

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA NAVAL E OCEÂNICA

CESAR IGAL TORRES ORTIZ

Problema de Localização e Roteirização Periódica com inclusão de
rotas de transferência entre portos no atendimento de plataformas de
petróleo

São Paulo
2019

CESAR IGAL TORRES ORTIZ

Problema de Localização e Roteirização Periódica com inclusão de rotas de transferência entre portos no atendimento de plataformas de petróleo

Dissertação apresentada à Escola Politécnica de Engenharia Naval e Oceânica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências

Área de Concentração: Engenharia Naval

Orientador: Prof. Dr. André Bergsten Mendes

São Paulo

2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Torres Ortiz, Cesar

Problema de Localização e Roteirização Periódica com inclusão de rotas de transferência entre portos no atendimento de plataformas de petróleo / C.

Torres Ortiz -- versão corr. -- São Paulo, 2019.

59 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

1.Problema de localização e roteirização periódica (PLRP) 2.Problema linear inteiro mixto 3.Logística offshore I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica II.t.

Nome: TORRES ORTIZ, Cesar Igal

Título: Problema de Localização e Roteirização Periódica com inclusão de rotas de transferência entre portos no atendimento de plataformas de petróleo

Dissertação apresentada à Escola Politécnica de Engenharia
Naval e Oceânica da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Mestre em Ciências
Área de Concentração: Engenharia Naval

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. André Bergsten Mendes, que nos anos de convivência muito me ensinou sob sua orientação, contribuindo para meu crescimento científico e intelectual. Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Naval e Oceânica, pela oportunidade de realização do curso de mestrado. À Fundação de Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de mestrado e pelo apoio financeiro para a realização desta pesquisa. A meus pais Julio Torres e Maria Rosa, os quais dirigiram meu caminho enquanto ao mesmo tempo formaram meu caráter. A meus irmãos, em especial à Melba que incentivou o começo do mestrado. Ao meu sobrinho Uriel, que me motiva e acompanha nessa aventura, e a todas as pessoas que contribuíram de alguma forma.

RESUMO

TORRES ORTIZ, Cesar Igal. **Problema de Localização e Roteirização Periódica com inclusão de rotas de transferência entre portos no atendimento de plataformas de petróleo**, 2018. Dissertação (Mestre em Ciências) - Escola Politécnica de Engenharia Naval e Oceânica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

A principal motivação da seguinte pesquisa foi conseguir estabelecer um ganho referente ao custo total da programação de atendimento das plataformas de petróleo, partindo da premissa de cooperação dos navios de diferentes portos. Por tanto nesta pesquisa será estudado o problema de roteirização periódica na entrega de suprimentos a plataformas de petróleo, com a consideração de compartilhamento de recursos entre os diferentes portos. Isto significa que uma ou mais embarcações poderão ser deslocadas entre os portos, sendo aproveitadas nos dois portos. Esta forma de operação se contrapõe a ter uma frota dedicada em cada porto, sem a possibilidade de compartilhamento. A pesquisa se propõe a construir modelos matemáticos de programação linear inteira, e resolvê-los por meio de pacotes computacionais. Este problema foi inicialmente estudado como sendo uma extensão do problema de localização e roteirização periódica, que também é pouco explorado na literatura. No caso da distribuição física urbana, o compartilhamento de recursos consiste em possibilitar que a rota de um veículo inicie em um depósito, e termine em um depósito diferente do qual iniciou. Para o caso da distribuição urbana, também serão apresentados 3 modelos matemáticos. Instâncias extraídas e adaptadas da literatura serão testadas para mostrar a aplicabilidade dos modelos.

Palavras chave: Suprimentos , Abastecimento de plataformas , logística offshore

ABSTRACT

TORRES ORTIZ, Cesar Igal. **Periodic Location Routing with inclusion of transfer routes between ports in the service of offshore platforms**, 2018. Dissertation (Master in Science) - Polytechnic School of Naval and Oceanic Engineering, University of São Paulo, São Paulo, 2018.

The main motivation of the following research was to establish a gain related to the total cost of scheduling service of oil platforms, based on the premise of cooperation of ships from different ports. Therefore In this research the periodic routing problem will be studied in the context of delivering supplies to oil platforms at the sea. A novel aspect will be considered which is the sharing of resources (supply vessels) among the ports. This means that one or more vessels can be transferred between ports, being used by all ports. This modus operandi contrasts with a dedicated fleet operating at each port, without the possibility of being shared. The research is focused on proposing integer linear mathematical models, and have them solved with commercial optimization codes. The problem was initially considered as an extension of the periodic location routing problem, which also has been seldom studied in the existing literature. In the case of the urban physical distribution, the resource sharing aspect consists in allowing a distribution route to end at a different depot, other than the one where the vehicle started. For the urban physical distribution, it will be proposed 3 mathematical models. Instances extracted and adapted from the literature will be tested to demonstrate the models' applicability.

Keywords: Supply, Platform supply, Offshore logistics

Lista de Figuras

1	Taxonomia da Literatura para o VRP , Fonte: Eksioglu et al.(2009)	17
2	Geração Rotas	30
3	Rotas VF - Instância 1	43
4	Rotas PC - Instância 1	44
5	Rotas VF - Instância 3	45
6	Rotas PC - Instância 3	46
7	Rotas DF (sem flexibilidade) - Instância 1	47
8	Rotas DF (com flexibilidade) - Instância 1	48
9	Sem Rotas Transferência entre Portos - Instância 1	52
10	Com Rotas Transferência entre Portos- Instância 2	53
11	Duração das Rotas (Sem rotas Transferência) - Instância 1	54
12	Duração das Rotas (Com rotas Transferência) - Instância 1	54

Lista de Tabelas

1	Dados Gerais das Instâncias - Prodhon	32
2	Programas de Visita - Prodhon	32
3	Instância 1 - Prodhon	33
4	Instância 2 - Prodhon	34
5	Instância 3 - Prodhon	35
6	Instância 4 - Prodhon	36
7	Resultados PLRP-VF	37
8	Resultados PLRP-PC	39
9	Instância 1 - Prodhon Modificada	41
10	Resultados PLRP-DF	42
11	Dados Gerais Instâncias Marítimas	49
12	Programas de Visita - Instâncias Marítimas	49
13	Dados Instâncias Marítimas	50
14	Resultados Instâncias Marítimas	51

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	3
1.2	Etapas	3
1.3	Estrutura do Texto	4
2	Revisão Bibliográfica	5
2.1	Problema do Caixeiro Viajante (PCV)	5
2.2	Problema de Roteirização de Veículos (PRV)	6
2.3	Problema de Roteirização Periódica de Veículos (PRPV)	8
2.4	Problema de Localização e Roteirização (PLR)	10
2.5	Problema de Localização e Roteirização Periódica (PLRP)	12
2.6	Taxonomia do Problema de Roteirização de Veículos	16
3	Modelagem Matemática	18
3.1	Problema de Localização e Roteirização Periódica para Distribuição Urbana	19
3.1.1	Formulação Matemática para o Problema de Localização e Roteirização Periódica - Variáveis de Fluxo (PLRP-VF)	19
3.1.2	Formulação Matemática para o Problema de Localização e Roteirização Periódica - Partição de Conjuntos (PLRP-PC)	22
3.1.3	Problema de Localização e Roteirização Periódica com Designação Flexível dos Depósitos no Início e Término das Rotas (PLRP-DF)	23
3.2	Problema de Localização e Roteirização Periódica com inclusão de rotas de transferência entre portos no atendimento de plataformas de petróleo	25
4	Testes Computacionais	31
4.1	Problema de Localização e Roteirização Periódica em Distribuição Urbana	31
4.1.1	Instâncias da Prodhon	32

4.1.2	Resultados do Problema de Localização e Roteirização Periódica - Variáveis de Fluxo (PLRP-VF)	37
4.1.3	Resultados do Problema de Localização e Roteirização Periódica - Partição de Conjuntos (PLRP-PC)	38
4.1.4	Resultados do Problema de Localização e Roteirização Periódica com Designação Flexível dos Depósitos no Início e Término das Rotas (PLRP-DF)	40
4.1.5	Discussão dos Resultados	43
4.2	Problema de Roteirização Periódica com Integração de Flexibilidade no Deslocamento de Navios entre Portos	49
4.2.1	Instâncias Marítimas	49
4.2.2	Resultados do Problema de Roteirização Periódica com Integração de Flexibilidade no Deslocamento de Navios entre Portos	51
5	Conclusões	55
6	Referências Bibliográficas	57

1 Introdução

Em todos os segmentos de distribuição física há uma busca contínua por melhores níveis de serviço e menores custos logísticos. O planejamento destas operações envolve decisões em nível estratégico, tático e operacional (Ballou, 2003). No nível estratégico tem-se a localização de instalações, sejam estas fábricas, centros de distribuição, ou bases operacionais (ex: portos). Pode-se considerar que o dimensionamento da frota, por sua vez, seja considerado uma decisão em nível tático, pois se refere à definição da quantidade de recursos (veículos) necessários para atender a demanda, no nível operacional. Já o planejamento de rotas consiste em definir a sequência de visitas dos veículos no período previsto de atendimento da demanda.

Na literatura de Pesquisa Operacional (PO) existem estudos específicos voltados para os problemas de localização (Daskin, 1995), assim como para roteirização de veículos (Bräysy e Gendreau, 2005a; Bräysy e Gendreau, 2005b; Laporte e Osman, 1995), sendo esta uma das áreas de grande importância da PO. Adicionalmente, existe uma classe de problemas que integra as decisões de localização e roteirização ("location routing problems"), conforme descrito em Prodhon e Prins (2014). Nesta integração, as decisões de localização são tomadas considerando concomitantemente o efeito da roteirização nas diferentes configurações de rede.

Algumas operações de distribuição estão sujeitas a uma consideração adicional relativa a periodicidade da entrega dentro de um horizonte de planejamento. Nestes casos, os clientes possuem uma demanda que deverá ser satisfeita nos atendimentos realizados em um dado horizonte de planejamento, considerando a frequência desejada de visitas. Por exemplo, as plataformas de perfuração e de produção de petróleo no mar devem ter suas demandas satisfeitas por meio de duas ou três visitas semanais. Estes casos caracterizam os problemas de roteirização periódica. Quando as decisões de localização e roteirização

são tomadas conjuntamente, em um contexto operacional que inclui a entrega periódica, tem-se a classe de problemas de localização e roteirização periódica (PLRP - "periodic location routing problems"), conforme descrito em Prodhon (2011).

O problema abordado nesta pesquisa consiste em uma variante da versão clássica do PLRP. Enquanto que nos problemas clássicos de roteirização cada veículo sempre retorna para o mesmo depósito de origem (Laporte e Osman, 1995), nesta pesquisa será considerada uma variante que permite uma flexibilidade quanto ao término da rota, desobrigando o veículo de retornar para o depósito de origem. Por se tratar de uma roteirização em múltiplos períodos (roteirização periódica), a flexibilidade poderá levar a um melhor aproveitamento dos veículos (navios), resultando em um menor custo logístico.

Esta características será explorada no contexto de um problema de localização e roteirização periódica, e que pode ser encontrado em operações de distribuição envolvendo múltiplos depósitos tendo uma gestão centralizada das operações. Com os avanços tecnológicos, que possibilitam o controle em tempo real da frota acoplado a ferramentas de tomada de decisão, torna-se possível planejar e monitorar operações de distribuição com flexibilização na inclusão de rotas de transferência entre depósitos. Tendo em vista a busca pela racionalização de custos em operações logísticas, o deslocamento de veículos poderá proporcionar uma redução dos custos fixos associados a frota e, eventualmente, reduzir a frota total utilizada.

Sendo a ênfase desta pesquisa nas operações de entrega de suprimentos a plataformas de petróleo no mar, os aspectos temporais deverão ser propriamente considerados, já que as rotas duram vários dias, exigindo uma adaptação dos modelos existentes na literatura, que consideram todas as rotas limitadas pela jornada usual de 1 dia de trabalho.

1.1 Objetivos

Esta pesquisa tem por objetivo o estudo do problema de roteirização periódica para a entrega de suprimentos a plataformas de petróleo, com consideração adicional de permitir que embarcações sejam deslocadas entre os portos. O estudo pretendido envolve também a consideração de variantes deste problema no contexto da distribuição física (urbana), cuja principal diferença é que as rotas possuem duração limitadas a um 1 dia. Nesta pesquisa, o enfoque será na modelagem matemática destes problemas, como problemas de programação linear inteira. Como objetivos específicos, tem-se: i) a análise da literatura específica da área; ii) a construção de modelos matemáticos para o problema de localização e roteirização periódica no contexto de distribuição física urbana, e de suprimentos no mar; iii) a adaptação de instâncias da literatura para possibilitar o testes dos modelos matemáticos; iv) a implementação dos modelos usando um pacote computacional de programação linear inteira.

1.2 Etapas

As etapas desta pesquisa podem ser resumidas da seguinte forma:

- Revisão da literatura - etapa em que a literatura será pesquisada visando levantar os fundamentos teóricos e artigos publicados que estejam correlacionados com o problema desta pesquisa.
- Modelagem matemática - etapa em que um modelo matemático de programação linear inteira e com componentes heurísticos será desenvolvido.
- Implementação computacional do modelo de otimização - etapa em que o modelo será implementado usando o pacote computacional Gurobi.
- Testes computacionais - esta etapa consiste em testar tanto o modelo matemático quanto a heurística desenvolvida.
- Análise Documentação - etapa necessária tanto de análise dos resultados quanto de elaboração do texto.

1.3 Estrutura do Texto

Este texto está subdividido da seguinte forma: no capítulo 2 tem-se a revisão da literatura, a qual está focada nas variantes do problema de roteirização de veículos, incluindo o problema do caixeiro viajante, o problema de roteirização periódica, o problema de localização e roteirização e o problema de localização e roteirização periódica. No capítulo 3 tem-se a definição do problema desta pesquisa, acompanhada dos modelos matemáticos de programação linear inteira; no capítulo 4 serão apresentados resultados que exemplificam a aplicação dos modelos matemáticos. Por último, o capítulo 5 apresenta as conclusões e futuros desenvolvimentos para a pesquisa. O capítulo 6 lista a bibliografia consultada.

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo tem por finalidade revisar os problemas correlacionados ao problema desta pesquisa, apresentando as formulações existentes. Estas servirão de base para os modelos que serão propostos no capítulo 2 e testados no capítulo 4. Serão revisados: o problema do caixeiro viajante, o problema de roteirização de veículos, o problema de roteirização periódica de veículos, o problema de localização e roteirização, e o problema de localização e roteirização periódica. Fechando o capítulo será apresentada uma taxonomia encontrada na literatura, a qual apresenta diversas variantes para o problema de roteirização de veículos, evidenciando que o problema desta pesquisa é uma característica nova a ser explorada, pela inexistência de literatura específica.

2.1 Problema do Caixeiro Viajante (PCV)

Trata-se de um problema clássico da área de pesquisa operacional, e consiste na determinação de um roteiro que passa por todos os nós de uma rede, sendo o objetivo encontrar o roteiro de menor distância (podendo ser o custo total, ou o tempo total). Seja c_{ij} o custo do deslocamento entre o nó i e o nó j da rede. O nó 0 representa o ponto de início e término do roteiro; N representa o número de nós a serem visitados. Seja x_{ij} uma variável binária que será igual a 1 se o arco (i, j) pertencer ao roteiro, e 0 em caso contrário. Z representa o custo total da solução do problema associado a visitar cada cliente uma única vez, em um roteiro único que inicia e termina em uma base. Assim, uma formulação baseada em programação linear inteira pode ser escrita como:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=0}^N x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^N x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall |S| \geq 2 \quad (4)$$

$$x_{ij} \in 0, 1 \quad \forall i, j \quad (5)$$

A expressão (1) é a função objetivo do problema. A restrição (2) impõe que chegue um arco a cada nó da rede. A restrição (3) impõe que saia um arco de cada nó da rede. A restrição (4) evita que haja a formação de subcilos. A restrição (5) define o espaço de solução das variáveis.

