Seja z_{min} o custo do movimento que proporciona o menor acréscimo, e z_{max} o custo associado ao movimento que proporciona o maior acréscimo na função objetivo. Seja também α um número aleatório sorteado entre 0 e 1, o qual estará fixo durante uma iteração completa do *path relinking*. Os movimentos que estarão presentes na lista restrita serão todos aqueles cuja variação z na função objetivo estejam na faixa dada por $[z_{min}, z_{min} + \alpha(z_{max} - z_{min})]$.

Após a execução da rotina do *path relinking* na linha 10, o conjunto de elite é atualizado. Uma solução só será aceita no conjunto de elite se o valor da função objetivo for inferior à solução de pior qualidade pertencente ao conjunto. Quanto à determinação de qual solução que será excluída, optou-se por substituir a solução com valor da função objetivo superior à solução candidata, e que possua a menor distância a esta solução. Isto fará com que a solução mais próxima ou similar será excluída, contribuindo para

aumento da diversidade entre as soluções de elite. A medida de distância entre duas soluções é dada pelo número de vezes que uma tarefa possui uma tarefa sucessora diferente do que acontece na outra solução.

Na presente implementação, foi testada a execução simultânea de múltiplas trajetórias com suporte de processamento *multi-threading*. Na linha 10 (figura 3.12) seis trajetórias serão exploradas, no caminho de aproximação entre a solução inicial e guia, a saber: *path relinking forward*, *path relinking backward*, *path relinking mixed*, *path relinking randomized forward*, *path relinking randomized backward* e *path relinking randomized mixed*.

4 TESTES COMPUTACIONAIS E RESULTADOS

Este capítulo tem por objetivo apresentar os resultados dos métodos de solução propostos. Inicialmente será descrita a estrutura da base de dados utilizada para os testes e, em seguida, os resultados obtidos pela aplicação das heurísticas, comparando-as com os limitantes gerados pelo método de geração de colunas.

4.1 Instâncias de Teste

Foi desenvolvido um gerador de cenários baseado em Crauwels *et al.* (1998), disponível na *OR-LIBRARY* (2009), que fornece diferentes instâncias para o problema de máquina única, o qual foi devidamente adaptado para o problema em estudo. Em todos os testes realizados, foram verificados o *gap* das soluções obtidas, o qual foi definido como a distância relativa da função objetivo gerada pelo método geração de colunas em relação à função objetivo da melhor solução obtida, calculado da forma indicada pela expressão 4.1, onde QM= Função objetivo do método empregado; GC = Função objetivo do método geração de colunas.

$$GAP = 100(QM - GC)/QM \quad (4.1)$$

Os problemas teste foram gerados da seguinte forma: para cada tarefa j um tempo de processamento p_j inteiro foi gerado empregando-se uma distribuição uniforme no intervalo $[1,100]$ e, para a penalidade, utilizou-se a faixa $[1,10]$. O horizonte de planejamento é denotado por $\frac{\sum_{j=1}^n p_j}{v}$ em que v é o número de embarcações. A dificuldade do problema depende do fator RDD (*Relative Range of Due Dates*) e do TF (*tardiness factor*). Os valores de RDD e TF são $\{0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0\}$. O instante de liberação é calculado em duas etapas:

$$dp_j = [\sum_{j=1}^n p_j(1 - RDD/2), \sum_{j=1}^n p_j(1 + RDD/2)] \quad (4.2)$$

$$r_j = \max(0, dp_j - (\min_{k=1}^n \{dp_k\})) \quad (4.3)$$

Na expressão (4.2) tem-se o cálculo do fator dp_j (instante de liberação preliminar) e, na equação (4.3) o instante de liberação efetivo. A data de finalização da tarefa (*due date*) é dada por $d_j = r_j + p_j$. Cada fator TF é combinado com todos os RDDs e feito 5 replicações, ou seja, $5 \times 25 = 125$ instâncias teste. Foram geradas,

portanto, 125 instâncias testes para 4 embarcações e 30 tarefas ($4m \times 30n$), 5 embarcações e 40 tarefas ($5m \times 40n$) e 6 embarcações e 50 tarefas ($6m \times 50n$).

4.2 Análise dos Resultados

Esta seção tem por objetivo apresentar os resultados dos métodos empregados para o problema de Programação da Frota de Navios PLVs. Os métodos identificados na tabela 4.1 foram implementados, usando as seguintes configurações de hardware: processador intel® Core™ i7 2.80GHz e 16374 MB de memória RAM DDR3 SDRAM, codificado em linguagem C++.

Tabela 4.1 – Métodos de solução

Método	Legenda Método
Heurística Construtiva	HEU_C
Heurística Construtiva + Busca Local	HEU_C + BL
GRASP	GRASP
GRASP Path Relinking Multithreading	GRASP PR

Para analisar o desempenho dos métodos, são comparadas as soluções obtidas com a versão linear do método de geração de colunas (Mendes *et al.*, 2010). A tabela a seguir, mostra o gap médio, mínimo e máximo em relação ao geração de colunas.

Tabela. 4.2 – Método x gap médio, mínimo e máximo

nxm	Método	% Gap Médio	% Gap Mínimo	% Gap Máximo
30 x 4	HEU_C	13,22	1,33	51,55
	HEU_C + BL	5,31	0,48	22,77
	GRASP	1,86	0,03	12,59
	GRASP PR	1,54	0,00	9,69
40 x 5	HEU_C	15,68	1,65	60,62
	HEU_C + BL	6,12	0,29	26,01
	GRASP	1,96	0,00	9,96
	GRASP PR	1,57	0,00	7,66
50 x 6	HEU_C	18,93	1,36	97,61
	HEU_C + BL	6,14	0,24	94,30
	GRASP	1,59	0,01	8,43
	GRASP PR	1,35	0,02	6,23

Tabela. 4.3 – Método x tempo médio de processamento

Tempo médio de processamento [Segundos]			
Método	n;m		
	30 x 4	40 x 5	50 x 6
HEU_C	0,013	0,017	0,02
HEU_C + BL	0,039	0,096	0,196
GRASP	52,385	150,737	332,142
GRASP PR	84,745	211,255	447,815

Inicialmente, as instâncias foram avaliadas por meio da heurística construtiva HEU_C. Os resultados obtidos estão resumidos na tabela 4.2, na qual fica evidente a baixa qualidade da solução, expressa pelos *gaps* médios iguais a 13,22%, 15,68% e 18,93%, respectivamente para 30, 40 e 50 tarefas. As figuras 4.1, 4.2 e 4.3 mostram a dispersão do *gap*, ressaltando que em poucas ocorrências a heurística gerou bons resultados. O tempo médio de processamento foi de 0,013 segundos para as instâncias de 30 tarefas, 0,017 para as instâncias com 40 tarefas e 0,020 para as instâncias com 50 tarefas.

Figura 4.1 – Distribuição dos gaps para HEU_C 30 x 4

Figura 4.2 – Distribuição dos gaps para HEU_C 40 x 5

Figura 4.3 – Distribuição dos gaps para HEU_C 50 x 6

Em seguida, combinou-se a heurística construtiva com a heurística de busca, descritas nas seções 3.2.5 e 3.2.6. Os resultados estão resumidos na tabela 4.2 e mostraram uma melhoria importante, reduzindo o *gap* médio para 5,31%, 6,12% e 6,14%, respectivamente, para instâncias de 30, 40 e 50 tarefas. As figuras 4.4, 4.5 e 4.6 mostram a dispersão do *gap*. No caso específico de 30 tarefas, apenas uma instância apresentou *gap* superior a 20%. O tempo médio de processamento foi de 0,039 segundos para 30 tarefas, 0,096 para 40 tarefas e 0,196 segundos para 50 tarefas.

Mesmo assim pode-se observar que 40%, 44,80% e 28,80% das instâncias, respectivamente, de 30, 40 e 50 tarefas, ficaram com *gaps* acima de 5%.

Figura 4.4 – Distribuição dos gaps para HEU_C + BL 30 x 4

Figura 4.5 – Distribuição dos gaps para HEU_C + BL 40 x 5

Figura 4.6 – Distribuição dos gaps para HEU_C + BL 50 x 6

Em continuidade, foi processado a metaheurística GRASP, a qual contempla, em sua estrutura, duas fases distintas: a fase construtiva e a fase de busca. Como o procedimento construtivo possui uma componente aleatória na escolha do elemento contido na lista restrita de candidatos, foram realizadas 5 replicações das 375 instâncias. São reportados os valores médios do tempo de processamento e do *gap*, nas tabelas 4.2 e 4.3.

Figura 4.7 – Distribuição dos gaps para GRASP 30 x 4

Figura 4.8 – Distribuição dos gaps para GRASP 40 x 5

Figura 4.9 – Distribuição dos gaps para GRASP 50 x 6

Por último, foi processada a metaheurística GRASP PR, em que seis trajetórias foram exploradas, no caminho de aproximação entre a solução inicial e guia: *path relinking forward*, *path relinking backward*, *path relinking mixed*, *path relinking randomized forward*, *path relinking randomized backward* e *path relinking randomized mixed*. Os resultados indicados referem-se aos casos em que as 6 trajetórias foram exploradas ao mesmo tempo, com o suporte do recurso *multi-threading* de processamento. Os *gaps* médios que já eram bons na versão GRASP puro, foram

melhorados, conforme a tabela 4.2. A distribuição dos *gaps* conforme as figuras 4.10, 4.11 e 4.12 mostra que a maior parte das instâncias possuem *gap* inferior a 2%, sendo que apenas uma instância de 50 tarefas possui *gap* superior a 5%. O tempo médio de processamento foi de 84,745 segundos para as instâncias de 30 tarefas, 211,255 segundos para as instâncias de 40 tarefas e 447,815 para as instâncias de 50 tarefas.

Figura 4.10 – Distribuição dos gaps para GRASP PR 30 x 4

Figura 4.11 – Distribuição dos gaps para GRASP PR 40 x 5

Figura 4.12 – Distribuição dos gaps para GRASP PR 50 x 6

4.3 Discussão

A estratégia de explorar múltiplas trajetórias simultaneamente possibilita atingir uma solução de qualidade em um tempo relativamente baixo. Esta abordagem pode ser ilustrada por meio do seguinte teste: foi selecionada uma instância e processada com as 6 trajetórias individuais (*path relinking forward*, *path relinking backward*, *path relinking mixed*, *path relinking randomized forward*, *path relinking randomized backward* e *path relinking randomized mixed*). E logo após, utilizando o processamento *multi-threading*. Os resultados obtidos estão destacados na tabela 4.4.

Tabela. 4.4 – Abordagem *multi- threading* x processamento individual

Abordagem	Valor da Função Objetivo (\$)	Tempo [Segundos]
Multi-threading	9390	89,534
Path relinking forward	9399	106,474
Path relinking backward	9392	101,76
Path relinking mixed	9401	110,894
Path relinking randomized forward	9403	113,472
Path relinking randomized backward	9398	108,862
Path relinking randomized mixed	9411	122,09

De acordo com a tabela 4.4, a estratégia *multi-threading* consegue obter solução melhor do que o processamento individual e também empregando um tempo

inferior. Em relação à melhor regra de ordenação, as que obtiveram as melhores soluções foram respectivamente (1), (2) e (4). Isto mostra que é vantajoso utilizar várias regras de ordenação na fase de construção do GRASP ao invés de fixar apenas uma.

A importância em mensurar o tempo que um determinado método emprega para alcançar uma dada solução é abordado em Resende; Ribeiro (2003a). Para medir o tempo que os algoritmos empregam para atingir uma solução (*time-to-target value*), é feita uma distribuição empírica em que é fixada uma solução a ser atingida (*target value*) e, em seguida, executa-se o algoritmo T vezes de maneira independente, registrando o tempo que o algoritmo levou para encontrar uma solução melhor ou igual à solução fixada. Para cada algoritmo é associado ao i -ésimo tempo ordenado t_i a probabilidade $p_i = \left(i - \frac{1}{2}\right) / T$ e plotam-se os pontos $z_i = (t_i, p_i)$ para $i = 1, \dots, T$. A figura 4.13 exemplifica uma instância em que foi processada utilizando o GRASP puro e logo após o GRASP PR com a estratégia *multi-threading*. É fácil perceber que o GRASP PR com *multi-threading* consegue atingir uma solução de qualidade com tempo muito inferior do que o GRASP puro.

Figura 4.13 – Tempo para alcançar uma dada solução (GRASP PR x GRASP).

Posteriormente, utilizou-se o conjunto de instâncias fornecido por Jouglet; Savourey (2011), o qual foi implementado com *multi-threading* e também sem *multi-threading*. Para reforçar a eficácia do processamento *multi-threading* em relação ao processamento de uma única trajetória, foram realizados novos testes, envolvendo os seguintes portes de instâncias: 10 tarefas e 2 máquinas, 15 tarefas e 3 máquinas e 20 tarefas e 3 máquinas, sendo que cada porte possui 120 instâncias, e para cada instância foram realizadas 10 replicações. Cada instância foi processada até que a solução ótima fornecida pelos autores fosse alcançada. O artigo dos autores também relata o tempo empregado para a solução ótima ser alcançada, e por meio da tabela 4.5, percebe-se que o GRASP com *path relinking* obtém a solução ótima empregando tempo computacional muito inferior ao *Branch and Bound* utilizado por Jouglet; Savourey (2011).

Tabela 4.5 - Processamento *multi-threading* x *Branch and Bound*

Método	Tarefas x máquinas [Tempo em milissegundos]		
	10 x 2	15 x 3	20 x 3
<i>Branch and Bound</i> (Jouglet e Savourey); Pentium 1.6 GHz	39,075	10.099,58	291.236,38
GRASP com <i>Path Relinking</i> (<i>Backward</i>); Pentium 2.8 GHz	31,549	54,005	52,782
GRASP com <i>Path Relinking</i> (Processamento <i>Multi-threading</i>); 2.8 GHz	18,997	31,033	32,098

Ainda em relação a tabela 4.5, a estratégia *multi-threading* é comparada com uma versão do GRASP *path relinking* sem *multi-threading*, utilizando a estratégia *backward*, sendo que a implementação com o *multi-threading* fornece soluções melhores que à versão *backward*. É importante destacar que 66,07%, 74,02% e 64,44% respectivamente, de 10, 15 e 20 tarefas, representam o quanto o GRASP com *Path Relinking multi-threading* é melhor que o GRASP com *Path Relinking Backward*. É importante ressaltar que, embora os *hardwares* sejam diferentes, o que impede que a comparação seja mais justa, os tempos de processamento possuem ordem de grandeza distinta, o que confirma a eficácia do método proposto.

