JUAN CARLOS GALINDO OROZCO

**CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE PAINÉIS REFORÇADOS: COMPARAÇÃO
ENTRE O MÉTODO DA CHAPA ORTOTRÓPICA E O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação Apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para Obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

São Paulo

2009

JUAN CARLOS GALINDO OROZCO

**CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE PAINÉIS REFORÇADOS: COMPARAÇÃO
ENTRE O MÉTODO DA CHAPA ORTOTRÓPICA E O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação Apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para Obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Engenharia
Naval e Oceânica

Orientador: Prof. Livre Docente
Claudio Ruggieri

**São Paulo
2009**

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de janeiro de 2009.

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Orozco, Juan Carlos Galindo

Contribuição ao estudo de painéis reforçados: comparação entre o método da chapa ortotrópica e o método dos elementos finitos / J.C.G. Orozco. -- ed.rev. -- São Paulo, 2009.

194 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1.Processos de fabricação 2.Estruturas oceânicas 3.Tensão dos materiais 4.Vigas de reforço 5.Método dos elementos finitos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Claudio Ruggieri, pela orientação e pelo constante apoio transmitido durante todo o trabalho.

Ao professor Moyses Szajnbok pelos úteis conselhos e apoio.

A minha namorada Tatiana Centanaro e a meus pais Aníbal Galindo e Orfilia Orozco pelo apoio.

Aos amigos Gustavo Donato, Mario Sergio Giancoli Chiodo, Clemente Rendon, Diego Sarzoza e Tatiane Almeida pela sua colaboração e amizade e a todos que colaboraram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

RESUMO

Métodos convencionais, tais como o método da chapa ortotrópica, têm sido aplicados por muitos anos no estudo de painéis reforçados pela sua simplicidade e facilidade de aplicação na determinação de tensões agentes nas fases iniciais da espiral projeto. Não estão disponíveis na literatura, porém, análises comparativas do método da chapa ortotrópica com procedimentos numéricos utilizando elementos finitos (MEF) que permitam a determinação da acurácia ou da ordem de grandeza dos desvios inerentes à aplicação desta metodologia.

O presente trabalho apresenta análises comparativas entre estas duas metodologias na solução de painéis reforçados submetidos a carga lateral uniforme, tipicamente aplicados a estruturas navais (chapa em apenas um dos lados com reforçadores em T). Com este objetivo foram construídos modelos de painéis simplesmente apoiados e engastados (modelagem com elementos de viga e casca) com diferentes espaçamentos e diferentes inércias de reforçadores, configurando uma ampla matriz de análise paramétrica. Os resultados de deflexões e tensões nas vigas e chapas obtidos dos modelos MEF foram parametrizados em função das variáveis da chapa ortotrópica ρ (razão de aspecto virtual), η (coeficiente de torção) e K (parâmetro adimensional de tensões e de deflexão). Esta parametrização permite gerar curvas numéricas de tensão e deflexão dos modelos em estudo. As curvas numéricas assim geradas são comparadas com as curvas propostas pelo método da chapa ortotrópica para painéis reforçados simplesmente apoiados, de tal maneira que sua comparação permita, além de determinar a sensibilidade dos resultados numéricos em função das mudanças de inércia e espaçamento entre reforçadores, aferir o nível de desvio oriundo do uso da metodologia da chapa ortotrópica em relação ao método dos elementos finitos. Resultados mostram que as curvas derivadas da metodologia da chapa ortotrópica fornecem bons resultados para as deflexões e tensões transversais nas vigas no centro do painel reforçado. Para as tensões longitudinais nas vigas, uma curva corrigida de tensões longitudinais máximas é fornecida. No caso das curvas de tensões longitudinais e transversais na chapa, as curvas da chapa ortotrópica fornecem valores conservadores de tensão no centro do painel em relação aos valores obtidos dos modelos MEF. Adicionalmente, uma vez que o método da chapa ortotrópica só fornece curvas para chapa sem reforçadores no caso de condição de engaste, curvas numéricas das diferentes variáveis são fornecidas para esta condição. Analogias são feitas com a solução fornecida pelo método da chapa ortotrópica para painéis reforçados com razão de aspecto $\rho = \infty$, borda longitudinal engastada e borda transversal apoiada. Adicionalmente, resultados analíticos baseados na teoria de grelhas são comparados com os valores fornecidos pelas curvas numéricas para painel engastado obtendo-se resultados consistentes. Com esta análise foi possível determinar a aplicabilidade e limitações do método da chapa ortotrópica no estudo de painéis reforçados simplesmente apoiados. O estudo também fornece novas curvas numéricas para painéis reforçados engastados.

Palavras chave: Painel reforçado. Método da chapa ortotrópica. Método dos elementos finitos.

ABSTRACT

Conventional methods, such as the orthotropic plate, have been applied for many years in the study of stiffened plates to obtain the stresses acting on the structure in the early stages of the structural design, because of its simplicity and easy application. However, comparative analyses of the orthotropic plate method with numerical methods using finite element analyses (FEM) to determine its accuracy or inherent errors are not available in the literature.

This study presents comparative analyses between the solutions of the two methodologies for reinforced panels subjected to lateral uniform load, typically applied to marine structures (plate only on one side with T beams). Models of reinforced panels were implemented for a simply supported and clamped boundary conditions with different spacing between stiffeners and different stiffeners's inertia, setting up a broad array of parametric analysis. The deflections and stresses in beams and plate derived from the MEF analyses were parameterized as function of the orthotropic plate parameters: ρ (virtual aspect ratio), η (torsion coefficient) and K (dimensionless parameter of stress and deflection). This enables the generation of parametric numerical curves of stresses and deflections for the models under study. The numerical curves generated in this way were compared with the analytic curves proposed by the orthotropic plate theory for reinforced panels with simply supported boundary conditions. The comparisons allow, in addition to a sensitivity analysis of the numerical curves as a function of inertia and spacing between stiffeners, the assessment of inherent deviation for the orthotropic plate theory when compared with the finite element analyses. From the comparative analyses, it is possible to conclude that the curves proposed for the orthotropic theory for deflection and stresses of the transverse beam at the center of the reinforced panels have a good correlation with the numeric curves and provide accurate results. For the stresses on longitudinal beam, a revised curved for maximum stresses is provided. For the curves of plate stresses in the longitudinal and transverse directions at the center of the panels, the orthotropic plate theory provides conservative values when compared with the values of FEM models. The orthotropic plate method only provides curves for unstiffened plate under clamped boundary condition. Numerical curves for reinforced panels with clamped boundary condition are provided. Analogies are made between the solution provided by the orthotropic theory for a reinforced panel with an infinite virtual aspect ratio $\rho = \infty$, longitudinal edges clamped and transverse edges simply supported. Additionally, analytical results based on grillage theory were compared with the values provided by the numerical curves for clamped reinforced panels, obtaining a consistent results and a good correlation. This analysis provides a critic overview of the applicability and limitations of the orthotropic plate method for the analyses of reinforced panels with simply supported boundary condition. The study also provides new numerical solutions for reinforced panels with clamped boundary condition.

Key words: Stiffened plates. Orthotropic plate method. Finite element method.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1 INTRODUÇÃO.....	21
2 ANÁLISE ESTRUTURAL DO NAVIO	26
2.1 Tensão e Deflexão Primárias.....	28
2.2 Tensão e Deflexão Secundárias.....	30
2.3 Tensão e Deflexão Terciárias	31
3 PAINÉIS REFORÇADOS	33
3.1 Conceito de <i>Shear Lag</i> e Largura Efetiva	34
3.2 Métodos de Resolução de Painéis Reforçados	38
3.2.1 Método da Teoria Simples de Viga	38
3.2.2 Método da Chapa Ortotrópica	40
3.2.3 Método de Grelhas.....	46
3.2.4 Método dos Elementos Finitos	50
4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E O MODELAMENTO DE PAINÉIS REFORÇADOS	51
4.1 Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV).....	51
4.2 Equação de Equilíbrio em Análise Estática	52
4.3 Tipos de Elementos Finitos.....	54
4.3.1 Elemento de Viga	54
4.3.2 Elemento de Casca	55
4.4 Modelamento de Painéis Reforçados	57
4.4.1 Modelamento por Vigas Excêntricas e Elementos de Casca	58
4.4.2 Modelamento por Elementos Casca	59
4.4.3 Modelamento Ortotrópico	59
5 VALIDAÇÃO DOS MODELOS DE PAINÉIS REFORÇADOS	60
5.1 Comparação do Modelo Analítico de Viga com os Modelos MEF	60

5.1.1 Viga em Balanço	61
5.1.2 Viga Biapoiada	64
5.1.3 Viga Biengastada	66
5.2 Análise e Validação dos Painéis Reforçados.....	69
5.3 Análises de Refinamento de Malha	73
6 PROCEDIMENTO PARA OBTENÇÃO DE CURVAS NÚMERICAS	
DE DEFLEXÃO E TENSÃO EM PAINÉIS REFORÇADOS.....	79
6.1 Matriz de Análise	80
6.2 Implementação dos Modelos de Painéis Reforçados Simplesmente Apoiados	89
6.3 Implementação dos Modelos de Painéis Reforçados Engastados	91
7 RESULTADOS NUMÉRICOS PARA PAINÉIS REFORÇADOS	
SIMPLESMENTE APOIADOS	94
7.1 Efeito de Tensões e Deflexões Terciárias.	94
7.2 Deflexão dos Painéis.	96
7.3 Tensão Longitudinal de Compressão na Chapa.....	101
7.4 Tensão Transversal de Compressão na Chapa	108
7.5 Tensão Longitudinal nas Vigas.....	114
7.6 Tensão Transversal nas Vigas	117
7.8 Distribuição de Tensões em Vigas Longitudinais e Transversais	122
7.9 Discussão e Síntese dos Resultados.....	125
8 RESULTADOS NUMÉRICOS PARA PAINÉIS REFORÇADOS	
ENGASTADOS.....	128
8. 1 Deflexão dos Painéis	128
8.2 Tensões Longitudinais na Chapa	129
8.3 Tensões Transversais na Chapa	135
8.4 Tensão Longitudinal nas Vigas.....	142
8.5 Tensão Longitudinal Máxima nas Vigas	147
8.6 Tensão Longitudinal de Compressão nas Vigas no Engaste.....	148
8.7 Tensão Transversal nas Vigas	148
8.8 Tensão Transversal de Compressão nas Vigas no Engaste	153

8.9 Comparação entre os Valores dos Parâmetros K Obtidos Numericamente com os Resultados de Clarkson	156
8.10 Discussão e Síntese dos Resultados.....	161
9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA A CONTINUAÇÃO DO PRESENTE TRABALHO	165
REFERÊNCIAS	168
ANEXO A – TENSÕES TERCIÁRIAS	171
ANEXO B- CURVAS DE SCHADE PARA DEFLEXÕES E TENSÕES EM PAINÉIS REFORÇADOS.....	174
ANEXO C- CÁLCULO DE DEFLEXÕES E TENSÕES NAS VIGAS NO ENGASTE COM AS CURVAS DE CLARKSON.....	178
ANEXO D- VALORES NUMÉRICOS DO PARÂMETRO K	187

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Painel reforçado.	21
Figura 2. Força cortante e momento fletor na viga navio em águas tranquilas.	27
Figura 3. Condições de aquebramento e tosamento.	28
Figura 4. Deflexão e tensão primárias.	29
Figura 5. Deflexão e tensão secundária, σ_2' e σ_2''	31
Figura 6. Painel reforçado como parte estrutural de um navio.	33
Figura 7. Efeito "Shear Lag" em vigas tipo caixão [10].	34
Figura 8. Efeito de <i>Shear Lag</i> em vigas abertas e vigas tipo caixão.	35
Figura 9. Largura Efetiva dos flanges em viga aberta e tipo caixa	36
Figura 10. Largura Efetiva na seção de máximo momento fletor [10].	37
Figura 11. Viga biengastada sujeita a carga distribuída.	39
Figura 12. Painel reforçado com estrutura ortogonal.	42
Figura 13. Tipos de Painéis A,B,C e D para a aplicação dos gráficos de H. Schade [3] e a sua formulação.	44
Figura 14. Curvas de deflexão de Schade para painéis reforçados [3].	45
Figura 15. Elemento finito unidimensional sujeito a uma ação axial uniformemente distribuída.	52
Figura 16. Sentido de forças e momentos aplicados aos elementos CBar.	55
Figura 17. Sentido positivo das forças e momentos aplicados aos elementos casca.	56
Figura 18. Saída da análise do elemento casca.	56
Figura 19. Viga e chapa colaborante submetida a momento fletor e força axial. ..	57
Figura 20. Modelamento de painéis reforçados com vigas excêntricas.	58
Figura 21. Seção transversal da viga.	61
Figura 22. Viga em balanço.	62
Figura 23. Visualização de concentração de tensões no engaste em uma viga em balanço - modelo casca (N/m^2).	63
Figura 24. Viga biapoçada.	65
Figura 25. Distribuição de tensões em viga biapoçada. Modelo Casca (N/m^2).	65

Figura 26. Distribuição de tensões na seção central da viga biapoiada. Modelo Casca (N/m^2).....	66
Figura 27 .Viga biengastada.....	67
Figura 28. Deflexão do Painel I (m), Modelo Casca.	70
Figura 29. Deflexão do Painel II (m), Modelo Casca.	71
Figura 30. Tensões longitudinais nas vigas do Painel I (N/m^2), Modelo Casca.....	71
Figura 31. Tensões longitudinais nas vigas do Painel II (N/m^2), Modelo Casca....	72
Figura 32. Medidas dos perfis longitudinais e transversais do painel analisado para refinamento.	73
Figura 33. Geometria geral do painel Modelo Viga&Casca. Modelo de refinamento.	74
Figura 34. Tamanho do elemento Chapa Vs. Diferença percentual de tensões máx. na chapa.	75
Figura 35. Distribuição de tensões longitudinais na chapa (N/m^2). Modelo de refinamento.	76
Figura 36.Distribuição de tensões transversais na chapa (N/m^2). Modelo de refinamento.	76
Figura 37. Deflexão e geometria geral do painel. Modelo Casca de refinamento (m).....	77
Figura 38. Painel reforçado Tipo A-Schade.....	81
Figura 39. Secções transversais dos perfis em T implementados nos modelos. ...	86
Figura 40. Painel reforçado com maior rigidez.	88
Figura 41. Painel reforçado com menor rigidez.....	89
Figura 42. Condições de contorno de simplesmente apoiado do painel reforçado.	90
Figura 43. Descrição de deflexões totais, secundárias e terciárias em painel reforçado com número ímpar de reforçadores (m).....	95
Figura 44. Deflexão no centro do painel. $St= 2,5$ m.	97
Figura 45. Deflexão no centro do painel. $St = 1,75$ m.	97
Figura 46. Deflexão no centro do painel. $St= 1$ m.	97
Figura 47 . Deflexão no centro do painel. Inércia 3I.	98
Figura 48. Deflexão no centro do painel. Inércia 2I.	98
Figura 49. Deflexão no centro do painel. Inércia I.	98

Figura 50. Distribuição do campo de deflexões em painel simplesmente apoiado com número ímpar de reforçadores (m).....	100
Figura 51. Deflexões máximas e secundárias no painel de inércia 2I para diferentes espaçamento entre reforçadores.....	100
Figura 52. Unidade de chapeamento para avaliação de tensões terciárias.....	102
Figura 53. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. $St= 2,5$ m.....	105
Figura 54. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. $St= 1,75$ m.....	105
Figura 55. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. $St= 1$ m.....	105
Figura 56. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. Inércia 3I.	106
Figura 57. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. Inércia 2I.	106
Figura 58. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. Inércia I.	106
Figura 59. Campo de tensões longitudinais na chapa em painel reforçado simplesmente apoiado (N/m^2).....	107
Figura 60. Campo de tensões longitudinais na chapa em painel reforçado simplesmente apoiado (N/m^2). Fibra média da chapa.....	108
Figura 61. Tensão transversal de compressão na chapa centro. $St= 2,5$ m.	111
Figura 62. Tensão transversal de compressão na chapa centro. $St= 1,75$ m.	111
Figura 63. Tensão transversal de compressão na chapa centro. $St= 1$ m.	111
Figura 64. Tensão transversal de compressão na chapa centro. Inércia 3I.	112
Figura 65. Tensão transversal de compressão na chapa centro. Inércia 2I.	112
Figura 66. Tensão transversal de compressão na chapa centro. Inércia I.	112
Figura 67. Distribuição e concentração de tensões transversais na chapa de painéis simplesmente apoiados (N/m^2).....	113
Figura 68. Distribuição do campo de tensões transversais na fibra média da chapa (N/m^2). Painel simplesmente apoiado.	113
Figura 69. Tensão longitudinal na viga-centro. $St= 2,5$ m.	115
Figura 70. Tensão longitudinal na viga-centro. $St= 1,75$	115
Figura 71. Tensão longitudinal na viga-centro. $St= 1$ m.	115
Figura 72. Tensão longitudinal na viga centro. Inércia 3I.	116
Figura 73. Tensão longitudinal na viga centro. Inércia 2I.	116
Figura 74. Tensão longitudinal na viga centro. Inércia I.	116
Figura 75. Tensão longitudinal máxima na viga. $St= 2,5$ m.....	118
Figura 76. Tensão longitudinal máxima na viga. $St= 1,75$ m.....	118

Figura 77. Tensão longitudinal máxima na viga. $St=1$ m.....	118
Figura 78. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia $3I$	119
Figura 79. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia $2I$	119
Figura 80. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia I	119
Figura 81. Tensão transversal máxima na viga. $St= 2,5$ m.	120
Figura 82. Tensão transversal máxima na viga. $St= 1,75$ m.	120
Figura 83. Tensão transversal máxima na viga. $St= 1$ m.	120
Figura 84. Tensão transversal máxima na viga. Inércia $3I$	121
Figura 85. Tensão transversal máxima na viga. Inércia $2I$	121
Figura 86. Tensão transversal máxima na viga. Inércia I	121
Figura 87. Distribuição de tensão longitudinal em reforçador longitudinal central (N/m^2).	122
Figura 88. Distribuição de tensões transversais em reforçador transversal central (N/m^2).	123
Figura 89. Painel sujeito a pressão em condições de apoio livre. Teste experimental de Clarkson [8].	124
Figura 90. Distribuição de tensões longitudinais experimentais em reforçadores longitudinais de painel reforçado em condições de apoio livre e pressão uniforme [8].	124
Figura 91. Distribuição de tensões transversais experimentais em reforçadores transversais de painel reforçado em condições de apoio livre e pressão uniforme [8].	125
Figura 92. Deflexão no centro do painel. $St = 2,5$ m.	130
Figura 93. Deflexão no centro do painel. $St = 1,75$ m.	130
Figura 94. Deflexão no centro do painel. $St = 1$ m.	130
Figura 95. Deflexão no centro do painel. Inércia $3I$	131
Figura 96. Deflexão no centro do painel. Inércia $2I$	131
Figura 97. Deflexão no centro do painel. Inércia I	131
Figura 98. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. $St=2,5$ m.....	133
Figura 99. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. $St=1,75$ m.....	133
Figura 100. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. $St=1$ m.....	133
Figura 101. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. Inércia $3I$	134
Figura 102. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. Inércia $2I$	134

Figura 103. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. Inércia I.	134
Figura 104. Campo de tensões longitudinais na fibra média da chapa (N/m^2). Paine	
engastado.	135
Figura 105. Tensão longitudinal na chapa no engaste. $St=2,5$ m.	136
Figura 106. Tensão longitudinal na chapa no engaste. $St=1,75$ m.	136
Figura 107. Tensão longitudinal na chapa no engaste. $St=1$ m.	136
Figura 108. Tensão longitudinal na chapa no engaste. Inércia 3I.	137
Figura 109. Tensão longitudinal na chapa no engaste. Inércia 2I.	137
Figura 110. Tensão longitudinal na chapa no engaste. Inércia I.	137
Figura 111. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. $St= 2,5$ m.	139
Figura 112. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. $St= 1,75$	139
Figura 113. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. $St= 1$ m.	139
Figura 114. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. Inércia 3I.	140
Figura 115. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. Inércia 2I.	140
Figura 116. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. Inércia I.	140
Figura 117. Campo de tensões transversais na chapa (N/m^2). Paine	
engastado.	141
Figura 118. Tensão transversal na chapa-engaste. $St= 2,5m$	143
Figura 119. Tensão transversal na chapa-engaste. $St= 1,75$ m.	143
Figura 120. Tensão transversal na chapa-engaste. $St= 1$ m.	143
Figura 121. Tensão transversal na chapa-engaste. Inércia 3I.	144
Figura 122. Tensão transversal na chapa-engaste. Inércia 2I.	144
Figura 123. Tensão transversal na chapa-engaste. Inércia I.	144
Figura 124. Tensão longitudinal na viga-centro. $St=2,5m$	145
Figura 125. Tensão longitudinal na viga-centro. $St=1,75m$	145
Figura 126. Tensão longitudinal na viga-centro. $St=1$ m.	145
Figura 127. Tensão longitudinal na viga-centro. Inércia 3I.	146
Figura 128. Tensão longitudinal na viga-centro. Inércia 2I.	146
Figura 129. Tensão longitudinal na viga-centro. Inércia I.	146
Figura 130. Tensão longitudinal na Viga –Centro Vs. Tensão longitudinal máxima.	
Paine	
com reforçadores transversais de inércia 3I e $St= 1m$	147
Figura 131. Tensão longitudinal máxima na viga. $St = 2,5$ m.	149
Figura 132. Tensão longitudinal máxima na viga. $St= 1,75$ m.	149

Figura 133. Tensão longitudinal máxima na viga. $St = 1$ m.....	149
Figura 134. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia $3I$	150
Figura 135. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia $2I$	150
Figura 136. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia $3I$	150
Figura 137. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. $St = 2,5$ m.	151
Figura 138. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. $St = 1,75$ m. ...	151
Figura 139. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. $St = 1$ m.	151
Figura 140. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. Inércia $3I$	152
Figura 141. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. Inércia $2I$	152
Figura 142. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. Inércia I	152
Figura 143. Tensão transversal máxima na viga. $St = 2,5$ m.	154
Figura 144. Tensão transversal máxima na viga. $St = 1,75$ m.	154
Figura 145. Tensão transversal máxima na viga. $St = 1$ m.	154
Figura 146. Tensão transversal máxima na viga. Inércia $3I$	155
Figura 147. Tensão transversal máxima na viga. Inércia $2I$	155
Figura 148. Tensão transversal máxima na viga. Inércia I	155
Figura 149. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. $St = 2,5$ m.	157
Figura 150. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. $St = 1,75$ m.	157
Figura 151. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. $St = 1$ m.	157
Figura 152. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. Inércia $3I$	158
Figura 153. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. Inércia $2I$	158
Figura 154. Tensão Longitudinal Máxima de compressão na Viga- Engaste. Inércia I	158
Figura 155. Deflexão no centro do painel, MEF Vs. Clarkson, Inércia reforçadores transversais I e espaçamento $St = 1,75$ m.	159
Figura 156. Tensão longitudinal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson. Inércia I e $St = 1,75$ m.	159

Figura 157. Tensão transversal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson. Inércia I e $St = 1,75$ m.	160
Figura 158. Deflexão no centro do painel, MEF Vs. Clarkson, Inércia reforçadores transversais $2I$ e $St = 1$ m.	160
Figura 159. Tensão longitudinal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson, Inércia $2I$ e $St = 1$ m.	160
Figura 160. Tensão transversal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson. Inércia $2I$ e $St = 1$ m.	161
Figura A. 1. Deflexão e distribuição do campo de tensões longitudinais e transversais nas unidades de chapeamento de $1\text{ m} \times 2,5\text{ m}$	171
Figura A. 2. Deflexão e distribuição do campo de tensões longitudinais e transversais nas unidades de chapeamento de $1\text{ m} \times 1,75\text{ m}$	172
Figura A. 3. Deflexão e distribuição do campo de tensões longitudinais e transversais nas unidades de chapeamento de $1\text{ m} \times 1\text{ m}$	172
Figura B. 1. Deflexão no centro do painel.	174
Figura B. 2. Tensão longitudinal na chapa.	175
Figura B. 3. Tensão transversal na chapa.	175
Figura B. 4. Tensão longitudinal nas vigas.	176
Figura B. 5. Tensão transversal nas vigas.	176
Figura B. 6. Tensões na chapa no engaste.	177
Figura B. 7. Tensões nas vigas no engaste	177
Figura C. 1. Painel reforçado. Nomenclatura de Clarkson.	178
Figura C. 2. Curvas de deflexão para vigas transversais engastadas de Clarkson.	181
Figura C. 3. Curva de máximos momentos fletores em vigas transversais engastadas para painéis reforçados com três reforçadores longitudinais e n reforçadores transversais, $px3$	181
Figura C. 4. Curva de máximos momentos fletores em vigas longitudinais engastadas para painéis reforçados com três reforçadores longitudinais e n reforçadores transversais, $px3$	182

Figura C. 5. Curva de fatores R_1/R e R_2/R em função da razão de aspecto do painel.....	183
---	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Modelo de Viga em Balanço.....	64
Tabela 2. Modelo Viga Biapoiada.....	66
Tabela 3. Viga Biengastada- Engaste.	68
Tabela 4.Viga Biengastada-Centro	68
Tabela 5. Tensões e deflexão Painel I	72
Tabela 6. Tensões e deflexão Painel II	72
Tabela 7. Deflexão e tensão em vigas Vs. Tamanho do Elemento	75
Tabela 8. Tensão máxima e mínima na chapa Vs. Tamanho do elemento.....	75
Tabela 9. Diferenças Porcentuais Modelo Refinado Viga&Casca Vs. Casca.....	77
Tabela 10. Configurações dos Modelos de Painéis Reforçados Modelados.....	87
 Tabela A. 1. Tensões e Deflexões Terciárias nas Unidades de Chapeamento....	173
 Tabela C. 1. Valores de μ e ε , em função das variáveis geométricas.....	183
Tabela C. 2. Valores $\xi_{deflexao}$, $\xi_{V-Longit}$ e $\xi_{V-Trans}$ calculados.....	184
Tabela C. 3. Resultados de Clarkson Vs. Resultados MEF.	186
 Tabela D. 1. Parâmetro K para deflexão em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.	188
Tabela D. 2. Parâmetro K para tensão longitudinal na chapa em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.	188
Tabela D. 3. Parâmetro K para tensão transversal na chapa em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.	189
Tabela D. 4. Parâmetro K para tensão longitudinal na viga em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.	189
Tabela D. 5. Parâmetro K para tensão longitudinal máxima na viga em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.	190
Tabela D. 6. Parâmetro K para tensão transversal máxima na viga em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.	190
Tabela D. 7. Parâmetro K para deflexão em painel de fundo simples engastado.	191

Tabela D. 8. Parâmetro K para tensão longitudinal na chapa em painel de fundo simples engastado.	191
Tabela D. 9. Parâmetro K para tensão transversal na chapa em painel de fundo simples engastado.	191
Tabela D. 10. Parâmetro K para tensão longitudinal na viga em painel de fundo simples engastado.	191
Tabela D. 11. Parâmetro K para tensão longitudinal máxima na viga em painel de fundo simples engastado.	192
Tabela D. 12. Parâmetro K para tensão transversal máxima na viga em painel de fundo simples engastado.	192
Tabela D. 13. Parâmetro K para tensão longitudinal na chapa-engaste em painel de fundo simples engastado.	193
Tabela D. 14. Parâmetro K para tensão transversal na chapa-engaste em painel de fundo simples engastado.	193
Tabela D. 15. Parâmetro K para tensão longitudinal na viga-engaste em painel de fundo simples engastado.	193
Tabela D. 16. Parâmetro K para tensão transversal na viga-engaste em painel de fundo simples engastado.	194

LISTA DE SÍMBOLOS

σ : tensão

M : momento fletor

I : momento de inércia da seção da viga com referência ao eixo neutro com sua respectiva chapa colaborante no caso de painéis reforçados.

c : distância desde o eixo neutro até a fibra mais externa.

E : módulo de elasticidade do material

w : deflexão

q : carga cortante por unidade de comprimento

σ_2' : tensão secundária em reforçador pesado

σ_2'' : tensão secundária em reforçador leve

P : pressão

D_x e D_y : rigidez a flexão nas duas direções ortogonais

D_{xy} e D_{yx} : rigidez a torção nas duas direções ortogonais.

ρ : razão de aspecto virtual.

$\bar{g}$: distancia entre o centróide da chapa e o centróide da viga, *offset*.

l : comprimento de viga

a : comprimento do painel reforçado

b : largura do painel reforçado o largura do reforçador incluindo chapa colaborante.

b_e : largura efetiva

I_{pa} (I_{pb}) : momento de inércia da chapa colaborante efetiva que trabalha com os reforçadores longitudinais (transversais) repetitivos.

I_{na} (I_{nb}) : momento de inércia incluindo largura efetiva da chapa dos reforçadores repetitivos longitudinais (transversais).