2.2 Problema de Roteirização de Veículos (PRV)

O PRV foi considerado pela primeira vez por Dantzig e Ramser (1959), que desenvolveram uma heurística de aproximação usando a técnica de programação linear, e uma estratégia de agregação de nós. Segundo Kulkarni e Bhave (1985), o problema de roteirização de veículos (PRV), no sentido mais geral, pode ser definido da seguinte forma: Dado um conjunto de clientes, cada qual com localização e demanda conhecidos, determinar as rotas a serem percorridas por uma frota homogênea, localizada em um único depósito, de forma que o custo de distribuição seja minimizado, e que as seguintes restrições sejam atendidas:

- (a) Cada cliente seja visitado por apenas um veículo.
- (b) As rotas dos veículos iniciam e terminam no depósito.
- (c) A capacidade dos veículos seja respeitada.
- (d) Toda a demanda dos clientes seja atendida.

Dependendo do número de depósitos, o problema pode ser classificado como depósito unitário ou problema de múltiplos depósitos. Variados subproblemas e suas variações podem ser formulados como se fossem combinações das restrições apresentadas previamente, de (a) a (d). Por exemplo, se for assumido que a frota consiste em M veículos com capacidade suficientemente grande, então as restrições (c) e (d) podem ser ignoradas, sendo

o problema reduzido ao problema do M-caixeiro viajante (M-PCV). Para o PRV, em que apenas são consideradas as restrições de capacidade dos veículos e de máxima jornada de trabalho, a formulação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^V c_{ij} x_{ijk} \quad (6)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=0}^N \sum_{k=1}^V x_{ijk} = 1, \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ijk} - \sum_{i=0}^N x_{jik} = 0, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, V, j = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^N q_i \sum_{j=0}^N x_{ijk} \leq P_k, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, V. \quad (9)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N t_{ij} x_{ijk} \leq T_k, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, V. \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{0jk} \leq 1, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, V. \quad (11)$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ ou } 1, \quad \forall i, j, k. \quad (12)$$

$$y_i - y_j + N x_{ijk} \leq N - 1 \quad \text{para } 1 \leq i \neq j \leq N - 1, 1 \leq k \leq V \quad (13)$$

Onde:

V = Número de veículos,

P_k = Capacidade do veículo k ,

t_{ij} = Tempo de deslocamento no arco (i, j) ,

T_k = Máxima jornada de trabalho para o veículo k ,

q_i = Demanda do nó i , $q_N = 0$,

x_{ijk} = 1 Se o arco (i, j) pertence à rota do veículo k , e 0, em caso contrário.

Na formulação apresentada, a restrição (7) indica que chega um arco a cada cliente. A continuidade da rota é garantida pela restrição (8). As restrições (9) e (10) impõem, respectivamente, os limites de capacidade e a máxima duração da jornada de trabalho dos veículos. A restrição (11) garante que cada veículo realiza no máximo 1 rota por dia. A restrição (12) elimina os sub-ciclos da rede, e pode ser escrita de forma mais compacta (inserir referência):

$$y_i - y_j + (M + N) \sum_{k=1}^V x_{ijk} \leq M + N - 1 \quad \text{para } i \leq i \neq j \leq M + N - 1. \quad (14)$$

2.3 Problema de Roteirização Periódica de Veículos (PRPV)

O PRPV pode ser considerado um caso mais geral do problema de roteirização de veículos, no qual a demanda deve ser atendida dentro de um período de planejamento composto de vários dias (ou períodos). Para este problema, primeiramente deve ser escolhida uma 'combinação de dias de visitas' para cada cliente, isto é, quais deverão ser os dias de visita, dentre aqueles que sejam compatíveis com a frequência imposta de visita pelos clientes. Por exemplo, um cliente com frequência semanal de visitas igual a dois poderá receber os veículos na segunda e quinta-feira, na terça e sexta-feira, OU na quarta-feira e sábado. Este problema pode ser formulado da seguinte maneira: seja $N = \{i = 1, 2, \dots, n\}$ - o conjunto de clientes; S_i - o conjunto de combinações de dias de visitas admissíveis para o cliente i ; T o número de dias no período; $a_{kt} = 1$ se o dia t estiver na combinação do dia k , 0 caso contrário; q_i é a demanda do cliente i (em cada visita); c_{ij} é o custo de percorrer o arco i - j da rede; Q_r é a capacidade do veículo r ; D_r é a máxima duração da rota do veículo r ; R_t é o conjunto dado de veículos disponíveis para o dia t . As seguintes variáveis de decisão são definidas: x_{ik} - variável binária que será igual a 1 se a combinação de dias de visitas k for escolhida para o cliente i , e 0 em caso contrário; v_{it} - variável binária que será 1 se o cliente i for visitado no dia t , e 0 em caso contrário; u_{ijtr} - variável binária que será 1 se o veículo r percorrer o arco i - j no dia t , e 0 em caso contrário. O modelo apresentado em Golden et al. (2008) é expresso por:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_t \sum_i \sum_j \sum_r c_{ij} u_{ijtr} \quad (15)$$

sujeito a:

$$\sum_{k \in S_i} x_{ik} = 1, \quad \forall i \quad (16)$$

$$v_{it} = \sum_{k \in S_i} x_{ik} a_{kt}, \quad \forall t, \forall i \quad (17)$$

$$\sum_r u_{ijtr} \leq \frac{v_{it} + v_{jt}}{2}, \quad \forall i, j, t \quad (18)$$

$$\sum_{i=0}^n u_{ijtr} = \sum_{i=0}^n u_{jitr}, \quad \forall j, t, r \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \sum_r \sum_{i=0}^n u_{ijtr} &= v_{jt}, \quad \forall j, t (j \neq 0) \\ &= |R| \quad \forall t (j = 0) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\sum_{i \in W} \sum_{j \in W} u_{ijtr} \leq |W| - 1, \quad \forall t, r \in R, \forall W \subseteq N, |W| \geq 2 \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^n u_{0jtr} \leq 1, \quad \forall t, r \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n q_i u_{ijtr} \leq Q_r, \quad \forall t, r \quad (23)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} u_{ijtr} \leq D_r, \quad \forall t, r \quad (24)$$

$$x_{ik} \in (0, 1), \quad \forall i, k \in S_i \quad (25)$$

$$u_{ijtr} \in (0, 1), \quad \forall i, j, t, r \quad (26)$$

A restrição (16) garante que uma combinação de dias de visita é escolhida para cada cliente. A restrição (17) garante que um cliente só é visitado em um determinado dia se

a combinação escolhida de dias de visita tiver uma entrega nesse dia (informação contida no parâmetro a_{kt}). A restrição (18) garante que nenhum veículo possa circular entre dois clientes em determinado dia, a menos que ambos estejam programados para serem visitados nesse dia. A restrição (19) é a de continuidade. A restrição (20) garante que cada cliente recebe um arco nos dias em que estão previstas as entregas. A restrição (21) é a equação de eliminação de sub-ciclos; a restrição (22) garante que um veículo só pode ser utilizado no máximo uma vez em cada dia. A restrição (23) garante que a capacidade do veículo não será ultrapassada. A restrição (24) é a de tempo de jornada de trabalho. As restrições (25) e (26) definem o espaço de solução das variáveis de decisão.

2.4 Problema de Localização e Roteirização (PLR)

Salhi e Rand (1989) discutem sobre a importância de tomar decisões de localização e roteirização de forma concomitante. Estes autores mostraram que a configuração de rede (ex: escolha da depósitos) que produz o menor custo na fase de localização, se realizada de forma independente da fase de roteirização, acaba produzindo um custo total maior, quando a roteirização é incorporada. Para avaliar este efeito, foram utilizadas diferentes abordagens, no que se refere a algoritmos de localização e alocação.

A abordagem foi testada em sete problemas-padrão, extraídos da literatura (Eilon et al., 1976). Dos resultados apresentados no artigo, pôde ser verificado que em 5 dos 7 problemas testados foram afetados pelo uso da abordagem sequencial, ao invés de integrada. Foi mostrado, nos problemas resolvidos que o ranking de locais no primeiro caso (alocação e localização) não eram sempre os mesmos após a fase de roteirização, sugerindo, assim, que tal problema estratégico combinado vale a pena ser investigado.

Yu et al. (2010) estudaram o problema combinado de localização e roteirização, com

restrições de capacidade nos depósitos e nos veículos. Os autores apresentaram uma formulação matemática, o qual foi descrito formalmente da seguinte forma: Seja $G = (V, E)$ uma rede não direcionada onde V é um conjunto de nós composto por um subconjunto I de m locais candidatos para instalação de depósitos, e um subconjunto $J = V \setminus I$ de n clientes. E é um conjunto de arestas que conectam cada par de nós em V . Associado a cada aresta $(i, j) \in E$ tem-se o custo da viagem c_{ij} . Cada depósito $i \in I$ tem uma capacidade W_i e um custo de abertura O_i . Cada cliente $j \in J$ tem uma demanda d_j que deve ser atendida por um único veículo. Um conjunto K de veículos idênticos com capacidade Q está disponível. Cada veículo, quando utilizado por um depósito i , incorre em um custo fixo F_i , e executa uma única rota no período (dia). Cada rota deve começar e terminar no mesmo depósito, e sua carga total não deve exceder a capacidade do veículo. A carga total das rotas atribuídas a um depósito deve respeitar a capacidade do mesmo. Deseja-se determinar quais depósitos abrir, quantos veículos alocar a cada depósito, e que rotas devem ser utilizadas para minimizar o custo total. As seguintes variáveis de decisão são empregadas: $y_i = 1$ se o depósito i for aberto, e 0, em caso contrário; $f_{ij} = 1$ se o cliente j for atribuído ao depósito i e 0, em caso contrário; e $x_{ijk} = 1$ se o arco ij é percorrida na rota do veículo $k \in K$ e 0, em caso contrário. O problema pode ser formulado como um problema de programação linear inteiro, conforme apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in I} O_i y_i + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_i x_{ijk} \quad (27)$$

sujeito a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{ijk} = 1, \quad \forall j \in J \quad (28)$$

$$\sum_{i \in J} \sum_{j \in V} d_j x_{ijk} \leq Q, \quad \forall k \in K \quad (29)$$

$$\sum_{j \in V} d_j f_{ij} \leq W_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (30)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{jik} = 0, \quad \forall i \in V, k \in K \quad (31)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (32)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq J, k \in K \quad (33)$$

$$\sum_{u \in J} x_{iuk} + \sum_{u \in V \setminus \{j\}} x_{ujk} \leq 1 + f_{ij}, \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \quad (34)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, j \in V, k \in K \quad (35)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (36)$$

$$f_{iJ} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, j \in V \quad (37)$$

A função objetivo (27) é minimizar a soma dos custos de abertura do depósito e os custos de roteirização, incluindo os custos fixos da frota. A restrição (28) garante que cada cliente será atendido por um único veículo. As restrições (29) e (30) são restrições de capacidade associadas aos veículos e aos depósitos, respectivamente. As restrições (31) e (32) garantem a continuidade de cada rota, e cada veículo realiza apenas uma única rota. A restrição (33) visa a eliminação de sub-ciclos. A restrição (34) garante que um cliente deve ser designado a uma rota pertencente ao depósito ao qual foi designado. Finalmente, as restrições (35), (36), e (37) especificam o domínio das variáveis utilizadas na formulação.

2.5 Problema de Localização e Roteirização Periódica (PLRP)

No artigo de Prodhon e Prins (2014) é feita uma análise exaustiva das diferentes variações do problema de localização e roteirização, a qual inclui uma revisão de 72 artigos, onde é destacado o problema de localização e roteirização periódica. O problema de localização e roteirização periódica (PLRP) surge quando o problema de localização e roteirização (PLR) é estendido para um horizonte de vários períodos, significando que a entrega a ser feita aos clientes é periódica. Isto requer que seja decidido os dias de entrega dentre um conjunto de

possibilidades de entrega, que sejam compatíveis com a frequência de atendimento desejada pelo cliente. Isto torna o problema bastante complexo, uma vez que a seleção dos clientes que serão atendidos em cada período (dia) introduz uma dimensão tática, complementando uma lacuna entre o nível estratégico de decisão (localização das instalações), e o nível de decisão operacional (composição das rotas).

Assim, uma solução para PLRP consiste em ter que definir o subconjunto de depósitos que serão abertos ao longo de todo o horizonte e, para cada período (dia), o subconjunto de clientes visitados (de acordo com um padrão permitido para cada cliente), a atribuição de clientes aos depósitos abertos, e as rotas que atenderão os clientes em cada dia. É assumido que um cliente pode ser servido por depósitos diferentes ao longo do horizonte. O objetivo é minimizar um custo total que compreende os custos de abertura, os custos fixos dos veículos e o custo total das rotas ao longo do horizonte.

Prodhon (2011) descreve formalmente o PLRP da seguinte maneira: o problema é definido em um horizonte H composto por P períodos (dias) e uma rede completa, ponderada e não direcionada $G = (V, E, C)$. V é um conjunto de nós que compreende um subconjunto I de m locais de depósito candidatos, e um subconjunto $J = V \setminus I$ de n clientes; c é o peso, correspondente ao custo de deslocamento c_{ij} , associado ao conjunto de arestas E ligando quaisquer dois nós i e j . A capacidade W_i e o custo de abertura O_i estão associados a cada depósito $i \in I$. Cada cliente $j \in J$ tem de ser servido um determinado número de vezes s_j durante o horizonte, e $Comb_j$ é o conjunto de combinações permitidas de dias de serviço (ou dias de visitas). d_{jlr} é a demanda do cliente j no dia l da combinação $r \in Comb_j$. Um conjunto K de veículos idênticos de capacidade Q está disponível no horizonte H , havendo um total de até n veículos (onde n é o número de clientes). Um veículo utilizado pelo menos uma vez de um depósito durante o horizonte incorre um custo fixo F , e pode operar uma única rota por dia. O número total de veículos T_i designados para o depósito i (uma

decisão a ser tomada) é o número máximo de rotas que poderão ser realizadas (em um dia). As seguintes restrições devem ser respeitadas:

- Cada cliente j deve ter selecionada uma combinação de visita $r \in Comb_j$, indicando os dias l em que o mesmo será atendido por um veículo com a quantidade d_{jlr} ;
- O número de veículos alocados aos depósitos ($\sum_{i \in I} T_i$) não deve exceder a n ;
- Cada rota deve começar e terminar no mesmo depósito no mesmo dia e a sua carga total não deve exceder a capacidade do veículo;
- A carga total das rotas atribuídas a um depósito em qualquer dia $l \in H$ deve caber na capacidade desse depósito.