Por último, cabe destacar que os *gaps* obtidos poderão, eventualmente, ser melhorados se os resultados dos métodos desenvolvidos forem comparados com os

valores ótimos das funções objetivo, as invés dos limitantes obtidos pelo método de geração de colunas. Isto mostra que os resultados obtidos já são bastante satisfatórios.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A presente pesquisa estudou um problema real de programação de embarcações especializadas em operações de lançamento de *risers* e interligação submarina, que representa uma etapa importante do desenvolvimento de um campo petrolífero. As embarcações empregadas são as PLVs – *pipe layer vessels* e representam recursos críticos para as empresas petrolíferas.

Cada tarefa a ser realizada possui um potencial de produção associado, que diz respeito ao volume diário de produção esperado ao longo da vida útil do poço que será interligado. Assim, quando uma tarefa é adiada para a realização de outra, significa adiar o retorno sobre o investimento. Existem algumas restrições operacionais que devem ser consideradas e com isso, o objetivo é encontrar a sequência de execução das tarefas, de forma a minimizar as perdas financeiras pelo atraso no início da execução das mesmas em relação as respectivas datas de liberação.

O problema foi modelado e resolvido como um problema de máquinas paralelas não-relacionadas, empregando um modelo de programação linear inteira mista, baseado na formulação de van den Akker *et al.* (2000), em que a formulação utiliza uma escala de tempo discretizada. Para a geração dos limitantes inferiores, foi utilizada a técnica de geração de colunas, onde foi formulado empregando-se a decomposição de *Dantzig-Wolfe*.

Os métodos de solução propostos foram: heurística construtiva, heurística construtiva com busca local (busca local inserção e busca local troca), GRASP e GRASP com *path relinking*, sendo que no *path relinking*, foram utilizadas algumas variações como *path relinking forward*, *backward*, *mixed*, *randomized forward*, *randomized backward* e *randomized mixed*. Por último, uma versão do *path relinking* explorando as diversas trajetórias simultaneamente, por meio da abordagem *multi-threading*.

Os resultados destacam que as soluções fornecidas são de boa qualidade, tendo em vista que os gaps ficaram inferiores a 2% para a maioria das instâncias. A aplicação do *path relinking* contribuiu para a melhoria da qualidade das soluções. Em todas as

instâncias, o GRASP com *path relinking*, implementado com *multi-threading*, em média, foi mais eficaz e com tempo de processamento competitivo conforme destaca a tabela 4.3.

Apesar do bom desempenho das heurísticas propostas, principalmente o GRASP e o GRASP com *path relinking*, em que os *gaps* obtidos ficaram abaixo de 2% em média, é interessante testar novas abordagens, por exemplo, a combinação de uma solução inicial com múltiplas guias com processamento *multi-threading*. Novas estruturas de vizinhança para a busca local podem ser importantes, no caso de instâncias de maior porte por exemplo, a estratégia de vizinhança variável. Outras meta-heurísticas como a busca tabu, algoritmo genético, e a busca dispersa, estruturadas para ambiente *multi-threading* podem ser interessantes. Instâncias poderão ser desenvolvidas para cenários maiores; também é importante destacar a possível utilização de regras dinâmicas para a fase construtiva do GRASP (GRASP reativo) e também o processo evolucionário com as soluções de elite.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AARTS, E.; LENSTRA, J. K. **Local Search in combinatorial optimization**. Princeton University Press. New Jersey, 2003, 512 p.

ABEAM. **Associação Brasileira das Empresas de Apoio Marítimo**. Disponível em: <<http://www.abeam.org.br>>. Acesso em 10 Jul. 2010.

ALIDAEI, B.; ROSA, D. Scheduling parallel machines to minimize total weighted and unweighted tardiness, *Computers & Operations Research*, 24:8, p.775-788, 1997.

ALLSEAS. **Allseas'Equipment gallery**. Disponível em <<http://www.allseas.com/uk>>. Acesso em 10 Jul. 2010.

AZIZOGLU, M.; KIRCA, O. Tardiness minimization on parallel machines. **International Journal of Production Economics**, 55, p.163-168, 1998.

AZIZOGLU, M.; KIRCA, O. Scheduling jobs on unrelated parallel machines to minimize regular total cost functions. **IIE Transactions**, 31, p.153-159, 1999.

BAKER, K. R. **Introduction to Sequencing and Scheduling**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1974. 305p.

BAKER, K. R.; BERTRAND, J. W. M. A dynamic priority rule for scheduling against due-dates. **Journal of Operations Management**, 3:1, p.37-42, 1982.

BEASLEY, J. E. OR-Library: distributing test problems by electronic mail. **Journal of the Operational Research Society**, 41:11, p.1069-1072, 1990.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, 22:2, p.241-254, 2002.

BISKUP, D.; HERRMANN, J. E GUPTA, J.N.D. Scheduling identical parallel machines to minimize total tardiness. **International Journal of Production Economics**, 115, 134-142, 2008.

BLAZEWICZ, J.; DROR, M.; WEGLARZ, J. Mathematical programming formulations for machine scheduling: a survey. **European Journal of Operational Research**, 51, p.283-300, 1991.

BLAZEWICZ, J.; DROZDOWSKI, M.; FORMANOWICZ, P.; KUBIAK, W.; SCHMIDT, G. Scheduling preemptable tasks on parallel processors with limited availability. **Parallel Computing**, 26, p.1195-1211, 2000.

BOUDIA, M.; LOULY, M.A.O. E PRINS, C. A reactive GRASP and path relinking for a combined production-distribution problem. **Computers & Operations Research**, 34, 3402-3419, 2007.

BRØNMO, G.; CHISTIANSEN, M.; FAGERHOLT, K.; NYGREEN, B. A multi-start local search heuristic for ship scheduling - a computational study. **Computers & Operations Research**, 34, p.900-917, 2007a.

BRØNMO, G.; CHISTIANSEN, M.; NYGREEN, B. Ship routing and scheduling with flexible cargo sizes. **Journal of the Operational Research Society**, 58, p.1167-1177, 2007b.

BRØNMO, G.; NYGREEN, B.; LYSGAARD, J. Column generation approaches to ship scheduling with flexible cargo sizes. **European Journal of Operational Research**, 200, p.139-150, 2010.

BROWN, G.G.; GRAVES, G. W.; RONEN, D. Scheduling ocean transportation of crude oil. **Management Science**, 33:3, p.335-346, 1987.

BRUCKER, P.; JURISCH, B; KRAMER, A. Complexity of scheduling problems with multi-purpose machines. **Annals of Operations Research**, 70, p.57-73, 1997.

BRUCKER, P. **Scheduling Algorithms**. New York: Berlin: Springer, 2007. 371p.

BRUNO, J.; COFFMAN, J.; SETHI, R. Scheduling independent tasks to reduce mean finishing time. *Communications of the ACM*, 17:7, p.382-387, 1974.

CARROLL, D. C. Heuristic sequencing of jobs with single and multiple components. Ph.D. Thesis. Sloan School of Management, MIT, 1965.

CAO, D.; CHEN, M.; WAN, G. Parallel machine selection and job scheduling to minimize machine cost and job tardiness. *Computers & Operations Research*, 32, p.1995-2012, 2005.

CHEN, Z. L.; POWELL, W. B. A column generation based decomposition algorithm for a parallel machine just-in-time scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, 116, p.220-232, 1999.

CHENG, T. C. E.; SIN, C. C. S. A state-of-the-art review of parallel-machine scheduling research. **European Journal of Operational Research**, 47, p.271-292, 1990.

CRAUWELS, H. A. J.; POTTS, C. N.; VAN WASSENHOVE, L. N. Local search heuristics for the single machine total weighted tardiness scheduling problem. **Inform Journal on Computing**, 10, p.341-350, 1998.

DAVIS, E.; JAFFE, J. M. Algorithms for scheduling tasks on unrelated processors. **Journal of the Association for Computing Machinery**, 28, p.721-736, 1981.

DEMEULEMEESTER, E. L.; HERROELEN, W. S. **Project scheduling: a research handbook**. Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic, 2002, 685 p.

FAGERHOLT, K. A computer-based decision support system for vessel fleet scheduling-experience and future research. **Decision Support Systems**, 37, p.35-47, 2004.

FEO, T.A. E RESENDE, M.G.C. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. **Operations Research Letter**, 8, 67-71, 1989.

FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedures. **Journal of Global Optimization**, 6, p.109-133, 1995.

FULLER, J. A. Optimal solutions versus 'good' solutions: an analysis of heuristic decision making. **Omega The International Journal of Management Science**, 6:6, p.479-484, 1978.

GLASS, C. A.; POTTS, C. N.; SHADE, P. Unrelated parallel machine scheduling using local search. **Mathematical and Computer Modeling**, 20:2, p.41-52, 1994.

GLOVER, F. Tabu search and adaptive memory programming – advances, applications and challenges, em Barr, R. S.; Helgason, R.V. e Kennington, J. L. (Eds.), **Interfaces in Computer Science and Operations Research**. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1-75, 1996.

GLOVER, F.; LAGUNA, M.; MARTÍ, R.; Fundamentals of Scatter Search and Path Relinking. **Control and Cybernetics**, 29:3, p.653-684, 2000.

GRAHAM, R. L. Bounds on multiprocessing timing anomalies. **Siam Journal on Applied Mathematics**, 17:2, p.416-429, 1969.

GRAHAM, R. L.; LAWLER, E. L.; LENSTRA, J. K.; RINNOOY, K. A. H. G. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. **Annals of Discrete Mathematics**, 5, p.287-326, 1979.

HARIRI, A. M. A.; POTTS, C. N. Heuristics for scheduling unrelated parallel machines. **Computers & Operations Research**, 18: 3, p.323-331, 1991.

HO, S.C. E GENDREAU, M. Path relinking for the vehicle routing problem. **Journal of Heuristics**, 12, 55-72, 2006

HOROWITZ, E.; SAHNI, S. Exact and approximate algorithms for scheduling nonidentical processors. **Journal of the Association for Computing Machinery**, 23:2, p.317-327, 1976.

IBARRA, O.H.; KIM, C.E. Heuristic algorithms for scheduling independent tasks on nonidentical processors. **Journal of the Association for Computing Machinery**, 24:2, p.280-289, 1977.

JANSEN, K.; PORKOLAB, L. Improved approximation schemes for scheduling unrelated parallel machines. **Mathematics of Operations Research**, 26:2, 324-338, 2001.

JOUGLET, A.; SAVOUREY, D. Dominance rules for the parallel machine total weighted tardiness scheduling problem with release dates. **Computers & Operations Research**, 38, p.1259-1266, 2011.

KOULAMAS, C. Decomposition and hybrid simulated annealing heuristics for the parallel-machine total tardiness problem. **Naval Research Logistics**, 44, p.109-125, 1997.

LAWLER, E. L.; LABETOULLE, J. On preemptive scheduling of unrelated parallel processors by linear programming. **Journal of the Association for Computing Machinery**, 25:4, 612-619, 1978.

LEE, C.Y. Parallel machines scheduling with nonsimultaneous machine available time. **Discrete Applied Mathematics**, 30, 53-61, 1991.

LENSTRA, J. K.; SHMOYS, D. B.; TARDOS, E. Approximation algorithms for scheduling unrelated parallel machines. **Mathematical Programming**, 46, p.259-271, 1990.

LIAW, C-F; LIN, Y-K; CHENG, C-Y; CHEN, M. Scheduling unrelated parallel machines to minimize total weighted tardiness. **Computers & Operations Research**, 30, p.1777-1789, 2003.

LIN, Y. K.; PFUND, M. E.; FOWLER, J. W. Heuristics for minimizing regular performance measures in unrelated parallel machine scheduling problems. **Computers & Operations Research**, 38, p.901-916, 2011.

McNAUGHTON, R. Scheduling with deadlines and loss functions. **Management Science**, 6, p.1-12, 1959.

MENDES, A. B. **Programação de frota de apoio a operações “offshore” sujeita à requisição de múltiplas embarcações para uma mesma tarefa**. 2007. 224 p. Tese (Doutorado). Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2007.

MENDES, A. B.; QUEIROZ, M. M.; MOURA, V. C. Scheduling pipe layer vessels using tabu search. **Alio-Informs Joint International Meeting**, Book of abstracts, 1, p.66-66, 2010.

MILLER, D. M. An interactive, computer-aided ship scheduling system. **European Journal of Operational Research**, 32, p.363-379, 1987.

MORTON, T. E.; RACHAMADUGU, R. M.; VEPSALAINEN, A. Accurate myopic heuristics for tardiness scheduling. GSIA Working Paper No, 36-83-84, **Carnegie-Mellon University**, PA, 1984.

MORTON, T. E.; PENTICO, D. W. **Heuristic Scheduling Systems: with applications to production systems and project management**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1993. 695p.

OR-LIBRARY. Disponível em: <<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>>
Acesso em 14 Nov. 2009.

OU, J.; LEUNG, J. Y.-T. Scheduling parallel machines with inclusive processing set restrictions. **Naval Research Logistics**, 55, p.328-338, 2008.

PANWALKAR, S.S.; SMITH, M.L.; KOULAMAS, C. A heuristic for the single machine tardiness problem. **European Journal of Operational Research**, 70, 304-310, 1993.

PIERSMA, N.; VAN DIJK, W. A local search heuristic for unrelated parallel machine scheduling with efficient neighborhood search. **Mathematical and Computer Modeling**, 24:9, p.11–19, 1996.

PINEDO, M. **Scheduling: theory, algorithms, and systems**. New Jersey: Prentice-Hall; 2002.

POTTS, C. N. Analysis of a linear-programming heuristic for scheduling unrelated parallel machines. **Discrete Applied Mathematics**, 10, p.155–164, 1985.

PRAIS, M.; RIBEIRO, C. C. Reactive GRASP: an application to a matrix decomposition problem in TDMA traffic assignment, *Inform Journal on Computing*, 12, p.164-176, 2000.