η : coeficiente de torção

γ : coeficiente de Poisson

t : espessura da chapa

S_a : espaçamento entre reforçadores longitudinais

S_b , S_t : espaçamento entre reforçadores transversais

i_a (i_b): rigidez unitária na direção longitudinal (transversal)

I_a (I_b): momento de inércia do reforçador longitudinal (transversal) repetitivo incluindo largura efetiva da chapa colaborante.

K : parâmetro adimensional de deflexão e tensão

P : pressão

D : rigidez flexional de chapa

ν : coeficiente de Poisson

r_a (r_b): distância da linha neutra da seção até a fibra externa da chapa ou da viga no reforçador longitudinal (transversal).

1 INTRODUÇÃO

O elemento estrutural constituído por uma chapa e vigas que atuam como reforçadores, geralmente em direções ortogonais, é denominado painel reforçado (vide Fig. 1). Os painéis reforçados representam o elemento estrutural mais utilizado na estrutura de navios. Eles estão apoiados em elementos mais rígidos como anteparas longitudinais e transversais, cavernas, quilhas, etc., formando a estrutura do navio.

Figura 1. Painel reforçado.

Os painéis reforçados, além de garantir estanqueidade e transmitir cargas à estrutura do navio, fornecem rigidez estrutural no sentido longitudinal e transversal. O painel reforçado como parte estrutural do fundo do navio está submetido a uma carga uniforme lateral e as suas condições de contorno estão determinadas pela rigidez estrutural dos elementos no contorno do painel. A determinação do estado de tensões e deformações de um painel reforçado sob pressão, do ponto de vista teórico, não é simples, por ser esta uma estrutura complexa onde interagem chapa e perfis. Diversas metodologias simplificadoras têm sido propostas e são aplicadas na determinação da ordem de grandeza das tensões de anteprojeto.

As metodologias de teoria simples de viga e da chapa ortotrópica são as duas de maior aceitação por sua simplicidade e facilidade de aplicação.

A metodologia simples de viga, em sua forma mais elementar, consiste em uma viga única com parte da chapa entre reforçadores trabalhando como flange na qual as cargas laterais sobre o painel são representadas por cargas distribuídas por unidade de comprimento ao longo do vão da viga. Esta metodologia negligencia a rigidez estrutural do painel e a interação entre as vigas.

No método da chapa ortotrópica, o painel reforçado é idealizado como uma chapa ortotrópica equivalente cuja rigidez a flexão e torção variam em duas direções ortogonais. A aplicação do método da chapa ortotrópica em painéis reforçados foi desenvolvida por H. Schade nos artigos "*Bending Theory of Ship Bottom Structure*" [1] e "*The Orthogonally Stiffened Plate Under Uniform Lateral Load*" [2]. H. Schade apresentou uma série de curvas de fácil aplicação desta metodologia em seu artigo "*Design Curves for Cross –Stiffened Plating under Uniform Bending Load*"[3].

Um método mais refinado que aproveita a capacidade de processamento dos procedimentos numéricos é o método de grelhas. Neste método o painel reforçado é idealizado como um sistema de vigas interceptadas denominado grelha e é submetido a cargas perpendiculares a seu plano. Cada viga é formada pelo reforçador e uma largura de chapa colaborante. A análise elástica das grelhas submetidas a cargas normais ao plano consiste em satisfazer as condições de equilíbrio e compatibilidade de deflexão em cada ponto de interseção.

Apesar do desenvolvimento do método e programas de elementos finitos, os métodos convencionais continuam sendo aplicados por sua simplicidade e facilidade de aplicação para a determinação das tensões e deflexões nas fases iniciais da espiral de projeto.

Sendo o método da chapa ortotrópica um método aplicável na fase iniciais da espiral de projeto e as curvas de H. Schade parametrizadas [3] e aplicáveis a

quase todas as condições de contorno e diversos tipos de geometria, não se encontrou referências na literatura que envolvam o método dos elementos finitos na determinação da acurácia ou da ordem de grandeza dos desvios inerentes à aplicação desta metodologia.

Clarkson aplicando o método de grelhas na obtenção de tensões nas vigas encontrou boa correlação com os resultados obtidos do método da chapa ortotrópica para painéis reforçados com mais de nove reforçadores em cada direção [4]. Para menor número de reforçadores as análises realizadas por Clarkson não apresentam uma boa correlação. Testes experimentais realizados por Peterson e Jonhson [5] na Universidade de Stanford reportaram uma melhor correlação com a teoria da chapa ortotrópica para painéis reforçados com condições de contorno de bordas simplesmente apoiadas em relação às outras condições de contorno.

Considerando as observações anteriores, torna-se importante, portanto, a realização de análises comparativas entre o método de elementos finitos e a metodologia da chapa ortotrópica para determinar as vantagens, desvantagens e limites de aplicação desta teoria na resolução de painéis reforçados, assim como o nível de acurácia envolvido na sua aplicação. Da mesma maneira, através dos modelos de elementos finitos é possível obter uma melhor compreensão do comportamento de painéis reforçados submetidos a carga lateral uniforme e assim um melhor entendimento das limitações e vantagens dos diferentes métodos analíticos utilizados na avaliação destes.

No desenvolvimento do presente trabalho foram implementados modelos de elementos finitos com o objetivo de gerar curvas numéricas parametrizadas em função das variáveis da chapa ortotrópica para sua comparação com as curvas propostas por H. Schade. O painel reforçado simplesmente chapeado (fundo simples) com condições de contorno de bordas simplesmente apoiadas ou engastadas foi modelado. O painel simplesmente apoiado foi simulado por este apresentar uma melhor correlação com testes experimentais em comparação com outras condições de contorno segundo a literatura [5]. O painel totalmente

engastado foi simulado por ser representativo do comportamento físico de painéis no fundo do navio e por Schade não apresentar curvas teóricas para este caso pela dificuldade encontrada na sua resolução analítica. Os resultados obtidos numericamente dos modelos engastados foram comparados aos resultados obtidos com o método de grelhas proposto por Clarkson [4] com o propósito de validá-los do ponto de vista analítico.

Com o desenvolvimento do presente trabalho pretende-se atingir os seguintes objetivos:

- Conduzir uma análise da acurácia ou da ordem de grandeza dos desvios que implica a aplicação da metodologia da chapa ortotrópica na determinação do estado de tensões e deflexões de painéis reforçados sujeitos a pressão uniforme em comparação ao método dos elementos finitos (MEF).
- Determinar as vantagens, desvantagens e limites da aplicação da teoria da chapa ortotrópica na resolução de painéis reforçados.
- Determinar a sensibilidade das curvas numéricas de deflexão e tensões (parametrizadas em função das variáveis da chapa ortotrópica e obtidas a partir de modelos MEF) em função da inércia dos reforçadores e do espaçamentos entre eles.
- Obter um maior entendimento do comportamento do campo de tensões em um painel reforçado sujeito a carga lateral uniforme.

Como parte introdutória do trabalho, apresenta-se no capítulo 2 o painel reforçado como componente estrutural do navio. No capítulo 3 são tratadas as metodologias de maior aplicação na determinação do estado de tensões em painéis reforçados. A forma de modelar painéis reforçados no método de elementos finitos (MEF) e a validação dos modelos utilizados no presente trabalho são abordadas nos capítulos 4 e 5. No capítulo 6 é apresentada a metodologia

utilizada na implementação das curvas obtidas a partir dos resultados gerados pelos modelos MEF. No capítulo 7 as curvas numéricas de painel reforçado simplesmente apoiado, geradas em função dos parâmetros da chapa ortotrópica, são comparadas com as curvas propostas por Schade. No capítulo 8 as curvas para painel reforçado engastado são apresentadas. Nestes capítulos, o comportamento das curvas numéricas a variações em inércia e espaçamento dos reforçadores é analisado. Dedicase o capítulo 9 a comentar a presença e influência de concentração de tensões nos painéis reforçados. Por último, no capítulo 10 as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

2 ANÁLISE ESTRUTURAL DO NAVIO

O tamanho e as principais características dos navios são determinados primeiramente por sua missão e serviço. Em adição aos requerimentos básicos funcionais existem outras considerações como estabilidade, baixa resistência ao avanço, segurança e restrições de navegação como o calado e a largura do navio. A estrutura do navio deve ser projetada com estas restrições para suportar todas as cargas a que este será submetido durante a sua vida útil.

Além da sua função de integridade e rigidez estrutural, os componentes estruturais do navio têm outras funções, tais como a estanqueidade do navio e sua compartimentação.

Os carregamentos para os quais o navio é projetado têm várias fontes. As cargas estáticas são produto do peso do navio, das cargas nele contidas e da pressão hidrostática que gera a flutuação como consequência do volume de água deslocada. Embora a flutuação total seja igual ao peso do navio e das cargas nele contidas, as suas distribuições não são iguais ao longo do casco, dando origem à distribuição de força cortante e momento fletor em águas tranquilas (vide Fig. 2).

As cargas dinâmicas são consequência do movimento do navio entre ondas. Entre elas encontram-se o efeito direto das ondas, o efeito de “slamming” e cargas produzidas por máquinas rotativas como o hélice e a máquina propulsora. Para o movimento do navio entre ondas consideram-se as condições de alquebramento e tosamento como ilustrado na Fig. 3. Com o carregamento gerado por estas condições e adicionando as cargas de águas tranquilas, obtém-se a máxima e a mínima força cortante e momento fletor que atuam no navio.

Do ponto de vista racional, para o cálculo de deflexões e tensões, a viga navio é considerada uma viga caixão submetida a momento fletor e força cortante. Tendo em vista o fundamento da teoria de vigas de Euler Bernoulli, o navio apresenta o seguinte comportamento, características e simplificações [9]:

- a viga navio é analisada como prismática, ou seja, não possui seções abertas ou descontinuidades e todas as seções transversais são iguais;
- as seções transversais permanecem planas depois da viga apresentar deflexão, ou seja, não deformam em seu próprio plano e continuam ortogonais ao eixo neutro;
- o efeito de Poisson na deflexão é negligenciado;
- o módulo de elasticidade do material é igual para compressão e tensão;
- as tensões e deformações por cortante não influenciam as tensões e deformações por flexão.

Figura 2. Força cortante e momento fletor na viga navio em águas tranquilas.

Figura 3. Condições de aquebramento e tosamento.

A análise estrutural do navio como viga caixão pode ser resumida na análise das resistências longitudinal, transversal e local.

A resistência longitudinal se relaciona com a capacidade do navio de suportar as tensões longitudinais calculadas com base nas curvas de força cortante e momento fletor que atuam sobre a viga navio. A tensão assim obtida é denominada tensão primária.

A resistência transversal do navio é a capacidade de resistir aos carregamentos que tendem a causar distorção na seção transversal. Os membros estruturais que determinam a resistência transversal são as anteparas transversais, cavernas e hastilhas [9].

A resistência local refere-se à resistência do conjunto chapa-perfil, painel reforçado, e da unidade de chapeamento como membros estruturais da viga navio. As tensões obtidas nestes elementos estruturais são denominadas tensões secundárias e terciárias respectivamente.

2.1 Tensão e Deflexão Primárias

A estrutura global do navio é denominada viga navio. O estado de tensões e a deflexão obtida da viga navio ou estrutura primária submetida a flexão pelo

momento resultante são denominados tensão e deflexão primárias (vide Fig. 4). Os membros que determinam a resistência estrutural longitudinal ou primária do navio são conveses, costados, teto do duplo fundo, fundo, sicordas, longarinas e quilhas.

Figura 4. Deflexão e tensão primárias.

A tensão e deflexão primárias da viga navio são determinadas pelas seguintes equações [9]:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (1.1)$$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q(x) \quad (1.2)$$

onde,

σ = Tensão de flexão (N/m^2)

M = Momento fletor (Nm)

I = Momento de inércia da seção da viga com referência ao eixo neutro (m^4)

c = Distância desde o eixo neutro até a fibra mais externa (m)

E = Módulo de elasticidade do material ($\frac{N}{m^2}$)

w = Deflexão (m)

q = Carga cortante por unidade de comprimento ($\frac{N}{m}$)

A estrutura de fundo da viga navio é normalmente mais robusta, ficando o eixo neutro normalmente na parte inferior da seção transversal. Portanto, a condição de máxima tensão de tração e alquebramento é normalmente determinada para o convés superior ou principal. As tensões no convés superior e fundo do navio são praticamente constantes em toda a espessura do chapeamento [9].

2.2 Tensão e Deflexão Secundárias

Certas partes do navio podem ser consideradas apoiadas no restante da estrutura, devido à rigidez da estrutura adjacente ser muito maior em relação à parte considerada. Este é o critério que leva à identificação de uma estrutura secundária. Por exemplo, a estrutura formada pelas anteparas e costados tem uma rigidez na direção longitudinal muito maior que o painel reforçado delimitado pelos mesmos [7].

A tensão e deflexão presentes nos painéis reforçados, considerados como estrutura secundária, devido ao carregamento lateral e no plano são denominadas tensão e deflexão secundárias. Nos painéis reforçados como unidade estrutural são de interesse as deflexões e o estado de tensões na chapa e reforçadores.

As tensões secundárias são convenientemente classificadas em σ_2' e σ_2'' se elas forem avaliadas sobre um perfil (ou enrijecedor) pesado ou leve (vide Fig. 5).

Figura 5. Deflexão e tensão secundária, σ_2' e σ_2'' .

O chapeamento como parte deste conjunto apresenta uma distribuição linear de tensão ao longo da sua espessura.

As diferentes metodologias para abordagem do cálculo das tensões secundárias nos painéis reforçados serão tratadas posteriormente.

2.3 Tensão e Deflexão Terciárias

A tensão e deflexão obtidas em uma unidade de chapeamento (unidade de chapa delimitada por dois reforçadores longitudinais e dois transversais) submetida a um carregamento lateral são denominadas tensão e deflexão terciárias.

As cargas laterais são suportadas através de uma distribuição linear de tensões de tração e compressão na sua espessura no caso de pequenas deflexões. Porém, quando as deflexões são de ordem maior que a espessura aparecem tensões de membrana [6]. Tais tensões de membrana podem ser consideradas desprezíveis quando a deflexão local da unidade de chapeamento for

menor que a metade da sua espessura ($w/t \leq 0.5$) para condição de engaste e menor que a espessura ($w/t \leq 1$) para condição de livre apoio [10]. Entretanto, o chapeamento é algumas vezes projetado para permitir pequenas deformações locais permanentes por soldagem ou por condições de carga no início da operação da unidade [7] [8].

Uma vez determinadas as condições de apoio adequadas e com a aplicação da teoria de placas e cascas, são determinadas a deflexão e tensão terciárias nas unidades de chapeamento. A condição dos apoios no contorno da unidade de chapeamento do fundo do navio é em geral de engaste, pois esta encontra-se sujeita a uma pressão uniformemente distribuída e na sua adjacência tem-se condições de carga e geometria similar [7].

A aplicação desta classificação permite tratar as tensões independentemente, facilitando seu cálculo para posteriormente aplicar o princípio da superposição de efeitos [7] [9]. Por exemplo, na unidade de chapeamento o estado de tensões global é igual à tensão terciária mais as tensões no plano da chapa, produto do momento fletor na viga navio, como também da carga lateral sobre o painel reforçado.

Para a aplicação do princípio de superposição é preciso que se apresentem as seguintes condições:

- que as tensões sejam independentes;
- que as tensões estejam presentes simultaneamente;
- que sejam tensões normais no mesmo ponto e no mesmo plano.

3 PAINÉIS REFORÇADOS

Painéis reforçados representam o elemento estrutural mais utilizado na estrutura de navios. Eles são unidos por elementos mais rígidos como anteparas longitudinais e transversais, cavernas, quilhas, etc. formando a estrutura do navio. Os painéis reforçados são formados por uma chapa e vigas que atuam como reforçadores, geralmente em direções ortogonais (vide Fig. 6). O objetivo das vigas é suportar o carregamento transversal que atua sobre o chapeamento, mantendo-o em sua posição e geometria de forma que suporte as cargas existentes no plano da estrutura, e transmitir estas cargas à estrutura do navio [10].

Figura 6. Painel reforçado como parte estrutural de um navio.

Os painéis reforçados, além de estanqueidade, conferem alta rigidez no sentido longitudinal e transversal à viga navio. Eles devem ser projetados para suportar as tensões primárias, secundárias e terciárias, as quais são produto da flexão da viga navio, cargas locais e carga lateral na chapa respectivamente [6].

Quando o painel é submetido à flexão, a chapa trabalha como flange das vigas e portanto, aumenta a rigidez do módulo de seção destas [10]. O conceito da chapa trabalhando como flange dos reforçadores longitudinais e transversais,

usualmente denominado como *Chapa Colaborante*, é amplamente utilizado no estudo de deflexão e tensão em painéis reforçados. Isto reduz a análise de painéis reforçados à aplicação da teoria de vigas de Euler–Bernoulli com um grande número de redundâncias [4]. Devido ao efeito de *shear-lag*, que será abordado na próxima seção, a chapa ao trabalhar como flange do reforçador tem uma *largura efetiva* menor que a distância entre reforçadores.

3.1 Conceito de *Shear Lag* e Largura Efetiva

A teoria de vigas estabelece que as tensões de flexão são diretamente proporcionais à distância do ponto considerado até o eixo neutro. Portanto, nas vigas formadas por alma e flanges as tensões devem ser constantes ao longo dos flanges. Entretanto, em muitos modelos físicos a flexão não é causada por flexão pura (aplicação de momentos fletores nos extremos da viga) e sim por cargas transversais que são absorvidas pela alma da viga. Sob o efeito destas cargas, a alma da viga é curvada induzindo deformações máximas nos flanges. Essas deformações se originam na alma e somente atingem o flange por causa do cisalhamento. Este fenômeno é ilustrado na Fig. 7, a qual mostra uma seção de uma viga tipo caixão em balanço com uma carga concentrada F na extremidade livre [10].

Figura 7. Efeito "Shear Lag" em vigas tipo caixão [10].

A força é suportada pelas almas da viga que se curvam de forma a alongar e a encurtar os extremos superior e inferior da viga respectivamente. O contorno alongado da alma traciona consigo o chapeamento do flange superior originando tensões de cisalhamento neste. Estas tensões de cisalhamento e de flexão distorcem o flange em seu plano. Esta distorção é tal que, ao analisar um elemento retangular discreto no extremo do flange, o lado do elemento mais próximo da alma da viga apresenta um maior alongamento, ou seja, a deformação e tensão no sentido longitudinal é menor no lado interno deste. Este mesmo fenômeno ocorrerá em cada elemento, do canto até a linha de centro, apresentando uma diminuição gradual da distorção até desaparecer no centro da viga caixão onde a tensão de cisalhamento é nula. O resultado final é a distorção do flange no plano longitudinal, portanto as seções não permanecem planas no plano. Esta distorção, comumente chamada de *empenamento* (*warping*) da seção transversal, tem como aspecto mais significativo a presença de menores tensões de flexão nas regiões do flange mais afastadas da alma, ou seja, ocorre comumente "atraso" destas em relação às tensões mais próximas da alma. Desta maneira os elementos mais afastados das almas da viga estão sujeitos a tensões menores e em consequência sua contribuição à resistência da viga é considerada menos efetiva. Este fenômeno é denominado "*shear lag*" e ocorre em vigas com flanges largos sob esforços cortantes. Em vigas abertas são os cantos externos do flange aqueles que são menos efetivos (vide Fig. 8) [10].

Figura 8. Efeito de *Shear Lag* em vigas abertas e vigas tipo caixão.

Para determinar o efeito de *shear lag* sobre o estado de tensões das vigas, o valor máximo de tensão na junta alma-flange é considerado mais representativo que o valor nominal da tensão. Desta abordagem nasce o conceito de largura efetiva (*effective breadth*), o qual é definido como, “a largura da chapa da qual, quando utilizada no cálculo do momento de inércia da seção transversal do perfil, resultará o valor “correto” da tensão máxima de flexão na junção alma-flange, utilizando-se a teoria simples de viga” [10].

A largura efetiva tem que ser tal que a força longitudinal total aplicada no flange real seja igual à força aplicada no flange equivalente. Considerando espessura unitária, tal hipótese resulta em,

$$b_e \sigma_{\max} = \int_0^b \sigma_x dz \quad (2.1)$$

ou

$$b_e = \frac{1}{\sigma_{\max}} \int_0^b \sigma_x dz \quad (2.2)$$

onde b_e é a largura efetiva conforme ilustra a Figura 9.

Figura 9. Largura Efetiva dos flanges em viga aberta e tipo caixa

O fator mais importante na determinação da largura efetiva é a razão entre o comprimento da viga entre pontos de momento fletor zero, L_0 , e a largura do flange da viga, b . Uma baixa razão L_0/b resulta em uma baixa razão b_e/b . A largura efetiva varia de ponto a ponto ao longo da viga, sendo menor naqueles pontos de

carga cortante concentrada, onde se apresenta uma descontinuidade da curva de carga cortante.

Para efeito de projeto, a largura efetiva na seção de máximo momento fletor é considerada. H. Schade [11] desenvolveu a solução da equação de largura efetiva para diversos tipos de carregamentos e geometrias. Embora tenha utilizado várias hipóteses simplificadoras, entre elas a de largura efetiva constante ao longo do comprimento da viga, as curvas desenvolvidas representam uma maneira prática e muito utilizada na determinação da largura efetiva da chapa colaborante na seção de máximo momento fletor. As curvas para a determinação da largura efetiva fornecidas por H. Schade são função do comprimento da viga entre pontos de momento fletor zero, L_0 , a largura da viga, b e o tipo de carregamento a que ela está submetida (vide Fig. 10).

Figura 10. Largura Efetiva na seção de máximo momento fletor [10].

3.2 Métodos de Resolução de Painéis Reforçados

O objetivo principal das metodologias que serão expostas a seguir é determinar a deflexão secundária e o nível das tensões secundárias na direção longitudinal e transversal na chapa e nas vigas dos painéis reforçados.

Aplicando o princípio de superposição é possível adicionar as tensões primárias e terciárias para determinar o estado global de tensões no painel reforçado como membro estrutural do navio. Da mesma maneira, é possível determinar o estado local de tensões no painel reforçado adicionando as tensões terciárias.

Existem diversas metodologias para o estudo do comportamento estrutural de painéis reforçados cada uma delas adotando hipóteses simplificadoras. As metodologias mais empregadas são:

- Método da teoria simples de viga.
- Método da chapa ortotrópica.
- Método de grelhas.
- Método de elementos finitos.

Entre as hipóteses simplificadoras geralmente adotadas pelas metodologias analíticas é prática comum não considerar os efeitos de deformação por cisalhamento e a rigidez torcional do painel nas tensões. Clarkson [4] analisou o efeito da deformação por cisalhamento e de rigidez torcional em painéis simplesmente chapeados (fundo simples) reforçados com vigas abertas tipo I e T, concluindo que seus efeitos nas tensões dos painéis podem ser negligenciados.

3.2.1 Método da Teoria Simples de Viga

Neste método uma única viga, na qual seu flange inferior e/ou superior é constituído pela chapa colaborante, é considerada. A condição de fixação da viga em seus extremos é determinada pela rigidez do elemento estrutural na junta e as

condições de carga na vizinhança. Por exemplo, no caso de longitudinais que apresentam continuidade geométrica e de carga em anteparas submetidos a cargas laterais a condição de engaste representa bem o modelo físico (vide Fig.11) [13].

No modelo de teoria simples de viga, as cargas laterais sobre o painel são representadas por cargas distribuídas por unidade de comprimento ao longo do vão da viga.

Figura 11. Viga biengastada sujeita a carga distribuída.

Os reforços leves que interceptam a viga em estudo são considerados apoiados nesta, portanto, muito menos rígidos. O efeito das cargas cortantes, consequência da interseção com reforços leves, pode ser incluído com a adição de molas nas intersecções [6][9]. A constante elástica média destas molas por unidade de comprimento pode ser determinada dividindo a força por unidade de deflexão de cada reforçador pelo seu espaçamento [16].

Neste método a rigidez a torção do painel, o efeito de Poisson e, na maioria dos casos, o efeito das intersecções com reforços leves são negligenciados [6]. A equação diferencial da deflexão da viga é da forma,

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + k w = q(x) \quad (2.3)$$

onde

w = Deflexão

E = Módulo de elasticidade do material

k = Média da constante de rigidez da mola por unidade de comprimento do reforçador transversal

I = Momento de inércia da seção do reforçador longitudinal com sua respectiva chapa colaborante

$q(x)$ = Carga por unidade de comprimento do reforçador longitudinal

Por ser a análise muito simplificada costumam-se fazer hipóteses conservadoras. Assim, por exemplo, ao analisar hastilhas, as quilhas são consideradas apoiadas nestas, portanto menos rígidas [13]. Recomenda-se a sua aplicação para painéis com reforçadores repetitivos pouco espaçados em uma direção e com menor densidade de reforçadores na outra direção, sendo estes últimos os reforçadores a serem considerados [9].

Ainda que não seja um método muito preciso, ele é amplamente utilizado para determinar a ordem de magnitude da tensão nas fases iniciais da espiral de projeto. Entretanto, no caso de alta rigidez da chapa em comparação à rigidez do reforçador, o método é ainda mais impreciso [6].

3.2.2 Método da Chapa Ortotrópica

Neste método o painel reforçado é idealizado como uma chapa ortotrópica equivalente cuja rigidez a flexão e torção variam em duas direções ortogonais.

Nesta idealização, as propriedades estruturais dos reforços dispostos ortogonalmente são distribuídas uniformemente ao longo do painel (vide Fig. 12) [9]. A deflexão e tensão na chapa equivalente são obtidas da equação diferencial da chapa ortotrópica:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{xy} + D_{yx}) \frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = P \quad (2.4)$$

onde,

w = Deflexão

P = Pressão

D_x , D_{xy} , D_{yx} e D_y representam a rigidez a flexão e a torção nas duas direções ortogonais.

A solução desta equação pode ser considerada exata para pequenas deflexões, até 1,5 vezes a espessura da chapa [14].

H. Schade adaptou a equação da chapa ortotrópica à resolução de painéis reforçados submetidos a carga lateral uniforme em navios em seu artigo “*Design Curves for Cross Stiffened Plating Under Uniform Bending Load*” [3]. Neste artigo o autor fornece uma série de curvas que permitem obter a deflexão e as tensões em vigas e chapas no centro dos painéis reforçados, onde são consideradas máximas pelo autor, em função da geometria do painel e da magnitude da carga lateral uniforme aplicada.

A geometria do painel define os valores dos parâmetros ρ , razão de aspecto virtual, e η , coeficiente de torção, parâmetros de entrada para a utilização das curvas de Schade.

Figura 12. Painel reforçado com estrutura ortogonal.

A razão de aspecto virtual, ρ , é definida pela equação,

$$\rho = \frac{a}{b} 4 \sqrt{\frac{i_b}{i_a}} \quad (2.5)$$

onde, a é o comprimento do painel, b a largura, a/b a razão de aspecto do painel, e i_a e i_b a rigidez por unidade de comprimento longitudinal e transversal respectivamente (vide Fig. 12). A rigidez unitária i_a e i_b são função das inércias dos reforçadores longitudinais e transversais com sua respectiva chapa colaborante. A razão de aspecto virtual pode ser interpretada como a razão de aspecto do painel multiplicada pela relação de rigidez por unidade de comprimento nas duas direções ortogonais como consequência da presença dos reforçadores [3].

O coeficiente de torção, η , está definido por

$$\eta = \sqrt{\frac{I_{pa}}{I_{na}} \frac{I_{pb}}{I_{nb}}} \quad (2.6)$$

onde I_{pa} e I_{pb} são os momentos de inércia da chapa colaborante efetiva, trabalhando com os reforçadores longitudinais e transversais repetitivos respectivamente. I_{na} e I_{nb} são as inércias dos reforçadores repetitivos com a sua respectiva chapa colaborante. A variável η pode ser interpretada como a razão entre a inércia do material sob tensão cortante no plano (chapa colaborante) e o material sob tensão a flexão (chapa colaborante e perfis) [3]. O valor de η varia de zero para grelhas ou painéis simplesmente chapeados a um para chapa sem reforçadores.

As variáveis i_a , i_b (conseqüentemente ρ) e η apresentam variações da sua formulação em função das geometrias dos painéis. Estas geometrias básicas para as quais as curvas da chapa ortotrópica estão definidas são:

- Tipo A, fortemente enrijecidos. O reforçador central, em uma ou nas duas direções, pode ser mais rígido que os outros.
- Tipo B, reforçadores repetitivos, em uma direção, e somente um central na outra. O reforçador central, dentre os repetitivos, pode ser mais rígido que os demais.
- Tipo C, reforçadores somente em uma direção.
- Tipo D, chapa sem reforçadores (chapa isotrópica).

Na Figura 13 são apresentadas as quatro geometrias básicas e as formulações das variáveis i_a , i_b e η em função destas.

Através das curvas de Schade quatro condições de contorno podem ser analisadas: painel apoiado, painel engastado, painel com lados longos engastados e curtos apoiados e painel com lados longos apoiados e curtos engastados. Cada

uma destas condições é apresentada por Schade em forma de curvas parametrizadas.