O custo total de uma rota inclui o custo fixo F e os custos de atravessar os arcos (custos variáveis) em cada dia do horizonte. O objetivo é encontrar que subconjunto dos depósitos deve ser aberto, que combinação de dias devem ser atribuídos a cada cliente e que rotas devem ser realizadas, para minimizar o custo total (custos fixos dos depósitos, mais o custo total das rotas). Para formular o PLRP como um programa linear, se define o parâmetro binário a_{rl} que será igual a 1 se o dia l pertence à combinação de visita r , e 0 em caso contrário. As seguintes variáveis binárias são utilizadas: $y_i = 1$ se o depósito i for aberto, e 0, em caso contrário; $f_{ij} = 1$ se o cliente j for atribuído ao depósito i , e 0 em caso contrário; $x_{ijkl} = 1$ se o arco (i, j) for percorrido na rota realizada pelo veículo $k \in K$ no dia $l \in H$, e 0 em caso contrário; e $b_{jr} = 1$ se a combinação de visita $r \in Comb_j$ for atribuída ao cliente j . O PLRP pode ser formulado da seguinte forma, conforme proposto em Prodhon (2011):

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in I} O_i Y_i + \sum_{i \in I} F T_i + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} \sum_{l \in H} c_{ij} x_{ijkl} \quad (38)$$

sujeito a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} x_{ijkl} \leq T_i, \quad \forall l \in H, \forall i \in I \quad (39)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijkl} - \sum_{h \in V} x_{hikl} = 0, \quad \forall k \in K, \forall i \in V, \forall l \in H \quad (40)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijkl} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (41)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{i \in V} d_{jlr} x_{ijkl} \leq Q, \quad \forall k \in K, \forall l \in H, \forall r \in Comb_j \quad (42)$$

$$\sum_{j \in J} d_{jlr} x_{ijkl} \leq W_i y_i, \quad \forall i \in I, \forall l \in H, \forall r \in Comb_j \quad (43)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijkl} \leq 1, \quad \forall k \in K, \forall l \in H \quad (44)$$

$$\sum_{u \in J} x_{iukl} + \sum_{u \in V \setminus \{j\}} x_{ujkl} \leq 1 + f_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (45)$$

$$\sum_{r \in Comb_j} b_{jr} = 1, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (46)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{k \in K} x_{ijkl} - \sum_{r \in Comb_j} b_{jr} a_{rl} = 0, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (47)$$

$$x_{ijkl} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, \forall j \in V, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (48)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (49)$$

$$f_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (50)$$

$$b_{jr} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in J, \forall r \in Comb_j \quad (51)$$

$$T_i \in \mathbb{N}, \quad \forall i \in I \quad (52)$$

A função objetivo (38) soma todos os custos descritos anteriormente. A restrição (39) totaliza a quantidade de veículos utilizada por um depósito. A restrição (40) garante a continuidade do fluxo de cada veículo. A restrição (41) visa a eliminação de sub-ciclos. As restrições de capacidade são satisfeitas por meio das restrições (42) e (43). A restrição (44) faz com que um veículo realize no máximo 1 rota por dia. A restrição (45) especifica que um cliente só pode ser atribuído a uma rota que parte de um depósito ao qual está designado.

A restrição (46) impõe que uma combinação de dias de visita (também chamada de combinação de serviço) deve ser atribuída a cada cliente, enquanto que a restrição (47) garante que cada cliente é visitado exatamente uma vez em cada dia da combinação atribuída. Finalmente, as restrições (48) - (52) indicam a natureza das variáveis de decisão.

2.6 Taxonomia do Problema de Roteirização de Veículos

Além das formulações, é incluída uma taxonomia geral para o problema de roteirização de veículos, baseado no artigo de Eksioglu et al. (2009), sendo apresentada na Figura 1. Trata-se de uma taxonomia abrangente, embora a características central do problema desta pesquisa, que é a designação flexível do término da rota, não esteja contemplada.

- | | | |
|--|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> 1. Tipo de Estudo <ul style="list-style-type: none"> 1.1. Teoria 1.2. Métodos aplicados <ul style="list-style-type: none"> 1.1.1. Métodos exatos 1.1.2. Heurísticas 1.1.3. Simulação 1.1.4. Métodos de solução em tempo real 1.3. Implementação documentada 1.4. Pesquisa, Revisão ou Meta-pesquisa 2. Características do Cenário <ul style="list-style-type: none"> 2.1. Número de paradas na rota <ul style="list-style-type: none"> 2.1.1. Conhecido (determinístico) 2.1.2. Parcialmente conhecido, Parcialmente probabilístico 2.2. Restrição de divisão de carga <ul style="list-style-type: none"> 2.2.1. Divisão permitida 2.2.2. Divisão não permitida 2.3. Quantidade de demanda de atendimento ao cliente <ul style="list-style-type: none"> 2.3.1. Determinista 2.3.2. Estocástico 2.3.3. Desconhecido¹ 2.4. Solicitação de horários de novos clientes <ul style="list-style-type: none"> 2.4.1. Determinista 2.4.2. Estocástico 2.4.3. Desconhecido 2.5. Serviço no local / tempos de espera <ul style="list-style-type: none"> 2.5.1. Determinista 2.5.2. Dependente do tempo 2.5.3. Dependente do tipo de veículo 2.5.4. Estocástico 2.5.5. Desconhecido 2.6. Estrutura de janela de tempo <ul style="list-style-type: none"> 2.6.1. Janela de tempo não estrita 2.6.2. Janela de tempo estrita 2.6.3. Mistura de ambos 2.7. Horizonte de tempo <ul style="list-style-type: none"> 2.7.1. Período único 2.7.2. Multi - período 2.8. Backhauls | <ul style="list-style-type: none"> 2.8.1. Nós com pedido simultâneo de coleta e entrega 2.8.2. Nós com solicitação de serviço Linehaul ou Backhaul, mas não ambas. 2.9. Nós/Arcos que cobrem restrições <ul style="list-style-type: none"> 2.9.1. Restrições de precedência e acoplamento 2.9.2. Restrições que abrangem subconjuntos 2.9.3. Recurso disponível 3. Características físicas do Problema <ul style="list-style-type: none"> 3.1. Desenho da rede de transporte <ul style="list-style-type: none"> 3.1.1. Rede direcionada 3.1.2. Rede não direcionada 3.2. Localização dos endereços (clientes) <ul style="list-style-type: none"> 3.2.1. Clientes nos Nós 3.2.2. Instancias de roteamento de arcos 3.3. Localização geográfica dos clientes <ul style="list-style-type: none"> 3.3.1. Urbano (dispersão com padrões) 3.3.2. Rural (dispersão randômica) 3.3.3. Mistura de ambas 3.4. Número de pontos de origem <ul style="list-style-type: none"> 3.4.1. Origem único 3.4.2. Múltiplas Origens 3.5. Número de pontos de carga/descarga de mercadorias (depósito) <ul style="list-style-type: none"> 3.5.1. Depósito único 3.5.2. Múltiplos depósitos 3.6. Tipos de janelas de tempo <ul style="list-style-type: none"> 3.6.1. Restrições dos clientes 3.6.2. Restrições no caminho 3.6.3. Restrições nos depósitos/hubs 3.6.4. Restrições nos motoristas/veículos 3.7. Número de veículos <ul style="list-style-type: none"> 3.7.1. Exatamente n veículos 3.7.2. Até n veículos 3.7.3. Número ilimitado de veículos 3.8. Consideração de capacidade <ul style="list-style-type: none"> 3.8.1. Capacidade limitada dos veículos | <ul style="list-style-type: none"> 3.8.2. Capacidade ilimitada dos veículos 3.9. Veículos Homogêneos (capacidade) <ul style="list-style-type: none"> 3.9.1. Veículos similares 3.9.2. Veículos de carga-específica² 3.9.3. Veículos heterogêneos 3.9.4. Veículos clientes-específicos³ 3.10. Tempo de viagem <ul style="list-style-type: none"> 3.10.1. Determinístico 3.10.2. Dependente da função (função do tempo atual) 3.10.3. Estocástico 3.10.4. Desconhecido 3.11. Custo do transporte <ul style="list-style-type: none"> 3.11.1. Viagem dependente do tempo 3.11.2. Dependente da distancia 3.11.3. Dependente do veículo⁴ 3.11.4. Dependente da operação 3.11.5. Função do atraso 3.11.6. Implica perigo/risco relacionado 4. Características da informação <ul style="list-style-type: none"> 4.1. Evolução da informação <ul style="list-style-type: none"> 4.1.1. Estático 4.1.2. Parcialmente dinâmico 4.2. Qualidade da informação <ul style="list-style-type: none"> 4.2.1. Conhecida (Determinística) 4.2.2. Estocástica 4.2.3. Previsão 4.2.4. Desconhecida (tempo real) 4.3. Disponibilidade da informação <ul style="list-style-type: none"> 4.3.1. Local 4.3.2. Global 4.4. Processamento da informação <ul style="list-style-type: none"> 4.4.1. Centralizado 4.4.2. Descentralizado 5. Características dos dados <ul style="list-style-type: none"> 5.1. Dados usados <ul style="list-style-type: none"> 5.1.1. Dados do mundo real 5.1.2. Dados sintéticos 5.1.3. Ambos dados: real e sintético 5.2. Dados não usados |
|--|--|---|

¹ Desconhecido refere-se ao caso em que a informação é revelada em tempo real (estudos dinâmicos e difusos se enquadram nesta categoria).

² Cada veículo pode ser usado para lidar com tipos específicos de cargas.

³ O cliente deve ser visitado por um tipo específico de veículo.

⁴ O custo de operação de um veículo não é desprezível.

3 Modelagem Matemática

O problema desta dissertação está focado no possível aproveitamento de recursos nas operações de distribuição de suprimentos a plataformas de petróleo, ao considerar que frota de embarcações de suprimentos possa ser reposicionada entre os portos - mais detalhes serão posteriormente dados. Por ser este problema a extensão do problema de roteirização periódica com decisões de localização, nesta pesquisa será investigado o uso da formulação matemática do PLRP de Prodhon (2011), apresentada no capítulo anterior, por ser a única formulação disponível na literatura desta área.

A limitação de aplicação do modelo de Prodhon (2011) ao problema de entrega periódica de suprimentos a plataformas no mar reside no fato de que o caso por ela estudado refere-se a um problema de distribuição urbana, em que as rotas são limitadas pela jornada de trabalho dos motoristas, sendo inferior a 1 dia. No caso de distribuição de suprimentos a plataformas, as durações das rotas podem chegar a 4 dias, requerendo uma outra forma de controle da frota. Além desta característica, tem-se a questão de compartilhamento de recursos (isto é, das embarcações) entre os portos (ou de veículos entre depósitos) - aspecto não abordado no trabalho indicado.

Ao analisar o modelo apresentado em Prodhon (2011), foi constatada a impossibilidade de implementação computacional do mesmo, por conta de restrições que foram modeladas de uma forma que não são passíveis de reprodução (restrições (42) e (43)). Em função disso, neste capítulo serão estudados os seguintes casos: 1) Problema de localização e roteirização periódica em distribuição urbana, para o qual serão propostas três formulações: i) nova formulação, baseada em variáveis de fluxo (ex: x_{ijkl}), complementando a formulação apresentada no capítulo anterior; ii) formulação baseada em seleção de rotas, usando o conceito de partição de conjuntos; iii) formulação baseada em seleção de rotas e que também contemple a designação flexível de depósitos no término de uma rota (isto é, uma rota

pode se iniciar em um depósito e terminar em outro depósito). 2) Problema de roteirização periódica para distribuição de suprimentos a plataformas oceânicas, contemplando a possibilidade de transferência de recursos (embarcações de suprimentos) entre os portos.

3.1 Problema de Localização e Roteirização Periódica para Distribuição Urbana

3.1.1 Formulação Matemática para o Problema de Localização e Roteirização Periódica - Variáveis de Fluxo (PLRP-VF)

Nesta seção são feitas modificações no modelo matemático de Prodhon (2011), sendo introduzidas algumas variáveis adicionais: q_{jkl} é quantidade transportada para o cliente j pelo veículo k no dia l , e q_{jkl}^D é quantidade armazenada no depósito i para o cliente j no dia l . A nova formulação resultante passa a ser:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in I} O_i y_i + \sum_{i \in I} FT_i + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in K} \sum_{l \in H} c_{ij} x_{ijkl} \quad (53)$$

sujeito a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} x_{ijkl} \leq T_i, \quad \forall l \in H, \forall i \in I \quad (54)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in V} x_{ijkl} \leq 1, \quad \forall k \in K, \forall l \in H \quad (55)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijkl} - \sum_{h \in V} x_{ihkl} = 0, \quad \forall k \in K, \forall i \in V, \forall l \in H \quad (56)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijkl} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (57)$$

$$\sum_{i \in I} f_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (58)$$

$$f_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (59)$$

$$\sum_{h \in J} x_{ihkl} + \sum_{h \in V} x_{jhkl} \leq 1 + f_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (60)$$

$$\sum_{r \in Comb_j} b_{jr} = 1, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (61)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{k \in K} x_{ijkl} = \sum_{r \in Comb_j} b_{jr} a_{rl}, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (62)$$

$$q_{jkl} \geq 1 \sum_{r \in Comb_j} d_{jlr} b_{jr} - (1 - \sum_{i \in V} x_{ijkl}) Q, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (63)$$

$$\sum_{j \in J} q_{jkl} \leq Q, \quad \forall k \in K, \forall l \in H \quad (64)$$

$$q_{jkl}^D \geq \sum_{r \in Comb_j} d_{jlr} b_{jr} - (1 - f_{ij}) W_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall l \in H \quad (65)$$

$$\sum_{j \in J} q_{jkl}^D \leq W_i y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (66)$$

$$x_{ijkl} \in \{0, 1\}, y_i \in \{0, 1\}, b_{jr} \in \{0, 1\}, f_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V, \forall j \in V, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (67)$$

$$q_{jkl} \geq 0, q_{jkl}^D \geq 0, T_i \in \mathbb{N}, \quad \forall i \in I, \forall j \in V, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (68)$$

A expressão (53) é a função objetivo do problema, e contempla as parcelas de custo de abertura de depósitos, custo fixo da frota e custo variável (ou custo de distribuição). A restrição (54) totaliza a quantidade de rotas que partem de cada depósito em cada dia, sendo o total de rotas limitado pela frota alocada ao depósito. A restrição (55) faz com que cada veículo faça no máximo uma rota por dia. A restrição (56) é a de continuidade do fluxo. A restrição (57) evita a formação de sub-ciclos. A restrição (58) força que cada cliente seja designado a um depósito, ao longo do horizonte de planejamento, enquanto que a restrição (59) requer que o cliente seja designado a um depósito aberto. A restrição (60) não permite que clientes sejam visitados em uma rota que partiu de um depósito ao qual os clientes não estão alocados. A restrição (61) força que exatamente uma combinação de dias de visita (ou dias de serviço) seja escolhida para cada cliente, enquanto que a restrição (62) faz com que nos dias de visita haja exatamente um veículo chegando aos clientes. A restrição (63) contabiliza a quantidade que será transportada por cliente, por dia, e por veículos, ao passo que a restrição (64) impõe um limite de capacidade a ser transportada

pelo veículo. A restrição (65) contabiliza a quantidade que será armazenada por cliente, por dia, e por depósito, ao passo que a restrição (66) impõe um limite de capacidade a ser armazenada no depósito. Por último, as restrições (67) e (68) definem o domínio das variáveis de decisão do problema.

Para permitir a sua implementação, a restrição (57), que garante a eliminação de sub-ciclos, será substituída por um conjunto de restrições adicionais, conforme proposto por Gavish e Graves (1978). Para isso, será adicionada uma nova variável de decisão: u_{ijkl} , 1 se um veículo k sair do depósito i para visitar o cliente j no dia l . As restrições (69) a (72) modelam um problema de transbordo no qual cliente deve receber uma demanda fictícia (1 unidade em cada dia de visita), sendo os depósitos os únicos fornecedores. Assim, cada cliente deverá estar ligado a um dos depósitos abertos, por meio de uma rota, para ter esta demanda fictícia satisfeita, o que elimina a possibilidade de existência dos sub-ciclos. A restrição (69) força que o total a ser transportado da demanda fictícia, por dia, seja igual ao número de clientes atendidos no dia. A restrição (70) estabelece o vínculo entre as variáveis u_{ijkl} e x_{ijkl} . A restrição (71) é a de balanço em cada cliente visitado (fluxo que chega menos o fluxo que sai é igual a 1, se o cliente for visitado naquele dia). Por fim, a restrição (72) estabelece o espaço de solução da variável u_{ijkl} .