RESENDE, M. G. C.; RIBEIRO, C. C. Greedy randomized adaptive search procedures. In: Glover, F.; Kochenberger, G. (eds). **Handbook of Metaheuristics**. Kluwer, 219-249, 2003a.

RESENDE, M.G.C.; RIBEIRO, C.C. Grasp with path relinking: recent advances and applications. **AT & T Labs Technical Report TD-5TU726**, 1-24, 2003b.

RESENDE, M.G.C.; WERNECK, R.F. A hybrid heuristic for the p-median problem. **Journal of Heuristics**, 10, 59-88, 2004.

RESENDE, M.G.C.; MARTÍ, R.; GALLEGÓ, M.; DUARTE, A. Grasp and path relinking for the max-min diversity problem. **Computers & Operations Research**, 37, 498-508, 2010a.

RESENDE, M.G.C.; RIBEIRO, C.C.; GLOVER, F. E R. MARTÍ. Scatter search and path-relinking: Fundamentals, advances, and applications, em Gendreau, M. e Potvin, J.-Y. (Eds.). **Handbook of Metaheuristics**, Springer, New York, 87-107, 2010b.

RIBEIRO, C.C.; ROSSETI, I. Efficient parallel cooperative implementations of GRASP heuristics. **Parallel Computing**, 33, 21-35, 2007.

RIBEIRO, C.C.; ROSSETI, I.; VALLEJOS, R. On the use of run time distributions to evaluate and compare stochastic local search algorithms em Stützle, T.; Birattari, M. e Hoos, H.H. (Eds.). **Lecture Notes in Computer Science**, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 16-30, 2009.

RONEN, D. Ship scheduling: the last decade. **European Journal of Operational Research**, 71, p.325-333, 1993.

SHIM, S-O. E KIM, Y-D. Scheduling on parallel identical machines to minimize total tardiness. **European Journal of Operational Research**, 177, 135-146, 2007.

UNLU, Y.; MASON, S. J. Evaluation of mixed integer formulations for non-preemptive parallel machine scheduling problems. **Computers & Industrial Engineering**, 58, p.785-800, 2010.

VAN DEN AKKER, J.M.; HURKENS, C.A.J. E SAVELSBERGH, M.W.P. Time-indexed formulations for machine scheduling problem: column generation. **INFORMS Journal on Computing**, 12, 111-124, 2000.

VOß, S. Metaheuristics: the state of the art. In: Nareyek, A. (ed). **Local search for planning and scheduling**, LNAI. 2148, Berlin, p.1-23, 2001.

ZANAKIS, S. H.; EVANS, J. R.; VAZACOPOULOS, A. A. Heuristic methods and applications: a categorized survey. **European Journal of Operational Research**, 43, p.88-110, 1989.

APÊNDICE A – Gap Médio 30 x 4, 40 x 5 e 50 x 6

APÊNDICE B – Tempo médio de processamento 30x4, 40x5 e 50x6

APÊNDICE C – Resultados GC x GRASP 30 x 4

Instância	GC	Tempo [Seg]	Grasp 30 x 4	Tempo [Seg]	Gap %
1	15.417	1,000	15.546	50,434	0,83
2	7.433	2,000	7.457	55,894	0,32
3	16.530	2,000	16.649	57,236	0,71
4	16.053	1,000	16.097	47,205	0,27
5	6.992	1,000	7.054	49,264	0,88
6	9.059	1,000	9.217	45,848	1,71
7	6.447	1,000	6.519	53,398	1,10
8	6.773	2,000	6.868	51,682	1,38
9	10.539	2,000	10.589	58,110	0,47
10	9.324	1,000	9.397	57,158	0,78
11	9.430	2,000	9.525	64,381	1,00
12	6.694	2,000	6.871	65,005	2,58
13	4.835	1,000	4.936	60,512	2,05
14	8.968	2,000	9.056	56,550	0,97
15	4.257	1,000	4.330	56,612	1,69
16	2.107	1,000	2.253	39,826	6,48
17	1.999	2,000	2.083	63,226	4,03
18	2.109	1,000	2.119	49,545	0,47
19	3.706	1,000	3.838	59,670	3,44
20	1.875	1,000	1.903	39,561	1,47
21	1.958	1,000	2.015	42,229	2,83
22	2.310	2,000	2.385	48,937	3,14
23	2.456	1,000	2.494	43,680	1,52
24	1.372	1,000	1.409	47,782	2,63
25	1.798	1,000	2.057	43,336	12,59
26	6.326	2,000	6.351	54,178	0,39
27	9.809	2,000	9.816	54,459	0,07
28	16.150	1,000	16.225	55,551	0,46
29	14.081	2,000	14.135	46,971	0,38
30	12.761	2,000	12.765	51,948	0,03
31	8.187	2,000	8.273	70,262	1,04
32	8.684	2,000	8.835	48,422	1,71
33	6.440	1,000	6.471	57,486	0,48
34	4.939	1,000	4.969	39,702	0,60
35	4.366	2,000	4.478	57,844	2,50
36	6.741	2,000	6.848	50,637	1,56
37	7.648	1,000	7.792	54,288	1,85
38	2.309	1,000	2.400	54,303	3,79
39	4.830	1,000	4.975	48,188	2,91
40	5.007	1,000	5.115	44,803	2,11
41	3.922	2,000	3.928	49,311	0,15
42	2.672	2,000	2.735	47,158	2,30
43	1.755	1,000	1.765	34,834	0,57
44	1.449	2,000	1.532	30,872	5,42
45	3.542	2,000	3.651	56,128	2,99
46	2.037	1,000	2.055	43,586	0,88
47	2.577	2,000	2.599	35,224	0,85
48	1.602	1,000	1.646	52,322	2,67
49	1.711	1,000	1.827	46,472	6,35
50	2.219	1,000	2.248	34,834	1,29
51	9.481	2,000	9.543	49,046	0,65
52	15.342	1,000	15.439	56,144	0,63
53	7.480	2,000	7.512	58,780	0,43
54	11.144	2,000	11.204	55,021	0,54
55	10.736	1,000	10.821	51,729	0,79
56	7.115	1,000	7.149	65,613	0,48
57	7.484	1,000	7.546	56,503	0,82
58	5.353	2,000	5.369	57,033	0,30
59	7.662	2,000	7.700	60,075	0,49
60	8.908	1,000	8.984	64,818	0,85
61	6.398	1,000	6.507	60,496	1,68
62	4.820	1,000	5.032	52,728	4,21
63	5.546	2,000	5.631	54,178	1,51
64	5.634	1,000	5.876	59,467	4,12
65	6.809	2,000	6.995	56,674	2,66

Continuação

66	4.388	2,000	4.665	52,369	5,94
67	3.618	1,000	3.705	65,426	2,35
68	3.437	1,000	3.586	56,269	4,16
69	4.024	1,000	4.223	43,071	4,71
70	5.092	1,000	5.241	53,508	2,84
71	3.032	2,000	3.145	58,375	3,59
72	1.391	2,000	1.435	48,890	3,07
73	3.016	1,000	3.208	49,639	5,99
74	2.718	1,000	2.790	44,350	2,58
75	2.888	1,000	2.948	41,667	2,04
76	10.469	1,000	10.528	48,734	0,56
77	8.745	2,000	8.810	45,879	0,74
78	8.652	1,000	8.751	45,942	1,13
79	9.831	2,000	9.968	53,102	1,37
80	7.737	1,000	7.815	48,453	1,00
81	7.408	1,000	7.502	53,913	1,25
82	9.421	1,000	9.531	65,582	1,15
83	10.549	2,000	10.634	50,263	0,80
84	11.406	1,000	11.506	54,194	0,87
85	8.122	1,000	8.191	61,120	0,84
86	7.484	1,000	7.692	49,810	2,70
87	6.185	1,000	6.319	58,515	2,12
88	7.909	2,000	8.023	50,185	1,42
89	10.978	1,000	11.183	55,411	1,83
90	8.826	2,000	8.943	56,269	1,31
91	8.260	1,000	8.493	40,965	2,74
92	5.554	1,000	5.744	48,328	3,31
93	6.461	1,000	6.625	53,757	2,48
94	7.778	1,000	7.925	68,998	1,85
95	7.850	1,000	7.982	54,272	1,65
96	3.676	2,000	3.847	41,901	4,45
97	4.906	1,000	5.059	43,492	3,02
98	1.601	1,000	1.676	53,352	4,47
99	5.282	1,000	5.377	42,385	1,77
100	7.419	1,000	7.610	40,591	2,51
101	17.076	2,000	17.192	51,854	0,67
102	8.986	1,000	9.120	41,074	1,47
103	8.737	1,000	8.802	53,461	0,74
104	12.099	1,000	12.268	57,798	1,38
105	9.911	1,000	10.053	49,108	1,41
106	11.008	2,000	11.202	32,931	1,73
107	13.667	2,000	13.823	52,946	1,13
108	12.375	2,000	12.529	57,891	1,23
109	14.597	1,000	14.755	51,526	1,07
110	10.668	1,000	10.781	51,012	1,05
111	11.353	1,000	11.449	52,213	0,84
112	16.857	2,000	17.017	55,348	0,94
113	14.871	1,000	14.951	57,439	0,54
114	14.882	2,000	15.039	56,674	1,04
115	17.117	1,000	17.245	62,602	0,74
116	7.988	2,000	8.119	55,894	1,61
117	6.272	1,000	6.367	58,125	1,49
118	11.147	2,000	11.251	56,643	0,92
119	9.748	2,000	9.835	56,238	0,88
120	8.002	1,000	8.121	44,990	1,47
121	9.620	1,000	9.768	62,197	1,52
122	16.018	2,000	16.158	70,262	0,87
123	8.466	1,000	8.634	51,573	1,95
124	9.410	2,000	9.546	60,918	1,42
125	15.361	1,000	15.540	63,211	1,15

APÊNDICE D – Resultados GC x GRASP 40 X 5

Instância	GC	Tempo [Seg]	Grasp 40 x 5	Tempo [Seg]	Gap %
1	16.268	2,000	16.373	160,472	0,64
2	12.354	3,000	12.465	146,609	0,89
3	14.262	3,000	14.397	164,564	0,94
4	18.806	2,000	18.927	180,164	0,64
5	16.559	3,000	16.693	138,403	0,80
6	11.196	2,000	11.355	135,501	1,40
7	15.934	2,000	16.164	134,877	1,42
8	15.577	2,000	15.763	167,169	1,18
9	12.100	3,000	12.194	161,865	0,77
10	10.656	2,000	10.728	156,889	0,67
11	7.910	2,000	8.091	165,485	2,24
12	5.238	2,000	5.346	145,726	2,02
13	6.130	4,000	6.357	148,293	3,57
14	10.998	3,000	11.155	179,718	1,41
15	6.830	2,000	7.028	131,397	2,82
16	2.257	3,000	2.286	117,858	1,27
17	2.074	2,000	2.159	139,060	3,94
18	2.698	2,000	2.889	159,469	6,61
19	3.300	2,000	3.420	166,315	3,51
20	2.395	2,000	2.488	133,020	3,74
21	2.291	2,000	2.327	178,594	1,55
22	891	3,000	924	148,600	3,57
23	2.175	2,000	2.261	120,548	3,80
24	2.079	2,000	2.214	144,636	6,10
25	789	2,000	848	156,613	6,96
26	13.673	2,000	13.680	192,675	0,05
27	11.241	3,000	11.256	178,893	0,13
28	9.602	2,000	9.651	197,503	0,51
29	12.161	3,000	12.232	158,571	0,58
30	13.194	3,000	13.236	154,015	0,32
31	13.273	2,000	13.406	161,514	0,99
32	5.918	1,000	6.034	153,270	1,92
33	9.530	3,000	9.621	163,526	0,95
34	10.353	3,000	10.439	163,247	0,82
35	12.314	2,000	12.412	158,695	0,79
36	6.470	2,000	6.515	163,930	0,69
37	4.759	3,000	4.818	178,676	1,22
38	5.565	2,000	5.634	167,428	1,22
39	4.538	2,000	4.583	171,277	0,98
40	6.867	2,000	6.978	146,634	1,59
41	3.111	1,000	3.194	150,705	2,60
42	3.012	1,000	3.048	144,772	1,18
43	3.370	2,000	3.501	158,845	3,74
44	3.829	3,000	4.022	144,902	4,80
45	7.552	3,000	7.687	132,888	1,76
46	1.035	3,000	1.056	132,197	1,99
47	1.350	2,000	1.482	132,884	8,91
48	1.703	2,000	1.762	135,981	3,35
49	3.614	2,000	3.653	126,563	1,07
50	2.169	2,000	2.409	142,981	9,96
51	17.568	2,000	17.626	153,052	0,33
52	16.600	3,000	16.702	131,920	0,61
53	14.099	2,000	14.180	145,485	0,57
54	16.217	4,000	16.285	139,105	0,42
55	21.364	2,000	21.363	165,843	0,00
56	8.516	2,000	8.577	134,160	0,71
57	8.735	3,000	8.870	143,411	1,52
58	10.568	3,000	10.673	150,977	0,98
59	13.446	2,000	13.660	111,696	1,57
60	15.392	4,000	15.462	144,569	0,45
61	6.801	3,000	7.047	151,632	3,49
62	11.354	3,000	11.488	151,195	1,17
63	5.282	2,000	5.422	143,083	2,58
64	6.746	2,000	6.918	149,058	2,49
65	7.881	2,000	7.922	151,148	0,52