<p>TIPO A</p> $i_a = \frac{I_{na}}{S_a} + 2 \left(\frac{I_a - I_{na}}{b} \right)$ $i_b = \frac{I_{nb}}{S_b} + \left(\frac{I_b - I_{nb}}{a} \right)$ $\rho = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{i_b}{i_a}}$ $\eta = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{I_{pa} I_{pb}}{I_{na} I_{nb}}}$	<p>TIPO B</p> $i_a = 2 \frac{I_a}{b}$ $i_b = \frac{I_{nb}}{S_b} + 2 \left(\frac{I_b - I_{nb}}{a} \right)$ $\rho = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{i_b}{i_a}}$ $\eta = 0,124 \sqrt{\frac{I_{pb}^2 b}{I_a I_{nb} S_b}}$	<p>TIPO C</p> $i_a = 0$ $i_b = \frac{I_{nb}}{S_b}$ $\rho = \infty$ $\eta = \text{indeterminado}$	<p>TIPO D</p> $i_a = i_b = \frac{t^3}{12(1 - \gamma^2)}$ $\rho = \frac{a}{b}$ $\eta = 1,0$
---	--	---	--

<p>a = Comprimento do painel</p> <p>b = Largura do painel ($a > b$)</p> <p>I_{na} (I_{nb}) = Momento de inércia incluindo largura efetiva da chapa dos reforçadores repetitivos longitudinais (transversais)</p> <p>S_a (S_b) = Espaçamento entre reforçadores longitudinais (transversais)</p> <p>i_a (i_b) = Rigidez unitária na direção longitudinal (transversal)</p>	<p>γ = Coeficiente de Poisson</p> <p>t = Espessura da chapa</p> <p>I_{pa} (I_{pb}) = Momento de inércia da chapa colaborante efetiva que trabalha com o reforçador repetitivo longitudinal (transversal)</p> <p>I_a (I_b) = Momento de inércia incluindo largura efetiva da chapa dos reforçadores longitudinais repetitivos (transversais)</p>
---	--

Figura 13. Tipos de Painéis A,B,C e D para a aplicação dos gráficos de H. Schade [3] e a sua formulação.

Com os valores de ρ e η definem-se nas curvas os valores do parâmetro adimensional K . As curvas fornecem equações para a deflexão e tensões em chapa e vigas em função do parâmetro K , das variáveis geométricas do painel e da

carga lateral uniforme aplicada. Por exemplo, a deflexão no centro do painel é dada pela equação,

$$w = K_{\text{deflexão}} \frac{P b^4}{E i_b} \quad (2.7)$$

onde, deflexão

P = Pressão

E = Módulo de elasticidade do material.

i_b = Rigidez unitária transversal.

$K_{\text{deflexão}}$ = Coeficiente de deflexão.

Como ilustração, na Fig. 14 apresenta-se as curvas de H. Schade para deflexão de painéis reforçados.

Figura 14. Curvas de deflexão de Schade para painéis reforçados [3].

O painel reforçado engastado é um sistema hiperestático, portanto de difícil solução do ponto de vista teórico. H. Schade forneceu soluções para esta condição só para chapa sem reforçadores, baseando-se na formulação de placas e cascas de Timoshenko[15].

Análises têm mostrado uma melhor correlação da teoria da chapa ortotrópica com resultados experimentais para painéis simplesmente apoiados em comparação com as outras condições de contorno [6][14].

A aplicação do método da chapa ortotrópica é adequada para painéis com reforçadores igualmente espaçados, com reforçadores de iguais dimensões em cada uma das suas direções e dispostos ortogonalmente [16]. A validade da idealização da chapa ortotrópica equivalente depende em grande parte do número de reforçadores em cada direção e seu espaçamento. Recomenda-se a sua aplicação para painéis com mais de três reforçadores em cada direção [6]. As curvas de H. Schade [3] são fornecidas no anexo B.

3.2.3 Método de Grelhas

Neste método o painel reforçado submetido a cargas perpendiculares a seu plano é idealizado como um sistema de vigas que se interceptam denominado grelha. Cada viga é formada pelo reforçador e uma largura efetiva de chapa associada. O efeito da rigidez a torção da chapa e da relação de Poisson no comportamento do painel são negligenciados [6][4].

A validade da representação do painel reforçado por uma grelha esta relacionada com a razão de rigidez entre os reforçadores e a chapa. Para razões de rigidez por unidade de largura dos reforçadores em relação à rigidez da chapa maiores de 60, o método fornece resultados adequados [6], ou seja,

$$\frac{EI}{bD} > 60 \quad (2.8)$$

onde,

E = Módulo de elasticidade do reforçador.

I = Momento de inércia do reforçador.

b = Largura do reforçador incluindo chapa colaborante.

D = Rigidez flexional da chapa, $f(espessura, V, E)$.

Para razões menores de rigidez é recomendada a aplicação da teoria da chapa ortotrópica [9].

A análise elástica das grelhas submetidas a cargas normais ao plano consiste em satisfazer as condições de equilíbrio e compatibilidade de deflexão em cada ponto de intersecção. As deflexões são calculadas em função das reações em cada intersecção por meio de um sistema simultâneo de equações. Para apresentar a metodologia considera-se um painel reforçado com r reforçadores transversais, s reforçadores longitudinais e $r \times s$ intersecções entre reforçadores [17]. Em uma primeira abordagem, consideram-se os reforçadores livres para deflexão. O p -ésimo reforçador longitudinal na intersecção com o q -ésimo reforçador transversal apresenta uma deflexão δ_{pq} ; analogamente o q -ésimo reforçador apresenta uma deflexão δ_{qp} no mesmo ponto. A diferença entre as deflexões relativas na intersecção é $\delta_{pq} - \delta_{qp}$. Sendo que as deflexões devem ser iguais na intersecção, uma força vertical é introduzida em cada reforçador para que a diferença relativa das deflexões resulte nula. Porém, a deflexão a ser imposta no q -ésimo reforçador para reduzir a sua deflexão relativa em referência ao p -ésimo reforçador não é só função da carga a ser aplicada na intersecção, mas de todas as cargas nas intersecções com os outros reforçadores longitudinais. Conseqüentemente, a deflexão $\Delta\delta_{qp}$ a ser imposta no q -ésimo reforçador é definida em função das cargas nas intersecções como,

$$\Delta\delta_{qp} = \alpha_{p1} W_{q1} + \alpha_{p2} W_{q2} \dots + \alpha_{pr} W_{qr} \quad (2.9)$$

da mesma maneira, $\Delta\delta_{pq}$ é definida como,

$$\Delta\delta_{pq} = \beta_{q1} W_{1p} + \beta_{q2} W_{2p} \dots + \beta_{qs} W_{sp} \quad (2.10)$$

onde, $\alpha_{p1}, \alpha_{p2}, \dots$ etc. e $\beta_{q1}, \beta_{q2}, \dots$ etc., são coeficientes numéricos a serem obtidos para cada reforçador e cada condição de contorno, e W são as reações nas intersecções. Portanto, a compatibilidade de deslocamentos na interseção em estudo é dada por

$$\delta_{pq} - \delta_{qp} - \Delta\delta_{pq} - \Delta\delta_{qp} = 0 \quad (2.11)$$

equação que pode ser reescrita como

$$\delta_{pq} - \delta_{qp} - (\alpha_{p1} W_{q1} + \alpha_{p2} W_{q2} \dots + \alpha_{pr} W_{qr}) + \beta_{q1} W_{1p} + \beta_{q2} W_{2p} \dots + \beta_{qs} W_{sp} = 0 \quad (2.12)$$

Esta equação caracteriza um sistema linear de equações que pode ser representada matricialmente. Da solução deste sistema obtém-se os valores das reações nas intersecções. Uma vez determinadas, é possível obter o momento fletor em cada elemento de viga da grelha e, portanto, o estado de deflexões e tensões.

Na resolução deste sistema de equações é preciso determinar os valores das deflexões, δ_{pq} e δ_{qp} geradas pelas cargas externas. Surge então a questão de como é a distribuição de cargas entre os dois conjuntos de reforçadores. Várias abordagens têm sido propostas. Algumas vezes é assumido que a carga pode ser representada como cargas concentradas equivalentes nos pontos de interseção.

Quando o painel está arranjado em reforçadores repetitivos pouco espaçados em um sentido, e menor número de reforçadores e com maior espaçamento no outro sentido, é razoável considerar que a carga externa é suportada pelos reforçadores pouco espaçados e que os reforçadores na outra direção estão submetidos a cargas de reação localizadas nas intersecções [17].

Uma abordagem diferente é proposta por Clarkson [8]. Em seu trabalho sobre análise de grelhas, o autor divide a carga externa em duas partes. Uma parte é suportada pelos membros longitudinais e é da forma de ondas parabólicas entre intersecções. A outra parte da carga é suportada pelos reforçadores transversais e são consideradas como cargas distribuídas uniformes. Esta hipótese de distribuição de carga apresenta uma boa correlação com resultados experimentais [8].

Clarkson [4] também propôs um refinamento adicional ao método de grelhas incluindo em sua análise, além da compatibilidade de deflexões, a compatibilidade dos ângulos de inclinação no sentido transversal e longitudinal em cada um dos pontos de interseção dos reforçadores. As reações e momentos são calculados em função das deflexões e dos ângulos de inclinação. A abordagem desta maneira envolve três incógnitas para cada interseção em vez de uma da formulação original do método de grelhas. Isto permite incluir o efeito de deformação por cisalhamento e o efeito da rigidez torcional nas tensões. Como resultado tem-se um sistema de equações simultâneas que pode ser resolvido mediante a aplicação de procedimentos numéricos.

Clarkson em seu estudo "*The Elastic Analysis of Flat Grillages, with Particular Reference to Ship Structures*" [4] apresenta curvas de momento fletor máximo em vigas e de deflexão para painéis reforçados com número ímpar de reforçadores. Estas curvas estão em função das mesmas variáveis da formulação de Schade, adicionando o número de reforçadores nos dois sentidos como variáveis e são apresentadas de acordo com o número de reforçadores no sentido longitudinal e transversal.

Clarkson encontrou resultados consistentes com o método da chapa ortotrópica para painéis reforçados de mais de nove reforçadores em cada direção. Para menor número de reforçadores encontrou erros que podem chegar a 100 % em tensões para borda engastada e maiores a 100% no caso de painéis simplesmente apoiados [4].

3.2.4 Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (MEF) é um procedimento numérico para determinação de quantidades de campo em sistemas contínuos tais como velocidades, temperaturas, deslocamentos, etc. No caso particular de sistemas estruturais (mecânicos), as quantidades de campo descrevem as forças e deslocamentos os quais por intermédio das equações constitutivas (relações tensão-deformação) permitem obter os campos de tensões e deformações agentes sobre a estrutura. O corpo contínuo (estrutura ou componente mecânico) é subdividido (discretizado) em um número finito de partes (elementos) conectados entre si por intermédio de pontos discretos que são designados nós. Da montagem dos elementos e a imposição de condições de equilíbrio e continuidade nos nós resulta um sistema de equações algébricas simultâneas cuja solução fornece as quantidades nos campos nodais. A descrição do método dos elementos finitos será detalhada a seguir.

4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E O MODELAMENTO DE PAINÉIS REFORÇADOS

Os problemas estruturais em análises de engenharia usualmente compreendem um componente com propriedades de material conhecidas e submetido a diversas condições de carga e de contorno. A idealização de um modelo físico em um modelo matemático requer certas suposições que conduzem à formulação de equações diferenciais que governam seu equilíbrio. O método de elementos finitos resolve este modelo matemático. Considerando que a solução de elementos finitos é uma solução aproximada, ela tem uma margem de erro que pode ser reduzida refinando-se a malha do modelo [12]. Com o modelo matemático adequado, refinado e com uma boa discretização, é possível obter resultados com suficiente precisão para as aplicações de engenharia.

No método, as estruturas são representadas como um conjunto de elementos estruturais interconectados por um número finito de nós. Os modelos matemáticos dos elementos estruturais, com que são representados os modelos físicos, estão baseados no princípio dos deslocamentos virtuais, ou princípio dos trabalhos virtuais. O princípio dos trabalhos virtuais afirma que o trabalho realizado pelas forças aplicadas a um corpo é igual ao trabalho realizado pelas tensões internas devido a sua deformação virtual [12].

4.1 Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV)

Este princípio estabelece como condição de equilíbrio de um corpo que, para qualquer pequeno deslocamento virtual imposto sobre este, o trabalho interno virtual seja igual ao trabalho externo virtual. Para exemplificar, considere-se a aplicação do PTV sobre uma barra sujeita a cargas axiais (vide Fig. 15) obtendo como resultado,

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV = \int_L \delta u^T p dL \quad (3.1)$$

onde

$\delta u = [u \quad v \quad w]^T$, campo de deslocamentos virtuais;

$\delta \varepsilon = [\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}]^T$, campo de deformações produzido por δu ;

σ = Tensor de tensões, neste caso tensão normal, relacionado a $\delta \varepsilon$ por uma lei constitutiva do material;

p = Ação exterior distribuída.

O trabalho interno é dado pelo lado esquerdo da equação 3.1 [18].

Figura 15. Elemento finito unidimensional sujeito a uma ação axial uniformemente distribuída.

4.2 Equação de Equilíbrio em Análise Estática

Um dos objetivos básicos do cálculo estrutural é determinar a relação entre as cargas e os deslocamentos nodais. Uma estrutura tem múltiplos elementos estruturais interconectados e, em consequência, múltiplos deslocamentos nodais inter-relacionados como também múltiplas cargas nodais. Portanto, a relação linear entre todas as cargas externas e deslocamentos nodais consiste em um sistema simultâneo de equações o qual pode ser expresso em notação matricial.

A relação deslocamentos - carga é da forma,

$$F = K U \quad (3.2)$$

onde F e U são vetores de carga e deslocamentos nodais respectivamente e a matriz K é denominada matriz de rigidez da estrutura. Para uma condição de carga conhecida, a resolução do problema consiste em obter o vetor U de deslocamentos nodais.

A relação deslocamento–carga para cada elemento pode ser expressa em termos de uma matriz de rigidez do elemento, k^e . A matriz estrutural de um sistema é obtida por meio da superposição sistemática das matrizes de rigidez dos elementos que a constituem, levando em conta a conectividade estrutural dos elementos [10].

Da formulação geral do princípio dos trabalhos virtuais (equação 3.1), deduz-se uma expressão geral para a obtenção da matriz k^e na forma [19]

$$k^e = \int_V B^T E B dV \quad (3.3)$$

onde,

B = Matriz de deformação – deslocamento.

E = Matriz de propriedades constitutivas do material.

V = Volume do elemento.

Com esta fórmula geral, obtém-se a matriz de rigidez, k^e , dos diferentes elementos com os quais é possível modelar uma estrutura com a metodologia dos elementos finitos.

4.3 Tipos de Elementos Finitos

Os fenômenos físicos são modelados nos programas de elementos finitos através de elementos unidimensionais, bidimensionais, e tridimensionais. De acordo com a forma de representação dimensional e o tipo de solicitação compreendida na formulação dos elementos estes podem ser do tipo barra (*Rod*), viga (*Beam*), chapa (*Plate*), casca (*Shell*) e sólido (*Solid*).

A seguir, são apresentadas as características dos elementos de casca e viga utilizados nos modelos do presente trabalho. O programa utilizado como pré e pósprocessador é o MSC-Patran [20] e como processador o MSC-Nastran [21].

4.3.1 Elemento de Viga

O modelamento dos reforçadores no presente projeto foi feito com a topologia *Bar2* e o elemento *CBar* do programa MSC-Nastran. O *Cbar* é um elemento reto unidimensional, prismático de seção constante, com 6 graus de liberdade por nó e cujo eixo neutro é coincidente com o centro de cortante [22].

O modelamento de seções não simétricas com referência a eixos ortogonais com o elemento *Cbar* implica em negligenciar o efeito de distorções (*warping*) como resultado da não coincidência do eixo neutro e do centro de cortante.

As direções positivas de carga e momentos que podem ser aplicados neste elemento são apresentadas na Fig.16.

A saída da análise do elemento consiste em tensões de flexão e tensões axiais. Por meio da adição das tensões obtém-se a tensão máxima e mínima no elemento.

Figura 16. Sentido de forças e momentos aplicados aos elementos CBar.

4.3.2 Elemento de Casca

O modelamento da chapa no presente projeto foi feito com a topologia Cquad4 e o elemento *Shell-Standard Formulation* do programa processador MSC-Nastran [21]. O elemento *Shell-Standard Formulation* tem 5 graus de liberdade por nó, três translacionais e dois rotacionais. A rotação perpendicular ao plano é restringida [22].

As direções positivas de carga e momentos que podem ser aplicados neste elemento são apresentadas na Fig.17.

A saída da análise deste elemento de casca consiste em tensões de membrana constantes na espessura (estado plano de tensões), tensões de flexão variando linearmente na espessura e tensões cortantes nas faces do elemento (vide Fig. 18).

Figura 17. Sentido positivo das forças e momentos aplicados aos elementos casca.

Figura 18. Saída da análise do elemento casca.

4.4 Modelamento de Painéis Reforçados

O modelamento de painéis reforçados deve representar adequadamente a interação entre chapeamento e vigas. Dois modos de interação e resposta estão envolvidos:

- a) Carregamento lateral e resposta à flexão. Numa viga de um painel reforçado, a chapa trabalha como um flange da mesma. Portanto, a chapa está sujeita a carregamento no plano induzido por flexão $\sigma_{x \text{ bend-plate}}$ adicionado ao carregamento no plano produto das tensões primárias da viga navio, $\sigma_{axial-1}$. Como consequência da nova seção transversal da viga, considerando a chapa como flange da mesma, o centróide desta está mais próxima à chapa, tendo-se assim tensões por flexão maiores no flange superior da viga que na chapa ($\sigma_{x \text{ bend-flange}} > \sigma_{x \text{ bend-plate}}$). Devido ao efeito *shear-lag* na chapa (vide Fig. 19), ela tem uma largura efetiva menor que a distância entre os reforçadores (magnitude b_e) [10].

Figura 19. Viga e chapa colaborante submetida a momento fletor e força axial.

- b) Efeito do carregamento axial. O carregamento axial é normalmente uma tensão aplicada, como é o caso da tensão primária, caso no qual o carregamento atua igualmente sob a viga e sob a chapa [10]. Portanto, em

referência à rigidez axial, a viga e a chapa são consideradas independentes e para cada uma a rigidez pode ser levada em conta da maneira usual como parte da matriz de rigidez k^e do elemento.

A seguir apresentam-se diversas metodologias para modelar com MEF painéis reforçados.

4.4.1 Modelamento por Vigas Excêntricas e Elementos de Casca

Neste modelo, o chapeamento não participa diretamente no compute da rigidez a flexão na matriz k^e do elemento de viga, cujas propriedades são obtidas através da sua seção geométrica original sem a chapa e com referência a seu centróide. Os nós do elemento de viga estão localizados na base do elemento, coincidindo com o centróide da chapa, afastados uma distância $\bar{g}$ em relação ao eixo neutro da viga (vide Fig. 20). Esta diferença de localização do nó como ponto de aplicação de deslocamentos e carga axial em relação ao centróide da viga induz uma força e momento no nó [10][23]. O efeito indesejável do momento gera um erro que é minimizado com uma maior discretização do modelo, portanto, maior tempo de processamento e capacidade computacional são requeridos [23]. Este modelo tem a vantagem de não ser necessário arbitrar uma largura efetiva de chapa colaborante. A distância entre os centróides da chapa e da viga, $\bar{g}$, é denominada na literatura como *offset*.

Figura 20. Modelamento de painéis reforçados com vigas excêntricas.

4.4.2 Modelamento por Elementos Casca

O modelamento da chapa e dos reforçadores unicamente com elemento de casca é muito mais complexo e requer maior capacidade computacional e tempo de processamento. Quando é requerido um maior detalhe da distribuição de tensões em uma região específica este é o tipo de modelamento mais adequado [10][23][24].

4.4.3 Modelamento Ortotrópico

Quando o painel reforçado faz parte de uma análise maior, e só é preciso modelar a rigidez deste no plano como elemento estrutural, o modelo com elementos de propriedades ortotrópicas é uma metodologia adequada a ser aplicada. O painel reforçado é modelado como uma chapa de propriedades ortotrópicas sem reforçadores, ou seja, uma chapa com diferente relação tensão-deformação nas duas direções ortogonais [10][6][12].

5 AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE PAINÉIS REFORÇADOS

O objetivo deste capítulo é a avaliação dos tipos de elementos e modelos a serem utilizados no desenvolvimento do presente trabalho. Modela-se uma viga I, constituída por uma viga T com uma largura de chapa colaborante trabalhando como flange inferior, com diferentes configurações (viga, viga&casca e casca) sob carga distribuída. A comparação dos resultados e comportamentos dos modelos MEF com o modelo analítico da teoria de vigas, valida estes como representativos do fenômeno físico. Também é realizada uma comparação de dois painéis reforçados modelados com a configuração viga&casca e casca, os quais encontram-se referenciados na literatura.

Como parte da avaliação dos modelos a serem implementados apresenta-se a metodologia empregada na seleção do tamanho dos elementos a serem utilizados na elaboração destes.

5.1 Comparação do Modelo Analítico de Viga com os Modelos MEF

Com o objetivo de avaliar os elementos a serem utilizados nos modelos de painéis reforçados, compara-se a resposta dos diferentes modelos com diversas condições de apoio com os resultados analíticos da teoria de vigas elásticas. Para efeito de comparação dos resultados do modelo analítico com os modelos de elementos finitos, serão analisados três casos: viga em balanço, viga biapoiada e viga biengastada, submetidas a uma carga distribuída no flange inferior. Os perfis são modelados com três configurações: com elementos viga, com elementos viga e casca (com *offset*) e com elementos casca.

Os modelos representam um perfil I de 508 mm de comprimento com flanges desiguais e seção transversal com dimensões de acordo com a Fig. 21 e submetidos a uma carga distribuída de magnitude $q = 1750 \frac{N}{m}$ na aba inferior.

O material considerado é aço com módulo de elasticidade $E = 207 \text{ GPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$.

Sendo a formulação do elemento viga baseada na teoria clássica de vigas, espera-se que os resultados dos modelos de viga não apresentem diferenças representativas com os resultados analíticos.

Figura 21. Seção transversal da viga.

Para o modelo viga&casca, o flange inferior foi modelado com elemento casca enquanto a alma e o flange superior foram modelados conjuntamente através de um elemento viga excêntrico com seção T.

As magnitudes de interesse na avaliação são: deflexão máxima e tensões longitudinais nos pontos A, B e C (flange superior, junta alma flange inferior e flange inferior respectivamente. Vide Fig. 21) da seção transversal, no engaste e no ponto médio da viga para os casos de viga biapoiada e biengastada.

No modelo analítico o flange inferior foi considerado 100% efetivo considerando que o efeito de *shear lag* é desprezível.

5.1.1 Viga em Balanço

As equações da teoria clássica de vigas aplicadas para tensão, momento e deflexão máxima para viga em balanço são [25],

$$w_{máx.} = \frac{ql^4}{8EI} \quad (5.1)$$

$$M_{máx} = \frac{ql^2}{2} \quad (5.2)$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (5.3)$$

onde,

σ = Tensão de flexão (N/m^2)

M = Momento fletor (Nm)

I = Momento de inércia da seção da viga com referência ao eixo neutro (m^4)

c = Distância desde o eixo neutro até a fibra mais externa (m)

E = Módulo de elasticidade do material (N/m^2)

w = Deflexão (m)

q = Carga cortante por unidade de comprimento (N/m)

l = Comprimento da viga (m)

Figura 22. Viga em balanço.

A viga foi avaliada no engaste onde os valores de momento e tensão são máximos. Os resultados obtidos da teoria clássica de vigas e dos modelos MEF são apresentados na Tabela 1.

Na vizinhança de discontinuidades os elementos casca têm a capacidade de descrever o efeito de concentração de tensões, em contraposição ao elemento viga e o modelo analítico, os quais são limitados neste aspecto pelas suas formulações advindas da teoria clássica da elasticidade. Na Fig. 23 é possível visualizar as concentrações de tensões no modelo casca.

Para poder comparar os modelos quantitativamente é necessário suprimir o efeito de concentração de tensões nas proximidades de discontinuidades, afastando-se destas em busca de tensões representativas da seção transversal. Para efeito prático nesta primeira abordagem, procura-se um afastamento destes pontos tal que a variação percentual das tensões de nó a nó apresentem uma variação inferior a 10 % na direção longitudinal (eixo axial da viga).

Figura 23. Visualização de concentração de tensões no engaste em uma viga em balanço - modelo casca (N/m^2).

Os resultados tomados dos modelos descritos anteriormente são apresentados na sequência.

Tabela 1. Modelo de Viga em Balanço

Modelo Viga em Balanço								
	Deflexão (mm)	φ (%)	Tensão (MPa) A	ϕ (%)	Tensão (MPa) B	ϕ (%)	Tensão (MPa) C	ϕ (%)
Modelo Analítico	2,83		-142,3		64,8		87,8	
Modelo Viga	2,88	1,8	-142,3	0,0			87,8	0,0
Modelo Viga&Casca	2,90	2,5	-144,0	1,2	66,1	2,0	89,3	1,7
Modelo Casca	2,81	-0,8	-146,7	3,1	64,2	-0,9	86,0	2,0

As diferenças percentuais foram calculadas tomando como referência o valor do modelo analítico, na forma

$$\varphi = \frac{w_{FEM} - w_{Analitico}}{w_{Analitico}} * 100 \quad (5.4)$$

$$\phi = \frac{\sigma_{FEM} - \sigma_{Analitico}}{\sigma_{Analitico}} * 100 \quad (5.5)$$

5.1.2 Viga Biapoiada

As equações da teoria clássica de vigas aplicadas para tensão, momento e deflexão máxima para viga biapoiada são [25],

$$w_{máx} = \frac{5ql^4}{384EI} \quad (5.6)$$

$$M_{máx} = \frac{ql^2}{8} \quad (5.7)$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (5.8)$$

A viga foi avaliada no centro onde os valores de momento, tensão e deflexão são máximas (vide Fig. 25 e 26). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2.

Figura 24. Viga biapoiada.

Figura 25. Distribuição de tensões em viga biapoiada. Modelo Casca (N/m^2).

Figura 26. Distribuição de tensões na seção central da viga biapoiada. Modelo Casca (N/m^2).

Os resultados tomados dos modelos descritos anteriormente são apresentados na sequência.

Tabela 2. Modelo Viga Biapoiada

Modelo Biapoiado								
	Deflexão (mm)	ϕ (%)	Tensão (MPa) A	ϕ (%)	Tensão (MPa) B	ϕ (%)	Tensão (MPa) C	ϕ (%)
Modelo Analítico	0,297		35,6		-16,2		-22,0	
Modelo Viga	0,303	2,0	35,6	0,1			-21,9	-0,5
Modelo Viga&Casca	0,311	4,7	35,6	0,1	-16,4	1,2	-22,3	1,3
Modelo Casca	0,305	2,7	34,7	-2,5	-16,0	-1,2	-21,9	-0,6

5.1.3 Viga Biengastada

As equações da teoria clássica de vigas aplicadas para tensão, momento e deflexão máxima para viga biengastada são [25],

$$w_{m\acute{a}x.} = \frac{ql^4}{384EI} \quad (5.9)$$

$$M_{engaste} = \frac{wl^2}{12} \quad (5.10)$$

$$M_{centro} = \frac{wl^2}{24} \quad (5.11)$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (5.12)$$

Figura 27 .Viga biengastada.

A viga foi avaliada no centro e nos engastes onde os valores de momentos, tensões e deflexão são máximos.

No caso de viga biengastada a deflexão por carga cortante é transformada totalmente em deflexão na direção vertical como consequência da condição de restrição nos extremos. Para efeito de comparar a deflexão do modelo teórico, o qual não considera deflexão por cortante, com o modelo viga, este é analisado com e sem o efeito da deflexão por carga cortante. Na comparação de deflexão dos diferentes modelos MEF, a deflexão do modelo viga levando em conta a deflexão por cortante foi tomada como referência. As diferenças percentuais de tensão

foram calculadas tomando como referência o valor do modelo analítico. Os resultados obtidos são apresentados nas Tabelas 3 e 4.

À semelhança do caso anterior de viga em balanço, o modelo viga&casca e casca apresentam concentração de tensões na vizinhança dos engastes.

Dos casos analisados é possível concluir que todos os modelos e a formulação de seus elementos são representativos do fenômeno físico. Os modelos implementados com elementos casca têm a capacidade de descrever a distribuição de tensões na seção transversal e representar concentração de tensões.

Tabela 3. Viga Biengastada- Engaste.