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_K u_{ijkl} = \sum_j \sum_{r \in Comb_j} a_{rl} b_{jr}, \quad \forall l \in H \quad (69)$$

$$u_{ijkl} \leq x_{ijkl}, \quad \forall i \in I \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (70)$$

$$\sum_{i \in V} u_{ijkl} - \sum_{i \in V} u_{jikl} = \sum_{i \in V} x_{ijkl}, \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (71)$$

$$u_{ijkl} \geq 0, \quad \forall i \in I \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in H \quad (72)$$

3.1.2 Formulação Matemática para o Problema de Localização e Roteirização Periódica - Partição de Conjuntos (PLRP-PC)

Também é apresentada uma versão baseada no conceito de partição de conjuntos para o PLRP, em que a variável de fluxo x_{ijkl} será substituída por uma variável x_{rl} , também binária, referente ao uso da rota r no dia l . O custo c_r é o custo correspondente à rota r , as quais são geradas de forma externa ao modelo matemático. Adicionalmente, a variável de decisão q_{jkl} é substituída por q_{rjl} , indicando a quantidade transportada para o cliente j na rota r no dia l . As demais variáveis de decisão são mantidas. Para representar a rota, será empregado o parâmetro binário \bar{a}_{rj} , o qual será 1 se o cliente j pertencer à rota r , e 0 em caso contrário. A formulação do modelo baseado em partição de conjuntos é da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in I} O_i y_i + \sum_i FT_i + \sum_l \sum_{r \in R} c_r x_{rl} \quad (73)$$

sujeito a:

$$\sum_i f_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (74)$$

$$f_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (75)$$

$$\sum_{s \in S_j} b_{js} = 1, \quad \forall j \in J \quad (76)$$

$$\sum_{r \in R_i} x_{rl} \hat{a}_{rj} \leq f_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall l \quad (77)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_i} x_{rl} \bar{a}_{rj} = \sum_{s \in S_j} b_{js} \hat{a}_{sl}, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (78)$$

$$\sum_{r \in R_i} x_{rl} \leq T_i, \quad \forall i \in I, \forall l \quad (79)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_i} q_{rjl} \bar{a}_{rj} \geq \sum_{s \in S_j} d_{jls} b_{js}, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (80)$$

$$\sum_{j \in J} q_{rjl} \bar{a}_{rj} \leq x_{rl} Q_k, \quad \forall l \in H, \forall r \in R, \forall k \in K \quad (81)$$

$$\sum_{r \in R_i} \sum_{j \in J} q_{rjl} \leq W_i y_i, \quad \forall i \in I, \forall l \in H \quad (82)$$

$$f_{ij} \in \{0, 1\}, y_i \in \{0, 1\}, b_{js} \in \{0, 1\}, x_{rl} \in \{0, 1\}, T_i \geq$$

$$0, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall r \in R, \forall s \in S, \forall l \in H \quad (83)$$

A função objetivo (73) descreve todos os custos descritos antes. A restrição (74) designa a cada cliente a um depósito. A restrição (75) assegura que cada cliente seja designado a um depósito aberto. A restrição (76) assegura que uma combinação de visita seja escolhida para cada cliente. A restrição (77) assegura que as rotas associadas a cada cliente tenham origem no depósito ao qual o cliente foi designado. A restrição (78) assegura que se o dia l for um dia de visita da combinação s , então deverá haver uma rota r , saindo do depósito i ao qual o cliente j está designado, e que visite este cliente no dia l . A restrição (79) impõe que a quantidade de rotas r feitas no dia l seja limitada à frota designada ao depósito i . A restrição (80) assegura que a quantidade transportada para cada cliente nas diversas rotas r seja maior ou igual à demanda do cliente no dia l . A restrição (81) assegura que a soma das quantidades transportadas para cada cliente j na rota r não deve ultrapassar a capacidade do veículo que realiza a rota. A restrição (82) assegura que a soma de todas as quantidades transportadas por todas as rotas que partem de um depósito i não ultrapassem a capacidade do depósito i . Finalmente, a restrição (83) impõe a natureza binária das variáveis de decisão.

3.1.3 Problema de Localização e Roteirização Periódica com Designação Flexível dos Depósitos no Início e Término das Rotas (PLRP-DF)

O PLRP-DF é similar ao PLRP, com a exceção de que as rotas que se iniciam em um determinado depósito podem terminar em um outro depósito. O modelo matemático será desenvolvido como uma extensão da formulação de partição de conjuntos do PLRP (seção anterior). Para isso, será introduzida a uma nova variável de decisão z_{il} , a qual indica a quantidade de veículos disponíveis no depósito i no início do dia l . No início de cada dia deverá necessariamente ser feito um balanço da frota. No dia anterior poderá ter

ocorrido de um determinado veículo ter feito uma rota que terminou em outro depósito (em relação ao seu depósito de origem), reduzindo a oferta de veículos no depósito de origem, e aumentando a oferta de veículos para o depósito de destino. Assim, faz-se necessário controlar o depósito em que cada rota termina (para comparar com o depósito de origem), e isso será feito por meio do parâmetro binário a_{ri} , que será 1 se a rota r termina no depósito i , e 0 em caso contrário. O modelo matemático possui a seguinte estrutura:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in I} O_i y_i + \sum_i F z_{i1} + \sum_l \sum_{r \in R} c_r x_{rl} \quad (84)$$

sujeito a:

$$\sum_i f_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (85)$$

$$f_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (86)$$

$$\sum_{s \in S_j} b_{js} = 1, \quad \forall j \in J \quad (87)$$

$$\sum_{r \in R_i} x_{rl} \hat{a}_{rj} \leq f_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall l \quad (88)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_i} x_{rl} \bar{a}_{rj} = \sum_{s \in S_j} b_{js} \hat{a}_{sl}, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (89)$$

$$\sum_{r \in R_i} x_{rl} \leq z_{il}, \quad \forall i \in I, \forall l \quad (90)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{r \in R_i} q_{jrl} \bar{a}_{rj} \geq \sum_{s \in S_j} d_{jls} b_{js}, \quad \forall j \in J, \forall l \in H \quad (91)$$

$$\sum_{j \in J} q_{jrl} \bar{a}_{rj} \leq x_{rl} Q_k, \quad \forall l \in H, \forall r \in R, \forall k \in K \quad (92)$$

$$\sum_{r \in R_i} \sum_{j \in J} q_{jrl} \leq W_i y_i, \quad \forall i \in I, \forall l \in H \quad (93)$$

$$z_{il} = z_{il-1} + \sum_{u \neq i} \sum_{r \in R_u} x_{rl-1} a_{ri} - \sum_{r \in R_i | a_{ri}=0} x_{rl-1}, \quad \forall i \in I, \forall l \neq 1 \quad (94)$$

$$\sum_{r \in R | a_{ri}=1} x_{rl} \leq y_i N, \quad \forall i \in I, \forall l \in H \quad (95)$$

$$\begin{aligned}
f_{ij} \in \{0, 1\}, y_i \in \{0, 1\}, b_{js} \in \{0, 1\}, x_{rl} \in \{0, 1\}, z_{il} \geq \{0\}, \\
\forall i \in I, \forall j \in J, \forall r \in R, \forall s \in S, \forall l \in H
\end{aligned} \tag{96}$$

O modelo PLRP-DF acima é similar ao PLRP-PC, apresentado na seção anterior, e apenas serão explicadas as diferenças. Comparando as funções objetivos (73) e (84), tem-se a diferença no cálculo do custo fixo associado à frota. Enquanto que no PLRP-PC é utilizada a variável de decisão T_i para computar a frota associada a cada depósito, no PLRP-DF é usada a variável z_{il} que calcula o balanço de veículos em cada depósito - neste caso, usa-se a variável relativa ao primeiro dia do período de planejamento ($l = 1$). Assim, a frota usada ao longo do horizonte de planejamento será aquela que for alocada no primeiro dia em cada depósito. Nos demais dias, a frota poderá ser remanejada entre depósitos. As restrições (79) e (90) limitam a máxima quantidade de rotas que podem partir de um depósito em um determinado dia pela frota disponível, e fazem uso, respectivamente, das variáveis T_i e z_{il} . A restrição (94) calcula a quantidade de veículos disponíveis em cada depósito i , em cada dia, como sendo a quantidade de veículos presentes no dia anterior, mais a quantidade de veículos que vieram de um depósito distinto ($u \neq i$), menos a quantidade de veículos que terminaram suas rotas em um depósito distinto ($r \in R_i | a_{ri} = 0$). A restrição (95) impede que uma rota termine em um depósito não esteja aberto. Ambas as restrições são específicas do PLRP-DF, enquanto que as demais são idênticas.

3.2 Problema de Localização e Roteirização Periódica com inclusão de rotas de transferência entre portos no atendimento de plataformas de petróleo

O problema tratado nesta seção é uma variante do problema de localização e roteirização periódica com designação flexível dos depósitos de início e término da rota (PLRP-DF). Conforme anteriormente mencionado, trata-se de um problema de roteirização periódica

em que as rotas possuem durações superiores a 1 dia. Enquanto que no PLRP-DF havia rotas que poderiam terminar em um depósito diferente do depósito de início da rota, nesta variante foi introduzida uma rota de transferência entre portos, possibilitando a transferência das embarcações. Isto se faz necessário pois, diferentemente da distribuição urbana, no caso de transporte de suprimentos as embarcações devem retornar ao porto de origem, pois é possível haver carga de retorno que deva ser descarregada no porto de onde a embarcação partiu. Assim, em qualquer dia, uma determinada embarcação tem a possibilidade de executar uma rota convencional (visitando as plataformas oceânicas), ou uma rota de transferência, em que a embarcação é alocada para um outro porto.

Diferentemente do PLRP, em que cada rota tem a duração limitada pela jornada de trabalho (1 dia), e a quantidade de rotas possíveis de serem realizadas em um dia é limitada pela frota associada ao depósito - ver restrições (54) e (54), nesta versão as rotas podem durar mais de 1 dia. Assim, deverá ser modelada a condição em que nenhuma embarcação seja designada a uma rota enquanto estiver alocada a uma outra rota.

Será apresentado um modelo matemático de programação linear inteira para o problema desta pesquisa, o qual será baseado em uma formulação de partição de conjuntos, em que as rotas são pré-geradas de forma externa ao modelo matemático, de forma semelhante ao PLRP-PC. O problema é definido para um horizonte de 14 dias, representado pelo conjunto H (índice l). Diferentemente dos problemas anteriores, será introduzida uma simplificação no que se refere à designação de cada cliente (plataforma de petróleo) a cada porto. Enquanto que no PLRP (e variantes), a designação é uma decisão a ser tomada, neste problema a designação será fixa e conhecida à priori. São dados o conjunto P de portos (índice p), e o conjunto N de clientes (índice j). Para representar a designação dos clientes aos portos, serão definidos os sub-conjuntos $N_p(N_p \subset N)$, indicando quais plataformas j estão associadas ao porto p . Um conjunto V de embarcações (índice v), idênticas em

capacidade (Q), e com custo fixo CF , estão disponíveis. A variável binária z_v irá controlar se a embarcação v está sendo utilizada.

O conjunto de rotas R (índice r) será composto pelo subconjunto de rotas de transferência entre portos R^T , e o subconjunto de rotas $R \setminus R^T$ de atendimento aos clientes j ; cada rota r terá um custo CR_r . O conjunto R_{vp} ($R_{vp} \subset R$) será usado para representar o conjunto de rotas que partem do porto p (visitando apenas as plataformas $j \in R_p$), e que sejam compatíveis com a embarcação v . Cada cliente $j \in J$ tem de ser visitado, em cada semana, um determinado número de vezes dado por $freq_j$. O parâmetro S_j indica o conjunto de combinações permitidas de dias de visita (serviço). A demanda semanal D_j a ser entregue a cada plataforma j deve ser dividida pela frequência de visitas previstas $freq_j$, resultando na quantidade a ser entregue por visita d_j .

Será utilizada a variável x_{vrl} , que será igual a 1 se a embarcação v realizar a rota r no dia l , e 0, em caso contrário. A variável de decisão y_{vpl} será utilizada para controlar se a embarcação v estiver disponível no porto p no dia l , e 0, em caso contrário. No início de cada dia deverá, portanto, ser feito um balanço da frota disponível, considerando as rotas que, eventualmente, foram designadas para outros depósitos ou ainda se encontram sendo percorridas. Para representar a rota, será empregado os parâmetro binários a_{rj} , o qual será 1 se o cliente j pertencer à rota r ; o parâmetro \bar{a}_{0rp} será 1 se a rota r inicia no porto p (e 0, em caso contrário); o parâmetro \bar{a}_{1rp} , que será 1 se a rota r terminar no porto p (e 0, em caso contrário); o parâmetro \bar{a}_{sl} será 1 se a combinação de dias de serviço s contemplar uma visita no dia l (e 0, em caso contrário); o parâmetro T_r que representa a duração da rota r , que contempla o tempo de carregamento no porto, o tempo de navegação e de serviço junto às plataformas, e o tempo navegando de volta para o porto. Cabe destacara que este parâmetro será arredondado para menor inteiro maior ou igual à duração da rota. Por fim, o índice d será usado para representar o conjunto das possíveis durações das

rotas ($d \in \{1, 2, \dots, \max_{r \in R} T_r\}$).

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{v \in V} z_v CF + \sum_v \sum_r \sum_l x_{vrl} CR_r \quad (97)$$

sujeito a:

$$\sum_{s \in S_j} b_{sj} = 1, \quad \forall j \in N \quad (98)$$

$$\sum_v \sum_{r \in R_{vp}} x_{vrl} a_{rj} \geq \sum_{s \in S_j} b_{sj} \bar{a}_{sl}, \quad \forall p \in P, \forall j \in N_p, \forall l \in H \quad (99)$$

$$\sum_{r \in R_{vp}} x_{vrl} \leq y_{vpl}, \quad \forall v, \forall p \in P, \forall l \in H \quad (100)$$

$$\sum_{r' \in R_{vp} \setminus r} \sum_{g=l}^{l+\bar{t}_r-1} x_{vr'g} \leq (1 - x_{vrl}) t_r, \quad \forall v, \forall p, \forall r \in R_{vp}, \forall l \quad (101)$$

$$y_{vp(l-1)} + \sum_{r \in R^T} x_{vr(l-\bar{t}_r)} \bar{a}_{0rp} - \sum_{r \in R^T} x_{vrl-1} \bar{a}_{1rp} = y_{vpl}, \quad \forall v, \forall p, \forall l > 1 \quad (102)$$

$$\sum_{r \in R} x_{vrl} \leq z_v, \quad \forall v, \forall l \quad (103)$$

$$\begin{aligned} b_{sj} \in \{0, 1\}, y_{vpl} \in \{0, 1\}, x_{vrl} \in \{0, 1\}, z_v \in \{0, 1\}, \\ \forall p \in P, \forall j \in J, \forall r \in R, \forall s \in S, \forall l \in H \end{aligned} \quad (104)$$

A função objetivo (97) contempla os custos de fixos das embarcações e os custos das roteirização. A restrição (98) escolhe uma combinação de dias de visita / serviço para cada plataforma. A restrição (99) assegura que haverá uma rota partindo em cada dia l pertencendo à combinação de visita s escolhida para a plataforma j , associada ao porto p . A restrição (100) assegura que só pode ser feita uma rota r por uma embarcação v , se a mesma estiver alocada ao porto p no dia l . A restrição (101) impede que o navio v

realize alguma outra rota r' enquanto estiver realizando a rota r , que foi iniciada no dia l . A restrição (102) faz um balanço em cada porto p , em cada dia l , para cada embarcação v . O balanço consiste em verificar se embarcação realizou uma rota de transferência iniciando em um outro porto, ou se fez uma rota de transferência partindo para outro porto. A restrição (103) ativa a variável binária z_v , caso alguma rota usando a embarcação v tiver sido feita. Por fim, a restrição (104) define o espaço de solução das variáveis.