Continuação

66	5.043	3,000	5.268	141,273	4,27
67	8.324	3,000	8.648	118,607	3,75
68	4.918	2,000	5.133	167,013	4,19
69	4.314	2,000	4.404	121,503	2,04
70	8.994	3,000	9.220	161,959	2,45
71	4.768	3,000	4.937	153,285	3,42
72	2.412	2,000	2.507	134,441	3,79
73	3.328	4,000	3.448	144,971	3,48
74	5.220	3,000	5.413	162,489	3,57
75	5.939	2,000	6.235	177,855	4,75
76	16.710	3,000	16.823	162,723	0,67
77	17.545	2,000	17.667	163,316	0,69
78	20.522	4,000	20.590	189,930	0,33
79	16.139	2,000	16.350	167,279	1,29
80	13.118	3,000	13.210	177,949	0,70
81	10.847	3,000	11.034	174,720	1,69
82	11.506	3,000	11.642	140,025	1,17
83	12.304	3,000	12.460	164,018	1,25
84	11.744	2,000	11.917	126,438	1,45
85	10.649	2,000	10.825	140,556	1,63
86	9.919	2,000	10.035	137,342	1,16
87	11.926	3,000	12.162	138,013	1,94
88	9.962	2,000	10.138	126,319	1,74
89	10.901	4,000	11.098	156,047	1,78
90	9.623	2,000	9.853	144,409	2,33
91	13.182	2,000	13.383	150,914	1,50
92	9.152	3,000	9.333	164,439	1,94
93	7.381	2,000	7.404	149,963	0,31
94	6.712	2,000	6.838	151,975	1,84
95	6.392	3,000	6.531	136,359	2,13
96	5.114	2,000	5.375	134,565	4,86
97	4.379	2,000	4.665	132,803	6,13
98	5.725	3,000	5.854	149,432	2,20
99	8.494	3,000	8.773	156,437	3,18
100	10.313	2,000	10.528	145,298	2,04
101	13.236	3,000	13.409	146,593	1,29
102	10.728	2,000	10.920	126,329	1,76
103	18.927	2,000	19.125	149,370	1,04
104	15.636	2,000	15.783	111,399	0,93
105	17.608	2,000	17.762	130,603	0,87
106	28.965	2,000	29.197	146,219	0,79
107	24.379	3,000	24.622	147,981	0,99
108	16.233	3,000	16.336	129,199	0,63
109	16.520	4,000	16.717	144,534	1,18
110	13.275	2,000	13.465	132,444	1,41
111	13.592	2,000	13.760	163,753	1,22
112	15.088	2,000	15.259	148,808	1,12
113	18.774	3,000	18.959	174,626	0,98
114	12.237	2,000	12.385	130,416	1,19
115	21.701	2,000	21.914	170,009	0,97
116	10.947	3,000	11.091	152,973	1,30
117	14.926	2,000	15.016	156,203	0,60
118	10.941	3,000	11.119	146,203	1,60
119	15.538	5,000	15.705	150,774	1,06
120	9.776	3,000	9.932	142,927	1,57
121	9.086	2,000	9.224	185,219	1,50
122	10.350	3,000	10.665	150,555	2,95
123	15.316	3,000	15.498	161,663	1,17
124	12.080	2,000	12.312	161,694	1,88
125	14.363	3,000	14.560	156,171	1,35

APÊNDICE E – Resultados GC x GRASP 50 X 6

Instância	GC	Tempo [Seg]	Grasp 50 x 6	Tempo [Seg]	Gap %
1	23.300	5,000	23.461	346,343	0,69
2	27.230	4,000	27.427	299,325	0,72
3	20.964	5,000	21.077	370,344	0,54
4	19.685	6,000	19.869	385,498	0,93
5	18.169	5,000	18.170	335,755	0,01
6	17.818	4,000	17.897	383,005	0,44
7	16.788	7,000	16.816	404,185	0,17
8	15.875	4,000	16.058	343,753	1,14
9	11.768	4,000	11.952	345,837	1,54
10	12.633	4,000	12.791	350,627	1,24
11	15.054	3,000	15.210	303,592	1,03
12	13.361	3,000	13.459	364,057	0,73
13	10.604	3,000	10.763	258,149	1,48
14	13.885	4,000	14.049	362,140	1,17
15	12.450	4,000	12.652	314,012	1,60
16	8.732	3,000	8.933	353,730	2,25
17	12.989	4,000	13.188	342,061	1,51
18	7.817	3,000	8.065	380,827	3,08
19	5.246	3,000	5.397	345,385	2,80
20	11.428	4,000	11.686	376,506	2,21
21	4.304	3,000	4.527	287,524	4,93
22	3.328	3,000	3.509	300,877	5,16
23	4.485	3,000	4.638	309,599	3,30
24	2.498	3,000	2.728	295,199	8,43
25	6.081	2,000	6.257	348,723	2,81
26	18.528	2,000	18.613	318,318	0,46
27	22.599	5,000	22.769	354,323	0,75
28	21.794	4,000	21.921	350,034	0,58
29	18.824	4,000	18.894	340,470	0,37
30	18.964	4,000	19.037	326,617	0,38
31	16.037	3,000	16.191	284,045	0,95
32	9.205	3,000	9.254	272,705	0,53
33	15.720	6,000	15.831	382,637	0,70
34	12.796	4,000	12.886	400,031	0,70
35	14.131	5,000	14.168	315,463	0,26
36	11.894	4,000	12.090	337,273	1,62
37	10.907	3,000	10.952	359,518	0,41
38	12.976	3,000	13.139	282,937	1,24
39	11.165	3,000	11.365	291,814	1,76
40	9.345	3,000	9.503	307,741	1,66
41	12.929	3,000	13.108	330,471	1,37
42	8.023	4,000	8.115	327,194	1,13
43	5.928	3,000	6.113	338,146	3,03
44	8.743	3,000	9.045	241,067	3,34
45	9.334	4,000	9.733	351,422	4,10
46	5.634	3,000	5.876	362,513	4,12
47	2.802	4,000	2.978	337,085	5,91
48	4.126	2,000	4.268	382,902	3,33
49	5.948	3,000	6.103	281,533	2,54
50	6.728	3,000	6.967	342,952	3,43
51	16.507	3,000	16.561	339,409	0,33
52	20.136	4,000	20.198	363,917	0,31
53	18.094	4,000	18.160	337,568	0,36
54	20.168	3,000	20.213	295,668	0,22
55	23.157	4,000	23.238	315,806	0,35
56	14.703	4,000	14.751	342,451	0,33
57	15.734	4,000	15.859	342,919	0,79
58	16.464	4,000	16.525	384,900	0,37
59	15.565	3,000	15.682	283,982	0,75
60	14.488	6,000	14.565	363,340	0,53
61	11.345	3,000	11.505	328,708	1,39
62	13.058	4,000	13.324	293,966	2,00
63	11.511	4,000	11.715	383,574	1,74
64	8.976	4,000	9.137	322,639	1,76
65	9.318	4,000	9.539	378,768	2,32

Continuação

66	14.299	3,000	14.632	393,729	2,28
67	8.108	3,000	8.353	269,444	2,93
68	13.424	3,000	13.768	368,769	2,50
69	9.777	5,000	10.026	324,059	2,48
70	11.600	3,000	11.880	324,886	2,36
71	13.959	2,000	14.377	327,008	2,91
72	16.575	4,000	16.896	356,413	1,90
73	7.345	4,000	7.627	289,708	3,70
74	7.972	5,000	8.176	327,428	2,50
75	7.874	3,000	8.155	286,338	3,45
76	23.774	5,000	23.940	336,867	0,69
77	32.450	5,000	32.610	429,297	0,49
78	31.574	4,000	31.761	314,512	0,59
79	24.191	4,000	24.404	316,228	0,87
80	21.434	5,000	21.561	289,178	0,59
81	21.033	3,000	21.272	306,197	1,12
82	19.407	4,000	19.644	388,830	1,21
83	18.571	4,000	18.887	331,250	1,67
84	17.673	5,000	17.907	340,253	1,31
85	20.675	4,000	20.887	352,045	1,01
86	23.996	5,000	24.251	379,330	1,05
87	18.892	5,000	19.130	395,928	1,24
88	18.138	4,000	18.312	336,072	0,95
89	17.025	3,000	17.304	353,371	1,61
90	20.835	4,000	21.086	367,396	1,19
91	18.049	4,000	18.300	315,385	1,37
92	14.912	5,000	15.105	331,110	1,28
93	16.367	5,000	16.716	327,305	2,09
94	11.286	4,000	11.637	256,012	3,02
95	13.989	4,000	14.328	347,475	2,37
96	11.832	4,000	12.133	343,029	2,48
97	17.277	3,000	17.574	334,949	1,69
98	22.669	4,000	23.026	373,932	1,55
99	13.740	3,000	14.074	290,597	2,37
100	12.885	3,000	13.107	381,904	1,69
101	29.384	3,000	29.659	281,954	0,93
102	24.716	5,000	24.980	289,334	1,06
103	28.295	4,000	28.541	300,690	0,86
104	28.594	5,000	28.796	310,752	0,70
105	21.524	5,000	21.777	283,078	1,16
106	24.259	4,000	24.528	334,214	1,10
107	18.114	4,000	18.372	332,094	1,40
108	26.604	4,000	26.871	309,535	0,99
109	29.050	3,000	29.290	275,964	0,82
110	19.312	4,000	19.540	291,595	1,17
111	19.603	4,000	19.779	326,041	0,89
112	21.292	4,000	21.471	330,408	0,83
113	25.006	5,000	25.209	324,059	0,81
114	22.318	3,000	22.560	329,066	1,07
115	20.472	4,000	20.771	307,398	1,44
116	16.656	4,000	16.912	330,986	1,51
117	21.944	4,000	22.176	371,577	1,05
118	20.639	3,000	20.892	339,082	1,21
119	27.295	5,000	27.544	308,896	0,90
120	20.005	4,000	20.182	298,320	0,88
121	19.029	3,000	19.298	296,759	1,39
122	14.864	3,000	15.140	293,108	1,82
123	21.302	4,000	21.486	369,018	0,86
124	16.005	4,000	16.271	322,468	1,63
125	21.452	3,000	21.733	351,220	1,29

APÊNDICE F – Resultados GC x HEU_C + BL 30 x 4

Instância	GC	Tempo [Seg]	HEU_C + BL	Tempo [Seg]	Gap %
1	15.417	1,000	15.560	0,046	0,92
2	7.433	2,000	7.501	0,046	0,91
3	16.530	2,000	16.848	0,062	1,89
4	16.053	1,000	16.147	0,062	0,58
5	6.992	1,000	7.150	0,046	2,21
6	9.059	1,000	9.477	0,015	4,41
7	6.447	1,000	6.580	0,031	2,02
8	6.773	2,000	7.305	0,046	7,28
9	10.539	2,000	10.763	0,031	2,08
10	9.324	1,000	9.597	0,031	2,84
11	9.430	2,000	9.750	0,046	3,28
12	6.694	2,000	6.929	0,031	3,39
13	4.835	1,000	5.261	0,046	8,10
14	8.968	2,000	9.148	0,046	1,97
15	4.257	1,000	4.403	0,031	3,32
16	2.107	1,000	2.370	0,046	11,10
17	1.999	2,000	2.140	0,031	6,59
18	2.109	1,000	2.393	0,046	11,87
19	3.706	1,000	3.911	0,046	5,24
20	1.875	1,000	2.240	0,031	16,29
21	1.958	1,000	2.087	0,046	6,18
22	2.310	2,000	2.650	0,031	12,83
23	2.456	1,000	2.624	0,046	6,40
24	1.372	1,000	1.665	0,031	17,60
25	1.798	1,000	2.328	0,046	22,77
26	6.326	2,000	6.466	0,046	2,17
27	9.809	2,000	9.938	0,046	1,30
28	16.150	1,000	16.295	0,062	0,89
29	14.081	2,000	14.205	0,031	0,87
30	12.761	2,000	12.831	0,046	0,55
31	8.187	2,000	8.414	0,046	2,70
32	8.684	2,000	9.056	0,031	4,11
33	6.440	1,000	6.553	0,062	1,72
34	4.939	1,000	5.327	0,031	7,28
35	4.366	2,000	4.728	0,046	7,66
36	6.741	2,000	7.107	0,031	5,15
37	7.648	1,000	8.150	0,046	6,16
38	2.309	1,000	2.503	0,031	7,75
39	4.830	1,000	5.015	0,046	3,69
40	5.007	1,000	5.322	0,046	5,92
41	3.922	2,000	4.109	0,046	4,55
42	2.672	2,000	2.795	0,046	4,40
43	1.755	1,000	1.986	0,031	11,63
44	1.449	2,000	1.690	0,031	14,26
45	3.542	2,000	4.052	0,031	12,59
46	2.037	1,000	2.316	0,031	12,05
47	2.577	2,000	2.934	0,046	12,17
48	1.602	1,000	1.718	0,046	6,75
49	1.711	1,000	2.006	0,031	14,71
50	2.219	1,000	2.364	0,046	6,13
51	9.481	2,000	9.647	0,046	1,72
52	15.342	1,000	15.444	0,046	0,66
53	7.480	2,000	7.720	0,015	3,11
54	11.144	2,000	11.370	0,046	1,99
55	10.736	1,000	10.854	0,046	1,09
56	7.115	1,000	7.149	0,046	0,48
57	7.484	1,000	7.826	0,031	4,37
58	5.353	2,000	5.738	0,031	6,71
59	7.662	2,000	7.929	0,046	3,37
60	8.908	1,000	9.097	0,046	2,08
61	6.398	1,000	7.294	0,031	12,28
62	4.820	1,000	6.006	0,031	19,75
63	5.546	2,000	5.977	0,031	7,21
64	5.634	1,000	6.153	0,046	8,43
65	6.809	2,000	7.181	0,062	5,18