Modelo Biengastado –Engaste								
	Deflexão (mm)	ϕ (%)	Tensão (MPa) A	ϕ (%)	Tensão (MPa) B	ϕ (%)	Tensão (MPa) C	ϕ (%)
Modelo Analítico	0,061		-23,7		10,8		14,6	
Modelo Viga sem Deflexão Cortante	0,059	-3,2	-23,7	0,0			14,6	0,0
Modelo Viga com Deflexão Cortante	0,072		-23,7	0,0			14,6	0,0
Modelo Viga&Casca	0,074	2,8	-24,7	4,2	12,3	14,0	15,8	8,1
Modelo Casca	0,072	0,0	-23,2	-2,1	11,3	4,7	14,8	1,2

Tabela 4.Viga Biengastada-Centro

Modelo Biengastado – Centro						
	Tensão (MPa) A	ϕ (%)	Tensão (MPa) B	ϕ (%)	Tensão (MPa) C	ϕ (%)
Modelo Analítico	11,85		-5,39		-7,32	
Modelo Viga sem Deflexão Cortante	11,86	0,0			-7,32	0,0
Modelo Viga com Deflexão Cortante	11,86	0,0			-7,32	0,0
Modelo Viga&Casca	11,97	1,0	-5,53	2,6	-7,64	4,4
Modelo Casca	11,59	-2,2	-5,36	-0,6	-7,45	1,8

As diferenças encontradas entre os diversos modelos para cada um dos casos são produto da diferença de rigidez oriunda das formulações dos diferentes elementos e da capacidade dos elementos casca em descrever o efeito de concentração de tensões.

5.2 Análise e Avaliação dos Painéis Reforçados

Para a avaliação do modelamento dos painéis reforçados toma-se como referência dois painéis analisados no artigo “*Reexamination of Design Criteria for Stiffened Plate Panels – Ship Structure Committee- SSC 382*” [24]. O objetivo do artigo é a avaliação das tensões máximas na chapa de painéis reforçados incluindo o efeito de concentração de tensões. Neste artigo são apresentados os valores máximos de tensão na chapa e de deflexão de dois painéis reforçados modelados com elemento viga e casca no programa *Algor*.

Embora o artigo só apresente os valores obtidos de deflexão máxima e tensão na chapa, ele permite a avaliação dos modelos aplicados na realização do presente trabalho.

Foram implementados um modelo com elementos viga excêntricos e elementos cascas e um somente com elementos casca para os dois painéis tomados como referência. Nos modelos de casca, um quarto do modelo foi simulado aproveitando sua simetria (vide Fig. 28 e 29).

Os painéis são formados por vigas T tipo WT ASTM A6/A6M, submetidos a carregamento uniforme lateral de magnitude $P = 107000 \text{ N/m}^2$ e engastado nos quatro lados. No primeiro caso o painel possui 15,24 m de comprimento por 2,74 m de largura e é formado por perfis longitudinais WT 205x140x23 e perfis transversais WT 410x180x50 (Painel I. Vide Fig. 28). O segundo painel possui 15,24 m x 6,40 m e é formado por perfis longitudinais WT 205x140x23 e perfis transversais WT 690x250x123.5 (Painel II. Vide Fig. 29). A espessura da chapa é

$t=15,88 \text{ mm}$. O material do perfil e da chapa é aço com módulo de elasticidade $E = 207 \text{ E9 N/m}^2$ e coeficiente de Poisson $\nu=0,3$.

Nas tabelas de resultados também são apresentados os valores da tensão longitudinal e transversal nos reforçadores dos modelos implementados viga&casca e casca para efeito de comparação. As diferenças percentuais foram calculadas tomando como referência o valor fornecido pelo artigo no caso de deflexões e tensão nas chapas, na forma

$$\psi = \frac{w_{Mef} - w_{Artigo}}{w_{Artigo}} * 100 \quad (5.13)$$

Figura 28. Deflexão do Painel I (m), Modelo Casca.

No caso da tensão longitudinal nas vigas a tensão máxima é apresentada (vide Fig. 30 e 31). No caso da tensão transversal nas vigas o modelo casca apresenta múltiplos pontos de concentração de tensões na alma dificultando a comparação de tensão máxima entre os modelos viga&casca e casca. Para efeito de comparar a correspondência dos dois modelos o valor da tensão transversal é

avaliada na interseção do eixo de simetria do reforço transversal mais próximo ao centro do painel com o eixo de simetria longitudinal deste. Os valores de tensão nas vigas do modelo casca são tomadas como referência para obter a diferença percentual.

Figura 29. Deflexão do Painel II (m), Modelo Casca.

Figura 30. Tensões longitudinais nas vigas do Painel I (N/m^2), Modelo Casca.

Figura 31. Tensões longitudinais nas vigas do Painel II (N/m^2), Modelo Casca.

As tabelas a seguir apresentam os resultados dos casos descritos anteriormente.

Tabela 5. Tensões e deflexão Painel I

Caso I					
	Artigo	Modelo Casca	ψ (%)	Modelo Casca&Viga	ψ (%)
Deflexão (mm)	7,44	7,37	-0,9	7,27	-2,3
Tensão X-Long Máx. na Chapa, (N/m^2)	1,52E8	1,51E+08	-0,7	1,50E+08	-1,3
Tensão Y-Trans Máx. na Chapa, (N/m^2)	1,96E+8	1,92E+08	-2,0	1,96E+08	0,0
Tensão X-Long Máx. naViga (N/m^2)		1,06e8		1,11E+08	4,7
Tensão Y-Trans. Viga (N/m^2)		5,95E7		5,98E+07	-0,5

Tabela 6. Tensões e deflexão Painel II

Caso II					
	Artigo	Modelo Casca	ψ (%)	Modelo Casca&Viga	ψ (%)
Deflexão (mm)	10,4	10,3	-1,2	10,2	-2,1
Tensão X-Long Chapa (N/m^2)	1,52E8	1,48E+08	-2,6	1,48E+08	-2,6
Tensão Y-Trans Chapa (N/m^2)	2,09E8	2,05E+08	-1,9	2,05E+08	-1,9
Tensão X-Long máx. na Viga (N/m^2)		1,16E+8		1,18E+08	1,7
Tensão Y-Trans Viga (N/m^2)		9,69E+7		9,74E7	0.5%

5.3 Análises de Refinamento de Malha

A precisão dos resultados dos modelos de elementos finitos é função do refinamento da malha. O tamanho de malha ótimo é obtido através do balanceamento entre a precisão necessária dos resultados e o tempo e recursos de processamento disponíveis.

Para determinar o tamanho ótimo de malha uma análise de convergência é realizada. Na sequência é apresentada a análise de convergência de um modelo de painel reforçado. O modelo implementado corresponde ao modelo mais rígido do presente trabalho com as quatro bordas engastadas. O modelo e sua condição de contorno foram selecionados por exibirem efeito de concentração de tensões e forte gradiente das mesmas. O modelo foi implementado com elementos de viga excêntricos e elementos casca.

O painel é formado por vigas tipo T com seção transversal de acordo com as medidas dadas na Fig. 32, submetido a carregamento uniforme lateral de magnitude $P = 10000 \text{ N/m}^2$ e engastado nos quatro lados. O painel tem 10 m de comprimento por 10 m de largura com espaçamento entre longitudinais de 2,5 m e entre transversais de 1 m (vide Fig. 33). O material do perfil e da chapa é aço com módulo de elasticidade $E = 207 \text{ E9 N/m}^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$.

Figura 32. Medidas dos perfis longitudinais e transversais do painel analisado para refinamento.

Deflexão e tensões máximas e mínimas na chapa e vigas foram comparadas para diferentes tamanhos de elementos. Nas Tabelas 7 e 8 mostram-se o desvio percentual e a convergência dos valores de deflexão e tensões em função do tamanho do elemento, tomando-se como referência os resultados com a malha mais refinada utilizada na análise.

Para elementos de casca de $25 \times 25 \text{ mm}$ a deflexão e tensão nas vigas e as tensões mínimas na chapa convergem. No caso das tensões máximas na chapa do painel reforçado, estas se encontram nas proximidades dos engastes e apresentam forte sensibilidade a efeitos de concentração de tensões. Para a convergência destas foi preciso fazer um refinamento de malha localizada utilizando-se os valores assim obtidos como referência para o cálculo do desvio percentual. Para o tamanho do elemento de casca de $6,25 \times 6,25 \text{ mm}$ conseguiu-se a convergência de tensões máximas na chapa. Na Fig. 34 mostram-se o desvio percentual e a convergência dos valores de tensão máxima na chapa em função do inverso do tamanho do elemento.

Figura 33. Geometria geral do painel Modelo Viga&Casca. Modelo de refinamento.

Com desvios nos resultados de deflexão, tensão em vigas e tensões de compressão na chapa inferiores a 2% em comparação com os resultados obtidos com o elemento casca de referência ($25 \times 25 \text{ mm}$), considera-se o elemento de

tamanho 50 x 50 *mm* um elemento adequado para este modelo (negligenciam-se as concentrações de tensões nos engastes da chapa). Por outro lado, em relação às tensões máximas nas chapas, com forte influência de concentração de tensões, obtém-se desvios de 11 e 10 % nas tensões longitudinais e transversais entre os modelos de elemento de 50 x 50 *mm* e os modelos com refinamentos locais (6,25x 6,25 *mm*). Na Fig. 35 e 36 mostra-se a distribuição de tensões longitudinal e transversal na chapa.

Tabela 7. Deflexão e tensão em vigas Vs. Tamanho do Elemento

Tamanho do Elemento (mm)	Deflexão (mm)	Desvio %	Tensão Máx. em Vigas (MPa)	Desvio %	Tensão Mín. em Viga (MPa)	Desvio %
200x167	1,76	-0,6	2,03E+01	23,7	-3,98E+01	1,8
100x100	1,78	0,6	1,77E+01	7,9	-3,93E+01	0,5
50x50	1,77	0,0	1,67E+01	1,8	-3,92E+01	0,3
25x25	1,77		1,64E+01		-3,91E+01	

Tabela 8. Tensão máxima e mínima na chapa Vs. Tamanho do elemento.

Tamanho do Elemento (mm)	Tensão Longit. Máx. Chapa (MPa)	Desvio %	Tensão Longit. Mín. Chapa (MPa)	Desvio %	Tensão Transv. Máx. Chapa (MPa)	Desvio %	Tensão Trans. Mín. Chapa (MPa)	Desvio %
200 x 167	1,47E+01	-42,3	-1,07E+01	-21,3	1,61E+01	-32,9	-9,27E+00	-6,6
100 x 100	1,94E+01	-23,9	-1,32E+01	-2,9	1,91E+01	-20,4	-9,85E+00	-0,8
50 x 50	2,26E+01	-11,4	-1,35E+01	-0,7	2,15E+01	-10,4	-9,92E+00	-0,1
25 x 25	2,42E+01	-5,1	-1,36E+01		2,29E+01	-4,6	-9,93E+00	
12,5x 12,5	2,51E+01	-1,6			2,36E+01	-1,7		
6,25x 6,25	2,55E+01				2,40E+01

Figura 34. Tamanho do elemento Chapa Vs. Diferença percentual de tensões máx. na chapa.

O modelo também foi implementado somente com elementos casca com o mesmo tamanho de elemento ($50\text{ mm} \times 50\text{ mm}$) para efeitos de comparação (vide Fig. 37).

Figura 35. Distribuição de tensões longitudinais na chapa (N/m^2). Modelo de refinamento.

Figura 36. Distribuição de tensões transversais na chapa (N/m^2). Modelo de refinamento.

Figura 37. Deflexão e geometria geral do painel. Modelo Casca de refinamento (*m*).

Na tabela 9 apresentam-se as diferenças obtidas entre os modelos viga&casca e casca, tomando-se como referência os resultados do modelo casca.

A tensão longitudinal é comparada na viga central, num ponto distanciado 0.50 m axialmente do centro do painel, sendo este o ponto médio entre os reforçadores transversais, evitando assim a concentração de tensões na vizinhança da interseção de reforçadores. A tensão transversal é comparada na viga central no engaste. A diferença de 8% encontrada entre os dois modelos neste ponto é consequência da capacidade do modelo com elementos de casca de descrever a concentração de tensões no flange em comparação ao modelo com elementos de viga e casca.

Tabela 9. Diferenças Porcentuais Modelo Refinado Viga&Casca Vs. Casca

Modelo	<i>Viga&Casca</i>	<i>Casca</i>	Desvio %
Deflexão Max. (mm)	1,77	1,73	2,3
Tensão Máx. Longit. na Chapa (MPa)	22,6	22,3	1,3
Tensão Mín. Longi. Na Chapa (MPa)	-13,5	-13,5	0,0
Tensão Máx. Trans. na Chapa (MPa)	21,5	21,3	0,9
Tensão Mín. Trans. Na Chapa (MPa)	-9,9	-9,8	1,0
Tensão Longit. na Viga (MPa)	13,6	14,1	-3,5
Tensão Trans. na Viga no Engaste (MPa)	-30,3	-33,0	-8,1

Das análises realizadas e resultados obtidos, pode-se concluir que os elementos utilizados, viga (topologia *Bar2* e propriedade *Beam-General Section*) e casca (topologia *Quad4* e propriedade *Shell*), e os modelos implementados, viga&casca e casca, são adequados para a modelagem dos painéis reforçados sob pressão lateral uniforme, como pretende o presente estudo.

Considerando os resultados obtidos com o modelo viga&casca, sua facilidade para o modelamento e análises, e os tempos de processamento e capacidade computacionais disponíveis, este foi considerado como o modelo mais adequado para o desenvolvimento do presente trabalho. O modelo casca será utilizado para efeito de verificação e estudo de concentração de tensões em engastes e interseção de reforçadores.

6 PROCEDIMENTO PARA OBTENÇÃO DE CURVAS NÚMERICAS DE DEFLEXÃO E TENSÃO EM PAINÉIS REFORÇADOS

Este capítulo apresenta os procedimentos utilizados para a obtenção de curvas de tensões e deformações de painéis reforçados simplesmente chapeados (fundo simples) com condições de contorno de apoio simples e de engaste submetidos a carga lateral (pressão uniforme). As curvas são obtidas a partir dos resultados derivados das simulações de modelos elásticos lineares de elementos finitos em função dos parâmetros geométricos estabelecidos na formulação da chapa ortotrópica de H. Schade [2].

As variações geométricas dos diferentes modelos gerados foram escolhidas com o objetivo de analisar a validade das curvas propostas por H. Schade em seu artigo “*Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load*” [3]. As curvas numéricas são geradas em função de diferentes momentos de inércia dos reforçadores e espaçamento dos mesmos e da razão de aspecto dos painéis (relação de comprimento-largura, a/b).

As curvas de tensão e deflexão apresentadas por Schade são aplicáveis para o centro do painel, estendendo a sua aplicação à interseção dos eixos de simetria do painel com seu contorno no caso de engaste. Porém, Schade não faz distinção alguma da presença ou não de reforçadores ao longo de suas linhas de simetria, ou seja, se o número de reforçadores é par ou ímpar. Além disto, Schade considera as deflexões e tensões nos painéis reforçados obtidas de suas curvas como valores máximos.

A presente análise está limitada ao estudo de painéis reforçados tipo A simplesmente chapeados (fundo simples), de acordo com a nomenclatura designada por H. Schade [3], com um número ímpar de reforçadores nos dois sentidos (presença de reforçadores ao longo dos eixos de simetria do painel). Estudam-se painéis com número ímpar de reforçadores para obter uma

comparação mais pertinente das tensões nas vigas, considerando que as tensões nestas são maiores que as tensões na chapa (negligenciam-se possíveis efeitos de concentração de tensões na chapa), uma vez que a linha neutra da seção com a chapa colaborante encontra-se mais afastada do flange que do chapeamento. Esta abordagem prioriza as tensões nas vigas, em detrimento aos resultados de tensão na chapa. Adicionalmente, Schade em seu artigo “*Bending Theory of Ship Bottom Structure*” [1], onde esboça a metodologia da Chapa Ortotrópica, estabelece que na vizinhança dos reforçadores as concentrações de rigidez ocasionam desvios do comportamento estrutural em relação a esta metodologia.

Uma carga lateral uniforme de 10000 N/m^2 foi considerada. O peso do painel foi considerado como uma carga uniformemente distribuída sob o chapeamento e, portanto, nenhuma consideração especial foi realizada.

6.1 Matriz de Análise

Foram analisados nove modelos básicos de elementos finitos modelados com os elementos viga e casca, utilizando-se o programa MSC-Nastran [21] para a obtenção de tensões e deflexões. A metodologia utilizada na implementação dos modelos adota o conceito de viga excêntrica ou viga com *offset*. A excentricidade ou *offset* aplicado consiste na distância do centróide da chapa ao centróide do elemento de viga simulado.

Os modelos foram construídos com uma malha de elementos de $50 \times 50 \text{ mm}$, de acordo com a análise de refinamento de malha realizada no item 5.3. O material considerado na modelagem é aço estrutural A36, com módulo de elasticidade de 207 GPa , tensão de escoamento de 250 MPa e coeficiente de Poisson ν , 0,3.

As variáveis geométricas dos painéis reforçados analisados são (vide Fig. 38):

a , comprimento do painel (m),

b , largura do painel (m),

a/b , relação de aspecto do painel,

Sa , espaçamento entre reforçadores longitudinais (m),

Sb , espaçamento entre reforçadores transversais (m),

p , número de reforçadores transversais, é função do comprimento, $p = (a/Sb) - 1$

q , número de reforçadores longitudinais, é função da largura, $q = (b/Sa) - 1$

I_a , inércia dos reforçadores longitudinais com chapa colaborante (m^4)

I_b , inércia dos reforçadores transversais com chapa colaborante (m^4)

Figura 38. Painel reforçado Tipo A-Schade.

As variáveis b , Sa , q e I_a (largura do painel, espaçamento entre reforçadores longitudinais, número e inércia dos mesmos respectivamente) foram mantidas fixas na análise. O comprimento do painel, a , número de reforçadores transversais, p , espaçamento entre eles, Sb , e a inércia destes, I_b , foram considerados variáveis dentro do processo de modelamento. Três momentos de inércia e três espaçamentos transversais diferentes foram simulados. Os reforçadores repetitivos longitudinais e transversais têm a mesma seção transversal que seus respectivos reforçadores centrais.

As três inércias e os três espaçamentos dos modelos simulados resultam em uma matriz 3 x 3 de possíveis combinações de inércia–espaçamento, dando origem às nove configurações básicas, as quais são modeladas com diferentes comprimentos.

O modelamento em função da inércia e espaçamento dos reforçadores transversais e do comprimento do painel permite gerar curvas numéricas para painéis simplesmente chapeados as quais podem ser comparadas com as curvas fornecidas por Schade. As curvas numéricas são parametrizadas em função da razão de aspecto virtual, ρ , e do coeficiente de torção, η , variáveis que governam o método da chapa ortotrópica. H. Schade [2] define a razão virtual de aspecto, ρ , como,

$$\rho = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{i_b}{i_a}} \quad (6.1)$$

onde, a é o comprimento do painel, b a largura do painel, a/b a razão de aspecto do painel, e i_a e i_b a rigidez unitária longitudinal e transversal respectivamente. No caso da ausência de reforçadores centrais mais rígidos que os repetitivos, a rigidez unitária longitudinal e transversal são definidas por

$$i_a = \frac{I_a}{Sa} \quad (6.2)$$

e

$$i_b = \frac{I_b}{Sb} \quad (6.3)$$

onde I_a e I_b são as inércias dos reforçadores com a sua chapa colaborante, e Sa e Sb os espaçamentos entre os reforçadores longitudinais e transversais respectivamente. Portanto, a razão de aspecto virtual pode ser expressa em termos das inércias e espaçamento dos reforçadores como

$$\rho = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{I_b}{I_a} \frac{Sa}{Sb}} \quad (6.4)$$

Observa-se que a razão de aspecto virtual, ρ , é analisada em função da razão de aspecto dos painéis, a/b , da razão de inércia dos reforçadores, I_a/I_b e da razão de espaçamento entre eles, Sa/Sb .

O coeficiente de torção, η , está definido por

$$\eta = \sqrt{\frac{I_{pa}}{I_{na}} \frac{I_{pb}}{I_{nb}}} \quad (6.5)$$

onde I_{pa} e I_{pb} são os momentos de inércia da chapa colaborante efetiva trabalhando com os reforçadores longitudinais e transversais repetitivos respectivamente e I_{na} e I_{nb} são as inércias dos reforçadores repetitivos com a sua chapa colaborante. O parâmetro η existe pela presença de tensões cortantes no plano da chapa e é a razão entre a rigidez do material submetido a tensões cortantes no plano (chapa colaborante) e a rigidez do material submetido a flexão

(chapa colaborante mais perfis), ou seja, η é uma medida do efeito de tensões cortantes no plano o torção [2].

Freitas [13] considera o valor da razão $\frac{I_{pa}}{I_{na}} \times \frac{I_{pb}}{I_{nb}}$ desprezível para painéis reforçados simplesmente chapeados (magnitude das inércias das secções transversais dos reforçadores muito maior que o valor das inércias das chapas colaborantes); portanto, o coeficiente de torção η é considerado pelo autor igual a zero. Para painéis duplamente chapeados (fundo duplo) os momentos de inércia das chapas são calculados em relação ao centro de gravidade global das duas chapas que compõem o perfil do reforçador, assim o valor de η adota valores entre zero e um [13].

Ao mudar o comprimento dos nove modelos básicos, consegue-se realizar uma análise paramétrica dos painéis em função desta variável para inércias e espaçamento entre reforçadores constantes.

Uma vez realizadas as simulações e identificados os valores de deslocamentos e tensões nos pontos de interesse de acordo as condições de apoio ou contorno, procede-se à obtenção dos valores numéricos dos coeficientes K de deflexões e tensões de acordo com a formulação da chapa ortotrópica. H. Schade define os valores de tensão e deflexão nos painéis reforçados submetidos à pressão em função das constantes K como se apresenta a seguir [3]:

- Deflexão no centro do painel,

$$w = K_{deflexao} \frac{P b^4}{E i b} \quad (6.6)$$

- Tensão longitudinal em chapa e vigas,

$$\sigma_{Longt.} = K \frac{P b^2 r_a}{\sqrt{i b} \sqrt{i a}} \quad (6.7)$$

- Tensão transversal em chapa e vigas,

$$\sigma_{Transv.} = K \frac{P b^2 r_b}{ib} \quad (6.9)$$

onde,

P = Pressão

E = Módulo de elasticidade do material.

b = Largura do painel.

r_a (r_b) = Distância da linha neutra da seção até a fibra externa da chapa ou da viga no reforçador longitudinal (transversal).

ia (ib) = Rigidez unitária longitudinal (transversal).

$K_{deflexao}$ = Coeficiente de deflexão

K = Coeficiente de tensão. O coeficiente de tensão é definido na direção longitudinal e transversal e é especificado para as vigas e para a chapa para cada um dos pontos de interesse no painel.

De posse dos resultados de tensões e deflexões nos painéis, é possível obter valores numéricos dos fatores K para cada uma das variáveis.

Para cada um dos nove modelos básicos foram realizadas simulações para vários comprimentos obtendo-se um conjunto de pares ordenados ρ e K , que permitem a geração de curvas numéricas de tensão e deformação em função da formulação da chapa ortotrópica. Da comparação das curvas geradas numericamente com as curvas propostas por Schade, pode-se analisar os desvios e margem de erro para diversos espaçamentos e razões de inércia como também para a razão de aspecto dos painéis reforçados analisados.

Os valores de tensões na chapa obtidos dos modelos MEF são o resultado da superposição das tensões secundárias e terciárias na chapa. Portanto, é necessário adequar os resultados dos modelos MEF para sua comparação com a metodologia da chapa ortotrópica. Da mesma forma, as deflexões obtidas dos modelos MEF correspondem às deflexões globais do painel reforçado, resultante da superposição das deflexões secundárias e terciárias.

Na seleção do tipo de perfil a ser implementado nos modelos, os seguintes aspectos foram levados em conta. Considerando o coeficiente de torção igual a zero ($\eta=0$) para painéis reforçados simplesmente chapeados (conforme ao estabelecido por Freitas [13]), o efeito de torção no estado de tensões do painel foi desprezado. Clarkson em seu livro *“The Elastic Analysis of Flat Grillages with Particular Reference to Ship Structures”* [4] estabelece que os efeitos da rigidez a torção do painel e a deformação por cortante podem ser negligenciados no caso de painéis reforçados simplesmente chapeados com reforçadores tipo T e I [4]. Levando em conta estas observações, o perfil T foi selecionado para a implementação dos modelos no presente estudo.

As geometrias das secções utilizadas no modelamento são apresentadas na Fig. 39.

Figura 39. Secções transversais dos perfis em T implementados nos modelos.

No desenvolvimento do trabalho a inércia da seção denominada seção um (1) será designada como I . As inércias assim dimensionadas têm a seguinte proporção: a inércia da seção dois é duas vezes a seção um ($2 I$), e a inércia da seção três é três vezes a inércia da seção um ($3 I$). Desta maneira a inércia da seção dois será designada como $2 I$, e a inércia da seção três como $3 I$. A inércia dos reforçadores longitudinais é constante e igual a $3I$. Os reforçadores transversais podem adotar quaisquer das três inércias.

Os espaçamentos dos reforçadores transversais, S_b , doravante denominados **St**, considerados no modelamento foram $1 m$, $1,75 m$ e $2,5 m$. O espaçamento entre os reforçadores longitudinais, S_a , foi mantido fixo com uma medida de $2,5 m$. Tanto a espessura da chapa, como a largura do painel, b foram mantidas fixas com valores de $15 mm$ e $10 m$ respectivamente.

Desta maneira as nove configurações dos painéis reforçados em função da inércia e espaçamento dos reforçadores transversais são apresentadas na tabela 10 a seguir.

Tabela 10. Configurações dos Modelos de Painéis Reforçados Modelados.

Inércia \ St	$1 m$	$1,75 m$	$2,5 m$
I	$I \times 1 m$	$I \times 1,75 m$	$I \times 2,5 m$
$2I$	$2I \times 1 m$	$2I \times 1,75 m$	$2 I \times 2,5 m$
$3I$	$3I \times 1 m$	$3I \times 1,75 m$	$3I \times 2,5 m$

Nas Fig. 40 e 41 apresenta-se a disposição geométrica do painel mais rígido, assim como a do menos rígido dos nove modelos simulados.

Tanto o método da chapa ortotrópica como os modelos lineares implementados são válidos apenas para pequenas deflexões. A teoria de

pequenas deflexões para placas estabelece que chapas submetidas à pressão com deflexões maiores que a sua espessura para condições de contorno de livre apoio, ou 0,5 da sua espessura para condições de contorno de engaste, começam a apresentar tensões de membrana que suportam uma magnitude representativa da carga lateral [10]. O modelo da chapa ortotrópica está baseado na teoria de pequenas deflexões, e os modelos lineares implementados não descrevem esta não linearidade geométrica. Em consequência, nem o método da chapa ortotrópica nem os modelos lineares de elementos finitos levam em conta o efeito de membrana na chapa e perdem a validade para médias e grandes deflexões. No caso de painéis reforçados, Thein Wah [14] estabelece que a equação da chapa ortotrópica fornece resultados satisfatórios para deflexões menores a 1,5 a espessura da chapa.

Figura 40. Painel reforçado com maior rigidez.

Figura 41. Painel reforçado com menor rigidez.

6.2 Implementação dos Modelos de Painéis Reforçados Simplesmente Apoiados

Aproveitando a simetria de carga, as condições de contorno do painel simplesmente apoiado são definidas fixando-se o nó central na direção X e Y (para limitar o movimento no plano X, Y) e para limitar a rotação no mesmo plano, fixa-se na direção X os nós sobre a linha de simetria do painel na vertical. Com estas duas restrições limita-se o movimento de corpo rígido do modelo. O contorno foi fixado na direção Z. Desta maneira as bordas do painel são representativas de uma condição de apoio simples. Na Fig. 42 mostra-se as condições de contorno implementadas no modelo, onde na figura um (1) corresponde a uma fixação no sentido X no plano, dois (2) uma fixação no sentido Y no plano e três um fixação no eixo vertical.

O número de simulações a ser realizadas em função do comprimento para cada um dos nove modelos básicos foi determinado com o objetivo de realizar uma varredura da variável ρ , razão de aspecto virtual, de 1 a 3,5 em acordo às curvas de

Schade. Os comprimentos a serem simulados foram determinados com o objetivo de ter uma maior densidade de valores ρ no intervalo de 1 a 2,5, onde as curvas da chapa ortotrópica apresentam uma maior variação dos fatores K , em função de ρ , para a condição de painel simplesmente apoiado.

Figura 42. Condições de contorno de simplesmente apoiado do painel reforçado.

Na determinação das inércias I_a e I_b da formulação de chapa ortotrópica, considera-se o chapeamento como uma chapa colaborante equivalente trabalhando como flange inferior dos reforçadores. Para o cálculo da largura efetiva de chapa trabalhando como flange, o comprimento total do painel é considerado no caso de painel simplesmente apoiado (comprimento entre pontos de momento fletor zero, vide Fig. 10). A largura da chapa foi considerada 100% efetiva no cálculo das inércias nas vigas longitudinais, I_a , nos modelos com comprimento igual ou maior a 22 m.