A implementação da restrição (101) é complexa, em função de ser escrita para cada embarcação, para cada porto, para cada dia, e para cada rota. Por conta da elevada quantidade de rotas, esta restrição torna o modelo bastante pesado, do ponto de vista computacional - além do fato que, no primeiro membro desta restrição, a primeira somatória é para cada rota do porto. Assim, para lidar com este fato, optou-se por modificar esta restrição, adotando a restrição proposta por Halvorsen-Weare et al. (2012). Estes autores tratam todas as rotas com duração $1, 2, \dots, \max_{r \in R} T_r$. Até que uma rota com duração d tenha sido concluída, nenhuma rota com duração igual ou inferior poderá iniciar. Fazendo isto para todas as durações (até $\max_{r \in R} T_r$), garante-se a não-sobreposição do uso das embarcações. Assim, a restrição (101) será substituída por (105) e (106). A restrição (105) inclui o operador $\text{mod}(7)$, o que faz com que uma viagem de 3 dias que inicie no sábado (e termina na segunda-feira da segunda semana), impede que na segunda-feira da primeira a embarcação seja alocada, presumindo assim, que a programação das embarcações é repetida de uma semana para a outra. A restrição (106) impede que uma embarcação realize mais de uma rota de transferência por dia, sendo importante para manter a coerência do balanço das embarcações.

$$\sum_{r'' \in R_{vp=d}} x_{vrl} + \sum_{r \in R_{vp}} \sum_{g=1}^d x_{vr((l+g)\text{mod}(7))} \leq 1 \quad , \quad \forall v, \forall p, \forall l, \forall d \quad (105)$$

$$\sum_{r \in R_{vp}^T} x_{vrl} \leq 1 \quad , \quad \forall v, \forall p, \forall l \quad (106)$$

Algorithm 1: PLRP - Rotas transferencia entre portos

Result: Geracao Rotas - input modelo

Inicio;

while *clientes "j" designados a depsito i* **do**

Nr_{totalRotas} : C₁^N, C₂^N, C₃^N ..., C_N^N; N: maximo numero clientes na rota

if N >= 2 **then**

P_(N), buscar ordenacao de menor distancia

Demand_r < q_V; Demanda rota "r" ≤ Capacidade navio "v"

else

end

Figure 2: Geração Rotas

4 Testes Computacionais

Este capítulo tem por objetivo apresentar resultados computacionais do processamento dos modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior. Primeiramente serão apresentados os resultados para o problema de localização e roteirização periódica em distribuição urbana (PLRP), para as três formulações, a saber: i) nova formulação baseada em variáveis de fluxo; ii) formulação baseada em seleção de rotas, usando o conceito de partição de conjuntos; iii) formulação baseada em seleção de rotas e que também contemple a designação flexível de depósitos no término de uma rota. Em seguida, serão mostrados os resultados para o problema de roteirização periódica para distribuição de suprimentos a plataformas oceânicas, contemplando a possibilidade de transferência de recursos (embarcações de suprimentos) entre os portos.

Todos os modelos serão resolvidos pelo pacote computacional Gurobi 7.0.2, sendo implementados em linguagem C++ usando o compilador Visual Studio 2013. O hardware utilizado para processamento dos modelos é Intel(R) Xeon(R) E5520, 2.27 GHz, com 16 núcleos, 48 GB RAM.

4.1 Problema de Localização e Roteirização Periódica em Distribuição Urbana

Para esta classe de problema, serão processadas 4 instâncias dentre as que foram utilizadas em Prodhon (2011). Foram escolhidas as instâncias de 20 clientes e 5 depósitos, por serem de menor porte. Os dados das instâncias estão disponíveis em http://prodhonc.free.fr/Instances/instancesPLRP_us.htm, e serão apresentados em seguida.

4.1.1 Instâncias da Prodhon

Esta seção apresenta as instâncias testadas em Prodhon (2011), especificamente as instâncias contendo 20 clientes e 5 depósitos, que também serão testadas neste trabalho. As demais instâncias de Prodhon (2011), por serem de grande porte, não são passíveis de serem processadas computacionalmente pelo método branch-and-bound. As tabelas que seguem especificam os dados das instâncias, sendo alguns comuns a todas elas, e outros dados são específicos.

Dados das Instâncias		
Número de Clientes:	20	
Número de Depósitos:	5	
Período de Operação:	5	dias
Horizonte Planejamento:	7	dias
Custo Fixo Veículo:	5000	\$
Frota Disponível:	20	veículos

Table 1: Dados Gerais das Instâncias - Prodhon

Programas de Visita		
Programa	Frequência	Dias de Visita
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
5	1	5
6	2	1 e 4
7	2	1 e 5
8	2	2 e 5
9	3	1, 3 e 5

Table 2: Programas de Visita - Prodhon

Instância 1				
Capacidade Veículo:	80			
Depósito	x	y	Capacidade	Custo Fixo
0	6	7	755	7550
1	19	44	810	8100
2	37	23	799	7990
3	35	6	827	8270
4	5	8	827	8270
Cliente	x	y	Demanda	Frequência
5	20	35	35	1
6	8	31	35	2
7	29	43	38	1
8	18	39	36	2
9	19	47	91	3
10	31	24	34	1
11	38	50	16	1
12	33	21	31	2
13	2	27	40	1
14	1	12	78	2
15	26	20	70	3
16	20	33	49	1
17	15	46	36	2
18	20	26	45	2
19	17	19	15	1
20	15	12	27	1
21	5	30	44	2
22	13	40	43	1
23	38	5	42	1
24	9	40	38	1

Table 3: Instância 1 - Prodhon

Instância 2				
Capacidade Veículo:	130			
Depósito	x	y	Capacidade	Custo Fixo
0	6	25	770	7700
1	1	50	809	8090
2	11	25	849	8490
3	47	42	840	8400
4	3	33	839	8390
Cliente	x	y	Demanda	Frequência
5	22	35	46	2
6	37	29	79	3
7	8	32	17	1
8	40	14	97	3
9	47	10	35	2
10	42	35	79	2
11	5	14	18	1
12	4	36	60	2
13	42	25	35	1
14	29	13	15	1
15	40	12	19	1
16	50	19	34	2
17	49	12	50	2
18	45	9	44	2
19	11	8	15	1
20	25	5	20	1
21	17	28	94	3
22	33	35	78	2
23	2	41	50	1
24	7	15	40	1

Table 4: Instância 2 - Prodhon

Instância 3				
Capacidade Veículo:	80			
Depósito	x	y	Capacidade	Custo Fixo
0	6	21	783	7830
1	10	1	840	8400
2	47	15	836	8360
3	18	25	812	8120
4	31	42	766	7660
Cliente	x	y	Demanda	Frequência
5	9	22	31	1
6	22	5	14	1
7	8	17	57	2
8	2	22	82	3
9	20	29	28	1
10	2	24	11	1
11	25	15	29	1
12	20	24	48	2
13	15	2	98	3
14	4	18	47	2
15	29	47	31	1
16	34	25	57	2
17	27	39	26	1
18	46	33	29	1
19	33	29	27	1
20	28	46	11	1
21	44	28	78	3
22	33	32	48	1
23	35	23	83	3
24	40	39	15	1

Table 5: Instância 3 - Prodhon

Instância 4				
Capacidade Veículo:	130			
Depósito	x	y	Capacidade	Custo Fixo
0	6	11	780	7800
1	10	43	783	7830
2	1	33	788	7880
3	14	23	769	7690
4	27	48	777	7770
Cliente	x	y	Demanda	Frequência
5	12	21	19	1
6	1	2	38	1
7	11	28	27	1
8	2	10	49	1
9	14	5	14	1
10	10	12	79	2
11	23	24	30	1
12	24	11	34	2
13	8	30	53	2
14	11	27	71	3
15	29	42	20	1
16	26	47	46	2
17	30	36	71	2
18	37	28	12	1
19	31	27	16	1
20	42	35	34	1
21	42	47	54	2
22	41	23	69	2
23	36	45	73	2
24	43	34	27	1

Table 6: Instância 4 - Prodhon

4.1.2 Resultados do Problema de Localização e Roteirização Periódica - Variáveis de Fluxo (PLRP-VF)

A seguir serão apresentados os resultados do processamento do modelo matemático baseado em variáveis de fluxo, para as instâncias 1 a 4 de Prodhon (2011).

Resultado Processamento Modelos Baseado em Variáveis de Fluxo				
Instância	1	2	3	4
Função Objetivo	81.382,00	76.329,00	81.090,00	64.497,00
Limitante Inferior	45.102,00	48.064,00	59.331,00	43.473,00
Gap	44,6%	37,0%	26,8%	32,6%
Tempo Processamento (s)	43.200,06	43.200,08	43200,05	43200,05
Custo Fixo Depósitos	7.550,00	8.090,00	8.360,00	15.460,00
Custo da Frota	15.000,00	10.000,00	15.000,00	10.000,00
Custo de Roteirização	58.832,00	58.239,00	57.730,00	39.037,00
ID Depósitos Abertos	1	2	3	3
				4
Frota Alocada por Depósito	3	2	3	1
				1
Rotas dia 1	1-6-21-14-1, 1-9-1, 1-19-20-15-1	2-12-24-11-19-2, 2-21-6-8-2	3-7-13-3, 3-8-14-3, 3-22-21-3	3-12-10-13-14-3, 4-20-21-23-16-4
Rotas dia 2	1-5-8-1, 1-17-22-1, 1-18-12-10-1	2-10-22-5-2, 2-13-16-17-9-18-2	3-9-12-3, 3-24-18-16-3	4-17-19-22-24-4
Rotas dia 3	1-9-11-7-1, 1-16-15-1	2-21-6-8-15-14-20-2	3-6-13-8-10-3, 3-11-23-21-3	3-5-6-8-14-3
Rotas dia 4	1-6-13-21-1	2-7-23-12-2	3-17-15-20-3, 3-22-19-3	3-10-9-12-11-3, 4-21-23-4
Rotas dia 5	1-12-23-15-1, 1-14-18-8-1, 1-24-17-9-1	2-5-22-10-6-2, 2-21-16-17-9-18-2	3-5-8-14-3, 3-12-13-7-3, 3-23-21-16-3	3-14-13-3, 4-16-17-18-22-15-4

Table 7: Resultados PLRP-VF

As instâncias 1 a 4 foram todas processadas por 12 horas. Observou-se um gap elevado (gap médio foi de 35,25), o que evidencia a dificuldade de processamento usando as variáveis de fluxo.

4.1.3 Resultados do Problema de Localização e Roteirização Periódica - Partição de Conjuntos (PLRP-PC)

Nesta seção serão apresentados os resultados do processamento do modelo matemático baseado em seleção de rotas, para as instâncias 1 a 4 de Prodhon (2011). Por se tratar de um modelo baseado em seleção de rotas, fez-se necessário a geração prévia de todas as rotas possíveis, tendo como origem cada um dos 5 depósitos. Para as instâncias 1 e 3, em que a capacidade do veículo é igual a 80, foram geradas as combinações de 1 até 5 clientes por rota, isto é: $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, ..., $\binom{n}{5}$. Para as instâncias 2 e 4, em que a capacidade dos veículos é igual a 130, foram geradas as combinações de 1 até 7 clientes por rota, isto é: $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, ..., $\binom{n}{7}$. Assim, considerando a existência de 5 depósitos, o total de rotas geradas por instância foi, respectivamente, 5580, 143630, 8700 e 102785. Os resultados estão descritos na tabela.

Resultado Processamento Modelos Baseado em Seleção de Rotas				
Instância	1	2	3	4
Função Objetivo	78.726,00		78.796,00	62.491,00
Limitante Inferior	78.726,00	69.007,00	78.796,00	62.491,00
Gap	0,0%		0,0%	0,0%
Tempo Processamento (s)	164,83	43.200,00	323,55	34.965,10
Custo Fixo Depósitos	16.090,00		15.490,00	15.460,00
Custo da Frota	15.000,00		15.000,00	10.000,00
Custo de Roteirização	47.636,00		48.306,00	37.031,00
ID Depósitos Abertos	1		0	3
	2		4	4
Frota Alocada por Depósito	2		2	1
	1		1	1
Rotas dia 1	1-9-1, 1-6-21-14-1, 2-10-15-12-2		0-7-13-0, 0-8-14-0, 4-21-23-24	3-12-9-10-13-14-3, 4-16-23-21-4
Rotas dia 2	1-16-18-1, 1-8-24-17-1		0-12-22-0, 4-19-16-24-4	4-15-17-19-22-18-4
Rotas dia 3	1-7-11-9-1, 2-15-23-2		0-5-10-8-0, 0-11-6-13-0, 4-18-21-23-4	3-5-14-3
Rotas dia 4	1-5-22-1, 1-6-13-21-1		0-5-7-14-0, 4-15-20-17-4	3-8-6-10-3, 4-16-23-21-4
Rotas dia 5	1-9-17-1, 1-8-18-14-1		0-9-12-13-0, 0-7-14-8-10-0, 4-16-23-21-4	3-12-11-7-13-14-3, 4-17-22-24-20-4

Table 8: Resultados PLRP-PC

Usando a abordagem baseada em partição de conjuntos, a qual requer que todas as rotas sejam previamente geradas, foi possível achar a solução ótima de 3 das 4 instâncias. A

instância 2 sequer teve uma solução inteira gerada, em função da grande quantidade de rotas. Cabe observar que a capacidade do veículo nas instâncias 1 e 3 é de 80 unidades de carga, que nas instâncias 2 e 4, a capacidade do veículo é de 130 unidades de carga. Assim, a quantidade de clientes atendida por rota cresce, elevando o espaço combinatório. O tempo de processamento das instâncias 1 e 3 foi extremamente baixo (164,8 e 323,6 segundos, respectivamente), enquanto que a instância 4 consumiu bastante tempo (34.965 segundos). Comparando os resultados com os obtidos no modelo baseado em variáveis de fluxo, estes ficaram, respectivamente, 3,4%, 2,9% e 3,2% acima dos valores ótimos (para as instâncias, 1, 3 e 4). A instância 2 apresentou um valor de função objetivo igual a 76.329 (modelo baseado em variáveis de fluxo). No PLRP-PC, o valor do limitante inferior foi de 69.007, o que indica um gap de 9,6% ao invés de 37,0%.

4.1.4 Resultados do Problema de Localização e Roteirização Periódica com Designação Flexível dos Depósitos no Início e Término das Rotas (PLRP-DF)

A instância usada para teste na abordagem com designação flexível (PLRP-DF), foi a instância 1 da Prodhon, a qual foi modificada fixando programas de visita para alguns clientes, com a finalidade de evidenciar o término de rotas em depósitos que não sejam o depósito de origem. Vários clientes tiveram os seus dias de visita fixados, concentrando em dias específicos a demanda por veículos em cada depósito.