Continuação

66	4.388	2,000	4.974	0,031	11,78
67	3.618	1,000	3.860	0,062	6,27
68	3.437	1,000	4.149	0,031	17,16
69	4.024	1,000	4.383	0,031	8,19
70	5.092	1,000	5.804	0,031	12,27
71	3.032	2,000	3.391	0,046	10,59
72	1.391	2,000	1.490	0,031	6,64
73	3.016	1,000	3.213	0,062	6,13
74	2.718	1,000	3.281	0,031	17,16
75	2.888	1,000	3.307	0,031	12,67
76	10.469	1,000	10.778	0,015	2,87
77	8.745	2,000	8.874	0,046	1,45
78	8.652	1,000	8.781	0,031	1,47
79	9.831	2,000	10.229	0,046	3,89
80	7.737	1,000	7.886	0,031	1,89
81	7.408	1,000	7.872	0,046	5,89
82	9.421	1,000	9.619	0,046	2,06
83	10.549	2,000	10.916	0,046	3,36
84	11.406	1,000	11.551	0,046	1,26
85	8.122	1,000	8.245	0,046	1,49
86	7.484	1,000	7.741	0,031	3,32
87	6.185	1,000	6.362	0,031	2,78
88	7.909	2,000	8.112	0,031	2,50
89	10.978	1,000	11.489	0,031	4,45
90	8.826	2,000	9.113	0,031	3,15
91	8.260	1,000	8.727	0,031	5,35
92	5.554	1,000	6.218	0,031	10,68
93	6.461	1,000	6.758	0,062	4,39
94	7.778	1,000	8.113	0,046	4,13
95	7.850	1,000	7.991	0,046	1,76
96	3.676	2,000	4.120	0,031	10,78
97	4.906	1,000	5.285	0,046	7,17
98	1.601	1,000	1.758	0,062	8,93
99	5.282	1,000	5.487	0,031	3,74
100	7.419	1,000	7.976	0,046	6,98
101	17.076	2,000	17.234	0,015	0,92
102	8.986	1,000	9.134	0,031	1,62
103	8.737	1,000	8.826	0,031	1,01
104	12.099	1,000	12.301	0,062	1,64
105	9.911	1,000	10.087	0,031	1,74
106	11.008	2,000	11.294	0,031	2,53
107	13.667	2,000	13.851	0,031	1,33
108	12.375	2,000	12.582	0,046	1,65
109	14.597	1,000	14.853	0,031	1,72
110	10.668	1,000	10.827	0,031	1,47
111	11.353	1,000	11.474	0,031	1,05
112	16.857	2,000	17.041	0,031	1,08
113	14.871	1,000	14.974	0,031	0,69
114	14.882	2,000	15.093	0,037	1,40
115	17.117	1,000	17.278	0,051	0,93
116	7.988	2,000	8.188	0,021	2,44
117	6.272	1,000	6.540	0,031	4,10
118	11.147	2,000	11.323	0,042	1,55
119	9.748	2,000	10.143	0,046	3,89
120	8.002	1,000	8.434	0,030	5,12
121	9.620	1,000	9.848	0,046	2,32
122	16.018	2,000	16.648	0,051	3,78
123	8.466	1,000	8.720	0,035	2,91
124	9.410	2,000	9.670	0,046	2,69
125	15.361	1,000	15.642	0,031	1,80

APÊNDICE G - Resultados HEU_C + BL 40 x 5

Instância	GC	Tempo [Seg]	HEU_C + BL	Tempo [Seg]	Gap %
1	16.268	2,000	16.528	0,062	1,57
2	12.354	3,000	12.589	0,093	1,87
3	14.262	3,000	14.514	0,124	1,74
4	18.806	2,000	18.972	0,124	0,87
5	16.559	3,000	17.229	0,109	3,89
6	11.196	2,000	11.640	0,124	3,81
7	15.934	2,000	16.443	0,109	3,10
8	15.577	2,000	15.844	0,140	1,69
9	12.100	3,000	12.433	0,078	2,68
10	10.656	2,000	11.000	0,109	3,13
11	7.910	2,000	8.529	0,078	7,26
12	5.238	2,000	5.615	0,109	6,71
13	6.130	4,000	6.708	0,093	8,62
14	10.998	3,000	11.487	0,109	4,26
15	6.830	2,000	7.655	0,078	10,78
16	2.257	3,000	2.989	0,078	24,49
17	2.074	2,000	2.366	0,109	12,34
18	2.698	2,000	3.058	0,140	11,77
19	3.300	2,000	3.508	0,093	5,93
20	2.395	2,000	2.866	0,078	16,43
21	2.291	2,000	2.453	0,109	6,60
22	891	3,000	994	0,078	10,36
23	2.175	2,000	2.566	0,078	15,24
24	2.079	2,000	2.810	0,078	26,01
25	789	2,000	920	0,093	14,24
26	13.673	2,000	13.752	0,109	0,57
27	11.241	3,000	11.659	0,109	3,59
28	9.602	2,000	9.909	0,109	3,10
29	12.161	3,000	12.318	0,109	1,27
30	13.194	3,000	13.285	0,093	0,68
31	13.273	2,000	13.803	0,109	3,84
32	5.918	1,000	6.307	0,093	6,17
33	9.530	3,000	9.929	0,078	4,02
34	10.353	3,000	10.529	0,093	1,67
35	12.314	2,000	12.837	0,078	4,07
36	6.470	2,000	6.604	0,124	2,03
37	4.759	3,000	4.935	0,140	3,57
38	5.565	2,000	5.872	0,093	5,23
39	4.538	2,000	5.060	0,078	10,32
40	6.867	2,000	7.312	0,062	6,09
41	3.111	1,000	3.596	0,078	13,49
42	3.012	1,000	3.460	0,093	12,95
43	3.370	2,000	3.912	0,078	13,85
44	3.829	3,000	4.174	0,109	8,27
45	7.552	3,000	8.022	0,093	5,86
46	1.035	3,000	1.214	0,078	14,74
47	1.350	2,000	1.733	0,124	22,10
48	1.703	2,000	2.129	0,109	20,01
49	3.614	2,000	3.863	0,046	6,45
50	2.169	2,000	2.672	0,109	18,82
51	17.568	2,000	17.890	0,093	1,80
52	16.600	3,000	16.880	0,109	1,66
53	14.099	2,000	14.600	0,062	3,43
54	16.217	4,000	16.806	0,062	3,50
55	21.364	2,000	21.426	0,124	0,29
56	8.516	2,000	8.780	0,109	3,01
57	8.735	3,000	9.046	0,078	3,44
58	10.568	3,000	11.150	0,093	5,22
59	13.446	2,000	14.144	0,093	4,93
60	15.392	4,000	15.933	0,078	3,40
61	6.801	3,000	7.146	0,093	4,83
62	11.354	3,000	11.625	0,109	2,33
63	5.282	2,000	5.587	0,078	5,46
64	6.746	2,000	7.549	0,078	10,64
65	7.881	2,000	8.196	0,109	3,84

Continuação

66	5.043	3,000	5.477	0,124	7,92
67	8.324	3,000	9.029	0,078	7,81
68	4.918	2,000	5.544	0,078	11,29
69	4.314	2,000	5.130	0,062	15,91
70	8.994	3,000	9.478	0,124	5,11
71	4.768	3,000	5.161	0,156	7,61
72	2.412	2,000	2.860	0,124	15,66
73	3.328	4,000	3.698	0,124	10,01
74	5.220	3,000	5.903	0,078	11,57
75	5.939	2,000	7.098	0,078	16,33
76	16.710	3,000	17.037	0,124	1,92
77	17.545	2,000	17.748	0,124	1,14
78	20.522	4,000	20.929	0,124	1,94
79	16.139	2,000	16.363	0,124	1,37
80	13.118	3,000	13.210	0,140	0,70
81	10.847	3,000	11.245	0,093	3,54
82	11.506	3,000	12.081	0,109	4,76
83	12.304	3,000	12.996	0,093	5,32
84	11.744	2,000	12.343	0,093	4,85
85	10.649	2,000	11.361	0,109	6,27
86	9.919	2,000	10.378	0,078	4,42
87	11.926	3,000	12.455	0,109	4,25
88	9.962	2,000	10.628	0,078	6,27
89	10.901	4,000	11.546	0,062	5,59
90	9.623	2,000	10.191	0,093	5,57
91	13.182	2,000	13.752	0,093	4,14
92	9.152	3,000	9.464	0,093	3,30
93	7.381	2,000	7.634	0,093	3,31
94	6.712	2,000	7.129	0,093	5,85
95	6.392	3,000	6.862	0,093	6,85
96	5.114	2,000	5.546	0,093	7,79
97	4.379	2,000	5.213	0,046	16,00
98	5.725	3,000	6.590	0,124	13,13
99	8.494	3,000	9.217	0,109	7,84
100	10.313	2,000	11.036	0,062	6,55
101	13.236	3,000	13.420	0,093	1,37
102	10.728	2,000	10.944	0,093	1,97
103	18.927	2,000	19.178	0,078	1,31
104	15.636	2,000	15.856	0,031	1,39
105	17.608	2,000	17.866	0,062	1,44
106	28.965	2,000	29.425	0,109	1,56
107	24.379	3,000	24.917	0,078	2,16
108	16.233	3,000	16.380	0,062	0,90
109	16.520	4,000	16.892	0,078	2,20
110	13.275	2,000	13.522	0,124	1,83
111	13.592	2,000	13.966	0,093	2,68
112	15.088	2,000	15.495	0,093	2,63
113	18.774	3,000	19.035	0,124	1,37
114	12.237	2,000	12.651	0,078	3,27
115	21.701	2,000	22.107	0,078	1,84
116	10.947	3,000	11.254	0,093	2,73
117	14.926	2,000	15.055	0,062	0,86
118	10.941	3,000	11.567	0,062	5,41
119	15.538	5,000	15.972	0,124	2,72
120	9.776	3,000	10.651	0,109	8,22
121	9.086	2,000	9.511	0,140	4,47
122	10.350	3,000	10.969	0,093	5,64
123	15.316	3,000	15.783	0,093	2,96
124	12.080	2,000	12.362	0,124	2,28
125	14.363	3,000	14.931	0,078	3,80

APÊNDICE H – Resultados HEU_C + BL 50 X 6

Instância	GC	Tempo [Seg]	HEU_C + BL	Tempo [Seg]	Gap %
1	23.300	5,000	23.556	0,234	1,09
2	27.230	4,000	27.488	0,249	0,94
3	20.964	5,000	21.199	0,265	1,11
4	19.685	6,000	19.997	0,171	1,56
5	18.169	5,000	18.248	0,234	0,43
6	17.818	4,000	18.051	0,234	1,29
7	16.788	7,000	16.829	0,218	0,24
8	15.875	4,000	16.281	0,156	2,49
9	11.768	4,000	12.128	0,234	2,97
10	12.633	4,000	12.978	0,171	2,66
11	15.054	3,000	15.726	0,171	4,27
12	13.361	3,000	13.680	0,234	2,33
13	10.604	3,000	10.963	0,140	3,27
14	13.885	4,000	14.299	0,327	2,90
15	12.450	4,000	12.979	0,171	4,08
16	8.732	3,000	9.219	0,218	5,28
17	12.989	4,000	14.006	0,140	7,26
18	7.817	3,000	8.723	0,202	10,39
19	5.246	3,000	5.772	0,202	9,11
20	11.428	4,000	12.267	0,218	6,84
21	4.304	3,000	4.743	0,171	9,26
22	3.328	3,000	3.640	0,249	8,57
23	4.485	3,000	5.554	0,093	19,25
24	2.498	3,000	3.005	0,202	16,87
25	6.081	2,000	106.704	0,187	94,30
26	18.528	2,000	18.899	0,218	1,96
27	22.599	5,000	22.868	0,280	1,18
28	21.794	4,000	22.210	0,327	1,87
29	18.824	4,000	18.967	0,234	0,75
30	18.964	4,000	19.141	0,171	0,92
31	16.037	3,000	16.229	0,171	1,18
32	9.205	3,000	9.521	0,171	3,32
33	15.720	6,000	16.206	0,249	3,00
34	12.796	4,000	13.130	0,218	2,54
35	14.131	5,000	14.374	0,218	1,69
36	11.894	4,000	12.304	0,202	3,33
37	10.907	3,000	11.278	0,218	3,29
38	12.976	3,000	13.575	0,187	4,41
39	11.165	3,000	111.770	0,218	90,01
40	9.345	3,000	10.055	0,124	7,06
41	12.929	3,000	13.646	0,171	5,25
42	8.023	4,000	108.782	0,140	92,62
43	5.928	3,000	6.263	0,312	5,35
44	8.743	3,000	9.777	0,109	10,58
45	9.334	4,000	9.989	0,218	6,56
46	5.634	3,000	6.248	0,280	9,83
47	2.802	4,000	3.273	0,312	14,39
48	4.126	2,000	4.571	0,202	9,74
49	5.948	3,000	6.751	0,109	11,89
50	6.728	3,000	7.546	0,202	10,84
51	16.507	3,000	16.854	0,202	2,06
52	20.136	4,000	20.316	0,249	0,89
53	18.094	4,000	18.266	0,296	0,94
54	20.168	3,000	20.266	0,187	0,48
55	23.157	4,000	23.339	0,265	0,78
56	14.703	4,000	14.978	0,234	1,84
57	15.734	4,000	16.117	0,218	2,38
58	16.464	4,000	16.799	0,187	1,99
59	15.565	3,000	15.873	0,109	1,94
60	14.488	6,000	14.720	0,156	1,58
61	11.345	3,000	12.070	0,171	6,01
62	13.058	4,000	13.923	0,218	6,21
63	11.511	4,000	12.336	0,187	6,69
64	8.976	4,000	9.713	0,109	7,59
65	9.318	4,000	9.583	0,249	2,77

Continuação

66	14.299	3,000	15.025	0,187	4,83
67	8.108	3,000	8.807	0,109	7,94
68	13.424	3,000	14.344	0,171	6,41
69	9.777	5,000	10.224	0,078	4,37
70	11.600	3,000	12.349	0,140	6,07
71	13.959	2,000	15.143	0,140	7,82
72	16.575	4,000	17.376	0,249	4,61
73	7.345	4,000	8.775	0,109	16,30
74	7.972	5,000	9.042	0,156	11,83
75	7.874	3,000	8.337	0,202	5,55
76	23.774	5,000	24.111	0,265	1,40
77	32.450	5,000	32.693	0,218	0,74
78	31.574	4,000	31.880	0,156	0,96
79	24.191	4,000	24.819	0,187	2,53
80	21.434	5,000	21.704	0,140	1,24
81	21.033	3,000	21.376	0,171	1,60
82	19.407	4,000	19.932	0,171	2,63
83	18.571	4,000	18.950	0,187	2,00
84	17.673	5,000	18.071	0,140	2,20
85	20.675	4,000	21.046	0,218	1,76
86	23.996	5,000	24.456	0,187	1,88
87	18.892	5,000	19.652	0,187	3,87
88	18.138	4,000	18.529	0,156	2,11
89	17.025	3,000	17.685	0,187	3,73
90	20.835	4,000	21.622	0,156	3,64
91	18.049	4,000	18.608	0,218	3,00
92	14.912	5,000	15.752	0,156	5,33
93	16.367	5,000	16.970	0,249	3,55
94	11.286	4,000	11.798	0,078	4,34
95	13.989	4,000	14.738	0,202	5,08
96	11.832	4,000	12.294	0,187	3,76
97	17.277	3,000	17.797	0,202	2,92
98	22.669	4,000	23.934	0,296	5,29
99	13.740	3,000	14.326	0,156	4,09
100	12.885	3,000	13.410	0,202	3,91
101	29.384	3,000	29.698	0,171	1,06
102	24.716	5,000	25.098	0,171	1,52
103	28.295	4,000	28.603	0,124	1,08
104	28.594	5,000	28.869	0,124	0,95
105	21.524	5,000	21.834	0,140	1,42
106	24.259	4,000	24.580	0,187	1,31
107	18.114	4,000	18.401	0,218	1,56
108	26.604	4,000	26.950	0,202	1,28
109	29.050	3,000	29.339	0,124	0,99
110	19.312	4,000	19.652	0,202	1,73
111	19.603	4,000	19.942	0,156	1,70
112	21.292	4,000	21.854	0,187	2,57
113	25.006	5,000	25.421	0,218	1,63
114	22.318	3,000	22.624	0,202	1,35
115	20.472	4,000	21.040	0,249	2,70
116	16.656	4,000	17.270	0,187	3,56
117	21.944	4,000	22.337	0,265	1,76
118	20.639	3,000	21.085	0,171	2,12
119	27.295	5,000	27.924	0,187	2,25
120	20.005	4,000	20.502	0,187	2,42
121	19.029	3,000	19.771	0,171	3,75
122	14.864	3,000	15.545	0,234	4,38
123	21.302	4,000	21.555	0,202	1,17
124	16.005	4,000	16.845	0,280	4,99
125	21.452	3,000	22.067	0,296	2,79