Para o caso de painel simplesmente apoiado foram estimados numericamente os valores do fator K para as seguintes variáveis,

- $K_{Deflexão}$, deflexão no centro do painel
- $K_{Ch-Longit}$, tensão longitudinal de compressão na chapa no centro do painel
- $K_{Ch-Trans}$, tensão transversal de compressão na chapa no centro do painel
- $K_{V-Longit}$, tensão longitudinal na viga no centro do painel
- $K_{V-Longit-Max}$, tensão máxima nas vigas longitudinais
- $K_{V-Trans}$, tensão transversal na viga no centro do painel
- $K_{V-Trans-Max}$, tensão máxima nas vigas transversais

6.3 Implementação dos Modelos de Painéis Reforçados Engastados

O painel reforçado engastado é um sistema hiperestático, portanto de difícil solução do ponto de vista teórico. Schade forneceu curvas para esta condição apenas para chapa sem reforçadores, baseando-se na formulação de placas e cascas de Timoshenko [15].

Uma condição completamente engastada pode representar bem o modelo físico de um painel reforçado entre anteparas longitudinais e transversais com continuidade geométrica de seus reforçadores e continuidade de carga nos compartimentos adjacentes.

Com o objetivo de estudar o comportamento dos painéis reforçados engastados com diferentes inércias e espaçamentos entre reforçadores simularam-se os modelos básicos anteriormente estudados com a condição de engaste em todo seu contorno.

Foi considerado que o comportamento da curva ρ vs. K do painel totalmente engastado deveria apresentar um comportamento similar às curvas de Schade para painel reforçado com lados longos engastados ou o comportamento das curva para uma chapa engastada em todo seu contorno. Nos dois casos mencionados os valores dos coeficientes K , tanto para deflexão como para tensões em viga e chapa,

convergem a uma constante nas proximidades de ρ igual a 2,5. Portanto, os modelos foram simulados em diferentes comprimentos com o objetivo de realizar uma varredura da variável ρ , razão de aspecto virtual, de 1 a 3.

Com o objetivo de apresentar as curvas numéricas em função dos mesmos parâmetros da metodologia da Chapa Ortotrópica, as diversas variáveis envolvidas nesta foram calculadas.

Na determinação das inércias I_a e I_b da formulação de Schade, considera-se o chapeamento como uma chapa colaborante equivalente trabalhando como flange inferior dos reforçadores. Para o cálculo da largura efetiva da chapa trabalhando como flange, 0,58 do comprimento total do painel é considerado no caso de painel engastado (comprimento entre pontos de momento fletor zero, vide Fig. 10).

Em referência a painéis reforçados engastados, Clarkson apresenta em seu livro “*The Elastic Analysis of Flat Grillages, with Particular Reference to Ship Structures*” [4] curvas de momento fletor máximo no flange das vigas e de deflexão para painéis engastados com número ímpar de reforçadores. Para validar do ponto de vista analítico os resultados obtidos das simulações de painéis reforçados engastados realiza-se o cálculo das tensões máximas longitudinais e transversais nas vigas e da deflexão com as curvas e metodologia de Clarkson. O cálculo foi realizado para dois dos nove modelos básicos para vários comprimentos. Plota-se os resultados obtidos em função das variáveis de Schade para obter uma visualização gráfica dos resultados.

As curvas de Clarkson são geradas dos resultados derivados da aplicação do método de grelhas refinado proposto pelo autor em conjunto com a aplicação de procedimentos numéricos.

Para o caso de painel totalmente engastado foram estimados numericamente os valores do fator K para as seguintes variáveis,

- $K_{Deflexão}$, deflexão no centro do painel
- $K_{Ch-Longit}$, tensão longitudinal de compressão na chapa no centro do painel
- $K_{Ch-Trans}$, tensão transversal de compressão na chapa no centro do painel
- $K_{V-Longit}$, tensão longitudinal na viga no centro do painel
- $K_{V-Longit-Max}$, tensão máxima nas vigas longitudinais
- $K_{V-Trans}$, tensão transversal na viga no centro do painel
- $K_{V-Trans-Max}$, tensão máxima nas vigas transversais
- $K_{Ch-Longit-E}$, Tensão longitudinal na chapa no engaste
- $K_{Ch-Trans-E}$, Tensão transversal na chapa no engaste
- $K_{V-Longit-E}$, Tensão longitudinal na viga no engaste
- $K_{V-Trans-E}$, Tensão transversal na viga no engaste

7 RESULTADOS NUMÉRICOS PARA PAINÉIS REFORÇADOS SIMPLESMENTE APOIADOS

Este capítulo apresenta os resultados das simulações numéricas dos modelos de elementos finitos para os painéis reforçados em função dos parâmetros da chapa ortotrópica adotados por H. Schade: ρ , razão de aspecto virtual, e o parâmetro adimensional K . Curvas numéricas de deflexão e tensão para os painéis reforçados simplesmente apoiados são apresentadas e comparadas com as curvas analíticas desenvolvidas por Schade (curvas $\eta=0$).

Os resultados são parametrizados em função das variáveis geométricas consideradas. O primeiro grupo de resultados considera a inércia como variável para cada um dos três espaçamentos em estudo, e no segundo grupo considera-se o espaçamento entre reforçadores como variável para cada uma das três inércias.

7.1 Efeito de Tensões e Deflexões Terciárias.

Os resultados dos modelos de elementos finitos (MEF) descrevem o estado global de tensões e deflexões dos painéis reforçados. No caso de deflexões, os modelos MEF descrevem a superposição das deflexões secundárias do painel e as terciárias das unidades de chapeamento (deflexões globais). Desta forma, as maiores deflexões se apresentam nas unidades de chapeamento adjacentes ao centro do painel reforçado, no caso de número ímpar de reforçadores, ou na unidade de chapeamento central, no caso de número par de reforçadores. Na Fig. 43 são descritas as deflexões secundárias, terciárias e totais em uma seção transversal de um painel com número ímpar de reforçadores.

A deflexão no centro dos painéis reforçados em estudo (número ímpar de reforçadores) não está influenciada por deflexões terciárias e corresponde às deflexões secundárias máximas dos painéis.

Figura 43. Descrição de deflexões totais, secundárias e terciárias em painel reforçado com número ímpar de reforçadores (m).

Da mesma maneira que as deflexões, os modelos MEF descrevem o estado global de tensões na chapa dos painéis reforçados, ou seja, a superposição das tensões secundárias e terciárias atuantes no chapeamento. As condições de contorno das unidades de chapeamento têm uma grande influência sobre a magnitude das tensões terciárias e, em consequência, sobre a magnitude e localização das tensões máximas e mínimas de chapa nos painéis reforçados.

7.2 Deflexão dos Painéis.

As curvas numéricas de deflexão são obtidas a partir dos resultados de deslocamento nodais dos modelos MEF. As deflexões são obtidas no centro do painel onde são consideradas máximas pela teoria da chapa ortotrópica. Uma vez que os painéis em estudo possuem número ímpar de reforçadores, as deflexões no centro destes obtidas dos modelos MEF não apresentam influência das deflexões terciárias, e correspondem às deflexões secundárias máximas. Portanto, as curvas numéricas do parâmetro adimensional $K_{deflexão}$ para deflexão obtidas dos modelos MEF podem ser comparadas diretamente com a curva de deflexão proposta por H. Schade para painéis reforçados [3].

As Fig. 44 a 46 apresentam as curvas numéricas de deflexão em função da inércia dos reforçadores transversais. Cada figura apresenta as curvas para três dos modelos básicos de painéis reforçados em estudo, sendo estas correspondentes a três diferentes inércias de reforçadores transversais para um mesmo espaçamento. Por outro lado, as Fig. 47 a 49 apresentam três curvas em relação a três diferentes espaçamentos entre reforçadores transversais para uma mesma inércia destes.

Ao comparar as diferentes curvas do parâmetro adimensional $K_{deflexão}$ para deflexão no centro do painel em função das três diferentes inércias dos reforçadores transversais (vide Fig. 44 a 46) e dos três diferentes espaçamentos entre estes (vide Fig. 47 a 49), não se encontrou uma sensibilidade representativa das curvas em relação a estas duas variáveis (diferenças inferiores a 3% para valores do fator $K_{deflexão}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas). Adicionalmente, as curvas geradas numericamente mostram uma boa correlação com a curva de deflexão analítica obtida a partir do modelo de chapa ortotrópica (diferenças inferiores a 5% entre os valores dos parâmetros $K_{deflexão}$ numéricos e os $K_{deflexão}$ analíticos).

Figura 44. Deflexão no centro do painel. St= 2,5 m.

Figura 45. Deflexão no centro do painel. St = 1,75 m.

Figura 46. Deflexão no centro do painel. St= 1m.

Figura 47 . Deflexão no centro do painel. Inércia 3I.

Figura 48. Deflexão no centro do painel. Inércia 2I.

Figura 49. Deflexão no centro do painel. Inércia I.

As diferenças percentuais apresentadas entre as diferentes curvas numéricas foram calculadas tomando-se como referência o valor do parâmetro numérico máximo $K_{Máximo}$ (Eq. 7.1). No caso da comparação com os parâmetros K_{Schade} das curvas analíticas propostas por Schade, a diferença percentual é avaliada tomando-se como base o parâmetro K numérico que gera o maior erro, como representado pela Eq. (7.2). Estas formulações de diferença percentual também serão aplicadas para as outras variáveis analisadas.

$$\% = \frac{K - K_{Máximo}}{K_{Máximo}} \times 100 \quad (7.1)$$

$$\%_{Max. Erro} = \frac{K_{Schade} - K}{K} \times 100 \quad (7.2)$$

Do ponto de vista global de comportamento dos painéis em estudo, as deflexões máximas se apresentam nas unidades de chapeamento adjacentes ao centro do painel (vide Fig. 50). Estas deflexões são o resultado da superposição das deflexões secundárias no painel com as terciárias nas unidades de chapeamento. Com o objetivo de visualizar a influência das deflexões terciárias nos painéis reforçados, as deflexões máximas de alguns modelos são apresentadas em função da razão de aspecto, ρ , e comparadas com as curvas obtidas para as deflexões no centro do painel (deflexão secundária máxima). A Fig. 51 apresenta curvas de deflexão total e secundária para os painéis com reforçadores transversais de inércia 2I e três diferentes espaçamentos (2,5 m, 1,75 m e 1 m). Nesta pode-se observar a influência das deflexões terciárias nas deflexões máximas dos painéis. Quanto menor o espaçamento entre reforçadores menor é a contribuição das deflexões terciárias na deflexão máxima do painel.

Figura 50. Distribuição do campo de deflexões em painel simplesmente apoiado com número ímpar de reforçadores (m).

Para ρ maior a 2,5 e em função da rigidez dos reforçadores, a máxima deflexão muda das unidades de chapeamento adjacentes ao centro do painel para os lados na direção longitudinal. Porém, as deflexões das unidades de chapeamento adjacentes ao centro do painel são representativas deste, considerando que seu valor é muito próximo ao valor máximo (diferenças inferiores a 3% para os modelos estudados).

Figura 51. Deflexões máximas e secundárias no painel de inércia 21 para diferentes espaçamento entre reforçadores.

7.3 Tensão Longitudinal de Compressão na Chapa

As curvas numéricas de tensão longitudinal na chapa são obtidas a partir dos resultados de tensões dos modelos MEF no centro dos painéis. Os valores de tensão longitudinal não foram tomados no nó central do painel mas no centróide de um dos elementos adjacentes dos quais o nó central faz parte, para evitar as perturbações no campo de tensões ocasionadas pela presença dos reforçadores. Em referência a isto, H. Schade [1] estabelece que na vizinhança dos reforçadores as concentrações de rigidez ocasionam desvios do comportamento estrutural em relação à metodologia da chapa ortotrópica.

As tensões longitudinais na chapa obtidas dos modelos lineares MEF são o resultado da superposição das tensões secundárias e terciárias. Portanto, os parâmetros $K_{Ch-Longit.}$ numéricos obtidos a partir dos resultados dos modelos MEF são representativos do estado global de tensões longitudinais de compressão no centro do painel. Com o objetivo de comparar as tensões secundárias analíticas que fornece o método da chapa ortotrópica com as tensões numéricas globais obtidas das simulações, opta-se por adicionar as tensões terciárias às tensões secundárias a serem obtidas com a curva proposta por H. Schade [3].

Com o objetivo de calcular as tensões terciárias consideram-se as unidades de chapeamento no centro dos painéis como engastadas, levando em conta a continuidade geométrica e simetria nas condições de carga dos membros estruturais através de seu contorno. Foram simulados os três tipos de unidades de chapeamento presentes nos modelos básicos (2.5 m de comprimento x 1m, 1.75 m e 2.5 m de largura) com condições de engaste para obter o campo de tensões em toda a sua extensão. Análises de convergência foram realizadas nos modelos e os resultados das tensões e deflexões comparados com os resultados analíticos da teoria de placas e cascas de Timoshenko [15] (vide Anexo A).

Dos modelos numéricos são obtidos os valores de tensão terciária nas unidades de chapeamento nos pontos de interesse. Considerando que o centro do painel é coincidente com o vértice das unidades de chapeamento (painel reforçado

com numero impar de reforçadores), as tensões terciárias nas proximidades destes pontos são avaliadas (ponto A, vide Fig. 52). A superposição destas tensões terciárias numéricas com as tensões secundárias fornecidas pelo método da chapa ortotrópica determina o estado de tensão longitudinal global da chapa no centro do painel reforçado. Estas tensões globais resultantes, assim estimadas, serão designadas por conveniência para o presente trabalho como tensões analíticas globais.

Figura 52. Unidade de chapeamento para avaliação de tensões terciárias.

Com o objetivo de comparar graficamente o estado de tensões globais da chapa no centro do painel a serem obtidas analiticamente com as tensões globais numéricas geradas pelos modelos MEF, expressa-se estas duas tensões em função do parâmetro adimensional da chapa ortotrópica, $K_{Ch-Longit.}$. No caso das tensões terciárias, estas equivalem a um $\Delta K_{Ch-Longit-Terc}$ (característico de cada tipo de unidade de chapeamento) a ser adicionado aos $K_{Ch-Longit-Sec.}$ estabelecidos nas curvas propostas por Schade. Da mesma forma, o parâmetro $K_{Ch-Longit.}$ de tensão longitudinal global obtido das simulações dos modelos MEF é a resultante da superposição de um componente $K_{Ch-Longit-Sec.}$ secundário, e um componente $\Delta K_{Ch-Longit-Terc.}$ terciário. A normalização em função do método da chapa ortotrópica das tensões terciárias e das tensões globais numéricas obtidas dos modelos MEF é uma forma simples de escalar os resultados obtidos, assim como de facilitar a apresentação e comparação dos mesmos.

As Fig. 53 a 55 apresentam os resultados normalizados das tensões globais analíticas, como a superposição do parâmetro $K_{Ch-Longit-Sec.}$ das curvas propostas por H. Schade com o parâmetro $\Delta K_{Ch-Longit-Terc.}$ em função das tensões terciárias ($K_{Ch-Longit-Sec.} + \Delta K_{Ch-Longit-Terc.}$), vs. o parâmetro $K_{Ch-Longit}$ de tensões globais numéricas obtido dos modelos MEF. As curvas dos parâmetros $K_{Ch-Longit}$ de tensão global analítica e numérica de três dos modelos básicos são apresentadas em cada figura. As curvas correspondem a painéis reforçados com um mesmo espaçamento entre reforçadores transversais e três diferentes inércias destes (vide Fig. 53 a 55). As três curvas analíticas para um mesmo espaçamento são designadas $I_{Analítica}$, $2I_{Analítica}$ e $3I_{Analítica}$, em referência às três diferentes inércias dos reforçadores transversais. Com a finalidade de visualizar a contribuição das tensões terciárias ao estado de tensões global analítico no centro da chapa dos painéis, a curva de tensão longitudinal secundária proposta por Schade é incluída nas figuras. Os valores do parâmetro adimensional serão designados como $K_{Ch-Longit}$ de Schade, $K_{Ch-Longit}$ analítico ou $K_{Ch-Longit}$ numérico em função da curva da qual é avaliado.

As diferenças entre os valores dos parâmetros $K_{Ch-Longit}$ analíticos globais e $K_{Ch-Longit}$ de Schade fornecidos pelas respectivas curvas são desprezíveis, ou seja, a magnitude das tensões secundárias de Schade é muito maior que a ordem de grandeza das tensões terciárias. Isto pode ser visualizado nas Fig. 53 a 55, onde as curvas analíticas $I_{Analítica}$, $2I_{Analítica}$ e $3I_{Analítica}$ e a curva de Schade são praticamente a mesma curva. Portanto, para efeito das tensões longitudinais no centro dos painéis em estudo (numero impar de reforçadores), a curva de Schade pode ser considerada representativa das tensões globais e será comparada diretamente com as curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Longit}$ de tensão longitudinal global.

Embora as curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Longit}$ para tensão longitudinal global de compressão no centro do painel apresentem o mesmo comportamento que a curva analítica proposta por Schade, esta última prevê valores maiores de tensão

(vide Fig. 53 a 58). No caso de ρ , relação de aspecto virtual, igual a um, o valor analítico de $K_{Ch-Longit.}$ é da ordem de 80% maior que seu respectivo valor numérico para quaisquer dos nove modelos básicos simulados.

As curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Longit.}$ apresentam sensibilidade a variações na inércia e espaçamento dos reforçadores transversais (vide Fig. 53 a 58). Valores negativos do parâmetro $K_{Ch-Longit.}$ numérico (tensões de tração) no centro do painel, podem ser gerados devido ao efeito combinado de uma distorção do campo de tensões globais na chapa por causa da rigidez concentrada no centro do painel (mínimo local de tensões de compressão longitudinal), a forma decrescente das curvas numéricas de tensões em função de ρ e uma maior influência das tensões terciárias sobre o nível global de tensões devido ao aumento do espaçamento e inércia dos reforçadores.

Pode-se estabelecer que as soluções analíticas globais dos painéis em estudo, baseadas na teoria da chapa ortotrópica, fornecem valores conservadores de tensão longitudinal no centro do painel em comparação ao método de elementos finitos.

Em referência às tensões máximas globais (tensões secundárias + terciárias) de compressão longitudinal nos painéis, estas ocorrem normalmente nos extremos dos painéis reforçados e estão determinadas pelas condições de contorno das unidades de chapeamento próximas às bordas (tensões terciárias). Na Fig. 59 pode-se visualizar a localização destas tensões na chapa do painel reforçado de 24,5 m de comprimento, **St** 1,75 m e inércia I. Nestes mesmos extremos, na vizinhança dos reforçadores, apresenta-se concentração de tensões de tração no sentido longitudinal na chapa. Estas tensões são produto das condições de contorno das unidades de chapeamento e geram tensões de tração de maior magnitude que as tensões máximas de compressão no painel para os casos estudados (vide Fig. 59).

Figura 53. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. St= 2,5 m.

Figura 54. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. St= 1,75 m.

Figura 55. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. St= 1 m.

Figura 56. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. Inércia 3I.

Figura 57. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. Inércia 2I.

Figura 58. Tensão longitudinal de compressão na chapa centro. Inércia I.

Figura 59. Campo de tensões longitudinais na chapa em painel reforçado simplesmente apoiado (N/m^2).

A Fig. 59 indica a presença de máximos locais de tensão de compressão na chapa afastados do centro do painel (área A na Figura 59). Considerando válida a simplificação de campos de tensão terciárias aproximadamente iguais para as unidades de chapeamento no interior do painel (unidades de chapeamento com condições de engaste em todas as bordas, excluem-se as unidades de chapeamento no contorno), pode-se inferir que estes máximos locais correspondem a máximos locais de tensão secundária. A obtenção das tensões longitudinais na fibra média da chapa minimiza o efeito das tensões terciárias, podendo-se estimar aproximadamente a distribuição do campo de tensões secundárias longitudinais na mesma. A obtenção das tensões longitudinais na fibra média da chapa despreza uma fração de componente flexional de tensões secundárias relativa à espessura desta. A Fig. 60 apresenta o campo de tensões longitudinais na linha média da chapa do painel reforçado em estudo. Da figura é possível concluir que as áreas de máximos locais de tensão longitudinal de compressão na chapa dos modelos MEF correspondem a áreas de tensões máximas secundárias. Portanto, a metodologia da chapa ortotrópica apresenta um desvio quando considera o centro do painel como ponto de tensões secundárias

longitudinais máximas na chapa. As análises permitiram determinar que estas áreas de máximos locais de tensão global (áreas de máxima tensão secundária) mudam do centro do painel para os lados na direção longitudinal em função do parâmetro ρ , razão de aspecto virtual.

Figura 60. Campo de tensões longitudinais na chapa em painel reforçado simplesmente apoiado (N/m^2). Fibra média da chapa.

7.4 Tensão Transversal de Compressão na Chapa

Os valores de tensão transversal não foram tomados no nó central do painel mas no centróide de um dos elementos adjacentes dos quais o nó central faz parte, para evitar as perturbações no campo de tensões ocasionadas pela presença dos reforçadores.

Da mesma maneira que as tensões longitudinais nas chapas, as tensões transversais obtidas dos modelos MEF são o resultado da superposição das tensões secundárias e terciárias e, portanto, são representativas do estado global de tensões transversais de compressão na chapa no centro do painel. A mesma

metodologia utilizada no caso de tensões longitudinais foi aplicada e consistiu em comparar as tensões globais obtidas das simulações dos modelos MEF e a somatória das tensões secundárias obtidas analiticamente com as tensões terciárias. As tensões foram normalizadas em função dos parâmetros da chapa ortotrópica para facilitar a sua apresentação e comparação. Os valores dos parâmetros $K_{Ch-Transv-Terc.}$ para tensão terciária transversal nas proximidades dos vértices das unidades de chapeamento engastadas são da mesma ordem que os valores dos parâmetros $K_{Ch-Longit-Terc.}$ para tensão longitudinal; porém, os valores dos parâmetros $K_{Ch-Transv-Sec.}$ analíticos para tensão transversal secundária no centro do painel são maiores que os valores dos parâmetros $K_{Ch-Longit-Sec.}$ analíticos para tensão longitudinal secundária. Sendo assim, os valores dos parâmetros $K_{Ch-Transv-Terc}$ para tensões terciárias transversais na chapa no centro dos painéis estudados (numero ímpar de reforçadores) são considerados desprezíveis em relação aos valores dos parâmetros $K_{Ch-Transv-Sec}$ analíticos para tensões secundárias obtidos das curvas de chapa ortotrópica. Desta forma, a curva proposta por Schade é considerada representativa das tensões transversais globais para os painéis do presente estudo (número ímpar de reforçadores), e é comparada diretamente com as curvas numéricas geradas das tensões globais obtidas dos modelos MEF.

As curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Transv.}$ para tensões transversais globais de compressão no centro da chapa apresentam baixa sensibilidade às diferentes inércias (diferenças inferiores a 6% para valores de $K_{Ch-Transv}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas. Vide Fig. 61 a 63). Analogamente, as curvas do fator $K_{Ch-Transv.}$ apresentam uma baixa sensibilidade ao espaçamento entre reforçadores (diferenças inferiores a 10% para valores de $K_{Ch-Transv.}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas), como é possível observar nas Fig. 64 a 66, onde três curvas correspondentes a três diferentes espaçamentos para um mesmo tipo de reforçador são apresentadas. Para ρ maiores de 2,5 encontram-se diferenças no valor do coeficiente $K_{Ch-Transv.}$ inferiores a 10% entre os valores

numéricos e o valor proposto pelo método de chapa ortotrópica. Para ρ igual a um, o valor do parâmetro $K_{Ch-Transv.}$ analítico é da ordem de 90% maior que o valor dos $K_{Ch-Trans.}$ numéricos para quaisquer dos nove modelos básicos.

Nas Fig. 61 a 63 é possível observar que as curvas analíticas fornecem valores maiores de tensão que as curvas numéricas. Porém, para maiores espaçamentos entre reforçadores, as tensões na chapa obtidas dos modelos MEF são maiores e as curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Trans}$ são mais próximas à curva analítica proposta por Schade.

Os valores de tensão global máxima transversal (tensão secundária +terciária) de compressão no chapeamento dos modelos MEF estudados encontram-se nas unidades de chapeamento adjacentes ao centro do painel (vide Fig. 67). Para ρ maior que 2,5 e dependendo da rigidez dos reforçadores, a máxima tensão muda das unidades de chapeamento no setor central para os lados na direção longitudinal. Porém, as tensões das unidades de chapeamento adjacentes ao centro do painel são representativas deste, considerando que seu valor é muito próximo ao valor máximo (diferenças inferiores a 2% para os modelos estudados).

A estimativa da distribuição de campo de tensões transversais secundárias resultante da obtenção das tensões na fibra média da chapa de diferentes painéis reforçados permitiu confirmar o centro do painel como ponto de tensões transversais secundárias máximas de acordo ao estabelecido por H. Schade. A Fig. 68 apresenta o campo de tensões transversais na fibra média da chapa do painel reforçado de 24,5 m de comprimento, **St** 1,75 m e inércia 3 I.

Os resultados obtidos dos modelos MEF indicam uma concentração de tensões de tração no sentido transversal nos extremos das chapas dos painéis reforçados (vide Fig. 67). Estas tensões são produto das condições de contorno nas unidades de chapeamento próximas às bordas e são de maior magnitude que as tensões máximas de compressão no painel para os casos estudados.

Figura 61. Tensão transversal de compressão na chapa centro. $St = 2,5$ m.

Figura 62. Tensão transversal de compressão na chapa centro. $St = 1,75$ m.

Figura 63. Tensão transversal de compressão na chapa centro. $St = 1$ m.

Figura 64. Tensão transversal de compressão na chapa centro. Inércia 3I.

Figura 65. Tensão transversal de compressão na chapa centro. Inércia 2I.

Figura 66. Tensão transversal de compressão na chapa centro. Inércia I.

Figura 67. Distribuição e concentração de tensões transversais na chapa de painéis simplesmente apoiados (N/m^2).

Figura 68. Distribuição do campo de tensões transversais na fibra média da chapa (N/m^2). Painel simplesmente apoiado.

7.5 Tensão Longitudinal nas Vigas

As curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Longit}$ para tensão longitudinal nas vigas no centro do painel são apresentadas nas Fig. 69 a 74. As curvas numéricas de tensão longitudinal não apresentam sensibilidade muito acentuada ao espaçamento entre reforçadores transversais (vide Fig. 72 a 74), mas são praticamente independentes da sua inércia (vide Fig. 69 a 71). Porém, por serem as curvas do parâmetro $K_{V-Longit}$ decrescentes, para valores crescentes de ρ as diferenças percentuais entre os valores de $K_{V-Longit}$ numéricos para diferentes espaçamentos podem ser não desprezíveis. Em referência à curva proposta por Schade, os valores numéricos de $K_{V-Longit}$ apresentam uma boa correlação para valores de ρ menores de 1,5 (diferenças inferiores a 15%). Para valores maiores de ρ , a curva proposta por H. Schade prevê valores de tensão menores.

Contrário ao estabelecido por H. Schade [3], a tensão é máxima no centro do painel somente para relações de aspecto virtual, ρ , igual a um ou próximas a este valor nos painéis estudados (vide Fig. 75 a 80). Para valores maiores de ρ , a tensão máxima muda do centro do painel para os lados na direção longitudinal. Esta diferença está de acordo com o estabelecido por Clarkson em seu estudo "*The Elastic Analysis for Grillages: With Particular Reference to Ship Structures*" [4], onde o autor afirma que os momentos fletores em vigas de painéis reforçados simplesmente apoiados com número de reforçadores inferiores a nove em cada direção podem apresentar erros superiores a 100 % quando comparados à teoria da chapa ortotrópica. Clarkson afirma que a diferença é devida aos máximos momentos fletores apresentarem-se nas intersecções dos reforçadores adjacentes às bordas e não no centro do painel como prevê a teoria da chapa ortotrópica. Os resultados e análises apresentados por Clarkson são produto da aplicação do método de grelhas refinado proposto pelo autor. Portanto, a curva proposta por Schade para tensão longitudinal nas vigas prevê tensões menores às obtidas das simulações de modelos MEF, e designa equivocadamente como máximas as tensões longitudinais nas vigas no centro do painel.

Figura 69. Tensão longitudinal na viga-centro. St= 2,5 m.

Figura 70. Tensão longitudinal na viga-centro. St= 1,75.

Figura 71. Tensão longitudinal na viga-centro. St= 1 m.

Figura 72. Tensão longitudinal na viga centro. Inércia 3I.

Figura 73. Tensão longitudinal na viga centro. Inércia 2I.

Figura 74. Tensão longitudinal na viga centro. Inércia I.

As Fig. 75 a 80 apresentam curvas para tensão longitudinal máxima nas vigas. Destas é possível concluir que as curvas numéricas para o parâmetro $K_{V-Longit-Max}$ de tensão longitudinal máxima nas vigas não apresentam uma sensibilidade importante em referência às variáveis inércia e espaçamento dos reforçadores transversais (diferenças inferiores a 6% para valores de $K_{V-Longit-Max}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas). Entretanto, quanto menor o espaçamento entre reforçadores transversais menor é a sensibilidade das curvas à variável inércia.

7.6 Tensão Transversal nas Vigas

Em referência aos valores de tensão máxima transversal nas vigas dos painéis, encontrou-se que para ρ , relação de aspecto virtual, maior a 2,5 e dependendo da rigidez dos reforçadores, a máxima tensão muda do reforçador central para os reforçadores adjacentes na direção longitudinal. Porém, a tensão na viga central transversal do painel é representativa deste, considerando que seu valor é próximo ao valor máximo de tensão (diferenças inferiores a 4% para os modelos estudados). Por esta razão, os valores de tensão transversal na viga central do painel são essencialmente similares aos valores de tensão máxima; desta forma, somente são apresentadas as curvas de tensão máxima na viga, as quais são comparadas diretamente com a curva de tensão transversal nas vigas proposta por Schade.