Instância 1 Modificada					
Cliente	x	y	Demanda	Frequência	Programa de Visita Fixo
5	20	35	35	1	
6	8	31	35	2	
7	29	43	38	1	
8	18	39	36	2	8 (dias 2 e 5)
9	19	47	91	3	
10	31	24	34	1	4 (dia 4)
11	38	50	16	1	
12	33	21	31	2	6 (dias 1 e 4)
13	2	27	40	1	
14	1	12	78	2	8 (dias 2 e 5)
15	26	20	70	3	
16	20	33	49	1	
17	15	46	36	2	8 (dias 2 e 5)
18	20	26	45	2	8 (dias 2 e 5)
19	17	19	15	1	4 (dia 4)
20	15	12	27	1	4 (dia 4)
21	5	30	44	2	8 (dias 2 e 5)
22	13	40	43	1	
23	38	5	42	1	4 (dia 4)
24	9	40	38	1	

Table 9: Instância 1 - Prodhon Modificada

Resultado Processamento Modelo PLRP-DF		
Instância	Sem Designação Flexível	Com Designação Flexível
Função Objetivo	85.131,00	84.504,00
Limitante Inferior	85.131,00	84.504,00
Gap	0,0%	0,0%
Tempo Processamento (s)	7,70	106,00
Custo Fixo Depósitos	15.650,00	23.640,00
Custo da Frota	15.000,00	15.000,00
Custo de Roteirização	54.481,00	45.864,00
	1	1
ID Depósitos Abertos	2	2
		3
	1	1
Frota Alocada por Depósito	2	1
		1
Rotas dia 1	1-9-1, 1-12-15-1	2-12-15- 2, 1-9-1
Rotas dia 2	1-6-21-18-1, 1-8-24-17-1, 0-14 -0	2-18-21-6- 1, 1-17-8-5-2, 0-14-0
Rotas dia 3	1-15-16-1, 1-7-11-9-1	0-13-24-1, 2-15-16-2, 1-9-7- 11-2
Rotas dia 4	1-5-22-1, 1-10-12-19-1, 0-20-23-0	2-10-19-20-0, 2-12-23-2, 1-22-1
Rotas dia 5	0-13-14-0, 1-8-17-9-1, 1-6-21-18-15-1	2-15-18-21-6-1, 1-8-17-9-1 , 0-14-0

Table 10: Resultados PLRP-DF

Os resultados confirmam que a inserção de flexibilidade no término das rotas causam um redução na função objetivo. A análise das rotas realizadas pelos veículos indica que rotas terminam em depósitos diferentes do depósito de início, contribuindo para reduzir os cus-

tos de roteirização. Mesmo com um depósito adicional, causando um acréscimo de 7.990 na função objetivo, a economia nos custos de roteirização foi de 8.617. Assim, pode-se comprovar o ganho em compartilhar os recursos entre os depósitos.

4.1.5 Discussão dos Resultados

Nesta seção são mostradas, de forma gráfica, as rotas geradas em cada dia da semana. Nos gráficos os depósitos são representados na cor laranja, e os clientes na cor amarela.

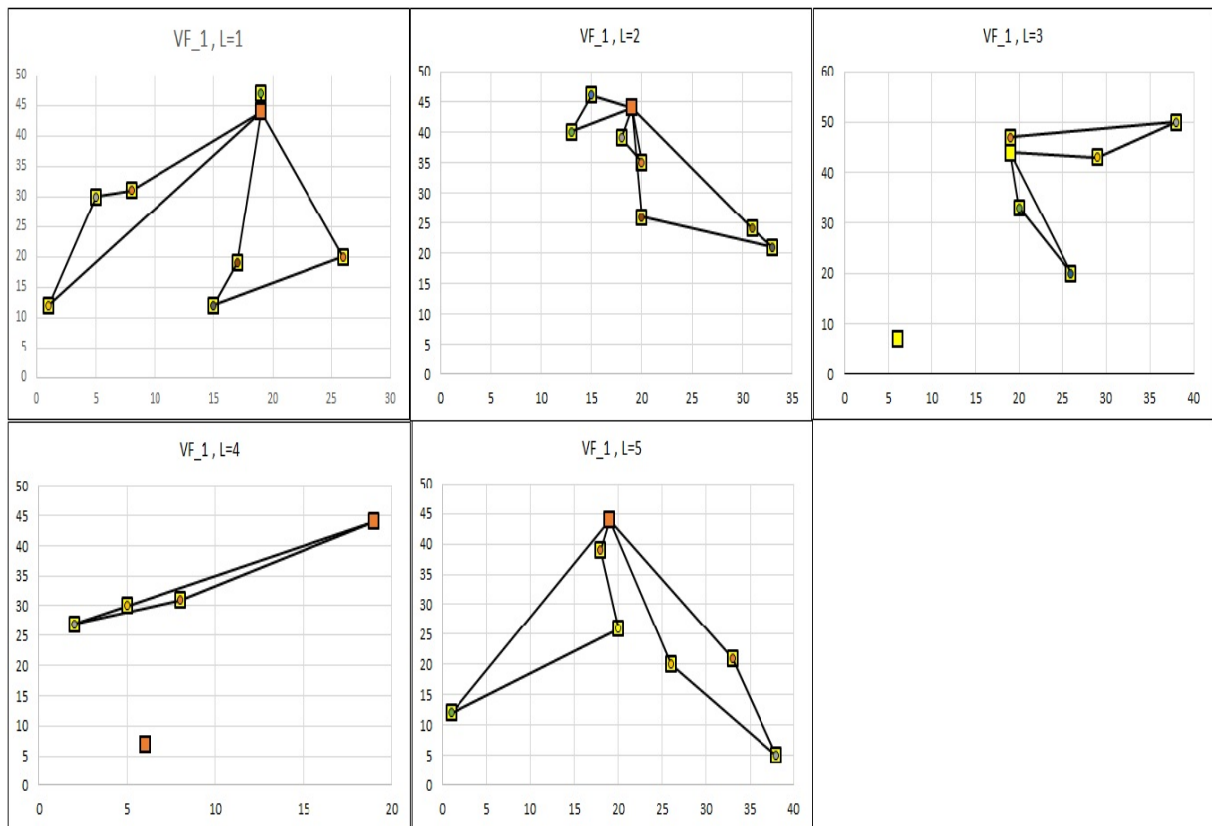


Figure 3: Rotas VF - Instância 1

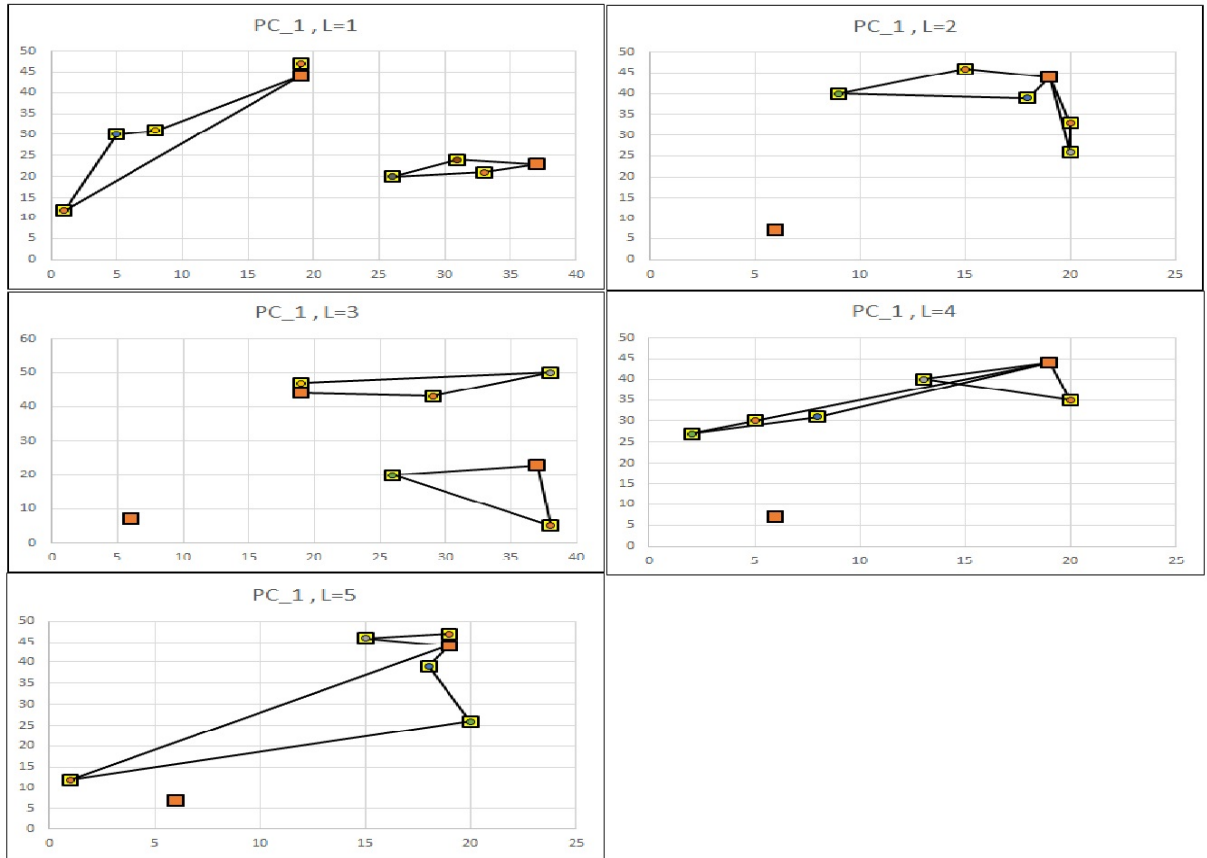


Figure 4: Rotas PC - Instância 1

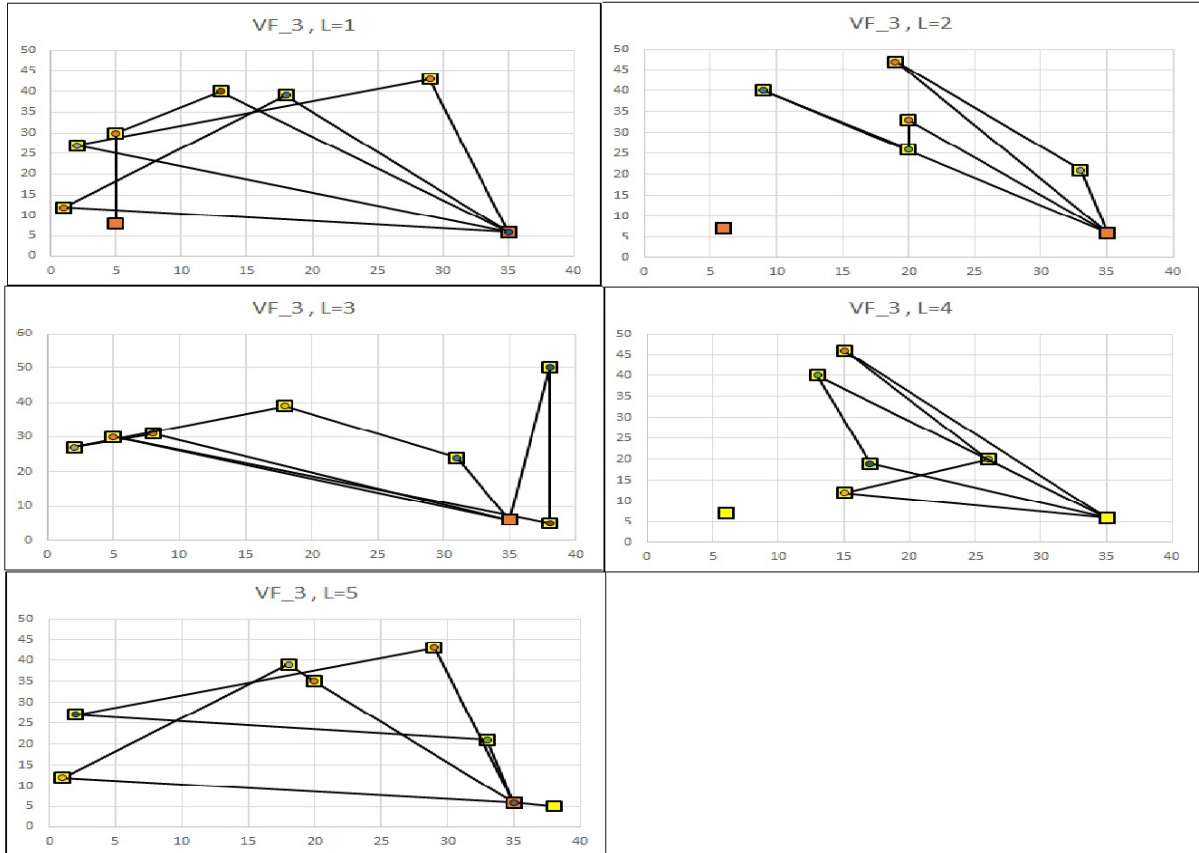


Figure 5: Rotas VF - Instância 3

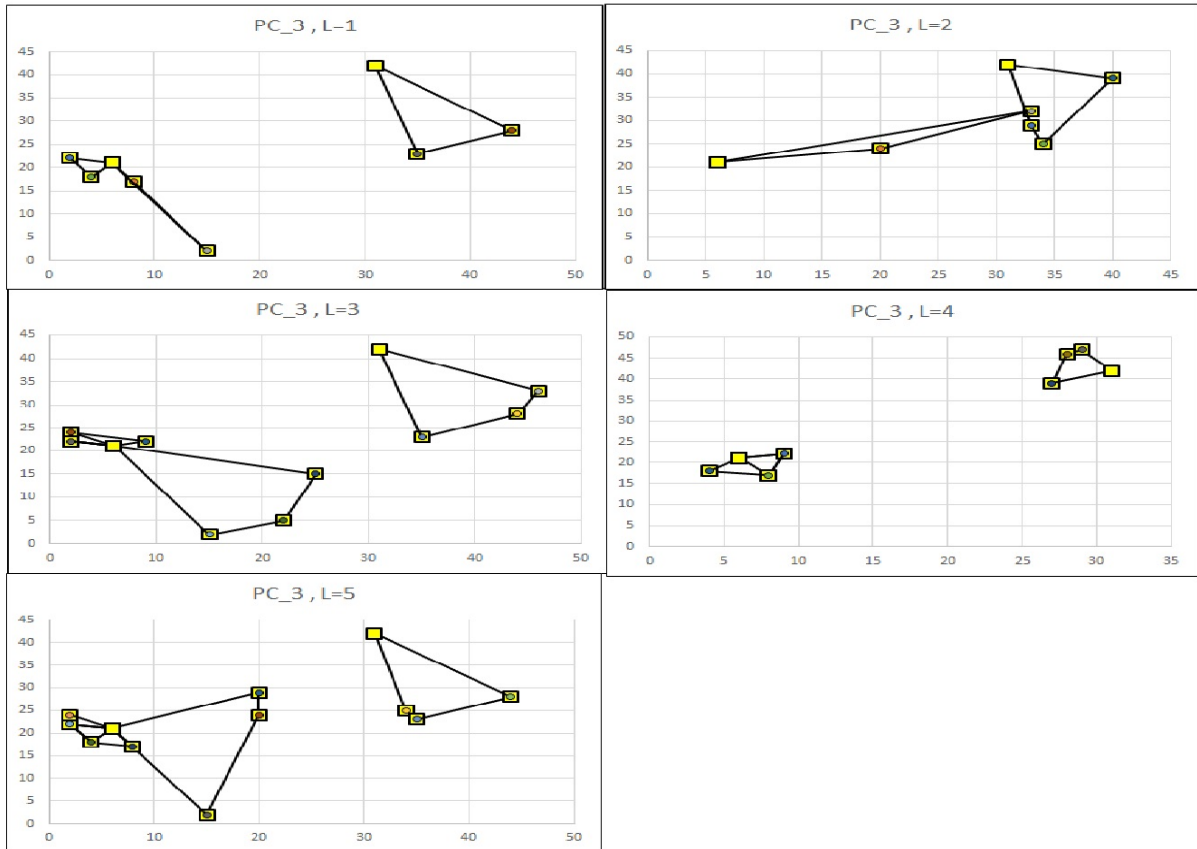


Figure 6: Rotas PC - Instância 3

O objetivo neste apartado é evidenciar de forma gráfica o término de rotas em um depósito diferente do Origem. Então é de esperar uma rota começar em um quadrado de cor laranja e terminar em outro quadrado de cor laranja diferente, mas antes deve percorrer quadrados de cor amarela. Dos gráficos pode-se deduzir no dia $L=2$, que a flexibilização permitiu a troca indireta de veículos entre depósitos, para os veículos que pertencem aos depósitos 2 e 3, a seguinte operação permitiu poupar custos de retorno no seu depósito de origem, e sem comprometer o deficit de veículos para operação no dia seguinte. É nessas tomadas de decisão nas quais se faz a comprovação que a flexibilização traz consigo ganhos estratégicos importantes.