APÊNDICE I – Resultados HEU_C 30 x 4

Instância	GC	Tempo [Seg]	HEU_C 30	Tempo [Seg]	Gap %
1	15.417	1,000	15.923	0,000	3,18
2	7.433	2,000	7.865	0,015	5,49
3	16.530	2,000	18.042	0,000	8,38
4	16.053	1,000	16.498	0,015	2,70
5	6.992	1,000	7.613	0,015	8,16
6	9.059	1,000	9.568	0,015	5,32
7	6.447	1,000	6.674	0,000	3,40
8	6.773	2,000	7.615	0,015	11,06
9	10.539	2,000	12.256	0,015	14,01
10	9.324	1,000	9.647	0,015	3,35
11	9.430	2,000	10.046	0,015	6,13
12	6.694	2,000	7.281	0,015	8,06
13	4.835	1,000	5.820	0,000	16,92
14	8.968	2,000	10.167	0,015	11,79
15	4.257	1,000	5.366	0,015	20,67
16	2.107	1,000	2.943	0,015	28,41
17	1.999	2,000	2.749	0,031	27,28
18	2.109	1,000	2.488	0,031	15,23
19	3.706	1,000	5.185	0,015	28,52
20	1.875	1,000	2.508	0,015	25,24
21	1.958	1,000	2.696	0,015	27,37
22	2.310	2,000	2.703	0,015	14,54
23	2.456	1,000	3.140	0,015	21,78
24	1.372	1,000	2.047	0,015	32,98
25	1.798	1,000	3.711	0,015	51,55
26	6.326	2,000	7.076	0,015	10,60
27	9.809	2,000	10.196	0,015	3,80
28	16.150	1,000	17.270	0,015	6,49
29	14.081	2,000	14.918	0,015	5,61
30	12.761	2,000	13.325	0,015	4,23
31	8.187	2,000	8.940	0,015	8,42
32	8.684	2,000	9.291	0,015	6,53
33	6.440	1,000	7.509	0,015	14,24
34	4.939	1,000	5.774	0,015	14,46
35	4.366	2,000	4.818	0,015	9,38
36	6.741	2,000	7.612	0,015	11,44
37	7.648	1,000	8.435	0,015	9,33
38	2.309	1,000	2.704	0,015	14,61
39	4.830	1,000	5.521	0,000	12,52
40	5.007	1,000	6.067	0,015	17,47
41	3.922	2,000	4.973	0,000	21,13
42	2.672	2,000	3.697	0,015	27,73
43	1.755	1,000	2.623	0,015	33,09
44	1.449	2,000	2.053	0,015	29,42
45	3.542	2,000	4.774	0,015	25,81
46	2.037	1,000	2.779	0,015	26,70
47	2.577	2,000	3.177	0,000	18,89
48	1.602	1,000	2.915	0,015	45,04
49	1.711	1,000	2.416	0,015	29,18
50	2.219	1,000	2.624	0,000	15,43
51	9.481	2,000	9.969	0,015	4,90
52	15.342	1,000	15.971	0,015	3,94
53	7.480	2,000	7.720	0,015	3,11
54	11.144	2,000	11.661	0,015	4,43
55	10.736	1,000	11.133	0,015	3,57
56	7.115	1,000	7.626	0,000	6,70
57	7.484	1,000	7.924	0,015	5,55
58	5.353	2,000	5.926	0,000	9,67
59	7.662	2,000	8.135	0,015	5,81
60	8.908	1,000	9.526	0,000	6,49
61	6.398	1,000	8.162	0,015	21,61
62	4.820	1,000	6.786	0,015	28,97
63	5.546	2,000	6.472	0,015	14,31
64	5.634	1,000	7.071	0,015	20,32
65	6.809	2,000	9.021	0,015	24,52

Continuação

66	4.388	2,000	6.185	0,015	29,05
67	3.618	1,000	4.789	0,015	24,45
68	3.437	1,000	4.878	0,015	29,54
69	4.024	1,000	4.755	0,015	15,37
70	5.092	1,000	6.696	0,000	23,95
71	3.032	2,000	4.250	0,015	28,66
72	1.391	2,000	1.867	0,015	25,50
73	3.016	1,000	4.458	0,000	32,35
74	2.718	1,000	4.125	0,015	34,11
75	2.888	1,000	3.571	0,015	19,13
76	10.469	1,000	10.866	0,000	3,65
77	8.745	2,000	8.994	0,015	2,77
78	8.652	1,000	9.303	0,015	7,00
79	9.831	2,000	10.534	0,015	6,67
80	7.737	1,000	8.151	0,015	5,08
81	7.408	1,000	8.377	0,000	11,57
82	9.421	1,000	10.370	0,015	9,15
83	10.549	2,000	11.796	0,015	10,57
84	11.406	1,000	12.631	0,015	9,70
85	8.122	1,000	8.852	0,015	8,25
86	7.484	1,000	8.006	0,015	6,52
87	6.185	1,000	6.557	0,015	5,67
88	7.909	2,000	8.488	0,015	6,82
89	10.978	1,000	12.727	0,015	13,74
90	8.826	2,000	10.031	0,015	12,01
91	8.260	1,000	8.893	0,015	7,12
92	5.554	1,000	6.935	0,015	19,91
93	6.461	1,000	7.764	0,015	16,78
94	7.778	1,000	8.570	0,015	9,24
95	7.850	1,000	9.002	0,015	12,80
96	3.676	2,000	5.080	0,015	27,64
97	4.906	1,000	5.664	0,015	13,38
98	1.601	1,000	2.043	0,015	21,63
99	5.282	1,000	5.902	0,000	10,50
100	7.419	1,000	8.376	0,015	11,43
101	17.076	2,000	17.414	0,015	1,94
102	8.986	1,000	9.206	0,015	2,39
103	8.737	1,000	8.855	0,015	1,33
104	12.099	1,000	12.603	0,015	4,00
105	9.911	1,000	10.237	0,015	3,18
106	11.008	2,000	11.957	0,015	7,94
107	13.667	2,000	14.425	0,000	5,25
108	12.375	2,000	12.955	0,015	4,48
109	14.597	1,000	15.079	0,015	3,20
110	10.668	1,000	11.416	0,000	6,55
111	11.353	1,000	11.724	0,015	3,16
112	16.857	2,000	17.585	0,015	4,14
113	14.871	1,000	15.541	0,015	4,31
114	14.882	2,000	15.231	0,015	2,29
115	17.117	1,000	17.918	0,015	4,47
116	7.988	2,000	8.454	0,000	5,51
117	6.272	1,000	6.759	0,015	7,21
118	11.147	2,000	12.076	0,015	7,69
119	9.748	2,000	10.611	0,015	8,13
120	8.002	1,000	8.771	0,031	8,77
121	9.620	1,000	10.129	0,015	5,03
122	16.018	2,000	18.309	0,015	12,51
123	8.466	1,000	9.193	0,015	7,91
124	9.410	2,000	10.434	0,015	9,81
125	15.361	1,000	15.763	0,015	2,55

APÊNDICE J – HEU_C 40 x 5

Instância	GC	Tempo [Seg]	HEU_C 40	Tempo [Seg]	Gap %
1	16.268	2,000	16.958	0,015	4,07
2	12.354	3,000	13.287	0,000	7,02
3	14.262	3,000	15.070	0,015	5,36
4	18.806	2,000	19.511	0,031	3,61
5	16.559	3,000	18.108	0,031	8,55
6	11.196	2,000	12.239	0,031	8,52
7	15.934	2,000	17.122	0,015	6,94
8	15.577	2,000	17.471	0,031	10,84
9	12.100	3,000	13.200	0,015	8,33
10	10.656	2,000	11.877	0,015	10,28
11	7.910	2,000	9.055	0,031	12,64
12	5.238	2,000	6.717	0,015	22,02
13	6.130	4,000	7.708	0,031	20,47
14	10.998	3,000	12.722	0,015	13,55
15	6.830	2,000	8.543	0,015	20,05
16	2.257	3,000	4.267	0,015	47,11
17	2.074	2,000	3.096	0,031	33,01
18	2.698	2,000	4.406	0,031	38,77
19	3.300	2,000	4.335	0,015	23,88
20	2.395	2,000	3.691	0,015	35,11
21	2.291	2,000	3.040	0,031	24,64
22	891	3,000	1.847	0,031	51,76
23	2.175	2,000	2.937	0,015	25,94
24	2.079	2,000	3.027	0,015	31,32
25	789	2,000	1.364	0,015	42,16
26	13.673	2,000	14.141	0,031	3,31
27	11.241	3,000	12.714	0,015	11,59
28	9.602	2,000	11.130	0,031	13,73
29	12.161	3,000	13.714	0,015	11,32
30	13.194	3,000	13.735	0,015	3,94
31	13.273	2,000	14.915	0,031	11,01
32	5.918	1,000	6.886	0,015	14,06
33	9.530	3,000	10.704	0,015	10,97
34	10.353	3,000	10.945	0,015	5,41
35	12.314	2,000	13.639	0,015	9,71
36	6.470	2,000	7.833	0,031	17,40
37	4.759	3,000	6.186	0,015	23,07
38	5.565	2,000	6.913	0,015	19,50
39	4.538	2,000	5.748	0,015	21,05
40	6.867	2,000	7.611	0,015	9,78
41	3.111	1,000	4.177	0,015	25,52
42	3.012	1,000	4.333	0,015	30,49
43	3.370	2,000	4.211	0,015	19,97
44	3.829	3,000	5.391	0,015	28,97
45	7.552	3,000	8.601	0,015	12,20
46	1.035	3,000	1.773	0,015	41,62
47	1.350	2,000	3.428	0,015	60,62
48	1.703	2,000	3.132	0,015	45,63
49	3.614	2,000	3.904	0,015	7,43
50	2.169	2,000	4.476	0,015	51,54
51	17.568	2,000	18.248	0,000	3,73
52	16.600	3,000	17.720	0,015	6,32
53	14.099	2,000	14.960	0,015	5,76
54	16.217	4,000	17.239	0,015	5,93
55	21.364	2,000	22.857	0,015	6,53
56	8.516	2,000	10.072	0,015	15,45
57	8.735	3,000	9.829	0,015	11,13
58	10.568	3,000	11.415	0,015	7,42
59	13.446	2,000	15.088	0,015	10,88
60	15.392	4,000	16.262	0,031	5,35
61	6.801	3,000	7.554	0,031	9,97
62	11.354	3,000	13.198	0,015	13,97
63	5.282	2,000	6.552	0,015	19,38
64	6.746	2,000	7.978	0,015	15,44
65	7.881	2,000	9.732	0,015	19,02

Continuação

66	5.043	3,000	6.481	0,015	22,19
67	8.324	3,000	10.145	0,015	17,95
68	4.918	2,000	6.640	0,015	25,93
69	4.314	2,000	5.535	0,015	22,06
70	8.994	3,000	9.758	0,015	7,83
71	4.768	3,000	6.575	0,015	27,48
72	2.412	2,000	3.720	0,015	35,16
73	3.328	4,000	5.162	0,015	35,53
74	5.220	3,000	6.896	0,015	24,30
75	5.939	2,000	9.070	0,015	34,52
76	16.710	3,000	17.411	0,015	4,03
77	17.545	2,000	18.476	0,015	5,04
78	20.522	4,000	22.170	0,015	7,43
79	16.139	2,000	17.105	0,015	5,65
80	13.118	3,000	14.349	0,015	8,58
81	10.847	3,000	11.742	0,015	7,62
82	11.506	3,000	12.865	0,015	10,56
83	12.304	3,000	13.654	0,015	9,89
84	11.744	2,000	13.896	0,015	15,49
85	10.649	2,000	12.311	0,015	13,50
86	9.919	2,000	11.184	0,015	11,31
87	11.926	3,000	14.464	0,015	17,55
88	9.962	2,000	10.804	0,015	7,79
89	10.901	4,000	12.437	0,015	12,35
90	9.623	2,000	10.668	0,015	9,80
91	13.182	2,000	14.674	0,015	10,17
92	9.152	3,000	11.591	0,015	21,04
93	7.381	2,000	8.693	0,000	15,09
94	6.712	2,000	8.059	0,015	16,71
95	6.392	3,000	8.339	0,015	23,35
96	5.114	2,000	6.496	0,031	21,27
97	4.379	2,000	6.180	0,015	29,14
98	5.725	3,000	7.738	0,015	26,01
99	8.494	3,000	10.770	0,015	21,13
100	10.313	2,000	11.365	0,015	9,26
101	13.236	3,000	13.711	0,015	3,46
102	10.728	2,000	11.171	0,015	3,97
103	18.927	2,000	19.766	0,015	4,24
104	15.636	2,000	15.899	0,015	1,65
105	17.608	2,000	17.998	0,031	2,17
106	28.965	2,000	29.968	0,031	3,35
107	24.379	3,000	26.328	0,015	7,40
108	16.233	3,000	16.793	0,015	3,33
109	16.520	4,000	17.465	0,031	5,41
110	13.275	2,000	14.321	0,015	7,30
111	13.592	2,000	14.337	0,015	5,20
112	15.088	2,000	15.957	0,015	5,45
113	18.774	3,000	19.813	0,015	5,24
114	12.237	2,000	13.113	0,031	6,68
115	21.701	2,000	22.410	0,031	3,16
116	10.947	3,000	12.179	0,015	10,12
117	14.926	2,000	15.833	0,015	5,73
118	10.941	3,000	11.914	0,015	8,17
119	15.538	5,000	17.098	0,015	9,12
120	9.776	3,000	11.799	0,015	17,15
121	9.086	2,000	11.260	0,015	19,31
122	10.350	3,000	12.130	0,015	14,67
123	15.316	3,000	16.844	0,015	9,07
124	12.080	2,000	14.348	0,015	15,81
125	14.363	3,000	15.636	0,015	8,14