Das curvas numéricas geradas dos modelos MEF é possível concluir que as curvas do parâmetro $K_{V-Transv}$ não mostram sensibilidade importante ao espaçamento e inércia dos reforçadores transversais (diferenças inferiores a 4% para valores de $K_{V-Transv}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas. Vide Fig. 81 a 86). As curvas numéricas de $K_{V-Transv}$ apresentam uma boa correlação com a curva $K_{V-Transv}$ analítica da chapa ortotrópica (diferenças inferiores a 5%).

Pode-se estabelecer que a curva proposta por Schade para tensão transversal nos reforçadores fornece valores ajustados aos valores obtidos dos modelos MEF e, portanto, é representativa do estado máximo de tensões dos painéis em estudo nestes.

Figura 75. Tensão longitudinal máxima na viga. St= 2,5 m.

Figura 76. Tensão longitudinal máxima na viga. St= 1,75 m.

Figura 77. Tensão longitudinal máxima na viga. St= 1 m.

Figura 78. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia 3I.

Figura 79. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia 2I.

Figura 80. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia I.

Figura 81. Tensão transversal máxima na viga. $St= 2,5$ m.

Figura 82. Tensão transversal máxima na viga. $St= 1,75$ m.

Figura 83. Tensão transversal máxima na viga. $St= 1$ m.

Figura 84. Tensão transversal máxima na viga. Inércia 3I.

Figura 85. Tensão transversal máxima na viga. Inércia 2I.

Figura 86. Tensão transversal máxima na viga. Inércia I.

7.8 Distribuição de Tensões em Vigas Longitudinais e Transversais

Com relação à diferença encontrada na localização da tensão longitudinal máxima nas vigas entre os modelos MEF e o estabelecido pelo método da chapa ortotrópica, apresenta-se a distribuição de tensões máximas nas vigas de um dos modelos implementados (vide Fig. 87 e 88). Foram plotadas as tensões máximas nas vigas centrais do painel reforçado livremente apoiado de 24,5 *m* de comprimento com inércia 2I e espaçamento entre reforçadores transversais de 1,75 *m*. É possível observar na Fig. 87 que a tensão máxima longitudinal se apresenta nos extremos do reforçador e não no centro deste como prevê o método da chapa ortotrópica. Por outro lado, a tensão máxima transversal se apresenta no centro do reforçador transversal em concordância com o estabelecido por H. Schade.

Figura 87. Distribuição de tensão longitudinal em reforçador longitudinal central (N/m^2).

Figura 88. Distribuição de tensões transversais em reforçador transversal central (N/m^2).

Clarkson em seu artigo “*Test of Plated Grillages under Uniform Pressure*” [10] apresenta os resultados experimentais de um painel sob pressão uniforme em condição de livre apoio. Nas figuras 89 a 91 mostra-se o painel testado como também as medidas experimentais de tensão nas vigas longitudinais e transversais centrais.

Clarkson encontrou em seu teste experimental que as tensões máximas nos reforçadores longitudinais apresentam-se nos extremos dos reforçadores, adjacentes às bordas e não no centro do painel, e as máximas transversais no centro do reforçador transversal central.

Tanto os resultados dos modelos MEF como os resultados experimentais de Clarkson diferem na localização das tensões longitudinais máximas nas vigas em relação ao estabelecido pelo método da chapa ortotrópica, confirmando o desvio deste neste sentido. Os modelos MEF assim como a metodologia da chapa ortotrópica e os resultados experimentais de Clarkson coincidem em determinar

como ponto de tensões transversais máximas nas vigas o centro do painel no caso de painéis reforçados simplesmente apoiados.

Figura 89. Painel sujeito a pressão em condições de apoio livre. Teste experimental de Clarkson [8].

Figura 90. Distribuição de tensões longitudinais experimentais em reforçadores longitudinais de painel reforçado em condições de apoio livre e pressão uniforme [8].

Figura 91. Distribuição de tensões transversais experimentais em reforçadores transversais de painel reforçado em condições de apoio livre e pressão uniforme [8].

7.9 Discussão e Síntese dos Resultados

As análises realizadas permitiram determinar o comportamento das curvas numéricas do parâmetro adimensional K para painéis simplesmente apoiados em função da razão de aspecto do painel e mudanças na inércia e espaçamento dos reforçadores transversais. Destas análises e da comparação das curvas numéricas com as curvas analíticas desenvolvidas pela teoria da chapa ortotrópica é possível extrair varias conclusões.

As curvas numéricas do parâmetro de deflexão $K_{deflexão}$ no centro dos painéis não apresentam sensibilidade representativa em relação a mudanças em inércia ou espaçamento dos reforçadores transversais. Adicionalmente, as curvas mostram uma boa correlação com a curva de deflexão analítica obtida a partir do modelo de chapa ortotrópica, podendo ser esta considerada como representativa do estado de deflexões dos painéis reforçados simplesmente apoiados.

As curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Longit}$ para tensões longitudinais globais nas chapas (superposição de tensões secundárias e terciárias) no centro do painel apresentam uma forte dependência em relação á inércia e espaçamento

dos reforçadores transversais. Embora as curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Longit}$ apresentem o mesmo comportamento que a curva analítica proposta por Schade, o método da chapa ortotrópica fornece valores conservadores de tensão em comparação a estas (a contribuição das tensões terciárias ao estado global de tensões estimado analiticamente no centro do painel foi considerada desprezível para painéis com número ímpar de reforçadores). Adicionalmente, foi possível determinar que a tensão longitudinal máxima secundária na chapa se afasta longitudinalmente do centro do painel em função da relação de aspecto virtual, ρ , comportamento contrário ao estabelecido por Schade (centro do painel como ponto de máxima tensão longitudinal na chapa).

No caso de tensões transversais globais no centro da chapa, as curvas do parâmetro $K_{Ch-Trans}$ apresentam uma boa correlação entre elas em função da inércia e uma baixa sensibilidade em relação a mudanças de espaçamento entre os reforçadores transversais. A curva analítica do parâmetro $K_{Ch-Trans}$ fornece valores conservadores de tensão em relação aos valores fornecidos pelas curvas numéricas do parâmetro $K_{Ch-Trans}$. Para ρ igual a um, o valor do parâmetro $K_{Ch-Transv}$ analítico é da ordem de 80% maior que o valor dos $K_{Ch-Trans}$ numéricos para quaisquer dos nove modelos básicos (toma-se como referência os parâmetros $K_{Ch-Trans}$ numéricos). Para ρ maiores de 2,5 encontram-se diferenças no valor do parâmetro $K_{Ch-Transv}$ inferiores a 10% entre os valores numéricos e os valores fornecidos pela curva analítica de tensões globais baseada no método de chapa ortotrópica.

As curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Longit}$ para tensão longitudinal nas vigas no centro do painel não apresentam sensibilidade muito acentuada em relação ao espaçamento entre reforçadores, mas são praticamente independentes da sua inércia. Em referência à curva proposta por Schade, os valores numéricos de $K_{V-Longit}$ apresentam uma boa correlação para valores de ρ menores de 1,5 (diferenças inferiores a 15%). Para valores maiores de ρ , as curvas propostas por Schade fornecem valores de tensão menores. Adicionalmente, a tensão é máxima

no centro do painel só para relações de aspecto virtual, ρ , igual a um ou próximas a este valor nos painéis estudados (vide Fig. 74 a 79). Para valores maiores de ρ , a tensão máxima muda do centro do painel para os lados na direção longitudinal. É possível concluir que o método da chapa ortotrópica fornece valores do parâmetro $K_{V-Longit}$ pouco conservadores em comparação com os valores fornecidos pelas curvas numéricas geradas dos modelos MEF.

As curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Transv}$ de tensão transversal na viga no centro do painel não apresentam sensibilidade importante às variáveis espaçamento e inércia dos reforçadores transversais. Adicionalmente, as curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Transv}$ apresentam uma boa correlação com a curva analítica do parâmetro $K_{V-Transv}$ da chapa ortotrópica, e esta última pode ser considerada representativa do estado máximo de tensões transversais nas vigas nos painéis reforçados do presente estudo.

8 RESULTADOS NUMÉRICOS PARA PAINÉIS REFORÇADOS ENGASTADOS

Este capítulo apresenta os resultados das simulações dos modelos MEF dos painéis reforçados engastados em função dos parâmetros da chapa ortotrópica: ρ , razão de aspecto virtual, e o parâmetro adimensional K . Curvas de deflexão e tensão para os painéis reforçados engastados são apresentadas. Schade forneceu curvas para esta condição apenas para chapa sem reforçadores, baseando-se na formulação de placas e cascas de Timoshenko [15].

As curvas geradas a partir dos resultados dos modelos MEF de painéis reforçados simplesmente chapeados (fundo simples) são consideradas para $\eta=0$ de acordo com a parametrização da metodologia da chapa ortotrópica. Os nove modelos básicos foram simulados com condição de engaste.

No caso das tensões na chapa, as curvas numéricas geradas são consideradas de tensões globais (superposição das tensões secundárias e terciárias).

8. 1 Deflexão dos Painéis

As curvas numéricas de deflexão são obtidas a partir dos resultados de deslocamento nodais dos modelos MEF no centro do painel, onde são considerados máximos pela teoria da chapa ortotrópica. Por serem os painéis em estudo estruturas com número ímpar de reforçadores, as deflexões em seu centro obtidas dos modelos MEF não apresentam influência das deflexões terciárias, e conseqüentemente correspondem às deflexões secundárias máximas.

Da análise das curvas numéricas (vide Fig. 92 a 97) conclui-se que as curvas do parâmetro $K_{deflexão}$ para deflexão no centro dos painéis apresentam baixa sensibilidade em relação ao espaçamento entre reforçadores transversais ou inércia

destes (diferenças inferiores a 10 % para valores do parâmetro $K_{deflexão}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas). No caso de espaçamento reduzido entre reforçadores (1 m), o parâmetro $K_{deflexão}$ torna-se praticamente independente da inércia destes (diferenças inferiores a 5%).

As curvas numéricas apresentam um comportamento similar às curvas fornecidas por Schade para uma chapa engastada e/ou para um painel reforçado com suas bordas longitudinais engastadas. Para razões de aspecto virtual, ρ , maiores que 2,5 o valor de $K_{deflexão}$ analítico atinge um patamar de $K_{deflexão} = 0,0026$ para os dois casos relacionados e torna-se independente de ρ . Para as curvas numéricas obtidas, o parâmetro $K_{deflexão}$ atinge o patamar com valores entre 0,0032 e 0,0030 dependendo do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais. Pode-se observar que os valores do parâmetro $K_{deflexão}$ numéricos têm uma ordem de grandeza similar aos $K_{deflexão}$ analíticos para os casos relacionados.

8.2 Tensões Longitudinais na Chapa

Os valores de tensão longitudinal no centro do painel foram tomados no centróide do elemento do qual o nó central faz parte, para evitar as perturbações no campo de tensões ocasionadas pela presença do reforçador. No caso da tensão no engaste, o valor foi tomado no centróide do elemento mais próximo à posição média da borda transversal do painel.

As tensões longitudinais na chapa obtidas dos modelos lineares MEF são o resultado da superposição das tensões secundárias e terciárias. Portanto, os parâmetros $K_{Ch-Longit.}$ numéricos obtidos a partir dos resultados dos modelos MEF são representativos do estado global de tensões longitudinais de compressão no centro do painel.

Figura 92. Deflexão no centro do painel. St = 2,5 m.

Figura 93. Deflexão no centro do painel. St = 1,75 m.

Figura 94. Deflexão no centro do painel. St = 1 m.

Figura 95. Deflexão no centro do painel. Inércia 3I.

Figura 96. Deflexão no centro do painel. Inércia 2I.

Figura 97. Deflexão no centro do painel. Inércia I.

Da comparação das curvas de tensão longitudinal global de compressão no centro do painel conclui-se que os valores do parâmetro $K_{Ch-Longit}$ numéricos são sensíveis a variações em inércia e espaçamento dos reforçadores transversais (vide Fig. 98-103). Valores negativos do parâmetro $K_{Ch-Longit}$ numérico (tensões de tração) podem ser gerados por causa do efeito combinado de uma distorção do campo de tensões globais na chapa devido à rigidez concentrada no centro do painel (mínimo local de tensões de compressão longitudinal), a forma decrescente das curvas numéricas de tensões em função de ρ e uma maior influência das tensões terciárias no nível global de tensões devido ao aumento do espaçamento e inércia dos reforçadores.

As curvas de tensão longitudinal global no centro da chapa apresentam um comportamento similar às curvas fornecidas por Schade para uma chapa engastada e/ou painel reforçado com bordas longitudinais engastadas e bordas transversais apoiadas.

Em referência às tensões máximas globais de compressão longitudinal nos painéis, estas ocorrem no interior do painel reforçado, afastadas das unidades de chapeamento no contorno. Estas tensões máximas se afastam do centro do painel na direção longitudinal em função de ρ . Estimativas da distribuição de campo de tensões longitudinais secundárias, resultantes da obtenção das tensões na fibra média da chapa de diferentes painéis, apresentaram a ocorrência deste mesmo fenômeno. Porém, pode-se inferir que o ponto de tensões secundárias máximas muda de lugar em função da razão de aspecto virtual. A Fig. 104 apresenta o campo de tensões longitudinais na fibra média da chapa do painel reforçado de 24,5 m de comprimento, St de 1,75 m e inércia I.

Figura 98. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. St=2,5 m.

Figura 99. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. St=1,75 m.

Figura 100. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. St=1 m.

Figura 101. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. Inércia 3I.

Figura 102. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. Inércia 2I

Figura 103. Tensão longitudinal de compressão na chapa-centro. Inércia I.

As tensões longitudinais globais da chapa no engaste também foram analisadas. Os valores de tensão foram tomados na posição média da borda transversal do painel (interseção da borda transversal com a linha de simetria longitudinal do painel). As Fig. 105 a 110 apresentam as curvas do fator $K_{Ch-Long-E}$ de tensão longitudinal global da chapa no engaste para os nove modelos básicos. Sobre as curvas é possível concluir que o valor do parâmetro $K_{Ch-Long-E}$ para tensão longitudinal de chapa no engaste não é muito sensível a variações do espaçamento ou inércia entre reforçadores transversais (diferenças inferiores a 9 % para valores do $K_{Ch-Long-E}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas). As curvas numéricas apresentam patamares que variam entre 0,114 e 0,095 em função destas duas variáveis.

Figura 104. Campo de tensões longitudinais na fibra média da chapa (N/m^2). Painel engastado.

8.3 Tensões Transversais na Chapa

Os valores de tensão transversal no centro do painel foram tomados no centróide do elemento do qual o nó central faz parte. No caso da tensão no engaste, o valor foi tomado no centróide do elemento mais próximo à posição média da borda longitudinal do painel.

Figura 105. Tensão longitudinal na chapa no engaste. $St=2,5\text{ m}$.

Figura 106. Tensão longitudinal na chapa no engaste. $St=1,75\text{ m}$.

Figura 107. Tensão longitudinal na chapa no engaste. $St=1\text{ m}$.

Figura 108. Tensão longitudinal na chapa no engaste. Inércia 3I.

Figura 109. Tensão longitudinal na chapa no engaste. Inércia 2I.

Figura 110. Tensão longitudinal na chapa no engaste. Inércia I.

Da mesma maneira que as tensões longitudinais nas chapas, as tensões transversais obtidas dos modelos MEF são o resultado da superposição das tensões secundárias e terciárias e, portanto, são representativas do estado global de tensões transversais de compressão na chapa no centro do painel.

Da comparação das curvas de tensão transversal de compressão global no centro do painel conclui-se que os valores dos parâmetros $K_{Ch-Trans}$ numéricos não apresentam muita sensibilidade em relação à inércia dos reforçadores (diferenças inferiores a 6 % para o parâmetro $K_{Ch-Trans}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas. Vide Fig. 111-113). Nas Fig. 114 a 116 é possível observar uma dependência das curvas do parâmetro $K_{Ch-Trans}$ em relação à variável espaçamento entre reforçadores.

As tensões terciárias estimadas, obtidas a partir da simplificação em considerar a unidade de chapeamento como engastada nos reforçadores, foram comparadas com as tensões transversais globais dos modelos MEF nos pontos de interesse, centro do painel e posição média da borda longitudinal engastada (vértices das unidades de chapeamento, vide Fig. 52). Desta comparação é possível afirmar que a magnitude das tensões transversais globais para painéis com número ímpar de reforçadores é muito maior que a ordem de grandeza das tensões terciárias estimadas para o centro do painel e posição média da borda longitudinal engastada. Desta forma, considera-se pertinente comparar as curvas numéricas de tensão global transversal na chapa no centro do painel reforçado e no engaste com as curvas propostas por Schade para tensões transversais secundárias para uma chapa engastada e para um painel de comprimento infinito engastado longitudinalmente e apoiado nas bordas transversais ($\rho = \infty$).

Figura 111. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. $St= 2,5$ m.

Figura 112. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. $St= 1,75$.

Figura 113. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. $St= 1$ m.

Figura 114. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. Inércia 3I.

Figura 115. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. Inércia 2I.

Figura 116. Tensão transversal de compressão na chapa-centro. Inércia I.

As curvas numéricas apresentam um comportamento similar às curvas fornecidas por Schade para unidade de chapa engastada e/ou painel reforçado com lados longos engastados. Para razões de aspecto virtual maiores que 2,5 o valor do parâmetro $K_{Ch-Trans}$ analítico atinge um patamar igual a $K_{Ch-Trans} = 0,0458$ para os dois casos relacionados e torna-se independente de ρ . Para as curvas numéricas obtidas, o parâmetro $K_{Ch-Trans}$ atinge o patamar com valores entre 0,0525 e 0,0422 dependendo do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais. Pode-se observar que os valores dos patamares dos parâmetros $K_{Ch-Trans}$ numéricos têm uma ordem de grandeza similar ao patamar do parâmetro $K_{Ch-Trans}$ analítico para os casos relacionados.

Em relação às tensões máximas transversais nas chapas, estas se apresentam nas unidades de chapeamento adjacentes ao centro do painel. A Fig. 117 apresenta o campo de tensões transversais na chapa do painel reforçado de 24,5 m de comprimento, St de 1,75 m e inércia I. A estimativa da distribuição de campo de tensões transversais secundárias, resultante da obtenção das tensões na fibra média da chapa de diferentes painéis reforçados, permitiu confirmar o centro do painel como ponto de tensões transversais secundárias máximas.

Figura 117. Campo de tensões transversais na chapa (N/m^2). Painel reforçado engastado.

A tensão transversal da chapa no engaste foi avaliada na posição média da borda longitudinal do painel (interseção da borda longitudinal com a linha de simetria transversal do painel). As Fig. 118 a 123 apresentam as curvas correspondentes ao parâmetro $K_{Ch-Trans-E}$ para tensão transversal global da chapa no engaste. Destas é possível concluir que as curvas do parâmetro $K_{Ch-Trans-E}$ não são muito sensíveis a variações da inércia dos reforçadores transversais (diferenças inferiores a 5 % para valores do parâmetro $K_{Ch-Trans-E}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas. Vide Fig. 118-120), apresentando, por outro lado, uma sensibilidade representativa em relação ao espaçamento entre estes (vide Fig. 121-123). É possível observar que para menores espaçamentos entre reforçadores transversais, as curvas apresentam um patamar mais próximo ao fornecido pela curva analítica de chapa engastada ou painel reforçado com lados longos engastados propostas por Schade, $K_{Ch-Trans-E} = 0,0916$. Este comportamento é consistente com a dependência da validade dos resultados do método da chapa ortotrópica em relação ao número de reforçadores em cada direção e seu espaçamento segundo a literatura [5].

8.4 Tensão Longitudinal nas Vigas

As Fig. 124 a 129 apresentam as curvas do parâmetro adimensional $K_{V-Longit}$ para a tensão longitudinal nas vigas no centro do painel. Nas Fig. 124 a 126 é possível observar que as curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Longit}$ obtidas dos modelos MEF apresentam baixa sensibilidade em relação à inércia dos reforçadores, sendo praticamente independentes desta para espaçamento entre reforçadores transversais reduzido (1 m). Porém, por serem as curvas do parâmetro $K_{V-Longit}$ decrescentes, para valores de crescentes de ρ , as diferenças percentuais entre os valores de $K_{V-Longit}$ numéricos para os diferentes espaçamentos podem não ser desprezíveis. Por outro lado, as curvas numéricas apresentam sensibilidade em relação ao espaçamento entre reforçadores transversais, particularmente sendo esta mais significativa para ρ maior que 2 (vide Fig. 127 a 129).

Figura 118. Tensão transversal na chapa-engaste. St= 2,5m.

Figura 119. Tensão transversal na chapa-engaste. St= 1,75 m.

Figura 120. Tensão transversal na chapa-engaste. St= 1 m.

Figura 121. Tensão transversal na chapa-engaste. Inércia 3I.

Figura 122. Tensão transversal na chapa-engaste. Inércia 2I.

Figura 123. Tensão transversal na chapa-engaste. Inércia I.

Figura 124. Tensão longitudinal na viga-centro. St=2,5m.

Figura 125. Tensão longitudinal na viga-centro. St=1,75m.

Figura 126. Tensão longitudinal na viga-centro. St=1 m.

Figura 127. Tensão longitudinal na viga-centro. Inércia 3I.

Figura 128. Tensão longitudinal na viga-centro. Inércia 2I.

Figura 129. Tensão longitudinal na viga-centro. Inércia I.

8.5 Tensão Longitudinal Máxima nas Vigas

Os valores de tensão máxima longitudinal nas vigas se afastam do centro do painel na direção longitudinal com o incremento da razão de aspecto virtual. Isto justifica a existência de um parâmetro $K_{V-Long-Max}$ de tensão longitudinal máxima nas vigas. A Fig. 130 apresenta a curva do parâmetro K_{V-Long} de tensão longitudinal no centro do painel vs. a curva de $K_{V-Long-Max}$ de tensões máximas longitudinais para o painel de reforçadores transversais de inércia $3I$ e $St = 1\text{ m}$. Com o incremento da razão de aspecto virtual, a curva de tensão longitudinal máxima se afasta da curva de tensão no centro do painel. Este mesmo comportamento se apresenta no caso das curvas de tensão longitudinal nas vigas dos painéis simplesmente apoiados. Este comportamento é atribuído à mudança dos momentos máximos fletores do setor central do painel para os lados na direção longitudinal [4].

Figura 130. Tensão longitudinal na Viga –Centro Vs. Tensão longitudinal máxima. Painel com reforçadores transversais de inércia $3I$ e $St = 1\text{ m}$.

As curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Long-Max}$ para tensão máxima longitudinal nas vigas apresentam baixa sensibilidade em relação à inércia dos reforçadores e atingem um patamar para valores de ρ maiores a 2 (diferenças inferiores a 7 % para espaçamentos de $St = 1,5\text{ m}$ e inferiores de 12 % para $St = 2,5\text{ m}$. Vide Fig. 131 a 133). No caso de painéis com espaçamento entre reforçadores

transversais reduzido ($St=1\ m$), as curvas são independentes da inércia em todo seu intervalo, como é possível observar na Fig. 133.

Nas Fig. 134 a 136 observa-se uma dependência das curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Long-Max}$ em relação ao espaçamento entre reforçadores. As diferenças percentuais entre os valores dos parâmetros $K_{V-Long-Max}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas chegam a 20 %. Pode-se concluir que as curvas do parâmetro $K_{V-Long-Max}$ apresentam sensibilidade ao espaçamento entre reforçadores.

8.6 Tensão Longitudinal de Compressão nas Vigas no Engaste

Os valores de tensão longitudinal de compressão nas vigas no engaste foram tomados na posição média das bordas transversais. As Fig. 137 a 142 apresentam as curvas do parâmetro $K_{V-Longt-E}$ para tensão longitudinal das vigas no engaste. Da comparação das curvas numéricas é possível concluir que o parâmetro $K_{V-Longt-E}$ apresenta uma baixa sensibilidade em relação à inércia e espaçamento dos reforçadores (diferenças inferiores a 5 % para valores do fator $K_{V-Longt-E}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas). No intervalo de ρ entre 1 e 1,5 as curvas apresentam maior sensibilidade. Por causa dos valores discretos de ρ , definidos pelas geometrias dos painéis, as curvas apresentam um numero limitado de pares ρ Vs $K_{V-Longt-E}$, neste intervalo, não permitindo uma melhor descrição .

8.7 Tensão Transversal nas Vigas

Da análise dos resultados dos modelos MEF conclui-se que as tensões transversais máximas nas vigas mudam do reforçador central para os reforçadores adjacentes na direção longitudinal para ρ maior a 2,5. Porém, a tensão na viga central transversal do painel é representativa deste, considerando que seu valor é próximo ao valor máximo de tensão (diferenças inferiores a 4% para os modelos estudados). Por esta razão, os valores de tensão na viga transversal do painel são essencialmente similares aos valores de tensão máxima; desta forma, somente são apresentadas as curvas de tensão máxima na viga.

Figura 131. Tensão longitudinal máxima na viga. St = 2,5 m.

Figura 132. Tensão longitudinal máxima na viga. St= 1,75 m.

Figura 133. Tensão longitudinal máxima na viga. St = 1 m.

Figura 134. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia 3I.

Figura 135. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia 2I.

Figura 136. Tensão longitudinal máxima na viga. Inércia 3I.

Figura 137. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. St= 2,5 m.

Figura 138. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. St=1,75 m.

Figura 139. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. St=1m.

Figura 140. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. Inércia 3I.

Figura 141. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. Inércia 2I.

Figura 142. Tensão longitudinal de compressão na viga-engaste. Inércia I.

As curvas numéricas das Fig. 143 a 148 mostram uma baixa sensibilidade do valor do parâmetro adimensional $K_{V-Trans-Max}$ de tensão transversal máxima nas vigas em relação a variações da inércia e/ou espaçamento dos reforçadores transversais (diferenças inferiores a 6 % para valores do parâmetro $K_{V-Trans-Max}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas). Porém, para espaçamentos reduzidos entre reforçadores ($St=1\ m$), o parâmetro adimensional $K_{V-Trans-Max}$ é praticamente independente da inércia.

As curvas numéricas apresentam um comportamento similar à curva proposta por Schade para painel reforçado com bordas longitudinais engastadas e apoiado nas bordas transversais. Para razões de aspecto, ρ , maiores que 2,8 o valor do parâmetro $K_{V-Trans-Max}$ analítico atinge um patamar igual a $K_{V-Trans-Max} = 0,042$ no caso relacionado. Nas curvas numéricas o parâmetro $K_{V-Trans-Max}$ atinge valores de patamar entre 0,046 e 0,043 dependendo do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais. Pode-se observar que os valores do parâmetro $K_{V-Trans-Max}$ numéricos têm uma ordem de grandeza similar aos dos $K_{V-Trans}$ analíticos para o caso relacionado.

8.8 Tensão Transversal de Compressão nas Vigas no Engaste

Da análise dos resultados dos modelos MEF conclui-se que as tensões transversais de compressão nas vigas na posição média das bordas longitudinais dos painéis (interseção da borda longitudinal com a linha de simetria transversal do painel) são representativas destes considerando que seu valor é próximo aos valores máximos de tensão transversal de compressão em todo o painel (diferenças inferiores a 2.5 % para os modelos estudados).

Figura 143. Tensão transversal máxima na viga. $St = 2,5$ m.

Figura 144. Tensão transversal máxima na viga. $St = 1,75$ m.

Figura 145. Tensão transversal máxima na viga. $St = 1$ m.

Figura 146. Tensão transversal máxima na viga. Inércia 3I.

Figura 147. Tensão transversal máxima na viga. Inércia 2I.

Figura 148. Tensão transversal máxima na viga. Inércia I.

As Fig. 149 a 154 apresentam as curvas do parâmetro $K_{V-Transv-E}$ para tensão transversal de compressão nas vigas no engaste. Da comparação das curvas observa-se que estas apresentam uma baixa sensibilidade em relação à variações da inércia e espaçamento dos reforçadores transversais (diferenças inferiores a 6 % para valores do parâmetro $K_{V-Transv-E}$ para um mesmo valor de ρ nas diferentes curvas) e para espaçamentos reduzidos são praticamente independentes da inércia (Vide Fig. 151).

As curvas apresentam um comportamento similar à curva fornecida por Schade para o caso de painel reforçado com lados longos engastados. Para razões de aspecto virtual maiores a três (3), os valores do parâmetro $K_{V-Transv-E}$ analíticos atingem um patamar $K_{V-Transv-E} = 0,0833$ para o caso do painel reforçado engastado no lado longitudinal. Para as curva numéricas obtidas o parâmetro $K_{V-Transv-E}$ atinge valores de patamar entre 0,0885 e 0,0844 dependendo do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais. Pode-se observar que os valores do parâmetro $K_{V-Transv-E}$ numéricos têm uma ordem de grandeza similar aos valores do parâmetro $K_{V-Transv-E}$ analíticos para o caso relacionado.