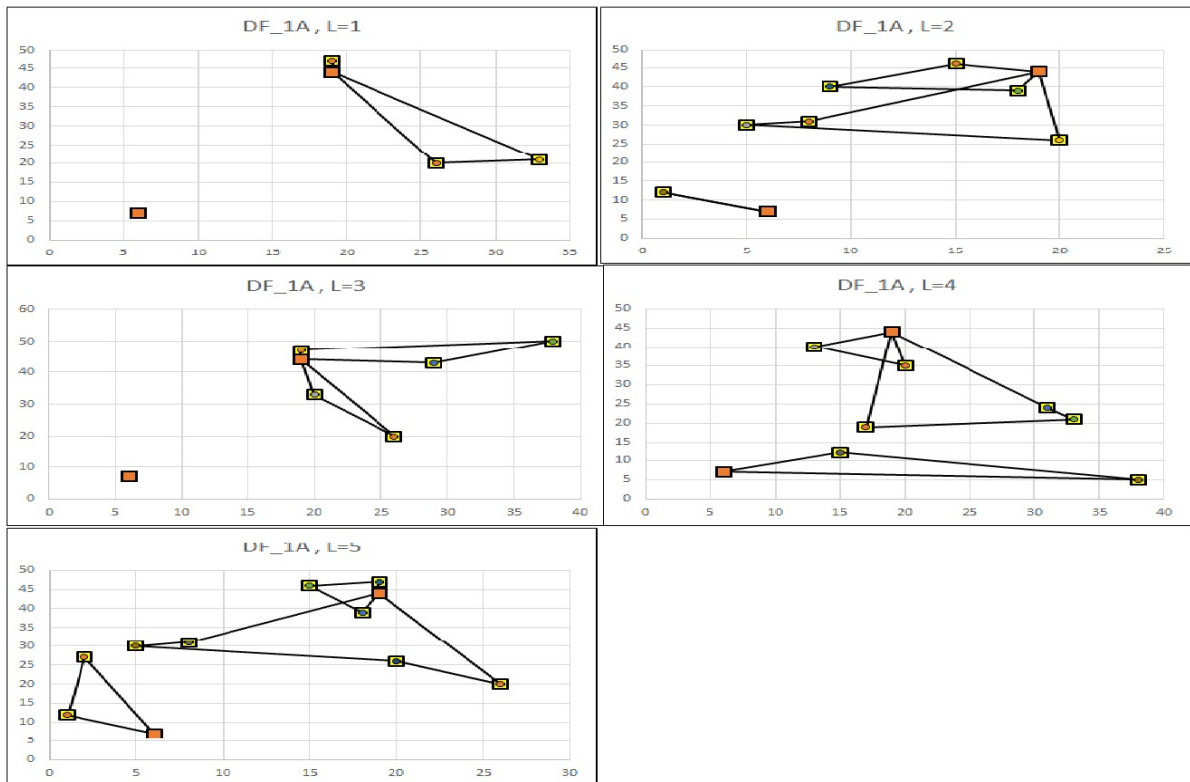


Figure 7: Rotas DF (sem flexibilidade) - Instância 1

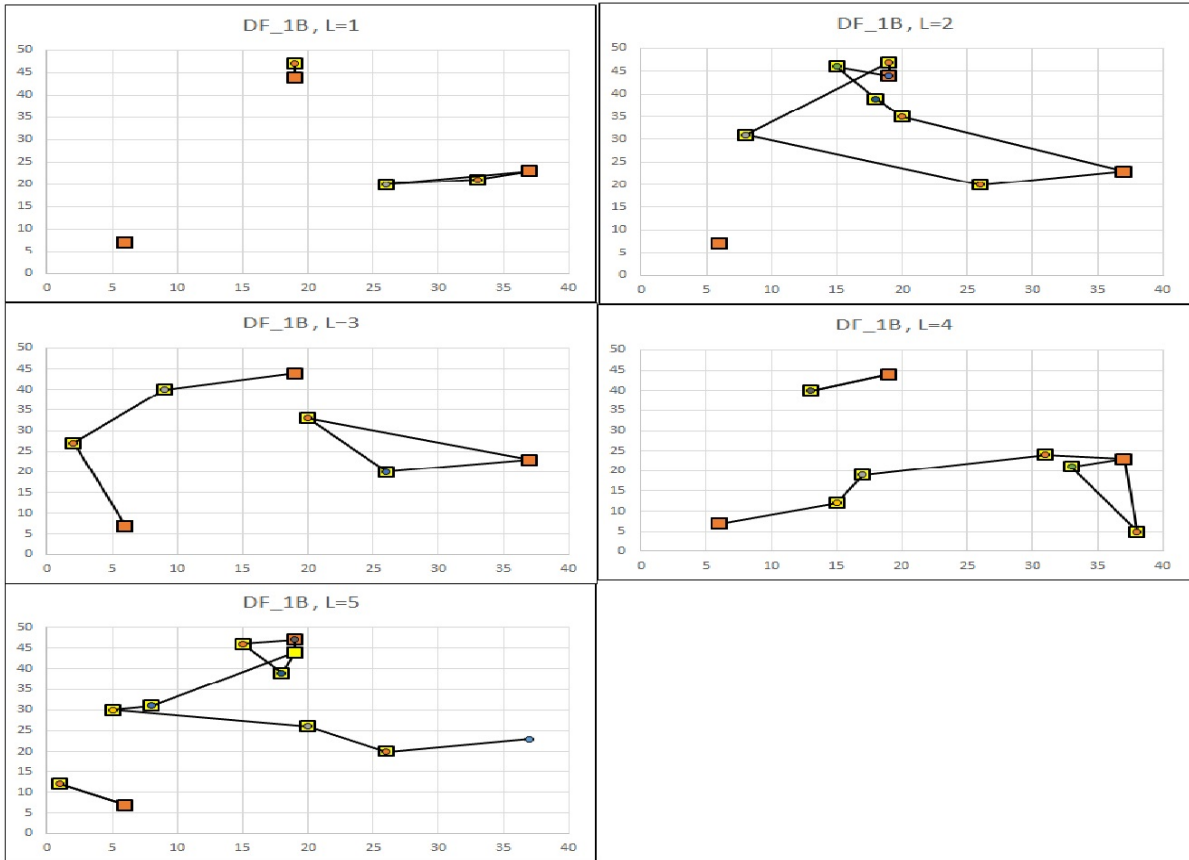


Figure 8: Rotas DF (com flexibilidade) - Instância 1

4.2 Problema de Roteirização Periódica com Integração de Flexibilidade no Deslocamento de Navios entre Portos

4.2.1 Instâncias Marítimas

Nesta seção foi utilizada uma instância que representa o problema de entrega de suprimentos em plataformas de petróleo, disponível em Cruz et al. (2019).

Dados das Instância 1			Dados das Instância 2		
Número de Clientes:	79		Número de Clientes:	79	
Número de Depósitos:	2		Número de Depósitos:	2	
Período de Operação:	8	dias	Período de Operação:	8	dias
Horizonte Planejamento:	8	dias	Horizonte Planejamento:	8	dias
Frota Disponível (depósito1):	9	veículos	Frota Disponível (depósito1):	11	veículos
	8	veículos		5	veículos
Ratio Custo/kilometro - Navio:	0,001964	milhões reais/kilometro	Ratio Custo/kilometro - Navio:	0,001964	milhões reais/kilometro

Table 11: Dados Gerais Instâncias Marítimas

Programa	Frequência	Dias de Visita	Programa	Frequência	Dias de Visita
1	1	1	13	2	3 e 6
2	1	2	14	2	3 e 7
3	1	3	15	2	4 e 7
4	1	4	16	2	4 e 8
5	1	5	17	2	5 e 8
6	1	6	18	3	1, 3 e 5
7	1	7	19	3	1, 3 e 6
8	1	8	20	3	1, 4 e 6
9	2	1 e 4	21	3	2, 4 e 6
10	2	1 e 5	22	3	2, 4 e 7
11	2	2 e 5	23	3	2, 5 e 7
12	2	2 e 6	24	3	3, 5 e 7

Table 12: Programas de Visita - Instâncias Marítimas

Instância 1 e 2			
Capacidade Veículo:	900		
Depósito	x	y	Custo Fixo
0	0	0	0
1	143	56	33000000
2	220	120	33000000

Cliente	x	y	Demanda	Frequência	Cluster	Cliente	x	y	Demanda	Frequência	Cluster
3	229	-61	118	1	1	43	302	75	310	2	5
4	229	-61	546	2	1	44	300	42	212	1	6
5	230	-60	235	1	1	45	303	46	364	1	6
6	314	0	207	3	1	46	305	43	198	1	6
7	344	19	294	1	1	47	308	37	104	1	6
8	355	20	361	1	1	48	309	39	527	2	6
9	239	39	310	2	2	49	318	38	341	1	6
10	239	43	310	2	2	50	319	38	212	3	6
11	239	56	310	2	2	51	321	37	225	1	6
12	249	58	290	1	2	52	313	64	99	1	7
13	256	51	279	1	2	53	314	60	101	1	7
14	259	37	82	3	2	54	316	53	169	1	7
15	266	46	186	1	2	55	318	52	401	1	7
16	267	27	96	1	2	56	318	67	497	1	7
17	274	35	210	1	2	57	323	69	195	1	7
18	280	34	173	3	2	58	328	54	437	1	7
19	281	41	304	1	2	59	330	61	243	1	7
20	254	94	182	1	3	60	336	65	126	3	7
21	254	97	212	2	3	61	336	54	262	1	7
22	256	84	265	3	3	62	310	81	56	1	8
23	256	84	241	1	3	63	313	82	689	1	8
24	273	87	291	1	3	64	314	94	406	1	8
25	275	96	269	1	3	65	317	85	473	2	8
26	278	91	270	1	3	66	317	94	473	2	8
27	261	64	158	1	4	67	319	94	473	2	8
28	271	70	221	1	4	68	320	79	313	1	8
29	272	68	259	1	4	69	321	78	233	1	8
30	274	56	310	2	4	70	324	101	355	1	8
31	278	55	473	2	4	71	330	80	325	1	8
32	280	54	165	1	4	72	331	85	473	2	8
33	280	54	100	1	4	73	332	83	473	2	8
34	280	57	473	1	4	74	344	64	173	3	9
35	283	55	141	1	4	75	345	63	303	1	9
36	292	51	270	1	5	76	349	78	128	1	9
37	296	58	153	1	5	77	352	77	221	1	9
38	297	60	217	1	5	78	354	78	473	2	9
39	297	53	258	1	5	79	356	72	215	1	9
40	298	61	221	1	5	80	357	87	473	2	9
41	299	65	511	1	5	81	358	82	473	2	9
42	300	67	146	3	5						

Table 13: Dados Instâncias Marítimas

4.2.2 Resultados do Problema de Roteirização Periódica com Integração de Flexibilidade no Deslocamento de Navios entre Portos

Resultado Processamento Modelos Baseado em Partição de Conjuntos - PLRP-TR		
Instância	1	2
Função Objetivo	461.999.994,03	395.999.985,98
Limitante Inferior	461.999.994,03	221.911.801,83
Gap	0,0%	44,0%
Tempo Processamento (s)	191,52	3.600,22
Custo Fixo Depósitos	66.000.000,00	66.000.000,00
Custo de Roteirização	395.999.994,03	329.999.985,98
ID Depósitos Abertos	1	1
	2	2
Frota Alocada por Depósito	7	9
	5	3
Rotas começa dia 1	1-21-25-24-22 -1 , 1-9-16-18-19-14-10-1 , 1-30-32-33-34-1 , 2-74-78-81-80-2 , 2-55-59-2	1-2 , 1-2 , 1-2 , 1-37-38-40-42-43-1 , 2-55-60-57-2 , 2-63-2 , 2-71-73-72-2
Rotas começa dia 2	1-6-8-7-1 , 1-37-38-40-42-43-1 , 2-54-58-60-2 , 2-45-50-51-2 , 2-64-66-67-2	2-74-76-78-81-80-2 , 1-6-8-7-1 , 1-21-26-24-22-1 , 2-52-56-60-2
Rotas começa dia 3	1-9-14-17-18-13-11-1 , 2-71-73-72-2	2-44-47-48-50-2 , 1-10-9-14-16-18-17-11-1 , 2-1 ,
Rotas começa dia 4	1-3-4-6-1 , 1-21-20-22-23-1 , 2-44-47-48-50-2 , 2-74-76-78-81-80-2 , 2-62-69-68-65-2 , 2-52-56-60-57-2	1-3-4-6-1 , 1-28-29-31-30-1 , 2-65-72-73-2 , 1-2 , 1-41-42-43-1 , 2-1
Rotas começa dia 5	1-41-42-43-1 , 1-10-14-13-12 -1 , 1-28-31-32-33-30-1 , 2-63-2	2-74-76-78-81-80-2 , 2-53-59-61-60-2 , 1-21-25-24-22-1 , 2-64-66-67-2 , 1-12-15-19-18-14-1 , 2-49-50-51-2
Rotas começa dia 6	1-21-26-24-22-1 , 1-9-14-18-15-13-11-1 , 2-74-75-79-77-2 , 2-66-67-70-2	1-36-39-38-42-1
Rotas começa dia 7	1-36-39-37-42-1 , 1-3-4-5-6-1 , 2-53-59-61-60-2 , 2-65-72-73-2 , 2-46-48-49-50-2	1-21-20-22-23-1 , 1-3-4-5-6-1 , 2-45-46-48-50-2 , 2-74-75-79-77-2 , 1-10-9-14-18-13-11-1 , 2-54-58-60-2
Rotas começa dia 8	1-27-29-35-33-31-1	2-62-69-68-65-2 , 1-30-32-33-34-1 , 2-66-67-70-2 , 1-27-31-35-32-30-1