APÊNDICE K – Resultados HEU_C 50 x 6

Instância	GC	Tempo [Seg]	HEU_C 50	Tempo [Seg]	Gap %
1	23.300	5,000	24.601	0,000	5,29
2	27.230	4,000	28.626	0,015	4,88
3	20.964	5,000	22.098	0,031	5,13
4	19.685	6,000	20.493	0,015	3,94
5	18.169	5,000	19.634	0,031	7,46
6	17.818	4,000	18.805	0,015	5,25
7	16.788	7,000	17.320	0,031	3,07
8	15.875	4,000	17.187	0,031	7,63
9	11.768	4,000	12.561	0,015	6,31
10	12.633	4,000	13.580	0,015	6,97
11	15.054	3,000	16.996	0,031	11,43
12	13.361	3,000	14.855	0,031	10,06
13	10.604	3,000	11.576	0,015	8,40
14	13.885	4,000	16.447	0,031	15,58
15	12.450	4,000	13.888	0,031	10,35
16	8.732	3,000	12.721	0,015	31,36
17	12.989	4,000	16.167	0,031	19,66
18	7.817	3,000	9.419	0,031	17,01
19	5.246	3,000	7.240	0,031	27,54
20	11.428	4,000	13.062	0,031	12,51
21	4.304	3,000	6.121	0,031	29,68
22	3.328	3,000	4.546	0,015	26,79
23	4.485	3,000	6.049	0,015	25,86
24	2.498	3,000	104.507	0,031	97,61
25	6.081	2,000	107.746	0,015	94,36
26	18.528	2,000	122.977	0,031	84,93
27	22.599	5,000	23.944	0,015	5,62
28	21.794	4,000	23.468	0,015	7,13
29	18.824	4,000	19.899	0,015	5,40
30	18.964	4,000	19.572	0,015	3,11
31	16.037	3,000	17.270	0,015	7,14
32	9.205	3,000	10.410	0,031	11,58
33	15.720	6,000	18.404	0,015	14,58
34	12.796	4,000	14.507	0,015	11,79
35	14.131	5,000	15.676	0,031	9,86
36	11.894	4,000	13.830	0,015	14,00
37	10.907	3,000	12.108	0,015	9,92
38	12.976	3,000	114.484	0,015	88,67
39	11.165	3,000	112.851	0,015	90,11
40	9.345	3,000	110.605	0,015	91,55
41	12.929	3,000	14.845	0,015	12,91
42	8.023	4,000	109.259	0,015	92,66
43	5.928	3,000	7.359	0,031	19,45
44	8.743	3,000	11.132	0,031	21,46
45	9.334	4,000	11.590	0,015	19,47
46	5.634	3,000	8.396	0,015	32,90
47	2.802	4,000	5.954	0,015	52,94
48	4.126	2,000	5.805	0,015	28,92
49	5.948	3,000	7.839	0,031	24,12
50	6.728	3,000	108.701	0,031	93,81
51	16.507	3,000	18.357	0,015	10,08
52	20.136	4,000	123.942	0,015	83,75
53	18.094	4,000	19.665	0,031	7,99
54	20.168	3,000	120.897	0,015	83,32
55	23.157	4,000	24.423	0,015	5,18
56	14.703	4,000	20.001	0,015	26,49
57	15.734	4,000	17.646	0,015	10,84
58	16.464	4,000	17.307	0,015	4,87
59	15.565	3,000	17.027	0,015	8,59
60	14.488	6,000	14.998	0,015	3,40
61	11.345	3,000	13.569	0,015	16,39
62	13.058	4,000	14.794	0,015	11,73
63	11.511	4,000	13.692	0,015	15,93
64	8.976	4,000	10.114	0,015	11,25
65	9.318	4,000	10.858	0,031	14,18

Continuação

66	14.299	3,000	17.167	0,031	16,71
67	8.108	3,000	9.626	0,031	15,77
68	13.424	3,000	14.972	0,031	10,34
69	9.777	5,000	10.639	0,015	8,10
70	11.600	3,000	12.949	0,015	10,42
71	13.959	2,000	16.545	0,031	15,63
72	16.575	4,000	18.891	0,015	12,26
73	7.345	4,000	9.645	0,015	23,85
74	7.972	5,000	9.736	0,015	18,12
75	7.874	3,000	9.419	0,015	16,40
76	23.774	5,000	25.805	0,015	7,87
77	32.450	5,000	33.843	0,015	4,12
78	31.574	4,000	32.432	0,015	2,65
79	24.191	4,000	26.024	0,031	7,04
80	21.434	5,000	22.560	0,031	4,99
81	21.033	3,000	22.130	0,015	4,96
82	19.407	4,000	20.903	0,015	7,16
83	18.571	4,000	19.925	0,015	6,80
84	17.673	5,000	18.386	0,015	3,88
85	20.675	4,000	21.526	0,031	3,95
86	23.996	5,000	26.269	0,015	8,65
87	18.892	5,000	21.077	0,015	10,37
88	18.138	4,000	19.179	0,015	5,43
89	17.025	3,000	118.793	0,015	85,67
90	20.835	4,000	22.560	0,015	7,65
91	18.049	4,000	20.200	0,015	10,65
92	14.912	5,000	17.163	0,015	13,12
93	16.367	5,000	18.367	0,015	10,89
94	11.286	4,000	13.027	0,015	13,36
95	13.989	4,000	15.440	0,015	9,40
96	11.832	4,000	12.838	0,015	7,84
97	17.277	3,000	18.778	0,015	7,99
98	22.669	4,000	26.069	0,015	13,04
99	13.740	3,000	115.318	0,031	88,09
100	12.885	3,000	13.994	0,015	7,92
101	29.384	3,000	30.021	0,031	2,12
102	24.716	5,000	25.358	0,031	2,53
103	28.295	4,000	28.826	0,015	1,84
104	28.594	5,000	28.988	0,015	1,36
105	21.524	5,000	22.161	0,015	2,87
106	24.259	4,000	24.946	0,015	2,75
107	18.114	4,000	19.008	0,031	4,70
108	26.604	4,000	27.497	0,031	3,25
109	29.050	3,000	29.486	0,015	1,48
110	19.312	4,000	20.229	0,015	4,53
111	19.603	4,000	20.606	0,015	4,87
112	21.292	4,000	22.214	0,015	4,15
113	25.006	5,000	26.330	0,015	5,03
114	22.318	3,000	23.372	0,031	4,51
115	20.472	4,000	21.834	0,031	6,24
116	16.656	4,000	17.880	0,031	6,85
117	21.944	4,000	23.921	0,015	8,26
118	20.639	3,000	21.921	0,015	5,85
119	27.295	5,000	28.969	0,015	5,78
120	20.005	4,000	21.222	0,031	5,73
121	19.029	3,000	20.882	0,031	8,87
122	14.864	3,000	116.079	0,015	87,19
123	21.302	4,000	22.864	0,015	6,83
124	16.005	4,000	17.434	0,015	8,20
125	21.452	3,000	23.166	0,015	7,40

APÊNDICE L – Resultados GRASP PR 30 X 4

Instância	GC	Tempo [Seg]	PR 30	Tempo [Seg]	Gap %
1	15.417	1,000	15.531	80,074	0,73
2	7.433	2,000	7.456	86,829	0,31
3	16.530	2,000	16.646	91,010	0,70
4	16.053	1,000	16.089	77,844	0,22
5	6.992	1,000	7.049	80,870	0,81
6	9.059	1,000	9.212	76,096	1,66
7	6.447	1,000	6.488	87,812	0,63
8	6.773	2,000	6.855	82,305	1,20
9	10.539	2,000	10.568	91,977	0,27
10	9.324	1,000	9.390	90,136	0,70
11	9.430	2,000	9.525	99,559	1,00
12	6.694	2,000	6.841	98,404	2,15
13	4.835	1,000	4.931	96,610	1,95
14	8.968	2,000	8.984	90,604	0,18
15	4.257	1,000	4.320	90,916	1,46
16	2.107	1,000	2.163	70,980	2,59
17	1.999	2,000	2.083	96,002	4,03
18	2.109	1,000	2.119	82,914	0,47
19	3.706	1,000	3.813	93,069	2,81
20	1.875	1,000	1.903	72,181	1,47
21	1.958	1,000	1.989	73,678	1,56
22	2.310	2,000	2.388	81,354	3,27
23	2.456	1,000	2.484	74,739	1,13
24	1.372	1,000	1.397	80,620	1,79
25	1.798	1,000	1.991	77,220	9,69
26	6.326	2,000	6.341	86,486	0,24
27	9.809	2,000	9.813	87,469	0,04
28	16.150	1,000	16.207	88,592	0,35
29	14.081	2,000	14.126	77,812	0,32
30	12.761	2,000	12.764	84,084	0,02
31	8.187	2,000	8.273	102,055	1,04
32	8.684	2,000	8.820	80,230	1,54
33	6.440	1,000	6.469	88,327	0,45
34	4.939	1,000	4.961	71,448	0,44
35	4.366	2,000	4.478	92,352	2,50
36	6.741	2,000	6.833	81,822	1,35
37	7.648	1,000	7.702	87,235	0,70
38	2.309	1,000	2.388	89,824	3,31
39	4.830	1,000	4.911	82,898	1,65
40	5.007	1,000	5.044	77,469	0,73
41	3.922	2,000	3.928	81,088	0,15
42	2.672	2,000	2.727	79,029	2,02
43	1.755	1,000	1.755	64,740	0,00
44	1.449	2,000	1.459	59,077	0,69
45	3.542	2,000	3.649	89,934	2,93
46	2.037	1,000	2.044	73,710	0,34
47	2.577	2,000	2.588	66,877	0,43
48	1.602	1,000	1.628	84,052	1,60
49	1.711	1,000	1.793	78,249	4,57
50	2.219	1,000	2.248	65,457	1,29
51	9.481	2,000	9.526	80,605	0,47
52	15.342	1,000	15.439	87,235	0,63
53	7.480	2,000	7.508	93,693	0,37
54	11.144	2,000	11.202	84,442	0,52
55	10.736	1,000	10.813	83,538	0,71
56	7.115	1,000	7.149	100,058	0,48
57	7.484	1,000	7.520	89,902	0,48
58	5.353	2,000	5.360	90,994	0,13
59	7.662	2,000	7.691	94,598	0,38
60	8.908	1,000	8.970	99,606	0,69
61	6.398	1,000	6.492	93,927	1,45
62	4.820	1,000	4.993	83,928	3,46
63	5.546	2,000	5.631	90,183	1,51
64	5.634	1,000	5.851	95,160	3,71
65	6.809	2,000	6.942	89,200	1,92

Continuação

66	4.388	2,000	4.629	85,503	5,21
67	3.618	1,000	3.705	102,507	2,35
68	3.437	1,000	3.548	91,650	3,13
69	4.024	1,000	4.213	75,051	4,49
70	5.092	1,000	5.236	88,608	2,75
71	3.032	2,000	3.143	92,866	3,53
72	1.391	2,000	1.435	79,778	3,07
73	3.016	1,000	3.180	82,867	5,16
74	2.718	1,000	2.785	73,273	2,41
75	2.888	1,000	2.902	71,791	0,48
76	10.469	1,000	10.523	78,546	0,51
77	8.745	2,000	8.810	73,616	0,74
78	8.652	1,000	8.745	79,918	1,06
79	9.831	2,000	9.968	82,430	1,37
80	7.737	1,000	7.808	78,078	0,91
81	7.408	1,000	7.503	87,921	1,27
82	9.421	1,000	9.525	97,656	1,09
83	10.549	2,000	10.625	82,867	0,72
84	11.406	1,000	11.500	84,661	0,82
85	8.122	1,000	8.186	95,082	0,78
86	7.484	1,000	7.661	82,492	2,31
87	6.185	1,000	6.293	92,102	1,72
88	7.909	2,000	8.015	85,924	1,32
89	10.978	1,000	11.171	86,798	1,73
90	8.826	2,000	8.940	88,732	1,28
91	8.260	1,000	8.397	72,274	1,63
92	5.554	1,000	5.730	84,708	3,07
93	6.461	1,000	6.602	88,842	2,14
94	7.778	1,000	7.925	103,521	1,85
95	7.850	1,000	7.961	88,296	1,39
96	3.676	2,000	3.847	72,274	4,45
97	4.906	1,000	5.043	75,207	2,72
98	1.601	1,000	1.669	88,202	4,07
99	5.282	1,000	5.372	70,980	1,68
100	7.419	1,000	7.607	71,494	2,47
101	17.076	2,000	17.186	81,697	0,64
102	8.986	1,000	9.120	71,229	1,47
103	8.737	1,000	8.801	86,921	0,73
104	12.099	1,000	12.265	88,623	1,35
105	9.911	1,000	10.053	79,232	1,41
106	11.008	2,000	11.189	59,108	1,62
107	13.667	2,000	13.823	87,172	1,13
108	12.375	2,000	12.529	86,439	1,23
109	14.597	1,000	14.754	83,319	1,06
110	10.668	1,000	10.781	82,352	1,05
111	11.353	1,000	11.447	83,054	0,82
112	16.857	2,000	17.013	86,704	0,92
113	14.871	1,000	14.950	86,611	0,53
114	14.882	2,000	15.039	89,154	1,04
115	17.117	1,000	17.245	95,082	0,74
116	7.988	2,000	8.119	89,403	1,61
117	6.272	1,000	6.363	90,604	1,43
118	11.147	2,000	11.251	86,018	0,92
119	9.748	2,000	9.832	87,950	0,85
120	8.002	1,000	8.117	77,033	1,42
121	9.620	1,000	9.767	96,393	1,51
122	16.018	2,000	16.148	104,166	0,81
123	8.466	1,000	8.620	83,460	1,79
124	9.410	2,000	9.492	97,000	0,86
125	15.361	1,000	15.540	96,751	1,15