8.9 Comparação entre os Valores dos Parâmetros K Obtidos Numericamente com os Resultados de Clarkson

Com o objetivo de obter uma validação adicional dos resultados obtidos das simulações dos modelos MEF engastados calculam-se as deflexões e tensões máximas de compressão das vigas nos engastes com as curvas fornecidas por Clarkson [4]. Foram realizados cálculos para o painel com reforçadores transversais de inércia I e espaçamento de $St=1,75 \text{ m}$ e o painel com reforçadores transversais de inércia $2I$ e espaçamento de $St=1 \text{ m}$. Obtiveram-se diferenças inferiores a 10 % em deflexões e tensão longitudinal de compressão nas vigas no engaste, e diferenças inferiores a 5% para as tensões transversais de compressão nestas.

Figura 149. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. St= 2,5 m.

Figura 150. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. St= 1,75 m.

Figura 151. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. St= 1m.

Figura 152. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. Inércia 3I.

Figura 153. Tensão longitudinal máxima de compressão na viga-engaste. Inércia 2I.

Figura 154. Tensão Longitudinal Máxima de compressão na Viga- Engaste. Inércia I.

Os resultados obtidos foram parametrizados em função dos parâmetros de Schade para realizar uma comparação gráfica com os resultados das simulações dos modelos MEF. As Fig. 155 a 160 apresentam as curvas assim obtidas.

Figura 155. Deflexão no centro do painel, MEF Vs. Clarkson, Inércia reforçadores transversais I e espaçamento $St = 1,75$ m.

Figura 156. Tensão longitudinal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson. Inércia I e $St = 1,75$ m.

Figura 157. Tensão transversal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson. Inércia I e $St= 1,75$ m.

Figura 158. Deflexão no centro do painel, MEF Vs. Clarkson, Inércia reforçadores transversais 2I e $St= 1$ m.

Figura 159. Tensão longitudinal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson, Inércia 2I e $St= 1$ m.

Figura 160. Tensão transversal de compressão nas vigas no engaste, MEF Vs. Clarkson. Inércia $2I$ e $St = 1$ m.

Os resultados obtidos com a metodologia de Clarkson [4] são consistentes se comparados aos obtidos das simulações dos modelos MEF. O Apêndice C apresenta os cálculos realizados com a metodologia e curvas de Clarkson.

8.10 Discussão e Síntese dos Resultados

As análises realizadas permitiram determinar o comportamento das curvas do parâmetro adimensional K para painéis engastados em função da razão de aspecto do painel e mudanças na inércia e espaçamento dos reforçadores transversais. Destas análises é possível extrair várias conclusões.

As curvas do parâmetro $K_{deflexão}$ correspondente à deflexão no centro dos painéis, apresentam baixa sensibilidade a variações no espaçamento e inércia dos reforçadores transversais. A forma das curvas geradas e o patamar atingido são consistentes com a curva proposta por Schade para painel reforçado com bordas longitudinais engastadas e bordas transversais apoiadas. Para ρ maiores que 2,5 o valor do parâmetro $K_{deflexão}$ analítico para o caso relacionado atinge um patamar igual a 0,0026. Para as curvas numéricas obtidas, o parâmetro $K_{deflexão}$ atinge um patamar com valores entre 0,0032 e 0,0030 dependendo do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais.

Para as tensões longitudinais globais na chapa no centro do painel reforçado, os valores numéricos do parâmetro $K_{Ch-Longt}$ são sensíveis a variações da inércia dos reforçadores transversais e dependem fortemente do espaçamento entre estes. No caso de tensões no engaste as curvas do parâmetro $K_{Ch-Longt-E}$ não apresentam sensibilidade importante a variações de espaçamentos ou inércias dos reforçadores. Adicionalmente, foi possível determinar que a tensão longitudinal máxima secundária na chapa se afasta longitudinalmente do centro do painel em função da relação de aspecto virtual, ρ .

Em relação às tensões transversais globais na chapa, as curvas de tensão transversal de compressão no centro do painel e de tensão no engaste não apresentam muita sensibilidade em relação à variável inércia, não ocorrendo o mesmo para o caso da variável espaçamento. As tensões terciárias estimadas no centro do painel e na posição média da borda longitudinal engastada foram consideradas desprezíveis se comparadas à magnitude das tensões globais transversais no caso de painéis reforçados com número ímpar de reforçadores. Esta consideração permitiu fazer análises comparativas entre as curvas numéricas e a curva proposta por Schade para painel reforçado com lados longitudinais engastados. As curvas numéricas de tensão transversal no centro do painel com espaçamento entre reforçadores transversais reduzido ($St=1\text{ m}$) apresentam um patamar de $K_{Ch-Trans} = 0,042$, um valor muito próximo ao patamar apresentado pela curva analítica proposta por Schade para painel reforçado com lados longos engastados, no caso de $\rho = \infty$, $K_{Ch-Trans} = 0,046$. Em relação à tensão transversal da chapa no engaste, é possível observar que para menores espaçamentos entre reforçadores transversais as curvas apresentam um patamar mais próximo ao fornecido pela curva analítica de tensão transversal na chapa de painel reforçado com lados longitudinais engastados proposta por Schade, $K_{Ch-Trans-E} = 0,0916$.

As curvas numéricas do parâmetro $K_{V-Longt}$ para a tensão longitudinal nas vigas no centro do painel obtidas dos modelos MEF apresentam baixa sensibilidade em relação à inércia dos reforçadores. Por outro lado, as curvas numéricas apresentam

sensibilidade ao espaçamento entre reforçadores transversais. Da mesma forma que para painel simplesmente apoiado, as curvas de tensão máxima longitudinal em vigas se afastam das curvas de tensão longitudinal no centro do painel com o incremento de ρ . No caso das tensões longitudinais de compressão no engaste, as curvas do fator $K_{V-Long-E}$ apresentam uma baixa sensibilidade à variação da inércia e espaçamento dos reforçadores transversais.

No caso de tensão transversal nas vigas, as curvas numéricas mostram uma baixa sensibilidade do valor do parâmetro adimensional $K_{V-Trans}$ e $K_{V-Trans-E}$ para tensão transversal nas vigas no centro do painel e no engaste respectivamente, em função das variáveis inércia e espaçamento dos reforçadores transversais. As curvas numéricas apresentam um comportamento similar à curva proposta por Schade para painel reforçado com lados longitudinais engastados e transversais apoiados. No caso da tensão da viga transversal no centro do painel, para ρ maiores que 2,8 o valor de $K_{V-Trans}$ analítico atinge um patamar igual a 0,042. Nas curvas numéricas o parâmetro $K_{V-Trans}$ atinge o valor de 0,044 no caso de espaçamentos entre reforçadores transversais reduzido ($St=1\ m$). No caso da tensão da viga transversal no engaste, para ρ maiores a três o valor do parâmetro $K_{V-Transv-E}$ analítico atingem um patamar de $K_{V-Transv-E}=0,083$ para o caso do painel reforçado engastado no lado longitudinal. Para as curva numéricas obtidas, o parâmetro $K_{V-Transv-E}$ atinge valores de patamar entre 0,084 e 0,088 dependendo do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais.

Todas as curvas dos fatores K , exceto aquelas correspondentes à tensão longitudinal na chapa, apresentam uma baixa sensibilidade em relação à inércia, particularmente para espaçamentos reduzidos entre reforçadores transversais ($St=1\ m$). Por outro lado, quase todos os fatores K (exceto aqueles correspondentes a deflexão, tensões em vigas transversais no centro do painel e no engaste e tensões longitudinais de chapa e viga no engaste) apresentam sensibilidade em relação a variações no espaçamento entre reforçadores transversais. Este resultado é consistente com a dependência da validade dos resultados obtidos das curvas

fornechas por Schade sobre o espaçamento e número de reforçadores em cada direção.

9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA A CONTINUAÇÃO DO PRESENTE TRABALHO

As análises realizadas permitiram determinar o comportamento das curvas do parâmetro adimensional do método da chapa ortotrópica K para as diferentes variáveis para painéis simplesmente apoiados e engastados com numero impar de reforçadores em função da relação de aspecto virtual do painel e variações na inércia e espaçamento dos reforçadores transversais.

Para o caso de painel reforçado engastado, os parâmetros K , exceto aquele correspondente à tensão longitudinal na chapa, apresentam uma baixa sensibilidade em relação a mudanças da variável inércia. Por outro lado, quase todos os parâmetros K apresentam dependência em relação a S_t , espaçamento transversal. Este resultado é consistente com a dependência da validade dos resultados que fornece as curvas de H. Schade em relação ao espaçamento e número de reforçadores em cada direção segundo a literatura.

Os parâmetros K para painéis simplesmente apoiados apresentam uma baixa sensibilidade a variações de espaçamento e inércia dos reforçadores transversais (exceto para o caso de tensão longitudinal na chapa). Esta menor dependência ao espaçamento transversal em comparação às curvas do painel engastado, explicaria a melhor correlação dos resultados experimentais com os valores fornecidos pelo método da chapa ortotrópica para o painel simplesmente apoiado em comparação às outras condições de contorno.

A menor espaçamento entre reforçadores transversais, menor a sensibilidade dos parâmetros K a variações na inércia destes, para as condições de painel simplesmente apoiado e engastado. A menor espaçamento entre reforçadores o método da chapa ortotrópica é uma melhor representação do painel reforçado, resultado consistente com a literatura do método da chapa ortotrópica.

As curvas de Schade para deflexão e tensão em vigas transversais, como também a curva numérica de tensão longitudinal máxima nas vigas fornecida no presente trabalho para painéis simplesmente apoiados são aplicáveis no estudo de painéis reforçados (restrição, possível sensibilidade das curvas a variações no espaçamento e inércia dos reforçadores longitudinais). A curva de tensão transversal e longitudinal no centro da chapa também pode ser aplicada considerando o grau de conservadorismo presente em função da razão de aspecto virtual (limitação, a tensão longitudinal secundária máxima de compressão na chapa se afasta longitudinalmente do centro do painel em função de ρ).

As curvas para painéis reforçados engastados mostram-se consistentes com os resultados obtidos da aplicação do método de grelhas e as analogias feitas com as curvas fornecidas por H. Schade para painel engastado com bordas longitudinais engastadas. As curvas que apresentam uma baixa sensibilidade a variações no espaçamento e inércia dos reforçadores transversais, St e I respectivamente, como são as curvas de deflexão e tensões transversais em vigas no centro do painel e no engaste, oferecem uma forma simples de estimar a magnitude destas variáveis nas fases iniciais de projeto (restrição, possível sensibilidade das curvas a variações no espaçamento e inércia dos reforçadores longitudinais).

No anexo D são fornecidas tabelas dos parâmetros K para as diferentes variáveis em função do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais e condições de contorno de simplesmente apoiado e engaste. As tabelas estão baseadas em polinômios de quarto e quinto grau com fatores de correlação maiores a 0,99 em relação às curvas numéricas obtidas dos modelos MEF.

As sugestões para próximos trabalhos são resumidas a seguir:

- Realizar estudo de modelos de painéis reforçados com bordas longitudinais apoiadas e bordas transversais engastadas considerando que é uma condição de contorno pertinente no estudo estrutural de navios.

- Realizar estudo do comportamento das variáveis de tensão longitudinal e transversal na chapa em painéis reforçados com número par de reforçadores, evitando assim as perturbações no campo de tensões ocasionadas pela presença destes no centro do painel.
- Realizar análise de sensibilidade das diferentes variáveis a mudanças de espaçamento e inércia dos reforçadores longitudinais.
- Realizar estudo de modelos não lineares de painéis reforçados considerando a não linearidade geométrica causada por médias e grandes deflexões.

REFERÊNCIAS

- [1] Schade, H. Bending Theory of Ship Bottom Structure. Transaction of SNAME. New York, 1938. Vol. 46, 176-195 p.

- [2] Schade, H. The Orthogonally Stiffened Plate under Uniform Lateral Loads. Journal of Applied Mechanics, 1940. Vol. 7, 143-146 p.

- [3] Schade, H. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load. Trans. SNAME, 1941. Vol. 49, 154-18 p.

- [4] Clarkson, J. The Elastic Analysis of Flat Grillages, with Particular Reference to Ship Structures. Cambridge University Press, 1965.

- [5] Peterson, F. e Johnson, E. Orthogonally Stiffened Steel Plates. Final Report under Navy Contract N6-ONR-25113, NR-035-258). Stanford University, 1949.

- [6] Mansour, A. Gross Panel Strength Under Combined Loading. Ship Structure Committee Report 270, 1977.

- [7] Sau, Jorge Miret. Investigação dos Métodos de Cálculo de Estruturas de Fundo de Navios. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1973.

- [8] Clarkson, J. Test of Flat Plated Grillages under Uniform Pressure. Trans. SNAME, 1963. Vol. 105, 467-484 p.

- [9] Lamb, T. Ship Design and Construction, Thomas Lamb, SNAME, 2004. Cap. 17-18

- [10] Hughes,Owen. Ship Structural Design, A rationally-Based, Computer – Aided Optimization Approach, Second Edition, SNAME, New Jersey, 1988.
- [11] Schade, H. A. “The Effective Breadth of Stiffened Plating under Bending Load”. Trans SNAME, 1951. Vol 59.
- [12] Pedatzur, Omar, An Evaluation of Finite Element Models of Stiffened Plates Subjected to Impulsive Loading. Dissertação de Mestrado, Massachucets Institute of Technology MIT, 2004.
- [13] Freitas, Elcio. Análise Estrutural do Navio1. Escola Politécnica Universidade de São Paulo,1979. Vol. 1.
- [14] Thein, Wah. A Guide for the Analysis of Ship Structure. Ship Structure Committee, 1960. 185-208 p.
- [15] Timoshenko, S. Theory of Plates and Shell. Second Edition. Mcgraw Hill,1959. 195-205 p.
- [16] Lewis, E. Principles of Naval Architecture, Stability and Strength. SNAME, 1988. Vol 1.
- [17] Muckle, W. Srength of Ship`s Structure. Publishers, London, 1967. 168-199 e 309-334 p.
- [18] Azevedo, A. Método dos Elementos Finitos, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1 Edição, 2003
- [19] Cook, R. Finite Element Modeling for Stress Analysis, Wiley, 1994.
- [20] Programa MSC Patran 2005 R2
- [21] Programa MSC Nastran 2005 R2

- [22] Nastran Reference Manual, Msc Corporation, 2004
- [23] Basu, R. e Kirkhope, K. Guidelines for Evaluation of Finite Elements and Results. Ship Structure Committee Report 387, 1996.
- [24] Dhruba, J. Nappi, Ghose. Re-examination of Design Criteria for Stiffened Plate Panels. Ship Structure Committee Report 382, 1995.
- [25] Roark, R. Warreng, Y. Roark`s Formulas for Stress and Strain, septima edição, Mac Graw Hill, 2002.
- [26] Acevedo Cardozo, Ademar, Síntese Racional Automatizada de Cavernas de Embarcações. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.
- [27] Freitas, Elcio, Análise Estrutural do Navio. Escola Politécnica Universidade de São Paulo, 1979. Vol 2.
- [28] Brito, Oscar. Modelo para Cálculo de Resistência e de Estabilidade de Grelhas. Anais Sobena, 1996. 169-173 p.

ANEXO A – TENSÕES TERCIÁRIAS

Para determinar o campo de tensões terciárias foram modelados os três tipos de unidades de chapeamento presentes nos modelos MEF. As unidades de chapeamento foram consideradas engastadas e submetidas a uma pressão de 10000 N/m^2 . As propriedades geométricas e do material são as mesmas consideradas nas chapas dos modelos de painéis reforçados (espessura 15 mm, material aço A36 com módulo de elasticidade de 207 Gpa).

Análises de convergência dos modelos, em função das variáveis deflexão e tensão nos engastes e no centro do painel, foram realizadas. Nas Fig. 171 a 173 pode-se observar a distribuição de deflexões e tensões longitudinais e transversais nas três unidades de chapeamento tipo.

Para o modelo de 1 m x 2.5 m (relação de aspecto, $a/b=2.5$) a tensão máxima transversal apresenta-se afastada do centro na direção transversal. Este mesmo efeito se apresenta no caso de condições de contorno de apoiadas.

Figura A. 1. Deflexão e distribuição do campo de tensões longitudinais e transversais nas unidades de chapeamento de 1 m x 2.5 m.

Figura A. 2. Deflexão e distribuição do campo de tensões longitudinais e transversais nas unidades de chapeamento de 1 m x 1.75 m.

Figura A. 3. Deflexão e distribuição do campo de tensões longitudinais e transversais nas unidades de chapeamento de 1 m x 1 m.

Na Tabela A.1. são apresentados os resultados dos modelos MEF assim como também os resultados obtidos a partir da aplicação da teoria de elasticidade de placas e cascas de Timoshenko [15] e a sua respectiva diferença percentual. Os fatores adimensionais k são fornecidos na mesma referencia para as diferentes condições de apoio e em função destes são determinados os momentos por unidade de longitude nas chapas, M_x/m e M_y/m . Com a aplicação dos momentos, através da equação

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (\text{A.1})$$

onde M é o momento fletor aplicado, c a metade da espessura da chapa e I o momento de inércia da mesma, obtém-se o estado de tensões nos pontos de interesse.

Tabela A. 1. Tensões e Deflexões Terciárias nas Unidades de Chapeamento

Variáveis\U. de Chapa	1x2,5	2,5x1,75	2,5x2,5	Unidades
A	1	1,75	2,5	M
B	2,5	2,5	2,5	M
b/a	2,50	1,43	1,00	
k Deformação	0,0026	0,00207	0,00126	
k σ_x Engaste	0,0571	0,0568	0,0513	
k σ_y Engaste	0,0833	0,0726	0,0513	
k σ_x Centro-Chapa	0,0417	0,0349	0,0231	
k σ_y Centro-Chapa	0,0125	0,0212	0,0231	
Pressão	10000	10000	10000	N/m ²
E	2,07E+11	2,07E+11	2,07E+11	N/m ²
t (espessura da chapa)	0,015	0,015	0,015	M
Mx/m Engaste	833,00	2223,38	3206,25	N
Mx Engaste	2082,50	5558,44	8015,63	Nm
My/m Engaste	571,00	1739,50	3206,25	N
My Engaste	571,00	3044,13	8015,63	Nm
Mx/m Centro	-417,00	-1068,81	-1443,75	N
Mx Centro	-417,00	-1870,42	-3609,38	N m
My/m Centro	-125,00	-649,25	-1443,75	N
My Centro	-125,00	-1136,19	-3609,38	N m
W- Deflexão Analítico	0,406	3,035	7,693	Mm
σ_x Engaste Analítico	2,22E+07	5,93E+07	8,55E+07	N/m ²
σ_y Engaste Analítico	1,52E+07	4,64E+07	8,55E+07	N/m ²
σ_x Centro-Chapa Analítico	-1,11E+07	-2,85E+07	-3,85E+07	N/m ²
σ_y Centro Chapa Analítico	-3,33E+06	-1,73E+07	-3,85E+07	N/m ²
W -Deflexão –MEF	0,410	3,100	7,740	Mm
σ_x Engaste MEF	2,16E+07	5,93E+07	8,37E+07	N/m ²
σ_y Engaste MEF	1,44E+07	4,58E+07	8,37E+07	N/m ²
σ_x Centro MEF	-1,12E+07	-2,89E+07	-3,82E+07	N/m ²
σ_y Centro MEF	-3,60E+06	-1,71E+07	-3,82E+07	N/m ²
%W	0,9%	2,2%	0,6%	
% σ_x Engaste	-2,8%	0,0%	-2,1%	
% σ_y Engaste	-5,4%	-1,3%	-2,1%	
% σ_x Centro Chapa	0,7%	1,4%	-0,8%	
% σ_y Centro Chapa	8,0%	-1,2%	-0,8%	

ANEXO B- CURVAS DE SCHADE PARA DEFLEXÕES E TENSÕES EM PAINÉIS REFORÇADOS

A seguir apresenta-se as curvas de deflexão e tensão em vigas e chapa em painéis reforçados propostas por H. Schade.

Figura B. 1. Deflexão no centro do painel.

Figura B. 2. Tensão longitudinal na chapa.

Figura B. 3. Tensão transversal na chapa.

Figura B. 4. Tensão longitudinal nas vigas.

Figura B. 5. Tensão transversal nas vigas.

Figura B. 6. Tensões na chapa no engaste.

Figura B. 7. Tensões nas vigas no engaste

ANEXO C- CÁLCULO DE DEFLEXÕES E TENSÕES NAS VIGAS NO ENGASTE COM AS CURVAS DE CLARKSON.

Baseado no método de grelhas, Clarkson fornece uma série de curvas para o cálculo de deflexão e momento fletor máximo em vigas para painéis reforçados com número ímpar de reforçadores. Estas curvas estão em função das variáveis geométricas do painel reforçado e são apresentadas de acordo com o número de reforçadores no sentido longitudinal e transversal. A nomenclatura das curvas de Clarkson está baseada na Fig. 174.

Figura C. 1. Painel reforçado. Nomenclatura de Clarkson.

A nomenclatura das curvas de Clarkson é dada a seguir:

A = Reforçadores transversais

B = Reforçadores longitudinais

a = Largura do painel

b = Comprimento do painel

c = Espaçamento entre reforçadores longitudinais

d = Espaçamento entre reforçadores transversais

p = Número de reforçadores transversais

q = Número de reforçadores longitudinais

I_a = Inércia do reforçador transversal com sua respectiva chapa colaborante

I_b = Inércia do reforçador longitudinal com sua respectiva chapa colaborante

$\bar{p}$ = Pressão aplicada

$$\text{Coeficiente } \varepsilon = \frac{(p+1)b^3 I_a}{a^3 I_b}$$

$$\text{Coeficiente } \mu = \frac{(p+1)b^3 I_a}{(q+1)a^3 I_b}$$

E = Modulo de elasticidade do material

ξ_{deflexao} = Coeficiente de deflexão

$\xi_{V-Longit}$ = Coeficiente de máxima tensão na viga longitudinal

$\xi_{V-Trans}$ = Coeficiente de máxima tensão na viga transversal

K_a = Coeficiente que define a condição de contorno das vigas transversais, igual a um (1) para condição de engaste e zero (0) para condição de apoio.

K_b = Coeficiente que define a condição de contorno das vigas longitudinais, igual a um (1) para condição de engaste e zero (0) para condição de apoio.

Com as respectivas variáveis define-se as constantes μ e ε , e ingressa-se nas curvas de deflexão e tensão nas vigas. Em função das condições de contorno (coeficientes K_a e K_b) determina-se a curva respectiva (vide Fig. 175-177) e o valor do coeficiente ξ é definido no eixo das ordenadas para cada variável. Do coeficiente ξ e das equações a seguir, são determinadas as deflexões no painel e os momentos máximos nas vigas,

$$\xi_{deflexao} = \frac{w E I_a}{(q+1) \bar{p} c d a^3} \quad (C-1)$$

$$\xi_{V-Trans} = \frac{M_a}{\bar{p} c d a} \quad (C-2)$$

$$\xi_{V-Longit} = \frac{M_b}{(p+1) \bar{p} c d b} \quad (C-3)$$

onde M_a e M_b são os momentos máximos nas vigas transversais e vigas longitudinais respectivamente e w a deflexão máxima. No caso de painel reforçado engastado, os máximos momentos fletores se apresentam nos engastes. Com os momentos fletores atingindo as vigas no engaste é possível obter as tensões nestes pontos com a formulação da teoria de vigas da forma,

$$\sigma = \frac{M^* r_{a(b)}}{I_{a(b)}} \quad (C-4)$$

onde, σ é a tensão no flange da viga, $r_{a(b)}$ é a distância da fibra neutra do reforçador à fibra externa do flange e $I_{a(b)}$ a inércia do reforçador transversal ou longitudinal respectivamente com sua chapa colaborante.

Figura C. 2. Curvas de deflexão para vigas transversais engastadas de Clarkson.

Figura C. 3. Curva de máximos momentos fletores em vigas transversais engastadas para painéis reforçados com três reforçadores longitudinais e n reforçadores transversais, $p \times 3$.

Figura C. 4. Curva de máximos momentos fletores em vigas longitudinais engastadas para painéis reforçados com três reforçadores longitudinais e n reforçadores transversais, $p \times 3$.

Considera-se que os reforçadores leves são afetados por flexão local, no comprimento entre intersecções com os reforçadores mais rígidos, e isto introduz um parâmetro adicional de momento local em função da razão de aspecto da unidade de chapeamento. Na teoria de grelhas assume-se que os reforçadores menos espaçados suportam a maior proporção de carga, hipótese validada com testes experimentais. Isto é equivalente a considerar que o segmento de viga de maior comprimento daquelas que conformam o contorno da unidade de chapeamento suporta a maior parte do carregamento. A metodologia de Clarkson distribui a pressão aplicada em duas frações de carregamento por unidade de comprimento atuando sobre o reforçador longitudinal e transversal da unidade de chapeamento com suas respectivas chapas colaborantes. A proporção das cargas está determinada pela razão de aspecto das unidades de chapeamento. A curva apresentada na Fig. 178 determina a proporção de carga suportada por cada reforçador. Na figura L_1 e L_2 são o comprimento e a largura da unidade de chapeamento respectivamente, R corresponde à carga total aplicada, e R_1/R e R_2/R às frações de carga aplicadas a cada reforçador.

Figura C. 5. Curva de fatores R_1/R e R_2/R em função da razão de aspecto do painel.

A seguir apresenta-se o cálculo das deflexões e tensões nas vigas no engaste para o painel reforçado engastado de inércia $2I$ e espaçamento entre reforçadores transversais de 1 m para diferentes comprimentos. Estes resultados foram parametrizados em função das variáveis da chapa ortotrópica e comparados com os resultados obtidos dos modelos MEF nas Fig. 158 a 160.

A tabela a seguir apresenta as variáveis envolvidas no cálculo dos coeficientes μ e ε , e seus respectivos valores para 6 diferentes comprimentos.

Tabela C. 1. Valores de μ e ε , em função das variáveis geométricas

Variável	Painel Reforçado						Unidades
	1	2	3	4	5	6	
Largura do painel a	1000	1000	1000	1000	1000	1000	cm
Comprimento b	1200	1400	1800	2200	2600	3000	cm
Espaçamento longit. C	250	250	250	250	250	250	cm
Espaçamento transv. d	100	100	100	100	100	100	cm
# Vigas longit. P	11	13	17	21	25	29	
# Vigas transversais q	3	3	3	3	3	3	
Inércia vigas longit. IB	97687	98314	99103	99477	99750	99929	cm ⁴
Inércia vigas Trans. Ia	57062	57062	57062	57062	57062	57062	cm ⁴
Coeficiente μ	3,03	5,57	15,12	33,59	65,35	115,63	
Coeficiente ε	12,11	22,30	60,44	134,37	261,41	462,53	

Com os valores de μ e ε , o gráfico para 3 reforçadores longitudinais e n reforçadores transversais fornecido por Clarkson (vide Fig. 175 a 177), e com a curva correspondente ao número de reforçadores transversais para condição de engastes em todas as bordas (curva cheias para as três variáveis consideradas, $p > 7$, com $K_a = 1$ e $K_b = 1$), obtêm-se os fatores $\xi_{deflexao}$, $\xi_{V-Longit}$ e $\xi_{V-Trans}$ no eixo das ordenadas. Com estes valores e as equações C-1 a C-3 determina-se as deflexões e momentos nas vigas no engaste para uma pressão aplicada de $\bar{p} = 10000 \text{ N/m}^2$. Na tabela a seguir apresentam-se os valores dos coeficientes ξ para as diferentes variáveis e os valores dos momentos M_a e M_b dos momentos nas vigas transversais e longitudinais respectivamente. Também são apresentados os valores das variáveis r_a e r_b que correspondem às distâncias das linhas neutras das seções transversais às fibras mais externas dos reforçadores transversais e longitudinais respectivamente.