Table 14: Resultados Instâncias Marítimas

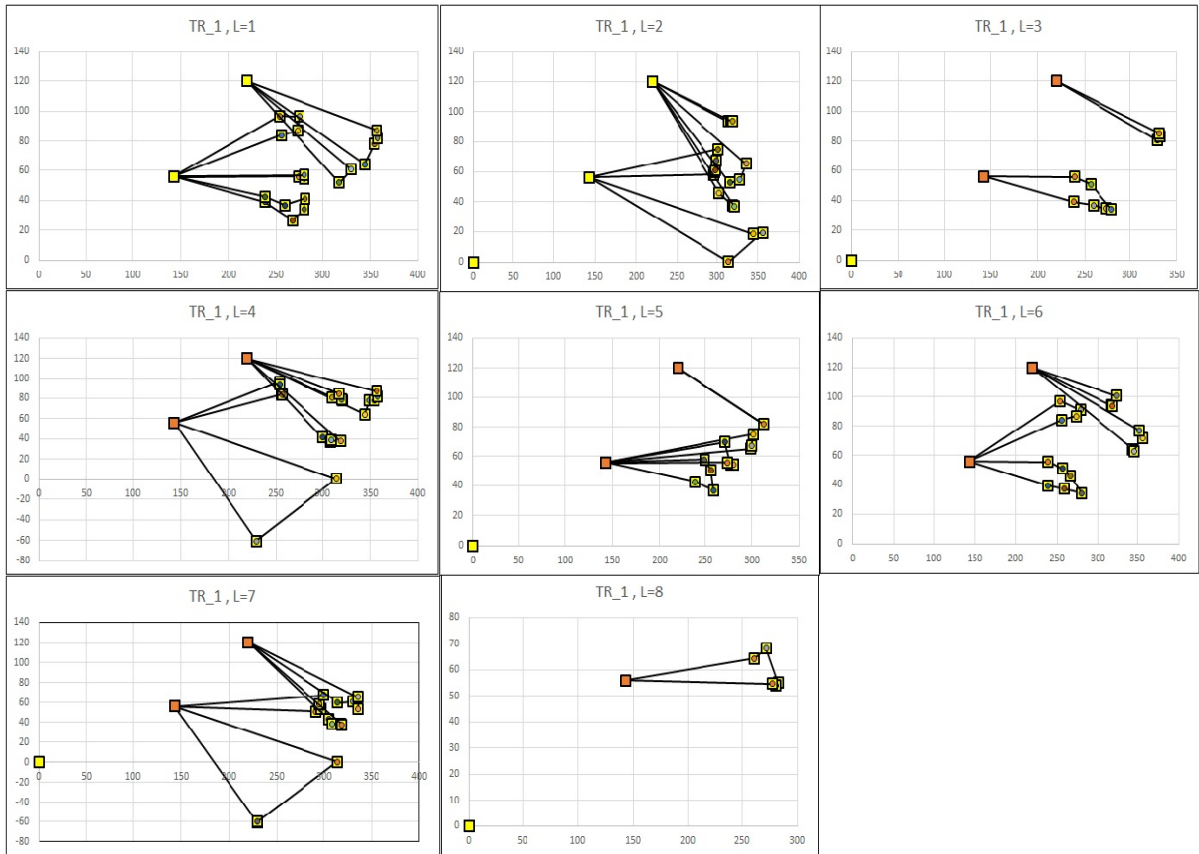


Figure 9: Sem Rotas Transferência entre Portos - Instância 1

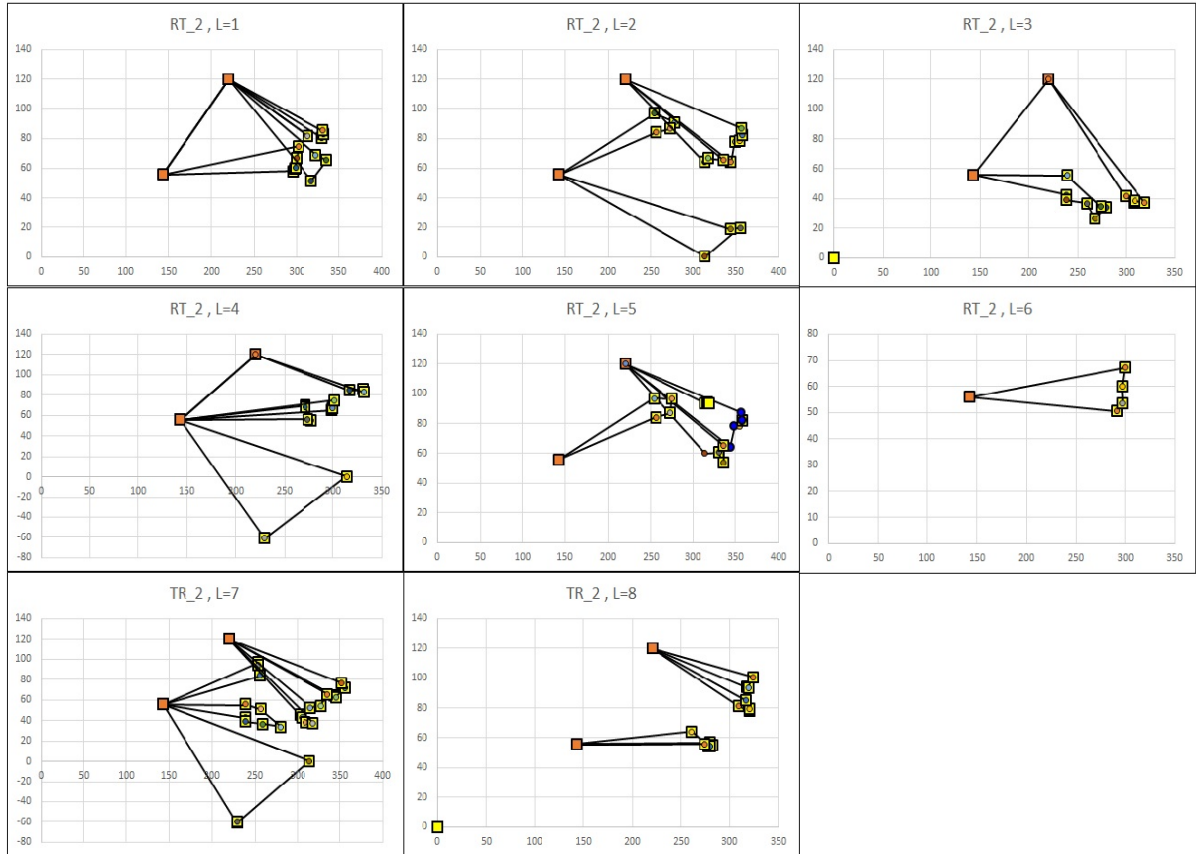


Figure 10: Com Rotas Transferência entre Portos- Instância 2

Foi possível evidenciar de forma gráfica o deslocamento de navios no primeiro dia do depósito 1 para o depósito 2, com finalidade de suprir o depósito 2 que começa com deficit de veículos (olhar dados da instância). Nos subsequentes dias também é possível ver o translado de um veículo para outro depósito com a finalidade de estar disponível para operação no seguinte dia .

Navios	Dias							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1			1-9-14-17-18-13-11-1			1-21-26-24-22-1		
2	-37-42-1			1-3-4-6-1			1-36-39-	
3	-5-6-1	1-6-8-7-1					1-3-4-	
4	1-21-25-24-22-1					1-9-14-18-15-13-11-1		
5	1-9-16-18-19-14-10-1			1-21-20-22-23-1				
6	1-30-32-33-34-1					1-41-42-43-1		
7								
8		1-37-38-40-42-43-1			1-10-14-13-12-1			
9	-33-31-1				1-28-31-32-33-30-1			1-27-29-35-
10								
11	2-74-78-81-80-2			2-44-47-48-50-2		2-74-75-79-77-2		
12		2-54-58-60-2		2-74-76-78-81-80-2			2-53-59-61-60-2	
13	-73-2			2-62-69-68-65-2			2-65-72	
14	-49-50-2	2-45-50-51-2		2-52-56-60-57-2			2-46-48	
15		2-64-66-67-2			2-63-2			
16								
17	2-55-59-2					2-66-67-70-2		

Figure 11: Duração das Rotas (Sem rotas Transferência) - Instância 1

Navios	Dias								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1				1-3-4-6-1			1-21-20-22-23-1		
2	1-2		2-44-47-48-50-2		2-74-76-78-81-80-2				
3									
4	-6-1		1-10-9-14-16-18-17-11-1				1-3-4-5-		
5	1-2, -50-2	2-74-76-78-81-80-2			2-53-59-61-60-2			2-45-46-48-	
6									
7	-33-34-1			1-28-29-31-30-1				1-30-32-	
8		1-6-8-7-1				1-36-39-38-42-1			
9		1-21-26-24-22-1			1-21-25-24-22-1				
10	1-2, -79-77-2	2-52-56-60-2			2-65-72-73-2		2-74-75-		
11	1-37-38-40-42-43-1			1-2	2-64-66-67-2				
12		-70-2						2-66-67-	
13									
14	-13-11-1			1-41-42-43-1			1-10-9-14-18-		
	2-55-60-57-2		2-1						
15	-32-30-1				1-12-15-19-18-14-1			1-27-31-35-	
	2-63-2			2-1					
16	2-71-73-72-2				2-49-50-51-2		2-54-58-60-2		

Figure 12: Duração das Rotas (Com rotas Transferência) - Instância 1

5 Conclusões

Nesta pesquisa estudou-se o problema de roteirização periódica visando a entrega de suprimentos a plataformas de petróleo, com ênfase na modelagem matemática. Foi constatado que este problema é uma extensão do problema clássico de localização e roteirização periódica (PLRP), sendo a única formulação existente a disponível em Prodhon (2011).

Como contribuições desta pesquisa, foram propostas formulações matemáticas para o PLRP. Inicialmente, foi feita uma complementação da formulação de Prodhon (2011), devido a problemas encontrados que impossibilitavam a implementação do modelo. Posteriormente, foi elaborado e implementado o modelo matemático baseado no conceito de partição de conjuntos, em que as rotas são geradas de forma externa ao modelo, e selecionadas no âmbito do modelo. Sendo o objetivo desta pesquisa analisar o efeito de compartilhar os recursos entre os depósitos, a formulação foi adaptada para permitir que uma rota pudesse terminar em um depósito diferente daquele de onde a rota foi iniciada. Esta adaptação, contudo, foi feita a partir das formulações que foram criadas para o contexto urbano de distribuição física, em que as rotas possuem duração limitadas pela jornada de trabalho dos motoristas (1 dia).

Para aplicar os modelos desenvolvidos no contexto marítimo de entrega de suprimentos a plataformas de petróleo, fez-se necessário adaptar o modelo para lidar com rotas cujas durações são superiores a 1 dia, que é o caso usual das operações no mar. Assim, chegou-se ao modelo matemático capaz de programar as entregas às plataformas de petróleo, ao mesmo tempo permitindo compartilhar os recursos (embarcações) entre portos, por meio de rotas de transferência entre portos.

Os modelos desenvolvidos foram testados em algumas instâncias da literatura (Prodhon, 2011; Cruz et al., 2019), e puderam ser validados como representações válidas dos proble-

mas considerados nesta pesquisa. As instâncias possíveis se serem resolvidas, contudo, são de pequeno / médio porte, sendo que para problemas de grande porte outras abordagens são necessárias.

Pode-se concluir que o trabalho traz uma contribuição na exploração de novas abordagens e inserção de novas características no problema, tanto em seu contexto urbano, quanto no contexto marítimo. Há muitos possíveis desdobramentos desta pesquisa, tanto no que se refere a modelagem, no se que se refere ao tratamento do tempo e balançamento da frota com finalidade de cumprir as restrições da natureza do problema, quanto no que se refere à elaboração de métodos exatos e heurísticos de solução. Instâncias de pequeno porte são possíveis de serem resolvidas à otimalidade, por meio de métodos como o branch-and-bound, e poderão servir de referências para aferir a qualidade de métodos heurísticos. Algumas variantes que poderão ser exploradas são: i) inserção de janelas de tempo no atendimento às plataformas; ii) consideração de frota heterogênea; iii) consideração de múltiplos produtos (ex: água, carga geral e diesel), etc.

6 Referências Bibliográficas

- Balinski, M. L., & Quandt, R. E. (1964). On an integer program for a delivery problem. *Operations Research*, 12(2), 300-304. <https://doi.org/10.1287/opre.12.2.300>
- Ballou, R. H. (2003). *Business Logistics: Supply Chain Management*. Prentice Hall: New York.
- Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005a). Vehicle routing problem with time windows, Part I: Route construction and local search algorithms. *Transportation Science*, 39(1), 104-118. <https://doi.org/10.1287/trsc.1030.0056>
- Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005b). Vehicle routing problem with time windows, Part II: Metaheuristics. *Transportation Science*, 39(1), 119-139. <https://doi.org/10.1287/trsc.1030.0057>
- Cooper, L. (1964). Heuristic methods for location-allocation problems. *SIAM Review*, 6(1), 37-53. <https://doi.org/10.1137/1006005>
- Cordeau, J.-F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W. P., & Vigo, D. (2007). Vehicle routing. In: Barnhart, C., & Laporte, G. (Eds). *Transportation: Handbooks in Operations Research and Management Science, vol. 14*. (pp 367-428). Amsterdam: North-Holland. [https://doi.org/10.1016/S0927-0507\(06\)14006-2](https://doi.org/10.1016/S0927-0507(06)14006-2)
- Crevier, B., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2007). The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *European Journal of Operational Research*, 176(2), 756-773. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.08.015>

Cruz, R., Mendes, A. B., Bahiense, L., & Wu, Y. (2019). Integrating berth allocation decisions in a fleet composition and periodic routing problem of platform supply vessels. *European Journal of Operational Research*, In press. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.11.030>

Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1), 80-91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>

Daskin, M. S. (1995). *Network and discrete location: models, algorithms and applications*. New York: John Wiley and Sons. DOI:10.1002/9781118032343

Eilon, S., Watson-Gandy, C. D. T., Christofides, N., & Neufville, R. D. (1976). *Distribution management: mathematical modelling and practical analysis*. London: Griffin.

Eksioglu, B., Vural, A. V., & Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers and Industrial Engineering*, 57(4), 1472-1483. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.05.009>

Feldman, E., Lehrer, F. A., & Ray, T. L. (1966). Warehouse location under continuous economies of scale. *Management Science*, 12(9), 670-684. <https://doi.org/10.1287/mnsc.12.9.670>

Gavish, B., & Graves, S. C. (1978). *The travelling salesman problem and related problems*. Working Paper OR-078-78. Operations Research Center, MIT, Cambridge, MA. <http://hdl.handle.net/1721.1/5363>

Golden, B. L. (1975). Vehicle routing problems: Formulations and heuristic solution techniques. Technical report No. I13, MIT Operations Research Centre.

- Golden, B. L., Magnanti, T. L. & Nguyen, H. Q. (1977). Implementing vehicle routing algorithms. *Networks*, 7(2), 113-148. <https://doi.org/10.1002/net.3230070203>
- Golden, B. L., Raghavan, S., & Wasil, E. A. (2008). *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. Springer: New York.
- Halvorsen-Weare, E. E., Fagerholt, K., Nonås, L. M., & Asbjørnslett, B. E. (2012). Optimal fleet composition and periodic routing of offshore supply vessels. *European Journal of Operational Research*, 223(2), 508-517. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.06.017>
- Jacobsen, S. K., & Madsen, O. B. G. (1980). A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem. *European Journal of Operational Research*, 5(6), 378-387. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(80\)90124-1](https://doi.org/10.1016/0377-2217(80)90124-1)
- Kek, A. G. H., Cheu, R. L., & Men, Q. (2008). Distance-constrained capacitated vehicle routing problems with flexible assignment of start and end depots. *Mathematical and Computer Modelling*, 47(1-2), 140–152. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2007.02.007>
- Kulkarni, R. V., & Bhave, P. R. (1985). Integer programming formulations of vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 20(1), 58-67. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(85\)90284-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(85)90284-X)
- Laporte, G., & Osman, I. H. (1995). Routing problems: a bibliography. *Annals of Operations Research*, 61(1), 227-262. <https://doi.org/10.1007/BF02098290>
- Miller, C. E., Tucker, A. W., & Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formula-

tion of traveling salesman problems. *Journal of the ACM*, 7(4), 326-329.

<https://doi.org/10.1145/321043.321046>

Prodhon, C. (2011). A hybrid evolutionary algorithm for the periodic location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 210(2), 204-212.

<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.09.021>

Prodhon, C., & Prins, C. (2014). A survey of recent research on location-routing problems. *European Journal of Operational Research*, 238(1), 1-17.

<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.01.005>

Salhi, S., & Rand, G. K. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots. *European Journal of Operational Research*, 39(2), 150-156. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(89\)90188-4](https://doi.org/10.1016/0377-2217(89)90188-4)

Yu, V. F., Lin, S.-W., Lee, W., & Ting, C.-J. (2010). A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 58(2), 288-299. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.10.007>