APÊNDICE M – Resultados GRASP PR 40 X 5

Instância	GC	Tempo [Seg]	PR 40	Tempo [Seg]	Gap %
1	16.268	2,000	16.358	223,995	0,55
2	12.354	3,000	12.461	205,319	0,86
3	14.262	3,000	14.398	227,231	0,94
4	18.806	2,000	18.924	245,045	0,62
5	16.559	3,000	16.677	201,224	0,71
6	11.196	2,000	11.291	199,196	0,84
7	15.934	2,000	16.148	194,220	1,33
8	15.577	2,000	15.738	230,381	1,02
9	12.100	3,000	12.150	224,453	0,41
10	10.656	2,000	10.709	220,007	0,49
11	7.910	2,000	8.062	236,699	1,89
12	5.238	2,000	5.344	206,731	1,98
13	6.130	4,000	6.304	206,918	2,76
14	10.998	3,000	11.167	236,215	1,51
15	6.830	2,000	7.000	194,017	2,43
16	2.257	3,000	2.274	175,328	0,75
17	2.074	2,000	2.121	198,479	2,22
18	2.698	2,000	2.869	219,570	5,96
19	3.300	2,000	3.356	219,383	1,67
20	2.395	2,000	2.453	192,363	2,36
21	2.291	2,000	2.324	236,012	1,42
22	891	3,000	918	205,623	2,94
23	2.175	2,000	2.226	171,413	2,29
24	2.079	2,000	2.175	204,001	4,41
25	789	2,000	840	210,397	6,07
26	13.673	2,000	13.673	245,794	0,00
27	11.241	3,000	11.246	226,871	0,04
28	9.602	2,000	9.643	254,436	0,43
29	12.161	3,000	12.228	214,250	0,55
30	13.194	3,000	13.229	203,892	0,26
31	13.273	2,000	13.387	213,751	0,85
32	5.918	1,000	5.994	207,246	1,27
33	9.530	3,000	9.616	221,879	0,89
34	10.353	3,000	10.431	218,057	0,75
35	12.314	2,000	12.456	217,105	1,14
36	6.470	2,000	6.504	220,709	0,52
37	4.759	3,000	4.778	233,142	0,40
38	5.565	2,000	5.604	229,648	0,70
39	4.538	2,000	4.573	229,258	0,77
40	6.867	2,000	6.958	208,899	1,31
41	3.111	1,000	3.187	204,859	2,38
42	3.012	1,000	3.016	200,694	0,13
43	3.370	2,000	3.466	218,400	2,77
44	3.829	3,000	3.999	198,501	4,25
45	7.552	3,000	7.660	194,469	1,41
46	1.035	3,000	1.046	185,281	1,05
47	1.350	2,000	1.426	190,023	5,33
48	1.703	2,000	1.727	194,906	1,39
49	3.614	2,000	3.651	187,247	1,01
50	2.169	2,000	2.349	203,377	7,66
51	17.568	2,000	17.620	209,180	0,30
52	16.600	3,000	16.683	187,481	0,50
53	14.099	2,000	14.162	209,165	0,44
54	16.217	4,000	16.277	204,734	0,37
55	21.364	2,000	21.364	222,752	0,00
56	8.516	2,000	8.571	195,733	0,64
57	8.735	3,000	8.840	204,656	1,19
58	10.568	3,000	10.651	214,079	0,78
59	13.446	2,000	13.592	173,503	1,07
60	15.392	4,000	15.441	204,329	0,32
61	6.801	3,000	6.999	212,019	2,83
62	11.354	3,000	11.437	219,117	0,73
63	5.282	2,000	5.420	207,527	2,55
64	6.746	2,000	6.887	216,013	2,05
65	7.881	2,000	7.891	214,547	0,13

Continuação

66	5.043	3,000	5.201	207,121	3,04
67	8.324	3,000	8.612	179,696	3,34
68	4.918	2,000	5.112	234,203	3,79
69	4.314	2,000	4.341	184,766	0,62
70	8.994	3,000	9.135	230,896	1,54
71	4.768	3,000	4.886	218,696	2,42
72	2.412	2,000	2.483	196,373	2,86
73	3.328	4,000	3.401	202,269	2,15
74	5.220	3,000	5.369	224,999	2,78
75	5.939	2,000	6.154	237,884	3,49
76	16.710	3,000	16.812	222,315	0,61
77	17.545	2,000	17.660	225,763	0,65
78	20.522	4,000	20.590	253,625	0,33
79	16.139	2,000	16.332	229,460	1,18
80	13.118	3,000	13.205	241,082	0,66
81	10.847	3,000	11.028	243,797	1,64
82	11.506	3,000	11.640	203,049	1,15
83	12.304	3,000	12.438	223,376	1,08
84	11.744	2,000	11.873	186,061	1,09
85	10.649	2,000	10.821	200,475	1,59
86	9.919	2,000	10.028	199,633	1,09
87	11.926	3,000	12.091	200,631	1,36
88	9.962	2,000	10.128	184,298	1,64
89	10.901	4,000	11.062	222,237	1,46
90	9.623	2,000	9.854	203,736	2,34
91	13.182	2,000	13.359	212,737	1,32
92	9.152	3,000	9.351	230,116	2,13
93	7.381	2,000	7.395	215,186	0,19
94	6.712	2,000	6.832	218,649	1,76
95	6.392	3,000	6.523	199,961	2,01
96	5.114	2,000	5.337	199,586	4,18
97	4.379	2,000	4.584	194,984	4,47
98	5.725	3,000	5.855	212,597	2,22
99	8.494	3,000	8.761	224,827	3,05
100	10.313	2,000	10.501	207,714	1,79
101	13.236	3,000	13.407	203,720	1,28
102	10.728	2,000	10.913	185,952	1,70
103	18.927	2,000	19.121	204,719	1,01
104	15.636	2,000	15.779	168,230	0,91
105	17.608	2,000	17.757	190,023	0,84
106	28.965	2,000	29.193	201,536	0,78
107	24.379	3,000	24.622	205,483	0,99
108	16.233	3,000	16.326	185,109	0,57
109	16.520	4,000	16.703	204,953	1,10
110	13.275	2,000	13.446	195,437	1,27
111	13.592	2,000	13.756	223,907	1,19
112	15.088	2,000	15.251	205,467	1,07
113	18.774	3,000	18.955	236,402	0,95
114	12.237	2,000	12.372	192,207	1,09
115	21.701	2,000	21.900	232,892	0,91
116	10.947	3,000	11.085	214,859	1,24
117	14.926	2,000	15.014	212,706	0,59
118	10.941	3,000	11.125	209,867	1,65
119	15.538	5,000	15.678	211,271	0,89
120	9.776	3,000	9.921	209,352	1,46
121	9.086	2,000	9.215	251,082	1,40
122	10.350	3,000	10.624	213,767	2,58
123	15.316	3,000	15.485	224,952	1,09
124	12.080	2,000	12.309	225,701	1,86
125	14.363	3,000	14.533	222,737	1,17

APÊNDICE N – Resultados GRASP PR 50 x 6

Instância	GC	Tempo [Seg]	PR 50	Tempo [Seg]	Gap %
1	23.300	5,000	23.458	445,327	0,67
2	27.230	4,000	27.401	398,721	0,62
3	20.964	5,000	21.071	472,446	0,51
4	19.685	6,000	19.858	478,374	0,87
5	18.169	5,000	18.172	429,515	0,02
6	17.818	4,000	17.881	477,626	0,35
7	16.788	7,000	16.807	495,098	0,11
8	15.875	4,000	16.062	458,375	1,16
9	11.768	4,000	11.946	464,428	1,49
10	12.633	4,000	12.753	469,358	0,94
11	15.054	3,000	15.190	409,734	0,90
12	13.361	3,000	13.466	488,982	0,78
13	10.604	3,000	10.733	368,425	1,20
14	13.885	4,000	14.032	481,292	1,05
15	12.450	4,000	12.603	429,889	1,21
16	8.732	3,000	8.867	470,216	1,52
17	12.989	4,000	13.184	458,968	1,48
18	7.817	3,000	7.993	500,074	2,20
19	5.246	3,000	5.335	470,512	1,67
20	11.428	4,000	11.618	499,029	1,64
21	4.304	3,000	4.501	405,694	4,38
22	3.328	3,000	3.490	419,609	4,64
23	4.485	3,000	4.626	423,915	3,05
24	2.498	3,000	2.664	411,949	6,23
25	6.081	2,000	6.304	467,111	3,54
26	18.528	2,000	18.607	440,575	0,42
27	22.599	5,000	22.765	469,857	0,73
28	21.794	4,000	21.917	465,738	0,56
29	18.824	4,000	18.888	454,116	0,34
30	18.964	4,000	19.024	439,655	0,32
31	16.037	3,000	16.152	396,490	0,71
32	9.205	3,000	9.249	385,585	0,48
33	15.720	6,000	15.809	505,924	0,56
34	12.796	4,000	12.887	517,265	0,71
35	14.131	5,000	14.145	431,559	0,10
36	11.894	4,000	12.070	453,492	1,46
37	10.907	3,000	10.935	470,730	0,26
38	12.976	3,000	13.089	397,379	0,86
39	11.165	3,000	11.317	410,140	1,34
40	9.345	3,000	9.477	422,199	1,39
41	12.929	3,000	13.091	450,793	1,24
42	8.023	4,000	8.086	444,257	0,78
43	5.928	3,000	6.017	466,815	1,48
44	8.743	3,000	8.974	352,451	2,57
45	9.334	4,000	9.621	472,712	2,98
46	5.634	3,000	5.812	482,930	3,06
47	2.802	4,000	2.927	457,954	4,27
48	4.126	2,000	4.222	509,122	2,27
49	5.948	3,000	6.055	396,053	1,77
50	6.728	3,000	6.937	467,595	3,01
51	16.507	3,000	16.558	455,926	0,31
52	20.136	4,000	20.190	473,960	0,27
53	18.094	4,000	18.153	453,773	0,33
54	20.168	3,000	20.212	401,217	0,22
55	23.157	4,000	23.226	429,936	0,30
56	14.703	4,000	14.742	457,486	0,26
57	15.734	4,000	15.838	457,221	0,66
58	16.464	4,000	16.490	505,628	0,16
59	15.565	3,000	15.636	390,125	0,45
60	14.488	6,000	14.557	476,939	0,47
61	11.345	3,000	11.498	447,081	1,33
62	13.058	4,000	13.249	411,871	1,44
63	11.511	4,000	11.661	505,784	1,29
64	8.976	4,000	9.125	443,929	1,63
65	9.318	4,000	9.515	497,188	2,07

Continuação

66	14.299	3,000	14.649	519,387	2,39
67	8.108	3,000	8.335	379,065	2,72
68	13.424	3,000	13.743	493,756	2,32
69	9.777	5,000	10.010	442,026	2,33
70	11.600	3,000	11.869	439,561	2,27
71	13.959	2,000	14.282	443,976	2,26
72	16.575	4,000	16.859	479,638	1,68
73	7.345	4,000	7.555	400,593	2,78
74	7.972	5,000	8.154	445,521	2,23
75	7.874	3,000	8.105	408,985	2,85
76	23.774	5,000	23.926	454,147	0,64
77	32.450	5,000	32.612	548,528	0,50
78	31.574	4,000	31.748	432,885	0,55
79	24.191	4,000	24.393	428,251	0,83
80	21.434	5,000	21.554	400,998	0,56
81	21.033	3,000	21.265	410,374	1,09
82	19.407	4,000	19.643	507,110	1,20
83	18.571	4,000	18.847	447,424	1,46
84	17.673	5,000	17.879	452,541	1,15
85	20.675	4,000	20.875	470,996	0,96
86	23.996	5,000	24.232	496,907	0,97
87	18.892	5,000	19.120	521,852	1,19
88	18.138	4,000	18.317	455,957	0,98
89	17.025	3,000	17.258	470,060	1,35
90	20.835	4,000	21.082	482,633	1,17
91	18.049	4,000	18.280	438,766	1,26
92	14.912	5,000	15.054	442,338	0,94
93	16.367	5,000	16.693	441,090	1,95
94	11.286	4,000	11.577	372,216	2,51
95	13.989	4,000	14.265	462,930	1,93
96	11.832	4,000	12.085	464,334	2,09
97	17.277	3,000	17.588	448,672	1,77
98	22.669	4,000	23.014	486,003	1,50
99	13.740	3,000	13.929	408,627	1,36
100	12.885	3,000	13.093	495,534	1,59
101	29.384	3,000	29.655	389,891	0,91
102	24.716	5,000	24.975	399,813	1,04
103	28.295	4,000	28.537	410,639	0,85
104	28.594	5,000	28.791	418,002	0,68
105	21.524	5,000	21.770	392,652	1,13
106	24.259	4,000	24.515	449,249	1,04
107	18.114	4,000	18.362	447,829	1,35
108	26.604	4,000	26.878	414,149	1,02
109	29.050	3,000	29.292	377,785	0,83
110	19.312	4,000	19.527	414,029	1,10
111	19.603	4,000	19.773	436,833	0,86
112	21.292	4,000	21.462	454,162	0,79
113	25.006	5,000	25.198	444,865	0,76
114	22.318	3,000	22.516	442,929	0,88
115	20.472	4,000	20.774	425,178	1,45
116	16.656	4,000	16.910	452,587	1,50
117	21.944	4,000	22.164	497,250	0,99
118	20.639	3,000	20.876	457,517	1,14
119	27.295	5,000	27.520	428,086	0,82
120	20.005	4,000	20.180	426,216	0,87
121	19.029	3,000	19.257	421,378	1,18
122	14.864	3,000	15.041	424,944	1,18
123	21.302	4,000	21.478	485,839	0,82
124	16.005	4,000	16.222	443,111	1,34
125	21.452	3,000	21.713	464,147	1,20