Tabela C. 2. Valores $\xi_{deflexao}$, $\xi_{V-Longit}$ e $\xi_{V-Trans}$ calculados

Variável	Painel Reforçado						Unidades
	1	2	3	4	5	6	
μ	3,03	5,57	15,12	33,59	65,35	115,63	
ε	12,11	22,30	60,44	134,37	261,41	462,53	
$\xi_{deflexao}$	2,50 E-3	2,75 E-3	2,85 E-3	2,80E-3	2,74E-3	2,65E-3	
$\xi_{V-Longit}$	3,20E-2	2,40E-2	1,40E-2	0,95E-2	0,68E-2	0,05E-2	
$\xi_{V-Trans}$	0,295	0,325	0,340	0,328	0,324	0,325	
M_b	115200	117600	113400	114950	114920	112500	m^4
M_a	73750	81250	85000	82000	81000	81250	m^4
r_b	0,382	0,384	0,386	0,388	0,388	0,389	m
r_a	0,290	0,290	0,290	0,290	0,290	0,290	m

Para determinar o momento fletor local que atinge os reforçadores leves, reforçadores transversais neste caso, determina-se a razão de aspecto da unidade de chapeamento. Com a razão de aspecto e a Fig. 178 obtêm-se os fatores R_1/R e R_2/R de proporcionalidade, que determinam a quantidade de carga a ser suportada por cada reforçador. Para razão de aspecto da unidade de chapeamento (c/d) de 2,5

obtem-se um valor de 0,9 para o fator R_1/R . Os reforçadores transversais correspondem ao maior segmento de reforçador na unidade de chapeamento, portanto, eles suportaram 90% da carga. A carga total a ser aplicada é dada pela pressão aplicada multiplicada pela área da unidade de chapeamento, ou seja,

$$R = \bar{p} * c * d \quad (C-5)$$

e a carga aplicada ao reforçador longitudinal por unidade de comprimento é,

$$\bar{q} = \frac{0,9 * R}{c} = 0,9 * \bar{p} * d \quad (C-6)$$

Clarkson estabelece que as cargas suportadas pelos membros longitudinais do painel reforçado são da forma de ondas parabólicas entre intersecções. A carga suportada pelos reforçadores transversais é considerada como cargas distribuídas uniformes. Esta hipótese de distribuição de carga apresenta uma boa correlação com resultados experimentais. Portanto, o momento fletor local no engaste das vigas transversais pode ser estimado considerando a equação de viga engastada submetida a carga linear distribuída da forma,

$$M = \frac{\bar{q} * l^2}{12} \quad (C-7)$$

onde, $\bar{q}$ é a carga distribuída aplicada e l o comprimento da seção de viga entre reforçadores mais rígidos, c neste caso. O momento local assim obtido é igual a $M_{Local} = 4687,5 \text{ Nm}$. Este momento fletor local é adicionado ao valor de M_a para obter o estado de tensões das vigas transversais no engaste.

Na tabela a seguir apresentam-se os valores obtidos de deflexão e tensões longitudinais e transversais nas vigas nos engastes e as diferenças obtidas da comparação com os resultados obtidos dos modelos MEF. Obtiveram-se diferenças inferiores a 10 % em deflexões e tensão longitudinal de compressão nas vigas, e

diferenças inferiores a 5% para as tensões transversais de compressão nestas. Desta maneira são validados analiticamente os resultados numéricos obtidos dos modelos MEF de painéis reforçados engastados.

Tabela C. 3. Resultados de Clarkson Vs. Resultados MEF.

Variável	Painéis Reforçados						Unid.
	1	2	3	4	5	6	
Deflexão de Clarkson	2,12	2,33	2,41	2,37	2,32	2,24	cm
Deflexão de MEF	2,23	2,46	2,61	2,58	2,52	2,48	cm
Tensão Longit. Vigas Engaste Clarkson	-4,50E+07	-4,59E+07	-4,42E+07	-4,48E+07	-4,47E+07	-4,38E+07	N/m^2
Tensão Longit. Vigas Engaste MEF	-4,73E+07	-4,69E+07	-4,62E+07	-4,61E+07	-4,61E+07	-4,61E+07	N/m^2
Tensão Transv. Vigas Engaste Clarkson	-3,98E+07	-4,36E+07	-4,55E+07	-4,40E+07	-4,35E+07	-4,36E+07	N/m^2
Tensão Transv. Vigas Engaste MEF	-3,99E+07	-4,23E+07	-4,51E+07	-4,45E+07	-4,40E+07	-4,40E+07	N/m^2
Desvio de Deflexão	-5,1%	-5,4%	-7,6%	-8,1%	-7,9%	-9,5%	
Desvio de Tensões Longit.	-4,8%	-2,1%	-4,3%	-2,9%	-2,9%	-5,0%	
Desvio de Tensões Transv.	-0,3%	3,1%	0,9%	-1,2%	-1,2%	-0,9%	

ANEXO D- VALORES NUMÉRICOS DO PARÂMETRO K

A seguir são fornecidas tabelas dos parâmetros K para as diferentes variáveis em função do espaçamento e inércia dos reforçadores transversais para condições de contorno de simplesmente apoiado e engaste. As tabelas estão baseadas em polinômios de quarto e quinto grau com fatores de correlação maiores a 0,99 em relação às curvas numéricas obtidas dos modelos MEF. Os valores fornecidos pelas tabelas são menos confiáveis para valores de razão virtual de aspecto, ρ , compreendidos no intervalo de 1 a 1,2, considerando que varias das curvas numéricas não apresentam valores neste.

Tabela D. 1. Parâmetro K para deflexão em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.

	St= 1 m			St=1.75 m			St= 2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1,0	0,0076	0,0077	0,0078	0,0078	0,0082	0,0079	0,0079	0,0082	0,0080
1,2	0,0104	0,0104	0,0104	0,0105	0,0110	0,0105	0,0106	0,0108	0,0107
1,4	0,0122	0,0123	0,0123	0,0124	0,0129	0,0124	0,0125	0,0126	0,0126
1,6	0,0135	0,0135	0,0135	0,0136	0,0140	0,0137	0,0138	0,0138	0,0139
1,8	0,0142	0,0142	0,0142	0,0143	0,0146	0,0144	0,0145	0,0145	0,0146
2,0	0,0145	0,0146	0,0146	0,0147	0,0149	0,0148	0,0148	0,0149	0,0150
2,2	0,0146	0,0147	0,0148	0,0148	0,0148	0,0149	0,0149	0,0150	0,0151
2,4	0,0146	0,0147	0,0147	0,0147	0,0147	0,0149	0,0148	0,0149	0,0151
2,6	0,0145	0,0146	0,0146	0,0145	0,0144	0,0147	0,0146	0,0148	0,0149
2,8	0,0143	0,0144	0,0145	0,0144	0,0141	0,0145	0,0144	0,0146	0,0147
3,0	0,0142	0,0143	0,0143	0,0142	0,0139	0,0144	0,0142	0,0144	0,0145
3,2	0,0141	0,0141	0,0142	0,0140	0,0137	0,0142	0,0141	0,0142	0,0143
3,4	0,0139	0,0139	0,0140	0,0138	0,0136	0,0140	0,0139	0,0140	0,0142
3,6	0,0136	0,0137	0,0138	0,0137	0,0134	0,0139	0,0137	0,0138	0,0141

Tabela D. 2. Parâmetro K para tensão longitudinal na chapa em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.

	St=1m			St=1.75 m			St=2.5m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0626	0,0640	0,0657	0,0640	0,0630	0,0653	0,0634	0,0650	0,0590
1,2	0,0520	0,0505	0,0500	0,0520	0,0491	0,0483	0,0492	0,0466	0,0416
1,4	0,0431	0,0396	0,0377	0,0418	0,0376	0,0349	0,0375	0,0321	0,0275
1,6	0,0358	0,0312	0,0284	0,0334	0,0282	0,0245	0,0280	0,0210	0,0165
1,8	0,0299	0,0249	0,0216	0,0267	0,0209	0,0168	0,0205	0,0127	0,0080
2	0,0254	0,0203	0,0169	0,0214	0,0154	0,0113	0,0147	0,0067	0,0017
2,2	0,0221	0,0172	0,0139	0,0175	0,0115	0,0076	0,0104	0,0026	-0,0027
2,4	0,0199	0,0153	0,0122	0,0147	0,0090	0,0053	0,0074	-0,0001	-0,0055
2,6	0,0185	0,0143	0,0114	0,0129	0,0076	0,0041	0,0054	-0,0017	-0,0070
2,8	0,0179	0,0141	0,0114	0,0119	0,0071	0,0037	0,0043	-0,0025	-0,0076
3	0,0177	0,0143	0,0118	0,0115	0,0071	0,0039	0,0038	-0,0027	-0,0074
3,2	0,0177	0,0147	0,0125	0,0114	0,0074	0,0044	0,0037	-0,0025	-0,0068
3,4	0,0178	0,0151	0,0132	0,0116	0,0077	0,0051	0,0039	-0,0021	-0,0059
3,6	0,0177	0,0154	0,0139	0,0116	0,0075	0,0058	0,0041	-0,0015	-0,0051

Tabela D. 3. Parâmetro K para tensão transversal na chapa em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.

	St=1m			St=1.75 m			St=2.5m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0593	0,0573	0,0548	0,0589	0,0565	0,0551	0,0621	0,0629	0,0590
1,2	0,0928	0,0899	0,0876	0,0944	0,0915	0,0893	0,1004	0,0989	0,0957
1,4	0,1160	0,1129	0,1109	0,1189	0,1159	0,1135	0,1268	0,1242	0,1216
1,6	0,1312	0,1284	0,1265	0,1347	0,1320	0,1298	0,1438	0,1410	0,1389
1,8	0,1403	0,1379	0,1363	0,1440	0,1418	0,1398	0,1536	0,1511	0,1495
2	0,1448	0,1430	0,1416	0,1484	0,1468	0,1451	0,1582	0,1562	0,1550
2,2	0,1462	0,1450	0,1439	0,1495	0,1484	0,1471	0,1592	0,1578	0,1568
2,4	0,1457	0,1449	0,1440	0,1486	0,1479	0,1469	0,1581	0,1571	0,1562
2,6	0,1440	0,1435	0,1429	0,1465	0,1462	0,1453	0,1557	0,1551	0,1541
2,8	0,1419	0,1416	0,1411	0,1441	0,1439	0,1431	0,1530	0,1524	0,1515
3	0,1397	0,1394	0,1391	0,1417	0,1415	0,1408	0,1502	0,1497	0,1487
3,2	0,1375	0,1373	0,1371	0,1394	0,1390	0,1385	0,1477	0,1471	0,1462
3,4	0,1352	0,1352	0,1350	0,1371	0,1366	0,1365	0,1452	0,1447	0,1441
3,6	0,1323	0,1328	0,1325	0,1344	0,1337	0,1344	0,1423	0,1422	0,1423

Tabela D. 4. Parâmetro K para tensão longitudinal na viga em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.

	St=1m			St=1.75 m			St=2.5m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0792	0,0763	0,0777	0,0808	0,0759	0,0777	0,0796	0,0715	0,0746
1,2	0,0710	0,0698	0,0699	0,0713	0,0696	0,0697	0,0709	0,0687	0,0695
1,4	0,0612	0,0611	0,0607	0,0605	0,0603	0,0598	0,0596	0,0596	0,0593
1,6	0,0508	0,0512	0,0508	0,0492	0,0497	0,0492	0,0477	0,0478	0,0472
1,8	0,0406	0,0412	0,0411	0,0384	0,0390	0,0388	0,0362	0,0361	0,0354
2	0,0312	0,0319	0,0321	0,0287	0,0291	0,0293	0,0262	0,0259	0,0253
2,2	0,0231	0,0238	0,0243	0,0205	0,0207	0,0213	0,0182	0,0180	0,0176
2,4	0,0166	0,0172	0,0179	0,0142	0,0143	0,0150	0,0124	0,0128	0,0124
2,6	0,0117	0,0124	0,0131	0,0098	0,0100	0,0107	0,0089	0,0098	0,0096
2,8	0,0085	0,0092	0,0098	0,0072	0,0076	0,0081	0,0073	0,0085	0,0085
3	0,0068	0,0075	0,0079	0,0061	0,0068	0,0071	0,0070	0,0082	0,0085
3,2	0,0061	0,0068	0,0070	0,0061	0,0068	0,0072	0,0075	0,0083	0,0089
3,4	0,0058	0,0064	0,0067	0,0063	0,0067	0,0076	0,0076	0,0082	0,0090
3,6	0,0054	0,0054	0,0063	0,0058	0,0053	0,0076	0,0066	0,0078	0,0088

Tabela D. 5. Parâmetro K para tensão longitudinal máxima na viga em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.

	St=1m			St=1.75 m			St=2.5m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0773	0,0771	0,0785	0,0850	0,0754	0,0786	0,0884	0,1047	0,0748
1,2	0,0710	0,0700	0,0698	0,0719	0,0706	0,0698	0,0724	0,0800	0,0697
1,4	0,0618	0,0613	0,0610	0,0608	0,0621	0,0610	0,0607	0,0632	0,0625
1,6	0,0530	0,0533	0,0534	0,0524	0,0536	0,0535	0,0525	0,0527	0,0554
1,8	0,0465	0,0473	0,0477	0,0466	0,0471	0,0477	0,0471	0,0466	0,0495
2	0,0429	0,0435	0,0441	0,0433	0,0432	0,0440	0,0438	0,0436	0,0454
2,2	0,0418	0,0419	0,0423	0,0419	0,0418	0,0421	0,0422	0,0427	0,0431
2,4	0,0423	0,0418	0,0419	0,0419	0,0420	0,0415	0,0416	0,0427	0,0425
2,6	0,0432	0,0423	0,0422	0,0424	0,0428	0,0419	0,0417	0,0432	0,0429
2,8	0,0435	0,0429	0,0427	0,0430	0,0432	0,0424	0,0421	0,0436	0,0438
3	0,0430	0,0430	0,0429	0,0432	0,0429	0,0429	0,0426	0,0436	0,0446
3,2	0,0421	0,0426	0,0428	0,0430	0,0421	0,0429	0,0429	0,0435	0,0448
3,4	0,0426	0,0425	0,0426	0,0427	0,0427	0,0426	0,0430	0,0433	0,0444
3,6	0,0482	0,0443	0,0431	0,0434	0,0476	0,0425	0,0427	0,0436	0,0435

Tabela D. 6. Parâmetro K para tensão transversal máxima na viga em painel de fundo simples com condição de contorno de apoio simples.

	St=1m			St=1.75 m			St=2.5m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0751	0,0762	0,0774	0,0742	0,0750	0,0750	0,0747	0,0760	0,0748
1,2	0,1005	0,1010	0,1015	0,1010	0,1014	0,1010	0,1017	0,1024	0,1016
1,4	0,1180	0,1181	0,1182	0,1193	0,1192	0,1188	0,1202	0,1205	0,1200
1,6	0,1292	0,1290	0,1289	0,1309	0,1304	0,1302	0,1321	0,1321	0,1319
1,8	0,1358	0,1354	0,1352	0,1375	0,1368	0,1368	0,1388	0,1386	0,1386
2	0,1389	0,1384	0,1382	0,1404	0,1397	0,1398	0,1419	0,1416	0,1417
2,2	0,1396	0,1391	0,1390	0,1409	0,1404	0,1404	0,1425	0,1421	0,1423
2,4	0,1389	0,1385	0,1384	0,1400	0,1398	0,1396	0,1415	0,1412	0,1413
2,6	0,1376	0,1373	0,1372	0,1384	0,1385	0,1381	0,1399	0,1396	0,1395
2,8	0,1360	0,1359	0,1358	0,1367	0,1370	0,1365	0,1381	0,1378	0,1377
3	0,1347	0,1347	0,1346	0,1353	0,1354	0,1351	0,1365	0,1364	0,1361
3,2	0,1337	0,1339	0,1338	0,1343	0,1336	0,1342	0,1353	0,1354	0,1350
3,4	0,1331	0,1332	0,1333	0,1338	0,1314	0,1337	0,1346	0,1348	0,1346
3,6	0,1325	0,1326	0,1328	0,1333	0,1282	0,1335	0,1340	0,1345	0,1345

Tabela D. 7. Parâmetro K para deflexão em painel de fundo simples engastado.

ρ	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0018	0,0018	0,0018	0,0018	0,0019	0,0019	0,0017	0,0018	0,0019
1,2	0,0023	0,0024	0,0024	0,0024	0,0025	0,0025	0,0024	0,0025	0,0022
1,4	0,0027	0,0028	0,0028	0,0028	0,0028	0,0029	0,0028	0,0029	0,0026
1,6	0,0029	0,0030	0,0030	0,0030	0,0031	0,0031	0,0030	0,0031	0,0029
1,8	0,0030	0,0031	0,0031	0,0031	0,0032	0,0032	0,0031	0,0032	0,0032
2	0,0030	0,0031	0,0031	0,0031	0,0032	0,0033	0,0032	0,0033	0,0034
2,2	0,0030	0,0031	0,0031	0,0031	0,0032	0,0033	0,0031	0,0033	0,0034
2,4	0,0030	0,0030	0,0031	0,0031	0,0031	0,0032	0,0031	0,0032	0,0034
2,6	0,0029	0,0030	0,0031	0,0030	0,0031	0,0032	0,0031	0,0032	0,0033
2,8	0,0029	0,0030	0,0030	0,0030	0,0031	0,0032	0,0031	0,0032	0,0032
3	0,0029	0,0029	0,0030	0,0029	0,0030	0,0031	0,0031	0,0031	0,0031

Tabela D. 8. Parâmetro K para tensão longitudinal na chapa em painel de fundo simples engastado.

ρ	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0250	0,0269	0,0248	0,0246	0,0226	0,0236	0,0216	0,0257	0,0198
1,2	0,0200	0,0201	0,0188	0,0183	0,0168	0,0161	0,0124	0,0135	0,0103
1,4	0,0160	0,0150	0,0141	0,0128	0,0113	0,0098	0,0054	0,0045	0,0024
1,6	0,0129	0,0114	0,0106	0,0084	0,0065	0,0049	0,0002	-0,0017	-0,0039
1,8	0,0106	0,0090	0,0081	0,0053	0,0029	0,0013	-0,0034	-0,0058	-0,0084
2	0,0091	0,0075	0,0066	0,0034	0,0007	-0,0010	-0,0056	-0,0082	-0,0113
2,2	0,0084	0,0068	0,0058	0,0025	-0,0002	-0,0021	-0,0066	-0,0093	-0,0127
2,4	0,0082	0,0067	0,0056	0,0025	-0,0002	-0,0023	-0,0068	-0,0096	-0,0129
2,6	0,0085	0,0070	0,0058	0,0028	0,0002	-0,0018	-0,0065	-0,0093	-0,0123
2,8	0,0090	0,0076	0,0064	0,0030	0,0003	-0,0011	-0,0058	-0,0087	-0,0115
3	0,0097	0,0082	0,0071	0,0032	0,0004	-0,0007	-0,0052	-0,0080	-0,0112

Tabela D. 9. Parâmetro K para tensão transversal na chapa em painel de fundo simples engastado.

ρ	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0183	0,0188	0,0177	0,0172	0,0175	0,0166	0,0198	0,0193	0,0197
1,2	0,0308	0,0303	0,0293	0,0327	0,0319	0,0310	0,0367	0,0357	0,0354
1,4	0,0387	0,0377	0,0369	0,0423	0,0411	0,0402	0,0474	0,0463	0,0454
1,6	0,0432	0,0421	0,0414	0,0476	0,0464	0,0455	0,0535	0,0523	0,0513
1,8	0,0453	0,0443	0,0437	0,0500	0,0489	0,0481	0,0563	0,0552	0,0543
2	0,0458	0,0450	0,0445	0,0506	0,0496	0,0489	0,0569	0,0560	0,0552
2,2	0,0454	0,0448	0,0443	0,0501	0,0493	0,0487	0,0564	0,0557	0,0550
2,4	0,0446	0,0441	0,0436	0,0492	0,0486	0,0480	0,0554	0,0547	0,0542
2,6	0,0438	0,0433	0,0429	0,0483	0,0479	0,0471	0,0543	0,0537	0,0533
2,8	0,0432	0,0427	0,0422	0,0475	0,0472	0,0464	0,0533	0,0528	0,0524
3	0,0428	0,0422	0,0418	0,0465	0,0467	0,0456	0,0526	0,0520	0,0515

Tabela D. 10. Parâmetro K para tensão longitudinal na viga em painel de fundo simples engastado.

	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0246	0,0259	0,0244	0,0236	0,0237	0,0242	0,0261	0,0253	0,0234
1,2	0,0207	0,0210	0,0203	0,0214	0,0212	0,0209	0,0211	0,0205	0,0197
1,4	0,0164	0,0163	0,0160	0,0170	0,0167	0,0164	0,0159	0,0157	0,0150
1,6	0,0122	0,0120	0,0119	0,0119	0,0117	0,0117	0,0110	0,0108	0,0105
1,8	0,0083	0,0082	0,0083	0,0075	0,0073	0,0076	0,0072	0,0060	0,0070
2	0,0052	0,0052	0,0054	0,0043	0,0043	0,0047	0,0038	0,0047	0,0049
2,2	0,0029	0,0030	0,0032	0,0026	0,0028	0,0030	0,0039	0,0046	0,0043
2,4	0,0014	0,0014	0,0016	0,00217	0,0025	0,0026	0,0039	0,0047	0,0047
2,6	0,0011	0,0013	0,0014	0,00222	0,0027	0,0028	0,0037	0,0045	0,0050
2,8	0,0010	0,0012	0,0013	0,0023	0,0021	0,0031	0,0035	0,0041	0,0048
3	0,0009	0,0008	0,0011	0,0023	0,0015	0,0024	0,0034	0,0038	0,0046

Tabela D. 11. Parâmetro K para tensão longitudinal máxima na viga em painel de fundo simples engastado.

	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0250	0,0300	0,0238	0,0266	0,0238	0,0248	0,0266	0,0366	0,0235
1,2	0,0209	0,0218	0,0202	0,0219	0,0215	0,0213	0,0227	0,0262	0,0224
1,4	0,0168	0,0164	0,0166	0,0177	0,0181	0,0178	0,0186	0,0195	0,0199
1,6	0,0131	0,0131	0,0135	0,0144	0,0148	0,0148	0,0153	0,0156	0,0170
1,8	0,0111	0,0113	0,0114	0,0123	0,0123	0,0126	0,0133	0,0136	0,0145
2	0,0106	0,0105	0,0103	0,0114	0,0110	0,0113	0,0124	0,0129	0,0128
2,2	0,0109	0,0104	0,0105	0,0114	0,0108	0,0109	0,0123	0,0127	0,0122
2,4	0,0110	0,0105	0,0105	0,0118	0,0113	0,0111	0,0126	0,0128	0,0124
2,6	0,0111	0,0107	0,0106	0,0119	0,0114	0,0116	0,0127	0,0129	0,0124
2,8	0,0111	0,0106	0,0106	0,0119	0,0115	0,0115	0,0126	0,0129	0,0123
3	0,0112	0,0107	0,0107	0,0120	0,0116	0,0114	0,0124	0,0128	0,0123

Tabela D. 12. Parâmetro K para tensão transversal máxima na viga em painel de fundo simples engastado.

	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0241	0,0229	0,0236	0,0226	0,0318	0,0227	0,0227	0,0226	0,0235
1,2	0,0335	0,0328	0,0332	0,0333	0,0384	0,0331	0,0338	0,0325	0,0337
1,4	0,0395	0,0389	0,0393	0,0400	0,0425	0,0397	0,0408	0,0389	0,0404
1,6	0,0429	0,0422	0,0426	0,0438	0,0448	0,0435	0,0447	0,0426	0,0444
1,8	0,0445	0,0437	0,0442	0,0455	0,0457	0,0452	0,0465	0,0445	0,0463
2	0,0450	0,0441	0,0446	0,0459	0,0459	0,0457	0,0469	0,0450	0,0469
2,2	0,0447	0,0439	0,0444	0,0456	0,0456	0,0455	0,0466	0,0448	0,0467
2,4	0,0442	0,0435	0,0440	0,0450	0,0450	0,0450	0,0461	0,0443	0,0461
2,6	0,0438	0,0432	0,0437	0,0443	0,0445	0,0444	0,0456	0,0437	0,0456
2,8	0,0435	0,0430	0,0435	0,0438	0,0439	0,0439	0,0454	0,0433	0,0453
3	0,0435	0,0429	0,0436	0,0432	0,0434	0,0434	0,0454	0,0432	0,0454

Tabela D. 13. Parâmetro K para tensão longitudinal na chapa-engaste em painel de fundo simples engastado.

	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,1055	0,1119	0,1058	0,1028	0,0998	0,1023	0,1034	0,1081	0,1012
1,2	0,1056	0,1097	0,1084	0,1025	0,1047	0,1051	0,1004	0,1051	0,1041
1,4	0,1048	0,1084	0,1100	0,1014	0,1053	0,1064	0,0984	0,1031	0,1050
1,6	0,1039	0,1079	0,1109	0,1001	0,1045	0,1068	0,0972	0,1020	0,1049
1,8	0,1034	0,1079	0,1113	0,0991	0,1039	0,1069	0,0967	0,1015	0,1044
2	0,1034	0,1083	0,1115	0,0989	0,1039	0,1069	0,0966	0,1015	0,1042
2,2	0,1039	0,1088	0,1117	0,0993	0,1043	0,1071	0,0968	0,1018	0,1044
2,4	0,1046	0,1095	0,1120	0,1001	0,1047	0,1076	0,0972	0,1023	0,1051
2,6	0,1052	0,1101	0,1125	0,1008	0,1050	0,1083	0,0977	0,1029	0,1061
2,8	0,1056	0,1107	0,1131	0,1010	0,1060	0,1090	0,0982	0,1034	0,1068
3	0,1057	0,1112	0,1138	0,1012	0,1074	0,1093	0,0987	0,1038	0,1066

Tabela D. 14. Parâmetro K para tensão transversal na chapa-engaste em painel de fundo simples engastado.

	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0756	0,0743	0,0742	0,0915	0,0918	0,0906	0,1024	0,1026	0,1012
1,2	0,0954	0,0941	0,0933	0,1172	0,1157	0,1140	0,1316	0,1302	0,1283
1,4	0,1084	0,1068	0,1058	0,1336	0,1314	0,1295	0,1505	0,1483	0,1462
1,6	0,1161	0,1144	0,1132	0,1432	0,1407	0,1390	0,1616	0,1593	0,1572
1,8	0,1200	0,1182	0,1171	0,1479	0,1456	0,1441	0,1672	0,1650	0,1630
2	0,1214	0,1197	0,1187	0,1495	0,1475	0,1462	0,1690	0,1672	0,1653
2,2	0,1213	0,1197	0,1190	0,1494	0,1476	0,1463	0,1687	0,1672	0,1655
2,4	0,1204	0,1191	0,1185	0,1484	0,1468	0,1455	0,1672	0,1661	0,1645
2,6	0,1192	0,1182	0,1176	0,1470	0,1456	0,1443	0,1655	0,1645	0,1630
2,8	0,1183	0,1173	0,1166	0,1456	0,1443	0,1431	0,1639	0,1630	0,1615
3	0,1175	0,1161	0,1151	0,1438	0,1430	0,1421	0,1626	0,1617	0,1602

Tabela D. 15. Parâmetro K para tensão longitudinal na viga-engaste em painel de fundo simples engastado.

	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0564	0,0589	0,0564	0,0590	0,0564	0,0574	0,0606	0,0627	0,0562
1,2	0,0589	0,0587	0,0578	0,0600	0,0590	0,0587	0,0607	0,0614	0,0590
1,4	0,0590	0,0583	0,0579	0,0599	0,0595	0,0589	0,0603	0,0603	0,0598
1,6	0,0583	0,0577	0,0576	0,0592	0,0590	0,0586	0,0597	0,0594	0,0596
1,8	0,0577	0,0572	0,0571	0,0585	0,0582	0,0580	0,0592	0,0588	0,0589
2	0,0573	0,0568	0,0565	0,0581	0,0576	0,0575	0,0587	0,0584	0,0582
2,2	0,0572	0,0567	0,0563	0,0579	0,0574	0,0572	0,0584	0,0582	0,0579
2,4	0,0572	0,0567	0,0563	0,0579	0,0574	0,0571	0,0583	0,0581	0,0579
2,6	0,0572	0,0567	0,0563	0,0579	0,0574	0,0571	0,0584	0,0582	0,0579
2,8	0,0572	0,0567	0,0563	0,0579	0,0574	0,0571	0,0584	0,0582	0,0579
3	0,0572	0,0567	0,0563	0,0579	0,0574	0,0571	0,0584	0,0582	0,0580

Tabela D. 16. Parâmetro K para tensão transversal na viga-engaste em painel de fundo simples engastado.

	St=1 m			St=1.75 m			St=2.5 m		
ρ	I	2I	3I	I	2I	3I	I	2I	3I
1	0,0552	0,0602	0,0595	0,0564	0,0579	0,0578	0,0417	0,0707	0,0602
1,2	0,0707	0,0741	0,0738	0,0727	0,0729	0,0728	0,0596	0,0755	0,0738
1,4	0,0802	0,0808	0,0826	0,0824	0,0823	0,0823	0,0724	0,0806	0,0825
1,6	0,0853	0,0850	0,0874	0,0875	0,0877	0,0877	0,0809	0,0847	0,0874
1,8	0,0872	0,0874	0,0895	0,0897	0,0901	0,0902	0,0861	0,0875	0,0896
2	0,0870	0,0884	0,0900	0,0903	0,0907	0,0908	0,0889	0,0887	0,0902
2,2	0,0855	0,0885	0,0897	0,0901	0,0902	0,0904	0,0900	0,0888	0,0897
2,4	0,0835	0,0881	0,0890	0,0895	0,0894	0,0896	0,0900	0,0881	0,0889
2,6	0,0813	0,0874	0,0884	0,0885	0,0887	0,0888	0,0894	0,0872	0,0882
2,8	0,0792	0,0868	0,0880	0,0886	0,0884	0,0884	0,0886	0,0865	0,0880
3	0,0773	0,0865	0,0879	0,0884	0,0886	0,0884	0,0880	0,0864	0,0885